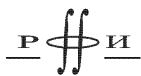


УДК 521.1
ББК 22.657
С 56



Издание осуществлено при поддержке
Российского фонда фундаментальных
исследований по проекту 03-01-14154д

Современные проблемы механики и физики космоса / Сб. статей. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 584 с. — ISBN 5-9221-0387-3.

Сборник посвящён актуальным проблемам изучения космического пространства и описывает задачи планетной космогонии, физические свойства среды, исследования Луны и планет Солнечной системы, некоторые проблемы космической технологии и перспективные проекты. Рассматриваются вопросы механики движения небесных тел, в том числе динамика и устойчивость движения двойных астероидов, эволюция далёких спутниковых орбит в системах планет-гигантов, проблемы миграции комет и астероидов и астероидной опасности. Обсуждаются теоретические и модельные подходы к изучению турбулентных неоднородных сред и исследованию физических процессов в газах с использованием уравнения Больцмана и его аналогов, имеющие ключевое значение для многих проблем физики космоса.

Материалы сборника охватывают наиболее актуальные направления космических исследований. По своему содержанию, структуре и широте охвата материала данное издание, обобщающее современный уровень знаний по проблемам механики и физики космоса, не имеет аналогов в отечественной и зарубежной литературе.

Научное издание

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И ФИЗИКИ КОСМОСА

Редактор *Е.Ю. Архарова*

Оригинал-макет: *В.В. Худяков*

Оформление переплета: *А.Ю. Алёхина*

ЛР №071930 от 06.07.99. Подписано в печать 13.10.03. Формат 60×90/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 36,5 + 0,5 (вст.). Уч.-изд. л. 40,7.
Тираж 400 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»

МАИК «Наука/Интерпериодика»

117997 Москва, ул. Профсоюзная, 90

E-mail: fizmat@maik.ru

Отпечатано с диапозитивов

в ОАО «Чебоксарская типография № 1»

428019 Чебоксары, пр. И. Яковлева, 15

ISBN 5-9221-0387-3

© ФИЗМАТЛИТ, 2003

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5

Часть I

Динамика и устойчивость движения

<i>Фридман А. М., Сагдеев Р. З., Хоружий О. В., Поляченко Е. В.</i> Наблюдаемые проявления хаоса в спиральных галактиках	12
<i>Белецкий В. В.</i> Некоторые задачи динамики двойных астероидов . . .	27
<i>Вашковьяк М. А.</i> Об эволюции далёких спутниковых орбит в системах Юпитера, Сатурна и Урана	41
<i>Ипатов С. И.</i> Формирование и миграция транснептуновых тел к планетам земной группы	58
<i>Ивашкин В. В., Чернов А. В.</i> Оптимальные полёты космического аппарата с электрореактивной тягой для ударно-кинетического воздействия на сближающийся с Землёй астероид	83

Часть II

Многокомпонентные реагирующие турбулентные среды, неравновесная кинетика

<i>Липанов А. М., Кисаров Ю. Ф., Кисарова С. Ю., Кукрякова М. Р.</i> Некоторые результаты теоретического исследования турбулентных дозвуковых потоков	104
<i>Колесниченко А. В.</i> Синергетический подход к описанию стационарно-неравновесной турбулентности астрогеофизических систем	123
<i>Вараксин А. Ю.</i> Проблемы моделирования турбулентных гетерогенных течений «газ-твёрдые частицы»	163
<i>Веденяпин В. В., Амосов С. А., Аджиев С. З.</i> Дискретные кинетические модели и точная консервативность	174
<i>Шематович В. И.</i> Стохастическое моделирование химии в планетных атмосферах	186
<i>Змиевская Г. И., Левченко Т. В., Левченко В. Д.</i> Образование зародышей металлических капель и рассеяние плазмы на них	199
<i>Веденяпин В. В., Горбачевский А. Я., Мелихов И. В., Батищева Я. Г.</i> Моделирование движения в газе твёрдых тел с неоднородными поверхностными химическими процессами	219
<i>Бондарева А. Л., Змиевская Г. И.</i> Стохастическое моделирование флуктуационной стадии высокотемпературного блистеринга	229

Часть III

Солнечная система, Луна и планеты, космогония

<i>Голицын Г. С.</i> Статистическое описание рельефа поверхности планеты и его эволюции	240
<i>Шевченко В. В.</i> Альбедные аномалии и палеомагнетизм Луны	251
<i>Ксанфомалити Л. В.</i> Новые исследования Меркурия	265
<i>Базилевский А. Т., Хэд Дж. У.</i> Основные черты геологической истории Венеры по результатам фотогеологического картирования и анализа популяции ударных кратеров	287
<i>Шари В. П.</i> Перенос теплового излучения в атмосфере Венеры	302
<i>Скоров Ю. В.</i> Перенос вещества и энергии в кометном ядре	330
<i>Рускол Е. Л.</i> Образование планет и спутников	353
<i>Жарков В. Н.</i> От Юпитера к Марсу — геофизическая космогония	369
<i>Иванов Б. А.</i> Сравнение распределений по размерам астероидов и ударных кратеров	381
<i>Макалкин А. Б.</i> Проблемы эволюции протопланетных дисков	402
<i>Веселовский И. С.</i> Гелиосфера и солнечный ветер: некоторые современные концепции и актуальные вопросы	447
<i>Колесниченко А. В.</i> К моделированию коэффициентов турбулентного обмена в газопылевом аккреционном диске	465
<i>Чететкин В. М., Попов М. В., Устюгов С. Д.</i> Численное моделирование крупномасштабной неустойчивости при взрыве сверхновой II типа	489

Часть IV

Космические технологии, перспективные проекты

<i>Авдеевский В. С., Полежаев В. И.</i> От станции «Мир» к Международной космической станции: исследования гравитационной чувствительности и альтернатив микрогравитации	514
<i>Авдеевский В. С., Аким Э. Л., Галимов Э. М., Захаров А. В., Кремнев Р. С., Куликов С. Д., Маров М. Я., Попов Г. А., Энеев Т. М.</i> Космический проект «Фобос-Грунт»	520
<i>Попов Г. А., Обухов В. А., Надирадзе А. Б.</i> Применение стационарных плазменных двигателей в проекте «Фобос-Грунт»	535
<i>Авдеевский В. С., Мухомя М. З., Осипов В. П., Шалимов В. П.</i> Современное состояние и тенденции развития отечественных исследований в области космической технологии и материаловедения	542
<i>Сушкевич Т. А., Козодеров В. В.</i> Информационно-математические проблемы космического землеведения	563

Предисловие

Книга, предлагаемая вниманию читателя, охватывает наиболее актуальные проблемы исследований космоса. Её выход в свет приурочен к 70-летию со дня рождения крупного учёного, члена-корреспондента Российской академии наук, лауреата Ленинской и Государственной премии СССР и Международной Галаберовской премии по астронавтике Михаила Яковлевича Марова, внёсшего в изучение космоса и смежные области современной науки большой вклад. Посвящение ему этой книги, в которую включены работы ближайших коллег и учеников учёного, — это дань их глубокого уважения и признательности.

М.Я. Маров принадлежит к поколению исследователей, пришедших в науку во второй половине 1950-х годов, одновременно с началом изучения и освоения космического пространства. Ему довелось работать вместе с нашими выдающимися учёными и конструкторами — С.П. Королёвым, М.В. Келдышем и их соратниками. На протяжении почти двадцати лет он был одним из ближайших сотрудников М.В. Келдыша, вместе с которым участвовал в разработке и осуществлении отечественной программы изучения и освоения космоса, и всю жизнь был продолжателем дела своего великого Учителя.

Спектр научных интересов М.Я. Марова, охватывающий многие актуальные проблемы механики, физики и прикладной математики, чрезвычайно широк. Их тематической основой служит исследование природы разнообразных механизмов и явлений в космическом пространстве, на планетах и в их атмосферах, вопросов космогонии и эволюции Солнечной системы. М.Я. Марову принадлежат результаты фундаментального научного значения в области механики многокомпонентных реагирующих смесей, радиационной гидродинамики, моделировании кинетических неравновесных процессов в разреженном газе и турбулентности неоднородных сред. Эти работы открыли новые научные направления в изучении газовых оболочек небесных тел, заложили теоретические основы при исследованиях слабоионизованных разреженных газов верхней атмосферы Земли (аэрономии). Выполненные М.Я. Маровым первые прямые измерения в атмосферах планет и развитые математические модели для изучения сложных природных процессов получили мировое признание.

Эту широту научных интересов М.Я. Марова достаточно полно отражают статьи данной коллективной монографии, которые распределены по четырём разделам (хотя такое разделение носит, в известной мере, условный характер).

В *первый* раздел — Динамика и устойчивость движения — включены работы, в которых обсуждаются вопросы механики и динамики

движения естественных и искусственных небесных тел. С этим направлением исследований, получившим широкое развитие с началом космической эры, непосредственно связаны актуальные вопросы динамики Солнечной системы и полётов космических аппаратов, а в последние годы возрастающее внимание уделяется изучению устойчивости и хаоса в реальных астрофизических системах. Представления о стохастической динамике галактик развиваются в работе академиков А. М. Фридмана и Р. З. Сагдеева с сотр. Теоретическое моделирование подкреплено результатами анализа наблюдаемого проявления хаоса в спиральных галактиках. В статье чл.-корр. РАН В. В. Белецкого рассматривается проблема относительного поступательно-вращательного движения гравитирующих тел применительно к задаче динамики двойных астероидов, которые были открыты сравнительно недавно. Проведено исследование частных движений и их устойчивости, что служит основой для понимания эволюции орбит двойных астероидов.

Благодаря резко возросшей эффективности наземных астрономических инструментов, одним из крупных достижений стало обнаружение большого числа новых спутников диаметром в десятки километров у Юпитера, Сатурна и Урана. Вопросам эволюции далёких спутниковых орбит в системах этих планет-гигантов посвящена работа проф. М. А. Вашковьяка, основанная на анализе эволюционной задачи. Большой интерес представляет проблема миграции комет и астероидов с периферии Солнечной системы (занаптунового пояса Эджеворта–Койпера) в её внутренние области, с чем связаны оценки их захвата на орбиты, пересекающиеся с орбитой Юпитера, и вероятности соударений с планетами земной группы. Эта задача, имеющая непосредственное отношение к вопросу о происхождении и эволюции планетных атмосфер, рассмотрена в работе докт. физ.-мат. наук С. И. Ипатова. С вопросами динамики малых тел тесно связана привлекающая всё большее внимание проблема астероидной опасности и меры по её предотвращению. В статье докт. физ.-мат. наук В. В. Ивашкина и канд. физ.-мат. наук А. В. Чернова обсуждается задача выбора оптимальной траектории для полёта космического аппарата к астероиду, сближающемуся с Землёй.

Во *втором* разделе — Многокомпонентные реагирующие турбулентные среды, неравновесная кинетика — представлены работы, в основе которых лежат методы гидромеханики и кинетической теории газов. Здесь основное внимание уделено турбулентным неоднородным средам и моделированию физических процессов в разреженных слабоионизованных газах с использованием различных подходов к решению уравнения Больцмана. В работе акад. А. М. Липанова с сотр. обсуждаются вопросы теоретических исследований турбулентных дозвуковых потоков, включая определение статистических свойств турбулентности, в приложении к таким ключевым вопросам физики космоса, как перемешивание вещества, генерация и перенос магнитных полей, распространение космических лучей. Наряду с широко используемыми полуэмпирическими моделями турбулентности обсуждаются ин-

тенсивно развиваемые в последние годы методы прямого численного моделирования турбулентных течений.

К сожалению, прямое численное моделирование турбулентных течений на основе точных (мгновенных) гидродинамических уравнений сопряжено с большими математическими трудностями, а построение общей теории турбулентности из-за сложности механизмов возникновения и эволюции взаимодействующих когерентных структур вряд ли возможно. Это приводит к необходимости развития новых оригинальных макроскопических подходов к описанию турбулентности, введения адекватных физических параметров среды, установления универсальных и частных соотношений для их определения, дополняющих известные соотношения типа законов сохранения массы, энергии, количества движения и др. В работе проф. А.В. Колесниченко турбулентность, являющаяся, согласно общепринятым представлениям, процессом хаотическим, рассматривается как процесс самоорганизации, при котором часть энергии теплового хаоса (связанного с произвольными флуктуациями, происходящими на молекулярном уровне) переходит в макроскопическое организованное движение упорядоченных диссипативных структур; для моделирования развитой турбулентности предлагается использование методов синергетики. В другой работе проф. А.В. Колесниченко развиваются теоретические подходы к моделированию коэффициентов турбулентного обмена в газопылевом аккреционном диске, с чем связана важная проблема формирования протопланет у молодых звёзд солнечного типа. Важный вклад в решение этой проблемы планетной космогонии вносит развитие теории турбулентности гетерогенных сред. В свою очередь, в изучении турбулентных гетерогенных сред важную роль играют экспериментальные методы. В работе проф. А.Ю. Вараксина приводятся результаты моделирования турбулентных потоков воздуха, несущих твёрдые или жидкие частицы, которые широко распространены в природе (туманы, дожди, пылевые бури, лесные пожары, извержение вулканов и др.).

Большое внимание уделяется вопросам решения кинетических уравнений и получаемым на их основе результатам. В работе проф. В.В. Веденяпина с сотр. обсуждается активно изучаемая в последние годы проблема использования разных дискретных аналогов уравнения Больцмана для моделирования различных физических процессов в газах, рассматривается также важный вопрос точной консервативности дискретных кинетических моделей. Другая работа проф. В.В. Веденяпина с сотр. посвящена актуальной проблеме динамики частиц с неоднородными поверхностными свойствами в газовом потоке. Работа докт. физ.-мат. наук В.И. Шематовича посвящена проблеме построения численных моделей разреженного реагирующего газа путём введения физико-вероятностных аналогов кинетического уравнения Больцмана, эффективно используемых при стохастическом моделировании неравновесных аэрономических процессов в планетных атмосферах. Приводятся конкретные примеры исследования таких процессов в верхних атмосферах планет земной группы. В работе кандидатов физ.-мат.

наук Г.И. Змиевской, Т.В. Левченко и В.Д. Левченко рассматриваются вопросы стохастического моделирования флуктуационной стадии высокотемпературного блистеринга с использованием кинетических уравнений в форме Фоккера–Планка.

Третий раздел — Солнечная система, Луна и планеты, космогония — представлен работами, посвящёнными проблемам физики планет, морфологии их поверхностей и геологии, моделированию комет, физическим свойствам гелиосферы. В работе акад. Г.С. Голицына дано статистическое описание рельефа поверхности планеты и его эволюции на основе аналогии процессов формирования рельефа со случайными движениями броуновской частицы в молекулярной теории газов. Основанием служит наблюдаемая обратно квадратичная форма пространственного спектра рельефа поверхности, что указывает на стохастическую природу процесса. Оценены дисперсия рельефа и среднеквадратичная разность высот, отвечающие определённой временной шкале формирования особенностей морфологии поверхности планеты, и потребная для этого мощность.

В статье проф. В.В. Шевченко обсуждается одна из нерешённых проблем природы Луны, касающаяся происхождения диффузных структур (альбедных аномалий) на её поверхности, которые коррелируют с наиболее крупными магнитными аномалиями. В работе докт. физ.-мат. наук Л.В. Ксанфомалити даётся обстоятельный обзор современных представлений о природе Меркурия, интерес к которому в последние годы сильно возрос, и приводятся оригинальные высококачественные изображения поверхности планеты, полученные автором путём новейших астрономических наблюдений. Работа докт. геол.-минер. наук А.Т. Базилевского и д-ра Дж.У. Хэда посвящена детальному анализу основных черт геологической истории Венеры по результатам фотogeологического картирования планеты и анализа популяции ударных кратеров на её поверхности, в основе которого лежат результаты радиолокационной съёмки с аппаратов «Венера-15, 16» и «Магеллан». В работе ст. н. сотр. В.П. Шари рассматриваются методы и результаты математического моделирования лучистых тепловых потоков в нижней атмосфере Венеры, с которыми связано формирование необратимого парникового эффекта и необычайно высокой температуры поверхности этой планеты. Большое внимание уделяется в последние годы вопросам моделирования физических свойств комет как носителей первичного вещества, из которого формировались планеты и их спутники, а также в связи с предстоящими полётами к этим телам космических аппаратов. В работе канд. физ.-мат. наук Ю.В. Скорова приводятся результаты разработки кинетических моделей и параллельных алгоритмов для их численной реализации на суперкомпьютерах. Это позволяет изучать перенос вещества и энергии в пористом кометном ядре, формирование приповерхностного (кнудсеновского) слоя и газопылевой комы.

Значительный прогресс достигнут за последние десятилетия в решении фундаментальной проблемы планетной космогонии, чему способствовало открытие газопылевых дисков у многих молодых звёзд

и внесолнечных планет, число которых к настоящему времени превысило сотню. В работе докт. физ.-мат. наук Е.Л. Рускол рассматриваются теоретические подходы, развивающие представления О.Ю. Шмидта–В.С. Сафронова о самых начальных стадиях формирования планетоподобных тел и последующих этапах их эволюции. В работе докт. физ.-мат. наук В.Н. Жаркова обсуждаются проблемы геофизической космогонии на основе представлений о том, что модели внутреннего строения Земли, планет и спутников являются важнейшими граничными условиями в космогонической проблеме. В статье докт. физ.-мат. наук И.В. Веселовского рассматриваются вопросы исследований межпланетной среды, для чего используются безразмерные масштабные параметры, и одновременно формулируется ряд актуальных нерешённых вопросов физики гелиосферной плазмы.

Наконец, в *четвёртом* разделе — Космические технологии, перспективные проекты — приведены некоторые примеры практического использования космоса в интересах рационального природопользования, использования факторов космической среды для получения материалов с уникальными свойствами, применения прогрессивных технологий и новых технических средств для осуществления полётов к планетам и малым телам Солнечной системы. Особое внимание уделено обсуждению современного состояния и тенденций развития отечественных исследований в области космической технологии и материаловедения. В работе акад. В.С. Авдуевского и проф. В.И. Полежаева основной упор сделан на концептуальных вопросах механики невесомости, включающих исследование физических основ гравитационной чувствительности процессов фазовых переходов, получения особо чистых материалов, выращивания кристаллов и др. От этих исследований зависит формулирование требований к микрогравитационной среде при проведении экспериментов в космосе, в том числе на Международной Космической Станции, и ответ на вопрос о преимуществах космического материаловедения над земными технологиями. Указанные проблемы обсуждаются также в другой работе акад. В.С. Авдуевского с сотр. с учётом почти тридцатилетнего опыта проведения многих сотен разнообразных экспериментов на отечественных автоматических и пилотируемых космических аппаратах. В работе докт. физ.-мат. наук Т.А. Сушкевич обсуждаются информационно-математические проблемы космического землеведения, играющие всё возрастающую роль при оперативном использовании огромных информационных массивов с целью решения многочисленных прикладных задач.

Особый интерес представляет работа акад. В.С. Авдуевского с сотр., посвящённая новому космическому проекту «Фобос-Грунт», который предназначен для забора грунта с поверхности спутника Марса Фобос и доставки его на Землю в период 2007–2010 гг. В статье подробно описывается сам космический аппарат и его научная задача, приводятся основные технические характеристики, схема полёта к Марсу–Фобосу и возвращения к Земле. Вопросы использования электрореактивных двигателей малой тяги на основе солнечной энер-

гетики, являющиеся одним из ключевых элементов проекта, и возникающие в связи с этим проблемы, в частности, обеспечения устойчивой радиосвязи с аппаратом, обсуждаются в сопутствующей статье чл.-корр. РАН Г.А. Попова с сотр. Важно подчеркнуть, что основой проекта «Фобос-Грунт» служит базовый модуль, создаваемый с использованием самых передовых современных технологий и обеспечивающий, наряду с забором грунта с Фобоса, полёты к кометам, астероидам и решение многих астрофизических и прикладных задач.

Данная коллективная монография является во многих отношениях уникальным изданием, освещающим с единых позиций наиболее актуальные современные проблемы космических исследований и лежащий в их основе комплекс теоретических вопросов. Книга, естественно, не претендует на полноту охвата разнообразных направлений, так или иначе связанных с проблемами механики и физики космоса, или обстоятельный обзор данных направлений. Её задача — дать читателю возможность на конкретных примерах ознакомиться с состоянием знаний в этой бурно развивающейся области и составить представления о впечатляющих результатах исследований и развиваемых модельных подходах. Книга, несомненно, будет полезна как специалистам разного профиля, связанным с исследованием природных сред, так и более широкому кругу читателей, интересующихся вопросами изучения космического пространства.

Авторский коллектив с удовлетворением отмечает, что многие исследования, нашедшие отражение в монографии, были инициированы М.Я. Маровым или проводились при его непосредственном участии. Среди его учеников — доктора и кандидаты наук, успешно работающие во многих областях современной науки и техники. Мы выражаем уверенность в том, что наше многолетнее и плодотворное творческое сотрудничество с юбилеем будет продолжаться ещё многие годы.

Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований.

18 февраля 2003 г.

Академик *В.С. Авдеевский*
Профессор *А.В. Колесниченко*

Часть I

ДИНАМИКА
И УСТОЙЧИВОСТЬ
ДВИЖЕНИЯ

НАБЛЮДАЕМЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ХАОСА В СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИКАХ

А. М. Фридман^{1,2}, *Р. З. Сагдеев*³, *О. В. Хоружий*^{1,4}, *Е. В. Поляченко*¹

¹ Институт астрономии РАН, Москва.

² Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга, Москва.

³ Мэрилендский университет, США.

⁴ ГНЦ ТРИНИТИ, г. Троицк, Московск. обл.

С целью изучения динамических свойств газового диска спиральной галактики NGC 3631 были вычислены характеристические показатели Ляпунова для различных семейств линий тока. Они оказались положительными для траекторий вблизи сепаратрис гигантских вихрей и седловых точек поля скоростей галактики. Результат вычислений не зависит от метода расчёта: оба метода — как вычисление по двум траекториям, так и использование линеаризованного уравнения — дают идентичные результаты. Значения показателей Ляпунова в газовом диске спиральной галактики NGC 3631 не зависят от римановой метрики, что согласуется с известной математической теоремой Оселедца. Спектры коэффициентов растяжения для тех же траекторий оказались зависящими от метрики. Последний результат, полученный при анализе реального галактического диска, подтверждается на примере классических моделей.

Введение

Основная задача данной статьи состоит в демонстрации факта, что результаты анализа наблюдаемого поля скоростей галактического диска могут быть источником нашего понимания стохастической динамики галактик.

Эта задача имеет отношение скорее к газовому, а не к звёздному диску. Несмотря на очевидный прогресс в измерениях полей лучевых скоростей звёздных дисков, наше представление о стохастической динамике галактик складывается почти целиком из анализа теоретических моделей. Причина того, что информация, извлекаемая из наблюдательных данных по полям лучевых скоростей, более чем скромна, заключается в следующем.

Как правило, в галактиках отдельные звёзды не разрешаются. Используя анализ абсорбционных линий, можно измерить поле лучевых скоростей звёзд, усреднённое по некоторой малой пространственной области. Траектория этой области звёздного диска может существенно отличаться от траекторий самих звёзд в данной области. Так, например, звёздный бар вращается твердотельно, в то время как звёздные орбиты в баре могут быть запутанными и сильно отличаться от про-

стого вращения. Такое поведение типично для бесстолкновительных самогравитирующих систем.

Используя наблюдательные данные, можно построить гравитационный потенциал как функцию координат. Однако изменение потенциала в пределах ошибок измерения часто приводит к превращению регулярных звёздных орбит в хаотические и наоборот.

Поле лучевых скоростей газового диска на первый взгляд также не может быть напрямую использовано для изучения стохастической динамики диска. Однако использование метода восстановления трёхмерного поля скоростей из наблюдаемого поля лучевых скоростей [1, 2] позволяет (путём вычисления характеристических показателей Ляпунова) определить регулярные и хаотические траектории [3].

Как хорошо известно (см., напр., [4]), показатели Ляпунова вычисляются для траекторий в фазовом пространстве, тогда как метод восстановления [1, 2] даёт трёхмерное поле скоростей в координатном пространстве. Это позволяет получить поведение траекторий в координатном, а не в фазовом пространстве. Данное затруднение, однако, можно преодолеть. Как показано в [5], гидродинамические уравнения, описывающие трёхмерный стационарный несжимаемый поток, сводятся к нестационарным динамическим уравнениям в двумерном фазовом пространстве, т.е. проблема анализа траекторий в трёхмерном стационарном несжимаемом потоке эквивалентна рассмотрению динамической системы в двумерном фазовом пространстве. Таким образом, обе системы могут демонстрировать как регулярное, так и хаотическое поведение. То же справедливо и для сжимаемого трёхмерного стационарного потока [6]. Идея преобразования состоит в следующем.

Стационарный трёхмерный поток описывается набором уравнений

$$\frac{dx}{dt} = v_x(x, y, z), \quad \frac{dy}{dt} = v_y(x, y, z), \quad \frac{dz}{dt} = v_z(x, y, z), \quad (1)$$

который можно переписать в следующем виде:

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} = dt, \quad (2)$$

и далее

$$\frac{dx}{dz} = \frac{v_x}{v_z} \equiv f_1(x, y, z), \quad \frac{dy}{dz} = \frac{v_y}{v_z} \equiv f_2(x, y, z). \quad (3)$$

Последние уравнения показывают, что мы имеем дело с «нестационарной» задачей для динамической системы в двумерном фазовом пространстве (x, y) , где z играет роль времени τ

$$\frac{dx}{d\tau} = f_1(x, y, \tau), \quad \frac{dy}{d\tau} = f_2(x, y, \tau). \quad (4)$$

Данные уравнения описывают динамические системы, в которых могут сосуществовать устойчивые и неустойчивые траектории. Как показано выше (и в [5, 6]), это отвечает возможности сосуществования устойчивых и неустойчивых линий тока в трёхмерном координатном пространстве.

1. Восстановленное поле скоростей спиральной галактики NGC 3631

На рис. 1 показано восстановленное поле скоростей галактики NGC 3631¹⁾ в плоскости галактики с наложенными линиями постоянной фазы вертикальных (перпендикулярных к плоскости диска) скоростей.

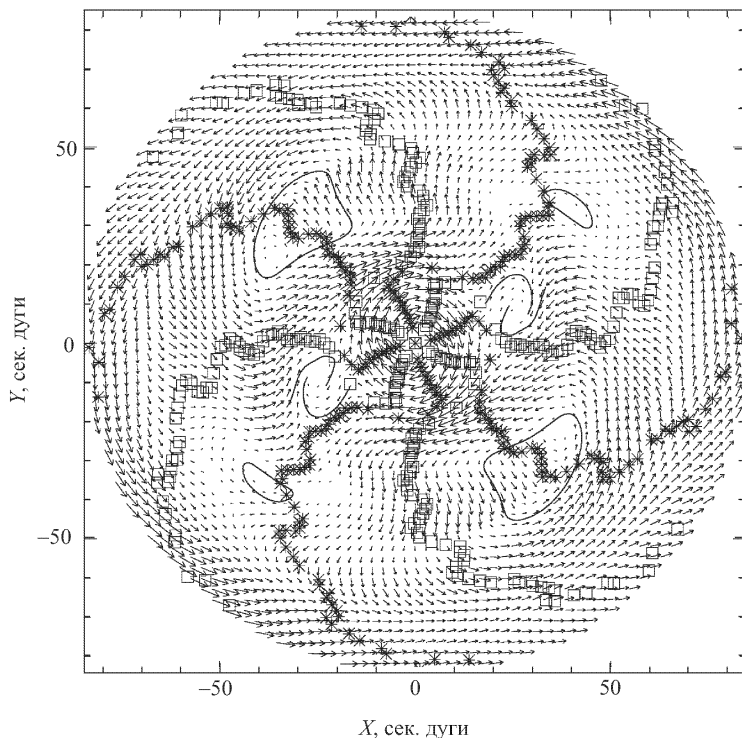


Рис. 1. Восстановленное поле скоростей NGC 3631 в плоскости галактики и наложенные линии постоянных фаз вертикальных движений. Квадратами отмечены азимутальные максимумы абсолютных значений вертикальной скорости газа для каждого радиуса. Звёздочками показаны положения нулей вертикальных скоростей. Тонкие линии обозначают положение вихрей — антициклонов (верхний левый и правый нижний) и циклонов

¹⁾ Решение некорректно поставленной задачи восстановления трёхкомпонентного поля скоростей из наблюдаемого поля лучевых скоростей газовых дисков галактик с хорошо определённой спиральной структурой описано в работах [1, 2, 7, 8] и обзоре [9].

Как следует из наблюдений, газовые диски спиральных галактик (набор характеризующих их основных параметров) лежат вблизи границы устойчивости [10]. Этот факт довольно естествен: в процессе развития неустойчивости дисперсия скоростей возрастает, и диск достигает границы неустойчивости [9]. Поскольку неустойчивость, генерирующая спиральные рукава и вихри насыщена, трёхмерное движение газа должно быть квазистационарно в системе отсчёта, вращающейся с волной плотности. Это означает, что траектории совпадают с линиями тока в трёхмерном координатном пространстве. Вблизи областей нулевых вертикальных движений каждая жидкая «частица» принимает участие лишь в двумерном движении и, следовательно, траектории должны совпадать с их двумерными линиями тока.

Если вихрь лежит в области двумерных движений, жидкие частицы, захваченные вихрем, отделены от пролётных (не захваченных) сепаратрисой — последней замкнутой линией тока, охватывающей центр

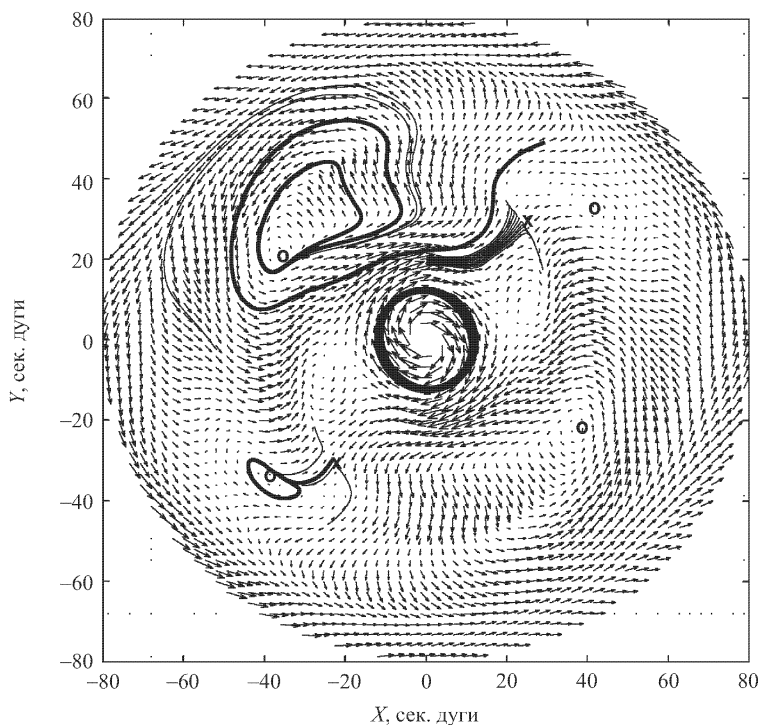


Рис. 2. Расходящиеся траектории вблизи сепаратрис вихрей и пучок траекторий вблизи седловой точки, наложенные на восстановленное двумерное поле скоростей. Жирные сплошные линии показывают траектории, которые используются для вычисления стохастических характеристик вблизи вихрей. «o»-Символы обозначают положение центров вихрей, «x»-символы — положение седловых точек. В центре диска показана регулярная траектория

вихря. Как можно видеть на рис. 1, вихри с центрами, лежащими вблизи нулевых вертикальных движений ($V_z = 0$), окружены замкнутыми сепаратрисами. Два циклона, расположенные далеко от фазы нулевых движений, не имеют четкой замкнутой сепаратрисы в двумерных линиях тока. Эти факты можно рассматривать как свидетельство реальной трёхмерности поля скоростей газового диска. В целом структура восстановленного поля скоростей, показанная на рис. 1, согласуется с предположением о её квазистационарности.

Помимо сепаратрис, окружающих вихри, двумерное поле скоростей в плоскости галактики содержит седловые точки (отмеченные крестами на рис. 2). Выбирая начала линий тока вблизи сепаратрис или вблизи седловой точки, можно видеть, что эти линии тока расходятся. Интересно поставить вопрос о скорости расхождения траекторий: является ли эта скорость экспоненциальной или нет, т.е. другими словами, линии тока хаотические или регулярные. Для ответа на этот вопрос необходимо вычислить показатели Ляпунова.

2. Вычисление характеристических показателей Ляпунова

Под хаосом подразумевают быстрое перемешивание, которое возникает вследствие быстрой (экспоненциальной) расходимости близких траекторий. Рассмотрим две первоначально близкие точки на расстоянии d_0 друг от друга. Спустя некоторое время t они окажутся на расстоянии $d(t)$. Экспоненциальная расходимость траекторий означает, что

$$d(t) \sim d_0 e^{\lambda t}, \quad (5)$$

где усреднённый за большой промежуток времени показатель степени $\lambda > 0$ есть (максимальный) показатель Ляпунова; он характеризует степень экспоненциальной расходимости в пределе $t \rightarrow \infty$ и $d_0 \rightarrow 0$. Иными словами, показатель Ляпунова определяется двойным пределом [4]:

$$\lambda = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ d_0 \rightarrow 0}} \frac{1}{t} \ln \frac{d(t)}{d_0}. \quad (6)$$

Можно показать, что этот предел существует и одинаков почти для всех взаимных ориентаций первоначально выбранных точек. Лишь для некоторых взаимных ориентаций предел (6) будет меньше максимального значения. Ниже мы будем рассматривать ситуацию общего положения и опускать термин «максимальный» для показателя Ляпунова (подробнее см. [4]).

Предел $d_0 \rightarrow 0$ означает, что показатель Ляпунова является характеристикой локального поведения векторного поля вблизи одной траектории. Это позволяет легко получить линеаризованное уравнение, описывающее непосредственно эволюцию вектора $w(t)$, который

соединяет точки на двух близких линиях тока [4]:

$$\frac{dw}{dt} = M(\zeta(t))w(t), \quad (7)$$

где матрица $M(\zeta) = \partial V / \partial \zeta$ — матрица Якоби поля скоростей V .

При экспоненциальном увеличении расстояния возникают компьютерные проблемы, связанные с точностью представления малых чисел и переполнением. Для преодоления этих проблем Касартели и др. [11] предложили разбивать время эволюции на несколько интервалов, перенормируя вектор w в конце каждого интервала. Этот приём позволяет удобно обращаться с пределом $t \rightarrow \infty$. Задав небольшой шаг времени ΔT , будем перенормировать вектор $w(t)$ после каждого шага

$$w_1(0) = w(0), \quad w_{i+1}(0) = w_i(\Delta T) \frac{d_0}{d_i}, \quad (8)$$

где d_i — длина вектора $w_i(\Delta T)$. Тогда приближение

$$\lambda^{(n)} = \frac{1}{n\Delta T} \sum_{i=1}^n \ln \frac{d_i}{d_0} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \quad (9)$$

в пределе $n \rightarrow \infty$ совпадает с (6). Величина

$$a_i = \frac{1}{\Delta T} \ln \frac{d_i}{d_0} \quad (10)$$

называется коэффициентом растяжения или локальным показателем Ляпунова.

Заметим, что использованная в (8), (9) нормировка векторов w_i на его длину в нулевой момент времени не единственно возможная — существенно лишь сохранение направления вектора. В случае произвольной нормировки аргумент каждого слагаемого в сумме (9) нужно заменить на $d_i/d_i^{(0)}$, где $d_i^{(0)}$ — длина вектора $w_i(0)$. Такая возможность есть следствие линейности уравнения (7).

Вычисление показателя Ляпунова для траекторий в реальных системах осложнено тем, что векторное поле не задано *a priori*, а находится путём измерения и использования дополнительных моделей. Перечислим основные трудности, характерные для поля скоростей галактики NGC 3631 (имея в виду квазистационарность поля):

1) наличие случайных и систематических ошибок измерения радиального поля скоростей, приводящее к погрешности определения трёхмерного поля скоростей;

2) наличие минимального расстояния $d_{\min}$ между двумя траекториями, связанное с конечным пространственным разрешением измерений δ , $d_{\min} \geq \delta$;

3) отношение характерной величины R_{ch} вариации поля скоростей к пространственному разрешению δ не очень велико, для некоторых областей $R_{\text{ch}} \simeq \delta$;

4) поле скоростей обрезано по краям, т. е. имеется лишь поле скоростей в наиболее ярких областях галактики.

Используемое нами векторное поле скоростей сглажено подходящими полиномиальными функциями и не содержит случайных ошибок. Систематические ошибки, связанные, например, с неточным определением основных параметров галактического диска, по возможности устраняются привлечением фотометрических данных.

Вторая, третья и четвёртая трудности ограничивают максимально допустимую длину траектории (максимальное время T вычисления показателя Ляпунова). Во-первых, траектория может достигнуть края области, где определено поле скоростей. Во-вторых, траектория может пройти через область, где характерный размер изменения поля скоростей порядка пространственного разрешения данных $R_{\text{ch}} \simeq \delta$, где уравнение (7) неприменимо.

В связи с невозможностью осуществить переход $T \rightarrow \infty$ возникает вопрос о достоверности оценки показателя λ . Исходя из физического определения (5), можно ожидать, что величина λ определена достаточно надёжно, если $d(T) \gg d_0$. Это означает, что формула

$$\lambda(T) = \frac{1}{T} \ln \frac{d(T)}{d_0} \quad (11)$$

даёт хорошую оценку показателя Ляпунова при условии

$$\xi \equiv T\lambda(T) \gg 1. \quad (12)$$

В некоторых ситуациях траектории оказываются очень короткими, так что (12) не выполняется. В таком случае рассматривают не одну траекторию, а целое семейство, состоящее из N близких траекторий. Показатель Ляпунова для семейства траекторий вычисляется по формуле

$$\lambda^{(n)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \lambda_k^{(n)}, \quad (13)$$

где $\lambda_k^{(n)}$ вычисляется стандартно с учётом (9) (при этом k -я траектория используется в качестве основной); N — полное число основных траекторий.

Условие (12) нужно тогда заменить на

$$\eta \equiv N\xi = NT\lambda(T) \gg 1. \quad (14)$$

Описанный выше способ вычисления показателя Ляпунова с помощью линеаризованного уравнения требует вычисления матрицы Якоби M , элементами которой являются градиенты компонент скорости. Численный расчёт градиентов скорости может привести к появлению значительных ошибок при интегрировании¹⁾, поэтому мы использо-

¹⁾ Как оказалось, для исследуемого поля скоростей можно добиться хорошей точности вычисления λ с помощью линеаризованного уравнения (7). При использовании достаточно гладкой интерполяции векторного поля оба метода дают идентичные результаты.

вали метод расчёта показателя Ляпунова по двум траекториям, проиллюстрированный на рис. 3. Отличие данного метода от описанного выше состоит лишь в способе вычисления эволюции вектора $w(t)$. Задав количество шагов по времени n , мы вычисляем траектории, начинающиеся в точках ζ_0 и $\zeta_0 + w_1(0)$, на протяжении времени $\Delta T = T/n$. Далее перенормируем вектор $w_1(\Delta T)$ по формуле (8) и найдём новую начальную точку для вспомогательной траектории. После выполнения n шагов оценка для показателя Ляпунова вычисляется по прежней формуле (9).

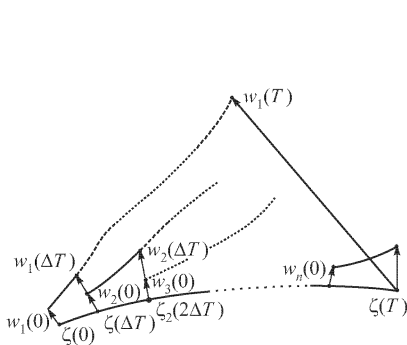


Рис. 3. Метод вычисления показателя Ляпунова по двум траекториям. Основная траектория — нижняя сплошная кривая; несколько вспомогательных траекторий показаны короткими сплошными линиями. Дальнейший ход вспомогательных кривых обозначен пунктирной линией

Для вычисления показателя Ляпунова необходимо определить риманову метрику d . Общий вид метрики, используемый нами в данной работе

$$d(w) \equiv \sqrt{g_1 x^2 + g_2 y^2}, \quad (15)$$

зависит от двух постоянных положительных коэффициентов g_1 и g_2 (x и y — компоненты вектора w). Для краткости будем обозначать различные метрики указанием этих коэффициентов: (g_1, g_2) . Например, часто используемая метрика $d \equiv \sqrt{x^2 + y^2}$ записывается в виде (1, 1).

Рис. 4 показывает поведение $\lambda^{(i)}$ от $i\Delta T/T_0$ ($T_0 = 7,5 \cdot 10^7$ лет) для различных n , вычисленное для основной траектории вблизи сепаратрисы антициклона (показана жирной линией на рис. 2). Для этой траектории $\lambda^{(n)} = 0,87 T_0^{-1}$ и $\xi = 9,57$. Как следует из рисунка, поведение $\lambda^{(i)}$ слабо зависит от числа n шагов по времени вдоль траектории. Начальное расстояние d_0 принято равным 1,4 сек. дуги, т. е. порядка углового разрешения измерений.

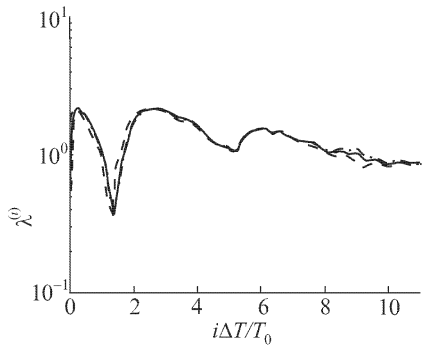


Рис. 4. Зависимость $\lambda^{(i)}$ от $i\Delta T/T_0$ для различного числа шагов n , вычисленная для основной траектории вблизи сепаратрисы антициклона: $n = 10000$ (сплошная линия), $n = 1000$ (штрихпунктирная линия); $n = 100$ (пунктирная линия)

Мы обнаружили, что для данного поля скоростей показатель Ляпунова практически не меняется с уменьшением начального отклонения d_0 . Это можно видеть из рис. 5, где показана зависимость $\lambda^{(i)}$ для различных начальных отклонений d_0 . Такая нечувствительность означает, что отклонение $d_0 \sim \delta$ достаточно хорошо удовлетворяет условию $d(T) \ll R_{\text{ch}}$, выполнение которого необходимо при вычислении λ .

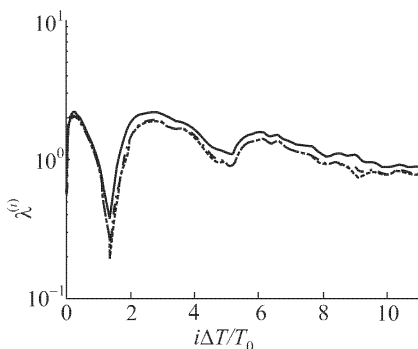


Рис. 5. Зависимость $\lambda^{(i)}$ для различных начальных отклонений d_0 : 1,4 (сплошная линия), 0,14 (штрихпунктирная линия), 0,014 (пунктирная линия) сек. дуги

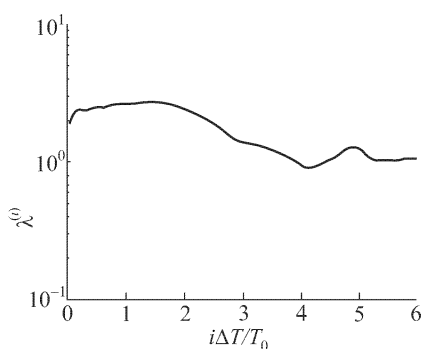


Рис. 6. Поведение $\lambda^{(i)}$, вычисленной для основной траектории вблизи сепаратрисы циклона

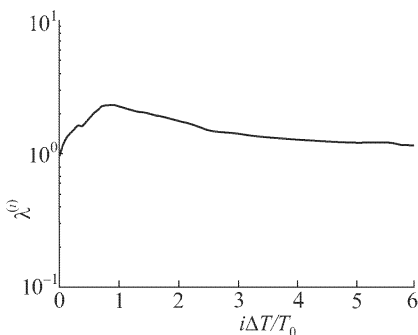


Рис. 7. Зависимость $\lambda^{(i)}$ для семейства близких траекторий около седловой точки

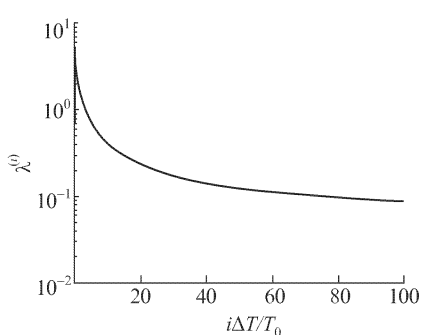


Рис. 8. Зависимость $\lambda^{(i)}$ для регулярной траектории около галактического центра

Для траектории вблизи сепаратрисы циклона мы получили, используя метрику $(1, 1)$, $\lambda^{(n)} = 1,04T_0^{-1}$ (рис. 6) и $\xi = 6,24$ (для метрики $(1, 0)$ $\lambda^{(n)} = 1,0884T_0^{-1}$, для метрики $(0, 1)$ $\lambda^{(n)} = 0,8892T_0^{-1}$).

Из-за довольно коротких траекторий в окрестности седловой точки необходимо рассматривать не одну траекторию, а семейство близких

траекторий. Мы взяли $N = 10$ начальных точек, расположенных равноудалённо на оси ординат между $y = 18,5''$ и $y = 20,5''$ (см. рис. 2). Зависимость $\lambda^{(i)}$, вычисленная по формуле (13), представлена на рис. 7. Оценка показателя Ляпунова $\lambda = 0,79T_0^{-1}$. Принимая во внимание, что $T = 2T_0$ и $N = 10$, можно получить $\eta = 15,8$, т. е. результат вполне достоверный.

Как следует из рис. 4–7, показатели Ляпунова для траекторий вблизи антициклона, циклона и седловой точки положительны, т. е. траектории хаотические. На рис. 8 можно видеть пример $\lambda \approx 0$ для траектории около центра галактики. Эта траектория регулярна.

Теорема Оселедце [14] утверждает, что показатель Ляпунова не должен зависеть от римановой метрики. Этот результат практически воспроизводится для рассмотренной реальной системы (см. рис. 4). Вблизи сепаратрисы антициклона для метрики $(1, 1)$ $\lambda^{(n)} = 0,8768T_0^{-1}$, для метрики $(1, 0)$ $\lambda^{(n)} = 0,8931T_0^{-1}$, для метрики $(0, 1)$ $\lambda^{(n)} = 0,8513T_0^{-1}$.

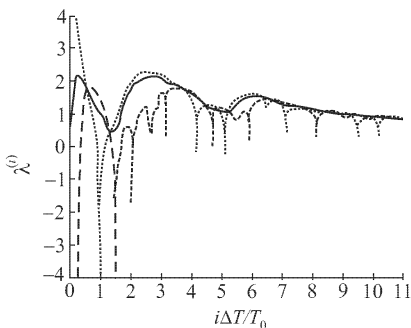


Рис. 9. Зависимости $\lambda^{(i)}$ от $i\Delta T/T_0$ для траектории вблизи сепаратрисы антициклона, вычисленные для различных метрик: $(1, 1)$ — сплошная линия, $(1, 0)$ — штриховая линия, $(0, 1)$ — пунктирная линия. Число шагов по времени $n = 1000$

3. Спектр коэффициентов растяжения

Используя определение (10) коэффициентов растяжения ^{2}), найдём спектр этой величины вдоль траектории. По определению, спектр равен [12, 13]

$$S(a, x_0, y_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \frac{dn(a)}{da}, \quad (16)$$

где $dn(a)$ — число коэффициентов растяжения a_i , попадающих в интервал $(a, a + da)$.

Спектры хаотических и регулярных траекторий, вычисленные с использованием разных метрик, показаны на рис. 10–13. Как видно из

¹) Согласно определению, метрики $d > 0$ только в случае $x = 0$ и $y = 0$, поэтому метрические коэффициенты должны быть строго положительны. В случае метрик $(1, 0)$ и $(0, 1)$ мы подразумеваем, что соответствующие коэффициенты близки к нулю, но остаются строго больше нуля.

²) В данной работе мы следуем терминологии, впервые введённой Оселедцем [14]. В [15] ту же величину называют «локальным показателем Ляпунова».

рисунков, спектры не инвариантны по отношению к изменению метрики. Этот факт очень интересен, поскольку показатель Ляпунова является первым моментом спектра коэффициентов растяжения

$$\lambda = \int a S(a) da, \quad (17)$$

но сам показатель Ляпунова, как было показано выше, сохраняет инвариантность по отношению к изменению метрики.

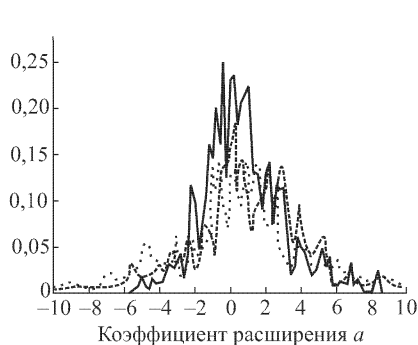


Рис. 10. Спектр для хаотической траектории в окрестности антициклона (см. рис. 2), вычисленный для различных метрик: (1, 1) — сплошная линия, (1, 0) — штриховая линия, (0, 1) — пунктирная линия. Число шагов по времени $n = 1000$

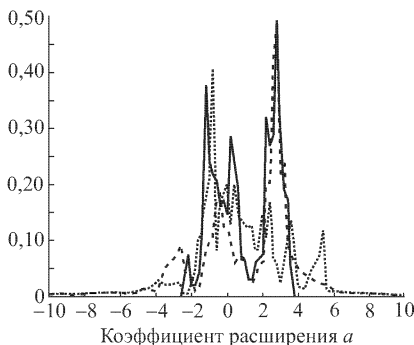


Рис. 11. Спектр для хаотической траектории в окрестности циклона (см. рис. 2), вычисленный для различных метрик: (1, 1) — сплошная линия, (1, 0) — штриховая линия, (0, 1) — пунктирная линия. Число шагов по времени $n = 1000$

Различие спектров понять очень легко. Предположим, что на шаге i вектор $w_i(\Delta T)$ оказался почти параллельным оси ординат. Тогда коэффициент растяжения a_i , вычисленный с использованием метрики (1, 1), может быть больше нуля, тогда как с помощью метрики (1, 0) мы получим $d_i \approx 0$ и соответствующий ей большой отрицательный коэффициент a_i . Именно выстраиванием векторов w_i параллельно координатным осям объясняется наличие широких крыльев при $a \rightarrow \pm\infty$ в форме спектров, найденных с помощью метрик (1, 0) и (0, 1).

Для того, чтобы понять причину независимости показателя Ляпунова (доказательство общей теоремы содержится в [14]), рассмотрим две произвольные метрики (g_1, g_2) и $(\bar{g}_1, \bar{g}_2)$. Прежде всего заметим, что существуют такие постоянные C и $\bar{C}$, что для произвольного вектора w

$$C_1 \bar{d}(w) \leq d(w) \leq C_2 \bar{d}(w),$$

$$C_1 \leq \frac{\min(g_1, g_2)}{\max(\bar{g}_1, \bar{g}_2)}, \quad C_2 \geq \frac{\max(g_1, g_2)}{\min(\bar{g}_1, \bar{g}_2)}.$$

Обозначим λ и $\bar{\lambda}$ показатели Ляпунова, полученные с помощью метрик d и $\bar{d}$ соответственно. Тогда

$$\frac{1}{T} \left(\ln \frac{d(w(t))}{d(w_0)} - \ln \frac{\bar{d}(w(t))}{\bar{d}(w_0)} \right) = \frac{1}{T} \left(\ln \frac{d(w(t))}{d(w_0)} \frac{\bar{d}(w_0)}{\bar{d}(w(t))} \right) \leq \frac{1}{T} \ln \frac{C_2}{C_1}.$$

Итак, мы получили ограничение на разность λ и $\bar{\lambda}$

$$|\lambda - \bar{\lambda}| \leq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \ln \frac{C_2}{C_1} \right| = 0.$$

Последняя формула показывает, что независимость показателя Ляпунова от метрики достигается в пределе $T \rightarrow \infty$. Таким образом, независимость от метрики для ограниченных траекторий в реальных системах является тестом на достоверность полученных оценок λ .

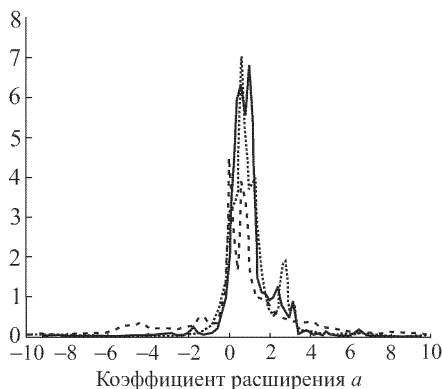


Рис. 12. Спектр для семейства хаотических траекторий в окрестности седловой точки (см. рис. 2), вычисленный для различных метрик: (1, 1) — сплошная линия, (1, 0) — штриховая линия, (0, 1) — пунктирная линия. Число шагов по времени $n = 1000$

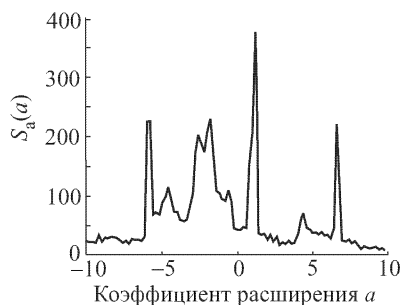


Рис. 13. Спектр для регулярной траектории вокруг центра диска (см. рис. 2), вычисленный для метрики (1, 1)

Зависимость формы спектра от метрики ранее не была известна, хотя можно проверить, что она имеет место как для реальных наблюдаемых объектов, так и для теоретических моделей. На рис. 14, 15 представлены показатели Ляпунова и спектры, вычисленные с использованием различных метрик для хорошо известных динамических моделей — стандартной модели Чирикова и странного аттрактора Лоренца. Можно видеть, что в обоих случаях показатель Ляпунова, вычисленный с использованием различных метрик, одинаков, в то время как формы спектров различны.

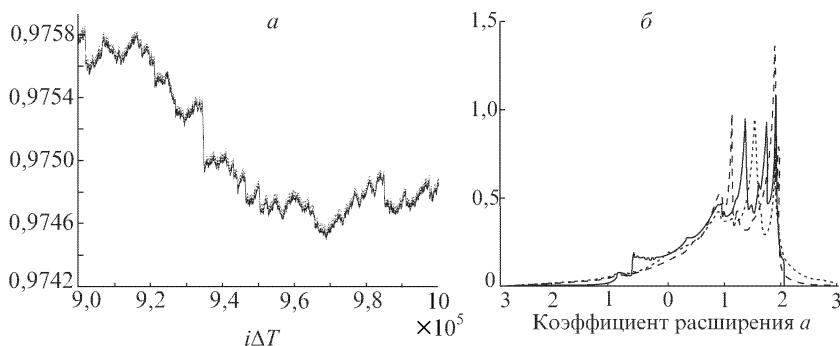


Рис. 14. Показатели Ляпунова *a*) и спектры стандартной модели Чирикова *б*), вычисленные для различных метрик: (1, 1) — сплошная линия, (0, 1) — штриховая линия, (1, 0) — пунктирная линия

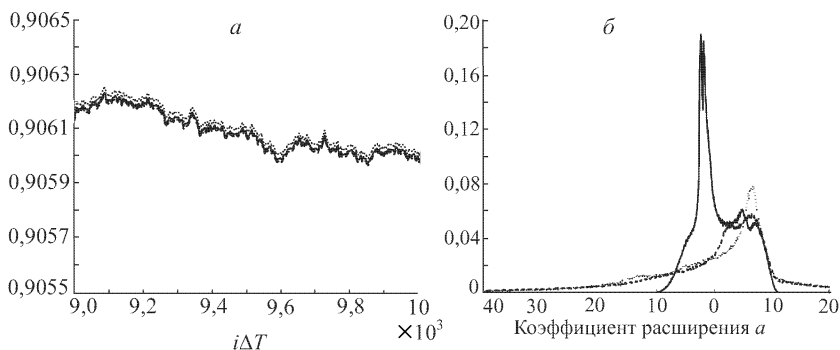


Рис. 15. Показатели Ляпунова *a*) и спектры странного аттрактора Лоренса *б*), вычисленные для различных метрик: (1, 1) — сплошная линия, (0, 1) — штриховая линия, (1, 0) — пунктирная линия

Заключение

В заключение мы резюмируем полученные динамические свойства газового диска галактики NGC 3631.

— Трёхкомпонентное поле скоростей, восстановленное из наблюдаемого поля лучевых скоростей газового диска галактики NGC 3631, стационарно, и в нём существуют как регулярные, так и хаотические траектории газа.

— Регулярные траектории наблюдаются вблизи центра диска, стохастические — вблизи седловых точек и сепаратрис гигантских вихрей, имеющих в поле скоростей.

— Тип траекторий был определён двумя методами: вычислением показателя Ляпунова по двум траекториям и с помощью линеаризо-

ванного уравнения для вектора отклонения. Оба метода дали одинаковые результаты.

— Показатели Ляпунова, полученные для реальной галактики, оказались инвариантными по отношению к изменению метрики в полном соответствии с математической теоремой Оселедеца [14].

— Впервые было продемонстрировано, что форма спектра коэффициентов растяжения зависит от использованной метрики.

Последние два вывода справедливы также и для классических динамических систем: стандартной модели Чирикова и странного аттрактора Лоренца.

Авторы благодарны В. И. Арнольду, Б. В. Чирикову, Дж. Контопулосу, Ю. А. Фридман, В. И. Оселедцу, М. И. Рабиновичу и Я. Г. Синаю за многочисленные и плодотворные обсуждения.

Эта работа была выполнена при поддержке РФФИ (проекты 02-02-16878, 03-02-17755, 03-02-06179), гранта «Ведущие научные школы» 00-15-96528 и грантов «Фундаментальные космические исследования. Астрономия» 1.2.3.1, 1.7.4.3.

Список литературы

1. *Ляхович В. В., Фридман А. М., Хоружий О. В., Павлов А. И.* Метод восстановления полного поля скоростей в газовых дисках спиральных галактик // *Астрон. Ж.* 1997. V. 74. P. 509.
2. *Fridman A. M., Khoruzhii O. V., Lyakhovich V. V. et al.* Spiral-Vortex Structure in the Gaseous Disks of Galaxies // *Astroph. Space Sci.* 1997. V. 252. P. 115.
3. *Fridman A. M., Khoruzhii O. V., Polyachenko E. V.* Observational Manifestation of Chaos in the Gaseous Disk of the Grand-Design Spiral Galaxy NGC 3631 / Ed. by A. M. Fridman, M. Ya. Marov, R. H. Miller // *Observational Manifestation of Chaos in Astrophysical Objects, International Workshop, Moscow, August 28–29, 2001* // *Space Science Rev.* 2002. V. 102. P. 51.
4. *Lichtenberg A. J., Lieberman M. A.* Regular and Stochastic Motion. — N. Y., Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1983.
5. *Zaslavsky G. M., Sagdeev R. Z., Usikov D. A., Chernikov A. A.* Weak Chaos and Quasi-Regular Patterns. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1991.
6. *Govorukhin V. N., Morgulis A., Yudovich V. I., Zaslavsky G. M.* Chaotic advection in compressible helical flow // *Phys. Rev.* 1999. V. E60, № 3. P. 2788.
7. *Fridman A. M., Khoruzhii O. V., Lyakhovich V. V. et al.* Restoring the full velocity field in the gaseous disk of the spiral galaxy NGC 157 // *Astron. Astroph.* 2001 a. V. 371. P. 538.
8. *Fridman A. M., Khoruzhii O. V., Polyachenko E. V. et al.* Gas motions in the plane of the spiral galaxy NGC 3631 // *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 2001 b. V. 323. P. 651.
9. *Fridman A. M., Khoruzhii O. V.* Progress in the study of galaxies: structures, collective phenomena and methods // *Space Science Rev.* 2002. В печати.
10. *Засов А. В., Симаков С.* Распределение газа в галактиках и гравитационная устойчивость газового диска // *Астрофиз.* 1988. V. 29. P. 190.
11. *Casartelli M., Diana E., Galgani L., Scotti A.* Numerical computations on a stochastic parameter related to the Kolmogorov entropy // *Phys. Rev.* 1976. V. A13. P. 1921.

12. *Voglis N., Contopoulos G.* Invariant spectra of orbits in dynamical systems // J. Phys. 1994. V. A27. P. 4899.
13. *Contopoulos G., Voglis N.* A fast method for distinguishing between ordered and chaotic orbits // Astron. Astroph. 1997. V. 317. P. 73.
14. *Оселедец В. И.* Мультипликативная эргодическая теорема. Характеристические показатели Ляпунова динамических систем // Труды Моск. Мат. Общ. 1968. V. 19. P. 179.
15. *Froeschlé C., Froeschlé Ch., Lohinger E.* Generalized Lyapunov characteristic indicators and corresponding Kolmogorov like entropy of the standard mapping // Cel. Mech. Dyn. Astron. 1993. V. 56. P. 307.

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ДВОЙНЫХ АСТЕРОИДОВ

В. В. Белецкий

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Проблема относительного поступательно-вращательного движения двух гравитирующих тел интерпретируется как задача динамики двойных астероидов. Рассмотрены частные движения и исследована их устойчивость.

Введение

Астрономические исследования последних десятилетий, в том числе исследования с помощью космических аппаратов, привели к революционному скачку в наших знаниях о Вселенной и Солнечной системе [1].

В частности, это относится и к изучению пояса астероидов. Оказалось, например, что у некоторых астероидов имеются собственные спутники, так что можно говорить о существовании астероидных систем [2]. Так, снимки, сделанные космическим аппаратом *Galileo* в 1994 г. показали, что у астероида (243) *Ida* есть свой спутник диаметром 1,4 км, вращающийся вокруг основного астероида на расстоянии 80 км. Этот спутник I(243) был назван *Dactyl*. Двойным оказался астероид (107) *Camilla*: вокруг основной малой планеты, имеющей диаметр 237 км, вращается спутник диаметром 8 км. У известной с 1887 г. малой планеты (45) *Eugenia* в 1998 г. был открыт спутник I(45), названный *Petit Prince*. Малая планета (762) *Pulkova* также имеет свой спутник.

Другой характерной особенностью малых планет является их «неправильная» форма, зачастую весьма далёкая от шарообразной. Упомянутая выше малая планета (243) *Ida* — первая планета, у которой был открыт спутник, — имеет веретенообразную форму; малая планета (951) *Gaspera*, как видно по снимкам с борта космического аппарата *Galileo* (1991 г.), похожа по форме на башмак или палеолитический каменный топор; ряд малых планет — (216) *Kleopatra*, (4769) *Castalia*, (433) *Eros* — имеют форму, близкую к гантелеобразной (в двух первых случаях — довольно «правильной» гантели, в третьем — «неправильной», несимметричной гантели).

Возникает вопрос о динамике относительного движения в астероидных системах. В силу неправильной формы астероидов и близкого расположения основной малой планеты и её спутника потенциал их взаимного притяжения далёк от потенциала двух притягивающихся

материальных точек, и, следовательно, их относительные орбиты далеки от кеплеровых. Теория малых возмущений к подобным системам, как правило, неприменима. Кроме того, орбитальные и вращательные движения существенно взаимосвязаны.

Однако проблема исследования относительного движения таких систем не совсем безнадёжна, и подобные задачи уже решались [3, 5].

Результаты этих работ применяются ниже к рассмотрению проблемы относительного движения двух астероидов.

1. Уравнения движения. Стационарные движения

Рассмотрим систему двух астероидов (рис. 1), один из которых представляет собой однородный или сферически симметричный по распределению плотности шар массы M_0 , а другой — произвольное

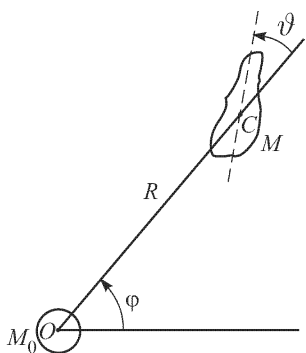


Рис. 1. Система двух гравитирующих тел

твёрдое тело массы M . Будем рассматривать относительное движение этих двух астероидов под действием взаимного притяжения, пренебрегая гравитационными возмущениями от Солнца и другими возмущениями гравитационной и негравитационной природы. В дальнейшем шарообразный астероид будем называть шаром, а другой астероид — телом. Определим положение центра масс O шара полярными координатами R, φ , а положение одной из центральных осей инерции тела относительно радиуса-вектора $\vec{R}$ — углом ϑ . Допустимо существование плоских движений системы, при которых центры масс шара и тела всегда остаются в одной неподвижной плоскости.

Это выполнено при некоторых условиях симметрии, накладываемых на потенциал взаимодействия.

Момент инерции тела относительно главной центральной оси инерции, нормальной к плоскости орбиты, обозначим B , а силовую функцию гравитационного взаимодействия тела и шара $U(R, \vartheta)$.

Определим приведённую массу $\bar{M}$, приведённый момент инерции b и приведённую силовую функцию U :

$$\bar{M} = \frac{M_0 M}{M_0 + M}, \quad U = \frac{\tilde{U}}{\bar{M}}, \quad b = \frac{B}{\bar{M}}. \quad (1)$$

Уравнения относительного движения тогда принимают вид

$$\begin{aligned} \ddot{R} - R\dot{\varphi}^2 &= \frac{\partial U}{\partial R}; & b(\ddot{\vartheta} + \ddot{\varphi}) &= \frac{\partial U}{\partial \vartheta}; \\ R^2 \ddot{\varphi} + 2\dot{R}\dot{\varphi} + b(\ddot{\vartheta} + \ddot{\varphi}) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

и имеют первые интегралы — энергии и момента количества движения

$$\dot{R}^2 + R^2 \dot{\varphi}^2 + b(\dot{\vartheta} + \dot{\varphi})^2 - 2U = h; \quad (R^2 + b)\dot{\varphi} + b\dot{\vartheta} = l. \quad (3)$$

При выполнении условий

$$\omega_0^2 = -\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} \Big|_0 > 0; \quad \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \Big|_0 = 0 \quad (4)$$

уравнения (2) имеют стационарное решение

$$\dot{\varphi} = \omega_0; \quad R = R_0; \quad \vartheta = \vartheta_0. \quad (5)$$

Второе из условий (4) связывает значения R_0 и ϑ_0 , а первое из условий определяет через эти значения величину орбитальной угловой скорости ω_0 . Возмущённое движение рассмотрим в виде

$$R = R_0 + \rho; \quad \dot{\varphi} = \omega_0 + \Delta\dot{\varphi}; \quad \vartheta = \vartheta_0 + \vartheta. \quad (6)$$

Обозначим h_0, l_0 значения интегралов (3) на стационарном движении (5) и введём интегралы

$$J_1 = h - h_0; \quad J_2 = l - l_0, \quad (7)$$

обращающиеся в нуль на невозмущённом (стационарном) движении.

Стационарное движение (5) описывает круговую радиуса R_0 траекторию центра масс C тела M относительно центра масс шара M_0 с постоянной угловой скоростью ω_0 , причём тело постоянно наклонено под углом ϑ_0 своей главной центральной осью инерции к радиусу-вектору орбиты (относительное равновесие).

Это же стационарное движение можно трактовать как вращение тела M относительно своего центра масс C с угловой скоростью ω_0 ; при этом шар M_0 играет роль «суточного спутника», находящегося от центра масс тела на постоянном расстоянии R_0 и смещённого относительно главной центральной оси тела на угол ϑ_0 . Обратимся к условиям устойчивости такого стационарного движения.

2. Устойчивость, неустойчивость и гироскопическая устойчивость стационарного движения

Необходимые условия устойчивости стационарного движения (5) совпадают с условиями устойчивости тривиального решения системы

$$\ddot{x} + a_{11}x + a_{12}y + 2\omega\dot{y} = 0, \quad \ddot{y} + a_{21}x + a_{22}y - 2\omega\dot{x} = 0. \quad (8)$$

Здесь обозначено

$$x = \rho \sqrt{\frac{b + R_0^2}{bR_0^2}}; \quad y = \vartheta \sqrt{\frac{bR_0^2}{b + R_0^2}} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{4R_0^2\omega_0^2}{b+R_0^2} - \omega_0^2 - \left. \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} \right|_0; & a_{22} &= -\frac{b+R_0^2}{bR_0^2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta^2} \right)_0 \\
 a_{12} = a_{21} = k &= -\sqrt{\frac{b+R_0^2}{bR_0^2}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R \partial \vartheta} \right)_0; & \omega &= \omega_0 \sqrt{\frac{b}{b+R_0^2}}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Достаточные условия устойчивости представляются условиями положительной определённости функции Ляпунова, которая строится из интегралов (7) возмущённого движения в виде их квадратичной связки

$$L = J_1 - 2\omega_0 J_2 + \frac{n}{R_0^2} J_2^2. \tag{11}$$

Здесь $n > 0$ — константа, строящая функцию Ляпунова. Характеристическое уравнение системы (8) имеет вид

$$\lambda^4 + a_2 \lambda^2 + a_4 = 0,$$

$$a_2 = a_{11} + a_{22} + 4\omega^2; \quad a_4 = a_{11}a_{22} - k^2. \tag{12}$$

Необходимые условия устойчивости — условия чистой мнимости всех четырёх корней уравнения (12)

$$a_2 > 0; \quad a_4 > 0; \quad a_2^2 - 4a_4 > 0. \tag{13}$$

Если нарушено хотя бы одно из неравенств (13), то исследуемое стационарное движение неустойчиво. Условия (13) распадаются на две группы условий

$$\text{I. } a_{11} > 0, \quad a_{22} > 0, \quad a_{11}a_{22} > k^2. \tag{14}$$

$$\text{II. } a_{11} < 0; \quad a_{22} < 0, \quad a_{11}a_{22} > k^2; \quad a_{11} + a_{22} + 4\omega^2 > 0; \tag{15}$$

$$(a_{11} - a_{22})^2 + 8\omega^2(a_{11} + a_{22}) + 16\omega^4 + 4k^2 > 0.$$

Необходимые условия устойчивости группы I (14) совпадают с достаточными. При выполнении (14) найдётся такое $n > 0$, что функция Ляпунова (11) положительно определена, откуда следует устойчивость рассматриваемого стационарного движения.

Группа II (15) необходимых условий устойчивости предоставляет условия гироскопической устойчивости. При $\omega = 0$ они не выполнены.

Условия (14), (15) выписаны с некоторой избыточностью, чтобы подчеркнуть, что достаточные условия устойчивости следует искать в первом квадранте плоскости (a_{11}, a_{22}) , а условия гироскопической устойчивости — в третьем квадранте.

На рис. 2 области устойчивости I и гироскопической устойчивости II изображены (заштрихованы) в плоскости a_{11}, a_{22} при фиксированном значении параметра $k^2 = a_{12}a_{21} = a_{12}^2$.

Область достаточных условий устойчивости ограничена гиперболой $a_{11}a_{22} = k^2$ и целиком лежит в первом квадранте. Область гироскопической устойчивости ограничена дугами этой гиперболы и па-

раболы, отвечающей превращению в равенство последнего из неравенств (15). В точках

$$\begin{aligned} 1. \quad a_{11} &= -\left(2\omega^2 + \sqrt{4\omega^2 - k^2}\right), \quad a_{22} = -\left(2\omega^2 - \sqrt{4\omega^2 - k^2}\right), \\ 2. \quad a_{11} &= -\left(2\omega^2 - \sqrt{4\omega^2 - k^2}\right), \quad a_{22} = -\left(2\omega^2 + \sqrt{4\omega^2 - k^2}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

парабола и гипербола касаются, а прямая $a_{11} + a_{22} + 4\omega^2 = 0$ проходит через точки (16). В результате область гироскопической устойчивости

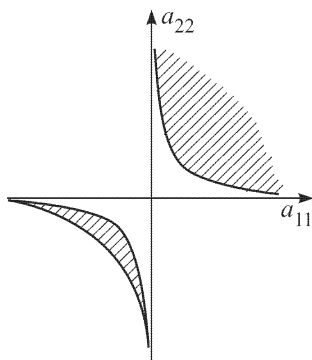


Рис. 2. Область устойчивости и гироскопической устойчивости (заштриховано) в плоскости параметров

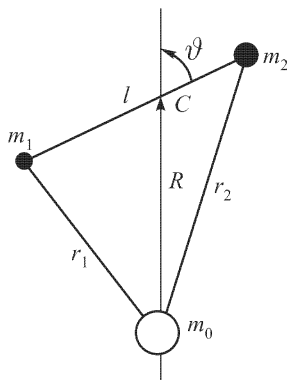


Рис. 3. Система двух тел, одно из которых — гантель

имеет вид «луночки», изображённой на рис. 2, и существует, как видно из (16), лишь при $\omega^2 > k/2$. При $k = 0$, $\omega \neq 0$ границы областей I и II имеют одну общую точку — начало координат.

3. Гантель

Рассмотрим находящуюся в поле тяготения шара гантель, которая состоит из двух материальных точек масс m_1 и m_2 , соединённых жёстким невесомым стержнем длины l (рис. 3). Вводя обозначения

$$\varkappa_1 = \frac{m_1}{M}; \quad \varkappa_2 = \frac{m_2}{M}; \quad M = m_1 + m_2; \quad \gamma = \cos \vartheta, \quad (17)$$

приведённую функцию (1) взаимодействия гантели с шаром представим в виде

$$U = \bar{\mu} \left(\frac{\varkappa_1}{\sqrt{R^2 - 2\varkappa_2 l R \gamma + \varkappa_2^2 l^2}} + \frac{\varkappa_2}{\sqrt{R^2 + 2\varkappa_1 l R \gamma + \varkappa_1^2 l^2}} \right); \quad (18)$$

$$\varkappa_1 + \varkappa_2 = 1; \quad \mu_0 = 1 + \frac{M}{M_0}; \quad \bar{\mu} = f M_0 \mu_0.$$

Здесь f — универсальная постоянная тяготения.

Иначе, как видно из обозначений рис. 3,

$$U = \mu \left(\frac{\varkappa_1}{r_1} + \frac{\varkappa_2}{r_2} \right). \quad (19)$$

Приведённый момент инерции b связан с параметрами гантели соотношением

$$b = \varkappa_1 \varkappa_2 l^2 \mu_0. \quad (20)$$

Поскольку

$$\frac{\partial U}{\partial \vartheta} = \bar{\mu} \varkappa_1 \varkappa_2 l R \sin \vartheta \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right), \quad (21)$$

для произвольного $R = R_0$ имеются два типа стационарных движений:

$$1. \quad \sin \vartheta_0 = 0 \quad (\vartheta_0 = 0, \pi), \quad (22)$$

$$2. \quad \cos \vartheta_0 = \frac{1}{2} \frac{l}{R_0} (\varkappa_2 - \varkappa_1) \quad (r_1 = r_2). \quad (23)$$

Стационарное движение (22) отвечает радиальному расположению гантели. Стационарное движение (23) при одинаковых массах на концах гантели ($\varkappa_1 = \varkappa_2$) отвечает трансверсальному расположению гантели (по касательной к орбите). Но в общем случае $\varkappa_1 \neq \varkappa_2$ гантель расположена «косо» относительно радиуса-вектора её центра масс. Однако при этом $r_1 = r_2$, т. е. массы гантели находятся на одинаковом расстоянии от центра притяжения (центра масс шара M_0).

4. Устойчивость стационарных движений гантели

В работах [3, 4] рассматривалась проблема устойчивости стационарных движений в системе «шар»–«тело», когда «тело» представляет собой несимметричную гантель с разными массами m_1 и m_2 на концах. В частности, рассматривался и случай $m_1 = m_2$ симметричной гантели (с некоторой неточностью, исправленной в работе [5]).

Здесь ограничимся этим последним случаем, как наиболее «прозрачным». Будем считать, что гантелеобразный астероид моделируется «гантелью» с равными массами $m_1 = m_2 = M/2$ на её концах, где M — полная масса гантелеобразного астероида. Тогда из (22), (23) следует, что для произвольного $R = R_0$ имеются два типа стационарных движений

$$1. \quad \sin \vartheta_0 = 0, \quad R = R_0; \quad (24)$$

$$2. \quad \cos \vartheta_0 = 0, \quad R = R_0.$$

Рассмотрим, во что превращаются в этом случае условия устойчивости (14), (15). В табл. 1 приведены значения производных от U на стационарных движениях (24). При вычислении производных принято,

что центр масс шарообразного астероида расположен вне гантелеобразного астероида. Кроме того, введены обозначения

$$\mu \triangleq f(M_0 + M); \quad \beta \triangleq \frac{l}{2R_0} \quad (25)$$

Таблица 1. Значения производных от силовой функции на стационарных движениях

	$R = R_0, \sin \vartheta_0 = 0$	$R = R_0, \cos \vartheta_0 = 0$
$\omega_0^2 = -\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R}$	$\frac{\mu}{R_0^3} \frac{1 + \beta^2}{(1 - \beta^2)^2} > \frac{\mu}{R_0^3}$	$\frac{\mu}{R_0^3} [1 + \beta^2]^{-\frac{3}{2}} < \frac{\mu}{R_0^3}$
$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}$	$\frac{\mu}{R_0^3} \frac{2(1 + 3\beta^2)}{(1 - \beta^2)^3} > 0$	$\frac{\mu}{R_0^3} \frac{(2 - \beta^2)}{(1 + \beta^2)^{5/2}} > 0$ или < 0
$\frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta^2}$	$-\frac{\mu}{R_0} \beta^2 \frac{3 + \beta^2}{(1 - \beta^2)^3} < 0$	$\frac{\mu}{R_0} 3\beta^2 (1 + \beta^2)^{-\frac{5}{2}} > 0$
$\frac{\partial^2 U}{\partial R \partial \vartheta}$	0	0

Теперь можно вычислить в явном виде величины (10) и условия устойчивости (14), (15).

1. Стационарное движение $R = R_0, \sin \vartheta_0 = 0$ — радиальное положение гантели. Из выражения для a_{22} из (10) и явного вида $\partial^2 U / \partial \vartheta^2$ из табл. 1 следует, что $a_{22} > 0$. Поскольку $\varkappa^2 \equiv 0$ (т. к. значение $\partial^2 U / \partial R \partial \vartheta$ равно нулю), условия устойчивости (14) сводятся к единственному условию $a_{11} > 0$. Вычисляя явное выражение для a_{11} согласно (10) и табл. 1, получим искомое условие устойчивости в виде

$$\frac{M}{M_0} < \frac{(1 + \beta^2)(\beta^4 - 10\beta^2 + 1)}{\beta^2(3 + 6\beta^2 - \beta^4)}. \quad (26)$$

Условие устойчивости (26) является и необходимым, и достаточным. Оно имеет физический смысл при положительной правой части. Кроме того, должно быть $\beta^2 < 1$, иначе «астероид-шар» оказывается нанизанным на «астероид-гантель».

Сформулированные два требования выполнены при $\beta < \beta_*$, где β_* — наименьший положительный корень уравнения

$$\beta^4 - 10\beta^2 + 1 = 0, \quad (27)$$

то есть

$$\beta < \beta_* = \sqrt{3} - \sqrt{2} \approx 0,318. \quad (28)$$

Это условие имеет и самостоятельный смысл как необходимое и достаточное условие устойчивости радиального расположения астероида-гантели, масса M которого пренебрежимо мала по сравнению с массой M_0 астероида-шара, так что $M/M_0 \sim 0$.

В общем случае замена в (26) знака неравенства на знак равенства даёт уравнение границы области необходимых и достаточных условий устойчивости в пространстве параметров β , M/M_0 для рассматриваемого случая радиального расположения гантели.

2. Стационарное движение $R = R_0$, $\cos \vartheta_0 = 0$ — трансверсальное положение гантели. Из выражения для a_{22} из (10) и явного вида для $\partial^2 U / \partial \vartheta^2$ (см. табл. 1) следует, что $a_{22} < 0$. Остальные условия (15) в явном виде записываются так:

$$1. \quad a_{11} + a_{22} + 4\omega^2 : \frac{M}{M_0} > \frac{2 - \beta^2}{1 + \beta^2}; \quad (29)$$

$$2. \quad a_{11} < 0 : \frac{M}{M_0} > \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{\beta^2} \right); \quad (30)$$

$$(a_{11} + a_{22} + 4\omega^2)^2 > 4a_{11}a_{22} : \quad (31)$$

$$\left[\left(1 + \frac{M}{M_0} \right) (1 + \beta^2) - 3 \right]^2 > 12 \left(\frac{M}{M_0} + 1 \right) \left[3 \frac{M}{M_0} \beta^2 - (1 + \beta^2) \right].$$

Условие (30) более сильное, чем (29): если (30) выполнено, то (29) заведомо выполнено.

Таким образом, искомым является совместное выполнение (30), (31), дающих необходимые условия устойчивости («условия гироскопической устойчивости»). Замена в (30), (31) знаков неравенства на знаки равенства даёт уравнения двух границ, между которыми в пространстве параметров β , M/M_0 расположена область необходимых условий устойчивости движения $R = R_0$, $\cos \vartheta_0 = 0$. Условие (31) может быть представлено в виде [5]

$$(\beta^4 - 34\beta^2 + 1) \left(\frac{M}{M_0} \right)^2 + 2(\beta^4 - 13\beta^2 + 4) \frac{M}{M_0} + (\beta^2 + 4)^2 > 0, \quad (32)$$

легко разрешаемом относительно M/M_0 или, если понадобится, относительно M_0/M .

На рис. 4 клетчатой штриховкой обозначена область (26) устойчивости радиальной гантели ($\sin \vartheta_0 = 0$), а простой штриховкой — область (30), (31) гироскопической устойчивости трансверсальной гантели ($\cos \vartheta_0 = 0$). В незаштрихованной области оба стационарные решения неустойчивы.

На этом рисунке использован приём инверсии по осям координат: по оси абсцисс откладывается величина β , пока $\beta < 1$, и величина $1/\beta$, как только становится $\beta > 1$. Аналогично преобразование $M/M_0 \rightarrow M_0/M$ выполнено и по оси ординат. В результате бесконечная область определения параметров $(\beta, M/M_0)$ трансформируется в конечную. Кривая I, полученная заменой неравенства (26) равенством, ограничивает область устойчивости движения $\sin \vartheta_0 = 0$; кривая II, полученная заменой неравенства (30) равенством, вместе с кривой III,

полученной заменой неравенства (31) равенством, ограничивают область гироскопической устойчивости движения $\cos \vartheta_0 = 0$.

На рис. 4 можно проследить, как при изменении параметров происходит переход от устойчивых «радиальных» гантелей (при относительно малых их размерах и массах) к неустойчивым, а затем от неустойчивости — к гироскопической устойчивости «трансверсальных» гантелей, относительно больших и массивных настолько, что гантелеобразный астероид можно уже рассматривать как основное тело, а шарообразный — как маленький спутник большого астероида. Наиболее нагляден маршрут такого прослеживания от левого нижнего к правому верхнему углу на рис. 4. Область гироскопической устойчивости, как видно из рис. 4, имеет два рукава.

Один из них, при $\beta < 1$, отвечает случаям, когда (при фиксированной длине гантели) расстояние между центрами масс умеренно или достаточно велико, как это имеет место в спутниковой или звёздной динамике.

Второй рукав, при $\beta > 1$, особенно при $\beta \gg 1$, отвечает (при фиксированном l) малым расстояниям между центрами масс и, как следствие, большим угловым скоростям системы.

На кривых, изображённых на рис. 4, нанесены десять характерных пронумерованных точек, координаты которых полезно знать. Значения этих координат приведены ниже.

Кривая I.

$$1. \beta = \sqrt{3} - \sqrt{2} \approx 0,318, \quad \frac{M}{M_0} = 0; \quad 10. \beta \approx 0,276, \quad \frac{M}{M_0} = 1;$$

Кроме того, в точке $\beta = 0$, $M_0/M = 0$ кривая I касается кривой II (и верхней горизонтали области определения параметров).

Кривая II.

$$2. \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707, \quad \frac{M}{M_0} = 1 \text{ — точка касания кривых II и III;}$$

$$3. \beta = 1, \quad \frac{M}{M_0} = \frac{2}{3} \approx 0,667 \quad 4. \frac{1}{\beta} = 0, \quad \frac{M}{M_0} = \frac{1}{3};$$

Кривая III.

$$5. \beta = \sqrt{17 - \sqrt{(17)^2 - 1}} \approx 0,173, \quad \frac{M_0}{M} = 0;$$

$$6. \frac{1}{\beta} = \sqrt{17 - \sqrt{(17)^2 - 1}} \approx 0,173, \quad \frac{M_0}{M} = 0;$$

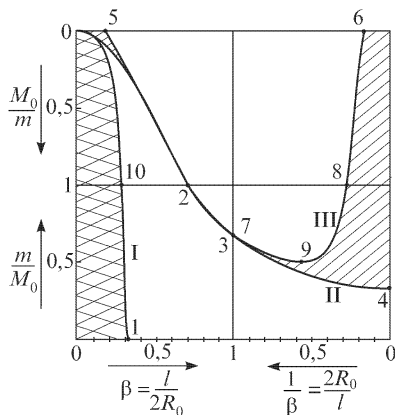


Рис. 4. Области устойчивости радиальной гантели (клетчатая штриховка), гироскопической устойчивости трансверсальной гантели (косая штриховка) и неустойчивости (не заштриховано)

$$\begin{aligned}
7. \quad \beta = 1, \quad \frac{M}{M_0} &= \frac{3}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \approx 0,669, \text{ ср. с } 3; \\
\frac{1}{\beta} &= \frac{\sqrt{2}}{5} \approx 0,283, \quad \frac{M}{M_0} = 1; \quad \frac{1}{\beta} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,574, \\
\frac{M}{M_0} &= \frac{1}{2} - \text{точка min.}
\end{aligned}$$

5. Приближённый анализ устойчивости

Силовая функция (1) имеет известное приближение в конечном виде

$$U = \frac{f M_0 M}{R} - \frac{f M_0}{2 R^3} (A + B + C) - \frac{3 f M_0}{2 R^3} (A \sin^2 \vartheta + C \cos^2 \vartheta), \quad (33)$$

где A, B, C — главные центральные моменты инерции тела, причём B — момент инерции относительно оси, нормальной к орбите.

Примем для определённости

$$B > A, \quad B > C. \quad (34)$$

Это означает, что по нормали к плоскости орбиты направлена наименьшая ось эллипсоида инерции. Введём параметры

$$\frac{A}{B} = \alpha < 1; \quad \frac{C}{B} = \sigma < 1; \quad (\alpha + \sigma > 1); \quad (35)$$

$$\mu_0 = 1 + \frac{M}{M_0}; \quad \beta_0 = \beta^2 \mu_0; \quad \beta^2 = \frac{B}{M R^2}, \quad (36)$$

$$\chi = \frac{2}{3} \mu_0 \frac{1 - 3\beta_0}{\beta_0 (1 + 5\beta_0)}. \quad (37)$$

Тогда необходимые условия (14), совпадающие с достаточными, имеют вид

$$\alpha - \sigma > 0; \quad 1 + \alpha - 2\sigma < \chi. \quad (38)$$

При одновременном выполнении условий

$$\alpha - \sigma < 0; \quad 1 + \alpha - 2\sigma > \chi \quad (39)$$

возможна гироскопическая устойчивость. Первое из неравенств (38) означает, что в стационарном движении наибольшая ось эллипсоида инерции направлена по радиусу-вектору, а первое из условий (39) означает, что ось нормальна к нему.

Если $\chi > 2$, то условия (38) выполнены при любых α, σ , удовлетворяющих (33) и первому из неравенств (38). Вытянутое вдоль радиуса-вектора тело устойчиво. (И наоборот, тело, вытянутое вдоль касательной к орбите, неустойчиво.) Условие $\chi > 2$ ограничивает сверху размер и массу тела.

Если $\chi < 0$, то возможна гироскопическая стабилизация тела, вытянутого по касательной к орбите, так как условия (39) реализуются

для любых α , σ , удовлетворяющих (35) и первому из условий (39). Неравенство $\chi < 0$ ограничивает размер и массу тела снизу. Вытянутое вдоль радиуса-вектора орбиты тело при условии $\chi < 0$ неустойчиво.

Если $0 < \chi < 2$, то в зависимости от значений α и σ могут иметь место различные случаи.

На рис. 5 в плоскости параметров $(\beta^2, \mu_0 - 1)$ выделены области $\chi > 2$ и $\chi < 0$. Клеткой заштрихована область $\chi > 2$ устойчивости радиально вытянутого тела. Область гироскопической устойчивости определяется сочетанием (39) и последнего из неравенств (15); совместное выполнение этих соотношений зависит от четырёх параметров: $(\mu_0 - 1)$, β , α , σ , и поэтому в рассматриваемой плоскости может быть представлено лишь при фиксированных значениях α и σ . В частности, на рис. 5 заштрихована область гироскопической устойчивости для $\alpha = 0,5$, $\sigma = 0,7$; $\chi < 0$. Рисунок 5 позволяет проследить непрерывный по параметрам переход от устойчивости радиально вытянутого тела к его неустойчивости при превышении определённого размера и (или) массы, а также появление гироскопической стабилизации трансверсально вытянутого достаточно большого и массивного тела (рис. 6). В последнем случае такое «тело» удобно принять за основную планету (астероид),

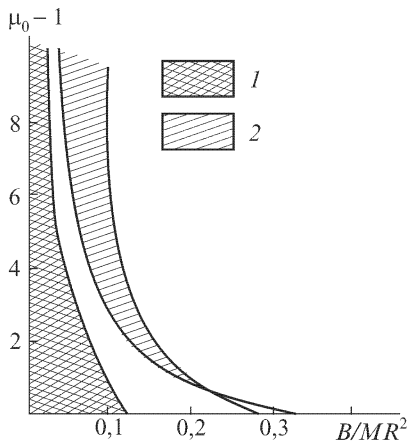


Рис. 5. Устойчивость (область 1), гироскопическая устойчивость (область 2) и неустойчивость для силовой функции (33)

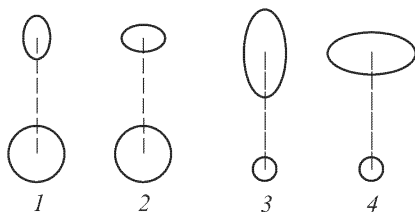


Рис. 6. Взаимное расположение двух тел: 1 — устойчивость; 2, 3 — неустойчивость; 4 — гироскопическая устойчивость

так как (33) справедливо лишь при достаточной малости «возмущающих» членов по сравнению с основным — первым — в правой части (33); это ограничение никак не учитывалось в последующем анализе.

а «шар» — за спутник. Тем самым обнаружена гироскопическая стабилизация «суточного» спутника. Суточный спутник бесконечно малой массы ($\mu_0 - 1 = \infty$) может иметь только гироскопическую устойчивость при расположении на продолжении малой оси планеты; спутник, расположенный на продолжении большой оси планеты, неустойчив. Это соответствует известному ранее факту. Проведённый до сих пор анализ несколько формален,

Введём теперь явно малый параметр $\varepsilon \ll 1$ предположением, что тело-спутник близко к динамически сферическому: $A = J_0 + \varepsilon J_1$, $B = J_0 + \varepsilon J_2$, $C = J_0 + \varepsilon J_3$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{U}}{M} = U = \frac{f(M_0 + M)}{R} - \frac{1}{2R^3} f\left(1 + \frac{M_0}{M}\right) \varepsilon (J_1 + J_2 + J_3) - \\ - \frac{1}{R^3} 3f\left(1 + \frac{M_0}{M}\right) \varepsilon (J_1 \sin^2 \vartheta + J_3 \cos^2 \vartheta). \end{aligned} \quad (40)$$

Условие малости «возмущающих» членов с очевидностью выполнено. Введём безразмерный параметр

$$\varkappa = \frac{(J_1 + J_2 - 2J_3)}{MR^2}. \quad (41)$$

Тогда условия (38) и (39) принимают соответственно вид

$$J_1 - J_3 > 0, \quad \frac{2}{3} \frac{1 - 3\beta_0}{1 + 5\beta_0} > \varepsilon \varkappa, \quad (42)$$

$$J_1 - J_3 < 0, \quad \frac{2}{3} \frac{1 - 3\beta_0}{1 + 5\beta_0} < \varepsilon \varkappa. \quad (43)$$

Второе из неравенств (42) можно переписать в виде

$$\mu_0 - 1 < \frac{1 - 3\beta^2 - \frac{3}{2}\varepsilon \varkappa (1 + 5\beta^2)}{3\beta^2 \left(1 + \frac{5}{2}\varepsilon \varkappa\right)} \approx \frac{1 - 3\beta^2 - 4\varepsilon \varkappa}{3\beta^2}. \quad (44)$$

При выполнении (44) вытянутое ($J_1 - J_3 > 0$) вдоль радиуса орбиты тело устойчиво, при обратном знаке в (44) возможна гироскопическая устойчивость тела, вытянутого поперёк радиуса орбиты ($J_1 - J_3 < 0$); при этом значение $\varkappa$ в (44) меняется в соответствии с изменением знака разности $J_1 - J_3$. В этом случае оказывается, что при малых ε остальные условия (15) гироскопической устойчивости выполнены автоматически. При $\varepsilon \ll 1$ можно считать, что «скелетная» кривая $\mu_0 - 1 = (1 - 3\beta^2)/3\beta^2$ разделяет область устойчивости радиально вытянутого тела и область гироскопической устойчивости трансверсально вытянутого.

6. К истории публикаций: арифметические приключения

В работах [3, 4] есть критический анализ некоторых предшествующих публикаций по рассматриваемой проблеме динамики двух гравитирующих тел. Вдобавок к там сказанному хочется рассказать о двух казусах, относящихся к публикациям [3–8]. Этим казусам наиболее точно отвечает характеристика: «арифметические приключения».

В 1987 г. в кулуарах XXXVIII конгресса МАФ (Брайтон, Великобритания) я рассказал о сданной в печать работе проф. Джону Брэквиллу (J.V. Breakwell, Stanford, Cal., USA) и удивил его утверждением, что радиально-ориентированная гантель в центральном поле неустойчива, если она достаточно длинная. А именно, если отношение полудлины гантели к радиусу орбиты её центра масс больше, чем $\sqrt{5} - \sqrt{24}$. Джон спросил, докладываю ли я это на текущем конгрессе. Я сказал, что доложу на следующем, а на этом у меня другой доклад. Но на следующий конгресс Международной Федерации Астронавтики (XXXIX конгресс МАФ, Бангалор, Индия, 1988) меня из СССР не выпустили: оказался невыездным (что в те времена со мной случалось раза два). По правилам МАФ доклад может быть зачитан только автором. Если автор не приехал, доклад снимается. Однако Джон Брэквилл, будучи председателем секции, на которую я, как обещал в Брайтоне, представил работу, не стал снимать доклад, а зачитал его сам, лично. Много позже Фрэнк Янсенси (Frank Janssens, Noordwijk, The Netherlands), контактируя с проф. Брэквиллом и со мной, заметил, что $5 - \sqrt{24} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$, и граничная величина вышеупомянутого отношения записывается гораздо красивее: $l/(2R_0) < \sqrt{3} - \sqrt{2}$! Что и использовано в формуле (28) настоящей статьи.

Второе арифметическое приключение не столь безобидно. В исходном препринте [3] ключевой рисунок, эквивалентный рис. 4 настоящей статьи, был сделан без использования инверсии, в полупространстве $[0, \infty]$ по каждому из параметров β , M/M_0 и не содержал ошибок. В частности, две границы области гироскопической устойчивости имели точку касания (как и должно быть). Однако в [4] и, к сожалению, в последующих публикациях [6–8] в расчётах инверсионной картинки (см. рис. 4 настоящей статьи) при использовании выражения (32) последняя скобка вычислялась как $\beta^4 + 8\beta^2 + 15$ вместо верного $\beta^4 + 8\beta^2 + 16$. На это указали авторы статьи [5]. Результатом была потеря точки касания 2 на рис. 4: вместо касания границ области гироскопической устойчивости получилось их пересечение, что неверно.

Таким образом, в настоящей статье эти два арифметических казуса исправлены. Выражаю авторам статьи [5] благодарность за упомянутое исправление.

Благодарю за помощь в оформлении статьи Т.И. Круглову, А.А. Савченко и Н.Н. Щербакову.

Исследования, изложенные выше, поддержаны INTAS (грант 99-01096), РФФИ (проект 01-01-00508) и РФФИ БНТС (проект 01-01-02001).

Список литературы

1. Collision Processes in the Solar System / Ed. by M.Ya. Marov, H. Rickman. ASSL, 261. Kluwer Ac. Publ., 2001. — 368 p.
2. *Финкельштейн А. М.* Российская Академия Наук между Марсом и Юпитером. — СПб: Наука, 2001.

3. Белецкий В. В., Пономарёва О. Н. Параметрический анализ устойчивости относительного равновесия в гравитационном поле // Препринт ИПМ АН СССР. 1988. № 12.
4. Белецкий В. В., Пономарёва О. Н. Параметрический анализ устойчивости относительного равновесия в гравитационном поле // Косм. исслед. 1990. Т. 28, вып. 5.
5. Буров А. А., Паскаль М., Степанов С. Я. Гироскопическая устойчивость треугольных стационарных решений обобщённой плоской задачи трёх тел // Прикл. матем. и мех. 2000. Т. 64, вып. 5.
6. Белецкий В. В. Прикладные задачи устойчивости // Препринт ИПМ АН СССР. 1990. № 191.
7. Beletsky V. V. Some stability problems in applied mechanics // Appl. Math. Comput. 1995 a. V. 70, № 2/3.
8. Beletsky V. V. Reguläre und chaotische Bewegung starrer Körper. — Stuttgart: Teubner, 1995 б.

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ДАЛЁКИХ СПУТНИКОВЫХ ОРБИТ В СИСТЕМАХ ЮПИТЕРА, САТУРНА И УРАНА

М. А. Вашковьяк

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

1. Введение. Качественный анализ эволюционной задачи

Переход в новое тысячелетие отмечен открытиями небывалого числа естественных спутников планет-гигантов. На протяжении с конца 1997 г. до начала 2003 г. интернациональным коллективом учёных с помощью наземных наблюдательных средств у Урана были открыты 6 спутников, у Сатурна — 13, у Юпитера — 44, у Нептуна — 3 спутника. По предварительным оценкам, новые спутники — это относительно небольшие небесные тела размерами примерно от 2 км (у Юпитера) до 120 км (у Урана). Они движутся по сильноэллиптическим орбитам, значительно наклонённым как к плоскости эклиптики, так и к экваториальным плоскостям планет. Большие полуоси их орбит составляют $7 \div 25$ млн км, а сами эти спутники, называемые далёкими или внешними, движутся в тех областях околопланетного пространства, где возмущающее влияние Солнца на несколько порядков превосходит влияние сжатия центральной планеты и других более слабых возмущающих факторов.

В силу указанной специфики далёких спутников для анализа динамики их орбит на начальном этапе исследования естественно использовать ограниченную круговую задачу трёх тел (Солнце–планета–спутник). Долгопериодическая эволюция спутниковой орбиты в первом приближении теории возмущений определяется возмущающей функцией задачи, осреднённой независимым образом по средним аномалиям спутника и возмущающего тела (Солнца). В результате исследования этой *двукратно осреднённой ограниченной круговой задачи трёх тел*, выполненного Н. Д. Моисеевым [1], было установлено существование трёх независимых первых интегралов

$$a = c_0, \quad (1 - e^2) \cos^2 i = c_1, \quad W(a, e, i, \omega) = c_2. \quad (1)$$

Здесь и далее используются стандартные обозначения для кеплеровских элементов эллиптической орбиты: a — большая полуось, e — эксцентриситет, i — наклонение, ω — аргумент перигентра. Угловые

переменные отнесены к плоскости орбиты возмущающего тела, а W — это двукратно осреднённая возмущающая функция задачи.

Однако явное аналитическое выражение для этой функции оказывается достаточно сложным. Для внутреннего варианта задачи, когда планетоцентрическое расстояние спутника не превосходит радиуса орбиты возмущающей точки a' , это выражение представляет собой ряд по степеням отношения a/a' . Полное качественное исследование спутникового варианта задачи ($a/a' \ll 1$), называемого также *двукратно осреднённой задачей Хилла*, выполнено М. Л. Лидовым [2]. С использованием упрощённой функции W , в которой отброшены малые слагаемые $\sim (a/a')^3$, в комбинации с интегралом c_1 автор получил явное выражение для нового независимого интеграла в виде

$$e^2 \left(\frac{2}{5} - \sin^2 i \sin^2 \omega \right) = c_2. \quad (2)$$

Этот интеграл вместе с c_0 и c_1 позволил свести проблему к исследованию поведения фазовых траекторий в плоскости (ω, e) в зависимости от c_2 при фиксированном значении c_1 и к вычислению квадратуры для изменения долготы восходящего узла $\Omega(t)$. Выполненный качественный анализ семейств фазовых траекторий привёл к интересным небесно-механическим результатам:

1. При $3/5 < c_1 \leq 1$ ω изменяется монотонно со временем (рис. 1 а).
2. При $0 < c_1 \leq 3/5$ в осреднённой задаче существуют спутниковые орбиты с неизменными эксцентриситетом и аргументом перицентра (особая точка типа центр $\omega = \pm \pi/2$, $e = e^*$ на рис. 1 б), а также области циркуляции ($c_2 > 0$) и области либрации ω ($c_2 < 0$), разделённые сепаратрисой — предельным решением ($c_2 = 0$).

3. Для малых значений

$$c_1 \leq \frac{12}{5} \left(\frac{a_0}{a} \right)^2 \left(1 - \frac{a_0}{2a} \right)^2$$

эволюция орбиты при любых начальных значениях ω и e приводит к такому увеличению эксцентриситета, что в силу постоянства большой полуоси орбиты спутника a расстояние перицентра $q = a(1 - e)$ неизбежно становится равным радиусу планеты $a_0 < a$, и спутник падает на её поверхность (рис. 1 в). Горизонтальная прямая на этом рисунке отвечает условию $a(1 - e^*) = a_0$.

4. В частном случае $c_1 = 0$, когда орбита спутника ортогональна плоскости орбиты возмущающей точки, эволюция за конечное время приводит к её превращению в прямолинейный отрезок и соударению спутника с притягивающим центром (рис. 1 г).

2. Общее решение двукратно осреднённой задачи Хилла

Для целей анализа эволюции реальных спутниковых орбит качественное исследование дополнено построением общего решения задачи, зависящего от четырёх произвольных постоянных — начальных

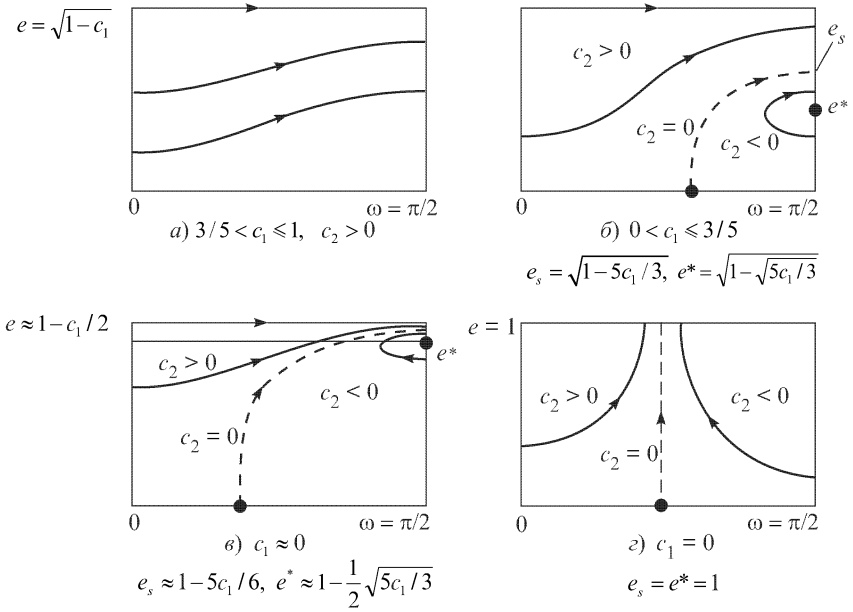


Рис. 1. Качественное поведение интегральных кривых в плоскости (ω, e) при различных значениях постоянных c_1 и c_2

значений элементов $e_0, i_0, \omega_0, \Omega_0$ [3]. Исходная эволюционная система дифференциальных уравнений [2] может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{de}{d\tau} &= 10e(1 - e^2)^{1/2} \sin^2 i \sin 2\omega, \\
 \frac{di}{d\tau} &= -10e^2 \sin i \cos i (1 - e^2)^{-1/2} \sin 2\omega, \\
 \frac{d\omega}{d\tau} &= 2(1 - e^2)^{-1/2} [5 \cos^2 i - 1 + e^2 + 5(\sin^2 i - e^2) \cos 2\omega], \\
 \frac{d\Omega}{d\tau} &= 2 \cos i (1 - e^2)^{-1/2} (5e^2 \cos 2\omega - 3e^2 - 2).
 \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь τ — безразмерная независимая переменная, связанная со временем t формулой

$$\tau = \beta(a)n(t - t_0), \tag{4}$$

где $n = \mu^{1/2}a^{-3/2}$ — среднее движение спутника,

$$\beta(a) = \frac{3\mu'}{16\mu} \left(\frac{a}{a'} \right)^3$$

— характерный параметр возмущений от внешней точки, μ и μ' — произведения гравитационной постоянной соответственно на массу планеты и возмущающей точки, a и a' (как уже указывалось) — соответственно большие полуоси орбиты спутника и возмущающей точки.

Исключая переменные i и ω из первого уравнения (3) с помощью интегралов c_1 и c_2 , получим квадратуру для нахождения τ как функции $z = e^2$

$$\tau = \frac{\operatorname{sgn}(\sin 2\omega_0)}{8\sqrt{6}} \int_{z_0}^z \frac{d\varsigma}{\sqrt{Q(\varsigma)}}, \quad (5)$$

где $Q(z) = (z_1 - z)(z - z_2)(z - z_3) \geq 0$, z_0 — начальное значение e^2 при $\tau = 0$ ($t = t_0$). Корни z_1, z_2, z_3 полинома $Q(z)$ определяются формулами

$$z_1 = \frac{1}{2}(1 - c_3 + c_4), \quad z_2 = \frac{1}{2}(1 - c_3 - c_4), \quad z_3 = \frac{5c_2}{2}, \quad (6)$$

где

$$c_3 = \frac{5}{3}(c_1 + c_2), \quad c_4 = \sqrt{(1 + c_3)^2 - \frac{20}{3}c_1}.$$

Обращение квадратуры (5) производится по-разному в зависимости от знака постоянной c_2 . Ниже приводятся формулы для определения $e(\tau)$ и ряда промежуточных величин в случае $c_2 > 0$ (циркуляция ω).

$$z_2 < 0 < z_3 \leq z(\tau) \leq z_1, \quad e_{\min} = \sqrt{z_3}, \quad e_{\max} = \sqrt{z_1}, \quad (7)$$

$$e(\tau) = \sqrt{\frac{z_3 - z_2 k^2 \operatorname{sn}^2 u}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 u}}, \quad u = u_0 + 4\sqrt{6(z_1 - z_2)}\tau, \quad (8)$$

$$k^2 = \frac{z_1 - z_3}{z_1 - z_2},$$

$$u_0 = \operatorname{sgn}(\sin 2\omega_0)F(\varphi_0, k^2), \quad \sin^2 \varphi_0 = \frac{(z_1 - z_2)(z_0 - z_3)}{(z_1 - z_3)(z_0 - z_2)}. \quad (9)$$

Периоды изменения ω , e , i определяются формулами

$$T_\omega = 2T_e = 2T_i = \frac{\mathbf{K}(k^2)}{\sqrt{6(z_1 - z_2)}}. \quad (10)$$

В формулах (8)–(10) $\operatorname{sn} u$, $\mathbf{K}(k^2)$ и $F(\varphi_0, k^2)$ — соответственно эллиптический синус Якоби, полный и неполный эллиптические интегралы первого рода с модулем k .

После нахождения зависимости $e(\tau)$ с помощью интегралов (1), (2) определяются

$$i(\tau) = \arccos \sqrt{\frac{c_1}{1 - e^2(\tau)}}, \quad \omega(\tau) = \arcsin \left\{ \frac{\sqrt{2/5 - c_2/e^2(\tau)}}{\sin i(\tau)} \right\}. \quad (11)$$

Долгота восходящего узла Ω может быть определена с помощью квадратуры

$$\begin{aligned}\Omega(\tau) &= \Omega_0 + \\ &+ 2 \int_0^\tau \cos i(\nu) [1 - e^2(\nu)]^{-1/2} [5e^2(\nu) \cos 2\omega(\nu) - 3e^2(\nu) - 2] d\nu = \\ &= \Omega_0 - 4\sqrt{c_1} \operatorname{sgn}(\cos i) \left\{ \tau + \int_0^\tau \frac{2e^2(\nu) - 5c_2}{1 - c_1 - e^2(\nu)} d\nu \right\} \quad (12)\end{aligned}$$

или в явном виде

$$\begin{aligned}\Omega(\tau) &= \Omega_0 - 4\sqrt{c_1} \operatorname{sgn}(\cos i) \left\{ [1 + C\mathbf{I}(l^2, k^2)]\tau + \frac{C}{4\sqrt{6(z_1 - z_2)}} \times \right. \\ &\times \left. \{ (u_0 - \bar{u})\mathbf{I}(l^2, k^2) + [J_m(\bar{u}, l^2, k^2) - J(u_0, l^2, k^2)]\mathbf{K}(k^2) \} \right\}, \quad (13)\end{aligned}$$

где

$$C = \frac{k^2(5c_2 - 2z_2)}{\mathbf{K}(k^2)(1 - c_1 - z_3)},$$

$$\mathbf{I}(l^2, k^2) = \frac{1}{l^2} [\mathbf{\Pi}(l^2, k^2) - \mathbf{K}(k^2)], \quad l^2 = \frac{k^2(1 - c_1 - z_2)}{1 - c_1 - z_3},$$

$\bar{u} = u - m\mathbf{K}(k^2)$, m — целое число, ближайшее к $u/\mathbf{K}(k^2)$, не превосходящее этого числа,

$$J_m(\bar{u}, l^2, k^2) = \begin{cases} J(\bar{u}, l^2, k^2), & m \text{ — чётно,} \\ \mathbf{I}(l^2, k^2) - J(\mathbf{K}(k^2) - \bar{u}, l^2, k^2), & m \text{ — нечётно,} \end{cases} \quad (14)$$

$$J(x, l^2, k^2) = \frac{1}{l^2} [\mathbf{\Pi}(\varphi, l^2, k^2) - F(\varphi, k^2)], \quad \varphi = \arcsin(\operatorname{sn} x),$$

F , $\mathbf{\Pi}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{\Pi}$ — соответственно неполные и полные эллиптические интегралы 1-го и 3-го рода.

Период циркуляционного изменения Ω определяется приближённой формулой

$$T_\Omega = \frac{\pi}{2\sqrt{c_1} [1 + C\mathbf{I}(l^2, k^2)]}. \quad (15)$$

В случае либрации ($c_2 < 0$) в формулах (7)–(15) следует z_2 заменить на z_3 , а z_3 — на z_2 . Кроме того, в этом случае периоды либрации ω , e , i совпадают между собой и определяются формулой

$$T_\omega = T_e = T_i = \frac{\mathbf{K}(k^2)}{2\sqrt{6(z_1 - z_3)}}, \quad (16)$$

а величины J и $\mathbf{I}$ вычисляются по формулам

$$J(x, l^2, k^2) = \Pi(\varphi, l^2, k^2), \quad \mathbf{I}(l^2, k^2) = \mathbf{\Pi}(l^2, k^2), \quad (17)$$

$$\varphi = \arcsin(\operatorname{sn} x).$$

3. Об эволюции орбит новых спутников

На основе полученного общего решения двукратно осреднённой задачи Хилла выявлены качественные особенности эволюции новых спутниковых орбит, а также определены приближённые количественные характеристики. В качестве исходных данных взяты кеплеровские элементы планетоцентрических спутниковых орбит, содержащиеся в астрономических интернет-источниках информации. Для новых спутников Урана — это IAUC (International Astronomical Union Circular) №№ 6869, 6870, 7447, 7450, 7473, Сатурна — MPEC (Minor Planet Electronic Circular) 2000 — Y13, 14, 15, 33, и Юпитера — MPEC 2000 — Y16; 2001 — A28, 29. В работах [3–6] приведены зависимости элементов от времени, а также экстремальные значения эксцентриситетов и наклонений, периоды изменения аргументов перигициров и долгот восходящих узлов, вычисленные по указанным начальным данным. Для четырёх новых спутников Сатурна в рамках двукратно осреднённой задачи Хилла выявлен достаточно редкий либрационный характер изменения аргументов перигициров их орбит [5].

Таблица 1. Параметры эволюционирующих орбит новых спутников Сатурна

Спутник	$e_{\min}$	$e_{\max}$	$i_{\min}$, град.	$i_{\max}$, град.	T_{ω} , год	T_{Ω} , год	Тип
S/2000 S 1	0,373	0,380	172,3	173,5	146	250	c
S/2000 S 2	0,200	0,609	40,6	52,1	302	504	l
S/2000 S 3	0,223	0,548	41,0	49,6	232	384	l
S/2000 S 4	0,357	0,626	31,3	44,5	282	332	c
S/2000 S 5	0,164	0,551	40,2	49,7	538	838	l
S/2000 S 6	0,221	0,544	40,9	49,5	476	783	l
S/2000 S 7	0,563	0,566	174,8	176,4	166	250	c
S/2000 S 8	0,199	0,283	150,9	153,2	386	571	c
S/2000 S 9	0,204	0,217	167,2	167,9	232	424	c
S/2000 S 10	0,366	0,624	30,8	43,9	281	334	c
S/2000 S 11	0,281	0,509	31,8	40,3	362	433	c
S/2000 S 12	0,144	0,145	176,1	176,2	211	410	c

С октября 2001 г. по январь 2002 г. были уточнены элементы орбит новых спутников Сатурна (МРЕС 2001 — T06, 07, 23; U42; X20) и большинства новых спутников Юпитера (МРЕС 2001-T59; U21, W07, 33; 2002 — A12, 27). Элементы орбит 11 из новых спутников Юпитера приведены в МРЕС 2002 — J54. Все эти спутники имеют обратные движения, а большие полуоси их орбит находятся в диапазоне от 19,5 до 23,3 млн км. В табл. 1 и 2 приводятся экстремальные значения эксцентриситетов спутниковых орбит и их наклонений к плоскости орбиты планеты, а также периоды изменения аргументов перицентров и долгот восходящих узлов. В последней колонке табл. 1 указан тип изменения аргумента перицентра (c — циркуляционный, l — либраци-

Таблица 2. Параметры эволюционирующих орбит новых спутников Юпитера

Спутник	$e_{\min}$	$e_{\max}$	$i_{\min}$, град.	$i_{\max}$, град.	T_{ω} , год	T_{Ω} , год
S/2000 J 2	0,305	0,332	163,6	165,6	49	84
S/2000 J 3	0,262	0,393	147,2	151,9	74	101
S/2000 J 4	0,192	0,211	163,9	164,7	48	86
S/2000 J 5	0,126	0,233	146,1	147,9	95	119
S/2000 J 6	0,287	0,310	164,4	166,0	46	79
S/2000 J 7	0,087	0,153	148,0	148,7	91	120
S/2000 J 8	0,481	0,627	144,3	156,1	46	60
S/2000 J 9	0,172	0,187	164,8	165,4	53	97
S/2000 J 10	0,245	0,266	164,5	165,7	51	90
S/2001 J 1	0,389	0,525	146,8	154,9	52	71
S/2001 J 2	0,192	0,317	146,6	149,8	79	105
S/2001 J 3	0,215	0,334	147,7	151,1	75	103
S/2001 J 4	0,225	0,333	148,9	152,2	62	88
S/2001 J 5	0,375	0,519	146,0	154,1	55	74
S/2001 J 6	0,242	0,264	163,9	165,2	53	94
S/2001 J 7	0,134	0,229	147,5	149,2	91	122
S/2001 J 8	0,316	0,342	164,0	166,0	46	78
S/2001 J 9	0,214	0,438	140,2	146,5	87	100
S/2001 J 10	0,048	0,109	144,9	145,3	137	146
S/2001 J 11	0,192	0,210	164,7	165,5	47	84

онный). В табл. 2 отсутствуют эволюционные характеристики орбит спутников S/1999 J1, S/2000 J1 и S/2000 J11 (см. [6]). Уточнение элементов спутниковых орбит повлияло на соответствующие количественные характеристики, но не изменило качественных особенностей их эволюции. Следует отметить, тем не менее, что для трёх спутников использование более точной физической модели, учитывающей периодические солнечные возмущения, привело к качественным изменениям картины эволюции. В такой постановке более строгой (но неинтегрируемой) задачи орбиты спутников Сатурна S/2000 S2 и S3 в действительности оказываются циркуляционными. Орбита же спутника Юпитера S/2001 J10, напротив, оказывается либрационной, но качественно отличающейся от либрационных орбит спутников Сатурна S/2000 S5 и S6. В последней работе описаны и особенности эволюции орбит новых далёких спутников Нептуна.

4. Об особенностях спутниковой системы Урана

Одной из специфических особенностей спутниковых систем планет-гигантов является распределение спутников по большим полуосям их орбит, в частности, разбиение спутников на два множества — внутренних и внешних.

На рис. 2 данное распределение (по наблюдательной информации на октябрь 2002 года!) показано для систем спутников Юпитера (NSJ — Number of Satellites of Jupiter), Сатурна (NSS — Number of Satellites of Saturn) и Урана (NSU — Number of Satellites of Uranus). В системе Юпитера внешние спутники явно разделяются на две группы прямых (с наклоном $i < \pi/2$) и обратных (с $i > \pi/2$, рис. 2 а). В системе Сатурна имеется диапазон больших полуосей, в котором существуют и прямые, и обратные спутниковые орбиты (рис. 2 б), а в системе Урана все открытые к настоящему времени внешние спутники обладают обратными движениями (рис. 2 в). Кроме того, во всех трёх системах существуют диапазоны больших полуосей, свободные от спутниковых орбит.

В данной статье рассматривается лишь спутниковая система Урана. Кольца Урана и орбиты его внутренних спутников располагаются на расстояниях примерно от 40 до 600 тыс. км от центра этой планеты, имеющей радиус 26,2 тыс. км. Орбиты далёких спутников имеют большие полуоси примерно от 7 до 18 млн км. Таким образом, диапазон больших полуосей $0,6 \text{ млн км} < a < 7 \text{ млн км}$ оказывается свободным от спутниковых орбит. Вместе с тем, при использовании современных наблюдательных средств и тщательном систематическом поиске, которые привели к открытию пяти далёких спутников Урана, вероятность того, что в указанной области остались неоткрытыми спутники заметных размеров, представляется достаточно малой.

Эволюция орбит внутренних спутников ($a < 600 \text{ тыс. км}$) происходит главным образом под влиянием их взаимного притяжения и под влиянием сжатия Урана. Большую роль в процессе эволюции

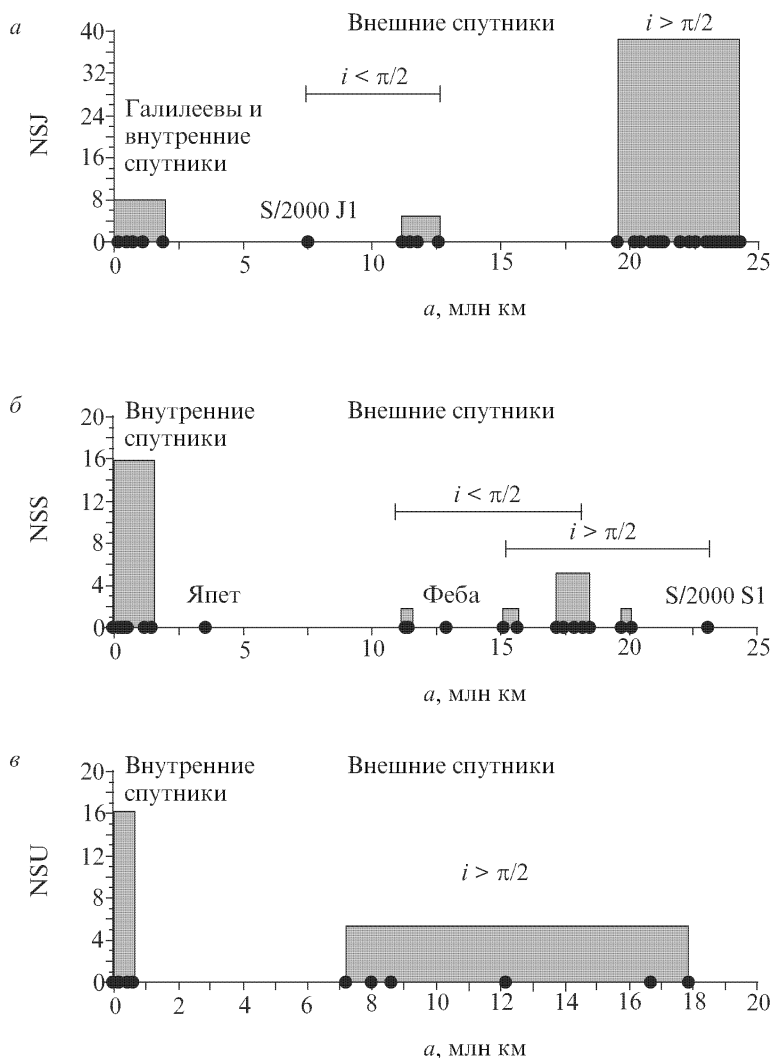


Рис. 2. Распределение спутников трёх планет-гигантов по большим полуосьям их орбит: а) система 39 спутников Юпитера; б) система 30 спутников Сатурна; в) система 22 спутников Урана

играет и резонансный характер движения крупнейших спутников Урана. Напротив, эволюция орбит далёких спутников, имеющих орбиты с $a > 7$ млн км, определяется в основном влиянием солнечного притяжения. В промежуточной области влияние сжатия Урана и притяжения Солнца могут быть сравнимыми по величине, а эволюция орбит определяется их совместными вековыми возмущениями.

Основным параметром, характеризующим отношение возмущающих ускорений от сжатия Урана и солнечного притяжения, является величина

$$\gamma(a) = \frac{\alpha(a)}{2\beta(a)}, \quad \text{где} \quad \alpha(a) = -\frac{3c_{20}a_0^2}{8a^2},$$

$\beta(a)$ определено в п. 2, c_{20} — коэффициент при второй зональной гармонике гравитационного поля Урана, a_0 — его средний экваториальный радиус.

Нетрудно убедиться, что в промежуточной области $0,6 \text{ млн км} < a < 7 \text{ млн км}$ γ изменяется примерно от 30 до 10^{-4} .

Для исследования эволюции спутниковых орбит в этой области использована известная *двукратно осреднённая задача Хилла с учётом сжатия центральной планеты* [7]. Наряду с параметром γ , в этой задаче существенным является ещё один параметр I — наклонение экватора сжатой планеты к плоскости орбиты возмущающего тела. В общем случае, когда I произвольно, задача неинтегрируема. Качественное исследование различных частных случаев выполнено в работе [8].

Один из интегрируемых случаев этой задачи может быть применён к спутниковой системе Урана, имеющей свои специфические особенности. Поскольку наклонение экватора Урана к плоскости его гелиоцентрической орбиты (или к плоскости ураноцентрической орбиты Солнца) составляет примерно $97^\circ 8'$, то для целей качественного исследования, идеализируя задачу, можно положить $I = 90^\circ$. Кроме того, для близэкваториального спутника с той же степенью грубости можно считать наклонение его орбиты к плоскости экватора Урана равным нулю, а соответственно наклонение к плоскости орбиты Урана — равным 90° . В этих предположениях М. Л. Лидов [7] объяснил существование внутренних спутников Урана на почти круговых орбитах, которые при отсутствии сжатия планеты ($c_{20} = \gamma = 0$) в результате эволюции должны были бы превратиться в чрезвычайно вытянутые эллипсы с увеличивающимися эксцентриситетами [2]. При постоянном значении большой полуоси ($a = c_0$ — интеграл и этой осреднённой задачи) расстояние перигентра q неизбежно сравнялось бы с радиусом Урана, и спутник, упав на его поверхность, прекратил бы своё существование. Поскольку для реально сжатого Урана и $a < 600 \text{ тыс. км}$ параметр $\gamma > 30$, то эксцентриситет орбиты даже наиболее возмущаемого Солнцем (из внутренних спутников) Оберона испытывает лишь незначительные долгопериодические колебания. Иначе говоря, сжатие Урана «спасает» внутренние спутники от падения на поверхность планеты, «сохраняя» их на почти круговых орбитах.

Эволюционная система, описывающая долгопериодическое изменение элементов спутниковой орбиты в случае $I = 90^\circ$, может быть получена из работы [7]

$$\frac{de}{d\tau} = 10e\sqrt{1-e^2} \sin^2 i \sin 2\omega,$$

$$\begin{aligned}\frac{di}{d\tau} &= -10 \frac{e^2}{\sqrt{1-e^2}} \sin i \cos i \sin 2\omega + \frac{8\gamma}{(1-e^2)^2} \sin i \sin \Omega \cos \Omega, \\ \frac{d\omega}{d\tau} &= \frac{2\gamma}{(1-e^2)^2} [1 - 5 \cos^2 i + (3 - 5 \cos^2 i) \cos 2\Omega] + \\ &\quad + \frac{2}{\sqrt{1-e^2}} [5 \cos^2 i - 1 + e^2 + 5(\sin^2 i - e^2) \cos 2\omega], \quad (18)\end{aligned}$$

$$\frac{d\Omega}{d\tau} = \left[\frac{4\gamma}{(1-e^2)^2} (1 + \cos 2\Omega) + \frac{2}{\sqrt{1-e^2}} (5e^2 \cos 2\omega - 3e^2 - 2) \right] \cos i.$$

Единственным первым интегралом этой системы служит осреднённая возмущающая функция

$$\begin{aligned}W(e, i, \omega, \Omega) &= 2(e^2 - \sin^2 i) + e^2(5 \cos 2\omega - 3) \sin^2 i + \\ &\quad + \frac{2\gamma}{(1-e^2)^{3/2}} [1/3 - \cos 2i - 2 \sin^2 i \sin^2 \Omega] = \text{const}. \quad (19)\end{aligned}$$

Оставаясь неинтегрируемыми, уравнения (18) имеют стационарное решение [8]

$$i^* = 90^\circ, \quad \sin \Omega^* = 0, \quad \sin 2\omega^* = 0. \quad (20)$$

При этом $\frac{de}{d\tau} = \frac{di}{d\tau} = \frac{d\Omega}{d\tau} = 0$, а плоскость орбиты спутника лежит в экваториальной плоскости планеты. Стационарное значение эксцентриситета e^* определяется из условия $\frac{d\omega}{d\tau} = 0$ с помощью следующей формулы:

$$e^* = \sqrt{1 - \left(\frac{2\gamma}{5 \sin^2 \omega - 2} \right)^{2/5}}. \quad (21)$$

При $\omega^* = 0, 180^\circ$ и $\gamma > 0$ стационарного решения не существует.

При $\omega^* = \pm 90^\circ$ и $0 < \gamma < 3/2$ имеем

$$e^* = \sqrt{1 - \left(\frac{2\gamma}{3} \right)^{2/5}}. \quad (22)$$

Далее мы рассмотрим частное (включающее в себя и стационарное) решение уравнений (18).

При $i = i^* = 90^\circ$, $\Omega = \Omega^* = 0, 180^\circ$ эти эволюционные уравнения и первый интеграл (19) упрощаются, принимая вид

$$\begin{aligned}\frac{de}{d\tau} &= 10e \sqrt{1-e^2} \sin 2\omega, \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{8\gamma}{(1-e^2)^2} + 4\sqrt{1-e^2} (2 - 5 \sin^2 \omega), \\ e^2(2/5 - \sin^2 \omega) &+ \frac{4\gamma}{15(1-e^2)^{3/2}} = C = \text{const}. \quad (23)\end{aligned}$$

Качественное исследование этого интегрируемого случая проведено в работах [7, 8]. Наличие первого интеграла позволяет найти зависимость ω от e и, подставив её в первое из уравнений (23), свести решение всей системы к вычислению квадратуры [9]

$$\tau = \frac{3}{4} \operatorname{sgn}(\sin 2\omega_0) \int_{e_0}^e \frac{\eta(1-\eta^2) d\eta}{\sqrt{f(\eta)}}, \quad (24)$$

где

$$f(e) = (1 - e^2)^3(54e^4 - 45Ce^2 - 225C^2) + \\ + 12\gamma(e^2 + 10C)(1 - e^2)^{3/2} - 16\gamma^2, \quad (25)$$

e_0, ω_0 — начальные значения элементов при $\tau = 0$.

В силу сложности подынтегральной функции, по-видимому, нет возможности для аналитического представления $\tau(e)$, а тем более для нахождения обратной зависимости $e(\tau)$ (даже в обычно более простом случае предельного движения). Тем не менее, периоды циркуляции

$$T_c = 3 \int_{e_{\min}}^{e_{\max}} \frac{e(1 - e^2) de}{\sqrt{f(e)}} \quad (26)$$

и либрации $T_l = T_c/2$, где $e_{\min}$ и $e_{\max}$ определяются решением некоторого алгебраического уравнения, могут быть найдены численно, например, методом Гаусса.

На рис. 3 для иллюстрации показано семейство траекторий в фазовой плоскости (ω, e) для конкретного значения $\gamma = 0,1$, которое в модельной системе (Солнце–Уран–спутник) соответствует большой полуоси спутниковой орбиты $a \approx 1,88$ млн км. В силу симметрии траекторий показана лишь область $0 \leq \omega \leq 90^\circ$. Значение ω_s определяется

формулой $\omega_s = \arcsin \sqrt{\frac{2}{5}(1 + \gamma)}$, а e_s находится из решения уравнения $\left(\gamma + \frac{9}{4}e_s^2\right)(1 - e_s^2)^{3/2} = \gamma$. Рядом с траекториями приведены значения периодов либрации и циркуляции ω в годах с учётом нормирующего соотношения (4). Стрелки указывают направление движения фазовой точки по траекториям.

Отметим, что в процессе эволюции форма экваториальной спутниковой орбиты претерпевает значительное изменение. Расстояние её перицентра q в случае либрации ω неизбежно становится меньше, чем $q^* = a[1 - e^*(a)]$, а в случае циркуляции ω — меньше, чем $q_s = a[1 - e_s(a)]$. Зависимости $q^*(a)$ и $q_s(a)$ нелинейны, поскольку e^* и e_s зависят от γ , а следовательно, и от a . Соответствующие сплошные кривые, показанные на рис. 4, начинаются в точке $a = q \approx 1,1$ млн км ($\gamma = 3/2$), а при $a \rightarrow \infty$ ($\gamma \rightarrow 0$) они стремятся к оси абсцисс. Поскольку при $\gamma > 3/2$ в плоскости (ω, e) нет особых точек, то за орбитой

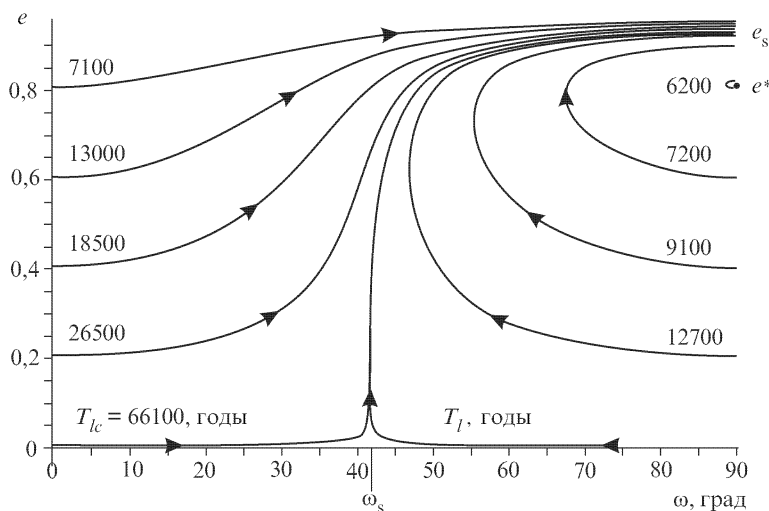


Рис. 3. Семейство фазовых траекторий в плоскости (ω, e) для $\gamma = 0,1$ ($a = 1,884$ млн км)

Оберона теоретически могли бы существовать экваториальные спутниковые орбиты с $a < 1,1$ млн км. Горизонтальные штриховые линии соответствуют радиусу Урана и радиусам орбит его пяти крупнейших внутренних спутников.

В табл. 3 приведены приближённые значения больших полуосей a экваториальных спутниковых орбит, удовлетворяющих условиям

$$q_s(a) = a_j, \quad q^*(a) = a_j, \quad (27)$$

где $j = 0$ соответствует радиусу Урана, а j от 1 до 5 — радиусам орбит его пяти спутников от Миранды до Оберона.

Таблица 3. Значения больших полуосей орбит в спутниковой системе Урана (в млн км), удовлетворяющих условиям $q_s(a) = a_j$, $q^*(a) = a_j$

j	$q_s(a) = a_j$	$q^*(a) = a_j$
0	3,3	> 15
1	1,9	4,8
2	1,7	3,3
3	1,5	2,5
4	1,3	1,6
5	1,2	1,3

Падение спутников на поверхность Урана происходит при $q_s < a_0$ для орбит с циркуляционным изменением ω и при $q^* < a_0$ для орбит с его либрационным изменением. Поэтому, если не принимать во внимание внутренние спутники Урана, то циркуляционные орбиты могли бы существовать вплоть до $a \approx 3,3$ млн км (рис. 4), а либрационные — вплоть до $a \approx 15$ млн км. Однако эти граничные значения большой полуоси существенно уменьшаются при учёте реально существующих внутренних спутников.

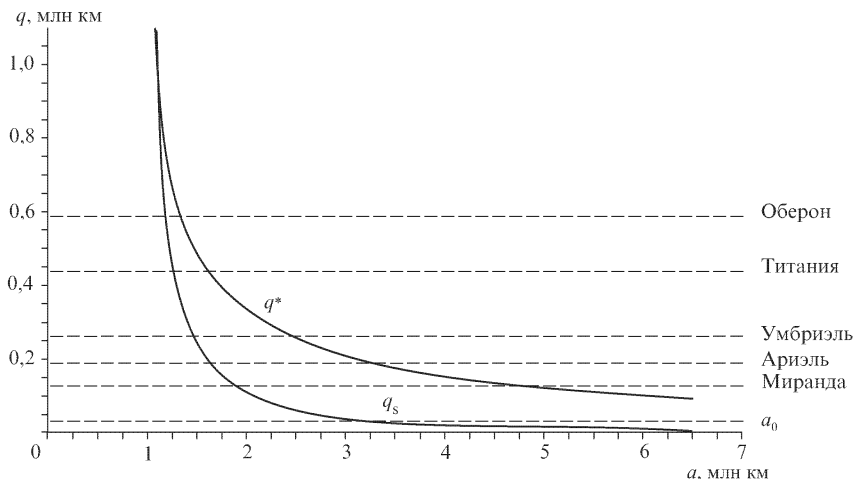


Рис. 4. Зависимость расстояний перицентров от большой полуоси (пунктиром обозначены радиус Урана и радиусы орбит его наиболее крупных внутренних спутников)

Рассмотрение эволюционной задачи в осреднённой постановке делает естественным следующее упрощение — моделирование орбиты массивных внутренних спутников Урана компланарной системой *материальных гауссовых колец*. При этом допущении вместо радиуса планеты a_0 вводятся «эффективные радиусы» a_j , что как бы увеличивает радиус до $\max_j a_j \approx 0,583$ млн км.

Тогда анализ рис. 4 и второго столбца табл. 3 приводит к выводу о том, что в случае циркуляционного изменения ω в экваториальной плоскости Урана могут существовать лишь спутниковые орбиты с большими полуосями, не превышающими примерно 1,2 млн км. При $a > 1,2$ млн км эволюция орбиты приводит к такому уменьшению расстояния перицентра q , что неизбежно происходит пересечение орбиты с одним из материальных гауссовых колец, моделирующих орбиты внутренних спутников Урана. В данных условиях сильно повышает вероятность либо падения внешнего спутника на внутренний, либо их тесного сближения и резкого случайного изменения размеров и формы

орбиты внешнего спутника (в рамках ограниченной задачи его масса считается пренебрежимо малой).

Аналогичное сопоставление рис. 4 и третьего столбца табл. 3 показывает, что в случае либрационного изменения ω в экваториальной плоскости Урана могут существовать лишь спутниковые орбиты с $a < 1,3$ млн км.

Таким образом, результаты анализа модельной задачи ($I = 90^\circ$) с увеличенным «эффективным радиусом» Урана позволяют объяснить отсутствие в спутниковой системе этой планеты экваториальных орбит с большими полуосями, превышающими примерно 1,3 млн км. Закономерности эволюции орбит показывают, что внешние спутники (если бы они существовали в указанной области) с течением времени должны были либо упасть на внутренние, существенно пополнив их массы (косвенным подтверждением этому может служить заметная массивность самых далёких из внутренних спутников), либо сильно изменить свои орбиты в результате тесных сближений с внутренними спутниками.

Для получения достаточно надёжных количественных оценок в дальнейшем анализе были приняты во внимание такие факторы, как отличие от 90° наклона экватора Урана к плоскости его орбиты (в действительности это примерно $97^\circ 8'$), а также изменение со временем эллиптических элементов орбиты Урана из-за вековых планетных возмущений. Выполненное в работе [10] численное интегрирование более полной эволюционной системы позволило оценить «время жизни» гипотетических спутников Урана на орбитах с большими полуосями $1,3 \div 7$ млн км величиной порядка 10^4 лет. Это характерное время, за которое эволюция орбит приводит к их пересечению с орбитами внутренних спутников.

С качественной стороны факт отсутствия экваториальных спутников Урана на расстояниях, превышающих некоторое *критическое* значение $a_{кр}$, находил своё объяснение и ранее. Так, в работе П. Голдрайха [11], вошедшей в известный сборник научных статей, из условия равенства осреднённых моментов сил, действующих на орбиту спутника со стороны Солнца и со стороны сжатой планеты, получена приближённая формула, определяющая величину $a_{кр}$ в радиусах планеты a_0 . В принятых здесь обозначениях она имеет вид

$$\frac{a_{кр}}{a_0} \approx \left(-2 \, c_{20} \frac{\mu'}{\mu} \right)^{1/5} \left(\frac{a'}{a_0} \right)^{3/5} \quad (28)$$

Нетрудно убедиться, что эта формула выражает также равенство характерных параметров возмущений от Солнца и сжатия планеты, т. е. эквивалентна условию

$$\alpha \approx \beta,$$

из которого для системы Солнце–Уран получается значение $a_{кр} \approx 1,36$ млн км. Однако из условия (28) следует, что при $a > a_{кр}$ момент сил солнечного притяжения лишь «уводит» спутниковые орбиты из

экваториальной плоскости, тем не менее не запрещая их существования. Выполненное в работе [10] численное интегрирование (вместе с качественным анализом модельной задачи [9]) позволило выявить конкретный механизм, ограничивающий величиной порядка 10^4 лет «время жизни» гипотетических спутников Урана в промежуточной области околопланетного пространства, где в настоящее время не обнаружено естественных спутников.

Заключение

До недавнего времени в системе Юпитера было известно 8 далёких спутников, а в системах Сатурна и Нептуна — по одному. Уран считался уникальной планетой-гигантом, вообще не имевшей далёких спутников. В последние годы наши знания о спутниковой системе Урана значительно расширились благодаря открытию шести далёких спутников: Калибана, Сикораксы, Просперо, Сетевоса, Стефано и S/2001 U1. В результате Уран встал в один ряд с остальными планетами-гигантами, имеющими как подсистему близких (или внутренних) спутников с почти круговыми близэкваториальными орбитами, так и далёкие (или внешние) спутники с сильноэллиптическими орбитами, значительно наклонёнными к плоскости эклиптики и к экваториальным плоскостям планет.

Открытия последних лет поддерживали интерес как к задачам эволюции спутниковых орбит, так и к проблемам происхождения различных групп спутников в планетных системах. Если происхождение внутренних спутников, по-видимому, связано с процессом формирования самих планет, то внешние спутники, вероятнее всего, появились также во время этого процесса, но в результате захвата астероидных тел на планетоцентрические орбиты.

В связи с реальным распределением спутниковых орбит по большим полуосям интересной задачей представляется выявление возможного механизма «избегания» спутниками промежуточных областей околопланетного пространства. Если для спутниковой системы Урана такой механизм более или менее ясен, то для систем Юпитера и Сатурна он представляется существенно более сложным. Это касается также разделения внешних спутников на два множества прямых и обратных у Юпитера и пересечения этих множеств у Сатурна.

Актуальной является также задача создания достаточно точных аналитических и (или) численных теорий движения новых спутников с возможно более полным учётом действующих возмущающих факторов.

Работа поддержана Советом по грантам Президента РФ и государственной поддержке ведущих научных школ (грант № 00-15-96036).

Список литературы

1. Моисеев Н. Д. О некоторых основных упрощённых схемах небесной механики, получаемых при помощи осреднения ограниченной круговой

- проблемы трёх точек. 2. Об осреднённых вариантах пространственной ограниченной круговой проблемы трёх точек // Труды Гос. Астрон. ин-та им. П.К. Штернберга. 1945. V. 15, № 1. Р. 100–117.
2. *Лидов М.Л.* Эволюция орбит искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений внешних тел // Искусств. спутники Земли. 1961. V. 8. Р. 5–45.
 3. *Вашковьяк М.А.* Об эволюции орбит далёких спутников Урана // Письма в Астроном. Ж. 1999. V. 25, № 7. Р. 554–560.
 4. *Вашковьяк М.А.* Об эволюции орбит новых внешних спутников Урана // Письма в Астроном. Ж. 2001 а. V. 27, № 6. Р. 470–475.
 5. *Вашковьяк М.А.* Эволюция орбит новых внешних спутников Сатурна и их классификация // Письма в Астроном. Ж. 2001 б. V. 27, № 7. Р. 533–542.
 6. *Вашковьяк М.А.* Об эволюции орбит новых внешних спутников Юпитера // Письма в Астроном. Ж. 2001 в. V. 27, № 10. Р. 788–794.
 7. *Лидов М.Л.* О приближённом анализе эволюции орбит искусственных спутников // Проблемы движения искусственных небесных тел. — М.: Изд. АН СССР, 1963. С. 119–134.
 8. *Лидов М.Л., Ярская М.В.* Интегрируемые случаи в задаче об эволюции орбиты спутника при совместном влиянии внешнего тела и нецентральности поля планеты // Косм. исслед. 1974. Т. XXII. Вып. 2. С. 155–170.
 9. *Вашковьяк М.А.* Некоторые небесно-механические особенности системы спутников Урана // Письма в Астроном. Ж. 2001. V. 27, № 7. Р. 543–548.
 10. *Вашковьяк М.А., Тесленко Н.М.* Об особенностях спутниковой системы Урана // Письма в Астроном. Ж. 2002. V. 28, № 9. Р. 711–720.
 11. *Голдрайх П.* История лунной орбиты. Приливы и резонансы в Солнечной системе. — М.: Мир, 1975. С. 97–129.

ФОРМИРОВАНИЕ И МИГРАЦИЯ ТРАНСНЕПТУННЫХ ТЕЛ К ПЛАНЕТАМ ЗЕМНОЙ ГРУППЫ

С. И. Ипатов

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Миграция транснептуновых тел к земным планетам исследовалась на основе численных расчётов. Методом Булирша–Штера проведены расчёты эволюции орбит тысяч комет семейства Юпитера под гравитационным влиянием планет. Основываясь на результатах различных расчётов эволюции орбит тел, мы получили, что потухшие кометы могут составлять значительную долю объектов, сближающихся с Землёй. Некоторые крупные транснептуновые объекты могли сформироваться путём сжатия пылевых сгущений, а не путём аккумуляции меньших планетезималей.

Введение

Главный астероидный пояс, транснептуновый пояс и облако Оорта считаются основными источниками объектов, сближающихся с Землёй (ОСЗ; объектов с перигелийным расстоянием, меньшим 1,33 а. е.). Только около 0,004 тесных (до 0,2 а. е.) сближений известных объектов с Землёй приходится на периодические активные кометы¹⁾. Шесть из двенадцати известных прошедших сближений комет с Землёй до 0,102 а. е. приходились на периодические кометы²⁾. Поэтому доля тесных сближений активных комет с Землёй (среди сближений всех тел) составляет порядка 0,01. Однако число неактивных («потухших») комет может быть значительно больше, чем активных.

Обзоры работ, посвящённых астероидной и кометной опасности, приведены в работах Ботке и др. (2002), Ипатова (2000, 2001 а, б), Марова и Ипатова (2001). Многие учёные, например, Фаринелла и др. (1993), Ботке и др. (2002), считают, что основным источником ОСЗ являются астероиды. Везерилл (1988) полагал, что половина ОСЗ является бывшими короткопериодическими кометами, а Энеев (1980) считает, что почти все ОСЗ пришли из транснептунового пояса (пояса Эджеверса–Койпера). Кометное образование ОСЗ предполагалось также Эпином (1963). Спектральные характеристики метеоритов гораздо шире, чем астероидов (Бритт и др., 1992), что указывает на то, что часть из них имеет кометное происхождение. Шумейкер и др. (1994)

¹⁾ <http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/CloseApp.html>

²⁾ <http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/ClosestComets.html>

полагали, что активные и потухшие кометы ответственны примерно за 20 % земных кратеров диаметром более 20 км, и что имеется около 40 активных и 800 потухших комет семейства Юпитера (т.е. с периодом P , меньшим 20 лет) диаметром более 1 км и около 140–270 активных комет типа кометы Галлея ($20 < P < 200$ лет), которые пересекают орбиту Земли.

Фернандес (1980) первым предположил, что короткопериодические кометы приходят из транснептунового пояса. Дункан и др. (1995), Кучнер и др. (2002) рассматривали миграцию транснептуновых объектов (ТНО) к орбите Нептуна, а Левисон и Дункан (1997) изучали миграцию тел от орбиты Нептуна к орбите Юпитера. Харис и Бейли (1998) оценивали вероятность перехода объектов, пересекающих орбиту Юпитера, на орбиты Энке-типа, меньшей 0,0023. Ипатов и Хан (1999) и Ипатов (2000) рассматривали эволюцию 24 орбит, пересекающих орбиту Юпитера и близких к орбите кометы Comet P/1996 R2. Эти авторы получили, что в среднем указанные объекты движутся на орбитах, пересекающих одновременно орбиты Юпитера и Земли, в течение 5000 лет. На основе данных расчётов Ипатов (1999, 2000, 2001 а) оценил, что бывшие ТНО, находящиеся на орбитах, пересекающих одновременно орбиты Земли и Юпитера, могут составлять 20 % всех ОСЗ и предположил, что ещё большее число бывших ТНО могут двигаться по орбитам, целиком лежащим внутри орбиты Юпитера. В 2002 г. мы провели расчёты эволюции орбит тысяч объектов, пересекающих орбиту Юпитера (а также резонансных орбит астероидов), и на основе этих расчётов уточнили оценки миграции ТНО к планетам земной группы. Предварительные результаты докладывались в 2002 г. на ряде конференций; статьи Ипатова (2002 а-д) и Ипатова и Мазера (2002) были размещены в интернете: <http://arXiv.org/format/astro-ph/>.

1. Формирование транснептуновых объектов и астероидов

Согласно Гуревичу и Лебединскому (1950), Голдрейху и Уорду (1973) и Сафронову (1969), пылевой диск около формирующегося Солнца уплотнялся, пока его плотность не достигла критического значения, близкого к плотности Роша. При этом диск стал неустойчивым к возмущениям собственной гравитации и разбился на пылевые сгущения. Первичные начальные сгущения объединялись при столкновениях, образуя вторичные сгущения, которые сжались и образовали твёрдые планетезимали. Голдрейх и Уорд (1973) получили диаметры начальных планетезималей порядка 100 км в зоне Нептуна и 1 км в зоне планет земной группы. Гринберг и др. (1984) считали, что начальные планетезимали в зоне питания Нептуна были гораздо меньше (порядка 1 км). По оценкам Сафронова и Витязева (1983), массы наибольших сгущений в зоне Нептуна могли достигать $2m_{\oplus}$ ($m_{\oplus}$ — масса Земли). Некоторые исследователи считают, что турбулентность препятствовала гравитационной неустойчивости, и планетезимали могли

сформироваться путём коагуляции частиц, которые сталкивались из-за различной скорости оседания к центральной плоскости и турбулентности. Однако роль турбулентности могла убывать с увеличением расстояния от Солнца.

Стерн (1995, 1996 а, б), Стерн и Колвел (1997), Дэвис и Фаринелла (1997), Кеньон и Луу (1998, 1999), Дурда и Стерн (2000) и другие авторы изучали формирование и столкновительную эволюцию транс-нептунового пояса (ТНП). В их моделях процесс аккумуляции ТНО проходил при малых (обычно порядка 0,001) эксцентриситетах и при массивном (десятки $m_{\oplus}$) ТНП.

В наших расчётах под гравитационным влиянием планет-гигантов максимальные эксцентриситеты ТНО всегда превышали 0,05 за 20 млн лет. Сопротивление газа могло уменьшать эксцентриситеты орбит планетезималей, а гравитационное влияние формирующихся планет-гигантов могло быть меньше, чем у современных планет. Однако, по мнению Ипатова (2000), из-за гравитационного влияния формирующихся планет-гигантов и взаимного гравитационного влияния планетезималей малые эксцентриситеты скорее всего не могли существовать в течение времени, необходимого для аккумуляции ТНО диаметром более 100 км. Поэтому, как предположил Энеев (1980), ТНО диаметром $d \geq 100$ км могли сформироваться в зоне $a > 30$ а. е. в основном путём сжатия больших разреженных сгущений, а не путём аккреции малых твёрдых планетезималей. Мы полагаем (Ипатов, 2001 в), что таким же способом могли образоваться и планетезимали диаметром в несколько сотен километров в зоне планет-гигантов и крупнейшие астероиды. Одни объекты могут быть осколками этих крупных объектов, а другие небольшие объекты могли сформироваться непосредственно путём сжатия сгущений. Даже если на каком-либо расстоянии от Солнца массы первичных сгущений, на которые распался пылевой диск, были примерно одинаковыми, то в процессе их объединения могло образоваться распределение по массам конечных сгущений, которые сжались до плотности твёрдых тел.

В случае аккумуляции планетезималей рядом авторов была получена так называемая «gun-away accretion», когда крупные планетезимали растут гораздо быстрее остальных. Аналогичный эффект может наблюдаться при объединениях разреженных сгущений. Может быть, что даже в зоне главного астероидного пояса, где первоначальная поверхностная плотность пыли была большой, существовали некоторые механизмы, препятствовавшие быстрому сжатию сгущений. Это могло привести к образованию астероидов диаметром в сотни километров непосредственно путём сжатия крупных вторичных сгущений, образовавшихся вследствие объединения меньших сгущений.

Результаты проведённых Ипатовым (1987, 1993) расчётов показали, что суммарная масса планетезималей, проникавших в ТНП из зон питания планет-гигантов, достигала нескольких десятков $m_{\oplus}$. Эти планетезимали увеличивали эксцентриситеты орбит «местных» ТНО, суммарная начальная масса которых могла превышать $10m_{\oplus}$, и вывели большинство из них. Небольшая часть таких планетезималей могла

остаться за орбитой Нептуна на сильно эксцентричных орбитах. Такой механизм формирования ТНО на сильно эксцентричных орбитах, а также формирование «местных» ТНО на слабо эксцентричных орбитах из вещества, находившегося за орбитой Нептуна, рассматривался Ипатовым (1987) ещё до обнаружения первых тел за орбитой Нептуна.

Ипатов (1991, 1993) показал, что Уран и Нептун могли мигрировать за 10^7 лет из зоны, расположенной около современной орбиты Сатурна, на их современные орбиты благодаря гравитационным взаимодействиям с мигрирующими планетезималями, первоначально находившимися за орбитой Сатурна. При этом эксцентриситеты орбит Урана и Нептуна оставались всё время небольшими; гравитационные взаимодействия учитывались методом сфер. Позднее Томмес и др. (2002) получили аналогичные результаты путём численного интегрирования. Сравнение расчётов показало, что метод сфер может давать близкие результаты в случае большого числа тел, движущихся по эксцентричным орбитам.

Заметим, что большие эксцентриситеты орбит некоторых массивных планет около других звёзд, возможно, вызваны тем, что на сравнительно близких орбитах могли сформироваться две массивные планеты, которые начали раскачивать орбиты друг друга, увеличивая свои эксцентриситеты. В результате одна планета была выброшена на гиперболическую орбиту, а вторая осталась на эксцентричной орбите. Также могла возникнуть гравитационная раскачка не двух, а большего числа планет, закончившаяся выбросом некоторых из них и увеличением эксцентриситетов орбит оставшихся планет. Толчком к началу такой раскачки орбит могло послужить изменение орбиты одной из планет при её взаимодействиях с планетезималями или, например, вследствие долговременных возмущений других планет.

В настоящее время обнаружены ТНО, движущиеся по сильно эксцентричным орбитам с перигелийными расстояниями q , превышающими 40 а. е. («extended scattered disk» objects), например, 1995 TL₈ ($a = 52,8$ а. е., $q = 40,2$ а. е.) и 2000 CR₁₀₅ ($a = 228$ а. е., $q = 44,1$ а. е.), в то время как типичные scattered disk objects (SDOs) в ТНП имеют $q \sim 35 \div 38$ а. е. По нашему мнению, такие ТНО с большими q могли быть бывшими планетезималями из зоны питания планет-гигантов. В ходе эволюции диск планетезималей значительно расширился (Ипатов, 1987, 1993), и некоторые планетезимали могли приобрести орбиты с большими q под влиянием других планетезималей ещё до того, как Нептун пришёл на современную орбиту из зоны, расположенной около орбиты Сатурна.

2. Столкновительная эволюция транснептунового пояса

Благодаря взаимным столкновениям тела главного астероидного пояса (ГАП) и ТНП попадают в области, из которых они могут покинуть эти пояса. Роль гравитационных взаимодействий в ГАП меньше

роли столкновений, хотя она бывает и не мала (до 10%), так как в настоящее время в ГАП обнаружено более 15 резонансов, поставляющих тела к Марсу и Земле (Миглиорини и др., 1998; Морбиделли и Несворни, 1999). Тем не менее, в ТНП эта роль гравитационных взаимодействий достаточно важна.

Наши оценки (Ипатов, 1995, 2000) частоты столкновений тел в транснептуном и астероидном поясах близки по порядку величины к результатам, полученным Стерном (1995), Дэвисом и Фаринеллой (1997), Дурдой и Стерном (2000). Сравним частоту столкновений тел в этих поясах. В ГАП существует около миллиона астероидов диаметром $d \geq 1$ км, причём число тел с $d > D$ пропорционально $D^{-\alpha}$, где α находится между 2 и 2,5 (Бинцель и др., 1991; Хюгес, Харис, 1994). При отношении s масс двух сталкивающихся тел, во время которого происходит разрушение большего тела, равном 10^4 , столкновительные времена T_{cl} жизни тел диаметром $d = 1$ км в ГАП составляют порядка 1 млрд лет. Если $\alpha = 2$ и $s = \text{const}$, то T_{cl} не зависит от d . Считается, что для ОСЗ при $d < 40$ м $\alpha > 3$. Если это утверждение справедливо также для ГАП, то для однометрового астероида $T_{cl} < 2$ млн лет. При $\alpha = 2$, $s = 10^3$ и массе ТНП $\sim 0,1m_{\oplus}$ для ТНО диаметром $d \geq 100$ км $T_{cl} = 30$ млрд лет. При $s = 10^4$ (и $\alpha = 2$) значения T_{cl} меньше в 4,6 раза, чем при $s = 10^3$. 1-км ТНО сталкивается с одним из 10^{12} 100-метровых объектов раз в 3 млрд лет. Поэтому при $s = \text{const}$ значения T_{cl} для 1-км ТНО имеют тот же порядок величины, что и для астероидов главного пояса.

Энергия столкновения двух небольших ТНО в среднем в 20 раз меньше, чем астероидов таких же масс, и при том же составе двух сталкивающихся тел отношение s , необходимое для разрушения большего тела, в 20 раз больше, чем для ГАП. Если скорость столкновения существенно зависит от масс тел, то отмеченная выше разница значений s для ТНП и ГАП меньше 20. Так как гораздо легче разрушить ледяные ТНО, чем скалистые астероиды, то для ТНО s может быть значительно больше и их столкновительные времена жизни могут быть того же порядка, что и в ГАП. Времена жизни пористых ТНО, вероятно, больше, чем времена жизни астероидов. Суммарная масса тел, движущихся по сильно эксцентричным орбитам с $a > 50$ а.е., может превышать суммарную массу ТНП, а при тех же массах средняя энергия столкновения такого тела с ТНО в среднем в несколько (≈ 4) раз больше, чем для двух ТНО. Поэтому, несмотря на то, что эти тела проводят меньшую часть времени на расстоянии менее 50 а.е. от Солнца и эффективный радиус меньше для больших e , вероятность разрушения ТНО такими телами, чем другими ТНО, может быть того же порядка или даже больше.

Ипатов (1995, 2000) показал, что за последние 4 млрд лет несколько процентов ТНО могли изменить свои большие полуоси a более, чем на 1 а.е. вследствие гравитационных взаимодействий с другими ТНО. Первые оценки гравитационных взаимодействий ТНО проводились Ипатовым (1980, 1988б) задолго до того, как в 1992 г. был обнаружен

первый ТНО. Даже малые изменения элементов орбит ТНО, происходящие вследствие их взаимного гравитационного влияния и столкновений, могут приводить к большим изменениям элементов орбит ТНО под гравитационным влиянием планет (Ипатов, Хенрард, 2000).

3. Характерные времена до столкновений ОСЗ с планетами в модели с фиксированными элементами орбит

Остановимся сначала на вероятностях столкновений ОСЗ с планетами при предположении, что их большие полуоси a , эксцентриситеты e и наклонения i фиксированы, но ориентации орбит могут меняться. При вычислении вероятностей столкновений и характерных времён T_f до столкновений будем использовать формулы, приведённые Ипатовым (1988 а, 2000), но добавим коэффициент k , который учитывает неравномерность движения тела по эксцентричной орбите.

Если тело сталкивается с планетой на расстоянии r от Солнца, то характерное время до столкновения в $k = v/v_c = [2a/r - 1]^{0,5}$ раз больше, чем в случае постоянной скорости, где v — скорость в точке пересечения орбиты тела и планеты, а v_c — скорость движения по круговой орбите с такой же большой полуосью. Используемые формулы зависят также от синодического периода обращения и лучше, чем обычно используемые формулы Эпика, описывают случай, когда большие полуоси орбит двух рассматриваемых объектов близки друг к другу. Для примера отметим, что $k = 2,26$ при $e = 0,7$ и $a = 3,06$ а.е.

Значения T_f (в млн лет), k и числа N_f рассмотренных объектов представлены в табл. 1. Кроме ОСЗ мы отдельно рассматривали астероиды групп Атона ($a < 1$ а.е. и $Q = a(1 + e) > 0,983$ а.е.), Аполлона ($a > 1$ а.е., $q = a(1 - e) < 1,017$ а.е.) и Амура ($1,017 < q < 1,33$ а.е.), а также около 10 комет семейства Юпитера (КСЮ). Всего было рассмотрено около 1300 ОСЗ, известных в 2001 г. Для N_f объектов T_f вычислялось по формуле $T_f = N_f / \sum (1/T_i)$, где T_i — значение времени для i -го объекта.

Отметим, что относительно небольшие значения T_f для атонцев и всех ОСЗ, сталкивающихся с Землёй, вызваны в основном несколькими атонцами с малыми наклонениями орбит, которые были открыты в последние годы. Так как ОСЗ с малыми наклонениями легче обнаружить, то реальные значения T_f больше значений, приведённых в табл. 1. Если для одного атонца с наклонением $i = 0,1^\circ$ взять $i = 1^\circ$, то в случае столкновений с Землёй получаем $T_f = 28$ млн лет и $k = 0,84$ для атонцев и $T_f = 97$ млн лет и $k = 1,09$ для ОСЗ.

Для комет семейства Юпитера, сталкивающихся с планетами земной группы, $k > 2$. Для трёх рассмотренных комет типа кометы Галлея с периодами от 71 до 76 лет полученные характерные времена до столкновений с Землёй и Марсом равны соответственно 350 и 3500 млн лет ($k = 6$ и $k = 5$).

Таблица 1

Планета	Атонцы			Аполлонцы			Амурцы			ОСЗ			КСЮ	
	T_f	k	N_f	T_f	k	N_f	T_f	k	N_f	T_f	k	N_f	T_f	k
Венера	106	1,2	94	186	1,7	248				154	1,5	343	2900	2,5
Земля	15	0,9	110	164	1,4	643	211	2,0	1	67	1,1	756	2200	2,3
Марс	475	0,4	6	4250	0,9	574	5810	1,1	616	4710	1,0	1197	17 000	1,8

4. Эволюция орбит комет семейства Юпитера и астероидов

В настоящем разделе (а также в табл. 2 и на всех рисунках, кроме рис. 2 в) представлены расчёты эволюции орбит тысяч комет семейства Юпитера и сотен резонансных астероидов под влиянием планет (кроме Меркурия и Плутона), полученные методом Булирша–Штера (1966) (алгоритм BULSTO) из пакета интегрирования, разработанного Леви-соном и Дунканом (1994). Рассматриваемый интервал времени был не менее 10 млн лет, а относительная ошибка на шаге интегрирования (в зависимости от варианта расчёта) бралась меньшей, чем $\varepsilon = 10^{-9}$ или $\varepsilon = 10^{-8}$, или чем некоторая величина, лежащая в этих пределах. В следующем разделе мы сравниваем результаты, полученные методом BULSTO при $10^{-9} \leq \varepsilon \leq 10^{-8}$, с результатами, полученными при меньших значениях ε , а также симплектическим методом (алгоритм RMVS3 из того же пакета).

В первой серии расчётов (обозначенной $n1$) мы рассматривали эволюцию орбит $N = 1900$ объектов, пересекающих орбиту Юпитера (ОПОЮ), начальные орбиты которых были близки к орбитам 20 реальных ОПОЮ с периодами $5 < P_a < 9$ лет. В других сериях расчётов начальные орбиты были близки к орбите одной из комет (2P, 9P, 10P, 22P, 28P или 39P). В серии 2P при расчётах мы включали также Меркурий, потому что все рассмотренные кометы из этой серии пересекали орбиту Меркурия (орбита кометы 2P целиком лежит внутри орбиты Юпитера, но мы также относим её к ОПОЮ, так как она пересекала её когда-то в прошлом).

Была рассмотрена также эволюция орбит астероидов, первоначально находившихся в резонансах 3 : 1 и 5 : 2 с Юпитером. Для ОПОЮ мы варьировали только начальную среднюю аномалию v , причём в большинстве случаев значения момента τ прохождения перигелия варьировались с шагом, не превышающим одного дня, (т. е. v варьировалось с шагом, меньшим $0,2^\circ$) около значения τ , оцениваемого на основе наблюдений; при этом шаг был меньше в более тесной окрестности этого значения. Обычно максимальные вариации начальных значений τ не превышали нескольких десятков дней. Для астероидов мы варьировали начальные значения v и долготы восходящего узла в пределах 360° .

Приближённые (насколько позволяли размеры таблицы) значения начальных элементов орбит (a в а. е., i в град.) приведены в табл. 2.

Таблица 2

					Венера				Земля				Марс				
	N	a , а.е.	e	i	P_r	T	T_c	P_r	T	T_c	P_r	T	T_c	r	T_J		
n1	1900				2,42	4,23	1,75	4,51	7,94	1,76	6,15	30,0	4,88	0,7	119		
2P	501	2,22	0,85	12°	141	345	2,45	110	397	3,61	10,5	430	41,0	18,	173		
9P	800	3,12	0,52	10°	1,34	1,76	1,31	3,72	4,11	1,10	0,71	9,73	13,7	1,2	96		
10P	2149	3,19	0,53	12°	28,3	41,3	1,46	35,6	71,0	1,99	10,3	169,	16,4	1,6	122		
22P	1000	3,47	0,54	4,7°	1,44	2,98	2,07	1,76	4,87	2,77	0,74	11,0	14,9	1,6	116		
28P	750	6,91	0,78	14°	1,7	21,8	12,8	1,9	34,7	18,3	0,44	68,9	157	1,9	443		
39P	750	7,25	0,25	1,9°	1,06	1,72	1,62	1,19	3,03	2,55	0,31	6,82	22	1,6	94		
Σ	7349				9,52	16,2	1,70	12,6	27,9	2,21	4,89	62,4	12,8	1,4	112		
Σ	7850				17,9	37,7	2,11	18,8	51,5	2,74	5,29	85,9	16,2	2,6	116		
R2	24	3,79	0,31	2,6°	0,53	0,6	1,13	2,84	1,6	0,56	6,97	14	2,0				
3/1*	288	2,5	0,15	10°	940	1143	1,22	1223	1886	1,54	371	3053	8,23	2,3	227		
5/2*	288	2,82	0,15	10°	95,8	170	1,78	160	304	1,9	53,7	780	14,5	1,0	232		
3/1	288	2,5	0,15	10°	1286	1886	1,47	1889	2747	1,45	488	4173	8,55	2,7	229		
5/2	288	2,82	0,15	10°													

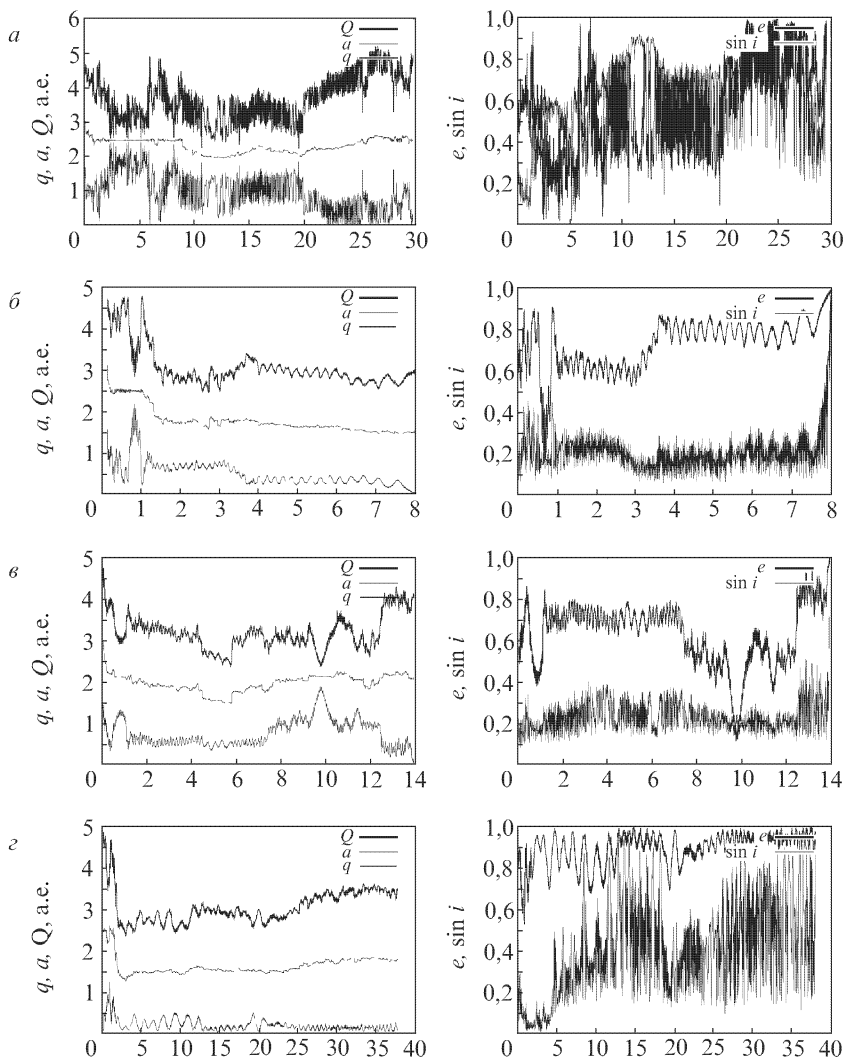


Рис. 1. Изменения со временем (в млн лет) больших полуосей (a), афелийных (Q) и перигелийных (q) расстояний (левые рисунки), эксцентриситетов (e) и синусов наклонений ($\sin i$) (правые рисунки) для тел, исходные орбиты которых близки к орбитам комет 10P (*a-б*) или 2P (*г*). Алгоритм BULSTO

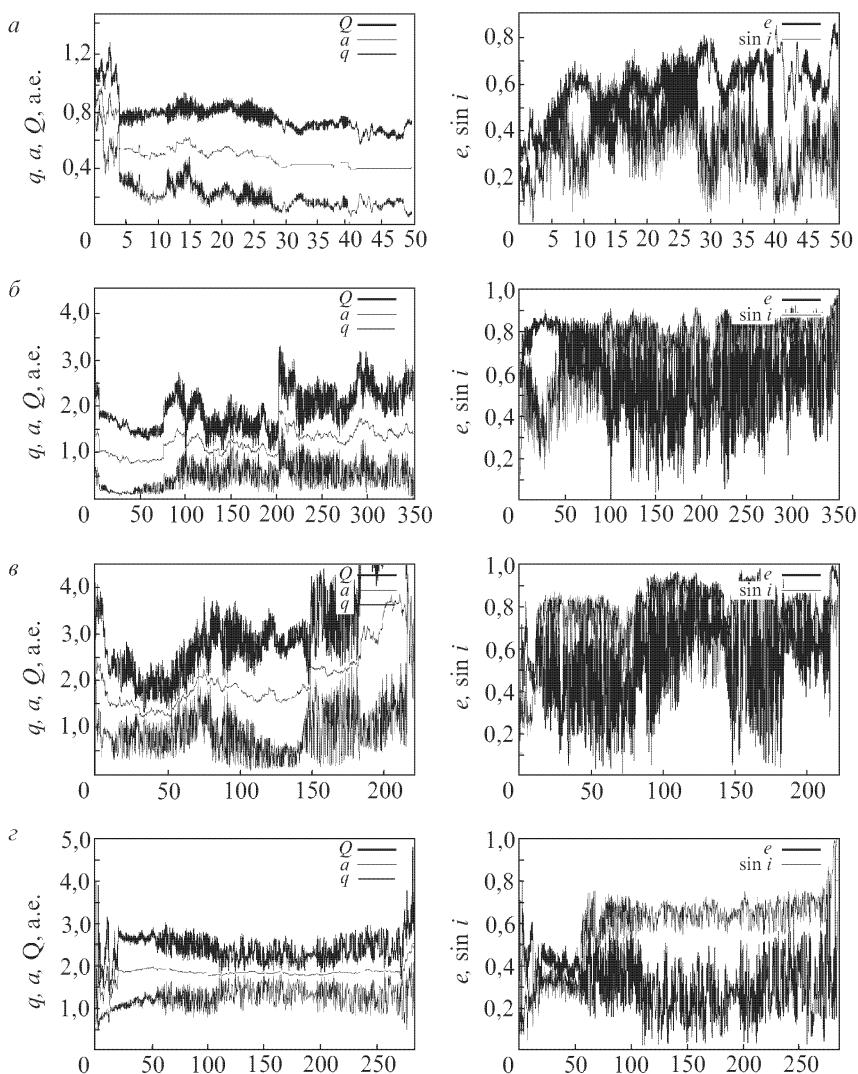


Рис. 2. Изменения со временем (в млн лет) больших полуосей (a), афелийных (Q) и перигелийных (q) расстояний (левые рисунки), эксцентриситетов (e) и синусов наклонений ($\sin i$) (правые рисунки) для тел, исходные орбиты которых близки к орбитам комет 10P (a , $г$) или 2P ($б$) или к орбите астероида, находящегося в резонансе 3/1 с Юпитером при $e = 0,15$ и $i = 10^\circ$ ($в$). Алгоритм BULSTO (a – $в$) или RMVS3 ($г$)

Число тел при одном расчёте не превышало 250; эти расчёты объединялись в серию. В строке R2 табл. 2 приведены данные по эволюции орбиты объекта P/1996 R2 (Lagerkvist) при интегрировании на интервале 2 млн лет (во всех остальных вариантах расчётов рассматриваемый интервал времени был не менее 10 млн лет, и интегрирование проводилось только в будущее). В работе Ипатова и Хана (1999) эволюция орбиты этого объекта рассматривалась также в прошлое. Результаты расчётов для астероидов, помеченные звёздочкой, приведены для 50 млн лет (для 50 млн лет приведены и данные на рис. 3 б).

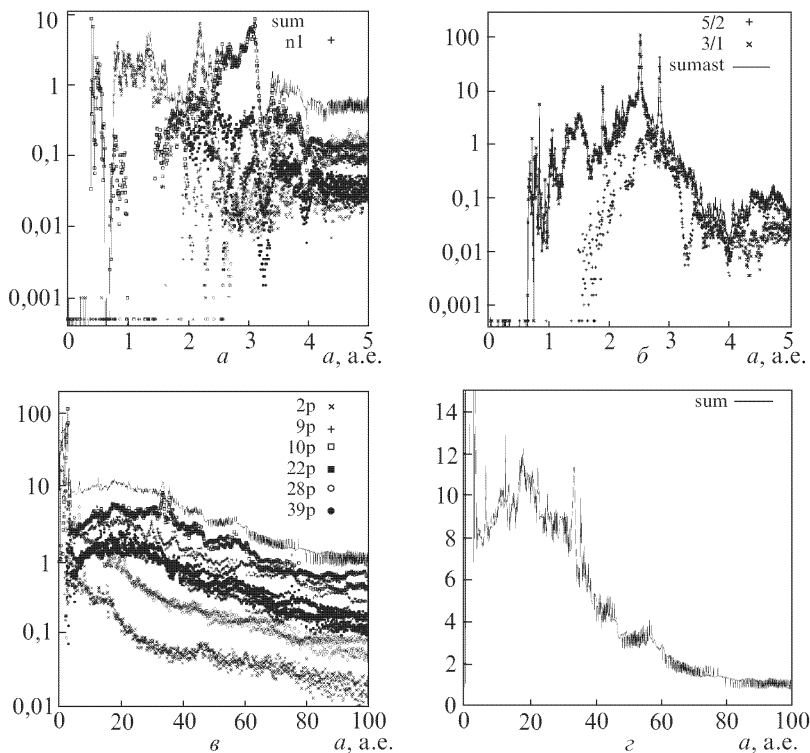


Рис. 3. Распределение всех рассмотренных мигрирующих комет (a , ϑ - z) и астероидов (ϑ) по большим полуосям их орбит (времена [в млн лет], в течение которых большие полуоси орбит объектов лежали в интервале 0,005 а. е. (a , ϑ) или 0,1 а. е. (ϑ , z)). Графики на рис. (ϑ) при $a = 40$ а. е. соответствуют (сверху вниз) сумме, 10P, $n1$, 39P, 22P, 9P, 28P и 2P. Обозначения на рис. (a) и (ϑ) одинаковы. Алгоритм BULSTO

При расчётах планеты и тела рассматривались как материальные точки, но на основе элементов орбит тел, полученных шагом в 500 лет, вычислялась средняя вероятность столкновения $P = P_{\Sigma}/N$ (P_{Σ} —

вероятность столкновения всех N рассмотренных тел) тела с планетой, среднее время $T = T_{\Sigma}/N$, в течение которого перигелийное расстояние q тела было меньше большой полуоси орбиты планеты, и среднее время T_J , в течение которого тело пересекало орбиту Юпитера.

В табл. 2 приведены значения $P_T = 10^6 P$, T_J и T , а также отношения r суммарного интервала времени, в течение которого орбиты были аполлоновского типа при $e < 0,999$, к интервалу, когда они были амуровского типа, а также значения $T_c = T/P$ характерного времени до столкновения с планетой (аналогичного T_f в табл. 1).

Полученные результаты показали, что высокая вероятность столкновений ОПОЮ с земными планетами обусловлена небольшой ($\sim 0,1 \div 1\%$) долей объектов, которые двигались в течение миллионов лет на орбитах с афелийным расстоянием $Q < 4,7$ а.е. Некоторые из данных объектов имели типичные орбиты ОСЗ и астероидов и двигались по орбитам с $Q < 3$ а.е. в течение миллионов лет. На рис. 1, 2 приведены примеры изменений элементов орбит со временем для нескольких объектов в случае, когда они долгое время двигались по орбитам с $Q < 4$ а.е.

На рис. 1 представлены четыре случая, которые не являются «рекордсменами» по вероятностям столкновений с планетами, но входят десятку «сильнейших». На рис. 2 а–б представлены результаты расчётов для двух бывших ОПОЮ, у которых вероятности столкновений с планетами земной группы были наибольшими. Эти два тела не включены в табл. 2. Сумма для 7349 ОПОЮ не включает серию 2Р и объект, представленный на рис. 2 а. Данные по серии R2 в обе суммарные строки этой таблицы не входят.

На рис. 2 в представлен случай эволюции орбиты астероида из резонанса 3 : 1 с Юпитером, а на рис. 2 г — случай эволюции ОПОЮ, полученный симплектическим методом (на всех остальных рис. 1–4 представлены результаты расчётов, полученные методом Булирша–Штера).

Отношение средней вероятности столкновения ОПОЮ с $a > 1$ а.е. с планетой к массе планеты для Марса в несколько раз больше, чем для Земли (большие значения P для Марса в серии расчётов $n1$ вызваны одним объектом со временем жизни, равным 26 млн лет). Суммарное время (в млн лет), проведённое всеми 7852 ОПОЮ, 7350 ОПОЮ (без 2Р) и астероидами (для астероидов сначала приведены значения для 50 млн лет, а в скобках — для всего интервала времени) на некоторых типах орбит, представлено в табл. 3.

Кроме атонцев, аполлонцев и амурцев, о которых говорилось выше, в таблицу включены ОВОЗ — «объекты внутри орбиты Земли» (inner-Earth objects, IEOs, $Q < 0,983$ а.е.) и аполлонцы с $a < 2$ а.е. Для объектов, пересекающих орбиту Земли, эти значения времени обусловлены только несколькими десятками объектов. Орбиты таких объектов в среднем более эксцентричны, чем у реальных объектов. Один бывший ОПОЮ, начальная орбита которого близка к орбите кометы 10Р, двигался по атоновским орбитам в течение 3,5 млн лет (рис. 2 а), и вероятность его столкновения с Землёй с таких орбит

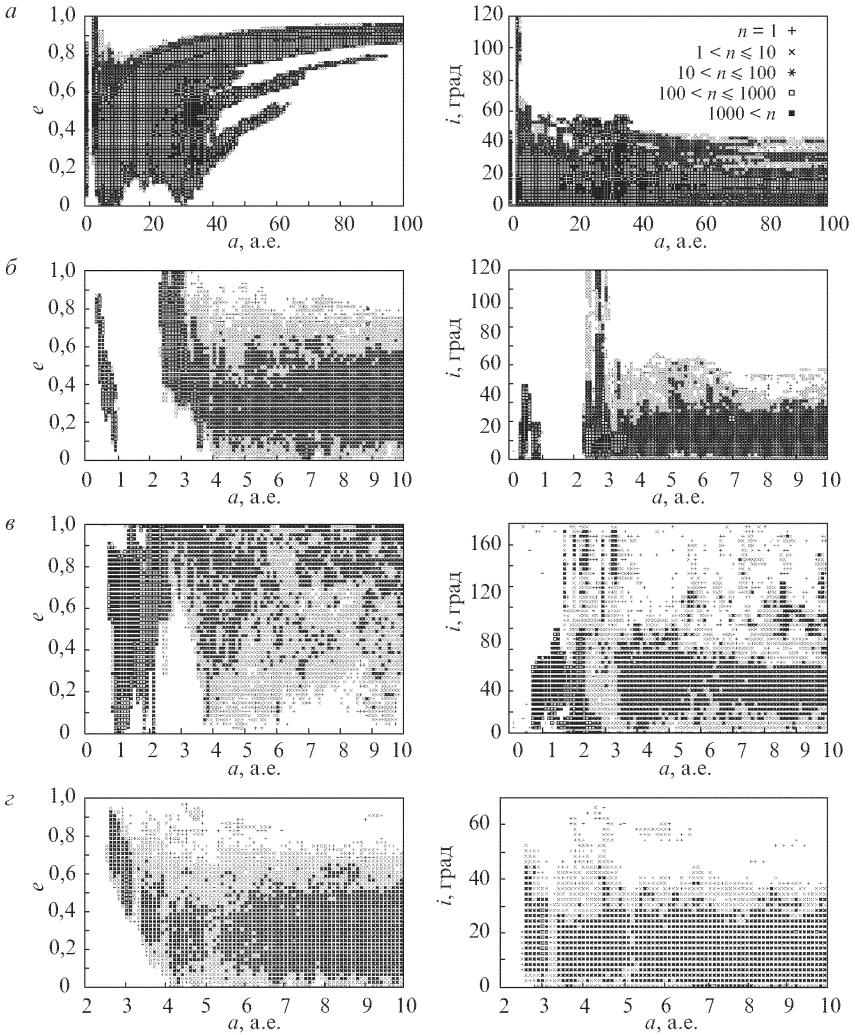


Рис. 4. Распределение мигрирующих комет по большим полуосям (в а.е.) и эксцентриситетам (левые рисунки) и по большим полуосям (в а.е.) и наклонениям (в град.) (правые рисунки) их орбит для комет 10P (а, б), 2P (в) и 39P (г). На каждом рисунке представлены результаты расчётов для 250 тел. Алгоритм BULSTO

Таблица 3

	N	ОВОЗ	Атонцы	Аполлонцы с $a < 2$ а. е.	Аполлонцы	Амурцы	$a > 5$ а. е.
ОПОЮ	7852	10	86	411	659	171	7100
ОПОЮ	7350	10	3,4	23	207	145	7000
3 : 1	288	13	4,5	190 [433]	540 [790]	230 [290]	78 [83]
5 : 2	288	0	0	2	90	90	230

(0,344) была больше, чем для 7850 рассмотренных бывших ОПОЮ (0,15). Затем этот объект двигался примерно в течение 10 млн лет (до столкновения с Венерой) по орбитам, целиком лежащим внутри орбиты Земли, и в течение этого времени вероятность P_V его столкновения с Венерой (0,655) была больше ($P_V \approx 3$ для интервала времени, представленного на рис. 2 а), чем для 7850 ОПОЮ (0,14).

Другой объект (рис. 2 б) двигался по сильно эксцентричным атоновским орбитам в течение 83 млн лет, а его время жизни до столкновения с Солнцем равнялось 352 млн лет. Вероятность его столкновения с Землёй, Венерой и Марсом равна 0,172, 0,224 и 0,065 соответственно. Среднее время T_E , в течение которого ОПОЮ двигался по орбитам, пересекающим орбиту Земли, равнялось $7 \cdot 10^4$ лет для 7852 рассмотренных ОПОЮ и было меньше ($\approx 8 \cdot 10^3$ лет) для серии $n1$. В работе Ипатова и Хана (1999) $T_E = 5 \cdot 10^3$ лет при $N = 24$ (с учётом интегрирования и в прошлое, и в будущее).

Ранее несколько учёных получили значения P , меньшие, чем те, которые представлены в итоговых строках табл. 2. Эти различия, вероятно, связаны с разным выбором исходных объектов и с тем, что среди сравнительно небольшого числа рассмотренных ранее тел не оказалось тел, которые долгое время двигались по орбитам, пересекающим орбиту Земли. Отношение P_S числа объектов, столкнувшихся с Солнцем, к общему числу исчезнувших объектов (столкнувшихся или выброшенных) в рассмотренных нами вариантах расчётов приведено в табл. 4 (нижняя строка указывает серию расчётов).

Таблица 4

0,0005	0,349	0	0,014	0,002	0,007	0
$n1$	2P	9P	10P	22P	28P	39P

Шесть и девять ОПОЮ с начальными орбитами, близкими соответственно к орбитам комет 10P и 2P, двигались по аполлоновским орбитам с $a < 2$ а. е. в течение не менее 0,5 млн лет каждый (пять из них двигались по таким орбитам не менее 5 млн лет каждый). Вклад всех остальных объектов в суммарное время движения по подобным орбитам был гораздо меньше. Некоторые рассмотренные бывшие ОПОЮ

проводили много времени в резонансе $3 : 1$ с Юпитером (рис. 1 *а, б*) и с $2 < a < 2,6$ а.е. Другие объекты двигались долгое время по иным орбитам, пересекающим орбиту Марса. Поэтому ОПОЮ могут попадать в области, которые рассматриваются многими учёными (Ботке и др., 2002) в качестве основных источников ОСЗ.

На рис. 3 обозначены времена в млн лет, в течение которых большие полуоси орбит объектов лежали в интервале $0,005$ а.е. (рис. 3 *а, б*) или $0,1$ а.е. (рис. 3 *в, г*). На этом рисунке в распределении астероидов, мигрировавших из резонанса $5 : 2$ с Юпитером, и для бывших ОПОЮ (кроме 2Р) виден люк при $3,3$ а.е. (резонанс $2 : 1$ с Юпитером).

В серии $n1$ получено, что $T_J = 0,12$ млн лет, и во время движения по орбитам, пересекающим орбиту Юпитера, объекты имели периоды $P_a < 10$, $10 < P_a < 20$, $20 < P_a < 50$, $50 < P_a < 200$ лет в течение соответственно около 11 %, 21 %, 21 % и 17 % от T_J . Поэтому число всех ОПОЮ в 3 раза больше числа комет семейства Юпитера ($P_a < 20$ лет). Некоторые ОПОЮ сначала переходили на орбиты с афелиями глубоко внутри орбиты Юпитера, затем десятки миллионов лет двигались в транснептуновой зоне, как по слабо эксцентричным, так и по сильно эксцентричным орбитам. Доля тел из резонанса $5 : 2$ с Юпитером, которые сталкивались с Землёй, в 7,6 раза меньше, чем для резонанса $3 : 1$. Лишь небольшая доля астероидов из резонанса $5 : 2$ получала орбиты с $a < 2$ а.е. (рис. 3 *б*).

Значения характерных времён T_c до столкновений ОПОЮ и астероидов с планетой, представленные в табл. 2, больше аналогичных значений времён T_f , приведённых в табл. 1 (для Земли $T_c = T/P \approx 2,7$ млрд лет для 7850 рассмотренных ОПОЮ, $T_c \approx 1,1$ млрд лет для 7852 объектов, в то время как для наблюдаемых объектов, пересекающих орбиту Земли (ОПОЗ), аналогичное время составляет порядка 100 млн лет). Это связано с тем, что мигрирующие ОПОЮ и резонансные астероиды двигались по более наклонённым и эксцентричным орбитам, чем наблюдаемые ОПОЗ.

Гораздо легче наблюдать орбиты с меньшими значениями e и i . Поэтому, вероятно, многие ОСЗ, двигающиеся по орбитам с большими e и i , ещё не обнаружены. Около 1 % наблюдаемых аполлонцев пересекают орбиту Юпитера (и дополнительные 1 % аполлонцев имеют афелии между $4,7$ – $4,8$ а.е.), но эти аполлонцы большую часть времени движутся далеко от Земли, и их реальная доля среди ОПОЗ больше, чем для наблюдаемых объектов. Доля ОПОЗ среди комет семейства Юпитера составляет порядка 10 %. Это немного больше, чем T/T_J для серии $n1$, но меньше, чем T/T_J для 7850 ОПОЮ.

На рис. 4 приведены распределения мигрирующих бывших ОПОЮ по a и e (слева) и по a и i (справа). Для каждой картинке мы рассматривали 250 мигрирующих объектов, 100 интервалов a , 50 интервалов e и 60 (рис. *а, б*), 45 (рис. *в*) или 35 (рис. *г*) интервалов i . Различные обозначения соответствуют разному числу n значений элементов орбит (вычисленных с шагом 500 лет), которые попадают в одну «группу» близких значений элементов орбит. Все рассмотренные объекты очень редко приобретали слабо эксцентричные орбиты с $2 < a < 3,5$ а.е.

и $11 < a < 28$ а.е. Для многих мигрирующих объектов перигелии их орбит были близки к большим полуосям орбит планет-гигантов (рис. 4 а), в основном к большой полуоси Юпитера.

Ометим, что Озёрной и др. (2000) рассматривали миграцию объектов, пересекающих орбиту Нептуна, и получили основные концентрации перигелиев около орбиты Нептуна. Распределения, представленные на рис. 4, сильно различаются для разных серий расчётов. Для начальных орбит, близких к орбите кометы 2Р, получено $90^\circ < i < 180^\circ$ при различных значениях a (рис. 4 в). Для рис. 4 б (комета 10Р) значения $90^\circ < i < 120^\circ$ были получены только при $2,4 < a < 3,2$ а.е.

Помимо миграции малых тел, мы изучали также миграцию пылевых частиц, используя метод Булирша–Штера. Начальные орбиты принимались такими же, как и у 500 реальных астероидов с номерами от 1 до 500. Рассматривались значения параметра β , равные 0,01, 0,05, 0,1, 0,25 и 0,4 (согласно Моро-Мартин и Малхотре (2002), при плотности $2,7 \text{ г/см}^3$ такие значения β соответствуют размерам частиц в 40, 9, 4, 2 и 1 мкм). При $\beta = 0,01$ и $\beta = 0,05$ все рассмотренные частицы выпадали на Солнце. При β , равном 0,1, 0,25 и 0,4, доля частиц, достигших 2000 а.е. (остальные частицы выпадали на Солнце), равнялась соответственно 0,01, 0,38 и 0,68.

5. Сравнение результатов, полученных разными методами

Приведённые выше результаты интегрирования получены с помощью метода Булирша–Штера (1966) при $10^{-9} \leq \varepsilon \leq 10^{-8}$. Такие значения ε оптимальны (лучше сохраняются интегралы движения; графики, полученные при близких ε , более близки между собой (Ипатов, 1988 в)) при изучении систем, когда тесные сближения объектов не представляют интереса. При наших расчётах мы не моделировали столкновения тел с планетами, а использовали полученные элементы орбит для вычислений вероятностей столкновений мигрирующих тел с планетами. Так как эволюция рассматриваемых орбит была хаотической, то гораздо более точное интегрирование не должно заметно повлиять на вероятность выпадений тел на планеты (по крайней мере не должно уменьшить эти вероятности, так как очень тесные сближения могут только сильнее менять орбиты, а значит увеличивать вероятность расхождения с Юпитером). В случае тесных сближений лучше использовать $\varepsilon = 10^{-12}$.

В последние годы многие авторы (например, Ботке и др., 2002; Гладман и др., 1997, 2000; Дункан и др., 1995; Левисон и Дункан, 1994, 1997; Морбиделли и др., 2000) используют для интегрирования более быстрый симплектический метод. Ниже приводятся результаты сравнения расчётов, полученных с помощью этих двух методов.

Мы рассмотрели эволюцию орбит 5400 ОПОУ и нескольких резонансных сотен астероидов с помощью симплектического метода. Шаг интегрирования d_s равнялся 3, 10 или 30 дням. В случае $d_s \leq$

≤ 10 дн. в целом по всем рассмотренным вариантам отличия вероятностей столкновений с планетами от расчётов с помощью BULSTO были примерно такими же, как и различия между сериями расчётов при одинаковых значениях ε или d_s . Также были одинаковы и другие полученные результаты, например, выход некоторых тел на орбиты, лежащие внутри орбиты Юпитера, и наклонения, большие 90° , полученные в серии 2P.

В серии расчётов $n1$ для 1200 ОПОЮ при $d_s \leq 10$ дн. для столкновений с Землёй $P_r = 40$, но 88% и 96% суммарной вероятности столкновений приходилось на одно и два тела соответственно.

В табл. 5 приведены данные как для 1200 тел, так и для 1199 тел (без тела с наибольшей вероятностью столкновений). Несмотря на то, что в серии расчётов 2P при $10^{-9} \leq \varepsilon \leq 10^{-8}$ вероятности столкновений с Солнцем были меньше, чем при $\varepsilon = 10^{-12}$ и при симплектическом методе (см. ниже), вероятности столкновений с планетами в табл. 2 также были немного меньше, чем в табл. 5.

Таблица 5

	Метод		N	Венера		Земля		Марс	
				P_r	T	P_r	T	P_r	T
n1	RMVS3	$d_s \leq 10$ дн.	1200	25,4	13,8	40,1	24,0	2,48	35,2
n1	RMVS3	$d_s \leq 10$ дн.	1199	7,88	9,70	4,76	12,6	0,76	16,8
2P	RMVS3	$d_s = 10$ дн.	251	262	307	344	348	28	364
2P	BULSTO	$\varepsilon = 10^{-12}$	50	416	363	196	395	145	400

Таблица 6

	$\varepsilon = 10^{-12}$	$\varepsilon = 10^{-9}$	$\varepsilon = 10^{-8}$	$d_s = 10$ дней	$d_s = 30$ дней
Комета 2P	0,9	0,38	0,32	0,99	0,8
Резонанс 3 : 1	0,5	0,156	0,112	0,741	0,50
Резонанс 5 : 2		0,062	0,028	0,099	0,155

При $d_s = 30$ дн. для большинства тел вероятности P_r были примерно одного порядка, как и при других расчётах, но вероятности выхода на орбиты с большими вероятностями столкновений с планетами были выше, и поэтому в ряде случаев и значения P_r были выше.

При $d_s = 30$ дн. для каждого из четырёх рассмотренных объектов из серий расчётов $n1$, 9P и 10P вероятность столкновения с планетами земной группы превышала 1 (для серии 2P был 21 подобный объект из 251 рассмотренных объектов). Возможно, результаты таких расчётов

при $d_s = 30$ дн. можно рассматривать как миграцию, которая включает негравитационные силы.

Для интегратора RMVS3 бывшие ОПОЮ получали резонансные орбиты реже, чем для BULSTO (Ипатов, 2000), а в случае тесных сближений с Солнцем (комета 2P и резонансные орбиты) отношение P_S числа объектов, столкнувшихся с Солнцем, к общему числу исчезнувших объектов при $d_s = 10$ дн. было больше, чем для BULSTO.

При $\varepsilon = 10^{-12}$ значения P_S (табл. 6) значительно больше, чем при $10^{-9} \leq \varepsilon \leq 10^{-8}$, но и меньше, чем при $d_s = 10$ дн. Для более аккуратных оценок вероятностей выпадения тел на Солнце нужно использовать регуляризацию, исследуя движение вблизи Солнца точнее, чем остальную часть траектории.

Ранее, используя симплектический метод, Левисон и Дункан (1994) показали, что комета 2P становится «царапающей Солнце» (sungrazing) при $t = 0,05$ млн лет, а при прямом интегрировании, проведённом Валсечи и др. (1995), 13 из 21 таких объектов оказались выпавшими на Солнце. Результаты интегрирования симплектическим методом, проведённые Гладманом и др. (2000), показали, что медианное время жизни ОСЗ равно 10 млн лет (аналогичное время жизни было получено ранее Ипатовым (1994, 1995) на основе результатов расчётов методом сфер и аналитических оценок), причём более половины из них выпадают на Солнце, 10–20 % выпадают на планеты (в основном на Венеру и Землю), а 15 % выбрасываются из Солнечной системы.

6. Миграция тел из-за орбиты Юпитера к планетам земной группы

Из расчётов Дункана и др. (1995) следует, что доля P_{TNJ} транснептуновых объектов (ТНО), достигающих орбиты Юпитера под влиянием планет-гигантов за 1 млрд лет, равна 0,008–0,017. Так как взаимное гравитационное влияние ТНО может играть большую роль в изменении их элементов орбит, чем столкновения (Ипатов, 2000), мы взяли большее значение P_{TNJ} . Полагая, что общее число ТНО с $30 < a < 50$ а.е. и диаметром $d > 1$ км равно $5 \cdot 10^9$ (Джевит и Фернандез, 2001), а среднее время, в течение которого тело движется по орбите, пересекающей орбиту Юпитера, равно 0,12 млн лет, мы получаем (аналогично оценкам Ипатова (1999, 2000, 2001 а, б) и Марова и Ипатова (2001)), что около $N_{Jo} = 10^4$ бывших ТНО с $d > 1$ км в настоящее время движутся по орбитам, пересекающим орбиту Юпитера, и около $3 \cdot 10^3$ из них являются кометами семейства Юпитера. Используя общие времена, которые $N_J = 7350$ (без 2P) и $N_J = 7852$ ОПОЮ проводят на различных орбитах, получаем следующее число бывших ТНО с $d > 1$ км на различных типах орбит (в скобках представлены значения для 7852 ОПОЮ), представленное в табл. 7. Например, число ОВОЗ $N_{IEO} = N_{Jo} t_{IEO} / (N_J t_J)$, где t_{IEO} — суммарное время, в течение которого N_J ОПОЮ двигались по орбитам ОВОЗ, $N_J t_J$ — суммарное

время, в течение которого N_J ОПОЮ двигались по орбитам, пересекающим орбиту Юпитера.

Таблица 7

ОВОЗ (IEOs)	Атонцы	Аполлонцы с $a < 2$ а. е.	Аполлонцы	Амурцы
120 (110)	40 (950)	250 (4500)	2500 (7200)	1750 (1880)

Так как при расчётах мы рассматривали в основном ОПОЮ со сравнительно высокой миграцией к орбите Земли, то действительные значения числа объектов могут быть в несколько раз меньше, чем в этой таблице. Доля ОВОЗ и атонцев может быть меньше, а амурцев — больше. Даже если число аполлонцев в несколько раз меньше приведённых выше значений, оно может быть близко к реальному числу (≤ 750 ; по оценкам Дабрамо и др. (2001) общее число 1-км ОСЗ равно 855; число ОПОЗ считается в 2 раза меньше) 1-км объектов, пересекающих орбиту Земли (ОПОЗ) (для половины из них $a < 2$ а. е.), хотя последнее число, вероятно, не включает многие объекты на сильно эксцентричных и сильно наклонённых орбитах. Эксцентриситеты и наклонения ОСЗ в наших расчётах были в среднем больше, чем для реальных ОСЗ, и, вероятно, многие 1-км бывшие ТНО (потухшие кометы), движущиеся по орбитам с большими эксцентриситетами и/или наклонениями, ещё не обнаружены, так как большую часть времени они движутся относительно далеко от Земли. Время кометной активности оценивается многими учёными порядка $10^3 \div 10^4$ лет (Накамура и Курахаша (1998) полагают его порядка $3 \cdot 10^3 \div 3 \cdot 10^4$ лет), а некоторые бывшие кометы движутся в течение десятков и даже сотен миллионов лет по орбитам, пересекающим орбиту Земли. Поэтому число потухших комет может превышать число активных комет на несколько порядков.

Приведённые выше оценки числа ОСЗ приближены. Например, число 1-км ТНО может быть в несколько раз меньше, чем $5 \cdot 10^9$, хотя некоторые учёные полагают, что оно равняется 10^{10} (Джевит и др., 1996) или 10^{11} (Джевит, 1999). Также доля ТНО, мигрирующих к Земле, могла быть меньше. С другой стороны, приведённые выше оценки числа 1-км ТНО получены для $a < 50$ а. е., а ТНО, более удалённые от Солнца, также способны мигрировать внутрь Солнечной системы. Облако Оорта тоже может поставлять кометы семейства Юпитера. Согласно Ашеру и др. (2001), число ОПОЮ, переходящих на орбиты ОСЗ, возрастает в 4–5 раз из-за негравитационных эффектов, что может приводить к увеличению значений P_T и T по сравнению со значениями, приведёнными в табл. 2. Кроме того, в этой таблице приведены только данные по интегрированию в будущее. Мы полагаем, что столкновения ОПОЮ с астероидами могут увеличивать число объектов, мигрирующих к орбите Земли и особенно на орбиты с $a < 2$ а. е. Чем меньше массы объектов, тем чаще они меняют свои орбиты из-за столкновений с меньшими телами. Наши оценки показывают, что

в принципе транснептуновый пояс способен поставлять значительную долю объектов, пересекающих орбиту Земли, но, конечно, некоторые ОСЗ пришли из главного астероидного пояса. Поэтому, можно изучать бывшие транснептуновые объекты недалеко от орбиты Земли, не посылая космические аппараты за орбиту Нептуна.

Более половины тесных сближений активных комет с Землёй приходится на долгопериодические кометы, которые составляют около 80 % всех известных комет. Поэтому хотя для больших эксцентриситетов вероятности столкновений ниже, число столкновений короткопериодических и долгопериодических комет с планетами земной группы может быть одного порядка, но большинство столкновений бывших комет семейства Юпитера с этими планетами могут приходиться на потухшие кометы, перешедшие на типичные орбиты ОСЗ.

Считая вероятность столкновения ОПОЮ с Землёй равной $P = 4 \cdot 10^{-6}$ (это значение немного меньше, чем для серии $n1$ при $10^{-9} \leq \varepsilon \leq 10^{-8}$, в 10 раз меньше, чем при $d_s = 10$ дн. для той же серии, и в 20 раз меньше, чем для всех рассмотренных 7852 ОПОЮ при $10^{-9} \leq \varepsilon \leq 10^{-8}$), получаем (при $N_{Jo} = 10^4$ и $t_J = 0,12$ млн лет), что 1-км бывший ТНО выпадает на Землю раз в 3 млн лет (для сравнения, при 400 типичных 1-км ОПОЗ происходит примерно 4 столкновения с Землёй за 1 млн лет). Полагая, что суммарная масса планетезималей, когда-либо пересекавших орбиту Юпитера, $\sim 100m_\oplus$, при $P = 4 \cdot 10^{-6}$ получаем, что суммарная масса планетезималей, выпавших на Землю, порядка $4 \cdot 10^{-4}m_\oplus$. Если на долю льда приходилась половина этой массы, то общая масса льдов, доставленных на Землю из зон питания планет-гигантов, равна массе земных океанов ($\sim 2 \cdot 10^{-6}m_\oplus$). Аналогичный вывод делался Ипатовым (1995) на основе расчёта миграции тел, полученного методом сфер.

Результаты расчётов, представленных выше, показали, что отношение вероятности столкновения бывшего ОПОЮ с планетой для Венеры, и особенно для Марса, может быть больше, чем для Земли. Поэтому на Венеру и Марс также было доставлено большое количество воды. Считается, что вода на Марсе (реки) циркулировала в течение сравнительно небольшого периода времени. Влияние воды и летучих, доставленных планетезималами, на формирование атмосфер и гидросфер планет земной группы обсуждалось в работе Марова и Ипатова (2001). Конец этой интенсивной бомбардировки, закончившейся 4 млрд лет назад, вероятно, приходился преимущественно на объекты, пришедшие с эксцентричных орбит, располагавшихся в основном за орбитой Нептуна, так как динамические времена жизни большинства планетезималей, находящихся внутри орбиты Нептуна, меньше 100 млн лет.

Наши оценки массы воды, доставленной планетезималами на раннюю Землю, выше оценок, сделанных Морбиделли и др. (2000) и Левисоном и др. (2001), но соответствуют результатам Чайбы (1989) и Рикмана и др. (2001). Фернандез и др. (2001) полагают, что доля бывших комет среди ОСЗ значительна (не менее 9%). Левисон и др.

(2001) полагали, что Земля аккрецировала только 5 % своих океанов из тел, мигрировавших из зон Урана и Нептуна. Более низкие значения доли планетезималей, достигающих Земли, полученные Морбиделли и др. (2000) и Левисоном и др. (2001) (все эти авторы использовали симплектический метод), связаны с тем, что в расчётах данных авторов не было получено миграции планетезималей на орбиты, целиком лежащие внутри орбиты Юпитера (возможно, из-за того, что они моделировали эволюцию сравнительно небольшого числа объектов, а Левисон и др. (2001) не учитывали также гравитационного влияния планет земной группы).

Существует парадокс отношения дейтерия к водороду в земных океанах (это отношение различно для океанов и комет). Павлов и др. (1999) полагали, что приносимый частицами межпланетной пыли водород, подвергшийся влиянию солнечного ветра, обеспечил необходимое низкое отношение D/H для земной воды.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 01-02-17540), INTAS (00-240), NRC (0158730) и NASA (NAG5-10776). Автор благодарен М. Я. Марову и Т. М. Энееву за плодотворные обсуждения проблем, затронутых в статье.

Список литературы

- (Ашер и др., 2001) *Asher D. J., Bailey M. E., Steel D. I.* The role of non-gravitational forces in decoupling orbits from Jupiter // *Collisional Processes in the Solar System* / Ed. by M. Ya. Marov, H. Rickman. ASSL. 2001. V. 261. P. 121–130.
- (Валсенчи и др., 1995) *Valsecchi G. B., Morbidelli A., Gonczi R. et al.* The dynamics of objects in orbits resembling that of P/Encke // *Icarus*. 1995. V. 118. P. 169–180.
- (Везерилл, 1988) *Wetherill G. W.* Where do the Apollo objects come from? // *Icarus*. 1988. V. 76. P. 1–18.
- (Бинцель и др., 1991) *Бинцель Р. П., Баруччи М. А., Фурчиньони М.* Происхождение астероидов // *В мире науки*. 1991. № 12. С. 54–61.
- (Боттке и др., 2002) *Bottker W. F., Morbidelli A., Jedicke R. et al.* Debaised orbital and absolute magnitude distribution of the near-Earth objects // *Icarus*. 2002. V. 156. P. 399–433.
- (Бритт и др., 1992) *Britt D. T., Tholen D. J., Bell J. F., Pieters C. M.* Comparison of asteroid and meteorite spectra classification by principal component analysis // *Icarus*. 1992. V. 99, № 2. P. 153–166.
- (Булирш и Штрер, 1966) *Bulirsh R., Stoer J.* Numerical treatment of ordinary differential equations by extrapolation methods // *Numer. Math.* 1966. V. 8. P. 1–13.
- (Гладман и др., 1997) *Gladman B., Migliorini F., Morbidelli A. et al.* Dynamical lifetimes of objects injected in asteroid belt resonances // *Science*. 1997. V. 277. P. 197–201.
- (Гладман и др., 2000) *Gladman B., Michel P., Froeschle Ch.* The near-Earth object population // *Icarus*. 2000. V. 146. P. 176–189.
- (Голдрейх и Уорд, 1973) *Goldreich P., Ward W. R.* The formation of planetesimals // *Astrophys. J.* 1973. V. 183, № 3. Part 1. P. 1051–1061.

- (Гринберг и др., 1984) *Greenberg R., Weidenschilling S.J., Chapman C.R., Devis D.R.* From icy planetesimals to outer planets and comets // *Icarus*. 1984. V. 59, № 1. P. 87–113.
- (Гуревич, Лебединский, 1950) *Гуревич Л. Э., Лебединский А. И.* Об образовании планет // *Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1950. Т. 11, № 6. С. 765–799.
- (Дабрамо и др., 2001) *D'Abramo G., Harris A.W., Boattini A. et al.* A simple probabilistic model to estimate the population of near-Earth asteroids // *Icarus*. 2001. V. 153. P. 214–217.
- (Дурда и Стерн, 2000) *Durda D.D., Stern S.A.* Collision rates in the present-day Kuiper belt and Centaur regions: Applications to surface activation and modification on comets, Kuiper belt objects, Centaurs, and Pluto-Charon // *Icarus*. 2000. V. 145. P. 220–229.
- (Дэвис и Фаринелла, 1997) *Davis D.R., Farinella P.* Collisional evolution of Kuiper belt objects // *Icarus*. 1997. V. 125. P. 50–60.
- (Джевит, 1999) *Jewitt D.* Kuiper belt objects // *Annu. Rev. Earth. Planet. Sci.* 1999. V. 27. P. 287–312.
- (Джевит и др., 1996) *Jewitt D., Luu J., Chen J.* The Mauna Kea-Cerro-Tololo (MKCT) Kuiper belt and Centaur survey // *Astron. J.* 1996. V. 112. P. 1225–1238.
- (Джевит и Фернандез, 2001) *Jewitt D., Fernandez Y.* Physical properties of planet-crossing objects / Ed. by M. Ya. Marov and H. Rickman // *Collisional processes in the Solar System. ASSL*. 2001. V. 261. P. 143–161.
- (Дункан и Левисон, 1997) *Duncan M.J., Levison H.F.* A disk of scattered icy objects and the origin of Jupiter-family comets // *Science*. 1997. V. 276. P. 1670–1672.
- (Дункан и др., 1995) *Duncan M.J., Levison H.F., Budd S.M.* The dynamical structure of the Kuiper belt // *Astron. J.* 1995. V. 110. P. 3073–3081.
- (Ипатов, 1980) *Ипатов С. И.* О приближённом методе исследования взаимного гравитационного влияния тел протопланетного облака. К вопросу об эволюции орбиты Плутона // *Препринт ИПМ АН СССР*. 1980. № 43. — 33 с.
- (Ипатов, 1987) *Ipatov S.I.* Accumulation and migration of the bodies from the zones of giant planets // *Earth, Moon, and Planets*. 1987. V. 39, № 2. P. 101–128.
- (Ипатов, 1988 а) *Ипатов С. И.* Времена эволюции дисков планетезималей // *Астрон. Ж.* 1988. Т. 65, № 5. С. 1075–1085.
- (Ипатов, 1988 б) *Ипатов С. И.* Численные исследования возможной эволюции орбит Плутона и тел занептунового пояса // *Кинем. и физ. небесн. тел*. 1988. Т. 4, № 6. С. 73–78.
- (Ипатов, 1988 в) *Ипатов С. И.* Эволюция резонансных орбит астероидного типа и проблема существования люков // *Кинем. и физ. небесн. тел*. 1988. Т. 4, № 4. С. 47–54.
- (Ипатов, 1991) *Ипатов С. И.* Эволюция орбит растущих зародышей планет-гигантов, первоначально двигавшихся по сильно эксцентричным орбитам // *Письма в Астрон. Ж.* 1991. Т. 17, № 3. С. 269–281.
- (Ипатов, 1993) *Ипатов С. И.* Миграция тел в процессе аккумуляции планет // *Астрон. вестн.* 1993. Т. 27, № 1. С. 83–101.
- (Ипатов, 1995) *Ипатов С. И.* Миграция малых тел к Земле // *Астрон. вестник*. 1995. Т. 29, № 4. С. 304–330.
- (Ипатов, 1999) *Ipatov S. I.* Migration of trans-Neptunian objects to the Earth // *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 1999. V. 73. P. 107–116.

- (Ипатов, 2000) *Ипатов С. И.* Миграция небесных тел в Солнечной системе. — М.: Эдиториал УРСС, 2000. — 320 с.
- (Ипатов, 2001 а) *Ipatov S. I.* Comet hazard to the Earth // *Advances in Space Research*. — Elsevier. 2001. V. 28. P. 1107–1116. (<http://arXiv.org/format/astro-ph/0108187>).
- (Ипатов, 2001б) *Ипатов С. И.* Формирование транснептуновых тел и их миграция к Земле // Труды конф. «Околоземная астрономия XXI века (научные и практические аспекты)» (21–25 мая 2001 г., Звенигород), Москва, ИНАСАН, 2001. С. 388–400.
- (Ипатов, 2001 в) *Ipatov S. I.* Formation of trans-Neptunian objects // *Abstracts of 32th Lunar and Planetary Science Conference* (March 12–16, 2001, Houston, USA), 2001. (<http://www.lpi.usra.edu/meetings/lpsc2001/pdf/1165.pdf>).
- (Ипатов, 2002 а) *Ipatov S. I.* Migration of matter from the Edgeworth-Kuiper and main asteroid belts to the Earth // *Proc. of the IAU Colloquium №. and COSPAR Colloquium №. «Dust in the Solar System and other planetary systems»* (April 10–14, 2000, Canterbury, UK) / Ed. by Green S.F. et al. — Pergamon: COSPAR Colloquia Series. 2002. V. 15. P. 233–236. (<http://arXiv.org/format/astro-ph/0205250>).
- (Ипатов, 2002б) *Ipatov S. I.* Formation and migration of trans-Neptunian objects // *IAA Transactions*. 2002. № 8. *Celestial Mechanics*. — St. Petersburg: Inst. Appl. Astron. of Russian Acad. of Sciences, P. 86–87. (<http://arXiv.org/format/astro-ph/0205307>).
- (Ипатов, 2002 в) *Ipatov S. I.* Migration of asteroids from the 3/1 and 5/2 resonances with Jupiter to the Earth // *IAA Transactions*. 2002. № 8. *Celestial Mechanics*. — St. Petersburg: Inst. Appl. Astron. of Russian Acad. of Sciences, P. 88–89. (<http://arXiv.org/format/astro-ph/0205309>).
- (Ипатов, 2002 г) *Ipatov S. I.* Formation and migration of trans-Neptunian objects // *Proc. of Int. Conf. «Scientific Frontiers in Research of Extrasolar Planets»* (18–21 June 2002, Washington D.C., USA) / Ed. by Deming D., Seager S., ASP Conference Series, 2002. В печати. (<http://arXiv.org/format/astro-ph/0210131>).
- (Ипатов, 2002 д) *Ipatov S. I.* Formation and migration of trans-Neptunian objects and asteroids // *Proc. of the Int. Conf. «Asteroids, Comets, Meteors, 2002»* (July 29 – August 2, 2002, Berlin), 2002. В печати. (<http://arXiv.org/format/astro-ph/0211618>).
- (Ипатов и Мазер, 2002) *Ipatov S. I., Mather J. C.* Comet and asteroid hazard to the terrestrial planets // *Advances in Space Research*. — Elsevier, 2002. В печати. (<http://arXiv.org/format/astro-ph/0212177>).
- (Ипатов, Хан, 1999) *Ипатов С. И., Хан Дж.* Эволюция орбит объектов P/1996 R2 и P/1996 № 2 // *Астрон. вестн.* 1999. Т. 33, № 6. P. 553–566.
- (Ипатов, Хенрард, 2000) *Ипатов С. И., Хенрард Ж.* Эволюция орбит тел, находящихся в резонансе 2 : 3 с движением Нептуна // *Астрон. вестн.* 2000. Т. 34, № 1. P. 68–81.
- (Кенъон и Луу, 1998) *Kenyon S. J., Luu J. X.* Accretion in the early Kuiper belt. I. Coagulation and velocity evolution // *Astron. J.* 1998. V. 115. P. 2136–2160.
- (Кенъон и Луу, 1999) *Kenyon S. J., Luu J. X.* Accretion in the early outer Solar System // *Astrophys. J.* 1999. V. 11. P. 1101–1119.
- (Кучнер и др., 2002) *Kuchner M. J., Brown M. E., Holman M.* Long-term dynamics and the orbital inclinations of the classical Kuiper belt objects // *Astron. J.* 2002. V. 124. P. 1221–1230.

- (Левисон и Дункан, 1994) *Levison H. F., Duncan M. J.* The long-term dynamical behavior of short-period comets // *Icarus*. 1994. V. 108. P. 18–36.
- (Левисон и Дункан, 1997) *Levison H. F., Duncan M. J.* From the Kuiper belt to Jupiter-family comets: The spatial distribution of ecliptic comets // *Icarus*. 1997. V. 127. P. 13–23.
- (Левисон и др., 2001) *Levison H. F., Dones L., Chapman C. R. et al.* Could the lunar «late heavy bombardment» have been triggered by the formation of Uranus and Neptune? // *Icarus*. 2001. V. 151. P. 286–306.
- (Маров и Ипатов, 2001) *Marov M. Ya., Ipatov S. I.* Volatile inventory and early evolution of planetary atmospheres // *Collisional processes in the solar system* / Ed. by Marov M. Ya., Rickman H // *Astrophysics and space science library*. — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 2001. V. 261. P. 223–247.
- (Миглиорини и др., 1998) *Mighiorini F., Michel P., Morbidelli A. et al.* Origin of multikilometer Earth- and Mars-crossing asteroids: A quantitative simulation // *Science*. 1998. V. 281. P. 2022–2024.
- (Морбиделли и др., 2000) *Morbidelli A., Chambers J., Lunine J. I. et al.* Source regions and timescales for the delivery of water to the Earth // *Meteor. Planet. Sci.* 2000. V. 35. P. 1309–1320.
- (Морбиделли и Несворни, 1999) *Morbidelli A., Nesvornyy D.* Numerous weak resonances drive asteroids toward terrestrial planets orbits // *Icarus*. 1999. V. 139. P. 295–308.
- (Моро-Мартин и Малхотра, 2002) *Moro-Martin A., Malhotra R.* A study of the dynamics of dust from the Kuiper belt: Spatial distribution and spectral energy distribution // *Astron. J.* 2002. V. 124. P. 2305–2321.
- (Накамура и Курахаша, 1998) *Nakamura T., Kurahashi H.* Collisional probability of periodic comets with the terrestrial planets: an invalid case of analytic formulation // *Astron. J.* 1998. V. 115. P. 848–854.
- (Озёрной и др., 2000) *Ozernoy L. M., Gorkavyy N. N., Taidakova T.* Four cometary belts associated with the orbits of giant planets: a new view of the outer solar system's structure emerges from numerical simulations // *Planet. Space Sci.* 2000. V. 48. P. 993–1003.
- (Павлов и др., 1999) *Pavlov A. A., Pavlov A. K., Kasting J. F.* Irradiated interplanetary dust particles as a possible solution for the deuterium/hydrogen paradox of Earth's oceans // *J. of Geophys. Res.* 1999. V. 104. No. E12. P. 30,725–30,728.
- (Рикман, 2001) *Rickman H., Fernandez J. A., Tancredi G., Licandro J.* The cometary contribution to planetary impact craters // *Collisional Processes in the Solar System* / Ed. by Marov M. Ya., Rickman H. ASSL. 2001. V. 261. P. 131–142.
- (Сафронов, 1969) *Сафронов В. С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. — М.: Наука, 1969. — 244 с.
- (Сафронов, Витязев, 1983) *Сафронов В. С., Витязев А. В.* Происхождение солнечной системы // *Итоги науки и техники. Сер. астроном.* 1983. Т. 24. — М.: ВИНТИ. С. 5–93.
- (Стерн, 1995) *Stern S. A.* Collisional time scales in the Kuiper disk and their implications // *Astron. J.* 1995. V. 110, № 2. P. 856–868.
- (Стерн, 1996 а) *Stern S. A.* On the collisional environment, accretion time scales, architecture of the massive, primordial Kuiper belt // *Astron. J.* 1996. V. 112. P. 1203–1211.
- (Стерн, 1996 б) *Stern S. A.* Signatures of collisions in the Kuiper disk // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 310. P. 999–1010.

- (Стерн и Колвел, 1997) *Stern S. A., Colwell J. E.* Accretion in the Edgeworth-Kuiper belt: forming 100–1000 km radius bodies at 30 AU and beyond // *Astron. J.* 1997. V. 114. P. 841–849.
- (Томес и др., 2002) *Thommes E. W., Duncan M. J., Levison H. F.* The formation of Uranus and Neptune among Jupiter and Saturn // *Astron. J.* 2002. V. 123. P. 2862–2883.
- (Фаринелла и др., 1993) *Farinella P., Gonczi R., Froeschle Ch., Froeschle C.* The injection of asteroid fragments into resonances // *Icarus.* 1993. V. 101, № 2. P. 174–187.
- (Фернандез и др., 1980) *Fernandez J. A.* On the existence of a comet belt beyond Neptune // *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 1980. V. 192, № 2. P. 481–491.
- (Фернандез, 2001) *Fernandez Y. R., Jewitt D. C., Sheppard S. S.* Low albedos among extinct comet candidates // *Astron. J.* 2001. V. 553. P. L197–L200.
- (Харис и Бейли, 1998) *Harris N. W., Bailey M. E.* Dynamical evolution of cometary asteroids // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1998. V. 297. P. 1227–1236.
- (Хьюес и Харис, 1994) *Hughes D. W., Harris N. W.* The distribution of asteroid sizes and its significance // *Planet. Space Sci.* 1994. V. 42, № 4. P. 291–295.
- (Чайба, 1989) *Chyba C. F.* Impact delivery and erosion of planetary oceans in the early inner solar system // *Nature.* 1989. V. 343. P. 129–132.
- (Шумейкер и др., 1994) *Shoemaker E. M., Weissman P. R., Shoemaker C. S.* The flux of periodic comets near Earth // *Hazards due to comets and asteroids* / Ed. by T. Gehrels, M. S. Matthews. — Tucson & London: University of Arizona Press — Space Science Series, 1994. P. 313–336.
- (Энеев, 1980) *Энеев Т. М.* О возможной структуре внешних (занептунных) областей Солнечной системы // *Письма в Астрон. Ж.* 1980. Т. 6, № 5. С. 295–300.
- (Эпик, 1963) *Xpik E. J.* The stray bodies in the Solar System. 1: Survival of cometary nuclei and the asteroids // *Adv. Astron. Astrophys.* 1963. V. 2. P. 219–262.

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПОЛЁТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНОЙ ТЯГОЙ ДЛЯ УДАРНО-КИНЕТИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СБЛИЖАЮЩИЙСЯ С ЗЕМЛЁЙ АСТЕРОИД

В. В. Ивашкин, А. В. Чернов

Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН, Москва

Обсуждается задача выбора оптимальной траектории для полёта космического аппарата к астероиду, сближающемуся с Землёй.

Введение

Настоящая работа выполнена в рамках анализа проблемы обеспечения астероидно-кометной безопасности Земли. В ней исследуется один из методов предотвращения столкновения астероида с Землёй: метод ударно-кинетического воздействия космического аппарата (КА) на опасный астероид. Этот метод предполагает, что к астероиду, сближающемуся с Землёй (АСЗ), заблаговременно посылается КА, который сталкивается с астероидом и сообщает ему импульс скорости, в результате чего астероид отклоняется от Земли. Предварительные оценки показали, что этот метод эффективнее ряда других механических методов предотвращения столкновения [1], однако менее эффективен, чем метод термоядерного воздействия [2, 3]. Тем не менее, в силу своей экологической «чистоты» и «простоты» в реализации, метод ударно-кинетического воздействия был выбран для дальнейшего исследования.

Эффективность данного метода во многом зависит от траектории перелёта КА к опасному астероиду, которую целесообразно выбирать оптимальной с точки зрения максимального отклонения астероида от Земли. В работе [4] эффективность данного метода оценивалась на основе оптимальных одноимпульсных перелётов КА, когда с помощью двигателя большой тяги КА сообщается один разгонный импульс скорости в окрестности Земли, а дальнейшее движение КА предполагается пассивным. В работах [5, 6] исследовались оптимальные двухимпульсные перелёты КА. В работах [7–9] определялись оптимальные траектории КА с применением малой электрореактивной тяги, причём анализ выполнен для некоторых фиксированных времён перелёта КА.

В данной статье исследуются оптимальные траектории перелёта КА к опасному астероиду с применением малой тяги при изменении времени перелёта КА в широком диапазоне.

1. Постановка задачи. Схема перелёта КА

Траектория перелёта КА к астероиду разбивается на две части: геоцентрическую (в поле притяжения Земли) и гелиоцентрическую (в поле притяжения Солнца). Предполагается, что на каждом из участков КА движется под действием одного притягивающего центра: Земли или Солнца, соответственно. Гравитационным воздействием астероида на КА можно пренебречь. Аналогично [10, 11] принимаем, что геоцентрическое движение осуществляется с помощью двигателя большой тяги, работу которого рассматриваем в импульсной постановке, а гелиоцентрическое движение происходит с помощью двигателя малой тяги.

Геоцентрическое движение КА. Предполагаем, что в начале геоцентрического движения КА массой M_0 выводится на низкую околоземную круговую орбиту ожидания с радиусом R_0 . На этой орбите в некоторый момент времени КА сообщается импульс скорости $\Delta \mathbf{V}$, и КА переходит на гиперболическую орбиту отлёта от Земли. Величина этого импульса скорости равна

$$\Delta V = |\Delta \mathbf{V}| = \sqrt{V_{\infty 1}^2 + \frac{2\mu_E}{R_0}} - \sqrt{\frac{\mu_E}{R_0}}, \quad (1)$$

где μ_E — гравитационный параметр Земли, $V_{\infty 1}$ — величина скорости «на бесконечности» при отлёте КА от Земли

$$V_{\infty 1} = |\mathbf{V}_{\infty 1}|, \quad \mathbf{V}_{\infty 1} = \mathbf{V}(t_1) - \mathbf{V}_E(t_1), \quad (2)$$

здесь $\mathbf{V}$, $\mathbf{V}_E$ — гелиоцентрические векторы скорости КА и Земли, t_1 — время начала гелиоцентрического движения КА.

После разгона масса КА становится равной

$$M_1 = M_0 \exp\left(-\frac{\Delta V}{c}\right), \quad (3)$$

где c — скорость истечения струи из сопла двигателя большой тяги.

Гелиоцентрическое движение КА. Гелиоцентрическое движение осуществляется с помощью двигателя малой тяги. Предполагаем, что малая тяга идеальная, т. е. не накладывает ограничений на направление и величину тяги, а мощность двигателя ограничивается сверху [12]. Гелиоцентрическое движение рассматривается в гелиоцентрической эклиптической невращающейся прямоугольной системе координат $OXYZ$, для которой ось OX направлена в точку весеннего равноденствия, ось OZ — в северный полюс эклиптики, ось OY дополняет систему до правой. Уравнения гелиоцентрического движения

КА имеют вид

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{V}, \quad \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{a} + \mathbf{g}, \quad t_1 \leq t \leq t_2, \quad (4)$$

где $\mathbf{R}$, $\mathbf{V}$ — радиус-вектор и вектор скорости КА в выбранной системе координат, $\mathbf{a}$ — вектор реактивного ускорения КА, создаваемого двигателем малой тяги, $\mathbf{g} = -\mu_S \mathbf{R}/R^3$ — вектор гравитационного ускорения, μ_S — гравитационный параметр Солнца, t_1 , t_2 — начальный и конечный моменты гелиоцентрического движения КА.

Изменение массы КА в процессе полёта описывается следующим уравнением [12]:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M^2 a^2}{2N_e}, \quad (5)$$

где N_e — мощность струи двигателя малой тяги.

При рассмотрении гелиоцентрического участка пренебрегаем размерами сфер действия Земли и астероида и полагаем, что положение КА в начальный момент t_1 совпадает с гелиоцентрическим положением Земли, а в конечный момент t_2 — с гелиоцентрическим положением астероида:

$$\mathbf{R}(t_1) = \mathbf{R}_E(t_1), \quad (6)$$

$$\mathbf{R}(t_2) = \mathbf{R}_A(t_2), \quad (7)$$

где $\mathbf{R}_E$, $\mathbf{R}_A$ — радиус-векторы Земли и астероида в системе координат $OXYZ$.

На конечный вектор скорости КА $\mathbf{V}(t_2)$ ограничений не накладывается. При гео- и гелиоцентрическом движении КА пренебрегаем расходами массы на коррекцию.

Модели столкновения КА и астероида. В момент t_2 КА сталкивается с АСЗ, в результате чего астероиду сообщается импульс скорости $\Delta \mathbf{V}_A$, его орбита изменяется, и в момент t_3 наибольшего сближения АСЗ с Землёй астероид отклоняется от Земли. Сделано допущение, что КА и астероид — сферические тела, и их удар является центральным и прямым. Скорость КА относительно астероида в момент t_2 до удара равна

$$\mathbf{V}_{\infty 2} = \mathbf{V}(t_2) - \mathbf{V}_A(t_2), \quad (8)$$

где $\mathbf{V}_A$ — скорость астероида в системе координат $OXYZ$.

Полагаем, что импульс скорости $\Delta \mathbf{V}_A$, приобретаемый центром масс астероида в результате ударного воздействия КА, равен

$$\Delta \mathbf{V}_A = (1 + k) \frac{M_f \mathbf{V}_{\infty 2}}{M_A}, \quad (9)$$

где M_f и M_A — конечная масса КА при подлёте к астероиду и масса астероида соответственно; коэффициент k зависит от модели соударения КА и астероида.

Следуя [4], в работе рассматриваются три модели столкновения КА с астероидом: абсолютно-неупругая, абсолютно-упругая и взрывная.

При абсолютно-неупругом ударе коэффициент $k = 0$, при абсолютно-упругой модели столкновения коэффициент $k = 1$. Столкновения КА с астероидом характеризуются большими величинами скоростей $\sim 15 \div 25$ км/с [4]. В этом случае, согласно [13], возможно взрывное столкновение КА и астероида, при котором происходит разрушение и изменение структуры астероида в области соударения, испарение веществ КА и астероида, образование большого количества мелких частиц, отлетающих от астероида с высокими скоростями, из-за чего возникает эффект реактивной тяги и астероиду сообщается дополнительный импульс скорости. Для этого случая рассмотрим взрывную модель [13], на основании которой положим

$$k = 0,6 \frac{V_{\infty 2}}{u_k}, \quad (10)$$

где u_k — величина, зависящая от материала соударяющихся тел. В работе принято: $u_k = 2$ км/с, что соответствует столкновению алюминия и камня.

Отклонение астероида от Земли. Отклонение астероида от Земли определяем в картинной плоскости Земли [14]. За неё примем плоскость, проходящую через центр Земли O_E в момент t_3 и перпендикулярную скорости $V_{\infty 3}$ подлёта астероида к Земле, определяемой без учёта притяжения Земли и воздействия КА на астероид

$$V_{\infty 3} = V_A(t_3) - V_E(t_3). \quad (11)$$

Пусть $O_E \xi \eta \zeta$ — система координат, связанная с картинной плоскостью. Её ось $O_E \zeta$ направлена по вектору скорости $V_{\infty 3}$, ось $O_E \xi$ совпадает с проекцией скорости Земли $V_E(t_3)$ на картинную плоскость, ось $O_E \eta$ дополняет систему до правой. Пусть ζ_0, ξ_0, η_0 — орты, направленные вдоль осей $O_E \zeta, O_E \xi$ и $O_E \eta$ соответственно; они определяются выражениями

$$\zeta_0 = \frac{V_{\infty 3}}{|V_{\infty 3}|}, \quad \xi_0 = \frac{V_E(t_3) - (V_E(t_3), \zeta_0) \zeta_0}{\sqrt{|V_E(t_3)|^2 - (V_E(t_3), \zeta_0)^2}}, \quad (12)$$

$$\eta_0 = \zeta_0 \times \xi_0.$$

Отклонение астероида от Земли в картинной плоскости d , определённое для его гелиоцентрического движения без учёта притяжения Земли, будет задавать в линейном приближении прицельную дальность геоцентрической орбиты астероида, которая монотонно определяет минимальное расстояние R_π пролёта у Земли с учётом её притяжения:

$$R_\pi = \sqrt{a^2 + d^2} - a, \quad a = \frac{\mu_E}{V_{\infty 3}^2}. \quad (13)$$

Поэтому данное отклонение в картинной плоскости d будем брать в качестве меры отклонения астероида от Земли. Пусть d_0 — вектор начального положения астероида относительно Земли в её картинной

плоскости в момент t_3 для начальной траектории без воздействия КА; $\Delta \mathbf{d}$ — вектор отклонения астероида в этой плоскости, вызванного воздействием КА. Тогда суммарное отклонение астероида после воздействия КА

$$d = |\mathbf{d}| = |\mathbf{d}_0 + \Delta \mathbf{d}|. \quad (14)$$

Так как импульс скорости $\Delta \mathbf{V}_A$, прикладываемый к астероиду, мал [4], то для определения полного отклонения астероида $\Delta \mathbf{R}_A$ вследствие воздействия КА используем матрицу частных изохронных производных [14]:

$$\Delta R_A(t_3) = B \Delta V_A, \quad B = \left[\frac{\partial R_A(t_3)}{\partial V_A(t_2)} \right]. \quad (15)$$

Определим матрицу C проектирования на картинную плоскость

$$C = \begin{bmatrix} [\xi_0]^T \\ [\eta_0]^T \end{bmatrix} B. \quad (16)$$

Тогда вектор отклонения $\Delta \mathbf{d}(\Delta \xi, \Delta \eta)$ определяется с помощью выражения

$$\Delta \mathbf{d} = C \Delta \mathbf{V}_A. \quad (17)$$

Критерии оптимальности. В работе основное внимание уделяется исследованию оптимальных перелётов при критерии максимального отклонения астероида от Земли (14). Оптимальные траектории для этого критерия существенно зависят от принимаемой модели столкновения КА с астероидом. Если модель столкновения особо не оговаривается, то принято, что отклонения d_e и Δd_e являются полным отклонением астероида от Земли и его отклонением от исходной точки в картинной плоскости для случая взрывной модели соударения КА и астероида, а для абсолютно-неупругого и абсолютно-упругого соударения оставим для соответствующих отклонений обозначения d и Δd . Тогда имеем критерии оптимальности

$$d \rightarrow \max, \quad (18)$$

$$d_e \rightarrow \max. \quad (19)$$

Кроме того, рассматриваются оптимальные траектории с более простыми критериями: максимальной конечной массой КА M_f при подлёте к астероиду

$$M_f \rightarrow \max \quad (20)$$

и максимальным конечным количеством движением КА относительно астероида

$$I = M_f V_{\infty 2} \rightarrow \max. \quad (21)$$

2. Максимизация конечной массы КА

Масса КА в момент t_2 соударения КА с астероидом определяется по формуле [12]

$$M_f = \frac{M_1}{1 + JM_1/2N_e}, \quad (22)$$

$$J = \int_{t_1}^{t_2} a^2 dt. \quad (23)$$

Из формулы видно, что максимум M_f достигается, когда интеграл J минимален. Поэтому, как известно [12], задача максимизации M_f сводится к задаче минимизации этого интеграла. Для решения данной задачи оптимизации управления был применён принцип максимума Понтрягина [15]. Система дифференциальных уравнений, описывающая оптимальное реактивное ускорение, имеет вид [12]

$$\frac{da}{dt} = b, \quad \frac{db}{dt} = \frac{\partial g}{\partial R} a, \quad t_1 \leq t \leq t_2. \quad (24)$$

Рассматриваются два способа ограничения скорости $V(t_1)$ и массы КА M_1 . При первом способе фиксируется величина скорости на бесконечности, при этом на вектор скорости $V(t_1)$ накладывается ограничение

$$|V(t_1) - V_E(t_1)| - V_{\infty 1} = 0. \quad (25)$$

В этом случае масса КА M_1 фиксирована и определяется соотношениями (1) и (3). При этом определяется ряд оптимальных траекторий для различных величин скоростей $V_{\infty 1}$ и выбирается траектория, имеющая лучшее значение критерия оптимизации. Величина скорости $V_{\infty 1}$, соответствующая найденной траектории, и будет оптимальной $(V_{\infty 1})_{\text{opt}}$. При втором способе величина скорости $V_{\infty 1}$ не ограничивается, и определяется её оптимальная величина в процессе поиска наилучшей траектории.

В случае фиксированной величины скорости $V_{\infty 1}$, учитывая условия (2) и функционал (20), получаем условие трансверсальности, накладываемое на вектор скорости в момент t_1 [10]

$$V(t_1) = \frac{a(t_1)}{|a(t_1)|} V_{\infty 1} + V_E(t_1). \quad (26)$$

В случае свободной величины скорости $V_{\infty 1}$, учитывая условия (1)–(3) и функционал (20), имеем ограничение, накладываемое на вектор $a(t_1)$

$$a(t_1) = \frac{N_e V_{\infty 1}}{M_1 c_1 \sqrt{V_{\infty 1}^2 + 2\mu_E/R_0}}. \quad (27)$$

На вектор реактивного ускорения в момент t_2 накладывается ограничение

$$a(t_2) = 0. \quad (28)$$

Задача оптимального управления свелась к краевой задаче для систем дифференциальных уравнений (4), (24) с краевыми условиями (6), (7), (28), а также краевыми условиями (1)–(3) для определения массы M_1 и, в случае фиксированной величины скорости «на бесконечности» $V_{\infty 1}$, условием (26) или, в случае не фиксированной скорости $V_{\infty 1}$, условием (27).

Для решения краевой задачи был применён метод Ньютона, сходимость итерационного процесса которого в большой степени зависит от удачного выбора первого приближения. Для получения первого приближения, обеспечивающего сходимость итерационного процесса Ньютона, был применён метод транспортирующей траектории [14, 16, 17]. Этот метод заключается в анализе движения КА в окрестности некоторой опорной кеплеровской траектории, по которой КА двигался бы при отсутствии тяги от начальной до конечной точки перелёта за заданное время по законам невозмущённого движения. В качестве опорных траекторий были использованы оптимальные траектории, найденные в работе [4], для движения КА с большой тягой.

Решение задачи в линейной постановке. Движение КА в линейной постановке рассматриваем в транспортирующей системе координат. Оси этой системы параллельны осям гелиоцентрической эклиптической системы координат. Начало указанной системы движется по опорной кеплеровской траектории, описываемой системой дифференциальных уравнений

$$\frac{dR^{(0)}}{dt} = V^{(0)}, \quad dV^{(0)} = g(R^{(0)}), \quad t_1 \leq t \leq t_2, \quad (29)$$

где $R^{(0)}$ и $V^{(0)}$ — радиус-вектор и вектор скорости начала транспортирующей системы координат в эклиптической системе координат $OXYZ$, $g(R^{(0)}) = -\mu_S R^{(0)} / (R^{(0)})^3$ — вектор гравитационного ускорения в начале транспортирующей системы.

В начальный и конечный моменты времени начало транспортирующей системы совпадает с возмущённым положением КА

$$R^{(0)}(t_1) = R(t_1), \quad R^{(0)}(t_2) = R(t_2). \quad (30)$$

При решении задачи в линейной постановке величина скорости на бесконечности $V_{\infty 1}$ фиксируется. Пусть $\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ — радиус-вектор и вектор скорости КА в транспортирующей системе координат, удовлетворяющие уравнениям

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} - \mathbf{R}^{(0)}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{V} - \mathbf{V}^{(0)}, \quad (31)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a} + \mathbf{g}(\mathbf{R}) - \mathbf{g}(R^{(0)}) \quad (32)$$

с граничными условиями

$$\mathbf{r}(t_1) = 0, \quad \mathbf{r}(t_2) = 0, \quad (33)$$

$$|V_{\infty 1}^{(0)} + \mathbf{v}(t_1)| - V_{\infty 1} = 0, \quad (34)$$

где $V_{\infty 1}^{(0)}$ — скорость «на бесконечности» при отлёте КА от Земли, соответствующая опорной траектории

$$\mathbf{V}_{\infty 1}^{(0)} = \mathbf{V}^{(0)}(t_1) - \mathbf{V}_E(t_1). \quad (35)$$

При $V_{\infty 1} = V_{\infty 1}^{(0)}$ оптимальное ускорение $\mathbf{a} = 0$, радиус-вектор $\mathbf{r} = 0$, так как в этом случае КА движется по опорной траектории без применения двигателя малой тяги. Поэтому при стремлении $V_{\infty 1}$ к $V_{\infty 1}^{(0)}$ оптимальная траектория стремится к опорной, $\mathbf{a}(t) \rightarrow 0$, $\mathbf{r} \rightarrow 0$. Следуя [12], линеаризуем разность между $\mathbf{g}(\mathbf{R})$ и $\mathbf{g}(\mathbf{R}^{(0)})$ во втором уравнении системы (32):

$$\mathbf{g}(\mathbf{R}) - \mathbf{g}(\mathbf{R}^{(0)}) = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{R})}{\partial \mathbf{R}} \right|_{\mathbf{R}=\mathbf{R}^{(0)}} \mathbf{r}. \quad (36)$$

Подставив (36) в (32), получим линеаризованную систему уравнений, описывающую движение КА в транспортирующей системе координат

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a} + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{R})}{\partial \mathbf{R}} \right|_{\mathbf{R}=\mathbf{R}^{(0)}} \mathbf{r}. \quad (37)$$

Решение этой системы тем ближе к точному, чем ближе $V_{\infty 1}$ к $V_{\infty 1}^{(0)}$. Для решения задачи применён принцип максимума Понтрягина. Система дифференциальных уравнений, описывающая оптимальное реактивное ускорение в линейном приближении, имеет вид [12]

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = \mathbf{b}, \quad \frac{d\mathbf{b}}{dt} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{R})}{\partial \mathbf{R}} \right|_{\mathbf{R}=\mathbf{R}^{(0)}} \mathbf{a}. \quad (38)$$

В силу ограничения (34) условие трансверсальности имеет вид

$$\mathbf{a}(t_1) = \lambda(\mathbf{V}_{\infty 1}^{(0)} + \mathbf{v}(t_1)), \quad \mathbf{a}(t_2) = 0, \quad (39)$$

где λ — некоторый скалярный множитель.

Задача оптимального управления в линейной постановке свелась к краевой задаче для систем линейных дифференциальных уравнений (37), (38), с краевыми условиями (33), (34), (39).

Для решения этой краевой задачи был применён следующий подход [7, 8]. В силу независимости уравнений (38) от уравнений (37) и их линейности определим конечный вектор $\mathbf{a}(t_2)$ по начальным векторам $\mathbf{a}(t_1)$, $\mathbf{b}(t_1)$

$$\mathbf{a}(t_2) = D_1 \mathbf{a}(t_1) + D_2 \mathbf{b}(t_1), \quad (40)$$

где D_1, D_2 — матрицы частных производных размером 3×3

$$D_1 = \left[\frac{\partial \mathbf{a}(t_2)}{\partial \mathbf{a}(t_1)} \right], \quad D_2 = \left[\frac{\partial \mathbf{a}(t_2)}{\partial \mathbf{b}(t_1)} \right]. \quad (41)$$

Подставляя второе уравнение (39) в (40), получим

$$\mathbf{b}(t_1) = -D_2^{-1} D_1 \mathbf{a}(t_1). \quad (42)$$

Аналогично из систем (38), (37) определим вектор $\mathbf{r}(t_2)$

$$\mathbf{r}(t_2) = P_1 \mathbf{r}(t_1) + P_2 \mathbf{v}(t_1) + P_3 \mathbf{a}(t_1) + P_4 \mathbf{b}(t_1), \quad (43)$$

где P_1, P_2, P_3, P_4 — матрицы частных производных

$$\begin{aligned} P_1 &= \left[\frac{\partial \mathbf{r}(t_2)}{\partial \mathbf{a}(t_1)} \right], \quad P_2 = \left[\frac{\partial \mathbf{r}(t_2)}{\partial \mathbf{v}(t_1)} \right], \\ P_3 &= \left[\frac{\partial \mathbf{r}(t_2)}{\partial \mathbf{a}(t_1)} \right], \quad P_4 = \left[\frac{\partial \mathbf{r}(t_2)}{\partial \mathbf{b}(t_1)} \right]. \end{aligned} \quad (44)$$

Учитывая первое из условий (33), а также условия (39), (42), выражение (43) приведём к виду

$$\mathbf{r}(t_2) = \mathbf{R}_1 + R_2 \mathbf{v}(t_1), \quad (45)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= \lambda(P_3 - P_4 D_2^{-1} D_1) \mathbf{V}_{\infty 1}^{(0)}, \\ R_2 &= P_2 + \lambda(P_3 - P_4 D_2^{-1} D_1). \end{aligned} \quad (46)$$

Подставляя второе из условий (33) в (45), получим

$$\mathbf{v}(t_1) = -R_2^{-1} \mathbf{R}_1. \quad (47)$$

Матрицы D_1 и D_2 получены численно, с помощью варьирования начальных векторов $\mathbf{a}(t_1)$, $\mathbf{b}(t_1)$. Вектор $\mathbf{R}_1$ и матрицу R_2 можно определить из формул (46). Для этого необходимо задать λ и определить матрицы частных производных P_2, P_3, P_4 . После определения из (47) вектора $\mathbf{v}(t_1)$, соответствующего заданному значению λ , величину скорости $V_{\infty 1}$ можно найти по формуле

$$V_{\infty 1} = |\mathbf{V}_{\infty 1}| = |\mathbf{V}_{\infty 1}^{(0)} + \mathbf{v}(t_1)|. \quad (48)$$

Таким образом, в данном случае задача решается для ряда значений $\lambda > 0$. При этом каждому выбранному значению λ соответствует, согласно (46)–(48) (и (1), (3)), определённая величина скорости $V_{\infty 1}$ и определённая масса M_1 . Коэффициент λ подбирается таким образом, чтобы получить заданное значение скорости $V_{\infty 1}$.

Чтобы избежать определения матриц P_2, P_3, P_4 , вектор $\mathbf{R}_1$ и матрица R_2 были определены по следующей, более простой схеме. Из выражения (45) видно, что вектор $\mathbf{R}_1$ равен вектору $\mathbf{r}(t_2)$, получаемому

му при интегрировании систем (37), (38) с условием $\mathbf{v}(t_1) = 0$. При этом начальные векторы $\mathbf{a}(t_1)$, $\mathbf{b}(t_1)$ последовательно определяются из условий (39), (42). Аналогично, зная вектор $\mathbf{R}_1$ и принимая во внимание (45), варьированием начального вектора $\mathbf{v}(t_1)$ можно легко определить и матрицу R_2 .

Пусть $\mathbf{R}_2^i$ — i -й столбец матрицы R_2 ($i = 1 \div 3$). Компоненты вектора $\mathbf{v}(t_1)$ положим равными 0, за исключением i -й составляющей, равной v_1 . Принималось, что $v_1 = 1$ м/с. Из условий (39), (42) определим векторы $\mathbf{a}(t_1)$ и $\mathbf{b}(t_1)$. Проинтегрировав системы (37), (38) с полученными начальными векторами, определим некоторый вектор $\mathbf{r}(t_2)$. Тогда, учитывая условие (45), столбец $\mathbf{R}_2^i$ определяется по формуле

$$\mathbf{R}_2^i = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{R}_1. \quad (49)$$

После определения вектора $\mathbf{R}_1$ и матрицы R_2 по формулам (47), (39) и (42) последовательно определяются соответствующие данному значению λ начальные векторы $\mathbf{v}(t_1)$, $\mathbf{a}(t_1)$, $\mathbf{b}(t_1)$, и затем интегрированием системы уравнений (37), (38) с полученными начальными условиями определяются оптимальная траектория движения КА, на которой достигается максимум конечной массы M_f при фиксированной начальной массе КА M_1 .

Таким образом, данный подход к решению задачи в линейной постановке позволяет определить оптимальную траекторию без применения итерационного процесса метода Ньютона решения краевой задачи.

Полученные начальные условия $\mathbf{a}(t_1)$, $\mathbf{b}(t_1)$ были использованы в качестве первого приближения для решения краевой задачи в точной постановке.

Решение задачи в точной постановке. Система уравнений, описывающая движение КА в точной постановке в гелиоцентрической эклиптической системе координат, имеет вид (4). В начальный и конечный моменты времени радиус-вектор КА $\mathbf{R}(t)$ удовлетворяет условиям (6) и (7). Система уравнений, описывающая оптимальный вектор реактивного ускорения $\mathbf{a}(t)$, имеет вид (24). Векторы $\mathbf{V}(t_1)$, $\mathbf{a}(t_1)$ удовлетворяют ограничениям (26) — при фиксированной величине скорости $V_{\infty 1}$ или (27) — при свободной скорости $V_{\infty 1}$, при этом начальная масса M_1 определяется из (1)–(3). Вектор $\mathbf{a}(t_2)$ удовлетворяет условию (28).

Для решения поставленной краевой задачи был применён модифицированный метод Ньютона. При фиксированной величине скорости $V_{\infty 1}$ варьируемыми параметрами являются начальные векторы $\mathbf{a}(t_1)$ и $\mathbf{b}(t_1)$. Они последовательно приближаются к таким, что при интегрировании систем уравнений (4), (24) с учётом условий (6), (26) выполнялись бы условия (7) и (28). Выбор этих начальных векторов осуществлялся двумя способами. В первом способе для любого значения скорости $V_{\infty 1}$ эти векторы $\mathbf{a}^{(0)}(t_1)$, $\mathbf{b}^{(0)}(t_1)$ всегда выбирались из решения задачи в линейной постановке. Во втором способе для первого значения скорости $V_{\infty 1}$ начальное приближение бралось из решения задачи в линейной постановке, а для последующих — из решения задачи в точной постановке для предыдущих значений скорости

$V_{\infty 1}$ с помощью линейной и параболической экстраполяции векторов $\mathbf{a}(t_1)$, $\mathbf{b}(t_1)$. При этом каждое следующее значение скорости $V_{\infty 1}$ выбиралось близким к предыдущему. После решения задачи с рядом значений скорости на бесконечности $V_{\infty 1}$ выбирается такая скорость, для которой конечная масса КА M_f максимальна. Данный подход обеспечил хорошую сходимость итерационного процесса.

При свободной скорости $V_{\infty 1}$ параметрами краевой задачи являются скорость $V_{\infty 1}$ и вектор $\mathbf{b}(t_1)$. При этом начальные векторы $\mathbf{R}(t_1)$, $\mathbf{V}(t_1)$, $\mathbf{a}(t_1)$ определяются из условий (6), (2) и (27), а начальная масса КА M_1 определяется по формулам (1)–(3). Начальные векторы $\mathbf{V}_{\infty 1}$ и $\mathbf{b}(t_1)$ приближаются к таким, чтобы при интегрировании систем (4), (24) с указанными данными выполнялись условия для момента t_2 (7) и (28), аналогично предыдущему случаю с фиксированной величиной скорости $V_{\infty 1}$. Начальное приближение для векторов $\mathbf{V}_{\infty 1}$ и $\mathbf{b}(t_1)$ выбиралось из решения задачи в точной или линейной постановке для некоторой скорости $V_{\infty 1}$, что обеспечило хорошую сходимость модифицированного метода Ньютона.

Оптимальные траектории, полученные для критерия M_f , выбирались в качестве первого приближения при определении оптимальных траекторий для критерия I (21).

3. Максимизация количества движения КА относительно астероида

В данном случае критерием оптимальности является максимальное количество движения КА относительно астероида в момент t_2 (21). Система (4), (5) описывает движение КА. Ограничения накладываются на радиус-вектор (6), (7) и начальную массу (3). Для решения задачи оптимизации применяем принцип максимума Понтрягина. Как и в предыдущем случае, оптимальный вектор реактивного ускорения $\mathbf{a}$ описывается системой (24). Учитывая критерий (21), получим условие трансверсальности, накладываемое на конечный вектор реактивного ускорения [8]:

$$\mathbf{a}(t_2) = \frac{N_e \mathbf{V}_{\infty 2}}{M_f V_{\infty 2}^2}. \quad (50)$$

Таким образом, в данном случае задача определения траектории сводится к решению краевой задачи для систем дифференциальных уравнений (4), (5), (24) с ограничениями (6), (7), (1)–(3), (50). Кроме того, при фиксированной величине скорости $V_{\infty 1}$ имеем условие (26), а при свободной скорости $V_{\infty 1}$ — условие (27). Для решения данной краевой задачи также был применён модифицированный метод Ньютона. Схема решения краевой задачи совпадает с описанной в п. 2, с учётом замены ограничения (28) на (50). Варьируемые параметры $\mathbf{a}(t_1)$, $\mathbf{b}(t_1)$ для первого приближения были выбраны из решения точной задачи с критерием M_f , что обеспечило хорошую сходимость итерационного процесса модифицированного метода Ньютона.

4. Максимизация отклонения астероида от Земли

В этом случае критерием оптимальности является отклонение астероида (18) для абсолютно-неупругого столкновения КА и астероида или (19) для модели взрывного столкновения. Для решения задачи аналогично предыдущим случаям применяем принцип максимума Понтрягина. Имеем дифференциальные уравнения (4), (5) и (24), описывающие оптимальный гелиоцентрический перелёт КА, ограничения (6), (7), накладываемые на радиус-вектор КА, ограничения (1)–(3), накладываемые на векторы начальной скорости $\mathbf{V}(t_1)$ и массу M_1 .

Условие трансверсальности, накладываемое на конечный вектор реактивного ускорения, зависит от модели соударения (9). Для моделей абсолютно-неупругого ($k = 0$) и абсолютно-упругого ($k = 1$) соударения КА с астероидом имеем [8]

$$a(t_2) = \frac{1}{M_A} \frac{N_e}{(d, \Delta d)} (1 + k) C^T d; \quad (51)$$

а для взрывной модели

$$a(t_2) = \frac{1}{M_A} \frac{N_e}{(d_e, \Delta d_e)} \left[(1 + k) C^T d_e + k \frac{(d_e, \Delta d_e)}{\Delta V_A} \frac{\mathbf{V}_{\infty 2}}{V_{\infty 2}} \right]. \quad (52)$$

Таким образом, определение оптимальной траектории свелось к краевой задаче для дифференциальных уравнений (4), (5) и (24) с краевыми условиями (6), (7), (1)–(3), а также условия (51) или условия (52) в зависимости от рассматриваемой модели соударения КА с астероидом. Кроме того, при фиксированной величине скорости $V_{\infty 1}$ имеем условие (26), при свободной скорости $V_{\infty 1}$ — условие (27). Краевая задача решалась аналогично случаям оптимизации перелёта с критериями M_f и I . Начальное приближение для варьируемых параметров, за которые брались начальные векторы $\mathbf{a}(t_1)$ и $\mathbf{b}(t_1)$ при фиксированной величине скорости $V_{\infty 1}$, или векторы $\mathbf{V}_{\infty 1}$ и $\mathbf{b}(t_1)$ при свободной скорости $V_{\infty 1}$, выбиралось двумя способами.

Первый способ состоит в следующем. Для каждой пары времён $t_{12} = t_2 - t_1$, $t_{23} = t_3 - t_2$, определяющих перелёт КА, последовательно находятся оптимальные траектории КА с критериями M_f (в линейной и точной постановках), I , d и d_e . При этом в качестве начального приближения для решения задачи с критерием d бралось решение задачи с критерием I , а для критерия d_e — решение задачи с критерием d . При данном способе оптимальные траектории определяются исходя из опорной кеплеровской траектории, и их угловая дальность не превышает 360° .

При втором способе определения оптимальных траекторий сначала для некоторой начальной пары указанных времён (t_{12} , t_{23}) определяем оптимальные траектории для критериев M_f , I , d и d_e , как и в первом способе, затем, смещаясь по времени t_{12} с некоторым шагом, начальное приближение берём из решения задачи для того же критерия на предыдущем шаге. При таком способе выбора начального приближе-

ния при смещении времени перелёта t_{12} в сторону возрастания угловая дальность перелёта также возрастает и может превышать 360° , а траектория может стать многовитковой.

5. Численные результаты

Численные результаты были получены для перелёта КА к астероиду, движущемуся по орбите астероида Toutatis. Расчёты проводились для следующих значений параметров: радиус начальной круговой орбиты «ожидания» около Земли $R_0 = 6671$ км, начальная масса КА $M_0 = 8$ тонн, скорость истечения струи из сопла двигателя большой тяги $c = 4,5$ км/с. Максимальная мощность электрореактивной тяги предполагалась постоянной и равной 4 кВт. Масса астероида принята $M_A = 1,257 \cdot 10^7$ т, что при плотности 3 г/см³ соответствует радиусу астероида 100 м. Момент наибольшего сближения астероида с Землёй t_3 соответствует дате 8 декабря 1992 года.

Таблица 1. Опорные траектории полёта КА к астероиду Toutatis

№	t_{12} , млн. с	t_{23} , млн. с	$V_{\infty 1}$, км/с	$V_{\infty 2}$, км/с	M_1 , т	M_f , т	I , тыс. кг·км/с	Δd , тыс. км	Δd_e , тыс. км
1.3	27,1	375,1	2,0	15,5	3,77	3,77	58,5	8,1	46,1
1.3e	29,6	374,8	4,6	17,9	3,21	3,21	57,5	7,7	49,1
2.3	13,4	375,6	3,2	15,7	3,55	3,55	55,6	8,2	46,7
2.3e	8,8	376,2	7,2	19,0	2,43	2,43	46,3	7,5	50,4
3.3	34,4	381,2	2,5	12,4	3,69	3,69	45,8	6,7	31,7
3.3e	35,0	381,2	5,5	15,5	2,95	2,95	45,7	6,1	34,4
4.3	15,6	386,2	2,9	19,0	3,61	3,61	68,7	7,5	50,3
4.3e	12,0	388,0	5,5	24,9	2,94	2,94	73,2	6,8	57,7
5.3	57,6	372,0	5,4	25,3	2,98	2,98	75,4	7,2	62,3
5.3e	57,6	371,8	5,4	25,4	2,97	2,97	75,4	7,2	62,4

В работе [4] на плоскости дат перелёта КА (t_{12} , t_{23}) были определены локально-оптимальные одноимпульсные траектории КА, доставляющие максимальные отклонения астероида от Земли. Локальные максимумы в работе [4] обозначены номерами 1.3, 2.3, ..., 5.3 для абсолютно-неупругого соударения и 1.3e, ..., 5.3e для взрывного соударения. Эти максимумы соответствуют ударному воздействию КА за три витка орбиты астероида до его сближения с Землёй. Одноимпульсные траектории, соответствующие этим максимумам, и были выбраны в качестве опорных для определения траекторий перелёта КА с малой тягой.

Таблица 2. Траектории полёта КА к астероиду Toutatis при $N_e = 4$ кВт

Критерий	№	t_{12} , млн с	t_{23} , млн с	$V_{\infty 1}$, км/с	$V_{\infty 2}$, км/с	M_1 , т	M_p , т	M_f , т	I , тыс. кг× км/с	Δd , тыс. км	Δd_e , тыс. км
M_f	1.3	27,1	375,1	0,6	14,3	3,91	2,08	3,88	55,6	7,8	41,5
I				2,4	17,9	3,71	1,67	3,50	62,5	8,8	56,2
d				2,2	18,1	3,74	1,58	3,43	61,9	8,9	57,2
d_e				4,3	22,2	3,27	0,64	2,48	55,2	8,1	62,2
M_f	1.3e	29,6	374,8	0,5	14,4	3,92	2,02	3,84	55,4	7,7	41,0
I				2,8	19,0	3,64	1,53	3,37	64,2	8,9	59,6
d				2,6	19,3	3,68	1,44	3,29	63,6	9,0	61,0
d_e				5,3	25,4	3,01	0,34	2,12	54,0	7,9	68,1
M_f	2.3	13,4	375,6	2,8	16,0	3,62	1,78	3,59	57,2	8,5	49,0
I				2,6	16,5	3,67	1,71	3,53	58,1	8,7	51,5
d				2,5	16,6	3,69	1,64	3,47	57,8	8,7	52,4
d_e				2,3	17,1	3,72	1,46	3,32	56,7	8,7	53,0
M_f	2.3e	8,8	376,2	6,6	19,4	2,61	0,96	2,53	48,9	8,0	54,6
I				6,5	19,6	2,65	0,92	2,51	49,2	8,1	55,8
d				6,4	19,7	2,67	0,89	2,49	49,0	8,1	56,2
d_e				6,3	19,9	2,71	0,82	2,44	48,6	8,1	56,5
M_f	3.3	34,4	381,2	0,9	10,4	3,89	2,08	3,88	40,3	6,6	27,2
I				3,8	17,7	3,40	1,23	3,04	53,7	6,2	39,3
d				2,0	12,3	3,78	1,84	3,66	45,0	7,0	32,8
d_e				6,8	23,8	2,55	0,34	1,96	46,8	5,3	43,0
M_f	3.3e	35,0	381,2	0,9	10,6	3,89	2,08	3,88	41,0	6,6	27,7
I				3,8	18,3	3,39	1,21	3,02	55,2	6,4	41,3
d				2,2	13,0	3,74	1,81	3,63	47,1	7,1	34,6
d_e				7,2	25,7	2,44	0,22	1,82	46,7	5,3	46,0
M_f	4.3	15,6	386,2	2,7	19,2	3,66	1,83	3,63	69,6	7,6	51,1
I				2,6	19,4	3,67	1,80	3,61	70,1	7,6	51,5
d				2,6	19,2	3,67	1,78	3,59	69,0	7,7	51,9
d_e				2,5	19,5	3,68	1,74	3,56	69,2	7,6	52,2

Продолжение табл. 2

Кри- те- рий	№	t_{12} , млн с	t_{23} , млн с	$V_{\infty 1}$, км/с	$V_{\infty 2}$, км/с	M_1 , т	M_p , т	M_f , т	I , тыс. кг× ×км/с	Δd , тыс. км	Δd_e , тыс. км
M_f	4.3e	12,0	388,0	5,0	25,1	3,08	1,33	3,02	75,6	7,0	59,7
I				4,9	25,3	3,10	1,31	3,00	75,9	7,0	60,1
d				5,0	25,2	3,09	1,30	2,99	75,2	7,1	60,5
d_e				4,9	25,3	3,11	1,27	2,97	75,2	7,1	60,6
M_f	5.3	57,6	372,0	4,6	26,0	3,21	1,38	3,10	80,8	8,0	70,3
I				4,4	29,2	3,26	1,17	2,93	85,6	9,3	90,9
d				4,4	31,7	3,24	0,78	2,59	82,2	9,7	102,6
d_e				5,1	35,8	3,07	0,15	1,98	71,0	9,2	108,0
M_f	5.3e	57,6	371,8	4,6	25,9	3,21	1,38	3,10	80,5	7,9	69,5
I				4,4	29,0	3,25	1,17	2,94	85,3	9,2	89,6
d				4,4	31,5	3,24	0,79	2,60	81,8	9,6	100,9
d_e				5,0	35,5	3,07	0,17	2,00	71,0	9,1	106,1

Характеристики опорных траекторий приведены в табл. 1. При этом оптимальные траектории определялись первым способом. Характеристики оптимальных траекторий для времён, соответствующих максимумам 1.3–5.3 и 1.3e–5.3e, представлены в табл. 2. Из этих таблиц видно, что применение малой тяги на гелиоцентрическом участке траектории позволяет заметно увеличить отклонение астероида.

Для оптимальных траекторий с критерием d отклонение астероида Δd возрастает на 3–35 %, для оптимальных траекторий с критерием d_e отклонение Δd_e возрастает на 4–40 % по сравнению с опорной траекторией. При этом эффективность применения малой тяги возрастает с увеличением времени перелёта КА. Наибольшее отклонение астероида и наибольшая эффективность применения малой тяги достигается для времён перелёта, соответствующих максимуму 5.3. Для этого максимума время перелёта КА составляет 57,6 млн с, отклонение Δd возрастает: при абсолютно-неупругом соударении от 7,2 тыс. км для опорной одноимпульсной траектории до 9,7 тыс. км для оптимальной траектории с малой тягой и критерием d ; и при взрывном соударении от 62,3 тыс. км для опорной траектории до 108,0 тыс. км для оптимальной траектории с малой тягой, с критерием d_e .

На рис. 1 (а–г) представлены проекции оптимальных траекторий на плоскость эклиптики OXY для времён перелёта, соответствующих максимумам 1.3 — рис. 1 а, 2.3, 4.3 — рис. 1 б, 3.3 — рис. 1 в, 5.3 —

рис. 1 г. Из рис. 1 б видно, что траектории, соответствующие максимумам 2.3 и 4.3, характеризующиеся небольшими временами перелёта, практически совпадают между собой. При возрастании времени пере-

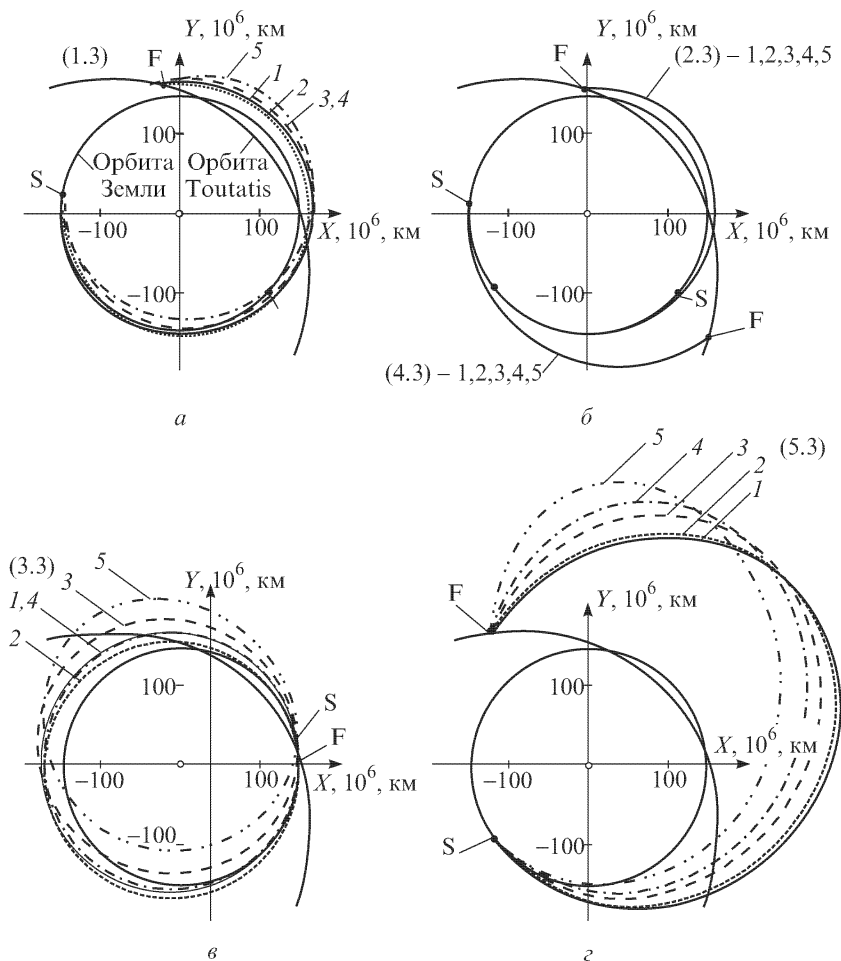


Рис. 1. Проекция на плоскость эклиптики орбит Земли и астероида Toutatis оптимальных одноимпульсных траекторий КА и оптимальных траекторий КА с малой тягой при временах перелёта, соответствующих максимумам 1.3–5.3, и $N_e = 4$ кВт: 1 — одноимпульсная траектория, 2 — для критерия M_f , 3 — для критерия I , 4 — для критерия d , 5 — для критерия d_e

лёта КА оптимальные траектории КА для разных критериев различаются. При этом оптимальная траектория с критерием M_f близка к опорной, а траектория с критерием I — к оптимальной траектории

с критерием d , что подтверждает некоторую близость их характеристик (см. табл. 1 и 2).

Как видно из рис. 1 *а–г*, оптимальные траектории, определённые здесь первым из указанных в п. 4 способом, имеют угловую дальность перелёта, не превышающую 360° .

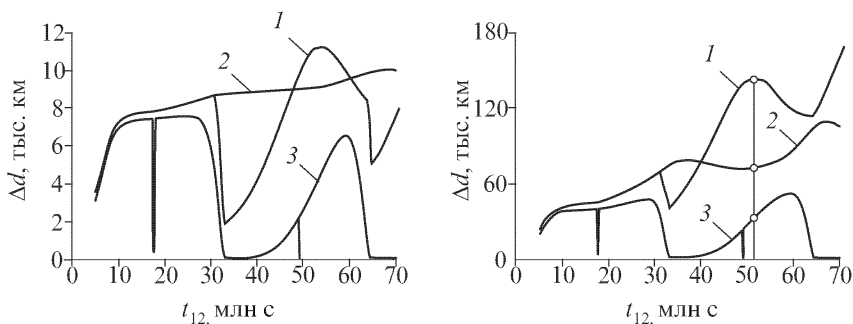


Рис. 2. Зависимости отклонения астероида Δd от времени перелёта КА t_{12} для моделей абсолютно-неупругого (*а*) и взрывного (*б*) соударений при $t_{23} = 374$ млн с; 1 — для одновитковых траекторий КА с малой тягой, 2 — для многовитковых траекторий КА с малой тягой, 3 — для одноимпульсных траекторий КА

При втором способе определения оптимальных траекторий был использован следующий алгоритм. Сначала оптимальные траектории для времён $t_{23} = 374$ млн с и $t_{12} = 5$ млн с были определены с помощью первого способа. Затем время t_{12} увеличивалось с некоторым малым шагом. На каждом шаге по времени за начальное приближение принималось решение для критерия d или d_e , полученное на предыдущем шаге. На рис. 2 представлены зависимости отклонения астероида от времени полёта t_{12} для траекторий, полученных двумя способами, а также для одноимпульсных траекторий. При этом рис. 2 *а* соответствует оптимальным траекториям для критерия d , рис. 2 *б* — для критерия d_e .

Из рис. 2 видно, что отклонение астероида зависит от времени перелёта КА с малой тягой сложным образом. При временах $t_{12} > 30$ млн с угловая дальность траекторий, полученная вторым способом, становится больше 360° . Максимум отклонения для разных времён перелёта достигается на траекториях различного типа: одновитковых (с угловой дальностью перелёта до 360°) или многовитковых (с угловой дальностью больше 360°) (см. рис. 2).

На рис. 3 приведены проекции на плоскость OXY оптимальных одно- и многовитковых траекторий с малой тягой, соответствующих «взрывному» соударению и отмеченных на рис. 2 *б* кружками. При этом отклонение для одновитковой траектории составляет 140 тыс. км, для многовитковой — 70 тыс. км, а для одноимпульсной траектории — 30 тыс. км.

Отметим, что при данных временах оптимального перелёта КА с критерием d_e становится существенным учёт требования неотрицательности полезной массы КА. Если такое ограничение не накладыв-

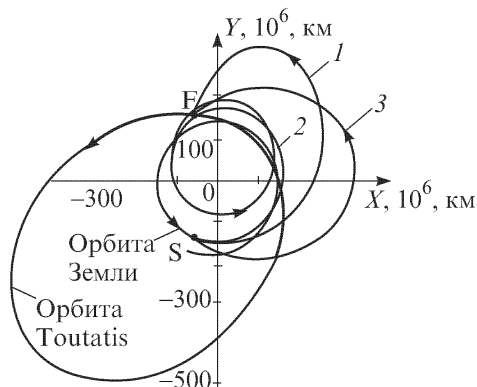


Рис. 3. Проекция на плоскость OXY орбит Земли, астероида Toutatis, оптимальных одновитковой (1) и многовитковой (2) траекторий КА с малой тягой, одноимпульсной траектории (3) КА при временах перелёта $t_{12} = 53$ млн с

вать, то для оптимальной траектории полезная масса КА может стать отрицательной. Решение задачи с учётом неотрицательности полезной массы КА выполнено в работе [8].

Заключение

В работе приведены результаты исследования оптимальных траекторий перелёта КА с электрореактивной тягой к опасному астероиду, сближающемуся с Землёй, для отклонения его от Земли с помощью ударно-кинетического воздействия. Критерием оптимальности является максимальное отклонение астероида от Земли. Предложена схема эффективного решения задачи с таким критерием на основе первоначального решения задач с более простыми критериями: с максимальной конечной массой КА и с максимальным конечным количеством движения КА относительно астероида. Разработана численно-аналитическая методика определения оптимальной траектории с критерием максимальной массы, позволяющая без итераций получить оптимальное решение в приближённой линейной постановке. На основе предложенной схемы получены оптимальные траектории перелёта КА двух видов: одновитковые и многовитковые. Показано, что максимальное отклонение для различных времён перелёта достигается как при оптимальных одновитковых траекториях, так и при оптимальных многовитковых. На примере перелёта к астероиду, движущемуся по орбите астероида Toutatis, показано, что применение

малой тяги с мощностью 4 кВт может позволить существенно (до 40 %) увеличить отклонение астероида по сравнению с одноимпульсной схемой перелёта.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 98-01-01004, 01-01-00133, 00-15-96660, 00-15-96036).

Список литературы

1. *Ивашкин В. В., Смирнов В. В.* Качественный анализ некоторых методов уменьшения астероидной опасности для Земли // *Астрон. вестн.* 1993. Т. 27, № 6. С. 46–54.
2. *Ивашкин В. В.* Сравнительный анализ ударного и термоядерного методов уменьшения астероидно-кометной опасности / Всеросс. конф. с международным участием «Астероидная опасность-95», СПб, 23–25 мая 1995 г. Тез. докл. — СПб.: ИТА РАН — МИПАО, 1995. С. 53.
3. *Ивашкин В. В.* Качественный сравнительный анализ некоторых методов изменения орбиты сближающегося с Землёй малого небесного тела / Сб. трудов конф. «Околоземная астрономия XXI века», г. Звенигород, 21–25 мая 2001 г. ИНАСАН. — М.: ГЕОС, 2001. С. 294–304.
4. *Ивашкин В. В., Зайцев А. В.* Анализ возможности изменения орбиты сближающегося с Землёй астероида ударным воздействием космического аппарата // *Косм. исслед.* 1999. Т. 37, № 4. С. 405–416.
5. *Ивашкин В. В., Чернов А. В., Баум Ф. И.* Анализ оптимальных двухимпульсных перелётов космического аппарата к сближающемуся с Землёй астероиду // *Препринт ИПМ РАН.* 1999. № 34. — 31 с.
6. *Ивашкин В. В., Чернов А. В., Баум Ф. И.* Исследование траекторий полёта космического аппарата к сближающемуся с Землёй астероиду / Сб. науч. трудов конф. «Околоземная астрономия и проблемы изучения малых тел Солнечной системы», г. Обнинск, 25–29 окт. 1999, г. Москва, 2000. — М.: ИНАСАН РАН, 2000. С. 236–246.
7. *Ивашкин В. В., Чернов А. В.* Оптимизация траекторий перелётов космического аппарата к сближающемуся с Землёй астероиду при использовании малой тяги // *Препринт ИПМ РАН.* 1996. № 62. — 29 с.
8. *Ивашкин В. В., Чернов А. В.* Оптимальные траектории полёта КА к сближающемуся с Землёй астероиду при использовании малой тяги // *Косм. исслед.* 2000. Т. 38, № 2. С. 151–163.
9. *Чернов А. В.* Анализ оптимальных перелётов космического аппарата к сближающемуся с Землёй астероиду с кусочно-постоянной электрореактивной тягой // *Препринт ИПМ РАН.* 2001. № 86. — 24 с.
10. *Ахметшин Р. З., Белоглазов С. С., Белоусов Н. С. и др.* Оптимизация перелётов к астероидам и кометам космических аппаратов с комбинированием большой и малой тяги // *Препринт ИПМ РАН.* 1985. № 144. — 28 с.
11. Интеллектуальные системы автономных аппаратов для космоса и океана и метод технико-биологических аналогий / Под ред. В. В. Бугровского. — М.: Ин-т проблем управления, 1997. — 214 с.
12. *Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.* Механика космического полёта. Проблемы оптимизации. — М.: Наука, 1975. — 704 с.

13. *Станюкович К. П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. — М.: Наука, 1971. — 854 с.
14. Основы теории полёта космических аппаратов / Под ред. Г. С. Нариманова, М. К. Тихонравова. — М.: Машиностроение, 1972. — 608 с.
15. *Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Физматгиз, 1961. — 392 с.
16. *Белецкий В. В., Егоров В. А.* Межпланетные полёты с двигателями постоянной мощности // Косм. исслед. 1964. Т. 2, вып. 3. С. 360–391.
17. *Суханов А. А.* Оптимизация перелётов с малой тягой // Косм. исслед. 1999. Т. 37, № 2. С. 182–191.

Часть II

МНОГОКОМПОНЕНТНЫЕ РЕАГИРУЮЩИЕ ТУРБУЛЕНТНЫЕ СРЕДЫ, НЕРАВНОВЕСНАЯ КИНЕТИКА

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ДОЗВУКОВЫХ ПОТОКОВ

А. М. Липанов, Ю. Ф. Кисаров, С. Ю. Кисарова, М. Р. Кукрякова

Институт прикладной механики УрО РАН, Ижевск

Для многих вопросов физики космоса определение статистических характеристик турбулентности имеет ключевое значение. К этим вопросам относятся перемешивание вещества, генерация и перенос магнитных полей, распространение космических лучей. Решение перечисленных проблем с использованием полуэмпирических моделей турбулентности не всегда приводит к позитивному результату. В последнее время интенсивно развиваются методы прямого численного моделирования турбулентных течений, которые могут быть с успехом использованы при решении задач физики космоса.

В этом случае производится интегрирование трёхмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса, в результате решения которых можно получить как осреднённые, так и пульсационные характеристики потока. Одной из проблем, возникающих при численном решении указанных уравнений, является возникновение схемной вязкости, которая может существенным образом исказить результаты расчёта. Для её исключения можно использовать либо очень мелкую расчётную сетку, либо разностные схемы высокого порядка аппроксимации, позволяющие уменьшить величину схемной вязкости. В данной работе принят второй подход. Исходные уравнения Навье–Стокса в векторной форме для сжимаемого газа имеют следующий вид:

$$W_t + F_x + G_y + H_z = D, \quad (1)$$

где

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho E + p)u \end{pmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho E + p)v \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho E + p)w \end{pmatrix},$$

$$D = F_{vx} + G_{vy} + H_{vz},$$

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + q_x \end{pmatrix},$$

$$G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + q_y \end{pmatrix},$$

$$H_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + q_z \end{pmatrix},$$

$$E = \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} + \frac{p}{\rho(k-1)},$$

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{V}, \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{V},$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{V}, \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \tau_{yx},$$

$$\tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \tau_{zx}, \quad \tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \tau_{zy},$$

$$q_x = \lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = \lambda \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = \lambda \frac{\partial T}{\partial z}, \quad \operatorname{div} \mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Здесь x, y, z, t — декартовые координаты и время; ρ, u, v, w, p, T, E — плотность, продольная, поперечная и тангенциальная компоненты скорости, давление, температура и полная энергия газа, τ, q — компоненты тензора вязких напряжений и теплового потока; коэффициенты молекулярной вязкости μ и теплопроводности λ полагаются постоянными, R — газовая постоянная, $\operatorname{Pr} = \mu c_p / \lambda$ — число Прандтля, k — показатель адиабаты.

Система уравнений (1) была приведена к безразмерному виду. Для дозвуковых течений в качестве характерных параметров удобно использовать характерные величины скорости, давления и характерный размер области.

Подробно используемый алгоритм высокого порядка точности изложен в работах (Липанов и др., 1997, 2001). Основные этапы алгоритма заключаются в следующем.

Для интегрирования по времени используется двухшаговая схема Лакса–Вендроффа, которая для одномерного случая имеет вид

$$W_{i+1/2}^n = L_{i+1/2}(W_i^n), \quad (2)$$

$$W_{i+1/2}^{n+1/2} = W_{i+1/2}^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} A(W_{i+1/2}^n) R_{i+1/2}(W_i^n),$$

$$\begin{aligned} W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+1/2}^{n+1/2} - F_{i-1/2}^{n+1/2} \right) + \\ + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{\nu i+1/2}^n - F_{\nu i-1/2}^n \right) - \frac{\Delta t}{\Delta x} (D_{i+1/2} - D_{i-1/2}), \end{aligned}$$

где $A = \frac{\partial F}{\partial W}$ — матрица Якоби.

Первый шаг в системе Лакса–Вендроффа используется для определения параметров на гранях ячеек, второй — для определения параметров на гранях на промежуточном слое и третий — для определения параметров на новом временном слое. Диссипативные слагаемые вычисляются на последнем шаге. В схему для повышения устойчивости помимо физической диссипации включены члены с искусственной вязкостью.

Операторы $L_{i+1/2}(W_i^n)$, $R_{i+1/2}(W_i^n)$ и $D_{i+1/2}$ аппроксимируются таким образом, чтобы в результате всех трёх шагов получить заданный пространственный порядок точности схемы. При этом схемная вязкость будет иметь порядок $(\Delta x)^{n+1}$, искусственная вязкость $(\Delta x)^n$, а её величина регулируется путём введения коэффициентов. При необходимости вместо искусственной диссипации использовалась процедура коррекции потоков.

Операторы $L_{i+1/2}(W_i^n)$, $R_{i+1/2}(W_i^n)$ и $D_{i+1/2}$ описываются следующим образом:

$$\begin{aligned} L_{i+1/2}(W_i^n) &= \sum_{m=1}^{N/2} (-1)^{m+1} a_m (W_{i+m}^n + W_{i-m+1}^n), \\ R_{i+1/2}(W_i^n) &= \sum_{m=1}^{N/2} (-1)^{m+1} b_m (W_{i+m}^n - W_{i-m+1}^n), \\ D_{i+1/2} &= \alpha_{i+1/2} S_{i+1/2}(W_i^n), \quad \alpha_{i+1/2} = \frac{1}{2^N} a_{i+1/2}^{\max}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$S_{i+1/2}(W_i^n) = \sum_{m=1}^{N/2} (-1)^{m+1} d_m (W_{i+m}^n - W_{i-m+1}^n).$$

Коэффициенты a_m , b_m и d_m определяются из решения систем уравнений

$$\sum_{m=1}^{N/2} (-1)^{m+1} (m^l - (m-1)^l) a_m = \begin{cases} 1/2, & l = 1; \\ 0, & l = 2r - 1, \quad r = \overline{2, N/2}. \end{cases}$$

$$\sum_{m=1}^{N/2} (-1)^{m+1} (m^l - (m-1)^l) b_m = \begin{cases} 1/2, & l = 2; \\ 0, & l = 2r, \quad r = \overline{2, N/2}. \end{cases} \quad (4)$$

$$\sum_{m=1}^{N/2} (-1)^{m+1} (2m-1)^l d_m =$$

$$= \begin{cases} 0, & l = 2r - 1, \quad r = \overline{1, N/2 - 1}; \\ (N-1)! 2^{N-2}, & l = 2r - 1, \quad r = N/2 \end{cases}$$

и имеют в зависимости от порядка точности используемой разностной схемы значения, приведённые в табл. 1–3.

Таблица 1. Коэффициенты оператора $L_{i+1/2}(W_i^n)$ порядка точности N

N	2	4	6	8
a_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{37}{60}$	$\frac{533}{840}$
a_2	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{8}{60}$	$\frac{139}{840}$
a_3	0	0	$\frac{1}{60}$	$\frac{29}{840}$
a_4	0	0	0	$\frac{3}{840}$

Таблица 2. Коэффициенты оператора $R_{i+1/2}(W_i^n)$ порядка точности N

N	2	4	6	8
b_1	1	$\frac{15}{12}$	$\frac{245}{180}$	$\frac{7175}{5040}$
b_2	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{25}{180}$	$\frac{899}{5040}$
b_3	0	0	$\frac{2}{180}$	$\frac{119}{5040}$
b_4	0	0	0	$\frac{9}{5040}$

Для получения порядка N аппроксимации диссипативных членов уравнений необходимо обеспечить вычисление производных от компо-

Таблица 3. Коэффициенты оператора $S_{i+1/2}(W_i^n)$ порядка точности N

N	2	4	6	8
d_1	1	-3	10	-35
d_2	0	-1	5	-21
d_3	0	0	1	-7
d_4	0	0	0	-1

нент тензора вязких напряжений и теплового потока в направлении x с данным порядком точности согласно следующему алгоритму:

$$(\tau_{xx})_{i+1/2} = \frac{4}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2} = \frac{4}{3} \mu R_{i+1/2}(u_i^n) \frac{1}{\Delta x}. \quad (5)$$

При расчёте вязких слагаемых в уравнениях Навье–Стокса возникает потребность вычисления смешанных производных. Для этого используется оператор Q_j , который для двумерного случая определяется следующим образом:

$$Q_j = \sum_{m=1}^{N/2} (-1)^{m+1} c_m (v_{ij+m}^n - v_{ij-m}^n). \quad (6)$$

Коэффициенты c_m находятся из решения системы уравнений

$$\sum_{m=1}^{N/2} (-1)^{m+1} m^l c_m = \begin{cases} 1/2, & l = 1, \\ 0, & l = 2r - 1, \quad r = \overline{2, N/2} \end{cases}$$

и в зависимости от порядка численной схемы имеют значения, указанные в табл. 4.

Таблица 4. Коэффициенты оператора Q порядка точности N

N	2	4	6	8
c_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{45}{60}$	$\frac{672}{840}$
c_2	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{9}{60}$	$\frac{168}{840}$
c_3	0	0	$\frac{1}{60}$	$\frac{32}{840}$
c_4	0	0	0	$\frac{3}{840}$

Расчёты были выполнены для течений в каналах, изображённых на рис. 1. Для областей подобного вида имеется достаточно большое число экспериментальных данных. Обычно для расчёта дозвуковых течений в каналах задаются давление на выходе из канала и профиль скорости на входе в канал.

Однако такие граничные условия затрудняют вывод вихревых структур за границы расчётной области. Для вывода гидродинамических возмущений из области интегрирования (в том числе вихревых

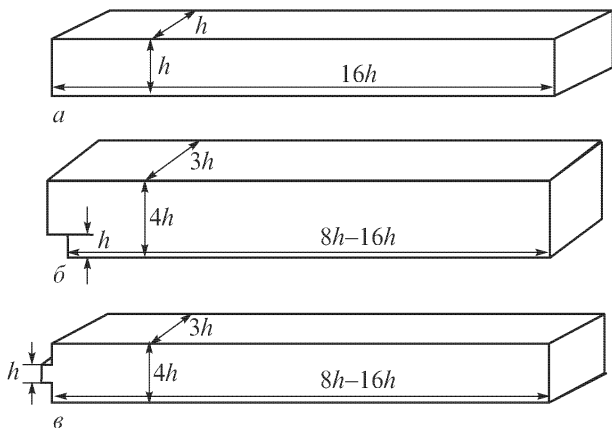


Рис. 1. Область интегрирования: а) канал между двумя параллельными плоскостями, б) канал с обратным уступом, в) канал с внезапным расширением

структур) используется алгоритм, изложенный в работе (Федорченко, 1988). В соответствии с этим алгоритмом давление на выходе из канала и продольная компонента u вектора скорости на входе в канал оказываются функциями времени. Давление на выходе из канала переопределяется в зависимости от соотношения среднего расхода по объёму канала и расхода на выходе. Профиль скорости на входе в канал переопределяется под действием возмущений, доходящих до передней границы канала. На обтекаемых поверхностях используются условия прилипания, рассматриваются адиабатически обтекаемые поверхности. В направлении координаты z на расстоянии $\pm 1,5h$ от геометрической плоскости симметрии области интегрирования задаются условия периодичности в соответствии с рекомендациями работы (Рождественский, 1983).

1. Моделирование течений при низких и промежуточных числах Рейнольдса

При низких числах Re течение в рассматриваемых областях двумерное. Для того, чтобы проверить, как сказываются условия периодичности на характер течения, в поток специально вводились трёхмерные возмущения. Со временем эти возмущения затухали, и во всех случаях при низких числах Re течение устанавливалось и оставалось симметричным. Рассчитанные параметры — профили скорости, длины

отрывных зон, коэффициенты сопротивления и др. — находятся в хорошем количественном соответствии с известными аналитическими решениями и экспериментальными данными.

При очень низких числах Re (~ 15) течение в плоском канале становилось сверхзвуковым за счёт значительного увеличения пограничного слоя. Время установления стационарного режима естественно увеличивалось с ростом числа Рейнольдса.

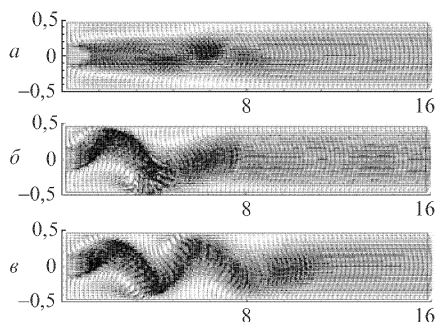


Рис. 2. Эволюция струи в момент потери устойчивости при $Re = 300$: а) момент зарождения неустойчивости, б) характер течения после потери устойчивости, в) установившаяся картина течения

При промежуточных числах Re ($\sim 150 \div 500$) течение также устанавливалось, однако симметрия течения не сохранялась.

Интересно отметить, что конечное состояние не зависело от того, вносились в течение возмущения или нет. На рис. 2 приведена картина потери устойчивости течения в канале с резким расширением. Возмущения в поток не вводились. Решение в течение продолжительного времени оставалось симметричным, однако установления не происходило. В некоторый момент времени, за счёт накопления вычислительных погрешностей, в струе возникла область, где симметрия была нарушена (рис. 2 а). После короткого промежутка времени, в течение которого струя совершала колебательные движения (рис. 2 б), произошёл процесс установления (рис. 2 в). Во всех случаях, когда в поток не вносились трёхмерные возмущения, поток оставался двумерным. При высоких числах Re в каналах с обратной ступенькой и с резким расширением имели место нестационарные течения с почти периоди-

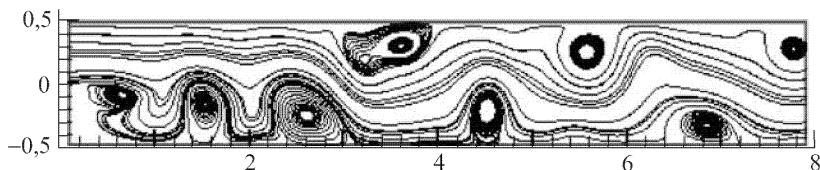


Рис. 3. Картина течения в канале с обратной ступенькой при числе $Re = 4000$

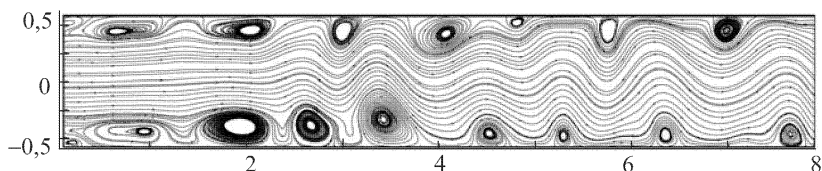


Рис. 4. Картина течения в канале с резким расширением при числе $Re = 10\,000$

ческим образованием и движением вихревых структур (типа цепочек Кармана — рис. 3, 4). Диссипативные процессы в этом случае практически не оказывают влияние на их движение, и вихри не затухают вплоть до выхода из канала. Можно отметить, что несмотря на такой сложный характер течения профили средней скорости остаются близкими к профилю Пуазейля.

2. Некоторые особенности расчёта турбулентных течений

Для расчёта трёхмерных турбулентных течений применялась следующая технология. Вначале рассчитывалось двумерное установившееся течение при $Re = 50$. Затем в небольшой промежуток времени (100 шагов) на входной профиль скорости накладывалось малое трёхмерное возмущение и одновременно увеличивалось число Рейнольдса. Дальнейшее развитие течения происходит самостоятельно. Расчёт продолжался до выхода на вторичный нестационарный режим течения, обладающий стационарными в статистическом смысле интегральными гидродинамическими характеристиками (профилем средней скорости, напряжениями Рейнольдса, расходом газа). При этом расчёт временной эволюции параметров течения в зависимости от числа Рейнольдса приводил либо к затуханию возмущения и возврату к ламинарному течению, либо к возникновению нового вторичного нестационарного режима. Расчёты проводились по схеме Рихтмайера восьмого порядка точности с членами искусственной диссипации. В процессе расчётов накапливались данные об осреднённых и пульсационных характеристиках потока по времени во всех точках расчётной области.

Ниже приводятся некоторые результаты моделирования турбулентных течений при различных числах Re в областях, изображённых на рис. 1.

Турбулентное течение в плоском канале. Рассмотрим некоторые особенности турбулентного течения в плоском канале между параллельными стенками. Прямое численное моделирование переходных и турбулентных течений несжимаемой жидкости в плоских каналах проводилось спектральными методами в работах (Рождественский, 1983, 1985). Экспериментальные данные для несжимаемой жидкости получены в работах (Ван, 1959; Пейтель, 1969). В данном разделе при-

ведены результаты прямого численного моделирования сжимаемых турбулентных течений при числе $M = 0,6$.

На рис. 5 показаны мгновенные картины изолиний завихрённости в разных плоскостях канала. В области перехода от ламинарного течения к турбулентному можно выделить несколько характерных зон. Нарушение гладкости течения происходит постепенно. Вблизи стенок канала, сначала около нижней, затем около верхней, течение становится волнистым, и практически сразу же начинают образовываться организованные вихревые структуры (рис. 5 а, б).

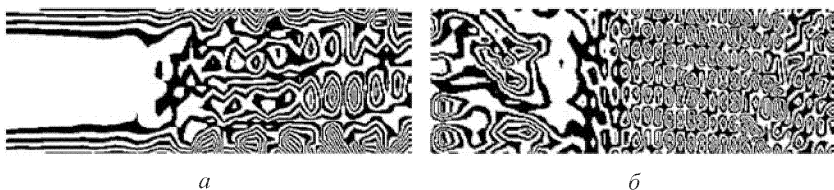


Рис. 5. Мгновенные картины изолиний завихрённости в разных сечениях канала: а) плоскость XY , $Z = 0,5h$, б) плоскость XZ , $Y = 0,04h$

Вихреобразование в пристеночных слоях способствует оттеснению потоков газа от стенок и интенсифицирует их перемешивание в ядре потока. Это приводит к образованию в ядре потока вихревых структур, которые, развиваясь вниз по течению, начинают взаимодействовать между собой и с пристеночными вихрями, сливаясь, разрушаясь и генерируя новые структуры.

Конфигурация вихревых образований по объёму канала сильно изменяется. Так, в ядре потока вихри значительно крупнее, чем вблизи стенок. В пристеночных областях течение развивается по следующему сценарию. В переходной области (до $\sim 8h$) наблюдаются так называемые «зоны перемежаемости», где гладкое в плоскости XY течение периодически становится «пятнистым» в плоскости XZ (рис. 5 б). Появление турбулентных пятен в зоне перемежаемости — характерный процесс для переходных областей течения, подтверждаемый многими экспериментальными данными в плоском канале (Нишиока, 1981; Козлов, 1984), в погранслое на пластине (Качанов, 1984) и расчётными исследованиями (О’Салливан, 1994). Ниже по течению зона перемежаемости сменяется зоной возникновения мелкомасштабной неустойчивости пристенных слоёв, приводящей к колебаниям потока по всем трём координатам. Следующая зона — область образования мелкомасштабных вихрей, имеющих регулярные структуры и расположение по плоскостям стенок канала. Постепенно регулярность вихревых образований нарушается, и течение в пристеночных областях приобретает более сложный характер. Вихри начинают сливаться, образовывать цепочки и, развиваясь, отрываются от стенок и взаимодействовать с вихрями ядра потока.

Расчётные мгновенные профили скоростей в выбранных сечениях канала осреднялись во времени. По мере развития турбулентного течения по длине канала характер профилей скоростей тоже меняется. При переходе к развитому течению профили скоростей становятся более наполненными и постепенно стабилизируются, приобретая форму, соответствующую развитому турбулентному течению (рис. 6). Важно отметить, что переход к турбулентному режиму наблюдается только в случае трёхмерного течения. В двумерном течении, даже при большом числе Рейнольдса, любые возмущения затухают и течение возвращается к исходному ламинарному.

Численные результаты хорошо согласуются с экспериментальными (Ван, 1959; Пейтель, 1969) и расчётными (Рожественский, 1983) данными для несжимаемой жидкости. Это подтверждает вывод о том, что экспериментальные данные распределения параметров безотрывных турбулентных течений в каналах для несжимаемой жидкости и сжимаемого газа совпадают даже при высоких числах Маха ($M \sim 5$) (Шлихтинг, 1974).

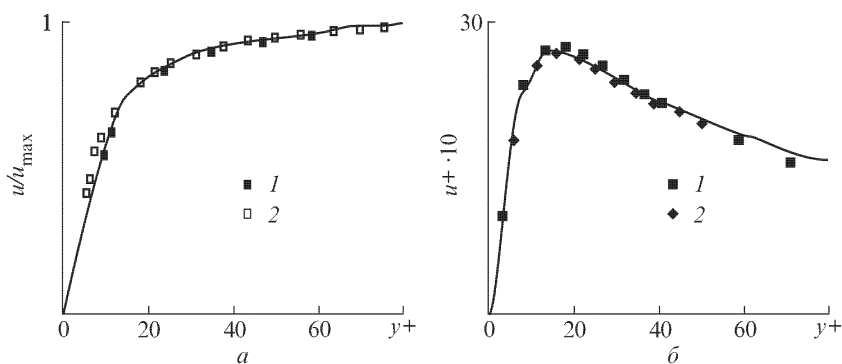


Рис. 6. а) средний профиль продольной скорости при $Re = 2037$, точки — эксперимент для несжимаемой жидкости: 1 — $Re = 2127$, 2 — $Re = 2070$; б) профиль среднеквадратичной интенсивности пульсаций скорости при $Re = 5600$

Течение в канале с обратным уступом. Известная осреднённая картина течения за обратным уступом включает традиционно следующие зоны: 1) оторвавшийся сдвиговый слой; 2) область рециркуляции с основным и вторичным вихрем; 3) область присоединения сдвигового слоя к стенке; 4) область релаксации. Вместе с тем, для понимания нестационарных турбулентных процессов в этих зонах требуется проведение дальнейших детальных численных и экспериментальных исследований.

Оторвавшийся сдвиговый слой считается основным источником генерации турбулентной энергии. Его размеры в поперечном направлении увеличиваются по мере удаления от уступа (Шляжас, 1984). В зоне отрыва наблюдаются наибольшие значения нормальных и ка-

сательных напряжений, обусловленные максимумами турбулентных пульсаций параметров. Положение таких максимумов с приближением к точке присоединения удаляется от стенки (Мосс, 1982). Характер турбулентных пульсаций определяется эволюцией вихревых структур, увеличивающихся в размерах по мере удаления от уступа (Итон, 1981). Детальное изучение турбулентных процессов, протекающих при эволюции вихревых структур в сдвиговом слое, до сих пор остаётся нерешённой задачей.

Область рециркуляции образуется между оторвавшимся сдвиговым слоем и стенкой канала за уступом. Структура этой области определяется характеристиками вихрей в сдвиговом слое и демпфирующим влиянием стенки (Адамс, 1989). В нижней угловой точке уступа располагается вторичный вихрь, обусловленный отрывом возвратного пристенного течения при положительном градиенте давления (Крюков, 1986). Несмотря на то, что существование вторичного вихря подтверждается исследованиями многих авторов (Даррет, 1989), подробное изучение структуры и пульсационных характеристик течения в этой области до сих пор не проведено.

Областью присоединения считается зона в окрестности средней точки присоединения потока, протяжённостью $\sim h$. Расположение средней точки присоединения в зависимости от параметров потока и размеров канала по данным многочисленных работ (напр., (Итон, 1981)) меняется в интервале $(4 \div 8)h$. Нестационарность течения в области присоединения, большие градиенты изменения его параметров приводят к значительным перемещениям точки присоединения. Вихри, уносимые сдвиговым слоем, в области присоединения имеют размеры $\sim h$ и сложным образом взаимодействуют со стенкой канала (Ким, 1980). Существует несколько мнений о характере такого взаимодействия и эволюции вихрей в этой зоне. Одно из них утверждает о дроблении вихрей и уносе их частей в окрестные зоны (Бредшоу, 1972). Другие говорят о поочерёдном переносе целых вихрей в соседние области (Ким, 1980). Таким образом, в указанной зоне требуется дальнейшее детальное изучение вихревой структуры и параметров течения.

Область релаксации пограничного слоя распространяется за область присоединения и характеризуется стабилизацией течения. После взаимодействия сдвигового слоя со стенкой развивается новый пограничный слой, который даже на протяжении $\sim 50h$ по потоку сохраняет свойства сдвигового слоя и в котором могут сохраняться крупномасштабные вихревые структуры (Бредшоу, 1972; Смит, 1979). Изучение структуры и пульсационных характеристик течения в релаксирующем пограничном слое также является важной и пока до конца нерешённой задачей.

Экспериментальное изучение дозвукового турбулентного потока за обратным уступом в работе (Комаров, 1996) проводилось при течении воздуха в кольцевом канале. Размеры канала позволяли исследовать турбулентные течения в приближении плоского канала. Вместе с тем, преимуществом перед плоским каналом является отсутствие боковых стенок, что обеспечивает условия для развития полностью двумерно-

го отрывного течения. Кольцевая геометрия позволяет максимально приблизить измерительный объём системы ЛДА к исследуемой поверхности канала. Из приведённых данных наиболее подробно исследован режим турбулентного течения при $Re = 2600$ (число Рейнольдса посчитано по высоте уступа). Число Маха во всех опытах составляло $\sim 0,2$.

Исследование распределения вторых корреляционных моментов турбулентного поля скорости потока имеет важное значение для понимания природы и эволюции турбулентного течения за обратным уступом. В результате расчётов были получены детальные картины течения и распределения турбулентных нормальных и касательных напряжений и интенсивности пульсаций компонент вектора скорости.

На рис. 7 представлен характер течения в канале с обратной ступенькой. За уступом формируется сложная структура течения с разными по конфигурации и величине вихревыми зонами в сдвиговом слое и в отрывной зоне. Движущиеся в оторвавшемся сдвиговом слое

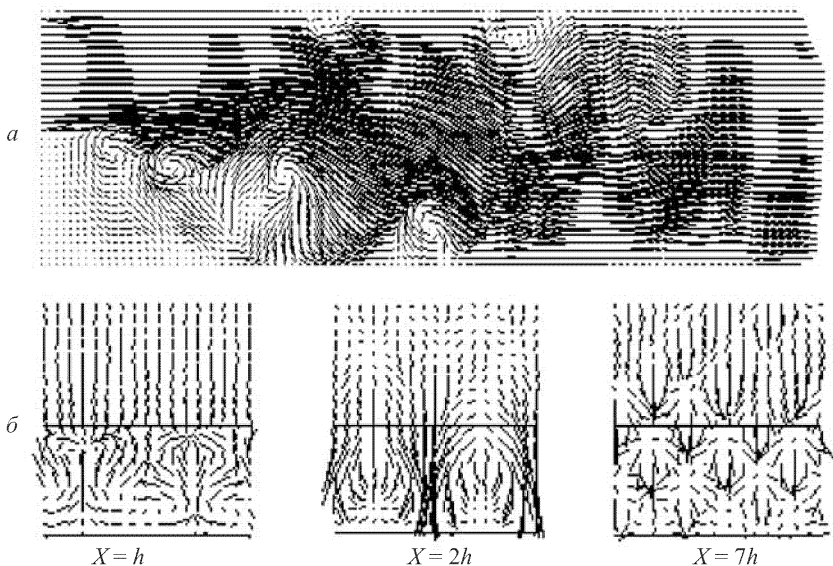


Рис. 7. Картина течения в канале с обратным уступом: а) плоскость XY , б) плоскость YZ

вихри увеличиваются по потоку до размеров $\sim h$. Периодически, при взаимодействии сдвигового слоя со стенкой в зоне присоединения от отрывной зоны в зону релаксации уносятся потоком одиночные вихри. В отличие от двумерных течений, оторвавшиеся вихри достаточно быстро затухают. В момент отрыва вихря от рециркуляционной зоны часть газа возвращается в отрывную зону и поджимает её ближе к уступу. Поток за уступом практически сразу становится трёхмер-

ным (см. рис. 7). Размеры вихрей $(0,3 \div 1,0)h$. Если сразу за уступом крупные вихри наблюдаются только в отрывной зоне, то дальше по потоку такие вихри уже присутствуют и в расширяющемся сдвиговом слое. После точки присоединения — $x \sim 4,5h$ — в области релаксации формируется более мелкая структура потока (схожая со структурой течения в выходной части плоского канала).

Осреднённые картины течения показывают наличие всех традиционных зон потока за уступом. Отрывная зона, помимо основного и вторичного вихрей, сохраняет след более мелких вихрей в сдвиговом слое. Расположение точки присоединения потока колеблется в интервале $(4 \div 5)h$.

На рис. 8 представлены профили касательного напряжения Рейнольдса в разных сечениях канала за уступом. Эволюция профиля касательных напряжений происходит следующим образом: при $x \sim 0,3h$ максимум на профиле соответствует оторвавшемуся пограничному слою; затем, при $x \sim 0,5h$, возникает второй максимум в развивающемся сдвиговом слое, при $x \sim 1,5h$ начинает зарождаться максимум в пристеночной области, который постепенно, при $x \sim 2,5h$, сливается с максимумом в сдвиговом слое.

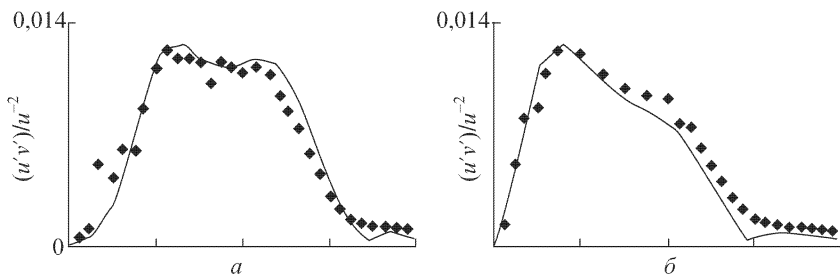


Рис. 8. Профили касательного напряжения Рейнольдса при $Re_h = 2600$ за уступом в сечениях: а) $x = 2,5h$, б) $x = 4,5h$

После точки присоединения ($x \sim 4,5h$) максимум на профиле касательного напряжения сдвигается в область пограничного слоя. Перемещения локальных максимумов на профилях касательного напряжения соответствуют расположению сдвигового слоя смещения, рециркуляционного течения и развивающегося после присоединения пограничного слоя. Приведённые результаты находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными работы (Комаров, 1996).

Хорошее соответствие результатов расчётов экспериментальным данным подтверждает выводы, сделанные в исследовании (Комаров, 1996) относительно поперечных размеров сдвигового слоя, увеличивающихся по мере удаления от уступа. Приведённые в указанной работе сравнения расчётных данных, полученных с использованием модели переноса турбулентной вязкости и традиционной « $k-\varepsilon$ » модели, показывают, что расчётные профили существенно отличаются от

экспериментальных. Расчётные профили имеют гладкую форму и не показывают наличие локальных максимумов, либо точек перегиба.

Течение в канале с резким расширением. В работе (Липанов, 1994) обоснована сходимость вычислительного процесса при расчёте величин частных производных от газодинамических параметров по декартовым координатам в любой точке области интегрирования в зависимости от порядка n аппроксимирующего выражения. Обоснование точности интегрирования по времени результатов, полученных в работе (Липанов, 1994), выполнено в статье (Липанов, 1997) на примере расчёта течения в канале с резким расширением при различных числах Рейнольдса. Там же показана сходимость вычислительного процесса по мере увеличения числа N элементарных объёмов в области интегрирования. Некоторые из названных результатов будут приведены и в данной работе.

Прежде всего, покажем, как сходится вычислительный процесс с ростом величины n порядка аппроксимирующего выражения. Качественный анализ картины течения показывает, что при n , равных 8 и 10, картины течений совпадают и существенно отличаются от картины течения при $n = 2$. Количественно этот процесс для тех же условий будем характеризовать величинами модуля вектора вихря $\omega_{\max}$ и частотой генерации вихрей ν_b . Из табл. 5 следует, что с точностью не хуже 0,1 % при $n = 8$ вычислительный процесс сходится.

Таблица 5. Влияние порядка точности на величину максимальной завихрённости и частоту генерации вихрей

N	2	4	6	8	10
$\omega_{\max}$	4,5320	6,6004	7,2681	7,4941	7,5002
$\Delta\omega_{\max}$		2,0684	0,6677	0,2260	0,0061
ν_b	0,3133	0,3760	0,3912	0,4000	0,4010
$\Delta\nu_b$		0,0627	0,0152	0,0088	0,0010

Повышение величины порядка n аппроксимирующего выражения позволяет минимизировать влияние схемной вязкости и получить физические эффекты, которые при $n = 2$ не удаётся зафиксировать. На рис. 9 приведены кривые давления в угловой точке области, изображённой на рис. 1 в.

Анализ кривых давления показывает, что результаты расчётов при $n = 8$ и 10 практически совпадают и сильно отличаются от результатов при $n = 2$ не только по величинам амплитуд и частот колебаний давления, но и по характеру изменения давления на восходящих участках колеблющейся кривой. Непосредственной причиной максимумов на кривой давления является либо слияние вихрей, либо их отрыв. Отсюда следует, что при расчёте вихревых потоков использование аппроксимирующих выражений второго порядка недостаточно точно. Схемная вязкость, характеризующая суммарной величиной остаточных

членов и прежде всего старшего из них, пропорционального Δx^2 , велика и сильно искажает результаты расчётов.

Анализ структуры турбулентного течения в канале с резким расширением для $Re = 10^4$ (рис. 10) показывает его существенную эволюцию по длине канала.

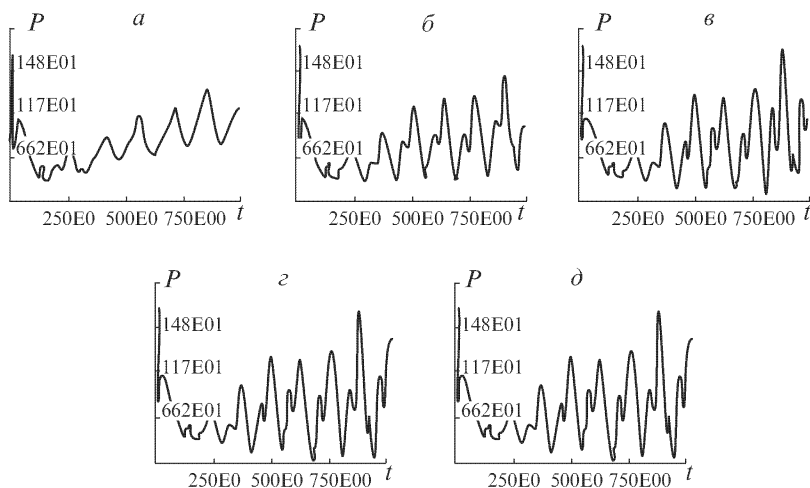


Рис. 9. Изменение давления по времени в зоне вихреобразования для $Re = 10^4$ при расчёте с разными порядками точности: а) 2, б) 4, в) 6, г) 8, д) 10

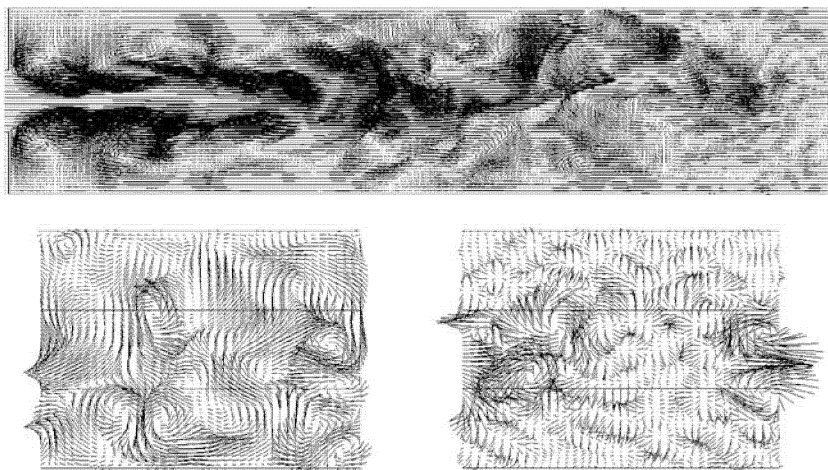


Рис. 10. Эволюция структуры турбулентного течения по длине канала при $Re = 10^4$

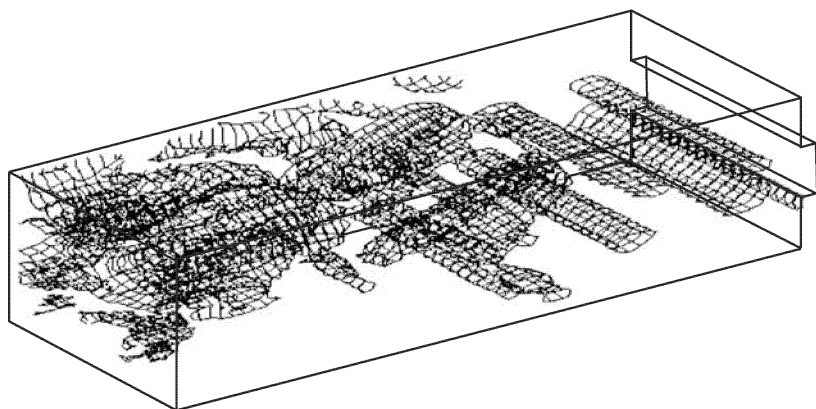


Рис. 11. Изоповерхности модуля завихрённости по объёму канала для $Re = 10^5$

Размеры отрывных областей, заполненных крупными вихрями за уступами, составляют величину порядка $7h$. Далее, вниз по потоку наблюдается диссипация и дробление вихревых цепочек, а начиная с сечений $(10 \div 13)h$ происходит переход к развитому течению с мелкомасштабной турбулентностью. Структура потока в этой области практически однородна. Качественно такая структура похожа на структуру потока в плоском канале. В процессе временной эволюции турбулентного течения наблюдается устойчивое присоединение потока за уступами то к верхней, то к нижней стенке канала. При этом образуются разные по длине отрывные зоны, содержащие цепочки перемещающихся вихрей.

Для $Re = 10^4$ процессы диссипации вихрей протекают менее интенсивно. В пределах длины канала $8h$ такие процессы ещё не успевают завершиться образованием мелкомасштабной турбулентности, но увеличение длины канала до $L = 16h$ позволяет получить режим развитого турбулентного течения и при числе $Re = 10^4$.

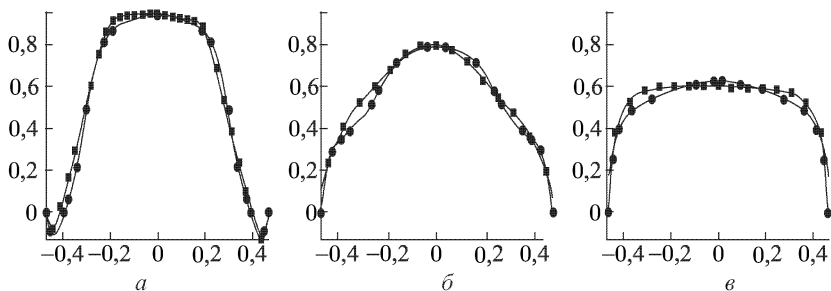


Рис. 12. Профили продольной составляющей средней скорости в канале с резким расширением при $Re = 10^4$: а) $x = 1$, б) $x = 3$, в) $x = 8$. ● — эксперимент (Смит, 1979), ■ — расчётные данные

Сравнение с экспериментальными данными по средней скорости для различных расстояний от сечения резкого расширения канала приведены на рис. 12. Полученные в трёхмерном расчёте поля средних скоростей с достаточно хорошей точностью соответствуют экспериментальными данным (Смит, 1979).

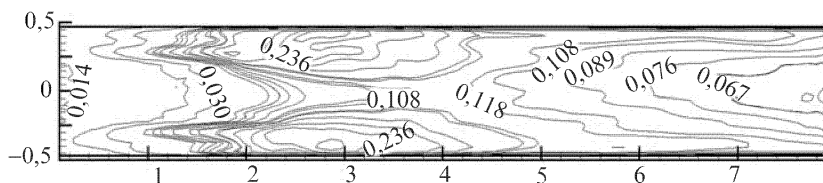


Рис. 13. Изолинии интенсивности турбулентности в канале с резким расширением при $Re = 10^4$

На рис. 13, 14 приведена интенсивность турбулентности $\sqrt{u'^2}/u_0$ для течения в канале с резким расширением (см. рис. 13) и для течения в канале с обратной ступенькой (см. рис. 14). В обоих случаях максимальная интенсивность достигается в зоне присоединения потоков к стенкам каналов и затем резко убывает. В канале с резким расширением распределение интенсивности на выходе близко к характерному для обычных плоских каналов.

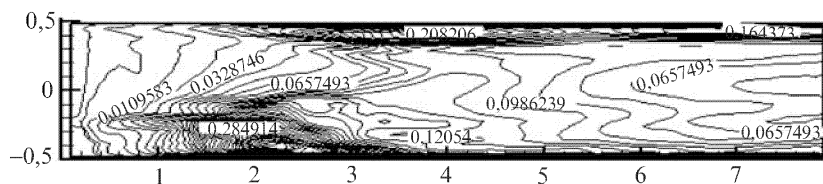


Рис. 14. Изолинии интенсивности турбулентности в канале с обратной ступенькой при $Re = 4000$

Для канала с обратной ступенькой можно отметить достаточно высокую интенсивность турбулентности на верхней стенке канала, обусловленную образованием вихревых зон, которые связаны с неравномерным распределением давления в таких каналах. Отмеченные выше факты соответствуют экспериментальным данным, которые приведены в работах (Смит, 1979; Стивенсон, 1984).

Таким образом, предложенные алгоритмы позволяют прогнозировать как осреднённые, так и пульсационные характеристики турбулентных потоков, по крайней мере для областей простой формы.

Список литературы

- (Адамс, Джонстон, 1989) *Адамс Э.В., Джонстон Дж.П.* Структура течения в пристеночной зоне турбулентного отрывного течения // Ракет. техн. и космон. 1989. № 5. С. 3–13.
- (Брэдшоу и др., 1972) *Брэдшоу П., Bradshaw P., Wong F. Y. F.* The reattachment and relaxation of a turbulent sheer layer // J. Fluid Mech. 1972. V. 52. Pt. 1. P. 113–139.
- (Ван, 1959) *Whan G. A., Rothfus R. R.* // Amer. Inst. Chem. Eng. J. 1959. V. 5, № 2. P. 205–208.
- (Даррет и др., 1989) *Даррет Р.П., Стивенсон В.Х., Томпсон Х.Д.* Измерения с помощью ЛДИС радиальной и продольной составляющих скорости в осесимметричном турбулентном потоке воздуха за внезапным расширением сечения трубы // Совр. машиностр., сер. А. 1989. № 7. С. 1–7.
- (Итон, Джонстон, 1981) *Итон Дж.К., Джонстон Дж.П.* Обзор исследований дозвуковых турбулентных присоединяющихся течений // Ракет. техн. и космон. 1981. Т. 19, № 10. С. 7–19.
- (Качанов, 1984) *Kachanov Yu. S., Levchenko V. Ya.* The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer // J. Fluid Mech. 1984. V. 138. P. 209–247.
- (Ким и др., 1980) *Ким Дж., Клайн С.Дж., Джонстон Дж.П.* Исследование присоединения турбулентного сдвигового слоя: обтекание обратного уступа // Теор. осн. 1980. Т. 102, № 3. С. 124–132.
- (Козлов, 1984) *Kozlov V. V., Ramazanov M. P.* Development of finite-amplitude disturbances in Poiseuille flow // J. Fluid Mech. 1984. V. 147. P. 149–157.
- (Комаров, Поляков, 1996) *Комаров П.Л., Поляков А.Ф.* Исследование характеристик турбулентности и теплообмена за обратным уступом в щелевом канале // Препринт ИВТАН. 1996. № 2–396. — 70 с.
- (Крюков, 1986) *Крюков В.Н.* Исследование турбулентного отрыва за уступом, расположенным по потоку // Отдельные задачи тепло- и массообмена между потоками и поверхностями. — М., 1986. С. 24–28.
- (Липанов и др., 1997) *Липанов А.М., Кисаров Ю.Ф., Ключников И.Г.* Математическое моделирование турбулентных потоков // Матем. моделир. 1997. Т. 9, № 2. С. 113–116.
- (Липанов и др., 1994) *Липанов А.М., Кисаров Ю.Ф., Ключников И.Г.* Численное моделирование развития вихревых структур в отрывных течениях // Матем. моделир. 1994. Т. 6, № 10. С. 13–23.
- (Липанов и др., 2001) *Липанов А.М., Кисаров Ю.Ф., Ключников И.Г.* Численный эксперимент в классической гидромеханике турбулентных потоков. — Екатеринбург: Изд. Президиума УрО РАН, 2001. С. 162.
- (Мосс и др., 1982) *Мосс В.Д., Бэкер С., Бредбери Л.Дж.С.* Измерения средней скорости и рейнольдсовых напряжений в некоторых областях рециркуляционных течений // Турбулентные сдвиговые течения. — М.: Машиностроение, 1982. С. 203–213.
- (Нишиока и др., 1981) *Nichioka M., Asai M., Iida S.* Wall phenomena in the final stage of transition to turbulence // Transition and Turbulence / Ed. by R. E. Meyer. — N.Y.: Academic, 1981. P. 113–126.
- (О’Салливан, 1994) *O’Sullivan P. L., Breuer K. S.* Transient growth in circular pipe flow. I. Linear disturbances // Phys. Fluids. 1994. V. 6. P. 3643–3651.
- (Пейтель, 1969) *Patel V. C., Head M. R.* Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flows // J. Fluid Mech. 1969. V. 38, № 1. P. 181–201.

- (Рождественский, Симакин, 1983) *Рождественский Б. Л., Симакин И. Н.* Двумерные и трёхмерные вторичные течения в плоском канале, их связь и сравнение с турбулентными течениями // ДАН СССР. 1983. Т. 273, № 3. С. 553–558.
- (Смит, 1979) *Смит Р.* Турбулентное течение при симметричном внезапном расширении плоского канала // Теор. осн. 1979. Т. 101, № 3. С. 200–206.
- (Федорченко, 1988) *Федорченко А. Т.* Численное исследование нестационарных дозвуковых течений вязкого газа во внезапно расширяющемся плоском канале // Мех. жидк. и газа. 1988. № 4. С. 32–41.
- (Шлихтинг, 1974) *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974.
- (Шляжас, 1984) *Шляжас Р. Б.* Турбулентный перенос импульса и тепла в пограничном слое за препятствием / Дисс. канд. тех. наук. — Каунас, 1984.

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ СТАЦИОНАРНО-НЕРАВНОВЕСНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ АСТРОГЕОФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.В. Колесниченко

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Разработана феноменологическая макроскопическая модель стационарно-неравновесной трёхмерной турбулентности в сжимаемой жидкости с учётом происходящих в ней нелинейных кооперативных процессов. Представление турбулизированного континуума в виде термодинамического комплекса, состоящего из двух подсистем — подсистемы осреднённого движения и подсистемы турбулентного хаоса, рассматриваемого, в свою очередь, как конгломерат вихревых структур различных пространственно-временных масштабов, позволило получить методами статистической неравновесной термодинамики определяющие соотношения для турбулентных потоков и сил, которые наиболее полно описывают процессы переноса и самоорганизации в квазистационарном случае. Введение в модель внутренних параметров среды, характеризующих возбуждаемые макроскопические степени свободы дало возможность обобщить теорию Онзагера таким образом, чтобы она описывала и турбулентные пульсации относительно средних, что, в частности, позволило смоделировать термодинамическими методами колмогоровский каскадный процесс и получить разнообразные кинетические уравнения (типа Фоккера–Планка в конфигурационном пространстве) для функций распределения мелкомасштабных характеристик турбулентности. В силу распространённости турбулентного режима течения в природе, можно ожидать, что предложенный синергетический подход к вопросам моделирования развитой турбулентности найдёт применение в различных астро- и геофизических приложениях.

Введение

Турбулентность без преувеличения является самым распространённым видом движения «космической жидкости» во Вселенной и, вместе с тем, принадлежит к числу наиболее сложных природных явлений, связанных с возникновением и развитием организованных диссипативных структур (вихрей различного пространственно-временного масштаба, вихревых колец, вихревых трубок, неоднородностей в концентрациях, представляющих собой геометрические формы с высокой степенью симметрии и др.) при определённых режимах течения жидкости в существенно неравновесной открытой системе. Процессы самоорганизации на фоне турбулентного движения являются важнейшим механизмом, формирующим свойства астро- и гео-

физических объектов на разных стадиях их эволюции, включая возникновение галактик и галактических скоплений, рождение звёзд из диффузной среды газопылевых облаков, образование протопланетных дисков¹⁾ и последующую аккумуляцию планетных систем, формирование газовых оболочек планет (атмосфер), разномасштабные течения в атмосферах и околопланетной плазме и т. д. К сожалению, прямое численное моделирование турбулентных движений на основе точных (мгновенных) гидродинамических уравнений сопряжено с большими математическими трудностями, а построение общей теории турбулентности из-за сложности механизмов возникновения и эволюции взаимодействующих когерентных структур вряд ли возможно. Всё это требует развития новых модельных макроскопических подходов к описанию турбулентности, введения осреднённых физических параметров среды, установления (для их определения) универсальных и частных соотношений, дополняющих уже известные соотношения типа законов сохранения массы, энергии, количества движения и т. п. Именно на этом пути открываются действительно реальные возможности эффективно преодолевать проблемы, с которыми связаны перспективные постановки и численные решения разнообразных и сложных задач астро- и геофизики.

Новый взгляд на турбулентность. Согласно почти что общепринятым представлениям, турбулентность является процессом хаотическим. Однако существует и иная точка зрения на турбулентность, высказанная впервые, по-видимому, Пригожиным (1986). Согласно этому подходу, переход от ламинарного течения к турбулентному является процессом самоорганизации, при котором часть энергии теплового хаоса (связанного с произвольными флуктуациями, происходящими на молекулярном уровне) переходит в макроскопически организованное движение упорядоченных диссипативных структур. Это обстоятельство повышает внутреннюю упорядоченность системы по сравнению с молекулярным хаосом. В частности, каскадный процесс дробления вихрей, имеющий место в развитой турбулентности, можно трактовать как неограниченную последовательность процессов самоорганизации. При этом множество пространственно-временных масштабов, на которых разыгрывается этот процесс, соответствует когерентному поведению огромного числа частиц, выражающемуся в форме подобной супермолекулярной организации (молекулы участвуют в коллективных, согласованных, взаимозависимых, вращательных движениях, соответствующих вихрям).

Итак, феномен турбулентности даёт позитивный материал для разработки новых идей, касающихся соотношения порядка и хаоса в пульсационных течениях жидкости, простоты и сложности в поведении открытых нелинейных гидродинамических систем, которые могут без специфического воздействия извне путём самоорганизации

¹⁾ Астрофизические объекты представляют собой диссипативные структуры и лишь на достаточно малых временах могут рассматриваться как изолированные.

образовывать макроскопические диссипативные пространственно-временные структуры (осуществлять вдали от равновесия «порядок через флуктуации»). К сожалению, нужно отметить, что хотя со времени понимания синергетической природы турбулентности как процесса самоорганизации прошло уже более двадцати лет, однако до сих пор представления о возникающих в потоке когерентных структурах не материализовались в разработки модельных подходов, направленных на создание практических инженерных методов расчёта турбулентности, основанных, как правило, на осреднённых гидродинамических уравнениях. Вместе с тем, известное в литературе (см., напр., (Пригожин, 1960)) расширение формализма неравновесной термодинамики на среды с возбуждёнными макроскопическими степенями свободы (которые служат внутренними параметрами, описывающими макроструктуру среды) позволяет, по-видимому, распространить подобный подход и на макроскопическое описание каскадного процесса переноса турбулентной энергии вихрями разного размера, образующихся в результате каскадного процесса их последовательных дроблений.

Таким образом, цель данной работы состоит в том, чтобы, при использовании методов статистической термодинамики необратимых процессов, столь хорошо зарекомендовавших себя в последнее время при изучении всевозможных неравновесных диссипативных структур вдали от термодинамического равновесия (см., напр., (Эбелинг и др., 2001)), попытаться построить феноменологически макроскопическую модель стационарно-неравновесной турбулентности с учётом происходящих в ней нелинейных кооперативных процессов, т.е. сформулировать замкнутую систему осреднённых гидродинамических уравнений, самосогласованно описывающих развитую трёхмерную турбулентность.

1. Два уровня феноменологических моделей

Далее будем следовать классическому подходу к феноменологии развитой турбулентности, который основывается на идее Рейнольдса об осреднении мгновенных уравнений движения жидкости для случайных гидродинамических переменных ρ , u , U (дающих сжатое описание однокомпонентной среды) по пространству и времени, или посредством другой эквивалентной процедуры, например, посредством принятой в статистической гидродинамике (Монин, Яглом, 1992) теоретико-вероятностной процедуры осреднения по соответствующему физическому ансамблю — множеству систем, «тождественно приготовленных» (в одинаковых внешних условиях) с точки зрения их сжатого описания. Все подобные осреднения (с учётом обычного для статистической физики предположения об эргодичности ¹⁾) отфильтровы-

¹⁾ Эргодическая теория лежит вне рамок данной статьи; здесь мы ограничимся тем, что будем считать тождественным пространственное среднее значение с теоретико-вероятностным средним значением любой гидродинамической переменной.

вают те моды движения, масштаб которых меньше пространственно-временного интервала осреднения. Эти мелкомасштабные движения, представленные пульсациями физических параметров по отношению к соответствующим осреднённым значениям, в дальнейшем будем именовать турбулентными. Таким образом, разделение (для целей математического моделирования) реального течения на осреднённое и турбулентное полностью зависит от выбора пространственно-временной области G , для которой установлены осреднённые значения (детерминированные и регулярные функции макрокоординат $\mathbf{x}, t$) гидродинамических переменных, т.е. имеет до некоторой степени условный характер.

Масштаб неоднородности регулярного течения Λ (масштаб наблюдения по Обухову (1941)), определяемый размером $d\mathbf{x} \sim \Lambda^3$ области осреднения G , предполагается далее малым по сравнению с характерным масштабом L_0 для всей системы в целом. В этом случае все вихри большего масштаба вносят вклад в регулярное движение, описываемое одновременными средними значениями (математическими ожиданиями) $\overline{f(\mathbf{n}(\mathbf{x}, t))} = \int f(\mathbf{n}(\mathbf{x}, t)) W_1(\mathbf{n}, \mathbf{x}, t) d\mathbf{n}$ случайных гидродинамических переменных f , являющихся функциями векторнозначного стохастического процесса $\mathbf{n}(\mathbf{x}, t)$ (здесь совокупность случайных экстенсивных переменных $\rho, \rho u, U$, характеризующих простую гидродинамическую систему, собрана в вектор состояния $\mathbf{n}$). В дальнейшем, как правило, черта над буквой будет обозначать осреднение вышеописанного типа по ансамблю гидродинамических систем. Все вихри меньшего масштаба, исключённые в процессе осреднения, вносят вклад в турбулентное движение, определяемое соответствующими пульсациями $f'(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t) - \overline{f}(\mathbf{x}, t)$ тех же самых переменных от их средних. Для получения репрезентативных (детерминированных) средних значений будем считать, что пространственно-временная область осреднения G включает в себя весь ансамбль реализаций гидродинамических полей.

В случае использования физического ансамбля требуется знание статистического распределения тех переменных, которые выбраны для сжатого описания. Будем далее предполагать, что для полного описания рассматриваемого здесь стохастического процесса $\mathbf{n}(\mathbf{x}, t)$ достаточно знать функцию $W_1(\mathbf{n}, \mathbf{x}, t)$ (плотность вероятности найти $\mathbf{n}$ в интервале $(\mathbf{n}, \mathbf{n} + d\mathbf{n})$ в пространственно-временной точке $(\mathbf{x}, t)$) и двухточечную функцию $W_2(\mathbf{n}^0, \mathbf{x}^0, t^0; \mathbf{n}, \mathbf{x}, t)$ (совместную плотность распределения вероятности). Процессы, полностью описываемые только этими функциями, являются, как известно, марковскими процессами.

Далее будем также использовать двухточечную плотность условной вероятности $P_2(\mathbf{n}^0, \mathbf{x}^0, t^0 | \mathbf{n}, \mathbf{x}, t)$, которая даёт вероятность найти значение $\mathbf{n}$ в точке $(\mathbf{x}, t)$, если с вероятностью, равной единице, $\mathbf{n} = \mathbf{n}^0$ в точке $(\mathbf{x}^0, t^0)$. Связь между средними значениями по условному подансамблю и всему ансамблю неявно содержится в соотношении $P_2(\mathbf{n}^0, \mathbf{x}^0, t^0 | \mathbf{n}, \mathbf{x}, t) = W_2(\mathbf{n}^0, \mathbf{x}^0, t^0; \mathbf{n}, \mathbf{x}, t) / W_1(\mathbf{n}^0, \mathbf{x}^0, t^0)$, кото-

рое, собственно, и вводит так называемую вероятность перехода P_2 . Для стационарного стохастического процесса не только W_1 не зависит от времени, но и плотности совместных вероятностей зависят лишь от попарных разностей времени; имея это в виду, мы при рассмотрении стационарного ансамбля будем опускать в выражениях для W_2 и P_2 начальный момент времени. Следует отметить, что для стационарного ансамбля только условные средние $\overline{f(\mathbf{n}(t))}^0 = \int f(\mathbf{n}) P_2(\mathbf{n}^0, t^0 | \mathbf{n}, t) d\mathbf{n}$ зависят от времени. Именно эти зависящие от времени величины связаны с макроскопическими уравнениями переноса.

Напомним теперь кратко (на примере несжимаемой температурно-однородной однокомпонентной жидкости ($\mathbf{n} \equiv \mathbf{u}$) те основные идеи феноменологической теории мелкомасштабной вихревой турбулентности, которые существенным образом будут использованы в данной работе при построении макроскопической модели развитой трёхмерной турбулентности для одноточечных моментов.

Микроструктура развитой турбулентности. Согласно теории Колмогорова (см., напр., (Ландау, Лифшиц, 1988)), мелкомасштабная структура турбулентности в изотермической жидкости ($\rho = \text{const}$, $\nu = \text{const}$), рассматриваемой как сплошная среда, определяется каскадным характером передачи энергии по спектру вихрей (турбулентных пульсаций) различных пространственно-временных масштабов ¹⁾.

Качественная схема каскада Ричардсона состоит в следующем. Мелкие вихри получают энергию в результате последовательного дробления крупных вихрей при росте управляющего параметра течения в целом — числа Рейнольдса $\text{Re} = L_0 u_0 / \nu$, соответствующего крупномасштабным движениям в потоке (здесь L_0 — характерный размер крупномасштабных вихрей (интегральный масштаб турбулентности), u_0 — характерная скорость течения (разность гидродинамических скоростей на расстояниях $\sim L_0$), ν — кинематическая молекулярная вязкость).

Самые большие энергонесущие вихри образуются в результате потери устойчивости исходного ламинарного течения (обладающего одной степенью свободы), и их размеры $\lambda_1 \equiv L_1$ (прандтлевский путь перемешивания) значительно меньше характерного масштаба L_0 самой области течения D . Эти возмущения первого порядка из-за слишком большого числа Рейнольдса $\text{Re}_{\lambda_1} \sim \lambda_1 u'_1 / \nu$, соответствующего их масштабу λ_1 и относительной скорости u'_1 , также оказываются неустойчи-

¹⁾ Описанный ниже сценарий перехода от ламинарного движения к турбулентному не является единственным. В литературе известны четыре «сценария» такого перехода; однако три из них относятся к начальному этапу зарождения турбулентности, когда число возбуждённых коллективных степеней свободы всё ещё невелико (см., напр., (Ландау, Лифшиц, 1988; Монин, Яглом, 1996)). В представленной работе рассматривается сценарий Ландау–Хопфа, при котором непрерывный переход к турбулентности осуществляется через бесконечный каскад бифуркаций, т.е. последовательно возбуждаются всё новые и новые степени свободы.

выми и, разрушаясь, порождают возмущения второго порядка (λ_2, u'_2), которые в свою очередь по той же причине вызывают появление ещё более мелких вихрей и т. д.

Процесс последовательных бифуркаций (дробления вихрей) останавливается, когда силы молекулярной вязкости в жидкости начинают играть существенную роль, что происходит для вихрей с числами Рейнольдса $Re_\eta \sim 1$. При этом происходит непрерывное перераспределение удельной кинетической энергии $\sim u_0^3/L_0$ несущего потока от крупномасштабных вихрей к более мелким вплоть до самых мелких с характерным размером порядка внутреннего масштаба турбулентности $\eta = (\nu^3/\bar{\epsilon})^{1/4}$, который характеризует влияние вязких эффектов на структуру мелкомасштабной турбулентности.

В пределе очень больших чисел Re устанавливается квазистационарный режим инерционного переноса кинетической энергии от больших вихрей к меньшим, при котором энергия в конце концов из-за вязкости ν превращается в тепло в гидродинамически устойчивых мелких вихрях масштаба $\lambda_k \leq \eta$ (вязкий интервал).

Колмогоров предположил, что существует так называемый инерционный интервал ($\eta < \lambda_k < L_1$) масштабов вихрей, в которых не происходит заметного продуцирования и диссипации энергии. Точнее, диссипация в этих вихрях мала по сравнению с той энергией, которую они получают от более крупных вихрей и передают более мелким.

Важно подчеркнуть, что если число Re велико, то, несмотря на анизотропность, неоднородность и нестационарность осреднённого течения, случайный характер дробления вихрей и хаотичность передачи их энергии по каскаду приводят к тому, что статистический режим мелкомасштабных пульсаций, лежащих в пространственно-временной области G , является локально изотропным, т. е. однородным, изотропным и квазистационарным (меняющимся в зависимости лишь от характеристик осреднённого движения).

Квазистационарный режим турбулентного течения, при котором реализуется поток энергии в область малых масштабов, предполагает, определённые граничные условия на границе ∂D рассматриваемой области течения D , создающие накачку и сток. Формула $\eta = (\nu^3/\bar{\epsilon})^{1/4}$ для диссипационного масштаба длины η является следствием первой гипотезы подобия Колмогорова (1941), согласно которой статистический режим мелкомасштабной локально изотропной турбулентности однозначно определяется двумя размерными параметрами — средней скоростью диссипации энергии $\bar{\epsilon}$ и вязкостью ν .

Величина $\bar{\epsilon}$ (ключевая характеристика локально изотропной турбулентности) представляет собой осреднённую по ансамблю возможных реализаций течения среды диссипацию турбулентной энергии (в единице массы жидкости в единицу времени) и одновременно характеризует скорость передачи кинетической энергии пульсационного движения по иерархии вихрей в каскадном процессе: $u_0^3/L_0 \approx u_1^3/\lambda_1 \approx \dots \approx u_\eta^3/\eta \cong \nu u_\eta^2/\eta^2 \equiv \bar{\epsilon} = \text{const}$ — следствие второй гипотезы подобия Колмогорова (1941), согласно которой в инерционном интер-

вале ($\eta < \lambda_k < L_1$) статистический режим турбулентности определяется единственным параметром $\bar{\varepsilon}$. Здесь $u_k^3/\lambda_k \sim u_k^2/t_k$ — удельная кинетическая энергия, получаемая в единицу времени вихрями k -го порядка от вихрей $(k-1)$ -го порядка и передаваемая ими вихрям $(k+1)$ -го порядка; $u_\eta \cong (\nu \bar{\varepsilon})^{1/4}$, $t_\eta \cong \eta/u_\eta = \sqrt{\nu/\bar{\varepsilon}}$ — соответственно порядок скорости и времени пульсаций в вихрях колмогоровского диссипационного масштаба η .

В теории Колмогорова предполагается также, что на каждом масштабе (шаге каскада) вихри заполняют всю область G непрерывно.

Количественное описание мелкомасштабной локально изотропной турбулентности в области G (далее везде предполагается, что $\Lambda \sim L_1$) основано на использовании структурных функций

$$D_{ij}(\mathbf{r}) = \overline{[u'_i(\mathbf{x}) - u'_i(\mathbf{x} + \mathbf{r})][u'_j(\mathbf{x}) - u'_j(\mathbf{x} + \mathbf{r})]}$$

и их спектров

$$E_{ij}(\mathbf{k}) = \int D_{ij}(\mathbf{r}) \exp(i \mathbf{k} \mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

где $i = \sqrt{-1}$, $\mathbf{k}$ — волновое число (Колмогоров, 1941; Обухов, 1941).

Из первой гипотезы подобия и предположения о том, что параметры крупномасштабной турбулентности слабо меняются на расстояниях порядка $r = |\mathbf{r}|$, если $r < L_1 \ll L_0$, вытекает что $D_{ij}(r) = (\bar{\varepsilon} r)^{2/3} [f(r/\eta) r_i r_j r^{-2} + g(r/\eta) \delta_{ij}]$, где f и g — произвольные функции безразмерного аргумента (r/η) .

Согласно второй гипотезе подобия структурная функция в инерционном интервале $L_1 \gg r \gg \eta \sim L \text{Re}^{-3/4}$ не зависит от вязкости ν , т. е. $f = \text{const}$, $g = \text{const}$ при $r/\eta \gg 1$. Отсюда следует один из важнейших законов мелкомасштабных турбулентных движений (закон двух третей): в любом турбулентном течении с достаточно большим числом Рейнольдса Re средний квадрат разности скоростей в двух точках на расстоянии r друг от друга при не слишком малых, но и не слишком больших значениях r (сравнимых с масштабом длины Λ соответствующего осреднённого течения) должен быть пропорционален $r^{2/3}$

$$D_{11}(r) = C(\bar{\varepsilon} r)^{2/3}, \quad (1)$$

где C — универсальная постоянная.

Эквивалентное «закону двух третей» для структурной функции поля скорости утверждение, сформулированное в терминах спектров, принимает вид $E(k) = C^* \bar{\varepsilon}^{2/3} k^{-5/3}$ при $1/\eta \gg k \gg 1/L_0$ (Обухов, 1941). Этот закон в настоящее время хорошо подтверждён экспериментально для самых разнообразных турбулентных течений (см. (Монин, Яглом, 1996)). Что касается структурных функций n -го порядка, то теория подобия Колмогорова приводит к соотношению $\bar{V}^n \sim (\bar{\varepsilon} r)^{n/3}$, (где $V \equiv u'(\mathbf{x}) - u'(\mathbf{x} + \mathbf{r})$), которое, вообще говоря, не подтверждается экспериментально, в особенности для $n \gg 1$.

Как известно, это обстоятельство связано с тем, что гипотезы подобия для локально изотропной турбулентности в их первоначальной форме предполагали постоянство притока энергии к мелкомасштабным возмущениям, лежащим в инерционном интервале, т. е. постоянство параметра Колмогорова $\bar{\varepsilon}$, определённого следующим образом:

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \frac{\nu}{2} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2}; \quad (2)$$

(здесь и далее везде по повторяющимся индексам производится суммирование). Кроме того, совместные многомерные функции плотности распределения вероятностей $W_1(\mathbf{u}'; \mathbf{x}, t)$ для пульсаций поля скоростей в достаточно малой пространственно-временной области G с диаметром $\Lambda \gg \eta$ зависят только от параметра $\bar{\varepsilon} = \text{const}$.

Однако для реальных турбулентных течений диссипация энергии $\varepsilon(\mathbf{x}, t)$ меняется не только при переходе от одной точки $\mathbf{x}$ (области G) течения к другой, но является случайной величиной от координат $\mathbf{x}$ и времени t , пульсируя вместе с мгновенным полем скоростей $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$. Распределения вероятностей диссипации энергии $\varepsilon(\mathbf{x}, t)$ (зависящие в общем случае от изменения гидродинамических характеристик осреднённого движения среды, в частности, от числа Рейнольдса Re) оказывают влияние на безусловные распределения вероятностей для мелкомасштабных характеристик развитой турбулентности, которые по этой причине в общем случае не могут быть вполне универсальными. Известное замечание Ландау (см., напр., (Ландау, Лифшиц, 1988)) относительно первоначальных гипотез подобия Колмогорова касалось именно этого влияния.

В связи с этими затруднениями представления Колмогорова о случайном каскаде были уточнены в работе Обухова (1962), который предложил отказаться от условия $\bar{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \text{const}$ в области G (с центром в точке $\mathbf{x}$ и характерным масштабом $\Lambda \ll L_0$) и исходить из того, что статистические характеристики мелкомасштабных движений (например, структурные функции) определяются не теоретико-вероятностным средним значением $\bar{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ случайной величины ε , а зависят от значений диссипации $\varepsilon_r(\mathbf{x}, t)$, осреднённой по некоторому объёму V_r с характерным размером r , малым по сравнению с типичным масштабом неоднородности осреднённого течения, $r \ll \Lambda$.

Если в качестве области осреднения, лежащей в пределах G , выбрать шар радиуса r (получаемые результаты слабо зависят от формы области осреднения), то

$$\varepsilon_r(\mathbf{x}, t) = \frac{6}{\pi r^3} \int_{|\mathbf{r}^*| \leq r} \varepsilon(\mathbf{x} + \mathbf{r}^*, t) d\mathbf{r}^*. \quad (3)$$

Статистическая изменчивость параметра $\varepsilon_r(\mathbf{x}, t)$ потребовала следующего уточнения понятия физического ансамбля систем, по которому осуществляется теоретико-вероятностное осреднение (Обухов, 1962):

статистический ансамбль, параметрически зависящий от r и ε_r («чистый» ансамбль), позволяет рассчитать лишь условные средние значения любых статистических характеристик мелкомасштабных движений, определяемых при фиксированном значении диссипации энергии $\varepsilon_r = \text{const}$. Однако на практике всегда приходится иметь дело с некоторым смешанным ансамблем, в котором величина ε_r изменяется согласно некоторому общему статистическому закону. Поэтому для вычисления безусловного среднего значения какой-либо характеристики мелкомасштабной турбулентности (например, тензора Рейнольдса $R_{ij}(\mathbf{x}, t) = -\overline{\rho u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x}, t)}$) необходимо осреднить условное значение соответствующего момента по возможным значениям параметра ε_r . В частности, для определения тензора Рейнольдса нужно вычислить интеграл $R_{ij}(\mathbf{x}, t) = \int_0^\infty R_{ij}(\mathbf{x}, t, \varepsilon_r) W_1(\varepsilon_r; \mathbf{x}, t) d\varepsilon_r$ (где

$W_1(\varepsilon_r; \mathbf{x}, t)$ — плотность распределения вероятности для ε_r , определяемая, вообще говоря, крупномасштабными регулярными движениями; $R_{ij}(\mathbf{x}, t, \varepsilon_r) = -\rho \int u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x}, t) P(\varepsilon_r | \mathbf{u}', \mathbf{x}, t) d\mathbf{u}'$; $P(\varepsilon_r | \mathbf{u}', \mathbf{x}, t)$ — условная функция плотности вероятности пульсаций скорости, т.е. вероятность попадания $\mathbf{u}'$ в интервал от $\mathbf{u}'$ до $\mathbf{u}' + d\mathbf{u}'$ в подансамбле, относительно которого известно, что $\varepsilon_r = \text{const}$ при всех $\mathbf{x}, t$).

Значения подобных интегралов могут быть различными у разных типов течений и, в частности, зависящими от числа Рейнольдса.

Используя параметр $\varepsilon_r(\mathbf{x}, t)$, Колмогоров (1962) переформулировал первую и вторую гипотезы подобия (установив так называемые уточнённые гипотезы, в которых величина $\bar{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ заменена на $\varepsilon_r(\mathbf{x}, t)$) и, кроме этого, дополнил их ещё и третьей гипотезой, постулирующей (при большом отношении масштабов $L_0 : r$) нормальное распределение плотности вероятности величины $\ln \varepsilon_r$ и линейность зависимости дисперсии $\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2$ от $\ln(L_0/r)$

$$W_1(\varepsilon_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \varepsilon_r \sigma_{\ln \varepsilon_r}} \exp \left[-\frac{\ln^2(\varepsilon_r / m_{\ln \varepsilon_r})}{2\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2} \right], \quad (4)$$

$$\ln m_{\ln \varepsilon_r} = -\frac{\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2}{2} + \ln \bar{\varepsilon}, \quad \bar{\varepsilon}_r = \bar{\varepsilon}, \quad \sigma_{\ln \varepsilon_r}^2 = \mu \ln \frac{L_0}{r} + B(\mathbf{x}, t),$$

где $\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2$ — дисперсия величины $\ln \varepsilon_r$, $m_{\ln \varepsilon_r} = \exp(\overline{\ln \varepsilon_r})$ — медиана распределения, μ — универсальная постоянная ($\approx 0,5$), $B(\mathbf{x}, t)$ — слагаемое, зависящее от характеристик осреднённого регулярного движения.

Распределение (4) позволило рассчитать важные статистические характеристики стационарной мелкомасштабной турбулентности,

в частности, моменты $\bar{\varepsilon}_r^n$

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_r^n &= \int_0^\infty \varepsilon_r^n W_1(\varepsilon_r) d\varepsilon_r = (\bar{\varepsilon}_r)^n \exp \left[\frac{1}{2} n(n-1) \sigma_{\ln \varepsilon_r}^2 \right] = \\ &= F_n(\mathbf{x}, t) (\bar{\varepsilon})^n \left(\frac{r}{L_0} \right)^{-\mu n(n-1)/2}\end{aligned}$$

(коэффициенты $F_n(\mathbf{x}, t)$ зависят от макроструктуры турбулентного течения). Отсюда для структурной функции n -го порядка $\bar{V}^n \sim \sim \bar{\varepsilon}^{n/3} r^{n/3}$ следует выражение

$$\bar{V}^n \sim F_n(\mathbf{x}, t) (\bar{\varepsilon})^{n/3} (r/L_0)^{-\mu n(n-1)/6} (r)^{n/3},$$

которое в случае $n = 2$ (формула (1)) оказывается близким к пределам точности имеющихся экспериментальных данных, а в применении к структурным функциям высших порядков сильно отличается от зависимости, предсказываемой первоначальной теорией Колмогорова для изотропной турбулентности (но в то же время неплохо согласуется с имеющимися экспериментальными данными). Аналогичным образом была поправлена теория локальной структуры пульсационных полей температуры и концентрации химически активной примеси, перемешиваемых турбулентностью (см., напр., (Монин, Яглом, 1996)).

Обратимся теперь ещё к одной причине, по которой важно использование параметра ε_r при феноменологическом описании турбулентности. Отметим, что первоначальная (не уточнённая) теория каскада не является абсолютно точной ещё и потому, что в ней не учитываются в явном виде какие-либо мелкомасштабные когерентные диссипативные структуры, которыми может обладать турбулентное поле, за исключением допустимого в её рамках макроструктурирования потока на больших масштабах $\sim L_0$.

Между тем, в последние годы стало ясно, что любая адекватная теория турбулентности обязана учитывать наличие и динамику подобных диссипативных структур и неравномерность их пространственно-временного распределения в хаотическом потоке (Кроу, Чампагне, 1971; Браун, Рожко, 1974).

С хаотическим характером передачи кинетической энергии по каскаду, вызываемым неустойчивостью диссипативных структур, связано в свою очередь явление гидродинамической внутренней перемежаемости, при которой области, занятые так называемыми турбулентными пятнами (в которых наблюдаются интенсивные пульсации градиентов скорости, $\varepsilon_r > 0$), тесно переплетаются с областями со слабо турбулизованной или полностью безвихревой жидкостью (в которых такие пульсации практически отсутствуют, $\varepsilon_r \cong 0$).

Наличие перемежаемости отвечает режиму течения (при малом числе Re), когда мощности постоянно действующего механизма турбулизации среды, передающего энергию потоку на больших масштабах,

ещё недостаточно для формирования полностью развитой турбулентности во всей области D , занятой жидкостью. Таким образом, значения величины $\varepsilon_r(\mathbf{x}, t)$ (или родственных ей величин, квадратичных по градиентам скорости), могут служить индикатором перемежаемости.

Следует отметить, что статистические модели случайного каскада, в которых перемежаемость турбулентности в инерционном интервале описывается в терминах пульсаций ε_r , в настоящее время развиты во многих отечественных и зарубежных работах (см., напр., (Новиков, Стюарт, 1964; Фриш, 1978, 1998; Монин, Яглом, 1996)). Разработаны и другие подходы к моделированию гидродинамической перемежаемости, основанные, в частности, на понятии о странных аттракторах (см., напр., (Странные аттракторы, 1981)). Однако в так называемых полуэмпирических моделях турбулентности, которые получили в последнее время широкое распространение в инженерной практике (см., напр., (Турбулентность... , 1980)), понятие перемежаемости, как правило, не используется.

Вместе с тем, приведённые результаты Колмогорова–Обухова феноменологического моделирования мелкомасштабной структуры турбулентности позволяют пересмотреть макроскопические подходы к описанию развитой турбулентности, в частности, термодинамические методы, используемые при построении полуэмпирических моделей для одноточечных моментов. В подобных моделях определяющие связи между термодинамическими потоками и силами носят исключительно локальный характер, например, тензор напряжений Рейнольдса $\mathbf{R}(\mathbf{x}, t)$ зависит только от кинетической энергии турбулентности, диссипации и градиента средней скорости в той же пространственно-временной точке $(\mathbf{x}, t)$. При этом теория Колмогорова–Обухова в полуэмпирических моделях турбулентности до последнего времени никак не применялась. Однако введение в гидродинамическую модель внутренних параметров среды, характеризующих возбуждаемые макроскопические степени свободы, даёт возможность описать методами статистической неравновесной термодинамики колмогоровский каскадный процесс (стационарно-неравновесный процесс), использовать в уравнениях движения в качестве индикатора перемежаемости зависящий от глобального числа Рейнольдса Re параметр Колмогорова $\langle \varepsilon_r \rangle$, и получить разнообразные кинетические уравнения типа Фоккера–Планка (в соответствующем конфигурационном пространстве) для функций распределения важных характеристик мелкомасштабной турбулентности.

Перейдём теперь непосредственно к построению макроскопической модели развитой трёхмерной турбулентности в однокомпонентной жидкости как процесса самоорганизации в открытой системе при стационарных граничных условиях.

Макроскопическое описание развитой турбулентности. Для составления осреднённых уравнений движения турбулизованной жидкости, характеризуемой двумя линейными масштабами движений L_0 (внешним) и L_1 (внутренним), удобно ввести две координатные

системы: микромасштаба x'_j ($\delta x'_j \sim \lambda$) и макромасштаба x_j ($dx_j \sim \sim \Lambda \gg \lambda$). Эти системы координат подразделяют пространство на элементарные объёмы $\delta x'$ и dx соответственно. Будем далее считать, что $L_0 \gg \Lambda \geq L_1$ и $L_1 \gg \lambda \gg l_0$. Здесь величина L_0 есть интегральный масштаб турбулентности (характерный масштаб движения среды), величина L_1 (размер турбулентного «моля») — масштаб внутреннего движения или состояния системы, а величина l_0 — молекулярный почти нулевой микромасштаб. Можно поставить задачу нахождения уравнений движения среды в макромасштабе x_j по известным уравнениям Навье–Стокса в микромасштабе x'_j .

Связанная с этой задачей проблема осреднения является одной из центральных в механике сплошных сред, а в случае такой сложной системы, как турбулизованная жидкость, часто именно от способа осреднения зависит само построение макроскопической модели. Приведём здесь некоторые итоговые результаты работ автора (см. также (Колесниченко, Маров, 1999)), посвящённых выводу осреднённых гидродинамических уравнений, отвечающему переходу от уравнений движения малых элементов сплошной среды к описанию тех же движений в макромасштабе. В классических теориях турбулентности обычно для всех без исключения физических параметров осреднения вводятся некоторым одинаковым образом, причём, как правило, без весовых коэффициентов. Вместе с тем подобное идентичное для всех физических параметров осреднение в общем случае жидкости с переменной массовой плотностью $\rho(\mathbf{x}, t)$ ¹⁾ приводит не только к громоздким уравнениям масштаба среднего движения, но и к затруднениям физической интерпретации некоторых отдельных членов в них.

Поэтому при построении модели турбулентности в сжимаемой жидкости удобно использовать, наряду с теоретико-вероятностным средним значением $\bar{f}(\mathbf{x}, t)$ какого-либо гидродинамического параметра $f(\mathbf{x}, t)$, так называемое среднемассовое значение этого параметра, задаваемое соотношением

$$\langle f \rangle(\mathbf{x}, t) = \frac{\overline{\rho f(\mathbf{x}, t)}}{\bar{\rho}}; \quad (5)$$

при этом $f = \bar{f} + f'$, $\bar{f}' = 0$; $f = \langle f \rangle + f''$, $\bar{f}'' \neq 0$; f' , f'' — соответствующие турбулентные пульсации.

Система «регулярных» гидродинамических уравнений масштаба среднего движения²⁾, справедливых в микромасштабе мгновенных

¹⁾ Имея в виду разнообразные приложения модели, в частности, к некоторым астрофизическим явлениям, в которых отношение характерной скорости жидкости к осреднённой скорости звука (мера значимости флуктуаций плотности) намного больше единицы, далее будем предполагать переменность массовой плотности.

²⁾ Здесь приведены точные гидродинамические уравнения масштаба среднего движения, полученные путём осреднения по ансамблю реализаций без дополнительных упрощающих предположений.

уравнений движения, которая получена путём теоретико-вероятностного осреднения, имеет вид (см., напр., (Колесниченко, 1998))

$$\bar{\rho} \frac{d\langle v \rangle}{dt} = \nabla \langle u \rangle, \quad (\langle v \rangle \equiv 1/\bar{\rho}), \quad (6)$$

$$\bar{\rho} \frac{d\langle u \rangle}{dt} = -\nabla \bar{p} + \nabla \Pi^\Sigma + \bar{\rho} \mathbf{F}, \quad (7)$$

$$\bar{\rho} \frac{d\langle U \rangle}{dt} = -\nabla \mathbf{q}^\Sigma - \bar{\rho} \nabla \langle u \rangle + \overset{\circ}{\Pi} \cdot \overset{\circ}{\mathbf{E}} - \overline{p' \nabla u''} + \mathbf{J}_v^{\text{turb}} \nabla \bar{p} + \bar{\rho} \langle \varepsilon_r \rangle. \quad (8)$$

Здесь $\mathbf{u}$, p , v , U — соответственно мгновенные значения скорости, давления, удельного объёма ($v = 1/\rho$) и удельной внутренней энергии жидкой частицы; $\langle \mathbf{u} \rangle(\mathbf{x}, t) \equiv \bar{\rho} \bar{\mathbf{u}}/\bar{\rho}$ — осреднённая (средневзвешенная) гидродинамическая скорость среды; $\bar{p} (= R\bar{\rho}\langle T \rangle)$ — осреднённое давление; $d(\dots)/dt \equiv \partial(\dots)/\partial t + \langle \mathbf{u} \rangle \nabla(\dots)$ — полная производная по времени относительно осреднённого поля скоростей; $\mathbf{F}$ — внешняя сила, действующая на единицу массы (в данной работе пульсациями массовой силы для простоты будем пренебрегать); $\mathbf{R}(\mathbf{x}, t) \equiv -\overline{\rho \mathbf{u}'' \mathbf{u}''}$ — тензор турбулентных (рейнольдсовых) напряжений; $\Pi^\Sigma(\mathbf{x}, t) \equiv \bar{\Pi} + \mathbf{R}$ — полный тензор напряжений в турбулентном потоке; $\mathbf{J}_v^{\text{turb}}(\mathbf{x}, t) \equiv \equiv -\overline{\rho' \mathbf{u}''}/\bar{\rho}$, $\mathbf{q}^{\text{turb}}(\mathbf{x}, t) \equiv \overline{\rho' i'' \mathbf{u}''}$ — соответственно турбулентные потоки удельного объёма и тепла (где $i \equiv U + p/\rho$ — мгновенное значение удельной энтальпии среды); $\mathbf{q}^\Sigma(\mathbf{x}, t) \equiv (\bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}^{\text{turb}} - \overline{\rho' \mathbf{u}''})$ — суммарный поток тепла в подсистеме среднего движения (где $\bar{\mathbf{q}}(\mathbf{x}, t)$ — осреднённый молекулярный поток тепла); $\langle \varepsilon_r \rangle(\mathbf{x}, t) = \langle \varepsilon \rangle(\mathbf{x}, t) \equiv \overline{\rho \varepsilon}/\bar{\rho} = \bar{\Pi} \cdot \nabla \bar{\mathbf{u}''}/\bar{\rho}$ — средневзвешенное значение удельной скорости диссипации турбулентной кинетической энергии в тепло под влиянием молекулярной вязкости ν (соотношение, обобщающее формулу Обухова (3) на случай сжимаемой жидкости); $\mathbf{I}$ — единичный тензор; $\bar{\Pi}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \equiv 1/2(\nabla \langle \mathbf{u} \rangle + \nabla^* \langle \mathbf{u} \rangle)$, $\bar{\Pi}(\mathbf{x}, t)$, $\overset{\circ}{\mathbf{E}}(\mathbf{x}, t)$ — соответственно осреднённый тензор вязких напряжений, тензор скоростей деформации для осреднённого континуума и их части с нулевым следом, определяемые соотношениями

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{\mathbf{E}} &\equiv \mathbf{E} - \frac{1}{3}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}) \mathbf{I} = \mathbf{E} - \frac{1}{3}(\nabla \cdot \langle \mathbf{u} \rangle) \mathbf{I}, \\ \overset{\circ}{\Pi} &\equiv \bar{\Pi} - \frac{1}{3}(\bar{\Pi} \cdot \mathbf{I}) \mathbf{I} = \bar{\Pi} - \pi \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\pi(\mathbf{x}, t) \equiv (1/3\bar{\Pi} \cdot \mathbf{I})$; ∇ — оператор Гамильтона; символы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ и $\mathbf{A} \mathbf{B}$ означают соответственно внутреннее произведение двух тензоров и внешнее произведение двух векторов (диада); символ $\nabla \mathbf{A}$ означает обобщённую дивергенцию, поскольку $\mathbf{A}$ не всегда является вектором.

Из системы уравнений (6)–(8) видно, что осреднённое движение среды характеризуется, во-первых, осреднёнными молекулярными

термодинамическими потоками $\bar{\mathbf{q}}(\mathbf{x}, t)$ и $\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{x}, t)$, для которых необходимы определяющие соотношения (см., (Колесниченко, 1985)); и, во-вторых, в эти уравнения входят неопределённые смешанные одно-точечные корреляции — моменты второго порядка $\mathbf{R}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{q}^{\text{turb}}(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{J}_v^{\text{turb}}(\mathbf{x}, t)$, представляющие собой перенос гидродинамических характеристик среды турбулентными пульсациями. Кроме того, необходимо уметь находить корреляционные члены, включающие пульсации давления $\overline{p' \nabla \mathbf{u}''}$ и $\overline{\nabla(p' \mathbf{u}'')}$, а также осреднённую величину вязкой диссипации турбулентной энергии $\langle \varepsilon_r \rangle$.

При термодинамическом построении модели развитой турбулентности выбор линейных определяющих соотношений, замыкающих систему (6)–(8), может быть проведён в соответствии с реологическими правилами континуальной механики методом Онзагера, в основу которого положено представление о том, что за линейную релаксацию осреднённых переменных к устойчивому стационарному состоянию ответственны соответствующие термодинамические силы (см., напр., (Пригожин, 1960)). Вместе с тем разрабатываемый в данной книге термодинамический подход, при котором турбулизованный континуум считается сплошной средой с некоторой внутренней структурой, позволяет обобщить теорию Онзагера таким образом, чтобы она описывала и турбулентные пульсации относительно средних. Следует отметить, что в рамках полной макроскопической модели турбулентности система уравнений (6)–(8) описывает крупномасштабную структуру турбулентного поля.

2. Балансовые уравнения для энтропии в турбулизованной жидкости

Будем далее предполагать, что турбулизованный жидкий континуум является термогидродинамическим комплексом, состоящим из двух взаимодействующих между собой подсистем (Колесниченко, 1985). Такими подсистемами являются: подсистема среднего движения, которая получается в результате теоретико-вероятностного осреднения мгновенного движения жидкости, и подсистема турбулентного хаоса (*турбулентная надструктура*), которая связана с пульсационным движением среды. Каждая подсистема в отдельности является (в физическом бесконечно малом объёме dx) открытой термодинамической системой, обменивающейся с другой системой энергией и энтропией (но не веществом). Поля скоростей внутри указанных подсистем полагаем совпадающими, поскольку в процессе турбулентного движения жидкости не происходит разделения соответствующих лагранжевых объёмов (эффекта диффузии) — подсистема «турбулентного хаоса» не имеет гидродинамической скорости относительно подсистемы осреднённого движения.

В соответствии с принятой в данной работе точкой зрения Пригожина на турбулентность как на течение макроскопически высокоорганизованное, подсистему турбулентного хаоса, в свою очередь, будем

рассматривать как континуум с внутренней структурой, состоящий из вихревых образований всевозможных пространственно-временных масштабов, лежащих в интервале равновесия (сумма инерционного и вязкого интервалов спектра турбулентности). Кроме этого, будем полагать, что на каждом масштабе (шаге каскада) вихри заполняют всё пространство непрерывно.

Для каждой из указанных подсистем для любого элементарного объёма среды определим (указанным ниже способом) локальные «крупнозернистые» переменные (являющиеся непрерывными функциями координат и времени), такие как плотность, давление, температура, внутренняя энергия, энтропия и т. д.¹⁾ Будем кроме этого считать, что обобщённые параметры состояния, характеризующие турбулентный хаос, связаны обычными для локально-равновесной термодинамики соотношениями типа тождеств Гиббса, Гиббса–Дюгема и т. п.

Другими словами, будем считать, что такого рода соотношения остаются справедливыми и вдали от локального термодинамического равновесия, если в качестве состояния отсчёта выбрать подходящее устойчивое стационарно-неравновесное состояние (Пригожин, 1960). Подобное предположение составляет своего рода новый постулат, на котором базируется термодинамический подход к описанию развитой турбулентности.

Термодинамика подсистемы осреднённого движения. Начнём с анализа балансовых уравнений для осреднённой энтропии $\langle S \rangle$ турбулизированной среды. Теоретико-вероятностное осреднение справедливого по предположению для микродвижений тождества Гиббса $T \delta S = \delta U + p \delta v$ (где T , S — соответственно мгновенные значения температуры и удельной энтропии в жидкой частице), приводит к фундаментальному тождеству Гиббса для подсистемы осреднённого движения (Колесниченко, 1998). Это тождество, записанное вдоль осреднённой траектории движения центра масс физически элементарного объёма, имеет вид

$$\frac{d\langle S \rangle}{dt} = \frac{1}{\langle T \rangle} \frac{d\langle U \rangle}{dt} + \frac{\bar{p}}{\langle T \rangle} \frac{d\langle v \rangle}{dt}. \quad (10)$$

Тождеству (10) можно придать вид уравнения локального баланса энтропии $\langle S \rangle(\mathbf{x}, t)$, если исключить из него субстанциональные производные по времени от параметров $\langle U \rangle(\mathbf{x}, t)$ и $\langle v \rangle(\mathbf{x}, t)$ с помощью осреднённых гидродинамических уравнений (6) и (8). В результате

¹⁾ В связи с этим уместно заметить следующее: согласно Онзагеру (Онзагер, 1949), для описания турбулентного поля, в котором разномасштабные вихри хорошо перемешаны, могут быть использованы методы статистической механики, а следовательно, и методы статистической термодинамики необратимых процессов.

получим

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \langle S \rangle) + \nabla \cdot \left(\bar{\rho} \langle S \rangle \mathbf{u} + \frac{\mathbf{q}^\Sigma}{\langle T \rangle} \right) = \sigma_{\langle S \rangle}^i + \sigma_{\langle S \rangle}^e, \quad (11)$$

где

$$0 \leq \sigma_{\langle S \rangle}^i \equiv \frac{1}{\langle T \rangle} \left(-\mathbf{q}^\Sigma \frac{\nabla \langle T \rangle}{\langle T \rangle} + \pi \nabla \langle \mathbf{u} \rangle + \bar{\mathbf{P}} \cdot \overset{\circ}{\mathbf{E}} \right), \quad (12)$$

$$\sigma_{\langle S \rangle}^e \equiv \frac{1}{\langle T \rangle} \left(-\overline{p' \nabla \mathbf{u}''} + \mathbf{J}_v^{\text{turb}} \nabla \bar{p} + \bar{\rho} \langle \varepsilon_r \rangle \right) \equiv \frac{\Xi}{\langle T \rangle}. \quad (13)$$

Здесь положительная величина $\sigma_{\langle S \rangle}^i(\mathbf{x}, t)$ определяет скорость локального производства энтропии $\langle S \rangle(\mathbf{x}, t)$, обусловленного необратимыми процессами переноса внутри подсистемы осреднённого движения; величина $\sigma_{\langle S \rangle}^e(\mathbf{x}, t) \equiv \Xi / \langle T \rangle$ (сток или приток энтропии), как будет ясно из дальнейшего, отражает обмен энтропией между подсистемами турбулентного хаоса и осреднённого движения.

Важно отметить, что величина $\sigma_{\langle S \rangle}^e(\mathbf{x}, t)$ может быть разной по знаку в зависимости от конкретного режима турбулентного движения. Действительно, скорость диссипации турбулентной энергии $\langle \varepsilon_r \rangle(\mathbf{x}, t)$ является положительной величиной. Однако скорость перехода энергии $\overline{p' \nabla \mathbf{u}''}$ (представляющая собой работу, совершаемую над турбулентными вихрями за единицу времени в единице объёма окружающей средой, как следствие существования пульсаций давления и расширения ($\nabla \mathbf{u}'' > 0$) или сжатия ($\nabla \mathbf{u}'' < 0$) вихрей) может быть разной по знаку. Величина $\mathbf{J}_v^{\text{turb}} \nabla \bar{p}$ положительна в случае мелкомасштабной турбулентности, однако для крупномасштабных вихрей она может быть как положительной, так и отрицательной (Колесниченко, Маров, 1999). Таким образом, из уравнения (11) следует, что в общем случае осреднённая энтропия $\langle S \rangle$ может как возрастать, так и уменьшаться, что является характерной чертой открытых термодинамических систем.

Отсюда следует, что одной только осреднённой энтропии $\langle S \rangle$ не достаточно для адекватного описания всех особенностей турбулизованной жидкости в физически элементарном объёме $d\mathbf{x}$, поскольку она не связана с какими-либо параметрами, характеризующими внутреннюю структуру подсистемы турбулентного хаоса, в частности, с таким ключевым параметром, как энергия турбулентности (осреднённая пульсационная кинетическая энергия единицы массы среды)

$$\langle e \rangle(\mathbf{x}, t) = -\frac{(\mathbf{R} \cdot \mathbf{I})}{2\bar{\rho}} \equiv \frac{\bar{\rho} \langle \mathbf{u}'' \rangle^2}{2\bar{\rho}}. \quad (14)$$

В связи с этим введём в рассмотрение термодинамику «турбулентной надструктуры», связанной с пульсационным движением среды (Блекейдер, 1955). Более того, для макроскопического описания структурной турбулентности и, в частности, каскадного процесса переноса

турбулентной энергии вихрями разного размера используем известное обобщение формализма термодинамики необратимых процессов на среды с внутренней структурой.

Термодинамика подсистемы «турбулентного хаоса». Итак, с макроскопической точки зрения квазистационарное состояние физически элементарного объёма dx в окрестности точки x в момент времени t будем характеризовать следующими характеристическими переменными, определяющими структуру «хаоса», — экстенсивными переменными $U_{\text{turb}}(x, t)$ (плотность внутренней энергии турбулизации), $\langle v \rangle$ (удельный объём среды) и $S_{\text{turb}}(x, t)$ (локальная энтропия турбулизации). Обобщённая энтропия S_{turb} связана с флуктуациями и динамическими изменениями в квазистационарном состоянии так же, как локальная равновесная энтропия в квазиравновесном состоянии.

Поскольку согласно принятой в данной работе концепции основной чертой развитого турбулентного движения является наличие большого числа возбуждённых макроскопических степеней свободы, то, кроме характеристических переменных U_{turb} и $\langle v \rangle$, «сжатое» описание подсистемы турбулентного хаоса будем дополнительно охарактеризовывать ещё и некоторым дискретным набором внутренних параметров ¹⁾ ξ_j ($j = 1, 2, \dots, Q$), которые могут пульсировать около значения ξ_j^{st} , соответствующего устойчивому стационарному состоянию (в некоторых случаях $\xi_j^{\text{st}} = 0$). Будем предполагать, что набор локальных случайных переменных $\xi_j(x, t)$ (множество всех ξ_j составляет векторнозначный стохастический процесс $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_Q]$), характеризующих структуру мелкомасштабной турбулентности внутри лагранжевого объёма dx , достаточен для полного описания состояния турбулентного поля (вихревых образований в каскадном процессе взаимодействия турбулентных движений разного масштаба, вихревых колец типа деформированного тора, вихревых трубок, вихревых слоёв и др.).

В качестве параметров ξ_j могут, в частности, фигурировать пульсирующая скорость ($\xi_u = u''$), квадрат разности скоростей (температур) в двух достаточно близких точках пространства, кинетическая энергия вихрей ($\xi_e = \rho u''^2/2$), скорость диссипации энергии в вихрях ($\xi_\varepsilon \equiv \varepsilon$), скорость вырождения дисперсии температуры ($\xi_N = N \equiv \chi(\nabla T'')^2$; величина N определяет меру неоднородности температурного поля, исчезающей в единицу времени за счёт молекулярной теплопроводности χ), квадрат любой пространственной производной от пульсационного поля скорости ($\xi_u = (\nu/2)(\partial u''/\partial x)^2$) или размеры (волновые числа k) вихрей. В данной работе для простоты будем считать, что отдельные стохастические процессы ξ являются статистически некоррелированными, тогда не нарушая общности рас-

¹⁾ Здесь используется термодинамический формализм теории случайных процессов, альтернативный к статистическому, основанному на понятии представляющего ансамбля системы.

смотрения можно ограничиться одним скалярнозначным стохастическим процессом ξ ¹⁾.

Следуя методу Гиббса (см., напр., (Мюнстер, 2002)), выберем в качестве локальной характеристической функции (содержащей все термодинамические сведения о подсистеме турбулентного хаоса в стационарном состоянии) следующее фундаментальное уравнение Гиббса (в интегральном виде) для обобщённой энтропии:

$$S_{\text{turb}}(\mathbf{x}, t) = S_{\text{turb}}(U_{\text{turb}}(\mathbf{x}, t), \langle v \rangle(\mathbf{x}, t), Z(\xi; \mathbf{x}, t)); \quad (15)$$

это функциональное соотношение считается заданным *a priori*. Здесь параметр $Z(\xi) = n(\xi)/\bar{\rho}$ представляет собой удельную плотность, а величина $n(\xi)d\xi$ — число вихревых структур (в единице объёма), для которых характеризующий их набор внутренних координат лежит в интервале от ξ до $\xi + d\xi$.

Предполагая, что вихревые образования каким-то образом локализованы как в координатном пространстве $\mathbf{x}$, так и в конфигурационном пространстве ξ , будем считать, что величины $n(\xi)$ можно рассматривать как непрерывные функции координат и времени ($n = n(\xi, \mathbf{x}, t)$). Примем теперь, как это делается обычно в обобщённой локально-равновесной термодинамике, следующие определения сопряжённых переменных T_{turb} , p_{turb} и μ_{turb} (считая, что все указанные производные положительны):

$$\frac{1}{T_{\text{turb}}} = \left(\frac{\partial S_{\text{turb}}}{\partial U_{\text{turb}}} \right)_{\langle v \rangle, n}, \quad \frac{p_{\text{turb}}}{T_{\text{turb}}} = \left(\frac{\partial S_{\text{turb}}}{\partial \langle v \rangle} \right)_{U_{\text{turb}}, n},$$

$$\frac{\mu_{\text{turb}}(\xi)}{T_{\text{turb}}} = - \left(\frac{\partial S_{\text{turb}}}{\partial Z(\xi)} \right)_{\langle v \rangle, U_{\text{turb}}, Z_{\xi}}.$$

Тогда интенсивным переменным $T_{\text{turb}}(\mathbf{x}, t)$ и $p_{\text{turb}}(\mathbf{x}, t)$ можно приписать смысл соответственно обобщённых температуры и давления (турбулизации), а величине $\mu_{\text{turb}}(\xi; \mathbf{x}, t)$ — обобщённого химического потенциала для внутренних степеней свободы ξ (Пригожин, 1960). Соответствующая дифференциальная форма фундаментального уравнения Гиббса (15), записанная вдоль траектории движения центра масс физически элементарного объёма, принимает вид (Пригожин, Кондепуди, 2002)

$$\frac{dS_{\text{turb}}}{dt} = \frac{1}{T_{\text{turb}}} \frac{dU_{\text{turb}}}{dt} + \frac{p_{\text{turb}}}{T_{\text{turb}}} \frac{d}{dt} (1/\bar{\rho}) - \frac{1}{T_{\text{turb}}} \int_{\xi} \mu_{\text{turb}}(\xi) \frac{d(n(\xi)/\bar{\rho})}{dt} d\xi. \quad (15^*)$$

¹⁾ В общем случае векторнозначного стохастического процесса, когда факторизации нет (а имеет место взаимовлияние отдельных случайных переменных), соответствующие термодинамические соотношения записываются в матричном виде.

Очевидно, что различные соотношения для интенсивных переменных T_{turb} , p_{turb} и μ_{turb} , которые могут быть получены обычным для термодинамики способом из (15), допустимо интерпретировать как «уравнения состояния» рассматриваемой подсистемы.

Далее будем отождествлять величину U_{turb} с энергией турбулентности

$$U_{\text{turb}} \equiv \langle e \rangle + \text{const} = \frac{\rho(\mathbf{u}'')^2}{2\bar{\rho}} + \text{const}, \quad (16)$$

и полагать, что подсистема турбулентного хаоса в термодинамическом смысле является идеальным классическим газом с тремя степенями свободы, по которым энергия распределена равномерно (ключевые гипотезы модели). Тогда, в частности, имеем

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\langle e \rangle &= \frac{3}{2} p_{\text{turb}} = \frac{3}{2} R\bar{\rho} T_{\text{turb}}, \\ \mu_{\text{turb}}(\xi, T_{\text{turb}}) &= kT_{\text{turb}} \ln n(\xi) + V(\xi, T_{\text{turb}}), \end{aligned} \quad (17)$$

где $R(= n_{\Sigma}k/\bar{\rho})$ — «газовая постоянная» для вихревого конгломерата, k — постоянная Больцмана, $n_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) = \int n(\xi, \mathbf{x}, t) d\xi$ — полное число вихревых образований в единичном объёме конфигурационного пространства, $V(\xi, T_{\text{turb}})$ — так называемая потенциальная энергия по внутренней координате ξ , зависящая в общем случае и от давления турбулизации p_{turb} .

Из (17) можно определить $V(\xi)$ как функцию переменной ξ , если задано *a posteriori* какое-либо распределение $n(\xi)$, например, соответствующее устойчивому квазистационарному состоянию турбулентного поля $n^{\text{st}}(\xi)$ ¹. В этом случае для постоянных $\langle e \rangle$ и $1/\bar{\rho}$ энтропия турбулизации S_{turb} должна быть минимальной², так что $\delta S_{\text{turb}} = -(1/T_{\text{turb}}) \int \mu_{\text{turb}}^{\text{stat}}(\xi) \delta n(\xi) d\xi = 0$. Поскольку полное число вихревых молей n_{Σ} постоянно, справедливо также $\int \delta n(\xi) d\xi = 0$. Из этих двух условий следует, что стационарный химический потенциал для конфигурации ξ не зависит от координаты ξ ($\mu_{\text{turb}}^{\text{stat}} = \text{const}$); учитывая это, легко получить следующее выражение:

$$\mu_{\text{turb}}(\xi) = kT_{\text{turb}} \ln [n(\xi)/n^{\text{st}}(\xi)] + \mu_{\text{turb}}^{\text{st}}, \quad (18)$$

¹) Поскольку энергия турбулентных движений благодаря вязкости непрерывно рассеивается, то ситуация, при которой достигается статистически равновесное состояние, здесь оказывается невозможной. Стационарное состояние в отличие от равновесного обычно является диссипативным.

²) В случае перехода к стационарному состоянию, характеризующему наименьшим производством энтропии, для химических реакций уменьшается величина и самой энтропии.

которое может быть переписано в виде

$$P(\xi) = W_1^{\text{st}}(\xi) \exp \left\{ \frac{\Delta \mu_{\text{turb}}(\xi)}{k T_{\text{turb}}} \right\}, \quad \Delta \mu_{\text{turb}}(\xi) \equiv \mu_{\text{turb}}(\xi) - \mu_{\text{turb}}^{\text{st}} < 0, \quad (18^*)$$

являющемся обобщением известной формулы Эйнштейна (для статистически равновесного состояния) на стационарные состояния в пространстве конфигураций. Функция $P(\xi) = n(\xi)/n_{\Sigma} \equiv P_2(\xi^{\text{st}} | \xi, t)$ имеет смысл плотности условной вероятности обнаружения системы в интервале $(\xi, \xi + d\xi)$ в момент времени t , если в начальный момент (при $t = 0$) она с вероятностью, равной единице, находилась в состоянии ξ^{st} .

Для наших целей понадобится основное кинетическое уравнение для скорости изменения числа вихревых молей $n(\xi)$ в каскадном процессе взаимодействия турбулентных движений разного масштаба. Так как в случае развитой турбулентности (при конечном, но большом числе Re) имеется континуум возбуждённых степеней свободы, то далее будем предполагать, что ξ — параметр, принимающий непрерывные значения. Это соответствует такому каскадному процессу разрушения больших и образования мелких вихрей (на языке химии этот процесс можно рассматривать как ряд последовательных реакций, выражаемых схемой $\dots \rightarrow (k-1) \rightarrow k \rightarrow (k+1) \rightarrow \dots$), при котором в единичном акте взаимодействия происходят только бесконечно малые изменения величин ξ , тогда как конечные изменения возникают благодаря кумулятивному действию большого числа вихревых взаимодействий.

Кроме этого будем считать, что механизм каскадного дробления вихрей, связанный с переходом кинетической энергии от крупных вихрей ко всё более мелким, таков, что среда «сохраняет память» только лишь о последнем переходе (марковский процесс). Тогда кинетическое уравнение для скорости изменения числа вихревых молей может быть записано в форме уравнения неразрывности (в координатном пространстве и пространстве внутренней координаты ξ) следующим образом:

$$\frac{\partial n(\xi, \mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}}[n(\xi, \mathbf{x}, t)\langle \mathbf{u} \rangle] = -\nabla_{\xi} J(\xi, \mathbf{x}, t), \quad (19)$$

или для одного стохастического процесса ξ , с учётом (6), в виде

$$\bar{\rho} \frac{d}{dt} \left(\frac{n(\xi, \mathbf{x}, t)}{\bar{\rho}} \right) = -\frac{J(\xi, \mathbf{x}, t)}{\partial \xi}, \quad (19^*)$$

где $J(\xi, \mathbf{x}, t)$ — термодинамический поток в пространстве внутренней координаты ξ (точнее, поток вероятности в состоянии ξ).

Используя (19*), преобразуем тождество Гиббса (15) путём интегрирования по частям (и в предположении, что поток $J(\xi, \mathbf{x}, t)$ обращается в нуль на обеих границах ξ_{η} и ξ_{L_1} области определения

переменной ξ — следствие условия $\int_{\xi_\eta}^{\xi_{L_1}} \delta n(\xi) d\xi = 0$) к виду

$$\bar{p} \frac{dS_{\text{turb}}}{dt} = \frac{\bar{p}}{T_{\text{turb}}} \frac{d\langle e \rangle}{dt} + \frac{\bar{p} p_{\text{turb}}}{T_{\text{turb}}} \frac{d}{dt} (1/\bar{p}) - \frac{\bar{p}}{T_{\text{turb}}} \int_{\xi} J(\xi) \frac{\partial \mu_{\text{turb}}(\xi)}{\partial \xi} d\xi. \quad (20)$$

Последний член этого уравнения

$$\frac{d_i S_{\text{turb}}(\mathbf{x}, t)}{dt} \equiv \int_{\xi} \sigma_{\xi}(S_{\text{turb}}) d\xi = - \frac{1}{T_{\text{turb}}} \int_{\xi} J(\xi, \mathbf{x}, t) \frac{\partial \mu_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t)}{\partial \xi} d\xi \geq 0 \quad (21)$$

описывает *суммарный рост* энтропии турбулизации, обусловленный необратимыми процессами образования вихревых структур «сорта» ξ .

Из уравнения (21) видно, что локальное производство пульсационной энтропии $\sigma_{\xi}(S_{\text{turb}})$, соответствующее каждой части пространства внутренней координаты ξ , имеет обычную термодинамическую форму $\sigma_{\xi}(S_{\text{turb}}) = J(\xi) A_{\text{turb}}(\xi)/T_{\text{turb}}$, где

$$\begin{aligned} A_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t) &\equiv - \frac{\partial \mu_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t)}{\partial \xi} = - \frac{kT_{\text{turb}}}{n(\xi, \mathbf{x}, t)} \frac{\partial n(\xi, \mathbf{x}, t)}{\partial \xi} - \frac{\partial V(\xi)}{\partial \xi} = \\ &= - \frac{kT_{\text{turb}}}{n(\xi, \mathbf{x}, t)} \exp \left(- \frac{V(\xi)}{kT_{\text{turb}}} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\exp \left(\frac{\mu_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t)}{kT_{\text{turb}}} \right) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

— обобщённое химическое сродство для конфигурации ξ (функция состояния подсистемы турбулентного хаоса), записанное здесь с учётом (17) для обобщённого химического потенциала $\mu_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t)$.

Уравнение переноса для энтропии турбулизации S_{turb} получим из (20), используя тот же образ действий, который привёл к уравнению (11). Исключим из (20) субстанциональные производные от удельного объёма $\langle v \rangle$ и турбулентной энергии $\langle e \rangle$, «точное» уравнение для определения которой имеет вид

$$\bar{p} \frac{d\langle e \rangle}{dt} = - \nabla \mathbf{J}_e^{\text{turb}} + \mathbf{R} \cdot \nabla \langle \mathbf{u} \rangle + \overline{p' \nabla \mathbf{u}''} - \mathbf{J}_v^{\text{turb}} \nabla \bar{p} - \bar{p} \langle \varepsilon \rangle, \quad (23)$$

(см., напр., (Колесниченко, 1998)). В результате будем иметь

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{p} S_{\text{turb}}) + \nabla \left(\bar{p} S_{\text{turb}} \langle \mathbf{u} \rangle + \frac{\mathbf{J}_e^{\text{turb}}}{T_{\text{turb}}} \right) = \sigma_{S_{\text{turb}}} \equiv \sigma_{S_{\text{turb}}}^i + \sigma_{S_{\text{turb}}}^e, \quad (24)$$

где

$$\sigma_{S_{\text{turb}}}^e \equiv \frac{1}{T_{\text{turb}}} (\overline{p' \nabla \mathbf{u}''} - \mathbf{J}_v^{\text{turb}} \nabla \bar{p} - \bar{p} \langle \varepsilon \rangle) = - \frac{\Xi}{T_{\text{turb}}}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
0 \leq \sigma_{S_{\text{turb}}}^i &\equiv \frac{1}{T_{\text{turb}}} \left(-\mathbf{J}_e^{\text{turb}} \frac{\nabla T_{\text{turb}}}{T_{\text{turb}}} + \mathbf{R} \cdot \nabla \langle \mathbf{u} \rangle + \right. \\
&\quad \left. + p_{\text{turb}} \nabla \langle \mathbf{u} \rangle - \bar{\rho} \int_{\xi} J(\xi) \frac{\partial \mu_{\text{turb}}}{\partial \xi} d\xi \right) = \\
&= \frac{1}{T_{\text{turb}}} \left(-\mathbf{J}_e^{\text{turb}} \frac{\nabla T_{\text{turb}}}{T_{\text{turb}}} + \mathring{\mathbf{R}} \cdot \mathring{\mathbf{E}} + \bar{\rho} \int_{\xi} J(\xi) A_{\text{turb}}(\xi) d\xi \right). \quad (26)
\end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{J}_e^{\text{turb}}(\mathbf{x}, t) \equiv \overline{\rho(\mathbf{u}''^2/2 + p'/\rho)\mathbf{u}''} - \overline{\mathbf{P} \cdot \mathbf{u}''}$ — диффузионный поток турбулентной энергии; $\mathring{\mathbf{R}}(\mathbf{x}, t)$ — часть с нулевым следом тензора турбулентных напряжений, определяемая соотношением

$$\mathring{\mathbf{R}} \equiv \mathbf{R} - \frac{1}{3}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{I})\mathbf{I} = \mathbf{R} + \frac{2}{3}\bar{\rho}\langle e \rangle \mathbf{I} = \mathbf{R} + p_{\text{turb}}\mathbf{I}, \quad p_{\text{turb}} = \frac{1}{3}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{I}),$$

а величины $\sigma_{S_{\text{turb}}}^i(\mathbf{x}, t)$ и $\sigma_{S_{\text{turb}}}^e(\mathbf{x}, t)$ имеют смысл, соответственно, локального производства и стока энтропии S_{turb} подсистемы турбулентного хаоса.

Отметим, что работа турбулентных напряжений $\mathbf{R} \cdot \nabla \langle \mathbf{u} \rangle$ приводит к росту энтропии хаоса, в то время как вязкая диссипация $\bar{\rho}\langle \varepsilon_r \rangle$ уменьшает энтропию турбулизации S_{turb} .

Балансовое уравнение для суммарной энтропии. Суммируя (11) и (24), найдём уравнение баланса для суммарной энтропии $S_{\Sigma} = (\langle S \rangle + S_{\text{turb}})$ системы

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} S_{\Sigma}) + \nabla \cdot \left(\bar{\rho} S_{\Sigma} \langle \mathbf{u} \rangle + \frac{\mathbf{q}^{\Sigma}}{\langle T \rangle} + \frac{\mathbf{J}_e^{\text{turb}}}{T_{\text{turb}}} \right) = \sigma_{\Sigma}, \quad (27)$$

где

$$0 \leq \sigma_{\Sigma} = \sigma_{\langle S \rangle}^i + \sigma_{\langle S \rangle}^e + \sigma_{S_{\text{turb}}}^i + \sigma_{S_{\text{turb}}}^e = \sigma_{\langle S \rangle}^i + \sigma_{S_{\text{turb}}}^i + \frac{T_{\text{turb}} - \langle T \rangle}{T_{\text{turb}} \langle T \rangle} \Xi \quad (28)$$

— локальное производство энтропии, связанное с необратимыми процессами внутри всего турбулизованного континуума.

Величина σ_{Σ} , записанная с учётом формул (12), (13) и (25), (26), имеет структуру билинейной формы $\sigma_{\Sigma} = \sum_{\alpha} \mathfrak{Z}_{\alpha}(\mathbf{x}, t) X_{\alpha}(\mathbf{x}, t)$

$$\begin{aligned}
0 \leq \sigma_{\Sigma} &\equiv \mathbf{q}^{\Sigma} \nabla \cdot \left(\frac{1}{\langle T \rangle} \right) + \frac{1}{\langle T \rangle} \pi \nabla \langle \mathbf{u} \rangle + \frac{1}{\langle T \rangle} (\mathring{\mathbf{P}} \cdot \mathring{\mathbf{E}}) + \mathbf{J}_e^{\text{turb}} \nabla \cdot \left(\frac{1}{T_{\text{turb}}} \right) + \\
&\quad + \frac{1}{T_{\text{turb}}} \mathring{\mathbf{R}} \cdot \mathring{\mathbf{E}} + \frac{\bar{\rho}}{T_{\text{turb}}} \int_{\xi} J(\xi) A_{\text{turb}}(\xi) d\xi + \frac{T_{\text{turb}} - \langle T \rangle}{T_{\text{turb}} \langle T \rangle} \Xi. \quad (29)
\end{aligned}$$

Согласно основному постулату термодинамики неравновесных процессов, в случае системы, находящейся вблизи локально равновесных или устойчивых стационарных состояний, термодинамические потоки можно представить в виде линейных функций от сопряжённых макроскопических сил $\mathfrak{F}_{\alpha i}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\beta} \Lambda_{\alpha\beta}^{ij} X_{\beta j}(\mathbf{x}, t)$ ($\alpha, \beta = 1, 2, \dots$)

(де Гроот, Мазур, 1964). Таким образом, формула (29) позволяет найти замыкающие градиентные соотношения для трёх основных областей турбулизованного течения: для ламинарной области; для зоны развитого турбулентного течения, в которой турбулентные потоки намного эффективнее соответствующих осреднённых молекулярных потоков ($\mathbf{R} \gg \bar{\Pi}$, $\mathbf{q}^{\text{turb}} \gg \bar{\mathbf{q}}$ и т. п.); для буферного слоя — промежуточной области, в которой эффективности осреднённого молекулярного и турбулентного переноса сравнимы по значимости (см. (Колесниченко, 1998; Маров, Колесниченко, 2001)).

Важно подчеркнуть, что матрица феноменологических коэффициентов $\Lambda_{\alpha\beta}$ для турбулизованного континуума будет зависеть не только от осреднённых параметров состояния (температуры, плотности и др.), но и от характеристик самой турбулентной надструктуры, т.е. от параметров ε_r , T_{turb} , $\langle e \rangle$ и др. Подобная ситуация (функциональная зависимость $\Lambda_{\alpha\beta}$ от самих термодинамических потоков $\mathfrak{F}_{\alpha}$, например, от скорости диссипации ε_r), типична, как известно, для самоорганизующихся систем (Хакен, 1985, 1991) и может привести, вообще говоря, к тому, что отдельные слагаемые $\mathfrak{F}_{\alpha}(\mathbf{x}, t) X_{\alpha}(\mathbf{x}, t)$ в сумме σ_{Σ} не будут положительно определёнными, хотя вся сумма $\sigma_{\Sigma} \geq 0$. Для этого случая суперпозиция различных потоков, в принципе, может приводить к отрицательным значениям отдельных диагональных элементов матрицы $\Lambda_{\alpha\beta}$, чем, вероятно, и объясняется эффект отрицательной вязкости в некоторых турбулентных течениях (см. ниже).

Как видно из (29), спектр возможных перекрёстных эффектов для турбулентного режима течения расширяется по сравнению с ламинарным режимом. Так, например, поток тепла $\mathbf{q}^{\Sigma}$ в турбулизованном континууме возможен не только под влиянием сопряжённой с ним термодинамической силы $\nabla(1/\langle T \rangle)$, но и силы $\nabla(1/T_{\text{turb}})$, сопряжённой с потоком $\mathbf{J}_e^{\text{turb}}$ (описывающим «диффузионный» перенос турбулентной кинетической энергии). Однако в настоящее время нет надёжных экспериментальных данных, количественно описывающих перекрёстные эффекты подобного рода. Кроме того, обычно вклад любых перекрёстных эффектов в общую скорость процесса на порядок меньше по сравнению с прямыми эффектами (де Гроот, Мазур, 1964). Учитывая это обстоятельство, будем далее пользоваться требованиями положительности интенсивностей σ_{Σ} , $\sigma_{\langle S \rangle}^i$, $\sigma_{S_{\text{turb}}}^i$ независимо друг от друга, а также без специальных оговорок опускать ряд перекрёстных эффектов в линейных конститутивных соотношениях.

Закончим настоящий раздел следующим замечанием: последнее слагаемое в правой части (29), описывающее производство энтропии внутри полной системы за счёт необратимого обмена энтропией между

подсистемами турбулентного хаоса и осреднённого движения, в силу второго закона термодинамики всегда положительно:

$$\sigma_{\langle S \rangle, S_{\text{turb}}}(\mathbf{x}, t) \equiv \Xi \left(\frac{1}{\langle T \rangle} - \frac{1}{T_{\text{turb}}} \right) \geq 0. \quad (30)$$

Поэтому «направление» термодинамического потока $\Xi(\mathbf{x}, t)$ определяется знаком функции состояния $X_{\Xi} \equiv (1/\langle T \rangle - 1/T_{\text{turb}})$, которую следует рассматривать как сопряжённую термодинамическую силу (макроскопическую причину), вызывающую этот поток энтропии. Известно, что подобный обмен энтропией между двумя взаимно открытыми подсистемами является неперенным условием структурированного коллективного поведения, т. е. может быть источником самоорганизации в одной из них (Пригожин, Стенгерс, 1994).

Покажем теперь, что диссипативная активность подсистемы турбулентного хаоса в случае стационарно-неравновесного состояния как раз и определяется притоком отрицательной энтропии ($\sigma_{S_{\text{turb}}}^e \equiv -\Xi/T_{\text{turb}} < 0$) от подсистемы осреднённого движения.

3. Стационарно-неравновесное состояние. Эволюционные уравнения в конфигурационном пространстве

Рассмотрим при помощи методов статистической термодинамики необратимых процессов важнейший режим развитого турбулентного движения жидкости — линейный ¹⁾ режим стационарно-неравновесной турбулентности. Ясно, что для его реализации должен существовать какой-то постоянно действующий механизм турбулизации среды (проволочная решётка, установленная перпендикулярно к вынужденному течению жидкости, производящая турбулентность; стационарные граничные условия, вызывающие, например, крупномасштабный сдвиг скорости течения или термоконвективную крупномасштабную неустойчивость), передающий энергию вихревому движению на больших масштабах и не позволяющий системе достигнуть полного термодинамического равновесия.

Мощность подобного источника энергии должна быть такой, чтобы компенсировать расход турбулентной энергии, рассеиваемой за счёт молекулярной вязкости. Для этого режима практически вся расходуемая энергия без сколько-нибудь существенных (но, вообще говоря, имеющих место) потерь будет передаваться через инерционный интервал от энергетического к вязкому интервалу, причём процесс передачи

¹⁾ Это условие не настолько сильно, чтобы лишить рассматриваемый случай практического значения. Оценивая состояние проблемы замыкания в целом, следует признать, что в настоящее время почти все полуэмпирические модели турбулентности в той или иной степени основаны на градиентных соотношениях.

энергии от крупномасштабных вихрей к малым может быть наглядно представлен как процесс дробления вихрей.

Очевидно, что тогда в структуре подсистемы турбулентного хаоса устанавливается такое неравновесное стационарное состояние, при котором $dS_{\text{turb}}/dt \cong 0$ (Пригожин, Кондепуди, 2002). Это означает ¹⁾, что производство $\sigma_{S_{\text{turb}}}^i$ энтропии S_{turb} в такой степени компенсируется её оттоком $\sigma_{S_{\text{turb}}}^e$, что суммарное возникновение энтропии S_{turb} отсутствует ($\sigma_{S_{\text{turb}}} \equiv \sigma_{S_{\text{turb}}}^e + \sigma_{S_{\text{turb}}}^i \cong 0$); поток энтропии турбулизации в стационарном случае постоянен ($\mathbf{J}_{S_{\text{turb}}} \equiv \mathbf{J}_e^{\text{turb}}/T_{\text{turb}} \cong \text{const}$).

Так как $\sigma_{S_{\text{turb}}}^i \geq 0$, то справедливо выражение $0 > \sigma_{S_{\text{turb}}}^e \cong -\sigma_{S_{\text{turb}}}^i$, т. е. подсистема турбулентного хаоса должна экспортировать энтропию во «внешнюю среду» (отдавать подсистеме осреднённого движения) чтобы скомпенсировать производство энтропии за счёт внутренних необратимых процессов. Другими словами, для поддержания стационарного состояния внутри подсистемы турбулентного хаоса необходим приток отрицательной энтропии (*негэнтропии*) от «внешней среды» (подсистемы осреднённого движения), $\sigma_{S_{\text{turb}}}^e \equiv -\Xi/T_{\text{turb}} = -\langle T \rangle \sigma_{\langle S \rangle}^e / T_{\text{turb}} < 0$. Эта поступающая в подсистему негэнтропия расходуется на поддержание и совершенствование внутренней структуры подсистемы турбулентного хаоса. Но тогда справедливо соотношение $0 \leq \sigma_{\langle S \rangle}^e = -T_{\text{turb}} \sigma_{S_{\text{turb}}}^e / \langle T \rangle \cong T_{\text{turb}} \sigma_{S_{\text{turb}}}^i / \langle T \rangle$, и уравнение (11) баланса осреднённой энтропии системы $\langle S \rangle$ принимает вид

$$\bar{\rho} \frac{d\langle S \rangle}{dt} + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{q}^{\Sigma}}{\langle T \rangle} \right) = \sigma_{\langle S \rangle}^i + \sigma_{\langle S \rangle}^e \cong \sigma_{\langle S \rangle}^i + \frac{T_{\text{turb}}}{\langle T \rangle} \sigma_{S_{\text{turb}}}^i \cong \sigma_{\Sigma}, \quad (31)$$

где для локального рассеяния энергии $\langle T \rangle \sigma_{\Sigma}$ справедливо выражение

$$\langle T \rangle \sigma_{\Sigma} \equiv -\mathbf{q}^{\Sigma} \cdot \frac{\nabla \langle T \rangle}{\langle T \rangle} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{E} + \bar{\rho} \int_{\xi} J(\xi) A_{\text{turb}}(\xi) d\xi \geq 0. \quad (32)$$

Здесь $\mathbf{q}^{\Sigma}(\mathbf{x}, t) \equiv \mathbf{q}^{\text{turb}} - \overline{p' \mathbf{u}''}$ — суммарный поток тепла в подсистеме среднего движения для режима развитой турбулентности.

Поскольку в стационарно-неравновесном состоянии величина оттока энтропии из подсистемы осреднённого движения положительна ($0 < \sigma_{\langle S \rangle}^e \equiv \Xi / \langle T \rangle$), то скорость Ξ обмена энтропией (теплом) между осреднённым и турбулентным движениями также положительна, $\Xi \geq 0$. Но тогда из неравенства (30) следует, что температура турбулизации T_{turb} выше осреднённой температуры турбулизованного континуума ($T_{\text{turb}} > \langle T \rangle$), что находится в полном согласии с основным синергетическим принципом о самоорганизации диссипативной систе-

¹⁾ Для открытой подсистемы турбулентного хаоса стационарное состояние, в котором производство энтропии минимально, является аттрактором, в то время как для всей турбулизованной системы в целом аттрактором служит состояние, соответствующее максимуму энтропии.

мы. В соответствии с этим принципом образование упорядоченных структур (в нашем случае разномасштабных вихревых образований в подсистеме турбулентного хаоса) при отводе тепла из системы, т. е. при переходе к более низким температурам, является универсальным свойством материи.

Исходя из (32), можно записать в линейном приближении и при использовании принципа Кюри–Пригожина (согласно которому связь между тензорами различного ранга в изотропной среде невозможна (де Гроот, Мазур, 1974)), следующие обобщённые реологические соотношения для турбулентных потоков и сопряжённых им термодинамических сил:

$$\mathbf{q}^\Sigma(\mathbf{x}, t) = -\lambda^{\text{turb}} \nabla (\ln \langle T \rangle), \quad (33)$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}, t) = -\frac{2}{3}\bar{\rho}\langle e \rangle \mathbf{I} + \bar{\rho}\nu^{\text{turb}} \left(\frac{1}{2}(\nabla \langle \mathbf{u} \rangle + \nabla^* \langle \mathbf{u} \rangle) - \frac{1}{3}(\nabla \langle \mathbf{u} \rangle)\mathbf{I} \right), \quad (34)$$

$$J(\xi, \mathbf{x}, t) = \int_{\tilde{\xi}} L(\xi, \tilde{\xi}, \mathbf{x}, t) A(\tilde{\xi}, \mathbf{x}, t) d\tilde{\xi}, \quad (35)$$

соответствующие режиму стационарно-неравновесного состояния турбулентного поля. Феноменологические коэффициенты (коэффициенты турбулентного обмена) $\lambda^{\text{turb}}(\mathbf{x}, t)$, $\nu^{\text{turb}}(\mathbf{x}, t)$, $L(\xi, \tilde{\xi}, \mathbf{x}, t)$ в этих соотношениях являются скалярными величинами, поскольку сильная турбулентность является локально однородной и изотропной.

Как было отмечено выше, эти величины, в отличие от коэффициентов молекулярного обмена, не являются материальными константами. Данное обстоятельство связано с тем, что в турбулизированном континууме разнообразные процессы переноса (вещества, импульса и энергии) из одной области системы в другую определяются коллективными движениями молекул (вихревыми образованиями) и, следовательно, должны зависеть от параметров интенсивности турбулентности, в частности, от параметров $\langle \varepsilon_r \rangle$ и L_1 (или $\langle e \rangle$). Так, например, в инерциальном интервале масштабов вихрей ($\eta < r < L_1$) коэффициент турбулентной вязкости ν^{turb} , отвечающий эмпирическому «закону четырёх третей» Ричардсона–Обухова (этот закон следует, в частности, из соображений теории размерности и подобия), имеет вид $\nu^{\text{turb}} \sim \langle \varepsilon_r \rangle^{1/3} L_1^{4/3} \sim \langle e \rangle^2 / \langle \varepsilon_r \rangle$.

Таким образом, при моделировании стационарно-неоднородной турбулентности в тех приложениях, когда важны процессы диссипации энергии в системе, необходимо привлекать к рассмотрению уравнение переноса тепла для осреднённого движения в виде (31); это уравнение должно быть дополнено линейными определяющими соотношениями (33)–(35).

Применение пригожинского принципа. Согласно формуле (35), феноменологическое соотношение для термодинамического потока $J(\xi)$ в пространстве внутренней координаты ξ и соответствующего «мгновенного» сродства $A_{\text{turb}}(\xi)$ (формула (22)) имеет в общем

случае интегральный вид. Вслед за Пригожиным (1960), будем теперь считать, что в каждой части внутреннего координатного пространства необратимые процессы идут в таком направлении, что происходит только положительное приращение энтропии. Это означает, что положительным будет не только интеграл (21), но и величина $T_{\text{turb}}\sigma_{\xi}(S_{\text{turb}}) = J(\xi, \mathbf{x}, t)A_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t) \geq 0$, представляющая собой рассеяние энергии на единицу объёма внутреннего пространства конфигураций. Тогда определяющее соотношение, связывающее поток вероятности $J(\xi)$ и сродство $A_{\text{turb}}(\xi)$ состояния ξ , соответствующее протеканию одного эквивалента процесса распада вихрей, есть просто

$$J(\xi, \mathbf{x}, t) = L_{\xi} A_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t) = -L_{\xi} \frac{\partial \mu_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t)}{\partial \xi}, \quad (36)$$

где L_{ξ} — онзагеровский коэффициент.

Покажем теперь, что предположение (36) позволяет находить нелинейные определяющие соотношения для суммарных потоков, связанных с внутренним параметром, а также может служить основой для получения эволюционных уравнений в частных производных (уравнений Фоккера–Планка в конфигурационном пространстве ξ) для функций распределения различных статистических характеристик мелко-масштабной турбулентности, если относительно последних приняты какие-то гипотезы распределения в стационарно-неравновесном состоянии.

Следует, однако, иметь в виду, что почти всегда подобного рода гипотезы не вполне строгі и являются идеализацией или упрощением турбулентного движения в естественных условиях (Монин, Яглом, 1996).

Эволюция вихрей в пространстве пульсирующих скоростей. Применим сначала пригожинский принцип (36) к выводу *кинетического уравнения*, описывающего изменение во времени функции плотности условной вероятности распределения вихревых скоростей $P_2(0 | u'', \mathbf{x}, t) \equiv n(u'', \mathbf{x}, t)/n_{\Sigma}$. Эта функция рассматривается далее как внутренняя переменная подсистемы турбулентного хаоса, а пульсирующая скорость u'' — как внутренняя координата ξ . Из физической кинетики ясно, что эволюция подобной функции распределения в приближении непрерывного взаимодействия вихрей должна описываться в конфигурационном пространстве ξ уравнением типа Фоккера–Планка. Получим его здесь термодинамически.

Известно, что функция распределения вероятностей пульсирующей скорости не является универсальной в случае развитой турбулентности, поскольку она зависит от механизма, порождающего турбулентное поле. Тем не менее, следуя Миллиончикову (1941), используем далее гипотезу о нормальном распределении пульсирующих скоростей (для локально изотропного турбулентного поля) в стационарном случае:

$$W_1(u'') \equiv \frac{n^{\text{stat}}(u'')}{n_{\Sigma}} = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \exp(-\beta^2 u''^2). \quad (37)$$

Подобное распределение Миллионщиков применил в теории турбулентности для специальных целей, которые здесь мы обсуждать не будем. Заметим только, что есть много примеров, когда функция распределения скорости приближённо оказывается гауссовской, например, в турбулентности, порождаемой решётками в аэродинамических трубах, или для турбулентности в атмосферном пограничном слое (см., напр., (Бэтчелор, 1955; Фриш, 1998)). Для рассматриваемой нами подсистемы турбулентного хаоса постоянную β в (37) можно связать с температурой турбулизации T_{turb} точно таким же способом, как это делается в кинетической теории газов. Используя (17) и (37), легко найти, что $\beta^2 = (2RT_{\text{turb}})^{-1}$, откуда для $n^{\text{stat}}(u'')$ следует другое эквивалентное выражение

$$\begin{aligned} n^{\text{stat}}(u'') &= n_{\Sigma} \sqrt{1/2\pi RT_{\text{turb}}} \exp\left(-\frac{u''^2}{2RT_{\text{turb}}}\right) = \\ &= \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{u''^2}{2RT_{\text{turb}}}\right). \end{aligned} \quad (37^*)$$

Подставляя это распределение в (17), получим следующее выражение химического потенциала $\mu_{\text{turb}}(u'', \mathbf{x}, t)$ для конфигурации u'' :

$$\mu_{\text{turb}}(u'', \mathbf{x}, t) = \frac{k}{R} \frac{u''^2}{2} + kT_{\text{turb}}(\mathbf{x}, t) \ln [n(u'', \mathbf{x}, t)] + \text{const}. \quad (38)$$

С учётом этой формулы феноменологическое уравнение (36) для потока вероятности $J(u'', \mathbf{x}, t)$ принимает вид

$$\begin{aligned} J(u'') &= -\frac{\bar{p}}{n_{\Sigma}} L_{u''} \left(u'' + \frac{RT_{\text{turb}}}{n(u'')} \frac{\partial n(u'')}{\partial u''} \right) = \\ &= -\alpha \left[u'' n(u'') + RT_{\text{turb}} \frac{\partial n(u'')}{\partial u''} \right], \end{aligned} \quad (39)$$

где $R = (n_{\Sigma} k / \bar{p})$.

Здесь введён коэффициент $\alpha \equiv k L_{u''} / R n(u'')$, который может быть интерпретирован как «подвижность» в пространстве внутренней координаты u'' на единицу объёма; в первом приближении этот коэффициент не зависит от $n(u'')$ и, по предположению, от величины u'' . При подстановке (39) в (19) получим искомое кинетическое уравнение Фоккера–Планка для функции плотности условной вероятности пульсационной скорости u''

$$\begin{aligned} &\frac{\partial P_2(0|u'', \mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}} (P_2(0|u'', \mathbf{x}, t) \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \rangle) - \\ &- \alpha \left(\frac{\partial}{\partial u''} [u'' P_2(0|u'', \mathbf{x}, t)] + \frac{\partial}{\partial u''} \left[RT_{\text{turb}}(\mathbf{x}, t) \frac{\partial P_2(0|u'', \mathbf{x}, t)}{\partial u''} \right] \right) = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Это динамическое уравнение, дополненное начальным условием $P_2(0|u'', \mathbf{x}, 0) = \delta(u'' - 0)$ (справа стоит δ -функция, сосредоточенная в точке 0), описывает временную эволюцию функции плотности распределения условной вероятности $P_2(0|u'', \mathbf{x}, t)$ пульсирующей скорости u'' , в частности, для затухающей (вырождающейся) турбулентности. Следует отметить, что величина $K \equiv -\alpha u''$ (коэффициент трения в соответствующем уравнении Ланжевена) играет роль коэффициента дрейфа в стандартной записи уравнения Фоккера–Планка, а величина

$$Q \equiv \frac{2L_{u''}kT_{\text{turb}}}{n(u'')} = 2\alpha RT_{\text{turb}} = \alpha \beta^{-2}$$

имеет смысл коэффициента диффузии.

Нормальное распределение (37), являющееся стационарным решением одномерного по параметру u'' уравнения Фоккера–Планка (40), можно принять за начальное статистическое состояние поля пульсирующих скоростей для целого класса различных движений вырождающейся турбулентности. Тогда нестационарное решение этого уравнения удаётся построить в аналитически замкнутом виде (см., напр., (Хакен, 1985))

$$P_2(0|u'', \mathbf{x}, t) = \{\pi a(\mathbf{x}, t)\}^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{[u'' - b(\mathbf{x}, t)]^2}{a(\mathbf{x}, t)} \right\}, \quad (41)$$

где

$$\begin{aligned} a(\mathbf{x}, t) &= \frac{Q}{\alpha} \{1 - \exp(-2\alpha t)\} + a_0 \exp(-2\alpha t), \\ b(\mathbf{x}, t) &= b_0(\mathbf{x}) \exp(-\alpha t). \end{aligned} \quad (42)$$

Здесь $a_0(\mathbf{x})$ и $b_0(\mathbf{x})$ — начальные условия.

Это решение позволяет рассчитать различные n -точечные моменты (корреляционные функции) m -го порядка, описывающие статистическую связь между случайными скоростями в различных точках пространства–времени. В частности, для величин $\bar{u}''^{(0)}(\mathbf{x}, t)$ (условная средняя скорость ансамбля вихрей в момент времени t) и $u''(\mathbf{x}, t)u''(\mathbf{x}, t_1)$ (двухвременная одноточечная корреляционная функция) имеем

$$\bar{u}''^{(0)}(\mathbf{x}, t) = \int u'' P_2(0|u'', t) du'' = b_0(\mathbf{x}) \exp(-\alpha t), \quad (43)$$

(откуда $b(\mathbf{x}, t) \equiv \bar{u}''^{(0)}(\mathbf{x}, t)$),

$$\begin{aligned} \overline{u''(\mathbf{x}, t)u''(\mathbf{x}, t_1)} &= \int u'' du'' \int u''_1 du''_1 W_2(u'', t; u''_1, t_1) = \\ &= \overline{u''^2(\mathbf{x}, t)} \exp\{-\alpha |t - t_1|\} = \frac{1}{2} \frac{Q}{\alpha} \exp\{-\alpha |t - t_1|\}, \end{aligned} \quad (44)$$

где среднее берётся по стохастическому процессу.

Здесь $W_2(u'', t; u_1'', t_1)$ — совместная плотность вероятности, которая в силу марковости процесса зарождения новых мод пульсационного движения (дробления вихревых образований) представляется в виде произведения плотности вероятности в момент t_1 , $W_1(u_1'', t_1)$, и условной вероятности $P_2(u'', t | u_1'', t_1)$ (сводящейся в момент $t = t_1$ к δ -функции $\delta(u'' - u_1'')$):

$$W_2(u'', t; u_1'', t_1) = W_1(u_1'', t_1) P_2(u'', t | u_1'', t_1).$$

Так как $Q = 2\alpha R T_{\text{turb}} = 4/3\alpha \langle e \rangle$, то из (44) следует, во-первых, правильное соотношение $u''^2(\mathbf{x}, t) = 2/3 \langle e \rangle \cong 1/3 \langle u'' \rangle^2$, которое согласуется с предположением о локальной изотропности вихревого поля скоростей в случае развитой турбулентности, и, во вторых, эффективная формула для одной из наиболее важных величин в теории статистической турбулентности

$$\overline{u''(\mathbf{x}, t) u''(\mathbf{x}, t_1)} = \frac{2}{3} \langle e \rangle \exp(-\alpha |t - t_1|), \quad (45)$$

которая определяет, как быстро пульсационная скорость «забывает своё прошлое» (согласно (45) — за время порядка $t \cong 1/\alpha$).

Решение (41) при нулевых значениях параметров a_0 и b_0 принимает вид

$$P_2(0 | u'', \mathbf{x}, t) = \{2\pi R T_{\text{turb}} [1 - \exp(-2\alpha t)]\}^{-1/2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{u''^2}{2 R T_{\text{turb}} [1 - \exp(-2\alpha t)]} \right\}, \quad (46)$$

позволяющий проследить временную эволюцию функции распределения условной вероятности для пульсирующей скорости, если при стационарном режиме турбулентности распределение по скоростям было гауссовским.

В заключение следует отметить, что некоторые предположения, используемые при выводе формулы (46), сделаны лишь для упрощения и вовсе не являются необходимыми. Более того, выбор пульсирующей скорости u'' в качестве подходящей характеристики вихрей (внутренней координаты подсистемы турбулентного хаоса), очевидно, не всегда себя оправдывает, поскольку гауссовское распределение вероятностей пульсирующей скорости u'' не подтвердилось с достаточной степенью надёжности ни экспериментально (установлено, например, что за решёткой отклонения от нормальности возрастают с ростом числа Рейнольдса Re), ни теоретически (для этого распределения законы «двух и пяти третей» нарушаются).

Выше мы уже указывали, что наиболее приемлемыми характеристиками мелкомасштабной турбулентности на роль внутренней координаты являются, по-видимому, неотрицательные макроскопические переменные (чётные функции скоростей) типа кинетической энергии вихрей, скорости диссипации энергии и др. Подобные случайные характеристики, согласно гипотезе Колмогорова, асимптотически удо-

влетворяют логарифмически нормальному распределению вероятностей. Это объясняется тем, что процесс последовательного дробления вихревых образований подобен процессу коагуляции твёрдых частиц (а последний приводит, как известно, к логнормальному распределению частиц по размерам (см., напр., (Монин, Яглом, 1996)). Вместе с тем важно подчеркнуть, что логнормальное распределение не описывает аккуратно края истинного распределения данной случайной переменной и поэтому с большой осмотрительностью может быть использовано для вычисления старших моментов.

Применим теперь пригожинский принцип (36) к выводу кинетического уравнения, описывающего временную эволюцию функции распределения вихрей в пространстве кинетической энергии.

Каскадный процесс (термодинамическое рассмотрение, соответствующее первоначальным гипотезам подобия Колмогорова). Итак, будем описывать каскадный процесс Ричардсона–Колмогорова (крупные вихри $\rightarrow$ мелкие вихри $\rightarrow$ теплота) аналогично процессу последовательных химических реакций. В этом случае исходное кинетическое уравнение (19) для функции распределения $P(0|\xi; \mathbf{x}, t)$ вихрей в пространстве энергии ($\xi = \rho \mathbf{u}''^2/2$) может быть переписано в виде

$$\frac{\partial P_2(0|\xi; \mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla[P_2(0|\xi; \mathbf{x}, t)\langle \mathbf{u} \rangle] = \frac{\partial}{\partial \xi} [P_2(0|\xi; \mathbf{x}, t) \varepsilon(\xi, \mathbf{x}, t)], \quad (47)$$

где

$$\varepsilon(\xi, \mathbf{x}, t) \equiv -\frac{J(\xi, \mathbf{x}, t)}{n(\xi, \mathbf{x}, t)} \quad (48)$$

— скорость реакции перехода из состояния ξ в состояние $\xi + d\xi$, соответствующая потоку вероятности $J(\xi)$ в состоянии ξ .

Другими словами, соотношение (48) определяет параметр $\varepsilon(\xi, \mathbf{x}, t)$, который в рассматриваемом случае можно интерпретировать как скорость передачи кинетической энергии $\rho \mathbf{u}''^2/2$ по иерархии вихрей вдоль координаты ξ ; одновременно эта величина определяет и среднее значение диссипации кинетической энергии в вихрях типа ξ . Действительно, уравнение для первого момента

$$\int \xi P_2(0|\xi; t) d\xi = \overline{\rho \mathbf{u}''^2/2}^0 = \overline{\rho} \langle \varepsilon \rangle,$$

получаемое из (47) в результате интегрирования по частям (и в предположении, что на границах области интегрирования поток $J(\xi, \mathbf{x}, t)$ равен нулю), имеет вид

$$\overline{\rho} \frac{d\langle \varepsilon \rangle}{dt} \cong - \int \varepsilon(\xi, \mathbf{x}, t) P_2(0|\xi; \mathbf{x}, t) d\xi = - \overline{\varepsilon(\mathbf{x}, t)}^0 \cong - \overline{\rho} \langle \varepsilon_r \rangle, \quad (49)$$

(здесь условное среднее берётся по стохастическому процессу ξ). Параметр $\overline{\varepsilon(\mathbf{x}, t)}^0$ в этом уравнении определяет скорость диссипации

турбулентной энергии в точке $(\mathbf{x}, t)$ (см., напр., (Ландау, Лифшиц, 1988)). Поэтому и возможна интерпретация величины $\varepsilon_r(\xi)$ как скорости диссипации энергии в вихрях типа ξ (в точке ξ конфигурационного пространства). Но тогда для той части энергии рассеяния $\langle T \rangle \sigma_\Sigma$ (см. формулу (32)), которая обусловлена передачей турбулентной энергии по каскаду, имеем

$$(\langle T \rangle \sigma_\Sigma)^{\text{Ch}} \equiv -\bar{\rho} \int_{\xi} \varepsilon(\xi, \mathbf{x}, t) n(\xi, \mathbf{x}, t) A_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t) d\xi \geq 0. \quad (50)$$

Отсюда следует локальное феноменологическое уравнение пригожинского типа

$$\varepsilon(\xi, \mathbf{x}, t) = \frac{L_\xi A_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t)}{n(\xi, \mathbf{x}, t)} = -\alpha' A_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t), \quad (51)$$

в котором

$$A_{\text{turb}}(\xi) = -k T_{\text{turb}} \frac{\partial \ln n(\xi)}{\partial \xi} + f(\xi) \quad (52)$$

— химическое сродство процесса дробления вихрей (функция состояния подсистемы турбулентного хаоса); $f(\xi) = -\partial V / \partial \xi$ — так называемая сила трения; $\alpha' = -L_\xi / n(\xi)$ — коэффициент подвижности, который по предположению не зависит от ξ .

Если в турбулизованной среде устанавливается такой стационарно-неравновесный режим течения, при котором скорость передачи энергии по каскаду постоянна, $\varepsilon(\xi, \mathbf{x}, t) \cong \langle \varepsilon(\mathbf{x}, t) \rangle$ (предположение, принятое в первоначальной формулировке гипотез Колмогорова), то неравенство (50) принимает вид

$$\langle T \rangle \sigma_\Sigma = -\bar{\rho} \langle \varepsilon(\mathbf{x}, t) \rangle A_{\text{turb}}^{\text{gl}}(\mathbf{x}, t) \geq 0, \quad (53)$$

где $A_{\text{turb}}^{\text{gl}} \equiv \int_{\xi} n(\xi) A_{\text{turb}}(\xi) d\xi = n_\Sigma \overline{A_{\text{turb}}}$ — так называемое глобальное

сродство процесса образования турбулентных структур, которое с учётом (52) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \overline{A_{\text{turb}}}(\mathbf{x}, t) &= -k T_{\text{turb}} \int_{\xi} \frac{\partial P_2(0 | \xi; t)}{\partial \xi} d\xi + \int_{\xi} P_2(0 | \xi; t) f(\xi) d\xi = \\ &= -k T_{\text{turb}} [P_2(\xi_{L_1}) - P_2(\xi_\eta)] + \overline{f(\mathbf{x}, t)} \cong \overline{f(\mathbf{x}, t)}, \end{aligned} \quad (54)$$

поскольку на границах области интегрирования P_2 обращается в нуль. Таким образом, производство σ_Σ осреднённой энтропии в подобном стационарном процессе имеет вид произведения общей скорости передачи энергии по каскаду $\langle \varepsilon \rangle$ и суммарного сродства $A_{\text{turb}}^{\text{gl}}$, относящегося ко всему каскадному процессу дробления крупных вихрей

на мелкие. В этом случае справедливо линейное феноменологическое соотношение

$$\langle \varepsilon \rangle = -\alpha' A_{\text{turb}}^{\text{gl}} \quad (55)$$

в полном соответствии с результатами необратимой термодинамики для последовательных (консекутивных) химических реакций (см., напр., (Пригожин, Кондепуди, 2002)).

С другой стороны, условие квазистационарности (независимости от параметра ξ) термодинамического потока кинетической энергии по иерархии вихрей $J(\xi, \mathbf{x}, t) \cong J(\mathbf{x}, t) \equiv -n_{\Sigma}(\mathbf{x}, t)\langle \varepsilon(\mathbf{x}, t) \rangle$, рассматриваемое совместно с линейным соотношением (51), приводит к более общей, чем (55), *нелинейной связи* между величиной ε и химическим сродством для каскадного процесса в целом, определяемым формулой $\tilde{A}(\mathbf{x}, t) \equiv \int_{\xi} A(\xi) d\xi = \mu(\xi_{L_1}, \mathbf{x}, t) - \mu(\xi_{\eta}, \mathbf{x}, t)$. Это нелинейное опреде-

ляющее соотношение легко может быть получено при применении второй формулы (22) для величины «локального сродства» $A_{\text{turb}}(\xi, \mathbf{x}, t)$; в результате будем иметь

$$\langle \varepsilon \rangle \cong \gamma \left[1 - \exp \left(-\frac{\tilde{A}}{kT_{\text{turb}}} \right) \right], \quad \text{где } \gamma = \frac{\alpha' kT_{\text{turb}} \exp \frac{\mu(\xi_{\eta})}{kT_{\text{turb}}}}{n_{\Sigma} \int_{\xi_{\eta}}^{\xi_{L_1}} \exp \frac{V(\xi)}{kT_{\text{turb}}} d\xi} \quad (56)$$

(здесь η — локальное значение колмогоровского микромасштаба).

Таким образом, использование двух интерпретаций параметра Колмогорова ε как величины, описывающей скорость диссипации энергии в тепло и одновременно являющейся скоростью передачи турбулентной энергии по каскаду вихрей, позволило получить при термодинамическом моделировании стационарно-неравновесной турбулентности определяющие соотношения (55) и (56) для скорости диссипации $\langle \varepsilon \rangle$. Эти соотношения, замыкающие систему осреднённых гидродинамических уравнений (6)–(8), делают термодинамический подход к моделированию развитой турбулентности самодостаточным.

В заключение отметим следующее. На первый взгляд, условие возрастания энтропии суммарного континуума (32) должно было бы, по аналогии с ламинарным движением жидкости, накладывать определённые ограничения на коэффициенты турбулентного переноса в определяющих соотношениях (33), (34) и (55). Известно, что именно из условий подобного рода вытекает положительная определённости прямых коэффициентов молекулярного обмена; при этом перекрёстные коэффициенты могут быть разными по знаку (Ландау, Лифшиц, 1988). Подставляя соотношения (33), (34), (55) в выражение (32) для произ-

водства суммарной энтропии турбулизованной системы, получим

$$0 \leq \sigma_{\Sigma} \equiv \frac{1}{\langle T \rangle} \left\{ \lambda^{\text{turb}} \left(\frac{\nabla \langle T \rangle}{\langle T \rangle} \right)^2 + \bar{\rho} \nu^{\text{turb}} \left(\mathbf{E} - \frac{1}{3} (\nabla \langle \mathbf{u} \rangle) \mathbf{I} \right)^2 + \bar{\rho} \alpha' \left(A_{\text{turb}}^{\text{gl}} \right)^2 \right\}. \quad (57)$$

Как отмечалось выше, специфика взаимодействия (связанная с функциональной зависимостью турбулентных коэффициентов переноса от параметров $\langle \varepsilon_r \rangle$ и $\langle e \rangle$) различных диссипативных процессов в турбулизованном континууме такова, что «отключение» одной из термодинамических сил (например, сродства $A_{\text{turb}}^{\text{gl}}$) может привести к изменению (или даже «отключению») каких-либо других процессов (например, вязких). Это означает, что второй закон термодинамики, требующий положительности всей суммы (57) в целом, не может, вообще говоря, быть применён к отдельным её слагаемым. Таким образом, может случиться, что, например, величина $\nu^{\text{turb}} (\mathbf{E} - 1/3 (\nabla \langle \mathbf{u} \rangle) \mathbf{I})^2 < 0$, при условии, что сумма $\sigma_{\Sigma} \geq 0$. А это указывает на возможность появления в конкретных условиях таких турбулентных режимов течения, для которых коэффициент турбулентной вязкости отрицателен, $\nu^{\text{turb}} < 0$.

Термодинамическое рассмотрение каскада, соответствующее уточнённым гипотезам подобия Колмогорова. Наиболее важной мелкомасштабной переменной является параметр Обухова ε_r , определяемый формулой (3). Выше рассмотрен случай, когда скорость передачи энергии по каскаду вихрей в пределах лагранжева объёма dx постоянна (именно по этой причине можно было не делать различия между ε , ε_r и $\langle \varepsilon_r \rangle$). Однако осреднённая по малому (в пределах dx) объёму V_r скорость диссипации ε_r для реального турбулентного движения является случайной функцией, пульсирующей вместе с градиентом поля скоростей $\mathbf{u}''(\mathbf{x}, t)$.

Используем эту характеристику мелкомасштабной турбулентности в качестве внутренней координаты подсистемы турбулентного хаоса ($\xi = \varepsilon_r$) и применим пригожинский принцип (36) к выводу кинетического уравнения Фоккера–Планка, описывающего временную эволюцию функции распределения условной вероятности $P_2(\varepsilon_r^{\text{st}} | \varepsilon_r, \mathbf{x}, t)$ диссипации турбулентной энергии ε_r . Это вероятностное уравнение будет содержать параметры (в частности, число Рейнольдса), от значений которых зависит, в каком состоянии находится система.

Итак, по современным представлениям случайная величина ε_r в стационарном состоянии имеет логарифмически нормальное распределение вероятностей (Колмогоров, 1962), задаваемое формулой (4). Подставляя распределение (4) в (17), получим нужную нам формулу для химического потенциала $\mu_{\text{turb}}(\varepsilon_r)$ по внутренней координате ε_r

$$\mu_{\text{turb}}(\varepsilon_r) = k T_{\text{turb}} \ln n(\varepsilon_r) + V(\varepsilon_r, T_{\text{turb}}), \quad (58)$$

где

$$\begin{aligned} V(\varepsilon_r, T_{\text{turb}}) &= \mu_{\text{turb}}^{\text{st}} - kT_{\text{turb}} \ln n^{\text{st}}(\varepsilon_r) = \\ &= \text{const} - kT_{\text{turb}} \ln \frac{n_{\Sigma}}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\ln \varepsilon_r}} + kT_{\text{turb}} \ln \varepsilon_r + \frac{kT_{\text{turb}}}{2\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2} \left[\ln \left(\frac{\varepsilon_r}{m_{\ln \varepsilon_r}} \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (59)$$

— потенциал силы трения $f(\varepsilon_r, r, t) = -\partial V / \partial \varepsilon_r$, фигурирующей также и в соответствующем стохастическом уравнении Ланжевена $\varepsilon_r = \alpha' f(\varepsilon_r) + F(t)$ ($F(t)$ — случайная «сила»).

Тогда локальное феноменологическое уравнение (36) для потока вероятности $J(\varepsilon_r, \mathbf{x}, t)$ принимает вид

$$J(\varepsilon_r, \mathbf{x}, t) = -L_{\varepsilon} \frac{\partial \mu_{\text{turb}}(\varepsilon_r, t)}{\partial \varepsilon_r} = \alpha^* n(\varepsilon_r, t) A_{\text{turb}}(\varepsilon_r, \mathbf{x}, t). \quad (60)$$

Здесь $\alpha^*(\varepsilon_r) \equiv L_{\varepsilon_r} / n(\varepsilon_r)$ — коэффициент подвижности в пространстве внутренней координаты ε_r (который в первом приближении не зависит от $n(\varepsilon_r)$), а величина

$$\begin{aligned} A_{\text{turb}}(\varepsilon_r, \mathbf{x}, t) &= -kT_{\text{turb}} \frac{\partial \ln n(\varepsilon_r, \mathbf{x}, t)}{\partial \varepsilon_r} + f(\varepsilon_r, \mathbf{x}, t) = \\ &= -kT_{\text{turb}} \frac{\partial \ln n(\varepsilon_r, \mathbf{x}, t)}{\partial \varepsilon_r} - \frac{kT_{\text{turb}}}{\varepsilon_r} \left(1 + \frac{1}{\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2} \ln \left(\frac{\varepsilon_r}{m_{\ln \varepsilon_r}} \right) \right) \end{aligned} \quad (61)$$

определяет обобщённое химическое сродство состояния ε_r .

Используя теперь формулу Колмогорова (4) для дисперсии $\sigma_{\ln \varepsilon}^2$, а также известные соотношения $\bar{\varepsilon}_r = \exp(\sigma_{\ln \varepsilon}^2 / 2 + \ln \varepsilon_r)$ и $m_{\ln \varepsilon} = \exp(\ln \varepsilon_r)$ для среднего значения и медианы логнормального распределения, найдём явное выражение для силы трения $f(\varepsilon_r)$. В результате получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon_r, t) &= -\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_r} = -\frac{kT_{\text{turb}}}{\varepsilon_r} \left[1 + \frac{1}{\sigma_{\ln \varepsilon}^2} \ln \left(\frac{\varepsilon_r}{m_{\ln \varepsilon}} \right) \right] = \\ &= -\frac{kT_{\text{turb}}}{\varepsilon_r} \left(1 + \frac{\ln \varepsilon_r - \ln \bar{\varepsilon}_r}{\sigma_{\ln \varepsilon}^2} \right) = -\frac{kT_{\text{turb}}}{\varepsilon_r} \left(1 + \frac{\ln \varepsilon_r - \ln \bar{\varepsilon}_r + \sigma_{\ln \varepsilon}^2 / 2}{\sigma_{\ln \varepsilon}^2} \right) = \\ &= -\frac{kT_{\text{turb}}}{\varepsilon_r} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\sigma_{\ln \varepsilon}^2} \ln \left(\frac{\varepsilon_r}{\bar{\varepsilon}_r} \right) \right), \end{aligned} \quad (62)$$

зависящее, в частности, как от параметра Re , управляющего режимом движения в целом, так и от специфических особенностей крупномасштабных движений жидкости (через соотношение Колмогорова $\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2 \approx 3/4 \mu \ln \text{Re} + B(\mathbf{x}, t)$; см. формулу (4)).

Наконец, подставляя (60) в (19), получим искомое кинетическое уравнение для функции распределения вероятностей $P(\varepsilon_r^{\text{st}}|\varepsilon_r, t)$ в виде

$$\bar{\rho} \frac{d}{dt} \left(\frac{P_2(\varepsilon_r^{\text{st}}|\varepsilon_r, t)}{\bar{\rho}} \right) = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_r} \left[D(\varepsilon_r) \frac{\partial P_2(\varepsilon_r^{\text{st}}|\varepsilon_r, t)}{\partial \varepsilon_r} \right] - \frac{\partial}{\partial \varepsilon_r} [\alpha^*(\varepsilon_r) P_2(\varepsilon_r^{\text{st}}|\varepsilon_r, t) f(\varepsilon_r, t)]. \quad (63)$$

Здесь $D(\varepsilon_r) = \alpha^* k T_{\text{turb}}$ — коэффициент диффузии в конфигурационном пространстве ε_r , отражающий наличие вихревой структуры подсистемы турбулентного хаоса и являющийся источником так называемого «естественного шума».

Специфика уравнения (63) такова, что влияние этого шума, а также управляющих параметров (через параметр $\sigma_{\text{in}\varepsilon}^2$) на относительное увеличение флуктуаций скорости передачи энергии по каскаду существенно возрастает при приближении к различного рода критическим точкам (Хакен, 1985, 1991)¹⁾. В частности, в зависимости от величины числа Рейнольдса Re флуктуации переменной ε_r (а вместе с ними и величина $\langle \varepsilon \rangle$) могут достигать таких критических значений, при которых происходит определённая перестройка турбулентного поля, связанная с образованием новых относительно устойчивых диссипативных вихревых структур (которые соответствуют различным путям возникновения разнообразных аттракторов, характеризующих экспоненциальной неустойчивостью почти всех принадлежащих им траекторий), меняющих макроскопическое поведение системы в целом. С подобной перестройкой связан, например, переход от течения с перемежаемостью к течению с полной турбулизацией потока. Однако детальный разбор механизма образования всевозможных мелкомасштабных вихревых структур на основе уравнения (62) лежит вне рамок настоящей работы.

Уравнение для первого момента

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{d\langle \varepsilon_r \rangle}{dt} &= \int_{\varepsilon} J(\varepsilon_r, t) d\varepsilon_r = \alpha^* \int_{\varepsilon_r} P_2(\varepsilon_r^{\text{st}}|\varepsilon_r, t) A_{\text{turb}}(\varepsilon_r) d\varepsilon_r = \\ &= \alpha^* \overline{A_{\text{turb}}(\varepsilon_r)}^{\text{st}}, \quad (64) \end{aligned}$$

легко получаемое путём интегрирования (63) по частям (в предположении, что на границах области интегрирования потоки $J(\varepsilon_r)$ равны нулю), полностью замыкает осреднённую гидродинамическую систему (6)–(8).

¹⁾ Заметим, что здесь имеется глубокая аналогия с теорией фазовых переходов Ландау.

Таким образом, глубокая аналогия, существующая между каскадными химическими реакциями ($A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$ и т.д.)¹⁾ и каскадным процессом Ричардсона–Колмогорова дробления вихрей с соответствующими химическим потенциалом и химическим сродством, позволила провести с помощью методов термодинамики необратимых процессов макроскопическое описание развитой турбулентности как процесса самоорганизации в открытой системе.

Введение в рассмотрение непрерывных внутренних параметров, характеризующих возбуждаемые макроскопические степени свободы, дало возможность получить кинетические уравнения для функций распределения различных мелкомасштабных характеристик турбулентного поля. Развитый выше синергетический подход к описанию стационарно-неравновесной турбулентности несомненно получит своё дальнейшее уточнение и развитие при последующей конкретизации в задачах численного моделирования разнообразных астро- и геофизических явлений.

Заключение

Кратко суммируем основные результаты работы. В рамках синергетического подхода к сложным системам проведено термодинамическое рассмотрение стационарно-неравновесной трёхмерной турбулентности с учётом процессов образования упорядоченных диссипативных структур (вихревых пространственно-временных образований). Представление турбулизованного континуума в виде термодинамического комплекса, состоящего из двух взаимно открытых подсистем — подсистемы осреднённого движения и подсистемы турбулентного хаоса, рассматриваемого, в свою очередь, как ансамбль вихрей различных пространственно-временных масштабов, позволило получить с помощью методов неравновесной термодинамики определяющие соотношения для турбулентных потоков и сил, которые наиболее полно описывают процессы переноса и структурирования.

В развитие работ (Колесниченко, 1985, 1998; Маров, Колесниченко, 2001) проведено построение гидродинамической модели стационарно-неравновесной турбулентности как процесса самоорганизации в открытой системе. Рассмотрение дополнительных случайных параметров среды, характеризующих возбуждённые макроскопические степени свободы сильно турбулизованного континуума, дало возможность при использовании постулата Пригожина (касающегося направления необратимых процессов, локализованных в пространстве конфигураций) термодинамически описать колмогоровский каскадный процесс и получить разнообразные кинетические уравнения Фоккера–Планка для функций распределения мелкомасштабных характеристик тур-

¹⁾ Как известно, принцип детального равновесия может нарушаться для систем, далёких от теплового равновесия; это, в частности, имеет место и для стационарно-неравновесного каскадного процесса образования вихревых структур.

булентности. Использование двух интерпретаций параметра Колмогорова как скорости диссипации кинетической энергии в тепло под влиянием молекулярной вязкости и, одновременно с этим, как скорости передачи энергии по каскаду вихрей позволило найти нелинейные определяющие соотношения и для этой величины, сделав тем самым термодинамическое моделирование турбулентности самодостаточным.

Более глубокое понимание феноменологии каскада Колмогорова, возможное на пути учёта большого числа статистически коррелированных стохастических процессов ξ (характеризующих вихревые пространственно-временные образования), служит, в первую очередь, решению задачи создания репрезентативных моделей сильно турбулизированных астрогеофизических сред и выполнения на их основе соответствующих численных экспериментов. Вместе с тем проведённый уже здесь упрощённый термодинамический анализ стационарной турбулентности и построенная на его основе адекватная макроскопическая модель позволяют расширить наши представления о свойствах открытых диссипативных гидродинамических систем, являющихся объектом изучения одного из важнейших и быстро развивающихся направлений нелинейной динамики, включающего в себя эволюцию хаотических движений и формирование упорядоченных диссипативных структур.

Двойственный характер необратимых процессов, приводящих и к беспорядку вблизи равновесия, и к упорядоченности вдали от равновесия, наглядно проявляется при анализе современных проблем турбулентности макромира во всём разнообразии пространственно-временных масштабов, от вопросов происхождения и нелинейной эволюции Вселенной, звёздной и планетной космогонии, до процессов в газовых оболочках небесных тел и формирования экосистем, в которых возможны каскады пространственно-временных конфигураций.

При таком подходе гораздо более ёмким и глубоким становится понятие энтропии. Процитируем в связи с этим небольшой фрагмент из книги (Пригожин, Стенгерс, 1994): «Ясно, что сказанное — не более чем начало, но оно очень существенно, поскольку иллюстрирует, сколь широкое поле исследований открывает перед нами понятие хаоса, т. е. конструктивной роли необратимости. Мы убеждены, что эти исследования приведут к новому облику науки, в центре которой будет находиться проблема становления. Но каково бы ни было будущее науки, один вывод ясен: без необратимых процессов невозможно описать окружающий нас мир».

Основной задачей настоящей работы было найти дополнительное подтверждение данному высказыванию на пути исследования стационарных турбулентных движений с использованием методов неравновесной термодинамики, показав теоретически возможность самоорганизации в такого рода открытых системах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 03-01-00032; 02-02-16165).

Список литературы

- (де Гроот, Мазур, 1964) *de Groot C., Mazur P.* Неравновесная термодинамика. — М.: Мир, 1964. — 456 с.
- (Браун, Рожко, 1974) *Brown G.L., Roshko A.* On density effects and large structures in turbulent mixing layers // *J. Fluid Mech.* 1974. V. 64. P. 775–816.
- (Блекейдер, 1955) *Blackadar A. K.* Extension of the laws of thermodynamics to turbulent system // *J. Meteorology.* 1955. V. 12. P. 165–175.
- (Бэтчелор, 1955) *Бэтчелор Дж.* Теория однородной турбулентности. — М.: ИЛ, 1955. — 197 с.
- (Колесниченко, 1998) *Колесниченко А. В.* Соотношения Стефана–Максвелла и поток тепла для турбулентных многокомпонентных сплошных сред // Проблемы современной механики (к юбилею Л.И. Седова) / Под ред. С.С. Григоряна. — М.: МГУ, 1998. С. 52–74.
- (Колесниченко, 1985) *Kolesnichenko A. V., Marov M. Ya.* Methods of nonequilibrium thermodynamics for description of multicomponent turbulent gas mixture // *Arch. Mech.* 1985. V. 37, № 1–2. P. 3–19.
- (Колесниченко, Маров, 1999) *Колесниченко А. В., Маров М. Я.* Турбулентность многокомпонентных сред. — М.: Наука, 1999. — 336 с.
- (Колмогоров, 1941) *Колмогоров А. Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // *ДАН СССР.* 1941. Т. 30. С. 299–303.
- (Колмогоров, 1962) *Колмогоров А. Н.* Уточнение представлений о локальной структуре турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при больших числах Рейнольдса // *Mecanique de la turbulence: Colloq. Intern. CNRS, Marseille, aout-sept. 1961.* — Paris, 1962. P. 447–458.
- (Кроу, Чампагне, 1971) *Crow S. C., Champagne F. H.* Orderly structures in jet turbulence // *J. Fluid Mech.* 1971. V. 48. P. 547–591.
- (Ландау, Лифшиц, 1988) *Ландау Л. Д., Лифшиц В. М.* Гидродинамика. — М.: Наука, 1988. — 733 с.
- (Маров, Колесниченко, 2001) *Marov M. Ya., Kolesnichenko A. V.* Mechanics of turbulence of multicomponent gases. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2001. — 375 с.
- (Миллионщиков, 1941) *Миллионщиков М. Д.* К теории однородной и изотропной турбулентности // *Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.* 1941. Т. 5, № 4–5. С. 433–446.
- (Монин, Яглом, 1992) *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Т. 1. — СПб.: Гидрометеиздат, 1992. — 694 с.
- (Монин, Яглом, 1996) *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Т. 2. — СПб.: Гидрометеиздат, 1996. — 742 с.
- (Мюнстер, 2002) *Мюнстер А.* Химическая термодинамика. — М.: Эдиториал УРСС, 2002. — 295 с.
- (Новиков, Стюарт, 1964) *Новиков Е. А., Стюарт Р. У.* Переमेжаемость турбулентности и спектр флуктуаций диссипации энергии // *Изв. АН СССР. Сер. геофиз.* 1964. № 3. С. 408–413.
- (Обухов, 1962) *Obukhov A. M.* Some specific features of atmospheric turbulence // *J. Fluid Mech.* 1962. V. 1. P. 77–81.
- (Обухов, 1941) *Обухов А. М.* О распределении энергии в спектре турбулентного потока // *Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.* 1941. Т. 5, № 4. С. 453–466.

- (Онзагер, 1949) *Onsager L.* Statistical hydrodynamics // *Nuovo Cimento* (Suppl.). 1949. V. 6. P. 279–287.
- (Пригожин, 1960) *Пригожин И.* Введение в термодинамику необратимых процессов. — М.: ИЛ, 1960. — 160 с.
- (Пригожин, Стенгерс, 1986) *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. — М.: Прогресс, 1986. — 310 с.
- (Пригожин, Стенгерс, 1994) *Пригожин И., Стенгерс И.* Время. Хаос. Квант. К решению парадокса времени. — М.: Изд. гр. Прогресс, 1994. — 240 с.
- (Пригожин, Кондепуди, 2002) *Пригожин И., Кондепуди Д.* Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. — М.: Мир, 2002. — 461 с.
- (Странные аттракторы..., 1981) Странные аттракторы / Под ред. Я. Г. Синай, Л. П. Шильникова. — М.: Мир, 1981.
- (Турбулентность..., 1980) Турбулентность: Принципы и применение / Под ред. У. Фроста и Т. Моулдена. — М.: Мир, 1980. — 535 с.
- (Фриш и др., 1978) *Frisch U., Sulem P. L., Nelkin M.* A simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence // *J. Fluid Mech.* 1978. V. 87. P. 719–736.
- (Фриш, 1998) *Фриш У.* Турбулентность. Наследие Колмогорова. — М.: Фазис, 1998. — 343 с.
- (Хакен, 1985) *Хакен Г.* Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. — М.: Мир, 1985. — 419 с.
- (Хакен, 1991) *Хакен Г.* Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. — М.: Мир, 1991. — 240 с.
- (Эбелинг и др., 2001) *Эбелинг В., Энгель А., Файстель Р.* Физика процессов эволюции. Синергетический подход. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 386 с.

ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ «ГАЗ–ТВЁРДЫЕ ЧАСТИЦЫ»

А. Ю. Вараксин

Институт высоких температур РАН, Москва

Введение

Турбулентные потоки воздуха, несущие твёрдые или жидкие частицы, широко распространены в природе (туманы, дожди, пылевые бури, лесные пожары, извержение вулканов и др.). Гетерогенные течения «газ — твёрдые частицы» находят применение также во многих отраслях деятельности человека (пневмотранспорт, абразивная обработка, пылеуловители различных типов, устройства термоподготовки угля, камеры сгорания тепловых двигателей, устройства термической обработки сыпучих материалов, теплообменники с гетерогенными рабочими телами и др.). Присутствие дисперсной примеси в потоках газовых сред даже при незначительной концентрации последней может приводить к нежелательным последствиям. Вследствие этого изучение такого рода течений и построение механики гетерогенных сред приобретает чрезвычайную актуальность.

К настоящему времени накоплен достаточно обширный теоретический и экспериментальный материал, посвящённый самым различным аспектам газодинамики и теплофизики течений газа с частицами. Несмотря на значительный интерес многочисленных групп исследователей во всём мире к изучению гетерогенных потоков и большое количество работ, имеющаяся на сегодняшний день теория многофазных турбулентных течений несовершенна. Вероятно, это обусловлено двумя обстоятельствами. Во-первых, теория однофазных турбулентных течений сплошных сред к настоящему времени далека от своего завершения. Во-вторых, добавление в турбулентный поток (и без того сложный) дисперсной примеси в виде частиц сильно осложняет картину течения. Прежде всего, это связано с большим разнообразием свойств частиц, которое приводит к реализации многочисленных режимов течения газозвеси. Варьирование концентрации частиц позволяет не только количественно изменять параметры исходного течения и движения частиц, но может приводить и к его качественной перестройке — переходу ламинарного режима течения в турбулентное, а также к обратному эффекту. Вследствие этого методы эксперимен-

тальных и теоретических исследований, используемые в классической механике однофазных сплошных сред, зачастую в принципе не могут применяться для изучения гетерогенных потоков. Имеющиеся экспериментальные данные часто носят отрывочный и противоречивый характер, а физические представления и развитые математические модели не могут быть признаны удовлетворительными. Сказанное выше сдерживает развитие механики гетерогенных сред. Несмотря на это, потребности практики и логика развития науки настойчиво требуют постоянного совершенствования теории гетерогенных течений.

В настоящей работе описаны основные характеристики гетерогенных потоков, а также рассмотрена предложенная классификация турбулентных двухфазных течений и особенности математического моделирования потоков газа с твёрдыми частицами.

1. Основные характеристики гетерогенных потоков

Гетерогенные течения обладают целым рядом собственных специфических характеристик помимо общих характеристик однофазных потоков. Специфические характеристики гетерогенных потоков можно условно разделить на интенсивные и экстенсивные физические величины. К интенсивным величинам относятся физические свойства частиц — размер (диаметр) d_p и физическая плотность ρ_p . В случае неизотермического течения большое значение приобретает теплоёмкость материала частицы C_{p_p} . Упомянутые выше свойства частиц характеризуют динамическую и тепловую инерционность дисперсной фазы.

Время динамической релаксации частиц. Динамическая инерционность частиц определяется временем их релаксации τ_p

$$\tau_p = \frac{\tau_{p0}}{C(\text{Re}_p)} = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu C(\text{Re}_p)}. \quad (1)$$

В выражении (1) τ_{p0} характеризует время динамической релаксации стоксовой частицы ($\text{Re}_p < 1$). Отметим, что инерционность стоксовой частицы зависит также от характеристик среды, в которой она движется. Так, выражение для τ_{p0} включает коэффициент динамической вязкости среды μ . Поправочная функция $C(\text{Re}_p)$ учитывает влияние сил инерции на время релаксации нестоксовой частицы. Таким образом, в случае движения нестоксовой частицы её инерционность зависит и от такого безразмерного комплекса, как число Рейнольдса частицы Re_p , вычисляемого по относительной скорости между фазами и по диаметру дисперсной примеси.

Время тепловой релаксации частиц. Тепловая инерционность частиц характеризуется временем их тепловой релаксации τ_t , определяемым соотношением

$$\tau_t = \frac{\tau_{t0}}{C_1(\text{Re}_p, \text{Pr})} = \frac{C_{p_p} \rho_p d_p^2}{12\lambda C_1(\text{Re}_p, \text{Pr})}. \quad (2)$$

В выражении (2) τ_{t0} характеризует время тепловой релаксации стоксовой частицы ($Re_p < 1$). Необходимо отметить, что тепловая инерционность стоксовой частицы (так же, как и динамическая инерционность) зависит не только от физических свойств и её теплоёмкости, но и от теплопроводности окружающего газа λ . Поправочная функция $C_1(Re_p, Pr)$ учитывает влияние конвекции на теплоперенос между нестоксовой частицей и окружающим её газом. Таким образом, тепловая инерционность нестоксовой частицы зависит также от относительной скорости между фазами, вязкости и теплоёмкости несущей сплошной среды.

Числа Стокса. Турбулентный поток характеризуется целым рядом пространственных и соответствующих им временных масштабов. Вследствие этого представляется целесообразным построение ряда безразмерных параметров — чисел Стокса, характеризующих инерционность частиц по отношению к тем или иным масштабам течения.

В случае движения частицы в потоке газа, где имеется градиент осреднённой скорости в продольном направлении (например, при течении в соплах, пограничном слое или вблизи обтекаемых тел), а также при разгоне частиц в потоке с постоянным значением осреднённой скорости, нужно учитывать инерционность частиц при анализе процесса релаксации осреднённых скоростей фаз. Для этого необходимо ввести число Стокса в осреднённом движении, которое запишем в следующем виде:

$$Stk_f = \frac{\tau_p}{T_f}, \quad (3)$$

где T_f — характерное время несущей фазы в осреднённом движении.

Параметром динамической инерционности частиц в крупномасштабном пульсационном движении является число Стокса

$$Stk_L = \frac{\tau_p}{T_L}, \quad (4)$$

где T_L — характерное время несущего газа в крупномасштабном пульсационном движении (временной лагранжев интегральный масштаб турбулентности).

Инерцию частиц в мелкомасштабном пульсационном движении также охарактеризуем числом Стокса, которое представим следующим образом:

$$Stk_K = \frac{\tau_p}{\tau_K}, \quad (5)$$

где τ_K — временной колмогоровский масштаб турбулентности.

Степень влияния столкновений частиц между собой на динамику дисперсной фазы может быть оценена путём определения «столкновительного» числа Стокса

$$Stk_c = \frac{\tau_p}{\tau_c}, \quad (6)$$

где τ_c — характерное время свободного пробега частиц между столкновениями.

Отметим, что при рассмотрении неизотермических гетерогенных потоков необходимо ввести соответствующие безразмерные параметры, характеризующие тепловую инерционность частиц по отношению к соответствующим характерным временным масштабам изменения температуры несущей турбулентной среды.

Концентрация частиц. Экстенсивной физической характеристикой гетерогенных потоков является концентрация частиц. Различают три концентрации дисперсной фазы — массовую, объёмную и счётную. Обычно локальную объёмную и массовую концентрацию частиц определяют как

$$\Phi = \frac{V_{p\Sigma}}{V_\Sigma} = \frac{V_{p\Sigma}}{V_g + V_{p\Sigma}}, \quad (7)$$

$$M = \frac{M_{p\Sigma}}{M_\Sigma} = \frac{M_{p\Sigma}}{M_g + M_{p\Sigma}}, \quad (8)$$

где $V_{p\Sigma}$, V_g , V_Σ — объёмы, занимаемые частицами и газом в элементарном объёме потока, и величина этого объёма; $M_{p\Sigma}$, M_g , M_Σ — масса частиц, масса газа в элементарном объёме потока и суммарная масса элементарного объёма гетерогенного потока.

При незначительном объёмном содержании частиц массовая доля дисперсной фазы может быть весьма существенной. В этом случае вместо (7) и (8) удобно пользоваться следующими приближёнными выражениями:

$$\Phi = \frac{V_{p\Sigma}}{V_g}, \quad (9)$$

$$M = \frac{M_{p\Sigma}}{M_g}. \quad (10)$$

Использование соотношений (9) и (10) приводит к очевидным выражениям, связывающим массовую M , объёмную Φ и счётную N концентрации частиц в виде

$$M = \frac{\Phi \rho_p}{\rho}, \quad (11)$$

$$\Phi = \frac{N \pi d_p^3}{6}, \quad (12)$$

где ρ — плотность несущего газа.

Приведённые выше основные характеристики гетерогенных потоков будут использованы для построения классификации турбулентных течений газа с твёрдыми частицами.

2. Классификация гетерогенных турбулентных потоков

К настоящему времени не создано универсальной классификации турбулентных гетерогенных потоков. Как отмечалось выше, наличие многочисленных режимов течения газозвеси, определяемых как параметрами несущего газа, так и параметрами самих частиц, существенно осложняет использование классической теории моделирования и делает невозможным систематизацию и обобщение получаемых исследователями результатов. Попытки систематизации гетерогенных потоков путём определения границ применимости различных расчётных моделей, а также составлением схем режимов течений, поиском одного универсального параметра, определяющего вид течения, не увенчались успехом, а полученные классификации вряд ли можно считать полными. Тем не менее, потребность в классификации такого рода течений чрезвычайно велика.

В настоящей работе для определения вида (типа) гетерогенного потока предлагается использовать совокупность классификаций двухфазных течений по объёмной концентрации («столкновительному» числу Стокса) и числам Стокса в осреднённом, крупномасштабном и мелкомасштабном пульсационных движениях [1]. Представляется, что только таким образом можно заранее оценить наличие и интенсивность определяющих межфазных взаимодействий и обменных процессов.

На рис. 1 приведены качественно возможные разновидности течений с частицами в зависимости от объёмной концентрации [2]. При незначительной объёмной концентрации дисперсной примеси ($\Phi \leq 10^{-6}$) её осреднённое по времени воздействие на течение несущей среды пренебрежимо мало. В гетерогенных потоках этого типа наиболее значимым взаимодействием является влияние несущей фазы на взвешенные частицы, полностью определяющее все их характеристики (осреднённую и пульсационную скорости и температуры, локальную концентрацию и др.). При возрастании объёмного содержания ($10^{-6} < \Phi \leq 10^{-3}$) дисперсная примесь в свою очередь начинает оказывать обратное воздействие на несущую среду. Гетерогенные течения этих двух типов часто называют слабозапыленными потоками. В сильнозапыленном потоке ($\Phi > 10^{-3}$) в дополнение к уже описанным взаимодействиям между взвешенными частицами и несущей фазой добавляется интенсивное взаимодействие частиц между собой.

Табл. 1 даёт представление о видах турбулентных потоков в зависимости от величин чисел Стокса в осреднённом движении, в крупномасштабном и мелкомасштабном пульсационных движениях. Отметим, что по аналогии с другими флуктуирующими в турбулентном потоке параметрами мгновенное (актуальное) значение числа Рейнольдса частицы $\widetilde{Re}_p$ также рассматривается состоящим из осреднённого

Таблица 1. Классификация турбулентных гетерогенных потоков по числам Стокса (цифрами обозначены следующие виды течений: 1 — равновесное течение; 2 — квазиравновесное течение; 3 — неравновесное течение; 4 — течение с крупными частицами; 5 — обтекание неподвижной «замороженной» частицы)

Вид течения	Перенос импульса				Перенос теплоты	
	Числа Стокса	Числа Рейнольдса	Скорости частиц	Характерные времена	Температуры частиц	
1	$Stk_f \rightarrow 0$ $Stk_L \rightarrow 0$ $Stk_K \cong O(1)$	$Re_p = 0$ $\sqrt{(Re_p^{t^2})} = 0$	$V = U$ $\sqrt{(v^{t^2})} = \sqrt{(u^{t^2})}$	$\tau_p \rightarrow 0$	$T_p = T$ $\sqrt{(t_p^{t^2})} = \sqrt{(t^{t^2})}$	
2	$Stk_f \rightarrow 0$ $Stk_L \cong O(1)$ $Stk_K \cong O(1)$	$Re_p = 0$ $\sqrt{(Re_p^{t^2})} \neq 0$	$V = U$ $\sqrt{(v^{t^2})} \neq \sqrt{(u^{t^2})}$	$\tau_p / T_f \rightarrow 0$	$T_p = T$ $\sqrt{(t_p^{t^2})} \neq \sqrt{(t^{t^2})}$	
3	$Stk_f \cong O(1)$ $Stk_L \cong O(1)$ $Stk_K \rightarrow \infty$	$Re_p \neq 0$ $\sqrt{(Re_p^{t^2})} \neq 0$	$V \neq U$ $\sqrt{(v^{t^2})} \neq \sqrt{(u^{t^2})}$	$\tau_p \cong O(T_L)$ $\tau_p \cong O(T_f)$	$T_p \neq T$ $\sqrt{(t_p^{t^2})} \neq \sqrt{(t^{t^2})}$	
4	$Stk_f \cong O(1)$ $Stk_L \rightarrow \infty$ $Stk_K \rightarrow \infty$	$Re_p \neq 0$ $\sqrt{(Re_p^{t^2})} = \sqrt{(u^{t^2})} d_p / \nu$	$V \neq U$ $\sqrt{(v^{t^2})} = 0$	$\tau_p / T_L \rightarrow \infty$	$T_p \neq T$ $\sqrt{(t_p^{t^2})} = 0$	
5	$Stk_f \rightarrow \infty$ $Stk_L \rightarrow \infty$ $Stk_K \rightarrow \infty$	$Re_p = U d_p / \nu$ $\sqrt{(Re_p^{t^2})} = \sqrt{(u^{t^2})} d_p / \nu$	$V = 0$ $\sqrt{(v^{t^2})} = 0$	$\tau_p \rightarrow \infty$	$T_p = 0$ $\sqrt{(t_p^{t^2})} = 0$	

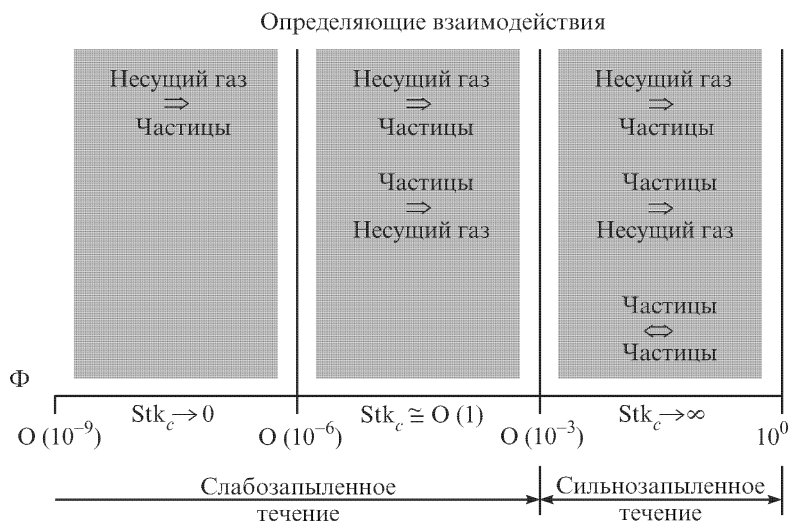


Рис. 1. Классификация гетерогенных потоков по объёмной концентрации частиц («столкновительному» числу Стокса)

(постоянного во времени) числа Рейнольдса Re_p и его пульсационной (переменной во времени) составляющей Re'_p : $Re_p(\tau) = Re_p + Re'_p$.

Следует заметить, что знак « $\approx$ » в табл. 1 носит достаточно условный характер, так как инерционные частицы не могут полностью отслеживать ни осреднённого, ни тем более пульсационного движения газа. Поэтому для корректности можно положить, что частицей, полностью отслеживающей осреднённое (пульсационное) движение газа, является частица, осреднённая и пульсационная скорости которой отличаются не более, чем на 1 % от соответствующих скоростей несущей фазы. Аналогичным образом надо поступать и при рассмотрении процессов переноса теплоты.

Предложенная классификация турбулентных гетерогенных потоков носит достаточно универсальный характер. Во-первых, она охватывает весь диапазон концентраций частиц: от случая движения одиночных частиц, когда их присутствие не оказывает влияния на характеристики течения несущего газа, до движения плотных множеств частиц, когда занимаемое дисперсной фазой пространство сравнимо с объёмом, занимаемым газом. Во-вторых, классификация охватывает весь диапазон инерционности частиц: от мельчайших частиц, размер которых соизмерим с размером молекул несущего газа, до громадных неподвижных частиц. Вследствие сказанного выше, данная классификация частиц не может быть расширена, а может быть только уточнена.

Следует отметить, что развиваемые в механике гетерогенных сред теоретические подходы, физические и математические модели могут

быть использованы в силу отмеченной во введении специфики такого рода потоков, по-видимому, только в определённом достаточно узком диапазоне концентраций и инерционности частиц. Вследствие этого развитая классификация гетерогенных потоков имеет большое методологическое и прогностическое значение, позволяя определять как «ячейки» — классы потоков — для которых могут быть приемлемы имеющиеся на сегодняшний день подходы, так и те ячейки, для которых подобные подходы ещё необходимо развивать.

3. Особенности моделирования гетерогенных потоков

В изучении характеристик движения дисперсной примеси в виде твёрдых частиц и её обратного влияния на характеристики турбулентности несущей сплошной среды большую роль играют методы математического моделирования. Многочисленные режимы течения газозвеси, попытка классификации которых приведена выше, привели к созданию значительного количества математических моделей. При построении моделей гетерогенных течений самых разнообразных классов исследователи всегда стоят перед выбором. С одной стороны, необходимо учесть как можно больше проистекающих в гетерогенных потоках физических процессов, что зачастую приводит к чрезмерному усложнению математической формализации рассматриваемых явлений. С другой стороны, детализация большого количества процессов, информация о каждом из которых в отдельности не всегда является бесспорной, может приводить к уменьшению достоверности создаваемой модели.

Ниже будут описаны имеющиеся на данный момент возможности математического моделирования гетерогенных потоков и рассмотрены особенности моделирования различных классов течений.

Всё разнообразие существующих на сегодняшний день математических моделей гетерогенных потоков можно разбить на два больших класса (типа). Модели первого класса описывают движение несущей газовой фазы и движение множества взвешенных частиц, основываясь на эйлеровом континуальном представлении. К другому типу моделей относятся модели, основанные на эйлерово-лагранжевом описании движения гетерогенной среды, а именно: уравнения движения газовой фазы решаются в эйлеровой постановке, в то время как движение частиц описывается лагранжевыми уравнениями, которые интегрируются вдоль их траекторий.

Понятно, что попытки адекватного описания всего многообразия гетерогенных потоков с использованием моделей обоих упомянутых выше типов вряд ли оправданы. Вследствие этого для определённых классов течений, характеризующихся, прежде всего, концентрацией дисперсной примеси и её инерционностью (см. рис. 1 и табл. 1) необходимо отдавать предпочтение моделям какого-либо одного типа.

Рассмотрим вкратце преимущества и ограничения эйлеровых (двухжидкостных) и эйлерово-лагранжевых моделей описания движения потоков газа с твёрдыми частицами [3–5].

Преимуществом двухжидкостных моделей является использование похожих уравнений для описания движения газовой и дисперсной фаз. Это позволяет использовать большой опыт моделирования однофазных турбулентных течений и применять одни и те же численные методы решения всей системы уравнений. К недостаткам моделей данного типа можно отнести некоторую «потерю» информации о движении отдельных частиц, а также сложности в постановке граничных условий для дисперсной фазы на ограничивающих течение поверхностях.

Теперь несколько слов об эйлерово-лагранжевых моделях. Преимуществом данных моделей является получение детальной статистической информации о движении отдельных частиц в результате интегрирования уравнений движения (теплообмена) частиц в известном (предварительно рассчитанном) поле скоростей (температур) несущего газа.

Однако с увеличением концентрации дисперсной фазы возникают сложности в использовании эйлерово-лагранжевых моделей. Можно выделить два обстоятельства. Во-первых, рост концентрации приводит к обратному влиянию частиц на параметры несущего газа, и расчёты приходится выполнять в несколько итераций, что осложняет вычислительную процедуру. Во-вторых, с увеличением концентрации возрастает вероятность столкновений частиц между собой, что ведёт к запутанности их траекторий. С уменьшением размера частиц использование траекторных методов для расчёта их движения также осложняется. Это связано с тем, что для получения корректной информации об осреднённых характеристиках дисперсной фазы необходим учёт взаимодействия частиц с турбулентными вихрями несущего газа всё меньших и меньших размеров. Отмеченное обстоятельство тоже сильно осложняет процесс вычислений.

Существуют два граничных класса течений (см. рис. 1 и табл. 1), а именно: течения с частицами, обладающими предельно малой инерционностью (случай равновесного течения) и течения с предельно малой концентрацией дисперсной фазы (режим одиночных частиц, когда их присутствие не оказывает влияния на течение несущего газа). Указанные классы течений позволяют использовать упрощённые математические модели — односкоростную однотемпературную диффузионную (эйлеров подход) для малоинерционных частиц и приближение одиночной частицы (лагранжев подход) для слабоконцентрированного течения.

С ростом концентрации и инерционности частиц выбор между двумя типами моделей гетерогенных потоков является непростой задачей. Таким образом, самыми сложными для математического моделирования являются «средние» классы течений. Согласно принятой классификации (см. рис. 1 и табл. 1), такими течениями являются неравновесные потоки и потоки с крупными частицами при умеренных значениях объёмных концентраций дисперсной фазы, когда присутствие частиц

оказывает влияние на все без исключения характеристики несущего газа.

Рассмотрение особенностей моделирования такого специфического класса течений как обтекание неподвижной «замороженной» частицы (см. табл. 1), своеобразным аналогом которого является обтекание однофазной жидкостью (газом) пучков труб в теплообменниках, выходит за пределы настоящей работы.

Применение континуального описания движения частиц. При попытке использования двухжидкостных моделей прежде всего возникает вопрос о возможности описания движения множества частиц методами динамики сплошной среды [6]. Континуальное описание для ансамбля частиц осуществимо в том случае, когда можно указать геометрический масштаб, который, с одной стороны, пренебрежимо мал по сравнению с масштабом изменения параметров течения, а, с другой стороны, достаточно велик, чтобы содержать значительное количество частиц, допускающее корректное определение их осреднённых параметров [7].

Сделаем простейшие оценки, позволяющие определить подобный геометрический масштаб для гетерогенного течения с частицами диаметра d_p и объёмной концентрацией Φ . Для этого рассмотрим элемент течения в виде куба с ребром a , в котором содержится N_p частиц. Выражение для объёмной концентрации частиц запишем в следующем виде:

$$\Phi = \frac{\pi d_p^3 N_p}{6a^3}. \quad (13)$$

Используя (13), найдём формулу для отношения ребра куба к диаметру частиц

$$\frac{a}{d_p} = \sqrt[3]{\frac{\pi N_p}{6\Phi}}. \quad (14)$$

Соотношение (14) позволяет найти зависимости относительного размера ребра куба, содержащего N_p частиц, от величины объёмной концентрации дисперсной фазы. Понятно, что уменьшение количества частиц в рассматриваемом объёме ведёт к росту относительной пульсации распределённой плотности дисперсной фазы. Данная характеристика достигает величины нескольких процентов при $N_p = 100$. Если указанная погрешность в определении плотности частиц является неудовлетворительной, то на масштабах, сравнимых с a или меньших, множество частиц нельзя считать континуумом. В этом случае их движение не может быть описано методами динамики сплошной среды.

Расчёты по формуле (14) показывают, что величина масштаба a возрастает с уменьшением объёмной концентрации частиц и ростом размера частиц. Например, для частиц диаметром 50 мкм ($\Phi = 10^{-3}$) масштаб равен $a \cong 1,9$ мм, а для частиц 100 мкм ($\Phi = 10^{-4}$) масштаб составляет $a \cong 8$ мм.

Таким образом, с ростом концентрации частиц и уменьшением их инерционности использование континуального эйлерового представления для описания динамики дисперсной примеси оказывается предпочтительным.

Работа выполнена при поддержке 6-го конкурса-экспертизы научных проектов молодых учёных РАН по фундаментальным и прикладным исследованиям (проект № 81).

Список литературы

1. *Вараксин А. Ю.* Турбулентные течения газа с твёрдыми частицами. — М.: Физматлит, 2002.
2. *Elghobashi S.* Particle-laden turbulent flows: direct simulation and closure models // *Appl. Sci. Res.* 1991. V. 48. P. 301–314.
3. *Волков Э. П., Зайчик Л. И., Першуков В. А.* Моделирование горения твёрдого топлива. — М.: Наука, 1994. — 320 с.
4. *Зайчик Л. И., Першуков В. А.* Проблемы моделирования газодисперсных турбулентных течений с горением или фазовыми переходами (обзор) // *Изв. РАН. МЖГ.* 1996. № 5. С. 3–19.
5. *Lain S., Kohnen G.* Comparison between Eulerian and Lagrangian strategies for the dispersed phase in nonuniform turbulent particle-laden flows // *Turbulence and Shear Flow Phenomena — 1: First Int. Symp.* Santa Barbara. California. USA. 1999. P. 277–282.
6. *Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П.* Турбулентные течения газозвеси. — Киев: Наукова думка, 1987. — 239 с.
7. *Брэдишу П., Себеси Т., Фернгольц Г.-Г. и др.* Турбулентность. — М.: Машиностр., 1980. — 344 с.

ДИСКРЕТНЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ТОЧНАЯ КОНСЕРВАТИВНОСТЬ

В. В. Веденяпин, С. А. Амосов, С. З. Аджиев

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

1. Введение

Уравнение Больцмана является основным уравнением в кинетической теории газов. Очень часто для моделирования тех или иных физических процессов в газах используют различные дискретные аналоги этого уравнения. Один из таких аналогов, активно изучаемых в последние годы, — дискретные модели уравнения Больцмана.

Эти объекты привлекли пристальное внимание исследователей в период бурного развития вычислительной техники в 70-х годах XX в. Однако уже Максвелл и Больцман использовали эти модели для пояснения свойств самого уравнения Больцмана, для анализа природы Н-теоремы, характера сходимости к равновесию и других фундаментальных вопросов. Например, в работе 1872 г. [1] Больцман посвящает 1-ю главу уравнению, которое мы сегодня назвали бы пространственно-однородным уравнением Больцмана, с зависимостью функции распределения только от модуля скорости (от квадрата скорости или энергии, которую он называет «живой силой»). Именно для этого уравнения Больцман доказывает Н-теорему, но комментатор называет его «уравнением Больцмана».

Вторая глава называется «Замена интегралов суммами» — именно там появляются две простейшие дискретные модели уравнения Больцмана. Одна из них похожа на трёхскоростную модель, которую мы бы назвали сейчас моделью Годунова–Султангазина [2] или одномерной моделью Бродуэлла. Отличие имеется как в форме коэффициентов уравнения, так и в форме Н-функции.

Было бы интересно максимально обобщить рассматриваемый класс моделей, допускающих обобщённые Н-функции. Такая работа проводилась, насколько нам известно, только для обычной формы Н-функции [3]. Эта глава замечательно проста, и два исследователя её внимательно прочитали. Один из них — М. Планк — получил за «внимательное прочтение» Нобелевскую премию, введя квантование энергии; другой внимательный читатель — А. Эйнштейн — также удостоился Нобелевской премии, распространив идеи Больцмана и Планка на излучение (тогда были введены так называемые коэффициенты Эйнштейна).

Наконец, в третьей главе появляется то, что мы сейчас называем уравнением Больцмана, но Больцман — это ясно видно — отдаёт его Максвеллу и сетует на то, что не может продвинуться дальше Максвелла на пути вычисления коэффициентов диффузии и теплопроводности, останавливаясь на случае «максвелловских молекул» — потенциале взаимодействия с зависимостью по обратной четвёртой степени от расстояния. Отчётливо видно, что Больцман прав, признавая своё отставание от Максвелла в математике вычислений — Максвелл гораздо свободнее оперирует со сферическими гармониками, свойства которых он специально исследовал.

Дискретные модели наследуют многие важнейшие свойства уравнения Больцмана. В частности, для дискретных моделей, равно как и для уравнения Больцмана, имеет место Н-теорема [1–4]. Н-теорема послужила в своё время математическим обоснованием Второго начала термодинамики. Важность этой теоремы состоит в том, что она показывает необратимость (по параметру эволюции — времени) уравнения Больцмана. В работе [5] доказана единственность Н-функции для уравнения Больцмана, что в то же время даёт различные классификационные теоремы для сохраняющихся функционалов и позволяет уверенно оперировать понятиями консервативность, полная консервативность и точная консервативность в дальнейшем.

Теорема об аппроксимации интеграла столкновений уравнения Больцмана бесконечной дискретной моделью в трёхмерном случае получена Бобылёвым, Шнайдером и Пальчевским [6]. Её доказательство существенно опирается на теоретико-числовые результаты об асимптотическом распределении целых точек на сфере большого радиуса — используются даже последние результаты Иванца [7]. Фактически указанная теорема обосновывает применимость дискретных моделей при получении приближённых результатов для уравнения Больцмана, хотя слишком большое число скоростей в практике вычислений на ЭВМ взять трудно из-за необходимости принимать в расчёт и пространственные координаты. Поэтому весьма важно строить аккуратные модели для малого количества скоростей; здесь современное состояние вопроса будет продемонстрировано для случая смесей двух газов с различными молекулярными массами. Кроме того, остаётся вопрос об аппроксимации с помощью конечных, а не бесконечных моделей — вопрос не праздный, как показывает одномерный случай для смесей.

Дискретные модели для газовых смесей очень актуальны и широко обсуждаются в современных публикациях. Однако часто при переходе от уравнения Больцмана к дискретной модели возникают артефакты дискретизации, отсутствовавшие в изначальной континуальной постановке. Например, в модели газа возникают несколько групп частиц, для каждой из которых сохраняется суммарная энергия. Таким образом, мы имеем дело с сохраняющимися величинами, не имеющими реальных физических аналогов. Некоторые «лишние» (spurious) инварианты, такие как энергия каждой компоненты или энергия отдельной группы частиц, мешают построению хороших моделей, что в свою очередь влечёт неправильность получающейся гидродинамики.

Действительно, каждый лишний инвариант даст даже в уравнениях нулевого порядка (уравнениях без вязкости типа Эйлера) некоторую новую функцию (кроме стандартных плотности, компонент скоростей и температуры), которая войдёт в систему уравнений. В следующем порядке появляются вязкие члены — этот метод традиционно называется методом Чэпмена–Энскога, хотя он фактически придуман Максвеллом, но реализован только для максвелловских молекул. Чэпмен и Энског распространили данный метод на другие потенциалы, пользуясь решением Максвелла и давая приближённую поправку к этому решению. Здесь имеются трудности, так как функция распределения в методе Максвелла–Чэпмена–Энскога не является положительной, и очень желателен метод, свободный от этого недостатка.

Для плоского и трёхмерного случаев лишь недавно были предложены первые дискретные модели без лишних инвариантов, а также алгоритм построения таких моделей [10–18]. Этот алгоритм позволяет построить сколь угодно большое число различных дискретных моделей (см. теорему п. 5). Однако в одномерном случае ситуация оказалась прямо противоположной: для двухкомпонентной смеси известна лишь одна конечная модель [13, 14] для отношения масс 3, а также установлены аппроксимирующие свойства модели с бесконечным количеством точек (см. теорему п. 3).

2. Основные определения

В работе рассматриваются дискретные модели, описывающие эволюцию функций распределения для смеси частиц нескольких видов с массами $m_1, \dots, m_r$ в пространственно-временном континууме $\mathbf{R}^{d+1}$. Здесь r есть число видов (компонент смеси). Размерность пространства импульсов равна d . Допустимые импульсы частиц расположены в узлах некоторой целочисленной решётки, так что импульсы частиц ξ -й компоненты ($\xi = 1, \dots, r$) могут принадлежать дискретному набору $p_1^\xi, p_2^\xi, \dots, p_{N_\xi}^\xi \in \mathbb{Z}^d$. Полное количество дискретных импульсов модели равно

$$\sum_{\xi=1}^r N_\xi = N.$$

Будем говорить, что имеет место столкновение частиц вида

$$p_i^\alpha, p_j^\beta \leftrightarrow p_k^\alpha, p_l^\beta,$$

если их импульсы удовлетворяют следующим условиям сохранения:

$$\begin{cases} p_i^\alpha + p_j^\beta = p_k^\alpha + p_l^\beta, \\ E(|p_i^\alpha|^2, m_\alpha) + E(|p_j^\beta|^2, m_\beta) = E(|p_k^\alpha|^2, m_\alpha) + E(|p_l^\beta|^2, m_\beta). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь α, β — из множества $1, \dots, r$; i, k — из множества $1, 2, \dots, N_\alpha$; j, l — из множества $1, 2, \dots, N_\beta$.

Каждому имеющему место столкновению сопоставим некоторое положительное сечение $\sigma(p_i^\alpha, p_j^\beta \leftrightarrow p_k^\alpha, p_l^\beta)$, обозначаемое далее $\sigma_{\beta(jl)}^{\alpha(ik)}$. Сечения столкновений удовлетворяют следующим условиям симметрии:

$$\sigma_{\beta(jl)}^{\alpha(ik)} = \sigma_{\beta(lj)}^{\alpha(ki)} = \sigma_{\alpha(ik)}^{\beta(jl)} > 0. \quad (2)$$

Для классического случая функция энергии определяется как

$$E(|p|^2, m) = \frac{|p|^2}{2m}.$$

N -импульсной дискретной моделью уравнения типа Больцмана для r -компонентной смеси будем называть следующую систему из N уравнений:

$$\frac{df_i^\xi}{dt} = \sum_{\varsigma=1, \dots, r} \left\{ \sum_{j, k, l: \sigma_{\varsigma(jl)}^{\xi(ik)} > 0} \sigma_{\varsigma(jl)}^{\xi(ik)} \left(f_k^\xi f_l^\varsigma - f_i^\xi f_j^\varsigma \right) \right\}, \quad (3)$$

где $\xi = 1, \dots, r$; $i = 1, 2, \dots, N_\xi$; время $t > 0$. Здесь $f_i^\xi(t) \geq 0$ есть функция распределения частиц, описывающая эволюцию числа частиц ξ -го вида с импульсом p_i^ξ . Суммирование в правой части системы проводится по всем столкновениям, как смешанным, так и между частицами одного вида, удовлетворяющим условиям (1).

3. Одномерные модели и теорема о слабой аппроксимации

Уравнение Больцмана для смесей в одномерном случае обладает одним замечательным свойством — в его интеграл столкновений входят только смешанные столкновения (столкновения частиц разного вида). Вклад однородных реакций в интеграл столкновений равен нулю. Это связано с тем, что для частиц одного вида при $d = 1$ условия сохранения вида (1) допускают только тривиальные решения, когда импульсы сталкивающихся частиц в результате столкновения не изменяются.

Рассмотрим бесконечную дискретную модель для r -компонентной смеси. Пусть дискретные импульсы каждой компоненты смеси лежат в точках nh , $n \in \mathbb{Z}$, $h \in \mathbb{R}$ (равномерная решётка, изоморфная целочисленной).

Нетривиальные решения условий сохранения вида (1) при $\alpha \neq \beta$ выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} p_k^\alpha = p_i^\alpha \left(\frac{m_\alpha - m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \right) + p_j^\beta \left(\frac{2m_\alpha}{m_\alpha + m_\beta} \right), \\ p_l^\beta = p_i^\alpha \left(\frac{2m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \right) - p_j^\beta \left(\frac{m_\alpha - m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \right). \end{cases} \quad (4)$$

В одномерном случае непрерывный интеграл столкновений имеет вид

$$Q_{\alpha\beta}[F_\alpha, F_\beta](p) = \int_R dq |u| \sigma_{\alpha\beta} \left(\frac{\mu |u^2|}{2} \right) [F_\alpha(p') F_\beta(q') - F_\alpha(p) F_\beta(q)].$$

Здесь $u = p/m_\alpha - q/m_\beta$ — относительная скорость сталкивающихся частиц, $\mu = \frac{m_\alpha m_\beta}{m_\alpha + m_\beta}$ — приведённая масса, p' и q' — импульсы частиц после столкновения (они определяются по формулам, аналогичным формуле (4), с непрерывными импульсами), $\sigma_{\alpha\beta} > 0$ — сечение столкновения, зависящее от относительной скорости и приведённой массы.

Рассмотрим функционал S_h следующего вида — дискретный аналог интеграла столкновений:

$$\begin{aligned} S_h[F_\alpha, F_\beta](\varphi) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h \varphi(nh) \sum_{c=-\infty}^{+\infty} \left| \frac{n}{m_\alpha} - \frac{cq - n}{m_\beta} \right| \sigma_{\alpha\beta} \times \\ &\times \left(\frac{m_\alpha m_\beta}{2(m_\alpha + m_\beta)} \left| \frac{n}{m_\alpha} - \frac{cq - n}{m_\beta} \right|^2 \right) \times \\ &\times [F_\alpha(cph + (cq - n)h) F_\beta(nh + cph) - F_\alpha(nh) F_\beta((cq - n)h)]. \end{aligned}$$

Для этого функционала справедлива следующая теорема (слабый одномерный вариант теоремы об аппроксимации, ср.[6], [10]).

Теорема (о слабой аппроксимации). Пусть $\varphi(p)$, $F_\alpha(p)$, $F_\beta(p)$ — непрерывные функции, причём $\varphi(p)$ растёт не быстрее полинома, а $F_\alpha(p)$, $F_\beta(p)$ — не быстрее максвелловского распределения. Тогда интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(p) Q_{\alpha\beta}[F_\alpha, F_\beta](p) dp$$

существует и конечен, и

$$S_h[F_\alpha, F_\beta](\varphi) \xrightarrow{h \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(p) Q_{\alpha\beta}[F_\alpha, F_\beta](p) dp.$$

Действительно, сумма в левой части есть интегральная сумма для интеграла в правой части. Точки, по которым проводится суммирование, равномерно и плотно заполняют ось $\mathbb{R}$.

Будем называть введённый функционал S_h слабым дискретным аналогом интеграла столкновений. Несмотря на то, что он существует, правильных одномерных моделей пока немного — построена только одна модель [13, 14] для отношения масс $m_1/m_2 = 3$, и, скорее всего, она единственна.

4. Инвариантные функционалы и точная консервативность

Линейный функционал вида

$$I = \sum_{\xi=1, \dots, r} \sum_{i=1, \dots, N_\xi} \mu_i^\xi f_i^\xi, \quad \text{где } \mu_i^\xi \in \mathbb{R},$$

будем называть инвариантом дискретной модели (3), если он сохраняется в силу системы (3).

Из множества различных дискретных моделей вида (3) мы хотели бы выделить подмножество моделей, пространство инвариантных функционалов которых допускает адекватную физическую интерпретацию. Главной задачей здесь является построение дискретных моделей, имеющих правильное число инвариантов (в точности $r + d + 1$ инвариантов, а именно r законов сохранения числа частиц, d компонент суммарного импульса и скалярный интеграл энергии). Именно таким количеством инвариантов обладает континуальное уравнение Больцмана для r -компонентной смеси в d -мерном пространстве. Модели с правильным $(r + d + 1)$ количеством инвариантов называются точно консервативными.

Подход, связанный со стремлением к построению дискретных моделей без лишних инвариантов (нормальных моделей), идеологически продолжает собою выдвинутый А.А. Самарским и Ю.П. Поповым принцип полной консервативности, развиваемый в теории разностных схем [8, 9]. Схемы, наследующие законы сохранения исходной континуальной задачи, называются консервативными (полностью консервативными). В русле этой терминологии было бы естественно называть дискретные модели с правильным числом инвариантов точно консервативными. Понятие точной консервативности равносильно понятию нормальности, предложенному К. Черчиньяни [10].

Ниже мы покажем, что множество моделей со свойством точной консервативности достаточно богато, если $d > 1$ и для любого соизмеримого отношения масс существует счётное число таких моделей. Но прежде мы рассмотрим одномерный случай и выделим инвариант, оказывающийся лишним в большинстве одномерных моделей (п. 6).

5. Аддитивные инварианты одномерного уравнения Больцмана для двухкомпонентной смеси

Пусть $\varphi(p)$ и $\psi(q)$ — функции класса C^2 . Укажем все случаи, когда они дают инвариант одномерного уравнения Больцмана, т.е. найдём все решения для следующего уравнения:

$$\varphi(p') + \Psi(q') = \varphi(p) + \Psi(q) \quad (5)$$

при условии

$$\begin{cases} p' = q + \delta(p + q), \\ q' = p - \delta(p + q), \end{cases} \quad (6)$$

где $\delta = \frac{m_\alpha - m_\beta}{m_\alpha + m_\beta}$.

Пусть $m_\alpha > m_\beta$, тогда $0 < \delta < 1$.

Подставляя (6) в (5), получаем

$$\varphi(q + \delta(p + q)) + \psi(p - \delta(p + q)) = \varphi(p) + \psi(q). \quad (7)$$

Дифференцируя полученное уравнение оператором

$$\left[\left((1 + \delta) \frac{\partial}{\partial p} - \delta \frac{\partial}{\partial q} \right) \right] \frac{\partial}{\partial p},$$

имеем $(1 - \delta)\psi''(p - \delta(p + q)) = (1 + \delta)\varphi''(p)$. Отсюда следует, что $\varphi(p)$ и $\psi(q)$ являются полиномами степени не выше двух. Это соответствует следующим линейно независимым аддитивным законам сохранения:

1. $\varphi(p) = \alpha_1 p$, $\psi(q) = \alpha_2 q$, где α_1 и α_2 любые, что соответствует законам сохранения числа частиц для каждого из двух видов;

2. $\varphi(p) = \beta_1 p^2$, $\psi(q) = \beta_2 q^2$, где $\beta_1 = \beta_2$, что соответствует закону сохранения импульса;

3. $\varphi(p) = \gamma_1 p^2$, $\psi(q) = \gamma_2 q^2$, где $\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{1 + \delta}{1 - \delta} = \frac{m_\beta}{m_\alpha}$, что соответствует закону сохранения энергии.

Итак, нами доказана следующая теорема.

Теорема. У одномерного уравнения Больцмана для двухкомпонентной смеси имеется ровно 4 закона сохранения (инварианта), а именно, два закона сохранения числа частиц (для каждого вида), закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

Эта теорема является аналогом классической теоремы об аддитивных инвариантах столкновений для трёхмерного уравнения Больцмана [19, 20].

6. Лишний инвариант для одномерных моделей

В этом параграфе мы укажем инвариант, определяемый функциями вида $\varphi(p) = D(-1)^p$, $\psi(q) = F(-1)^q$, для одномерной дискретной модели для двухкомпонентной смеси с произвольным рациональным

отношением масс, заданной на одномерной решётке счётным (все целочисленные импульсы) или достаточно большим конечным (все целочисленные импульсы внутри отрезка, симметричного относительно нуля) набором значений импульсов лёгких и тяжёлых частиц.

Представим δ в виде несократимой дроби $\delta = r/l$. Тогда $p = l\omega - q$, где $\omega = (p + q)/l$ — целое число.

Подставим это выражение в (7) для таких p и q , для которых в рассматриваемой модели существует столкновение частиц масс m_α и m_β с импульсами p и q соответственно

$$\varphi(q + r\omega) + \psi((l - r)\omega - q) = \varphi(l\omega - q) + \psi(q).$$

Элементарное рассмотрение даёт, что если

1. l — чётное, то функции $\varphi(p) = D(-1)^p$, $\psi(q) = -D(-1)^q$, где $D \neq 0$, дают инвариант;

2. l — нечётное, r — чётное, то функции $\varphi(p) = D(-1)^p$, $\psi(q) = -D(-1)^q$, где $D \neq 0$, дают инвариант;

3. l и r — нечётные числа, то функции $\varphi(p) = D(-1)^p$, $\psi(q) = F(-1)^q$, где D и F одновременно не равны нулю, дают инвариант.

Построенный инвариант для одномерных дискретных моделей во многих случаях является лишним. Иными словами, он не может быть интерпретирован как один из перечисленных законов сохранения исходного уравнения Больцмана.

7. Классы моделей со свойством точной консервативности

До конца прошлого века для газовых смесей были известны лишь тривиальные модели — модели, все дискретные импульсы которых были равны по абсолютной величине. В этих моделях закон сохранения энергии совпадал с законом сохранения числа частиц. Попытки построения нетривиальных моделей с правильным числом инвариантов для смесей были предприняты А.В. Бобылёвым и К. Черчиньяни в 1998 г. в работе [10]. Однако, как было указано В.В. Веденяпиным и Ю.Н. Орловым в [11], предложенные Бобылёвым и Черчиньяни модели всё же обладали лишними инвариантами. Тем не менее, упомянутая работа Бобылёва и Черчиньяни сыграла важную роль в развитии теории дискретных моделей, поскольку именно она заставила исследователей вновь обратить пристальное внимание на эти математические объекты.

Проблема лишних инвариантов довольно скоро была успешно решена. В работе [12] была предложена процедура индуктивного построения дискретных моделей уравнения Больцмана с подсчётом количества инвариантов на каждом шаге индукции. Индуктивная процедура открыла широкие возможности для построения дискретных моделей со свойством точной консервативности. С её использованием были построены и исследованы различные классы точно консерватив-

ных дискретных моделей как для однородного газа, так и для газовых смесей.

Простейшей нетривиальной моделью для двухкомпонентной смеси является семиточечная модель для отношения масс $M/m = 3$ (четыре дискретных импульса у тяжёлой и три — у лёгкой компоненты смеси) [13]. Эта модель является единственной из известных на сегодняшний день нетривиальных одномерных моделей со свойством точной консервативности, симметричных относительно нуля. Указанная модель относится к обсуждаемому ниже классу двухуровневых моделей

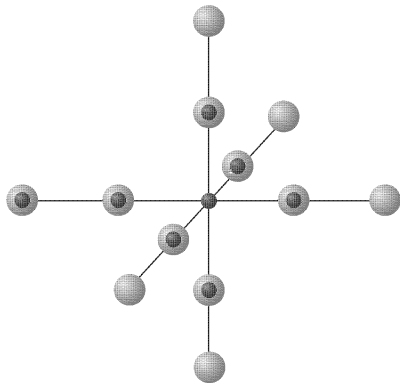


Рис. 1. Трёхмерная модель для отношения масс $M/m = 3$. В этой модели 19 импульсов (семь импульсов у лёгкой компоненты смеси и двенадцать импульсов — у тяжёлой)

молекулы в этих моделях могут находиться на двух энергетических уровнях, переходя с одного уровня на другой в результате столкновений и с обменом энергией). Здесь мы приведём трёхмерное обобщение упомянутой одномерной модели.

На рис. 1 дискретным импульсам тяжёлых частиц соответствуют серые крупные кружки, а импульсам лёгких частиц — тёмные кружки меньшего размера. Модель является симметричной относительно начала координат импульсного пространства $\mathbb{R}^3$ и его координатных осей. Приведённая модель является двухуровневой: абсолютные величины импульсов лёгких частиц могут принимать значения 0 и 1, а абсолютные величины импульсов тяжёлых частиц — значения 1 и 2. В этой модели происходят столкновения следующего вида:

- 1) столкновения между частицами одного вида (как лёгкими, так и тяжёлыми);
- 2) столкновения между частицами разных видов без обмена энергией между компонентами (абсолютные величины импульсов частиц до и после столкновения равны);
- 3) столкновения между частицами различных видов с обменом энергией.

Приведённая модель имеет в точности шесть инвариантных функционалов. Они соответствуют числам частиц каждого вида, трём компонентам суммарного импульса и скаляру суммарной энергии. Таким образом, модель обладает свойством точной консервативности.

В работе [18] предъявляются двухуровневые дискретные модели для двухкомпонентных смесей, имеющие небольшое количество импульсов. Модели являются плоскими и содержат в точности 5 инвариантов, как это и должно быть в двумерном случае. Введённые модели также обладают некоторыми свойствами симметрии и в них

происходит обмен энергией между компонентами смеси. Заметим, что одноуровневые модели заведомо не обеспечивают обмена энергией, и поэтому сохраняющиеся в них величины либо зависимы (например, закон сохранения числа частиц совпадает с законом сохранения энергии), либо не имеют аналогов в непрерывном случае (например, в дискретной модели сохраняется энергия каждой компоненты смеси). В работе [18] перечислены следующие отношения масс и размеры моделей: $N = 13$, $M/m = 3$; $N = 16$, $M/m = 7/3, 4, 5, 7$; $N = 20$, $M/m = 2, 3, 6, 8, 9, 11, 13$. Несколько других двухуровневых плоских моделей с теми же свойствами симметрии для двухкомпонентных смесей были получены в предыдущих исследованиях; для этих моделей $N = 16$, $M/m = 3$; $N = 17$, $M/m = 2, 3, 5$; $N = 20$, $M/m = 3/2, 7/2, 11/3, 4, 5$; $N = 24$, $M/m = 2, 9/2, 5, 7$; $N = 28$, $M/m = 2, 3, 4, 6$; $N = 32$, $M/m = 4$. Приведённый список отнюдь не является исчерпывающим; как мы видим, даже простейший класс плоских двухуровневых моделей с заданной симметрией даёт довольно богатый набор возможных отношений масс.

Большое количество плоских моделей с интересными свойствами приведено в работах [14, 15]. В работе [14] введён класс квадратных моделей — моделей некоторой простейшей конфигурации, дискретные импульсы которых заполняют все целочисленные ячейки внутри некоторого квадрата с центром в начале координат. Дана оценка размера, начиная с которого квадратная модель становится нормальной.

В работе [17] указаны параметрические семейства решений в целых числах системы диофантовых уравнений вида (1), выражающей собой классические условия сохранения импульса и энергии. На основе этих решений предложен общий метод построения нормальных дискретных моделей для произвольного рационального отношения масс компонент в пространствах размерности $d > 1$. Главная идея метода состоит в индуктивном построении модели с последовательным добавлением новых дискретных импульсов, соответствующих решениям упомянутой системы диофантовых уравнений. Заметим, что получающаяся модель допускает сколь угодно длительное индуктивное расширение с сохранением нормальности. Отсюда для классического случая вытекает следующее утверждение.

Теорема. Для любого заданного отношения соизмеримых масс $m_1, \dots, m_r$ в d -мерном пространстве ($d > 1$) существует счётное множество наборов дискретных импульсов

$$p_1^1, p_2^1, \dots, p_{N_1}^1, p_1^2, \dots, p_{N_r}^r \in \mathbb{Z}^d$$

(N_ξ не фиксировано) со столкновениями, подчиняющимися условиям сохранения вида (1) и условиям симметрии вида (2), таких, что определяемая каждым набором дискретная модель (3) нетривиальна и обладает в точности $r + d + 1$ инвариантами.

З а м е ч а н и е. Требование соизмеримости масс является следствием выполнения условий сохранения вида (1) и целочисленности дискретных импульсов.

Заключение

Возможны некоторые обобщения обсуждаемых результатов для релятивистского случая, когда функция энергии определяется как

$$E(|p|^2, m) = c\sqrt{|p|^2 + m^2c^2},$$

где c — скорость света [16]. Дальнейшее развитие теории дискретных кинетических моделей связано с построением моделей для химических реакций с превращением частиц.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 01-01-00407, 02-01-06282).

Список литературы

1. Boltzmann L. Weitere Studien ueber das Waermegleichgewicht unter Gas-molekuelen // Sitzungsber. Kais. Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. 1872. Classe 66. S. 275–370.
2. Годунов С. К., Султангазин У. М. Дискретные модели кинетического уравнения Больцмана // Усп. матем. наук. 1971. Т. 26, № 3 (159). С. 3–51.
3. Веденяпин В. В. Кинетические уравнения Больцмана и Власова. — М.: Физматлит, 2001.
4. Platkowski T., Illner R. Discrete velocity models of the Boltzmann equation: a survey on the mathematical aspects of the theory // SIAM Review. 1988. V. 30, № 2. P. 213–255.
5. Веденяпин В. В. О единственности Н-функции Больцмана // ДАН СССР. 1977. Т. 233, вып. 5. С. 765–768.
6. Bobylev A. V., Palczewski A., Schneider J. On approximation of the Boltzmann equation by discrete velocity model // C.R. Acad. Sci. — Paris: 1995. Serie I. V. 320. P. 639–644.
7. Iwaniec H. Fourier coefficients of modular forms of half integral weight // Inv. Math. 1987. V. 87. P. 385–401.
8. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Однородные разностные схемы // ЖВМ и МФ. 1961. Т. 1, № 1. С. 5–62.
9. Попов Ю. П., Самарский А. А. Полностью консервативные разностные схемы // ЖВМ и МФ. 1969. Т. 9, № 4. С. 953–958.
10. Bobylev A. V., Cercignani C. Discrete velocity models for mixtures // J. Stat. Phys. 1998. V. 91. 1–2. P. 327–341.
11. Веденяпин В. В., Орлов Ю. Н. О законах сохранения для полиномиальных гамильтонианов и для дискретных моделей уравнения Больцмана // ЖВМ и МФ. 1999. Т. 121, № 2. С. 307–315.
12. Vedenyapin V. V. Velocity inductive construction for mixtures // Transp. Theory Stat. Phys. 1999. V. 28, № 7. P. 727–742.
13. Веденяпин В. В., Амосов С. А., Тоскано Л. Инварианты гамильтонианов и кинетических уравнений // Усп. матем. наук. 1999. Т. 54, вып. 5. С. 153–154.
14. Веденяпин В. В., Амосов С. А. О дискретных моделях уравнения Больцмана для смесей // Дифф. уравн. 2000. Т. 36, № 7. С. 15–20.
15. Веденяпин В. В., Амосов С. А., Тоскано Л. Дискретные модели уравнения Больцмана для смесей // Матем. моделир. 2000. Т. 12, № 7. С. 18–22.

16. *Amosov S. A.* Discrete kinetic models of relativistic Boltzmann equation for mixtures // *Phys. A: Stat. Mech. Appl.* 2001. V. 301, № 1–4. P. 330–340.
17. *Амосов С. А.* О построении дискретных моделей уравнения Больцмана / Сер. «Сообщения по прикладной математике». — М.: ВЦ РАН, 2001.
18. *Amosov S. A.* Two-level discrete models of Boltzmann equation for binary mixtures // *Transp. Theory Stat. Phys.* 2002. V. 31, № 2. P. 125–139.
19. *Ферцигер Дж., Капер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах. — М.: Мир, 1976.
20. *Карлеман Т.* Математические вопросы теории газов. — М.: ИЛ, 1960.

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХИМИИ В ПЛАНЕТНЫХ АТМОСФЕРАХ

В. И. Шематович

Институт астрономии РАН, Москва

1. Введение

Верхние атмосферы планет представляют собой открытую в термодинамическом смысле систему, которая возмущается электромагнитным и корпускулярным излучением Солнца. Неравновесность атмосферного газа обусловлена тем, что:

- разреженный атмосферный газ подвержен внешним воздействиям электромагнитной и корпускулярной солнечной радиации. Кинетические параметры этих воздействий неравновесны по отношению к параметрам газа;

- столкновительные физико-химические процессы, инициируемые внешними воздействиями, сопровождаются интенсивным обменом энергией между различными степенями свободы атмосферных частиц, а также значительным тепловым эффектом фотохимических реакций;

- внешние воздействия, возмущающие состояние верхней атмосферы, и поддерживающие локальное тепловое равновесие упругие столкновения между атмосферными частицами имеют расходящиеся по вертикальному профилю атмосферы масштабы.

Действительно, скорости процессов, инициируемых внешними воздействиями, пропорциональны плотности газа n , а столкновения $\sim n^2$. Следовательно, в нижней части верхней атмосферы (мезосфера, нижняя термосфера), где плотность газа ещё достаточно высока, возмущённое солнечной радиацией состояние газа приближается к состоянию локального теплового равновесия из-за высокой частоты упругих столкновений. Однако по мере падения плотности с высотой частота упругих релаксационных столкновений также уменьшается, и, соответственно, ослабевают внешние воздействия; при этом динамический перенос надтепловых и возбуждённых частиц из нижележащих областей приводят к значительным возмущениям состояния атмосферного газа.

Одним из проявлений неравновесности планетных атмосфер является образование надтепловых и возбуждённых частиц при фотолитической и ударной диссоциации и ионизации молекулярных составляющих атмосферы, а также в ряде экзотермических химических реакций. Физико-химия верхних атмосфер планет включает фотолитические,

электрон-ударные, химические, ион-молекулярные реакции, а также реакции рекомбинации, в которых участвуют:

- тепловые атмосферные частицы в основном и электронно-возбуждённых метастабильных состояниях («тепловая» химия);

- энергетически активные (надтепловые и возбуждённые) частицы фотохимического происхождения («нетепловая» или «горячая» химия).

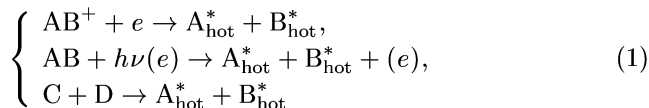
«Тепловые» фотохимические модели преимущественно используются в практике моделирования физико-химии планетных атмосфер (Чемберлен, Хантен, 1987). В последнее время, однако, возрастает интерес к исследованиям роли нетепловых (энергетически активных) частиц в физике и химии верхней атмосферы (Шематович и др., 1991, 1994, 1999; Шизгал, Аркос, 1996). В частности, было показано, что энергетически активные (надтепловые) частицы, образующиеся в результате воздействия солнечных УФ-фотонов и фотоэлектронов, а также в экзотермических фотохимических реакциях, играют очень важную роль в химии и энергетике верхней атмосферы. Действительно, неравновесные коэффициенты скорости химических реакций (особенно с высокими энергиями активации) между этими надтепловыми частицами и окружающим атмосферным газом намного выше, чем для «тепловых» химических реакций. Это объясняется более высокими концентрациями частиц в области сверхтепловых кинетических энергий, чем в случае локально равновесных распределений.

2. Надтепловые химически активные частицы

Надтепловыми частицами обычно принято считать частицы с кинетическими энергиями выше $5 \div 10T$, где T — температура окружающего атмосферного газа. Надтепловые (или горячие) частицы образуются в различных физико-химических процессах, таких как неупругие столкновения, перезарядка, диссоциация, химические реакции, продукты которых имеют избыточную кинетическую энергию. Если скорость образования этих частиц, заселяющих область надтепловых энергий, достаточно высока по сравнению со скоростью их термализации в упругих столкновениях, тогда их фракция может существенно возмущать локально равновесное распределение Максвелла тепловой энергии окружающего атмосферного газа.

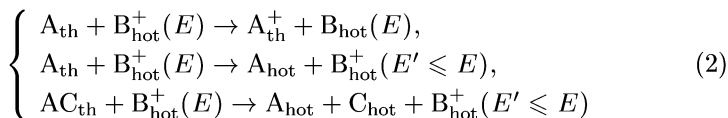
Основными источниками надтепловых частиц в разреженном газе планетных атмосфер являются: а) перезарядка высокоэнергетических ионов магнитосферного происхождения с нейтральными компонентами атмосферного газа; б) диссоциативная рекомбинация молекулярных ионов с ионосферными электронами; в) диссоциация и диссоциативная ионизация ультрафиолетовым (УФ) солнечным излучением и магнитосферной плазмой; г) экзотермические ион-молекулярные и нейтральные химические реакции; д) разбрызгивание (sputtering or knock-on) атмосферного газа магнитосферной плазмой; е) нетепловая десорбция с поверхностей аэрозольной и пылевой фракций.

Диссоциативная рекомбинация, диссоциация УФ-фотонами и электронами, а также экзотермические химические реакции



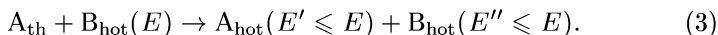
сопровождаются выделением энергии порядка нескольких электрон-вольт (эВ), причём часть этой энергии может быть запасена как внутреннее возбуждение продуктов.

Процессы перезарядки высокоэнергетических ионов и разбрызгивания атмосферного газа магнитосферной плазмой



характеризуются высокой эффективностью передачи энергии и сопровождаются образованием горячих частиц с энергиями вплоть до нескольких сотен эВ.

Образующиеся надтепловые частицы теряют свою избыточную кинетическую энергию в упругих и неупругих столкновениях с окружающим атмосферным газом



Когда надтепловые частицы имеют химическую природу, отличную от окружающего атмосферного газа, то эти столкновения приводят к термализации первичных горячих частиц. Обычно эти процессы рассматриваются в линейном приближении, когда предполагается, что окружающий газ находится в состоянии теплового равновесия и возмущение его состояния надтепловыми частицами мало. Если же скорость образования горячих частиц высока, то необходимо использовать нелинейное кинетическое приближение. Более того, когда $A = B$, столкновительные процессы носят существенно нелинейный характер, так как вторичные частицы также образуются с надтепловыми энергиями, и, соответственно, их дальнейшие столкновения с окружающим газом ведут к каскадному образованию новых горячих частиц. Следовательно, кинетика горячих частиц строго может быть описана лишь на микроскопическом уровне при помощи кинетического уравнения Больцмана.

3. Кинетика химически реагирующего разреженного газа

Пусть разреженный газ планетной атмосферы состоит из α_i , $i = 1, \dots, S$ атомов и молекул в физическом объёме V . Каждая из частиц (атом, молекула и/или их ион) компоненты α_i характеризуется

своей массой m_i и набором квантовых чисел z_i для уровней внутреннего возбуждения. Эти химически различающиеся компоненты столкновительно взаимодействуют через $m = 1, \dots, M \geq 1$ химические реакции в соответствии с динамическими схемами

$$m : \alpha_i(c_i, z_i) + \alpha_j(c_j, z_j) \rightarrow \alpha_k(c'_k, z_k) + \alpha_l(c'_l, z_l). \quad (4)$$

Для общности описания данной химически реагирующей системы реакции (1) будем рассматривать как столкновительный процесс, включающий как упругие ($\alpha_i = \alpha_k$ и $\alpha_j = \alpha_l$), неупругие ($\alpha_i = \alpha_k$, $\alpha_j = \alpha_l$, однако уровни внутреннего возбуждения $z_i \neq z_k$ и/или $z_j \neq z_l$ различаются), так и химически реактивные ($\alpha_i \neq \alpha_k$ и/или $\alpha_j \neq \alpha_l$) столкновения.

Вероятности реакций (4) задаются посредством функций

$$g_{ij} d\sigma_m = |c_i - c_j| d\sigma_m(|c_i - c_j|, \Omega) d\Omega, \quad (5)$$

где $d\sigma_m$ — дифференциальное сечение рассеяния для реакции (4); g_{ij} — относительная скорость и Ω — телесный угол рассеяния.

Функции рассеяния зависят от потенциала взаимодействия реагентов и обычно рассчитываются при помощи методов квантовой механики или измеряются в лабораторных экспериментах (Лайт и др., 1969).

Эволюция химически реагирующей системы на микроскопическом уровне описания определяется из решения системы кинетических уравнений Больцмана

$$\frac{\partial F_{\alpha_i}}{\partial t} = \sum_m \sum_j J_m(F_{\alpha_i}, F_{\alpha_j}), \quad \alpha_i = 1, \dots, S \quad (6)$$

совместно с начальными и граничными условиями для атмосферного газа в объёме V и при физических допущениях, таких как разреженность газа и конечные или быстро убывающие радиусы взаимодействия частиц при столкновениях. Здесь использовано микроскопическое описание состояния газа посредством функций распределения частиц газа по скоростям и состояниям внутреннего возбуждения $F_\alpha = n_\alpha(z, t) f_\alpha(c, t)$. Интегралы столкновений в правой части кинетических уравнений описывают изменения состояния газа вследствие химических реакций и записываются как

$$J_m(F_{\alpha_i}, F_{\alpha_j}) = \int g_{ij} d\sigma_m dc_j [e_m F_{\alpha_k}(c'_k) F_{\alpha_l}(c'_l) - F_{\alpha_k}(c_i) F_{\alpha_j}(c_j)]. \quad (7)$$

Здесь e_m — нормировочный множитель сохранения фазового объёма в химических реакциях.

Химическая кинетика разреженного атмосферного газа на микроскопическом уровне описания полностью определяется посредством динамических и вероятностных (функции рассеяния) характеристик молекулярных столкновений, а также функций распределения сталкивающихся частиц по поступательным и внутренним степеням свободы. Соответственно, химическая эволюция атмосферного газа обладает

сложной структурой кинетических скоростей обмена поступательной и внутренней энергиями. Часто атмосферная химия рассматривается в приближении локального или глобального теплового равновесия, соответствующего решению кинетических уравнений (6) в нулевом приближении. Тогда тепловое состояние газа характеризуется равновесными распределениями Максвелла частиц по скоростям

$$f_{\alpha}^{(0)}(c, T_{\alpha}) = \left\{ \frac{m_{\alpha}}{2\pi k T_{\alpha}} \right\}^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m_{\alpha} c^2}{2k T_{\alpha}} \right\}, \quad (8)$$

где T_{α} — локальная или глобальная температура газа.

Тогда после усреднения кинетических уравнений (6) по равновесным распределениям (8) получим уравнения скоростей химических реакций

$$\frac{dn_{\alpha_i}}{dt} = \sum_m [n_{\alpha_k} n_{\alpha_l} q_{\alpha_k \alpha_l} - n_{\alpha_i} n_{\alpha_j} q_{\alpha_i \alpha_j}], \quad (9)$$

обычно используемые в химической кинетике (Лайт и др., 1969).

Здесь функции

$$q_{\alpha_i \alpha_j} = \int g_{ij} d\sigma_m f_{\alpha_i}^{(0)} f_{\alpha_j}^{(0)} dc_i dc_j \quad (10)$$

являются кинетическими коэффициентами скорости химических реакций (4).

4. Стохастическое приближение химической кинетики атмосферного газа

Химическая кинетика разреженного атмосферного газа может быть сформулирована как стохастическая эволюция ансамбля атомов, молекул и их ионов. Стохастическое приближение основывается на взаимосвязи двух подходов к описанию эволюции химически реагирующего разреженного газа: а) при помощи динамического уравнения Лиувилля и соответствующих кинетических уравнений (Пригожин, 1964; Смит, 1969; Ферцигер, Капер, 1976); б) при помощи стохастических законов (теории марковских процессов и стохастического уравнения Колмогорова) (Кац, 1973; Берд, 1994; Маров и др., 1997).

В частности, для пространственно-однородного разреженного газа его эволюция представляется однородным марковским процессом (Кац, 1973). Тогда изменения состояния газа вызываются мгновенными и разделёнными во времени столкновениями, что эквивалентно описанию при помощи однородного скачкообразного марковского процесса (Маров и др., 1997). Вероятности переходов между состояниями случайного процесса определяются кинетическими скоростями химических реакций, а законы сохранения задают область фазового пространства, где происходят изменения данного случайного процесса.

4.1 Стохастическое кинетическое уравнение. Вероятностное описание химической кинетики разреженного атмосферного газа основывается на теории случайных процессов (Леонтович, 1935; Кац, 1973). Исходя из определений этой теории эволюция химически реагирующего атмосферного газа описывается кинетическим уравнением (Шематович, 1987; Маров и др., 1997)

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi(\mathbf{C}, t) = V^{-1} \sum_m \sum_{i,j} \int g_{ij} d\sigma_m [e_m \varphi(\mathbf{C}_{ij}^m, t) - \varphi(\mathbf{C}, t)]. \quad (11)$$

Это уравнение является линейным по отношению к распределению $\varphi(\mathbf{C}, t)$ плотности вероятности состояния $\mathbf{C}$ газа в момент времени t и называется стохастическим (или основным) кинетическим уравнением (master equation) химической кинетики разреженного газа в стохастическом приближении. В случае парных упругих столкновений это уравнение совпадает с известным уравнением Пригожина–Каца для N -частичной функции распределения по скоростям (Пригожин, 1964; Кац, 1973).

Стохастическое кинетическое уравнение (11) описывает эволюцию однородного скачкообразного марковского процесса в соответствии с приведёнными ниже определениями.

Состояние газа. В стохастическом приближении концентрации компонент разреженного газа в заданном физическом объёме V рассматриваются как случайные переменные. Соответственно, разреженный газ представляется численной системой из конечного числа $N = N^0 + \dots + N^\alpha + \dots + N^S$ частиц, причём частицы из подмножества $(1, \dots, i, \dots, N^\alpha)$ имеют скорости $(\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_i, \dots, \mathbf{c}_{N^\alpha})$ и соответствуют α -компоненте газа. Состояние данной численной системы характеризуется дискретными образами функций распределения $F_\alpha = n_\alpha(\mathbf{z}, t) f_\alpha(\mathbf{c}, t)$ и записывается следующим образом:

$$\mathbf{C} = \bigcup_{\alpha=0}^S \mathbf{C}^\alpha, \quad \mathbf{C}^\alpha = \bigcup_{i=1}^{N^\alpha} \mathbf{c}_i^\alpha = \{N^\alpha; \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{N^\alpha}\}. \quad (12)$$

Скачкообразные переходы $\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}'$ между состояниями численной системы осуществляются как мгновенные изменения характеристик частиц в соответствии с динамическими схемами химических реакций (4). Скорости частиц после реакции рассчитываются по законам сохранения, а их направления статистически определяются дифференциальными сечениями рассеяния, т. е.

$$\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}' = \mathbf{C}_{ij}^m = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}^{\alpha'}, \alpha' \neq \alpha_i, \alpha_j, \alpha_k, \alpha_l \\ \mathbf{C}_i^{\alpha_i} \setminus \mathbf{c}_i, \mathbf{C}_j^{\alpha_{ji}} \setminus \mathbf{c}_j \\ \mathbf{C}^{\alpha_k} \cup \mathbf{c}'_k, \mathbf{C}^{\alpha_l} \cup \mathbf{c}'_l \end{array} \right\}. \quad (13)$$

Вероятности $\omega(C \rightarrow C')$ переходов являются дискретными представлениями кинетических скоростей (10) химических реакций

$$\omega(C \rightarrow C') = \omega_{ij}^m = V^{-1} g_{ij} \sigma_m(g_{ij}). \quad (14)$$

Вероятностное распределение времени $\tau(C \rightarrow C')$ между последовательными переходами задаётся экспоненциальным законом

$$P\{\tau(C \rightarrow C') \leq \tau\} = 1 - \exp\left(-\tau \sum_m \sum_{i,j} \omega_{ij}^m\right) = 1 - \exp(-\tau \omega(C)), \quad (15)$$

так как $C(t)$ является скачкообразным марковским процессом.

Выражения (12)–(15) дают строгое определение случайного процесса $C(t)$, описывающего химическую кинетику разреженного газа в стохастическом приближении. Линейность стохастического кинетического уравнения является важным достоинством стохастического подхода, позволяющим разрабатывать эффективные схемы моделирования уравнения (11) на основе метода Монте-Карло (Шематович, 1987; Маров и др., 1990, 1997).

4.2. Химическое кинетическое уравнение. Если состояние разреженного атмосферного газа близко к локальному и/или глобальному тепловому равновесию, то возможно сокращение числа переменных в стохастическом кинетическом уравнении (11). Из условия теплового равновесия следует, что газ является хорошо перемешанным, т.е. неактивные (упругие) столкновения происходят гораздо чаще реактивных химических столкновений. Другими словами, это позволяет усреднить эволюцию химически реагирующего газа на масштабах быстрой динамики в пространстве скоростей. Поэтому возможно представить состояние химически реагирующего газа просто посредством чисел молекул каждого вида, рассматриваемых как случайные переменные в заданном физическом объёме V .

Вследствие принятых допущений состояние газа как стохастической системы описывается вектором (12), проинтегрированным по скоростям частиц:

$$\mathbf{N}(t) = \{N_1(t), \dots, N_i(t), \dots, N_S(t)\}. \quad (16)$$

Здесь $N_i(t)$ — это число молекул компоненты α_i в рассматриваемом объёме газа в момент времени t . Изменения вектора состояния $\mathbf{N}'$ вследствие химических реакций (4) отвечают изменениям числа молекул в соответствии со стехиометрическими схемами реакций

$$\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}' = \{\dots, N_i - 1, \dots, N_j - 1, \dots, N_k + 1, \dots, N_l + 1, \dots\}. \quad (17)$$

Таким образом, стохастическая эволюция химически реагирующего разреженного газа в приближении теплового равновесия описывается однородным скачкообразным марковским процессом на целочисленной N -размерной решётке натуральных чисел. Уравнение эволюции данного случайного процесса, описывающее вероятностные потоки как

в состояние $\mathbf{N}$, так и из него, является результатом интегрирования по пространству скоростей стохастического кинетического уравнения (11)

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi(\mathbf{N}, t) = \sum_{m=1}^M [a_m(\mathbf{N}^m) \phi(\mathbf{N}^m, t) - a_m(\mathbf{N}) \phi(\mathbf{N}, t)]. \quad (18)$$

Это уравнение в литературе часто называют химическим основным кинетическим уравнением (Ван Кампен, 1990). Здесь функции $a_m(\mathbf{N})$ — аналоги используемых в химической кинетике коэффициентов скорости (10) химических реакций. Основным и наиболее важным свойством данного уравнения является его линейная зависимость от плотности вероятности $\Phi(\mathbf{N}, t)$. Химическое кинетическое уравнение (18) обычно используется при анализе сильно нелинейных и неравновесных химических систем (Ван Кампен, 1990).

5. Аналоговый метод Монте-Карло решения стохастического кинетического уравнения

Прямые методы решения основного (стохастического или химического) кинетического уравнения заключаются в составлении и одновременном решении системы уравнений для вероятностей всех возможных траекторий состояния химически реагирующего разреженного газа. К сожалению, данная прямая процедура может быть выполнена только для ряда очень простых химических систем (Ван Кампен, 1990), но приводит к огромным вычислительным трудностям для реальных систем химических реакций.

Использование метода Монте-Карло, заключающегося в генерации выборки отдельных траекторий состояния химически реагирующего газа, является эффективным средством исследования сложных химических систем в стохастическом приближении. Процедура генерации отдельной траектории значительно проще — необходимо разыграть последовательность переходов между состояниями химически реагирующего газа и времени, разделяющие переходы, исходя из корректных распределений вероятностей. Чтобы выполнить данную процедуру, однородный скачкообразный марковский процесс $\mathbf{C}(t)$ заменяется эквивалентной однородной марковской цепью $(s_t)\mathbf{C}$, где (s_t) — число переходов (13) между состояниями (12) за время t . Данное эквивалентное соответствие является основой алгоритмической реализации, так как процедура численной реализации цепи $(s_t)\mathbf{C}$ строго определяется соотношениями (12)–(15).

Представленная процедура является аналоговым алгоритмом метода Монте-Карло для решения стохастического кинетического уравнения (11). Строгая схема розыгрыша марковской цепи $(s_t)\mathbf{C}$ на дискретной сетке времени $t_\delta = \delta \Delta t$, $\delta = 0, 1, \dots$ включает в соответствии с определениями (12)–(15) следующие операции на шаге времени Δt , начиная с состояния $^{(0)}\mathbf{C} = \mathbf{C}(t_{\delta-1})$ в момент времени $t_{\delta-1}$:

а) выбирается очередной переход s . Рассчитывается частота (14) переходов и случайным образом определяется время ожидания $\tau^{(s)}$ данного перехода из вероятностного распределения (15). Это время заносится в счётчик переходов $T^{(s)} = T^{(s-1)} + \tau^{(s)}$;

б) если счётчик переходов удовлетворяет условию $T^{(s-1)} \leq \Delta t \leq T^{(s)}$, тогда принимается, что новое состояние равно $C(t_\delta) = {}^{(s-1)}C$. В противном случае в соответствии с вероятностями (14) выбирается следующий переход и все операции повторяются, начиная с шага (а).

Алгоритмические шаги (а), (б) представляют собой точный аналоговый метод Монте-Карло решения стохастического кинетического уравнения для химически реагирующего газа (Шематович, 1987; Маров и др., 1990). Благодаря линейности уравнения (11) и, соответственно, аналогового алгоритма Монте-Карло для его решения динамические, физические и химические характеристики газа рассчитываются путём усреднения реализаций траекторий случайного процесса $C(t)$.

6. Приложения к атмосферной химической кинетике

Космические эксперименты по исследованию верхних атмосфер планет показали, что физика и химия верхних слоёв атмосферы в значительной степени определяется влиянием надтепловых частиц (см., напр., (Чемберлен, Хантен, 1992)). Надтепловые частицы, образующиеся в результате воздействия потоков ультрафиолетового излучения Солнца и высыпающихся заряженных частиц на атмосферный газ, полностью не термализуются в упругих, неупругих и химических столкновениях с основными компонентами атмосферы.

Одним из существенных достоинств стохастического подхода является возможность анализа неравновесной химии в планетных атмосферах на микроскопическом уровне. В частности, для таких систем очень важно рассчитать функции распределения частиц газовой среды по энергиям поступательных и внутренних степеней свободы. В результате исследований (Шематович, 1987; Шематович и др., 1994; Маров и др., 1990, 1996, 1997) было показано, что стационарные распределения надтепловых частиц по кинетической энергии являются неравновесными и характеризуются значительно более высокой заселённостью области сверхтепловых энергий по сравнению с окружающим атмосферным газом. Более того, установлено, что процессы образования и динамики надтепловых атомов водорода, азота и кислорода приводят к формированию соответствующих горячих планетных корон, обнаруженных по наблюдениям верхних атмосфер планет при помощи ИСЗ и КА. Также весьма существенна роль надтепловых и возбуждённых частиц в химии активных примесных компонент газа (Шематович и др., 1991, 1992, 1994), определяющих физико-химический состав и энергетику планетных атмосфер.

Стохастический подход был применён для построения кинетической модели надтепловых («горячих») атомов кислорода и азота в термосфере Земли (Шематович, 1987). В результате решена одна из важных проблем физики верхней атмосферы — построена кинетическая модель надтепловых атомов кислорода и азота в земной термосфере. Показано, что надтепловые атомы кислорода и азота полностью не термализуются, и в верхней атмосфере формируются стационарные неравновесные функции распределения этих частиц. Сделан вывод, что надтепловые атомы кислорода и азота вносят существенный вклад в образование радиоактивно и химически активных примесей в нижней термосфере.

Эти исследования позволили разработать строгую стохастическую модель фотохимии «нечётного» азота в термосфере Земли (Шематович и др., 1991, 1992, 1994). В численных экспериментах показано, что «горячие» атомы азота являются дополнительным источником оксида азота (II) в нижней термосфере Земли. Это приводит к росту плотности NO на величину $\sim (60 \div 80)\%$, что существенно сказывается на энергетике этой области. Исследовано влияние солнечной активности на концентрацию оксида азота в атмосфере (определяющей энергетику нижней термосферы) с учётом вклада предложенного дополнительно источника NO — надтепловых атомов азота. Получено удовлетворительное совпадение расчётов с результатами ракетных и спутниковых измерений, проведённых в США и Японии.

Далее была развита и усовершенствована кинетическая модель горячего кислорода в земной атмосфере (Шематович и др., 1994, 1999). В данную модель включены все характерные для термосферных высот химические источники частиц с избытком тепловой энергии: 1) реакции диссоциативной рекомбинации молекулярных ионов кислорода, оксида азота и др.; 2) химические реакции с участием радикалов (оксид азота, гидроксил и др.) и возбуждённых (колебательно и/или электронно) атомов, молекул и их ионов; 3) реакции диссоциации и диссоциативной ионизации ультрафиолетовым излучением Солнца и потоками высокоэнергетичных фотоэлектронов. Эти свежие надтепловые атомы кислорода с кинетическими энергиями вплоть до нескольких эВ (кинетическая или горячая компонента) теряют свою энергию в упругих и неупругих столкновениях с тепловыми атомами кислорода — основной составляющей земной атмосферы на высотах выше 200 км. Релаксационные столкновения с окружающим газом приводят к каскадному формированию вторичных горячих атомов кислорода и в конечном результате к формированию горячей фракции атомарного кислорода в верхней атмосфере Земли.

Численная реализация разработанной модели позволила впервые строго рассчитать неравновесные функции распределения надтеплого кислорода в верхних атмосферах планет. Анализ полученных функций распределения по кинетической энергии позволил провести сравнение относительной роли исследуемых источников в зависимости от геофизических условий и оценить вклад различных источников в формирование горячих (сверхтепловых) корон планетных атмосфер.

Установлено, что горячая кислородная геокорона заселяется как за счёт тепловых атомов с кинетическими энергиями из надтепловой области распределения Максвелла, так и за счёт надтепловых атомов фотохимического происхождения. Показано, что горячий кислород является одним из факторов формирования наблюдаемого в экспериментах избытка ультрафиолетовой эмиссии атомарного кислорода (Шематович и др., 1999).

В дальнейшем модель была применена для анализа процессов неравновесной кинетики и переноса метастабильного состояния $O(1D)$ в земной верхней атмосфере. Полученные функции распределения по тепловым и сверхтепловым энергиям состояния $O(1D)$ позволили рассчитать температуру земной термосферы в ночное и дневное время и, соответственно, оценить достоверность результатов определения температуры по измерениям красной кислородной эмиссии (Хубер и др., 2002).

Одним из перспективных приложений стохастического подхода является впервые построенная самосогласованная кинетическая модель формирования кислородной атмосферы на спутнике Юпитера — Европе (Шематович, Джонсон, 2001). В данной модели учтены неравновесные процессы формирования атмосферы за счёт процессов разбрызгивания ледяной поверхности спутника высокоэнергетичными ионами из магнитосферы Юпитера и потери атмосферы за счёт процессов диссоциации молекулярного кислорода УФ-излучением Солнца и высокоэнергетическими магнитосферными электронами и ионами. Модель позволила оценить скорость нетепловых потерь атомарного и молекулярного кислорода в разреженной атмосфере Европы.

Также проведены исследования формирования горячей азотной короны на спутнике Сатурна — Титане (Шематович, 1998, 1999; Шематович и др., 2001). Процессы диссоциации молекулярного азота в верхней атмосфере Титана являются важным источником сверхтепловых атомов азота. Образующиеся при диссоциации атомы азота характеризуются избытком кинетической энергии и, соответственно, играют существенную роль в динамических процессах формирования горячей азотной короны и нетеплового потока ухода газа в магнитосферу.

Данная модель включает детальное рассмотрение кинетики образования сверхтепловых атомов азота в процессах диссоциации и диссоциативной ионизации молекулярного азота жёстким ультрафиолетовым излучением Солнца и сопутствующим потоком высокоэнергетичных фотоэлектронов (Шематович, 1998).

На основе метода стохастического моделирования получено численное решение уравнений Больцмана, описывающих перенос и столкновительную кинетику сверхтепловых атомов азота в основном и электронно-возбуждённых состояниях в верхней атмосфере Титана. В результате рассчитаны стационарные неравновесные функции распределения атомов азота по кинетической энергии в переходной (от термосферы к экзосфере) области. На основе данных характеристик оценён вклад процессов диссоциации молекулярного азота ультрафиолетовым излучением Солнца и высокоэнергетическими ионами

азота из сатурнианской магнитосферы в образование короны. Модель позволила впервые оценить скорость поступления нейтрального азота в систему Сатурна и вклад в формирование нейтрального азотного облака (Шематович и др., 2001).

Заключение

Развиваемый на протяжении ряда лет стохастический подход к исследованию неравновесной химии в верхних атмосферах планет является эффективным средством исследования роли надтепловых частиц как в локальных изменениях химического состава атмосферы, так и в процессах формирования горячих планетных корон. Более того, данный подход в настоящее время успешно используется и в других областях космической физики, таких как формирование собственных внешних атмосфер ИСЗ (Пярнпуу, Шематович, 2000) и астрохимия межзвёздной среды (Станчева и др., 2002).

Автор выражает глубокую признательность М.Я. Марову за плодотворные идеи, дискуссии и постоянную поддержку данных исследований.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 01-02-16206, 02-02-16087).

Список литературы

- (Берд, 1994) *Bird G. A.* Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flow. — Oxford: Clarendon Press, 1994. — 540 p.
- (Ван Кампен, 1990) *Ван Кампен Н. Г.* Стохастические процессы в физике и химии. — М.: Высш. шк., 1990. — 376 с.
- (Кац, 1973) *Кас М.* Some probabilistic aspects of the Boltzmann equation // The Boltzmann equation theory and application. — N. Y.: Springer, 1973. P. 379–382.
- (Лайт и др., 1969) *Light J. C., Ross J., Shuler K. E.* Rate coefficients, reaction cross sections and microscopic reversibility // Kinetic processes in gases and plasmas / Ed. by A. R. Hochstim. — N. Y.: Acad. Press, 1969. P. 281.
- (Леонтович, 1935) *Леонтович М. А.* Основные уравнения кинетической теории газов с точки зрения теории случайных процессов // ЖЭТФ. 1935. Т. 5. С. 211–245.
- (Маров и др., 1990) *Маров М. Я., Шематович В. И., Бисикало Д. В.* Кинетическое моделирование разреженного газа в задачах аэронауки. — М.: ИПМ АН СССР, 1990. — 248 с.
- (Маров и др., 1996) *Marov M. Ya., Shematovich V. I., Bisikalo D. V.* Nonequilibrium aeronomic processes. A kinetic approach to the mathematical models // Space Science Rev. 1996. № 1–2.
- (Маров и др., 1997) *Marov M. Ya., Shematovich V. I., Bisikalo D. V., Gerard J.-C.* Nonequilibrium processes in the planetary and cometary atmospheres: Theory and Applications. — Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1997. — 293 p.
- (Смит, 1969) *Smith F. T.* Chemical reactions in high-temperature gases as collision process // Kinetic processes in gases and plasmas / Ed. by A. R. Hochstim. — N. Y.: Acad. Press, 1969. P. 257–290.

- (Станчева и др., 2002) *Stantcheva T., Shematovich V.I., Herbst E.* On the master equation approach to diffusive grain-surface chemistry: the H, O, CO system // *Astron. Astroph.* 2002. В печати.
- (Пригожин, 1964) *Пригожин И.* Неравновесная статистическая механика. — М.: Мир, 1964. — 250 с.
- (Пярнпуу, Шематович, 2000) *Пярнпуу А.А., Шематович В.И.* Кинетическое моделирование химических процессов при движении космических аппаратов в верхней атмосфере Земли // *Матем. моделир.* 2000. Т. 12. С. 22–27.
- (Ферцигер, Капер, 1976) *Ферцигер Дж., Капер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах. — М.: Мир, 1976. — 554 с.
- (Чемберлен, Хантен, 1987) *Chamberlain J.W., Hunten D.* Theory of planetary atmospheres. An introduction to their physics and chemistry. — N.Y.: Acad. Press, 1987. — 455 p.
- (Хубер и др., 2001) *Hubert B., Gerard J.-C., Killeen T. et al.* Observation of anomalous temperatures in the daytime O(1D) 6300 Å thermospheric emission: a possible signature of nonthermal atoms // *J. Geophys. Res.* 2001. V. 106. P. 12753–12764.
- (Шематович, 1987) *Шематович В.И.* Численное стохастическое моделирование кинетики атмосферной фотохимии // *Математические задачи прикладной астрономии.* — М.: ИПМ АН СССР, 1987. С. 199–209.
- (Шематович и др., 1991) *Shematovich V.I., Bisikalo D.V., Gerard J.-C.* Non thermal nitrogen atoms in the Earth's thermosphere 1. Kinetics of hot N(4S) // *Geophys. Res. Lett.* 1991. V. 18. P. 1691–1695.
- (Шематович и др., 1992) *Shematovich V.I., Bisikalo D.V., Gerard J.-C.* The thermospheric odd nitrogen photochemistry: role of non thermal N(4S) atoms // *Ann. Geophys.* 1992. V. 10. P. 792–802.
- (Шематович и др., 1994) *Shematovich V.I., Bisikalo D.V., Gerard J.-C.* A kinetic model of the formation of the hot oxygen geocorona. I. Quiet geomagnetic conditions // *J. Geophys. Res.* 1994. V. 99. P. 217–226.
- (Шематович и др., 1994) *Шематович В.И., Бисикало Д.В., Жерар Ж.-К.* Сверхтепловые частицы в планетных атмосферах // *Неустойчивые процессы во Вселенной.* — М.: Космосинформ, 1994. С. 230–260.
- (Шематович, 1998) *Шематович В.И.* Кинетическое моделирование сверхтепловых атомов азота в верхней атмосфере Земли. I. Источники // *Астрон. вестн.* 1998. Т. 32, № 5. С. 435–444.
- (Шематович, 1999) *Шематович В.И.* Кинетическое моделирование сверхтепловых атомов азота в верхней атмосфере Земли. II. Убегание за счёт процессов диссоциации // *Астрон. вестн.* 1999. Т. 33, № 1. С. 36–44.
- (Шематович и др., 1999) *Shematovich V.I., Gerard J.-C., Bisikalo D.V., Hubert B.* Thermalization of O(1D) atoms in the thermosphere // *J. Geophys. Res.* 1999. V. 104. P. 4287–4295.
- (Шематович, Джонсон, 2001) *Shematovich V.I., Johnson R.E.* Near-surface oxygen atmosphere at Europa // *Adv. Space Res.* 2001. V. 27. P. 1881–1888.
- (Шематович и др., 2001) *Shematovich V.I., Tully C., Johnson R.E.* Suprathermal nitrogen atoms and molecules in Titan's corona // *Adv. Space Res.* 2001. V. 27. P. 1875–1880.
- (Шизгал, Аркос, 1996) *Shizgal B.D., Arkos G.G.* Nonthermal escape of the atmospheres of Venus, Earth, and Mars // *Rev. Geophys.* 1996. V. 34. P. 483–505.

ОБРАЗОВАНИЕ ЗАРОДЫШЕЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КАПЕЛЬ И РАССЕЯНИЕ ПЛАЗМЫ НА НИХ

Г.И. Змиевская, Т.В. Левченко, В.Д. Левченко

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва
ВНИИ ГеоСистем, Москва

Моделируются процессы в комплексной плазме, пылевая компонента в которой представлена зародышами заряженных капель металла. Для определения их распределения по размерам построена стохастическая модель фазового перехода на флуктуационной стадии. Образование пыли из паров металла рассматривается как марковский диффузионный процесс в фазовом пространстве размеров зародышей капель. Кинетический плазменно-пылевой код позволяет определить эффективные сечения рассеяния плазмы пылью, отклонение от равновесного распределения плазмы по скоростям в потоке и его ослабление.

Введение

Начиная с середины 70-х годов прошлого века в ИПМ, в отделе М.Я. Марова, под его руководством начали разрабатываться численные кинетические модели разреженных газов. Среди первых опытов применения метода Берда (Берд, 1976) в моделировании частично ионизованного газа и лазерных сред было статистическое моделирование физико-химических процессов на основе решения уравнений больцмановского типа (Змиевская и др., 1979; Пярнпуу и др., 1981; Шематович и др., 1982). Михаил Яковлевич сразу оценил перспективность направления и новаторство подхода для моделирования фотохимических процессов в атмосфере Земли (Маров и др., 1990), в коме кометы Галлея и в ряде других приложений. Эта тематика продолжала привлекать внимание и в более позднее время.

В продолжение и развитие исследований дискретного моделирования неравновесных сред были разработаны согласованные с кинетическими подходом и кодами бесстолкновительной плазмы (Сигов, 1984, 1990, 2001) модели слабых плазменных столкновений и флуктуационно обусловленных фазовых переходов (Змиевская и др., 1989, 1990). Были предложены новые численные методы стохастического аналога кинетических уравнений математической физики (Змиевская, 1996, 1997), базирующиеся на решении систем стохастических дифференциальных уравнений Ито с нелинейными коэффициентами. Эффективные алгоритмы метода включены в объектно-ориентированный кинетический

плазменный код *SUR*, начало создания которого относится к середине 90-х годов (Левченко и др., 1994).

Заряженная пыль и металлические капли возникают вблизи поверхностей электродов в плазме технологических устройств, при распылении поверхностей высокоэнергетическими потоками ионов, в условиях радиационных поясов Земли, где присутствие этих капель может заметно воздействовать на поверхности спутников. Пылевая плазма влияет как на отклонение характеристик плазмы от равновесия, так и на деградацию свойств материала поверхности в космическом пространстве.

В последнее время проблеме образования металлических кластеров, отрицательно влияющих на качество металлических зеркал в приборах лазерной диагностики плазмы в термоядерных установках, уделяется внимание ещё и в связи с перспективой использования лазеров в космосе. Можно найти примеры газопылевых образований в астрофизике, в геологических и геофизических объектах, таких как ядро Земли.

Актуально изучение неравновесной конденсации в соплах при получении мелкодисперсных порошков. Применению пылевой и кластерной плазмы в технике посвящены обзоры (Буфенди, 2002; Смирнов, 2000). В работе (Цытович и др., 1998) отмечена роль заряженных пылевых частиц, появляющихся в установках термоядерного синтеза; в статье (Цытович и др., 2002) даются обобщающие представления о комплексной плазме как о самостоятельном объекте физических исследований.

Одним из эффективных современных методов исследования физических явлений считается вычислительный эксперимент, под которым обычно понимают расчёт аналога изучаемого процесса на основе фундаментальных законов, управляющих этим процессом (Сигов, 2001). Для пылевой плазмы создание подобного эксперимента представляет собой сложную задачу из-за временной разномасштабности учитываемых в модели процессов и их нелинейности. Включение в рассмотрение фазовых и плазмохимических превращений, столкновительных процессов должно происходить с учётом их неравновесности.

Отсутствие данных по непосредственному производству заряженных металлических частиц в большинстве перечисленных выше явлений делает актуальным численное моделирование процессов зарождения и эволюции кластеров металлов (микрокапель) в плазменных разрядах типа газового, микроволнового, в арках и др. Ослабление потока плазмы в результате взаимодействия потока плазмы с пылевым слоем (Змиевская и др., 2002; Левченко и др., 2001) уменьшает количество испарённых с поверхности электрода частиц, что приводит к большей прозрачности экранирующего пылевого слоя, и поверхность начинает вновь разрушаться.

Периодические колебания температуры и плотности газа и плазмы могут возникать при термоциклировании поверхностей в космосе. Существуют проблемы с выбросами в вакуум топлива при дозаправке двигателей на межпланетной космической станции, при моделировании собственной атмосферы космических аппаратов и др.

Моделирование пылевой плазмы кинетическим кодом *SUR-Dust* (Сигов, 2001; Иньков и др., 1999) показало, что основные динамические процессы в пылевой плазме зависят от размера пылинок. Одним из путей формирования зародышей пыли может быть фазовый переход. Распределение зародышей жидких капель по размерам позволяет судить о присутствии в пылевом слое капель малых размеров, диагностика которых в натурных экспериментах может быть затруднена. Численный анализ формирования зародышей пыли в разряде важен, поскольку рассматривается неравновесная стадия конденсации, учитывается то, что капли заряжены, причём в течение флуктуационной стадии заряд на капле считается постоянным, его величина и знак отвечают экспериментальным данным.

При расчёте сечения рассеяния плазмы на пылинках концентрация пыли определяется моделью деградации материала пластины, которая связывает величину потока плазмы со скоростью эрозии поверхности. Присутствие пыли турбулизует поток плазмы, делая неравновесными функции распределения электронов и ионов по скоростям. Процесс зарядки пылинок заметным образом нарушает течение плазмы в самосогласованных полях, ослабляет поток плазмы на поверхность. Сечение рассеяния плазмы, найденное из вычислительного эксперимента, учитывает сложные физические процессы в пылевой плазме, что связывается на ослаблении потока плазмы на поверхность электрода.

Модель плазмы описывается уравнениями Власова–Пуассона, в уравнениях для пыли использованы потоки импульса и поток заряда электронов и ионов на поверхность пылинки, учтены источники заряженных частиц в объёме комплексной плазмы. Неустойчивость процессов испарения и конденсации в тонком плазменно-пылевом приэлектродном слое изменяет скорость образования зародышей и дисперсию их размеров, что обычно не учитывается ни в моделях пылевой плазмы, ни при описании конденсирующихся сред.

Столкновения и флуктуационные процессы, формирующие зародыши жидкой фазы из пересыщенных паров, описываются стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ) Ито. Статистическая эквивалентность СДУ Ито уравнениям Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) (Скороход, 1983) и Больцмана (Пугачёв и др., 1984) позволяет рассматривать численное решение систем СДУ как метод решения уравнений математической физики (УМФ) (Змиевская, 1997). Коэффициенты обеих задач (СДУ и УМФ) связаны определениями и свойствами неупреждающих функционалов марковских случайных процессов. Алгоритмы решения систем линейных СДУ Ито–Стратоновича (Аверина и др., 1986) с постоянными коэффициентами были модифицированы для решения СДУ с функционал-коэффициентами (Змиевская, 1996). Методики были применены для расчёта и анализа флуктуационной стадии фазовых переходов первого рода. В нашей модели — это образование капель металла в плазме разряда.

Столкновения плазмы с пылью приводят к плазмохимическим реакциям на поверхности пылевых частиц, изменяющих как заряд пылинок, так и динамику электронов плазмы. Роль таких процессов, как

Оже-нейтрализация, ионизация Пеннинга, нерезонансная перезарядка и др. может быть учтена с помощью моделей скачкообразных марковских процессов, подобно тому, как моделировалась плазма многозарядных ионов в сталкивающихся потоках лазерной плазмы (Грибков и др., 1989).

1. Предпосылки численного метода стохастического аналога

Пусть образование и эволюция размера капель описывается уравнением Колмогорова для $f(X, t)$, плотности переходной вероятности случайного МП $\{X(t), t \geq 0\}$. Речь идёт об УМФ, т. е. об уравнениях в частных производных параболического типа (Рискен, 1983)

$$\begin{cases} \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} = L(f), \\ f(X, t = 0) = f_0. \end{cases}$$

Оператор L , стоящий в правой части первого уравнения, — это линейный оператор Фоккера–Планка

$$L = - \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial X_i} A_i(f(X), t) f(X, t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} B_{ij}(f(X), t) f(X, t),$$

однако в рассматриваемых здесь задачах квазилинейность кинетического уравнения обеспечивается тем, что коэффициенты A и B нелинейны (зависят от $f(X, t)$); здесь i, j — индексы суммирования ($N = 1, 2$).

Кинетическая функция распределения $f(X)$ зависит от значений МП $\{X(t), t > 0\}$, реализующихся во всех его траекториях за время t . Приращение случайного процесса ΔX согласно формуле Ито имеет вид

$$X(t + \Delta t) - X(t) = H(X, t)\Delta t + \sigma(X, t)\widetilde{W}(t),$$

$$\Delta \widetilde{W}(t) = W(t + \Delta t) - W(t),$$

где H и σ — функционал-коэффициенты сноса и диффузии, $\Delta \widetilde{W}(t)$ — приращение винеровского случайного процесса.

Интегральный вид стохастического уравнения для определения значений МП, изменяющихся во времени, имеет вид

$$x(t) = x_0 + \int_0^t H(x(\tau), \tau) d\tau + \int_0^t \sigma(x(\tau), \tau) dW(\tau), \quad 0 \leq t \leq T_{\text{fin}}.$$

Здесь x_0 — значение МП в момент времени $t = 0$.

Основную трудность в решении систем СДУ представляет интегрирование винеровского случайного процесса, поскольку функционал-коэффициенты $H(x, t)$, $\sigma(x, t)$ должны быть достаточно гладки для того, чтобы можно было опираться на теоремы о существовании и единственности решения стохастической задачи. При решении систем СДУ использование модели «белого» шума правомочно только при рассмотрении стохастического интеграла в форме Стратоновича. В работах (Аверина и др., 1986; Артемьев и др., 1997; Левченко, 2001) отмечена необходимость рассмотрения интегралов в форме Ито и в форме Стратоновича при выборе метода решения систем СДУ с линейными и нелинейными коэффициентами.

Коэффициенты сноса и диффузии в уравнении ФПК представляют собой среднеквадратические пределы математического ожидания M , приращения случайного процесса $\{X(t)\}$ и соответствующей дисперсии

$$A_i(X, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} M[X(t + \Delta t) - X(t)],$$

$$B_{ij}(X, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} M[(X(t + \Delta t) - X(t))^2].$$

Матричные уравнения связывают коэффициенты уравнения ФПК и коэффициенты СДУ Ито–Стратоновича в случае рассмотрения двух переменных МП.

Формулы связи коэффициентов СДУ и уравнения ФПК в случае одной переменной принимают вид (q_f — интенсивность стохастического шума)

$$H(X, t) = A_i(X, t) - \frac{1}{4} \frac{dB_{ij}(X, t)}{dX}; \quad \sigma(X, t) = \sqrt{\frac{1}{q_f} B_{ij}(X, t)}.$$

Таким образом мы решаем численно систему СДУ, описывающую МП, а результат интерпретируем как эволюцию плотности переходной вероятности МП, опираясь на строгие результаты статистической эквивалентности УМФ и систем СДУ Ито (Скорород, 1983).

2. Физические модели задачи

Поверхности, помещённые в поток плазмы, разрушаются. Для оценки экранирования поверхности от потока плазмы тонким слоем пылевых частиц рассмотрим последовательное решение двух задач: 1) расчёт параметров плазмы в кинетическом коде *SUR-Dust* и 2) моделирование конденсации паров металла, ушедших с поверхности пластины при параметрах плазмы, полученных на первом шаге расчётов.

Флуктуационная стадия фазового перехода описывается моделью открытой физической системы, когда термодинамические параметры (температура, давление пара, пересыщение) на этапе определения размера зародыша считаются неизменными, поскольку это весьма кратковременная стадия. Слияние капель — процесс менее вероятный и будет существенным при другой длительности рассматриваемых процессов.

Итак, существует постоянный приток пара металла к поверхности зародыша, и образование зародышей каплей не уменьшает давление пара в системе. Неравновесная конденсация на флуктуационной стадии может быть представлена диффузионным МП в пространстве размеров конденсирующихся каплей металла. Будем рассматривать неравновесную стадию фазового перехода, когда формируются зародыши каплей металла, и представим стохастическую модель этого процесса. Заметим, что в работе (Каллис, 1998) предложена детерминированная модель определения размера зародыша, что не отражает флуктуационную природу этого процесса. В статье (Смирнов, 2000) оцениваются равновесная скорость прилипания частиц к зародышу и предлагается модель слияния каплей разного размера.

Стохастическая модель позволяет анализировать нестабильную стадию фазового перехода первого рода продолжительностью 10–100 нс, в течение которой формируется распределение каплей по размерам. Рассмотрим фазовый переход, используя модель диффузионного марковского процесса (МП) в фазовом пространстве $\{G\}$ размеров g конденсирующихся каплей металла: $\{g(t), t > 0\}$, $g|_{(t=0)} = g_0$, $g > 2$. Под размером g будем понимать число единичных объёмов конденсирующегося вещества в зародыше, однако можно рассматривать и радиусы r сферических каплей.

Максимальное значение размера кластера определяется условием устойчивости жидкой металлической капли. Слияние каплей и их дробление не рассматриваются. Изменение размера зародыша g происходит в результате либо прилипания единичных частиц A_1 к поверхности кластера A_g , либо испарения этих частиц; т. е. $\Delta g = \pm 1$, и можно перейти от учёта каждого приращения размера к модели осреднённого описания процесса. В итоге образуются зародыши, g -меры, при этом реализуется случайный процесс, подобный броуновскому движению в пространстве размеров зародышей $\{G\}$, когда сферическая капля-конденсат имеет переменную (флуктуирующую) массу, и изменение размера кластера представляет собой стохастическую диффузию в фазовом пространстве $\{G\}$.

Рассмотрим нестационарную флуктуационную эволюцию размера g заряженной капли. Зародыши жидкости в паре появляются в результате возникновения разности химических потенциалов паров металла $(\Delta\Phi)_{\text{vap}}$ и жидкой фазы $(\Delta\Phi)_{\text{liq}}$ металла, под действием сил межфазного взаимодействия $(\Delta\Phi)_{\text{l-v}}$ жидкости и пара, а также с учётом электростатической реакции среды, возникающей вследствие появления в ней заряженной жидкой капли $(\Delta\Phi)_{\text{charge}}$. Энергию Гиббса в соответствии с моделью представим в виде

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{\text{vap}} + \Delta\Phi_{\text{liq}} + \Delta\Phi_{\text{l-v}} + \Delta\Phi_{\text{charge}} + W_d,$$

где W_d — энергия связи атомов в кластере, или работа выхода с поверхности.

Здесь рассматривается энергия (в единицах kT), приходящаяся на один сферический зародыш радиусом $r = (3gv_1/4\pi)^{1/3}$, состоящий из g

сферических капель с единичным объёмом v_l каждая. На поверхности кластера зародыша присутствует заряд Z_d , измеряемый в единицах заряда q ; при моделировании конденсации паров диэлектриков может быть учтена проницаемость.

Обозначим также разность химических потенциалов двух фаз как $\mu_v - \mu_l$; эта величина зависит от пересыщения паров $S = P/P_\infty$, равного отношению текущего давления $P = n_v kT$ к P_∞ (давлению насыщающих паров). С учётом принятых обозначений имеем

$$\Delta\Phi = -\frac{4\pi}{3v_l}(r^3 - r_a^3)(\mu_v - \mu_l) + 4\pi(r^2 - r_a^2)\sigma_l(T) + \frac{1}{2}qZ_d\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_a}\right) + W_d.$$

Согласно (Цытович и др., 1998), оценку величины $Z_d q$ при некоторых допущениях можно найти из соотношения $q^2 Z_d \cong 2,5 r T_e$; в работе (Бондарева и др., 2001) заряд на пыли определяется $3D$ $3V$ кинети-

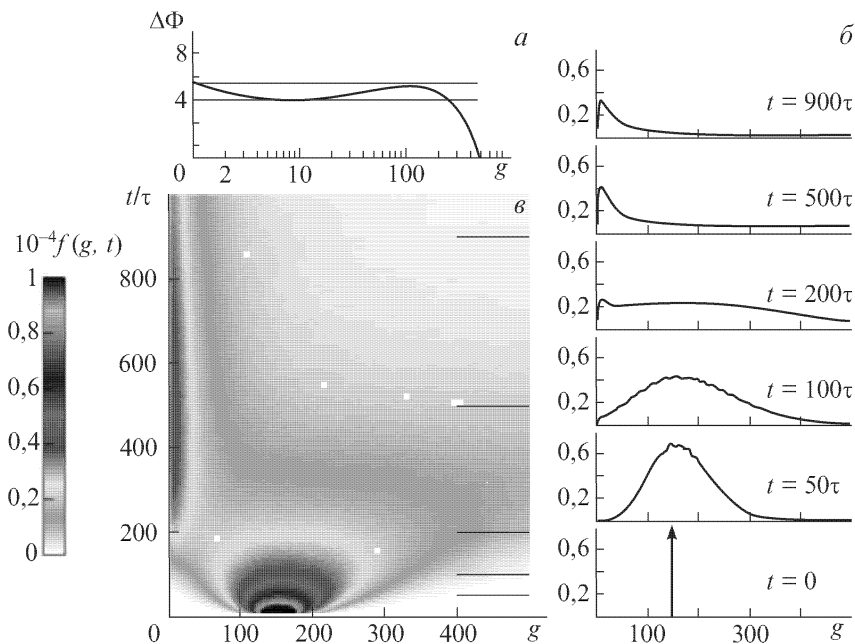


Рис. 1. Образование заряженных капелек металла при постоянном заряде $Z_d = 2 \cdot 10^3$ ед. СГСЕ: а) энергия Гиббса $\Delta\Phi$, кДж/моль, необходимая для формирования зародыша в зависимости от его размера g ; б) профили функции распределения f/f_0 , $f_0 = f|_{(t=0)}$ жидких капелек металла по размерам в последовательные моменты времени; в) поверхность равных значений $f(g, t)/f_0$; по оси x — размер зародыша $g \in [0, 500]$, интенсивностью тона (см. шкалу слева) показано число кластеров определённого размера

ческим кодом. Поверхностное натяжение жидкой капли σ_1 содержит поправку на сферичность поверхности зародыша. Величиной r_a обозначен радиус иона — центра конденсации. Учёт заряда на капле зародыша в выражении для энергии Гиббса приводит к дополнительному экстремуму функционала. Этим качественно объясняется неравновесность в распределении зародышей жидкой фазы (рис. 1 а).

3. Кинетические и стохастические уравнения модели

Уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова для модели флуктуационной стадии конденсации было выведено Я.Б. Зельдовичем в 1942 г. и известно как уравнение Фольмера–Зельдовича. Впервые численная реализация стохастической модели, отвечающая требованиям стохастического аналога — диффузионного МП в пространстве размеров кластеров зародышей жидкой фазы, была осуществлена в работе (Змиевская и др., 1989). Затем эти идеи были применены в статьях (Змиевская, 1996; Левченко, 2001; Бондарева и др., 2000), где зародышеобразование рассмотрено как случайный процесс с плотностью вероятности, определяемой из уравнения

$$\frac{\partial f(g, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial g} \left[D(f(g, t), t) \frac{\partial f(g, t)}{\partial g} \right] + \\ + \frac{1}{kT} \frac{\partial}{\partial g} \left[D(f(g, t), t) \frac{\partial \Delta \Phi(f(g, t), t)}{\partial g} f(g, t) \right],$$

$$f(g, t)|_{t=0} = f_0(g), \quad f(g, t)|_{t \rightarrow T_{\text{fin}}} = f(g, T_{\text{fin}}).$$

Здесь $f(g, t) dg$ — число кластеров зародышей в интервале размеров dg или кинетическая функция распределения капель металла по размерам; $\Delta \Phi(f(g, t), t)$ — свободная энергия формирования кластера; $D(f(g, t), t)$ — функционал-коэффициент диффузии в пространстве размеров капель металла. Согласно модели (Змиевская, 1997), этот коэффициент зависит от температуры T , плотности пара n_v и скорости молекул пара V_v , сталкивающихся с поверхностью капли:

$$D(f(g, t), t) = g^{2/3} \alpha(T) v_1^{2/3} n_v V_v,$$

где $\alpha(T)$ — коэффициент аккомодации паров металла на поверхность капли — величина, измеряемая в интервале от 0 до 1. Физические параметры (молярный объём v_1 , радиус Вигнера–Зейтса r_w и др.) для металлов, испарение которых потоком плазмы возможно при энергиях $> 0,2$ эВ, приведены в обзоре (Смирнов, 2002).

В уравнение Фольмера–Зельдовича входит величина $\Delta \Phi(f(g, t), t)$, являющаяся функционал-коэффициентом энергии Гиббса для системы «пары металла — жидкая капля» (см. выше). Разность химических потенциалов жидкой и газообразной фаз металла здесь пропорцио-

нальна величине $kT(\log P/P_s g)$, энергия межфазного взаимодействия пропорциональна величине $\sigma_{\text{surf}}(T, P)(v_l)^{2/3} g^{2/3}$, где $\sigma_{\text{surf}}(T, P)$ — поверхностное натяжение с учётом сферичности капли. И, наконец, мы учли вклад в энергию Гиббса, связанный с отрицательным постоянным зарядом Z капли $qZv_l^{-1/3} g^{-1/3}$, q — здесь заряд электрона. В качестве первого приближения при конкретизации коэффициентов, входящих в выражение для энергии Гиббса, мы использовали справочные данные из работ (Справочные величины, 1998; Смирнов, 2000). Аналогично выводится выражение для энергии Гиббса с учётом радиуса иона, на котором происходит конденсация.

Стохастический аналог (СДУ Ито–Стратоновича) имеет вид

$$\frac{dg}{dt} = -\frac{1}{kT} D(g, t) \frac{\partial \Delta \Phi(g, t)}{\partial g} - \frac{1}{2} \frac{\partial D(g, t)}{\partial g} + \sqrt{2D(g, t)} \xi(t),$$

$$t_0 \leq t \leq T_k, \quad g(t_0) = g_0 \in [g_{\min}; g_{\max}], \quad g(t) > 2,$$

где $D(g, t)$ и $\Delta \Phi(g, t)$ — степенные аппроксимационные функции размера кластера, $\Delta \Phi(g, t) = -ag + bg^{2/3} - g^{-1/3}$.

Энергия Гиббса зависит от температурного профиля плазмы и паров металла. $D = dg^{2/3}$ — коэффициент диффузии в пространстве размеров капель. Эти величины зависят не только от термодинамических параметров, характеризующих конденсирующуюся фазу (температура и давление паров), но и от функции распределения кластеров по размерам. Таким образом, мы решаем нелинейную задачу, точнее, квазилинейное уравнение ФПК. Подразумевается при этом, что присутствует источник мономеров — частиц пара, который поддерживает давление пара.

Моделирование флуктуационной стадии фазового перехода заканчивается расчётом распределения зародышей по размерам, осуществляемым согласно определению плотности переходной вероятности МП, который мы представляем траекториями случайного процесса с помощью СДУ. Случайные меры, характеризующие процесс образования зародышей, связаны с единичной мерой, суммирование которых позволяет определить точное число точек фазового пространства (в данном случае размера зародыша), попавших в заданный интервал значений размеров. Кинетические функции распределения отвечают среднему числу зародышей в интервале значений их размеров. Численная реализация МП даёт также оценку математического ожидания среднего размера и дисперсию размеров зародышей капель металла при заданных давлении и температуре паров.

Затем следует уточнить изменение параметров плазмы, взаимодействующей с заряженными каплями, расположенными в тонком слое пылевой плазмы. Это можно сделать по результату расчёта среднего размера и плотности пылевого слоя, т.е. численно осуществить объединение задачи определения размера пыли и модели пылевой плазмы.

Численная схема решения систем СДУ с функционал-коэффициентами представляет собой модификацию алгоритма решения систем

СДУ с постоянными коэффициентами в рамках численного метода второго порядка, область устойчивости которого бесконечна при условии ограниченности и гладкости коэффициентов СДУ. В нашем случае коэффициенты нелинейны, аппроксимированы степенными функциями размера зародыша капель.

Разобьем интервал $[0, T]$ на шаги, в течение каждого из которых решается система СДУ с постоянными коэффициентами. Для i -й траектории диффузионного МП его значение g_{n+1} рассчитывается следующим образом: МП на временном интервале $[0, T]$ конструируется траекториями $\{g^i(t)\}$, $i = 1, \dots, N$. В течение шага по времени Δt , причём $t_n = t_{n-1} + \Delta t$, коэффициенты СДУ H , σ (сноса и диффузии) остаются постоянными, вычисленными по значениям $\{g^i(t)\}$ с предыдущего шага. После этого коэффициенты H , σ пересчитываются с уточнённым значением величины g_n .

Приращение величины g для каждой i -й траектории составляет

$$\frac{g^{n+1} - g^n}{\Delta t} = \left(H(g_n) + \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} \sigma(g_n) \xi + 0,5 \xi^2 \sigma(g_n) \frac{\partial \sigma(g_n)}{\partial g} \right) \times \\ \times \left[1 - 0,5 \Delta t \frac{\partial H(g_n)}{\partial g} \right]^{-1},$$

$\sigma = \sqrt{2D(g)}$, $H = -\frac{1}{kT} \frac{\partial \Phi}{\partial g} D(g) - 0,5 \frac{\partial D(g)}{\partial g}$, $\Delta \Phi(g)$, $D(g)$ — функционал-коэффициенты. Здесь g_n — значения приближённого решения системы СДУ в узлах сетки по времени, $\{\Delta t\}$ — шаг по времени, ξ_n — последовательность нормально распределённых независимых случайных чисел с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Они могут быть вычислены по формуле $\xi_n = \sqrt{-2 \log \alpha_1} \cos(2\pi \alpha_2)$, где α_1 и α_2 — случайные числа, равномерно распределённые в интервале $[0, 1]$.

В качестве примера на рис. 1 приведён результат расчёта кинетических функций распределения по размерам зародышей капель. Параметры паров ванадия рассчитаны при $T = 0,2$ эВ, $P/P_S = 1$, $\sigma = 0,3$ Н/м, $Z = 1000q$, время t в единицах

$$\tau = \left(\frac{3v_l}{4\pi} \right)^{2/3} n_v \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}.$$

В единице объёма V возникает процесс конденсации паров при концентрации пара 10^{10} см^{-3} в течение 1000 τ .

4. Рассеяние плазмы на пылевых частицах

Пылевая плазма возникает как в технологических устройствах, так и в космических средах. Самосогласованная кинетическая модель комплексной плазмы основана на уравнениях Власова–Пуассона и PIC-методе их решения в 3D 3V-случае (Сигов, 2001; Иньков, 2000). Раз-

работаны новые алгоритмы, связанные со спецификой комплексной плазмы (Иньков, 2002). Для простоты пылевые частицы полагаются неподвижными. Рассматривается их влияние на параметры плазмы, обтекающей пылинки. Многофункциональный код *SUR-Dust* позволяет обнаружить на характерных пространственных масштабах порядка 1000 длин Дебая неравновесные состояния плазмы, возникающие вследствие зарядки пыли и взаимодействия с ней плазмы.

В обзоре (Цытович и др., 1998), посвящённом поведению пыли в термоядерных устройствах, отмечается, что пылевые частицы могут сохраняться долгое время в плазме с температурой ниже 20 эВ. В диверторе около коллекторной пластины температура может быть ниже 1 эВ, и поэтому предполагается, что пыль легко сохраняется в относительно низкотемпературной зоне, подвергаясь воздействию потока заряженных частиц и полей.

Значения заряда для пылинок (размером около 1 мкм) Z_d могут составлять величину порядка $10^4 \div 10^5$ ед. заряда. Пылевые частицы имеют малые кинетические энергии и, левитируя, находятся в постоянном электрическом поле пристеночного слоя. Существуют два механизма формирования пылевого слоя: инжекция со стенки и конденсация из пара молекул и атомов, возникающих из-за распыления приёмной пластины.

Отрицательный заряд на пыли возникает при столкновении с электронами, положительный заряд может появиться при действии ультрафиолетового излучения, вызывающего потерю электронов с поверхности. Поверхностный потенциал является плавающим и соответствует равенству нулю токов ионов и электронов на пылевую частицу; его величина пропорциональна электронной температуре (при $T_e \cong 1$ эВ, $Z_d \cong 10^4 \div 10^5$ ед. заряда), заряд пропорционален размеру пылинки R .

Пристеночный электростатический двойной слой создаётся за счёт разности ионного и электронного токов, действующих на стенку, заряжающуюся до отрицательных значений до тех пор, пока эти токи не сравняются. Падение потенциала в пристеночном слое составляет $3,8T_e$, что в зависимости от T_e соответствует $4 \div 20$ В, а потенциальный барьер, удерживающий заряженные пылинки, находится в диапазоне $(4 \cdot 10^4 \div 20 \cdot 10^5)$ В.

Сила, возникающая в плазменном слое за счёт градиента параметров плазмы по пространству, достаточна для компенсации силы тяжести (пропорциональной R^3 , или массе) и силы увлечения пыли потоком ионов (пропорциональной R^2 , или поверхности) на стенку; явление левитации пыли отражает их баланс.

Кинетические численные эксперименты в плазмоподобных средах и плазме осуществляются без предположения о максвелловском характере функций распределения по скоростям частиц, взаимодействующих с заряженной пылью. Это вызвано, прежде всего, требованием высокой точности к расчётам электростатических полей в плазме и учётом влияния на эту величину процессов зарядки пылинок, их экранировки и др. Заряженные микрочастицы вблизи электрода

создают неустойчивости плазменного потока, которые обуславливают нелинейные механизмы самоорганизации в пылевой плазме.

Вычислительный эксперимент в физике плазмы, новые численные методы и технологии программирования позволили создать численную модель и объектно-ориентированный кинетический код *SUR-Dust* пылевой плазмы, реализованный на языке C++. С помощью кинетического кода изучаются неравновесные явления в пылевой плазме низкой плотности, исследовано влияние процессов зарядки пылинок на параметры плазмы разряда, проведён численный анализ неравновесных функций распределения ионов и электронов по скоростям вблизи электродов в зависимости от параметров пылевого слоя и потока плазмы. Дискретное моделирование плазмы и плазмоподобных сред (пылевой плазмы) включает и стохастические модели столкновений, изменяющих заряд, и флуктуационно обусловленные процессы, изменяющие размер пыли.

Оценка эффективных сечений рассеяния потока плазмы пылевым слоем с заданным средним размером капель металла проведена для следующих параметров плазмы: температура электронов $T_e \sim 0,2 \div 1,0$ эВ, плотность ионов 10^{10} см^{-3} . Размеры частиц пыли составляют $10 \div 100$ мкм, а расстояние между пылинками $d \sim 1 \div 100$ мкм.

Рассматривается плазма вблизи электрода или поверхности. Температура плазмы невысока для термоядерных устройств, но достаточна для плавления (испарения) материала поверхности. Вблизи пластины образуется облако, состоящее из капель жидкого металла. Рост и испарение капель зависит, с одной стороны, от потока частиц плазмы на макроскопическую частицу (который, в свою очередь, зависит как от параметров самой частицы, так и от параметров облака в целом), а с другой стороны, от притока материала со стенки. Кроме того, капли могут расти не только за счёт конденсации, но и за счёт агломерации; начиная с некоторого размера жидкая капля может разваливаться из-за неустойчивости. Характерное время процесса — 100 нс — сопоставимо с характерным временем образования зародышей жидкой фазы.

Обозначим l_d толщину слоя металла, создающего при распылении пылевой слой толщины L_d , а R_d — характерный размер пылинок. Тогда числовую плотность пыли можно связать с этими величинами:

$$n_d = \frac{3}{4\pi} \frac{l_d}{L_d} \frac{1}{R_d^3}.$$

Относительное геометрическое сечение и сечение, связанное с экранировкой в пылевой плазме, можно представить соответственно σ_{geom} или $\sigma_1 = n_d L_d \pi R_d^2$ и $\sigma_2 = n_d L_d \pi \lambda_D^2$, или σ_{scr} . Рассмотренный диапазон параметров плазмы таков, что в численном эксперименте реализуются значения сечений рассеяния $\sigma_2 \geq 1 \geq \sigma_1$.

Схема эксперимента приведена на рис. 2. Моделируемая область имеет форму параллелепипеда, вытянутого вдоль оси z . Металлическая стенка находится в плоскости $z = 0$. Область заполнена плазмой

и неподвижными частицами пыли с концентрацией до 10^6 см^{-3} . Граничные условия по осям x и y — периодические. По оси z граничное условие на стенке — поглощение, а на границе с невозмущённой плазмой — отражение.

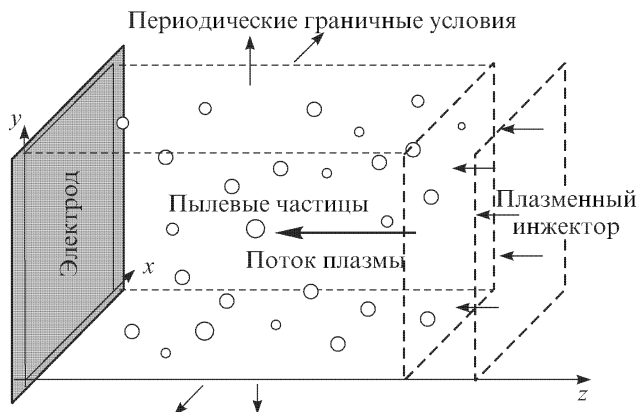


Рис. 2. Схема численного эксперимента

мой — отражение. Кроме того, на границе с невозмущённой плазмой присутствует инжектор с максвелловским распределением, обеспечивающий приток частиц плазмы в расчётную область. Магнитное поле отсутствует. В начальный момент времени температуры ионов и электронов равны. Модельное отношение массы иона к массе электрона равняется 100.

Параметры пылевой плазмы для разных вариантов расчёта приведены в табл. 1.

Как следует из таблицы, проводились три серии расчётов:

1) варианты $N1-N8$: при неизменном радиусе пылинок $\sim 0,5\lambda_D$ варьировалась плотность пыли (соответственно 4–32 пылинки в модельной области);

2) варианты $R0,5-R0,05$: при постоянной плотности пыли (32 пылинки в модельной области) варьировался радиус пылинок, размер R_d указан в длинах λ_D ;

3) варианты $S10-S0,1$: при постоянном геометрическом сечении $\sigma_1 = 0,1$ варьировались параметры пылевого облака, определяющие сечение экранировки.

Кроме того, проводился эталонный расчёт в отсутствие пыли — вариант ND . В кинетических расчётах были учтены такие процессы, как длинномасштабное отталкивание пылинок в потоке плазмы, притяжение, возникающее из-за асимметрии потока плазмы на частицу при взаимной экранировке пылинками друг друга, а также притяжение вследствие кулоновского рассеяния плазмы при взаимном затенении пылинок и неупругие столкновения с поверхностью пыли.

Входящие в приэлектродную область потоки частиц, импульса и энергии перераспределяются по следующим каналам:

Таблица 1. Параметры вариантов расчётов

Вариант	R_d/λ_D	$n_d\lambda_D^3$	L_d/λ_D	l_d/λ_D	σ_{geom}	σ_{scr}	σ_{exp}
N1	0,5	0,0005	120	0,03	0,05	0,2	0,1
N2	0,5	0,001	120	0,06	0,1	0,4	0,2
N4	0,5	0,002	120	0,13	0,2	0,8	0,4
N6	0,5	0,003	120	0,18	0,3	1,2	0,6
N8	0,5	0,004	120	0,26	0,4	1,6	0,9
ND120	0	120	0	0	0		
R0,5	0,5	0,004	120	0,26	0,4	1,6	0,9
R0,3	0,3	0,004	120	0,056	0,14	1,6	0,5
R0,2	0,2	0,004	120	0,017	0,063	1,6	0,1
R0,1	0,1	0,004	120	0,002	0,016	1,6	
R0,05	0,05	0,004	120	0,0002	0,004	1,6	
ND420	0	420	0	0	0		
S10	0,1	0,008	420	0,004	0,1	10	
S2,5	0,2	0,002	420	0,008	0,1	2,5	
S1,1	0,3	0,0008	420	0,012	0,1	1,1	
S0,4	0,5	0,00032	420	0,02	0,1	0,4	
S0,1	1,0	$8 \cdot 10^{-5}$	420	0,04	0,1	0,1	

1) на пластину электрода, где происходят упругие и неупругие столкновения с ней частиц плазмы;

2) на пылинки, при этом падающие частицы плазмы передают также весь свой импульс и энергию, кроме того, рассеивающиеся частицы частично передают импульс, и, если масса частиц пыли конечна, небольшую долю энергии;

3) наружу из пристеночной области (вместе с частицами плазмы, которые упруго рассеяны пылинками назад).

В присутствии пыли возможны разные режимы рассеяния плазмы, обусловленные соотношением геометрического сечения (σ_1) и сечения экранирования (σ_2) (рассматриваются интегральные по поперечной координате сечения, нормированные на единицу площади поверхности).

1) $\sigma_1 \ll \sigma_2$ — этому случаю отвечают очень крупные пылинки. Такие размеры пылинок были рассмотрены в работе (Змиевская и др., 2002), где было показано, что пластина эффективно экранируется

слоем пыли. При этом поток плазмы перераспределяется между пластиной и пылинками в зависимости от величины σ_1 .

2) $1 \ll \sigma_1, \sigma_2$ — этот случай связан с заметным поглощением плазмы пылинками. Возникают сильнонеравновесные функции распределения ионов и электронов, происходит полное удаление «хвостов» функции распределения электронов (энергичных электронов). Наблюдается также существенная трансформация функции распределения ионов (для всей области скоростей) вплоть до образования «вихрей» и многопоточковых движений на фазовой плоскости $\{z, p_z\}$ (рис. 3 а).

Возникают большие пространственные градиенты потоков и других интегральных величин плазмы, а также отмечается сильная зависимость заряда на пылинках от расстояния до пластины. В балансе преобладает влияние неупругого рассеяния на пыли, когда основной поток плазмы идёт на её поверхность.

3) $\sigma_1 \ll 1 \ll \sigma_2$ — слабое поглощение частиц плазмы пылинками, однако упругое кулоновское рассеяние частиц плазмы на пылинках (внутри радиуса экранировки) продолжает оставаться существенным фактором баланса плазменных потоков. Изменение функции распределения ионов может носить локальный характер: поверхности пылинок достигают только очень медленные ионы. Возможно образование экранирующих пылинки облаков ионами с финитными траекториями (эффект был обнаружен в работах (Иньков и др., 2000; Сигов, 2001)). Для баланса наиболее важным фактором является вид функции распределения электронов в инжекторе, точнее, наличие и доля высокоэнергичных электронов в их общем распределении. Этим фактором будет определяться величина заряда пылинки и, следовательно, кулоновское сечение рассеяния. Потоки частиц плазмы на пылинки невелики, однако в балансе энергии системы плазма–пыль существенным становится третий канал перераспределения потоков за счёт части ионов, покидающих пристеночную область в результате упругого рассеяния на пылинках.

Приведём некоторые результаты. Исследована задача ослабления потока плазмы при прохождении объёма, содержащего пылевые частицы. На рис. 3 б изображено изменение плотности ионов в зависимости от расстояния до стенки. Верхняя диаграмма соответствует серии расчётов с постоянным радиусом пылинок, но разным количеством пылевых частиц в модельной области (разной плотностью пыли). Нижняя диаграмма соответствует серии расчётов с постоянной плотностью пыли, но переменным радиусом пылинок. Там же изображена зависимость потока ионов от расстояния до стенки.

Как и следовало ожидать, пылевой слой затеняет электрод от плазменного потока, и экранирование растёт с увеличением эффективного сечения рассеяния. Уменьшение потока плазмы за счёт рассеяния на пыли P может быть введено как $P(z) = P_0 \exp\{-\sigma(L_d - z)/L_d\}$. Здесь z — расстояние от пластины, а P_0 — поток плазмы без пылевого слоя. Значения σ_{exp} , найденные в численном эксперименте, приведены в табл. 1.

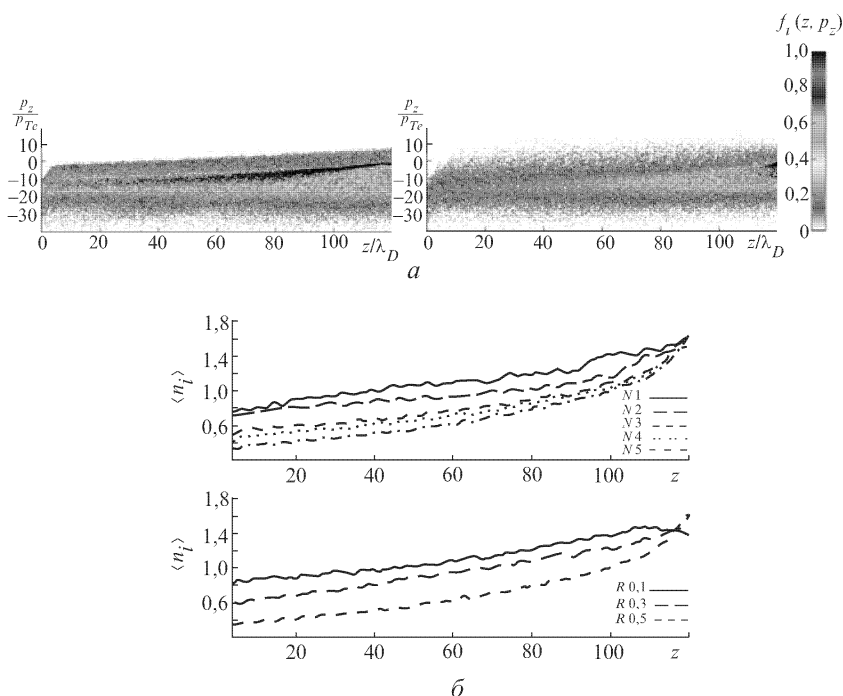


Рис. 3. Результаты расчёта параметров пылевой плазмы: а) функция распределения ионов на фазовой плоскости $\{z, p_z\}$ вблизи поверхности, сравниваются результаты $3D\ 3V$ -расчёта: сверху — расчёт без пыли; снизу — с учётом заряженного слоя пыли; б) расчёт усреднённого по координатам x, y профиля плотности ионов, рассеянных на пыли для вариантов расчётов из табл. 1

Нижняя оценка сечения рассеяния берётся для пылинки с нулевым зарядом, у которой экранировка сводится к чисто геометрическому затенению, σ_1 . Его можно считать пропорциональным числу пылинок над участком поверхности площадью S . В качестве верхней оценки возьмём сечение для случая, когда все ионы с прицельным расстоянием, меньшим λ_D , поглощаются пылинкой или рассеиваются на ней (экранировочное сечение σ_2). Как и следовало ожидать, сечение σ_{exp} находится в интервале между ними (см. табл. 1).

На рис. 3 а приведены проекции фазового пространства распределения ионов на фазовой плоскости $\{z, p_z\}$. На верхнем рисунке изображён вариант расчёта в отсутствие пыли. Средняя тёмная область соответствует максимуму распределения сравнительно холодной плазмы, заполняющей объём расчётной области. Инжектор плазмы задан максвелловской функцией распределения со средним импульсом $15p_z$, скорость направлена в сторону стенки, фазовая плоскость для варианта расчёта с пылью приведена внизу рис. 3 а. Видно, что ионы

с малой скоростью вдоль оси z сильно поглощаются пылью. Кроме того, появляются ионы, движущиеся в направлении от стенки.

Заряд на пылевой частице — величина переменная, вносящая искажения как в характеристики движения частиц плазмы, так и в электростатические поля. Присутствие в рассмотрении модели пылевой плазмы нескольких пространственно-временных масштабов (обусловленное электронами, ионами, пылью) и принципиальным требованием 3D3V-размерности кинетического кода для расчёта взаимодействия в комплексной плазме потребовало создания новых схем вычисления самосогласованного электростатического поля. Здесь использована новая методика расчёта взаимодействия частиц плазмы с пылинками (Иньков, 2002) «частица — пылинка частица — сетка», *PDPM*. Данная методика предполагает разбиение процедуры расчёта потенциала на два слагаемых, из которых первое соответствует полю дебаевски экранированного заряда пылинки (отличное от нуля на расстоянии λ_D), а второе слагаемое соответствует потенциалу, созданному плазмой, за вычетом полей, вносимых пылью (экранирующих облаков вокруг пылинок).

В уравнениях дискретной модели комплексной плазмы самосогласованное поле встречается дважды: учтено коллективное дальное действие и учтены короткодействующие силы, появляющиеся в интеграле столкновений. Последний отражает взаимодействие частиц плазмы с ионной «шубой» пылинок. В расчёт модельной функции потенциала, создаваемого облаком зарядов, экранирующим точечный заряд, который равен заряду пылинки, вводится модельная функция, позволяющая вычислять значения поля как на большом расстоянии от частиц пыли, так и вблизи от них. Такой вычислительный приём обеспечивает заданную высокую точность определения электростатических полей в задаче.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. Функция распределения плазменных компонент меняет свою форму в результате взаимодействия плазменных частиц с пылью:

- распределение электронов в поперечном направлении обедняется высокоэнергичными частицами;
- распределение ионов по скоростям утрачивает медленную часть (около скорости, близкой к нулю);
- средняя скорость ионов понижается, а температура повышается из-за трансформации продольной составляющей импульса в поперечную.

Таким образом, функции распределения плазменных компонент становятся неравновесными, а сечения рассеяния, полученные в численных экспериментах, отличаются от обычно используемых в расчётах (Смирнов, 2000) и других предельных значений сечений рассеяния плазмы σ_1 и σ_2 .

В заключение следует отметить, что плазменно-пылевой код *SUR-Dust* и включённая в него стохастическая модель образования зародышей капель металла могут быть использованы при решении следующих задач:

— исследование блистеринга и флекинга в материалах, граничащих с плазмой;

— численное моделирование кавитации на начальной стадии, при которой возможно образование в жидкостях зародышей пузырьков газа;

— расчёт свойств сильнонеравновесной плазмы вблизи электродов и поверхностей в присутствии пылевой компоненты;

— моделирование процессов напыления металлических заряженных кластеров и травления поверхностей.

Авторы благодарны Т.К. Соболевой и Л.В. Инькову за полезные обсуждения и сотрудничество.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 02-01-01004).

Список литературы

- (Берд, 1976) *Bird G.A.* Molecular gas dynamics // The Oxford Engineering Science Serie. — Clarendon Press Oxford Univ., 1976 (пер. на р. яз. с дополн. *Берд Г.* Молекулярная газовая динамика / Под ред. О.М. Белоцерковского, М.Н. Когана — М.: Мир, 1981. — 320 с.).
- (Змиевская и др., 1979) *Змиевская Г.И., Пярнпуу А.А., Шематович В.И.* Моделирование физико-химических процессов в смесях газов // ДАН СССР. 1979. Т. 247, № 3. С. 561–564.
- (Пярнпуу и др., 1981) *Пярнпуу А.А., Змиевская Г.И., Шематович В.И.* Построение конструктивного физико-вероятностного аналога столкновительных процессов в разреженном газе // ДАН СССР. 1981. Т. 258, № 4. С. 815–818.
- (Шематович и др., 1982) *Шематович В.И., Пярнпуу А.А., Змиевская Г.И.* Стохастическое моделирование однородно расширяющихся разреженных газов // ДАН СССР. 1982. Т. 266, № 3. С. 573–576.
- (Маров и др., 1990) *Маров М.Я., Шематович В.И., Бисикало Д.В.* Кинетическое моделирование разреженных газов в задачах аэронауки // ИПМ АН СССР. — М., 1990. — 248 с.
- (Сигов, 1984) *Сигов Ю.С.* Численные методы кинетической теории плазмы. — М.: МФТИ, 1984.
- (Сигов, 2001) *Сигов Ю.С.* Вычислительный эксперимент: мост между прошлым и будущим физики плазмы. Избранные труды // Сост. Г.И. Змиевская, В.Д. Левченко. — М.: Физматлит, 2001. — 288 с.
- (Сигов, 1990) Дискретное моделирование плазмы / Под ред. Ю.С. Сигова. — М.: ИПМ АН СССР, 1990. — 252 с.
- (Змиевская, Зиньковская) *Змиевская Г.И., Зиньковская Т.В.* О численных стохастических аналогах уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова // Там же. С. 149–172.
- (Змиевская, 1996) *Змиевская Г.И.* Численные стохастические модели неравновесных процессов // Матем. моделир. 1996. Т. 8, № 11. С. 3–40.
- (Змиевская, 1997) *Змиевская Г.И.* Стохастические аналоги неравновесных столкновительных процессов // Физ. плазмы. 1997. Т. 23, № 4. С. 368–382.
- (Левченко и др., 1994) *Levchenko V.D., Sigov Yu.S.* Object-oriented plasma model // Препринт ИПМ РАН. 1994. № 108.
- (Змиевская, 1996) *Zmievskaia G.I.* Stochastic computer simulation of nonequilibrium media // Dynamics of transport in plasmas and charged beams /

- Ed. by G. Maino, M. Ottaviani. — Publishing Co. Pte. Ltd. World Scientific, 1996. P. 84–98.
- (Буфенди, 2002) *Boufendy L., Bouchoule A.* Industrial developments of scientific insights in dusty plasmas // *Plasma Sources Sci. Tech.* 2002. V. 11, № 3A. P. A211–A218.
- (Смирнов, 2000) *Смирнов Б. М.* Кластерная плазма // *Усп. физ. наук.* 2000. Т. 170, № 5. С. 495–533.
- (Цытович, Винтёр, 1998) *Цытович В. Н., Винтёр Дж.* Пыль в установках управляемого термоядерного синтеза // *Усп. физ. наук.* 1998. Т. 168, № 8. С. 899–907.
- (Цытович и др., 2002) *Цытович В. Н., Морфил Дж. Е., Томас Х.* Комплексная плазма: I. Комплексная плазма, как необычное состояние вещества // *Физ. плазмы.* 2002. Т. 28, № 8. С. 675–707.
- (Иньков и др., 2000) *Иньков Л. В., Левченко В. Д., Сигов Ю. С.* Численное кинетическое моделирование динамических процессов в пылевой плазме // *Прикл. физика.* 2000. Вып. 3. С. 138–145.
- (Бондарева и др., 2001) *Bondareva A. L., In'kov L. V., Levchenko T. V. et al.* Metal cluster formation influence on plasma discharge parameters // *Proc. XXV ICPIG, Nagoya, Japan V. 2* / Ed. by Toshio Goto. — Nagoya Univ., 2001. P. 119–120.
- (Левченко и др., 2001) *Levchenko T. V., Soboleva T. K., Zmievskaya G. I.* Influence of cluster formation on plasma discharge parameters // *Proc. of 15th Symp. on Plasma Chemistry. Vol. VII* / Ed. by A. Bouchoule et al. — Orleans, France, 2001. P. 2793–2798.
- (Змиевская и др., 2002) *Змиевская Г. И., Левченко Т. В., Соболева Т. К.* Экрамирование электродов металлическими кластерами в плазме разряда // *Теплофиз. и аэромех.* 2002. Т. 9, № 4. С. 633–646.
- (Грибков, Змиевская, 1991) *Грибков В. А., Змиевская Г. И.* Кинетические процессы в сталкивающихся плазменных потоках // *Радиационная плазмотермодинамика.* Т. 1 / Под ред. Ю. С. Протасова. — М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 348–388.
- (Змиевская, Зиньковская, 1989) *Змиевская Г. И., Зиньковская Т. В.* Численная стохастическая модель образования кластеров // *ДАН СССР.* 1989. Т. 309, № 2. С. 301–305.
- (Каллис и др., 1998) *Каллис Г., Шиттензельм Х., Бергер П., Хюгель Х.* Формирование кластеров при лазерном испарении // *Теплофиз. и аэромех.* 1998. Т. 5, № 2. С. 259–278.
- (Рискен, 1983) *Risken H.* The Fokker–Planck equation: Methods of solution and applications, v. of Springer Series in Sinergetics. — Berlin: Springer-Verlag, 1983.
- (Скороход, 1983) *Скороход А. В.* Стохастические уравнения для сложных систем. — М.: Наука, 1983.
- (Пугачёв, Синицын, 1984) *Пугачёв В. С., Синицын И. Н.* Стохастические дифференциальные системы. — М.: Мир, 1984.
- (Аверина, Артемьев, 1986) *Аверина Т. А., Артемьев С. С.* Новое семейство численных методов решения стохастических дифференциальных уравнений // *ДАН СССР.* 1986. Т. 288, № 4. С. 777–780.
- (Артемьев, 1997) *Artemiev S. S., Averina T. A.* Numerical analysis of systems of ordinary and stochastic differential equations. — Utrecht, The Netherlands, 1997. — 176 p.
- (Левченко, 2001) *Левченко Т. В.* Разработка и применение метода стохастического аналога в задачах неравновесной кинетики и геофизических

- приложениях: Автореф. дис... канд. физ.-мат. наук. — М.: ВНИЦ Гео-ИнформСистем, 2001.
- (Иньков, 2002) *Иньков Л. В.* Методы расчёта самосогласованного электрического поля в задачах кинетического моделирования пылевой плазмы // Препринт ИПМ РАН. 2002. № 47.
- (Бондарева, Змиевская, 2001) *Бондарева А. Л., Змиевская Г. И.* Исследование изменения свойств никеля при блистеринге методом стохастического моделирования // Прикл. физика. 2001. Вып. 3. С. 48–57.
- (Физические величины..., 1991) *Физические величины: Справ / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова.* — М.: Энергоатомиздат, 1991.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ В ГАЗЕ ТВЁРДЫХ ТЕЛ С НЕОДНОРОДНЫМИ ПОВЕРХНОСТНЫМИ ХИМИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

*В. В. Веденяпин¹, А. Я. Горбачевский², И. В. Мелихов²,
Я. Г. Батищева³*

¹ Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

² Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

³ Физико-технический институт, Москва

С помощью кинетического подхода построена модель хемореактивного движения (движение твёрдых частиц с химически реагирующей неоднородной поверхностью). Получено уравнение хемореактивного движения для сферической формы частиц. Проведённые ранее эксперименты на баллистическом участке траектории ракеты Европейского космического Агентства (Дубос, 1999; Вильнеф, 2000) показали наличие спиральных траекторий при движении химически реагирующих частиц с неоднородной поверхностью. Однако объяснения этому факту дано не было. Полученные в теоретическом исследовании спиральные траектории частиц выявляют причину возникновения такого движения и объясняют данные экспериментов.

Введение

Движение твёрдого тела в сплошной среде — одна из важных задач математической физики (Черчиньяни, 1978; Коган, 1967). Задача описания такого движения встаёт при изучении многих проблем, связанных, например, с топокхимическими и каталитическими процессами (Мелихов, 1997; Мелихов, 1998 б), движением спутников и космических тел (Белецкий, Яншин, 1984; Пярнлуу, 1974), движением частиц в космических аппаратах (Дубос, 1999; Вильнеф, 2000).

В связи с разработкой наукоёмких технологий усилился интерес к точному описанию движения твёрдых тел в жидкостях и газах (Мелихов, 1997; Мелихов, 1998 а; Мелихов, 1998 б). Как правило, ограничиваются рассмотрением движения тел, не реагирующих с окружающей средой, например, в работе (Ooms, Jansen, 2000) выводится выражение для «эффективного оператора вязкости» (effective friction operator) с использованием N -частичной функции распределения. В работах (Мелихов, 1997; Мелихов, 1998 а) показано, что если на поверхности тела, окружённого газом, начинается топокхимический или каталитический процесс, приводящий к поглощению или выбросу газа, то тело может участвовать в дополнительном движении, названном хемореактивным.

В статье (Мелихов, 1998б) рассмотрено хемореактивное движение в процессе катализа и сделана попытка учесть случайные силы при хемореактивном движении, а также введена функция распределения кристаллов по ширине и высоте.

Интерес к поведению наночастиц и наноструктур, химически активных и пространственно неоднородных, продемонстрировал важность исследований хемореактивного движения (ХРД). В связи с этим встаёт вопрос о детализации математического описания ХРД и установлении закономерностей этого вида движения твёрдых тел путём математического моделирования.

В данной работе рассматривается движение частицы шарообразной формы в газе, молекулы которого могут либо упруго отражаться, либо прилипать (рис. 1). Соответствующие уравнения движения

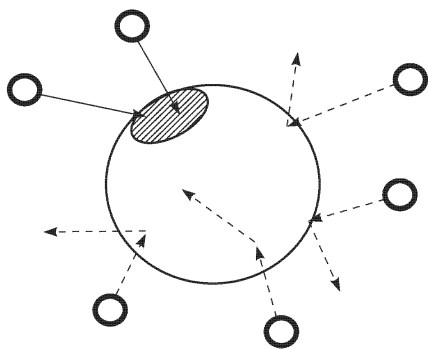


Рис. 1. Механизм возникновения хемореактивного движения

выведены ниже, при этом вводятся в рассмотрение коэффициенты прилипания $\beta(n)$ как вероятность поглощения частицы, зависящая от координаты поверхности сферы. Область преимущественной локализации процесса будем называть активной зоной. Случай наличия нескольких активных зон на поверхности сферической частицы возможно, сохраняя общность постановки задачи, свести к случаю одной эффективной активной зоны. Эту функцию, с одной стороны, характеризуют степень локализации и ин-

тенсивность химического процесса на поверхности частицы, а с другой стороны — определяют граничные условия вместо зеркально-диффузных условий Максвелла, ранее используемых в исследованиях (К. Черчиньяни, 1978; М.Н. Коган, 1967; Белецкий В.В., Яншин А.М., 1984).

Авторами получены явные вычисления пятикратных интегралов для сил и моментов в случае газа с максвелловским распределением по скоростям в приближении, когда скорость частицы много меньше тепловой. Это приближение должно, в частности, соответствовать экспериментам (Мелихов, 1997; Willneff, Maas, 2000), так как скорости частицы не превышают десяти метров в секунду, а тепловая скорость — сотни метров в секунду. Отметим, что для расчётов спутников берётся противоположный предел (Коган, 1967; Черчиньяни, 1978; Белецкий, Яншин, 1984; Ooms, Jansen, 2000).

В работах (Черчиньяни, 1978; Коган, 1967; Белецкий, Яншин, 1984) интегралы для сил и моментов для условия прилипания не рассчитывались. Авторами получено полное описание динамики частицы с применением метода убывающих функционалов.

1. Математическая модель процесса

Молекулы газа описываются с помощью функции распределения $f(r, p)$ молекул по координатам r и импульсам p . Состояние тела определяется координатами центра масс R , импульсом тела Q , кинетическим моментом K и ориентацией тела в пространстве с помощью единичного вектора S , который определяется как единичный вектор, направленный от центра масс к центру активной зоны (рис. 2).

Силы, действующие на частицу, движущуюся в газе, определяются столкновениями, частота которой $d\Omega$ даётся выражением (Черчиньяни, 1978; Коган, 1967; Больцман, 1967; Веденяпин, 2001)

$$d\Omega = \sigma f(r, p) dr dp. \quad (1)$$

Здесь $\sigma = \sigma(R, Q, r, p)$ — сечение столкновений $\{R, Q, S, K\} + \{r, p\} \rightarrow \dots$, которое для твёрдых шаров имеет вид (Черчиньяни, 1978; Коган, 1967; Больцман, 1967; Веденяпин, 2001)

$$\sigma(R, Q, r, p) = (u, n) \vartheta((u, n)) \delta(|r - R| - \rho). \quad (2)$$

Здесь

$$\vartheta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

$\delta(x)$ — δ -функция Дирака, ρ — радиус частицы, $u = p/m - Q/M$ — относительная скорость молекулы и шара, n — единичный вектор, перпендикулярный поверхности в точке $r = R - \rho n$ (рис. 3).

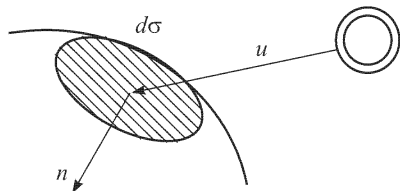


Рис. 3. Схема столкновения

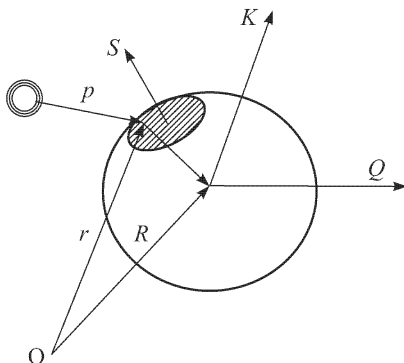


Рис. 2. Описание динамики шара

Рассмотрим возможность только двух исходов столкновения молекулы газа с телом: поглощение и упругое отражение. Пусть вероятность поглощения β зависит от координаты поверхности тела. Тогда в случае шара $\beta = \beta(n)$, где n — внутренняя нормаль, заданная в некоторой системе координат, связанной с телом.

Для того, чтобы полностью задать ориентацию тела в пространстве, необходим ещё один вектор S' , связанный с телом и не сонаправленный с S . Но в случае, когда

активная зона (точнее, распределение активности β) симметрична относительно оси, содержащей вектор S , вероятность поглощения будет зависеть только от угла между векторами n и S .

Рассмотрим вектор $A = \int_{S_2} n\beta(n) dn$. В случае, когда его модуль не равен нулю, определим вектор ориентации, как $S = -A/|A|$. Динамика этого вектора описывается уравнением Эйлера (Белецкий, Яншин, 1984; Борисов, Мамаев, 2001)

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{J} [K, S],$$

где J — момент инерции тела.

Перейдём к динамике столкновений. Отметим, что при упругом столкновении координаты R , r и вектор S не меняются. Также, что характерно для упругого соударения с шаром, не меняется и момент K , поскольку сила, с которой взаимодействуют шар и точечная частица направлена вдоль прямой, проходящей через центр масс и точку соударения. Упругое соударение может быть представлено схемой

$$\{R, Q, S, K\} + \{r, p\} \rightarrow \{R, \tilde{Q}, S, K\} + \{r, \tilde{p}\},$$

где $\tilde{Q}_{\text{упр}} = Q + \mu(u, n)n$, $\tilde{p}_{\text{упр}} = p - \mu(u, n)n$, $\mu = \frac{2mM}{M+m}$ — приведённая масса.

При неупругом соударении изменяются величины Q , K , и, вообще говоря, масса тела M за счёт поглощения молекулы газа. Влияние изменения массы частицы будет исследовано в дальнейшем. В данной работе изменением массы будем пренебрегать ввиду его малости $m \ll M$ на достаточно коротких интервалах наблюдения. Итак, имеем

$$\{R, Q, S, K\} + \{r, p\} \rightarrow \{R, \tilde{Q}, S, \tilde{K}\},$$

где

$$\tilde{Q}_{\text{неупр}} = Q + p, \quad \tilde{K}_{\text{неупр}} = K + \frac{\mu}{2} [r - R, u].$$

Уравнения динамики шара можно записать в виде

$$\begin{cases} \frac{dR}{dt} = \frac{Q}{M}, \\ \frac{dQ}{dt} = \int (\tilde{Q}_{\text{неупр}} - Q)\beta d\Omega + \int (\tilde{Q}_{\text{упр}} - Q)(1 - \beta)d\Omega + F_{\text{внеш}}, \\ \frac{dK}{dt} = \int (\tilde{K}_{\text{неупр}} - K)\beta d\Omega + M_{\text{внеш}}, \\ \frac{dS}{dt} = \frac{1}{J} [K, S] \end{cases} \quad (3)$$

Если f — максвеллиан в выражении для $d\Omega$ и $\beta = 0$, то эти уравнения (3) должны превратиться в уравнения § 4.7 из книги (Коган, 1967) для шара с зеркальным отражением. Заметим, что выражение для dQ/dt можно преобразовать к виду

$$\frac{dQ}{dt} = \int (\tilde{Q}_{\text{неупр}} - \tilde{Q}_{\text{упр}}) \beta d\Omega + \int (\tilde{Q}_{\text{упр}} - Q) d\Omega + F_{\text{внеш}}.$$

Здесь первое слагаемое и есть собственно хемореактивная сила, возникающая за счёт того, что поглощённая частица «недодаёт» импульс по сравнению с упруго отскачившей.

$$F_{\text{хем}} = \rho^2 \int \int_{\mathbf{R}^3 \times \mathbf{S}^2} \beta(n, S) \left\{ p - \frac{2Mm}{M+m}(u, n) \right\} \times \\ \times (u, n) \vartheta((u, n)) f(R - \rho n, p) dn dp. \quad (4)$$

Второе слагаемое связано только с упругими ударами:

$$F_{\text{трех}} = \mu \rho^2 \int \int_{\mathbf{R}^3 \times \mathbf{S}^2} n(u, n)^2 \vartheta((u, n)) f(R - \rho n, p) dn dp. \quad (5)$$

Момент сил в выражении для $\frac{dK}{dt}$ связан только с неупругими ударами:

$$M_{\text{хем}} = \frac{\mu \rho^3}{2} \int \int_{\mathbf{R}^3 \times \mathbf{S}^2} \beta(n, S) [u, n] (u, n) \vartheta((u, n)) f(R - \rho n, p) dn dp. \quad (6)$$

Эти три пятикратных интеграла содержат информацию о движении шара в газе, но при произвольных функциях распределения $f(r, p)$ и коэффициенте прилипания $\beta = \beta(n)$ они не могут быть упрощены.

В дальнейшем будем использовать в качестве $f(r, p)$ максвеллиан, что существенно упростит вид получаемых интегралов. Кроме того, трёхкратные интегралы по импульсам в выражениях (4)–(6) могут быть взяты, в частности, в (5) мы получаем давление (в зависимости от n и (u, n)) — такие формулы имеются в работах (Черчиньяни, 1978; Коган, 1967).

2. Уравнения движения тела с неоднородной поверхностью в газе с максвелловской функцией распределения

Будем рассматривать случай малости скоростей тела по сравнению с тепловыми скоростями молекул газа. Сформулируем принятые предположения. Во-первых, функция распределения молекул газа по скоростям есть максвеллиан:

$$f(t, r, p) = n_0 (2\pi m k T)^{-3/2} e^{-|p|^2 / (2mkT)}$$

Здесь T — температура, k — постоянная Больцмана.

Это предположение обеспечивает широкий диапазон предлагаемых параметров, которыми в задаче являются размер тела, интервал наблюдения, плотность и давление (либо температура) газа. Характерная площадь, на которой протекают процессы на поверхности тела, должна быть такова, чтобы произведение частоты ударов в неё на время наблюдения было бы достаточно велико по сравнению с единицей. Это условие нарушится, если размер тела будет столь мал, что тело чувствует отдельные удары. Кроме того, мы пренебрегаем вязкостью газа, считая тело не очень большим по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа, в противном случае вместо максвелловской функции распределения должна быть использована функция Максвелла–Чепмена–Энскога (Черчиньяни, 1978; Коган, 1967).

Предположим, что характерные значения скорости тела малы по сравнению со средней скоростью теплового движения. Это оправдано тем, что скорость тела — метры в секунду, а тепловая скорость — сотни метров в секунду. Вторая оценка общеизвестна (Черчиньяни, 1978; Коган, 1967), а первая получается из того, что хемореактивная сила оценивается сверху как половина парциального давления реагента на площадь тела плюс сила тяжести (если эксперимент проводится на Земле, как в работах (Мелихов, 1997; Мелихов, 1998 а, б)). При этих предположениях получаем следующее выражение для интегралов (4)–(6):

$$F_{\text{хем}} \approx \frac{2\rho^2 n_0 kT}{1 + \varepsilon} \left\{ -\frac{1 - \varepsilon}{4} \int \beta(n) n \, dn + \frac{3 - \varepsilon}{2\sqrt{\pi}} \int \beta(n) (v, n) n \, dn \right\},$$

$$F_{\text{сопр}} \approx -\frac{8\sqrt{2\pi} \rho^2 n_0 kT}{3(1 + \varepsilon)} v, \quad M_{\text{хем}} = -\frac{\rho^3 n_0 kT}{1 + \varepsilon} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int \beta(n) [v, n] n \, dn. \quad (7)$$

Здесь $v = \frac{Q}{M} \sqrt{\frac{m}{kT}}$ — параметр отношения скорости тела Q/M к тепловой скорости молекул, $\varepsilon = m/M$ — отношение масс.

Будем теперь считать, что функция β симметрична относительно поворотов вокруг вектора S

$$\beta = \beta((n, S)). \quad (8)$$

В этом случае система уравнений (3) приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dR}{dt} = \frac{Q}{M}, \\ \frac{dQ}{dt} = (\chi_0 + \chi_1(Q, S)) S - \lambda Q, \\ \frac{dS}{dt} = \frac{1}{J} [K, S], \\ \frac{dK}{dt} = \gamma [Q, S]. \end{cases} \quad (9)$$

Тогда с учётом (8) получаем

$$\begin{aligned}\chi_0 &= -\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \pi \rho^2 n_0 k T \int_{-1}^1 \beta(\zeta) \zeta d\zeta, \\ \chi_1 &= \frac{\rho^2 n_0 \sqrt{2\pi m k T}}{2M} \frac{(3-\varepsilon)}{(1+\varepsilon)} \int_{-1}^1 \beta(\zeta) (3\zeta^2 - 1) d\zeta, \\ \lambda &= \frac{\rho^2 n_0 \sqrt{2\pi m k T}}{M(1+\varepsilon)} \left(\frac{8}{3} - \frac{3-\varepsilon}{2} \int_{-1}^1 \beta(\zeta) (1-\zeta^2) d\zeta \right), \\ \gamma &= -\frac{\rho^3 n_0 \sqrt{2\pi m k T}}{M(1+\varepsilon)} \int_{-1}^1 \beta(\zeta) \zeta d\zeta.\end{aligned}\tag{10}$$

3. Исследование уравнений движения

Предположим, что для системы (9) выполнено следующее условие: характерное время изменения кинетического момента много больше, чем каждое из характерных времён изменения остальных переменных системы (9). Таким образом, вектор K может считаться примерно постоянным. Найдём, какой вид траекторий возможен при этом, решив соответствующую упрощённую систему

$$\begin{cases} \frac{dR}{dt} = \frac{Q}{M}, \\ \frac{dQ}{dt} = (\chi_0 + \chi_1(Q, S)) S - \lambda Q, \\ \frac{dS}{dt} = [\omega, S], \end{cases}\tag{11}$$

при $\omega = K/J \approx \text{const.}$

Последнее уравнение описывает вращение S вокруг вектора K с угловой скоростью ω . Решение для S можно представить выражением

$$S(t) = \exp(\Omega t) S(0), \quad \text{где} \quad \Omega = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 & K_3 & -K_2 \\ -K_3 & 0 & K_1 \\ K_2 & -K_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

При этом на Q получается линейная неоднородная система с периодическими коэффициентами и периодической неоднородной частью. Переходя во вращающуюся систему координат, то есть выполнив замену $Q(t) = \exp(\Omega t) P(t)$, получим линейную неоднородную систему с независимыми от времени коэффициентами и неоднородной частью:

$$\frac{dP}{dt} = -\lambda P - \Omega P + \chi_1(P, S(0)) S(0) + \chi_0 S(0).\tag{12}$$

Для однородной системы

$$\frac{dP}{dt} = -\lambda P - \Omega P + \chi_1(P, S(0))S(0)$$

имеем, что P^2 убывает

$$\frac{1}{2} \frac{dP^2}{dt} = (-\lambda + \chi_1)P^2 - \chi_1(P^2 - (P, S)^2) < 0,$$

то есть общее решение однородной системы стремится к нулю, поскольку

$$(\Omega P, P) = 0 \quad \text{и} \quad -\lambda + \chi_1 < 0.$$

Следовательно, решение сходится к единственному для каждого K и $S(0)$ частному решению P_∞ неоднородного уравнения. Поскольку во

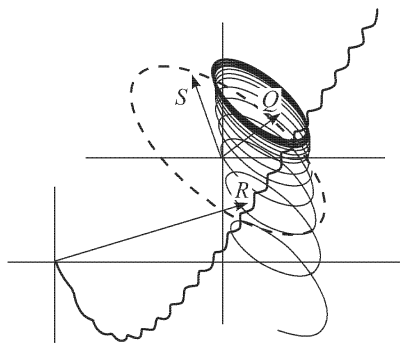


Рис. 4. Пример траектории системы (9). Вектор ориентации S вращается по окружности, показанной пунктиром. Вектор импульса Q движется по спиралевидной линии, асимптотически сходящейся к окружности. Координатная траектория R выходит на цилиндрическую спираль с постоянным шагом

вращающейся системе координат это стационарная точка, то в неподвижной системе вектор Q вращается по окружности, соосной к той, по которой вращается вектор S , но с отставанием по фазе, зависящим от константы уравнения λ и $|\omega|$. Интегрируя последнее уравнение, получим, что координатная траектория $R(t)$ стремится к спирали с постоянным шагом и осью, параллельной вектору K (рис. 4). Шаг и диаметр спирали определяются выражениями

$$L = \frac{2\pi(P_\infty, \omega)}{M\omega^2},$$

$$D = \frac{\sqrt{P_\infty^2 \omega^2 - (P_\infty, \omega)^2}}{M\omega^2}. \quad (13)$$

Полученная спираль качественно соответствует результатам эксперимента, проведенного в невесомости (Вильнеф, 2000).

Однако корреляция параметров различных траекторий представляется более высокой, чем можно было бы ожидать из нашей модели в предположении, что в начальный момент ориентации векторов K и S распределены случайно и равномерно по сфере. Это указывает на недостаточность нашей модели для количественного описания. По-видимому, заметную роль играют вязкие силы, которые мы планируем учесть в дальнейшем, а также отличие формы тела от шара.

Полученные уравнения (9) без труда можно обобщить на движение в поле силы земного тяготения, что соответствовало бы экспериментальным условиям (Мелихов, 1997; Мелихов, 1998 а, б).

Рассмотрим частное решение, когда вектора K , Q , S и вектор ускорения свободного падения g параллельны друг другу. Тогда S не меняется со временем, а трёхмерное уравнение на Q превращается в следующее одномерное уравнение (ось z будем считать направленной вдоль g):

$$\dot{Q}_z = \pm\chi_0 + \chi_1 Q_z - \lambda Q_z + Mg.$$

Знак при χ_0 в последнем уравнении тот же, что и у скалярного произведения (S, g) . Видно, что скорость затухания компоненты импульса Q_z вдоль хемореактивной силы $\lambda - \chi_1 > 0$. При этом стационарный импульс получается

$$Q_z(\infty) = \frac{Mg \pm \chi_0}{\lambda - \chi_1}, \quad Q_x(\infty) = Q_y(\infty) = 0.$$

4. Обсуждение результатов

С использованием кинетической теории газов выведены уравнения движения тела с неоднородной поверхностью, химически реагирующего со средой, — хемореактивного движения. Полученная система уравнений исследована для тела сферической формы и максвелловского распределения молекул газа по скоростям. Получено, что асимптотически при $t \rightarrow \infty$ траектории такого движения превращаются в спиральные.

В эксперименте (Вильнеф, 2000) на баллистическом участке движения аппарата траектории частиц восстанавливались по координатам через интервалы времени. Полученные траектории представлены в работе (Вильнеф, 2000) в виде проекций и имеют спиральную структуру.

Расчётные траектории, полученные по изложенной выше модели, качественно соответствуют результатам упомянутого эксперимента и дают направление дальнейших исследований для количественного объяснения экспериментов из работ (Мелихов, 1997; Мелихов, 1998 а, б; Вильнеф, 2000). Однако полученные результаты имеют более широкое значение, так как разрабатывают вопросы движения твёрдого тела в химически активной среде. Возникают новые проблемы, связанные с обобщениями, когда тело не является сферой, когда газ становится вязким; эти вопросы предполагается осветить в дальнейших исследованиях.

Авторы выражают благодарность всем участникам семинара по математическому моделированию в нанотехнологиях, Ю.П. Попову, В.В. Белецкому и Ю.А. Волкову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 01-01-0407, 02-03-33176) и программы ИПМ РАН.

Список литературы

(Белецкий, Яншин, 1984) *Белецкий В.В., Яншин А.М.* Влияние аэродинамических сил на вращательное движение спутников. — Киев: Наукова думка, 1984.

- (Борисов, Мамаев, 2001) *Борисов А.В., Мамаев И.С.* Динамика твёрдого тела. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
- (Больцман, 1967) *Больцман Л.* Избранные труды. — М.: Наука, 1967.
- (Веденяпин, 2001) *Веденяпин В.В.* Кинетические уравнения Больцмана и Власова. — М.: Физматлит, 2001.
- (Вильнеф, 2000) *Willneff J., Maas H.-G.* Design and calibration of four-headed camera system for use in microgravity research. — IAPRS. V. XXXIII. — Amsterdam, 2000.
- (Дубос, 1999) *Dubois F., Legros J. C., Lockowandt C. et al.* Photogrammetric set — up for the analysis of particle motion in aerosol under microgravity conditions // Meas. Sci. and Technol. 1999. V. 10, № 10. P. 921–933.
- (Коган, 1967) *Коган М.Н.* Динамика разреженных газов. — М.: Наука, 1967.
- (Мелихов и др., 1997) *Мелихов И.В., Симонов Е.Ф., Ведерников А.А. и др.* Хемореактивное движение твёрдых тел // Рус. Хим. Ж. 1997. Т. 41, № 3. С. 5–16.
- (Мелихов и др., 1998 а) *Мелихов И.В., Симонов Е.Ф., Божеевский В.Е.* Закономерности движения твёрдых тел при топочимических реакциях // ЖФХ. 1998. Т. 72, № 2307–2314.
- (Мелихов и др., 1998 б) *Мелихов И.В., Симонов Е.Ф., Ведерников А.А.* Хемореактивное движение частиц катализатора в газовой среде при гетерогенном катализе // ЖФХ. 1998. Т. 72, № 12. С. 2300–2306.
- (Омс, 2000) *Ooms G., Jansen G.H.* Particles — turbulence interaction in stationary, homogeneous, isotropic turbulence // Int. J. Multiphase flow. 2000. V. 26. P. 1831–1850.
- (Пярнпуу, 1974) *Пярнпуу А.А.* Взаимодействие газов с поверхностями. — М.: Наука, 1974.
- (Черчиньяни, 1978) *Черчиньяни К.* Теория и приложение уравнения Больцмана. — М.: Мир, 1978.

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФЛУКТУАЦИОННОЙ СТАДИИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО БЛИСТЕРИНГА

А.Л. Бондарева, Г.И. Змиевская

Институт прикладной математики им. Келдыша РАН, Москва

С помощью метода стохастического аналога моделируется изменение свойств материала в результате явления высокотемпературного блистеринга. Разработана новая стохастическая модель флуктуационной стадии блистеринга и модифицирован метод второго порядка точности с бесконечной областью устойчивости решения стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) (метод Артемьева) для решения системы из четырёх взаимосвязанных СДУ с функционал-коэффициентами. В результате моделирования получены функции распределения блистеров по размерам и положению в решётке, по которым оценены пористость различных слоёв образца и напряжения, создаваемые блистерами в этих слоях.

Введение

Проблемы накопления гелия в различных материалах, образования вакансионно-газовых пор и в том числе образование газовых пузырей-блистеров в разных материалах неизменно вызывает большой интерес (Плешивцев, 1998). Известно, что растворимость гелия в металлах чрезвычайно мала, поэтому гелий, внедрённый в металлы неравновесным путём, например, ионной имплантацией, имеет большую тенденцию к образованию гелий-наполненных пор или гелиевых пузырьков (блистеров).

По существующим оценкам значительное количество гелия образуется практически во всех конструкционных материалах активной зоны атомных реакторов за счёт ядерных реакций на быстрых и тепловых нейтронах. Ожидается накопление большого количества гелия в конструкционных материалах термоядерных реакторов. Облучению α -частицами подвергаются поверхности солнечных батарей и зеркал для лазерной локации в космосе, что приводит к деградации поверхности и изменению свойств материала.

Решение актуальных радиационно-технологических проблем, таких как распыление поверхности материалов, находящихся в плазме или под действием ионных потоков, в т. ч. и солнечного ветра, внедрение атомов гелия в решётку материалов, ведущее к блистерообразованию, требуют создания эффективных математических моделей.

В данном случае компьютерное моделирование физического процесса типа фазового превращения в твёрдом теле производится на основе фундаментальных законов, управляющих этим процессом. Используется модель броуновского движения, описываемого средствами вычислительного эксперимента, связанного также с теоретическим аппаратом кинетической теории и моделями марковских случайных процессов (МП). Всё это позволяет изучать явления, исследование которых лабораторным путём затруднено как в связи с малыми пространственно-временными масштабами (рассматривается область порядка сотен параметров решётки, глубина от поверхности ~ 100 нм, длительность рассмотрения составляет микросекунды), так и с высокой стоимостью лабораторных экспериментов, особенно в космосе.

1. Физическая постановка задачи

Блистеринг — процесс образования больших газовых пузырей (блистеров) в приповерхностном слое твёрдого тела при взаимодействии его с потоками ионов плохорастворимых газов. В представленной работе рассматривается флуктуационная стадия высокотемпературного блистеринга ($0,4T_{\text{melt}} \leq T \leq 0,6T_{\text{melt}}$, где T_{melt} — температура плавления материала, T — температура образца) при облучении поверхности никеля ионами гелия. Доза облучения может варьироваться от 10^{16} ион/см² до 10^{19} ион/см², энергия ионов $5 \div 35$ кэВ. Предполагается, что ионы падают по нормали к поверхности никеля. При таких параметрах предел растворимости газа в материале достигнут.

Подробнее физическую постановку задачи, описание блистеринга и параметров, при которых его существование возможно, можно найти в работах (Бондарева, 1998 а, б, 2001, 2002). В данной статье моделируется флуктуационная (неравновесная) стадия образования блистера; её протяжённость во времени $t \sim 10^{-5}$ с. На поверхности блистера предполагается гетерогенная конденсация, которая замедляет процесс роста пузырька за счёт блуждания атомов гелия по внутренней поверхности блистера. Начальное состояние для процесса кластеризации задаётся равновесным распределением вакансий (старт броуновской частицы), затем для упрощения описания кинетика вакансий не приводится, а речь идёт о чисто газовом заполнении поры в слабоанизотропной кубической решётке. Блистеры считаются электронеутральными.

2. Кинетические и стохастические уравнения модели высокотемпературного блистеринга

Предложена следующая модель блистеринга: образование пузырька, его рост и деградация рассматриваются как фазовый переход первого рода на его флуктуационной стадии, а сам зародыш кластера считается броуновской частицей сферической формы и переменной массы (Зельдович, 1942). Считается, что с течением времени (и, значит, по мере развития или деградации) центр масс кластера может изменять

свое положение в пространстве. Поскольку кинетические уравнения броуновского движения представляют собой интегро-дифференциальные уравнения в частных производных и сложны для решения, их заменяют стохастическими аналогами.

СДУ описывают тот же МП, что достигается строгим соответствием коэффициентов двух рассматриваемых задач: кинетической и стохастической, использованием теории конечномерных распределений, позволяющих связать численную реализацию МП с интерпретацией численных экспериментов на уровне кинетических неравновесных функций распределения. Кинетические уравнения на дискретной сетке времени решаются методом расщепления по физическим процессам и представлением каждой из стадий её стохастическим аналогом. Такое расщепление возможно, так как физические процессы роста (или дегградации) пузырька и его перемещения по решётке имеют существенно разные временные масштабы (характерное время для изменения размера блистера $\sim 10^{-9}$ с, а для его перемещения по решётке $\sim 10^{-8}$ с).

Именно нелинейность задачи при линейном операторе Фоккера–Планка, возникающая из-за учёта в уравнении функционал-коэффициентов (зависящих от распределения дефектов по размерам) диффузии в пространстве размеров кластеров, а также взаимодействия дефектов между собой и с облучаемой поверхностью (осуществляемого через фононы и осцилляции электронной плотности кристаллической решётки) делает оправданным рассмотрение двумерной задачи. Вначале рассматривается диффузия в пространстве размеров кластеров или задача Фольмера–Зельдовича в отсутствие внешних сил и корреляций (уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова):

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_r(g, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial g} \left[D_g(g, t) \frac{\partial f_r(g, t)}{\partial g} \right] + \\ + \frac{1}{kT} \frac{\partial}{\partial g} \left[D_g(g, t) f_r(g, t) \frac{\partial \{\Delta\Phi(g, \mathbf{r}, t)\}}{\partial g} \right], \\ f_r(g, 0) = f_{0g}, \quad \left. \frac{df_r(g, t)}{dg} \right|_{g=2} = 0, \quad f_r(g, t)|_{g<2} = 0, \end{aligned}$$

где g — число атомов He в пузырьке, т. е. размер пузырька в числе атомов He, $D_g(g, t)$ — коэффициент диффузии в пространстве размеров кластеров, $f_r(g, t)$ — функция распределения пузырьков по размерам, $\Delta\Phi(g, \mathbf{r}, t)$ — потенциал Гиббса, $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$ — положение центра масс кластера в ортогональной системе координат (ось z направлена внутрь образца; $z = 0$ соответствует физической поверхности материала).

Границы области расчётов соответствуют $x_{\text{left}} = -200a$, $x_{\text{right}} = 200a$, $y_{\text{left}} = -200a$, $y_{\text{right}} = 200a$, $z_{\text{min}} = 0$, $z_{\text{max}} = 400a$, где a — параметр решётки. Центр системы координат помещён в середину облучаемой поверхности.

Стохастический аналог данного кинетического уравнения

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{1}{kT} D_g(g, t) \frac{\partial \Delta \Phi(g, t)}{\partial g} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_g(g, t)}{\partial g} + \sqrt{2D_g(g, t)} \xi(t),$$

$$t_0 \leq t \leq T_k, \quad g(t_0) = g_0 \in [g_{\min}; g_{\max}], \quad g(t) > 2,$$

где T_k — длительность флуктуационной стадии, $\xi(t)$ — случайная функция.

Минимальное $g_{\min}$ и максимальное $g_{\max}$ значения начального размера пузырька g_0 выбираются исходя из следующих условий:

$$\Delta \Phi(g_{\min}) = \Delta \Phi(g_{\max}) = \Delta \Phi(g_{\text{cr}}) - kT,$$

здесь g_{cr} — критический размер зародыша, определяемый выражением

$$\left. \frac{\partial \Delta \Phi}{\partial g} \right|_{g=g_{\text{cr}}} = 0.$$

$$\Delta \Phi(g, \mathbf{r}, t) = \begin{cases} -(a_g - c)g + bg^{2/3} + \Delta \Phi_r, & \Delta \Phi(g, \mathbf{r}, t) < \Delta_{\text{break}}, \\ -(a_g - c)g + bg^{2/3} + \Delta \Phi_r - \Delta \Phi_{\text{break}}, & \Delta \Phi(g, \mathbf{r}, t) > \Delta_{\text{break}}, \end{cases}$$

$$\Delta \Phi_r = k_x \cos(2\pi(x - \varphi_x)) + k_y \cos(2\pi(y - \varphi_y)) + k_z \cos(2\pi(x - \varphi_z)),$$

$$\Delta_{\text{break}} = 6E_{\text{lat}}, \quad \Delta \Phi_{\text{break}} = N_{\text{br}} \Delta_{\text{break}}.$$

В выражении для потенциала Гиббса мы учитываем поверхностное натяжение на границе металл–пузырёк, включающее поправку на кривизну поверхности блистера $b = b_0(1 - 1/3\bar{g}^{-1/3})$; разность химических потенциалов старой и новой фаз a_g , упругую реакцию решётки c , влияние местоположения кластера в решётке $\Delta \Phi_r$, разрывы связей кристаллической решётки: $\Delta \Phi_{\text{break}}$ — энергия разрыва N_{br} связей решётки, Δ_{break} — энергия однократного разрыва связей в решётке, E_{lat} — энергия одной связи в решётке.

Предполагается, что при увеличении размера блистер должен разорвать сразу 6 связей и расти одновременно по всем направлениям:

$$D_g(g, t) = D_{g0} e^{-1/kT} g^{2/3}.$$

Все константы выбираются в диапазонах значений основных физических величин, рассматриваемых в задаче.

Потенциал Гиббса приведён на рис. 1. Такая структура поверхности Гиббса характерна для кристаллической решётки. Резкий скачок при $g = 80$ объясняется разрывом связей решётки, что соответствует первому разрыву.

Затем моделируется пространственная диффузия БЧ, т. е. решается задача Эйнштейна–Фоккера (уравнение Крамерса–Смолуховского) в силовых полях коллективной природы с учётом действующей

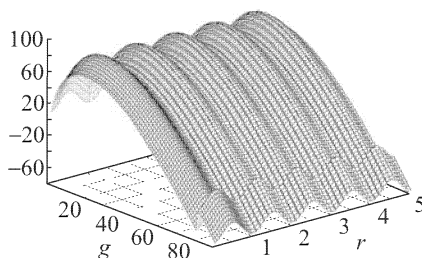


Рис. 1. Потенциал Гиббса (Дж/атом) в зависимости от размера блистера g и его положения в решётке r . Минимумы соответствуют узлам кристаллической решётки

части потенциала взаимодействия зародышей через акустические фононы решётки и осцилляции электронной плотности $U(x, y, z)$ (Морозов, 1990):

$$\frac{\partial f_g(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left[D_r(\mathbf{r}, t) \frac{\partial f_g(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} \right] - \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left[\frac{\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)}{M_g \gamma} f_g(\mathbf{r}, t) \right],$$

$$f_g(\mathbf{r}, t) \big|_{t=0} = f_{0r}, \quad f_g(\mathbf{r}, t) \big|_{z=z_{\max}} = 0, \quad f_g(\mathbf{r}, t) \big|_{z < z_2(g)} = 0,$$

$$f_g(\mathbf{r}, t) \big|_{x=x_{\text{left}}} = f_g(\mathbf{r}, t) \big|_{x=x_{\text{right}}}, \quad f_g(\mathbf{r}, t) \big|_{y=y_{\text{left}}} = f_g(\mathbf{r}, t) \big|_{y=y_{\text{right}}}.$$

Здесь M_g — масса кластера, γ — диссипативный фактор, $f_g(\mathbf{r}, t)$ — функция распределения блистеров по положению в решётке $\mathbf{r}$ (предполагается, что кластер погиб на поверхности, если выполняется условие $z \leq 2R_{\text{bl}}/3$, где $R_{\text{bl}} = r_{\text{He}} \sqrt[3]{g}$ — радиус пузырька, r_{He} — радиус атома гелия), $F_x = -\partial U(x, y, z)/\partial x$, где $U(x, y, z)$ — потенциал взаимодействия кластеров между собой через фононы и электроны:

$$U(x, y, z) = \sum_{i \neq j}^N \frac{b_r}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3} \times \\ \times \left\{ \left[\frac{3}{5} - \frac{(x_i - x_j)^4 + (y_i - y_j)^4 + (z_i - z_j)^4}{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^4} \right] + a_r \cos(\mathbf{c}_r(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)) \right\},$$

$D_r(\mathbf{r}, t) = D_r(x, y, z, t)$ — коэффициент диффузии в пространстве $\{R = (x, y, z)\}$.

В отношении коэффициентов стохастической диффузии, использованных в моделировании перемещения пузырьков, мы ввели зависимость от температуры и учли нелинейность коэффициентов согласно (Климонтович, 1995):

$$D_z = \frac{D_0 e^{-E_m/kT}}{\gamma M_g} [1 + \alpha(z - z_0)^2],$$

где $D_0 = 3,73 \cdot 10^{-7}$ см²/с, $E_m = 0,35$ эВ, x_0, y_0, z_0 — начальные значения координат x, y, z кластера.

Пространственно-зависимое взаимодействие кластеров дефектов осуществляется по аналогии с методикой, развитой в работах по проблеме, аналогичной рассматриваемой (Морозов, 1990).

В задаче применено не только расщепление по физическим процессам, но и по координатам в пространстве $\{R(x, y, z)\}$, поэтому уравнения по x, y, z записываются отдельно. Приведём стохастический аналог уравнения для координаты x в интегральном виде

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t H_x(\tau, x(\tau), y(\tau), z(\tau)) d\tau + \\ + \int_{t_0}^t \sigma(\tau, x(\tau), y(\tau), z(\tau)) dW(\tau),$$

$$H_x = -\frac{1}{\gamma M_g} \frac{\partial U(x, y, z)}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_x}{\partial x}, \quad \sigma = \sqrt{2D_x}.$$

Здесь dW — приращение винеровского случайного процесса за время Δt .

Центры масс пузырьков распределяются случайным образом по узлам кристаллической решётки в начальный момент времени. Рассматривается взаимодействие блистера со всеми кластерами. Количество кластеров в рассматриваемом объёме, строго говоря, зависит от их концентрации, которая в свою очередь определяется параметрами эксперимента (Залужный, 1988).

В процессе моделирования количество пузырьков в выбранном объёме является величиной переменной. Авторы для примера рассматривают систему из 10 блистеров и при вычислении потенциала взаимодействия используют периодические условия. Слияние двух пузырьков будет происходить при условии

$$|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| \leq r_{\text{He}}(g_i^{1/3} + g_j^{1/3})/a + \Delta_f,$$

здесь a — параметр решётки, $0 \leq \Delta_f \leq 1$ — модельный параметр.

Зависимость результатов от начального распределения по размерам исследована в предыдущих работах и сводится к следующему: при заданных параметрах существования области параметров $\{g_{\min}^1, g_{\max}^1\}$, $\{g_{\min}^2, g_{\max}^2\}$ старт из «критической» области $g \in [g_{\min}; g_{\max}]$ приводит к близким распределениям.

3. Численная схема метода стохастического аналога

Модифицирован метод Артемьева, являющийся методом 2-го порядка точности в среднеквадратичном, область устойчивости которого бесконечна (согласно методам, разработанным для решения СДУ)

(Артемьев, 1986). Модифицированный метод отличается от метода Артемьева тем, что коэффициенты в СДУ существенно нелинейны и зависят от функций распределения дефектов по размерам и координатам. Применение формы Стратоновича СДУ позволяет использовать в качестве случайной функции $\xi(t)$ стандартный белый шум, что существенно упрощает процедуру вычисления стохастического интеграла от винеровского процесса при реализации численного метода.

В качестве образца приведём уравнение для вычисления размера пузырька. Для i -й траектории диффузионного марковского процесса его значение g_{n+1} в момент времени $n + 1$ рассчитывается следующим образом:

$$g_{n+1}^i = g_n^i + \left[I - \frac{h}{2} \frac{\partial H_n^i}{\partial g} \right]^{-1} \left[h H_n^i + \sqrt{h} \sigma_{ng}^i \xi_{ng} + \frac{h}{2} \frac{\partial \sigma_{ng}^i}{\partial g} \sigma_{ng}^i \xi_{ng}^2 \right],$$

$$H_{ng}^i = -\frac{1}{kT} D_g^i(g_n, t_n) \frac{\partial \Delta \Phi^i(g_n, t_n)}{\partial g_n} - \frac{1}{2} \frac{\partial D^i(g_n, t_n)}{\partial g_n},$$

$$\sigma_{ng}^i = \sqrt{2D^i(g_n, t_n)}.$$

В этом методе g_n — значения приближённого решения системы СДУ в узлах сетки по времени $\{t\}$, h — шаг по времени, $\hat{I}$ — единичная матрица, ξ_n — последовательность нормально распределённых независимых случайных чисел с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

При моделировании решения СДУ на ЭВМ значения ξ_n могут быть вычислены по формуле $\xi_n = \sqrt{-2 \log \alpha_1} \cos(2\pi \alpha_2)$, где α_1 и α_2 — случайные числа, равномерно распределённые в интервале $(0, 1)$.

4. Обсуждение результатов

На рис. 2 показан профиль функции распределения $f(g, x, y, z, t)$ в зависимости от двух наиболее интересных координат: радиуса пузырька в $\text{\AA}$ и глубины его нахождения z (в параметрах решётки) в начальный момент времени.

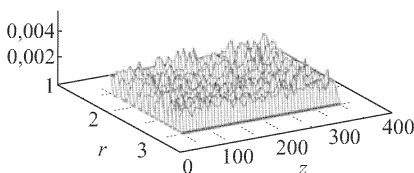


Рис. 2. Двумерная функция распределения $f(R_{bl}, z)$ в момент времени $t = 0$

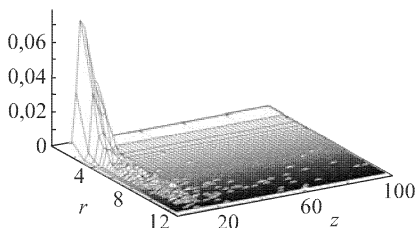


Рис. 3. Двумерная функция распределения $f(R_{bl}, z)$ в момент окончания расчёта

Следующий график (рис. 3) показывает тот же самый профиль функции распределения, но уже в момент завершения расчёта, совпадающий с окончанием флуктуационной стадии. Как видно из этих двух графиков, функция распределения блистеров не является равномерной; преобладают пузырьки небольшого радиуса, сосредоточенные вблизи облучаемой поверхности, хотя существуют и крупные блистеры, расположенные несколько глубже.

На основании обработки функции распределения блистеров можно получить математические ожидания размера пузырька и его положения в пространстве, дисперсии этих величин, распределение пузырьков по глубине, пористость различных слоёв образца. На рис. 4 представлена пористость различных слоёв образца в момент окончания флуктуационной стадии в зависимости от глубины слоя. По оси абсцисс отложена глубина слоя в параметрах решётки, по оси ординат — пористость слоя, отнесённая к пористости всего образца в начальный момент времени. На этом графике хорошо заметно наличие двух максимумов пористости на глубинах $\sim 0,35R_p$ и $0,85R_p$, где R_p — средний проекционный пробег гелия в никеле. Это соответствует глубинам образования «больших» ($\sim 0,85R_p$) и «малых» ($\sim 0,35R_p$) блистеров.

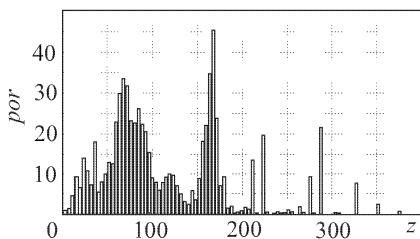


Рис. 4. Пористость (*por*) различных слоёв образца в зависимости от глубины слоя z в момент окончания флуктуационной стадии

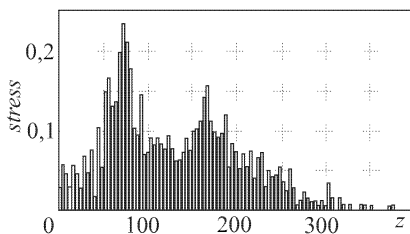


Рис. 5. Напряжение (*stress*, нормированное на $2 \cdot 10^9$ Па), создаваемое блистерами в различных слоях образца в зависимости от глубины слоя z в момент окончания флуктуационной стадии

На рис. 5 показано напряжение, создаваемое блистерами в различных по глубине слоях. По оси абсцисс отложена глубина слоя в параметрах решётки, по оси ординат — напряжение, создаваемое блистерами в различных слоях. Напряжение, создаваемое всеми пузырьками в точке с координатами (x, y, z) , рассчитывалось по формуле

$$\sigma(x, y, z) = 2,031 \sum_{i=1}^N \frac{(1/3) \ln(g_i) + 0,4}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} g_i^{2/3},$$

где σ измеряется в $2 \cdot 10^9$ Па (все коэффициенты рассчитаны для гелиевых блистеров в никеле).

На этом графике (см. рис. 5) хорошо просматриваются два максимума напряжений, расположенные на тех же глубинах, что и максимумы пористости и соответствующие образованию «малых» и «больших» блистеров. Кроме того, заметно увеличение напряжений непосредственно в приповерхностных слоях.

Выводы

Разработана трёхмерная по пространству кристаллической решётки кинетическая модель высокотемпературного блистеринга. Не при постоянном потоке и температуре, основанная на суперпозиции четырёх диффузионных марковских процессов с пространственно-временными масштабами флуктуационно-неустойчивой стадии развития зародышей блистеров. Модель позволяет оценить математическое ожидание среднего размера дефектов, дисперсию размера, скорость роста блистера, изменение положения блистеров в кристаллической решётке.

Разработан программный комплекс для стохастического моделирования блистеринга, основанный на модификации метода Артемьева для решения систем СДУ Ито–Стратоновича. Получено распределение дефектов по размерам и глубине нахождения — кинетические функции распределения, по которым оценены эволюция напряжений, изменение пористости с течением времени и в зависимости от параметров эксперимента.

В результате численных экспериментов выявлены следующие закономерности:

- после достижения блистером радиуса $\sim 12 \text{ \AA}$ его рост замедляется, что является следствием разрывов связей кристаллической решётки;
- блистеры, радиус которых $< 5 \text{ \AA}$, имеют тенденцию к движению к облучаемой поверхности;
- блистеры радиусом $> 5 \text{ \AA}$ практически не мигрируют по кристаллической решётке;
- обнаружена слоистая структура приповерхностного слоя;
- наибольшая пористость наблюдается на глубинах $\sim 0,35 R_p$ и $0,85 R_p$; R_p — средний проекционный пробег гелия в никеле;
- заметно увеличение напряжений непосредственно в приповерхностных слоях; наблюдаются два максимума напряжений, создаваемых блистерами, на глубинах $\sim 0,35 R_p$ и $0,85 R_p$;
- обнаружен нелинейный эффект — рост зародышей из докритической области $g \in [g_{\min}; g_{\text{cr}}]$ и возможность гибели зародыша в области $g \in [g_{\text{cr}}; g_{\max}]$. Это положение принципиально для учёта неравновесности при рассмотрении перспектив использования материала в разрядных устройствах.

Список литературы

- (Плешивцев, Бажин, 1998) *Плешивцев Н. В., Бажин А. И.* Физика воз действия ионных пучков на материалы. — М.: Вузовская книга, 1998.
- (Бондарева, Змиевская, 1998 а) *Бондарева А. Л., Змиевская Г. И.* Образование кластеров на флуктуационной стадии фазового перехода / Препринт ИПМ РАН. 1998. № 73.
- (Bondareva, Zmievskaia, 1998 б) *Bondareva A. L., Zmievskaia G. I.* // Mathematical Models of Non-Linear Excitations, Transfer, Dynamics and Control in Condensed Systems and Other Media / Ed. by L. Uvarova. — N.Y.: Plenum Publ. Co., 1998. P. 241.
- (Бондарева, Змиевская, 2001) *Бондарева А. Л., Змиевская Г. И.* // Прикл. физ. 2001. Т. 3.
- (Артемьев, Аверина, 1986) *Артемьев С. С., Аверина Т. А.* // ДАН СССР. 1986. Т. 288, № 4.
- (Морозов и др., 1990) *Морозов А. И., Овченко П. А., Сигов А. С.* // Дискретное моделирование плазмы: Сб. науч. тр / Под ред. Ю. С. Сигова. — М.: ИПМ АН СССР. 1990. С. 183.
- (Зельдович, 1942) *Зельдович Я. Б.* // ЖЭТФ. 1942. № 11–12. Т. 12.
- (Бондарева, Змиевская, 2002) *Бондарева А. Л., Змиевская Г. И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2002. Т. № 7.
- (Климонтович, 1995) *Климонтович Ю. Л.* Статистическая теория открытых систем. — М.: ТОО «Янус», 1995.
- (Залужный и др., 1988) *Залужный А. Г., Сокурский Ю. Н., Тебус В. Н.* Гелий в реакторных материалах. — М.: Энергоатомиздат, 1988.

Часть III

**СОЛНЕЧНАЯ СИСТЕМА,
ЛУНА И ПЛАНЕТЫ,
КОСМОГОНИЯ**

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ ПЛАНЕТЫ И ЕГО ЭВОЛЮЦИИ

Г. С. Голицын

Институт физики атмосферы РАН, Москва

Дано статистическое описание рельефа поверхности планеты и его эволюции на основе аналогии процессов формирования рельефа со случайными движениями броуновской частицы в молекулярной теории газов. Основанием служит наблюдаемая обратно квадратичная форма пространственного спектра рельефа поверхности, что указывает на стохастическую природу процесса. Оценены дисперсия рельефа и среднеквадратичная разность высот, отвечающие определённой временной шкале формирования особенностей морфологии поверхности планеты, и потребная для этого мощность.

1. Пространственная статистическая структура рельефа

Уже более трёх десятков лет известно эмпирическое правило Уилльяма Каулы: квадрат амплитуды первых сферических гармоник разложения формы рельефа поверхности планеты падает как квадрат номера гармоники. В книге Д. Тюркотта [1] приведены спектры рельефов для Земли [2] до $l \leq 180$ и Венеры [3] до $l \leq 50$, где l — номер гармоники. Начиная с волнового числа $k = 1/\lambda = 10^{-4} \text{ км}^{-1} = 10^{-7} \text{ м}^{-1}$, т. е. с четвёртой сферической гармоники, в обоих случаях (радиус Венеры равен 6051 км, что на 320 км меньше среднего радиуса Земли) спектральная зависимость мощности возвышений рельефа планеты хорошо описывается формулой

$$S(k) = \varepsilon_k k^2, \quad (1)$$

где ε_k — коэффициент с размерностью длины L .

Производная формы рельефа по координате есть текущий угол уклона поверхности (по определению). При разложении типа Фурье взятие производной функции соответствует умножению на ik , где $i = \sqrt{-1}$. Поскольку спектр есть квадратичная характеристика, то спектр самой функции связан со спектром её производной соотношением

$$k^2 S(k) = \varepsilon_k. \quad (2)$$

Таким образом, величина ε_k оказывается спектральной плотностью мощности уклонов. Там, где действует (1), величина ε_k постоянна. По-

стоянные спектры соответствуют процессам так называемого «белого шума». Это название пришло из акустики, где примерами белого шума являются шум листьев и ветвей при ветре, шум морского прибоя на берегу. Такой шум возникает, когда имеется большое количество источников кратковременно действующего звука, случайно распределённых в пространстве и во времени.

В молекулярной теории газов случайные движения броуновской частицы имеют прямое отношение к тому, что здесь сказано. Частица движется под действием ударов мириадом молекул со случайными скоростями, что эквивалентно белому шуму для скоростей (импульсов), воздействующих на частицу. (Подобные аналогии будут проследиваться по всей статье.) Отметим, что обратно квадратичная зависимость типа (1) неоднократно проверялась вплоть до масштабов в несколько сотен метров для различных районов дна океана и рельефа суши. Эти примеры (а также литературу) можно найти в книге [1]. В табл. 7.1 из [1] приведены осреднённые данные для трёх геоморфологически разных типов поверхности в штате Орегон (равнинных и горных) по 20 разрезам в каждом типе. Для этих 60 разрезов вычислялись пространственные спектры. В интервале масштабов от примерно 30 до 0,3 км чётко прослеживается зависимость типа (1) с показателем $n = 2,03 \pm 0,04$ (подсчитано автором).

На Земле, где равным образом действуют тектонические процессы и эрозия, ведущая к седиментации, причины, приводящие к зависимости типа (1), пока неясны, отмечает Тюркотт. Мы можем добавить, что на Земле главной является водная эрозия. Отсюда становится понятной роль уклонов в формировании рельефа и постоянство их спектра (белый шум уклонов). Для тектонических причин формирования рельефа остаётся признать роль уклонов, вероятно, связанных с прочностью материала.

На Венере, отмечено в [1], нет воды на поверхности и эрозия слабее, но пространственный спектр имеет ту же форму, хотя и его величина на порядок меньше (см. рис. 7.19 *a, в* из [1]). По всей видимости, в тектонических процессах формирования рельефа играет роль компонента силы тяжести вдоль уклонов. Данные этих рисунков позволяют, используя (2), подсчитать величину ε_k . Так, при $k = 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ значение $S(k) \approx 3 \cdot 10^{13} \text{ м}^3$, а для Венеры эта величина на порядок меньше. Отсюда $\varepsilon_k \approx 0,3 \text{ м}$ для Земли и $3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ для Венеры.

Среднеквадратичное значение уклонов $\langle \alpha^2 \rangle^{1/2}$ в каком-либо интервале волновых чисел (масштабов) определяется интегрированием спектра

$$\langle \alpha^2 \rangle = \int \varepsilon_k dk.$$

Очевидно, что уклоны при этом определяются наиболее мелкими масштабами, т.е. наибольшими значениями волновых чисел.

Пространственный спектр (1) связан со структурной функцией средним квадратом разности двух величин, разнесённых на расстоя-

ние r (в нашем случае возвышений рельефа $h(x)$):

$$\langle [h(x+r) - h(x)]^2 \rangle = D_h(r), \quad (3)$$

где угловые скобки означают осреднение. При этом предполагается пространственная однородность и изотропия случайной функции $h(x)$, т.е. независимость её статистических характеристик от положения точки с координатой x на дуге большого круга или от угла, под которым этот круг расположен на поверхности планеты по отношению к нулевому меридиану. Эта связь даётся преобразованием типа Фурье (подробную и точную теорию см. в [4]):

$$D(r) = 2 \int (1 - \cos kr) S(k) dk.$$

Если спектр $S(k)$ имеет вид типа k^{-n} , то структурная функция также является степенной вида r^m , причём эти показатели связаны соотношением $m = n - 1$. Поэтому в случае рельефа со спектром (1) имеем $m = 2 - 1 = 1$,

$$D_h(r) = \varepsilon_k r, \quad (4)$$

в интервале, где спектр имеет вид (1), т.е. начиная с четвёртой пространственной гармоники.

Отсюда следует другая интерпретация величины ε_k — это скорость нарастания с расстоянием среднего квадрата разности значений рельефа, измеренных в двух точках, разделённых расстоянием r . Соотношения типа (1) и (4) существуют и в теории локально однородной и изотропной турбулентности, развитой в 1941 г. А.Н. Колмогоровым и А.М. Обузовым (см. [4]) для структурной функции и пространственного спектра разности скоростей, где $m = 2/3$, $n = 5/3$. Методическое объяснение и связь этой теории со случайными процессами типа броуновского движения даны в [5]. Например, при $r = 10^4$ км среднеквадратичная разность высот будет для Земли около $3 \cdot 10^6$ м², а для Венеры — на порядок меньше. Сами значения высот будут различаться (в ту или иную сторону по знаку, т.е. понижение или повышение) в среднем на величину порядка 2 км для Земли и 0,6 км для Венеры.

Более аккуратное рассмотрение этого вопроса, связанное с дискретностью спектра при разложении по сферическим гармоникам, дано в Приложении 1. Там показано, что подразумеваемая формулами (1) и (4) непрерывность спектра приводит к занижению дисперсии начиная с 4-й гармоники приблизительно на 10 %. Полная дисперсия с учётом всех гармоник даёт 6,1 км², т.е. $\sigma_h = 2,5$ км. Наибольшая разность высот на Земле между вершиной Эвереста и Марианской впадиной — 20 км. Для процессов с нормальным (гауссовым) распределением вероятности существует эмпирическое правило — среднеквадратичная разность значений величины составляет порядка одной шестой разности между наибольшими и наименьшими значениями (т.е. размах с амплитудой 3σ). В данном случае получаем $6\sigma_h \approx 15$ км, т.е. вполне разумное значение.

С течением времени земной рельеф постоянно меняется. Литосферные плиты под влиянием конвекции в мантии движутся в разных направлениях со скоростями от 2 до 18 см/год. В местах их столкновений рождаются горы, в плитах образуются трещины — рифты, океанические плиты «ныряют» под островные дуги, срединно-океанические хребты являются местом образования литосферы. Тот рельеф, который мы видим, есть результат динамического равновесия между процессами рельефообразования и эрозии на временах порядка десятков и сотен миллионов лет. Региональные процессы могут быть гораздо более быстрыми. Например, для последнего миллиона лет определяющими были семь крупнейших оледенений, сформировавших в заметной степени современный лик суши средних и высоких широт.

Полученные результаты дают возможность оценить снизу минимальные времена тектонических процессов, первоначальным источником энергии которых является геотермический поток. Его средняя плотность равна $f = 8 \cdot 10^{-2}$ Вт/м². Примем, что в процессе образования рельефа участвует вся кора со средней толщиной по суше и дну океана $H = 20$ км. При поднятиях затрачивается потенциальная энергия, при опусканиях она высвобождается, превращаясь в конце концов в тепло. При поднятии столба коры на высоту $h = \sigma_h = 2,5$ км потенциальная энергия прирастает на величину $U = \rho H g h$. На конвективные движения, в результате которых и образуется рельеф, затрачивается лишь небольшая часть геотермальной мощности [7, 8]. Поэтому мы можем написать неравенство для времени действия тектонических процессов

$$\tau \gg \tau_{\min} = \frac{U}{f} = \frac{\rho H g h}{f}. \quad (5)$$

Подставляя в эту формулу значение плотности коры $\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м³, её толщину $H = 2 \cdot 10^4$ м, а затем $g = 10$ м/с², $f = 8 \cdot 10^{-2}$ Вт/м², $h = \sigma_h = 2,5 \cdot 10^3$ м, получим $\tau_{\min} \cong 2 \cdot 10^{13}$ с = 650 тыс. лет. Таким образом, миллион лет является осторожной оценкой снизу времени процессов, ведущих к образованию крупномасштабного рельефа.

2. Связь с временной картиной образования рельефа

Понять статистическую природу рельефа в пространстве невозможно без обращения к картине его эволюции во времени. Простейшим предположением, которое может дать какие-либо оценки, проверяемые геологическими данными, будет гипотеза о стохастической природе рельефообразующих процессов и во времени. Предположим, что скорости процессов образования рельефа скоррелированы по времени на достаточно геологически малых временах (более подробное обсуждение см. ниже). Тогда для больших времён (многих миллионов лет) частотный спектр скоростей образования рельефа будет постоянным, т. е. спектром белого шума, частоты которого примерно на 16 порядков

будут отличаться от частот акустического шума леса или морского прибоя.

В Приложении 2 обсуждаются ситуации, когда указанные спектры могут заметно отличаться от постоянного и показывается, что в этом случае оценки времён образования наиболее крупных черт рельефа труднее согласуются с данными исторической геологии. При гипотезе о постоянном спектре скоростей развития рельефа средний квадрат изменения высоты поверхности планеты со временем, т. е. структурная функция, равна

$$\langle [\Delta h(t)]^2 \rangle = D_h(t) = \varepsilon_\omega t, \quad (6)$$

где величина ε_ω играет роль коэффициента диффузии точки поверхности по вертикали (если продолжать аналогию с броуновской частицей). Структурной функции (6) соответствует частотный спектр изменений уже самого рельефа в виде

$$S_h(\omega) = \varepsilon_\omega \omega^2, \quad (7)$$

в то время, как согласно нашей гипотезе, спектр скоростей образования рельефа, т. е. величин $h = dh/dt$, постоянен и равен ε_ω . Интегралы от пространственного спектра рельефа (1) в пределах от $k_{\min}$ до ∞ и от частотного спектра рельефа в пределах от $\omega_{\min}$ до ∞ должны давать одну и ту же величину дисперсии, т. е. средний квадрат изменений рельефа. Такое утверждение составляет содержание так называемой эргодической гипотезы о том, что в стохастических системах средние по ансамблю совпадают со средними по траекториям. В условиях пространственной однородности и стационарности стохастических процессов эта гипотеза обычно удовлетворительно выполняется. Из равенства только что упомянутых интегралов следует, что равны и подынтегральные выражения, откуда

$$S(k) = S(\omega) \frac{d\omega}{dk}. \quad (8)$$

Величина $d\omega/dk$ имеет размерность и смысл групповой скорости, т. е. скорости перемещения черт рельефа по горизонтали. Спектры $S(k)$ и $S(\omega)$ обратно пропорциональны квадратам своих аргументов при условии, что в (8) величина $d\omega/dk = u = \text{const}$. Естественно эту скорость отождествить со скоростью перемещения литосферы плит — главного тектонического процесса в земной коре. Для дальнейших оценок примем для определённости $u = 6$ см/год — среднее геометрическое между названными выше пределами скоростей. Из постоянства производной $d\omega/dk$ следует, что

$$\omega = ku, \quad (9)$$

что является простейшим линейным дисперсионным соотношением. Тогда из (1) и (7) получаем связь меры пространственной неоднородности рельефа ε_k с коэффициентом вертикальной диффузии рельефа ε_ω

в виде

$$\varepsilon_{\omega} = \varepsilon_k u. \quad (10)$$

При $\varepsilon_k = 0,3$ м, $u = 6 \cdot 10^{-2}$ м/год имеем $\varepsilon_{\omega} \approx 2 \cdot 10^{-2}$ м²/год $\approx 6 \cdot 10^{-6}$ см² с⁻¹. Последняя величина вполне сопоставима с молекулярными значениями коэффициентов диффузии в твёрдом теле. Ещё одна интерпретация величины ε_{ω} — это средняя скорость генерации квадратичной меры неоднородностей рельефа. Из (6) имеем

$$\varepsilon_{\omega} = \frac{d}{dt} \langle [\Delta h(t)]^2 \rangle. \quad (11)$$

Подобные величины имеют определяющий смысл в теории турбулентности, где для случайного поля скорости такая величина — средняя скорость генерации (диссипации) кинетической энергии турбулентных флуктуаций — была введена в 1941 г. А.Н. Колмогоровым, а для поля температур эта величина введена в 1949 г. А.М. Обузовым (см. [4]).

Знание величины ε_{ω} и дисперсии рельефа σ позволяет оценить максимальный временной масштаб процессов образования рельефа

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_h^2}{\varepsilon_{\omega}}. \quad (12)$$

При $\sigma_h^2 \approx 3 \cdot 10^6$ м² (это значение соответствует $l = 4$, т.е. $k_{\min} = 10^{-4}$ км⁻¹, с которого начинается броуновский характер пространственного спектра) и $\varepsilon_{\omega} = 2 \cdot 10^{-2}$ м²/год имеем $\tau_{\max} = 150 \cdot 10^6$ лет. Масштаб времени 150 млн лет соответствует порядку времени существования и распада суперконтинентов геологического прошлого. Полная дисперсия с учётом первых трёх гармоник вдвое больше (см. Прил. 1). Тогда формула (12) даст вдвое больший временной масштаб. Однако за 300 млн лет скорости движения плит могли заметно упасть. Согласно [6] (рис. 12), скорость энерговыделения в эту эпоху была примерно на 30% больше, чем сейчас (максимум этой скорости приходился на период 1,2 млрд лет назад и был вдвое больше, чем в настоящее время). Это значит, что средние скорости конвекции в мантии были на 15% выше, чем сейчас [7], т.е. величина ε_{ω} была соответственно больше, а $\tau_{\max}$ — меньше.

В итоге для величины временного масштаба образования основных черт рельефа получаем оценку в 150–250 млн лет. Для Венеры современные представления дают, что если на этой планете ранее существовала тектоника плит, то затем она давно прекратилась. На Венере нет водной эрозии, но пространственный спектр аналогичен земному, хотя и на порядок ниже. Дисперсия рельефа, начиная с 4-й гармоники (см. Прил. 1), оценивается в 0,66 км², а полная дисперсия близка к 0,9 км². Предположив для определённости, что скорость плит равна 3 см/год, получим оценку времени от 600 до 900 млн лет. Вероятно, эти величины оценивают длительность активного тектонического периода на Венере.

Для оценки $\tau_{\min}$ геологического времени корреляции, ограничивающего снизу применение наших основных гипотез, воспользуемся тем, что согласно рис. 17 из [1], пространственный спектр $S(k)k^{-2}$ вплоть до $k = 2 \text{ км}^{-1}$, т.е. $r = 0,5 \text{ км}$. Подставляя это значение в оценку временного масштаба (12), получаем при $\varepsilon_{\omega} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м/год}$ величину $\tau_{\min} = 7500 \text{ лет}$. Для современности эта оценка тоже представляется разумной: примерно 10 тыс. лет назад кончился последний ледниковый период. Периоды, много больше этого, можно считать слабо коррелированными между собой.

Встаёт вопрос, какая мощность энергии расходуется в процессах образования рельефа. Первоисточником энергии, как и всех геодинамических процессов, является внутреннее тепло Земли. Плотность его потока составляет сейчас в среднем по глобусу $8 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}^2$. При поднятиях рельефа в процессах деформации земной коры производится работа против силы тяжести. При опусканиях поверхности и эрозии, смывающей вещество вниз, происходит высвобождение потенциальной энергии, набранной при поднятиях, которая переходит в тепло. Это тепло выделяется у земной поверхности и, в конечном счёте, высвечивается в космос.

Оценим скорость создания потенциальной энергии при поднятии рельефа с помощью формулы $W = Mgw$, где W — мощность процесса поднятия веса Mg столба коры со скоростью w . Будем считать, что в тектоническом процессе создания рельефа участвует вся земная кора. За её среднюю по глобусу толщину примем 20 км , а за среднюю плотность $2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, т.е. вес будем считать равным $5 \cdot 10^8 \text{ кг/м}^2$. Скорость w оценим двумя способами: 1) деление высоты подъёма 2 км на $1,5 \cdot 10^8 \text{ лет} = 4,5 \cdot 10^{15} \text{ с}$; 2) дифференцирование корня из формулы (6), откуда $w = dh/dt = 0,5\sqrt{\varepsilon_{\omega}/\tau}$, что (неявно) включает в себя и периоды опускания, т.е. высвобождения потенциальной энергии.

Первый способ даёт $W = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/м}^2$, второй — величину вдвое меньше. Оба варианта оценивают долю мощности, идущую на образование рельефа, около одной-двух десятых процента от $8 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}^2$ — средней плотности геотермического потока, что примерно на порядок меньше современной мощности, высвобождаемой в землетрясениях, которая оценивается в $4 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2$ [8].

В Приложении 2 исследуется вопрос, насколько сильно дисперсионное соотношение (9) может отличаться от линейной связи между ω и k и всё ещё давать разумные оценки характерных геологических макровременных масштабов. Показано, что отличие показателя степени k от единицы в соотношении $\omega = ki$ должно быть заметно меньше $\pm 0,1$, чтобы давать приемлемые оценки геологических масштабов времени.

3. Дискуссия

Обсудим ещё раз основные понятия, введённые здесь и выводы, полученные с их помощью. Обратная квадратичная форма пространственного спектра рельефа указывает на стохастическую природу его

формирования. Спектр уклонов рельефа при этом оказывается постоянным, т. е. белым, не зависящим от длины волны пространственной гармоник вплоть до масштабов порядка километра или менее. Вдоль уклонов действует сила тяжести, т. е. водная эрозия, и, по-видимому, тектонические процессы, формирующие рельеф. Белый шум спектра уклонов означает, что пространственная корреляция воздействий мала по сравнению с длиной основных гармоник. Малость этой корреляции даёт возможность считать уклоны (т. е. действующие силы) дельта-коррелированными по пространству, что и соответствует белому шуму спектра.

Для Земли дисперсия рельефа, соответствующая белому шуму уклонов, оценена в $3,5 \text{ км}^2$, а полная дисперсия — $6,1 \text{ км}^2$ (Прил. 1). Для Венеры эти цифры примерно на порядок меньше.

Для связи пространственных и частотных гармоник рельефа введено в качестве простейшей гипотезы линейное дисперсионное соотношение (9), куда входит средняя скорость перемещения литосферных плит. Временной спектр рельефа оказывается обратно пропорциональным квадрату частоты. Скорости его создания имеют постоянный спектр, т. е. белый шум. Величина спектра составляет примерно $2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{год}$. С её помощью можно оценить, что среднеквадратичная разность высот в 2–2,5 км, соответствующая приведённым выше значениям дисперсии, создаётся за времена 150–250 млн лет. Это время порядка сбора (распада) материковых плит в суперконтиненты и является отражением наблюдаемых величин — дисперсии рельефа, формы его спектра и средней скорости перемещения литосферных плит, взятой здесь как 6 см/год.

Оценена мощность, идущая на образование рельефа, т. е. на генерацию потенциальной энергии при работе против силы тяжести. Она составляет приблизительно 0,1 % от энергии геотермического потока, первопричины всей геодинамики, что примерно на порядок меньше мощности по созданию напряжений в земной коре, сбрасываемых в процессе землетрясений.

Приложение 1

Приведём основные понятия в практике разложения рельефа планеты по сферическим гармоникам. Данные по топографии рельефа (суши и дна океана в случае Земли) представляются в виде (см. [1], гл. 7)

$$r(\vartheta, \varphi) = a_0 \left[1 + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l (C_{clm} \cos m\varphi + C_{slm} \sin m\varphi) P_{lm}(\sin \vartheta) \right], \quad (\text{П.1})$$

где a_0 — средний радиус планеты, от которого ведётся отсчёт возвышений (понижений) рельефа, ϑ — широта, φ — долгота, C_{clm} и C_{slm} — коэффициенты разложений по сферическим функциям, P_{lm} — присо-

единённые полиномы Лежандра, нормированные так, что

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} d\varphi dP_{lm}(\sin \vartheta) \left\{ \begin{array}{c} \cos^2 m\varphi \\ \sin^2 m\varphi \end{array} \right\} = 1.$$

Дисперсия спектра порядка l определяется как

$$V_l(k) = a_0^2 \sum_{m=0}^l (C_{clm}^2 + C_{slm}^2) \quad (\text{П.2})$$

и спектральная плотность определяется как

$$S(k) = k_0^{-1} V(k) = \lambda V(k), \quad (\text{П.3})$$

где k_0 — волновое число и $\lambda_0 = k_0^{-1}$ — длина волны. При $\lambda_0 = 2\pi a_0$

$$S_1(k) = 2\pi a_0^3 \sum_{m=0}^l (C_{clm}^2 + C_{slm}^2), \quad (\text{П.4})$$

$$k_l = \frac{l}{\lambda_0} = \frac{l}{2\pi a_0}. \quad (\text{П.5})$$

Поскольку для $l \geq 4$ спектры рельефа хорошо аппроксимируются зависимостью $S(k) = k^{-2}$, то приведём значение бесконечного ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^{-2} = \frac{\pi^2}{6} = 1,645. \quad (\text{П.6})$$

Значение суммы первых трёх членов равно $49/36 = 1,361$. Таким образом, для Земли сумма по l от 4 до 180 приблизительно равна 0,28. Для Венеры мы примем то же значение, поскольку сумма членов с $l > 50$ заметно меньше 0,01.

Дисперсию для первых трёх гармоник оценим согласно рис. 7.19 из [1] и формулам (П.2) и (П.3). При средних радиусах 6371 км для Земли и 6051 км для Венеры находим с помощью (П.3) и (П.5)

$$V(k_l) = k_0 S(k_l) = \frac{S(l)}{2\pi a_0} = \sigma_h, \quad (\text{П.7})$$

откуда для Земли $V_1 = 0,95 \text{ км}^2$, $V_2 = 0,78 \text{ км}^2$, $V_3 = 0,85 \text{ км}^2$. Для $l \geq 4$ суммарная дисперсия равна $3,5 \text{ км}^2 = 3,5 \cdot 10^6 \text{ м}^2$. Заметим, что если бы спектр с $l = 4$ (что соответствует $k_4 = 10^{-4} \text{ км}$) был непрерывным, то дисперсия была бы равна площади подынтегральной кривой $S(k) = k^{-2}$, т. е. $V = k_4 S(k_4)$, что было бы равно $3,2 \text{ км}^2$. Это находится в пределах точности определения величин с графиков в логарифмических координатах. Полная дисперсия составляет $6,1 \text{ км}^2$.

Для Венеры на рис. 7.19 в [1] нет значения $l = 1$. Согласно этому рисунку, $V_2 = 0,79 \cdot 10^5 \text{ м}^2$, $V_3 = 1,47 \cdot 10^5 \text{ м}^2$, а $V(l \geq 4) = 0,66 \text{ км}^2 = 0,66 \cdot 10^6 \text{ м}^2$. Полная дисперсия близка к $0,9 \text{ км}^2$.

Приложение 2

Оценим, к каким следствиям может привести гипотеза о том, что частотный спектр воздействий, образующих рельеф, отличается от белого шума. В нашей постановке задачи имеется безразмерный параметр

$$\Pi = \sqrt{\varepsilon_k k}, \quad (\text{П.8})$$

имеющий смысл среднего угла для пространственной гармонике k . Это внутренний параметр подобия, поскольку в его определение входит волновое число k . Мы можем изменить линейное дисперсионное соотношение (8), добавив в его правую часть множитель

$$\omega = uk\Pi^\beta. \quad (\text{П.9})$$

При этом дисперсионное уравнение становится нелинейным, что простейшим образом учитывает возможные нелинейные процессы при эволюции рельефа. Из последней формулы следует, что

$$\frac{d\omega}{dk} = (1 + \beta)u(\varepsilon_k k)^\beta. \quad (\text{П.10}).$$

С помощью соотношения (7) с учётом (П.9) и (П.10) получаем

$$S(\omega) = \frac{\varepsilon^{\frac{1+2\beta}{1+\beta}}}{1+\beta} u^{\frac{1}{1+\beta}} \omega^{\frac{2+\chi}{1+\beta}}, \quad (\text{П.11})$$

$$D_h(\tau) = \frac{\varepsilon^{\frac{1+2\beta}{1+\beta}}}{1+\beta} u^{\frac{1}{1+\beta}} \tau^{\frac{1}{1+\beta}}. \quad (\text{П.12})$$

При $\beta = 0$ эти формулы переходят, соответственно, в (6) и (5). Если $\beta > 0$, то показатель степени при времени у структурной функции меньше единицы. Этот случай называется гиподиффузией, так как при этом диффузия происходит медленнее, чем при нормальном процессе диффузии. Спектр воздействий при этом вместо константы будет пропорционален $\omega^{\frac{\beta}{1+\beta}}$, т.е. будет расти с увеличением частоты. Случай $\beta < 0$ соответствует гипердиффузии, т.е. ускоренной диффузии. Например, при колмогоровской турбулентности дисперсионное соотношение имеет вид $\omega = \varepsilon^{1/3} k^{2/3}$ (см. [5]), что соответствует турбулентной диффузии Ричардсона–Обухова.

Из (П.12) можно получить оценку времени для достижения дисперсии рельефа в виде

$$\tau = \sigma_h^{2(1+\beta)} (1 + \beta)^{1+\beta} u^{-1} \varepsilon^{-(1+2\beta)}. \quad (\text{П.13})$$

Отсюда видно, что при $\beta > 0$ время τ возрастает, а при $\beta < 0$, наоборот, убывает. Нужно также учитывать, что знак и величина параметра β сказываются не только на величине времени τ , но и на мощности, затрачиваемой на образовании рельефа. Возьмём по аналогии с турбулентностью $\beta = -1/3$ для проверки чувствительности наших

результатов к значениям этого параметра. Тогда из (П.13) следует, что $\tau = \sigma_h^{4/3} (2/3)^{2/3} u^{-1} \varepsilon_k^{-1/3}$. Для $\sigma^2 = 3 \cdot 10^6 \text{ м}^2$, $u = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м/год}$ и $\varepsilon_k = 0,3 \text{ м}$ получим $\tau = 6 \cdot 10^6 \text{ лет} = 6 \text{ млн лет}$. Это слишком малое время в геологическом масштабе. Для $\beta = -1/3$ время $\tau = 2 \cdot 10^9 \text{ лет}$, что лишь вдвое меньше возраста Солнечной системы. При $\beta = 0,1$ время $\tau = 27 \text{ млн лет}$. Вероятно, если β и существует, то оно должно быть заметно меньше 0,1. Таким образом, спектр воздействий на рельеф должен очень слабо отличаться от постоянного, т. е. белого шума.

Список литературы

1. *Turcotte D. L.* Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. — Cambridge Univ. Press, 1997. — 398 p.
2. *Rapp R. H.* The decay of the spectrum of the gravitational potential and the Earth relief // *Geophys. J. Int.* 1993. V. 99. P. 449–455.
3. *Kucinskas A. B., Turcotte D. L.* Isostatic compensation of equatorial highlands on Venus // *Icarus*. 1994. V. I, № 12. P. 104–116.
4. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Т. 2. — М: Физматгиз, 1967. — 720 с.; СПб.: Гидрометеиздат, 1996. — 742 с.
5. *Голицын Г. С.* Методические основы теории турбулентности и морского волнения // *Изв. РАН. Физ. атм. океана*. 2001. Т. 37, № 4. С. 438–445.
6. *Монин А. С.* История Земли. — Л.: Наука, 1977. — 244 с.
7. *Голицын Г. С.* Простое теоретическое и экспериментальное исследование конвекции с геофизическими приложениями и аналогиями. — Л.: Гидрометеиздат, 1980. — 56 с. (см. также *Golitsyn G. S.* // *J. Fluid Mech.* 1979. V. 95. P. 567–608).
8. *Голицын Г. С.* Место закона Гугенберга — Рихтера среди других статистических закономерностей природы // *Вычисл. сейсмология*. 2001. Вып. 32. С. 138–161.

АЛЬБЕДНЫЕ АНОМАЛИИ И ПАЛЕОМАГНЕТИЗМ ЛУНЫ

В. В. Шевченко

Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга, Москва

Одной из нерешённых проблем природы Луны является происхождение диффузных структур (альбедных аномалий), связанных с наиболее крупными магнитными аномалиями лунного шара. Диффузные структуры являются весьма молодыми образованиями, возраст которых составляет около 10^7 лет. Согласно одной из моделей, диффузные структуры и сопутствующие им магнитные аномалии возникли в результате падения на Луну кометных тел. Другая модель рассматривает происхождение альбедных и магнитных аномалий в областях, антиподально расположенных точкам падения тел, образовавших крупные бассейны Луны в период около 4 млрд лет назад.

Введение

Природа локального палеомагнетизма Луны остаётся необъяснённой, несмотря на большой объём магнитометрической информации, полученной в последнее время. Поскольку наиболее крупные магнитные аномалии по местоположению совпадают с не менее загадочными по происхождению альбедными аномалиями (диффузными структурами), комплексная проблема природы этих особенностей лунной среды приобретает особо интересный и актуальный характер.

Магнитное поле Луны стало одним из первых свойств лунного шара, поиски которого были предприняты с помощью космических методов. Бортовые приборы автоматической станции «Луна-2», запущенной 12.09.1959 г. и впервые достигшей поверхности Луны, установили отсутствие у неё магнитного поля в пределах от 50 до 100 гамм (Келдыш, Маров, 1981). Трёхкомпонентный феррозондовый магнитометр станции проводил измерения до высоты над лунной поверхностью, равной 50 км. Последующий анализ этих измерений показал, что Луна не обладает дипольным магнитным моментом, не превышающим, по крайней мере, 10^{-4} магнитного момента Земли (Долгинов, 1982). Эти результаты были подтверждены измерениями с борта первого искусственного спутника Луны — «Луна-10», запущенного в 1966 г. На высотах 350 км и выше подробно исследовались эффекты возмущений и особенности распределения магнитного поля и межпланетной плазмы в окрестностях Луны. Исходя из наблюдаемой топологии поля, был сделан вывод о его межпланетном характере с учётом деформирования Луной (Келдыш, Маров, 1981).

Более подробные исследования напряжённости лунного магнитного поля были начаты в 1967 г. с борта искусственного спутника Луны «Эксплорер-35». Установленные на борту этого аппарата магнитометры не обнаружили ни ударной волны, ни наличия лунного поля в переселении, а верхний предел центрированного дипольного момента был оценён величиной, соответствующей напряжённости дипольного поля на лунной поверхности менее 4γ (Колбэрн, 1975).

1. «Пятнистая» структура магнитного поля Луны

Последующие магнитометрические исследования Луны с помощью космических аппаратов окончательно подтвердили отсутствие регулярного магнитного поля, но обнаружили локальные протяжённые остаточные поля различной ориентации в интервале напряжённости от 3 до 327 нТ (обзор Ксанфомалити, 1998). Особый интерес представляли измерения вариаций остаточной намагниченности лунных пород при помощи трёхкомпонентного феррозондового магнитометра в процессе движения по лунной поверхности самоходного аппарата «Луноход-2» (Келдыш, Маров, 1981). Магнитная съёмка осуществлялась вдоль всего 30-километрового маршрута аппарата с целью подробного изучения местных аномалий. В целом магнитное поле в кратере Лемонье, где осуществлялись измерения, оказалось слабым, и его напряжённость не превосходила $20 \div 30$ нТ. Однако измерения обнаружили наличие характерных аномалий в $10 \div 15$ нТ, связанных с кратерами, размеры которых достигали 50 м и более. При этом напряжённость магнитного поля возрастала с увеличением диаметра пересекаемого луноходом кратера (Долгинов, 1982). Этот существенный результат оказался первым экспериментальным указанием на возможную ударную природу локальных магнитных аномалий на Луне.

По-видимому, с иной природой локальной намагниченности лунных пород столкнулись экспериментаторы при анализе магнитометрических результатов, полученных с помощью стационарных приборов, размещённых в местах посадок КК «Аполлон». В районе древнего кратера Декарт (область посадки модуля КК «Аполлон-16») было обнаружено остаточное магнитное поле напряжённостью до 327 нТ, существовавшее на Луне в период, когда материал коры остывал ниже точки Кюри, т. е. от 3,7 до 4,2 млрд лет назад (Дайел и др., 1975). Общий вывод по результатам стационарных измерений сводился к тому, что поля с характерной протяжённостью от 50 до 100 км намагничены однородно в раннюю эпоху формирования лунной поверхности, тогда как аномалии с линейными размерами примерно $5 \div 10$ км имеют намагничение со случайным направлением, возникшее в результате ударных процессов. Аномалии малых размеров часто имеют большие интенсивности, а их источники расположены относительно близко от поверхности (Дайел и др., 1975; Долгинов, 1982).

Следующим этапом изучения магнитного поля Луны стало получение магнитометрических и плазменных данных с борта субспутников

КК «Аполлон-15» и «Аполлон-16», обращавшихся по самостоятельным орбитам с высотами в переселении от 100 до 150 км над лунной поверхностью. Многие аномалии, обнаруженные с помощью плазменных датчиков, одновременно отождествлялись по результатам магнитометрической съёмки, что обеспечивало надёжность выявления локальных полей. Отождествление одних и тех же аномалий при повторных пролётах обеспечивало исключение случайных ошибок, а в случае малой напряжённости поля повышало надёжность отделения полезного сигнала от шумов.

В процессе описанных исследований появились первые указания на связь особо значительных магнитных аномалий с диффузными структурами, т. е. альбедными аномалиями на Луне (Худ и др., 1979).

На видимом полушарии подобной двойной аномалией оказалась формация Рейнер-γ, расположенная в западной части Океана Бурь и задолго до этого привлекавшая к себе внимание наблюдателей и аналитиков. На рис. 1 показаны изолинии напряжённости локального



Рис. 1. Снимок диффузной структуры Рейнер-γ, полученный с борта КА «Лунар орбитер IV». Изолинии магнитного поля (в нТ) соответствуют его напряжённости на высоте около 20 км над лунной поверхностью. Характеристики показанной магнитной аномалии определены по результатам измерений приборами спутников КК «Аполлон»

магнитного поля (в единицах нТ), наложенные на изображение диффузной структуры Рейнер-γ (Состояние и будущее..., 1986). Снимок области Рейнер-γ получен с борта КА «Лунар орбитер IV». Структура магнитной аномалии определена по результатам магнитометрической

съёмки субспутников КК «Аполлон» с высоты около 20 км. Максимальная напряжённость поля на этой высоте соответствует величине 22 нТ. В процессе последующего моделирования Худ и Уиллиамс (1989) определили, что при приведении к уровню лунной поверхности величина этой аномалии достигает 1700 нТ.

2. Диффузные структуры — альбедные аномалии на Луне

Диффузные структуры на Луне представляют собой уникальные образования, выделяющиеся явной нетипичностью для характерных форм лунной поверхности. Прежде всего следует отметить, что диффузные структуры по своим очертаниям более близки к виду вихревых или турбулентных структур в газовых средах. Этой особенностью рассматриваемых образований объясняется обозначение их в англоязычной литературе термином «swirl» или «swirls», что в разных вариантах перевода означает «воронки на воде» или «клубы дыма». Сам этот термин подчёркивает, что на безводной и лишённой атмосферы Луне диффузные структуры выглядят весьма экзотическими образованиями. Они не имеют собственного рельефа и внешне ассоциируются с тонкослойным внешним покрытием поверхности материалом, как правило, более высокого альбедо. Наблюдаются подобные формации как на морских, так и на материковых ландшафтах.

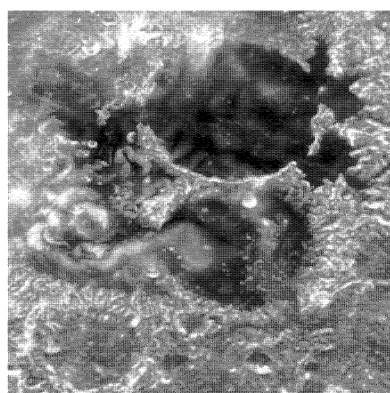
Долгое время разностороннему дистанционному изучению была доступна только одна диффузная структура — Рейнер-γ, находящаяся в пределах видимого полушария. Комплексный анализ природы и предварительная оценка возраста этого образования на основе результатов наземных наблюдений и первых изображений, полученных из космоса, были сделаны Шевченко (1993). Согласно этим данным, наибольшая отражательная способность (альбедо) деталей Рейнер-γ достигает около 13 %, что примерно в 2 раза превышает альбедо окружающей поверхности морского типа. По результатам совместного анализа фотометрических, спектральных и поляриметрических данных, динамики измерения суточных и затменных температур поверхности, а также радиолокационных наблюдений в сантиметровом диапазоне удалось установить, что поверхностное вещество диффузной структуры существенно не отличается по минералогическому составу, а его оптические свойства, скорее всего, вызваны модификацией отражающего слоя внешним воздействием.

В частности, этой модели соответствовали явные признаки аномально гладкой поверхности, нетипичной для поверхности лунного реголита, и отсутствия заметного поля камней. Весьма показательным явилось наличие заметной составляющей рассеяния вперёд, что характерно для отражающей поверхности с высокой степенью сглаженности. Как известно, лунная индикатриса рассеяния показывает полное отражение падающего света назад, в сторону источника света, что характерно для интенсивно изрытых поверхностей. При оценке

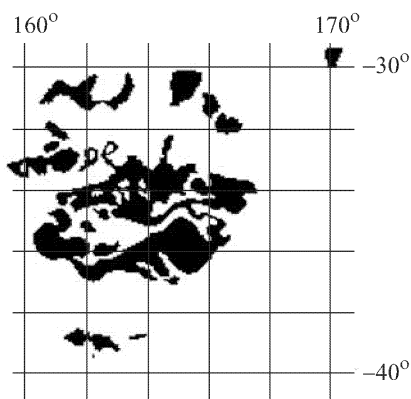
среднего размера частиц оказалось, что тонкая фракция отражающего слоя диффузной структуры состоит из частиц, по условному размеру в 5–6 раз превышающих частицы тонкой фракции фоновой поверхности. Последнее обстоятельство было интерпретировано как признак распространения в пределах образования Рейнер- γ крупнозернистых незрелых грунтов, что в свою очередь соответствует сравнительно молодому возрасту формации. Более поздний анализ показал, что возраст образования Рейнер- γ составляет не более 10^7 лет (Шевченко, 1994).

Современные комплексные исследования формации Рейнер- γ , объединившие новейшие результаты как наземных, так и космических наблюдений (спектральные съёмки с борта КА «Клементина»), были обобщены в развёрнутой работе (Пине и др., 2000). Эти данные подтвердили изложенные выше положения о природе рассматриваемой диффузной структуры, уточнив отдельные конкретные характеристики. Так, спектральные свойства поверхностного слоя однозначно соответствуют незрелому грунту, по химическому составу близкому к морским базальтам (содержание железа находится в пределах $13,5 \pm 14,5\%$). Степень зрелости морского реголита и распределение частиц тонкой фракции по размерам характерны для подповерхностного слоя глубиной $0,3 \div 0,8$ м. По сравнению с типичными литологическими характеристиками грунта обнаруживается дефицит мелкой фракции (< 45 мкм).

Глобальные съёмки поверхности лунного шара выявили обширные области распространения диффузных структур на обратной полушарии Луны (Уитейкер, 1969; Эль-Баз, 1971). Наиболее крупные скоп-



а



б

Рис. 2. Южная область диффузной структуры в Море Мечты на обратной стороне Луны. Область ограничена координатами 160° и 170° восточной долготы, 30° и 40° южной широты. а) изображение области, полученное с борта КА «Клементина»; б) схема расположения отдельных фрагментов с координатной сеткой

ления отдельных, но, по-видимому, связанных между собой общим происхождением, фрагментов диффузных структур были обнаружены в области Моря Краевого и Моря Мечты.

На рис. 2 изображена часть скопления диффузных структур в Море Мечты (снимок, полученный с борта КА «Клементина», и схема идентификации отдельных фрагментов общей структуры). Исследования физических свойств и минералогического состава поверхностного слоя диффузных структур обратной стороны по результатам спектральной съёмки КА «Клементина» показали их полную идентичность соответствующим свойствам образования Рейнер-γ, что прежде всего указывает на полное сходство природы и происхождения этих формаций (Шеврель и др., 1998 а, б).

3. Распределение диффузных структур на поверхности Луны

Характерные формы альбедных аномалий позволяют уверенно дешифровать их распространение на лунной поверхности, различая эти образования и схожие по альбедо объекты, такие, например, как светлые кратерные лучи и их фрагменты. При анализе поверхностного распределения диффузных структур были использованы результаты дешифрирования, проведённые Шульцем и Срнака (1980), и дополнения, сделанные автором (Шевченко, 1996). По этим данным проводились измерения площадей всех отождествлённых фрагментов, отнесённых к реальной лунной поверхности.

На рис. 3 приведена карта-схема распределения альбедных аномалий по лунной поверхности. Условным рельефом обозначена площадь концентрации фрагментов диффузных структур на единицу площади. Изолинии показывают суммарную площадь фрагментов внутри каждой трапеции $10^\circ \times 10^\circ$. Интервал между изолиниями соответствует площади $2,5 \cdot 10^3 \text{ км}^2$ альбедных аномалий.

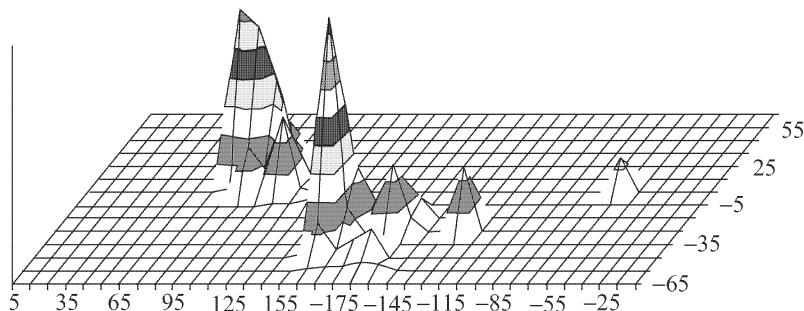


Рис. 3. Карта-схема центральной части обратной стороны Луны с прилегающими областями видимого полушария. Координатная сетка соответствует селенографической системе координат. Условным рельефом показаны изменения концентрации диффузных структур на единицу площади ($10^\circ \times 10^\circ$)

Наиболее крупными центрами концентрации диффузных структур, как уже указано выше, является область Моря Краевого и прилегающего к востоку от него материкового района, а также область Моря Мечты и материкового района, расположенного восточнее.

Положения и суммарные площади светлых образований для каждого из центров концентрации диффузных структур приводятся в табл. 1. Общая площадь всех альбедных аномалий на лунной поверхности составляет примерно $1,46 \cdot 10^5$ км², или 1/250 часть всей лунной поверхности, что не так уж и мало для образований резко аномальной природы.

Таблица 1. Положение и площадь основных центров концентрации диффузных структур

Название лунного образования	Долгота, град.	Широта, град.	Площадь, 10 ³ км ²
Море Краевое (Mare Marginis)	+98	+15	73,870
Море Мечты (Mare Ingenii)	+170	–34	50,155
Кратер Уолкер (crater Walker)	–165	–25	11,246
Кратер Герасимович (Gerasimovich)	–123	–23	7,365
Рейнер-γ (Reiner-γ)	–59	+7	3,342

4. Модели происхождения диффузных структур

Глобальная магнитная съёмка, выполненная с высоким разрешением с борта КА «Лунар проспектор», полностью подтвердила, что локальное магнитное поле достаточно высокой напряжённости неизменно наблюдается в местах концентрации диффузных структур (Халекас и др., 2000 а, б). Таким образом, исходя хотя бы из факта совпадения местоположения альбедных и палеомагнитных аномалий можно строить модели их совместного (или даже одновременного) происхождения.

Сочетание альбедных аномалий с интенсивным локальным магнитным полем и геоморфологические характеристики самих объектов не укладываются в модели традиционно эндогенного происхождения, рассматривающие, например, дегазацию подповерхностных слоёв и т. п. Поэтому наиболее часто предлагаемые модели происхождения альбедных аномалий имеют в основе ударные процессы. Различия заключаются в природе ударника: либо это выбросы непосредственно с лунной поверхности (вторичный удар), либо падение космического тела.

Одной из первых возникла гипотеза образования диффузных структур в результате падения на лунную поверхность кометного тела. Голд и Сотер (1976) подробно рассмотрели процесс образования магнитной аномалии в результате ударного взаимодействия при высоких

скоростях (до 40 км/с) ионизованной плазмы кометной комы в присутствии солнечного ветра с лунной поверхностью. Эти же авторы привели предварительные оценки частоты падения комет на лунную поверхность. Позднее Шульц и Сринка (1980) связали кометные удары непосредственно с наблюдаемыми на поверхности Луны диффузными структурами. Шевченко (1984) показал, что оптические свойства поверхности диффузной структуры Рейнер-γ являются аномальными, что приводит к выводу о некоей модификации поверхностного слоя. Белл и Хоук (1981, 1987) на основе спектральных исследований образования Рейнер-γ пришли к выводу, что эта структура не является продуктом вторичного удара при выбросах из какого-либо ближайшего кратера Луны, а представляет собой, как и другие диффузные структуры, следы недавних падений на Луну кометных тел. Эта модель с проработкой её отдельных деталей получила дальнейшее развитие в работах Шевченко (1993, 1994, 1996), Шевченко и др. (1993) и Пине и др. (2000). В последних работах было показано также, что свойства поверхностного слоя диффузных структур, высокое альbedo и необычные формы объясняются уплотняющим воздействием на грунт при ударе газо-пылевой комы, в которой интенсивно действуют, как теперь хорошо известно, струйные течения, выбросы джетов и т.п. (см. обзор (Маров, 1984)).

Вместе с тем некоторые исследователи обратили внимание, что наиболее крупные локальные магнитные поля и связанные с ними центры концентрации диффузных структур в области Моря Краевого и Моря Мечты располагаются примерно в районах, антиподальных таким значительным кольцевым структурам Луны, как Море Восточное и Море Дождей. Это обстоятельство вызвало к жизни гипотезу, которую условно можно назвать моделью антиподальности. Наиболее подробно положения данной модели были изложены в работах Худа и Уиллиамса (1989), Худа и Хуанга (1991), Худа и др. (1999).

На рис. 4 показана схема образования альбедных и магнитных аномалий согласно «модели антиподальности». Образующееся при ударном событии ударно-взрывное газо-пылевое облако огибает лунный шар и концентрируется в виде выбросов в антиподальной точке. По представлению авторов, высокоскоростное падение ионизованного

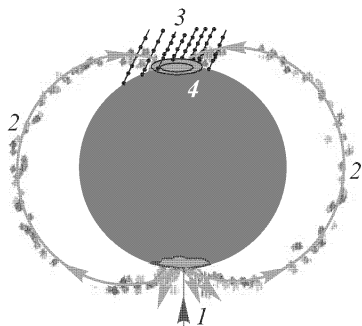


Рис. 4. Схема образования диффузной структуры и сопутствующей ей магнитной аномалии по Худу: 1 — падение крупного тела с образованием кольцевой структуры (бассейна кругового моря), 2 — распространение ударно-взрывного облака от места выброса до антиподальной точки, 3 — солнечный ветер, 4 — область магнитного поля и формирования альбедной аномалии

На рис. 4 показана схема образования альбедных и магнитных аномалий согласно «модели антиподальности». Образующееся при ударном событии ударно-взрывное газо-пылевое облако огибает лунный шар и концентрируется в виде выбросов в антиподальной точке. По представлению авторов, высокоскоростное падение ионизованного

вещества выбросов в присутствии солнечного ветра обеспечивает локальную намагниченность верхней части коры, создавая магнитную аномалию. В этой части рассматриваемая модель принципиально повторяет схему, предложенную Голдом и Сотером (1976) для случая падения кометного тела. Образование диффузной структуры авторы объясняют тем, что локальное магнитное поле создаёт местную защиту грунта лунной поверхности от бомбардировки его ионами солнечного ветра. В этом случае известный механизм потемнения лунного вещества в процессе космического выветривания не действует, и на поверхности постепенно формируются области повышенного по сравнению с окружающим фоном альбеда, как бы повторяющие контуры образованного магнитного поля.

5. Обсуждение моделей происхождения диффузных структур

В рамках данной работы не ставится задача дать исчерпывающий анализ вопросов происхождения наблюдаемого магнитного поля Луны. Рассмотрению подлежит только частный вопрос происхождения диффузных структур, неотъемлемым свойством которых является локальное магнитное поле.

Возможно, что категоричность выводов о кометном происхождении диффузных структур, высказанных в работах Шевченко (1993, 1994, 1996), не всегда является до конца оправданной, но с учётом исследований других авторов эта модель содержит меньше внутренних противоречий, чем модель антиподальности. Критические замечания, высказанные в своё время Худом (1980) на первый вариант гипотезы, предложенный Шульцем и Срнака (1980 а), были достаточно успешно парированы этими авторами (Шульц, Срнака, 1980 б). Аргументы, приведённые ими, не потеряли своей убедительности и в настоящее время, уже после получения новых обширных данных о магнетизме лунных пород. Сама простота схемы формирования локального магнитного поля и одновременного модифицирования поверхности для создания слоя с повышенной отражательной способностью придаёт «кометной модели» более устойчивый характер.

Напротив, модель антиподальности включает в себя несколько весьма строгих ограничений, обеспечивающих возможность функционирования предложенного механизма. Одним из первых подобные трудности подметил Фуллер (1987), обратив внимание, что ключевой аспект модели — процесс обтекания ударно-взрывным облаком лунного шара — может не соответствовать необходимым временным рамкам процесса образования намагниченного слоя коры в области, антиподальной точке удара. Согласно модели, плазменные токи достигают антиподальной области за время около 5 мин, что быстрее распространения сейсмических волн в теле Луны (около 8 мин) и поверхностных сейсмических волн (около 80 мин). Однако время движения выбросов из точки удара по баллистической траектории должно составлять око-

ло 20–50 мин. В этом случае достигшие антиподальной области продукты выбросов могут утратить некоторые свойства, необходимые для обеспечения при прочих условиях наблюдаемой магнитной аномалии. Далее Фуллер указывал на наличие магнитных аномалий в местах, не связанных с положением, антиподальным крупным кольцевым ударным структурам.

Не останавливаясь на других замечаниях Фуллера, обратимся к основной цели настоящей работы — объяснения появления в местах некоторых магнитных аномалий диффузных структур. Прежде всего, возникают сомнения относительно соответствия возраста формирования магнитных аномалий по «гипотезе Худа» и установленного возраста альбедных аномалий. Согласно изложенному выше сценарию, магнитная аномалия возникает практически одновременно с ударным событием. Время формирования бассейнов Моря Восточного и Моря Дождей составляет по современным оценкам $3,80 \div 3,85$ млрд лет назад (Херц и др., 1995). Оценки возраста поверхности диффузных структур, сделанные разными авторами и на основании различных данных, не выходят за пределы 10^7 лет. На качественном уровне все исследователи отмечают весьма низкую степень зрелости грунта в пределах Рейнер-γ и других диффузных структур (Пине и др., 1997; Креславский, Шкуратов, 2002).

Подобные различия в датировке рассматриваемых событий указывают, что собственно альбедные аномалии сформировались совсем в другую эпоху, существенно расходящуюся по времени с эпохой образования даже наиболее молодых лунных бассейнов.

Механизм сохранения участков с более высоким альбедо под «зонтиком» локального магнитного поля, описанный в сценарии Худа, также содержит ряд противоречий. Известно, что поскольку поток протонов солнечного ветра является сильно восстанавливающим агентом, оксиды кремния и металлов, входящие в минералогический состав лунного грунта, претерпевают частичное восстановление, что приводит к их потемнению. Умозрительно можно предположить, что частичная защита от облучения ионами водорода с энергией солнечного ветра каких-либо участков лунного грунта может в той или иной степени замедлить процесс их потемнения, т. е. обеспечить выделение этих площадок как образований с более высоким альбедо. Следует заметить, однако, что глубина проникновения данного процесса в грунт ограничивается весьма тонкой плёнкой, сравнимой по толщине с размером частиц (микронный диапазон), как было показано в своё время в подробном исследовании Кассиди и Хапке (1975). Эти же авторы указывали, что в идеальном случае действия только одного рассматриваемого процесса время насыщения составляет 10^5 лет, т. е. по истечении этого времени разница в альбедо потемневших и «сохранившихся» участков грунта изменяться уже не будет.

Но реальная лунная поверхность в процессе космического выветривания претерпевает воздействие и более агрессивных процессов. Так, если учесть влияние микрометеоритной бомбардировки, то за указанное время формирования разницы в альбедо «защищённых» и «откры-

тых» участков все они подвергнутся механическому перемешиванию на глубину около 1 см (Мак-Кей и др., 1995). Очевидно, что в этом случае всякое различие в отражательной способности, построенное на тонких эффектах, будет уничтожено, и альбедные аномалии не сохранятся в наблюдаемом в настоящее время виде.

Наконец, трудно представить, чтобы первоначальное альбедро свежеразлитых мафических пород, сохранённое согласно Худу в альбедных аномалиях, имело такие высокие значения ($10 \div 13\%$), которые примерно в 2 раза превышают альбедро морских базальтов только за счёт их радиационного потемнения.

Вместе с тем, несмотря на все перечисленные несоответствия, исходное положение модели Худа — антиподальность крупнейших аномалий молодым бассейнам видимой стороны, возможно, имеет под собой некоторые основания.

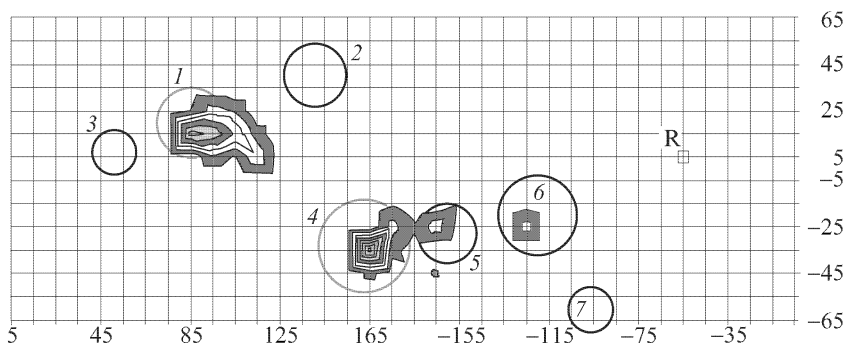


Рис. 5. Схема распространения альбедных аномалий на лунной поверхности и их положение относительно областей, антиподальных бассейнам видимой стороны. Цифрами обозначены антиподальные области следующих образований: 1 — Море Восточное, 2 — Море Влажности, 3 — бассейн Герцшпрунг, 4 — Море Дождей, 5 — Море Ясности, 6 — Море Кризисов, 7 — Море Гумбольдта. Буквой R обозначено положение образования Рейнер-γ, которое расположено вне областей, антиподальных какому-либо кольцевому бассейну

На рис. 5 приводится модифицированная карта-схема распространения диффузных структур (см. рис. 3) с указанием областей, антиподальных наиболее крупным бассейнам видимой стороны. Из рис. 5 следует, что однозначной тенденции не прослеживается.

Заключение

Можно предположить, что наблюдаемое «пятнистое» поле Луны обязано своим происхождением сочетаниям различных процессов, происходивших в разные эпохи эволюции лунного шара. Например, среди доставленных на Землю образцов лунных пород обнаружались фрагменты, имеющие значительную намагниченность. Большинство из них

имеет абсолютный возраст от 3,6 до 3,8 млрд лет. В связи с этим многие авторы не исключают механизм динамо как источник возникновения магнитного поля Луны на ранних стадиях формирования лунного шара (Худ, Зубер, 2000).

Андерсон и Уилхелмс (1979) находили корреляцию многих магнитных аномалий с местами интенсивных выбросов в окружении крупных бассейнов Луны, связывая появление локальных полей с формированием этих структур в период около 4 млрд лет назад. Остатки этих полей, возможно, различного происхождения, квалифицируются в настоящее время как палеомагнетизм Луны.

Однако магнитные аномалии, связанные с диффузными структурами, являются, по-видимому, молодыми структурами и не имеют никакого отношения к палеомагнитным полям Луны.

Список литературы

- (Белл, Хоук, 1981) *Bell J.F., Hawke B.R.* The Reiner Gamma formation: composition and origin as derived from remote sensing observations // Proc. Lunar. Planet. Sci. Conf., 12th. 1981. P. 679–694.
- (Белл и Хоук, 1987) *Bell J.F., Hawke B.R.* Recent comet impacts on the Moon: the evidence from remote-sensing studies // Publ. Astron. Soc. Pac. 1987. V. 99. P. 862–867.
- (Голд, Сотер, 1976) *Gold T., Soter S.* Cometary impact and the magnetization of the Moon // Planet. Space Sci. 1976. V. 24. P. 45–54.
- (Дайел и др., 1975) *Дайел П., Паркин К., Дейли В.* Лунная электропроводность, магнитная проницаемость и температура по данным магнитных экспериментов экспедиций «Аполлон» // Космохимия Луны и планет / Под ред. А.П. Виноградова. — М.: Наука, 1975. С. 323–340.
- (Долгинов, 1982) *Долгинов Ш. Ш.* Магнетизм планет // Итоги науки и техники. Сер. Исследования космического пространства. 1982. Т. 18. — М.: ВИНТИ, — 130 с.
- (Кассиди и Ханке, 1975) *Cassidy W., Hapke B.* Effect of darkening processes on surface of airless bodies // Icarus. 1975. V. 25. P. 371–383.
- (Келдыш, Маров, 1981) *Келдыш М. В., Маров М. Я.* Космические исследования. — М.: Наука, 1981. — 192 с.
- (Колбэрн, 1975) *Колбэрн Д. С.* Измерение лунного магнитного поля, расчёты проводимости и определение температурных профилей // Луна / Под ред. С. Ранкорна, Г. Юри — М.: Мир, 1975. С. 244–264.
- (Креславский и Шкуратов, 2000) *Kreslavsky M.A., Shkuratov Yu. G.* Photometric anomalies of the lunar surface: new results from Clementine data analysis // Lunar and Planetary Science XXXIII. 2000. P. 1161.
- (Ксанфомалити, 1998) *Ксанфомалити Л. В.* Собственные магнитные поля планет и спутников // Астрон. вестн. 1998. Т. 32, № 1. С. 37–48.
- (Мак-Кей и др., 1995) *McKay D.S., Heiken G., Basu A. et al.* The lunar regolith // Lunar sourcebook / Ed. by G.H. Heiken et al. — Cambridge Univ. Press, 1995. С. 283–356.
- (Маров, 1984) *Маров М. Я.* Физические свойства и модели комет (обзор) // Астрон. вестн. 1984. Т. 28, № 4–5. С. 5–85.
- (Пине и др., 1997) *Pinet P.C., Shevchenko V.V., Chevrel S.* Reiner Gamma Formation from Clementine UV-VISIBLE spectro-imaging data: the lunar

- chronology and iron content // *Lunar and Planetary Science XXVIII*. 1997. P. 1115–1116.
- (Пине и др., 2000) *Pinet P. C., Shevchenko V. V., Chevrel S. D. et al.* Local and regional regolith characteristics at Reiner Gamma Formation: Optical and spectroscopic properties from Clementine and Earth-based data // *J. Geophys. Res.* 2000. V. 105, № E4. P. 9457–9475.
- (Состояние и будущее..., 1984) The status and future of lunar geoscience // *NASA SP-484*. Washington. 1984. P. 29.
- (Уитейкер, 1969) *Whitaker E. A.* Sublimates // The analysis of Apollo 8 photography and visual observation. *NASA SP-201*. 1969. P. 34–35.
- (Фуллер, 1987) *Fuller M.* Impacts that magnetize // *Nature*. 1987. V. 329. P. 674–675.
- (Халекас и др., 2000 а) *Halekas J. S., Mitchell D. L., Lin R. P. et al.* Strong magnetic anomalies on the lunar near side // *Lunar and Planetary Science XXXI*. 2000. 1435.
- (Халекас и др., 2000 б) *Halekas J. S., Mitchell D. L., Lin R. P. et al.* Mapping of the lunar crustal magnetic field by Lunar prospector // *Lunar and Planetary Science XXXI*. 2000. 1436.
- (Херц и др., 1995) *Horz F., Grieve R., Heiken G. et al.* Lunar surface processes // *Lunar sourcebook* / Ed. by G. H. Heiken et al. — Cambridge Univ. Press, 1995. C. 61–120.
- (Худ, 1980) *Hood L. L.* Cometary collisions on the Moon and Mercury // *Nature*. 1980. V. 287. P. 86.
- (Худ и др., 1979) *Hood L. L., Coleman P. J., Wilhelms D. E.* The Moon: sources of the crustal magnetic anomalies // *Science*. 1979. V. 204. P. 53–57.
- (Худ и Уиллиамс, 1989) *Hood L. L., Williams C. R.* The lunar swirls: distribution and possible origins // *Proc. 19th Lunar and Planet. Science Conf.* 1989. P. 99–113.
- (Худ и Хуанг, 1991) *Hood L. L., Huang Z.* Formation of magnetic anomalies antipodal to lunar impact basins: two-dimensional model calculations // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. No. B. 6. P. 9837–9846.
- (Худ и др., 1999) *Hood L. L., Yingst A., Mitchell D. L. et al.* High-resolution mapping of lunar crustal magnetic fields: correlations with albedo markings of the Reiner gamma class // *Workshop on new views of the Moon II. LPI Contribution*. 1999. № 980. P. 28–29.
- (Худ и Зубер, 2000) *Hood L. L., Zuber M. T.* Recent refinements in geophysical constraints on lunar original evolution // *Origin of the Earth and Moon* / Ed. by R. M. Canup, K. Righter — Univ. Arizona Press, 2000. P. 397–409.
- (Шеврель и др., 1998 а) *Chevrel S. D., Rosemberg C., Pinet P. C. et al.* Lunar swirl-like terrains exploration: the case of Mare Ingenii // *Lunar and Planetary Science XXIX*. 1998. P. 1660–1661.
- (Шеврель и др., 1998 б) *Chevrel S. D., Rosemberg C., Pinet P. C. et al.* Clementine multispectral imaging of the swirl-like terrains in the Mare Ingenii // *The 3rd Int. conf. on the exploration and utilization of the Moon. Abstracts*. Moscow. 1998. P. 23.
- (Шевченко, 1993) *Шевченко В. В.* Наблюдаемые на Луне следы кометных ударов и их возраст // *Астрон. Ж.* 1993. Т. 70, вып. 3. С. 623–634.
- (Шевченко и др., 1993) *Шевченко В. В., Пине П., Шеврель С.* Дистанционное изучение незрелых грунтов Луны // *Астрон. вестн.* 1993. Т. 27, № 4. С. 16–30.

- (Шевченко, 1994) *Шевченко В. В.* Возраст и частота поздних падений комет на Луну по анализу диффузных структур // Астрон. Ж. 1994. Т. 71, № 6. С. 935–943.
- (Шевченко, 1996) *Шевченко В. В.* Диффузные структуры на Луне как следы кометного ливня // Астрон. вестн. 1996. Т. 30, № 1. С. 59–73.
- (Шульц и Срна, 1980 а) *Schultz P. H., Srnka L. J.* Cometary collisions on the Moon and Mercury // Nature. 1980. V. 284. P. 22–26.
- (Шульц и Срна, 1980 б) *Schultz P. H., Srnka L. J.* Schultz and Srnka reply // Nature. 1980. V. 287. P. 86–87.
- (Эль-Баз, 1971) *El-Baz F.* Light colored swirls in the lunar maria // Trans. Am. Geophys. Union. 1971.

НОВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕРКУРИЯ

Л. В. Ксанфомалити

Институт космических исследований РАН, Москва

Даётся обстоятельный обзор современных представлений о природе Меркурия, интерес к которому в последние годы сильно возрос, и приводятся оригинальные высококачественные изображения поверхности планеты, полученные автором путём новейших астрономических наблюдений.

1. Задачи новых исследований

Введение. Интерес к наземным исследованиям Меркурия в настоящее время значительно возрос, так как обобщение накопленных в последней трети XX века данных о планетах Солнечной системы показало, что наиболее парадоксальным сочетанием физических свойств обладает именно Меркурий. Предполагается, что важные сведения о происхождении и эволюции Солнечной системы можно получить путём дальнейших исследований этой планеты. Следствием этой концепции стали две готовящиеся новые космические миссии к Меркурию, проект США «Мессенджер», запуск космического аппарата в 2004 г. (Соломон и др., 2001) и «БепиКоломбо», проект Европейского космического агентства, запуск аппарата предполагается не позднее 2011 г. (Грард, Балох, 2001).

Наряду с экспериментами, типичными для планетных исследований, в задачах миссий «Мессенджер» и «БепиКоломбо» исследователи выделяют изучение таких особенностей планеты, которые присущи только Меркурию. Цель предлагаемой работы — перечислить несколько подобных фундаментальных проблем и более детально остановиться на одной из них. Так или иначе, они входят в задачи обеих миссий. Подробное описание самих миссий и отобранных для них научных экспериментов можно найти в специальном выпуске «Returns to Mercury» журнала *Planetary and Space Science* (декабрь 2001, V. 49).

Орбитальные особенности. Орбитальные особенности Меркурия уникальны. Можно считать достаточно известным тот факт, что период обращения Меркурия вокруг Солнца (87,97 сут) находится в точном соотношении 3 : 2 с периодом его осевого вращения (58,65 сут) и что за свой год планета совершает полтора оборота вокруг оси. Проходя через любую выбранную точку орбиты, Меркурий каждые 87,97 сут оказывается обращённым к Солнцу противоположными полушариями. Поэтому солнечные сутки длятся на Меркурии вдвое дольше его года и втрое дольше его звёздных суток (т.е. 176 земных суток).

Кроме того, между двумя последовательными нижними соединениями с Землёй Меркурий совершает почти ровно два оборота вокруг оси ($115,88/58,6461 = 1,976$). Последнее соотношение нельзя считать вполне правильной и объяснённой соизмеримостью; тем не менее, хотя совпадение может быть случайным, его кратность скорее указывает на реальную зависимость.

Несмотря на то, что сезонных изменений на планете нет, так как полярная ось нормальна к плоскости орбиты Меркурия, большой эксцентриситет последней и резонанс 3 : 2 приводят к тому, что температура в подсолнечной точке непостоянна. Она достигает наибольшего значения в двух диаметрально противоположащих областях, которые попеременно оказываются подсолнечными, когда планета проходит перигелий (см. обзор (Ксанфомалити, 2001)).

Механизм формирования планеты. С орбитальными особенностями Меркурия связаны трудности в объяснении самого аккреционного механизма формирования планеты на его существующей орбите, так как высокая орбитальная скорость (около 50 км/с) должна была приводить к отрицательному балансу масс в импактных процессах (выброс материала превышал его приток (Хартманн, 1983)). Гипотезы о формировании Меркурия на более высокой орбите с последующей его миграцией возникли в связи с осознанием роли мегаимпактных процессов в образовании планетных тел земной группы, в частности, пары Земля–Луна. Предполагается, что в истории Меркурия такие процессы также сыграли свою роль. Вместе с тем, количество 3 %-го ферроксида FeO в составе реголита планеты, установленное с помощью измерений спектроскопическими методами (Спрегью, 1994), согласуется с моделями формирования Меркурия в той части протопланетной среды, где ныне находится его орбита (Робинсон, Тейлор, 2001). Следует отметить, что количество FeO в мантии Марса и Земли значительно выше — соответственно 18 % и 7,5 % (Батрик, 2000).

Реголит Меркурия. Свойства реголита Меркурия в области спектра 400–1000 нм маловыразительны (Вилас, 1988). Спектры, полученные в тепловом инфракрасном диапазоне, в сравнении с лабораторными спектрами образцов различного минерального состава (осреднённые по диску для указанных положений центрального меридиана) более информативны. Такой спектр представлен на рис. 1 (Спрегью, Руш, 1998). Несмотря на совпадение некоторых полос, идентифицировать состав реголита не удаётся. Авторы отмечают, что есть и другие его отличия от реголита Луны. Джиноз и др. (1995) указывают на необычно низкий тангенс угла потерь в дециметровом диапазоне для слоя толщиной в несколько метров. Наряду с обеднённостью двухвалентным железом, реголит Меркурия содержит значительное количество полевых шпатов. Измерениями, выполненными спектроскопическими методами в видимой, ближней и тепловой инфракрасной областях спектра, установлено наличие на планете базальтов, обогащённых полевым шпатом. Отражательный спектр, полученный при долготе центрального меридиана 34° (см. рис. 1), подобен спектрам лунных брекий, на 90 % состоящих из анортозитов с 10 % пироксенов.

Высокая средняя плотность. Необходимо найти объяснение весьма высокой средней плотности планеты ($5,43 \text{ г/см}^3$), близкой к средней плотности Земли ($5,52 \text{ г/см}^3$) и указывающей на большое же-

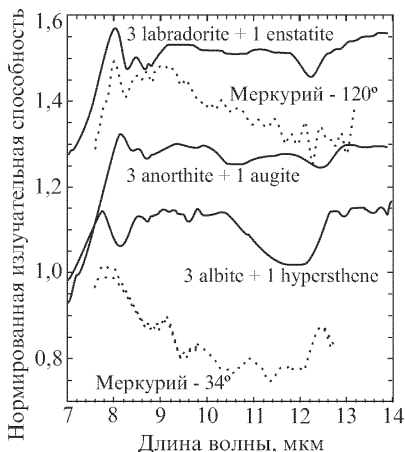


Рис. 1. Эмиссионные спектры Меркурия в сравнении с лабораторными спектрами некоторых материалов

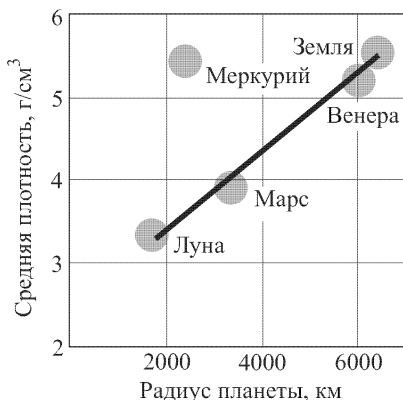


Рис. 2. Средняя плотность планет группы Земли (Грард, Балох, 2001)

лезное ядро Меркурия. Однако если учесть высокую степень сжатия недр Земли (Жарков, Трубицын, 1980), плотность материала Меркурия оказывается значительно выше земной (в стандартных условиях $5,3 \text{ г/см}^3$ для Меркурия и $4,1 \text{ г/см}^3$ для Земли). Рис. 2 показывает, насколько свойства Меркурия выпадают из общей закономерности для других планет земной группы и Луны. С одной стороны, Меркурий объединяет в себе некоторые черты Земли, Луны и даже Марса. Так, поверхность Меркурия внешне почти неотличима от лунной; ускорение свободного падения на поверхности, $3,7 \text{ м/с}^2$, практически такое же, как на Марсе; внутреннее строение планеты подобно земному. С другой стороны, только у Меркурия на металлическое ядро приходится от 70 до 80% всей массы планеты при толщине силикатной оболочки в пределах $500 \div 700 \text{ км}$. Рис. 3 иллюстрирует сравнительные размеры ядер Меркурия и других планет группы Земли.

Для объяснения высокой плотности предложено несколько гипотез: а) в зоне формирования планеты имелся избыток железа; б) радиация Солнца на ранней стадии была настолько высокой, что расплавленные силикаты испарились с поверхности, обогатив планету

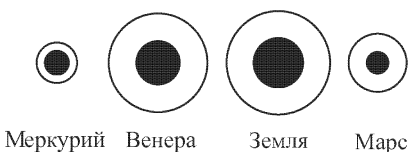


Рис. 3. Сравнительные размеры ядер у планет группы Земли

тяжёлыми элементами; в) оксиды восстанавливались в металлические формы благодаря близости Солнца; г) силикатная мантия была сброшена и потеряна при мегаимпакте (уже упоминавшаяся выше гипотеза).

Магнитное поле Меркурия. С физическими свойствами ядра связана крайне сложная проблема магнитного поля планеты (Несс и др., 1974), которое было обнаружено в единственной космической миссии к Меркурию в XX в. (аппарат «Маринер-10», 1974 г.). В подавляющем большинстве теорий присутствие магнитного поля требует жидкого состояния ядра планеты, что противоречит, однако, представлениям о тепловой истории планеты (Шуберт и др., 1988). Дальнейший анализ показал (Пиил, 1988), что крайне критичный выбор между моделими состояния и размеров ядра Меркурия можно сделать на основе всего четырёх величин: двух сферических гармоник разложения гравитационного поля планеты (C_{20} и C_{22}), характеристик вынужденной либрации ϕ и наклона ϑ плоскости экватора к плоскости орбиты. Если гармоники C_{20} и C_{22} определяются по возмущениям в движении космического аппарата в поле планеты, то наклонение полярной оси и амплитуду либраций можно, в принципе, найти радиолокационными методами. Согласно измерениям, угол ϑ составляет примерно 7 угл. мин. Однако требования к точности определения положения полярной оси настолько высоки, что для их реализации понадобились новые идеи (Холин, 2002), которые позволили повысить точность эксперимента на 3 порядка. Что же касается напряжённости магнитного поля планеты, то на экваторе она составляет примерно 300 нТ и до 700 нТ у полюсов, если они существуют.

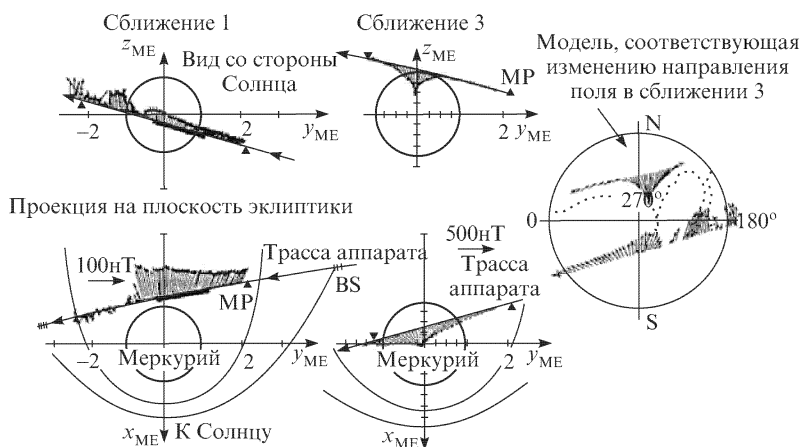


Рис. 4. Структура магнитного поля по данным «Маринера-10» и модель блоковых палеомагнитных полей Меркурия

Последнее замечание связано с тем, что имеется попытка объяснить магнитные поля как реликты поля ранних периодов истории Мерку-

рия (Ксанфомалити, 1998). Указанием на блоковые палеомагнитные поля в коре планеты может быть правильное изменение направления и напряжённости поля, наблюдавшееся в третьем сближении «Маринера-10» с планетой (рис. 4).

Внутреннее строение. Внутреннее строение Меркурия определяет, таким образом, многие особенности этой планеты. На рис. 5 показана двухслойная модель внутреннего строения планеты, с плотностью ядра 8 г/см^3 и мантии $3,35 \text{ г/см}^3$ (Спон и др., 2001).

Измерение мгновенных положения и скорости орбитального аппарата вместе с данными о вращении планеты позволяет получить сведения о её внутреннем строении (Милани и др., 2001). Большой эксцентриситет орбиты приводит к значительному приливному рассеянию энергии, возможно, даже плавлению внешнего сферического слоя ядра. Либрация оказывается неодинаковой для сплошного твёрдого тела и для тела, мантия которого лежит на жидком сферическом слое. В последнем случае она в несколько раз больше. Анализ показывает, что измерения гармоник гравитационного поля, вместе с данными о либрации ϕ и наклонении ϑ плоскости экватора (или полярной оси) к плоскости орбиты, позволяют не только найти распределение плотности с глубиной, но и подтвердить (или отвергнуть) возможность существования жидкого внешнего ядра. Эти измерения будут одним из главных экспериментов на борту «БепиКоломбо».

Атмосфера. Крайне разреженная атмосфера (фактически — экзосфера) позволяет нейтральным компонентам солнечного ветра воздействовать непосредственно на поверхность планеты — явление, известное только для Меркурия. Иногда такие условия реализуются и для заряженных частиц. Путь свободного пробега атомов и молекул в экзосфере сравним со шкалой высот и исключает соударения частиц, что создаёт условия для захвата их поверхностью на ночной стороне планеты и их эмиссии днём. Так, наряду с найденными ещё «Маринером-10» Н, Не и О, в экзосфере присутствуют (и наиболее обильны) атомы Na и K. Кроме того, в экзосфере обнаружен даже Ca (Бида и др., 2000). Распределение их неоднородно и указывает на какие-то локальные источники на поверхности (см. обзор (Ксанфомалити, 2001)). Число атомов в столбе непостоянно и лежит около 10^{12} см^2 .

Прямое воздействие компонентов солнечного ветра на поверхность Меркурия происходит намного интенсивнее, чем на Луне, что не может не сказываться на процессах космического выветривания (Киллен и др., 2001). Реголит Меркурия должен иметь экспозиционный возраст 75–90 млн лет и более высокую степень зрелости при том же экспозиционном возрасте по сравнению с Луной, а также содержать больше тонкозернистого материала (Шевченко, 2002).

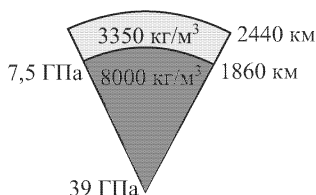


Рис. 5. Внутреннее строение Меркурия

нитное поле, и плотность солнечного ветра в 4–9 раз выше, чем на орбите Земли. При различии в размерах Земли и Меркурия в 3 раза магнитосфера последнего меньше земной примерно в 18 раз (рис. 8). Ионосфера фактически отсутствует, что приводит к необычному взаимодействию магнитосферы с потоками фотоэлектронов, эмиттируемых дневной стороной планеты, с атомами щелочных элементов в экзосфере (Сарантос и др., 2001) и с межпланетной плазмой, возмущаемой движением Меркурия (Бурлага, 2001).

Релятивистский эффект.

Помимо решения чисто планетных задач, миссии к Меркурию, как и движение самой планеты, предоставляют возможность сравнить наблюдаемое смещение перигелия орбиты с предсказаниями релятивистских теорий. Как известно, смещение перигелия происходит в сторону движения Меркурия и составляет 43 угл. сек в столетие. Именно такую величину смещения давали расчёты согласно общей теории относительности Эйнштейна (ОТО). Позже выясни-

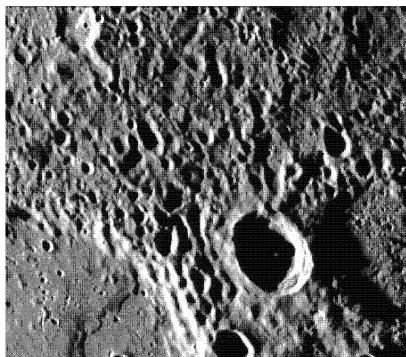


Рис. 7. На известной части Меркурия нет глобально-протяжённых лавовых равнин, но присутствуют следы локальных лавовых излияний

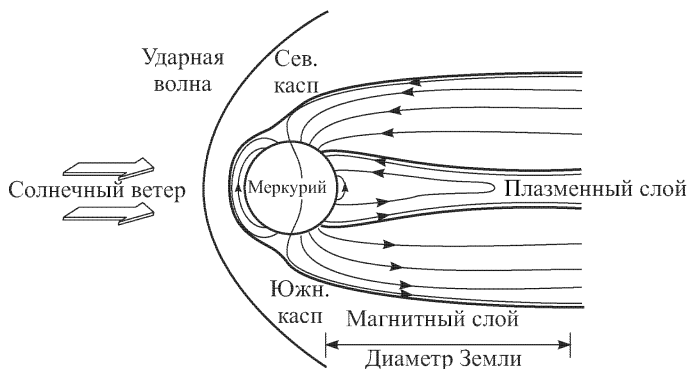


Рис. 8. Структура магнитосферы Меркурия (Славин и др., 1997)

лось, однако, что расчёты выполнялись для идеализированной ньютоновской (сферической) фигуры Солнца и не принимали во внимание его сплюснутость (Дикке, 1972). С учётом сплюснутости релятивистская поправка по Эйнштейну уже не совпадает с экспериментом так убедительно (Сурдин, 2001). Расчёты, выполненные согласно скалярно-тензорной теории Бранса–Дикке, дают более близкий к экс-

перименту результат, хотя и этот вывод не окончательный. Можно заключить, что орбитальные особенности Меркурия представляют не только космогонический, но и космологический интерес.

В табл. 1 приводится сводка характеристик планеты.

2. Картирование неизвестной части планеты

Геометрия сближений «Маринера-10» с Меркурием в 1973–75 гг. была такой, что во всех трёх сближениях аппарат находился над одним и тем же его полушарием, освещённым Солнцем. Съёмкой «Маринера-10» было охвачено около 35 % площади планеты (Вилас и др., 1988). Встречающиеся иногда утверждения, что (как видно на снимках) отснято почти 50 % площади, основано на недоразумении: мозаичная съёмка проводилась с расстояний от 300 до 700 км, что при диаметре планеты 4880 км не позволило охватить более 35 %. Почти вся отснятая поверхность по своему рельефу напоминает «материковые» области Луны (рис. 7); «морей» лунного типа (лавовых) на этой стороне планеты нет.

Интерес исследователей к рельефу неизвестной части Меркурия легко понять: как и другие планетные миссии, «Мессенджер» и «Бепи-Коломбо» нуждаются во многих исходных данных, в том числе и в сведениях о поверхности Меркурия, в частности, для выбора места посадки зонда «БепиКоломбо». К сожалению, использовать космический телескоп *Хаббл* для получения изображений Меркурия не удаётся, так как из-за малого углового удаления планеты от Солнца велик риск повреждения аппаратуры телескопа прямыми солнечными лучами. Администраторы обсерваторий также неохотно идут на использование больших телескопов для наблюдений Меркурия (по той же причине). Но, как показано ниже, на пределе возможностей получить такие сведения наземными техническими и аналитическими средствами всё же возможно.

Метод коротких экспозиций. В последние годы достигнут существенный прогресс в получении разрешённых изображений Меркурия на основе электронных снимков, сделанных с короткими экспозициями с помощью средств наземной астрономии. Для этого используются, как правило, ПЗС-камеры и сложные программы компьютерной обработки первичных данных. Идея коротких экспозиций существовала давно. Фрайд (1978) указывал: «При получении изображений объекта, наблюдаемого сквозь турбулентную среду, имеется вероятность того, что разрешение изображения будет почти на уровне дифракционного предела, поскольку мгновенное искажение волнового фронта на апертуре пренебрежимо мало». Однако из-за низкой чувствительности фотоматериалов реализовать эту идею не удавалось. Только с появлением ПЗС-матриц с высоким квантовым выходом стало возможным получение, в частности, разрешённых (хотя и в ограниченных пределах) электронных снимков Меркурия.

Таблица 1. Основные характеристики Меркурия

Большая полуось орбиты	0,387 а. е. = 57,9 млн км
Сидерический период обращения (год планеты)	87,9694 сут
Синодический период (средний)	115,88 сут
Сидерический период вращения (звёздные сутки)	58,6461 сут
Наклонение орбиты к эклиптике	7,004 °С
Наклон плоскости экватора к орбите около	7 угл. мин
Эксцентриситет орбиты	0,2056
Средняя орбитальная скорость	48 км/с
Масса	$3,302 \cdot 10^{23}$ кг = 5,5 % $M_{\oplus}$
Средняя плотность	5,427 г/см ³
Средняя плотность (в стандартных условиях)	5,3 г/см ³
GM (10^6 км ³ с ⁻²)	0,02203
Экваториальный радиус	2439 ± 1 км
Ускорение свободного падения	3,70 м/с ²
Скорость ухода с поверхности	4,2 км/с
Безразмерный момент инерции	0,324
Коэффициент J_2 (10^{-6})	60
Сферическое альbedo (по Бонду)	0,056
Геометрическое альbedo	0,11
Плотность солнечного излучения у поверхности:	
средняя	9,08 кВт/м ²
в перигелии	14,49 кВт/м ²
в афелии	6,29 кВт/м ²
Полное поглощаемое излучение (в среднем)	$0,95 \cdot 10^{10}$ МВт
Эффективная температура поверхности	443 К
Дневная температура поверхности (максимальная)	690 К
Ночная температура поверхности	90 К

Имевшиеся экспериментальные данные показывали, что уменьшение экспозиции должно значительно улучшить разрешение астрономических изображений. Типичное разрешение для телескопов умерен-

ного размера обычно составляет $1,0'' \div 1,5''$, что почти на порядок хуже дифракционного предела, равного $1,22\lambda/D$ (на длине волны λ при диаметре телескопа D). Ограниченное разрешение определяется, главным образом, атмосферной турбулентностью. По наблюдениям автора, характерное время, за которое мгновенные оптические свойства атмосферы могут измениться, редко бывает меньше 30 мс. Оно зависит от места наблюдения, времени суток, плотности аэрозольной составляющей и, конечно, зенитного расстояния объекта (воздушной массы $\sec z$). Метод коротких экспозиций принципиально отличается от известной техники адаптивной оптики тем, что использует мгновенные прояснения атмосферы. Уменьшение экспозиции не устраняет искажения, вызываемые нерегулярностями воздушных линз, но существенно уменьшает размытие изображения. Накопив значительное количество снимков, можно затем выбрать из них пригодные для дальнейшей обработки изображения с небольшими искажениями.

Для Меркурия условия наблюдений дополнительно осложняются именно значительной воздушной массой ($\sec z$) из-за больших зенитных расстояний z планеты и высокой яркостью утреннего или вечернего неба в периоды её видимости. Наконец, сами условия видимости планеты таковы, что её продуктивные наблюдения возможны только в высокогорных обсерваториях южных широт.

Рассматривая основные характеристики метода коротких экспозиций, Фрайд (1978) ссылается на статью Хафнагеля (1966). Сама работа Фрайда вначале была представлена на научной конференции «Оптические свойства атмосферы», проходившей под эгидой НАТО и имела название «Сколько снимков необходимо сделать, чтобы получить один хороший?». В работе приводится подробный анализ искажений волнового фронта атмосферными турбулентностями. Некоторые соотношения из работы (Фрайд, 1978) приведены и рассматриваются в статье (Мендилло и др., 2001). Фрайд анализировал искажения, создаваемые атмосферными неоднородностями плотности с характерными размерами r и протяжённостью вдоль луча r_0 , которые ухудшают разрешение астрономических инструментов. Разрешение, «ограниченное турбулентностью», согласно Фрайду, составляет λ/r_0 , а возможный выигрыш в разрешении может составить 3,4 при коротких экспозициях. Далее выводится «вероятность удачной короткой экспозиции» p :

$$p \approx 5,6 \exp[-0,1557(D/r_0)^2]. \quad (1)$$

В работе Мендилло и др. (2001) основные выводы Фрайда (1978) суммируются следующим образом: «... при фиксированной шкале турбулентности r_0 вероятность p резко уменьшается, когда возрастает диаметр телескопа D . При $D/r_0 = 5$ одно «хорошее» изображение приходится на 10 коротких экспозиций, а при $D/r_0 = 10$ — на миллион». (Как показано ниже, этот результат вызывает некоторые сомнения). «Удачной» принимается экспозиция, при которой наклон волнового фронта не превышает $1/2(\lambda/D)$. Из этого условия оценивается требу-

емая длительность экспозиции t

$$t = \frac{r_0}{2V}, \quad (2)$$

где V — скорость ветра, поперечного по отношению к линии визирования.

В качестве следствия указывается, что наиболее благоприятны наблюдения перед рассветом, когда атмосферная турбулентность ещё не возникла, а для дневных наблюдений (с малыми зенитными расстояниями) достаточно длительные экспозиции можно получить при небольших дневных ветрах.

Фрайд (1978) отмечал в заключение: «... важно помнить, что статистика турбулентности и величина r_0 принимались постоянными в течение «эксперимента». То, что рассчитывалось, есть вероятность того, что снимок, выбранный из ансамбля искажённых волновых фронтов, будет почти без искажений». Что же касается сделанных авторами (Мендилло и др., 2001) выводов о преимуществах небольших ($\sim 0,5$ м) телескопов, то они представляются дискуссионными, так как не учитывают, по-видимому, что экспозиция с 1,5-м телескопом может быть на порядок короче при том же отношении сигнал/шум. Кроме того, число фотонов, приходящееся на 1 пиксел при использовании ПЗС с высоким разрешением, всегда ограничено и подвержено значительным флуктуациям. Поэтому хороший результат можно получить лишь при совместной обработке многих сотен и даже тысяч электронных снимков. Но доступное время наблюдений Меркурия, как известно, настолько ограничено, что необходимый объём материала возможно получить только на достаточно большом инструменте. В работе (Ксанфомалиты и др., 2002) с помощью метода коротких экспозиций было показано, что усиление и спад атмосферных нестабильностей появляются и исчезают в течение нескольких секунд (или десятков секунд), что, в свете сказанного, ещё более ограничивает возможности малых инструментов.

Результаты, полученные в 1995–2001 гг. Представляемые ниже результаты были получены в обработке наблюдений Меркурия, выполненных автором в сотрудничестве с коллегами в Грузии, в Абастуманской астрофизической обсерватории (далее — АБАО) и в астрофизической обсерватории Скиакаса Ираклионского университета (о. Крит, Греция). Наблюдения охватили 4 элонгации 1999–2002 гг. Кроме того, приводятся также некоторые результаты наблюдений, выполненных группами Й. Варелла (Швеция) и Дж. Баумгарднера (США).

Следует отметить, что постоянной проблемой таких наблюдений остаётся доказательство реальности деталей получаемых изображений. Если для долгот, охваченных съёмкой «Маринера-10» (примерно меридианальные сегменты, $120 \div 190^\circ \text{W}$ и $0 \div 50^\circ \text{W}$), подтверждение можно получить сравнением изображений с фотокартой, то в остальных случаях доказательством может быть только повторяемость деталей на независимо собранном материале. Что же касается самого отождествления с фотокартой, то оно осложняется как фазовыми эф-

фектами, так и её мозаичным характером, поскольку разные части снимались при различных углах фазы. Примером может быть рис. 9, где потемнение к лимбу на фотокарте отсутствует. Левая часть снимка — это наши первые результаты, полученные в АБАО 03.12.1999 г., в утренней элонгации. Наблюдения были пробными и выполнялись с простой ПЗС-камерой невысокого разрешения и с экспозицией 10 мс (Ксанфомалити и др., 2001). Тем не менее, обработка этих данных не

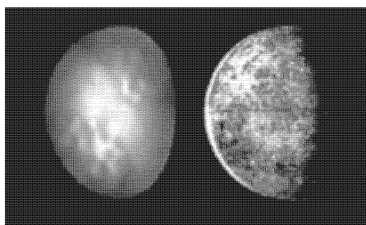


Рис. 9. Вид Меркурия 3.12.1999 г. Синтезированное изображение (слева) и фотокарта из мозаики снимков «Маринера-10» (справа). Исходные снимки имели экспозиции по 10 мс

только показала небольшие различия в альбедо крупных районов на Меркурии (рис. 9), но и подтвердила перспективность метода коротких экспозиций.

Одно из пионерских исследований Меркурия, использующих наземные наблюдения методом коротких экспозиций с ПЗС-камерой, было выполнено Й. Вареллом (астрономическая обсерватория Упсала, Швеция) и С. Лимайе (Университет Висконсин-Мэдисон, США). Варелл начал эту работу в 1995 г. (Варелл, Лимайе, 2001). С ПЗС-камерой, установленной на полуметровом солнечном телескопе, он применял экспозиции 25–360 мс. В своих публикациях Варелл приводил единичные (неосреднённые) снимки (рис. 10), которые, естественно, уступают изображениям, полученным при обработке больших массивов.

Дж. Баумгарднер и др. (2000) получили изображение одного из районов поверхности Меркурия, которые не были охвачены съёмкой аппарата «Маринер-10» в 1974 г. Для этого использовалась обычная видеокамера, установленная на 1,5-м телескопе. Съёмка велась в стандартном режиме, с частотой кадров 30 с^{-1} и экспозицией 17 мс. Общее число кадров в видеоклипе, полученном 29.08.1999, было 219 000, из которых 1000 кадров были выбраны для дальнейшей обработки.

На рис. 11 приводится лучшее изображение Меркурия из работы (Баумгарднер и др., 2000). Фазовый угол на снимке 106° , долгота субтеррального меридиана 254°W . Отчётливо различаются альбедные детали, но настораживают несомненные признаки ручной обработки (такой правильной контрастной границы на терминаторе не бывает). Нормальный вид терминатора Меркурия показан на том же рисунке врезкой, где представлено осреднение группы из 30 исходных снимков (Баумгарднер и др., 2000). Возможно, на основном изображении авторы исключали фазовые эффекты и искусственно выравнивали терминатор. Тем не менее, это был наилучший результат из опубликованных на 2001 г. работ.

В совместной статье авторов из обеих групп, Варелла и Баумгарднера, сравниваются полученные ими результаты (Мендилло и др.,

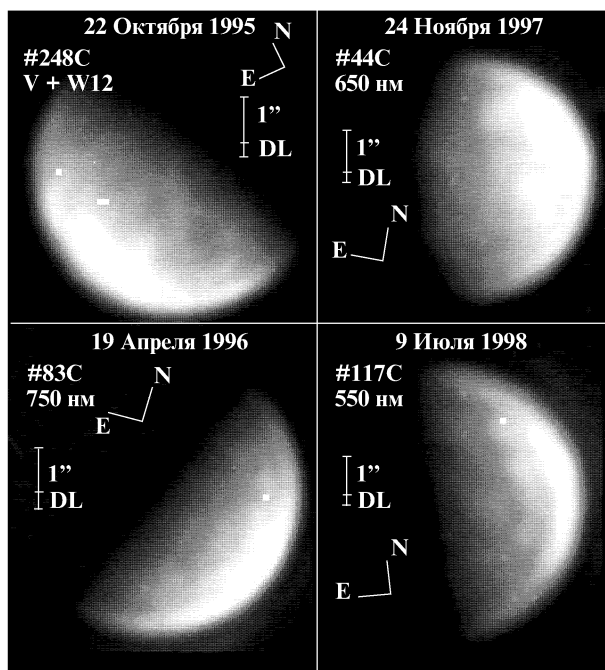


Рис. 10. Четыре изображения Меркурия, полученные в указанных на снимках датах элонгаций 1995–98 гг. (Варелл, Лимае, 2001). На изображениях приведены их ориентация и длины волн. Баром DL указан дифракционный предел телескопа

2001). Авторы находят сходство в полученных изображениях и считают, что в их работе было достигнуто разрешение на поверхности Меркурия 250 км.

После первых удачных результатов, полученных в АбАО в 1999 г. (Ксанфомалити и др., 2001), следующая серия наблюдений Меркурия была выполнена только в 2001 г. Наблюдения проводились в той же Абастуманской астрофизической обсерватории, в период утренней видимости планеты, с 1 по 8 ноября 2001 г., с новой ПЗС-камерой (типа STV). Использовался телескоп АЗТ-11 ($D = 1,25$ м, кассегреновский фокус $F = 16$ м), с фильтром на 700 нм, отсекающим более короткие волны. Даже при малых размерах пиксела ПЗС-матрицы (для камеры STV это квадрат $7,4 \times 7,4$ мкм) длиннофокусный инструмент обладает преимуществами при наблюдениях Меркурия, так как возрастает номинальное разрешение. Вместе с тем, благодаря высокой яркости объекта, время накопления в каждом пикселе необходимых для дальнейшей обработки нескольких тысяч единиц сигнала всё ещё не превосходит нескольких миллисекунд.

Диск планеты 3.11.2001 г. был виден под углом 6,1 с дуги, что соответствовало линейному размеру изображения 0,43 мм в фокальной плоскости телескопа. Фаза Меркурия была 63,1°. Использовались короткие экспозиции, $3 \div 10$ мс (и в случаях очень больших $\sec z$ — более длительные, до 70 мс). Конфигурация Меркурия во время максимальной западной элонгации в октябре–ноябре 2001 г. была близкой к той, что имелаась в 1974 г. во время миссии аппарата «Маринер-10». Это обстоятельство позволило провести сравнение полученных изображений с мозаичными фотокартами «Маринера-10» и отождествить детали полученных изображений, то есть в конечном счёте доказать их реальность.

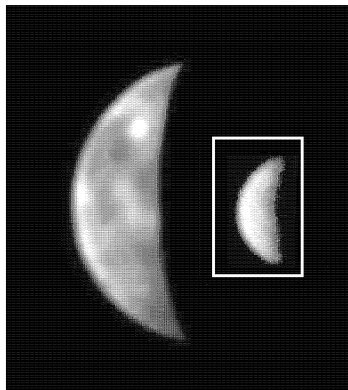


Рис. 11. Изображения Меркурия в элонгации 29.08.1999 г. из работы (Баумгарднер и др., 2000). Изображения получены из тысячи снимков (с экспозицией 17 мс) с последующей обработкой. На врезке показан снимок с нормальным видом терминатора

Методика обработки и подтверждение реальности результатов. Процесс получения и обработки изображений включал 8 шагов:

- 1) получение изображений методом коротких экспозиций;
- 2) стандартная коррекция «плоское поле»;
- 3) выбор серии неискажённых электронных снимков или единичных изображений;
- 4) корреляционное совмещение;
- 5) выбор уровня операции «нечёткой маски»;
- 6) деконволюция по Люси–Ричардсону или де Ситтеру;
- 7) устранение потемнения к лимбу и терминатору;
- 8) нанесение сетки долготы / широты.

Наиболее важной процедурой было корреляционное совмещение. Затем выбиралась оптимальная глубина «нечёткой маски» — операции для выделения мелких деталей. Разрешение на изображениях может быть улучшено с помощью процедуры деконволюции по Люси–Ричардсону или де Ситтеру, которая, однако, искажает линейность. В целом, для обработки использовался комплекс из 16 программ, главными из которых были программы AstroStack (Р. Стекеленбург, 1999) и AIMAP 21 (В. Кахиани, 2001).

На рис. 12 а, в представлено наилучшее синтезированное изображение. Долготы от 90 до 190°. Сравнение этого рисунка, как и данных Баумгарднера и др. (2000), с мозаичными изображениями «Маринера-10» невозможно из-за совершенно различных долгот. Вместе с тем, на рис. 12, где хорошо очерчены мелкие детали, почти отсутствуют крупные тёмные и светлые районы, которые контрастно выделяются на рис. 11. Причина отсутствия крупных альбедных деталей вначале

оставалась неясной; как выяснилось в дальнейшем, при обработке низкие пространственные частоты подавлялись из-за ограниченного объема исходных данных и плохой фильтрации в операции нечёткой маски.

Результаты идентификации некоторых произвольно выбранных деталей рис. 12 *а, б* приводились в работе (Ксанфомалити, 2002). На рис. 13 показан пример совпадающих деталей на двух фрагментах

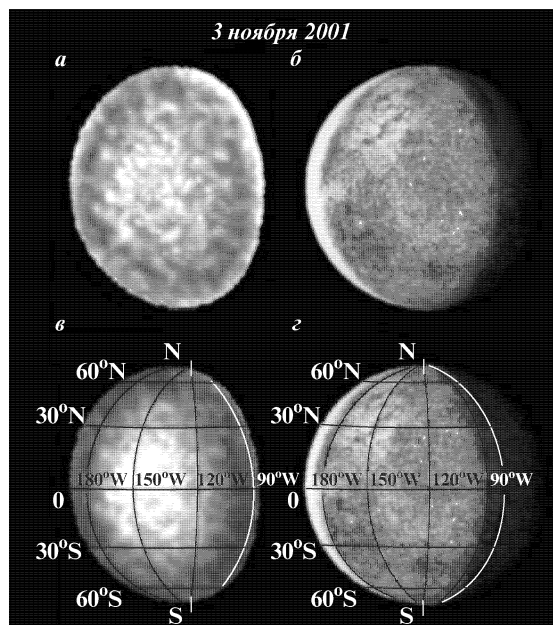


Рис. 12. Синтезированное по наблюдениям 3.11.2001 г. изображение Меркурия (*а, в*) и фотокарта из мозаики снимков «Маринера-10» (*б, г*)

изображений. Небольшая яркая точка 1 (10°S , 117°W) на рис. 12 *а* совпадает с безымянным небольшим ярким кратером в области Phaethontias на рис. 12 *б*. Две больших тёмных округлых области 2 и 3 вблизи экватора (с центрами приблизительно 5°N , 124°W и 1°S ,

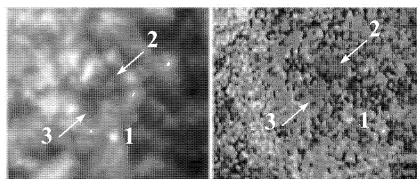


Рис. 13. Сравнение синтезированных изображений с картой Меркурия, построенной на основе мозаики данных КА «Маринер-10»

135°W) имеют ту же форму на рис. 12 б. Они включают кратеры Mena (0,5°N, 125°W) и Lysippus (1,5°N, 133°W). Идентифицированы также детали в областях Goya, Tolstoj, Schiaparelli Dorsum, Heemskerck Rupes и др. Следует учесть, что некоторые детали рис. 12 а могут иметь шумовое происхождение из-за ограниченного числа исходных снимков.

В работе (Ксанфомалити, 2002) полученное предельное разрешение оценивалось исходя из примера, показанного на рис. 13. Если считать, что небольшая яркая точка 1 (10°S, 117°W) не превышает 0,025 диаметра планеты, то это составляет 0,15 с дуги (угловой диаметр всей планеты во время наблюдений был 6,1 с дуги). В то же время расчётный дифракционный предел телескопа с диаметром $D = 1,25$ м на длине волны $\lambda = 750$ нм также составляет $1,22\lambda/D = 0,15$ с дуги. Таким образом, при особенно благоприятных условиях (возникающих пусть даже на короткое время) высокочувствительная ПЗС-камера с миллисекундными экспозициями и соответствующая техника обработки позволяют получить изображения Меркурия с разрешением, близким к дифракционному пределу телескопа.

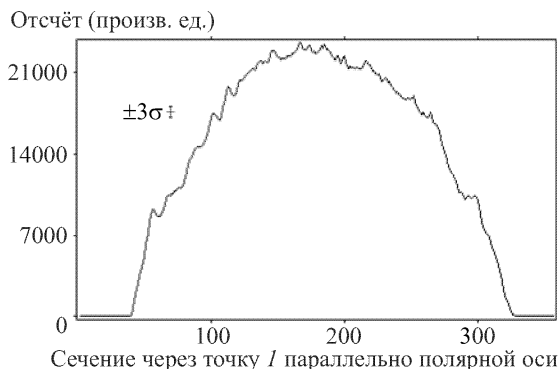


Рис. 14. Контрасты вдоль вертикального сечения на рис. 12 а

В конечном счёте детали синтезированных изображений Меркурия — это контрастные элементы, которые для рис. 12 а лежат в пределах $4 \div 10\%$ (рис. 14). Нетрудно оценить среднеквадратичную ошибку для сигнала, получаемого от одного пиксела матрицы. Например, в случае рис. 12, число обработанных снимков составляло $n = 42$, средняя величина сигнала $R = 1293$, сумма квадратов абсолютных ошибок $\sum \Delta R_i^2 = 131\,721$. Соответственно, среднеквадратичная и относительная среднеквадратичная ошибки составляют

$$\sigma_R = \sqrt{\sum \frac{\Delta R_i^2}{n(n-1)}} = 8,75 \quad \text{и} \quad \frac{\sigma_R}{R} = 0,68\%. \quad (3)$$

Таким образом, бар утроенной ошибки $3\sigma_R \approx 2\%$ в принципе сравним с контрастом отдельных пикселей. Однако изображение деталей образовано не одиночным элементом, а большой группой элементов (для рис. 13 — это 1200 пикселей), вероятность ошибочного сочетания которых значительно ниже. Программа обработки выделяла именно контрастные переходы; что касается малоконтрастных протяжённых деталей рис. 12 а, то они, как уже говорилось, оказались подавленными, так как для их восстановления информации было недостаточно.

Наблюдения Меркурия в элонгации апрель–май 2002 г. Проблему недостатка информации удалось преодолеть в наблюдениях Меркурия в вечерней элонгации апрель–май 2002 г. в астрофизической обсерватории Скинакас Ираклионского университета (о. Крит, $24^\circ 54'$ с.ш., $35^\circ 13'$ в.д.). Использовалась ПЗС-камера STV (с размером пиксела $7,4 \times 7,4$ мкм). 1–2 мая 2002 г. удалось получить более 20 000 электронных снимков планеты при хороших метеоусловиях. Наблюдения выполнялись на телескопе системы Риччи–Кретьена ($D = 1,29$ м, $F = 9,857$ м), с отрезающими стеклянными фильтрами КС 17 и КС 19, границы у 670 и 700 нм соответственно. Диск планеты 1–2 мая 2002 г. был виден в среднем под углом $7,75$ с дуги, с линейным размером $0,556$ мм в фокальной плоскости телескопа и соответствовал на ПЗС-матрице 50 строкам в режиме «зум». Фаза Меркурия была $95 \div 99^\circ$. Использовались короткие экспозиции, в основном 1 мс, и до 10 мс при больших z .

Пример одиночного снимка из 336, полученных в одной из групп в режиме «зум», показан на рис. 15 а. Снимок не подвергался обработке, тем не менее крупные детали рельефа, такие, как большая тёмная область у терминатора, севернее экватора, различаются уверенно. Однако для получения синтезированных изображений высокого качества исходных снимков должно быть не менее нескольких сотен. После предварительной отбраковки обычно остаётся около половины снимков. Дальнейший отбор, выполняемый вручную, неизбежно содержит ошибки оператора, выявляемые далее программой. Например, для предварительной обработки из 70 «очень хороших», выбранных вручную снимков, лишь 23 вошли в синтезированное изображение рис. 15 б. Дефекты этого изображения очевидны, поэтому дальнейшая обработка строилась на основе базы из нескольких тысяч снимков. Так было синтезировано изображение, представленное на рис. 16 а. Использовалась новая программа AIMAP 225 В.О. Кахиани, программа ASTROSTACK Р. Стекеленбурга и более 10 вспомогательных программ. Поскольку поверхность Меркурия в этой части была неизвестна, единственным критерием реальности деталей оставалось их наличие на нескольких

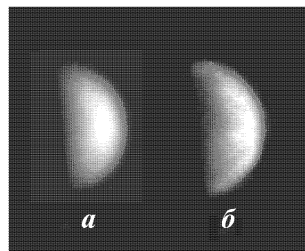


Рис. 15. Первичный необработанный электронный снимок (а). Предварительная обработка группы из 23 первичных снимков (б)

независимо полученных синтезированных изображениях. Ко времени сдачи в печать настоящей работы были обработаны две серии снимков от 2.05.2002. Первая была получена в интервале 16:15–16:19 UT, вторая — в интервале 16:53–16:55 UT.

Поверхность Меркурия в области долгот $210 \div 285^\circ\text{W}$. Вместе с синтезированным изображением Меркурия (см. рис. 16 а) для него показано положение координатной сетки (см. рис. 16 б). Отождествление координат предварительное, но так как указаны только центры альбедных или рельефных образований, ошибка вряд ли превышает несколько градусов. Описание выделенных на изображении альбедных или рельефных деталей следует также рассматривать как предварительное.

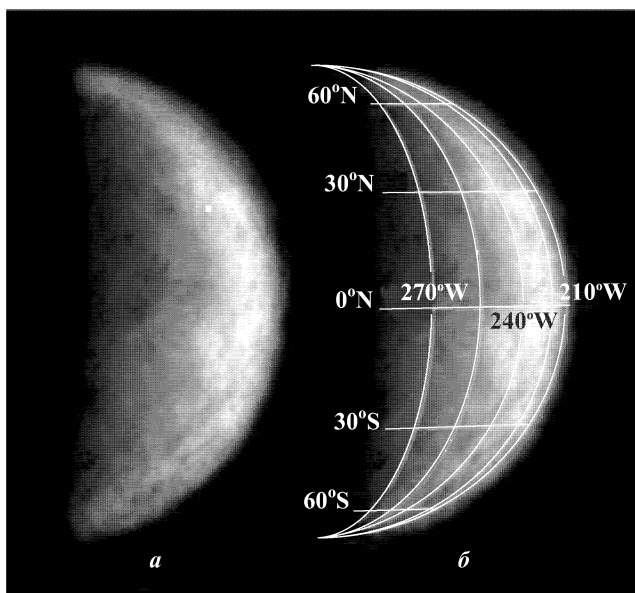


Рис. 16. Синтезированное по наблюдениям 2002 г. изображение Меркурия. Долготы $210 \div 285^\circ\text{W}$

Наиболее заметное образование в области долгот $210 \div 285^\circ\text{W}$ — большое кратерное «море» у терминатора, с центром примерно 8°N , 280°W . Кратер имеет двойной вал с диаметром внутренней части около 25° (1060 км) и вдвое большим диаметром различного внешнего вала. Рабочее название этого образования — «Море Скинакас» (по названию обсерватории). По размерам его внутренняя часть несколько превышает крупнейшее лунное Море Дождей, а внешняя имеет масштабы лунного Океана Бурь. В связи с этим часто встречающееся в литературе утверждение о том, что рельеф Меркурия главным образом материковый (по лунной терминологии), следует относить лишь

к части, известной по съёмке «Маринера-10» (на которой, тем не менее, известна кратерная Равнина Жары).

В отличие от Моря Дождей «Море Скинакас» имеет, судя по рис. 16 *а*, центральное образование (горку), подразумевающее ударное происхождение, в то время как поверхность Моря Дождей представляет собой лавовое поле, формирование которого относится к древней эпохе глобальных лавовых излияний на Луне. По крайней мере, размеры «Моря Скинакас» также указывают на очень крупное (и, следовательно, раннее) импактное явление.

На обоих независимых исходных синтезированных изображениях выделяется также ряд менее крупных образований. Тёмная область на рис. 16 размером около 250 км находится вблизи северного полюса (примерно 80°N , 285°W). Сравнение с рис. 6 *а* позволяет предположить, что в правой его части (и в районе с координатами 85°N , 290°W на рис. 6 *б*) также виден этот кратер. Центры двух крупных светлых «континентальных» областей, длиной около 1000 км в широтной протяжённости каждая, находятся у 25°N , 225°W и 10°S , 250°W . Тёмными образованиями испещрён южный рог Меркурия. Длинная полоса (долина?), протяжённостью около 2000 км, проходит наклонно от 20°S , 230°W к терминатору, 55°S , 275°W .

В районе 60°S , 245°W находится область сложного рельефа. На терминаторе у 45°S , 285°W выделяется крупная, длиной около 300 км, тёмная область; возможно, её удастся выделить путём дальнейшей обработки данных за 1.05.2002 г.

Детальное сравнение двух независимых исходных синтезированных изображений указывает на ещё одну протяжённую тёмную область, которая просматривается на самом лимбе, у $30 \div 50^{\circ}\text{N}$, 200°W . По-видимому, это западная оконечность Равнины Жары, восточная часть которой известна по данным «Маринера-10» (рис. 17 *б*), а центр находится у 30°N , 190°W (за пределами рис. 16). Рельеф «Моря Скинакас», насколько можно судить по рис. 16 и 17, очень похож на рельеф Равнины Жары, также имеющей двойной вал. Но «Море Скинакас» в 1,5 раза больше, что иллюстрирует рис. 17, где «Море Скинакас» и Равнина Жары (на врезке) показаны в одинаковом масштабе, а их диаметры по внешнему валу указаны вертикальной чертой.

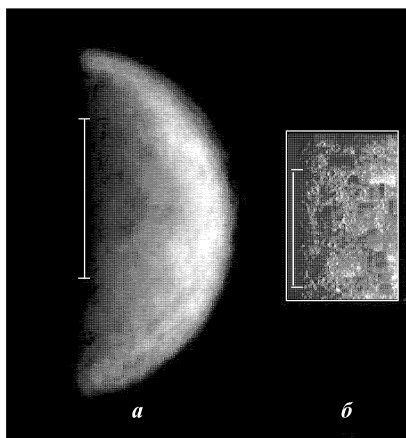


Рис. 17. Сравнение «Моря Скинакас» (*а*) и Равнины Жары (*б*). Масштаб изображений одинаковый

в 1,5 раза больше, что иллюстрирует рис. 17, где «Море Скинакас» и Равнина Жары (на врезке) показаны в одинаковом масштабе, а их диаметры по внешнему валу указаны вертикальной чертой.

Предельное полученное разрешение на рис. 16 совпадает с результатами, представленными в теоретических (Фрайд, 1978) и экспериментальных (Ксанфомалити, 2002) исследованиях, и соответствует дифракционному разрешению инструмента (около 120 км) на поверхности Меркурия.

Заключение

Около 65 % поверхности Меркурия не были охвачены съёмкой «Маринера-10» (Вилас и др., 1988). Несмотря на трудность наблюдений Меркурия и ограниченную длительность возможных наблюдений, в хороших атмосферных условиях удаётся получать потенциально разрешённые изображения. Их обработка позволит, по-видимому, в ближайшие годы с помощью средств наземной астрономии картировать всю поверхность планеты с разрешением, близким к дифракционному пределу телескопа.

В работе использована программа AIMAP для обработки данных, созданная В.О. Кахиани в 2002 г. и переданная автору до её опубликования в печати.

Работа поддержана INTAS (грант 99-403) и частично РФФИ (проект 01-02-17072).

Список литературы

- (Батрик, 2000) *Bepi-Colombo Interdisciplinary mission to planet Mercury* / Ed. by B. Battrick. — European Space Agency, 2000. — 37 p.
- (Баумгарднер и др., 2000) *Baumgardner J., Mendillo M., Wilson J. K. Digital High-Definition Imaging System for Spectral Studies of Extended Planetary Atmospheres. 1. Initial Results in White Light Showing Features on the Hemisphere of Mercury Unimaged by Mariner-10* // *Astron. J.* 2000. V. 119. P. 2458–2464.
- (Биди и др., 2001) *Bida T. A., Killen A. M., Morgan T. H. Discovery of calcium in Mercury's Atmosphere* // *Nature*. 2001. V. 404. P. 159–161.
- (Бурлага, 2001) *Burlaga L. F. Magnetic fields and plasmas in the inner heliosphere: Helios results* // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 49. P. 1619–1627.
- (Варелл, Лимае, 2001) *Warell J., Limaye S. S. Properties of the Hermean regolith: I. Global albedo variation at 200 km scale from multicolor CCD imaging* // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 49. P. 1531–1552.
- (Вилас, 1988) *Vilas F. Surface composition of Mercury from reflectance spectrophotometry* // *Mercury* / Ed. by F. Vilas et al. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1988. P. 59–76.
- (Град и Балох, 2001) *Grard R., Balogh A. Returns to Mercury: Science and mission objectives* // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 49. P. 1395–1407.
- (Джиноз и др., 1995) *Jeanioz R., Mitchell D. L., Sprague A. L., DePater I. Evidence for a basalt-free surface on Mercury and implications for internal heat* // *Science*. 1995. V. 268. 1455–1457.
- (Дикке, 1972) *Дикке Р. Гравитация и космология*. — М.: Мир, 1972.
- (Жарков, Трубицын, 1980) *Жарков В. Н., Трубицын В. П. Физика планетных недр*. — М.: Наука, 1980. — 448 с.

- (Киллен и др., 2001) *Killen R. M., Potter A. E., Reiff P. et al.* Evidence for space weather on Mercury // *J. Geophys. Res.* 2001. V. 106, № E9. P. 20509–20525.
- (Ксанфомалити, 1998) *Ксанфомалити Л. В.* Магнитное поле Меркурия: ревизия результатов «Маринера-10» // *Астрон. вестн.* 1998. Т. 32, № 2. С. 133–140.
- (Ксанфомалити и др., 2001) *Ксанфомалити Л. В., Джапиашивили В. П., Кахиани В. О.* и др. Опыт получения изображений Меркурия методом коротких экспозиций // *Астрон. вестн.* 2001. Т. 35, № 3. С. 208–213.
- (Ксанфомалити, 2001) *Ксанфомалити Л. В.* Физические свойства реголита Меркурия // *Астрон. вестн.* 2001. Т. 35, № 5. С. 371–386.
- (Ксанфомалити, 2002) *Ксанфомалити Л. В.* Изображения Меркурия высокого разрешения, полученные наземными средствами // *Астрон. вестн.* 2002. Т. 36, № 4. С. 291–301.
- (Ксанфомалити и др., 2002) *Ксанфомалити Л. В., Джапиашивили В. П., Кахиани В. О.* и др. Оценка возможностей ПЗС-камеры *STV* при наблюдении планет // *Астрон. вестн.* 2002. Т. 36, № 4. С. 366–373.
- (Мендилло и др., 2001) *Mendillo M., Warell J., Limaye S. S. et al.* Imaging the surface of Mercury using ground-based telescopes // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 49. P. 1501–1505.
- (Милани и др., 2001) *Milani A., Rossi A., Vokrouhlicky D. et al.* Gravity field and rotation state of Mercury from the BepiColombo radio science experiment // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 49. P. 1579–1596.
- (Несс и др., 1974) *Ness N. F., Behannon K. W., Lepping R. P. et al.* Magnetic Fields Observations near Mercury: Preliminary Results from Mariner 10 // *Science.* 1974. V. 185. P. 151–159.
- (Пиил, 1988) *Peale S. J.* The rotational dynamics of Mercury and the state of its core // *Mercury* / Ed. by F. Vilas et al. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1988. P. 429–460.
- (Робинсон и Тейлор, 2001) *Robinson M. S., Taylor G. J.* Ferrous oxide in Mercury crust and mantle // *Meteor. Planet. Sci.* 2001. V. 36. P. 841–847.
- (Сарантос и др., 2001) *Sarantos M., Reiff P. H., Hill T. W. et al.* AB_x — Interconnected magnetosphere model for Mercury // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 49. P. 1629–1635.
- (Славин и др., 2001) *Slavin J. A., Owen C. J., Connerney J. E. P. et al.* Mariner-10 observations of field-aligned currents at Mercury // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 45. P. 133–141.
- (Соломон и др., 2001) *Solomon S. C., McNutt R. L. Jr., Gold R. E. et al.* The MESSENGER mission to Mercury: scientific objectives and implementation // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 49. P. 1445–1465.
- (Спон и др., 2001) *Spohn T., Sohl F., Wiczerkowski K., Conzeleemann V.* The interior structure of Mercury: what we know, what we expect from BepiColombo // *Planet. Space Sci.* 2001. V. 49. P. 1561–1570.
- (Спрегью и др., 1995) *Sprague A. L., Hunten D. M., Lodders K.* Sulfur at Mercury, elemental at the poles and sulfides in the regolith // *Icarus.* 1995. V. 118. P. 211–215.
- (Спрегью и Руш, 1998) *Sprague A. L., Roush T. L.* Comparison of laboratory emission spectra with Mercury telescopic data // *Icarus.* 1998. V. 133. P. 174–183.
- (Спрегью и др., 1994) *Sprague A. L., Kozlowski R. W. H., Wittebom F. C. et al.* Mercury: Evidence for anorthosite and basalt from mid-infrared (7.5–13.5 micron) Spectroscopy // *Icarus.* 1994. V. 109. P. 156–167.

- (Стекеленбург, 1999) *Stekelenburg R.* AstroStack manual (1999. V. 0.90 beta). <http://www.astrostack.com/>.
- (Сурдин, 2001) *Сурдин В. Г.* Динамика звёздных систем. — М.: Изд-во Московского центра матем. образования, 2001. — 32 с.
- (Фрайд, 1978) *Fried D. L.* Probability of getting a lucky short-exposure image through turbulence // *J. Opt. Soc. Am.* 1978. V. 68, № 12. P. 1651–1658.
- (Хартманн, 1983) *Hartmann W. K.* Moons and planets. — Belmont, California: Wadsworth Publishing Company, 1983. — 509 p.
- (Хафнагель, 1966) *Hufnagel R. E.* Restoration of atmospherically degraded images // *Proc. of Nat. Acad. Sci.* 1966. V. 3. Append. 2. P. 11.
- (Хармон и др., 2001) *Harmon J. K., Perillat P. J., Slade M. A.* High resolution radar imaging of Mercury's North pole // *Icarus.* 2001. V. 149. P. 1–15.
- (Холин, 2002) *Холин И. В.* Радиолокационная интерферометрия спекл-смещения для прецизионного измерения наклона и физических либраций Меркурия // *Астрон. вестн.* 2002. Т. 36, № 3. С. 226–233.
- (Хэд III, 1981) *Head III J. W.* Surfaces of the terrestrial planets // *The new Solar system.* — London: Sky Publishing Corporation, 1981. P. 45–56.
- (Шевченко, 2002) *Шевченко В. В.* Структура поверхности реголита Меркурия по дистанционным данным // *Астрон. вестн.* 2002. Т. 36, № 5. С. 387–394.
- (Шуберт и др., 1988) *Schubert G., Ross M. N., Stevenson D. J., Spohn T.* Mercury's thermal history and the generation of its magnetic field // *Mercury* / Ed. by F. Vilas et al. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1988. P. 429–460.

ОСНОВНЫЕ ЧЕРТЫ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИСТОРИИ ВЕНЕРЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ФОТОГЕОЛОГИЧЕСКОГО КАРТИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ПОПУЛЯЦИИ УДАРНЫХ КРАТЕРОВ

А. Т. Базилевский¹, Дж. У. Хэд²

¹ Институт геохимии и аналитической химии им. В. И. Вернадского РАН, Москва

² Отдел геологических наук, Университет Брауна, Провиденс, Род-Айленд, США

Совместный анализ данных по относительным возрастным соотношениям вулканических и тектонических образований Венеры между собой и с ударными кратерами привёл к заключению, что в начале морфологически распознаваемой части геологической истории Венеры (≤ 1 млрд лет) средняя глобальная вулканическая и тектоническая активность этой планеты была сравнима по интенсивности (но не по стилю) с таковой современной Земли. Затем эта активность на Венере быстро (в геологическом масштабе времени) и сильно (более чем на порядок величины) снизилась и на протяжении сотен миллионов лет оставалась примерно на одном и том же уровне. Это, по-видимому, связано с увеличением толщины литосферы и является отражением перехода от конвекции «с подвижной крышкой» к конвекции «с неподвижной крышкой».

Введение

Венера очень похожа на Землю по размерам (R Венеры = $0,95R$ Земли), по массе ($0,814 M$ Земли) и, соответственно, средней плотности ($0,95\rho$ Земли), что давало основания думать, что геологическое строение и история развития Венеры примерно такие же, как у Земли. Первые данные, позволяющие обоснованно судить о геологии Венеры, были получены в 1983–84 гг. КА «Венера-15» и «Венера-16», которые передали на Землю радарные изображения бокового обзора северной четверти поверхности планеты с разрешением 1–2 км на элемент изображения. Анализ этих изображений показал, что на исследованной территории преобладают вулканические, вероятно, базальтовые равнины (Барсуков и др., 1984). Этим Венера, на первый взгляд, напоминает Землю, где по площади преобладают базальтовые равнины ложа Мирового океана. Были обнаружены горные сооружения, как напоминающие земные складчатые горы (горное обрамление плато Лакшми), так и отличные от земных гор (тессеры), а также кольцевые вулкано-тектонические структуры диаметром в сотни километров (венцы), не имеющие прямых аналогов

среди структур Земли (Базилевский и др., 1985). На территории исследований было обнаружено 146 ударных кратеров диаметром от 8 до 144 км, что позволило оценить средний возраст поверхности в этом регионе планеты как 0,5–1 млрд лет, что намного больше среднего возраста поверхности Земли (< 100 млн лет) (Барсуков и др., 1984; Иванов и др., 1986).

Главное отличие исследованного региона Венеры от Земли — это отсутствие признаков организации вулcano-тектонической активности по механизму тектоники плит. На изученной четверти планеты не удалось обнаружить характерного для тектоники плит сочетания зон дивергенции типа срединно-океанических хребтов с зонами конвергенции, для которых типичны линейные возвышенности и ассоциирующие с ними глубокие линейные впадины. Правда, оставалась надежда, что на неисследованных трёх четвертях планеты будут обнаружены аналоги этих ключевых элементов тектоники плит. Но это ожидание не оправдалось: радарная съёмка с КА «Магеллан», покрывшая практически всю поверхность планеты с разрешением 100–200 м, указанных ключевых элементов тектоники плит тоже не обнаружила (Соломон и др., 1992).

Съёмка «Магеллана» подтвердила, что на Венере преобладают равнины, которые, судя по морфологии их поверхности (Хэд и др., 1992) и геохимическим измерениям в местах посадки КА серии «Венера-Вега» (Сурков, 1990), образованы обширными излияниями базальтовых лав. На Венере много и вулканических гор диаметром от нескольких километров до сотен километров (Крамплер и др., 1997). Большая часть этих гор пологосклонные, что указывает на базальтовый состав слагающих их лав. Обнаруженные съёмкой «Венер-15 и 16» горы обрамления плато Лакшми, напоминающие складчатые горы Земли, оказались для Венеры уникальными и в других местах этой планеты аналогичных им образований нет. Тектонические горы Венеры — это, главным образом, массивы открытой «Венерами-15/16» местности типа тессер, образованной системами пересекающихся горных гряд и борозд (Суханов, 1992; Соломон и др., 1992; Иванов, Хэд, 1996).

На Венере обнаружены также протяжённые (сотни и тысячи километров и более) зоны тектонических нарушений, часть которых — геологически современные и древние рифтовые зоны, образованные в обстановке растяжения и напоминающие континентальные рифты Земли (Соломон и др., 1992), а другая часть — это пояса невысоких гряд среди равнин, образованные деформациями сжатия (Крючков, 1992). Венцы Венеры, открытые съёмкой «Венеры-15/16» (Барсуков и др., 1984), обнаружены во многих других районах планеты.

К настоящему времени в работах многих исследователей Венеры накоплено большое количество наблюдений и обобщений (см., напр., (Маров, Гринспун, 1998)), в том числе и тех, которые позволяют судить о ключевых характеристиках геологической истории этой планеты. Часть этих исследований была, в основном, ориентирована на оценки абсолютного возраста различных образований планеты по плотностям наложенных на них ударных кратеров (см., напр., (Иванов, Базилев-

ский, 1993; Намики, Соломон, 1994; Прайс, Саппи, 1994)). Другие исследования концентрировались на разработке стратиграфической шкалы Венеры — выявлении относительной возрастной последовательности геологических подразделений, используя обычный для геологических изысканий принцип суперпозиции (см., напр., (Базилевский, Хэд, 1998, 2000; Танака и др., 1997)). В данной работе мы соединяем оба указанных подхода: стратиграфический анализ и анализ свойств популяции ударных кратеров Венеры.

1. Модель глобальной и региональной стратиграфии Венеры

Ниже кратко описана модель стратиграфии Венеры, предложенная Базилевским и Хэдом (1998, 2000). Она достаточно близка как к глобальной модели стратиграфии этой планеты, приведённой в работе Танаки и др. (1997), так и к региональным моделям, созданным в ходе 1 : 5 000 000 геологического картирования (см., напр., (Розенберг, 1995; Плаут, 1996)).

Наша модель включает восемь главных вещественных подразделений, представляющих шесть периодов времени. Эти подразделения состоят из горных пород (в основном, вулканических, а частично — эолового и ударного происхождения), которые в различной степени деформированы (кроме трёх самых молодых) ансамблями структур, специфическими для каждого подразделения. Кроме того, модель содержит два тектонических подразделения, образование которых было чисто деформационным, и одно сквозное во времени вещественное подразделение (материал ударных кратеров). От древних к молодым последовательность имеет вид, приведённый на рис. 1.

Материал тессер (tt) густо пересечён многочисленными тектоническими грядами и бороздами, и из-за этого его первичная природа не ясна. Он образует острова различного размера, занимающие ~ 8 % поверхности планеты и окружённые более молодыми подразделениями. Время образования и деформации материала tt (которая придала ему столь специфический облик) составляет Фортунский период геологической истории Венеры.

Материал густотрещиноватых равнин (pdf) густо пересечён обычно субпараллельными трещинами, вероятно, представляет собой мафические вулканические породы, наблюдается в виде небольших останцов среди региональных (см. ниже) равнин, занимает $3 \div 5\%$ поверхности планеты; время его образования, включая образование специфической для него густой трещиноватости, составляет Сигрунский период.

Материал трещиноватых и грядовых равнин (pgr) деформирован трещинами и широкими грядами, состоит из смятых в пологие складки базальтов; обычно образует пояса гряд среди региональных равнин, занимает $3 \div 5\%$ поверхности планеты; образован и деформирован специфическими для него широкими грядами в Лавинский период.

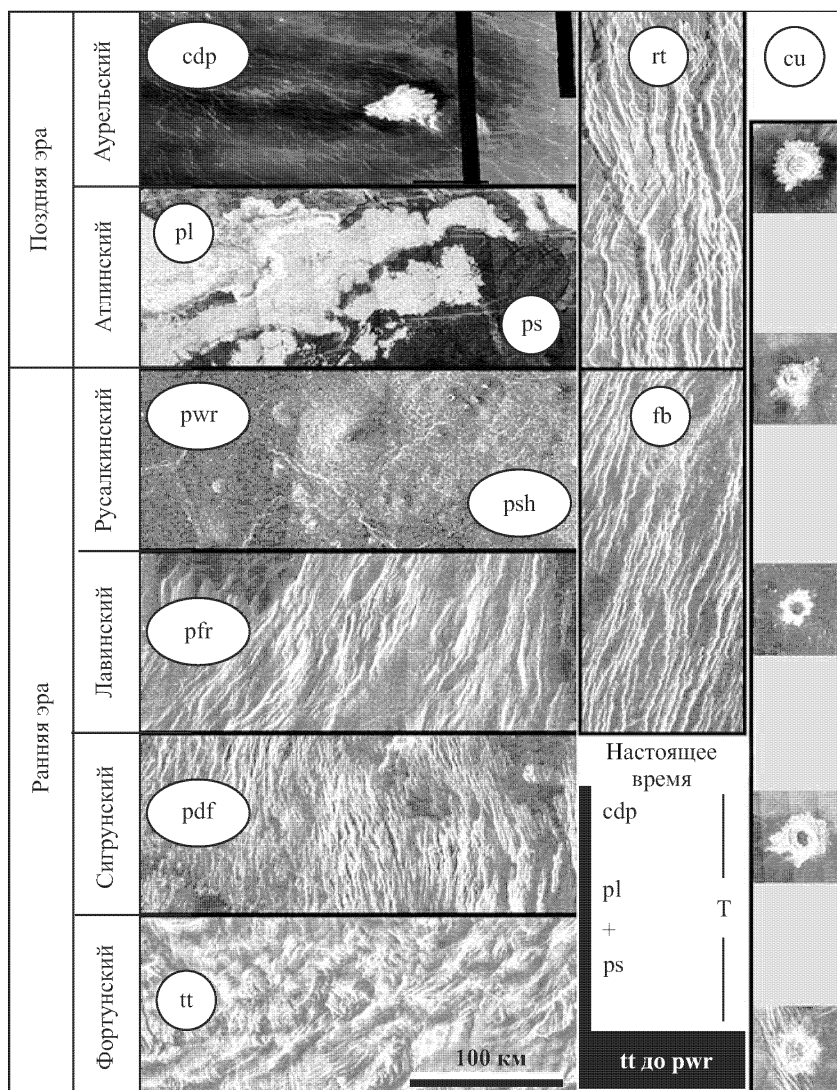


Рис. 1. Модель региональной и глобальной стратиграфии Венеры

Материал щитовых равнин (psh) состоит из небольших слившихся своими основаниями пологосклонных вулканических щитов, обычно деформирован узкими тектоническими грядами извилистой в плане формы, занимает 10 ÷ 15 % поверхности планеты и образован (разновидности, деформированные извилистыми грядами) в Русалкинский период.

Материал равнин с извилистыми грядками (pwr). Морфологические признаки (обширные потоковидные формы) и геохимические измерения указывают на то, что этот материал представляет собой базальтовые лавы, деформирован извилистыми грядками, занимает $50 \div 60\%$ поверхности планеты, образован и деформирован (извилистыми грядками) в Русалкинский период. Равнины psh и pwr, присутствующие в большинстве регионов планеты, нередко называются региональными.

Материал лопастных (pl) и гладких (ps) равнин образует соответственно лопастные потоковидные формы и равнины без заметных на изображениях деталей. Судя по особенностям их морфологии, материал pl и частично ps — это базальты, а другая часть ps — эоловые покровы. Эти подразделения не деформированы извилистыми грядками, образуют поля, занимающие $10 \div 15\%$ поверхности планеты, образованы в Атлинский период.

Материал тёмных парабол (cdp) очень радиотёмный, образует протяжённые параболические (апексом на восток) в плане покровы, ассоциирующие с наиболее молодыми $10 \div 15\%$ ударных кратеров, сложен тонкозернистой фракцией выбросов из ударных кратеров, занимает $\sim 8\%$ поверхности планеты, образован в Аурельский период.

Два вышеупомянутых тектонических подразделения — это пояса трещин (fb) и рифтовая местность (rt), представляющие, соответственно, древние (Русалкинские) и более молодые (Атлинско-Аурельские) рифтовые зоны. Неразделённый материал (ударных) кратеров (cu) слагает различные элементы строения кратеров и их выбросы. Большая часть наблюдаемых сейчас ударных кратеров Венеры моложе Русалкинских равнин.

Суммируя, можно сказать, что для Венеры типична возрастная последовательность от тессеры к сильно-, затем к умеренно деформированным равнинам и далее к недеформированным равнинам и тёмным параболом. Эта последовательность установлена на локальном, региональном и глобальном уровнях не только нами, но и другими исследователями, хотя последние нередко присваивают указанным подразделениям другие названия. Но в общем, предмета для споров здесь нет или почти нет.

2. Синхронный и диахронный варианты развития Венеры

Вопрос, вызывающий споры, — это корреляция наблюдаемых в разных районах планеты подразделений в модель глобальной стратиграфии. В принципе, возможны два крайних варианта. Один предполагает, что каждое из описанных выше подразделений (за исключением cu) образовалось в течение некоторого определённого и единого для всей планеты периода времени, т.е. примерно синхронно, а периоды от Фортунского до Аурельского — это сменяющие друг друга отрезки времени (Базилевский, Хэд, 1998, 2000). Строго говоря, в этом вари-

анте глобально синхронны лишь специфические деформации (например, густая субпараллельная трещиноватость для подразделения pdf или извилистые гряды для подразделения pwr), которые разделяют накапливающуюся последовательность лав (степень полноты которой в различных геологических провинциях может быть различна) на стратиграфические подразделения. Общее уменьшение степени деформированности в ряду $tt \rightarrow pdf \rightarrow pfr \rightarrow psh + pwr \rightarrow pl + ps$ делает такое деление лавой толщи наблюдаемым и потому применимым для выделения стратиграфических подразделений.

Другой вариант отрицает глобальную синхронность однотипных эпизодов деформации, а значит, и синхронность однотипных подразделений в местных стратиграфических колонках, и потому он назван диахронным (Гест, Стофан, 1999). Диахронный вариант предполагает, что морфологически схожие подразделения, например, равнины pwr, наблюдаемые в разных геологических провинциях планеты, были образованы в разные периоды времени. При этом установленная нами и многими другими исследователями относительная временная последовательность $tt \rightarrow pdf \rightarrow pfr \rightarrow psh + pwr \rightarrow pl + ps$ в каждой провинции выдерживается, но термины Фортунский и далее до Аурельского включительно характеризуют не глобально синхронные отрезки времени, а специфику вулcano-тектонических режимов, которые реализовались в образовании тех или иных подразделений.

Мы утверждаем, что геологическое картирование, если оно проводится на больших площадях и покрывает более, чем одну геологическую провинцию, может привести к ответу на вопрос, какой же вариант — синхронный или диахронный — лучше соответствует реалиям геологической истории Венеры. Действительно, если морфологически подобные подразделения (например, pfr), которые в местных стратиграфических колонках каждой из провинций занимают одно и то же положение (в данном примере — между pdf и psh + pwr), были образованы в различных провинциях в разное время, то на границах геологических провинций, где контактируют проявления однотипных по характеру, но разных по времени осуществления тектономагматических эпизодов, установленные последовательности событий и определяемых ими подразделений должны нарушаться. Например, подходящие к границе провинций равнины с извилистыми грядами (pwr) одной провинции могут быть нарушены пришедшими из соседней провинции тессерообразующими деформациями. Тогда вместо привычной картины подтопления тессеры лавами pwr мы должны увидеть совершенно необычную картину образования тессеры за счёт равнины pwr (см. также с. 96–98 в работе (Базилевский, Хэд, 2000)). Результаты геологического картирования обширных областей Венеры (> 50% её поверхности) повсеместно подтверждают установленную последовательность стратиграфических подразделений (Базилевский и др., 2000; Иванов, Хэд, 2001), что является аргументом в пользу синхронного варианта.

3. Свойства популяции ударных кратеров как показатель характера геологического развития Венеры

Количество ударных кратеров определённого размера на единице площади (плотность кратеров) используется в планетных исследованиях для оценок абсолютного и относительного возраста поверхности, на которой находятся эти кратеры. Данный метод применяется для датировок различных образований, наблюдаемых на поверхности Луны, Меркурия, Марса и его спутников, а также спутников планет-гигантов.

Плотную атмосферу Венеры без потери скорости пробивают лишь крупные (> 1 км) ударники, а потому кратеров на этой планете сравнительно мало (~ 1000 на всю планету). Этого количества достаточно, чтобы оценить средний возраст поверхности планеты (~ 750 млн лет) с возможностью любого значения между 300 млн и 1 млрд лет (МакКиннон и др., 1997). Такой большой разброс возможных значений вызван неопределённостью знания величин потока кратерообразующих тел в окрестностях Венеры и экранирующего эффекта атмосферы — параметров, уточнение влияния которых находится за пределами геологического анализа. Поэтому удобно делать оценки возраста отдельных стратиграфических подразделений и структур не в годах, а в долях среднего возраста поверхности Венеры T , оставив уточнение значения T на будущее.

Иванов и Базилевский (1993) по плотности наложенных кратеров оценили средний возраст тессер (tt) как $(1,47 \pm 0,46)T$. По оценкам Прайс и Салпи (1994) средний возраст региональных равнин — $(1,11 \pm 0,09)T$, крупных вулканов (в основном, это часть нашего подразделения pl) — $(0,26 \pm 0,16)T$, морфологически выраженных лавовых потоков (другая часть pl) — $(0,46 \pm 0,33)T$ и крупных рифтовых зон (в основном, подразделение rt) — $(0,27 \pm 0,39)T$. Намики и Соломон (1994) оценили средний возраст крупных вулканов как $(0,45 \pm 0,1)T$.

Эти оценки согласуются с моделью глобальной стратиграфии: тессеры — самые древние, региональные равнины представляют вещественный комплекс промежуточного возраста (близкого к T), а лопастные равнины и крупные рифты относительно молоды. К сожалению, неточности этих оценок в большинстве случаев слишком велики и не дают возможность определять длительность рассматриваемых эпизодов геологической истории. Здесь надо искать иные подходы, что впервые было осуществлено Шабёром и др. (1992) и Стромом и др. (1994).

Эти авторы обратили внимание, что распределение кратеров по поверхности Венеры неотличимо от случайного. На основании этого они сделали вывод, что большая часть наблюдаемых на поверхности геологических образований сформировалась в течение мощного и очень краткоговременного (≤ 10 млн лет) вулcano-тектонического

события, которое уничтожило следы предшествующей геологической активности, в том числе и ранее существовавшие ударные кратеры. После этого события вулcano-тектоническая активность была малоинтенсивной, а продолжающаяся метеоритная бомбардировка сформировала наблюдаемую популяцию кратеров, которая, таким образом, представляет собой почти ненарушенную «популяцию образования». Позднее, учитывая, что некоторая (небольшая) часть кратеров подтоплена окружающими лавами, Шабёр и Стром уточнили, что этот стирающий следы предыдущего эпизод мог длиться 50 и даже 100 млн лет (см. добавление в корректуре к работе (Базилевский и др., 1997)). Такую интерпретацию событий часто называют «моделью глобального обновления поверхности».

Надо сказать, что с этой моделью согласились далеко не все. Филлипс и др. (1992) предложили иное объяснение тому, что распределение кратеров на Венере неотличимо от случайного. Они предположили, что наблюдаемая популяция кратеров Венеры — это не «популяция образования», а «равновесная популяция». В рамках их модели вулcano-тектоническая активность на Венере в течение морфологически наблюдаемой части геологической истории планеты была постоянной, но проявлялась в зонах сравнительно небольшого размера (≤ 400 км в поперечнике), в разных зонах в разные промежутки времени. Случайность распределения кратеров по поверхности в рамках данной модели обеспечивается случайным распределением этих зон по площади и во времени и малыми размерами зон. По сути, модель равновесного обновления поверхности Филлипса и др. (1992) и обсуждавшийся выше диахронный вариант развития Венеры Геста и Стофан (1999) — это одно и то же.

Несоответствие модели равновесного обновления поверхности реальным геологической истории Венеры было ранее показано нами на примере анализа возрастных отношений протяжённого (6800 км) лавового русла Балтис и примыкающих к нему геологических подразделений (Базилевский, Хэд, 1996). Кратковременность образования лавовых русел делает их идеальными стратиграфическими маркерами. Проведённый нами анализ возрастных отношений русла Балтис и примыкающих к нему разновидностей равнин *rwg* показал, что здесь нет никаких активных в разное время зон поперечником около 400 км, а ведь эти зоны — ключевой компонент модели равновесного обновления поверхности. Как было показано в предыдущем разделе, установленная при картировании обширных регионов выдержанность стратиграфических отношений противоречит диахронному варианту развития Венеры.

Сторонники и противники моделей глобального обновления поверхности и равновесного её обновления в своей полемике не использовали аргументов стратиграфического характера потому, что разработка местных, региональных и глобальных моделей стратиграфии Венеры тогда находилась в самом начале своего развития.

Ниже мы рассмотрим полученные нашей группой в течение ряда лет данные по свойствам популяции ударных кратеров Венеры

в стратиграфическом контексте и обсудим, какие ограничения они накладывают на характер геологической истории этой планеты в части времени проявления вулканических и тектонических процессов, их длительности и интенсивности.

4. Геологическая активность от Фортунского до конца Русалкинського периода

Анализу этой части истории Венеры были посвящены четыре работы с нашим участием. Первая из них рассматривала соотношения между лавами, слагающими Русалкинские равнины $psh + pwr$ (их средний возраст примерно равен среднему возрасту поверхности планеты T), сетью деформирующих их извилистых гряд и ударными кратерами (Базилевский, 1996). Из базы данных по ударным кратерам Венеры Шабёра и др. (1998) и наших наблюдений следует, что среди ~ 650 кратеров, наложенных на Русалкинские равнины, только 7 кратеров ($\sim 1\%$) деформированы извилистыми грядами, а остальные наложены и на материал равнин, и на гряды. Отсюда следует, что интервал времени между завершением лавовых излияний, сформировавших эти равнины, и деформацией их извилистыми грядами составлял $\sim 0,01T$. Учёт возможности того, что в некоторых случаях извилистые гряды при их образовании могли просто миновать сравнительно небольшие кратеры, увеличивает эту оценку до $0,13T$ (Базилевский, 1996).

Во второй работе изучались кратеры, наложенные на тессеры; исследовались их соотношения с тессерообразующими деформациями (Гилмор и др., 1998). В зависимости от того, как классифицировать 26 кратеров, наложенных одновременно на тессеры и соседствующие с ними равнины, всего на тессерах Венеры обнаружено от 54 до 80 кратеров. Ни один из них не обнаруживает признаков деформации тессерообразующими структурами первой фазы (фазы сжатия), и 7 кратеров деформированы тессерообразующими структурами второй фазы (фазы растяжения). Эта фаза частично одновременна структурам, типичным для равнин pdf и pfr , и предшествовала образованию Русалкинских равнин. Отсюда следует, что интервал времени от первой фазы тессерообразующих деформаций до образования Русалкинских равнин составлял от $7/80$ (9 %) до $7/54$ (13 %) среднего возраста поверхности тессер (Гилмор и др., 1998).

Третья работа этого цикла рассматривает возрастные отношения между ударными кратерами и равнинообразующими лавами (Коллинз и др., 1999). Из результатов данного рассмотрения следует, что из ~ 1000 кратеров Венеры лишь 27 обнаруживают чёткие признаки подтопления лавами снаружи и ещё 29 кратеров обнаруживают признаки их возможного подтопления (тоже снаружи). Большая часть этих 27–56 кратеров подтоплена пост-Русалкинскими лавами (pl/ps) и лишь 5–11 кратеров подтоплены Русалкинскими лавами. Есть ряд свидетельств, что на большей части площади, занятой равнинообразующими Русалкинскими лавами, их толща не превышает 500 м, а этого недо-

статочно, чтобы полностью затопить валы кратеров диаметром 30 км и более. Отсюда следует, что если бы промежуток времени между образованием подразделений, составляющих фундамент Русалкинских равнин, и завершением формирования этих равнин был длительным, то на равнинах должно быть много таких полузатопленных кратеров. Поскольку их всего лишь 5–11, этот промежуток времени должен быть достаточно коротким. Статистическая оценка с использованием конкретных цифр показывает, что указанный промежуток составлял $0,039T$, с возможным разбросом (98 % доверительный уровень) от $0,017T$ до $0,090T$ (Коллинз и др., 1999).

В четвёртой работе в пределах северной ($> 35^\circ$ с.ш.) части Венеры (21 % площади планеты) проанализированы взаимоотношения всех 200 обнаруженных там ударных кратеров с соседствующими с ними геологическими подразделениями (Базилевский и др., 1999). Из этих кратеров 118 наложены на Русалкинские подразделения, 18 — на пост-Русалкинские, 12 — на подразделение fb (оно до-Русалкинское с частичным заходом в Русалкинский период), и 52 — на до-Русалкинские (pfr, pdf, tt). В зависимости от того, как рассматривать подразделение fb, от 52 до 64 кратеров наложены на подразделения более древние, чем Русалкинские равнины. Большая их часть оказалась моложе Русалкинских равнин (видно, что они покрывают эти равнины своими выбросами), и только 2–8 из 52–64 кратеров ($3,2 \div 18,8\%$) древнее Русалкинских равнин. Отсюда следует, что временной интервал, начиная с периода, когда был образован комплекс до-Русалкинских подразделений, до конца формирования Русалкинских равнин, был гораздо короче интервала от конца формирования Русалкинских равнин до настоящего времени ($\sim T$): от нескольких процентов до $\sim 20\% T$ (Базилевский и др., 1999). Недавнее исследование Пивченко и Крюкова (2001) позволяет распространить этот вывод на всю поверхность Венеры.

Четыре описанные в данном разделе исследования, основанные на анализе различных данных, приводят к одному и тому же выводу: время, затраченное на образование последовательности от Фортгунских тессер до Русалкинских равнин включительно, было на порядок величины короче времени реализации Атлинских и Аурельских событий вместе взятых. Этот вывод сделан без каких-либо допущений относительно синхронного или диахронного вариантов развития Венеры и потому применим к любому из них.

5. Геологическая активность в течение Атлинского и Аурельского периодов

В этом разделе мы рассмотрим вопрос о том, были ли в течение данного сравнительно долгого промежутка времени ($\sim T$) темпы вулканической (образование pl- и ps-лав) и тектонической (образование рифтовых зон rt) активности примерно одинаковыми или изменялись. Этому вопросу посвящены и два наших недавних исследования. Одно

из них опирается на анализ ассоциирующих с кратерами радиотёмных отложений (Базилевский, Хэд, 2002 а). В рамках данного подхода, впервые предложенного Арвидсоном и др. (1992), считается, что наименее изменёнными из ассоциирующих с кратерами радиотёмных отложений являются тёмные параболы. Под воздействием экзогенных (главным образом, эоловых) процессов параболы разрушаются, преобразуясь в меньшие по площади, прижатые к кратеру непараболические тёмные гало, а со временем исчезают и они.

Объектом нашего исследования были кратеры диаметром ≥ 30 км. На всей Венере их 188, из них 138 наложены на Русалкинские равнины, деформированные извилистыми грядами (субпопуляция 1), 30 — на после-Русалкинские вулканические и тектонические образования (субпопуляция 2), а остающиеся 20 кратеров наложены на до-Русалкинские образования, а также те редкие кратеры, которые не покрыты съёмкой «Магеллана».

Кратеры субпопуляций 1 и 2 разделялись на кратеры с тёмной параболой (DP), кратеры с чётким тёмным гало (CH), кратеры со слабо выраженным гало (FH) и кратеры без тёмного гало (NH). Последовательность DP–CH–FH–NH отражает ход разрушения ассоциирующих с кратерами радиотёмных отложений и потому может быть использована для грубых оценок возраста кратеров.

Оказалось, что в субпопуляции 1 кратеры DP составляют 15 %, CH — 30 %, FH — 30 % и NH — 25 %. Поскольку время накопления кратеров, составляющих субпопуляцию 1, равно T , то с учётом рассмотрения некоторых теоретических моделей можно утверждать, что кратеры DP не старше $0,1 \div 0,15T$, кратеры CH образовались между $\sim 0,5T$ и $0,1 \div 0,15T$, а кратеры FH и NH образовались до $\sim 0,5T$ (Базилевский, Хэд, 2002 а).

В субпопуляции 2 кратеры DP, CH, FH и NH составляют соответственно 17, 57, 23 и 3 %. Здесь явно меньше кратеров с сильно разрушенными гало, что естественно для этой более молодой субпопуляции. Такие доли кратеров типа DP, CH, FH и NH в субпопуляции 2 означают, что интенсивности вулканизма и рифтообразования в течение после-Русалкинского времени в глобальном масштабе были примерно постоянными (см. детали в (Базилевский, Хэд, 2002 а)).

В другом исследовании мы проанализировали взаимоотношения всех 188 кратеров с диаметром ≥ 30 км с соседствующими с ними подразделениями (Базилевский, Хэд, 2002 б). Для 163 кратеров были найдены признаки того, что они образовались после формирования Русалкинских равнин (psh + pwr). В каждом из этих 163 случаев было проанализировано, есть ли в окрестностях данного кратера пост-Русалкинские вулканические (pl- и ps-лавы) и тектонические (rt-рифты) образования, и возник ли кратер *после* или *до* них. Соотношения *до* или *после* с после-Русалкинскими вулканиками удалось определить для 44 кратеров, а с после-Русалкинскими рифтами — для 21 кратера. Рассмотренные кратеры принадлежат к двум возрастным группам: Аурельские кратеры, образовавшиеся в период от $0,1 \div 0,15T$ до настоящего времени, и Атлинские кратеры, образовавшиеся в период

времени между $\sim 1T$ и $0,1 \div 0,15T$, и потому эти две субпопуляции рассматривались отдельно.

Среди 44 кратеров, для которых удалось определить отношения *до* или *после* с после-Русалкинскими вулканиитами, 29 — это Атлинские кратеры (18 случаев *после* и 11 случаев *до*), а 14 — это Аурельские кратеры (14 случаев *после* и 1 кратер обнаружил одновременно отношения *до* и *после*). Среди 21 кратера, для которых удалось определить отношения *до* или *после* с после-Русалкинскими рифтами, 15 — это Атлинские рифты (4 случая *после*, 5 случаев *до* и 7 случаев *до* и *после*), а 5 — это Аурельские кратеры (3 случая *после* и 2 случая *до* и *после*). Примерное равенство случаев *до* и случаев *после* среди Атлинских кратеров и преобладание случаев *после* среди Аурельских кратеров говорит о том, что в течение после-Русалкинское время вулканизм и рифтообразование в масштабе планеты имели приблизительно постоянные интенсивности (см. детали в (Базилевский и др., 2002 б)).

6. Обсуждение результатов

Из изложенного выше ясно, что последовательность подразделений от интенсивно деформированных тессер (tt) до слабо деформированных региональных равнин (psh и rwr) была образована за время на порядок величины более короткое, чем последующий период от завершения формирования сети извилистых гряд до настоящего времени. Вулканическая и тектоническая активность в этот последующий период проявлялась не повсеместно ($15 \div 20\%$ поверхности планеты) и в глобальном масштабе была довольно равномерно распределена во времени. К этим выводам мы пришли без каких-либо допущений в отношении синхронного или диахронного вариантов развития планеты и потому они действительны для любого из этих вариантов. Опираясь на оценки занимаемой площади и толщины после-Фортунических и после-Русалкинских комплексов вулканических пород (Базилевский, Хэд, 2000), а также на оценку $T \approx 750$ млн лет (МакКиннон и др., 1997), мы оцениваем суммарную среднюю интенсивность вулканизма в течение времени от Сигрунского до Русалкинское периодов включительно близкой к $1 \text{ км}^3/\text{год}$, а в после-Русалкинское время — близкой к $0,02 \text{ км}^3/\text{год}$. Первая из этих оценок по порядку величины близка к глобальной средней интенсивности современного вулканизма срединно-океанических хребтов Земли ($\sim 3 \text{ км}^3/\text{год}$), а вторая ниже, чем средняя интенсивность земного внутриплитного вулканизма.

Заключение

Итак, наш анализ привёл к выводу, что в начале морфологически распознаваемой части геологической истории Венеры (≤ 1 млрд лет назад) средняя глобальная вулканическая и тектоническая активность этой планеты в течение десятков миллионов лет, возможно, $100 \div 200$ млн лет, была сравнима по интенсивности (но не по стилю) с таковой современной Земли. Затем эта активность на Венере

быстро (в геологическом масштабе времени) и сильно (не менее, чем на порядок) снизилась и на протяжении сотен миллионов лет оставалась примерно на одном и том же уровне. Такой переход, по-видимому, согласуется с предсказанным увеличением толщины литосферы (Филлипс, Хансен, 1998) и является отражением перехода от конвекции «с подвижной крышкой» к конвекции «с неподвижной крышкой» (Соломатов, Мореси, 1996).

Список литературы

- (Арвидсон и др., 1992) *Arvidson R. E., Greeley R., Malin M. C. et al.* Surface modification of Venus as inferred from Magellan observation of plains // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 13303–13317.
- (Базилевский, 1996) *Basilevsky A. T.* On stratigraphical significance of wrinkle ridges on Venus // *Lunar. Planet. Sci. Conf.* 27th. 1996. P. 67–68.
- (Базилевский и др., 2000) *Базилевский А. Т., Бурба Г. А., Иванов М. А. и др.* Анализ геологического строения и составление геологической карты северной части планеты Венера // *Астрон. вестн.* 2000. Т. 34, № 5. С. 387–419.
- (Базилевский и др., 1985) *Базилевский А. Т., Иванов Б. А., Крючков В. П. и др.* Ударные кратеры Венеры по данным радиолокационных изображений КА «Венера-15» и «Венера-16» // *ДАН СССР.* 1985. Т. 282, № 3. С. 671–674.
- (Базилевский и др., 1997) *Basilevsky A. T., Head J. W., Schaber G. G., Strom R. G.* The resurfacing history of Venus // *Venus II — Geology, Geophysics, Atmosphere, and Solar Wind Environment* / Ed. by S. W. Bougher, D. V. Hunten, R. J. Phillips. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1997. P. 1047–1086.
- (Базилевский и др., 1999) *Basilevsky A. T., Kryuchkov V. P., Ivanov M. A., Head J. W.* Impact craters on geologic units of northern Venus: Implications for duration of the transition from tessera to regional plains // *Geophys. Res. Lett.* 1999. V. 26. P. 2593–2596.
- (Базилевский, Хэд, 1996) *Basilevsky A. T., Head J. W.* Evidence for rapid and widespread emplacement of volcanic plains on Venus: Stratigraphic studies in the Baltis vallis region // *Geophys. Res. Lett.* 1996. V. 23. 1497–1500.
- (Базилевский, Хэд, 1998) *Basilevsky A. T., Head J. W.* The geologic history of Venus: A stratigraphic view // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. P. 8531–8544.
- (Базилевский, Хэд, 2000) *Basilevsky A. T., Head J. W.* Geologic units on Venus: Evidence for their global correlation // *Planet. Space Sci.* 2000. V. 48. P. 75–111.
- (Базилевский, Хэд, 2002 а) *Basilevsky A. T., Head J. W.* Venus: Analysis of the degree of impact crater deposit degradation and assessment of its use for dating geological units and features // *J. Geophys. Res.* 2002. В печати.
- (Базилевский, Хэд, 2002 б) *Basilevsky A. T., Head J. W.* On rates and styles of late volcanism and rifting on Venus // *J. Geophys. Res.* 2002, 10,1029/2000JE001 471.
- (Барсуков и др., 1984) *Барсуков В. Л., Базилевский А. Т., Пронин А. А. и др.* Первые результаты геолого-морфологического анализа радиолокационных изображений поверхности Венеры, полученных АМС «Венера-15» и «Венера-16». *ДАН СССР.* 1984. Т. 279, № 4. С. 946–950.

- (Гилмор и др., 1997) *Gilmore M.S., Ivanov M.A., Head J.W., Basilevsky A.T.* Duration of tessera formation on Venus // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102. P. 13357–13368.
- (Гэст, Стофан, 1999) *Guest J.E., Stofan E.R.* A new view of the stratigraphic history of Venus // *Icarus*. 1999. V. 139. P. 55–66.
- (Иванов и др., 1986) *Ivanov B.A., Basilevsky A.T., Kryuchkov V.P., Chernaya I.M.* Impact sraters of Venus: Analysis of Venera 15 and 16 data // *Proc. Lunar Planet. Sci. Conf.* 17th // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. D413–430.
- (Иванов, Базилевский, 1993) *Ivanov M.A., Basilevsky A.T.* Density and morphology of impact craters on tessera terrain, Venus // *Geophys. Res. Lett.* 1993. V. 20. P. 2579–2582.
- (Иванов, Хэд, 1996) *Ivanov M.A., Head J.W.* Tessera terrain on Venus: A survey of the global distribution, characteristics, and relation to surrounding units from Magellan data // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 14861–14908.
- (Иванов, Хэд, 2001) *Ivanov M.A., Head J.W.* Geology of Venus: Mapping of a global geotraverse at 30 °C N latitude // *J. Geophys. Res.* 2001. 106. P. 17515–17566.
- (Коллинз и др., 1999) *Collins G.C., Head J.W., Basilevsky A.T., Ivanov M.A.* Impact crater embayment on Venus and the termination of global resurfacing // *J Geophys. Res.* 1999. V. 104. P. 24121–24139.
- (Крамплер и др., 1997) *Crumpler L.S., Aubele J.C., Senske D.A. et al.* Volcanoes and centers of volcanism on Venus // *Venus II — Geology, Geophysics, Atmosphere, and Solar Wind Environment* / Ed. by S.W. Bougher, D.M. Hunten, R.J. Phillips. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1997. P. 697–756.
- (Крючков, 1997) *Kryuchkov V.P.* Ridge belts on plains // *Venus Geology, Geochemistry, and Geophysics* / Ed. by Barsukov et al. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1997. P. 68–81.
- (МакКиннон и др., 1997) *McKinnon W.B., Zahnle K.J., Ivanov B.A., Melosh H.J.* Cratering on Venus: Models and observations // *Venus II — Geology, Geophysics, Atmosphere, and Solar Wind Environment* / Ed. by S.W. Bougher, D.M. Hunten, R.J. Phillips. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1997. P. 969–1014.
- (Маров, Гринспун, 1998) *Marov M.Ya., Grinspoon D.H.* The planet Venus. — Yale University Press, 1998. — 464 p.
- (Намики, Соломон, 1994) *Namiki N., Solomon S.C.* Impact crater densities on volcanoes and coronae on Venus: Implications for volcanic resurfacing // *Science*. 1994. V. 265. P. 929–933.
- (Пивченкова, Крючков, 2001) *Pivchenkova E.V., Kryuchkov V.P.* Impact craters on the geologic units of Venus // *Microsymposium 34: Topics in Comparative Planetology: Vernadsky Institute–Brown University*, October 8–9, 2001, Vernadsky Institute, Moscow, Russia. Abstract MS057, CD-ROM.
- (Плаут, 1995) *Plaut J.J.* Geologic map of Navka Planitia Quadrangle, Venus // *Lunar Planet Sci.* 1995. V. 27. P. 1039–1040.
- (Прайс, Саппи, 1994) *Price M., Suppe J.* Young volcanism and rifting on Venus // *Nature*. 1994. V. 72. P. 756–759.
- (Розенберг, 1995) *Rosenberg L.* Areal geology of the Pandrosos Dorsa Quadrangle (V. 5), Venus // *Lunar Planet Sci.* 27. 1995. P. 1185–1186.
- (Соломатов, Мореси, 1996) *Solomatov V.S., Moresi L.-N.* Stagnant lid convection on Venus // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 4737–4753.

- (Соломон и др., 1992) *Solomon S. C., Smrekar S. E., Bindshadler D. L. et al.* Venus tectonics: An overview of Magellan observations // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 94. P. 13199–1325.
- (Стром и др., 1992) *Strom R. G., Schaber G. G., Dawson D. D.* The global resurfacing of Venus // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 99. P. 12899–12926.
- (Сурков, 1990) *Surkov Yu. A.* Exploration of Terrestrial Planets from Spacecraft: Instrumentation, Investigation, Interpretation. — London: Ellis Horwood Ltd, 1990. — 300 p.
- (Суханов, 1997) *Sukhanov A. L.* Tesseræ // *Venus Geology, Geochemistry, and Geophysics* / Ed. by Barsukov et al. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1997. P. 82–95.
- (Танака и др., 1997) *Tanaka K. L., Senske D. A., Price M., Kirk R. L.* Physiography, geomorphic / geologic mapping and stratigraphy of Venus // *Venus II — Geology, Geophysics, Atmosphere, and Solar Wind Environment* / Ed. by S. W. Bougher, D. M. Hunten, R. J. Phillips. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1997. P. 667–674.
- (Филлипс и др., 1992) *Phillips R. J., Raubertas R. F., Arvidson R. E. et al.* Impact craters and Venus resurfacing history // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 15923–15948.
- (Филлипс, Хансен, 1998) *Phillips R. J., Hansen V. L.* Geological evolution of Venus: Rises, plains, plumes, and plateaus // *Science*. 1998. V. 279. P. 1492–1497.
- (Хэд и др., 1992) *Head J. W., Crumpler L., Aubele J. et al.* Venus volcanism: Classification of volcanic features and structures, associations, and global distribution from Magellan data // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 13153–13197.
- (Шабер и др., 1992) *Schaber G. G., Strom R. G., Moore H. J. et al.* Geology and distribution of impact craters on Venus: What are they telling us? // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 13153–13197.
- (Шабер и др., 1998) *Schaber G. G., Kirk R. L., Strom R. G.* Data base of impact craters on Venus based on analysis of Magellan radar images and altimetry data // *U.S. Geological Survey Open-File Report 98–104*. 1998. См. также: <http://wwwflag.wr.usgs.gov>.

ПЕРЕНОС ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ ВЕНЕРЫ

В. П. Шари

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Введение

Основу данной работы составляют результаты многолетних исследований, проводившихся под руководством и при непосредственном участии М. Я. Марова.

Среди планет Солнечной системы Венера выделяется, прежде всего, своей массивной газовой оболочкой, состоящей, в основном, из углекислого газа. Благодаря существованию столь необычной атмосферы поверхность Венеры разогрета до температуры 735 К, а давление газа у поверхности составляет 92 атм. Эти уникальные свойства приводят к принципиальным отличиям метеорологии и климата Венеры от двух других планет земной группы, обладающих атмосферами, — Земли и Марса.

Необычный, во многом экзотический климат Венеры предопределяется многими факторами, в первую очередь, необратимым парниковым эффектом, возникшим, по-видимому, на ранних этапах эволюции планеты. Поскольку Венера находится на треть ближе к Солнцу, чем Земля, приток солнечной энергии к ней приблизительно в 2 раза больше. Однако отражение приходящей энергии плотной атмосферой и облаками (альbedo планеты) также более чем вдвое превышает альbedo Земли. В результате Венера и Земля получают в современную эпоху сопоставимые величины лучистой энергии от Солнца, и причину разогрева нижней атмосферы и поверхности Венеры до высокой температуры следует, очевидно, искать в особенностях формирования природных условий на самых ранних этапах её эволюции.

Исследования, проведённые с помощью космических аппаратов, дали мощный толчок изучению принципиальных особенностей теплового режима атмосферы Венеры и непосредственно связанных с его формированием общих проблем атмосферной эволюции, сравнительной метеорологии и палеоклимата планет. Необходимо прежде всего понять, почему Земля и Венера, обладающие многими сходными чертами и находящиеся на сравнительно небольшом расстоянии друг от друга, в климатическом отношении столь различны. Как ближайший аналог Земли Венеру естественно рассматривать в качестве одной из её предельных моделей. Поэтому изучение теплового режима соседней пла-

неты призвано выяснить, к каким последствиям могут привести непрерывно расширяющиеся антропогенные воздействия на земной климат.

Начало интенсивных теоретических исследований переноса теплового излучения в нижней атмосфере Венеры относится к концу 1960-х гг., когда были проведены первые прямые измерения в атмосфере Венеры на космических аппаратах серии «Венера» (Авдуевский и др., 1968, 1970, 1971; Маров, 1971; Маров, 1972; 1978; Кузьмин, Маров, 1974). Были рассмотрены локальные модели лучисто-конвективного теплообмена, т. е. радиационного переноса и вертикальных движений в общей системе планетарной циркуляции (Авдуевский и др., 1971). В качестве основных поглощающих компонентов рассматривались углекислый газ и водяной пар, оптические характеристики которых определялись путём экстраполяции результатов, полученных для нормальных земных условий. В дальнейшем были предприняты попытки оценить характеристики непрозрачности этих газов путём ряда теоретических и экспериментальных исследований для условий, полнее отвечающих реальной ситуации в нижней атмосфере Венеры. Вместе с тем точность результатов моделирования эффективных тепловых потоков на первых порах оставалась недостаточной. Это объясняется трудностями расчёта спектра поглощения CO_2 и H_2O при высоких температурах T , давлениях P и парциальных содержаниях компонентов и трудностью (либо даже невозможностью) получения соответствующих коэффициентов поглощения в лабораторных условиях.

За последнее десятилетие в этом направлении достигнут значительный прогресс. Он был обеспечен, в первую очередь, результатами измерений интегральных и монохроматических потоков солнечной радиации в атмосфере Венеры и их изменений по высоте (Маров и др., 1973), измерениями высотного хода и микрофизических свойств облаков (Маров и др., 1976, 1980; Эспозито и др., 1983), уточнением высотных профилей атмосферных параметров с учётом их суточных вариаций (Маров и др., 1989 а; Маров, 1978; Маров, Гринспун, 1998). Наряду с этим были проведены комплексы исследований оптических свойств углекислого газа в широком диапазоне давлений и температур, разработан методика численного моделирования лучистого теплопереноса (Маров, Шари, 1973; Маров и др., 1982, 1984, 1985, 1989 б) и проведены первые измерения эффективных тепловых потоков в нескольких районах планеты (Реверкомб и др., 1985 а, б). Это позволило перейти от сравнительно простых оценок к более полному анализу и построению радиационной модели с учётом имеющихся данных о содержании в атмосфере Венеры малых примесей (Маров и др., 1985, 1989 б; Томаско и др., 1980 а, б; Маров, Гринспун, 1998).

1. Энергетический баланс Венеры

Энергетический баланс планеты характеризуется эффективной температурой, зависящей от расстояния от Солнца. Для её определения используется значение солнечной постоянной и величина

отражения солнечной радиации атмосферой и облаками (интегральное сферическое альbedo A). Неотражённая доля радиации поглощается поверхностью и нижней атмосферой и переизлучается в инфракрасном (тепловом) диапазоне спектра. За счёт радиации, проникающей сквозь облака, обеспечивается лучистый приток тепла в атмосферу, являющийся постоянно действующим неадиабатическим фактором. Поглощение радиации планетной атмосферой приводит к отсутствию постоянства теплового потока по высоте, в отличие от того, что имеет место в звёздных атмосферах. Взаимодействие излучения с газовой средой характеризует роль лучистого теплообмена и величину энерговыделения.

Измерения монохроматических и интегральных потоков солнечной радиации на Венере в зависимости от солнечного зенитного угла служат ключевым ограничивающим фактором для оценок энергетического баланса в атмосфере. Прямые солнечные лучи не доходят до поверхности из-за большой оптической толщины атмосферы и облаков, поэтому, начиная примерно с 60 км, доминирует рассеянная радиация. С приближением к поверхности растёт ослабление солнечного света в коротковолновом диапазоне, и у поверхности преобладают красные лучи, которые окрашивают в красный (или, скорее, оранжевый) оттенок небо Венеры и детали её ландшафта (Маров и др., 1973). Если усреднить измеренный поток солнечной радиации по всей поверхности планеты, то величина потока, падающего на единицу поверхности Венеры, оказывается равной $16,8 \pm 2,3$ Вт/м². Это немногим больше 10 % от величины энергии, поглощаемой Венерой при осреднении по всей её поверхности (157 ± 6 Вт/м²). Поскольку полученная из анализа фотометрических измерений и панорам Венеры оценка альbedo поверхности не превышает 10 % (Маров, 1978), это означает, что поверхность поглощает почти 90 % доходящего до неё потока солнечной радиации. В свою очередь, с учётом ряда дополнительных измерений и теоретических оценок (Мороз и др., 1985), можно прийти к выводу, что свыше 65 % солнечного потока поглощается в верхнем слое облаков и надоблачной дымке (в интервале высот $60 \div 90$ км), около 8 % — в среднем и нижнем слоях облаков ($49 \div 60$ км) и примерно 27 % поглощается нижней атмосферой и поверхностью.

Между притоком энергии в атмосферу и потерями тепла должен обеспечиваться строгий баланс. Если, например, в атмосфере реализуется режим лучистого равновесия (как это имеет место в земной стратосфере), то величина энергии солнечного излучения должна компенсироваться на каждом уровне потоком уходящей радиации. Другими словами, скорости притока солнечной энергии и охлаждения атмосферы за счёт ИК-радиации в этом случае равны. Если же выполняется условие лучисто-конвективного равновесия (как это обычно имеет место в тропосфере), то приток солнечного излучения компенсируется на каждом уровне в атмосфере суммарным тепловым потоком за счёт уходящего излучения и конвективного теплопереноса. На самом деле эти варианты служат локальным приближением к более полной картине теплообмена, включающей динамические процессы различных

пространственных масштабов (планетарная циркуляция, конвекция, турбулентность). Возникновение этих движений происходит вследствие преобразования части чистого потока энергии от Солнца. В самом общем смысле можно говорить о том, что планетарная динамика отражает баланс между скоростью генерации потенциальной энергии за счёт солнечной радиации и скоростью потери кинетической энергии вследствие диссипации. В этом атмосферу планеты часто сравнивают с тепловой машиной, у которой нагревателем служат районы экваториальных широт, а холодильником — полюса. КПД такой машины очень мал, он не превышает нескольких процентов.

Таким образом, источником движений различных пространственных масштабов служит отсутствие равенства между поступающей и отдаваемой энергией в отдельных районах планеты, при общем строгом выполнении условия теплового баланса в глобальном масштабе, характеризуемого эффективной температурой вблизи верхней границы облаков, которая для Венеры составляет $T_c = 228$ К. Другими словами, возникновение тепловых неоднородностей (горизонтальных температурных градиентов вследствие дифференциального нагрева) должно компенсироваться развитием крупномасштабных движений с широким спектром пространственных размеров, включая каскадные процессы дробления турбулентных вихрей до значений, при которых происходит диссипация механической энергии в тепло (Колесниченко, Маров, 1998; Маров, Колесниченко, 2001).

На Венере динамические процессы переноса весьма эффективны, с чем связано известное явление атмосферной суперротации (4-суточной циркуляции) и образование громадных вихревых структур на полюсах (Россоу и др., 1980). К сожалению, количественные оценки составляющих теплообмена в общем энергетическом бюджете атмосферы крайне ограничены, особенно в части, связанной с ролью планетарной динамики. Что касается оценок радиационного переноса, то здесь принципиально важным является знание химического состава и термической структуры атмосферы, включая малые компоненты и аэрозоль. В свою очередь, решение обратной задачи позволяет при известных ограничениях на величину суммарного потока тепловой радиации получить оценки предельного содержания малых примесей и степени непрозрачности облаков.

Изложенные соображения подводят нас к тем ключевым вопросам, на которые нужно получить ответ, чтобы понять основные черты теплового режима атмосферы Венеры. Это, прежде всего, вопросы о том, какой вид имеют высотные профили нисходящего (солнечного) и уходящего (теплового) суммарных потоков, как они формируются в атмосфере, каковы основные черты и взаимосвязь радиационного и динамического теплообмена. При поиске ответов на эти вопросы необходимо опираться на доступные экспериментальные данные и результаты численного моделирования. Конечной целью такого подхода является попытка понять, чем обусловлена высокая температура поверхности Венеры и что привело к формированию столь необычных климатических условий на планете.

2. Оптические свойства основных атмосферных компонентов

В лучистом теплообмене в атмосфере планеты основную роль играют молекулы, способные поглощать излучение в видимом и инфракрасном диапазонах спектра, причём эффективность поглощения зависит от температуры и давления. Поэтому для расчёта тепловых потоков необходимо знать оптические свойства основных компонентов атмосферы и распределение их содержания по высоте, а также высотные профили температуры и давления. Последние получены путём прямых измерений на спускаемых аппаратах «Венера» и «Пионер-Венера» и обобщены в справочной модели VIRA (Сиф и др., 1985; Маров, Гринспун, 1998). Что касается экспериментальных данных об оптических свойствах газов, то, к сожалению, они весьма ограничены, и приходится пользоваться различного рода теоретическими моделями.

В лучистом теплообмене в атмосфере планеты основную роль играют молекулы, способные поглощать излучение в видимом и инфракрасном диапазонах спектра. ИК-излучение поглощают практически все газы тропосферы. При этом такие гомоатомные молекулы, как N_2 , не имеют собственных полос поглощения (ИК-переходы являются для них запрещёнными), но они могут образовывать так называемые одно-временные переходы с трёхатомными молекулами типа CO_2 (частный случай индуцированного спектра поглощения), влиянием которых, однако, обычно можно пренебречь.

В атмосфере Венеры, как уже говорилось, преобладают молекулы CO_2 . Азот, содержание которого не превышает 3%, может вносить некоторый вклад только при очень высоких давлениях, за счёт возникновения индуцированного дипольного момента, особенно вблизи полосы CO_2 $\lambda = 4,3$ мкм и в пределах вращательной полосы H_2O ($\lambda = 17 \div 100$ мкм). Значительно больший вклад вносят малые примеси, относительное содержание которых (отношение смеси) может составлять сотые и даже тысячные доли процента, в первую очередь, водяной пар и серосодержащие соединения. С учётом концентрации и характеристик инфракрасного спектра по степени вклада в общую непрозрачность атмосферы Венеры эффективна следующая последовательность газов: CO_2 , H_2O , SO_2 , COS , CO , H_2S , другими словами, наиболее важную роль кроме CO_2 играют H_2O и SO_2 (Маров и др., 1989б). Однако влияние этих газов на перенос теплового излучения определяется тем, попадают ли их полосы поглощения в те области ИК-спектра, где непрозрачность углекислой атмосферы сравнительно мала, тем самым перекрывая эти области.

Следует также заметить, что в гомогенной среде относительные содержания сохраняются постоянными лишь для компонентов, не подверженных химическим или фазовым превращениям в рассматриваемом диапазоне температур. К последним как раз относятся водяной

пар и диоксид серы, отношение смеси которых изменяется с высотой, особенно в облачном слое.

Рассмотрим оптические свойства основных поглощающих газов.

Оптические свойства CO_2 . Основные колебательно-вращательные полосы CO_2 приведены в табл. 1.

Из-за отсутствия постоянного дипольного момента, за исключением несимметричных изотопов, чисто вращательный спектр обычного поглощения углекислого газа отсутствует. Полосы, приведённые в табл. 1, имеют наибольшую интенсивность. Кроме них существуют также более слабые полосы, особенно для несимметричных изотопов.

Таблица 1. Полосы поглощения CO_2

Частота центра, см^{-1}	9517	8293	7594	6972	6677	6267	4977
Длина волны центра, мкм	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,0

Частота центра, см^{-1}	3714	2613	2349	2076	1932	1063	960	667
Длина волны центра, мкм	2,7	3,8	4,3	4,8	5,2	9,4	10,4	15

Значительное содержание CO_2 на пути луча (порядка 10^9 атм · см) и высокая температура приводят к тому, что в области интенсивных полос атмосфера Венеры непрозрачна и перенос излучения осуществляется между ними (окна прозрачности). Поглощение в окнах прозрачности обусловлено далёкими крыльями сильных полос и слабыми полосами, попадающими в эти окна, что осложняет как теоретическое, так и экспериментальное исследование непрозрачности углекислого газа. В теоретических расчётах необходимо задавать контур линий, который в далёких крыльях известен, однако, с невысокой точностью. Мало исследованы также слабые полосы поглощения в окнах прозрачности из-за того, что их ролью в традиционно решаемых задачах теплообмена обычно пренебрегают. В то же время, в лабораторных измерениях высокие содержания CO_2 и условия нижней атмосферы Венеры создать трудно. Поэтому в литературе приводятся разные методы расчёта непрозрачности углекислого газа при больших его содержаниях и высоких значениях T и P .

В работах (Поллак, 1969 а, б; Поллак и др., 1980 а, б; Реверкомб и др., 1982, 1985; Томаско и др., 1980 а, б) использовался метод экстраполяции интегральных функций пропускания основных полос поглощения CO_2 , определённых по лабораторным измерениям (Ховард и др., 1956). Так как эти измерения были проведены для условий атмосферы Земли, то их экстраполяция на условия атмосферы Венеры неизбежно приводит к трудно контролируемой ошибке. Действительно, экспериментальные исследования спектра поглощения CO_2 (Гальцев, Одишария, 1970) показали, что поглощение в центре полос не зависит от давления при значениях, больших примерно 5 атм. Наоборот, в далёких крыльях наблюдается пропорциональная зависимость поглощения от P . Эта зависимость отличается от полученной в ра-

ботах (Ховард и др., 1956). Кроме того, в их эмпирические формулы не входит температура, так как большая часть измерений была выполнена при $T = 300$ К. Неучёт температурной зависимости приводит к заниженным значениям поглощения, что было показано в работе (Янг, 1979) на примере полос $9,4 \div 10,4$ мкм. Из индуцированных полос учитывались только вращательная полоса и полоса $7,5$ мкм по экспериментальным данным (Бёрнбаум и др., 1971; Бёрч и др., 1971), соответственно. В то же время, измерения индуцированного спектра поглощения, выполненные в работе (Адикс, 1982), показали кроме полос $7,5$ мкм и вращательной наличие большого числа полос, расположенных в ближней ИК-области спектра. Хотя эти полосы менее интенсивны, но расположены в окнах прозрачности. Всё это позволяет утверждать, что расчёт непрозрачности атмосферы Венеры по методике, использовавшейся в упомянутых выше работах Поллака, должен приводить к заниженным значениям.

Оптические характеристики обычного спектра CO_2 можно найти на основе полуэмпирического метода, используемого в спектроскопии простых молекул и усовершенствованного применительно к условиям нижней атмосферы Венеры. В этой методике предварительно рассчитываются колебательные переходы, интегральная интенсивность которых превышает $10^{-8} \text{ см}^{-2} \text{ атм}^{-1}$, а затем с учётом правил отбора по вращательным квантовым числам определяются частота ν и интенсивность вращательных линий в диапазоне температур $300 \div 800$ К с шагом 100 К. Зависимость полуширины линий от вращательного квантового числа принята в форме

$$\gamma(T_0) = 0,05 + 0,12 \exp[-0,16 |m|] + 0,042 |m| \exp \left[-\frac{B'' m(m+1)}{kT_0} \right],$$

где

$$m = \begin{cases} -J'' & P\text{-ветвь,} \\ J'' & Q\text{-ветвь,} \\ J'' + 1 & R\text{-ветвь,} \end{cases} \quad T_0 = 298 \text{ K};$$

B'' , J'' — вращательная постоянная и квантовое число состояния, с которого происходит переход, а её связь с давлением и температурой учитывается соотношением

$$\gamma(T, P) = \frac{\gamma(T_0) P T_0}{T}.$$

Для контура линий удобно воспользоваться формулой вида

$$b(\nu - \nu_0, \gamma) = \begin{cases} k_g, & |\nu - \nu_0| \leq d, \\ k_g \chi(\nu - \nu_0), & |\nu - \nu_0| > d, \end{cases}$$

$$k_g = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0)^2 + \gamma^2},$$

$$\chi = \exp \left\{ -a (|\nu - \nu_0| - d)^b \right\}.$$

Параметры a , b , d определяются здесь методом минимизации с использованием экспериментальных данных (Бёрч и др., 1971) для полос 1,4; 2,7; 4,3 мкм при температуре 298 К. В дальнейших расчётах контура вращательных линий колебательных полос в области спектра $0,7 \div 1,4$ мкм были приняты параметры для полосы 1,4 мкм; в области $2 \div 2,7$ мкм — параметры, найденные для полосы 2,7 мкм, а в области от 4,3 до 100 мкм — определённые для полосы 4,3 мкм. Температурная зависимость их не учитывалась. В основу расчёта спектрального пропускания положена усовершенствованная квазистатистическая модель, предложенная в работах (Осипов, Гальцев, 1971; Осипов, 1971).

По изложенной методике проводились расчёты спектрального пропускания углекислого газа от 0,7 до 100 мкм для набора значений T , P и содержаний, соответствующих условиям подоблачной атмосферы Венеры. Интервал усреднения был принят равным 10 см^{-1} в области волновых чисел $100 \leq \nu \leq 4000 \text{ см}^{-1}$ и 50 см^{-1} в области $4000 \leq \nu \leq 12000 \text{ см}^{-1}$. Из анализа теоретических и экспериментальных результатов следует, что пропускание в интервале $\delta\nu$ можно выразить в виде

$$\tau = \exp [-(K_1 + K_2 P)u],$$

$$u = PL(1 + 0,005P)273/T,$$

где P — давление в атм.; L — длина оптического пути в сантиметрах.

По физическому смыслу коэффициент K_1 представляет собой среднюю интенсивность линий, расположенных в интервале $\delta\nu$, а K_2 учитывает вклад крыльев линий, расположенных вне интервала, зависящего от формы линий. Следует отметить, что оба параметра, по существу, являются параметрами согласования и поэтому K_1 может не совпадать со значениями средней интенсивности линий, а K_2 может принимать отрицательные значения в зависимости от структуры колебательной полосы.

Как уже отмечалось, на перенос теплового излучения в условиях нижней атмосферы Венеры сильно влияет индуцированный спектр поглощения CO_2 . Существенная роль в переносе теплового излучения полос индуцированного поглощения объясняется тем, что они расположены в участках спектра, где при нормальных условиях отсутствуют обычные полосы поглощения, за исключением слабых полос несимметричных изотопов молекулы CO_2 . К сожалению, теоретический расчёт индуцированного спектра поглощения CO_2 пока не обеспечивает необходимой точности, хотя по этому вопросу в литературе имеются некоторые результаты (Тонков, 1984). Поэтому в расчётах оптических характеристик индуцированного спектра приходится использовать экспериментальные данные, полученные разными авторами.

Так как ширина вращательных линий индуцированного спектра много больше расстояния между ними, пропускание в интервале для

индуцированных полос хорошо описывается формулой (Гальцев, Одишария, 1970)

$$\tau_{\text{инд}} = \exp(-K_{\text{инд}} u P).$$

Поэтому для расчёта индуцированного поглощения необходимо определить значения коэффициента поглощения $K_{\text{инд}}$ в зависимости от длины волны и температуры. Приведём результаты расчётов для нескольких выделенных участков спектра.

Диапазон $18 \div 1000$ мкм ($10 \div 550$ см⁻¹). В этом участке спектра расположены трансляционная и вращательные полосы поглощения. Из анализа имеющихся данных измерений (Бёрнбаум и др., 1971) следует, что $K_{\text{инд}}$ для этих полос в зависимости от частоты при $T = 273$ К можно представить в виде

$$K_{\text{инд}} = \begin{cases} c + d_1 \nu^2 & \nu \leq \nu_{\text{max}}, \\ k_0 \exp \left\{ - \left[1 + \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^2 \right] \right\} & \nu > \nu_{\text{max}} \end{cases}$$

при следующих значениях параметров: $c = (3,6 \pm 2)10^{-6}$; $d_1 = (2,7 \pm 0,4)10^{-8}$; $k_0 = (2,2 \pm 0,2)10^{-4}$; $\nu_0 = 51,2 \pm 4$ см⁻¹; $\nu_{\text{max}} = 50$ см⁻¹.

Размерность параметров такова, что коэффициент поглощения определяется в единицах [см⁻² · амага⁻²]. Может быть принята следующая зависимость $K_{\text{инд}}$ от температуры:

$$K_{\text{инд}} = K_{\text{инд}}(\nu, 273) \left(\frac{273}{T} \right)^n,$$

где

$$n = 0,6 + \frac{132\Delta}{\nu^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = 55 \text{ см}^{-1}.$$

Эти формулы хорошо описывают экспериментальные данные, но следует иметь в виду, что сами эти данные получены лишь до 333 К.

Диапазон $4,78 \div 9,1$ мкм ($2090 \div 1100$ см⁻¹). В этом участке спектра расположена основная полоса СО₂, запрещённая в обычном спектре в силу симметрии и централизованная на $\lambda = 7,5$ мкм, а также полоса 5,0 мкм. Вследствие резонанса Ферми верхних состояний эти полосы имеют по два максимума: при $\nu = 1258$ см⁻¹ переход (00⁰0–02⁰0); при $\nu = 1388$ см⁻¹ переход (00⁰0–10⁰0); при $\nu = 1932$ см⁻¹ переход (00⁰0–03¹0) и при $\nu = 2076$ см⁻¹ переход (00⁰0–11¹0). Полоса 7,5 мкм исследовалась в ряде работ (Бёрч и др., 1971; Гальцев, Одишария, 1970). В расчётах по излагаемой методике использовались значения коэффициента поглощения, определённые в статье (Бёрч и др., 1971), с учётом температурной зависимости, найденной по измерениям до 363 К (Гальцев, Одишария, 1970). Коэффициент поглощения в полосе 5 мкм и его температурная зависимость рассчитаны по данным работы (Адикс, 1982), в которой эта полоса впервые детально исследована.

Диапазон спектра $2,14 \div 3,74$ мкм ($2675 \div 4660$ см⁻¹). В этой области расположено несколько полос, максимумы которых центрированы при значениях $\lambda = 3,74$; $3,58$; $3,32$; $2,46$; $2,28$ и $2,15$ мкм. Они обусловлены переходами из основного состояния в три группы взаимодействующих по Ферми состояний, за исключением полос $3,32$ мкм ($00^0 0-01^1 1$) и $2,15$ мкм ($00^0 0-00^0 2$). Спектральные коэффициенты поглощения этих полос и их зависимость от температуры получены также на основе экспериментальных данных, приведённых в работе (Адикс, 1982). В этом случае, поскольку измеренный спектр поглощения обусловлен далёкими крыльями сильных полос обычных переходов и индуцированных переходов, он содержит сумму коэффициентов $K_2 + K_{\text{инд}}$. Для нахождения $K_{\text{инд}}$ можно воспользоваться упомянутыми выше результатами расчётов K_2 . Это позволяет, во-первых, оценить интегральную интенсивность индуцированных полос и, во-вторых, определить температурную зависимость $K_{\text{инд}}$. Последнее необходимо для экстраполяции данных измерений, выполненных до 363 К, на более высокие температуры. Способ экстраполяции выбирался путём проведения «мини-максной» оценки зависимости от неё эффективного потока (Адикс, Шари, 1979).

Многочисленные сравнения спектров поглощения CO₂, рассчитанных по описанной методике, с имеющимися экспериментальными данными разных авторов свидетельствуют о вполне удовлетворительном согласии результатов. Можно поэтому утверждать, что использованный метод обеспечивает достаточно высокую точность определения спектра поглощения во всём интересующем нас спектральном интервале.

Оптические свойства водяного пара. К полосам поглощения нелинейной молекулы водяного пара, имеющим наибольшую интегральную интенсивность, относятся полосы $6,3$ и $2,7$ мкм. Так как молекула H₂O имеет, в отличие от молекулы CO₂, постоянный дипольный момент, то в поглощении активна также вращательная полоса, расположенная в области спектра около 50 мкм. В табл. 2 приведены основные полосы H₂O, учитываемые при расчёте лучистых потоков в атмосфере Венеры.

Таблица 2. Полосы поглощения H₂O

Частота центра, см ⁻¹	5331,2	5276	5234	5180	4666	3755	3736	3657
Длина волны центра, мкм	1,88	1,89	1,91	1,93	2,14	2,66	2,67	2,73
Частота центра, см ⁻¹	3640	3151	3072	2161	2062	1594	1556	
Длина волны центра, мкм	2,75	3,17	3,25	4,63	4,85	6,27	6,42	

Детальные расчёты интенсивности вращательных линий водяного пара и их полуширины приведены в работах (МакКлатчи и др., 1973; Ротмэн и др., 1983). Однако использовать их в расчётах спектра по-

глощения для условий атмосферы Венеры сложно по двум причинам. Во-первых, в расчётах вращательного спектра обычно учитывается ограниченное число колебательных состояний, что может приводить к ошибке в случае их использования при повышенных температурах. Во-вторых, до сих пор отсутствуют надёжные данные о контуре линий водяного пара, что также может обусловить погрешности в расчётах поглощения при повышенных давлениях и содержаниях.

Изложенные соображения делают значительно более оправданными расчёты на основе данных модели НАСА (Феррисо и др., 1966). В этом случае пропускание в интервале спектра, равном 25 см^{-1} , определяется по формуле

$$\tau = \exp \left[-\frac{Ku}{\sqrt{1 + Ku/4a}} \right],$$

где u — содержание H_2O в $[\text{атм} \cdot \text{смСТР}]$, а параметр a даётся выражением

$$a = 0,09P(273/T)^{0,5} \exp(-1,21 + 0,00106T).$$

Для расчёта континуального поглощения H_2O в области спектра $8 \div 30 \text{ мкм}$ можно воспользоваться следующей формулой (Робертс и др., 1976):

$$\tau_{\text{конт}} = \exp \{ -K_{\text{конт}}(\nu, T) u P [q_{\text{H}_2\text{O}} + B(1 - q_{\text{H}_2\text{O}})] \},$$

$$K_{\text{конт}}(\nu, T) = [3,36 \cdot 10^{-3} + 6,29 \exp(-2,3 \cdot 10^{-3}\nu)] \times \\ \times \exp[296(1/T - 1/296)].$$

Согласно (Ротмэн и др., 1983), $B = 0,005$. Расчёт континуального поглощения H_2O в области спектра $3,6 \div 4,2 \text{ мкм}$ производится в этом приближении по данным работы (МакКлатчи и др., 1973) с экстраполяцией значений $K_{\text{конт}}$ в диапазоне температур $296 \div 428 \text{ К}$ до температуры 800 К по степенному закону. В то же время известно (Варанаси, 1971), что уширение некоторых линий H_2O углекислым газом превосходит в $1,5\text{--}2$ раза уширение, обусловленное азотом. Поэтому континуальное поглощение водяным паром в углекислой атмосфере должно быть выше, чем в азотной атмосфере, но ниже, чем в атмосфере из водяного пара. Следовательно, расчёты по данной методике дают минимальную оценку континуального поглощения H_2O .

Оптические свойства диоксида серы. Молекула SO_2 , так же как и молекула H_2O , представляет собой асимметричный волчок. Наиболее важные в переносе теплового излучения полосы поглощения приведены в табл. 3.

Хотя для SO_2 , так же как и для H_2O , существуют данные о характеристиках вращательных линий (Ротмэн и др., 1983), использовать их в расчётах теплового переноса в нижней атмосфере Венеры оказывается невозможным по тем же соображениям, что и для молекулы H_2O . Поэтому приходится применять приближённый метод. Так как

Таблица 3. Полосы поглощения SO_2

Частота центра, см^{-1}	2809	2715	2499	2255	1875	1361	1151	844	517
Длина волны центра, мкм	3,56	3,68	4,00	4,43	5,33	7,35	8,69	11,8	19,3

параметр асимметрии молекулы примерно равен единице ($-0,95$), её спектр можно рассчитывать как для симметричного волчка. В соответствии с правилами отбора частота вращательных линий, если пренебречь центробежным возмущением и другими малыми эффектами, определяется тогда выражением

$$\nu = 2B(J + 1).$$

В этом же приближении заселённость вращательных уровней как функцию частоты можно записать в виде

$$P(\nu)d\nu = \frac{h c \nu}{2 B k T} \sqrt{\frac{A C}{B(A-B)}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{(A-B) h c}{k T}} \frac{\nu}{2 B} \right) \exp \left(-\frac{\nu^3 h c}{4 B k T} \right) d\nu,$$

где функция ошибок $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$.

Спектральный коэффициент поглощения колебательной полосы $\nu_{\text{кол}}$ равен

$$K(\nu - \nu_{\text{кол}}) = \frac{1}{2} \alpha(\nu_{\text{кол}}) P(|\nu - \nu_{\text{кол}}|),$$

а учёт зависимости интегральной интенсивности $\alpha(\nu_{\text{кол}})$ от температуры можно определить по формуле

$$\alpha(T) = \alpha(T_0) \frac{T_0}{T} \frac{1 - \exp(-h c \nu_{\text{кол}} / k T)}{1 - \exp(-h c \nu_{\text{кол}} / k T_0)} \frac{Q_{\text{кол}}(T_0)}{Q_{\text{кол}}(T)} \times \\ \times \exp \left[-\frac{h c E''_{\text{кол}}}{k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right],$$

где $Q_{\text{кол}}$ — колебательная статсумма, рассчитываемая в приближении гармонического осциллятора.

Значения интегральной интенсивности колебательных полос при $T_0 = 296$ К приведены в работе (Ротмэн и др., 1983). Тогда пропускание в интервале $\delta\nu$ запишется в виде

$$\tau_{\text{SO}_2} = \exp[-K(\nu - \nu_{\text{кол}})u_{\text{SO}_2}],$$

где u_{SO_2} — содержание SO_2 на пути луча.

Как видим, моделирование переноса ИК-излучения в атмосфере Венеры, определяющего её тепловой режим, сопряжено с большими трудностями прежде всего из-за недостаточного полных данных о непрозрачности среды в широком диапазоне изменения температуры и дав-

ления. Тем не менее, разработанные нами методы (Маров, Шари, 1973; Адикс и др., 1981; Маров и др., 1984, 1985, 1989 б, в; Шари, 1973, 1975, 1976, 1982, 1984) и сравнение результатов расчётов с данными измерений и подходами других авторов (Поллак и др., 1980 б) позволяют утверждать, что использованная методика обеспечивает приемлемую точность определения спектра поглощения теплового излучения на Венере во всём интересующем нас спектральном интервале для основных атмосферных компонентов.

3. Облачность

На характер теплообмена в атмосфере планеты сильно влияет также облачность, как это имеет место на Земле. Для Венеры, однако, как показали расчёты, в условиях большой непрозрачности молекулярной атмосферы вкладом облачности в эффективный поток тепла вблизи поверхности и в нижней части тропосферы можно пренебречь. В то же время на больших высотах (в облачном слое и вблизи его нижней границы) учёт влияния облачности необходим. Расчёт переноса излучения в облаках определяется микрофизическими свойствами аэрозолей, что представляет самостоятельную вполне сложную задачу. При использовании имеющихся в настоящее время достаточно надёжных данных о микрофизических свойствах облачных частиц (Маров и др., 1976, 1980; Ротмэн и др., 1983; Эспозито и др., 1983) результаты таких расчётов позволяют уточнить профили тепловых потоков внутри облачного слоя. Альтернативным подходом может служить параметризация оптических характеристик облаков, рассматриваемых как поверхность с определённой степенью отражения или теплового излучения. Этот параметр можно условно отнести к нижней границе облаков, расположенной на высоте 48–49 км.

4. Тепловые потоки в атмосфере Венеры

С использованием спектров непрозрачности основных атмосферных компонентов были проведены серии расчётов переноса теплового излучения в среднеширотной атмосфере Венеры более чем в 500 интервалах длин волн с высоким спектральным разрешением (Маров и др., 1984, 1985, 1989 б; Маров, Гринспун, 1998). Оптические характеристики атмосферного газа для профилей температуры, давления и плотности, взятых из справочной модели атмосферы Венеры (Сиф и др., 1985), для ИК-области спектра до 6000 см^{-1} представлены на рис. 1–4.

Практически всё равновесное излучение атмосферы при температуре поверхности $T_s = 735\text{ К}$ сосредоточено в ИК-области спектра от 1,5 до 1000 микрон, причём максимум интенсивности приходится на 4 мкм и смещается на 8,2 мкм у нижней границы облаков при температуре 365 К. В рассмотренной спектральной области суммарный односторонний поток равновесного излучения составляет более

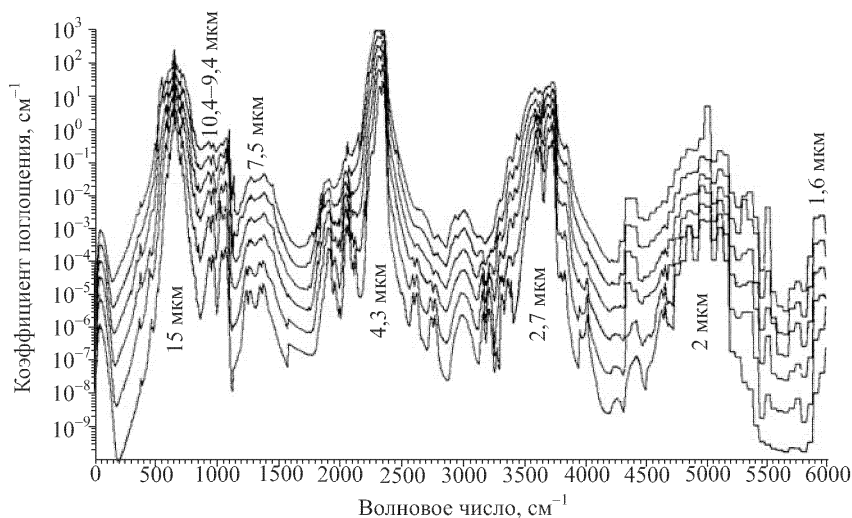


Рис. 1. Спектральный коэффициент поглощения для чисто углекислой атмосферы Венеры. Кривые по порядку (снизу вверх) соответствуют условиям для высоты атмосферы с $T = 300, 400, 500, 600, 700$ и 800 К (экстраполяция). Обозначены основные полосы ИК-поглощения CO_2

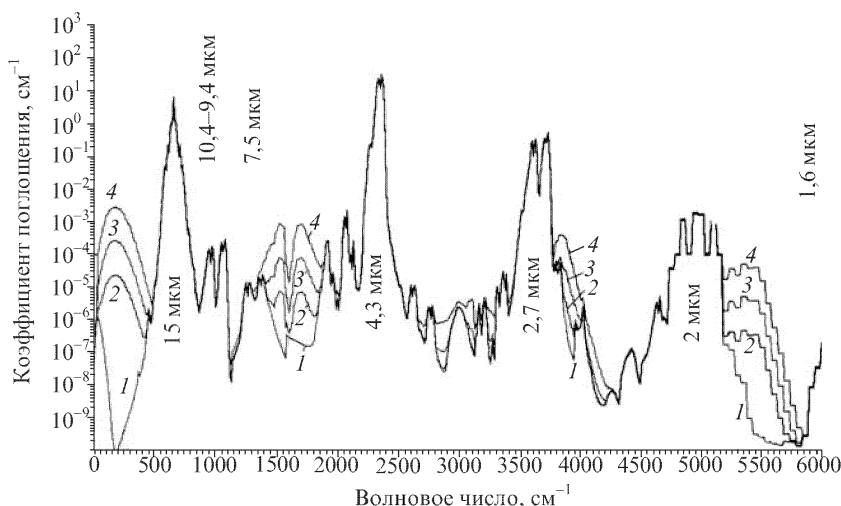


Рис. 2. Увеличение ИК-поглощения CO_2 в присутствии паров H_2O для высотного уровня с $T = 300$ К. Состав: 1 — $0,97 \text{ CO}_2$; 2, 3 и 4 — $0,97 \text{ CO}_2 + 10^{-5}, 10^{-4}$ и $10^{-3} \text{ H}_2\text{O}$ соответственно

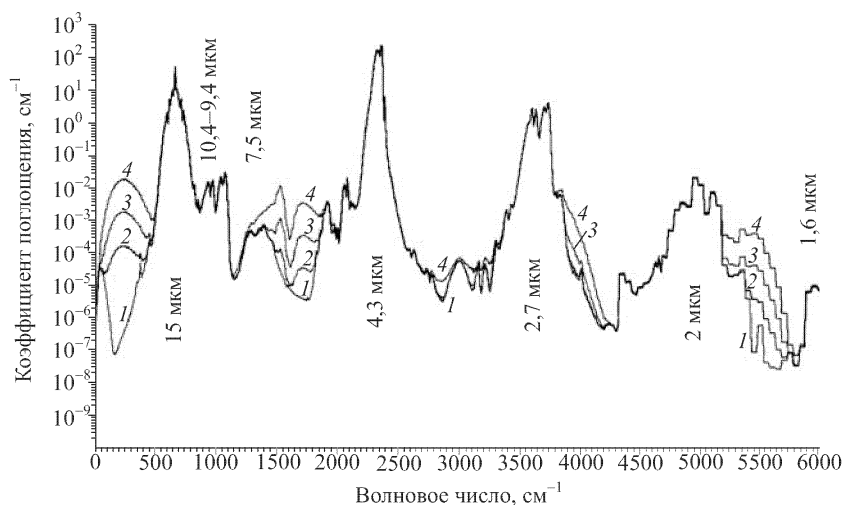


Рис. 3. Увеличение ИК-поглощения CO_2 в присутствии паров H_2O для высотного уровня с $T = 500$ К. Состав: 1 — $0,97 \text{ CO}_2$; 2, 3 и 4 — $0,97 \text{ CO}_2 + 10^{-5}$, 10^{-4} и $10^{-3} \text{ H}_2\text{O}$ соответственно.

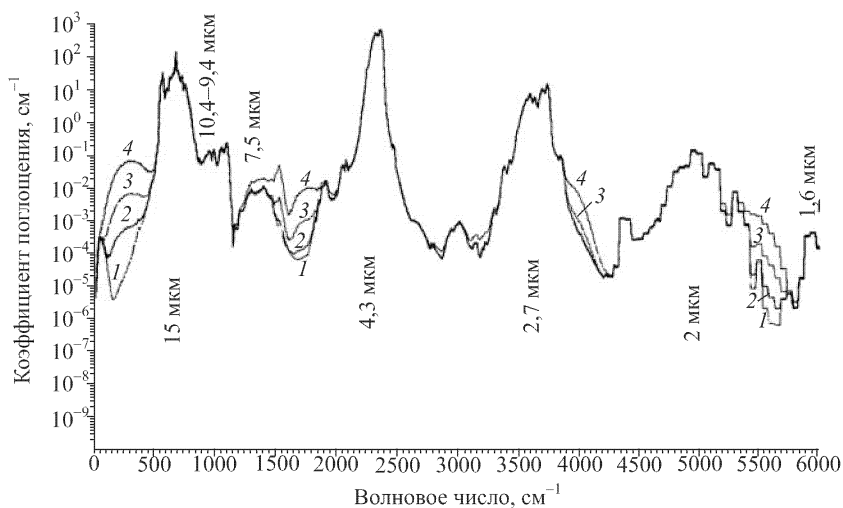


Рис. 4. Увеличение ИК-поглощения CO_2 в присутствии паров H_2O для высотного уровня с $T = 700$ К. Состав: 1 — $0,97 \text{ CO}_2$; 2, 3 и 4 — $0,97 \text{ CO}_2 + 10^{-5}$, 10^{-4} и $10^{-3} \text{ H}_2\text{O}$ соответственно

99,7% от полного σT_s^4 при температуре поверхности, а для меньших температур на других высотах — ещё большую долю.

Исправленные на вынужденное испускание спектральные коэффициенты поглощения $\kappa'_\nu = \kappa_\nu (1 - \exp(-h\nu/kT))$ для модельных условий на высотах с температурами 300, 400, 500, 600, 700 и 800 К (экстраполяция) представлены на рис. 1 для чисто углекислой атмосферы. Рис. 2–4 иллюстрируют перекрытие «окон» прозрачности ИК-спектра CO_2 в присутствии H_2O при относительных концентрациях водяного пара 10^{-5} , 10^{-4} и 10^{-3} для условий на трёх высотных уровнях с температурами 300, 500 и 700 К.

Для расчётов этих спектров использованы приведённые в предыдущем разделе исходные данные по обычному поглощению CO_2 при указанных условиях, индуцированный спектр поглощения CO_2 с учётом его температурной зависимости, а также результаты расчётов оптических свойств H_2O и SO_2 . Более полная методика расчётов приведена в работе (Маров и др., 1985).

Как видим, наличие паров H_2O сильно влияет на степень непрозрачности атмосферы. Вклад в суммарное поглощение ещё одной малой примеси SO_2 для измеренного к настоящему времени содержания диоксида серы в нижней атмосфере Венеры $\approx 2 \cdot 10^{-4}$ существенно меньше, чем паров H_2O . Особенно велика роль H_2O в увеличении поглощения в интервалах $50 \div 500 \text{ см}^{-1}$ и $1100 \div 2050 \text{ см}^{-1}$ (на последний приходится максимум равновесного излучения при температуре поверхности), а также в интервалах $2650 \div 3450$, $3750 \div 4300$ и $5150 \div 5900 \text{ см}^{-1}$. Влияние H_2O уменьшается с ростом температуры (с приближением к поверхности). Поток теплового излучения находился суммированием потоков, переносимых в каждом из 506 интервалов спектрального разрешения: 10 см^{-1} в области $10 \div 4820 \text{ см}^{-1}$ и 50 см^{-1} в области $4850 \div 6000 \text{ см}^{-1}$.

Результаты расчётов высотных профилей потока теплового излучения представлены на рис. 5–9. Они относятся, главным образом, к модельным условиям в экваториальной области, в пределах широт $0 \div 30^\circ$.

Из рис. 5 следует, что в чисто углекислой атмосфере вынос тепловой энергии с поверхности и нижней атмосферы оказывается очень большим, значительно превышающим в максимуме приток энергии к вращающейся планете от Солнца $E(1 - A)/4$, который для Венеры равен $157 \pm 6 \text{ Вт/м}^2$ при её солнечной постоянной $E = 2621 \text{ Вт/м}^2$ и интегральном сферическом альбедо $A = 0,76 \pm 0,01$. Такое превышение противоречит физическому смыслу, причём оно сохраняется, даже если предположить, что 70% теплового излучения отражается обратно от нижней границы облаков ($\varepsilon_c = 0,3$), что также нереально. Отсюда следует, что поглощение теплового излучения в подоблачной атмосфере Венеры определяется также другим, кроме CO_2 , компонентом, и прежде всего, парами H_2O .

На рис. 5 сравниваются также потоки, рассчитанные для модельных условий и с использованием адиабатических профилей с теми же

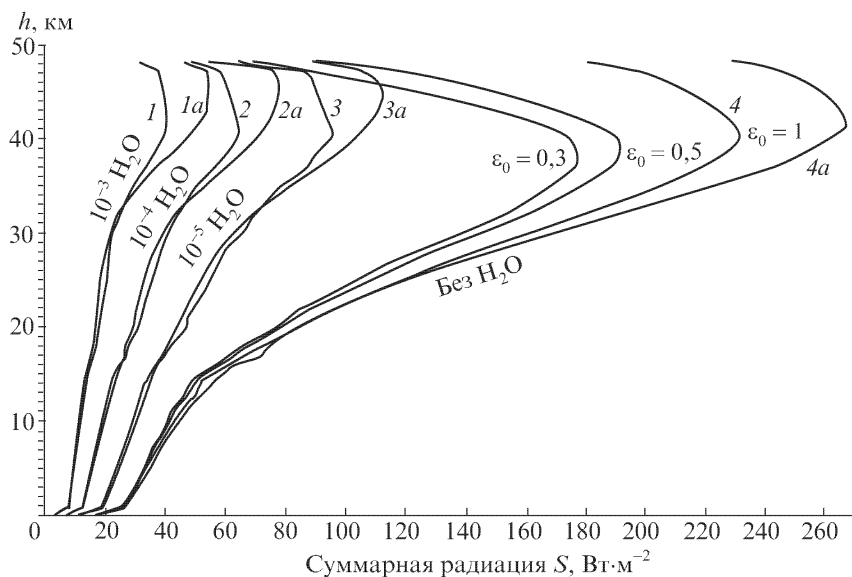


Рис. 5. Высотный профиль потока теплового излучения в углекислой атмосфере при разной степени черноты ε_c нижней поверхности облаков и его трансформация в присутствии H_2O для модельных условий на широтах $0 \div 30^\circ$ и адиабатических с теми же параметрами на поверхности (кривые с индексом «а»)

значениями параметров на поверхности. Эти профили были получены с учётом реальных свойств CO_2 при высоких давлениях нижней атмосферы (Гальцев и др., 1976) и при соответствующем истинному составу атмосферы значении молекулярного веса $M = 43,44$. В присутствии H_2O распределения близки вплоть до высоты приблизительно 35 км. Отметим также гладкий характер профилей потока для рассчитанной адиабаты, так что негладкость профилей для модельных распределений параметров является отражением их экспериментального характера.

Влияние широтной зависимости физических параметров выше 33 км иллюстрирует рис. 6. Ниже 31 км широтное различие в профилях потока практически исчезает.

На рис. 7 представлены высотные профили потока теплового излучения для широкого набора концентраций H_2O и, в частности, для линейного распределения H_2O от $2 \cdot 10^{-5}$ у поверхности до $2 \cdot 10^{-4}$ на высоте 48 км.

Как показали расчёты, ответственными за перенос теплового излучения в подоблачной атмосфере Венеры являются следующие «окна» прозрачности: 1) $10 \div 550 \text{ см}^{-1}$; 2) $1100 \div 2150 \text{ см}^{-1}$; 3) $2500 \div 3500 \text{ см}^{-1}$; 4) $3750 \div 4800 \text{ см}^{-1}$; 5) $5200 \div 6000 \text{ см}^{-1}$. Распределение потоков по интервалам разбиения всей рассмотренной

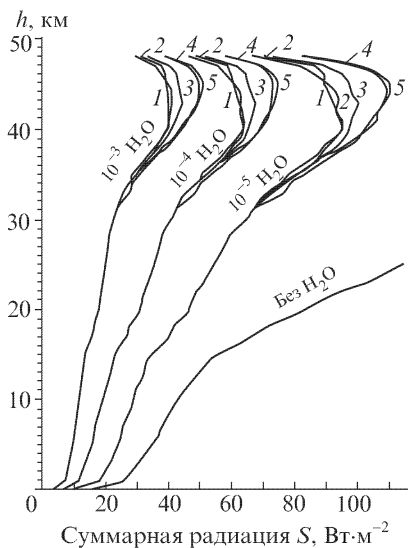


Рис. 6. Сравнение высотных профилей потока теплового излучения для модельных условий в подоблачной атмосфере Венеры на различных широтах при нескольких содержаниях H_2O . 1 — $0 \div 30^\circ$; 2 — 45° ; 3 — 60° ; 4 — 75° ; 5 — 85°

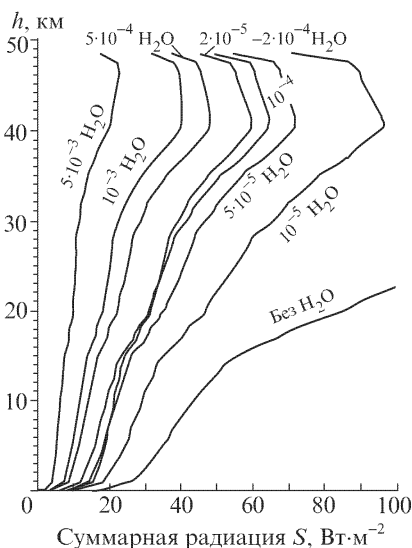


Рис. 7. Высотные профили потока теплового излучения для различных содержаний H_2O в подоблачной атмосфере Венеры (модельные условия на широтах $0 \div 30^\circ$)

области ИК-спектра $10 \div 6000 \text{ см}^{-1}$, включающим выделенные «окна», представлено на рис. 8 для двух модельных составов атмосферы: 100 % CO_2 и 97 % $\text{CO}_2 + 10^{-5} \text{ H}_2\text{O}$ и условий на широтах $0 \div 30^\circ$.

Пары воды даже при содержании 10^{-5} существенно экранируют вынос энергии в 1-м и 2-м «окнах», хотя на перенос излучения в 3-м и 4-м «окнах» такая концентрация H_2O ещё практически не сказывается. Определяющий вклад в поток при всех рассмотренных содержаниях воды до $5 \cdot 10^{-3}$ на высотах более 35 км даёт 2-е «окно». Этот вклад уменьшается к поверхности планеты и исчезает вблизи неё при содержании H_2O 10^{-3} . Максимальный вклад в суммарный поток в 1-м «окне» не превышает 5 % во влажной атмосфере, а ниже 30 км практически отсутствует. Ниже 20 км потоки в 3-м и 4-м «окнах» близки, а максимально различаются на высотах ≈ 35 км. Уровень потоков в 5-м «окне» уменьшается подобным образом с ростом содержания паров воды в атмосфере.

Вклад диоксида серы в экранирование теплового потока сильно зависит от высоты, как это можно увидеть из рис. 9. В нижних слоях, вплоть до высоты 20 км, мало сказывается влияние вклада SO_2 в величину потока. В то же время на высотах примерно 40 км при максимальном относительном содержании SO_2 , отвечающем данным

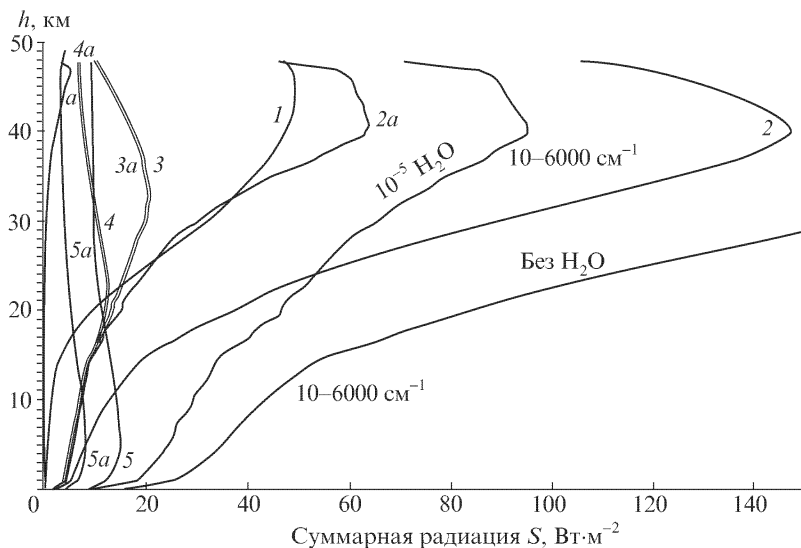


Рис. 8. Распределение потоков теплового излучения по спектральным интервалам для модельных условий на широтах $0 \div 30^\circ$ и составов: 100 % CO_2 и $0,97 \text{ CO}_2 + 10^{-5} \text{ H}_2\text{O}$ (кривые с индексом «a»). $\Delta\nu$, cm^{-1} : 1 — $10 \div 670$; 2 — $680 \div 2350$; 3 — $2360 \div 3660$; 4 — $3670 \div 4820$; 5 — $4850 \div 6000$

измерений в пределах $(0,4 \div 2) \cdot 10^{-4}$ (Безард и др., 1993; Поллак и др., 1993; Дженкинс и др., 2002), поток уменьшается в несколько раз, приводя к более монотонной его зависимости от высоты. Это обусловлено тем, что основной вклад в непрозрачность атмосферы вносят полосы SO_2 7,35 и 8,69 мкм, которые расположены в области индуцированной полосы CO_2 7,5 мкм, поглощение которой уменьшается с высотой пропорционально квадрату давления. Таким образом, непрозрачность слоя атмосферы $0 \div 20$ км обусловлена в основном CO_2 и H_2O , а для более высоких слоёв необходимо учитывать влияние SO_2 .

На рис. 10 потоки теплового излучения, измеренные в эксперименте «Пионер-Венера» (Реверкомб и др., 1985 а, б), сопоставлены с потоками, рассчитанными по стандартной модели атмосферы для тех же широт и различных содержаний H_2O . Как видим, результаты модельных расчётов оказываются в целом в удовлетворительном согласии с данными измерений, если допустить, что на средних широтах ($27 \div 31^\circ \text{S}$, зонды «Ночь» и «День») содержание H_2O выше 30 км находится в пределах от $5 \cdot 10^{-5}$ до 10^{-3} . В то же время на высоких широтах (60°N , зонд «Север») содержание H_2O ограничивается величиной $\approx (1 \div 2) \cdot 10^{-5}$. Отсюда следует вывод: если данные измерений отражают реальную картину широтной зависимости высотных профилей физических параметров и потоков теплового излучения, то можно ожидать, что подоблачная атмосфера Венеры на высоких широтах более сухая.

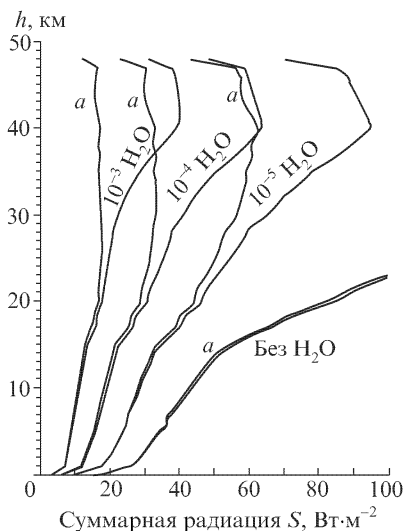


Рис. 9. Сравнение высотных профилей потока теплового излучения без учёта и с учётом поглощения $2 \cdot 10^{-4} SO_2$ (с индексом «а») для различных модельных содержаний H_2O в подоблачной атмосфере Венеры (физические условия для широт $0 \div 30^\circ$)

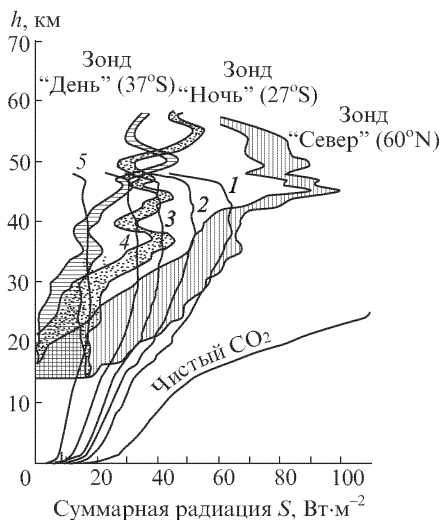


Рис. 10. Сопоставление высотных профилей потока теплового излучения, рассчитанных для различных составов и модельных условий для широт: (1–2) 60° и (3–5) $0 \div 30^\circ$ с измеренными в эксперименте «Пионер–Венера». Состав: 97% $CO_2 + 2 \cdot 10^{-4} SO_2 + H_2O$: 1 – 10^{-5} ; 2 – $2 \cdot 10^{-5}$; 3 – $5 \cdot 10^{-5}$; 4 – 10^{-4} ; 5 – 10^{-3}

5. Результаты моделирования и их обсуждение

К сожалению, результаты моделирования не позволяют однозначно ответить на вопрос о природе высокой температуры на Венере. Причиной неоднозначности являются как остающиеся неопределённости в оценках непрозрачности углекислой атмосферы с примесями малых компонентов в широком диапазоне парциальных давлений и температур, так и свойства облачного аэрозоля. Хотя погрешности оценок, по-видимому, не превосходят $10 \div 20\%$ от величины эффективного потока в верхней части тропосферы у нижней границы облаков, как раз в пределах этих погрешностей можно по-разному истолковать природу дисбаланса расчётных тепловых потоков с измеренным высотным ходом приходящей солнечной радиации. Не прояснили ситуацию и данные измерений тепловых потоков на большом и трёх малых зондах «Пионер–Венера» из-за больших ошибок бортовых радиометров. Тем не менее, эти результаты позволяют сделать некоторые качественные выводы о характере теплообмена в атмосфере Венеры (Маров и др., 1989б).

Как уже отмечалось, ниже границы расположения облаков основной вклад в непрозрачность атмосферы вносят углекислый газ и пары воды, и необходимый энергетический баланс обеспечивается при относительно содержании последних менее сотых долей процента. Вклад диоксида серы значительно меньше, и поэтому существующий разброс в оценках его содержания в 2–3 раза не оказывает сколько-нибудь заметного влияния на величину суммарного теплового потока. На перенос радиации внутри облаков, состоящих по данным измерений из частиц разных размеров (мод) серноокислотного состава (Маров и др., 1976, 1980; Эспозито и др., 1983), наиболее сильно могли бы повлиять крупные частицы (мода 3), однако существование этой моды в среднем и нижнем слоях облаков представляется проблематичным. Что касается верхнего слоя облаков, то перенос в них тепловой радиации, помимо частиц двух основных мод, возможно, контролируется также газовой составляющей, вносящей дополнительный вклад в непрозрачность облаков в ИК-области спектра.

Возникает, однако, вопрос, как изменяются профили и величины радиационных тепловых потоков в разных районах планеты, в первую очередь, между экваториальными и полярными областями, а также между дневной и ночной сторонами, из-за различного притока тепла от Солнца (инсоляции). Отсутствие заметных отличий в данных радиометрических измерений на дневном и ночном зондах «Пионер–Венера» представляется довольно очевидным с учётом громадного теплосодержания атмосферы Венеры и незначительной потери тепла в течение ночи. Между тем остающиеся погрешности в высотных профилях тепловых потоков, измеренных на экваториальном и высокоширотном зондах и скорректированных путём введения некоторой «абсолютной калибровки» (Ревкомб и др., 1985 а, б; Суоми и др., 1980), оказываются меньше различий между самими профилями. Это позволяет отнести данные различия на счёт реального изменения непрозрачности атмосферы в разных районах спуска аппаратов и прийти, таким образом, к выводу о значительной широтной вариации в переносе тепла. Справедливость подобного вывода подкрепляется также выявленным значительным широтным ходом высотных профилей температуры атмосферы (Клиор и Пэтел, 1980; Дженкинс и др., 2002), а также преимущественно зональным характером циркуляции практически во всём рассматриваемом интервале высот.

Наиболее вероятное истолкование различия кривых радиационного теплопереноса можно сделать, предположив, что высокоширотная атмосфера существенно суше, чем низко- и среднеширотная, причём различие в содержании паров H_2O , по-видимому, достигает почти одного порядка величины. На низких широтах влажность атмосферы Венеры, отвечающая требуемой непрозрачности, примерно соответствует результатам газохроматографических измерений (Ояма и др., 1980 а, б), но более чем на порядок превышает предел, накладываемый данными спектрофотометрии (Мороз и др., 1983). Можно думать, что аналогичное влияние на профиль теплового потока вблизи нижней границы облаков оказывает диоксид серы: по данным микроволнового

зондирования атмосферы Венеры (Дженкинс и др., 2002) его содержание в полярных областях примерно вдвое меньше по сравнению с экваториальными.

Для суждения о специфике радиационного теплообмена и роли атмосферной динамики важно сопоставить распределение на высоте суммарных профилей солнечной и тепловой радиации, каждый из которых представляет собой разность нисходящего и восходящего потоков (рис. 11).

По-видимому, на Венере очевидное различие в величине притока тепла от Солнца в разных широтах не скомпенсировано уходящим радиационным тепловым потоком из-за изменения влагосодержания в зависимости от широты. Другими словами, на низких широтах при большем притоке солнечной радиации потери тепла меньше, а в высоких широтах ситуация обратная. Если принять во внимание, что суточные вариации теплового режима нижней атмосферы малы (Кузьмин, Маров, 1974), то объяснение этого феномена можно найти в механизме планетарной циркуляции, за счёт которой происходит перераспределение тепла и, соответственно, дополнительный нагрев или охлаждение нижней атмосферы.

Сопоставляя данные измерений приходящего солнечного излучения с уходящей тепловой радиацией и результатами модельных расчётов, легко убедиться в том, что в подоблачной атмосфере широтный градиент ИК-охлаждения существенно превышает широтный градиент солнечного нагрева на тех же высотах. Данное обстоятельство может служить важным энергетическим фактором механизма планетарной циркуляции, отличительной особенностью которой является глобальная суперротация атмосферы Венеры. Действительно, лучистый теплоперенос отражает характер теплообмена между экватором и полюсами с образованием ячеек типа Хедли и восходящими движениями у экватора (Россоу и др., 1980; Лимэ и др., 1982; Шуберт и др., 1980; Шуберт, 1983). В этом случае значительный вынос тепла на высоких широтах может быть обусловлен существованием нисходящих движений атмосферного газа, сопровождаемых обратными течениями в нижних слоях атмосферы в меридиональном направлении. С этим же

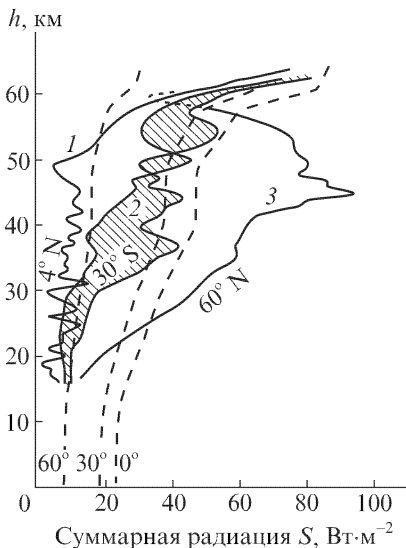


Рис. 11. Сравнение средних зональных нисходящих солнечных потоков солнечного излучения (пунктирные линии) с оценками потоков теплового излучения, по данным «Пионер–Венеры». 1 — Большой зонд; 2 — зонды «День»/«Ночь»; 3 — зонд «Север»

механизмом должно быть связано возникновение суперротации и образование вихрей у полюсов при общем сохранении углового момента для атмосферной циркуляции

Заключение

Венера обладает очень плотной атмосферой и уникальным тепловым режимом, что отличает её от других планет земной группы. В формировании энергетического баланса Венеры определяющую роль играют необратимый парниковый эффект и динамические процессы различных пространственных масштабов, от планетарной циркуляции до турбулентного переноса. Они обусловлены сравнительно небольшой долей неотражённой солнечной радиации, поглощаемой нижней атмосферой и поверхностью. Понимание особенностей теплового режима атмосферы Венеры связано с изучением высотных профилей суммарных потоков нисходящего солнечного и уходящего теплового излучения, а также взаимосвязи радиационного и динамического теплообмена.

Для расчёта тепловых потоков необходимо знать оптические свойства основных компонентов атмосферы и распределение их содержания по высоте, а также высотные профили температуры и давления. По степени вклада в общую непрозрачность атмосферы Венеры, с учётом концентрации и характеристик инфракрасного спектра, наиболее важную роль играют CO_2 , H_2O и SO_2 . Малые примеси — водяной пар и диоксид серы — влияют на перенос теплового излучения только вне основных полос поглощения углекислой атмосферы, причём наибольшее влияние на непрозрачность среды оказывают пары воды.

Проведённые расчёты переноса теплового излучения для влажной углекислой атмосферы Венеры в ИК-области спектра от 1,5 до 1000 мкм, где сосредоточено равновесное излучение атмосферы при температуре поверхности $T_s = 735$ К, позволили выявить важнейшие спектральные интервалы, в которых происходит вынос теплового потока при разных содержаниях паров воды. Они оказались в удовлетворительном согласии с данными измерений тепловых потоков на зондах «Пионер–Венера» и, с учётом широтной зависимости высотных профилей потоков теплового излучения, дают основание считать, что высокоширотная атмосфера существенно суше, чем низко- и среднеширотная. Кроме того, из сопоставления данных измерений приходящего солнечного излучения с уходящей тепловой радиацией и результатами модельных расчётов следует, что в подоблачной атмосфере широтный градиент ИК-охлаждения существенно превышает широтный градиент солнечного нагрева на тех же высотах. Этот радиационный дисбаланс, очевидно, компенсируется за счёт динамического теплообмена, в первую очередь, механизма планетарной циркуляции.

Причины уникального теплового режима Венеры следует, видимо, искать в особенностях формирования природных условий на самых ранних этапах эволюции планеты. По современным представлениям,

подкрепляемым результатами моделирования, развитие необратимого парникового эффекта и плотной углекислой атмосферы происходило в едином процессе, обусловленном существованием положительной обратной связи. При этом ключевой в проблеме эволюции Венеры и её атмосферы остаётся вопрос о том, был ли на Венере первичный водный океан, как на Земле, и если да, то когда и как произошла его потеря. В принципе, не исключается и возможность того, что Венера обладала более умеренным климатом, существование которого можно связать с карбонатно-силикатным циклом и «влажным» парниковым эффектом в самый начальный период эволюции Солнечной системы.

Список литературы

- (Авдуевский и др., 1968) *Авдуевский В. С., Бородин Н. Ф., Кузнецов В. В. и др.* Температура, давление и плотность атмосферы Венеры по данным измерений АМС «Венера-4» // ДАН СССР. 1968. Т. 179, № 2. С. 310.
- (Авдуевский и др., 1970) *Avduevsky V. S., Marov M. Ya., Rozhdestvensky M. K.* A tentative model of the atmosphere of the planet Venus based on the results of measurements of Venera 5 and 6 // J. Atmos. Sci. 1970. V. 27, № 4. P. 561–568.
- (Авдуевский и др., 1971) *Авдуевский В. С., Завелевич Ф. С., Маров М. Я. и др.* Численное моделирование лучисто-конвективного теплообмена в атмосфере Венеры // Косм. исслед. 1971. Т. 9, № 2. С. 280–291.
- (Адикс, Шари, 1979) *Адикс Т. Г., Шари В. П.* О влиянии различных характеристик спектра CO₂ на результаты расчётов эффективных потоков излучения, распространяющихся в «окне» прозрачности 2400–3500 см⁻¹ атмосферы Венеры // Препринт. 1979. № 61. — М.: ИПМ АН СССР. — 30 с.
- (Адикс и др., 1981) *Адикс Т. Г., Гальцев А. П., Осипов В. М., Шари В. П.* Расчёт переноса теплового излучения в подоблачной атмосфере Венеры // Препринт. 1981. № 15. — М.: ИПМ АН СССР. — 26 с.
- (Адикс, 1982) *Адикс Т. Г.* Экспериментальное исследование ИК-спектра поглощения CO₂, применительно к «окнам» прозрачности атмосферы Венеры: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. — М., 1982. — 22 с.
- (Бёрнбаум и др., 1971) *Birnbaum G., Ho W., Rosenberg A.* Far infrared collision induced in CO₂. Pressure dependence in the gas phase and absorption with liquid // J. Chem. Phys. 1971. V. 55. P. 1039–1045.
- (Бёрч и др., 1971) *Burch D. F., Gryvnak D. A.* Absorption of infrared radiant energy by CO₂ and H₂O. Absorption by CO₂ between 1100 and 1835 cm⁻¹ (9,1–5,5 μm) // J. Opt. Soc. Amer. 1971. V. 61, № 4. P. 499–503.
- (Безард и др., 1993) *Bezard B., de Bergh C., Fegley B. et al.* The abundance of sulfur dioxide below the clouds of Venus // Geophys. Res. Lett. 1993. V. 20. P. 1587–1590.
- (Варанаси, 1971) *Varanasi P.* Line widths and intensities H₂O–CO₂, mixtures // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1971. V. 11, № 1. P. 223–230.
- (Волков и др., 1989) *Волков В. П., Маров М. Я., Лебедев В. Н. и др.* Облака // Планета Венера (атмосфера, поверхность, внутреннее строение) / Под ред. В. Л. Барсукова, В. П. Волкова. — М.: Наука, 1989. С. 88–94.
- (Гальцев, Одишария, 1970) *Гальцев А. П., Одишария М. А.* Полосы поглощения CO₂: 7,2; 7,8; 9,4; 10,4 и 15 мкм при повышенном давлении // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1970. Т. 6, № 9. С. 881–888.

- (Гальцев и др., 1976) *Гальцев А. П., Осипов В. М., Шару В. П.* Расчёт поглощения инфракрасного излучения в нижней атмосфере Венеры // Косм. исслед. 1976. Т. 14, № 3. С. 417–427.
- (Дженкинс и др., 2002) *Jenkins J. M., Kolodner B. J., Butler B. J. et al.* Microwave remote sensing of the temperature and distribution of sulfur compounds in the lower atmosphere of Venus // *Icarus*. 2002. V. 158. P. 312–328.
- (Донахью и др., 1982) *Donahue T. M., Hoffman J. H., Hodges R. R., Watson A. J.* Venus was wet: A measurement of the ratio of deuterium to hydrogen // *Science*. 1982. V. 216, № 4546. P. 630–633.
- (Кастинг и др., 1988) *Kasting J. F., Toon O. B., Pollack J. B.* How climate evolved on the terrestrial planets // *Sci. Amer*. 1988. V. 256. P. 90–97.
- (Клиор и Пэтел, 1980) *Kliore A. J., Patel I. R.* Vertical structure of the atmosphere of Venus from Pioneer-Venus orbiter radio occultation // *J. Geophys. Res.* A.1980. V. 87, № 13. P. 7957–7962.
- (Колесниченко, Маров, 1998) *Колесниченко А. В., Маров М. Я.* Турбулентность многокомпонентных сред. — М.: Наука, 1998. — 335 с.
- (Ксанфомалити, 1985) *Ксанфомалити Л. В.* Планета Венера. — М.: Наука, 1985. — 376 с.
- (Кузьмин, Маров, 1974) *Кузьмин А. Д., Маров М. Я.* Физика планеты Венера. — М.: Наука, 1974. — 408 с.
- (Лимэ и др., 1982) *Limaye S. S., Grund C. J., Burre S. P.* Zonal mean circulation at the cloud level of Venus: Spring and Fall 1979 OCPP observations // *Icarus*. 1982. V. 51. P. 416–439.
- (МакКлатчи, 1973) *McClatchey R. A., Benedict W. S., Clough S. A. et al.* AFCRL atmospheric absorption line parameters compilation. 1973. (AFCRL-TR-73-0096). — 77 p.
- (Маров, 1971) *Маров М. Я.* Модель атмосферы Венеры // ДАН СССР. 1971. Т. 196, № 1. С. 67–70.
- (Маров, 1972) *Marov M. Ya.* Venus: A perspective at the beginning of planetary exploration // *Icarus*. 1972. V. 16, № 3. P. 415–461.
- (Маров и др., 1973) *Marov M. Ya., Avduevsky V. S., Borodin N. F. et al.* Preliminary results on the Venus atmosphere from the Venera 8 descent module // *Icarus*. 1973. V. 20. P. 407–421.
- (Маров, Шари, 1973) *Маров М. Я., Шару В. П.* Перенос длинноволнового излучения в нижней атмосфере Венеры // Препринт. 1973. № 23. — М.: ИПМ АН СССР. — 44 с.
- (Маров и др., 1976) *Маров М. Я., Бывшев Б. В., Баранов Ю. П. и др.* Нефелометрические измерения на станциях «Венера-9» и «Венера-10» // Косм. исслед. 1976. Т. 14, № 5. С. 729–734.
- (Маров, 1978) *Marov M. Ya.* Results of Venus missions // *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 1978. V. 16. P. 141–170.
- (Маров, 1979) *Маров М. Я.* Исследования атмосферы Венеры // Астрон. вестн. 1979. Т. 13, № 1. С. 3–23.
- (Маров и др., 1980) *Marov M. Ya., Lystsev V. E., Lebedev V. N. et al.* The structure and microphysical properties of the Venus clouds: «Venera-9, -10 and -11» data // *Icarus*. 1980. V. 44, № 3. P. 608–639.
- (Маров и др., 1982) *Маров М. Я., Гальцев А. П., Шару В. П.* Восстановление профиля H_2O по результатам моделирования теплового потока в нижней атмосфере Венеры // Препринт. 1982. № 164. — М.: ИПМ АН СССР. — 15 с.

- (Маров и др., 1984) *Маров М.Я., Гальцев А.П., Шари В.П.* Профиль H_2O в нижней атмосфере Венеры по измерениям эффективного потока // Косм. исслед. 1984. Т. 22, № 2. С. 267–272.
- (Маров и др., 1985) *Маров М.Я., Гальцев А.П., Шари В.П.* Перенос теплового излучения и содержание воды в атмосфере Венеры // Астрон. вестн. 1985. Т. 19, № 1. С. 15–41.
- (Маров, 1986) *Маров М.Я.* Планеты Солнечной системы. — М.: Наука, 1986. — 320 с.
- (Маров и др., 1989 а) *Маров М.Я., Волков В.П., Сурков Ю.А., Ривкин Л.* Нижняя атмосфера // Планета Венера (атмосфера, поверхность, внутреннее строение) / Под ред. В.Л. Барсукова, В.П. Волкова. — М.: Наука, 1989. С. 25–88.
- (Маров и др., 1989 б) *Маров М.Я., Гальцев А.П., Шари В.П.* Тепловой режим атмосферы Венеры // Планета Венера (атмосфера, поверхность, внутреннее строение) / Под ред. В.Л. Барсукова, В.П. Волкова. — М.: Наука, 1989. С. 94–132.
- (Маров и др., 1989 в) *Marov M. Ya., Galtsev A. P., Shari V. P.* Estimation of the influence of sulfur dioxide on heat transfer in the Venus atmosphere // Proc. of the 19th Lunar and Planetary Science Conference, Copyright 1989, Lunar and Planetary Institute, Houston. P. 349–354.
- (Маров, Гринспун, 1998) *Marov M. Ya., Grinspoon D. H.* The Planet Venus. — New Heaven & London: Yale University Press, 1998. — 442 p.
- (Маров и Ипатов, 2001) *Marov M. Ya., Ipatov S. I.* Volatile inventory and early evolution of the planetary atmospheres // Collisional Processes in the Solar System / Ed. by M. Ya. Marov, H. Rickman. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2001. — 368 p.
- (Маров и Колесниченко, 2001) *Marov M. Ya., Kolesnichenko A. V.* Mechanics of Turbulence of Multicomponent Gases. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2001. — 375 p.
- (Мороз и др., 1983) *Мороз В.И., Мошкин Б.Е., Экономов А.П. и др.* Спектрофотометрический эксперимент на спускаемых аппаратах «Венера-13» и «Венера-14». Предварительные результаты анализа спектров в области полос поглощения H_2O // Косм. исслед. 1983. Т. 21, № 2. С. 246–253.
- (Мороз и др., 1985) *Moroz V. I., Ekonomov A. P., Moshkin B. Ye. et al.* // Venus International Reference Atmosphere / Ed. by A. J. Kliore et al // Adv. Space Res. 1985. V. 5, № 11. P. 197–32.
- (Осипов, 1971) *Осипов В.М.* Теоретические исследования ИК-спектра CO_2 , при высоких температурах и давлениях: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Л., 1971. — 24 с.
- (Осипов, Гальцев, 1971) *Осипов В.М., Гальцев А.П.* Расчёт пропускания ИК-полос CO_2 при высоких температурах и давлениях // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1971. Т. 7, № 8. С. 857–870.
- (Ояма и др., 1980 а) *Oyama V. I., Carle G. C., Woeller F.* Corrections in the Pioneer-Venus sounder probe gas chromatographic analysis in the lower Venus atmosphere // Science. 1980. V. 208, № 4442. P. 399–401.
- (Ояма и др., 1980 б) *Oyama V. I., Carle G. C., Woeller F. et al.* Pioneer Venus gas chromatography of the lower atmosphere of Venus // J. Geophys. Res. A. 1980. V. 85, № 13. P. 7891–7902.
- (Поллак, 1969 а) *Pollack J. B.* Temperature structure of nongray planetary atmospheres // Icarus. 1969. V. 10, № 2. P. 301–313.
- (Поллак, 1969 б) *Pollack J. B.* A nongray CO_2 – H_2O greenhouse model of Venus // Ibid. 1969. P. 314–341.

- (Поллак и др., 1980 а) *Pollack J.B., Toon O.B., Boese R.W.* Greenhouse models of Venus high surface temperature as constrained by Pioneer-Venus measurements // *J. Geophys. Res. A.* 1980. V. 85, № 13. P. 8223–8231.
- (Поллак и др., 1980 б) *Pollack J.B., Toon O.B., Whitten R.C. et al.* Distribution and source of the UV-absorption in Venus atmosphere // *Ibid.* 1980. P. 8141–8150.
- (Поллак и др., 1993) *Pollack J.B., Dalton J.B., Grinspoon D.H. et al.* Near infrared light from Venus' night side: A spectroscopic analysis // *Icarus.* 1993. V. 103. P. 1–42.
- (Реверкомб и др., 1982) *Revercomb H.E., Sromovsky L.A., Suomi V.E.* Re-assessment of net radiation measurements in the atmosphere of Venus // *Icarus.* 1982. V. 52, № 1. P. 279–300.
- (Реверкомб и др., 1985 а) *Revercomb H.E., Sromovsky L.A., Suomi V.E. et al.* Net thermal radiation measurements in the atmosphere of Venus // *Icarus.* 1985. V. 61, № 3. P. 521–538.
- (Реверкомб и др., 1985 б) *Revercomb H.E., Sromovsky L.A., Suomi V.E., Boese R.W.* Thermal net flux measurements on the Pioneer-Venus entry probes // *Adv. Space Res.* 1985. V. 5, № 9. P. 81–84.
- (Робертс и др., 1976) *Roberts R.E., Selby J.E.A., Biberman L.M.* Infrared continuum absorption by atmospheric water vapor in the 8–12 μm window // *Appl. Opt.* 1976. V. 15, № 9. P. 2085–2090.
- (Россоу и др., 1980) *Rossow W.B., Del Genio A.D., Limaye S.S. et al.* Cloud morphology and motions from Pioneer-Venus images // *J. Geophys. Res.* 1980. V. 85. P. 8107–8128.
- (Ротмэн и др., 1983) *Rothman L.S., Gamache R.R., Barbe A. et al.* AFGL atmospheric absorption line parameters compilations // *Appl. Opt.* 1983. V. 22, № 15. P. 2247–2256.
- (Сиф и др., 1980) *Seiff A., Kirk D.B., Young R.E. et al.* Measurements of thermal structure and thermal contrasts in the atmosphere of Venus and related dynamical observations // *J. Geophys. Res. A.* 1980. V. 85, № 13. P. 7903–7933.
- (Сиф и др., 1985) *Seiff A., Schonfield J.T., Kliore A.J. et al.* Models of the structure of the atmosphere of Venus from the surface to 100 km altitude // *Venus International Reference Atmosphere* / Ed. by A.J. Kliore et al // *Adv. Space Res.* 1985. V. 5, № 11. P. 3–58.
- (Суоми и др., 1980) *Suomi V.E., Sromovsky L.A., Revercomb H.E.* Net radiation in the atmosphere of Venus: Measurements and interpretation // *J. Geophys. Res. A.* 1980. V. 85, № 13. P. 8200–8218.
- (Томаско и др., 1980 а) *Tomasko M.G., Doose L.R., Smith P.H., Odele A.P.* Measurement of the flux of sunlight in the atmosphere of Venus // *J. Geophys. Res. A.* 1980. V. 85, № 13. P. 8167–8186.
- (Томаско и др., 1980 б) *Tomasko M.G., Smith P.H., Suomi V.E. et al.* The thermal balance of Venus in light of Pioneer-Venus missions // *Ibid.* 1980. P. 8187–8199.
- (Томаско, 1983) *Tomasko M.G.* The thermal balance of the lower atmosphere of Venus // *Venus* / Ed. by D.M. Hunten et al. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1983. P. 604–631.
- (Тонков, 1984) *Тонков М.В.* Инфракрасная спектроскопия межмолекулярных взаимодействий в газах: Автореф. дис. . . докт. физ.-мат. наук. — Л., 1984. — 22 с.

- (Феррисо и др., 1966) *Ferriso C. C., Ludwig C. B., Thompson A. L.* Empirically determined infrared absorption coefficients of H_2O from 300 to 3000 K // *J. Quant. Spectrosc. Radiant. Transfer.* 1966. V. 6. P. 241–273.
- (Ховард и др., 1956) *Howard J. N., Burch D. E., Williams X.* Infrared transmission of synthetic atmosphere // *J. Opt. Soc. Amer.* 1956. V. 46. P. 460–465.
- (Шари, 1973) *Шари В. П.* Роль «окон» прозрачности в переносе теплового излучения и лучистом притоке тепла в подоблачной атмосфере Венеры // Препринт. 1973. № 11. — М.: Ин-т прикл. матем. АН СССР, — 40 с.
- (Шари, 1975) *Шари В. П.* Численное моделирование переноса теплового излучения в нижней атмосфере Венеры // Препринт. 1975. № 34. — М.: ИПМ АН СССР. — 47 с.
- (Шари, 1976) *Шари В. П.* Потоки тепловой радиации в нижней атмосфере Венеры // *Косм. исслед.* 1976. Т. 14, № 1. С. 97–110.
- (Шари, 1982) *Шари В. П.* Численное моделирование высотного профиля потока теплового излучения в подоблачной атмосфере Венеры // Препринт. 1982. № 31. — М.: ИПМ АН СССР. — 18 с.
- (Шари, 1984) *Шари В. П.* Численное моделирование переноса теплового излучения в подоблачной атмосфере Венеры // Численное решение задач атмосферной оптики. — М.: ИПМ АН СССР, 1984. С. 227–234.
- (Шофилд и др., 1982) *Schofield J. T., Taylor F. W., McCleese D. J.* The global disturbances of water vapor in the middle atmosphere of Venus // *Icarus.* 1982. V. 52, № 2. P. 263–278.
- (Шуберт и др., 1980) *Schubert G., Covey C., Del Genio A. D. et al.* Structure and circulation of the Venus atmosphere // *J. Geophys. Res.* 1980. V. 85. P. 8007–8025.
- (Шуберт, 1983) *Schubert G.* General circulation and the dynamical state of the Venus atmosphere // *Venus* / Ed. by D. M. Hunten et al. — Tuscon: Univ. Ariz. Press, 1983. P. 681–765.
- (Эспозито и др., 1983) *Esposito L. W., Knollenberg R. G., Marov M. Ya. et al.* The clouds and hazes of Venus // *Venus* / Ed. by D. M. Hunten et al. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1983. P. 484–564.
- (Янг, 1979) *Young A. T.* Transmissions of the atmosphere of Venus: the CO_2 bands at 10 microns // *Bul. Am. Astron. Soc.* 1979. № 11. P. 546.

ПЕРЕНОС ВЕЩЕСТВА И ЭНЕРГИИ В КОМЕТНОМ ЯДРЕ

Ю. В. Скоров

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Приводятся результаты разработки кинетических моделей и параллельных алгоритмов для их численной реализации на суперкомпьютерах. Это позволяет изучать перенос вещества и энергии в пористом кометном ядре, формирование приповерхностного (кнудсеновского) слоя и газопылевой комы.

Введение

Изучение физических свойств ядер комет может дать важную информацию о возникновении и эволюции нашей планетной системы. Ядра комет, по-видимому, сохранили первичное малоизменившееся протопланетное вещество. Кроме традиционных наземных астрономических наблюдений первостепенную роль в этих исследованиях играют космические экспедиции, как уже состоявшиеся (Вега, Giotto, Deep Impact), так и запланированные в ближайшем будущем (Rosetta, Contour, Deep Impact 4, STARDUST). Наиболее комплексный и амбициозный из этих проектов — Rosetta — стартует в 2003 г. В 2011 г. космический аппарат должен достичь кометы Виртанен (P/Wirtanen) и, после нескольких месяцев предварительного исследования ядра с близкого расстояния, на поверхность будет доставлен модуль Rosetta Lander, предназначенный для всестороннего изучения физических и химических свойств материала ядра *in situ*. Согласно настоящим планам NASA, в 2004 г. в рамках проекта STARDUST космический зонд соберёт образцы кометной пыли вблизи ядра кометы Wild 2 и возвратит их на землю для последующих лабораторных исследований. Эксперименты в наземных лабораториях (цикл работ по так называемому моделированию эволюции кометных аналогов — KOSI) были успешно проведены в Германии (Грюн и др., 1993) и в Австрии (Коемле, Штейнер, 1992). Полученные опытные данные уже существенно углубили наше понимание физических процессов, происходящих в кометном ядре, и требуют дальнейшего теоретического анализа.

И на стадии подготовки космических миссий, и на этапе обработки полученных данных невозможно обойтись без математического моделирования соответствующих физических процессов, определяющих основные свойства кометных ядер (в первую очередь — так называ-

емую кометную активность или эффективное газовыделение), и их временную эволюцию.

Известно, что кометное ядро состоит как из летучих (различные льды), так и нелетучих компонентов органического и неорганического происхождения (Маров, 1994; Келлер, 1990). Материал ядра, по-видимому, обладает достаточно высокой пористостью: по разным оценкам, объёмная пористость может достигать величины 0,8 (Рикман, 1994). Каверны и трещины различных размеров (как микро-, так и макроскопических размеров), вероятно, характерны для приповерхностных слоёв кометного ядра. Анализ данных наблюдения говорит о том, что размеры пылевых частиц в кометной атмосфере изменяются в очень широких пределах. Кометные льды, несомненно, имеют сложный химический состав, причём в ходе орбитального движения, возможно, происходит трансформация первоначального состава и частичная химическая стратификация материала. Вместе с тем есть веские свидетельства, что у большинства комет доминирующим летучим компонентом является водяной лёд (Маров, 1994).

Приповерхностный слой кометного ядра — это своего рода «кухня», где собственно и формируется строение кометы. Одной из её важнейших характеристик служит эффективное газопроизводство ядра, зависящее от целого ряда процессов и параметров. При оценке этой величины следует принимать во внимание:

- поглощение и рассеяние солнечного света в пористом приповерхностном слое;
- сублимацию–конденсацию и обусловленный этими процессами перенос энергии;
- перенос энергии за счёт теплопроводности твёрдой фазы и молекулярной газовой диффузии в пористой неизотермической среде;
- потери энергии в результате уноса продуктов сублимации и в результате тепловой эмиссии ядра.

Все эти процессы взаимосвязаны и взаимосвязаны, и малые изменения в ходе одного процесса могут вызывать значительные изменения, например, в газопроизводстве. Как будет показано, одним из таких ключевых параметров является эффективная плотность газа вблизи поверхности ядра, которая зависит также и от физических свойств окружающей ядро атмосферы, что ещё более усложняет теоретическое моделирование производства газа. В свете сказанного особую роль приобретает численное моделирование, позволяющее варьировать в широких пределах свободные параметры моделей, и тем самым исследовать взаимосвязь и особенности различных физических процессов.

1. Модели тепломассопереноса в кометном ядре

1.1. Основные уравнения. Как было сказано во введении, согласно современным представлениям, кометное ядро обладает очень высокой объёмной пористостью и состоит из смеси льдов, которые испаряются под действием солнечного излучения, и нелетучих компонен-

тов — кометной пыли. Именно перенос энергии и вещества в кометном ядре и определяет его эволюцию. В связи с этим, говоря о классических или стандартных моделях кометного ядра, можно выделить шесть классов моделей.

M1: Модели, целиком базирующиеся на переносе тепла в сплошном твёрдом веществе (Кюрт, Келлер, 1994; Приалник, Бар-Нан, 1987). Но во всех случаях сублимация происходит только с поверхности ядра (следовательно, нет массопереноса в ядре). Поглощение солнечной энергии также происходит только на поверхности, что характерно для всех рассматриваемых ниже классов моделей, кроме последнего. Решается уравнение переноса тепла с граничным условием на поверхности, выражающем баланс общей энергии. Ядро не взаимодействует с окружающей комету атмосферой.

M2: Модели, в которых диффузия газа в пористой среде учитывается неявно. В этом случае, с учётом предположения, что давление газа в порах всюду, включая поверхность, равно давлению насыщенного пара, удаётся свести массоперенос внутри ядра к модификации эффективной теплопроводности (Коссацки и др., 1997, Штайнер и др., 1991). Взаимодействие с комой, как и прежде, отсутствует.

M3: Модели, в которых явно учитывается перенос продуктов сублимации в пористом ядре. Решается система связанных уравнений тепло- и массопереноса. Для последнего на поверхности задаётся в явном виде некоторое граничное условие. Обычно предполагается, что давление газа либо равно нулю (Энзиан и др., 1999; Подолак, Приалник, 1996), либо равно давлению насыщенного пара при известной температуре поверхности (Каприа и др., 2001).

M4: Модели этого типа отличаются от предыдущих только тем, что в качестве граничного условия для макроскопического уравнения массопереноса рассматривается в упрощённой форме сохранение потока массы на поверхности (Оросеи и др., 1995). Как и в случае M2, наличие комы не учитывается.

M5: Здесь впервые процесс транспортировки газа в пористой среде рассматривается в рамках кинетической теории (Скоров и др., 2001). Это позволяет избежать проблем, связанных с неравновесным характером течения газа в порах, и сформулировать согласованную модель. Однако ввиду сложности проблемы в опубликованной работе взаимодействие ядра с комой не учитывалось.

M6: Модели, в которых решается система связанных уравнений тепломассопереноса и при формулировке граничных условий делается попытка учесть на поверхности ядра обратные потоки массы и энергии, обусловленные наличием комы (Давидссон, Скоров, 2002 б). Важно отметить, что в последней работе сделан принципиальный шаг вперёд: впервые детально рассматривается перенос солнечной энергии в слое высокопористого вещества.

Новые черты, представленные в M5 и M6, будут подробно изложены ниже. Здесь мы представим лишь базовые уравнения, характеризующие стандартные модели типа M3 и M4. Очевидно, что M1 и M2 являются частными случаями M3 и M4.

В одномерном случае (переменные зависят только от расстояния, измеряемого от поверхности вглубь ядра) уравнения теплопроводности и диффузии газа в пористом слое водяного льда имеют вид

$$\begin{aligned} & ((1 - \psi)(\rho_i f_i c_i(T) + \rho_d f_d c_d(T)) + \psi \rho_g c_g) \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) - c_g \phi_g(p, T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} - q(p, T) L(T), \\ & \psi \frac{\partial \rho_g(x, t)}{\partial t} = - \frac{\partial \phi_g(p, T)}{\partial x} + q(p, T). \end{aligned}$$

Здесь ψ — объёмная пористость среды, ρ_i и ρ_d — плотности твёрдого льда и пыли соответственно, ρ_g — плотность пара, f_i и f_d — объёмные фракции льда и пыли в твёрдой фазе, $\phi_g(p, T)$ — поток массы через единичную площадку, $q(p, T)$ — масса газа, произведённая в единичном объёме за единицу времени в результате сублимации и конденсации, $\kappa(T)$ — эффективная теплопроводность твёрдой фазы, $c_i(T)$, $c_d(T)$, c_g — теплоёмкости ледяной, пылевой и газовой фаз, $L(T)$ — теплота сублимации.

Во втором уравнении предполагается, что плотность и давление связаны уравнением состояния идеального газа. В макроскопических моделях поток массы $\phi_g(p, T)$ рассчитывается с помощью формулы Клаузинга (Скоров, Рикман, 1995), а объёмное производство газа $q(p, T)$ задаётся уравнением (Меклер и др., 1990)

$$q(p, T) = \frac{2\psi}{r_p} (p_{\text{sat}} - p) \sqrt{\frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{2\pi k T}},$$

где T — температура льда, а $p_{\text{sat}}(T)$ — соответствующее давление насыщенного водяного пара

$$p_{\text{sat}}(T) = 3,56 \cdot 10^{12} e^{-6141,667/T}.$$

Отметим, что пористый характер среды учитывается феноменологически, введением в формулу теплопроводности $\kappa(T)$ так называемого Герц-фактора $h(\psi)$, характеризующего контактную площадь между частицами в пористой среде и принимающего значения от 1 до 0,001 (Коссацки и др., 1999).

Для вычисления распределения температуры в ядре и расчёта массопереноса и эффективного газопроизводства требуется решить приведённую систему дифференциальных уравнений совместно с граничными условиями как для температуры, так и для плотности газа (или для давления).

1.2. Граничные условия. Граничное условие для температуры на поверхности ядра выражает баланс энергии: приток энергии связан с приходящей солнечной радиацией, быть может, с потоком тепла за счёт теплопроводности (если градиент температуры положителен) и за счёт возможной реконденсации молекул из комы; сток энергии вызывается тепловой эмиссией с поверхности, сублимацией газа непосред-

ственно с поверхности и, возможно, оттоком за счёт теплопроводности. Соответствующее уравнение может быть записано в форме

$$\frac{S_{\odot}(1 - A_{\text{dh}})I(t)}{r_{\text{h}}^2} = \varepsilon \sigma T_s^4 + (1 - \psi) f_i Z(T_s) L(T_s) - \varkappa(T_s) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x_s},$$

где $S_{\odot}$ — солнечная постоянная, A_{dh} — интегрированное альbedo, r_{h} — гелиоцентрическое расстояние, $I(t)$ — функция освещённости, σ — постоянная Стефана–Больцмана, ε — коэффициент тепловой эмиссии.

Скорость сублимации чистого и компактного льда задаётся формулой Герца–Кнудсена

$$Z(T) = (1 - \alpha) p_{\text{sat}}(T) \sqrt{\frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{2\pi k T}}.$$

Дополнительные коэффициенты, введённые в выражение для скорости сублимации, обусловлены тем, что рассматривается пористый, запылённый лёд, кроме того, предполагается, что доля α молекул реконденсирует, возвращаясь к поверхности из внутренней комы.

Граничное условие на глубине можно задать различным образом: если область моделирования достаточно велика, всегда можно использовать изотермическое условие; для вращающегося ядра при изучении суточных колебаний температуры естественно потребовать, чтобы как пространственная, так и временная производные температуры были равны нулю.

Граничное условие на поверхности для плотности (или, что то же самое, для давления) может быть задано, как отмечалось выше, различными способами. Анализ, проведённый в работе (Скоров и др., 1999), выявил недостатки, внутренние присущие всем макроскопическим моделям, и показал, что в этих рамках нельзя аккуратно сформулировать согласованное граничное условие. Выражения, основанные на балансе потока массы, являются только приближительными, причём величину возможной погрешности нельзя оценить заранее. С практической точки зрения кажется предпочтительной формула, явно задающая давление на поверхности как функцию температуры и включающая коэффициент, характеризующий обратный поток импульса, обусловленный реконденсацией молекул на поверхности.

Во всех моделях предполагается, что газ на глубине находится в состоянии динамического термодинамического равновесия со льдом, т. е. давление есть давление насыщенного пара.

1.3. Перенос вещества в приповерхностных слоях. В кометной физике обычно предполагается, что в порах кометного ядра имеет место кнудсеновский режим течения газа, т. е. межмолекулярные столкновения в порах не играют существенной роли. Способы вычисления газового потока и локального массопроизводства определяются методом описания пористой среды. Можно выделить два класса моделей: капиллярная модель и дисперсная модель.

В первом случае пористая среда описывается как система цилиндрических (прямых или ломаных) несвязанных каналов длины Δx и радиуса r_p . Очень часто для задания массопереноса используется

дифференциальная обобщённая формула кнудсеновского типа (Штайнер, 1990; Коемле, Штейнер, 1992)

$$\phi_g = -\frac{8\psi r_p}{3} \frac{\partial I_s}{\partial x}; \quad I_s = \frac{p_{\text{sat}}(T)}{\sqrt{2\pi m_{\text{H}_2\text{O}} k T}};$$

Важно отметить, что классическая формула Кнудсена (Кнудсен, 1950) была получена для длинного прямого цилиндрического канала с диффузно отражающими стенками, соединяющего два резервуара с насыщенным газом. Обобщение этой формулы на случай короткого канала с активными сублимирующими стенками теоретически не обосновано, и широкое применение этого подхода в физике комет связано, по-видимому, только с его простотой. Ограничение, вызванное длиной канала, легко преодолеть, используя формулу Клаузинга (Скоров, Рикман, 1995)

$$\bar{\phi}_g(p, T) = -\frac{20\Delta x + 8\Delta x^2/r_p}{20 + 19\Delta x/r_p + 3(\Delta x/r_p)^2} \frac{\psi}{\xi^2} \sqrt{\frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{2\pi k}} \frac{\partial(p/\sqrt{T})}{\partial x},$$

но остальные ограничения остаются в силе.

Согласованная кинетическая модель, описывающая диффузию газа в ледяном неизотермическом канале, впервые была опубликована в работе (Скоров и др., 2001). На основе клаузинговского вероятностного формализма получены аккуратные формулы для расчёта потоков газа и представлен сравнительный анализ моделей. В основе метода лежит простая геометрическая идея, позволяющая вычислить вероятность прохождения траектории рождённой частицы через контрольную поверхность. Полная последовательность расчётных соотношений довольно длинна, поэтому ниже даны только конечные выражения для потока массы на элемент стенки канала и вертикального потока частиц

$$I_h(X) = I_s(0)P_2(X) + \int_0^{L_c} I_s(\tilde{X})P_3(|\tilde{X} - X|) d\tilde{X},$$

$$I_v(X) = \pi r_p^2 I_s(0)P_0(X) + 2\pi r_p \int_0^X I_s(\tilde{X})P_2(|X - \tilde{X}|) d\tilde{X}$$

соответственно. Здесь

$$P_0(X) = \frac{1}{2r_p^2} \left(X^2 - X\sqrt{X^2 + 4r_p^2} + 2r_p^2 \right), \quad P_1(X) = -\frac{d}{dX} P_0(X),$$

$$P_2(X) = \frac{X}{2r_p} \left(\frac{X}{r_p\sqrt{X/r_p + 4}} - 1 \right), \quad P_3(\eta) = -\frac{d}{dX} P_2(X)$$

Во втором классе моделей пористая среда характеризуется объёмной пористостью ψ , размером (или функцией распределения размеров) формообразующих частиц (например, сферических), объёмными долями льда f_l и пыли f_d , а также заданным температурным профилем $T(x)$. На первом этапе для заданной морфологии среды с использованием метода случайных блужданий предвычисляется функ-

ция распределения длин свободного пробега $\mathbf{F}$ молекул в слое. Затем реализуется следующий алгоритм:

- 1) на некоторой глубине x в моделируемом слое в соответствии с локальной скоростью сублимации «порождается» пробная частица;
- 2) определяется её вектор скорости;
- 3) по известной функции $\mathbf{F}$ определяется положение точки взаимодействия пробной частицы с твёрдой фазой;
- 4) определяется характер столкновения. Если пробная частица столкнулась со льдом, то возможна конденсация или рассеяние (диффузное или зеркальное) в соответствии с зависящим от температуры коэффициентом конденсации; при столкновении с пылевой фракцией всегда происходит рассеяние;
- 5) в случае пересечения границ области или конденсации пробная частица выбывает из рассмотрения.

Процесс повторяется до тех пор, пока статистические возмущения не станут достаточно малы. Более подробное описание модели можно найти в работе (Скоров и др., 2001).

1.4. Температурная зависимость коэффициентов сублимации и конденсации. В работах, связанных с моделированием тепломассопереноса в кометных ядрах, обычно предполагается, что скорость сублимации задаётся классической формулой Герца–Кнудсена. Вместе с тем результаты различных экспериментов по изучению испарения льда (ссылки на некоторые из них приведены в статье (Коссацки и др., 1997)) свидетельствуют о том, что при условиях, близких к кометным, поток вещества, рассчитанный по этой простой формуле, может превосходить экспериментальные значения почти на порядок величины. Анализ результатов экспериментов по изучению роста ледяных кристаллов (Коссацки и др., 1999) приводит к выводу, что только часть молекул, испытавших столкновение с ледяной поверхностью, абсорбируется кристаллом.

Более детальные исследования показали, что скорость как прямого, так и обратного процесса является функцией температуры льда. Эти эффекты можно в первом приближении учесть, вводя в выражения для скоростей сублимации и конденсации феноменологические коэффициенты. Коссацки и др. (1999) для этих коэффициентов были получены эмпирические интерполяционные формулы, которые позволяют удовлетворительно интерпретировать результаты экспериментов. Из общих термодинамических соображений очевидно, что коэффициент сублимации должен стремиться к единице по мере понижения температуры молекулярного кристалла, в то же время при приближении к температуре плавления следует ожидать, что коэффициент сублимации стремится к некой постоянной величине.

На основании этих предположений, в качестве интерполяционной функции, выражающей зависимость коэффициента сублимации от температуры, был выбран гиперболический тангенс

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{1}{a_1}\right) + \frac{1}{a_1} \tanh \left[-a_3 \operatorname{tg} \left(\pi \frac{T - a_2}{273 - a_2} - \frac{\pi}{2} \right) \right],$$

$$a_1 = 2,342, \quad a_2 = 150,5, \quad a_3 = 4,353.$$

Данные для коэффициента конденсации настолько разбросаны, что нет оснований использовать более сложную аппроксимацию, чем линейная

$$\alpha_c = 1,387 - 4,464 \cdot 10^{-3} T.$$

Конечно, в общем случае следует принимать во внимание наличие примесей или микроскопических дефектов кристаллической решётки, но рассмотрение этих вопросов далеко выходит за рамки данной статьи. Коэффициенты сублимации и конденсации, зависящие от температуры льда, включаются в описываемую модель как в части, связанной с моделированием теплопереноса, так и в части, описывающей газокинетическое взаимодействие между ядром и комой.

1.5. Взаимодействие ядра и комы. Межмолекулярные столкновения в приповерхностном слое комы (так называемом кнудсеновском слое) приводят к переносу массы и энергии на поверхность ядра, что в свою очередь меняет плотность газа и общий баланс энергии. Таким образом, моделирование соответствующих термодинамических потоков представляется актуальной задачей. Сложность её заключается в том, что примыкающий к поверхности слой газа находится в кинетически неравновесном состоянии, и локальное термодинамическое равновесие достигается только на внешней границе слоя.

Вообще говоря, для моделирования структуры такого неравновесного слоя следует применять один из методов неравновесной газовой кинетики. Например, метод Монте-Карло прямого статистического моделирования (DSMCM), предложенный Бердом (Берд, 1981). Однако в том случае, когда мы хотим оценить только значения макроскопических величин на границах слоя, где, как предполагается, известны молекулярные функции распределения, можно применить аналитический балансный подход, основанный на работе (Анисимов, 1968).

В основе балансного подхода лежит идея использования сумматорных инвариантов движения и предположение, что молекулярная функция распределения скоростей на поверхности может быть представлена в виде линейной комбинации максвелловской функции распределения, вычисленной на внешней границе слоя, и функции распределения вылетающих молекул. Записав законы сохранения для потоков массы, импульса и энергии, можно получить алгебраические соотношения, связывающие макроскопические характеристики на границах слоя в зависимости от локального значения числа Маха. В цитированных работах рассматривалось только испарение с твёрдой плоской поверхности, что приводило к полумаксвелловскому распределению скоростей вылетающих молекул. Позже (Скоров, Рикман, 1999) были рассмотрены двухкомпонентная сублимация и сублимация пористого вещества. В последнем случае функция распределения вылетающих молекул определяется геометрической структурой среды и может заметно отличаться от полумаксвелловской. В качестве модельного начального распределения можно использовать резуль-

таты, полученные в моделях транспортировки газа, рассмотренных в предыдущем разделе.

Главным достоинством метода является его простота и фактическое отсутствие затрат компьютерного времени. Основное ограничение связано с тем, что конечные аналитические соотношения содержат локальное число Маха на внешней границе кнудсеновского слоя как свободный параметр. Кроме того, способ задания результирующей функции распределения скоростей на поверхности представляется приближённым. И, наконец, метод не позволяет без дополнительных допущений учесть колебательные и вращательные степени свободы многоатомных молекул и рассмотреть релаксацию внутренних видов энергии. Всех этих недостатков лишён метод прямого статистического моделирования (Королёв, Яницкий, 1985; Скоров, Королёв, 1998).

Этот подход принадлежит к семейству так называемых методов прямого моделирования, отличительной чертой которых является использование алгоритмов Монте-Карло. Суть имитационной модели, применяемой в расчётной весовой схеме, состоит в том, что рассматриваемый газ в однородном объёме V заменяется системой из сравнительно небольшого числа частиц $N \sim 10^3$. Поле течений разбивается на ряд областей или ячеек, размеры которых малы по сравнению с характерными масштабами изменения параметров среды. Время считается дискретным и характеризуется шагом Δt , малым по сравнению со средним временем между молекулярными столкновениями. Случайный процесс строится как последовательность столкновений, разыгрываемых статистически.

Введение весовых множителей позволяет представлять каждый из компонентов рассматриваемой газовой смеси одним и тем же числом модельных частиц N независимо от значений реальной физической концентрации. В результате всё многообразие реальных молекул каждого компонента заменяется N подмножествами частиц, обладающих одним и тем же вектором скорости внутри каждого подмножества. При этом каждый модельный представитель фактически характеризует поведение значительного числа реальных частиц.

На каждом временном шаге, наряду с этапом молекулярных столкновений, выполняется этап пространственного сдвига, в ходе которого возможен переход частиц в соседнюю пространственную ячейку расчётной области. Алгоритм расчёта пространственного сдвига сводится к моделированию методом Монте-Карло акта обмена частицами между соседними ячейками. Для граничных ячеек реализуется весовая схема, описывающая различные типы взаимодействия модельных частиц со «стенкой» расчётной области, включая отражение частиц в прежнюю или соседние ячейки в зависимости от значения соответствующих компонентов скорости. Этот метод, наряду со всеми его достоинствами, обладает одним, но крайне существенным с практической точки зрения недостатком — он времязатратный, т. е. требует очень большого объёма вычислений.

Поскольку моделирование эффектов, вызванных наличием комы, является только частью общей модели и должно в идеале проводиться

одновременно с основным моделированием нестационарных процессов переноса в кометном ядре, прямое использование DSMCM не представляется возможным. Вот почему нами был предложен практический способ разрешения данной проблемы. На основе предварительных расчётов был определён диапазон характерных температур в приповерхностном слое ядра, из которого и происходит сублимация водяного льда. Толщина этого слоя составляет около 10–15 характерных размеров эффективных формообразующих частиц (например, пылинок с ледяными включениями). Затем для дискретной выборки из этого диапазона были выполнены расчёты с использованием DSMCM и определены для воды требуемые значения термодинамических потоков на поверхности.

Вычислительные эксперименты показали, что полученные численные результаты с хорошей точностью могут быть аппроксимированы полиномами седьмой степени, зависящими от температуры поверхности и разности температур на границах моделируемого слоя. Были составлены интерполяционные двумерные таблицы для потоков плотности, импульса и энергии, которые легко включаются в общую вычислительную модель. Представленный практический инструментарий позволил впервые аккуратно и согласованно учесть взаимодействие комы и ядра на кинетическом уровне.

1.6. Объёмное поглощение солнечной энергии. Обычно при моделировании теплопереноса в кометном ядре предполагается, что среда совершенно непрозрачна для солнечного излучения в видимой области, так что и поглощение, и отражение трактуются как поверхностные процессы. Вместе с тем как наличие в составе значительной фракции льдов, так и весовые доводы в поддержку того, что ядро характеризуется очень высокой объёмной пористостью, делают физически обоснованным допущение, что солнечный свет может проникать на некоторую глубину и имеет место объёмное поглощение энергии излучения.

Первая вычислительная модель кометного ядра с абсорбцией радиации в приповерхностном слое представлена совсем недавно (Давидссон, Скоров, 2002 а; Давидссон, Скоров, 2002 б). Предполагалось, что ядро состоит из пористой смеси водяного льда и силикатной и органической пыли. Моделирование проводилось в шесть этапов:

- 1) выбирались материалы и состав отдельной частицы и вычислялись её индексы преломления;
- 2) задавалась морфология частицы;
- 3) вычислялись оптические характеристики (поглощение, рассеяние и фазовая функция) изолированной частицы;
- 4) выполнялся переход от свойств одной частицы к объёмным свойствам пористой среды, образованной такими частицами;
- 5) решалось уравнение переноса излучения для моделируемой среды;
- 6) вычислялись зависящие от длины волны геометрическое альбедо ядра, фотометрические цвета и визуальное геометрическое альбедо.

Кроме того, вычислялся профиль поглощения излучения в слое (т. е. эффективная интенсивность как функция глубины). Вычисления проводились с использованием методов теории Ми, дискретно-дипольной аппроксимации (Драэйн, 1988), теории Хапке (Хапке, 1993) и численного решения уравнения переноса излучения (Кисселёв и др., 1985). Считалось, что силикаты — это смесь аморфного пироксена (70 % массы) и аморфного оливина (30 % массы) (Дорсчнер и др., 1995). Общие коэффициенты преломления вычислялись с помощью метода Максвелла–Гарнетта. Коэффициенты преломления для органической фракции были получены из лабораторных измерений для льдов, подвергшихся длительному радиационному воздействию (Дженнискенс, 1993). Для льда использовались либо коэффициенты чистого водяного льда, либо значения, полученные для смеси льда с аммонием и аморфным углеродом (так называемый грязный лёд) (Прейбиш и др., 1993).

При моделировании рассматривались шесть различных типов образующихся частиц (Давидссон, Скоров, 2002 а), в том числе плотно упакованные кластеры сферических двух- и трёхслойных частиц и пористые большие (100 мкм–1 см) ледяные частицы неправильной формы. В последнем случае считалось, что сферические минеральные частицы, покрытые органической мантией, в виде внутренних включений занимают 23 % общего объёма частицы.

Было показано, что в пористой среде, образованной нерегулярными относительно крупными частицами, состоящими из пыли и льда, излучение может проникать на существенную глубину, и широко используемое допущение о поверхностном поглощении энергии не выполняется. Для частиц такого типа поглощение излучения подчиняется экспоненциальному закону, в котором показатель, определяющий эффективность поглощения, есть функция эффективного размера частиц.

Таким образом, при учёте объёмного характера поглощения следует модифицировать как уравнение переноса тепла, добавив новый объёмный источник энергии, так и граничное условие на поверхности ядра. Ранее приведённые уравнения примут вид

$$\begin{aligned}
 & ((1 - \psi)(\rho_i f_i c_i(T) + \rho_d f_d c_d(T)) + \psi \rho_g c_g) \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \\
 & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) - c_g \phi_g(p, T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} - \\
 & - K \frac{S_{\odot}(1 - A_{\text{dh}})I(t)}{r_h^2} \frac{\partial F(x, t)}{\partial x} - q(p, T)L(T). \\
 & (1 - K) \frac{S_{\odot}(1 - A_{\text{dh}})I(t)}{r_h^2} = \varepsilon \sigma T_s^4 + (1 - \psi) f_i Z(T_s) L(T_s) - \kappa(T_s) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_s},
 \end{aligned}$$

где $F(x, t)$ — эффективный поток энергии, обусловленный объёмным поглощением излучения, K — модельный параметр, равный либо 0 (модель с поверхностным поглощением излучения — SEAM), либо 1 (модель с объёмным поглощением излучения — LEAM).

2. Вычислительная модель

Перейдём теперь к описанию структуры модели. Прежде всего следует отметить, что в задаче есть два сильно отличающихся временных масштаба: первый связан с орбитальным движением кометы и составляет несколько лет или десятков лет; второй связан с собственным вращением ядра и составляет несколько часов или десятков часов. Мы рассматриваем соответствующие временные процессы раздельно. Нестационарное нелинейное уравнение теплопроводности решается стандартным методом конечных разностей. Поскольку характерные пространственные размеры в модели много меньше размера ядра, решение находится для случая плоской одномерной геометрии. Как поглощение солнечного излучения (для варианта с объёмным поглощением энергии), так и эффективная сублимация происходит в слое, толщина которого составляет примерно десять–двадцать характерных размеров частиц. Эта величина много меньше даже характерной глубины проникновения температурных волн, обусловленных собственным вращением кометного ядра, и тем более меньше характерного размера, связанного с орбитальными процессами. Поэтому разностное уравнение задаётся на пространственно неоднородной сетке. Временной шаг при моделировании орбитального движения также неравномерный и задаётся так, чтобы оставалось неизменным количество солнечной радиации, поступающей к ядру за интервал времени. В модели используется полностью неявная разностная схема.

Член, описывающий объёмное поглощение излучения, вычисляется для текущего временного шага, тогда как при вычислении членов, описывающих процессы сублимации и конденсации внутри ядра, используется профиль температуры, полученный на предыдущем шаге по времени. Граничное условие на поверхности ядра нелинейное по температуре, поэтому на каждом временном шаге организуется внутренний итерационный процесс. Для расчёта с помощью аппроксимационных алгебраических формул величин обратных потоков массы и энергии, входящих в уравнение, задающее граничное условие на поверхности, также используются значения температуры, посчитанные на предыдущем временном шаге. Анализ характерных времён показал, что такой подход аккуратно и эффективно работает.

3. Результаты численного моделирования

В данном разделе мы рассмотрим результаты численного моделирования, полученные для:

- 1) вращающегося кометного ядра, удалённого на 1 а. е. от Солнца;
- 2) кометного ядра, движущегося по орбите кометы Боррелли;
- 3) и, наконец, для кометного ядра, поверхность которого покрыта нелетучей пористой коркой.

3.1. Вращающееся кометное ядро. Рассмотрим сферическое ядро, находящееся на расстоянии 1 а. е. от Солнца. Ось собственного вращения перпендикулярна плоскости орбиты кометы. Период враще-

ния составляет 7,5 ч. Конечно, и предположение о сферической форме, и выбор ориентации оси вращения являются идеализациями. В общем случае форма ядра может очень существенно отличаться от сферы. В настоящее время мы достоверно знаем форму только двух комет: кометы Галлея и кометы Боррелли. В обоих случаях кометное ядро приблизительно имеет форму сфероида с отношением осей 2 : 1 (Лами и др., 1998). Ось вращения может прецессировать, а период вращения может меняться. Но в данной работе упрощающие допущения сделаны осознанно с тем, чтобы яснее выявить роль рассматриваемых физических процессов в ядре и соответствующих описанных выше модификаций вычислительной модели. Выбранная геометрия задачи позволяет получить полное трёхмерное распределение температуры в приповерхностном слое кометного ядра путём решения нестационарного уравнения теплопроводности для элементарных площадок с различной кометоцентрической широтой.

В качестве первого примера рассмотрим роль давления на поверхности кометного ядра. Как было сказано выше, в рамках макроскопического подхода к описанию газопереноса в кометном ядре нельзя аккуратно и самосогласованно задать значение этой характеристики. На рис. 1 представлены результаты расчётов, полученные для четырёх

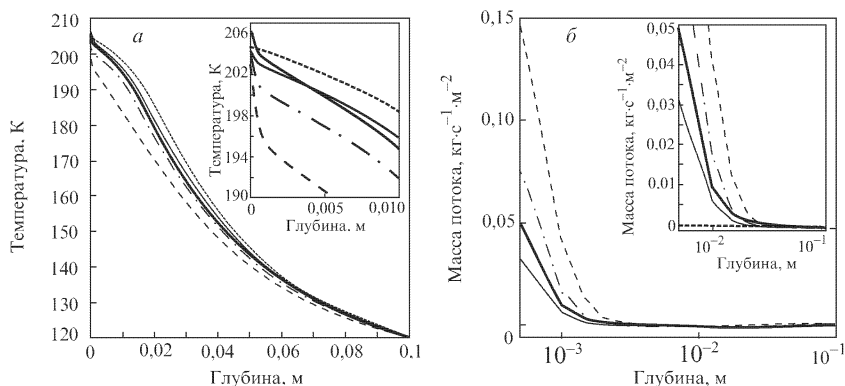


Рис. 1. Зависимости температуры (а) и потоков массы (б) от глубины для различных граничных условий: давления $p(0) = 0$ — пунктирная линия; $p(0) = p_{\text{sat}}/2$ — штрихпунктирная, $p(0) = p_{\text{sat}}$ — штрихованная; давление, вычисляемое из макроскопического баланса потока массы обозначено тонкой сплошной линией. Толстой сплошной линией показаны результаты кинетической модели

вариантов, в которых вся солнечная энергия поглощается поверхностью, значения всех модельных параметров одни и те же; различаются только уравнения, задающие граничное условие для плотности на поверхности ядра. Радиус пор 10 мкм, значение Герц-фактора 0,01.

Во всех случаях, когда давление на поверхности отличается от давления насыщенного пара, имеет место резкое падение температуры

в слое толщиной несколько радиусов пор. Различия между рассчитанными профилями температуры сохраняются во всей области моделирования. Это приводит к существенным вариациям в соответствующих потоках массы. Даже для наилучшей макроскопической модели, когда граничное условие задаётся на основе баланса потока массы, относительная разница между микроскопическим (кинетическим) и макроскопическим решениями достигает вблизи поверхности 40 %. Эти результаты ярко показывают важность аккуратного задания внешнего граничного условия для плотности.

Остановимся на роли коэффициентов сублимации-конденсации и Герц-фактора, определяющего эффективную теплопроводность твёрдой фазы. Тестовые расчёты показали (Коссацки и др., 1999), что при уменьшении коэффициента сублимации в десять раз эффективное газопроизводство остаётся практически неизменным как для компактного, так и для пористого льда, при том, что поверхностная температура возрастает на 15 градусов. Этот результат кажется неожиданным только на первый взгляд. Поскольку количество поглощённой энергии не изменяется, а сублимация служит доминирующим каналом отвода энергии, то изменения коэффициентов не могут существенно влиять на газопроизводство. Было бы неверно заключить, что эти коэффициенты совсем не играют роли в рассматриваемых моделях. Однако их зависимость от температуры становится существенной лишь при использовании более сложных моделей, учитывающих нелокальный (объёмный) характер процессов переноса и поглощения и кинетический тип истечения газа.

Перейдём к рассмотрению макроскопического и микроскопического описания газовой диффузии в пористом приповерхностном слое. Начиная с работ (Штайнер и др., 1991; Меклер и др., 1990), перенос газа в том или ином виде включается в теоретические модели кометных ядер. В рамках макроскопического описания течения газа было показано, что учёт этого процесса приводит к формированию характерного выпуклого профиля температуры вблизи поверхности и к изменению граничной температуры. Вместе с тем вплоть до самого последнего времени сохранялась грубая несогласованность в моделях: при расчёте газопроизводства использовалась только температура поверхности, т. е. неявно предполагалось, что скорость сублимации неизотермического пористого тела такая же, как у компактного тела, имеющего ту же температуру поверхности. Используя кинетическую модель течения газа в порах, Скоров и др. (1999) впервые показали, что это не так. На рис. 2 изображены суточные вариации температуры вращающегося кометного ядра, полученные для макроскопического и микроскопического подходов описания течения газа. Период вращения ядра 8 ч, радиус пор 0,5 мм, объёмная пористость материала 0,5, Герц-фактор 0,01, альбеда 5 %. Хорошо видно, что наряду с различиями в поверхностных температурах наблюдаются значительные различия в распределениях температур в слое. Следует отметить, что объёмная кинетическая модель расчёта сублимации даёт газопроизводство, вдвое превосходящее

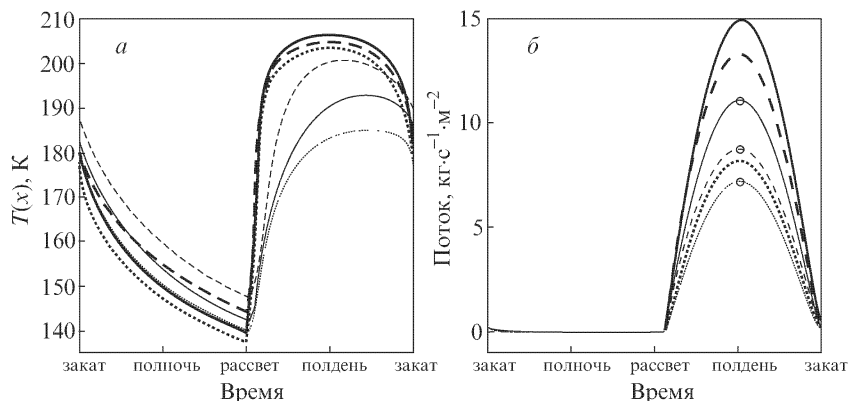


Рис. 2. Дневные вариации температуры (а) и потока массы (б) для ледяного ядра. Данные расчётов на поверхности и на глубине 10 радиусов пор для кинетической (сплошные линии) и макроскопической моделей. Пунктирные линии соответствуют $p(0) = p_{\text{sat}}$, штрих-пунктирные $p(0) = 0$. В дополнение к традиционным моделям с поверхностной сублимацией (кривые, помеченные кружками) представлены результаты для моделей с объёмной сублимацией

рассчитанное на основе макроскопических моделей с поверхностной сублимацией.

Полученный результат заранее не очевиден, так как с одной стороны при расчёте объёмной сублимации в рассмотрение включаются области с температурой ниже температуры поверхности, а с другой стороны увеличивается площадь эффективной сублимации. Именно это приводит к заметному увеличению суммарной сублимации на дневной стороне пористого ядра по сравнению со значениями, полученными в прежних моделях.

Выше было показано, что учёт объёмного характера сублимации в среде с высокой пористостью очень важен. Следующим естественным обобщением модели является учёт объёмного характера поглощения энергии. Численные оценки показали, что среда с описанными выше характеристиками может считаться полностью непрозрачной для инфракрасного излучения. Излучение же в видимом диапазоне длин волн может проникать на существенную глубину, что приводит к появлению в уравнении теплопроводности нового члена — источника энергии — и к трансформации граничного условия на поверхности ядра.

На рис. 3 показаны температуры как функции глубины для вращающегося ядра (SEAM и LEAM). Период вращения ядра 7,5 ч, Герц-фактор 0,01, размер частиц 1 см, пористость 0,7. В случае объёмного поглощения излучения максимум температуры достигается на некоторой глубине (тепличный эффект). Увеличивается область эффектив-

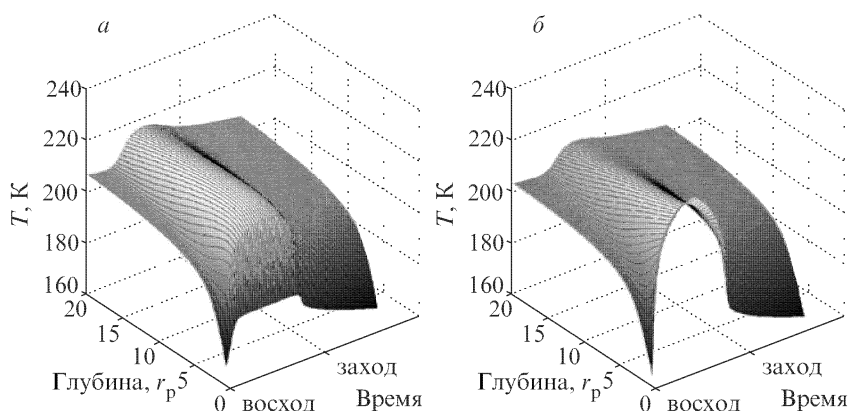


Рис. 3. Дневные вариации температуры для ледяного ядра с объёмным (а) и поверхностным (б) поглощением солнечного излучения показаны как функции глубины и местного времени

ного прогрева — это означает, что больше энергии поставляется вглубь ядра, откуда невозможно высвобождение газа.

Суммарное газопроизводство, соответствующее рассчитанным распределениям температур, представлено как функция местного времени на рис. 4. Интересно отметить, что в случае поверхностного поглощения излучения на дневной стороне вклад пор и компактной части поверхности ядра сравним по величине, тогда как в модели с объёмным поглощением для всех моментов времени подавляющая

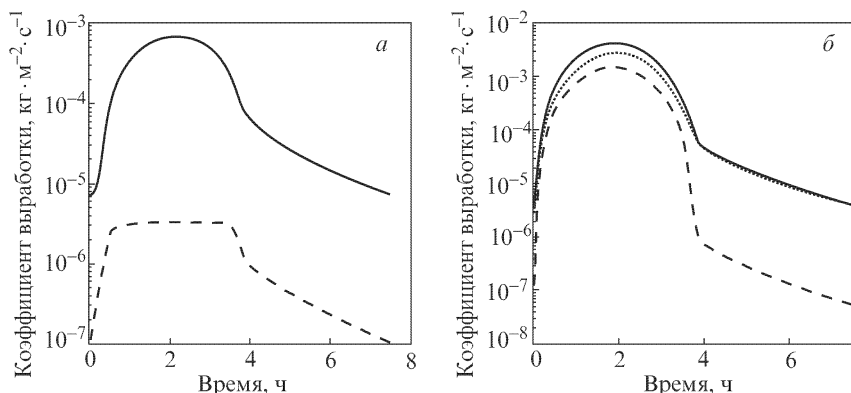


Рис. 4. Дневные вариации потоков массы, соответствующие распределениям температур рис. 3, для ледяного ядра с объёмным (а) и поверхностным (б) поглощением солнечного излучения. Показаны общее газопроизводство (сплошные линии), а также вклад собственно поверхности (пунктирные кривые) и вклад пор (штрихованные кривые)

часть высвобожденного газа производится порами, а вклад собственно поверхности пренебрежимо мал. Аналогичные расчёты были выполнены для различных размеров частиц, гелиоцентрических расстояний, периодов вращения и коэффициентов теплопроводности. Можно заключить, что: 1) тепличный эффект является устойчивой характерной чертой LEAM; 2) газопроизводство в LEAM всегда в несколько раз ниже, чем в SEAM на дневной стороне вращающегося ядра и выше на его ночной стороне; 3) основным поставщиком газа в LEAM служат поры.

Более подробное описание расчётов и обсуждение результатов приведены в работе (Давидссон, Скоров, 2002 б).

3.2. Ядро, движущееся по орбите. Расчёт полного (3D) распределения температуры при рассмотрении орбитального движения ядра слишком трудоёмкая задача, и столь детальная информация избыточна. Обычно применяется одно из двух модельных упрощений: либо используется так называемая модель быстрого ротатора, в которой предполагается, что вся поверхность ядра получает одно и то же количество энергии с сохранением её общего количества (при этом отсутствуют, очевидно, суточные вариации температуры и рассчитывается некий усреднённый профиль температуры как функции только глубины); либо проводится расчёт для подсолнечной точки, т. е. для элементарной площадки, всё время ориентированной на Солнце. Можно показать, что второй вариант более физичен; им мы и будем пользоваться ниже.

На рис. 5 показано изменение температуры на различной глубине как функция гелиоцентрического расстояния для нескольких периодов обращения.

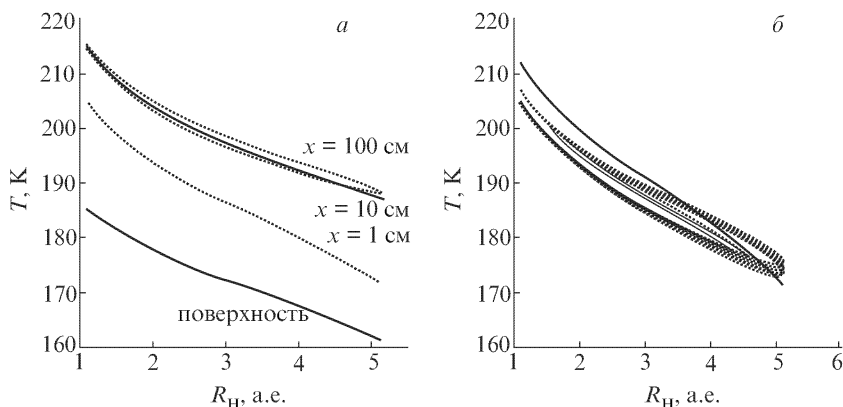


Рис. 5. Температура ядра как функция гелиоцентрического расстояния для нескольких значений кометоцентрической глубины и ряда орбитальных периодов: а) результаты расчётов для модели LEAM; б) для модели SEAM

Хорошо видно, что характер распределения температуры в приповерхностном слое совершенно различен, и это различие сохраняется на всех расстояниях. Если для SEAM температура монотонно убывает с глубиной, то в LEAM максимум всегда достигается на некоторой глубине, зависящей от характерного размера образующих частиц. Разность между минимальной и максимальной температурами в рассматриваемом слое заметно больше в LEAM. Как следствие газопроизводство в LEAM всегда ниже, чем в SEAM. Среднее орбитальное значение этого отношения равно примерно 1,8. Поскольку общее количество солнечной энергии, получаемой ядром за это время, одно и то же, следует ожидать, что уменьшение газопроизводительности в LEAM приблизительно компенсируется увеличением внутренней энергии материала ядра. Оценки показали, что отношение изменения теплосодержания SEAM/LEAM составляет примерно 1,7, что хорошо согласуется с общим сохранением энергии. Приповерхностный слой кометного ядра в LEAM прогревается лучше, характерный размер этого прогретого слоя больше. Таким образом, можно предположить, что в LEAM эффективнее происходит испарение и эвакуация более летучих, чем водяной лёд, компонентов ядра, что приводит к химической стратификации приповерхностного слоя. Говоря другими словами, для кометных ядер с высокой пористостью и объёмным поглощением излучения можно ожидать пониженного газовыделения более летучих компонентов. И наоборот, при прочих близких характеристиках различия в относительной представленности испарившихся компонент могут быть связаны с различиями в морфологии ядра.

На рис. 6 показана температура, рассчитанная как функция глубины для двух орбитальных положений — афелия и перигелия — для SEAM и LEAM. Видно, что во втором случае «средняя» температура в афелии существенно выше. Видимо, для некоторых короткопериодических комет объёмное поглощение излучения может частично быть ответственным за активность ядер на значительных гелиоцентрических расстояниях.

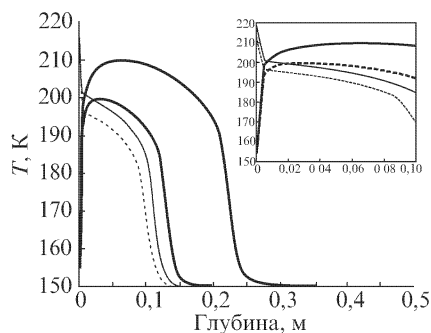


Рис. 6. Температура ядра как функция кометоцентрической глубины для двух орбитальных положений кометы: афелия (пунктирные линии) и перигелия (сплошные линии). Представлены результаты, полученные для LEAM (толстые кривые) и для SEAM (тонкие кривые)

3.3. Ядро, покрытое нелетучей коркой. Многие наблюдательные эффекты в кометной физике так или иначе связываются с наличием на поверхности кометного ядра нелетучей пористой кор-

ки — мантии. К этому модельному допущению очень часто прибегают без глубокого понимания физических свойств и изучения последствий формирования такого образования. Так, например, зачастую предполагается, что пористый пылевой слой очень сильно уменьшает темп испарения в соответствии с формулой Герца–Кнудсена, и поверхность, покрытая нелетучей коркой, рассматривается как неактивная, т. е. не дающая вклада в общее газопроизводство. Ниже будет показано, что всё обстоит гораздо сложнее.

Рассмотрим двухслойную модель приповерхностной области кометного ядра: пористая смесь водяного льда и пыли, покрытая пористым же пылевым слоем. Для простоты будем считать, что оба слоя плоско-параллельные и что их строение не изменяется в ходе моделирования. Изучение процессов тепломассопереноса можно проводить в рамках представленной ранее модели, требующей некоторой модификации. Так, в пылевом слое нет внутренних источников газовой выделения и нет поглощения продуктов сублимации. Изменяются и граничные условия, как на поверхности ядра, так и на нижней границе пылевого слоя: в первом случае нет члена, описывающего сублимацию льда, во втором — нет члена, описывающего падающее излучение, а давление определяется не только свойствами запылённого ледяного слоя, но и морфологией лежащего над ним пористого пылевого слоя.

Остановимся подробно лишь на одном актуальном вопросе физики комет: как пористый пылевой слой может влиять на эффективное газопроизводство кометного ядра? Рассмотрим вращающееся кометное ядро. Все параметры модели те же, что использовались в п. 3.1. Характеристики пылевого слоя следующие: толщина 10 мм, пористость 0,5, радиус пор 0,5 мм, Герц-фактор 0,001. Такой слой обладает крайне низкой теплопроводностью, как следствие — температура льда на границе пылевого слоя даже ниже (рис. 7), чем соответствующая температура открытого льда.

На рисунке показаны результаты, полученные для модели с макроскопическим и микроскопическим описанием переноса газа. В первом случае предполагалось, что давление на поверхности равно давлению насыщенного пара, а во втором использовался общий кинетический подход, позволяющий аккуратно оценить баланс потока массы. Сравнение эффективного газовойделения приведено на рис. 7б. Для кинетической модели с объёмным расчётом сублимации максимальное значение потока массы в два раза ниже, чем в макроскопической модели с поверхностной сублимацией. Сравнение рисунков 2 и 7 показывает, что хотя различия между макро- и микромоделями очевидны, но и в том, и в другом случаях пористый пылевой слой эффективно уменьшает темп испарения (в 10–20 раз).

Ситуация совершенно меняется, если предположить, что теплопроводность слоя несколько выше, например, Герц-фактор равен 0,02. На рис. 8 приведены температуры поверхности и границы раздела слоёв как функции общей толщины пылевого слоя и радиуса пор. Хорошо заметно, что по мере уменьшения радиуса пор происходит увеличение температуры на поверхности льда. Этот рост в значитель-

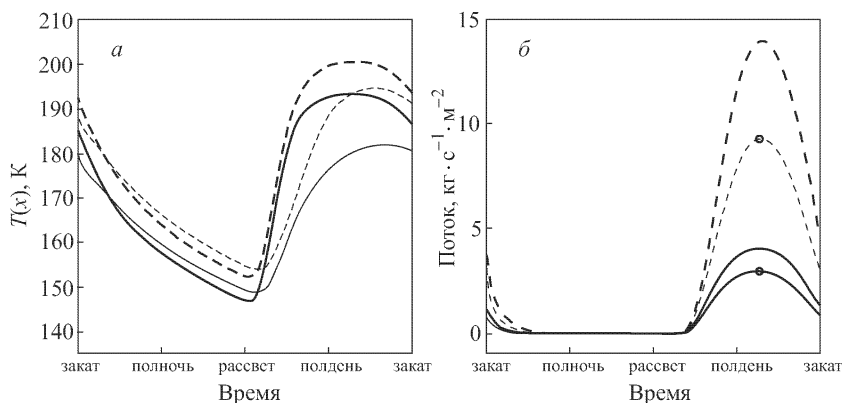


Рис. 7. Дневные вариации температуры (а) и потока массы (б) для ледяного ядра, покрытого нелетучей коркой. Для кинетической (сплошные линии) и макроскопической (пунктирные линии) моделей показаны параметры на границе слоёв (толстые кривые) и на глубине 10 радиусов пор (тонкие кривые). В дополнение к традиционным моделям с поверхностной сублимацией (кривые, помеченные кружками) представлены результаты для моделей с объёмной сублимацией

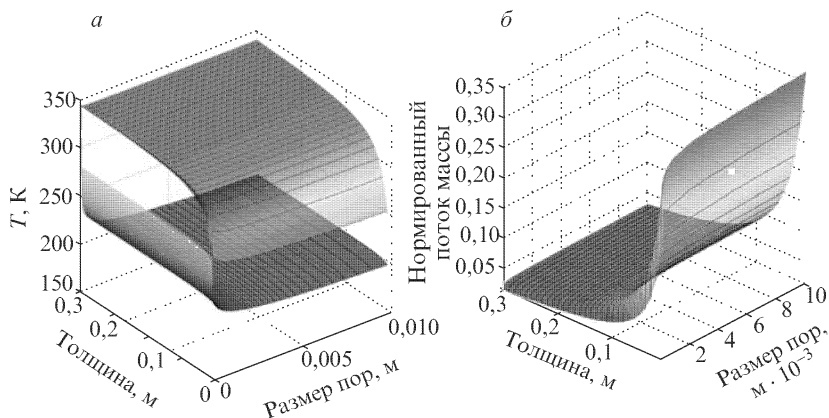


Рис. 8. Зависимости температуры и потока массы для ледяного ядра, покрытого нелетучей коркой, от общей толщины нелетучего пористого слоя и радиуса пор: а) поверхностная температура пылевого слоя (верхняя поверхность) и температура поверхности льда (нижняя поверхность); б) поток массы, нормированный на соответствующий поток, образующийся при облучении открытого льда с той же интенсивностью

ной мере компенсирует увеличение безразмерной толщины пористой корки и приводит к значительному отклонению рассчитанного газопроизводства от ожидаемого. Видно, что в значительной области изменения параметров газопроизводство остаётся существенным, т. е. даже при безразмерной толщине слоя больше десяти имеет место активное испарение. В предельном случае, когда Герц-фактор равен единице, полученный результат только усиливается (Скоров и др., 1999). Таким образом, можно заключить, что одно лишь наличие пылевого слоя отнюдь недостаточно для многократного ослабления сублимации.

Не меньшее значение, чем геометрия слоя, имеют его термодинамические характеристики. Возможной представляется ситуация, когда температура поверхности ядра определяется наличием пылевого слоя и значительно превосходит соответствующую температуру открытого льда, но в то же время имеет место активное испарение льда из-под пористой корки.

Заключение

Представленная модель тепломассопереноса в приповерхностной области кометного ядра, обладающей высокой пористостью и сложным строением, позволила получить ряд новых интересных результатов.

Впервые было показано, что поглощение солнечного излучения, скорее всего, носит объёмный характер, что требует существенной модификации теоретических моделей кометных ядер. Максимум температуры достигается на некоторой глубине внутри ядра, что приводит к заметному уменьшению общей сублимации по сравнению с моделями, где вся энергия поглощается на поверхности. Для короткопериодических комет возможно значительное увеличение средней орбитальной температуры приповерхностной области, что может приводить к изменению химического строения ядра.

Кинетическое рассмотрение переноса газа в пористом льде позволило рассчитать распределение температуры для вращающегося кометного ядра и оценить эффективное газопроизводство, обусловленное сублимацией летучих компонентов. Было показано, что сублимация носит объёмный характер, и молекулы газа, формирующие впоследствии кометную атмосферу, вылетают не только с самой поверхности ядра, а из пористого приповерхностного слоя. При этом толщина данного слоя прямо связана с характерными размерами трещин или каверн и составляет около десяти безразмерных радиусов пор. Важным представляется и полученный результат, говорящий о том, что газопроизводительность определяется не только распределением температуры, но и структурой, морфологией ядра и может значительно отличаться от газопроизводительности, рассчитанной для эквивалентной гладкой поверхности.

Список литературы

(Анисимов, 1968) *Anisimov S.I. Evaporation of a metal absorbing laser radiation // J. Exp. Theor. Phys.* 1968. V. 54. P. 339–342.

- (Подолак и Приалник, 1996) *Podolak M., Prialnik D.* Models of the structure and evolution of comet P/Wirtanen // *Planet. Space Sci.* 1996. V. 44. P. 655–664.
- (Прейбиш и др., 1993) *Preibisch Th. et al.* The influence of ice-coated grains on protostellar spectra // *Astron. Astrophys.* 1993. V. 279. P. 577–588.
- (Приалник и Бар-Нан, 1987) *Prialnik D., Bar-Nun A.* On the evolution and activity of cometary nuclei // *Astrophys. J.* 1987. V. 313. P. 893–905.
- (Рикман, 1994) *Rickman H.* Cometary Nuclei // *Asteroids, Comets, Meteors* 1993 / Ed. by A. Milani, M. D. Martino, A. Cellino. — Dordrecht: Kluwer, 1994. P. 297–312.
- (Скоров и Рикман, 1995) *Skorov Yu. V., Rickman H.* A Kinetic Model of Gas Flow in a Porous Cometary Mantle // *Planet. Space Sci.* 1995. V. 43. P. 1587–1594.
- (Скоров, Королёв, 1998) *Скоров Ю. В., Королёв А. В.* Пространственная структура приповерхностного слоя кометной атмосферы // *Астрон. вестн.* 1998. Т. 32. С. 326–341.
- (Скоров и Рикман, 1999) *Skorov Yu. V., Rickman H.* Gas flow and dust acceleration in a cometary Knudsen layer // *Planet. Space Sci.* 1999. V. 47. P. 935–949.
- (Скоров и др., 1999) *Skorov Yu. V., Kömle N. I., Markiewicz W. J. et al.* Mass and energy balance in the near-surface layers of a cometary nucleus // *Icarus.* 1999. V. 140. P. 173–188.
- (Скоров и др., 2001) *Skorov Yu. V., Kömle N. I., Keller H. U. et al.* A model of heat and mass transfer in a porous cometary nucleus based on a kinetic treatment of mass flow // *Icarus.* 2001. V. 153. P. 180–196.
- (Штайнер, 1990) *Steiner G.* Two considerations concerning the free molecular flow of gas in porous media // *Astron. Astrophys.* 1990. V. 240. P. 533–536.
- (Штайнер и др., 1991) *Steiner G., Kömle N. I., E Kührt.* Thermal modeling of comet simulation experiments // *Theoretical Modeling of Comet Simulation Experiments* / Ed. by N. I. Kömle, S. J. Bauer, T. Spohn. 1991. P. 11–29.
- (Хапке, 1993) *Hapke B.* Theory of reflectance and emittance spectroscopy. — Cambridge University Press, 1993.
- (Энзиан и др.) *Enzian A., Klinger J., Schwehm G. et al.* Temperature and gas production distributions on the surface of a spherical model comet nucleus in the orbit of 46P/Wirtanen // *Icarus.* V. 138. P. 74–84.

- (Подолак и Приалник, 1996) *Podolak M., Prialnik D.* Models of the structure and evolution of comet P/Wirtanen // *Planet. Space Sci.* 1996. V. 44. P. 655–664.
- (Прейбиш и др., 1993) *Preibisch Th. et al.* The influence of ice-coated grains on protostellar spectra // *Astron. Astrophys.* 1993. V. 279. P. 577–588.
- (Приалник и Бар-Нан, 1987) *Prialnik D., Bar-Nun A.* On the evolution and activity of cometary nuclei // *Astrophys. J.* 1987. V. 313. P. 893–905.
- (Рикман, 1994) *Rickman H.* Cometary Nuclei // *Asteroids, Comets, Meteors 1993* / Ed. by A. Milani, M. D. Martino, A. Cellino. — Dordrecht: Kluwer, 1994. P. 297–312.
- (Скоров и Рикман, 1995) *Skorov Yu. V., Rickman H.* A Kinetic Model of Gas Flow in a Porous Cometary Mantle // *Planet. Space Sci.* 1995. V. 43. P. 1587–1594.
- (Скоров, Королёв, 1998) *Скоров Ю. В., Королёв А. В.* Пространственная структура приповерхностного слоя кометной атмосферы // *Астрон. вестн.* 1998. Т. 32. С. 326–341.
- (Скоров и Рикман, 1999) *Skorov Yu. V., Rickman H.* Gas flow and dust acceleration in a cometary Knudsen layer // *Planet. Space Sci.* 1999. V. 47. P. 935–949.
- (Скоров и др., 1999) *Skorov Yu. V., Kömle N. I., Markiewicz W. J. et al.* Mass and energy balance in the near-surface layers of a cometary nucleus // *Icarus.* 1999. V. 140. P. 173–188.
- (Скоров и др., 2001) *Skorov Yu. V., Kömle N. I., Keller H. U. et al.* A model of heat and mass transfer in a porous cometary nucleus based on a kinetic treatment of mass flow // *Icarus.* 2001. V. 153. P. 180–196.
- (Штайнер, 1990) *Steiner G.* Two considerations concerning the free molecular flow of gas in porous media // *Astron. Astrophys.* 1990. V. 240. P. 533–536.
- (Штайнер и др., 1991) *Steiner G., Kömle N. I., E Kührt.* Thermal modeling of comet simulation experiments // *Theoretical Modeling of Comet Simulation Experiments* / Ed. by N. I. Kömle, S. J. Bauer, T. Spohn. 1991. P. 11–29.
- (Хапке, 1993) *Hapke B.* Theory of reflectance and emittance spectroscopy. — Cambridge University Press, 1993.
- (Энзиан и др.) *Enzian A., Klinger J., Schwehm G. et al.* Temperature and gas production distributions on the surface of a spherical model comet nucleus in the orbit of 46P/Wirtanen // *Icarus.* V. 138. P. 74–84.

ОБРАЗОВАНИЕ ПЛАНЕТ И СПУТНИКОВ

Е. Л. Рускол

Объединённый институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, Москва

Исследование происхождения планет и спутников является предметом планетной космогонии. За последние полвека изучение Солнечной системы неизмеримо расширилось и обогатилось фактическими данными. Были также открыты газопылевые диски у многих молодых звёзд солнечной массы и крупные планетоподобные спутники у некоторых звёзд. Но для понимания образования Земли и планет, их спутников и других малых тел Солнечной системы необходимо развитие теории. В России планетная космогония начала развиваться задолго до массового появления компьютеров, применение которых ускорило разработку численных схем образования планет и позволило отказаться от заведомо нереальных моделей.

1. Происхождение планет

Согласно современным представлениям, планеты и другие тела образовались в газопылевом протопланетном облаке, вращавшемся вокруг Солнца. Исходя из конфигурации планетной системы можно предположить, что облако должно было иметь форму диска (Шмидт, 1944, 1951, 1957; Гуревич, Лебединский, 1950; Сафронов, 1954). В последнее десятилетие газопылевые диски наблюдаются у многих молодых звёзд типа Т Тельца и у некоторых звёзд главной последовательности (Беквис и др., 1990). Появился даже новый термин — *proplyd* (*protoplanetary disk*). Массы дисков варьируют от одной тысячной до одной-двух десятых от массы звезды, а размеры — от нескольких десятков до сотен астрономических единиц. Ранее образ допланетного диска мог быть воссоздан лишь на основе данных о нашей собственной планетной системе, которую принято делить на две группы: планеты земного типа, состоящие из твёрдых каменных пород, и газо-жидкие планеты-гиганты. Уже полвека назад было ясно, что диск не мог быть чисто пылевым, и что в его составе должны были преобладать космические газы водород и гелий, поскольку они доминируют в составе Юпитера и Сатурна (Масевич, 1951). Все остальные элементы и соединения могли находиться в конденсированной (твёрдой) фазе и входить в состав твёрдых частиц и тел в зависимости от температуры, которая определялась главным образом расстоянием от Солнца. Минимальная масса диска была оценена в 0,01 долю массы Солнца (фактическая масса планет 0,0013 солнечной массы плюс недостающие лёгкие газы), но с учётом выброса значительной части твёрдых тел с периферии масса диска могла достигать $0,05 \div 0,1$ массы Солнца.

Исследования эволюции допланетного диска, проведённые в Москве в Объединённом институте физики Земли им. О.Ю. Шмидта, на 10–15 лет опередили подобные исследования на Западе и в Японии. Шаг за шагом были прослежены основные этапы превращения диска в систему планет. Было найдено, что в диске не могли долго поддерживаться крупномасштабные турбулентные движения; вследствие оседания пыли к центральной плоскости должен был образоваться пылевой субдиск. Найден критерий гравитационной неустойчивости для дисков конечной толщины с кеплеровским вращением, позволивший оценить, каковы были первичные сгущения, на которые субдиск мог распасться. Затем исследовано взаимодействие этих сгущений, их уплотнение и превращение в рой твёрдых тел, который, по первоначальному замыслу О.Ю. Шмидта, и был исходным материалом для планет. Время образования роя относительно короткое, порядка 10 тыс. лет.

Весьма важно было определить дисперсию скоростей, т.е. хаотические скорости твёрдых тел (планетезималей), накладывавшиеся на их упорядоченное круговое движение вокруг Солнца. Было показано, что скорости определялись гравитационными возмущениями от крупнейших планетезималей, которые играли важную роль в построении планет.

Закономерности распределения масс (либо размеров) планетезималей были выведены из известных уравнений коагуляции Смолуховского с учётом гравитации тел и их дроблений при столкновениях. Оказалось, что с увеличением размеров количество тел убывает по степенному закону (например, число 10-км тел в 1000 раз больше, чем 100-км, а число 1-км тел — в 1000 раз больше чем 10-км тел), но при этом основная масса сосредоточивается в нескольких наиболее крупных телах. Подобные закономерности имеют место для наблюдаемых кратеров на поверхности Луны и других планет, а также для астероидов главного пояса.

Крупнейшие тела являлись потенциальными зародышами планет. Они постепенно вычерпывали остальные планетезимали, а самые крупные могли захватывать также газ, если он ещё присутствовал в диске. Согласно О.Ю. Шмидту, происходило осреднение наклонов и эксцентриситетов орбит отдельных тел и вырабатывались почти круговые орбиты планет, лежащие в одной плоскости. Процесс роста планет длительный, для планет земной группы он составляет порядка 10^8 лет, а для наиболее удалённых планет Урана и Нептуна — порядка 10^9 лет. Время роста пропорционально периоду обращения планеты вокруг Солнца и обратно пропорционально поверхностной плотности питающих тел и гравитационному сечению растущей планеты. Поверхностная плотность в диске равна массе вещества в вертикальном столбе над единицей поверхности диска. Гравитационное сечение означает способность планеты фокусировать орбиты сближающихся с нею тел; при большой массе планеты и небольших скоростях тел гравитационное сечение может многократно превышать обычное геометрическое сечение (Сафронов, 1969).

Схематическое изображение образования планет из газопылевого диска было дано Б.Ю. Левиным (Левин, 1964) на основании работ О.Ю. Шмидта, Л.Э. Гуревича и А.И. Лебединского, Б.Ю. Левина, В.С. Сафронова, Е.Л. Рускол. Естественно, что за истёкшие годы многие этапы эволюции, которые представлялись вначале лишь в качественном виде, были изучены в количественной форме благодаря разработке компьютерных моделей (с 70-х гг. на Западе, а позднее и в нашей стране), но в целом сценарий был подтверждён (рис. 1).

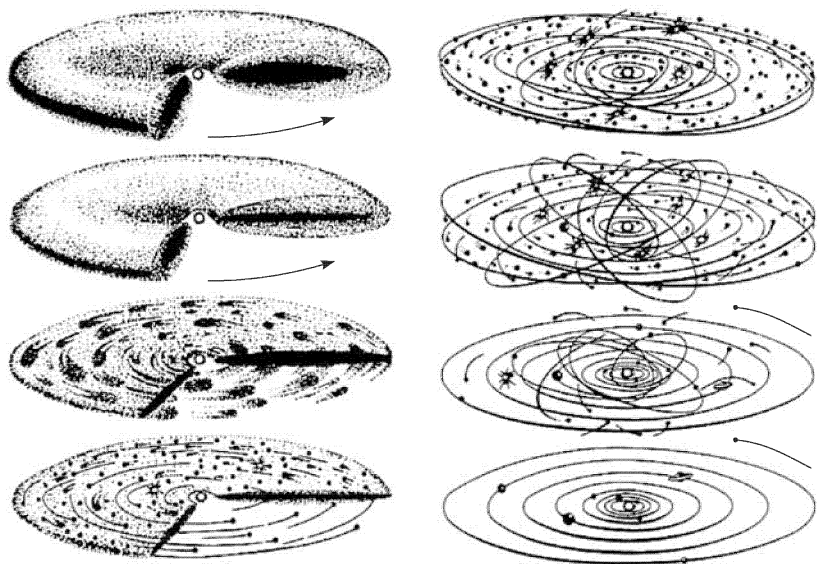


Рис. 1. Эволюция протопланетного облака. Слева — этап превращения пылевого слоя в рой планетезималей, продолжавшийся около 10^4 лет. Справа — этап объединения роя планетезималей в планеты, длившийся около 10^8 лет

Интересной особенностью сценария оказалась возможность обгоняющего роста основного зародыша планеты, на которую впервые указал В.С. Сафронов (1969). Этот тип аккумуляции, т.н. runaway growth (слово введено Дж. Везериллом по аналогии с runaway inflation, т.е. галопирующей инфляцией) способен уменьшить время роста планеты. Некоторые учёные пытались с его помощью сократить время роста Земли 10^8 лет, оценённое В.С. Сафроновым по уточнённой им формуле О.Ю. Шмидта (Сафронов, 1954). Однако анализ сценария runaway, проделанный Дж. Везериллом и В.С. Сафроновым, показал границы его применимости (только начальный этап, пока масса зародыша меньше суммарной массы остальных питающих тел). В целом время роста определяется заключительной стадией т.н. упорядоченного роста, когда все тела растут сообразно своим гравитационным сечениям. Оценка длительности роста 98 % массы Земли за 10^8 лет устояла, она

подтверждается и динамическими расчётами, и данными изотопной геохимии (Витязев и др., 1990). Рост Земли и других планет земной группы происходил в основном уже при отсутствии газовой составляющей допланетного облака, на что указывает состав этих планет. Атмосферы и гидросферы должны были выделиться на них при дегазации и дефлюидизации первоначально твёрдых планетезималей, в том числе и ледяных, забрасываемых с периферии Солнечной системы возмущениями планет-гигантов.

По величине углов наклонов осей вращения планет к оси эклиптики были оценены размеры крупнейших тел, падавших на планеты в процессе роста. Для наклона оси Земли достаточно падения тел с массой в одну тысячную долю её массы, для Урана — тела с массой, равной массе Земли (Сафронов, 1965). Позднее сотрудниками ОИФЗ А.В. Витязевым и Г.В. Печерниковой предел массы для крупнейших тел, падавших на Землю, был увеличен до одной сотой массы Земли, т.е. примерно до массы Луны (Витязев и др., 1990).

Важнейшей задачей для наук о Земле и планетах является изучение их начального состояния, вытекающего из способа их образования. Известно, что О.Ю. Шмидт, В.И. Вернадский, Г.К. Юри, И.С. Шкловский, В.В. Белоусов, А.С. Мониин и другие выдающиеся учёные полностью отвергали представление об образовании Земли из раскалённого газового сгустка. Земля не могла быть также расплавленной жидкой каплей. По идее О.Ю. Шмидта, Земля образовывалась из твёрдых холодных тел и сама вначале была холодной. Сейчас, после проданных расчётов начальной температуры Земли, можно лишь сказать, что наша планета никогда не была одновременно полностью расплавленной, но что её недра становились горячими уже в процессе роста. Наибольший вклад в первоначальный нагрев Земли давали удары крупнейших допланетных тел, энергия которых не полностью излучалась поверхностью, а частично накапливалась на глубине гигантских ударных кратеров размерами в сотни и даже тысячи километров. Эти удары, кроме того, создавали первичные неоднородности в строении верхней мантии Земли. Естественный разогрев вызывался также теплом радиоактивных источников и сжатием недр под давлением вышележащих слоёв. К концу аккумуляции в верхней мантии Земли уже должны были находиться разогретые очаги с температурой порядка 1500 К, в которых происходило плавление силикатных пород и шёл процесс сегрегации железа в земное ядро. При этом поверхность Земли никогда не разогревалась выше 350 К (Сафронов, 1969).

Решающим тестом для теории образования планет служит объяснение происхождения планет-гигантов Юпитера и Сатурна, заключающих в себе 92 % массы всей планетной системы и состоящих в основном из водорода и гелия. Планеты должны были поглотить газы из допланетного диска до того, как ультрафиолетовое и корпускулярное излучение Солнца рассеяло их в пространство, т.е. за время порядка 10^7 лет. Наиболее быстрый способ — это распад газового диска на сгустки вследствие гравитационной неустойчивости и последующее сжатие этих сгустков в планеты. Но тогда масса диска должна была

бы достигать по крайней мере 30 % массы Солнца (Шу и др., 1990) и одновременно должны были бы появиться десятки «юпитеров», имеющих первичный космический состав, идентичный с составом Солнца. Не исключено, что в системах других звёзд с более массивными дисками планеты-гиганты могли образоваться в один этап, путём гравитационной неустойчивости в газовой среде, со своим сценарием дальнейшего развития. Так, несколько условных «юпитеров» должны оказывать взаимные гравитационные возмущения, вырабатывающие орбиты планет с большими эксцентриситетами. Орбиты могут пересекаться и приводить к слиянию «юпитеров» в ещё более крупные тела. Возможно, именно такие планеты-гиганты и наблюдаются уже у некоторых звёзд на довольно близких к ним и при этом вытянутых орбитах (Марси и др., 2000). Будущие исследования покажут, какова природа этих тел, получивших название «экзопланеты».

Между тем, в Солнечной системе существует лишь один Юпитер, в составе которого доля тяжёлых элементов в несколько раз превышает их долю в Солнце, и один Сатурн, у которого примесь тяжёлых элементов ещё в несколько раз выше. У наиболее удалённых планет Урана и Нептуна совсем мало газов (лишь оболочки, содержащие около 10 % массы планет). Орбиты всех четырёх планет-гигантов весьма близки к круговым, с закономерно увеличивающимися расстояниями. Такое строение и расположение планет-гигантов совместимо лишь с их образованием в два этапа: сначала аккумуляция ядер планет из конденсируемых элементов, по типу аккумуляции планет земной группы, а затем присоединение (аккреция) газа в той пропорции, в которой это было возможно в постепенно диссипирующем газовом диске.

Образование Юпитера на его орбите, удалённой от Солнца на 5,2 а. е., обусловлено физико-химическими условиями в допланетном диске. Приблизительно на этом расстоянии находился фронт конденсации водяного льда. Известно, что все тела, обращающиеся внутри орбиты Юпитера, либо безводны, либо содержат мало воды, но крупнейшие спутники Юпитера Ганимед и Каллисто наполовину состоят из воды, и по мере удаления от Солнца вода становится главной составной частью тел. Она преобладает в составе спутников Сатурна, планет Урана и Нептуна и их спутников, а также ядер комет. Именно за счёт конденсации льдов воды и других летучих веществ рост планетезималей в районе Юпитера мог опередить рост таковых в более близкой к Солнцу зоне астероидов.

Возмущения со стороны Юпитера и крупных тел из его зоны питания могли воспрепятствовать аккумуляции «нормальной» планеты в зоне астероидов, поэтому ускоренный рост Юпитера (10^7 лет) подкрепляется ещё одним аргументом. Из двух основных этапов роста планет-гигантов наиболее длительным является аккумуляция ядер из конденсируемых элементов, даже с учётом конденсации льдов. Ядра должны достичь массы по крайней мере в 10 масс Земли для того, чтобы началась эффективная аккреция газов. Процесс аккреции идёт на порядки быстрее, пока поступает газ.

Численное моделирование начальных этапов формирования Юпитера и Сатурна с учётом роста их ядер по схеме *guinawau*, выполненное шестью американскими исследователями (Дж. Поллак и др., 1996), укладывается в требуемый интервал времени. В этой работе предполагается, что зона роста Юпитера является замкнутой, что в ней обращается один зародыш с массой примерно 0,1 массы Земли и множество одинаковых планетезималей радиусами 100 км, которые питают зародыш, а сами не растут; их хаотические скорости остаются малыми. При этом эффективное гравитационное сечение зародыша оказывается в тысячи раз больше его геометрического сечения, что и обеспечивает ускоренный рост. Принимая, что поверхностная плотность конденсируемых веществ в области Юпитера была равна 10 г/см^2 , а в области Сатурна 3 г/см^2 , и что плотность газов водорода и гелия была в 70 раз выше в обеих зонах, Поллак и соавторы нашли, что зародыш Юпитера вырастает до 10 масс Земли за $6 \cdot 10^5$ лет, затем следует стадия медленной аккреции газа, и ядро вместе с оболочкой достигают 20 масс Земли за $8 \cdot 10^6$ лет, когда аккреция становится быстрой. То же у Сатурна достигается за 10^7 лет.

Расчёты газовой аккреции требуют иной численной модели. Итальянские планетологи проделали многие варианты таких расчётов и показали, что Юпитер и Сатурн, по достижении их ядрами критической массы, аккретируют весь доступный газ за $10^4 \div 10^6$ лет (Маньи, Корадини, 1998). Схемы численного моделирования неизбежно упрощены, поэтому В.С. Сафроновым и автором настоящей статьи была проанализирована применимость сценария *guinawau*, с помощью которого были получены описанные результаты и сделаны аналитические оценки для роста ядер планет путём аккреции.

Оказалось, что *guinawau* замедляется примерно в два раза уже на первом этапе роста ядра Юпитера до массы 10 масс Земли, который занимает немногим более 10^6 лет. Это связано в основном с ростом дисперсии скоростей питающих планетезималей, которые возмущаются растущим зародышем.

Гравитационное сечение Юпитера уменьшается, но всё ещё остаётся много больше его геометрического сечения. Рост ядра до критической массы (условно 20 масс Земли) укладывается в срок 10^7 лет. За это время хаотические скорости планетезималей достигают $2 \div 3 \text{ км/с}$ сверх кеплеровской круговой скорости, что позволяет им в перигелиях залетать в зону астероидов. Сами они также растут. Будучи крупнее тел астероидного пояса, залетевшие тела либо «выметают» астероиды, либо возмущают их движения, увеличивая дисперсию скоростей и тем самым замедляя или прекращая их рост (Рускол, Сафронов, 1998). Именно таким представляется сейчас влияние Юпитера, не позволившее образоваться единой планете вместо многих тысяч малых планет. О том, что пояс астероидов — это несформировавшаяся планета, ещё в 1954 г. писал О.Ю. Шмидт, но конкретный механизм, с помощью которого Юпитер помешал её росту, не был тогда ещё раскрыт (Шмидт, 1954).

Аккреция газов водорода и гелия на ядро обеспечила быстрый дальнейший рост Юпитера до его современной массы (318 масс Земли). Численные расчёты подтверждаются выведенным нами приближённым аналитическим выражением, в котором учитывается убыль газа как за счёт его диссипации под воздействием солнечного УФ-и корпускулярного излучений, так и за счёт вычерпывания зародышем планеты. Ближайшая к орбите часть зоны вычерпывается быстро, за $10^3 \div 10^4$ лет, более отдалённые порции газа поступают медленнее. В зависимости от степени турбулизации газа твёрдыми планетезималями, он перетекает к растущей планете и поглощается ею за время порядка $10^4 \div 10^6$ лет.

Разумеется, при дальнейшем росте Юпитера разброс планетезималей его зоны увеличивается, как во внутреннюю, так и во внешнюю зону: многие из них покидают Солнечную систему, часть попадает в облако комет Оорта, простирающееся до 200 тыс. а. е. Поэтому зону Юпитера нельзя считать замкнутой, как это делалось в численной модели в работе Поллака и др. (см. выше). Принятые этими авторами значения поверхностной плотности соответствуют полной массе допланетного диска около 0,03 массы Солнца. С учётом потери части твёрдых тел из зоны планет-гигантов (включая Уран и Нептун), начальная масса диска могла составлять $0,05 \div 0,1$ массы Солнца. Даже в этом случае Уран и в особенности Нептун росли медленнее других планет, за время порядка $10^8 \div 10^9$ лет. За орбитой Нептуна могли также вырасти Плутон и тела пояса Койпера, с радиусами до 1000 км, обращающиеся по почти круговым орбитам на расстоянии около 45 а. е. от Солнца (об этом будет сказано ниже). Под действием возмущений всех планет-гигантов многие ледяные планетезимали выбрасывались на очень большие расстояния, образуя резервуары будущих комет. Оценки показали, что самым активным «выбрасывателем» тел в облако Оорта был Нептун, тогда как возмущения Юпитера были наиболее эффективны в выбрасывании тел за пределы Солнечной системы.

2. Происхождение естественных спутников планет

В настоящее время открыто более 90 спутников планет. В 3-м издании «Четырёх лекций о теории происхождения Земли» (1957 г.) О.Ю. Шмидт высказал общую идею о происхождении спутников: «При образовании планет, в процессе сближения частиц с крупными зародышами планет, некоторые из частиц, сталкиваясь, настолько теряли скорость, что выпадали из общего роя и начинали обращаться вокруг планеты. Таким образом, около планетного зародыша образуется сгущение — рой частиц, обращающихся около него по эллиптическим орбитам. Эти частицы также сталкиваются, изменяют свои орбиты. В уменьшенном масштабе в этих роях будут происходить те же процессы, что и при образовании планет. Большинство частиц упадёт на планету (присоединится к ней), часть же их будет образовывать околопланетный рой и объединяться в самостоятельные зародыши —

будущие спутники планет. При осреднении орбит частиц, образующих спутник, последний приобретает симметричную, т. е. близкую к круговой, орбиту, лежащую в плоскости экватора планеты».

Модель образования Луны, разработанную на основании этой идеи, стали позднее называть моделью коаккреции (на Западе словом *accretion* обозначается и аккумуляция, и аккреция, тогда как в русскоязычных работах слово аккреция обычно применяется для присоединения газовой среды, а аккумуляция — для объединения твёрдых тел). Эта модель может быть применима к планетам земного типа, но она не исчерпывает всех разновидностей образования спутников. Так, у планет-гигантов на стадии аккреции газа должны были образовываться не околопланетные рои, а аккреционные газопылевые диски. В поясе астероидов, где процессы аккумуляции давно сменились разрушительными столкновениями, образование спутников возможно лишь путём фрагментации более крупных родительских тел. Наконец, для системы Земля–Луна в последние два десятилетия рассматривается катастрофическое происхождение как альтернатива коаккреции. Ниже мы кратко обрисовуем эти разновидности на примере Луны, галилеевых спутников Юпитера и астероидной пары Ида–Дактил.

Освоение Луны во второй половине XX в. позволило изучить её внутреннее строение, состав, возраст многих участков поверхности, их геологию, а также приливную историю лунной орбиты. К сожалению, не удалось выработать единого мнения о происхождении Луны. Была отвергнута гипотеза Дарвина об отрыве Луны от быстровращающейся Земли, отпала гипотеза о захвате готовой Луны. Есть общее представление, что Луна образовалась в околоземном диске, но по поводу возникновения диска существуют две крайние версии.

В одной из них предполагается постепенное пополнение диска (роя) допланетным веществом, сопутствующее росту Земли, согласно идее О. Ю. Шмидта или, как это уже отмечалось, — коаккреция. Модель была разработана автором статьи в ОИФЗ (Рускол, 1975) и позднее развита группой американских учёных из Аризонского университета и Института планетных наук в г. Тусоне, США (Херберт и др., 1986). Было показано, что в околоземной рой могло быть захвачено достаточно вещества для аккумуляции Луны, если во время роста Земли плотность частиц в её непосредственной близости была в несколько раз выше плотности «фона» допланетных частиц. Массивный спутник с прямым направлением обращения вокруг Земли мог образоваться на расстоянии в 3–4 раза меньшем, чем современное расстояние до Луны, что вполне согласуется с последующим приливным отодвиганием Луны. Главное отличие химического состава Луны от Земли — низкое содержание железа в Луне ($6 \div 10\%$ по сравнению с 35% в Земле) объясняется преимущественным захватом в околоземной рой самой мелкой фракции допланетных частиц, которые наиболее часто сталкиваются друг с другом. При столкновениях сильнее дробятся каменные породы, и мелкая пыль обогащается силикатами по отношению к железу. Одновременно за счёт испарения теряются летучие и полуметаллические компоненты, которыми, как известно, Луна обеднена.

По определению тусоновской группы, околоземной рой работает как «композиционный фильтр», и таким образом решается проблема различный химического состава Луны и Земли.

Сторонники катастрофического образования околоземного диска предполагают, что этот диск образовался при мегаимпакте — столкновении Земли с крупным допланетным телом, в 1,5–2 раза более массивным, чем Марс (Бенц и др., 1986). При надлежаще направленном касательном соударении выброшенный диск обладает и большой массой, и достаточным угловым моментом для формирования в нём Луны. Решение проблемы химического состава Луны авторы гипотезы мегаимпакта видят в том, что и Земля, и ударившее тело уже успели расслоиться на ядро и мантию, их железные ядра остались в Земле и затем объединились в одно ядро, а диск образовался из силикатных мантий. Необходимо сказать, что, как бы решая проблемы Луны в один приём, мегаимпакт сам создаёт проблемы. Так, энергия мегаимпакта при столкновении ударника с Землёй со скоростью $14 \div 15$ км/с составляет более 10^{39} эрг. Этого достаточно, чтобы расплавить большую часть Земли, а также испарить какую-то её часть. Образуется горячая силикатно-магниевая атмосфера, и Земля в течение $10 \div 100$ лет светит как звезда — коричневый карлик с температурой фотосферы 2000 К. Необходим критический анализ возможности такого этапа в ранней истории Земли.

Гипотеза мегаимпакта не согласуется с почти круговым характером орбиты Земли. Её эксцентриситет в настоящее время равен 0,017, что соответствует участию в аккумуляции Земли крупных тел вплоть до лунной массы, но не марсианской. Подсчёт В.С. Сафронова и А.М. Фридмана показал, что при мегаимпакте эксцентриситет орбиты Земли был бы в 5–10 раз больше (Боярчук и др., 1998). Наконец, гипотеза мегаимпакта придумана специально для Луны, хотя по мнению Д. Стивенсона (1987), наилучшим «кандидатом» на такое происхождение является система Урана с его спутниками. Напомним, что сильный наклон оси Урана к оси эклиптики мог быть вызван ударом тела массой, сравнимой с массой Земли, и следствием такого удара могло быть образование диска в одной плоскости с экватором Урана. Подтверждением этой идеи могла бы стать идентичность химического состава Урана и его спутников, но пока об этом нет достоверных данных.

Гипотеза коаккреции носит более универсальный характер. Спутники должны были появиться у всех четырёх планет земной группы. Исчезновение спутников Венеры и Меркурия объясняется тем, что вращение этих планет сильно замедлено солнечными приливами, и их спутники, испытывая приливное воздействие своих планет, должны были приблизиться к ним и выпасть на их поверхность. Особое место, которое занимает Луна среди спутников по величине её орбитального углового момента, — также результат приливной эволюции. В прошлом Луна была в несколько раз ближе к Земле, а Земля вращалась быстрее, чем сейчас, так что соотношение моментов в системе Земля–

Луна было иным. Луна на много порядков массивнее, чем спутники Марса, хотя масса Марса равна 0,1 массы Земли, но модель коаккреции и предсказывает сильную нелинейную зависимость массы спутников от массы планеты. Наконец, газопылевые аккреционные диски вокруг растущих планет-гигантов можно считать аналогами околопланетных роев, состоящими из двух компонентов — газа и твёрдых частиц.

Систему спутников Юпитера часто сравнивают с миниатюрной Солнечной системой. Регулярный характер орбит галилеевых спутников и четырёх малых спутников, обращающихся вблизи Юпитера, говорят об их образовании из газопылевого диска, хотя спутники не содержат лёгких газов. Их состав варьирует от безводного каменистого у малых спутников и у Ио к каменистому составу Европы с её ледяным покрытием, составляющим десятую долю массы, и к смешанному составу Ганимеда и Каллисто, у которых примерно поровну льда и силикатов. Ещё по наземным наблюдениям было известно закономерное убывание плотности спутников с расстоянием от Юпитера, и это правильно понималось как результат прогревания зоны спутников его излучением. Ранний Юпитер уподоблялся маленькому Солнцу.

Космические исследования укрепили эту точку зрения, дав точные определения плотностей и химического состава спутников. В сочетании с моментами инерции эти данные позволяют сегодня создавать вполне реальные многослойные модели внутреннего строения галилеевых спутников (Кусков, Кронрод, 2001). Прообраз газопылевого диска Юпитера приходится создавать теоретически, на основании данных о массах спутников и предположения о единстве состава диска и Юпитера, опираясь при этом на существующие модели аккреционных дисков у молодых звёзд и Солнца (Макалкин и др., 1999). Полная масса, прошедшая через диск, могла достигать 10 масс Земли, с учётом газов водорода и гелия. Значительная часть этой массы выпала на Юпитер и рассеялась в пространство. Прямое вращение диска обуславливалось тем количеством углового момента, которым обладает объём газа, забираемый из допланетного облака. Этот угловой момент невелик: радиус диска в несколько десятков раз меньше размеров гравитационной сферы Юпитера. Вещество спутников — это последние порции вещества, захваченного в диск на заключительной стадии аккреции Юпитера, когда его фотосфера была ещё горячей, до 1000 К. Одновременно с аккумуляцией спутников шла диссипация газов из диска. Для этого было необходимо не только тепло от Юпитера, но и действие таких механизмов, как турбулентная вязкость и магнитоцентробежное истечение газа. Происхождение маленьких нерегулярных спутников Юпитера, обращающихся далеко за пределами галилеевой системы, никак не связано с газопылевым диском. По предположению, это захваченные при взаимных столкновениях небольшие астероиды или их фрагменты.

В поясе астероидов давно уже известны так называемые семейства, т.е. группы астероидов, хотя и разбросанные в пространстве пояса, но имеющие одинаковые элементы орбит — большую полуось, эксцен-

триситет, наклонение. Есть все основания предполагать, что члены семейства образовались при фрагментации большего, родительского тела при его столкновении с другим астероидом.

Удивительным оказалось то, что у некоторых астероидов обнаружались спутники. Первой зафиксированной на снимке парой оказались астероид 243 Ида и его спутник, названный впоследствии Дактил. Их снял космический аппарат «Галилео» в 1993 г. на своём пути к Юпитеру. Ида имеет неправильную форму с наибольшим диаметром 56 км, он быстро вращается с периодом 4,65 ч. Астероид сильно кратерирован, что говорит о большом возрасте. Спутник имеет диаметр около 1,5 км. Оба принадлежат семейству Коронид, насчитывающему более 50 членов. Размер родительского тела оценивается в 90 км.

Ещё до открытия на саму возможность существования спутников у астероидов указывали С. Вайденшиллинг и др. (1989). Если разрушительное столкновение происходит со скоростью $0,5 \div 1,0$ км/с, то образующиеся фрагменты могут быть крупными и разлетаться со скоростями в десятки м/с. Лабораторные эксперименты показали, что фрагменты, как правило, вращаются. Астероидная пара — это двойной фрагмент. Для удержания спутника необходимо, чтобы его относительная скорость была мала. Подсчёт показал, что орбитальная скорость спутника Иды должна быть около 6 м/с и что уже при 10 м/с пара должна была бы разорваться. В поясе астероидов так мала пространственная плотность тел и низка вероятность возмущений, что возможно долговременное существование пары. Тела оказывают приливное воздействие друг на друга, но из-за малости масс астероидов эти приливы чрезвычайно малы, и время приливной эволюции астероидных пар может измеряться миллиардами лет.

3. Происхождение пояса малых тел на периферии Солнечной системы

Начиная с 90-х гг. XX века открываются всё новые и новые объекты с размерами астероидов, обращающиеся за орбитами Нептуна и Плутона по слабо вытянутым орбитам с полуосями $35 \div 50$ а. е. Их происхождение тесно связано с образованием наиболее удалённых от Солнца планет. Образование пояса малых тел за орбитами Нептуна и Плутона *in situ* естественно, так как плотность диска не могла резко обрываться за орбитой Нептуна (30 а. е.), хотя и убывала по мере удаления от Солнца. В настоящее время известны околозвёздные диски с размерами 100 а. е. и более у молодых звёзд типа Т Тельца. Есть основания предполагать, что масса допланетного диска в несколько раз превышала его т. н. минимальную массу (см. выше).

Ещё в 1954 г. В. С. Сафронов показал, что при массе диска в области $20 \div 30$ а. е., равной современной массе Урана и Нептуна ($2 \cdot 10^{29}$ г), эти планеты не могли бы вырасти из планетезималей за время существования Солнечной системы (4,6 млрд лет); их аккумуляция по типу планет земной группы потребовала бы более 10^{11} лет. Это об-

стоятельство иногда рассматривалось как изъян теории аккумуляции планет. Однако следует учесть особенности роста планет в периферической зоне. Как уже упоминалось выше, время аккумуляции прямо пропорционально периоду обращения вокруг Солнца и поверхностной плотности вещества диска на данном расстоянии; оно обратно пропорционально дисперсии скоростей планетезималей. Время роста может быть сокращено до $\sim 10^9$ лет для Нептуна за счёт большей массы первичных пылевых сгущений, на которые распался пылевой субдиск и из которых образовались компактные тела — планетезимали, а также за счёт уменьшения дисперсии скоростей вследствие выброса более «быстрых» тел из Солнечной системы и, конечно, за счёт большей начальной плотности диска, чем это соответствует современным планетам (Витязев и др., 1990). Все перечисленные факторы, ускоряющие рост Нептуна и Урана, действительно характерны для динамики внешних частей планетной системы. Растущие зародыши планет-гигантов Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна выбрасывали за пределы своих зон питания большое количество твёрдых тел. Часть из них покидала Солнечную систему, часть образовывала резервуары комет, ещё часть попадала в область внутренних планет (Эпик, 1957; Левин, 1960; Сафронов, 1972). Оценки полного количества потерь проводили численно Х. Фернандес и В. Ип, а также М. Дункан с соавторами (см. (Фернандес, Ип, 2001) и цитированную в работе литературу).

Главным критерием достоверности моделей является возможность аккумуляции Урана и Нептуна в приемлемые сроки. Для протопланетного диска с угловым моментом $3 \cdot 10^{52}$ CGS и с массой в пределах $0,1 M_{\odot}$, Фернандес и Ип численно оценивают время роста Урана и Нептуна в 10^8 лет с небольшим коэффициентом. Важен также критерий химического состава Урана и Нептуна. Газы водород и гелий составляют до 20 % (по некоторым источникам) массы Урана и не менее 6 % массы Нептуна. Следовательно, планеты, обладающие ядрами около 15 масс Земли, должны были успеть захватить газ путём аккреции до того, как он диссипировал из Солнечной системы.

Оценка времени жизни газовой компоненты в околозвёздных дисках даёт 10^7 лет (по дефициту излучения молекул CO в дисках старше 10^7 лет). Мог ли газ просуществовать в Солнечной системе более длительные сроки? Рост более близких по расстоянию к Солнцу и более сходных с ним по составу Юпитера и Сатурна «на пределе» укладывается в 10^7 лет (Рускол, Сафронов, 1998). Рост Урана и Нептуна по этой схеме должен быть продолжительнее, чем 10^7 лет. Время диссипации газа из Солнечной системы под действием УФ-излучения Солнца оценивается в $10^{7,5} \div 10^8$ лет (Витязев и др., 1990). Возможность остаточного вычерпывания газов из области $20 \div 30$ а. е. растущими зародышами Урана и Нептуна ещё не исследована.

Аргумент в пользу образования Урана и Нептуна за время, превышающее 10^8 лет, вытекает из гипотезы о «последней интенсивной бомбардировке» (last heavy bombardment). На твёрдых поверхностях тел Солнечной системы — Меркурия, Луны, астероидов, спутников

Марса, Юпитера и Сатурна — распределение наиболее обильных старых кратеров имеет сходный вид, что интерпретируется как результат их происхождения от общего источника бомбардирующих тел, приходящих с далёкой периферии системы. Возраст старых лунных кратеров — от 4,0 до 3,9 млрд лет, т. е. по крайней мере на полмиллиарда лет меньше возраста самих кратерированных тел. С периферии Солнечной системы тела могли залетать в область внутренних планет в результате гравитационных возмущений от крупных тел, в несколько раз массивнее Земли. Если связывать «последнюю интенсивную бомбардировку» с завершающим этапом роста Урана и Нептуна, то время их роста окажется примерно $5 \cdot 10^8$ лет, что в целом согласуется с оценками В. С. Сафронова, Х. Фернандеса и В. Ипа, и других.

Трудности с продолжительностью формирования периферийных планет при аккумуляции из планетезималей с последующей аккрецией газа привели к поиску иных сценариев образования этих планет. В работе Босса, Везерилла и Хагигипура (2002) рассмотрено быстрое (за 10^3 лет) образование всех четырёх планет-гигантов. Предполагалось, что масса M_D составляла $0,13 M_C$, из которых между 20 и 30 а. е. содержалось $0,04 M_C$ (т. е. 40 современных масс Юпитера), и что в диске, а также его газовой составляющей, возникла гравитационная неустойчивость. В результате образовались гигантские протопланеты солнечного состава: Юпитер с его современной массой M_J , Сатурн с массой $2 M_J$, Уран — $2 M_J$ и Нептун — $2,5 M_J$. К таким оценкам привели заданные значения масс ядер из конденсированных элементов: у Юпитера 6 масс Земли (M_E), у Сатурна — $12 M_E$, у Урана — $12 M_E$ и у Нептуна — $16 M_E$. Поскольку протопланеты (кроме Юпитера) содержали огромное избыточное количество газа, они должны были его потерять (в том числе Нептун — 2,45 массы Юпитера M_J). В этой модели ядра планет не образуются первоначально в диске, а выделяются внутри уже образовавшихся сгустков путём оседания к центру. По мнению авторов, огромные первоначальные массы Нептуна и Урана, а также Сатурна, могли быть потеряны с помощью находившейся ранее по соседству (на расстоянии $1/30$ пс) звезды О или В типа, обладавшей мощным УФ-излучением и буквально «сдувшей» лишний газ из протопланет прочь из Солнечной системы. Аргументом в пользу такой гипотезы служит способность яркой ОВ-звезды рассеять своим УФ-излучением за 10^5 лет околозвёздный диск (в работе приводится пример из созвездия Ориона).

Если бы такой сценарий был реальным, то многие представления о строении, составе и эволюции тел на периферии Солнечной системы следовало бы пересмотреть. Однако реальность данного сценария вызывает большие сомнения.

1. При выбранной первоначальной массе допланетного облака ($0,04 M_C$ между 20 и 30 а. е.) всё ещё не достигается критическая плотность для образования устойчивых гигантских протопланет. Есть соображения, что возможно лишь появление некоторых крупномасштабных неоднородностей типа волн плотности.

2. Если бы гигантские протопланеты всё же образовались, то удалить из них газы было бы неизмеримо труднее, чем из протяжённого диска. Сами по себе протопланеты не диссипируют. И. С. Шкловский (1951) показал, что самогравитирующий газовый объект не может рассеяться вследствие термической диссипации даже за время жизни Вселенной ни при каких значениях массы, радиуса и температуры. В силу этого вывода гипотезы о гигантских протопланетах стали непопулярны (для нашей Солнечной системы, во всяком случае). Неудивительно, что в работе (Босс и др., 2002) привлекается внешний источник. Звезда О или В своим УФ-излучением может ионизировать и нагреть до 10 000 К окружающий её водород и создать область НП. Значит, если внешние части протопланеты подвергнутся такому нагреванию, то тепловая скорость атомов достигнет примерно 10 км/с. Это значительно меньше, чем скорость освобождения с поверхности современного Юпитера (60 км/с). Для протонептуна с массой $2,5 M_J$, если он превратился в планету, скорость освобождения с поверхности должна быть около 100 км/с. Только у «размытой» в 100 раз по радиусу протопланеты скорость освобождения с поверхности сравняется с тепловой скоростью газа при 10 000 К. Учитывая масштабы прогрева, звезда О или В должна была сделать областью НП практически всю внешнюю часть Солнечной системы, от орбиты Сатурна (9 а. е.) и далее повсюду, так как сама она находилась где-то на 10 тыс. а. е. от Солнца. Высокая температура газа должна была бы ужесточить требования к критической плотности для гравитационной неустойчивости в диске, между тем они выбраны более слабыми, чем следовало бы (см. выше).

3. Гипотезу о соседстве ОВ-звезды и протосолнечной туманности нельзя проверить наблюдениями, так как за время существования Солнце и звезда могли разойтись на расстояние диаметра Галактики. Однако сильное прогревание периферии Солнечной системы не могло бы остаться бесследным для химического состава тел, населяющих эту зону. Между тем все наблюдаемые факты свидетельствуют, что эти тела состоят из низкотемпературных конденсатов. Как правило, чем дальше тело от Солнца, тем больше летучих и меньше тугоплавких веществ оно содержит, а не наоборот.

Можно заключить, что гипотеза Босса и др. об образовании Урана и Нептуна является очень интересной, но лишь для других планетных систем. Для Солнечной системы она едва ли правдоподобна. С фактическими данными согласуется только гипотеза двухступенчатого роста планет-гигантов, т. е. начальная аккумуляция ядра из конденсированных элементов с последующей аккрецией газов на ядро (для периферийных планет — аккреция остатков газа).

В. С. Сафронов (1996) показал, что если условия в допланетном облаке позволили образоваться Нептуну за время порядка 10^9 лет, то за такое же время за орбитой Нептуна могли образоваться тела пояса Койпера с диаметрами вплоть до 1000 км. Именно такие крупные тела открыты в недавнее время.

Список литературы

- (Беквис и др., 1990) *Beckwith S. V. W., Sargent A. I., Chini R. S., Gusten R.* A survey for circumstellar disks around young stellar objects // *Astron. J.* 1990. V. 99. P. 924–945.
- (Бенц и др., 1986) *Benz W., Slattery W. L., Cameron A. G. W.* The origin of the Moon and a single-impact hypothesis. I // *Icarus*. 1986. V. 66. P. 515–535.
- (Босс и др., 2002) *Boss A. P., Wetherill G. W., Haghighipour N.* Rapid formation of ice giant planets // *Icarus* 2002. V. 156, № 1. P. 291–295.
- (Боярчук и др., 1998) *Боярчук А. А., Рускол Е. Л., Сафронов В. С., Фридман А. М.* Происхождение Луны: спутниковый рой или мегаимпакт? // Докл. РАН. 1998. Т. 361, № 4. С. 481–484.
- (Вайденишilling и др., 1989) *Weidenschilling S. J., Paolicchi P., Zappala V.* Do asteroids have satellites? // *Asteroids II* / Ed. by R. P. Binzel, T. Gehrels, M. S. Matthews. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1989. P. 643–658.
- (Витязев и др., 1990) *Витязев А. В., Печерникова Г. В., Сафронов В. С.* Планеты земной группы. Происхождение и ранняя эволюция. — М.: Наука, 1990. — 296 с.
- (Гуревич, Лебединский, 1950) *Гуревич Л. Э., Лебединский А. И.* Об образовании планет // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1950. Т. XIV. № 4. С. 765–799.
- (Ип и Фернандес, 2001) *Ip W.-H., Fernandez J. A.* Accretional origin of the giant planets and its consequences // *Collisional processes in the Solar System* / Ed. by M. Ya. Marov, H. Rickman. — Netherlands: Kluwer Acad. Publishers, 2001. P. 181–201.
- (Кусков и Кронрод, 2001) *Kuskov O. L., Kronrod A. V.* Core sizes and internal structure of Earth's and Jupiter's satellites // *Icarus*. 2001. V. 151, № 2. P. 204–227.
- (Левин, 1960) *Левин Б. Ю.* О расстояниях и массах планет // *Вопр. космогонии*. 1960. Т. 7. С. 55–58.
- (Левин, 1964) *Левин Б. Ю.* Происхождение Земли и планет. — М.: Наука, 1964. — 116 с.
- (Макалкин и др., 1999) *Макалкин А. Б., Дорофеева В. А., Рускол Е. Л.* Моделирование аккреционного протоспутникового диска Юпитера: оценка основных параметров // *Астрон. вестн.* 1999. Т. 33, № 6. С. 518–526.
- (Маньи и Корadini, 1998) *Magni G., Coradini A.* The formation of Saturn: primordial phases // Preprint IAS CNR. Rome. 1998.
- (Марси и др., 2000) *Marcy G. W., Cochran W. D., Mayor M.* Extrasolar planets around main sequence stars // *Protostars and planets IV* / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 1285–1311.
- (Масевич, 1951) *Масевич А. Г.* Выступление. Труды первого совещания по вопросам космогонии 16–19 апреля 1951 г. — М.: Изд-во АН СССР, 1951. С. 107–117.
- (Поллак и др., 1996) *Pollack J. B., Hubickij O., Bodenheimer P. et al.* Formation of the giant planets by concurrent accretion of solids and gas // *Icarus*. 1996. V. 124. P. 62–85.
- (Рускол, 1975) *Рускол Е. Л.* Происхождение Луны. — М.: Наука, 1975. — 188 с.
- (Рускол, Сафронов, 1998) *Рускол Е. Л., Сафронов В. С.* Рост Юпитера как важный фактор формирования планетной системы // *Астрон. вестн.* 1998. Т. 32, № 4. С. 291–300.

- (Сафронов, 1954) *Сафронов В. С.* О росте планет в протопланетном облаке // Астрон. Ж. 1954. Т. 31, вып. 6. С. 499–510; Избр. труды. — М.: ОИФЗ РАН. 2002. Т. 1. С. 9–19.
- (Сафронов, 1965) *Сафронов В. С.* Размеры наибольших тел, падавших на планеты в процессе их образования // Астрон. Ж. 1965. Т. 42, № 6. С. 1270–1276; Избр. труды. — М.: ОИФЗ РАН. 2002. Т. 1. С. 66–71.
- (Сафронов, 1969) *Сафронов В. С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. — М.: Наука, 1969. — 244 с.; Избр. труды. — М.: ОИФЗ РАН. 2002. Т. 1. С. 87–230.
- (Сафронов, 1972) *Сафронов В. С.* Выброс тел из Солнечной системы в процессе аккумуляции планет-гигантов и формирование кометного облака (перевод с англ. 1972 г.) Избр. труды. — М.: ОИФЗ РАН. 2002. Т. 2. С. 16–20.
- (Сафронов, 1996) *Сафронов В. С.* Аккумуляция малых тел на внешней границе планетной системы // Астрон. вестн. 1996. Т. 30, № 4. С. 291–298; Избр. труды. — М.: ОИФЗ РАН. 2002. Т. 2. С. 224–232.
- (Стивенсон, 1987) *Stevenson D. J.* Origin of the Moon — the collision hypothesis // Ann. Rev. Earth Planet. Sci. 1987. V. 15. P. 271–315.
- (Херберт и др., 1986) *Herbert F., Davis D. R., Weidenschilling S. J.* Formation and evolution of a circumterrestrial disk: constraints on the origin of the Moon in geocentric orbit // Origin of the Moon / Ed. by W. K. Hartmann, R. J. Phillips, G. J. Taylor. — Houston: LPI, 1986. P. 701–730.
- (Шкловский, 1951) *Шкловский И. С.* О возможности объяснения различий в химическом составе Земли и Солнца термической диссипацией лёгких газов // Астрон. Ж. 1951. Т. 28, вып. 4. С. 234–243.
- (Шмидт, 1944) *Шмидт О. Ю.* Метеоритная теория происхождения Земли и планет // ДАН СССР. 1944. Т. 45, № 6. С. 245–249.
- (Шмидт, 1951) *Шмидт О. Ю.* Доклад: Проблема происхождения Земли и планет. Труды первого совещания по вопросам космогонии 16–19 апреля 1951 г., Москва. — М.: Изд-во АН СССР, 1951. С. 9–32.
- (Шмидт, 1954) *Шмидт О. Ю.* О происхождении астероидов // ДАН СССР. 1954. Т. 96, № 3. С. 449–452.
- (Шмидт, 1957) *Шмидт О. Ю.* Четыре лекции о теории происхождения Земли и планет. — М.: Изд-во АН СССР, 1957. — 140 с.
- (Шу и др., 1990) *Shu F. H., Tremaine S., Adams F. C., Ruden S. P.* Sling amplification and eccentric gravitational instability in gaseous disks // Astrophys. J. 1990. V. 358. P. 495–514.
- (Эпик, 1951) *Opik E. J.* Collision probabilities with the planets and distribution of interplanetary matter // Proc. Roy. Irish Acad. Ser. A. 1951. V. 54. P. 165–199.

ОТ ЮПИТЕРА К МАРСУ — ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ КОСМОГОНИЯ

В. Н. Жарков

Институт физики Земли РАН, Москва

Обсуждаются проблемы геофизической космогонии, исходя из представлений о том, что модели внутреннего строения Земли, планет и спутников являются важнейшими граничными условиями в космогонической проблеме.

1. Введение

Модель Земли — основное понятие геофизики. Модели Земли, планет и спутников являются важнейшими граничными условиями в космогонической проблеме — задаче образования Солнечной системы и её ранней истории. В связи с общим прогрессом геофизики и развитием космических исследований в настоящее время заметно улучшены модели внутреннего строения планет-гигантов и Марса. Это привело к внесению коррективов в космогоническую концепцию.

Образование планет-гигантов рассматривается на основе двух главных гипотез [1, 2]. Согласно первой гипотезе, восходящей ещё к Лапласу, планеты-гиганты образуются как следствие неустойчивости в газе протосолнечной туманности, когда газ туманности распадается на кольца и материал последних собирается в планету. В этом случае планета должна иметь тот же состав, что и Солнце. Эта гипотеза находится в противоречии с современными моделями планет-гигантов. По второй гипотезе образование планет-гигантов, грубо говоря, распадается на две стадии. Вначале пылевая компонента, состоящая из льдов, силикатов, железа и его соединений, объединяется в прототела (планетезимали), которые при столкновениях постепенно аккумулируются в протоядра планет с массой в несколько масс Земли ($M_{\oplus}$). Эти зародыши планет могут быть погружены в заметную первичную водородно-гелиевую атмосферу. По мере того, как масса таких возникающих «гравитационных центров» достигает некоторое критическое значение, возникает неустойчивость в первичном газопылевом облаке и происходит аккреция газа на протоядра планет. Масштаб времени образования планет определяется временем образования зародышей — их протоядер.

Вторая схема образования планет находится в русле космогонических идей О.Ю. Шмидта. Она часто обсуждается в терминах модели Мизуно [3], согласно которой критические значения масс

ядер всех планет-гигантов приблизительно равны и составляют примерно $10 \div 15 M_{\oplus}$. Однако последние модели планет-гигантов [4, 5] не подтверждают гипотезу Мизуно о приближённом равенстве масс $\sim 10 \div 15 M_{\oplus}$ для зародышей всех планет-гигантов, на которые происходила аккреция газа. Это видно в моделях планет, описанных в данных работах.

В этих же работах путём вариаций параметров задачи было рассмотрено большое разнообразие моделей Юпитера и Сатурна. Было оценено, что Юпитер при своём образовании недобрал до солнечного состава примерно от 2 до 5 планетных масс газовой водородно-гелиевой компоненты (Г-компоненты), соответственно Сатурн недобрал 11–14 планетных масс этой компоненты. Таким образом, формирование этих планет должно было идти по схеме Шмидта, через образование зародышевых ядер, а не по схеме Лапласа. Массы самих зародышевых ядер (из вещества конденсата — льдов, силикатов, железо-никеля, сернистого железа, обозначаемых ТК.ЛЭ-компонента: ТК — тяжёлая компонента, Л — ледяная компонента) лежат в пределах $3 \div 3,5 M_{\oplus}$ для Юпитера и $3 \div 5,5 M_{\oplus}$ для Сатурна.

Дальнейшее изложение посвящено гипотезе о роли Юпитера в образовании Марса и Земли, в п. 3 оценивается время образования Юпитера на основе расчёта времени образования Марса, в п. 4 излагается гипотеза о роли Юпитера в образовании планет-гигантов. В п. 5 обсуждается, на какой вопрос может дать ответ построение модели внутреннего строения Марса, в п. 6 сделано краткое заключение.

2. Роль Юпитера в образовании Марса и Земли

Возникновение Юпитера оказало огромное влияние на образование планет земной группы. Фактически, планетезимали из зоны роста Юпитера разрушили зону питания пояса астероидов, масса которого $\sim 10^{-3} M_{\oplus}$, и зону питания Марса, который, по минимальной оценке, должен был бы иметь массу в 20 раз большую (из ТК-материала), чем масса современной планеты. Это поднимает вопрос о степени разрушения зоны питания Земли — вопрос настолько трудный, чтобы дать на него количественный ответ.

Оценим поверхностную плотность ТК-компоненты в зоне питания Марса следующим образом. В соответствии с теорией роста планет, полуширина зоны питания растущей планеты земной группы составляет $\sim 0,2r$ (r — радиус планетной орбиты) и несколько больше на расстояниях формирования планет-гигантов. Таким образом, зная массы планет, а в случае планет-гигантов массы содержащихся в них ТК- и Л-компонент, которые определены на основе построенных моделей, мы можем, в конечном счёте, вычислить распределение начальной поверхностной плотности α_0 твёрдой компоненты планеты с помощью формулы

$$\alpha_0 = \frac{M_P}{0,8\xi\pi r^2}, \quad (1)$$

где M_p — масса планеты или её ТК-компоненты и ξ — коэффициент порядка единицы.

Однако формула (1) не применима для оценки начальной поверхностной плотности пылевой компоненты в зоне питания Марса. Существенное уменьшение поверхностной плотности в этой зоне произошло из-за резонансных возмущений со стороны образующихся планет-гигантов. Кроме того, планетезимали из зоны Юпитера разрушали эту зону.

Мы можем оценить искомую начальную поверхностную плотность, предположив, что она описывается степенным законом и является плавной непрерывной функцией расстояния от центра солнечной туманности. Например,

$$\alpha(r) = \alpha_0 r^{-3/2}, \quad (2)$$

где r измеряется в а. е. [7].

Искомая оценка может быть получена путём простой интерполяции, если провести гладкую кривую через три точки, которые определяют поверхностную плотность ТК-компоненты в зонах Венеры, Земли и Юпитера, а также с учётом (1).

Полученный результат согласуется и с утверждением, что поверхностная плотность в зоне астероидов могла иметь тот же порядок величины, как и зонах Земли и Юпитера [8]. Мы знаем массы Венеры и Земли с большой точностью, а масса силикатной компоненты в Юпитере (по расчётным моделям) составляет $\sim 15 \div 20 M_{\oplus}$. В результате получается величина $\alpha_0 \sim 9,5 \text{ г/см}^2$ для начального значения поверхностной плотности в зоне роста Марса. Тогда, предполагая, что влиянием Юпитера можно пренебречь, мы находим по формуле (1), что при аккумуляции Марс мог собрать массу порядка $1,2 \cdot 10^{28} \text{ г}$. Реальная же масса Марса близка к $6,4 \cdot 10^{26} \text{ г}$. Таким образом, Марс аккумулировал примерно только 5 % материала из своей зоны питания. Мы видим, что влияние Юпитера было существенным, так как после его образования зона питания Марса была разрушена за космогонически короткое время.

Большие поверхностные плотности материала в зонах питания растущих планет могли существенно уменьшить время их формирования (см. приведённые ниже формулы (3) и (4)). Вероятный сценарий образования Юпитера показывает, что если Юпитер во время образования выбросил из своей зоны такую же массу конденсата, которая содержится в его газовой оболочке, то тогда бы в его зоне питания (и в зоне Марса) исходная плотность конденсата могла бы быть в два раза большей. А если бы масса выброшенного конденсата была бы порядка массы планеты, то исходная поверхностная плотность была бы примерно в 5 раз большей. Высказывалось также предположение, что полная масса пылевой компоненты в зонах питания планет-гигантов могла превосходить на порядок величины массу твердотельного материала, который вошёл в состав этих планет [8].

Можно также представить, что эффект Юпитера привёл к частичному разрушению зоны питания Земли, и, в частности, эффект Юпитера явился причиной полёта тела с массой $\sim M_\oplus$ и его столкновения с заканчивающей рост Землёй, что привело к образованию Луны (гипотеза мегаимпакта). В этом случае исходная поверхностная плотность в зоне питания Земли должна была быть больше и, соответственно, время формирования Земли было несколько меньше, чем это обычно принимается.

Модель аккумуляции планет земной группы из двух химически сильно различающихся составляющих — восстановленной компоненты A и окисленной компоненты B — была предложена Рингвудом [9, 10] и Вэнке [11] (см. также [12]).

На основе оценок валового состава Марса Дрейбус и Вэнке [13] заключили, что весовое отношение компонент A к B для Марса равно 60 : 40, а для Земли 85 : 15. Аккумуляция Марса происходила почти в однородном, а Земли — в неоднородном режиме. В работе [12] было предположено, что добавление существенной части окисленной компоненты B произошло лишь после того, как растущая Земля приобрела примерно две трети от современной массы. Вероятно, что компонента A преобладала в области и внутри орбиты Земли, в то время как компонента B доминировала в зоне пояса астероидов. В случае Земли материал компоненты B добавлялся на заключительной стадии аккумуляции планеты, так как перенос материала из зоны, расположенной

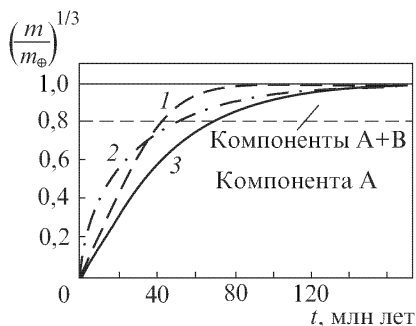


Рис. 1. Кривые роста Земли по данным разных авторов: 1 — [15], 2 — [16], 3 — [17]

за орбитой Марса, требовал дополнительного времени. Очевидно, что этот заключительный перенос материала связан с возмущающим влиянием Юпитера на орбиты планетезималей (см. также [14]).

На рис. 1 показаны кривые роста для образования Земли, рассчитанные разными авторами [15, 16, 17]. Линия, параллельная оси времени при $(m/m_\oplus)^{1/3} = 0,8$, отделяет первую стадию формирования Земли, во время которой происходит аккумуляция компоненты A , от второй стадии, когда аккумулируются

компоненты A и B . Возможно, влияние Юпитера приводит к уменьшению времени образования Земли в 2 раза по сравнению с временем, рассчитанным с помощью теоретических оценок [15, 16, 17]. Полезно также заметить, что после того, как начали проявляться возмущения со стороны Юпитера, зоны питания растущих планет земной группы становятся открытыми системами, и стандартная космогоническая теория становится неприменимой.

3. Время образования Юпитера

В результате прогресса в построении моделей планет-гигантов [18, 19, 4, 5] и космогонических сценариев [20, 21] схема образования планет, по крайней мере, Юпитера и Сатурна, распадается на четыре стадии. Пылевая компонента протопланетного диска завершает первую стадию образования планетезималей путём оседания в центральной плоскости, образования пылевого диска и распада последнего на пылевые сгущения. На второй стадии, наиболее продолжительной, которая, по существу, определяет временную шкалу образования планеты, происходит аккумуляция планетезималей при их столкновениях и образовании ТКЛ ядра планеты — её зародыша. Когда масса зародыша достигает критической величины $\sim 3 \div 5 M_{\oplus}$ (зародыш может быть погружён в заметную водородно-гелиевую оболочку), наступает третья стадия в результате потери устойчивости газовой компоненты протопланетного диска в окрестности растущей планеты, и компонента аккрецирует на зародыш за космогонически короткое время $\sim 10^4 \div 10^5$ лет [21]. После этого наступает непродолжительная четвёртая стадия, на которой завершается формирование планеты. На этой стадии образовавшийся мощный гравитационный центр расчищает свою зону питания путём «выметания» оставшихся планетезималей и их рассеяния — выбрасывания из своей зоны питания (характерным примером может служить Юпитер). Этот процесс может включать суммарную массу прототел порядка массы планеты [8].

Получить оценку, ограничивающую время образования Юпитера, можно двумя путями. С одной стороны, это время не может быть больше, чем τ_T — время, которое Солнце находится в стадии Т Таури, когда мощное корпускулярное излучение приводит к диссипации Г-компоненты протопланетной туманности, скажем $\tau_T \sim 10^7$ лет. С другой стороны, используя теорию роста планет земной группы, мы можем оценить время образования Марса, которое, в соответствии со сказанным выше, будет также временем образования Юпитера. Согласие обеих оценок будет означать, что идеи, на основе которых получены оценки, взаимно согласуются.

В работе [16] получено приближённое аналитическое выражение для оценки времени роста планеты при заданной плотности пылевого слоя. Это применимо для зон, в которых происходит образование планет земной группы, и где можно пренебречь влиянием газа и выбросом тел.

В действительности, газовой компоненты не было в рассматриваемых зонах на протяжении большей части времени образования планет земной группы. Об этом свидетельствуют гранулы метеоритного материала, которые сохранили следы облучения солнечным ветром. Эти гранулы длительное время экспонировались в солнечном ветре до образования астероидов, которые являются родительскими телами метеоритов. В то время не должно было быть даже следов газа, так как

и тысячной доли начальной концентрации газа было бы достаточно, чтобы полностью экранировать солнечное излучение ¹⁾.

Время, за которое планета дорастает до 97 % от значения её максимально возможной массы, равно

$$t_{(97\%)} = 5,3D, \quad (3)$$

где

$$D = \left(\frac{6\pi}{M_S} \right)^{1/4} \frac{\delta^{3/4} r^{5/4} P}{(2\alpha_0)^{1/2} \Theta^{1/4} (1 + \Theta)}. \quad (4)$$

Здесь M_S — масса Солнца, r — расстояние от Солнца растущей планеты, P — орбитальный период планеты, δ — плотность зародыша планеты (предполагается постоянной), α_0 — начальная поверхностная плотность материала в зоне питания планеты и Θ — безразмерный параметр, описывающий средние относительные скорости тел в допланетном рое во время аккумуляции ($\Theta \sim 3 \div 5$).

Формула, дающая время роста Марса, имеет вид

$$t_{(5\%)} = 0,77D \quad (5)$$

(напоминаем, что из-за эффекта Юпитера Марс вобрал в себя при образовании всего 5 % материала из своей зоны питания).

Уравнение (5) также ограничивает время образования Юпитера значением $\sim 1,7 \cdot 10^7$ лет. Это значение примерно равно времени, которое Солнце проводит в стадии Т Таури. Обсуждение времени аккумуляции ядра Юпитера на основе теории аккумуляции планет дано в работе [22].

4. О роли Юпитера в образовании планет-гигантов

Согласно космогоническим сценариям, образование зародышей планет-гигантов происходит в газовой среде за характерное время t_{for} [21]

$$t_{\text{for}} = 0,22 \frac{10^4}{f^2 (1 + 2\Theta/f)} \left(\frac{m}{18 \text{ г}} \right)^{1/3} \left(\frac{r}{1 \text{ а.е.}} \right)^3, \quad (6)$$

где $f \sim 2,8$ — численный коэффициент, возникающий из-за захвата растущим зародышем планетезималей, входящих в его сферу Роша, Θ — численный параметр (порядка единицы), который учитывает гравитационную фокусировку при столкновении планетезималей с растущим зародышем планеты, m — значение критической массы ТКЛ ядра планеты и r — расстояние от Солнца в астрономических единицах.

¹⁾ Этот вопрос до конца не ясен, так как не исключено, что турбулентность в газопылевом диске размывает пылевой слой, не позволяя ему достигнуть критической плотности. Возможно, пылевые сгущения растут и уплотняются путём объединения при столкновениях.

Время роста (или образования) зародыша планеты пропорционально кеплеровскому орбитальному периоду t_K планеты, обращающейся вокруг Солнца ($t_K \sim r^{3/2}$) и обратно пропорционально поверхностной плотности α_S пылевой компоненты протопланетного диска. В результате $t_{\text{for}} \sim r^3$ в уравнении (6). Подстановка стандартных значений параметров в (6) даёт $t_{\text{for}} \sim 10^9$ лет для Сатурна, $\sim 10^{10}$ для Урана и $\sim 10^{11}$ лет для Нептуна.

В работе [23] была предложена новая модель для распределения конденсата (ТК- и Л-компонент) в протопланетном диске и было выполнено численное моделирование процесса аккумуляции планет. В результате получены несколько меньшие значения для t_{for} : $8 \cdot 10^7$, $3 \cdot 10^8$, $1,3 \cdot 10^9$ и $1,8 \cdot 10^9$ лет для Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна, соответственно.

Построение моделей планет-гигантов показало, что их состав существенно отличается от солнечного состава — эти планеты обогащены ТКЛ-компонентой. Выше мы видели, что Юпитер потерял $\sim 2 \div 5$ планетных масс Г-компоненты во время процесса своего образования. Аналогичные величины для Сатурна, Урана и Нептуна равны ~ 10 , ~ 44 и ~ 46 планетных масс.

По современным представлениям, потеря газовой компоненты из протопланетного диска происходила во время образования планет, когда молодое Солнце находилось в активной стадии Т Таури с характерным временем $\sim 10^7$ лет. Однако совершенно очевидно, что в рамках сложившихся космогонических концепций (см. формулу (6)) согласовать время образования Сатурна, Урана и Нептуна с характерным временем продолжительности нахождения молодого Солнца в активной фазе Т Таури невозможно. Чтобы обойти эту трудность, мы обратились к работам, в которых методом численного моделирования изучалось поведение ансамблей планетезималей [24, 8]. Из этих исследований вытекало, что после введения в ансамбль планетезималей зародыша, содержащего несколько сотен земных масс, новый объект начинает возмущать траектории планетезималей, в том числе выметая их из своей зоны. В результате многие планетезимали начинают отклоняться далеко от орбиты зародыша, и эти деформации орбит происходят за космогонически короткий интервал времени.

Имея в виду эти результаты, мы предложили следующий механизм для образования Сатурна, Урана и Нептуна. После аккреции газа зародыш прото-Юпитера стал выметать планетезимали из своей зоны питания и возмущать орбиты некоторых из них таким образом, что они стали проникать в области, далёкие от зоны роста Юпитера, например, в направлении зоны образования Сатурна. Некоторая большая планетезималь, близкая по массе к критической массе зародыша Сатурна, была «вытолкнута» в зону питания Сатурна за космогонически короткое время $\sim 10^4 \div 10^5$ лет, собирая по пути планетезимали, аккрецируя газовую оболочку и образуя массивный прото-Сатурн. Как было показано в только что процитированных работах, два мощных гравитационных центра, Юпитер и Сатурн, очень быстро

деформировали орбиты планетезималей, так что те начали проникать вначале в зону питания Урана, а затем и в зону питания Нептуна. Среди этих планетезималей некоторые были достаточно большими, с массами в несколько масс Земли, имели заметные газовые оболочки, которые были захвачены ещё в зонах питания Юпитера и Сатурна до диссипации газа из протопланетной туманности.

Большие зародыши Урана и Нептуна выполняют двойную роль. С одной стороны, появление крупных зародышей в зонах питания Урана и Нептуна позволяет образовать обе планеты путём вычерпывания планетезималей за космогонически разумное время $\sim 10^8$ лет. С другой стороны, эти зародыши успели захватить газовые оболочки с массами $\sim 1 \div 1,5 M_{\oplus}$ в зонах питания Юпитера и Сатурна ещё до диссипации газа из протопланетного диска. Таким образом, разрешается проблема наличия газовых компонент на Уране и Нептуне, несмотря на тот факт, что образование этих планет происходит за время заметно большее, чем характерное время продолжительности стадии Т Таури.

Предложенная гипотеза образования планет-гигантов всё ещё является схематичной по своей природе и будет приобретать конкретные черты по мере развития. В работе [25] привлечено внимание к тому факту, что при низких температурах водородные соединения (Л-компонента) протопланетного диска были обогащены дейтерием, что затем должно проявиться в изотопном составе внешних газовых оболочек планет-гигантов. В настоящее время получены данные об отношениях D/H в атмосферах Юпитера ($2,0_{-0,6}^{+0,6} \times 10^{-5}$), Сатурна ($1,6_{-1,0}^{+1,6} \times 10^{-5}$), Урана ($7,2_{-3,6}^{+1,2} \times 10^{-5}$) и Нептуна ($12_{-8}^{+12} \times 10^{-5}$) [26]. Эти данные качественно согласуются с моделью образования планет-гигантов, изложенной выше. Уран и Нептун содержат заметно большую концентрацию Л-компоненты во внешней газовой оболочке, чем Юпитер и Сатурн, и, соответственно, отношение D/H в их атмосферах повышено.

5. Согласуется ли модель внутреннего строения Марса с хондритовым составом планеты?

Модели внутреннего строения Марса разрабатываются исходя из предложенных химических моделей планеты. При этом, естественно, они должны удовлетворять значению массы $M = 6,4 \cdot 10^{26}$ г, среднего радиуса $R = 3390$ км и, что особенно сильно ограничивает распределение плотности $\rho(l)$ в планете (l — глубина), значению среднего момента инерции I , которое по данным МИССИ Mars Pathfinder (MPF) равно [27]

$$\frac{I}{MR^2} = \frac{A + B + C}{3MR^2} = 0,3642 - 0,3678, \quad (7)$$

где C — полярный, а A и B — экваториальные моменты инерции.

Наиболее широкое распространение получила химическая модель, предложенная Вэнке и Дрейбус (DW-модель) [11, 12, 13]. При построении DW-модели учитывался состав SNC — марсианских метеоритов, данные о составе Земли и были использованы известные корреляционные соотношения между различными космохимическими элементами. Состав Земли и Марса рассматривается как некоторая смесь компонент *A* и *B*. В компоненте *A* вещество сильно восстановлено. Прототела, состоящие из компоненты *A*, заполняли зону питания формирующейся Земли. В компоненте *B* вещество сильно окислено и содержит все элементы, включая летучие, с распространённостями, как и у метеоритов класса C1. Из компоненты *B* состояли прототела в зоне, где в настоящее время расположен пояс астероидов.

На основе своих оценок валового состава Марса в работе [12] пришли к заключению, что компоненты *A* и *B* в планете смешаны в отношении 60 : 40, а для Земли это составляет 85 : 15. Было сделано заключение, что аккреция Марса шла почти однородно, в противоположность химически неоднородной аккреции Земли. Эффект Юпитера, о чем мы уже говорили в п. 2, является причиной особенностей формирования обеих планет. Таким образом, космохимический подход, приводящий к созданию химической модели Марса с одной стороны, и геофизические методы, о чем мы скажем ниже, позволяющие построить модель внутреннего строения Марса, работают на космогонию. Хондритовая DW-модель и две другие хондритовые химические модели Марса [28, 29] показывают весовое отношение $\text{Fe/Si} = 1,7$.

Основными варьируемыми параметрами при создании моделей внутреннего строения Марса являются: содержание железа в силикатах мантии — так называемое железное число $\text{Fe\#}$ (равное молекулярному отношению железа к сумме железа и магния $\text{Fe}/(\text{Fe} + \text{Mg})$), содержание серы и водорода в железном ядре планеты и мощность коры.

В работе [30] построен набор моделей внутреннего строения Марса при широком варьировании перечисленных выше параметров. Оказалось, что если ядро Марса не содержит водорода, то модельное значение отношения Fe/Si заметно меньше хондритового значения 1,7. При содержании серы в ядре 14 вес. % модельное отношение $\text{Fe/Si} \approx 1,35$. При увеличении содержания серы в ядре до 36 вес. % (то есть ядро состоит из FeS) модельное отношение Fe/Si возрастает до 1,46.

Наличие водорода в ядре планеты повышает модельное отношение Fe/Si в планете. Так, при наличии в ядре 50 мол. % водорода $\text{Fe/Si} = 1,55$, а при 70 мол. % $\text{Fe/Si} = 1,68$. Таким образом, решить проблему — содержит ли ядро Марса заметное количество водорода — можно с помощью эксперимента по определению с хорошей точностью радиуса ядра планеты. Заметное содержание водорода в ядре не только приближает отношение Fe/Si к хондритовому отношению, но и сильно понижает температуру плавления.

На рис. 2 изображена одна из типичных пробных моделей внутреннего строения Марса, включающая также распределение скоростей продольных и поперечных волн — модель M6 из [30]. Эта модель имеет

следующие значения параметров: $\text{Fe}\# = 0,22$, содержание серы в ядре 14 вес. %, содержание водорода в ядре 50 мол. %, масса ядра 19,6 вес. %, радиус ядра 1662 км, давление на границе ядро-мантия 20,8 ГПа, толщина коры 50 км, безразмерный момент инерции $I/MR = 0,3662$, содержание Fe в планете 25,6 вес. %, значение $\text{Fe/Si} = 1,55$, перовскитовый слой на дне мантии отсутствует.

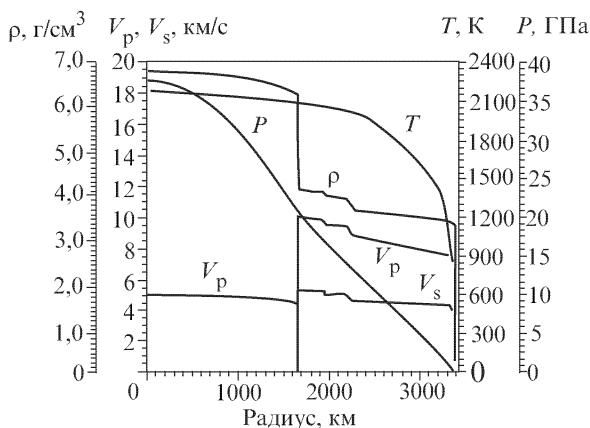


Рис. 2. Распределение плотности ρ , давления P , температуры T и скоростей P - и S -волн как функции радиуса для модели М6. Параметры модели приведены в тексте

Если же окажется, что состав Марса отличается от хондритового, то это приведёт к новому направлению научной мысли в проблеме образования планет земной группы.

6. Заключение

В этой статье обсуждалась роль Юпитера в образовании планет, и совершенно очевидно, что эта роль была весьма существенной. Следует, однако, подчеркнуть, что почти все проблемы, связанные с эффектами Юпитера, находятся ещё в начальной стадии своего изучения.

По нашей просьбе С.И. Ипатов [61] использовал компьютерные моделирования для изучения роли Юпитера в образовании Сатурна, Урана и Нептуна. Он пришёл к следующим выводам. Результаты компьютерных моделирований показали, что если даже начальные орбиты зародышей Сатурна, Урана и Нептуна, с массами в несколько земных масс, обладали большими эксцентриситетами, то затем эксцентриситеты этих растущих планет могли уменьшаться и эволюционировать к своим современным значениям. Например, зародыш Сатурна мог уменьшать свой эксцентриситет за счёт аккреции газа. Зародыши же Урана и Нептуна уменьшали свои эксцентриситеты в основном из-за гравитационных взаимодействий с планетезималями.

Исследование моделей, принимавших во внимание миграцию тел, первоначально находившихся за орбитой Сатурна в направлении к Юпитеру, показало, что почти сформировавшийся Сатурн мог мигрировать от зоны Юпитера. В свою очередь, зародыши Урана и Нептуна, с массами в несколько масс Земли, могли мигрировать от зоны Сатурна, двигаясь всё время по орбитам с малыми эксцентриситетами.

Из проведённого рассмотрения следует главный вывод — процесс образования планет можно разделить на две основные фазы. В первой фазе планета растёт, собирая материал из своей зоны питания, которую приближённо можно рассматривать как замкнутую систему. После образования Юпитера ситуация коренным образом меняется и процессы миграции тел по радиусу как в направлении к Солнцу, так и к периферии становятся существенными. Отсюда следует, что образование всех планет было многокомпонентным в том смысле, что каждая планета получала материал из различных зон питания, имевших свойственный им химический и изотопный состав. На заключительной стадии роста планет земной группы они могли получить материал Л-компоненты из зон Урана и Нептуна. До образования Юпитера планеты формировались из сравнительно химически однородного материала своих зон питания.

Таким образом, одна из основных проблем теории Земли состоит в выяснении, из какого материала формировалась наша планета, на которой, в конечном итоге, создались условия для возникновения жизни. Эта проблема является не только сложной, но и достаточно неопределённой.

Список литературы

1. *Pollack J. B.* Formation of the giant planets and their satellite ring systems // *Protostars and planets II* / Ed. by D. C. Black, M. S. Matthews. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1985. P. 791–831.
2. *Bodenheimer P.* Evolution of the giant planets, I.c. P. 873–894. 1985.
3. *Mizuno H.* Formation of the giant planets // *Progr. Theoret. Phys.* 1980. V. 64. P. 544–557.
4. *Zharkov V. N., Gudkova T. V.* Models of giant planets with a variable ratio of ice to rock // *Ann. Geophys.* 1991. V. 9. P. 357–366.
5. *Gudkova T. V., Zharkov V. N.* Models of Jupiter and Saturn after Galileo mission // *Planet. Space Sci.* 1999. V. 47. P. 1201–1210.
6. *Zharkov V. N.* The role of Jupiter in the formation of planets // *Geophys. Monograph* 74, IUGG. 1993. V. 14. Am. Geophys. Union. P. 7–17.
7. *Safronov V. S., Ruskol E. Z.* On the origin and initial temperature of Jupiter and Saturn // *Icarus.* 1982. V. 49. P. 284–296.
8. *Иванов С. И.* Миграция планетезималей во время последней стадии аккумуляции планеты-гиганта // *Астрон. вестн.* 1989. Т. 23. С. 27–38.
9. *Ringwood A. E.* Composition of the core and implications for origin of the Earth // *Geochem. J.* 1977. № 11. P. 11–135.
10. *Ringwood A. E.* On the Origin of the Moon. — N.Y.: Springer Verlag, 1979.

11. *Wanke H.* Composition of terrestrial planets // *Phil. Trans. R. Soc. London.* 1981. V. A303. P. 287–302.
12. *Dreibus G., Wanke H.* Supply and loss of volatile constituents during the accretion of terrestrial planets // *Origin and Evolution of Planetary and Satellite Atmosphere* / Ed. by S.K. Atreya et al. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1989. P. 268–288.
13. *Dreibus G., Wanke H.* Volatiles on Earth and Mars: A comparison // *Icarus.* 1987. V. 71. P. 225–240.
14. *Жарков В. Н.* Внутреннее строение Марса — ключ к пониманию образования планет земной группы // *Астрон. вестн.* 1996. Т. 30. P. 514–524.
15. *Сафронов В. С.* Эволюция протопланетного облака и образование Земли и планет. — М.: Наука, 1969.
16. *Витязев А. В., Печерникова Г. В., Сафронов В. С.* Предельные массы, расстояния и времена для аккумуляции планет земной группы // *Астрон. Ж.* 1978. Т. 55. P. 107–112.
17. *Wetherill G. W.* Formation of the terrestrial planets // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1980. V. 18. P. 77–113.
18. *Жарков В. Н., Макалкин А. Б., Трубицын В. П.* Модели Юпитера и Сатурна. I. Исходные данные // *Астрон. Ж.* 1974. Т. 51. P. 829–840.
19. *Жарков В. Н., Макалкин А. Б., Трубицын В. П.* Модели Юпитера и Сатурна. II Строение и состав // *Астрон. Ж.* 1974. Т. 51. P. 1288–1297.
20. *Сафронов В. С., Витязев А. В.* Происхождение Солнечной системы // *Итоги науки и техники. Сер. астрономия.* 1983. Т. 24. P. 5–93.
21. *Hayashi C., Nakazawa K., Nakagawa Ay.* Formation of the solar system // *Protostars and Planets II* / Ed. by D.C. Black, M.S. Matthews. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1985. P. 1100–1153.
22. *Жарков В. Н., Козенко А. В.* Время образования Юпитера // *Письма в Астрон. Ж.* 1989. Т. 15. P. 745–749.
23. *Horedt G. P.* Evolutionary models of the planets // *Astron. Astrophys.* 1988. V. 202. P. 284–294.
24. *Ip W. H., Fernandez J. A.* Exchange of condensed matter among the outer and terrestrial protoplanets and the effect on surface impact and atmospheric accretion // *Icarus.* 1988. V. 74. P. 47–61.
25. *Hubbard W. B., MacFarlane J. J.* Theoretical predictions of deuterium abundances in the Jovian planets // *Icarus.* 1980. V. 44. P. 676–682.
26. *de Bergh C., Lutz B. L., Owen T., Maillard J. P.* Monodeuterated methane in the outer solar system, its detection and abundance on Neptune // *Astrophys. J.* 1990. V. 355. P. 661–666.
27. *Folkner W. M., Yoder C. F., Luan D. N. et al.* Interior structure and seasonal mass redistribution of Mars from radio tracking of Mars Phathfinder // *Science.* 1997. V. 278. P. 1749–1751.
28. *Lodders K., Fegley B.* An oxygen isotope model for the composition of Mars // *Icarus.* 1997. V. 126. P. 373–394.
29. *Sanloup C., Jamlon A., Gillet P.* A simple chondritic model of Mars // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1999. V. 112. P. 43–54.
30. *Gudkova T. V., Zharkov V. N.* Mars: structure and exitation of free oscillations // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2002. В печати.
31. *Ипатов С. И.* Орбитальная эволюция растущих зародышей планет-гигантов, двигавшихся вначале по сильно эксцентричным орбитам // *Письма в Астрон. Ж.* 1991. Т. 17. P. 268–280.

СРАВНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПО РАЗМЕРАМ АСТЕРОИДОВ И УДАРНЫХ КРАТЕРОВ

Б. А. Иванов

Институт динамики геосфер РАН, Москва

1. Введение и общие представления

Распределение по размерам малых тел Солнечной системы даёт важную информацию об их происхождении и эволюции. Основные типы малых тел — это астероиды и кометы. Наиболее прямым способом определения распределения малых тел по размерам являются их телескопические или радиолокационные наблюдения. Однако большое расстояние до наблюдателя, находящегося, как правило, на Земле, ограничивает возможность составления полного каталога тел диаметром менее нескольких десятков километров в главном поясе (ГП) астероидов и нескольких сотен метров для околоземных (ОЗ) астероидов (см., напр., (Ivezic et al., 2001; Stuart, 2001)). Размеры ядер комет семейства Юпитера (СЮ) и долгопериодических (ДП) комет с трудом поддаются определению также вследствие наличия комы. Распределение ядер комет по размерам известно весьма приблизительно и из-за малого их числа (Tancredi et al., 2000).

Существует дополнительный к прямым астрономическим наблюдениям метод — изучение распределения по размерам (РР) ударных кратеров на планетных телах, образованных ударами астероидов и комет. Это косвенный метод, требующий знания или разумных оценок для законов подобия, связывающих размеры ударных кратеров и образовавших их тел (ударников). Кроме того, необходимо задавать распределение или средние значения скоростей ударов, что требует оценки «населённости» различных орбит малых тел (скорость соударения зависит от параметров орбиты ударника — величины главной полуоси, эксцентриситета и угла наклонения орбиты к плоскости эклиптики). Помимо этого кратеры на поверхности планетных тел накапливаются за конечное время. Для сравнительно больших кратеров (размером в десятки и сотни километров) время накопления количества кратеров, достаточного для статистического анализа, составляет сотни миллионов или миллиарды лет, поэтому наблюдаемое их распределение по размерам неизбежно является осреднением по весьма большому интервалу времени, в течение которого нельзя исключить вариации параметров ударников. Поэтому «кратерный» метод оценки распределения по размерам малых тел следует применять с осторожностью,

Малые тела каждого семейства, упомянутого выше, подверглись определённой и, возможно, различной ударной эволюции. В результате распределение по размерам входящих в них тел может быть различным. Кроме того, тела разных семейств сталкиваются с планетными телами при различных средних скоростях, что усложняет сравнительный анализ. Динамические модели эволюции орбит и растущий объём телескопических наблюдений позволили создать некоторую «базу знаний» для ограничения числа возможных моделей. Например, в (Bottke et al., 2001) показано, что астероиды из ГП с начальными орбитами с $a < 2,4$ а. е., вероятно, являются телами, образовавшими большинство (более 90 %) ударных кратеров на планетах земного типа. Доля кратеров, образованных ДП кометами, известна плохо (см. (Weissman et al., 2002)). Для того, чтобы начать сравнительный анализ, мы делаем условное предположение, что астероиды — доминирующий источник кратерообразования (по окончании эпохи интенсивной метеоритной бомбардировки) на планетах земной группы.

2. Лунная производящая функция

Луна — идеальный испытательный полигон для изучения кратерной летописи: лунная эндогенная деятельность закончилась более чем 3 млрд лет назад (с несколькими важными исключениями (см. (Hiesinger et al., 2000))). За последние 3 млн. лет лунная поверхность изменялась, в основном, благодаря ударным кратерам. Кроме того, Луна хорошо изучена при пилотируемых и автоматических полётах КА. Возвращённые образцы лунных горных пород дают уникальную возможность соотнести «кратерный» возраст кратерам районов забора образцов с изотопным возрастом пород (см. обзоры (Stöffler, Ryder, 2001; Neukum et al., 2001)). Следовательно, на Луне можно оценить темп кратерообразования — число кратеров данного диаметра, накопленного в данной области поверхности за определённое время.

Под «производящей функцией» понимается распределение по размерам кратеров, образованных на поверхности, полностью лишённой ранее образованных кратеров (например, зона выбросов или днище большого ударного кратера). Для определения производящей функции различные исследователи обобщили огромное количество данных о лунных кратерах. Здесь мы используем два подхода к определению производящей функции, предложенные в работах Хартмана и Нойкума (см. детали в работе (Neukum et al., 2001)).

2.1. Производящая функция Хартмана (Hartmann Production Function — HPF). Чтобы представлять распределение по размерам ударных кратеров, Хартман использует кусочно-линейную зависимость логарифма числа кратеров в заданных интервалах диаметров кратеров, причём отношение граничных значений диаметров кратеров для каждого интервала постоянно. Число кратеров на один квадратный километр подсчитывается для интервалов диаметров $D_L < D < D_R$, где D_L и D_R — левая и правая границы интервала,

причём для каждого интервала $D_R/D_L = \sqrt{2}$. Правая граница D_R предыдущего интервала совпадает с левой границей D_L следующего (в порядке возрастания диаметра) интервала. Данное представление можно назвать дифференциальным распределением на логарифмически равных интервалах диаметров.

Собственно производящая функция Хартмана (HPF) представляет собой таблицу значений, отобранных Хартманом, чтобы определить производящую функцию для одного определённого момента лунной истории — среднего времени формирования поверхности лунных морей. Здесь условие наличия обновлённой от кратеров поверхности удовлетворяется тем, что лунные образцы морских базальтов имеют узкий диапазон возрастов (примерно от 3,2 до 3,5 Гут — см., например, (Stöffler, Ryder, 2001)). Некоторые лавовые потоки могут быть более молодыми (см. (Hiesinger et al., 2000)). Следовательно, возраст кристаллизации базальтов лунных морей имеет разброс порядка множителя 1,1.

Табулированная производящая функция HPF была построена путём обобщения и осреднения кратерных данных по различным участкам лунных морей. Её можно использовать как относительно надёжную модель для оценки производящей функции ударников. Для удобства пересчётов HPF можно представить в виде последовательности трёх степенных зависимостей ((Hartmann, 1995); см. также (Ivanov, 2001)):

$$\log N_{21/2} = -2,616 - 3,82 \log D_L, \quad D < 1,41 \text{ км}, \quad (1a)$$

$$\log N_{21/2} = -2,920 - 1,80 \log D_L, \quad 1,41 \text{ км} < D < 64 \text{ км}, \quad (1b)$$

$$\log N_{21/2} = -2,198 - 2,20 \log D_L, \quad D > 64 \text{ км} \quad (1c)$$

(используются десятичные логарифмы).

Производящая функция Хартмана показана на рис. 1. Выбор степенного закона для описания производящей функции был сделан Хартманом в 1960-х годах, когда он начал эту работу. В то время было хорошо известно распределение кратеров по размерам только в среднем интервале диаметров — $1,41 \text{ км} < D < 64 \text{ км}$, и опубликованные тогда данные обосновывали похожее распределение по размерам для астероидов, что Хартман и пытался использовать для анализа лунных данных.

2.2. Производящая функция Нойкума (Neukum's Production Function — NPF). Нойкум в ряде публикаций (см. (Neukum, 1983; Neukum, Ivanov, 1994)) предложил аналитическую функцию, описывающую распределение по размерам лунных ударных кратеров в широком диапазоне диаметров кратеров. Он показал, что производящая функция была «более или менее» постоянна по форме от нектарианского периода до коперниковского времени (то есть фактически от более чем 4 млрд лет назад до настоящего времени). Ко времени построения NPF-функции было накоплено много данных о лунных кратерах, поэтому, в отличие от набора степенных функций, использован-

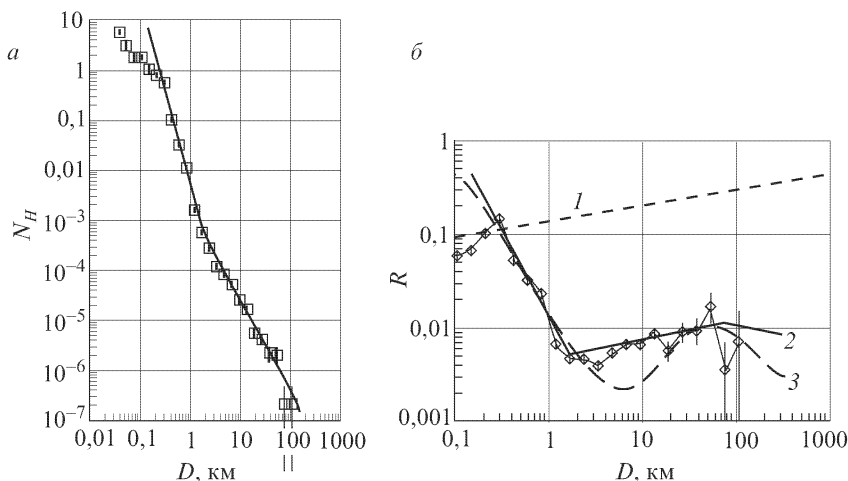


Рис. 1. Производящая функция Хартмана в дифференциальном виде (а) и в R -представлении (б): 1 — примерный уровень насыщения поверхности кратерами, 2 — представление уравнений (1)–(3), 3 — производящая функция Нойкума для лунной поверхности такого же возраста

ных Хартманом, Нойкум подобрал единую аналитическую функцию, описывающую зависимость от размера кумулятивного количества кратеров на 1 км^2 $N(D)$. Для времени накопления кратеров в 1 млрд лет функция $N(D)$ может быть выражена полиномом (Neukum, 1983)

$$\log_{10}(N) = \log_{10}(a_0) + \sum_1^{n_{\max}} a_n [\log_{10}(D)]^n \quad (2)$$

с коэффициентами a_n , приведёнными в табл. 1. Коэффициент a_0 выражает логарифм кумулятивного удельного количества кратеров с $D > 1 \text{ км}$. По результатам работы (Neukum, 1983) $a_0 = 8,38 \times 10^{-4} (\text{км}^2 \cdot 10^9 \text{ лет})^{-1}$. Формула (2) справедлива в диапазоне диаметров кратеров от 10 м до 300 км. Для поверхностей моложе примерно 3,3 млрд лет (после окончания эпохи интенсивной метеоритной бомбардировки) коэффициент a_0 принимается прямо пропорциональным возрасту поверхности. Недавно коэффициенты NPF были незначительно изменены в соответствии с новыми измерениями РР для лунных кратеров (Ivanov et al., 1999, 2001; Neukum et al., 2001).

Уравнение (2) можно использовать также для описания обсуждаемого ниже распределения по размерам ударников. Коэффициенты для этого распределения также приведены в таблице 1. Для простоты коэффициент a_0 здесь принят равным нулю; этот коэффициент, определяющий абсолютное число ударников, может быть найден подгонкой под наблюдательные данные (рис. 5).

Таблица 1. Коэффициенты в уравнении (2)

a_i	Старое $N(D)$ (Neukum, 1983)	Новое $N(D)$ (Neukum et al., 2001)	Устой- чивость*	$R(D)$ для ударников (Ivanov et al., 2000)
a_0	-3,0768	-3,0876	—	—
a_1	-3,6269	-3,557 528	$\pm 3,8 \%$	+1,375
a_2	+0,4366	+0,781 027	$\pm 3,9 \%$	+0,1272
a_3	+0,7935	+1,021 521	$\pm 2,5 \%$	-1,2821
a_4	+0,0865	-0,156 012	$\pm 1,6 \%$	-0,3075
a_5	-0,2649	-0,444 058	$\pm 0,88 \%$	+0,4149
a_6	-0,0664	+0,019 977	$\pm 1,3 \%$	+0,1911
a_7	+0,0379	+0,086 850	$\pm 0,78 \%$	-0,04261
a_8	+0,0106	-0,005 874	$\pm 1,8 \%$	-0,03976
a_9	-0,0022	-0,006 809	$\pm 1,8 \%$	$-3,1802 \cdot 10^{-3}$
a_{10}	$-5,18 \cdot 10^{-4}$	$+8,25 \cdot 10^{-4}$	$\pm 5,6 \%$	$+2,799 \cdot 10^{-3}$
a_{11}	$+3,97 \cdot 10^{-5}$	$+5,54 \cdot 10^{-5}$	$\pm 24,1 \%$	$+6,892 \cdot 10^{-4}$
a_{12}	—	—	—	$+2,614 \cdot 10^{-6}$
a_{13}	—	—	—	$-1,416 \cdot 10^{-5}$
a_{14}	—	—	—	$-1,191 \cdot 10^{-6}$

* Устойчивость представляет собой изменение данного коэффициента (при постоянстве остальных коэффициентов), приводящее к отклонению функции $N(D)$ в два раза от номинального значения $N(D)$.

2.3. О возможности обобщения производящей функции.

На рис. 1б функции NPF и HPF в R-представлении сравниваются с данными для ударных кратеров на лунных морях и в бассейне Моря Восточного. Можно видеть, что и HPF, и NPF хорошо описывают наблюдательные данные ниже $D \sim 1$ км. Однако для $D > 1$ км HPF идёт выше NPF, снова приближаясь к NPF при диаметрах кратеров $D \sim 40$ км. Максимальное расхождение между HPF и NPF достигает множителя ~ 3 для диаметров порядка $D \sim 6$ км. Ниже $D \sim 1$ км и в диапазоне $30 < D < 100$ км функции HPF и NPF близки.

Рис. 1б показывает, что хотя функции HPF и NPF похожи, расхождение в 3 раза для кратеров диаметром $2 < D < 20$ км требует дальнейшего исследования. Нужно проявлять определённую осторожность при интерпретации данных в этом диапазоне, поскольку сведе-

ния, опубликованные различными группами исследователей (включая каталог кратеров Артура из Университета Аризоны 1960-х годов), дают различную степень кривизны РР кратеров в этом диапазоне. Представляется, что необходимы дополнительные подсчёты лунных кратеров для уточнения производящей функции.

Для анализа производящей функции производства нужно выделить участки лунной поверхности, где можно определить «временной горизонт» — интервал времени, для которого могут быть подсчитаны

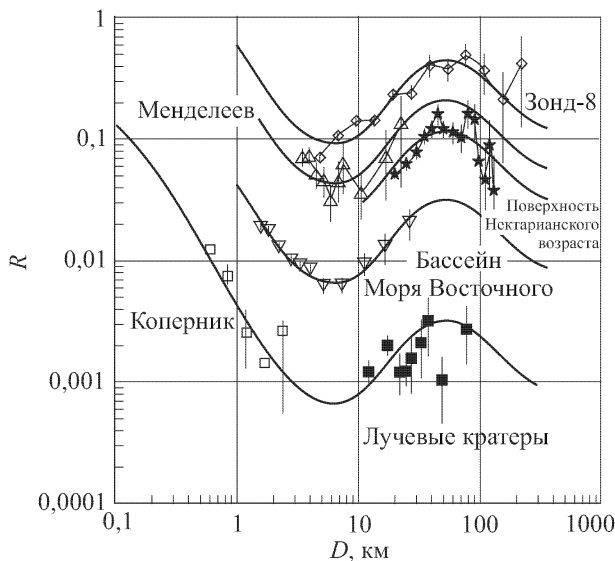


Рис. 2. R-представление лунных данных производящей функцией Нойкума (NPF) для участков лунной поверхности, отличающихся по плотности кратеров примерно в 100 раз. Приведены данные для материкового участка, снятого КА «Зонд-8» (Ronca et al., 1981), окрестности кратера Менделеев, поверхности нектарианского возраста и бассейна Моря Восточного (измерения Нойкума — см. (Neukum et al., 2001)), кратера Коперник (измерения Кони́га — см. (Hartmann et al., 1981)) и популяции лучевых кратеров (McEwen et al., 1997)

все кратеры, накопленные с момента последнего обновления поверхности. Примеры таких «временных горизонтов» включают:

- бассейн Моря Восточного, при образовании которого на большой площади были стёрты кратеры, относящиеся к началу имбрийского стратиграфического горизонта;
- морские базальты (Hartmann, 1970; Hartmann et al., 1981);
- кратеры эратосфенского возраста, имеющие относительно надёжную стратиграфическую датировку (Wilhelms et al., 1987);
- лучевые кратеры (коперниковский возраст); лучи выбросов из кратеров существуют ограниченное время (~ 1 млрд лет) и, та-

ким образом, наличие лучей приблизительно задаёт временной горизонт.

Используя NPF, можно представить распределения кратеров по размерам для участков лунной поверхности, которые в 100 раз отличаются по площадной плотности кратеров (рис. 2). Сравнение изображённых на рис. 2 «временных горизонтов» показывает вероятность простой гипотезы о том, что лунная производящая функция имела постоянную форму от ~ 4 млрд лет (лунные материки) до ~ 1 млрд лет (лучевые кратеры). В пределах точности данных можно предположить, что распределение по размерам ударников также было постоянным (или слабо изменяющимся). Эту гипотезу можно частично проверить, сравнивая лунные данные с кратерными летописями на других планетах и астероидах.

Хотя функции HPF и NPF имеют некоторые различия, оба подхода предполагают, что общая форма распределения по размерам ударников в последние 4 млрд лет была постоянной. Другую точку зрения высказывает Р. Стром (см. (Strom, Neukum, 1988; Strom et al., 1992)), утверждая, что «современная» производящая функция производства весьма отличается от таковой в эпоху поздней интенсивной бомбардировки. Сравнительный анализ этого вопроса изложен в работе (Strom, Neukum, 1988).

3. Кратеры на планетах и астероидах

Лунное распределение ударных кратеров по размерам, описанное в предыдущем разделе, можно переносить на другие планеты для построения модельных распределений, и сравнивать эти модельные распределения с реальными наблюдениями на Меркурии, Венере, Земле и Марсе. Как отмечалось ранее (Hartmann, 1977), эта процедура требует оценить среднюю скорость удара для каждой планеты и размер ударника, необходимый для образования кратера данного размера. Законы подобия для ударного кратерообразования неоднократно обсуждались (см., напр., (Ivanov et al., 2001)).

3.1. Средняя скорость удара. Чтобы вычислять среднюю скорость удара астероидов, необходимо оценить населённость орбит, пересекающихся с орбитой планет-мишеней. Хорошим приближением является оценка заселённости по наблюдаемым астероидам, внесённым в каталог «astorb.dat» Тедом Боувеллом (Ted Bowell, <http://naic.edu/~nolan/astorb.html>). Для Земли имеются оценки населённости орбит с поправкой на наблюдательную селекцию (Rabinowitz, 1993). При заданной населённости орбит скорости удара для различных планет можно вычислять, используя модифицированный метод Эпика (Wetherill, 1967). Оценённые средние скорости удара астероидов, сталкивающихся с Землёй, несколько повышаются при введении поправок на наблюдательную селекцию. Каталог астероидов даёт среднюю скорость удара 18,6 км/с (для всех астероидов с абсолютной величиной $H < 15$), в то время как оценки по модели Рабиновича дают при-

мерно 20,2 км/с. Это различие возникает за счёт добавления в популяцию ударников труднонаблюдаемых объектов с большим наклоном (Bottke et al., 2001; Стюарт, 2001; Bottke et al., 2002; Morbidelli et al., 2002). Оценка средней скорости соударения влияет также на степень гравитационной фокусировки полем тяжести планеты-мишени, уменьшающейся с увеличением скорости сближения.

3.2. Размеры ударников. Для простоты в данной работе мы проверяем только гипотезу о подавляющем превалировании астероидного потока ударников на планеты земной группы. При этом мы оставляем открытой проблему доли кометных ударов в наблюдаемых популяциях кратеров. По этой же причине мы принимаем одну и ту же плотность ударника ($2,7 \text{ г/см}^3$), типичную для астероидов S-типа (Britt et al., 2002).

Процедура преобразования размеров кратеров в размеры ударников (и наоборот) описывалась ранее (например, (Ivanov et al., 2001)) и сводится к следующему: общепринятый закон подобия (Schmidt, Housen, 1987) используется, чтобы оценить диаметр переходного и простого кратера для данного ударника. Образование сложных кратеров (см., напр., (Melosh, Ivanov, 1999)) описывается полуэмпирической моделью (Croft, 1985; Chapman, McKinnon, 1986; McKinnon et al., 1991).

Распределение по размерам ударников описывается уравнением (2) с коэффициентами из табл. 1. Полином применим в диапазоне размеров ударников от $\sim 0,25 \text{ м}$ до $\sim 27 \text{ км}$. Ниже «лунное» РР ударников сравнивается с астероидами главного пояса и околоземными астероидами (см. рис. 5 и 6).

«Лунное» распределение ударников по размерам используется для построения модели («лунный аналог») распределения по размерам кратеров на Меркурии, Венере, Земле и Марсе.

3.3. Данные о кратерах на планетных телах. В этом разделе «лунные аналоги» сравниваются с наблюдениями за числом кратеров. Основные результаты для различных областей Меркурия, Венеры, Земли и Марса показаны на рис. 3.

Меркурий. Морская поверхность бассейна Жары — одна из немногих областей, подходящих для оценки производящей функции на Меркурии. Рис. 3 а сравнивает прямые измерения и расчётный «лунный аналог». Хорошее совпадение доказывает определённое подобие РР ударников на Луне и Меркурии в диапазоне диаметров ударников от 1 до $\sim 100 \text{ км}$, с крутым сегментом РР для меньших кратеров и «R-минимумом» для кратеров с $D \sim 8 \text{ км}$. Заметим, что возраст бассейна Жары сопоставим с возрастом бассейна Моря Восточного на Луне — порядка $3,7 \div 3,8 \text{ млрд лет}$.

Венера. Данные КА «Магеллан» позволяют сравнивать лунные данные, усреднённые за последние $\sim 3 \text{ млрд лет}$, с планетарной поверхностью моложе $\sim 0,5 \text{ млрд лет}$. Присутствие атмосферы может быть учтено по моделям прохода через неё ударников (типичные результаты для Венеры и Титана см. в работе (Ivanov et al., 1997)). Сравнение с

«лунным аналогом» (см. рис. 3 б) показывает, что венерианские кратеры были образованы ударниками, распределёнными по размерам подобно лунным ударникам для $D > 10$ км (диаметры снаряда $D_P > 2$ км). «R-максимум» при $D \sim 50 \div 70$ км присутствует как на «древней» Луне (возраст от 3 до 4 млрд лет), так и на «молодой» Венере ($\sim 0,5$ млрд лет). Эти результаты показывают, что соответствующий «R-максимум» в распределении ударников в диапазоне $D_P \sim 5$ км устойчив во времени.

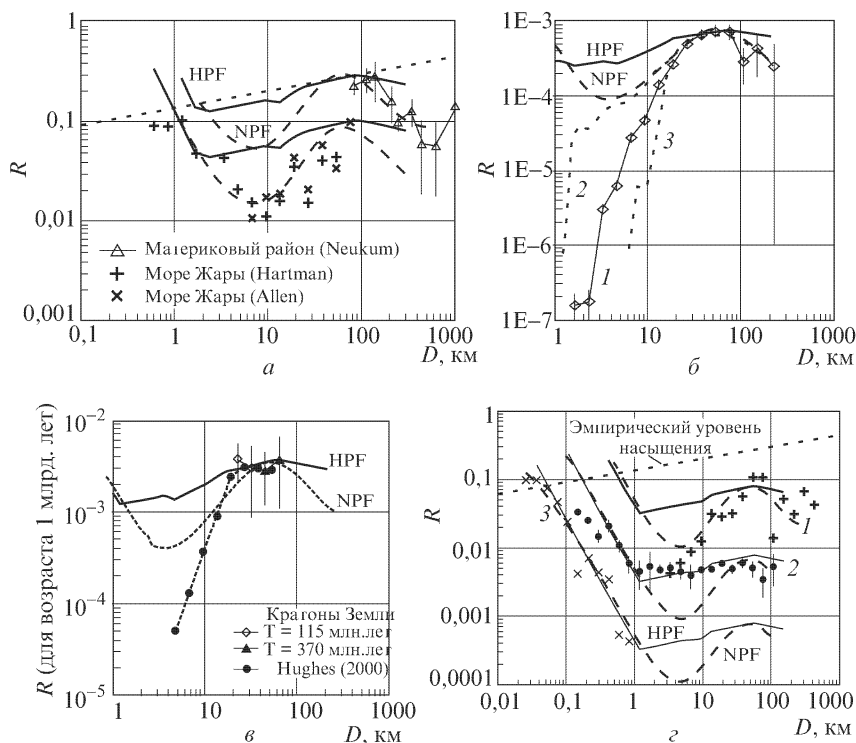


Рис. 3. Сравнение в R-представлении некоторых данных о распределении кратеров на Меркурии (а), Венере (б), Земле (в) и Марсе (з). См. пояснения в тексте

Земля. Хартман одним из первых заметил (Hartmann, 1965, 1966), что большие земные ударные кратеры сохраняются дольше, чем меньшие кратеры, непрерывно стираемые эрозией. Это приводит к закономерному отличию наблюдаемого РР земных кратеров от производящей функции. Анализ распределения кратеров в областях Североамериканского и Европейского кратонов (Grieve, Shoemaker, 1994) показывает, что можно выделить две популяции кратеров различного возраста: 8 кратеров с диаметрами от 24 до 39 км и возрастом до

115 млн лет, и 8 кратеров с диаметрами от 55 до 100 км и возрастом до ~ 370 млн лет.

Самый старый кратер в каждой популяции даёт оценку времени накопления популяции. Малость общего числа кратеров не позволяет построить производящую функцию для Земли. Однако площадная плотность кратеров в заданном диапазоне размеров может быть использована для сравнения темпов образования кратеров на Земле и Луне.

Мы предполагаем, что кратеры, меньшие ~ 20 км в «молодой» популяции и меньший ~ 45 км в более древней популяции, частично стёрты эрозией. Рис. 3 в показывает R-представление земных данных, пересчитанных к единому возрасту в 1 млрд лет, в предположении о постоянстве темпа образования кратеров (R-оценка разделена на 0,115 и 0,370 соответственно). Предположение о постоянстве темпа кратерообразования не противоречит лунной хронологии в пределах точности данных (множитель порядка 2). Недавний анализ земной популяции кратеров методом «ближайшего соседа» ((Hughes, 2000) — тёмные кружки на рис. 3 в) даёт результаты, близкие к нашему упрощённому анализу.

Марс. Несколько групп исследовали статистику марсианских кратеров (см. обзор (Strom et al., 1992)) для кратеров с $D > 8$ км, доступных для изучения на снимках КА «Викинг». Более современные данные, полученные КА «Марс Глобал Сервейер», приведены в работах (Hartmann et al., 1999 а, б). Недавний обзор данных сделан в работе (Hartmann, Neukum, 2001) для кратеров до $D = 11$ м.

Здесь мы представили лишь частный пример РР марсианских кратеров, которые в целом показывают те же тенденции, что и на других планетах (рис. 3 г). Считается, что маленькие марсианские кратеры имеют высокую скорость стирания, поэтому анализ данных требует модели стремления распределения к некоторой равновесной форме. Управляющие равновесием процессы могут отличаться для различных областей или периодов геологической истории Марса. Однако наличие R-максимума в РР для материковых областей наблюдается достоверно. R-минимум в РР марсианских кратеров менее очевиден, особенно в подсчётах кратеров в работе (Strom et al., 1992).

3.4. Кратеры на астероидах. КА «Galileo» и «NEAR» передали изображения четырёх астероидов: Гаспра, Ида, Матильда и Эрос (Belton et al., 1992, 1994; Chapman et al., 1996 а, б; Veverka et al., 1997, 2000). Все четыре тела покрыты ударными кратерами. В предположении, что ГП-астероиды сталкиваются со средней скоростью $\sim 5,5$ км/с, можно оценить РР маленьких ударников, образовавших кратеры на астероидах (Ivanov et al., 2001).

Предполагается, что ударные кратеры Гаспры дают производящую функцию производства. Малые кратеры Иды, в то же время, как полагают, близки к насыщению (равновесию); только самые большие кратеры могут давать площадные плотности ниже предела насыщения

(Chapman et al., 1996 a). Большие кратеры на Иде могли быть образованы в гравитационном режиме (Asphaug et al., 1996).

Для Матильды и Эроса мы используем опубликованные данные (Veverka et al., 1997, 2000). Определение размеров ударников для кратеров Матильды недостаточно точно из-за необычно низкой плотности (высокая пористость?) астероида-мишени. Как приближение первого порядка, мы используем модель (Schmidt, Housen, 1987) для самого рыхлого грунта.

При использовании предположений, обсуждённых выше, возможно построить модельное РР ударников для четырёх астероидов (рис. 4). Рис. 4 а показывает R-величины для РР ударников, отложенные в зависимости от диаметра кратера. На рис. 4 б эти же величины приведены к единой кривой путём перемещения данных вверх и вниз в вертикальном направлении. Данные для Эроса приняты за базовый уровень. Из такой подгонки можно заключить, что более молодые участки поверхности Эроса имеют плотность кратеров в 100 раз меньшую, чем на самых старых участках поверхности (Veverka et al., 2000; Chapman 2002). Гаспра по отношению к Эросу имеет плотность кратеров $\sim 0,15$, в то время как Ида и Матильда $\sim 0,6$ (в пределах точности принятых предположений).

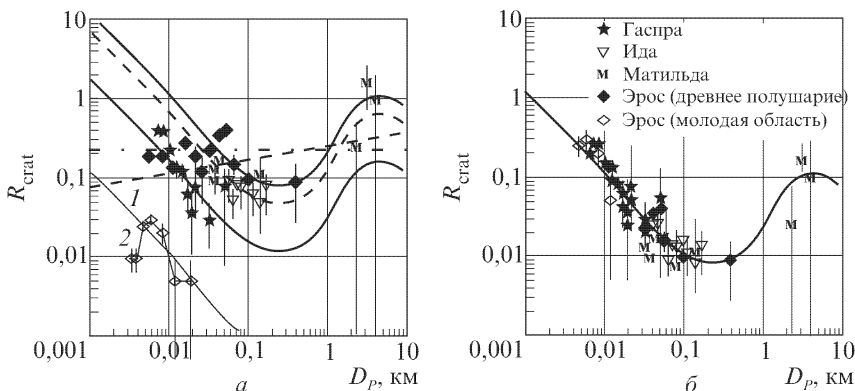


Рис. 4. Распределение по размерам кратеров на астероидах (по изображениям, переданным КА Galileo и NEAR): а — первичные данные; б — те же данные, приведённые к единому уровню по вертикальной оси

Для сравнения показан «лунный аналог». РР кратеров на астероидах демонстрирует присутствие R-минимума в РР ударников. Этот минимум находится приблизительно в том же диапазоне диаметров ударников, что и для астероидов (см. ниже). Сравнение РР кратеров на планетах земного типа и астероидах показывает вероятность гипотезы о том, что все наблюдаемые кратеры образованы одной популяцией ударников (или несколькими популяциями с весьма сходными распределениями по размерам). Таким образом, представляется разумным

предположить, что астероиды доминируют в популяции кратерообразующих тел во внутренней Солнечной системе. Нахождение возможных отклонений от этого простого предположения является одним из направлений будущих исследований.

4. Распределение астероидов по размерам

4.1. Астероиды главного пояса. В этом разделе сравнивается «лунное» распределение ударников, извлечённое из статистики лунных кратеров, и прямые астрономические наблюдения астероидов главного пояса. Астрономические наблюдения с Земли и спутниковый инфракрасный обзор IRAS выявили все астероиды главного пояса с диаметрами больше ~ 40 км (van Houten et al., 1970; Gradie et al., 1989; Cellino et al., 1991). Для меньших диаметров обычно принимается некоторый степенной закон вида $dN/dD_P \sim D_P^{-k}$, где степень k может изменяться от 2,95 (так называемый Паломар-Лейденский наклон (ПЛ-наклон), см. (van Houten et al., 1970)) до 3,5 (так называемый наклон Донани, см. (Dohnanyi, 1969)). $k = 3,5$ — Типичная степень для самоподобного каскада фрагментации. Дэвис (Davis et al., 1994) использовал геометрическое среднее из двух возможных распределений — ПЛ и оценки (Cellino et al., 1991), чтобы представить данные IRAS (см. рис. 5).

Отклонения от простого степенного закона распределения кратеров по размерам, рассмотренные выше, позволяют предположить, что и распределение астероидов по размерам отклоняется от простого степенного закона при диаметрах, меньших предела полной наблюдаемости законченности.

Возможный механизм для создания таких отклонений основан на результатах моделирования, описывающих ударную эволюцию астероидов в главном поясе (Campo Bagatin et al., 1994 а, б; Durda et al., 1998; Davis et al., 2002). В модели, предложенной в (Campo Bagatin et al., 1994 а, б), «волны» в распределении по размерам возникают за счёт удаления наименьших частиц из ударного каскада. Недостаток маленьких фрагментов проявляется в увеличении числа больших тел, которые были бы разрушены этими фрагментами. В работе (Durda et al., 1998) использованы результаты численного моделирования катастрофических столкновений (см., напр., (Love, Ahrens, 1996; Melosh, Ryan, 1997; Benz, Asphaug, 1999)) и нашли, что переход от «прочностного» режима ударного дробления к «гравитационному» также способен создавать «волны» в РР астероидов главного пояса. При возрастании диаметров тел до нескольких сотен метров начинает проявляться самогравитация обломков, собирая разрушенное тело в единое целое. Поскольку за счёт самогравитации тела становятся эффективно более прочными, чтобы их разрушить, необходимы ударники больших размеров. Это, в конечном счёте, ведёт к волнообразному отклонению РР от простого степенного закона.

На рис. 5 показаны данные прямых наблюдений (Davis et al., 1989) и оценки (Jedicke, Metcalfe, 1998). При сопоставлении этих данных с РР

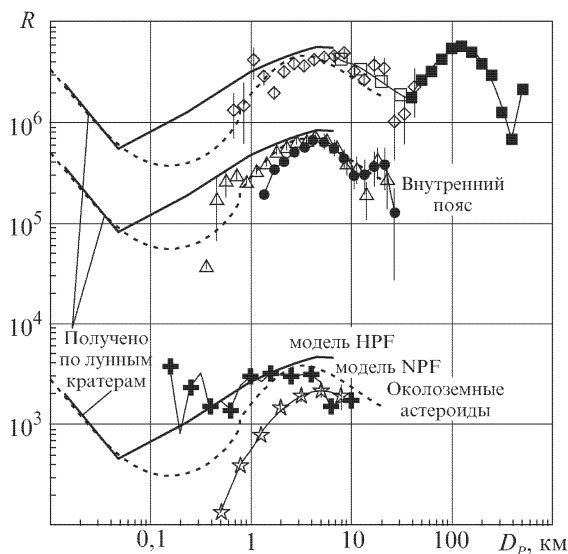


Рис. 5. Распределение астероидов главного пояса: ■ — наблюдаемые астероиды (Davis et al., 1994); □ — наклон ПЛ (Davis et al., 1994); ... — ошибки измерений (Jedicke, Metcalfe, 1998); ◇ — С-астероиды, △ — S-астероиды в сравнении с NPF- и NPF-зависимостями, найденными по лунным кратерам (Ivezic et al., 2001); ★ — известные околоземные астероиды; + — данные программы LINEAR (Stuart, 2001)

«лунных» ударников, определённым выше, можно сделать следующие заключения.

1. Прямые астрономические данные показывают наличие R-минимума при диаметрах астероидов $D \sim 30 \div 40$ км. Эти диаметры соответствуют лунным кратерам ~ 300 км в диаметре. РР лунных кратеров также показывает подобный R-минимум.

2. РР астероидов имеет R-максимум при $D_p \sim 4 \div 5$ км, что соответствует лунным кратерам с $D \sim 50$ км. РР лунных кратеров показывает наличие такого R-максимума.

3. Для диаметров астероидов от 2 до 20 км общая форма распределения по размерам похожа на РР ударников, образовавших лунные кратеры, в пределах точности имеющихся данных.

Проведённое сравнение подтверждает предположение о том, что астероиды являются главным источником тел, образовавших ударные кратеры. Для дальнейшей проверки этой идеи необходимы более детальные наблюдения малых тел в поясе астероидов.

4.2. Околоземные астероиды. На рис. 6 сопоставляются результаты нескольких недавних работ по оценке распределения по размерам малых околоземных астероидов ниже предела их полного разрушения. Как и для астероидов главного пояса, оценки РР ударников

по лунным кратерам дают разумное согласие с астрономическими оценками. Это довольно впечатляющий результат, если учесть, что лунные данные представляют собой итог усреднения по интервалам времени $1 \div 3$ млрд лет, а околоземные астероиды являются популяцией, обновляемой каждые $3 \div 10$ млн лет.

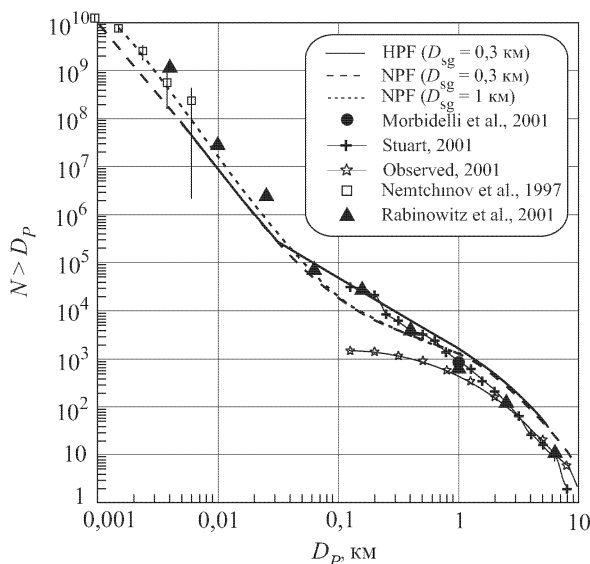


Рис. 6. Кумулятивное представление данных наблюдений и астрономических оценок в сравнении с HPF и NPF для нескольких значений предполагаемой прочности лунных пород, влияющей на оценку размера ударника. Показаны астрономические оценки (Rabinowitz et al., 2000; Morbidelli et al., 2001; Stuart, 2001). Спутниковые наблюдения болидов в атмосфере (Nemchinov et al., 1997) согласуются с HPF и NPF для малых ($D_p < 10$ м) тел

5. Обсуждение и заключение

Одной из проблем изучения современной эволюции Солнечной системы является анализ движения астероидов: популяция астероидов на орбитах, допускающих столкновение с планетами земной группы («бомбардировку»), постоянно обновляется за счёт астероидов главного пояса. Практическим вопросом является оценка частоты ударов тел в зависимости от их размера. Прямые астрономические наблюдения постоянно уточняют распределение астероидов по размерам. Однако эти наблюдения пока надёжны лишь для тел диаметром более ~ 1 км. Привлечение данных по ударным кратерам позволяет пересчитать РР кратеров в распределение по размерам тел, образовавших эти кратеры. Полученное «кратерное» распределение малых тел оказывается весь-

ма похожим на прямые астрономические данные. Это свидетельствует в пользу предположения о малой изменчивости распределения по размерам тел, бомбардировавших планеты земной группы в последние $\sim 3,5$ млрд лет.

В то же время, распределение по размерам астероидов, «волнообразно» отклоняющееся от простых степенных зависимостей, ставит новые вопросы о ходе ударной эволюции малых тел в Солнечной системе. Если предположить, что основной причиной «волн» в РР по размерам является самогравитация, изменяющая величину удельной энергии разрушения при катастрофических столкновениях, то «волны» в распределениях по размерам в ударном каскаде должны быть различными, например, в современном поясе астероидов и в популяциях планетезималей в зонах роста планет земной группы (в основном за счёт различной средней скорости взаимных соударений). Необходимо построить модели ударных каскадов для различных вариантов, чтобы понять, почему РР древних популяций кратеров на материковых участках Луны, Меркурия и Марса столь похоже на распределение кратеров в более молодых областях. Означает ли это, что ударники эпохи поздней метеоритной бомбардировки прошли ударную эволюцию, подобную таковой для астероидов главного пояса?

Ещё одним открытым вопросом является роль комет в образовании наблюдаемых ударных кратеров. Схожесть распределений по размерам современных астероидов и кратеров позволяет в первом приближении предположить, что вклад комет невелик, если только их ядра не распределены по размерам столь же сложным образом, что и астероиды. Прошли ли ядра комет ударную эволюцию? Если прошли, то случилось это до выброса из области роста планет-гигантов или всё же плотность тел в поясе Койпера достаточна для медленной ударной эволюции ядер комет семейства Юпитера?

Кратерные записи на Луне и других планетных телах могут помочь ответить на эти и многие другие вопросы.

Работа поддержана РФФИ (проект 01-05-64564а).

Список литературы

- (Asphaug et al., 1996) *Asphaug E., Moore J. M., Morrison D. et al.* Mechanical and geological effects of impact cratering on Ida // *Icarus*. 1996. V. 120. P. 158–184.
- (Belton et al., 1992) *Belton M. J. S., Veverka J., Thomas P. et al.* Galileo encounter with 951 Gaspra — first pictures of an asteroid // *Science*. 1992. V. 257. P. 1647–1652.
- (Belton et al., 1994) *Belton M. J. S., Chapman C. R., Veverka J. et al.* First Images of Asteroid 243 Ida // *Science*. 1994. V. 265. P. 1543.
- (Benz, Asphaug, 1999) *Benz W., Asphaug E.* Catastrophic disruptions revisited // *Icarus*. 1999. V. 142. P. 5–20.
- (Bottke et al., 1994) *Bottke W. F., Nolan M. C., Greenberg R., Kolvoord R. A.* Collisional lifetimes and impact statistics of Near-Earth asteroids // *Hazards Due to Comets and Asteroids* / Ed. by T. Gehrels, M. S. Matthews. — Tucson: Univ. of Arizona, 1994. P. 337–357.

- (Bottke et al., 2000) *Bottke W.F., Jedicke R., Morbidelli A. et al.* Understanding the Distribution of Near-Earth Asteroids // *Science*. 2000. V. 288. P. 2190–2194.
- (Bottke et al., 2001) *Bottke W.F., Morbidelli A., Jedicke R. et al.* Debaised orbital and size distribution of the Near Earth Objects // *Icarus*. 2001. В печати.
- (Bottke et al., 2002) *Bottke W.F., Vokrouhlický D., Rubincam D.P., Broz M.* Asteroid and meteorite evolution via the Yarkovsky effect // *Asteroids III* / Ed. by W. Bottke et al. — Tucson: Univ. of Arizona, 2002. P. 395–408.
- (Brandt et al., 1996) *Brandt J.C., A'Hearn M.F., Randall C.E. et al.* On the existence of small comets and their interaction with planets // *Worlds in Interaction: Small Bodies and Planets of the Solar System. Proc. of the meet. held in Mariehamn, Finland, August 8–12, 1994* / Ed. by H. Rickman, M.J. Valtonen. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 1996. P. 243–249.
- (Britt et al., 2002) *Britt D., Yeomans T.D., Housen K., Consolmagno G.* Asteroid Density, Porosity, and Structure // *Asteroids III*. 2002. P. 485–500.
- (Campo Bagatin et al., 1994a) *Campo Bagatin A., Cellino A., Davis D.R. et al.* Wavy size distribution for collisional systems with a small-size cutoff // *Planet. Space Sci.* 1994. V. 42. P. 1049–1092.
- (Campo Bagatin et al., 1994b) *Campo Bagatin A., Farinella P., Petit J.-M.* Fragment ejection velocities and the collisional evolution of asteroids // *Planet. Space Sci.* 1994. V. 42. P. 1099–1107.
- (Cellino et al., 1991) *Cellino A., Zappala V., Farinella P.* The asteroid size distribution from IRAS data // *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 1991. V. 253. P. 561–574.
- (Chapman et al., 1996a) *Chapman C.R., Ryan E.V., Merline W.J. et al.* Cratering on Ida // *Icarus*. 1996. V. 120. P. 77–86.
- (Chapman et al., 1996b) *Chapman C.R., Veverka J., Belton M. et al.* Cratering on Gaspra // *Icarus*. 1996. V. 120. P. 231–245.
- (Croft, 1985) *Croft S.K.* The Scaling of Complex Craters // *J. Geophys. Res.* 1985. V. 90. P. 828–842.
- (Davis et al., 1985) *Davis D.R., Chapman C.R., Weidenschilling S.J., Greenberg R.* Collisional history of asteroids: Evidence from Vesta and the Hirayama families // *Icarus*. 1985. V. 62. P. 30–35.
- (Davis et al., 1989) *Davis D., Weidenschilling S.J., Farinella P. et al.* Asteroid collisional history: effects on sizes and spins // *Asteroids II* / Ed. by R. Binzel, T. Gehrels, M. S. Matthews. — Tucson: Univ. of Arizona, 1989. P. 805–826.
- (Davis et al., 1994) *Davis D.R., Ryan E.V., Farinella P.* Asteroid collisional evolution: Results from current scaling algorithm // *Planet. Space Sci.* 1994. V. 43. P. 599–610.
- (Dohnanyi, 1969) *Dohnanyi J.W.* Collisional model of asteroids and their debris // *J. Geophys. Res.* 1969. V. 74. P. 2531–2554.
- (Durda, Stern, 2000) *Durda D.D., Stern S.A.* Collision rates in the present-day Kuiper Belt and Centaur Regions: Applications to surface activation and modification on comets, Kuiper Belt Objects, Centaurs, and Pluto-Charon // *Icarus*. 2000. V. 145. P. 220–229.
- (Durda et al., 1998) *Durda D., Greenberg R., Jedicke R.* Collisional models and scaling laws: A new Interpretation of the shape of the Main-Belt asteroid distribution // *Icarus*. 1998. V. 135. P. 431–440.
- (Gradie et al., 1989) *Gradie J.C., Chapman C.R., Tedesco E.W.* Distribution of taxonomic classes and the compositional structure of the Asteroid Belt //

- Asteroids II / Ed. by R. Binzel, T. Gehrels, M. S. Matthews. — Tucson: Univ. of Arizona, 1989. P. 316–335.
- (Grieve, Shoemaker, 1994) *Grieve R. A. F., Shoemaker E. M.* The record of the past impacts on Earth // Hazards due to Comets and Asteroids / Ed. by T. Gehrels. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1994. P. 417–462.
- (Hartmann, 1965) *Hartmann W. K.* Terrestrial and lunar flux of meteorites in the last two billion years // *Icarus*. 1965. V. 4. P. 157–165.
- (Hartmann, 1966) *Hartmann W. K.* Martian cratering // *Icarus*. 1966. V. 5. P. 565–576.
- (Hartmann, 1970) *Hartmann W. K.* Lunar cratering chronology // *Icarus*. 1970. V. 13. P. 299–301.
- (Hartmann, 1977) *Hartmann W. K.* Relative crater production rates on planets // *Icarus*. 1977. V. 31. P. 260–276.
- (Hartmann, 1995) *Hartmann W. K.* Planetary cratering I: Lunar highlands and tests of hypotheses on crater populations // *Meteoritics*. 1995. V. 30. P. 451–467.
- (Hartmann, 1999) *Hartmann W. K.* Martian cratering VI. Crater count isochrons and evidence for recent volcanism from Mars Global Surveyor // *Meteoritics and Planetary Science*. 1999. V. 34. P. 167–177.
- (Hartmann et al., 1981) *Hartmann W. K., Strom R. G., Weidenschilling S. J. et al.* Chronology of planetary volcanism by comparative studies of planetary craters // *Basaltic Volcanism on the Terrestrial Planets*. — Elmsford NY: Pergamon Press, 1981. P. 1050–1127.
- (Hartmann et al., 1999 a) *Hartmann W. K., Berman D., Esquerdo G. A., McEwen A.* Recent martian volcanism: New evidence from Mars Global Surveyor (abstract) // *Lunar and Planetary Science XXX*, Abstract #1270. — Houston: Lunar and Planetary Institute, 1999. (CD-ROM).
- (Hartmann et al., 1999 b) *Hartmann W. K., Malin M. M., McEwen A. et al.* Evidence for recent volcanism on Mars from crater counts // *Nature*. 1999. V. 397. P. 586–589.
- (Hartmann et al., 1999 в) *Hartmann W. K., Farinella P., Vokrouhlicky D. et al.* Reviewing the Yarkovsky effect: New light on the delivery of stone and iron meteorites from the asteroid belt // *Meteoritics and Planetary Science*. 1999. V. 34. P. 161–167.
- (Hartmann et al., 2000) *Hartmann W. K., Ryder G., Dones L., Grinspoon D.* The time-dependent intense bombardment of the primordial Earth/moon system // *Origin of the Earth and Moon* / Ed. by R. Canup, K. Righter. — Tucson: Univ. of Arizona, 2000. P. 493–512.
- (Hartmann, Neukum, 2001) *Hartmann W. K., Neukum G.* Crater chronology and the evolution of Mars // *Chronology and evolution of Mars* / Ed. by R. Kallenbach, J. Geiss, W. K. Hartmann. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2001. P. 165–194.
- (Hiesinger et al., 2000) *Hiesinger H., Jaumann R., Neukum G., Head III J. W.* Ages of mare basalts on the lunar nearside // *J. Geophys. Res.* 2000. V. 105. P. 29,239–29,776.
- (Hughes, 2000) *Hughes D. W.* A new approach to the calculation of the cratering rate of the Earth over the Last 125 ± 20 Myr // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2000. V. 317. P. 429–437.
- (Ivanov et al., 1997) *Ivanov B. A., Basilevsky A. T., Neukum G.* Atmospheric entry of large meteoroids: Implication to Titan // *Planet. Space Sci.* 1997. V. 45. P. 993–1007.

- (Ivanov et al., 1999) *Ivanov B. A., Neukum G., Wagner R.* Impact craters, NEA, and Main Belt asteroids: Size-frequency distribution (abstract) // Lunar and Planetary Science XXX. Abstract #1583. — Houston: Lunar and Planetary Institute, 1999. (CD-ROM).
- (Ivanov et al., 2001) *Ivanov B. A., Neukum G., Wagner R.* Size-frequency distributions of planetary impact craters and asteroids // Collisional Processes in the Solar System / Ed. by H. Rickman, M. Marov. ASSL. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2001. P. 1–34.
- (Ivanov, 2001) *Ivanov B. A.* Mars/moon cratering rate ratio estimates // Chronology and evolution of Mars / Ed. by R. Kallenbach, J. Geiss, W. K. Hartmann. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2001. P. 87–104.
- (Ivezic et al., 2001) *Ivezic Z., Tabachnik S., Rafikov R. et al.* The SDSS Collaboration Solar System Objects Observed in the Sloan Digital Sky Survey Commissioning Data // Astron. J. 2001. V. 122. P. 2749–2784.
- (Jedicke, Metcalfe, 1998) *Jedicke R., Metcalfe T. S.* The orbital absolute magnitude distributions of Main Belt asteroids // Icarus. 1998. V. 131. P. 245–260.
- (Jewitt et al., 2000) *Jewitt D. C., Trujillo C. A., Luu J. X.* Population and size distribution of small Trojan asteroids // Astronomical J. 2000. V. 120. P. 1140–1147.
- (Laskar, 1997) *Laskar J.* Large scale chaos and the spacing of the inner planets // Astronomy and Astrophysics. 1997. V. 317. P. L75–L78.
- (Love, Ahrens, 1996) *Love S., Ahrens T. J.* Catastrophic impacts on gravity dominated asteroids // Icarus. 1996. V. 124. P. 141–155.
- (Marzari et al., 1997) *Marzari F., Farinella P., Davis D. R. et al.* Collisional evolution of Trojan asteroids // Icarus. 1997. V. 125. P. 39–49.
- (McEwen et al., 1997) *McEwen A. S., Moore J. M., Shoemaker E. M.* The Phanerozoic impact cratering rate Evidence from the Farside of the Moon // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. P. 9231–9242.
- (McKinnon et al., 1991) *McKinnon W. B., Chapman C. R., Housen K. R.* Cratering of the Uranian satellites // Uranus / Ed. by J. T. Bergstrahl, E. D. Miner, M. S. Matthews. — Tucson: Univ. of Arizona, 1991. P. 629–692.
- (McKinnon et al., 1997) *McKinnon W. B., Zahnle K. J., Ivanov B. A., Melosh H. J.* Cratering on Venus: Models and observations // Venus II / Ed. by S. W. Bougher, D. M. Hunten, R. J. Phillips. — Tucson: Univ. of Arizona, 1997. P. 969–1014.
- (Melosh, Ryan, 1997) *Melosh H. J., Ryan E. V.* Note: asteroids shattered but not dispersed // Icarus. 1997. V. 129. P. 562–564.
- (Melosh, Ivanov, 1999) *Melosh H. J., Ivanov B. A.* Impact crater collapse // Ann. Rev. Earth Planet. Sci. 1999. V. 27. P. 385–415.
- (Morbidelli et al., 2001) *Morbidelli A., Bottke W. F., Jedicke R., Michel P., Tedesco E. F.* NEO albedo distribution and impact hazards // American Astronomical Society, DPS meeting. 2001. V. 33. P. 54.06.
- (Morbidelli et al., 2002) *Morbidelli A., Bottke W. F., Froeschle C. H., Michel P.* Origin and evolution of near Earth objects // Asteroids III / Ed. by W. Bottke et al. — Tucson: Univ. of Arizona, 2002. P. 409–422.
- (Nemtchinov et al., 1997) *Nemtchinov I. V., Svetsov V. V., Kosarev I. B. et al.* Assessment of kinetic energy of meteoroids detected by satellite-based light sensors // Icarus. 1997. V. 130. P. 259–274.
- (Neukum, 1983) *Neukum G.* Meteoritenbombardement und datierung planetarer oberflachen // Habilitation Dissertation for Faculty Membership. — University of Munich, 1983. — 186 p.

- (Neukum, Hiller, 1981) *Neukum G., Hiller K.* Martian Ages // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. P. 3097–3121.
- (Neukum, Ivanov, 1994) *Neukum G., Ivanov B. A.* Crater size distribution and impact probabilities on Earth from lunar, terrestrial-planet, and asteroid cratering data // Hazards due to Comets and Asteroids / Ed. by T. Gehrels. — Tucson: Univ. of Arizona, 1994. P. 359–416.
- (Neukum et al., 2001) *Neukum G., Ivanov B., Hartmann W. K.* Cratering records in the inner Solar System // Chronology and evolution of Mars / Ed. by R. Kallenbach, J. Geiss, W. K. Hartmann. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2001. P. 55–86.
- (Rabinowitz, 1993) *Rabinowitz D. L.* The size-distribution of the Earth-approaching asteroids' // Astrophys. J. 1993. V. 407. P. 412–427.
- (Rabinowitz, 1997) *Rabinowitz D. L.* Are Main-Belt asteroids a sufficient source for the Earth-approaching asteroids? Part II. Predicted vs. observed size distribution // Icarus. 1997. V. 130. P. 287–295.
- (Rabinowitz et al., 1994) *Rabinowitz D. L., Bowell E., Shoemaker E., Muinonen K.* The population of Earth-crossing asteroids // Hazards due to Comets and Asteroids / Ed. by T. Gehrels. — Tucson: Univ. of Arizona, 1994. P. 285–312.
- (Rabinowitz et al., 2000) *Rabinowitz D. L., Helin E., Lawrence K., Pravdo S. A.* A reduced estimate of the number of kilometer-sized Near-Earth Asteroids // Nature. 2000. V. 403. P. 165–156.
- (Ronca et al., 1981) *Ronca L. B., Basilevsky A. T., Kryuchkov V. P., Ivanov B. A.* Lunar craters evolution and meteoroidal flux in pre-mare and post-mare times // The Moon and the Planets. 1981. V. 245. P. 209–229.
- (Schmidt, Housen, 1987) *Schmidt R. M., Housen K. R.* Some recent advances in the scaling of impact and explosion cratering // Int. J. Impact Engng. 1987. V. 5. P. 543–560.
- (Sekanina, Yeomans, 1984) *Sekanina Z., Yeomans D. K.* Close encounters and collisions of comets with the Earth // Astronomical J. 1984. V. 89. P. 154–161.
- (Shoemaker, Wolfe, 1982) *Shoemaker E. M., Wolfe R.* Cratering time scales for the Galilean satellites // Satellites of Jupiter / Ed. by D. Morrison. — Tucson: Univ. of Arizona, 1982. P. 277–339.
- (Stöffler, Ryder, 2001) *Stöffler D., Ryder G.* Stratigraphy and isotope ages of lunar geologic units: Chronological standard for the inner Solar System // Chronology and evolution of Mars / Ed. by R. Kallenbach, J. Geiss, W. K. Hartmann. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2001. P. 9–54.
- (Strom, Neukum, 1988) *Strom R. G., Neukum G.* The cratering record on Mercury and the origin of impacting objects // Mercury / Ed. by F. Vilas, C. R. Chapman, M. S. Matthews. — Tucson: Univ. of Arizona, 1988. P. 336–373.
- (Strom et al., 1992) *Strom R. G., Croft S. K., Barlow N. G.* The Martian impact cratering record // Mars / Ed. by H. H. Kieffer et al. — Tucson: Univ. of Arizona, 1992. P. 383–423.
- (Stuart, 2001) *Stuart J. S.* A Near-Earth Asteroid Population Estimate from the LINEAR Survey // Science. 2001. V. 294. P. 1691–1693.
- (Tancredi et al., 2000) *Tancredi G., Fernandez J. A., Rickman H., Licandro J. A.* A catalog of observed nuclear magnitudes of Jupiter family comets // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 2000. V. 146. P. 73–90.

- (van Houten et al., 1970) *van Houten C. J., van Houten-Groeneveld I., Herget P., Gehrels T.* The Palomar-Leiden survey of faint minor planets // *Astron. Astrophys. Suppl.* 1970. V. 2. P. 339–448.
- (Veverka et al., 1997) *Veverka J., Thomas P., Harch A. et al.* NEAR's flyby of 253 Mathilde: Images of a C Asteroid // *Science*. 1997. V. 278. P. 2109–2114.
- (Veverka et al., 2000) *Veverka J., Robinson M., Thomas P. et al.* NEAR at Eros: Imaging and spectral results // *Science*. 2000. V. 289. P. 2088–2097.
- (Weissmann et al., 2002) *Weissmann P. R. et al.* Cometary asteroids // *Asteroids III* / Ed. by W. Bottke et al. — Tucson: Univ. of Arizona, 2002.
- (Wetherill, 1967) *Wetherill G. W.* Collisions in the Asteroid Belt // *J. Geophys. Res.* 1967. V. 72. P. 2429–2444.
- (Wilhelms et al., 1987) *Wilhelms D. E., McCauley J. F., Trask N. J.* The geologic history of the Moon // U.S. Geol. Survey Prof. Paper 1348, Washington, U.S.G.P.O., and Denver, CO, U.S. Geol. Survey. 1987. — 302 p.

ПРОБЛЕМЫ ЭВОЛЮЦИИ ПРОТОПЛАНЕТНЫХ ДИСКОВ

А. Б. Макалкин

Институт физики Земли РАН, Москва

Рассмотрены астрофизические данные о протозвёздах и молодых звёздах солнечного типа с дисками. Обсуждается вопрос о величине углового момента протопланетных дисков. Рассматривается проблема переноса углового момента и массы в дисках, оценивается их вязкость. Обсуждается эволюция протопланетного диска на стадии его формирования внутри аккреционной оболочки протозвезды и в последующий период, когда центральная звезда находится на стадии Т Тельца. Представлены результаты моделирования термической структуры протопланетного диска вокруг молодой звезды солнечной массы. Обсуждается проблема образования планетезималей при наличии турбулентности в газе протопланетного диска. Кратко рассмотрена проблема моделирования протоспутниковых аккреционных дисков планет-гигантов.

Введение

Интерес к происхождению и эволюции Солнечной системы заметно вырос в 60–70-х годах XX в., когда началось исследование планет космическими аппаратами. В настоящее время очевиден новый подъём интереса к этой проблеме, связанный с достижениями наблюдательной астрономии. Начиная с 80-х годов были обнаружены газопылевые диски вокруг многих молодых звёзд солнечного типа с возрастaми $\leq 10^7$ лет. По ряду основных параметров (масса, радиус, время жизни) они оказались похожими на протопланетный диск вокруг молодого Солнца (Беквиз, Сарджент, 1996), каким он представлялся в теории образования Солнечной системы (Сафронов, 1969). Однако наблюдения, как обычно, дали массу нового материала для развития теории. В частности, из наблюдений получен ряд признаков того, что аккреция вещества из диска на центральную звезду, продолжается в течение значительной или даже большей части времени существования газа в диске. Величина наблюдаемого аккреционного потока требует крупномасштабного радиального перемещения массы по всему диску. В свою очередь этот радиальный перенос массы в диске с кеплеровским законом вращения с одновременным перераспределением углового момента предполагает большую вязкость его вещества, на много порядков выше молекулярной. Наиболее естественным механизмом, обеспечивающим высокую вязкость, является турбулентность. Газопылевой околозвёздный диск представляет собой дифференциально вращающуюся среду, состоящую на 98 % из газов — водорода и гелия, а 2 % приходится

на остальные вещества, часть из которых также находится в газовом состоянии (от 0,5 до 1,5 % в зависимости от температуры), а другая часть — в твёрдых частицах (соответственно, от 1,5 до 0,5 %). Теория турбулентности протопланетного диска в настоящее время является очень упрощённой. Поэтому для исследования механизмов переноса массы, импульса и энергии в протопланетном диске стало актуальным привлечение механики турбулентного многокомпонентного газа (Маров, Колесниченко, 2001).

Помимо газопылевых дисков вокруг звёзд моложе 10^7 лет, обнаружены также пылевые диски у более зрелых звёзд с возрастaми $> 10^7 \div 10^8$ лет, выходящих на главную последовательность или уже находящихся на ней. Раньше других были обнаружены такие диски у Веги (α Lyr) и β Живописца (β Pic), более массивных, чем звёзды солнечного типа, а недавно ещё у ряда звёзд. Масса пылевой компоненты в таких дисках мала, меньше массы Земли, а масса газа сравнима с ней или ещё меньше (Лагранж и др., 2000). По этой причине, а также потому, что эти звёзды, в отличие от более молодых, не сгруппированы в областях звездообразования, количество обнаруженных у них пылевых дисков гораздо меньше, чем количество газопылевых дисков у молодых звёзд типа Т Тельца. Из наблюдений следует, что происхождение пыли в этих дисках вторичное — в результате дробления тел во внешнем поясе планетной системы, аналогичном поясу Койпера Солнечной системы. Дробление происходит на стадии планетообразования или после её завершения. Отсутствие пыли в центральной области радиусом $30 \div 40$ а.е., а также некоторое искривление диска интерпретируется как признак существования планет в этой внутренней области. В самом деле, если бы не было вычерпывания пыли планетезималями и планетами, смещение частиц в эту область с периферии под действием эффекта Пойнтинга–Робертсона заполнило бы пустоту за время $\leq 10^5$ лет (Рузмайкина, Макалкин, 1989). Следовательно, само существование столь маломассивных пылевых дисков является косвенным подтверждением идущего или уже завершившегося процесса планетообразования вокруг соответствующих звёзд.

С 1995 г. с нарастающей скоростью появляются данные о планетах вокруг ближайших звёзд. Подавляющее большинство планет обнаружено методом лучевых скоростей, т.е. по периодической вариации доплеровского сдвига спектральных линий центральных звёзд, как, например, в работе (Батлер и др., 2003), и лишь недавно астрометрическим методом (по величине периодического смещения центральной звезды) была уточнена масса одной из них. Сейчас открыто уже более 90 планетных систем, в 12 из которых обнаружено более одной планеты. Массы планет, обнаруженных к началу 2003 г., превышают 0,1 массы Юпитера. Большинство открытых внесолнечных планетных систем отличаются от Солнечной малыми значениями больших полуосей орбит и/или их большими эксцентриситетами.

Но в последнее время в результате увеличения точности и времени наблюдений обнаружены системы, напоминающие нашу, т.е. такие,

где планеты-гиганты типа Юпитера обращаются по орбитам с малыми эксцентриситетами на расстояниях в несколько астрономических единиц от звезды. К ним относятся планетные системы у звёзд 47 УМа и 55 Спс. В последней недавно обнаружена планета, расположенная на расстоянии более 5 а. е. от звезды (Марси и др., 2002). Обсуждается и обосновывается возможность устойчивого существования в них планет типа Земли на расстояниях ~ 1 а. е. Нет сомнений, что по мере дальнейшего увеличения точности и длительности периода наблюдений количество таких систем будет расти. Всё это делает актуальным изучение образования Солнечной системы и других планетных систем вокруг звёзд солнечного типа. В данной статье рассматривается ранняя стадия образования планетной системы — стадия газопылевого протопланетного диска.

Исторически сложилось так, что теория образования планет из протопланетного диска возникла раньше теории образования самого диска. Ещё 40 и даже 30 лет назад, когда уже существовала количественная теория образования планет (Сафронов, 1969), имелись две конкурирующие гипотезы образования диска: 1) в едином процессе с образованием Солнца при сжатии вращающейся протосолнечной туманности (как было предсказано ещё Лапласом) и 2) захват газопылевого облака уже сформировавшимся Солнцем. Большинство астрономов отдавали предпочтение первой гипотезе, но несколько ученых за рубежом, а в нашей стране Шмидт (1957), отстаивали вторую.

О первом пути, т. е. о едином образовании Солнечной системы, свидетельствуют такие её свойства, как почти компланарность и почти круговая форма орбит планет, близость неизменной плоскости планетной системы к экваториальной плоскости Солнца и одинаковое направление обращения планет вокруг Солнца, совпадающее с направлением вращения самого Солнца. В пользу образования из одного и того же сгустка межзвёздной среды свидетельствуют и химические данные — близость относительных содержаний ряда элементов, входящих в нелетучую фракцию примитивных метеоритов (хондритов), и относительных содержаний этих же элементов в солнечной фотосфере.

Однако все эти свойства являются вескими, но всё же не решающими аргументами в пользу единого процесса образования Солнца и диска. В различных вариантах гипотезы захвата также пытались объяснить эти свойства, предполагая, что часть захваченного вещества могла выпасть на Солнце. Главным же аргументом сторонников гипотезы захвата была возможность с её помощью объяснить ту особенность Солнечной системы, которую они считали непреодолимым препятствием для гипотезы совместного образования — аномальное распределение углового момента. Как известно, в планетах содержится лишь 0,13 % массы, но 98 % момента всей Солнечной системы. Вероятность захвата, вообще весьма низкая, была более высокой в области звёздообразования, пока молодое Солнце не покинуло относительно плотной среды межзвёздного газопылевого облака, из которого, наряду с Солнцем, могла образоваться целая группа звёзд (ещё в середине XX в. было известно, что звёзды образуются группами.)

Решающие аргументы в пользу единого процесса образования Солнца и диска были получены в ходе новых астрономических наблюдений молодых звёзд солнечного типа; в результате гипотеза захвата была отклонена. В следующем разделе будет представлен обзор результатов этих наблюдений.

1. Астрофизические ограничения на модели протопланетных дисков

Начиная с середины 80-х годов исследования спектров в инфракрасном и радио- (субмиллиметровом и миллиметровом) диапазонах позволили обнаружить газопылевые диски с кеплеровским вращением вокруг сотен молодых звёзд малой массы ($M_* \approx 0,25 \div 1,1 M_\odot$) с возрастами от 10^5 до 10^7 лет — звёзд типа Т Тельца (Т Тау) (Беквиз, Сарджент, 1996), а также вокруг ещё более молодых (с возрастaми $< 5 \cdot 10^5$ лет) формирующихся звёзд (протозвёзд), окружённых непрозрачной аккреционной оболочкой (Мунди и др., 2000). Массы этих дисков ($\sim 0,01 \div 0,1 M_\odot$), их размеры (~ 100 а.е.) и времена жизни ($\sim 10^7$ лет) напоминают предложенную ранее теоретическую модель околосолнечного допланетного облака малой массы (Сафронов, 1969, 1972; Кусака и др., 1970), в зарубежной литературе называемого обычно солнечной туманностью (solar nebula). Сходство увеличивается, если учесть, что даже для дисков с размерами более 100 а.е. анализ спектрального распределения излучаемой ими энергии и наблюдения с высоким разрешением теплового излучения в миллиметровом диапазоне показывают, что основная масса вещества дисков сконцентрирована во внутренней области с радиусом ~ 40 а.е. (Беквиз, Сарджент, 1996). Уже само по себе такое сходство параметров даёт основание считать эти диски вероятными предшественниками планетных систем. Кроме того, спектральное распределение излучаемого потока энергии в субмиллиметровом диапазоне, наблюдаемого у некоторых дисков, отличается от распределения для межзвёздных молекулярных облаков. Наиболее вероятное объяснение этого явления — рост пылевых частиц в дисках (Беквиз и др., 2000), т.е. начальная стадия образования планет. По аналогии с дисками вокруг молодых звёзд околосолнечное допланетное облако стали называть протопланетным (допланетным) диском. Отметим, что название «диск» отражает лишь осесимметричную, очень уплощённую форму этих образований, тогда как толщина их H , в отличие от обычных дисков, не постоянна, а увеличивается с расстоянием от звезды r (в первом приближении $H \propto r$).

Газопылевые диски обнаружены у $\geq 50\%$ наблюдаемых звёзд типа Т Тельца с возрастaми $\leq 10^6$ лет и у $20 \div 30\%$ звёзд с возрастaми $\leq 10^7$ лет (Беквиз, Сарджент, 1996). Из наблюдений молодых скоплений следует, что количество звёзд с дисками уменьшается от $80 \div 90\%$ в скоплениях с возрастом $\approx 0,3$ млн лет до $3\% \pm 3\%$ в скоплениях с возрастом ≈ 30 млн лет, причём среднее время жизни диска в скоплении оценивается в 6 млн лет (Хайш и др., 2001).

Из наблюдений следует, что многие звёзды типа Т Тельца, называемые классическими (CTTS), аккрецируют вещество из диска. Наилучшее свидетельство аккреции, наряду с магнитосферными эмиссионными спектрами, дают оптические и ультрафиолетовые спектры классических звёзд Т Тельца, для которых характерно уменьшение глубины фотосферных линий поглощения, вызванное сплошным спектром излучения из более горячих областей, расположенных выше фотосферы. Это излучение объясняется выделением энергии аккреции в ударном фронте на поверхности звезды и наблюдается только у тех звёзд, которые имеют избыточное излучение в ближней инфракрасной области ($\lambda < 2,5$ мкм), свидетельствующее о наличии достаточно нагретого диска в непосредственной близости от звезды. Наблюдения подтвердили, что аккреция из диска происходит в течение $1 \div 10$ млн лет, за это время аккреционный поток массы $\dot{M}$ убывает от $10^{-7} \div 10^{-6}$ до $10^{-9} \div 10^{-8} M_{\odot}/\text{год}$ (Кальвет и др., 2000).

С вероятностью не меньшей, чем у одиночных звёзд, аккреционные диски образуются и у звёзд, входящих в двойные системы, однако время их жизни не превышает ~ 1 млн лет из-за взаимодействия с другим компонентом (Кальвет и др., 2000). Такое ограничение на время существования не относится к дискам, окружающим двойную систему. У наиболее молодых из наблюдаемых классических звёзд Т Тельца сохранились остаточные аккреционные оболочки, из которых идёт падение вещества на диски. Такие оболочки иногда можно отличить от дисков только благодаря тому, что у них помимо кеплеровской составляющей скорости есть и значительная радиальная составляющая, направленная к звезде (Накамура, 2000).

Наблюдаются и звёзды типа Т Тельца, обозначаемые аббревиатурой WTTS, которые имеют, в отличие от классических звёзд этого типа, более слабый эмиссионный спектр, что интерпретируется как признак отсутствия аккреции на них вещества из диска. Наиболее распространённым является представление, что звезды WTTS находятся на стадии эволюции, следующей за аккреционной.

В областях множественного звездообразования наряду со звёздами Т Тельца обнаружены и более молодые звёздные объекты малой массы. К ним относятся разреженные и холодные дозвёздные (точнее, допротозвёздные) объекты перед началом или в самом начале гравитационного коллапса, ещё не имеющие в центре гидростатического звёздообразного ядра, а также протозвёзды, находящиеся на аккреционной стадии коллапса и уже имеющие плотное горячее ядро (Андре и др., 2000), вокруг которого располагаются оболочка, аккрецирующая на ядро, и более плотный, чем оболочка (но менее плотный, чем ядро), формирующийся диск.

Спектры допротозвёздных объектов, наблюдаемые в радиодиапазоне ($\lambda \sim 0,1 \div 1$ мм) и далёкой ИК-области, на которую приходится максимум спектрального распределения энергии, отличаются от спектров протозвёзд, имеющих избыток потока не только в далёкой, но и в ближней ИК-области. Оценки масс допротозвёздных объектов

(плотных ядер молекулярных облаков) дают интервалы от $\sim 0,5 M_{\odot}$ до $\sim 35 M_{\odot}$ для изолированных ядер и от $\sim 0,05 M_{\odot}$ до $\sim 3 M_{\odot}$ для ядер в звёздообразующих (протозвёздных) скоплениях, таких как ρ Oph. В ядрах или их внутренних областях размерами $0,01 \div 0,1$ пк наблюдаются признаки движения вещества к центру со скоростями $\sim 0,1$ км/с (Ли и др., 2002), в несколько раз меньшими, чем при гравитационном коллапсе (Майерс и др., 2000). Из наблюдений получены оценки температуры пыли в ядрах ($13 \div 30$ К) и плотности газа ($n_{\text{H}_2} \approx 10^4 \div 10^6 \text{ см}^{-3}$), плавно нарастающей от периферии до центрального плато (Майерс и др., 2000; Андре и др., 2000). Время жизни таких допротозвёздных ядер составляет несколько миллионов лет.

По современным представлениям, гравитационному коллапсу на этой стадии противодействует совокупность магнитного и турбулентного давлений. Однако в результате амбиполярной диффузии (роль которой, вероятно, особенно важна), диссипации турбулентности, внешнего импульса со стороны соседних, чуть ранее образовавшихся протозвёзд и звёзд, а также химических процессов в ядре к концу этой стадии достигается критическая плотность для гравитационной неустойчивости (Андре и др., 2000; Ли и др., 2002). Скорость вращения ядер молекулярных облаков и протозвёзд на начальных стадиях коллапса варьирует в широком диапазоне от значений $\Omega \sim 10^{-15} \text{ с}^{-1}$, т.е. ниже величины $\Omega \sim 0,5 \cdot 10^{-14} \text{ с}^{-1}$, определяемой точностью наблюдений, до $\Omega \sim 2 \cdot 10^{-13} \text{ с}^{-1}$ (Кассен, 1994; Майерс и др., 2000). Параметры допротозвёздных объектов в конце этой стадии и начале стадии коллапса служат начальными условиями для расчёта образования звёзд с дисками. Поэтому очень важно, что в наши дни наблюдения позволяют судить о разбросе этих параметров, и по наиболее распространённому в настоящее время предположению разнообразие свойств наблюдаемых планетных систем у звёзд малой массы объясняется именно различием начальных условий, а не различием механизмов их образования.

Протозвёзды, образующиеся в процессе коллапса внутренних областей плотных ядер молекулярных облаков, относятся к спектральным классам 0 и I (Андре и др., 2000; Сурдин, 2001). Спектральные различия объектов этих классов хорошо объясняются различием масс их оболочек, из которых идёт аккреция вещества на растущую звезду и формирующий вокруг неё диск. В объектах класса 0 масса аккреционной оболочки больше массы звезды, находящейся в её центре, а в объектах класса I, наоборот, масса оболочки меньше массы звезды, которая тем не менее ещё не видна в оптическом диапазоне.

В объектах класса I благодаря меньшей массе оболочки удаётся распознать погруженный в неё диск. Из-за трудности распознавания дисков их массы стали оценивать лишь в последнее десятилетие. Оказалось, что типичные массы дисков у протозвёзд, как и у звёзд Т Тельца, составляют $\leq 10\%$ от полной массы протозвезды (Андре и др., 2000; Мунди и др., 2000). Продолжительность стадии протозвёзды составляет от 10^5 до $5 \cdot 10^5$ лет, меньшая длительность соответствует

быстрой аккреции, большая — варианту, когда быстрая аккреция сменяется медленной (Андре и др., 2000). Появление звезды в оптической области, куда смещается максимум спектра, знаменует её перемещение в спектральный класс II, соответствующий стадии Т Тельца.

Для большинства наблюдаемых маломассивных протозвезд скорости аккреции из оболочки на диск на порядок больше, чем скорости аккреции из диска на центральную звезду (Белл и др., 2000). Наиболее принятым объяснением компенсации этого дисбаланса является термическая неустойчивость во внутренней части диска ($r < 0,1$ а. е.), приводящая к тому, что периодически резко и кратковременно увеличивается поток массы из диска на звезду и соответственно увеличивается её блеск (Белл, Лин, 1994). Звёзды типа FU Ориона (FU Ori), или фуоры, наблюдаются именно в период такой вспышки, длящейся ~ 100 лет. Во время вспышки светимость звезды увеличивается на 2 порядка, а темп аккреции из диска достигает величины $\dot{M} \sim 10^{-4} M_{\odot}/\text{год}$ при темпе аккреции на диск из окружающей оболочки $\dot{M}_d \geq 10^{-6} M_{\odot}/\text{год}$.

Из теории следует, что вспышки возможны только при таком большом темпе аккреции на диск и через диск в его внутреннюю область (Белл и др., 2000). Стадия, на протяжении которой звезда испытывает такую вспышечную активность, вызванную аккрецией из диска (стадия фуора), согласно оценкам, полученным из наблюдений, имеет продолжительность $< 10^5$ лет при условии, что её проходят все звёзды малой массы (Белл и др., 2000), т.е. она на 2 порядка короче стадии Т Тельца. Однако количество наблюдаемых звёзд типа FU Ori пока недостаточно, чтобы утверждать, что все маломассивные звёзды прошли через стадию фуора (Кальвет и др., 2000). Поэтому в настоящее время можно лишь предполагать, что молодое Солнце с протопланетным диском также проходило эту стадию.

Очень веским аргументом в пользу совместного и одновременно образования звёзд и окружающих их дисков явилось наблюдение потоков вещества из протозвёзд с дисками. Эти потоки проявляют себя в виде узких оптических (т.е. атомных) струй — джетов — и связанных с ними объектов Хербига-Аро, а также биполярных молекулярных потоков, проявляющих себя доплеровским расщеплением радиолиний молекулы CO (Паджет и др., 1999; Андре и др., 2000). Скорость джетов, связанных с маломассивными протозвёздами, составляет $\sim 150 \div 400$ км/с, тогда как скорость молекулярных потоков не превышает 25 км/с; простираются те и другие на расстояния $0,1 \div 1$ пк от молодого звёздного объекта (Кёнигл, Пудриц, 2000). Джеты обнаружены и у звёзд Т Тельца по профилям запрещённых линий, причём у этих джетов, помимо высокоскоростной компоненты, есть компонента и с более низкими скоростями — несколько десятков километров в секунду (Хирс и др., 1997).

Направление этих джетов и потоков совпадают с осью вращения диска, что говорит об их взаимосвязи. Общепринятым объяснением такой связи в настоящее время является ветер, истекающий с поверх-

ности диска вблизи его внутреннего края и имеющий магнитогидродинамическую природу.

Существование джетов и биполярных потоков у молодых звёздных объектов — ещё одно косвенное свидетельство того, что их околозвёздные диски являются аккреционными, потому что наблюдаемое истечение вещества — это единственный способ для звезды освободиться от избыточного углового момента, поступающего из диска. В настоящее время обсуждаются различные механизмы генерации такого ветра (Кёнигл, Пудриц, 2000; Шу и др., 2000). Во всех механизмах ветер образуется во внутренней намагниченной части диска вблизи звезды, и энергетическим источником является аккреция газа из диска на звезду. Различие моделей заключается в природе магнитного поля. В модели дискового ветра или магнитоцентробежного истечения из диска (Кёнигл, Пудриц, 2000) магнитное поле является реликтом магнитного поля родительского ядра молекулярного облака. В другой модели (Шу и др., 2000) ветер образуется при взаимодействии диска с магнитным полем звезды. По современным оценкам, отношение массы вещества, уносимой ветром, к массе, поступающей к звезде из аккреционного диска, составляет $\sim 0,1 \div 0,3$ (Кёнигл, Пудриц, 2000; Холленбах и др., 2000).

Значение наблюдений молодых звёзд солнечного типа для планетной космогонии трудно переоценить. Весь комплекс наблюдений подтвердил два факта, ранее бывшие лишь разумными теоретическими предположениями: 1) образование Солнца и окружающего его газопылевого протопланетного диска происходило совместно, из единой массы в едином процессе; 2) процесс планетообразования начинался в этом газопылевом диске. В то же время, при построении современных моделей протопланетных дисков, в т. ч. околосолнечного, начиная с самых ранних стадий эволюции обязательно учитывается комплекс астрофизических ограничений на основные физические параметры протозвёзд и молодых звёзд солнечного типа, а также окружающих их дисков. Это позволяет существенно продвинуться в исследовании образования Солнечной системы.

Необходимо ещё отметить, что обнаруженное разнообразие свойств внесолнечных планетных систем также должно найти объяснение в моделях образования планет в околозвёздных дисках. В настоящее время активно ведутся работы по созданию таких моделей, которые, разумеется, должны учитывать и наблюдаемые свойства околозвёздных дисков.

2. Проблемы образования одиночных звёзд с дисками

На стадии протозвезды картина эволюции диска очень сложна. Согласно теории звёздообразования, основы которой были заложены Джинсом в начале XX в., звёзды образуются в результате коллапса под действием гравитационных сил из уплотнений межзвёздной среды.

Коллапс происходит, когда силы гравитации превосходят сумму сил, препятствующих сжатию: градиента теплового давления, магнитных натяжений, центробежных сил. Отсюда следует, что наиболее предпочтительными местами для начала гравитационного коллапса являются наиболее плотные и холодные участки межзвёздной среды. Как отмечалось в предыдущем разделе, звёзды образуются в плотных ядрах молекулярных облаков — областях с низкой температурой и относительно высокой плотностью, в которых водород и другие газы (кроме благородных) находятся в молекулярном состоянии, а конденсируемые вещества ($< 2\%$ по массе) заключены в пылинках.

Необходимое условие образования протопланетных дисков, в том числе и околосолнечного, — вращение молекулярных облаков. Важными для звёздообразования характеристиками ядер молекулярных облаков являются величина и внутреннее распределение углового момента $j(r)$. Эти параметры зависят от величины и распределения внутри ядер угловой скорости и плотности. В теоретических работах рассматривается представляющийся разумным и не противоречащий наблюдениям предельный закон вращения $\Omega = \text{const}$ при различных возможных распределениях плотности $\rho(r)$. Звёздная статистика показывает, что число одиночных звёзд в диске Галактики не превосходит числа систем (Сурдин, 2001). Среди звёзд солнечного типа $\geq 60\%$ входят в двойные или кратные системы, обладающие, как правило, угловыми моментами $J \geq 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (Масевич, Тутуков, 1988).

Из наблюдений двойных звёзд была получена оценка нижнего предела j_m для удельного углового момента протозвёздного облака, при котором образуется двойная звезда (Масевич, Тутуков, 1988): для облака с массой Солнца он составляет $j_m \sim 10^{19} \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Исходя из этого авторами было высказано предположение, что одиночные звёзды солнечной массы с планетными системами могут образовываться только при угловых моментах меньше j_m . По их оценке, $\sim 40\%$ всех звёзд могут иметь протопланетные диски.

По оценкам других авторов, с учётом распределения плотности и скорости вращения облаков, одиночная звезда солнечной массы с диском может образоваться и при существенно больших значениях $j \sim 10^{20} \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (Рузмайкина, Макалкин, 1989), перекрывающихся с областью углового момента $j > j_m$ для двойных звёзд. Последний вывод согласуется со многими наблюдениями звёзд с дисками, в том числе с недавними наблюдениями с помощью космического телескопа Хаббл (Паджет и др., 1999), которые позволили обнаружить диски с радиусами более 500 а.е. вокруг звёзд солнечного типа с возрастaми ≤ 1 млн лет. Из пяти случаев, когда были обнаружены источники излучения в центре дисков, в двух случаях ими оказались тесные двойные системы, а в трёх — одиночные звёздные объекты. Для случая, когда звезда имеет массу $0,9 M_\odot$, а масса и радиус диска равны $0,1 M_\odot$ и 1000 а.е., оценка полного углового момента звезды с диском даёт величину $J \approx 10^{53} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Угловым моментом того же порядка обладают и многие двойные системы суммарной массы $\sim 1 M_\odot$. Обна-

ружено немало двойных систем, среди которых есть и широкие, окружённые протяжённым диском. В этих случаях, возможно, двойные системы образовались путём фрагментации из центральной области ядра молекулярного облака, а диск — из более удалённой от центра области (Боденхаймер, 1995).

Для околосолнечного протопланетного диска получены следующие оценки массы M_d и углового момента J_d (Рузмайкина, Макалкин, 1989), сделанные путём добавления к веществу планет диссипировавших водорода и гелия до солнечного состава:

$$10^{-2} M_{\odot} \leq M_d \leq 10^{-1} M_{\odot} \quad \text{и} \quad 3 \cdot 10^{51} \leq J_d \leq 2 \cdot 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1};$$

т. е.

$$\frac{J_d}{M_d} \gg \frac{J_{\odot}}{M_{\odot}}.$$

Если околосолнечный диск на некоторой стадии эволюции простирался далеко за пояс Койпера и достигал нескольких сотен астрономических единиц (такую возможность нельзя исключить в свете современных астрономических данных), то его момент мог достигать значения $J \sim 10^{53} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

От величины углового момента зависят многие важные параметры диска, среди которых нагрев диска на стадии коллапса протозвезды, направление переноса вещества в различных областях диска в течение всей его жизни и, следовательно, эволюция допланетного вещества. Минимальное значение углового момента, оценённое с учётом момента облака Оорта и момента, унесённого из Солнечной системы выброшенными кометами, составляет $J = (1 \div 3) \cdot 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (Кассен, 1994). В моделях образования околосолнечного протопланетного диска принимались значения $J = 2 \cdot 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (Рузмайкина, Маева, 1986), $J = 4 \cdot 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (Макалкин и др., 1998). Модели эволюции околосолнечного диска (Кассен, 2001), удовлетворяющие ряду космохимических ограничений (обеднение хондритов умеренно летучими элементами, изотопный состав кислорода в тугоплавких включениях хондритов и др.), построены также в предположении умеренного углового момента $J \approx (3 \div 4) \cdot 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

При формировании двойной (кратной) системы, даже если в ней имеются и диски, большая часть углового момента облака обычно концентрируется в орбитальном движении звёзд относительно друг друга. Образование одиночной звезды с диском — альтернативный и дополнительный путь избавления формирующейся звезды от избыточного углового момента. Для этого необходим эффективный механизм переноса углового момента на периферию диска, а массы — на звезду. Теоретические оценки показывают, что если центральное звёздообразное ядро с $M_* \sim 10^{-2} M_{\odot}$ образуется до возникновения гравитационной неустойчивости, то фрагментации можно избежать (Рузмайкина, 1981). Это накладывает ограничение на угловой момент протозвезды, которое для случая $M = 1 M_{\odot}$ имеет вид $J \leq 10^{54} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

Аналогичное ограничение следует и из численного моделирования коллапсирующих вращающихся протозвёзд (Йорке, Боденхаймер, 1999), в результате которого получаются массивные диски ($M_d \approx 0,3 \div 0,4 M_*$). Оценка типичного значения J для центральных областей плотных ядер молекулярных облаков солнечной массы также даёт $J \sim 10^{54} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Однако типичные угловые моменты наблюдаемых звёзд с дисками ($J \leq 10^{53} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$) и массы дисков ($M_d < 0,1 M_*$) свидетельствуют том, что при $J > 10^{53} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ преимущественно образуются широкие двойные и в то же время ставят вопрос об удалении избыточных масс и угловых моментов дисков (Боденхаймер, 1995), например, с помощью фотоиспарения ультрафиолетовым излучением (Холленбах и др., 2000).

3. Механизмы переноса углового момента и массы в дисках

Наблюдаемое распределение этих параметров в Солнечной системе, в ряде наблюдаемых внесолнечных планетных систем и в многочисленных системах молодых звёзд с дисками требует эффективного механизма перераспределения углового момента и массы. Напомним, на долю Солнца приходится 99,87 % массы и лишь 2 % углового момента системы. В процессе коллапса протозвезды и образования диска такой диспаритет массы и углового момента, согласно всем имеющимся теоретическим и численным моделям, не достигается.

Есть и другая линия аргументов в пользу необходимости эффективного переноса массы и углового момента в диске. Согласно наблюдениям звёзд типа Т Тельца (Кальвет и др., 2000), поток массы из диска на звезду $\dot{M} \sim 10^{-8} M_\odot / \text{год}$ существует в течение $t \sim 10^6$ лет, а поток $\dot{M} \sim 10^{-9} M_\odot / \text{год}$ — в течение $t \sim 10^7$ лет. Однако для поддержания таких величин потоков в течение указанных периодов необходимо, чтобы на протяжении всей стадии Т Тельца во всём диске или в значительной его части происходило перетекание вещества в направлении звезды для подпитки наблюдаемого потока. Это следует из простого баланса массы: если предположить, что источником аккреционного потока является лишь небольшая часть диска, прилегающая к звезде, то при массе дисков $\sim 0,01 M_\odot$ вещества явно не хватает. При гидродинамическом рассмотрении вязкого диска необходимый перенос массы и сопутствующий ему перенос углового момента в противоположном направлении на временах t_d и расстояниях r_d , характерных для дисков маломассивных протозвёзд и звёзд Т Тельца, могут быть обеспечены только очень высокой вязкостью $\nu \sim r_d^2 / t_d \sim 10^{15} \div 10^{16} \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, на 8 и более порядков превышающей молекулярную. Это также делает необходимым существование эффективных механизмов переноса углового момента и массы по радиусу диска.

Такой механизм был предложен в работах (Шакура, 1972; Шакура, Сюняев, 1973; Линден-Белл, Прингл, 1974). В них были рассмотрены осесимметричные модели вязкого диска с параметрами, осреднёнными

по его толщине. В обеих моделях причиной радиального переноса массы являются касательные напряжения $w_{r\varphi}$, которые возникают в диске при трении двух соседних цилиндрических слоёв, вращающихся с разными угловыми скоростями. Эти напряжения приводят к перераспределению углового момента, появлению радиального потока массы, а также нагреву диска. При кеплеровском законе вращения внутренний слой теряет угловой момент, отдавая его внешнему. В результате во внутренней части диска масса медленно (по сравнению с орбитальным движением) перетекает внутрь и аккрецирует на звезду. В силу закона сохранения углового момента меньшая часть массы диска, расположенная в его внешней части, перемещается в противоположном направлении, увеличивая радиус диска. В этих моделях локальные величины касательных напряжений и выделяемой энергии пропорциональны вязкости, которая предполагается зависящей от радиальной координаты r и температуры (Шакура, 1972; Шакура, Сюняев, 1973) или только от r (Линден-Белл, Прингл, 1974).

Вскоре после появления этих работ возник вопрос об источниках большой вязкости в протопланетных дисках. Одним из таких источников может быть турбулентность, если она поддерживается в течение этой стадии во всём (или почти во всем) диске. Другой возможный источник переноса углового момента и массы — гравитационная неустойчивость, возникающая при массе диска $\geq 0,3 M_{\odot}$, и производимые ею спиральные волны плотности (Шу и др., 1990). В этом случае перенос массы и момента и диссипацию энергии также можно описать с помощью эффективной вязкости (Накамото, Накагава, 1995; Йорке, Боденхаймер, 1999). Существует мнение, что на стадии протозвезды и аккреции диска этот механизм может быть основным (Холленбах и др., 2000). Однако данные наблюдений, как отмечено в предыдущем разделе, свидетельствуют о несколько меньших массах дисков на этой стадии ($\leq 10\%$ от полной массы протозвезды). Кроме того, на последующей стадии Т Тельца гравитационная неустойчивость не может быть основным механизмом переноса массы и момента для всего диска. Как следует из моделирования диска (Белл и др., 1997; Армитаж и др., 2001), на этой стадии гравитационный механизм генерации вязкости может работать только в периферийной области ($r > 10$ а. е.), где выполняется критерий гравитационной неустойчивости (Тоомре, 1964), который для дисков с кеплеровской угловой скоростью Ω имеет вид $Q \equiv c_s \Omega / \pi G \Sigma \leq 1$, где c_s — скорость звука, Σ — поверхностная плотность диска, G — гравитационная постоянная.

Более универсальным процессом, способным действовать на всех стадиях эволюции протопланетного диска и создавать достаточно высокую вязкость, является турбулентность. Источники энергии для турбулентности и механизмы её генерации в околозвёздных допланетных дисках начали изучаться довольно давно. В качестве возможных механизмов предлагались падение на диск вещества из аккреционной оболочки (Сафронов, 1982; Сафронов, Витязев, 1983) и сдвиговые напряжения на поверхности пылевого слоя, образующегося при оседа-

нии пыли к экваториальной плоскости диска (Голдрайх, Уорд, 1973). Оба этих источника оказались ограниченными по мощности, а также по области и времени действия. Падающее вещество при дозвуковой турбулентности перемешивается с веществом диска только в тонком приповерхностном слое. Исключением является лишь торец, где перемешивание происходит на большую глубину (Рузмайкина, Маева, 1986; Рузмайкина, Макалкин, 1989). Сдвиговые напряжения на поверхности пылевого слоя эффективно действуют только в объёме, сопоставимом с объёмом пылевого слоя, т. е. малом по сравнению со всем диском.

В настоящее время тщательно изучается магнитогидродинамическая турбулентность. Как показывают результаты исследований (Балбус, Хаули, 1991; Бисноватый-Коган, Лавлейс, 2001; Армитаж и др., 2001), этот механизм может быть очень важен во внутренней области диска (при малых значениях r) и во внешних слоях его атмосферы (при больших z), где достигается достаточная степень ионизации вещества. На ранней стадии ($t \sim 10^5$ лет) внутренняя область может простираться до $r \sim 1$ а. е., затем сокращается до $r \sim 0,1$ а. е. Во всяком случае, этот механизм не может быть основным для всего диска.

Была рассмотрена модель слоистой аккреции (Армитаж и др., 2001), основанная на предположении, что в области от $r \approx 0,1 \div 2$ а. е. диск имеет слоистую структуру: основная масса вещества ближе к средней плоскости — это холодный, нетурбулентный газ, экранированный от ионизирующего излучения тонкими приповерхностными слоями, в которых существует МГД-турбулентность, и только она и обеспечивает аккреционный поток в области $0,1$ а. е. $< r < 2$ а. е. (в области $r > 2$ а. е. предполагается гравитационная неустойчивость, обеспечивающая эффективную вязкость.) Модель приводит к нестационарной, пульсационной эволюции диска и не является самосогласованной, так как поверхностная плотность ионизованного слоя задаётся, а не рассчитывается. Кроме того, нам представляется необоснованным считать единственным механизмом турбулентности магнитогидродинамический и не учитывать чисто гидродинамический механизм.

Лин и Папалойзо (1980) предложили модель, согласно которой в протопланетном диске на всех радиальных расстояниях r от звезды существует тепловая конвекция в вертикальном направлении, т. е. между средней плоскостью и поверхностями диска. Позже исследования ряда авторов показали, что тепловая конвекция в диске (как и её необходимое условие — вертикальный адиабатический градиент температуры) по разным причинам не повсеместна и не постоянна (Макалкин, 1987; Руден, Поллак, 1991; Макалкин, Дорофеева, 1996; Номура, 2002). Поэтому её роль оказалась не столь значительной, как предполагалось вначале. Невозможность конвекции в радиальном направлении при радиальных возмущениях была показана еще раньше (Сафронов, Рускол, 1956; Сафронов, 1969).

В качестве механизма генерации турбулентности была предложена и в настоящее время интенсивно исследуется гидродинамическая неустойчивость дифференциально вращающегося кеплеровского диска

относительно конечных и/или неосесимметричных возмущений параметров с учётом очень высокого числа Рейнольдса ($Re \geq 10^{10}$), характерного для протопланетного диска (Зельдович, 1981; Дюбрюль, 1993; Ришар, Зан, 1999; Бисноватый-Коган, Лавлейс, 2001). В работе (Фридман, 1989) был предложен гидродинамический механизм генерации турбулентности в дифференциально вращающемся диске, в котором нелинейный рост коротковолновых двумерных неосесимметричных возмущений основан на сохранении завихрённости в двумерных течениях несжимаемой жидкости. Гидродинамическая неустойчивость, в отличие от других механизмов, является универсальной для диска, поскольку может иметь место на любом расстоянии от звезды. До последнего времени возражения против такого механизма основывались на результатах численного моделирования (Стоун и др., 2000), которое показывало, что турбулентность в кеплеровском диске не поддерживается гидродинамическим механизмом и быстро затухает. Однако в этих расчётах, во-первых, не достигались необходимые значения числа Рейнольдса, во-вторых, предполагались баротропные условия. Как следует из расчётов, которые недавно провели Клар и Боденхаймер (2003), протопланетные диски имеют отрицательный радиальный градиент энтропии, что делает их бароклиными. Дальнейшее двумерное моделирование, проведённое этими авторами, показало, что бароклиное течение неустойчиво и генерирует турбулентность, которая переносит угловой момент по радиусу на периферию диска, а массу — к центральной звезде. При этом получается величина аккреционного потока, согласующаяся с наблюдениями классических звёзд Т Тельца. Энергия турбулентности, как и в других механизмах, черпается из потенциальной энергии системы и нагревает диск, обеспечивая радиальный градиент энтропии, необходимый для сохранения турбулентности. Это исследование требует дальнейшего подтверждения и развития.

4. Величина вязкости протопланетных дисков

Все упомянутые выше модели турбулентности в протопланетных дисках пока ещё недостаточно разработаны, чтобы определить зависимость турбулентной вязкости от координат и времени. Поэтому широкое распространение получила так называемая α -параметризация вязкости, предложенная при построении моделей аккреционных дисков (Шакура, 1972; Шакура, Сюняев, 1973). Эта параметризация оказалась полезной для описания турбулентной вязкости при интерпретации современных наблюдений аккреции из диска на центральную звезду и для создания теоретических моделей строения и эволюции протопланетных дисков. При α -параметризации кинематическая вязкость ν предполагается пропорциональной произведению скорости звука c_s на полутолщину диска h (высоту однородной атмосферы) с постоянным коэффициентом пропорциональности α :

$$\nu = \alpha c_s h = \alpha c_s^2 / \Omega. \quad (1)$$

Из данного определения α следует другое, физически более прозрачное, согласно которому коэффициент α связывает касательное напряжение $w_{r\varphi}$ с давлением P газа в диске: $w_{r\varphi} = (3/2)\alpha P$.

Приемлемость α -модели обусловлена существующим уровнем точности наблюдений молодых звёзд с дисками. Например, рассмотрение зависимости от времени для потока массы из диска на звезду, выполненное на основании наблюдений более 40 звёзд Т Тельца разных возрастов (Степинский, 1998), согласуется с α -моделью. Эта модель также удовлетворительно описывает радиусы наблюдаемых дисков (Кальвет и др., 2000). Для протопланетного диска Солнца применение α -модели позволило получить распределение вещества для объяснения происхождения наблюдаемых отношений изотопов D/H в планетах, метеоритах и кометах (Мусис и др., 2000). Значение α , необходимое для объяснения наблюдений во всех вышеупомянутых случаях, находится в диапазоне от 10^{-3} до 10^{-2} .

С этими оценками хорошо согласуются и результаты теоретического моделирования гидродинамических механизмов турбулентности в протопланетном диске. Для конвекции (Кабот и др., 1987) и бароклинной неустойчивости в кеплеровском диске (Клар, Боденхаймер, 2003) получен интервал значений $\alpha = 10^{-4} \div 10^{-2}$. Внутри него находится и оценка $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-3}$, полученная для турбулентности, управляемой кеплеровским сдвиговым напряжением (Дюбрюль, 1993).

В большинстве моделей образования и эволюции допланетного околосолнечного диска используется интервал значений параметра вязкости $\alpha = 10^{-4} \div 10^{-2}$ и приводятся аргументы в его пользу (напр., (Макалкин, Дорофеева, 1996; Белл и др., 1997; Мусис и др., 2000)). Но имеются аргументы, основанные на характерных временах эволюции диска на стадии протозвезды и стадии Т Тельца, в пользу понижения α внутри этого интервала при переходе от первой стадии (образования диска) ко второй (Макалкин, 1987). Ряд аргументов (Макалкин, Дорофеева, 1995), в том числе последние данные интерпретации распределения отношения D/H в телах Солнечной системы (Мусис и др., 2000) и эволюции дисков вокруг молодых звёзд солнечного типа с возрастом несколько миллионов лет (Кальвет и др., 2002), дают значение $\alpha \sim 10^{-3}$, т.е. вблизи нижнего предела указанного выше интервала. Моделирование термической структуры протопланетного околосолнечного диска (Макалкин, Дорофеева, 1991, 1996; Макалкин и др., 1998), проведённое при значении $\alpha = 3 \cdot 10^{-3}$ для стадии образования диска вокруг протосолнца и при значении $\alpha = 1 \cdot 10^{-3}$ для стадии его последующей эволюции вокруг Солнца на стадии Т Тельца, показало соответствие полученных моделей космохимическим ограничениям на температуру в диске.

Простая оценка показывает, что для околосолнечного протопланетного диска значение $\alpha \sim 10^{-3}$ лучше других удовлетворяет и астрофизическим ограничениям. Характерное время эволюции диска, аккрецирующего на молодую звезду, можно представить в виде $t = M_d/M$. Кроме того, время вязкого разрастания и диссипации диска связано

с вязкостью соотношением $t \sim r_d^2/\nu$, где r_d — радиус диска. Приравнивая времена этих двух взаимосвязанных процессов и используя α -параметризацию вязкости (1), получим следующее выражение для α :

$$\alpha \sim \frac{j_d}{c_{sd}^2} \frac{\dot{M}}{M_d}. \quad (2)$$

Здесь $j_d = \sqrt{GM_* r_d}$ — удельный угловой момент диска на расстоянии r_d , $c_{sd}^2 = c_s^2(r_d) = \gamma(R_g/\mu)T_d$ — квадрат скорости звука, $T_d = T(r_d)$ — температура диска, $\gamma = 1,45$ — показатель адиабаты, $\mu = 2,4$ — средняя молекулярная масса для газа солнечного состава, R_g — газовая постоянная.

Подставим в соотношение (2) следующие значения параметров: поток массы $\dot{M} \sim 10^{-8} M_\odot/\text{год}$, типичный для звёзд Т Тельца с возрастом $\sim 10^6$ лет (Кальвет и др., 2000); масса диска $M_d \sim 0,1 M_\odot$, согласующаяся с теорией образования планет (Сафронов, 1972; Витязев и др., 1990), с данными наблюдений дисков у звёзд Т Тельца (Беквиз, Сарджент, 1996) и результатами численного моделирования образования протопланетного диска (Рузмайкина, Маева, 1986); а также значения $M_* \sim 1 M_\odot$; $r_d \sim 40 \div 50$ а.е. и $T_d = 20 \div 30$ К, согласующиеся с моделями протопланетных дисков у Солнца и звёзд Т Тельца с возрастaми $\sim 10^6$ лет (Руден, Поллак, 1991; Д'Алессиндо и др., 1998). В результате получим $\alpha \sim 10^{-3}$. Такого же порядка α получится и для возраста диска $\sim 10^7$ лет при $\dot{M} \sim 10^{-9} M_\odot/\text{год}$, радиусе диска $r_d \sim 100$ а.е., температуре $T_d \approx 10 \div 20$ К и уменьшении массы диска в $\sqrt{10}$ раз (см. ниже). Увеличение α до $\sim 10^{-2}$ возможно только, если предположить, что уже в возрасте 10^6 лет диск имел минимальную массу $\sim 0,01 M_\odot$, необходимую для образования планет, в предположении солнечного химического состава диска. Однако такая малая масса околосолнечного протопланетного диска не согласуется с теорией планетообразования, если учесть выброс тел из Солнечной системы растущими планетами-гигантами (Сафронов, 1972), а также с выносом пылевых частиц и тел на Солнце за счёт трения о газ. Такое трение испытывает каждое отдельное тело (наибольшую потерю углового момента при этом испытывают тела размером от 1 см до 1 м) (Вайденшиллинг, 1977), а также весь пылевой слой, образовавшийся в результате оседания пыли к средней плоскости диска (Годрайх, Уорд, 1973).

Необходимо отметить ещё одну возможность увеличения α до значений $\sim 10^{-2}$. Она связана с предположением о высоком значении полного углового момента протозвёздной туманности (т.е. коллапсирующей части исходного ядра молекулярного облака): $J \geq 1 \cdot 10^{53} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (Накамото, Накагава, 1995). При таком большом J на стадии протозвезды аккреция на диск значительной массы из оболочки ($\sim 0,5 M_\odot$) происходит на расстоянии $r_d \geq 25$ а.е. от Солнца, поэтому для аккреции этой массы на звезду за $t \sim 10^6$ лет требуется большая вязкость, соответствующая значению $\alpha \sim 10^{-2}$. Ещё бóльшие

значения α , в интервале $\alpha = 0,01 \div 0,1$, получаются для коллапсирующих протозвёзд с большими удельными угловыми моментами, $j \sim 10^{20} \div 10^{21} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, соответствующими типичным значениям угловых скоростей ядер молекулярных облаков (Гудман и др., 1993). Такие значения α получаются при рассмотрении переноса углового момента и массы при гравитационной неустойчивости диска и вызванных ею спиральных волнах плотности (Лин, Прингл, 1990; Йорке, Боденхаймер, 1999). Отметим, что поскольку для протосолнечной туманности значения $J \geq 10^{53} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ слишком велики по ряду причин, на которых мы остановимся ниже, то и значения $\alpha \sim 0,01 \div 0,1$ также являются завышенными.

5. Проблемы ранней эволюции диска вокруг протозвезды

В результате коллапса допротозвёздного объекта (протозвёздного облака) в его центре сначала образуется одиночное гидростатическое звёздообразное ядро и компактный зародышевый диск, окружённые аккреционной (выпадающей на них) оболочкой. Зародышевый диск образуется в результате прямой аккреции вращающейся оболочки на расстоянии от оси вращения r , удовлетворяющем неравенству (Руз-майкина, Макалкин, 1989; Кассен, 1994) $R_* \leq r \leq r_{Ct}$, где R_* — радиус гидростатического ядра протозвезды, который для протозвёздного облака солнечной массы $M = 1M_\odot$ составляет $R_* = 3 \div 5R_\odot$ (Сталер и др., 1980); r_{Ct} — зависящий от времени центробежный (кеплеровский) радиус, имеющий смысл радиуса кеплеровской орбиты, на которую попадает экваториальный элемент оболочки (имеющий наибольший удельный угловой момент) после коллапса без перераспределения углового момента и аккреции на диск.

Линии тока аккретирующего вещества пересекают экваториальную плоскость внутри окружности радиуса r_{Ct} . При твердотельном законе вращения ядра молекулярного облака $\Omega = \text{const}$ (исходное состояние протозвезды) величину текущего значения центробежного радиуса (в момент времени t) можно записать в виде

$$r_{Ct} = r_C \left(\frac{t}{t_{\text{coll}}} \right)^3. \quad (3)$$

Здесь t_{coll} — продолжительность коллапса и аккреции вещества на диск $t_{\text{coll}} = M/M_a = GM/0,975c_i^3$ (Шу, 1977); $c_i = \sqrt{R_g T/\mu}$ — изотермическая скорость звука в протозвёздном облаке до начала коллапса, $T = 10 \div 40 \text{ К}$.

Окончательное значение центробежного радиуса r_C записывается через полный угловой момент протозвезды J в виде

$$r_C = \frac{J^2}{k^2 GM^3}, \quad (4)$$

где коэффициент $k = 2/9$ для исходного изотермического равновесного состояния сферической протозвезды до начала коллапса, распределение плотности в которой имеет вид $\rho = c_i^2/2\pi Gr^2$ (Шу, 1977).

Дальнейшая судьба этого диска зависит от соотношения его вязкости и углового момента, а также от радиального распределения и изменения во времени аккреционного потока массы из оболочки на диск и ядро.

При переносе углового момента наружу диск должен увеличивать свой радиус. При этом возможны два варианта: либо увеличение радиуса за счёт вязкости ($r_d^2 \sim \nu t$) происходит медленнее, чем увеличение его центробежного радиуса r_{Ct} , либо быстрее. В первом случае, который реализуется при значении момента $J \geq 10^{53} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, основная роль вязкости заключается в переносе массы из диска на звезду, а в увеличении радиуса диска её роль незначительна. Величина вязкости, соответствующая значениям $\alpha \sim 10^{-3}$, оказывается недостаточной для эффективной аккреции вещества из диска на звезду, поэтому масса диска растёт. Такой же результат может получиться и при значительно более низком значении J , если одновременно предположить гораздо меньшие значения α (Тутуков, 2002). После того, как масса диска достигает величины $M_d \sim 0,3M_*$, возникает гравитационная неустойчивость (Шу и др., 1990). В результате неустойчивости могут образоваться гигантские газовые протопланеты (Босс, 2001) или коричневый карлик (Тутуков, 2002). Возможен и другой результат гравитационной неустойчивости, который воспроизведён в ряде моделей коллапса протозвёздного облака с уплотнением центральной области ($\rho \sim r^{-2}$), — это крутящий момент гравитационных сил (Шу и др., 1990), связанный со спиральными волнами плотности, обеспечивающий эффективный перенос массы и углового момента (Пикет и др., 2000), т.е. большую эффективную вязкость, которая препятствует дальнейшему росту массы диска и стабилизирует её на уровне $M_d \approx 0,30 \div 35M_*$, где M_* — масса центральной звезды, точнее, звёздообразного гидростатического ядра (Йорке, Боденхаймер, 1999).

Для того, чтобы радиус диска увеличился до $r_d \gg r_C$ за время коллапса протозвезды, необходима тем большая вязкость, чем больше угловой момент J , а с ним и центробежный радиус r_C . Если вязкость диска с самого начала достаточно велика, чтобы обеспечить эффективный перенос массы и углового момента, то масса диска остаётся ниже $0,3M_*$. Конкретная величина M_d зависит от величины вязкости и полного углового момента J (Накамото, Накагава, 1995). При $r_d > r_C$ возникает проблема, связанная с сопротивлением радиальному росту диска. Сопротивление оказывает аккретирующее на диск вещество оболочки, поскольку удельный угловой момент j_a этого вещества, присоединяющегося к диску вблизи его края (на расстоянии $r \approx r_d > r_C$), оказывается меньше углового момента вещества диска на этом же расстоянии $j_d = \sqrt{GM_*r_d}$. Это сопротивление тем больше, чем толще диск, и следовательно, чем шире его торец.

В большинстве моделей образования дисков вокруг молодых звёзд сопротивление радиальному разрастанию диска не учитывается. Это связано с тем, что в них предполагаются высокие значения углового момента J исходного протозвёздного облака солнечной массы: $J \sim \sim 10^{53} \div 10^{54} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, согласующиеся с угловыми скоростями ядер молекулярных облаков. Из-за большого значения центробежного радиуса $r_C \sim (0,03 \div 6) \cdot 10^3 \text{ а.е.}$ в таких моделях всегда выполняется неравенство $r_d < r_{Ct}$ (Лин, Прингл, 1990; Йорке, Боденхаймер, 1999) или же неравенство $r_d < r_C$ (Накамото, Накагава, 1995), несмотря на то, что в них учитывается вязкость диска. При этом не возникает проблемы противодействия падающего вещества росту диска. Дело не только в том, что в большинстве упомянутых моделей не учитывается конечная толщина диска. В работе (Йорке, Боденхаймер, 1999) производились двумерные осесимметричные гидродинамические расчёты эволюции коллапсирующих вращающихся протозвёзд, в которых получалась значительная толщина диска. Однако при выполнении неравенства $r_d < R_{Ct}$ проблемы противодействия радиальному росту диска не возникает и в этом случае, так как удельный угловой момент j_a вещества, аккрецирующего на диск из оболочки на расстоянии r_d , получается близким по величине к угловому моменту вещества диска на этом же расстоянии $j_a \approx j_d$.

В то же время выпадение вещества на торец и на боковые поверхности диска в области $r > r_C$ оказывает существенное влияние на его эволюцию в случае умеренных значений углового момента $J \leq (1 \div 4) \times \times 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, когда $r_C \leq 0,2 \div 3 \text{ а.е.}$ (для протозвёздного облака солнечной массы). Возможность разрастания диска в радиальном направлении до радиуса $r_d \gg r_C$ зависит от того, насколько сильное противодействие оказывает вещество, падающее из аккреционной оболочки на край (торец) диска при $r \geq r_C$. В случае околосолнечного диска необходимо увеличение его радиуса на 1–2 порядка для достижения размеров, сравнимых с размерами планетной системы.

Этот вопрос рассмотрен в работах (Сафронов, 1982; Рузмайкина, Маева, 1986; Кассен, 1994), где был учтено выпадение на диск вещества на расстояниях $r > r_C$. В первой из них показано, что если турбулентная вязкость генерируется падением вещества на диск, то для роста радиуса диска в области $r > r_C$ необходимо, чтобы поток массы, выпадающий на единицу площади диска, круто убывал с расстоянием (круче, чем $\propto r^{-5}$). В то же время, очевидно, что при конечной толщине диска на торце этот поток достигает максимума. Поэтому фактически в работе (Сафронов, 1982) была продемонстрирована невозможность роста диска при возбуждении турбулентности падением на диск газа из аккреционной оболочки. Рузмайкиной и Маевой (1986) была построена численная модель роста диска с учётом падения на него вещества, причём принят во внимание максимум потока на краю диска и конечная толщина торца. Задание величины вязкости диска и её зависимости от r соответствовало выбору $\alpha \sim 3 \cdot 10^{-3}$. Показана возможность роста диска до размеров $\approx 25 \text{ а.е.}$ за $1,2 \cdot 10^5 \text{ лет}$. Однако

в этом расчёте поток массы, выпадающий на диск вблизи его края, был произвольно взят равным 0,1 от полного потока, падающего на диск. В работе (Кассен, 1994) распределение потока массы, падающего на диск, также было выбрано произвольно, причём сделано нереальное предположение, что это распределение экспоненциально убывает от центробежного радиуса r_{Ct} к краю диска (r_d). В результате при $r_C = 1,6$ а. е. получено увеличение радиуса диска до $r_d \geq 10$ а. е. на стадии коллапса.

В работах (Зиглина и др., 1996; Макалкин и др., 1998) было рассчитано взаимодействие диска, имеющего $r_C \leq 3$ а. е. и $r_d \approx 17 \div 20$ а. е., с аккрецирующей на него оболочкой, а также определено положение динамической поверхности, на которой падающее из оболочки вещество соприкасается с веществом диска. Эта поверхность практически совпадает с ударным фронтом, существующим при $M = v_{1n}/c_s > 1$, где v_{1n} — нормальная к поверхности компонента скорости падающего вещества. Показано, что из-за нагрева диска излучением, рассеянным в аккреционной оболочке, диск может быть довольно толстым, его толщина (расстояние между двумя динамическими поверхностями) достигает значений $H_D \approx 0,5 \div 0,8r$ вблизи края диска, при $r \approx (3/4)r_d$. В результате, согласно полученным оценкам, на край диска падает $35 \div 40\%$ от полного аккреционного потока массы. Естественно, при таком потоке вещества, имеющем при $r_{Ct} \ll r_d$ удельный угловой момент $j_a \approx \sqrt{GM_* r_{Ct}} \ll j_d = \sqrt{GM_* r_d}$, противодействие росту диска должно быть очень значительным.

Из уравнений неразрывности и баланса углового момента (азимутальной компоненты уравнения Навье–Стокса), усреднённых по толщине диска, можно вывести условие роста диска при α -параметризации вязкости диска, присущей диску и генерированной каким-либо внутренним механизмом (например, гидродинамической неустойчивостью). Выполним оценку, аналогичную той, которая сделана в работе (Сафронов, 1982) для случая вязкости, генерированной падением вещества на диск. В результате для радиальной скорости движения края (торца) диска v_r получим соотношение

$$v_r = 3\alpha(p + q - 2)\frac{c_s^2}{V_k} - \left(\frac{20k_1}{|p - 2|k_2} + 1 \right) \frac{\dot{M}_a}{M_*} r_d, \quad (5)$$

где p и q — показатели в степенной радиальной зависимости поверхностной плотности и температуры диска $\Sigma = \int \rho dz \propto r^{-p}$; $T \propto r^{-q}$; значения скорости звука c_s и кеплеровской круговой скорости V_k взяты на краю диска при $r = r_d$; $\dot{M}_a$ — полный аккреционный поток массы на диск, M_* — масса растущего протосолнца; коэффициент k_1 показывает превышение потока вещества, аккрецируемого в области торца над его средней по диску величиной $k_1 = \pi r_d^2 \dot{\Sigma}_a / \dot{M}_a$, а коэффициент k_2 характеризует массу диска $k_2 = M_d / 0,1 M_*$.

При значениях параметров $\alpha = 10^{-3}$; $q = 1$, $r_d = 3$ а. е., $\dot{M}_a = 10^{-5} M_\odot / \text{год}$; $M_* = 0,5 M_\odot$; $c_s / V_k = 1,7 \cdot 10^{-2}$; $k_1 = 2$; $k_2 = 1$ по-

лучается, что диск будет расти ($v_r > 0$) при $p \approx 5$. В предположении $\alpha = 10^{-2}$ получим $v_r > 0$ при $p \approx 3$. Для более поздней стадии ($r_d = 20$ а. е., $M_* = 0,9M_\odot$) при $\alpha = 10^{-3}$ из уравнения (5) следует условие роста диска $p \approx 13$, а при $\alpha = 10^{-2}$ получим $p \approx 5$. Судя по результатам расчётов (Кассен, Саммерс, 1983), на краю диска даже без падения вещества на торец достигается очень крутое снижение поверхностной плотности ($p \approx 10$); численные расчёты (Рузмайкина, Маева, 1986) дают ещё большие значения p . Следовательно, приведённые выше оценки свидетельствуют о возможности радиального роста диска при аккреции вещества на его торец. Разумеется, для подтверждения этой возможности необходимы численные двумерные расчёты, в которых должны быть самосогласованно учтены структура диска вблизи торца и распределение потоков падающего вещества. Пока такие расчёты не проведены, нельзя с уверенностью говорить о значительном радиальном росте диска внутри аккреционной оболочки до размеров $r_d \gg r_c$ на стадии коллапса протозвезды.

Возможно, что на этой стадии из-за сопротивления, оказываемого аккреционным потоком, падающим на торец, радиус диска всё время мог оставаться приблизительно равным текущему центробежному радиусу r_{ct} , определяемому уравнением (3), как это было бы для диска с малой вязкостью. При этом режим переноса массы по радиусу к центру диска был бы близок к стационарному ($\dot{M} = \text{const}$), поскольку основная часть потока массы $\dot{M}_a$, падающего на диск из оболочки, аккрецирует на область диска, прилегающую к его краю (Лин, Прингл, 1990). Нельзя исключить такую возможность и для околосолнечного протопланетного диска. В этом случае рост диска до размеров Солнечной системы должен был происходить на последующей стадии вязкой эволюции и диссипации диска, когда молодое Солнце находилось на классической стадии Т Тельца, а аккреция на диск уже закончилась.

Из условия сохранения углового момента можно получить оценку снизу для значения радиуса диска r_{d1} в момент времени t_1 , соответствующий переходу звезды от стадии протозвезды к стадии Т Тельца, когда выпадение вещества на диск из аккреционной оболочки закончилось и начинается стадия вязкой эволюции и диссипации диска. Предположим максимально возможное значение массы диска в момент t_1 , которое допускается условием его гравитационной устойчивости: $M_{d0} \approx 0,3M_* \approx 0,3 \cdot 0,8M_\odot$. Тогда в предположении минимальных значений массы и радиуса протопланетного диска на стадии образования планет $M_{ppd} = 0,01M_\odot$; $r_{ppd} = 30$ а. е., получим $r_{d1} \approx \approx (M_{ppd}/M_{d1})^2 r_{ppd} \approx 0,05$ а. е. $\approx 3R_*$.

Если взять более вероятные значения параметров $M_{d1} \approx 0,1M_\odot$ (в соответствии с оценками масс дисков протозвёзд (Мунди и др., 2000)); $M_{ppd} = 0,05M_\odot$ (с учётом выброса тел растущими планетами-гигантами (Сафронов, 1972, 1996)); $r_{ppd} = 50$ а. е. (с учётом формирования тел пояса Койпера *in situ*), то получается оценка более вероятного значения радиуса диска в момент времени t_1 , равная $r_{d1} \approx 12$ а. е. В предположении, что $r_{ppd} = 100$ а. е., получим $r_{d1} \approx 25$ а. е. Последняя

оценка неплохо согласуется с радиусом диска, который достигается на стадии его формирования в модели (Рузмайкина, Маева, 1986). Таким образом, для околосолнечного диска сразу после окончания аккреции на него вещества из оболочки протосолнца возможные значения радиуса расположены в широком диапазоне $r_{d1} = 0,05 \div 25$ а.е. Ясно, что нижний предел из полученного интервала соответствует случаю, когда $r_{d1} \approx r_C$, т.е. диск на стадии формирования не выходит за пределы центробежного радиуса. Такому r_C соответствует $J \approx 4,5 \cdot 10^{51} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Однако для Солнечной системы более вероятно значение $r_{d1} \sim 10 \div 20$ а.е., которое обеспечивает достаточную массу в области формирования планет-гигантов и согласуется с моделями образования диска. В соответствии с отмеченным выше предпочтительным интервалом углового момента $J = (2 \div 4) \cdot 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ это означает, что на стадии формирования вокруг растущего протосолнца диск увеличивал свой радиус от $r_{Ct} < r_C < 6$ а.е. до $10 \div 25$ а.е.

6. Вязкая эволюция и рассеяние протопланетных дисков

К концу стадии протозвезды аккреционный протопланетный диск заканчивает своё формирование. В это время он имеет максимальную массу. Если скорость аккреции на диск и звезду постоянна, как предполагается в большинстве моделей, то максимальная масса достигается в самом конце этой стадии, имеющей продолжительность t_{coll} (Рузмайкина, Маева, 1986; Кассен, 1994; Йорке, Боденхаймер, 1999). К этому же времени диск достигает и наибольшей температуры (Макалкин, 1987; Кассен, 1994; Макалкин и др., 1998). После прекращения падения вещества на диск и звезду начинается стадия его вязкой эволюции, которая проявляется рассеянием (диссипацией) диска, т.е. уменьшением плотности из-за аккреции его вещества на центральную звезду и одновременного увеличения его радиуса. Такая эволюция наблюдается у дисков вокруг звёзд типа Т Тельца (Кальвет и др., 2000).

Теоретическая модель эволюции была разработана Линден-Беллом и Принглом (1974). Путём совместного решения уравнений баланса углового момента и массы (уравнения неразрывности для поверхностной плотности) показано, что за счёт радиального переноса углового момента наружу радиус диска растёт. Радиальный поток массы и соответствующая ему среднемассовая радиальная скорость направлены наружу при $r > r_t$; одновременно во внутренней области $r < r_t$ происходит радиальный перенос вещества внутрь, на звезду, из-за чего масса диска уменьшается. Для радиуса r_t , на котором происходит изменение знака потока и скорости, авторами найдена зависимость от вязкости и показан рост r_t со временем. Таким образом происходит одновременно рассеяние и разрастание диска. Диск является в своей внутренней части $r < r_t$ аккреционным, а во внешней — «экскреционным». При этом во внутренней части диска ($r \ll r_d$) довольно быстро по сравнению с временем его динамической эволюции устанавливается

квазистационарный режим, рассмотренный в модели аккреционного диска (Шакура, 1972; Шакура, Сюняев, 1973), с независимым от r и направленным внутрь полным потоком массы ($\dot{M} = -2\pi r \Sigma \bar{v}_r = \text{const}$).

В модели (Линден-Белл, Прингл, 1974) на основании решения эволюционного уравнения, полученного из уравнений неразрывности и баланса углового момента, найдено автомодельное решение для изменения поверхностной плотности диска (из которого вытекают также величины потока на центральную звезду и радиальной скорости вещества в диске). Решение справедливо в случае, если кинематическую вязкость ν можно представить в виде степенной функции только от радиальной координаты r , т.е. независимой от времени. Такое предположение не вполне подходит для стадии, когда диск рассеивается, вязкая диссипация энергии внутри него уменьшается, и температура его заметно понижается (Макалкин, Дорофеева, 1991, 1996; Кассен, 1994). Поэтому представляет интерес изучение эволюции важнейших параметров диска с помощью α -модели (1), учитывающей зависимость вязкости от температуры.

В работах (Руден, Лин, 1986; Руден, Поллак, 1991), на основании подхода Линден-Белла и Прингла численно исследовалась эволюция поверхностной плотности протопланетного диска с использованием α -модели вязкости (Шакура, Сюняев, 1973), но в качестве источника турбулентности во всём диске предполагалась тепловая конвекция (Лин, Папалойзу, 1980). Однако, как уже отмечалось, позже выяснилось, что роль конвекции в протопланетных дисках весьма ограничена.

Оценим, как изменение во времени радиуса, массы, поверхностной плотности диска и потока массы из диска на звезду зависит от начальных условий и от параметров, определяющих вязкость, — параметра α и радиального распределения температуры. Предположим, что в начале этой стадии радиус диска равен r_{d0} , а распределение температуры имеет вид $T = T_{d0}(r/r_{d0})^{-q}$, где $T_{d0} = T(r_{d0})$, как и в формуле (1), берётся в средней плоскости диска (на расстояниях $r > 10 \div 20$ а.е. обычно вертикальное распределение температуры приближается к изотермическому, поэтому можно говорить просто о температуре диска как функции радиального расстояния). Характерное время вязкого переноса углового момента и массы для этих начальных условий можно записать, используя решение Линден-Белла и Прингла при $\nu \propto r^\gamma$, как $t_0 \approx r_{d0}^2 / n\nu_{d0}$, где $n = 3(2 - \gamma)^2$. Подставляя степенную функцию $\nu(r)$ в уравнение (1) и учитывая радиальную зависимость температуры $T \propto r^{-q}$, получаем $n = 3(1/2 + q)^2$. Из приведённого выше выражения t_0 и уравнения (1) имеем

$$t_0 \approx \frac{j_d(r_{d0})}{n\alpha c_s^2(T_{d0})} \approx 1,2 \cdot 10^6 \left(\frac{n}{3} \frac{\alpha}{10^{-3}} \frac{T_{20}}{35 \text{ K}} \right)^{-1} \sqrt{\frac{M_*}{M_\odot}} \left(\frac{r_{d0}}{20 \text{ а.е.}} \right)^{1/2+q} \text{ лет.} \quad (6)$$

Здесь $j_d(r_{d0})$ и $c_s(T_{d0})$ — удельный угловой момент и скорость звука на расстоянии r_{d0} ; T_{20} — температура диска на расстоянии 20 а.е.

Величина T_{20} уменьшается со временем, а показатель q — с расстоянием, что следует учитывать при расчёте параметров, связанных с вязким переносом.

Для промежуточного времени $t > t_0$, с учётом того, что $T \propto r^{-q}$, время вязкого переноса с помощью (6) можно записать в виде $t_\nu = t_0(r_d/r_{d0})^{1/2+q}$ и получить зависимость r_d от времени. Если начать отсчёт времени от того момента, когда $r_d = r_{d0}$, $T_d = T_{d0}$, получим

$$r_d(t) \approx r_{d0}(t/t_0 + 1)^{2/(1+2q)}. \quad (7)$$

Из сохранения углового момента диска следует, что масса диска убывает по закону $M_d(t) \propto r_d(t)^{-1/2}$. Тогда из уравнения (7) следует

$$M_d(t) \approx M_{d0}(t/t_0 + 1)^{-1/(1+2q)}, \quad (8)$$

где M_{d0} — масса диска в момент $t = 0$ при радиусе диска $r_d = r_{d0}$.

Если поверхностная плотность диска Σ убывает с расстоянием как r^{-1} (Д'Алессиндо и др., 1998), то с помощью (7) и (8) получим соотношение для $\Sigma(r_1, t)$, где r_1 — любая выбранная координата $r_1 < r_d$

$$\Sigma(r_1, t) \approx M_d(t)/2\pi r_1 r_d(t) \approx \Sigma(r_1, t_0)(t/t_0 + 1)^{-3/(1+2q)}. \quad (9)$$

В предположении, что радиальная зависимость Σ во внешних областях диска ближе к $\Sigma \propto r^{-3/2}$ (Беквиз и др., 2000), имеем $\Sigma(r_1, t) \propto (t/t_0 + 1)^{-2/(1+2q)}$.

Объёмная плотность в экваториальной плоскости диска связана с поверхностной плотностью соотношением $\rho \approx \Sigma/2h = \Sigma\Omega/2c_s \propto \Sigma T^{-1/2}$, отсюда $\rho(r, t)/\rho(r, t_0) < \Sigma(r, t)/\Sigma(r, t_0)$.

Для полного потока массы из диска на звезду (темпа аккреции) с помощью (8) получаем

$$\dot{M}(t) \approx \dot{M}_0(t/t_0 + 1)^{-2(1+q)/(1+2q)}, \quad (10)$$

где $\dot{M}_0 = \dot{M}(t = 0)$.

Поток массы $\dot{M}$ — важный входной параметр для расчёта моделей внутреннего строения протопланетных дисков. Значения $\dot{M}$ должны быть согласованы с полученными из наблюдений аккреционными потоками на звёзды Т Тельца (Кальвет и др., 2000). Поэтому для построения моделей, соответствующих разным моментам времени, в работе (Макалкин, Дорофеева, 1991) была предложена степенная зависимость, которая совпадает с (10) при $q = 3/2$. Затем эта зависимость была использована другими авторами (с тем же или другим показателем степени) (Дюбрюль, 1993; Мусис и др., 2000; и др.). Показатель $q \approx 3/2$ в распределении температуры $T \propto r^{-q}$ получается для температуры в средней плоскости оптически толстой области диска, нагреваемого диссипацией турбулентности, если непрозрачность в ней определяется частицами водяного льда (Макалкин, Дорофеева, 1995). Если (при

более высокой температуре) непрозрачность определяется силикатами, то $q \approx 1$.

Позже при обработке наблюдений аккреции из дисков звёзд Т Тельца, Хартман и др. (1998) с помощью модели Линден-Белла и Прингла также пришли к зависимости типа (10), $\dot{M}(t) \propto t^{-\eta}$, где $1,5 \leq \eta < 2,8$, причём в качестве более вероятного значения η они выбрали нижнюю границу этого интервала, что соответствует значению $q \approx 1/2$ в (10). Такое значение q получается для периферийной области диска, где излучение центральной звезды оказывается более существенным источником нагрева, чем диссипация турбулентности. В результате получается зависимость $T \propto r^{-1/2}$ (Д'Алессии и др., 1998), которая удовлетворительно описывает спектральное распределение энергии в наблюдаемом излучении дисков классических звёзд Т Тельца.

Для диска вокруг звезды с $M_* = 1M_\odot$ в начале стадии Т Тельца ($t \leq 10^6$ лет) нагрев излучением центральной звезды (Кусака и др., 1970; Д'Алессии и др., 1998) преобладает над диссипацией турбулентности в области $r > 15$ а.е. при $\dot{M}_0 \approx 2 \cdot 10^{-7} M_\odot/\text{год}$ и в области $r > 65$ а.е. при $\dot{M}_0 \approx 1 \cdot 10^{-6} M_\odot/\text{год}$. Со временем, по мере рассеяния диска, нижняя граница этой области перемещается в сторону меньших радиальных расстояний. Вдали от звезды, на расстоянии $r \approx 100$ а.е., температура диска приближается к постоянному значению, равному фоновой температуре среды, в которую погружены звезда с диском, $T_b \sim 10$ К. В результате при $r_d \geq 100$ а.е. показатель в распределении $T \propto r^{-q}$ становится равным $q = 0$, а показатель η в распределении $\dot{M}(t) \propto t^{-\eta}$, с учётом (10), получается $\eta = 2$, что согласуется с данными наблюдений (Кальвет и др., 2000).

С помощью соотношения (7) оценим радиус r_d , до которого дорастает диск за время своего существования $\sim 10^7$ лет. При этом следует учитывать изменение q от 1,5 до 1/2 на расстоянии $r_d = 15$ а.е. или 65 а.е. в зависимости от $\dot{M}_0$ и затем до $q = 0$ при $r_d \approx 100$ а.е. При каждом изменении q следует продолжать расчёт с новыми значениями r_{d0} и t_0 . В результате получаем оценку $r_d \approx 115 \div 120$ а.е. Если фоновая температура $T_b \approx 20$ К, то диск дорастает до $r_d \approx 160$ а.е. Следовательно, при $r_{d0} = 20$ а.е. радиус диска за всё время его эволюции вырастает в $\sim 6 \div 8$ раз. Из соотношения (8), согласующегося с (10), следует, что масса диска за то же время 10^7 лет уменьшается лишь в ~ 3 раза, т.е. составляет $\sim 0,01M_\odot$. Если бы радиус диска в начале стадии Т Тельца был намного меньшим ($r_{d0} \leq 1$ а.е.), то согласно формулам (7)–(9), при $r_d \geq 40$ а.е., в зоне образования планет-гигантов ($r = 5 \div 10$ а.е.) плотность вещества была бы ~ 100 г/см², а плотность твёрдого вещества ~ 1 г/см², что недостаточно для образования этих планет за 10^7 лет (Поллак и др., 1996). При таком значении r_{d0} уменьшение массы диска за время $\sim 10^7$ лет составляло бы порядок величины, т.е. при $r_{d0} \approx 0,03 \div 0,1$ а.е. масса диска оставалась бы $\sim 10^{-2} M_\odot$, а масса твёрдого вещества в нём $\sim 10^{-4} M_\odot$. Если предположить на порядок большую вязкость и подставить в соотношение (6) значение $\alpha = 10^{-2}$,

то при $r_{d0} = 20$ а.е. с помощью (7) получим, что за 10^7 лет диск вырастет до размера $r_d \approx 1300$ а.е., а его масса при этом уменьшится в ~ 30 раз. В этом случае плотность в зоне планет-гигантов также оказывается недостаточной для их образования за 10^7 лет. Кроме того, для Солнечной системы не видно следов существования столь протяжённого протопланетного диска.

Оценки максимальной массы, которая выпадает из диска на центральную звезду солнечного типа за 10^7 лет, показывают, что остающаяся масса пылевого вещества (если считать, что она составляет $\geq 10^{-2}$ массы газа) ещё на 1–2 порядка превышает массу такого вещества в пылевых дисках у более зрелых звёзд типа Веги и β Живописца. Следовательно, механизм вязкой диссипации не может быть основным в рассеянии протопланетных дисков. В качестве более предпочтительного механизма рассеяния дисков предлагается их фотоиспарение ультрафиолетовым излучением, а эффективность звёздного ветра ставится под сомнение (Холленбах и др., 2000). Однако фотоиспарение эффективно только во внешней области диска, которая для околосолнечного диска начинается с $r \approx 10$ а.е. (Холленбах и др., 2000), поэтому для внутренней части диска основным механизмом может быть вязкая диссипация. В самом деле, для $r_{d0} \approx 10$ а.е., согласно соотношению (6), получается $t_0 \approx 5 \cdot 10^5$ лет, т.е. около 5% от времени существования газа в диске. Следовательно, во время удаления газа фотоиспарением при $r > 10$ а.е. внутренняя область успевает выпасть на Солнце в результате вязкой диссипации за 10^7 лет. Но из-за уменьшения со временем мощности УФ-излучения молодой звезды типа Т Тельца она может не успеть удалить диск массой в $0,01 \div 0,1 M_\odot$. Поэтому привлекается воздействие на диск УФ-излучения соседних массивных звёзд (Матсуяма и др., 2003). В целом, проблема диссипации протопланетных дисков ещё далека от разрешения.

7. Термическая структура протопланетных дисков

При построении моделей протопланетных дисков большой интерес представляет их термическая структура на разных стадиях эволюции. От этой структуры зависит ряд важных физических и космохимических процессов: а) слипание и дробление допланетных частиц и тел — процессы, определяющие образование планетезималей; б) ход гомогенных и гетерогенных химических реакций в газопылевой среде диска и внутри допланетных тел; в) испарение–конденсация веществ различной летучести в диске на разных расстояниях от Солнца. От процессов б) и в), в свою очередь, зависит химический состав планет.

В моделях 60-х — начала 70-х годов XX в. при рассмотрении температурных условий в протопланетном околосолнечном диске единственным источником нагрева считалось солнечное излучение. При этом учитывалось поглощение и рассеяние излучения в поверхностных слоях диска (Сафронов, 1969), а также кривизна поглощающей поверхности диска (где оптическая глубина τ достигала значений $\tau \approx 1$)

(Кусака и др., 1970). Поскольку в этих моделях диск нагревается только извне и предполагается стационарным, то температура по толщине диска получается постоянной, а по радиусу она убывает ($\propto r^{-3/4}$) вблизи Солнца и существенно медленнее снижается ($T \propto r^{-3/7}$) вдали от него, из-за крутого радиального роста толщины диска ($H \propto r^{9/7}$). Температуры в этих моделях получались низкими: в модели Сафронова на расстояниях астероидного пояса они не превышали $50 \div 60$ К. В модели Кусака и др. даже при очень высоких значениях светимости и радиуса молодого Солнца и с учётом кривизны поверхности диска температура на расстоянии 2,8 а. е. получилась равной 130 К, т. е. ниже температуры конденсации воды.

После появления моделей вязких α -дисков (Шакура, 1972; Шакура, Сюняев, 1973) и эволюции вязкого диска (Линден-Белл, Прингл, 1973) стало возможным рассчитывать термические условия внутри протопланетных дисков, нагреваемых диссипацией турбулентности. В обеих моделях наличие турбулентной вязкости приводит к диссипации механической энергии и существенному нагреву диска изнутри, в результате чего температура в его средней плоскости получается намного выше, чем на поверхности. Температура оказывается тем выше, чем больше масса диска, приходящаяся на единицу его поверхности, т. е. поверхностная плотность Σ , и чем больше вязкость (в этих моделях не рассматривался нагрев диска излучением снаружи). В моделях термической структуры дисков учитывается, что толщина диска $H(r)$ мала ($H/r \ll 1$). Диссипация энергии, приходящаяся на единицу поверхности диска, в равновесии равная потоку энергии, излучаемому с поверхности, согласно этим моделям, равна

$$D_1 = \frac{1}{2} \Sigma \nu \left(r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right)^2.$$

В области, где выполняется квазистационарный режим, справедливо равенство

$$\dot{M} = 3\pi \Sigma \nu = \text{const}. \quad (11)$$

Поскольку $\dot{M}$ для дисков молодых звёзд типа Т Тельца оценивается из наблюдений, то удобно выразить D_1 через $\dot{M}$:

$$D_1 = \frac{3}{8\pi} \dot{M} \Omega^2, \quad (12)$$

где учтена кеплеровская зависимость $\Omega(r)$.

Камерон и Фегли (1982) рассчитали двумерное $(r-z)$ -распределение T - P -параметров в диске и положения границ конденсации основных нелетучих компонентов допланетного вещества. В их расчёте вертикальное распределение температуры было принято адиабатическим в соответствии с предположением, что в диске везде существует вертикальная тепловая конвекция, которая, как показали последующие исследования, распространена в диске не повсеместно и не постоянно.

После уточнения значений непрозрачности для вещества космического состава при P – T -условиях, характерных для протопланетного диска, с учётом возможных вариаций размеров пылевых частиц (Поллак и др., 1985), были сопоставлены потоки тепла из глубины к поверхности диска, переносимые излучением и конвекцией (Руден, Лин, 1986), и показано, что последний составляет менее $10 \div 20\%$ от первого. В таком случае для получения температуры в средней плоскости диска необходимо знать поглощение излучения веществом диска. Параметр, характеризующий поглощение и называемый непрозрачностью, сильно зависит от температуры и относительной концентрации различных компонентов вещества. В газопылевой среде допланетного диска, несмотря на малое содержание пыли (менее 2% по массе), именно пыль определяет непрозрачность вещества.

В работе (Макалкин, 1987) получено уравнение для температуры внутри диска, нагреваемого как внутренним источником — диссипацией турбулентности, так и внешним источником — излучением центральной звезды (молодого Солнца). Учитывалось, что диск является геометрически тонким ($z/r \ll 1$), но оптически толстым ($\tau \gg 1$). Уравнение выведено путём решения в приближении Эддингтона первого и второго моментов уравнения переноса излучения в направлении z (поперёк диска) и уравнения, связывающего поток теплового излучения внутри диска F с величиной вязкой диссипации, $dF/dz = (9/4)\rho\nu\Omega^2$, с граничным условием $F(z=0) = 0$. Турбулентный поток энергии не учитывался, поскольку в диске с умеренной вязкостью ($\alpha = 10^{-3}$) он на порядок меньше лучистого, что даёт поправку к температуре $< 3\%$ (Макалкин, Дорофеева, 1995). Зависимость непрозрачности от температуры $\kappa(T)$ была представлена в виде степенной функции $\kappa = \kappa_0 T^\beta$, где коэффициент κ_0 и показатель β , полученные на основании таблиц росселандовой средней непрозрачности (Поллак и др., 1985), различны в трёх температурных областях: $T < T_w$, где T_w — температура конденсации водяного льда, в области $T_w < T < T_{si}$, где T_{si} — температура конденсации магнезиальных силикатов и железа и в области $T > T_{si}$. Вклад органических соединений в непрозрачность (Поллак и др., 1994) не учитывался, поскольку в модели с умеренным угловым моментом температура на стадии формирования диска получается достаточно высокой для разрушения этих соединений (Макалкин и др., 1998), а радиальный перенос вещества в области $r > r_c \approx \approx 3$ а.е. на этой стадии преимущественно направлен на периферию диска. Если на этой стадии диск достигает до $r_D > 15$ а.е., то на последующей стадии Т Тельца в область $r \leq 10$ а.е. возвращается вещество с низким содержанием органических соединений (хотя и не с нулевым, из-за возможного сохранения в веществе, выпадавшем на торец диска). Такая схема эволюции вещества подтверждается тем, что даже наиболее богатые органическими соединениями метеориты, углистые хондриты, содержат их по массе на порядок меньше, чем кометное вещество.

Полученное уравнение устанавливает связь между температурой T внутри диска на расстоянии z от его средней плоскости и температурой T_s на излучающей поверхности диска (фотосфере):

$$\left(\frac{T}{T_s}\right)^{4-\beta} = 1 + \frac{3}{64} (4 - \beta) \frac{D_1}{\sigma T_s^4} \kappa_s \Sigma (1 - q^2). \quad (13)$$

Здесь $\sigma T_s^4 = D_1 + k_s F_i$, где σ — постоянная Стефана–Больцмана, $F_i(r, z)$ — поток внешнего излучения, падающего на поверхность (излучение центральной звезды, непосредственно падающее на диск или рассеянное и переизлученное в аккреционной оболочке); коэффициент $k_s < 1$ показывает, какая доля излучения, дошедшая до фотосферы, поглощается диском; D_1 — часть излучаемого диском потока, определяемая вязкой диссипацией по формуле (12); непрозрачность $\kappa_s = \kappa(T_s)$. Вертикальная массовая координата $q(z)$ определяется соотношением

$q = 2 \int_0^z \rho dz' / \Sigma$. Уравнение получено с помощью граничного условия $q = 1$ при $T = T_s$. Высота фотосферы z_s определяется через обычное соотношение

$$\tau = \int_{z_s}^{\infty} \kappa \rho dz = \frac{2}{3}. \quad (14)$$

Если на некоторой высоте $z < z_s$ проходит фронт испарения водяного льда, то ниже него температура имеет более сложную зависимость $T(q)$ (Макалкин, Дорофеева, 1996). Отметим, что величина σT_s^4 не совпадает с потоком теплового излучения из диска σT_e^4 , так как T_s может отличаться от эффективной температуры диска T_e .

С помощью соотношений (11) и (1) можно исключить из уравнения (13) поверхностную плотность Σ и выразить распределение температуры $T(q, r)$ через следующие параметры: 1) полный поток массы через диск на звезду (темп аккреции) $\dot{M}$, который должен согласовываться с данными наблюдений звёзд Т Тельца; 2) поток излучения F_i , падающий на диск и зависящий от светимости и радиуса центральной звезды, а также от параметров аккреционной оболочки (на стадии коллапса) или от наклона поверхности диска (на стадии Т Тельца); 3) параметр вязкости α ; 4) параметры κ_0 и β , определяющие непрозрачность и изменяющиеся при переходе через фронты испарения–конденсации наиболее распространённых компонент допланетного вещества; 5) температура конденсации этих веществ $T_{\text{cond}}(P)$.

Такая зависимость $T(q, r, \dot{M}, F_i, \alpha, \kappa_0, \beta, T_{\text{cond}})$ (Макалкин, Дорофеева, 1995, 1996) отличается от зависимости $T_m(\dot{M}, \alpha, \kappa)$, полученной ранее (Морфил, 1988), тем, что: а) даёт распределение температуры не только в средней плоскости T_m , но и на любом расстоянии от неё; б) учитывает нагрев диска излучением, падающим на него извне, а не только диссипацией турбулентности; в) учитывает скачки непрозрачности на фронтах конденсации важнейших компонент вещества и раз-

личие температурной зависимости непрозрачности по разные стороны от фронтов.

Для построения двумерной осесимметричной модели диска, помимо уравнений для температуры внутри диска, уравнений для поверхностной плотности и вязкости (11) и (1) и уравнения (14), определяющего уровень фотосферы, необходимы ещё уравнение гидростатического равновесия в направлении z , уравнение состояния водородно-гелиевой смеси и уравнение, связывающее объёмную и поверхностную плотности. Систему замыкает уравнение $F_i = F_i(L_*, R_*, z_s, dz_s/dr)$, показывающее зависимость падающего потока излучения не только от светимости и радиуса звезды, но и от высоты и кривизны фотосферы, причём ни $z_s(r)$, ни dz_s/dr не известны априори, они зависят от внутренней структуры диска и его нагрева, и поэтому задачу нужно решать самосогласованно.

В такой постановке задачи проведены численные расчёты двумерных моделей внутреннего строения диска вокруг звезды солнечной массы на стадии Т Тельца (Макалкин, Дорофеева, 1995, 1996) в области $r < 10$ а.е., где с большой точностью выполняется условие $\dot{M} = \text{const}$. Для построения эволюционной последовательности моделей начальное значение аккреционного потока массы $\dot{M}_0$ выбиралось в интервале, характерном для наблюдаемых звёзд Т Тельца. Проверялось, чтобы модели, соответствующие началу эволюционной последовательности, имели массу диска существенно ниже критического значения для гравитационной неустойчивости ($\sim 0,3M_\odot$). Затем с помощью уравнения (6) задавалось характерное время эволюции t_0 , с помощью (10) определялись значения $\dot{M}(t)$ для нескольких моментов времени на стадии Т Тельца ($t < 10^7$ лет) и проверялось, что все величины $\dot{M}(t)$ попадают в интервал наблюдаемых значений. Для каждого выбранного момента времени с помощью эволюционных моделей звёзд определялись значения L_* и R_* .

Построенные модели позволили рассчитать двумерные (r - z)-распределения температуры, плотности, давления и положение фронтов сублимации–конденсации важнейших компонент, определяющих непрозрачность вещества диска — воды, а также магнезиальных силикатов и железа (жидкая фаза отсутствует, так как рассчитанные давления даже вблизи фронта второй компоненты не превышают 10^{-4} бар). Как видно из рис. 1, в начале стадии Т Тельца (вскоре после окончания вероятной стадии фуора) температуры в средней плоскости диска $T_m = T(z = 0)$ достигают температур сублимации магнезиальных силикатов и железа ($T_{\text{si}} \approx 1400 \div 1500$ К) в области $r < 2$ а.е., а к концу стадии (через 8 млн лет) эта область уменьшается до $r < 0,2$ а.е. За это же время T_m на расстоянии $r = 1$ а.е. уменьшается от ≈ 1400 до 200 К. Отношение температур в средней плоскости и на поверхности диска в области $r < 10$ а.е. понижается от величины $T_m/T_s = 5 \div 6$ в начале стадии Т Тельца, до $2 \div 4$ в её конце из-за взаимосвязанного уменьшения потока массы через диск $\dot{M}$ и поверхностной плотности Σ .

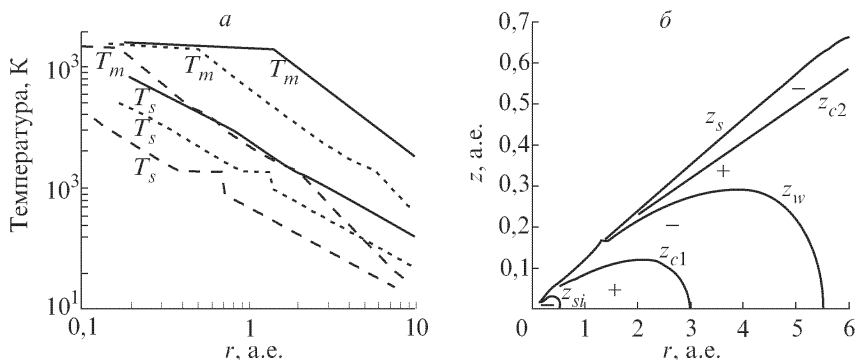


Рис. 1. Термическая структура протопланетного диска вокруг звезды с массой $M_* = 1M_{\odot}$ на стадии Т Тельца. Радиальное распределение температур в средней плоскости T_m и на излучающей поверхности диска T_s для трёх значений потоков $\dot{M}$ и соответствующих им моментов времени. а) Сплошные кривые соответствуют $\dot{M} \approx 5 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{год}$, $t \approx 0,5$ млн лет, пунктирные кривые — $\dot{M} \approx 5 \cdot 10^{-8} M_{\odot}/\text{год}$, $t \approx 1,5$ млн лет, штриховые кривые — $\dot{M} \approx 4 \cdot 10^{-9} M_{\odot}/\text{год}$, $t \approx 8$ млн лет. Двумерная структура диска для момента $t \approx 1,5$ млн лет; б) излучающая поверхность (фотосфера) диска z_s , фронты сублимации-конденсации водяного льда z_w и магнезиальных силикатов и железа z_{si} ; кривые z_{c1} и z_{c2} отделяют друг от друга области со сверхадиабатическим вертикальным градиентом температуры, где конвекция возможна (обозначены знаком +), и области с градиентом температуры ниже адиабатического, где конвекция невозможна (знак —). (Макалкин, Дорофеева, 1996)

Поток массы $\dot{M}$ в рассмотренной области на стадии Т Тельца направлен к центру диска, однако двумерные автомодельные решения (Урпин, 1984) и численные гидродинамические модели дисков (Ружичка и др., 1994), использующие α -параметризацию вязкости, показывают, что при такой ориентации $\dot{M}$ в средней плоскости диска и вблизи от неё радиальная компонента скорости направлена от центра, а на больших расстояниях от средней плоскости — к центру. Кроме того, на больших расстояниях значение радиальной компоненты выше. Такая слоистая структура течения мало влияет на термическую структуру диска (Ружичка и др., 1994), однако для космохимических приложений существенно, что при пересечении фазовых границ происходит как сублимация, так и конденсация вещества.

Фронт сублимации-конденсации водяного льда, как и аналогичный фронт для магнезиальных силикатов и железа, имеет сильно вытянутую форму (отношение радиальной протяжённости фронта к его наибольшему вертикальному размеру составляет $\sim 7 \div 10$). Для силикатов и железа положение фронта определялось по величине T_{si} максимальной из температур конденсации форстерита, энстатита и железа, которые очень близки при $P = 10^{-4} \div 10^{-6}$ бар. Выяснилось, что с внутренней стороны от фронта силикатно-железное вещество испа-

рено не полностью и здесь находится область частичного испарения последнего неиспарившегося компонента. Этот результат, существенный для химических приложений и процессов образования планетезималей, получен с помощью одновременного расчёта $T(z)$ при лучистом переносе и температуры конденсации $T_{\text{si}}(z)$. При полном испарении пыли в этой области уменьшение поглощения излучения привело бы к резкому падению температуры T_m , величина которой определяется из уравнения для вертикального профиля температуры, пересекающего фронт конденсации, где dT/dz терпит разрыв. Здесь не приводится это уравнение из-за его громоздкости, но данный эффект можно понять и из уравнения (13), в котором вместо T_s нужно поставить температуру T_{si} , соответствующую координате $q(z = z_{\text{si}})$, и рассчитать $T(z = 0) = T_m$. Эта температура получается ниже температуры конденсации $T_{\text{si}}(z = 0)$, следовательно, лучистый перенос понижает температуру и поддерживает её равной T_{si} благодаря отрицательной обратной связи по непрозрачности.

Из рис. 1 видно, что по прошествии $t \approx 1,5$ млн лет от начала стадии Т Тельца расстояния, на которых фронты сублимации–конденсации силикатов и железа (z_{si}) и водяного льда (z_w) пересекают среднюю плоскость диска, составляют $r(z_{\text{si}} = 0) = 0,5$ а. е. и $r(z_w = 0) = 5,5$ а. е. соответственно. Расчёты модели для $t \approx 2$ млн лет, не представленной на рис. 1, дают значения $r(z_{\text{si}} = 0) = 0,4$ и $r(z_w = 0) = 4,4$ а. е. (Макалкин, Дорофеева, 1996). Эти значения близки к внутренним границам областей планет земной группы и планет-гигантов в Солнечной системе. Едва ли это совпадение случайно. Оно объяснимо в рамках естественного предположения, что именно в это время (после ≈ 2 млн лет эволюции диска) образовались достаточно крупные планетезимали, на движение которых газ в диске уже не может оказывать существенного влияния. Размеры таких тел составляют $1 \div 10$ км (Вайденшиллинг, 1977), и именно такого размера тела могут образовываться в результате гравитационной неустойчивости (Сафронов, 1969; Голдрайх, Уорд, 1973).

Другой существенный результат, который следует из рассчитанных распределений температуры в диске, — это невозможность вертикальной тепловой конвекции в областях с вертикальным градиентом температуры ниже адиабатического, которые обозначены на рис. 1 б знаком минус. Одна обширная область прилегает изнутри к фронту испарения водяного льда, другая находится в области частичного испарения магнезиальных силикатов и железа, ещё две — в приповерхностных слоях диска. Области с градиентом температуры ниже адиабатического существуют в протопланетном аккреционном диске не только в течение стадии Т Тельца, но и на стадии образования диска (Макалкин, 1987; Дорофеева, Макалкин, 1996). Следовательно, конвекция не может быть основным источником вязкости и главным механизмом переноса массы и углового момента в диске ни на одной из стадий. Однако конвекция может сыграть некоторую роль как дополнительный механизм. В частности, она может способствовать накоплению массы вблизи внешних границ тех областей, где конвекция

отсутствует и поэтому вязкость меньше. Тем самым конвекция может способствовать аккумуляции планетезималей в зоне формирования Юпитера и в зоне планет земной группы.

Самосогласованное рассмотрение взаимного влияния внешнего и внутреннего источников нагрева, внутреннего строения и формы поверхности диска (Макалкин, Дорофеева, 1995, 1996) привело к усложнению представлений о форме поверхности. Высота z_s оказалась в 2–3 раза больше полутолщины однородного диска $h = c_s/\Omega$ на расстоянии $r \sim 0,1$ а.е. и в 1,5–2 раза больше при $r \geq 1$ а.е. Рассчитанная форма поверхности диска z_s имеет различную кривизну на разных расстояниях r . Для поверхности над областью частичного испарения магнезиальных силикатов и железа отношение z_s/r имеет наибольшее значение и падает там, где область кончается: при $r_1 = r(z_{si} = 0)$. В результате более удалённая часть поверхности оказывается в тени, отбрасываемой ближней к звезде частью диска. Однако на том расстоянии $r_2 > r_1$, где температура поверхности опускается до температуры конденсации водяного льда, из-за увеличения непрозрачности высота фотосферы возрастает, и поверхность выходит из тени. На расстоянии r_2 начинается приповерхностная область частичного испарения льда, в которой $T = T_w$. Она заканчивается на том расстоянии r_3 , где вся вода оказывается в твёрдом состоянии. В некоторых из построенных моделей эта область простирается от 1 до 3 а.е. На рис. 1 эта область, проявляющаяся в виде ступени на кривых T_s , имеет меньшую протяжённость, а на кривой, соответствующей $t \approx 0,5$ млн лет, отсутствует.

Радиальные распределения температуры, плотности и давления в протопланетном диске, полученные Макалкиным и Дорофеевой (1996), были подтверждены позже в ряде работ, например (Белл и др., 1997; Мусис и др., 2000), в которых также строились модели диска в предположении $\dot{M} = \text{const}$ для разных значений потока $\dot{M}$. Однако в них не рассчитывалась внутренняя структура диска, представленная на рис. 1 б.

До работ (Макалкин, Дорофеева, 1991, 1995, 1996) нагрев диска вследствие излучения центральной звезды учитывали ряд авторов (наряду с диссипацией турбулентности), но это делалось слишком упрощённо: либо предполагалась постоянной кривизна диска, либо не рассматривалось влияние облучения диска и его внутренней структуры (фронтов и областей конденсации) на форму поверхности (Руден, Поллак, 1991). Влияние излучения центральной звезды на нагрев атмосферы диска, расположенной выше его фотосферы (Д’Алессиньо и др., 1998), привёл к выводу о существенной роли этого нагрева, в особенности в удалённых частях диска. Однако из результатов указанных авторов следует, что для диска вокруг звезды солнечной массы при $\dot{M} > 10^{-8} M_\odot/\text{год}$ нагрев атмосферы слабо влияет на внутреннюю термическую структуру диска при $r < 10$ а.е. В недавней работе (Номура, 2002), в отличие от работ других авторов, диск вокруг звезды

типа Т Тельца не предполагался геометрически тонким, и решалась двумерная задача переноса излучения. Автор получил r - z -распределение температуры, несколько отличающееся от рассчитанного Макалкиным и Дорофеевой (1996). Однако выбранные Номура (2002) необоснованные значения исходных параметров (в частности, распределения поверхностной плотности диска, температурной зависимости непрозрачности), а также пренебрежение рассеянием излучения в атмосфере диска привели к существенному завышению толщины диска, приуменьшению вклада вязкой диссипации в его нагрев и в итоге к существенному искажению распределения температуры.

Все обсуждавшиеся модели термической структуры протопланетного диска относятся к его эволюции вокруг звезды на стадии Т Тельца. Модели для этапа формирования диска внутри аккреционной оболочки (стадии протозвезды) имеют большую неопределённость в результатах из-за неопределённости исходных параметров. Тем не менее построенные модели (Дорофеева, Макалкин, 1996; Макалкин и др., 1998; Чик, Кассен, 1997) показывают, что при $J \approx (2 \div 4) \times 10^{52} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ и $M_* = 0,8 \div 1 M_\odot$ температуры на этой стадии оказываются выше, чем в начале стадии Т Тельца, в результате чего фронт конденсации магнезиальных силикатов и железа может достигать до 3 а.е.

Важную роль на этой стадии играет нагрев диска излучением, рассеянным в аккреционной оболочке (Макалкин, 1987). Моделирование, проведённое для стадии фуора, которая предположительно совпадает (полностью или частично) со стадией протозвезды, показало (Белл и др., 2000), что вспышки излучения существенно нагревают только внешние разреженные слои диска. Внутренние слои, прилегающие к экваториальной плоскости, нагреваются в основном вязкой диссипацией. На расстояниях $r < 10$ а.е. вклад событий FU Ori в нагрев внутренних слоёв, содержащих основную массу вещества, оказывается незначительным.

Все построенные модели термической структуры предполагают, что пылевая компонента вещества однородно распределена по толщине и по радиусу диска. Это соответствует данным наблюдений дисков всех классических звёзд Т Тельца с возрастaми $< 10^7$ лет, имеющих высокую концентрацию пыли по всей толщине диска, в т.ч. в верхних слоях (Беквиз и др., 2000). Однако при этом есть признаки увеличения частиц в размере в течение стадии Т Тельца, что оказывает влияние на непрозрачность вещества и, следовательно, на температуру, даже если из-за турбулентности пыль не оседает к средней плоскости диска. Но часть пыли на этой стадии, по-видимому, должна оседать, несмотря на турбулентность, и войти в состав планетезималей (Макалкин, Дорофеева, 1991). Один из аргументов в пользу этого, помимо прочего, — это необходимость образовать планеты типа Юпитера и Сатурна за время $t < 10^7$ лет. Их обеднённость водородом и гелием в несколько раз по сравнению с солнечным составом (Гудкова, Жарков, 1999) не вызывает сомнений в том, что данные планеты образовались путём

аккреции газа на сформировавшиеся до этого твёрдые ядра планет (Сафронов, 1969). Но для их образования требуется время не меньше, чем $(0,8 \div 1) \cdot 10^7$ лет (Поллак и др., 1996). Следовательно, формирование планетезималей и зародышей планет должно происходить в диске на стадии Т Тельца. Вопрос эволюции пыли на этой стадии подлежит дальнейшему количественному изучению.

8. Проблемы образования планетезималей

Ключевым пунктом проблемы образования планет в настоящее время является физический механизм образования планетезималей из пылевых частиц в протопланетных дисках. Этот вопрос до сих пор до конца не решён. Для объяснения образования километровых планетезималей, способных присоединять и удерживать тела собственной гравитацией, Сафронов (1969) разработал механизм гравитационной неустойчивости тонкого пылевого слоя (субдиска), который образуется в результате оседания пыли к средней плоскости протопланетного диска под действием вертикальной компоненты тяготения Солнца (или центральной звезды). Однако автор встретился с трудностью, которая связана с вероятным существованием турбулентности во всём протопланетном диске (этот вопрос обсуждался выше), а также со сдвиговой турбулентностью в экмановском пограничном слое на поверхности пылевого субдиска.

Возможность оседания пыли в газе протопланетного диска при существовании в нём развитой турбулентности рассматривалась в ряде работ (см. (Макалкин, Дорофеева, 1991) и указанные в статье ссылки). Моделирование (Дюбрюль и др., 1995) показало, как толщина формирующегося субдиска зависит от величины $\Omega\tau_d$, где τ_d — характерное время торможения частицы газом. Пылевой субдиск с отношением плотностей газовой и пылевой компонент $\rho_p/\rho_g \sim 1$ образуется при достаточно больших размерах пылевых частиц $d > 1$ см. Однако при образовании субдиска необходимо учитывать, что турбулентная вязкость в нём зависит от соотношения ρ_p/ρ_g . Такая зависимость была недавно исследована в работах (Колесниченко, 2000, 2001), в которых, в частности, получена формула, обобщающая на случай газопылевых дисков с любым соотношением между ρ_p/ρ_g выражение (1) для α -модели турбулентной вязкости (Шакура, 1972; Шакура, Сюняев, 1973), выведенное для газовых дисков, имеющих $\rho_p/\rho_g \ll 1$. Полученную поправку к турбулентной вязкости необходимо учитывать при моделировании образования пылевого слоя.

Помимо общей турбулентности в диске при образовании пылевого субдиска должна возникать сдвиговая турбулентность на границах субдиска. Её причина заключается в том, что газовый протопланетный диск вращается со скоростью меньше кеплеровской из-за присутствия в радиальном балансе сил не только гравитационной и центробежной сил, но и радиального градиента газового давления. В то же время у субдиска по мере увеличения ρ_p/ρ_g скорость вращения приближа-

ется к кеплеровской. Турбулентные движения газа увлекают и ускоряют пылевые частицы, чем препятствуют дальнейшему утонению пылевого субдиска, необходимому для достижения им гравитационной неустойчивости. Этот эффект, обнаруженный Вайденшиллингом (1984), заставил автора вернуться к предположению, высказанному ранее Сафроновым (1969), что пылевые частицы могут вырасти до размеров планетезималей в результате объединения (слипания) при взаимных столкновениях. Эту точку зрения разделили позже многие учёные. Всегда, однако, оставалось сомнение в возможности такого объединения для тел в интервале размеров от сантиметровых до $10 \div 100$ -метровых, так как в этом интервале неэффективны ни поверхностные, ни гравитационные силы.

Недавно некоторые авторы высказали предположение, что фрактальная, рыхлая структура агрегатов мелких частиц должна существенно гасить энергию ударов при их столкновениях, приводя к объединению таких рыхлых, высокопористых тел при низких скоростях ударов. Однако эксперименты показали, что даже небольшие ($d = 10 \div 100$ мкм) рыхлые агрегаты микронных частиц разрушаются при столкновениях со скоростями ≥ 1 м/с (Блюм, Вурм, 2000), а сантиметровые частицы не слипаются и даже эродируют при ~ 1 см/с (Беквиз и др., 2000). Для сантиметровых тел слипание оказалось возможным только при столкновениях со скоростями < 1 см/с даже в случае дополнительных условий, типа покрытых инеем поверхностей.

Эти результаты ставят под сомнение возможность образования планетезималей прямым объединением частиц при столкновениях и возвращают к необходимости поиска механизмов уплотнения пылевого субдиска для достижения в нём гравитационной неустойчивости. Поскольку сжатие субдиска в вертикальном направлении препятствует турбулентности, то альтернативным механизмом является сжатие субдиска в радиальном направлении в процессе его дрейфа к звезде (молодому Солнцу), если скорость дрейфа уменьшается с приближением к звезде (Макалкин, 1980, 1994). Сам дрейф вызван потерей углового момента в результате сдвиговых напряжений на границе пылевого субдиска, погружённого в газовый диск, вращающийся медленнее (Голдрайх, Уорд, 1973). Распределение этих напряжений по радиусу субдиска зависит от распределения поверхностной плотности и температуры газового протопланетного диска, а также скорости оседания пыли к его средней плоскости. Недавно предложен похожий механизм радиального сжатия пылевого субдиска (Юдин, Шу, 2002), но в этом механизме взаимодействие твёрдых частиц с газом диска, в который погружен субдиск, происходит не на поверхности субдиска, а внутри него. Ещё одна возможность для уплотнения пылевого субдиска возникает в случае, если турбулентность, интенсивная у его поверхности, не достигает его средней плоскости и не может воспрепятствовать оседанию пыли в узкой зоне, охватывающей среднюю плоскость (Витязев и др., 1990).

9. Протоспутниковые аккреционные диски

Регулярный характер орбит ближних спутников планет-гигантов в Солнечной системе, в том числе системы галилеевых спутников Юпитера, свидетельствует о том, что эти спутники формировались в дисках вокруг планет. Это с определённой степенью следует из их регулярно расположенных круговых орбит, лежащих в экваториальной плоскости центральной планеты, и совпадения направления их орбитального движения с направлением вращения планеты.

В настоящее время свойства протоспутниковых дисков выводятся из современной структуры спутниковых систем, данных о строении и химическом составе спутников (Кусков, Кронрод, 2001), а также из моделей их образования (Рускол, 1982). Свойства таких дисков можно получить только теоретически. Наблюдать протоспутниковые диски вокруг планет-гигантов у других звёзд едва ли удастся в обозримом будущем. Это одна из причин, по которой теория протоспутниковых дисков развивается менее активно, чем теория дисков протопланетных. Другая, не менее веская причина, — при рассмотрении формирования околопланетных дисков необходимо учитывать влияние Солнца, что предполагает решение сложнейшей трёхмерной задачи. Несколько проще обстоит дело с изучением эволюции уже сформировавшихся дисков, расположенных в глубине сферы Хилла планеты.

Модель протоспутникового диска как аккреционного представляется наиболее естественной для систем Юпитера и Сатурна (Рускол, 1982). Образование этих планет в два этапа, упоминавшихся выше (образование массивных твёрдых зародышей планет, на которые затем аккрецирует газ из протопланетного диска), делает возможным образование протоспутникового диска на заключительной стадии аккреции планет длительностью $10^6 \div 10^7$ лет. При построении моделей аккреционного диска Юпитера (Макалкин и др., 1999) была использована методика расчёта моделей термической структуры протопланетного околосолнечного диска, обсуждавшаяся выше. В качестве варьируемых параметров были взяты радиальный поток массы через диск на планету, светимость и радиус молодого Юпитера (эти параметры можно оценить с помощью моделей образования Юпитера), коэффициент α , характеризующий турбулентную вязкость диска, а также коэффициент непрозрачности, зависящий от температуры и скачком изменяющийся при температуре конденсации водяного льда и температуре конденсации магнезиальных силикатов и железа. Ограничениями на модели были суммарная масса галилеевых спутников Юпитера и их химический состав: отсутствие воды в Ио, её малое содержание в Европе и большое — в Ганимеде и Каллисто. В результате расчётов выяснилось, что нельзя получить модель аккреционного диска, которая одновременно удовлетворяла бы ограничениям по химическому составу и массе. Построены два типа моделей: 1) умеренно тёплый, маломассивный, вязкий диск, соответствующий ограничению по составу, и 2) горячий, на 2–3 порядка более массивный и менее вязкий диск,

удовлетворяющий ограничению по массе. В первом случае протоспутниковое вещество подвергается только небольшому нагреванию и испарению летучих при движении внутрь диска, во втором случае после нагрева и испарения должна происходить последовательная конденсация компонент вещества при существенно более высоких давлениях. Внешний нагрев протоспутникового диска излучением Юпитера в обеих моделях менее эффективен, чем его внутренний нагрев вследствие диссипации турбулентности.

Пока не ясно, какая из моделей способна лучше объяснить процесс образования спутников. Для массивной модели имеется проблема с удалением большого количества газа из диска. Механизм вязкой диссипации газа не способен рассеять массивный диск за время существования Солнечной системы. Другие механизмы недостаточно исследованы. В маломассивной модели диска основной проблемой является необходимость очень высокой эффективности вычерпывания пыли и мелких тел в процессе роста спутников. В противном случае пылевые частицы вместе с газом будут вынесены на планету, и для образования спутников просто не хватит вещества. Возможным вариантом решения этой проблемы является изначально более высокое содержание пылевой компоненты в газопылевом веществе протоспутникового диска, чем в стандартной космической пропорции. Такое повышенное содержание может быть связано с рассеянием газа из протопланетного околосолнечного диска, которое могло быть уже значительным в конце стадии аккреции планет-гигантов и в период формирования их протоспутниковых дисков. Для выбора оптимальной модели необходимы дальнейшие исследования.

Заключение

Теория эволюции протопланетных дисков в настоящее время развивается, опираясь на быстро растущий объём астрофизических данных, относящихся к образованию и эволюции молодых звёзд солнечного типа с дисками. В данной статье рассмотрена только ранняя стадия эволюции дисков, до потери ими газа, который изначально составляет около 98 % их массы. В заключение ещё раз отметим некоторые важные проблемы, ожидающие своего решения.

Пока не решена проблема максимального углового момента, при котором образуются одиночные звёзды с дисками. Теоретические оценки и результаты численного моделирования дают ограничение $J \leq 10^{54} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (для протозвезды солнечной массы). В то же время из наблюдений одиночных звёзд солнечного типа с дисками следует, что угловые моменты меньше на один–полтора порядка.

Остаётся актуальной проблема механизма переноса углового момента и массы в аккреционных протопланетных дисках. Последние результаты подтверждают, что универсальным механизмом генерации турбулентности и обеспечения высокой вязкости скорее всего является гидродинамическая неустойчивость, однако требуется дальнейшее подтверждение и развитие этих исследований.

Неясен ряд аспектов эволюции диска на стадии формирования внутри аккреционной оболочки протозвезды. До какой массы и какого радиуса дорастает диск на этой стадии и какое влияние оказывает выпадение вещества на его широкий торец? Как вспышки излучения звезды на стадии фуора влияют на эволюцию и термическое состояние диска?

Не вполне ясен механизм рассеяния дисков и его роль в потере не только массы, но и избыточного углового момента диска. Может ли рассеяние диска быть обеспечено механизмом фотоиспарения под действием УФ-излучения центральной звезды или его недостаточно, и надо привлекать участие соседних массивных звёзд?

Необходимо дальнейшее уточнение термической структуры диска и её эволюции. Существенную роль здесь, по-видимому, может сыграть двумерное моделирование переноса излучения в дисках и их атмосферах.

Одной из наиболее актуальных проблем теории протопланетных дисков и всей планетной космогонии является взаимодействие газовой и пылевой компонент в процессе образования километровых планетезималей. Это пороговый размер тел, начиная с которого они удерживаются и растут при столкновениях под действием своей гравитации. Пока не вполне ясен механизм, с помощью которого достигается этот порог.

Таким образом, в эволюции аккреционных протоспутниковых дисков остаётся много открытых вопросов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 01-05-64318) и Миннауки РФ (госконтракт № 40.022.1.1.1108).

Список литературы

- (Андре и др., 2000) *Andre P., Ward-Thompson D., Barsony M.* From prestellar cores to protostars: the initial conditions of star formation // *Protostars and Planets IV* / Ed. by V. Mannings, A.P. Boss, S.S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 59–96.
- (Армитаж и др., 2001) *Armitage P. J., Livio M., Pringle J. E.* Episodic accretion in magnetically layered protoplanetary disks // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2001. V. 324. P. 705–711.
- (Балбус, Хаули, 1991) *Balbus S. A., Hawley J. F.* A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I. Linear analysis // *Astrophys. J.* 1991. V. 376. P. 214–222.
- (Батлер и др., 2003) *Butler R. P., Marcy G. W., Vogt S. S. et al.* Seven new Keck planets orbiting G and K dwarfs // *Astrophys. J.* 2003. V. 582. P. 455–466.
- (Беквиз, Саргент, 1996) *Beckwith S. V. W., Sargent A. I.* Circumstellar disks and the search for neighbouring planetary systems // *Nature.* 1996. V. 383. P. 139–144.
- (Беквиз и др., 2000) *Beckwith S. V. W., Henning T., Nakagawa Y.* Dust properties and assembly of large particles in protoplanetary disks // *Protostars and Planets IV* / Ed. by V. Mannings, A.P. Boss, S.S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 533–558.

- (Белл, Лин, 1994) *Bell K.R., Lin D.N.C.* Using FU Orionis outbursts to constrain self-regulated protostellar disk models // *Astrophys. J.* 1994. V. 427. P. 987–1004.
- (Белл и др., 1997) *Bell K.R., Cassen P.M., Klahr H.H., Henning Th.* The structure and appearance of protostellar accretion disks: limits on disk flaring // *Astrophys. J.* 1997. V. 486. P. 372–387.
- (Белл и др., 2000) *Bell K.R., Cassen P.M., Wasson J.T., Woolum D.S.* The FU Orionis phenomenon and solar nebula material // *Protostars and Planets IV* / Ed. by V. Mannings, A.P. Boss, S.S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 897–924.
- (Бисноватый-Коган, Лавлейс, 2001) *Bisnovatyi-Kogan G.S., Lovelace R.V.E.* Advective accretion disks and related problems including magnetic fields // *New Astron. Rev.* 2001. V. 45. P. 663–742.
- (Блум, Вурм, 2000) *Blum J., Wurm G.* Experiments on sticking, restructuring, and fragmentation of preplanetary dust aggregates // *Icarus.* 2000. V. 143. P. 138–146.
- (Боденхаймер, 1995) *Bodenheimer P.* Angular momentum evolution of young stars and disks // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1995. V. 33. P. 199–238.
- (Босс, 2001) *Boss A.P.* Gas giant protoplanet formation: disk instability models with thermodynamics and radiative transfer // *Astrophys. J.* 2001. V. 563. P. 367–373.
- (Вайденшиллинг, 1977) *Weidenschilling S.J.* Aerodynamics of solid bodies in the solar nebula // *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* 1977. V. 180. P. 57–70.
- (Вайденшиллинг, 1984) *Weidenschilling S.J.* Evolution of grains in the turbulent solar nebula // *Icarus.* 1984. V. 60. P. 553–567.
- (Витязев и др., 1990) *Витязев А.В., Печерникова Г.В., Сафронов В.С.* Планеты земной группы: Происхождение и ранняя эволюция. — М.: Наука, 1990. — 296 с.
- (Голдрайх, Уорд, 1973) *Goldreich P., Ward W.R.* The formation of planetesimals // *Astrophys. J.* 1973. V. 183. P. 1051–1061.
- (Гудкова, Жарков, 1999) *Gudkova T.V., Zharkov V.N.* Models of Jupiter and Saturn after Galileo mission // *Planet. Space Sci.* 1999. V. 47. P. 1201–1210.
- (Гудман и др., 1993) *Goodman A.A., Benson P.G., Fuller G.A., Myers P.C.* Dense cores in dark clouds. VIII. Velocity gradients // *Astrophys. J.* 1993. V. 406. P. 528–547.
- (Д’Алессио и др., 1998) *D’Alessio P., Canto J., Calvet N., Lizano S.* Accretion disks around young objects. I. The detailed vertical structure // *Astrophys. J.* 1998. V. 500. P. 411–427.
- (Дорофеева, Макалкин, 1996) *Dorofeeva V.A., Makalkin A.B.* A model of the protoplanetary disk at the formation stage // *Lunar Planet. Sci.* XXVII. 1996. P. 321–322.
- (Дюбрюль, 1993) *Dubrulle B.* Differential rotation as a source of angular momentum transport in the solar nebula // *Icarus.* 1993. V. 106. P. 59–76.
- (Дюбрюль и др., 1995) *Dubrulle B., Morfill G., Sterzik M.* The dust subdisk in the protoplanetary nebula // *Icarus.* 1995. V. 114. P. 237–246.
- (Зельдович, 1981) *Zel’dovich Ya.B.* On the friction of fluids between rotating cylinders // *Proc. Roy. Soc. Lond.* 1981. V. A374. P. 299–312.
- (Зиглина и др., 1996) *Ziglina I.N., Makalkin A.B., Safronov V.S.* Location and structure of the boundary layer between the protoplanetary disk and the accretion envelope // *Lunar and Planet. Sci.* 1996. V. XXVII. P. 1493–1494.
- (Йорке, Боденхаймер, 1999) *Yorke H.W., Bodenheimer P.* The formation of protostellar disks. III. The influence of gravitationally induced angular mo-

- mentum transport on disk structure and appearance // *Astrophys. J.* 1999. V. 525. P. 330–342.
- (Кабот и др., 1987) *Cabot W., Canuto V.M., Hubickyj O., Pollack J.B.* The role of turbulent convection in the primitive solar nebula // *Icarus*. 1987. V. 69. P. 387–423.
- (Кальвет и др., 2000) *Calvet N., Hartmann L., Strom S.E.* Evolution of disk accretion // *Protostars and Planets IV* / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Arizona Press, 2000. P. 377–400.
- (Кальвет и др., 2002) *Calvet N., D'Alessio P., Hartmann L. et al.* Evidence for a Developing Gap in a 10 Myr Old Protoplanetary Disk // *Astrophys. J.* 2002. V. 568. P. 1008–1016.
- (Камерон, Фегли, 1982) *Cameron A.G.W., Fegley M.B.* Nucleation and condensation in the primitive solar nebula // *Icarus*. 1982. V. 52. P. 1–13.
- (Кассен, 1994) *Cassen P.* Utilitarian models of the solar nebula // *Icarus*. 1994. V. 112. P. 405–429.
- (Кассен, 2001) *Cassen P.* Nebular thermal evolution and the properties of primitive planetary materials // *Meteoritics & Planet. Sci.* 2001. V. 36. P. 671–700.
- (Кассен, Саммерс, 1983) *Cassen P., Summers A.* Models of the formation of the solar nebula // *Icarus*. 1983. V. 53. P. 26–40.
- (Кёниг, Пудриц, 2000) *Königl A., Pudritz R.E.* Disk winds and the accretion-outflow connection // *Protostars and Planets IV* / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 759–788.
- (Клар, Боденхаймер, 2003) *Klahr H.H., Bodenheimer P.* Turbulence in accretion disks: vorticity generation and angular momentum transport via the global baroclinic instability // *Astrophys. J.* 2003. V. 582. P. 869–892.
- (Колесниченко, 2000) *Колесниченко А.В.* Моделирование коэффициентов турбулентного переноса в газопылевом аккреционном диске // *Астрон. вестн.* 2000. Т. 34, № 6. С. 516–527.
- (Колесниченко, 2001) *Колесниченко А.В.* Гидродинамические аспекты моделирования процессов массопереноса и коагуляции в турбулентном аккреционном диске // *Астрон. вестн.* 2001. Т. 35, № 2. С. 139–155.
- (Кусака и др., 1970) *Kusaka T., Nakano N., Hayashi C.* Growth of solid particles in the primordial solar nebula // *Progr. Theor. Phys.* 1970. V. 44. P. 1580–1595.
- (Кусков, Кронрод, 2001) *Kuskov O.L., Kronrod V.A.* Core sizes and internal structure of the Earth's and Jupiter's satellites // *Icarus*. 2001. V. 151. P. 204–227.
- (Лагранж и др., 2000) *Lagrange A.-M., Backman D.E., Artymovich P.* Planetary material around main-sequence stars // *Protostars and Planets IV* / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 639–672.
- (Ли и др., 2002) *Li Z.-Y., Shematovich V.I., Wiebe D.S., Shustov B.M.* A coupled dynamical and chemical model of starless cores of magnetized molecular clouds. I. Formulation and initial results // *Astrophys. J.* 2002. V. 569. P. 792–802.
- (Лин, Папалойзо, 1980) *Lin D.N.C., Papaloizou J.* On the structure and evolution of the primordial solar nebula // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1980. V. 191, № 1. P. 37–48.
- (Лин, Прингл, 1990) *Lin D.N.C., Pringle J.E.* The formation and initial evolution of protostellar disks // *Astrophys. J.* 1990. V. 358. P. 515–524.

- (Линден-Белл, Прингл, 1974) *Lynden-Bell D., Pringle J.E.* The evolution of viscous disks and the origin of the nebular variables // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1974. V. 168. P. 603–637.
- (Майерс и др., 2000) *Myers P. C., Evans II N. J., Ohashi N.* Observations of infall in star-forming regions // *Protostars and Planets IV* / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 217–246.
- (Макалкин, 1980) *Makalkin A. B.* Possibility of formation of an originally inhomogeneous Earth // *Phys. Earth and Planet. Inter.* 1980. V. 22. P. 302–312.
- (Макалкин, 1987) *Макалкин А. Б.* Термика протопланетного диска // *Астрон. вестн.* 1987. Т. 21, № 4. С. 324–327.
- (Макалкин, 1994) *Makalkin A. B.* Radial compaction of the dust subdisk in a protoplanetary disk as a possible way to gravitational instability // *Lunar Planet. Sci.* XXV. 1994. P. 827–828.
- (Макалкин, Дорофеева, 1991) *Макалкин А. Б., Дорофеева В. А.* Температуры в протопланетном диске. Модели, ограничения, следствия для планет // *Физ. Земли.* 1991. № 8. С. 34–51.
- (Макалкин, Дорофеева, 1995) *Макалкин А. Б., Дорофеева В. А.* Строение протопланетного аккреционного диска вокруг Солнца на стадии Т Тельца. I. Исходные данные, уравнения и методы построения моделей // *Астрон. вестн.* 1995. Т. 29, № 2. С. 99–122.
- (Макалкин, Дорофеева, 1996) *Макалкин А. Б., Дорофеева В. А.* Строение протопланетного аккреционного диска вокруг Солнца на стадии Т Тельца. II. Результаты расчёта моделей // *Астрон. вестн.* 1996. Т. 30, № 6. С. 496–513.
- (Макалкин и др., 1998) *Makalkin A. B., Ziglina I. N., Dorofeeva V. A., Safronov V. S.* Structure of the protoplanetary disk embedded within the infalling envelope // *Planetary Systems: the long view* / Ed. by L. Celnikier, J. Tran Thanh Van. — France: Editions Frontieres, 1998. P. 73–76.
- (Макалкин и др., 1999) *Макалкин А. Б., Дорофеева В. А., Рускол Е. Л.* Моделирование аккреционного протоспутникового диска Юпитера: оценка основных параметров // *Астрон. вестн.* 1999. Т. 33. С. 518–526.
- (Марси и др., 2002) *Marcy G. W., Butler R. P., Fisher D. A. et al.* A planet at 5 AU around 55 Cancri // *Astrophys. J.* 2002. V. 581. P. 1375–1388.
- (Маров, Колесниченко, 2002) *Marov M. Y., Kolesnichenko A. V.* Mechanics of turbulence of multicomponent gases. — Kluwer Academic Publish., 2002. — 375 p.
- (Масевич, Тутуков, 1988) *Масевич А. Г., Тутуков А. В.* Эволюция звёзд: теория и наблюдения. — М.: Наука, 1988. — 280 с.
- (Матсуяма и др., 2003) *Matsuyama I., Johnstone D., Hartmann L.* Viscous diffusion and photoevaporation of stellar disks // *Astrophys. J.* 2003. V. 582. P. 893–904.
- (Морфилл, 1988) *Morfill G. E.* Protoplanetary accretion disks with coagulation and evaporation // *Icarus.* 1988. V. 75. P. 371–379.
- (Мунди и др., 2000) *Mundy L. G., Looney L. W., Welch W. J.* The structure and evolution of envelopes and disks in young stellar systems // *Protostars and Planets IV* / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 355–376.
- (Мусис и др., 2000) *Mousis O., Gautier D., Bockelee-Morvan D. et al.* Constraints on the formation of comets from D/H ratios measured in H₂O and HCN // *Icarus.* 2000. V. 148. P. 513–525.

- (Накамото, Накагава, 1995) *Nakamoto T., Nakagawa Y.* Growth of protoplanetary disks around young stellar objects // *Astrophys. J.* 1995. V. 445. P. 330–336.
- (Накamura, 2000) *Nakamura F.* Formation of an infalling disklike envelope around a protostar // *Astrophys. J.* 2000. V. 543. P. 291–298.
- (Номура, 2002) *Nomura H.* Structure and instabilities of an irradiated viscous protoplanetary disks // *Astrophys. J.* 2002. V. 567. P. 587–595.
- (Паджет и др., 1999) *Padgett D., Brandner W., Stapelfeldt K.R. et al.* Hubble Space Telescope/Nicmos imaging of disks and Envelopes around very young stars // *Astron. J.* 1999. V. 117. P. 1490–1504.
- (Пикет и др., 2000) *Pickett B.K., Cassen P., Durisen R.H., Link R.* The effects of thermal energetics on three-dimensional hydrodynamic instabilities in massive protostellar disks. II. High-resolution and adiabatic evolutions // *Astrophys. J.* 2000. V. 529. P. 1034–1053.
- (Поллак и др., 1985) *Pollack J.B., McKay C.P., Cristofferson B.M.* A calculation of a Rosseland mean opacity of dust grains in primordial solar system nebulae // *Icarus*. 1985. V. 64. P. 473–492.
- (Поллак и др., 1994) *Pollack J.B., Hollenbach D., Beckwith S.B., Simonnelly D.P.* Composition and radiative properties of grains in molecular clouds and accretion disks // *Astrophys. J.* 1994. V. 421. P. 615–639.
- (Поллак и др., 1996) *Pollack J.B., Hubickyi O., Bodenheimer P. et al.* Formation of the giant planets by concurrent accretion of solids and gas // *Icarus*. 1996. V. 124. P. 62–85.
- (Ришар, Зан, 1999) *Richard D., Zahn J.-P.* Turbulence in differentially rotating flows. What can be learned from the Couette-Taylor experiment // *Astron. Astrophys.* 1999. V. 347. P. 734–738.
- (Руден, Лин, 1986) *Ruden S.P., Lin D.N.C.* The global evolution of the primordial solar nebula // *Astrophys. J.* 1986. V. 308. P. 883–901.
- (Руден, Поллак, 1991) *Ruden S.P., Pollack J.B.* The dynamical evolution of the protosolar nebula // *Astrophys. J.* 1991. V. 375. P. 740–760.
- (Ружичка и др., 1994) *Różyczka M., Bodenheimer P., Bell K.R.* A numerical study of viscous flows in axisymmetric α -accretion disks // *Astrophys. J.* 1994. V. 423. P. 736–747.
- (Рузмайкина, 1981) *Ruzmaikina T.V.* On the role of the magnetic field and turbulence in the evolution of the presolar nebula // *Adv. Space Res.* 1981. V. 1. P. 49–53.
- (Рузмайкина, 1981) *Рузмайкина Т.В.* Угловой момент протозвезды, порождающий протопланетный диск // *Письма в Астрон. Ж.* 1981. Т. 7. С. 188–192.
- (Рузмайкина, Маева, 1986) *Рузмайкина Т.В., Маева С.В.* Исследование процесса формирования протопланетного диска // *Астрон. вестн.* 1986. Т. 20, № 3. С. 212–227.
- (Рузмайкина, Макалкин, 1989) *Рузмайкина Т.В., Макалкин А.Б.* Образование и эволюция протопланетного диска // *Науки о планетах / Под ред. Р. Сагдеева, Л. Мухина, Т. Донахью.* — М.: ИКИ АН СССР, 1989. С. 43–63.
- (Рускол, 1982) *Рускол Е.Л.* Происхождение спутников планет // *Физика Земли.* 1982. № 6. С. 40–51.
- (Сафронов, 1969) *Сафронов В.С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. — М.: Наука, 1969. — 244 с.
- (Сафронов, 1972) *Safronov V.S.* Ejection of bodies from the solar system in the course of the accumulation of the giant planets and the formation of the

- cometary cloud // The motion, evolution of orbits and origin of comets / Ed. by G.A. Chebotarev, E.I. Kazimirschak-Polonskaya, B.G. Marsden. — Dordrecht: Reidel, 1972. P. 329–334.
- (Сафронов, 1982) *Сафронов В. С.* Современное состояние теории происхождения Земли // Физ. Земли. 1982. № 6. С. 5–24.
- (Сафронов, Витязев, 1983) *Сафронов В. С., Витязев А. В.* Происхождение Солнечной системы // Итоги науки. Сер. Астрономия. — М.: ВИНТИ. 1983. Т. 24. С. 5–93.
- (Сафронов, Рускол, 1956) *Сафронов В. С., Рускол Е. Л.* О возможности возникновения турбулентности в протопланетном облаке // ДАН СССР. 1956. Т. 103, № 3. С. 413–416.
- (Симонелли и др., 1997) *Simonelli D. P., Pollack J. B., McKay C. P.* Radiative Heating of Interstellar Grains Falling toward the Solar Nebula: 1-D Diffusion Calculations // Icarus. 1997. V. 125. P. 261–280.
- (Сталер и др., 1980) *Stahler S. W., Shu F. H., Taam R. E.* The evolution of protostars. I. Global formulation and results // Astrophys. J. 1980. V. P. 637–654.
- (Степинский, 1998) *Stepinski T. F.* The solar nebula as a process — an analytical model // Icarus. 1998. V. 132. P. 100–112.
- (Степинский, 1998) *Stepinski T. F.* New approach to diagnosing properties of protoplanetary disks // Astrophys. J. 1998. V. 507. P. 361–370.
- (Стержик, Морфилл, 1994) *Sterzik M. F., Morfill G.* Evolution of the protoplanetary disks with condensation and coagulation // Icarus. 1994. V. 111. P. 536–546.
- (Стоун и др., 2000) *Stone J. M., Gammie C. F., Balbus S. A., Hawley J. F.* Transport processes in protostellar disks // Protostars and Planets IV / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 589–612.
- (Сурдин, 2001) *Сурдин В. Г.* Рождение звёзд. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 264 с.
- (Тоомре, 1964) *Toomre A.* On the gravitational stability of a disk of stars // Astrophys. J. 1964. V. 139. P. 1217–1238.
- (Тутуков, 2002) *Тутуков А. И.* Образование планетных систем и коричневых карликов около одиночных звёзд // Астрон. Ж. 2002. Т. 79. С. 762–767.
- (Урпин, 1984) *Урпин В. А.* Гидродинамические движения в аккреционных дисках // Астрон. Ж. 1984. Т. 61. С. 84–90.
- (Фридман, 1989) *Фридман А. М.* К динамике вязкой дифференциально вращающейся гравитирующей среды // Письма в Астрон. Ж. 1989. Т. 15, № 12. С. 1122–1130.
- (Хайш и др., 2001) *Haisch K. E., Lada E. A., Lada C. J.* Disk frequencies and lifetimes in young clusters // Astrophys. J. 2001. V. 553. P. L153–L156.
- (Хирс и др., 1997) *Hirth G. A., Mundt R., Solf J.* Spatial and kinematic properties of the forbidden emission line region of T Tauri stars // Astron. Astrophys. Suppl. 1997. V. 126. P. 437–469.
- (Холленбах и др., 2000) *Hollenbach D. J., Yorke H. W., Johnstone D.* Disk dispersal around young stars // Protostars and Planets IV / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 401–428.
- (Чик, Кассен, 1997) *Chick K. M., Cassen P.* Thermal processing of interstellar dust grains in the primitive solar environment // Astrophys. J. 1997. V. 479. P. 398–409.

- (Шакура, 1972) *Шакура Н. И.* Дискковая модель аккреции газа релятивистской звездой в тесной двойной системе // Астрон. Ж. 1972. Т. 49. С. 921–929.
- (Шакура, Сюняев, 1973) *Shakura N. I., Sunyaev J. B.* Black holes in binary systems. Observational appearance // Astron. Astrophys. 1973. V. 24. P. 337–353.
- (Шмидт, 1957) *Шмидт О. Ю.* Четыре лекции о теории происхождения Земли. — М.: Изд-во АН СССР, 1957. — 139 с.
- (Шу, 1977) *Shu F.* Self similar collapse of isothermal spheres and star formation // Astrophys. J. 1977. V. 214. P. 488–497.
- (Шу и др., 1990) *Shu F. H., Tremaine S., Adams F. C., Ruden S. P.* Sling amplification and eccentric gravitational instabilities in gaseous disks // Astrophys. J. 1990. V. 358. P. 495–514.
- (Шу и др., 2000) *Shu F. H., Najita J. R., Shang H., Li Z.-Y.* X-winds: theory and observations // Protostars and Planets IV / Ed. by V. Mannings, A. P. Boss, S. S. Russell. — Tucson: Univ. Ariz. Press, 2000. P. 789–814.
- (Юдин, Шу, 2002) *Youdin A. N., Shu F.* Planetesimal formation by gravitational instability // Astrophys. J. 2002. V. 580. P. 494–505.

ГЕЛИОСФЕРА И СОЛНЕЧНЫЙ ВЕТЕР: НЕКОТОРЫЕ СОВРЕМЕННЫЕ КОНЦЕПЦИИ И АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

И. С. Веселовский

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова

Рассматриваются основные понятия, возникшие в связи с исследованиями по физике гелиосферной плазмы, и их видоизменение на протяжении последних десятилетий. Для формулировки актуальных нерешённых вопросов используется подход с использованием безразмерных масштабных параметров, некоторые из которых введены для этой цели впервые.

Введение

В небольшой статье с таким общим названием было бы уместно затронуть вопросы, связанные с развитием основных идей и представлений о строении и динамике окосолнечного плазменного окружения и связанных с ним электромагнитных полей, отметить наиболее важные достижения последних лет, а также ближайшие перспективы и нерешённые вопросы исследований в этой области знаний. При этом в силу ограниченного объёма статьи главное внимание будет уделено свойствам солнечного ветра и межпланетного магнитного поля в районе орбиты Земли, так как именно это наиболее полно изучено экспериментально. Кроме того, состояние околоземного космического пространства во многом определяется именно параметрами солнечного ветра и межпланетного магнитного поля. Поэтому их изучение, помимо чисто научного интереса, имеет также и практическое значение как одного из важных факторов окружающей среды и «космической погоды».

Весьма подробная современная библиография по гелиосферной тематике содержится в книгах (Физика..., 1990; Внешняя гелиосфера..., 2000). Главные этапы исследований, выполненных в последние годы, лучше всего могут быть прослежены в деталях, если обратиться к сборникам трудов целой серии Международных конференций по солнечному ветру, самая недавняя из которых, десятая по счёту, состоялась в 2002 г. В настоящее время ежегодно публикуются сотни оригинальных статей, имеется немало обзоров и книг, однако данная область исследований всё ещё остаётся достаточно «молодой» в том смысле, что она далека от классической завершённости. Поэтому не представляется возможным указать какую-либо монографию, где бы

суммировались накопленные знания с единых физических позиций. Вместо этого имеется некоторая фрагментарность в подходах к описанию наблюдений и их теоретических моделей. Чтобы скомпенсировать этот недостаток, особенно заметный при кратком изложении порой нерешённых и дискуссионных вопросов, в данном сообщении используется систематический подход на основе анализа безразмерных физических параметров. Этот подход для описания гелиосферных процессов был предложен и разработан автором (Веселовский, 1999, 2001).

Цель данной статьи состоит в том, чтобы показать, сколь стремительно развивается уровень познания процессов в гелиомагнитосфере как в теоретическом, так и в экспериментальном отношении. Отбор примеров несколько субъективен и отражает некоторые сегодняшние интересы автора в этой области.

1. Становление и развитие основных концепций

Прогресс в накоплении знаний, в осознании физической сути наблюдаемых гелиосферных явлений, в умении исследовать их и соотносить с другими процессами в космосе был особенно разителен в последние годы. На протяжении жизни одного поколения людей возник сам термин «гелиосфера» (середина 60-х гг.), который затем прочно вошёл в употребление для обозначения области пространства вокруг Солнца, где преобладает плазма солнечного происхождения. Чтобы подчеркнуть действительно важную роль магнитных полей, иногда в том же значении используют более громоздкий термин «гелиомагнитосфера».

Термин «солнечный ветер» возник несколько раньше, в начале 50-х гг., сразу после осознания перманентности сверхзвукового истечения плазмы из солнечной короны и правильной оценки его основных параметров — плотности, скорости и температуры по наблюдениям отклонения кометных хвостов и другим косвенным данным, а вовсе не в результате создания первых теоретических моделей, появившихся годами позже. То, что прежде называли «солнечными корпускулярными потоками» или «потоками от Солнца», стали называть проще и нагляднее «ветром». Термин постепенно вошёл в обиход и прижился. О «ветре» из Солнца говорили и писали многие авторы задолго до работ американского астрофизика Е. Паркера, указывая при этом правильные порядки величин для всех его основных гидродинамических параметров. Поэтому нет никаких серьёзных оснований приписывать приоритет одному автору, с чем мы до сих пор встречаемся в зарубежной литературе, в том числе и в указанной во Введении.

К настоящему времени прямыми и косвенными способами исследованы характеристики солнечного ветра в широком интервале гелиоцентрических расстояний, охватывающих всю планетную систему и выходящих за её пределы как ближе к Солнцу, так и дальше от него, в том числе и вне эклиптики. Любопытно отметить, что инерция

более ранних представлений о статической короне была столь сильной, что некоторые исследователи продолжали оставаться в плену этих представлений даже после того, как К.И. Грингауз с сотрудниками выполнил первые измерения потока солнечного ветра в 1959–60 гг. на советских лунных ракетах.

Не менее поучительным является и тот факт, что детальное исследование стационарных политропных режимов радиального течения идеального газа в поле тяжести центрального тела было предпринято в известной работе Бонди, опубликованной ещё в 1952 г. Однако это исследование не было тогда применено конкретно для Солнца. В работе Бонди были указаны и подробно разобраны дозвуковые, сверхзвуковые и трансзвуковые режимы применительно к аккреции вещества на звезду без каких-либо намёков на возможность ситуаций с обратным знаком скорости. С теоретической точки зрения оба случая больше ничем не отличаются, так как в уравнение Бернулли входит лишь квадрат скорости, и оба направления движения могут рассматриваться единым образом.

Сходные газодинамические модели стационарных течений звёздного и солнечного вещества развивались в начале 50-х гг. Л.А. Вулисом и К.П. Станюковичем. В более поздней публикации Паркера (1958) проведено рассмотрение той же задачи и с теми же результатами, что у Бонди, но без ссылок на его работу и с указанием исключительно на случай стационарного истечения газа из центрального тела. В работе Паркера был изменён лишь знак скорости, но зато с явным указанием на возможность трансзвукового гидродинамического истечения газа из Солнца в межпланетное пространство. Однако эта публикация подспела вовремя, вызвала резонанс и много споров. Вскоре были получены данные непосредственных измерений — началась космическая эра. Только тогда всем стало окончательно ясно — сверхзвуковой солнечный ветер существует перманентно, и споры сразу утихли.

Как отмечалось выше, в действительности вся математическая конструкция семейства дозвуковых, трансзвуковых и сверхзвуковых решений при этом абсолютно одна и та же и для истечения, и для аккреции газа за исключением знака скорости. Ясно, что в природе существуют оба случая. В зависимости от эволюционного состояния звезда может испытывать либо накопление газа из окружающей среды — аккрецию, либо потерю вещества — звёздный ветер. Сейчас известны также и некоторые типы звёзд, у которых с одной части поверхности происходит потеря вещества — звёздный ветер, а на другой части поверхности может происходить аккреция из окружающего газа или со звезды-компаньона в двойной или более сложной системе. Между соседними участками атмосферы Солнца в так называемой турбосфере тоже происходит довольно интенсивный и частично турбулентный обмен потоками вещества и энергии. Местные скорости переноса вещества в турбосфере вокруг Солнца порой достигают сверхзвуковых и сверхальвеновских значений. Однако за её пределами на достаточно больших удалениях от Солнца всюду перманентно

существует направленный наружу поток плазмы — солнечный ветер, практически всегда сверхмагнитозвуковой за исключением крайне редких локальных нарушений этого характера после сильных возмущений. Вывод из этой истории очень простой — открытие солнечного ветра не было единовременным актом теоретического прозрения, а происходило в мучительных теоретических спорах и многолетнем наблюдательном поиске целого ряда исследователей на протяжении многих лет.

Первые попытки представить модели межпланетного магнитного поля в виде отдельных «облаков», «языков», выбрасываемых вместе с веществом протуберанцев и распространяющихся от Солнца в межпланетное пространство, также имеют длительную предысторию. Альвен указывал на то, что в корпускулярных потоках от Солнца должны содержаться «вмороженное» магнитное поле. Представления о спиральной структуре потоков развивались Бартельсом.

Простая концептуальная модель гелиосферного магнитного поля, «вмороженного» в поток солнечного ветра из вращающегося Солнца, была предложена Е. Паркером во второй половине 1950-х гг. Найденные им теоретические зависимости для убывания радиальной составляющей поля обратно пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния, а для азимутальной составляющей обратно пропорционально этому расстоянию, при подходящем усреднении в целом хорошо подтверждаются прямыми измерениями на космических аппаратах во всей области исследованных расстояний от долей астрономической единицы до многих десятков этих единиц. Эта модель стала базовой в силу её простоты и наглядности. Меридиональная составляющая поля в этой модели поля отсутствует.

Наиболее существенные отклонения гелиосферного поля от этой базовой модели обусловлены нестационарными процессами — распространением конвективных и волновых возмущений, в целом являющихся немалыми, а порой достаточно сильными. Благодаря этому в мгновенной картине поля, как правило, присутствуют не две, а все три векторные составляющие. Во внутренней гелиосфере (внутри орбиты Земли) статистически преобладает радиальное направление поля, а во внешней — две остальные (трансверсальные) компоненты вектора поля. На орбите Земли все три векторные компоненты мгновенного поля статистически сравнимы по величине, а модуль поля составляет в среднем около 5 нТ. В этом состоит наиболее сильное отличие реальной картины межпланетного магнитного поля от его идеализированной спиральной модели, остающейся тем не менее базовой для сравнения сильно осреднённых наиболее крупномасштабных и долговременных характеристик поля. При этом речь идёт практически о масштабах более нескольких суток на орбите Земли.

Присутствие весьма заметной, а временами и преобладающей меридиональной составляющей магнитного поля, испытывающей постоянные изменения знака и величины, и совершенно не учитываемой в простейшей базовой модели, имеет исключительно важное практическое значение. Дело в том, что именно эта составляющая магнит-

ного поля в силу ряда особых геометрических условий оказывается главным гелиосферным параметром, который контролирует уровень многих геомагнитных возмущений, в том числе и силу геомагнитных бурь. Разработка более адекватных теоретических и прогностических моделей межпланетного магнитного поля с учётом этого обстоятельства представляется сейчас одной из самых актуальных задач как в данной области, так и в солнечно-земной физике в целом. В этом плане экспериментальные и теоретические исследования структурной организации электромагнитных полей в гелиосфере пока отстают от реальных потребностей прогноза «космической погоды», и здесь требуются ещё значительные усилия.

Квазистационарные магнитные поля в гелиомагнитосфере поддерживаются электрическими токами, протекающими в ней, а не только на Солнце. Осознание этого факта произошло только после открытия Вилкоксом и Нессом секторной структуры межпланетного магнитного поля, да и то не сразу, а спустя десяток лет — в 70-х гг., когда началось изучение гелиосферных токовых слоёв, играющих роль своеобразного «скелета» и носителя свободной магнитной энергии в гелиомагнитосфере. Лишь сейчас многими исследователями переосмысливается весьма условный характер первоначальной концепции, выдвинутой в начале 60-х гг., о «солнечном» происхождении межпланетного магнитного поля. Правильнее говорить о его «гелиосферном» происхождении. Крупномасштабное магнитное поле в полярных участках гелиосферы поддерживается непосредственно и главным образом благодаря тонкому гелиосферному токовому слою вблизи плоскости её магнитного экватора. Это ярчайший пример нелокальности всей электромагнитной структуры, которая только начинает правильно осознаваться для околосолнечного и межпланетного пространства. Полярные и экваториальные электромагнитные процессы на Солнце и в гелиомагнитосфере оказываются теснейшим образом взаимосвязанными. Ещё совсем недавно исследователи Солнца стремились выделить локальные источники солнечных вспышек, корональных выбросов массы, протуберанцев и др. Сейчас же становится всё более понятным не местный, а более глобальный характер связанных с ними причин и процессов.

Узор гелиосферного магнитного поля, состоящий из «мозаики» расширяющихся униполярных спиральных трубок, наиболее прост в годы низкой солнечной активности. Тогда он выражается в двухсекторную структуру с положительным полем в одной полусфере и отрицательным — в другой. Нами было теоретически показано, что в этом случае поверхностный ток на границе раздела в экваториальной плоскости течёт вдоль гиперболических спиралей. Поэтому во внутренней гелиосфере преобладает тонкий кольцевой ток, а магнитное поле радиально и эквивалентно соединённым вместе «двум половинкам противоположных монополей». Во внешней гелиосфере по поверхности гелиосферного токового слоя течёт радиальный поверхностный ток, поддерживающий спиральный узор с преобладанием трансверсальных составляющих магнитного поля.

2. Центральная нерешённая проблема

Особенность нынешнего положения дел в исследовании гелиосферы, по-видимому, свойственна и другим активно развивающимся направлениям современной науки: к настоящему времени накоплен огромный наблюдательный материал, созданы более или менее адекватные теоретические представления. Поступающий поток новой информации огромен и постоянно растёт. Сейчас имеется возможность получения многих данных со спутников и космических аппаратов SOHO, Ulysses, ACE, Wind и других непосредственно в режиме текущего времени или всего лишь с небольшой задержкой через Интернет. Успешно работает космический аппарат «Коронас-Ф». Создаются обширные архивы и базы данных, удобные и доступные для всестороннего исследования. Объём накопленных сведений настолько велик, что не все они ещё должным образом упорядочены и осознаны. В то же время остро ощущается нехватка многих ключевых элементов в познании как самых мелких и на первый взгляд не очень важных деталей, так и самых крупных глобальных аспектов, таких как общие размеры, форма гелиомагнитосферы и их связь со структурой солнечной атмосферы и межзвёздной средой. В теоретическом плане выясняется взаимная их обусловленность, что делает общую картину весьма запутанной, поскольку причинные и энергетические связи в одних случаях оказываются направленными от больших элементов к малым, а в других — от малых элементов к большим. Турбулентность в гелиосфере в целом не является установившейся, однородной и изотропной.

Сложная и динамичная пространственно-временная структура потоков, струй, конвективных неоднородностей, разнообразных распространяющихся линейных и нелинейных волн вплоть до разрывов и ударных волн в солнечном ветре в целом с трудом поддаётся какому-либо упорядочиванию и количественному описанию из-за различия и многообразия масштабов. Обычно удаётся в лучшем случае выделить и проанализировать лишь отдельные физические режимы и фрагменты этой сложной картины в течение ограниченных промежутков времени. Совершенно очевидно, что простейшие сферически симметричные модели, так часто используемые в астрофизике и физике звёзд, в частности, имеют весьма отдалённое отношение к реальной структуре гелиомагнитосферы и пригодны только в качестве самого грубого приближения при весьма ограниченной области использования даже по порядку величины. К сожалению, это обстоятельство часто забывается, и в литературе можно встретить попытки построения «количественных» моделей, не учитывающих наличие целого ряда важных структурных элементов в гелиомагнитосфере. Как правило, эти элементы характеризуются широким набором амплитудных, пространственных и временных масштабов, соподчинённость которых не всегда очевидна и служит предметом острых дискуссий. Таким образом, выяснение единого устройства пространственно-вре-

менной самоорганизации в солнечном ветре, то есть соподчинённости в целом уже неплохо изученных морфологических элементов и отдельных процессов в гелиомагнитосфере — центральная нерешённая проблема.

3. Основные безразмерные параметры

Попытки решения указанной проблемы, исходя из модельных представлений, основанных на соображениях подобия, масштабной инвариантности или каких-либо предположений об универсальном характере турбулентности в применении к солнечному ветру и межпланетному полю, не вполне адекватны действительности. Отличительной особенностью гелиосферной турбулентности в целом является её сверхмагнитозвуковой характер, неполная развитость и пространственно-временная перемежаемость, то есть неоднородность и нестационарность, весьма выраженная неизотропность и сохранение «памяти» о начальных и граничных условиях вблизи Солнца. Спектральный подход в таких случаях может быть весьма полезен для описания ситуации, однако спектры мощности, являющиеся важной характеристикой, сами по себе не отражают полной информации о разнообразии структур и процессов, их фазовых соотношениях, поляризационном и модовом составе парциальных амплитуд. Тем не менее, таким способом на основе скейлингового подхода удаётся довольно далеко продвинуться в описании процессов взаимодействия с участием конвективных и волновых неоднородностей в солнечном ветре, количественно представить различия между быстрыми и медленными потоками солнечного ветра.

В быстрых потоках из корональных дыр преобладает волновая МГД-турбулентность альвеновского типа, представленная в основном остатком волн, генерированных на Солнце, и распространяющихся от него. В медленном же ветре наряду с этим сравнимый вклад вносят конвективные возмущения неволнового типа (струи, волокна, контактные и тангенциальные разрывы и другие образования), также выносимые сверхзвуковым потоком из короны.

Рассматривая ламинарные и турбулентные режимы в солнечном ветре, полезно иметь в виду неабсолютный и несколько субъективный характер самих понятий о ламинарности и турбулентности, которые не являются инвариантными относительно выбора системы отсчёта и самого объекта для наблюдений. Поскольку мелкомасштабные вихревые движения обычно затухают быстрее крупномасштабных вихрей, то любое течение при достаточной локализации поля зрения, кратковременном наблюдении или переходе в сопутствующую систему предстаёт «ламинарным». При широком поле зрения и большой его глубине, в особенности для быстрого движения среды относительно наблюдателя, тот же самый поток за достаточно большое время может обладать всеми чертами, присущими сложному «турбулентному» течению. Для формального разграничения ламинарных и турбулентных режимов

в гидродинамике обычно используют число Рейнольдса

$$\text{Re} \sim \frac{Lv}{\nu} \frac{L}{\lambda} \frac{v}{v_T} \sim MK_n^{-1},$$

где L — пространственный масштаб, ν — массовая скорость, $\nu \sim \lambda\nu_T$ — кинематическая вязкость, λ — длина пробега, ν_T — тепловая скорость, $M = \nu/\nu_T$ — число Маха, $K_n = \lambda/L$ — число Кнудсена.

Согласно общепринятой точке зрения (Ландау, Лифшиц, 1986), при достаточно малых числах Рейнольдса течение устойчиво и ламинарно, а при больших числах Рейнольдса оно становится турбулентным. При этом с понятиями о ламинарных и турбулентных режимах ассоциируются представления о простоте и сложности, порядке и беспорядке и т. п. Неинвариантность относительно системы отсчёта отчётливо видна уже из самого определения числа Рейнольдса, куда входит скорость течения. Тем не менее, представления о ламинарности и турбулентности часто абсолютизируются без достаточных для этого оснований. В действительности же по существу число Рейнольдса разграничивает режимы макроскопического кинематического $\text{Re} \gg 1$ и микроскопического теплового $\text{Re} \ll 1$ перемешивания на интересующем масштабе для выделенного наблюдателя. В отношении действующих сил и переноса энергии в первом случае преобладает механическая инерция, а во втором — вязкость. Все эти соображения хорошо известны в гидродинамике, но применительно к гелиосферным задачам они довольно часто совершенно неоправданно игнорируются.

Роль сил теплового давления относительно сил инерции, так же, как тепловой энергии относительно кинетической энергии движения, определяется квадратом обратного числа Маха. Ту же роль играет магнитное число Маха при сравнении магнитного и динамического давления. Относительная роль сил инерции и тяжести даётся обратным числом Фруда.

Особенно отметим важность безразмерного числа V_e , характеризующего отношение энергетических потерь данного объёма коронального вещества на испускание солнечного ветра и на электромагнитное излучение. В районе температурного максимума для корональных дыр это отношение больше единицы — преобладает солнечный ветер, а для активных участков отношение меньше единицы, то есть преобладают потери на излучение. Для спокойной короны число V_e составляет порядка единицы, то есть оба типа энергетических потерь сравнимы по величине в энергетическом балансе.

В нижней короне под температурным максимумом диссипируемая энергия в основном отводится теплопроводностью в хромосферу, хотя имеется целый набор других важных режимов, в том числе с локальным преобладанием газодинамических или электродинамических потоков энергии. Одним из важных регулирующих параметров здесь является число Прандтля в комбинации с некоторыми другими числами. Диссипируемая энергия над тепловым максимумом в основном

уходит на дополнительное ускорение направленных наружу потоков вещества вплоть до сверхмагнитозвуковых скоростей.

Последовательный учёт взаимосвязи разнообразных локальных режимов в области формирования солнечного ветра представляется делом будущего ввиду существующих неопределённостей в оценке физических параметров различных неоднородностей и процессов в атмосфере Солнца. Весьма полезным в этом отношении может оказаться опыт лабораторных исследований по управляемому термоядерному синтезу, когда первоначально использовался скейлинг для токамаков без учёта потерь на излучение, оказавшийся по существу неполным и впоследствии заменённый «новым скейлингом» с учётом этих потерь, играющих важную роль наряду с конвекцией и теплопроводностью плазмы. Используемые там для этой цели безразмерные числа Хьюгила и Мураками определённым образом связаны с числом V_e , введённым нами применительно к проблеме нагрева короны и формирования солнечного ветра.

Эта проблема в настоящее время представляется чисто структурной, так как все фундаментальные физические процессы и причины отсутствия механического и теплового равновесия в атмосфере Солнца уже достаточно хорошо изучены. Однако относительная роль этих принципиально известных процессов и соподчинённость различных пространственно-временных масштабов, а также их геометрические характеристики требуют дальнейшего выяснения.

В этом плане представляет определённый интерес одна логическая ошибка, которую можно встретить в литературе и которая связана со слишком категоричным утверждением о том, что «корона греется вязкостью» (Шкловский, 1962). Рассматривая линейные магнитогидродинамические волны с определённой длиной, что и было сделано, легко сравнить относительный вклад джоулевых и вязких потерь, который оказывается равным отношению обычного числа Рейнольдса к магнитному числу Рейнольдса, то есть малой величиной, связанной с малостью отношения масс электрона и иона, поскольку электропроводность плазмы определяется в основном электронами, а вязкость — ионами. Для линейных магнитогидродинамических волн в незамагниченной плазме пространственные масштабы изменения скорости и магнитного поля определяются единым масштабом — длиной волны. Тогда, действительно, затухание обусловлено в основном ионной вязкостью. Однако в короне помимо линейных МГД-волн существуют и другие образования, например, конвективные структуры, в которых масштабы изменения поля и скорости могут быть никак между собой не связаны. Отсутствует единый масштаб изменения поля и скорости также и для нелинейных МГД-волн. В частности, могут существовать и существуют токовые слои и электроджеты в корональных трубках и петлях, а также ударные МГД-волны, где джоулева диссипация, несомненно, играет важную, доминирующую роль. В целом по короне или по отдельным её морфологическим участкам вклад вязкого и джоулева нагрева оценить довольно затруднительно, и это ещё предстоит сделать. Лежащее же в основе приведённого выше утверждения

неявное предположение об одинаковости масштабов изменения для скорости и поля в короне не является сколько-нибудь универсальным и в целом для солнечной короны не отвечает действительности.

Другой важный безразмерный параметр — число Фарадея

$$F = \frac{j}{\rho c} \frac{L}{ct},$$

где j и ρ — характеристические плотности электрического тока и заряда, L и t — характеристические масштабы длины и времени, c — скорость света.

Этот параметр также не является релятивистски-инвариантным. Однако в выбранной системе отсчёта это число разграничивает область преобладания вихревых индукционных $F \gg 1$ или потенциальных $F \ll 1$ электрических полей. Традиционно принято считать, что характерной чертой многих процессов, происходящих в космосе и, в частности, в солнечной атмосфере, является их электрическая нейтральность. Фактически всё здание современной солнечной магнитной гидродинамики строится, начиная со слов «если вещество электрически нейтрально...» (Прист, 1985). В этом случае $F \gg 1$, пространственные масштабы считаются «огромными», космическими, так что преобладают индукционные поля, а электростатические явления вовсе не рассматриваются. Такое приближение весьма полезно и оправдано в целом ряде случаев.

Тем не менее, практически все интересные явления на Солнце и в гелиомагнитосфере, наряду с наиболее крупными «космическими» структурами, которые на первый взгляд и представляются самыми интересными, энергонесущими и главными, всегда содержат в себе порой не столь заметные и легко обнаружимые, но принципиально важные элементы меньшего масштаба, в которых выполняется противоположное условие $F \ll 1$. Эти элементы меньшего пространственного и временного масштаба часто ускользают от наблюдателя из-за приборных ограничений. В последнее время становится всё более очевидной принципиально важная роль этих мелкомасштабных структур во всех проявлениях солнечной активности, начиная от самых слабых вплоть до самых сильных и заметных, таких как солнечные вспышки, корональные выбросы массы, межпланетные ударные волны и разрывы.

Глобальная электрическая цепь в гелиомагнитосфере с неизбежностью должна содержать и содержит в себе тонкие токовые и двойные электрические слои, на существование которых указывал Альвен, внёсший выдающийся вклад в создание космической электродинамики (Альвен, Фельтхаммар, 1967).

Индукционные крупномасштабные режимы $F \gg 1$ в гелиомагнитосфере к настоящему времени исследованы весьма детально. Для создания более полной и самосогласованной картины явлений на Солнце и в гелиомагнитосфере остро ощущается необходимость экспериментальных сведений именно о режимах $F \ll 1$. Исследование этих режимов требует более детальных наблюдений с высоким простран-

ственным и временным разрешением, что представляется одной из наиболее актуальных задач в исследовании Солнца и гелиомагнитосферы. Только на этом пути может быть получена необходимая информация о процессах нагрева солнечной короны и формирования солнечного ветра. Ясно, что асимптотическое поведение мелкомасштабных структур при больших временах в конечном итоге всегда определяется действием электростатических сил как в лабораторной, так и в космической плазме. Этот момент уже хорошо осознан применительно к трудностям удержания термоядерной плазмы. Роль электростатической турбулентности в гелиосфере пока мало изучена.

Подход к описанию плазменной динамики с использованием макроскопических уравнений типа диссипативной магнитной гидродинамики с излучением оправдан только применительно к достаточно крупным пространственно-временным масштабам, при малых числах Кнудсена $K_n = \lambda/L$, где λ — длина пробега, L — характеристическая длина. В противоположном предельном случае, как известно, должны использоваться методы физической кинетики. В настоящее время эти методы успешно развиваются и используются в физике гелиосферной плазмы.

В физике гелиомагнитосферы, так же как и в физике Солнца, существует проблема объективной классификации событий и наблюдаемых структурных образований, выделения их на фоне постоянно существующих флуктуаций. Обычно наблюдатели эмпирически выделяют наиболее яркие и заметные участки, стремясь мысленно изолировать их от окружения и рассматривать в отдельности. Такова история практически всех исследований, начиная от пятен и вспышек на Солнце, кончая протуберанцами, корональными выбросами массы, магнитными облаками и др. Однако более внимательное изучение неизменно указывало и указывает на ограниченность такого подхода: все мысленно изолированные структуры и процессы оказываются более или менее тесно связанными с их ближайшим и отдалённым пространственно-временным окружением. Не существует абсолютно изолированных волокон, активных областей, корональных дыр на Солнце, быстрых и медленных потоков солнечного ветра. Встаёт вопрос о количественной мере, которая могла бы быть использована для характеристики степени открытости или изолированности рассматриваемых морфологических структур и взаимной причинно-следственной связи разнообразных процессов. Достаточно указать здесь на непрекращающуюся дискуссию о соотношении между вспышками и корональными выбросами массы, представляющими, по существу, две различных стороны одного явления.

Удобной количественной мерой могут служить введённые автором для этой цели так называемые триестские числа (Веселовский, 1999, 2001). Эти числа представляют собой безразмерные параметры, определяемые как отношения внутренних, внешних и связующих (входящих, выходящих) потоков вещества, энергии и импульса для рассматриваемого объёма. Использование таких объективных характеристик позволило по-новому взглянуть на давно существующий и не до кон-

ца решённый вопрос о формировании и поддержании протуберанцев на Солнце. Сам факт их длительного существования, до нескольких оборотов Солнца, и порой весьма быстрой эволюции, полного или частичного исчезновения отдельных из них, повторного появления на тех же местах и тому подобные довольно причудливые особенности могут найти объяснение, если принять во внимание характер этих систем. Вещество в них многократно обновляется за время жизни структуры как целого, поскольку существуют довольно быстрые движения, причём весьма неупорядоченные и контролируемые распределением потенциальных и непотенциальных магнитных полей, изменяющихся во времени. При таком взгляде протуберанцы оказываются не изолированными объектами, а тесно связанными с их непосредственным окружением — корональной полостью, петлеобразными структурами с их основаниями в хромосфере и фотосфере, а также с более отдалёнными участками вплоть до гелиосферного токового слоя, располагающимися выше протуберанцев. Последний представляет собой один из основных элементов глобальной гелиомагнитосферной токовой цепи, замыкающейся на Солнце через отдельные электроструи, видимые в виде корональных лучей и полярных перьев в короне. Общий характер этой нелокальной связи был выявлен относительно недавно, и многие важные элементы здесь ещё требуют изучения, например, зависимость от фазы солнечного цикла. В годы низкой солнечной активности картина выглядит более стационарной, а в годы максимума она осложняется присутствием множества распространяющихся сильных разрывов.

Излагаемый здесь подход к изучению гелиомагнитосферных процессов на базе анализа основных безразмерных параметров привёл к созданию новых представлений о турбосфере вокруг Солнца как об области, где происходит формирование сверхзвуковых потоков солнечного ветра в результате их нестационарного отсоединения от мощной трансзвуковой турбулентности, имеющейся в хромосфере и короне. Турбосферой называется та область вокруг Солнца, в которой неупорядоченная скорость конвективных и волновых движений превосходит скорость регулярного расширения солнечного вещества наружу. Эта область охватывает отдельные участки фотосферы, хромосферы и короны. Её границы имеют весьма сложную и нестационарную форму, сильно отличающуюся от простой сферической поверхности вокруг Солнца и представляющую собой турбопаузу, ниже которой преобладают неупорядоченные волновые и конвективные движения, а выше которой средняя скорость радиального расширения больше скорости турбулентных движений.

Структурная сложность турбопаузы выражается в виде разнообразных несимметричных петлеобразных образований, струйных течений, волновых движений. Макроскопическое описание турбопаузы на основе уравнений диссипативной магнитной гидродинамики с излучением оказывается совершенно недостаточным, в особенности тогда, когда генерируются ускоренные группы частиц, значительные надтепловые хвосты в их функциях распределения, состояния с анизот-

тропным распределением скоростей движения частиц вдоль и поперёк магнитного поля. Особенно заметны эти отклонения от максвелловского равновесия во вспыхивающих ситуациях. Однако роль всех этих отклонений в глобальной динамике не столь очевидна и может в конечном счёте сводиться к перенормировке макроскопических величин в уравнениях баланса энергии–импульса. Существующий проект посылки космического аппарата ближе к Солнцу, вплоть до нескольких солнечных радиусов («солнечный зонд»), является технически очень сложным, но принципиально важным в этом плане.

4. Крупномасштабные магнитные поля на Солнце и в гелиосфере

Простые энергетические оценки показывают, что магнитная энергия крупномасштабных полей на Солнце, по-видимому, всегда превосходит суммарную энергию пятен, активных областей и тому подобных локальных образований, занимающих относительно малые объёмы, но характеризующихся наиболее сильной напряжённостью полей. Прежние примитивные модельные представления о том, что «фоновые», то есть повсеместные поля на Солнце есть продукт диффузии и диссипации разнообразных «активных» элементов, подчёркивают роль обратного энергетического каскада — от малых масштабов к крупным. Роль же прямого энергетического каскада в подобных моделях не рассматривается. Насколько применимы представления о том, что общее поле Солнца формируется непосредственно путём слияния полей отдельных мелкомасштабных элементов, а не напрямую крупномасштабными электрическими токами, покажут будущие более детальные исследования. В настоящее время, на основе имеющихся данных о фотосферных полях в корональных дырах такие представления выглядят уже крайне сомнительными. Корональные дыры, безусловно, сформированы не просто совокупностью потенциальных трубок одного знака, но и в существенной мере задаются расположением и силой токов непосредственно в поверхностных слоях вокруг них. Конфигурация главного гелиосферного токового слоя при этом определяет форму магнитных секторов и доменов.

Общее магнитное поле Солнца, как известно, испытывает циклические изменения с периодом около 22 лет (цикл Хейла). Переполюсовка магнитного поля Солнца носит черты нелинейного процесса, а его физическая причина до сих пор не установлена. Выяснение механизмов солнечной активности и цикличности принадлежит к числу наиболее актуальных направлений в физике Солнца. Проблема сильно осложняется большим количеством возможных энергетических резервуаров для накопления и рекуперации энергии в них и других диссипативных элементах. Существование относительно небольших циклических изменений в солнечной постоянной ($\sim 10^{-3}$ за одиннадцатилетний цикл) и, возможно, более сильных изменений в вековых и более длинных циклах пока не имеет общепризнанного объяснения. Имеющиеся в на-

стоящее время попытки поставить во главу угла в качестве «первопричины» переменность магнитного поля и диссипируемой магнитной энергии представляются малообоснованными, исходя из простых оценок. Скорее наоборот, переменный поток инфракрасного и светового излучения каким-то образом причинно связан с переменностью конвективного переноса, то есть с тепловыми и гравитационными процессами, а магнитная активность является их второстепенным продуктом. Сейчас совершенно неясно, насколько при этом меняется энерговыделение за счёт ядерных реакций в недрах Солнца. Большинство исследователей молчаливо предполагает высокую стабильность ядерного горения в недрах Солнца, но насколько высока эта стабильность в действительности, сказать трудно. Оставляя в стороне эти важные и интересные вопросы, сосредоточимся на переполусовке гелиосферных магнитных полей.

На рис. 1 представлена разработанная нами аналитическая модель магнитного поля в области формирования солнечного ветра в годы

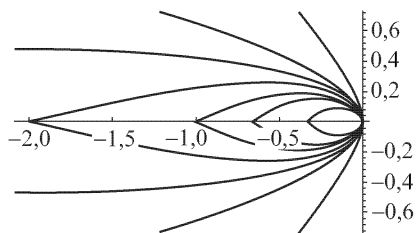


Рис. 1. Модель магнитного поля в области формирования солнечного ветра в годы низкой солнечной активности

низкой солнечной активности. Эта модель образована суперпозицией поля точечного диполя, располагаемого в центре Солнца, и тонкого гелиосферного токового слоя в экваториальной плоскости. Такая модель обладает целым рядом привлекательных свойств и отражает правильное асимптотическое поведение поля как на малых расстояниях (диполь), так и на больших расстояниях, где согласно наблюдениям на КА *Ulysses*, радиальная составляющая поля практически

не зависит от гелиошироты. В модели имеется сепараторная поверхность, отделяющая замкнутые линии поля в приэкваториальной области от открытых линий в полярных участках. Модель воспроизводит основные наблюдаемые черты солнечной короны с полярными корональными дырами и приэкваториальными стримерами в минимуме активности. Параметры модели удаётся прокалибровать количественно по наблюдениям магнитного поля на фотосфере для определения магнитного момента Солнца и по данным измерений межпланетного магнитного поля на космических аппаратах для определения величины силы тока на секторных границах. Удобными и наглядными эквивалентными характеристиками модели служат замкнутый магнитный поток на Солнце и открытый магнитный поток в гелиосфере. Оказывается, что дипольный магнитный момент Солнца достигает наибольших значений в годы минимальной солнечной активности, а межпланетное магнитное поле в это время убывает до наименьших значений. В годы, близкие к максимуму активности, ситуация оказывается полностью

противоположной. Именно благодаря этому форма корональных лучей выглядит тогда более радиальной.

В максимуме солнечной активности магнитное поле имеет более сложную и динамичную структуру. Это выражается, в частности, в относительно большем вкладе квадрупольной, октупольной и более высоких гармоник в потенциальном разложении. В это время существуют более сильные и нестационарные электрические токи, сосредоточенные в электроджетах, токовых слоях, волновых возмущениях, многие из которых имеют характер распространяющихся разрывов и ударных волн. Вектор дипольного момента и связанный с ним наклон гелиосферного токового слоя претерпевают изменения в ходе цикла.

Форма поверхности гелиосферного токового слоя близка к плоской в годы низкой активности. Срединная плоскость гелиосферного токового слоя располагается в плазменном слое вблизи магнитного экватора, где напряжённость потенциальной части магнитного поля минимальна. В годы минимальной солнечной активности положение магнитного экватора в основном определяется направлением вектора дипольного момента, который в это время находится близко к оси вращения Солнца. С ростом фазы цикла от минимума к максимуму вектор дипольного момента всё больше отклоняется от оси вращения Солнца. Угол между дипольным моментом и осью вращения достигает 90° вблизи максимума цикла (для текущего 23-го цикла это имело место в июле 1999 г.) и продолжает нарастать далее, пока не займёт новое относительно устойчивое положение вблизи 180° .

Переполюсовка дипольного поля (поворот на 180°) сопровождается его ослаблением в несколько раз в годы максимума активности, когда ось диполя перпендикулярна оси вращения, а токовый слой занимает «вертикальное» положение. Соответственно этому, площадь корональных дыр вблизи магнитных полюсов оказывается наибольшей в минимуме и наименьшей в максимуме цикла. Магнитные полюса почти совпадают с гелиографическими полюсами в минимумах циклов, а в максимумах они располагаются вблизи гелиографического экватора и вращаются вместе с Солнцем. Наличие заметного аксиального квадрупольного поля на Солнце в это время приводит к сильной асимметрии в размерах приполюсных корональных дыр около северного и южного магнитных полюсов в гелиосфере.

Процесс переполюсовки носит в целом циклический, но не вполне монотонный характер — наблюдаются резкие скачкообразные изменения в структуре поля, его мультипольном составе, ориентации и величине диполя и других характеристиках на всех временных масштабах, ассоциируемых с развитием и жизнью отдельных элементов и комплексов активности (годы, месяцы, недели). Соответственно этому изменяется видимая форма солнечной короны, её лучевая и арочная структура, расположение корональных дыр, гелиосферный токовый слой и потоковая структура быстрого и медленного солнечного ветра. Этим, в частности, объясняется в целом двухсекторная структура гелиосферного магнитного поля с «горизонтальной» границей между секторами в минимуме цикла и «вертикальной» — в максимуме.

Наблюдения солнечного ветра и магнитного поля на КА *Ulysses* в полярных областях в 1994–1995 гг. и в 2000–2001 гг. полностью соответствуют описанной картине. Первый из указанных периодов относится к спаду 22-го цикла, а второй — к максимуму и началу спада 23-го цикла. Текущий цикл слабый, относительно длинный — переполусовка диполя длилась с 1999 г. по 2001 г. В более мощных циклах переполусовка происходит значительно быстрее. Это даёт основание отличать квазистационарный вариант от нестационарного по следующему простому критерию. В первом случае длительность процесса переполусовки t больше пролётного времени солнечного ветра через всю гелиосферу до её лобовой точки. При размерах $L \sim 100$ а. е. и скорости $v \sim 400$ км/с это пролётное время составляет порядка 1 года. Во втором случае длительность переполусовки ближе к противоположному предельному случаю. Полезный безразмерный параметр — число Струхаля $S = L/vt$ — отделяет друг от друга оба режима переполусовки $S < 1$ и $S > 1$. Использование этого числа удобно и в других случаях для разграничения квазистационарных и динамических состояний. Это число показывает, когда можно пренебречь силами инерции, а когда этого делать нельзя.

Нами была разработана простая кинематическая модель переполусовки гелиосферного поля (Веселовский и др., 2002). Расчётная форма мгновенной поверхности гелиосферного токового слоя на расстояниях до нескольких десятков астрономических единиц для различных моментов времени в двух возможных вариантах переполусовки показана на рис. 2, 3. В квазистационарном случае происходит медленный поворот всей гелиосферной конфигурации, а в нестационарном в ге-

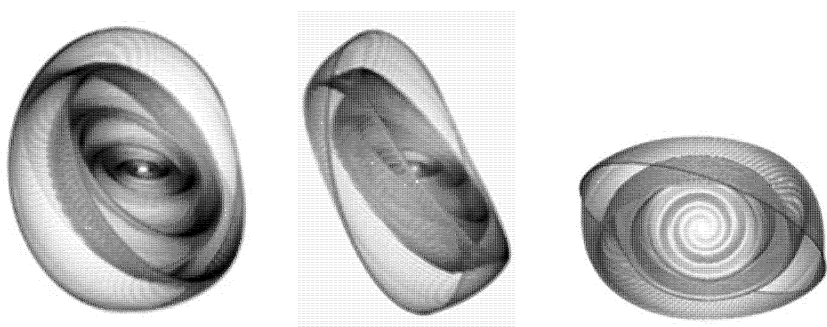


Рис. 2. Форма поверхности гелиосферного токового слоя в модели медленной переполусовки

лиосфере распространяется конвективная неоднородность. При этом возникает движущаяся наружу граница между «прошлым» состоянием во внешней гелиосфере и «новым» состоянием внутри этой границы. Магнитная структура в хвосте гелиосферы в целом напоминает двойную спираль, образованную вращением Солнца и наложенным на него поворотом оси Солнца. Результаты расчётов переполусовки

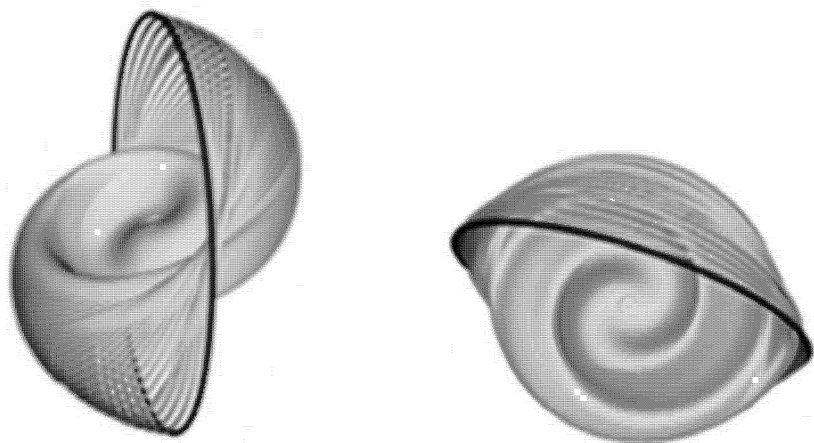


Рис. 3. Форма поверхности гелиосферного токового слоя в модели быстрой переполюсовки

гелиосферного поля в анимационном виде для текущего солнечного цикла с использованием разработанной модели и реальных граничных условий на Солнце можно найти на странице <http://dec1.sinp.msu.ru/english/lse/contens.htm>.

Заключение

Физика Солнца, гелиомагнитосферы и её взаимодействия с межзвёздной средой, планетами и телами Солнечной системы, включая магнитосферу Земли, в настоящее время с полным правом может рассматриваться как одна из наиболее перспективных и успешно развивающихся областей человеческих познаний о космосе. Происходит освоение и приложение новых инструментальных методов исследования, вырабатываются усовершенствованные представления об окружающем мире, которые находят практическое применение.

Положение дел в физике Солнца и гелиомагнитосферы сейчас напоминает ситуацию, которая сложилась в физике лабораторной плазмы и управляемого термоядерного синтеза. От общих простых конструкций и глобальных структур интерес переместился в сторону мелкомасштабных и быстропотекающих процессов, от статики — к динамике, от МГД — к кинетике. В конечном счёте это связано с осознанием важной роли соподчинённых друг другу структур и процессов в эволюции сложных открытых систем с возможностью развития многих степеней свободы и разнообразных пространственно-временных масштабов.

В самом начале данной статьи упоминалось о некоторых стойких предубеждениях и весьма глубоких заблуждениях не столь далёкого

прошлого, которые уже успешно изжиты. Интересно было бы заглянуть в будущее и узнать, какие из наших современных представлений о Солнце и гелиосфере окажутся полностью отвергнутыми вследствие их ошибочности, необоснованности или ненужности. Автору представляется, что возможными кандидатами здесь послужат бытующие ныне весьма туманные представления о природе солнечной цикличности, активности и генерации электрических токов на Солнце и в гелиосфере. В настоящее время происходит формирование новых и развитие старых концептуальных моделей, используемых для количественного описания электродинамических и плазменных процессов в окосолнечном пространстве.

В заключение уместно перечислить некоторые актуальные направления современных гелиомагнитосферных исследований: изучение нелокальных процессов и структур, их неоднородности, нелинейности, открытости и нестационарности в широком интервале пространственно-временных масштабов. Цель этих исследований состоит в выяснении взаимной обусловленности наблюдаемых гелиосферных процессов на всех уровнях их структурной организации, начиная от самых мелких микроскопических деталей вплоть до глобальных характеристик.

Список литературы

- (Альвен, Фельтхаммар, 1967) *Альвен Х., Фельтхаммар К.-Г.* Космическая электродинамика. — М.: Мир, 1967. — 260 с.
- (Веселовский, 1999) *Veselovsky I. S.* Scaling approach in the solar and heliospheric plasma. Lecture Notes // Autumn College on Plasma Physics. 25 Oct.–19 Nov. 1999, The Abdus Salam International Center for Theoretical Physics, SMR 1161/10, Trieste, Italy, 1999, 21 P.
- (Веселовский, 2001) *Veselovsky I. S.* Turbulence and waves in the solar wind formation region and the heliosphere // Space Sci. Rev. 2001. V. 277, № 1–2. P. 219–224.
- (Веселовский и др., 2002) *Веселовский И. С., Жуков А. Н., Панасенко О. А.* Переполюсовка гелиосферного магнитного поля: теоретическая модель // Астрон. вестн. 2002. Т. 36, № 1. С. 88–92.
- (Внешняя гелиосфера. . . , 2000) *The Outer Heliosphere: Beyond the Planets / Ed. by K. Scherer, H. Fichtner, E. Marsch.* — Katlenburg-Lindau: Copernicus Gesellschaft, 2000. — 436 P.
- (Ландау, Лифшиц, 1986) *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. — 736 с.
- (Прист, 1985) *Прист Э. Р.* Солнечная магнитогидродинамика. — М.: Мир, 1985. — 589 с.
- (Физика. . . , 1990, 1991) *Physics of the Inner Heliosphere / Ed. by R. Schwenn, E. Marsch.* — Berlin: Springer-Verlag. 1990. V. 1. Large-Scale Phenomena. — 282 P.; 1991. V. 2. Particles, Waves and Turbulence. — 352 P.
- (Шкловский, 1962) *Шкловский И. С.* Физика солнечной короны. — М.: Физматгиз, 1962. — 516 с.

К МОДЕЛИРОВАНИЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА В ГАЗОПЫЛЕВОМ АККРЕЦИОННОМ ДИСКЕ

А. В. Колесниченко

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Рассмотрен эвристический подход к моделированию коэффициентов турбулентного обмена для кеплеровских аккреционных дисков, расположенных вокруг звёзд солнечного типа. Полученные формулы для этих коэффициентов, учитывающие влияние обратных эффектов переноса пыли и потенциальной температуры на поддержание сдвиговой турбулентности, обобщают на протопланетное газопылевое облако выражение, найденное в классической работе (Шакура, Сюняев, 1973) для коэффициента турбулентной вязкости в так называемых α -дисках. Выведены определяющие соотношения для турбулентных потоков диффузии и тепла, описывающие при дифференциальном вращении двухфазной смеси с угловой скоростью $\Omega(r, z)$ перенос пыли и тепловой энергии в направлении, перпендикулярном к центральной плоскости диска. Проанализирован режим предельного насыщения мелкими пылевыми частицами слоя «космической жидкости», расположенного несколько выше (ниже) центральной плоскости облака (пылевого субдиска).

Введение

По современным космогоническим представлениям, процессы аккреции, при которых происходит захват окружающего вещества компактным космическим объектом (к примеру, молодой звездой) играют значительную роль в эволюции вещества во Вселенной. В частности, аккреционная эволюция сконденсировавшихся пылевых частиц, движущихся по кеплеровским орбитам вокруг массивного центрального тела, приводит к образованию и увеличению в размерах планетезималей — зародышей всевозможных тел, существующих в настоящее время в Солнечной системе. Газопылевой аккреционный диск является вращающимся, сжимаемым, стратифицированным и, возможно, намагниченным объектом. Одним из принятых всеми фактов относительно аккреционных дисков является их турбулентная природа. Эта уверенность основана не только на огромном значении соответствующего числа Рейнольдса $Re = \Omega R^2/\nu$ (например, для допланетного облака это число больше 10^{10}), но также на том факте, что никакой ламинарный компактный космический объект не мог бы производить такого колоссального количества энергии диссипации, которое наблюдается в инфракрасном спектре. Процессы самоорганизации на фоне

турбулентного движения космического вещества являются важнейшим механизмом, формирующим свойства астрофизических дисков на разных стадиях их эволюции, в том числе формирование протопланетного диска вокруг молодого Солнца, проходившего стадию Т Тельца, его эволюция как вязкого аккреционного диска и последующая аккумуляция планетных систем.

Эффективность конкурирующих механизмов аккрецирования вещества в допланетном газопылевом облаке в значительной степени зависит от турбулизации гетерогенной космической среды. Турбулентное перемешивание мешает гравитационному разделению её пылевой и газовой составляющих (гравитационная седиментация), что препятствует образованию пылевых сгущений. Но с другой стороны, при турбулентном движении число столкновений частиц в единицу времени существенно увеличивается (за счёт хаотических турбулентных пульсаций) по сравнению с ламинарным движением. В этом случае эффективным механизмом аккумуляции планетезималей становится негравитационная аккреция, связанная, в частности, с ростом зародышей в результате механизма турбулентной коагуляции. Таким образом, турбулентность является необходимой составной частью теории эволюции околозвёздных аккреционных дисков. К сожалению, до настоящего времени вероятные механизмы турбулизации подобных объектов проанализированы недостаточно полно. В частности, вопрос о механизмах длительного поддержания турбулентности во вращающемся допланетном газопылевом облаке всё ещё нуждается в дополнительном рассмотрении (см., напр., (Сафронов, 1969, 1987)).

В данной работе проанализированы некоторые аспекты количественного моделирования сдвиговой турбулентности в тонких газопылевых дисках, отношение полутолщины h к радиусу R у которых значительно меньше единицы: $h/R \ll 1$. Подобные диски возможны, в частности, в системе тесных двойных звёзд, когда вещество с поверхности одной звезды (увеличенной до размеров своей сферы Роша) перетекает в виде струи в сферу притяжения второй звезды. Ненулевой угловой момент перетекающего вещества приводит к тому, что вокруг второй звезды образуется вращающийся газопылевой диск. Главным источником турбулентности для подобной дисковой системы может считаться сдвиг скорости вещества, связанный с дифференциальностью его углового вращения (см., напр., (Горькавый, Фридман, 1994)). Дифференциально-вращающийся диск, у которого каждый слой с радиусом r движется практически точно по закону Кеплера (т.е. при приближении к центральному телу с массой $M_\odot$ вращается быстрее: кеплеровская орбитальная скорость $V_\varphi = r\Omega_K(r) = \sqrt{GM_\odot/r}$ (где G — гравитационная постоянная) и угловая скорость вращения $\Omega_K(r)$ растут по закону $r^{-3/2}$), — это типичный случай крупномасштабного сдвигового течения.

Впервые коэффициент турбулентной вязкости в астрофизическом газофазном диске был оценён в ставшей уже классической работе (Шакура, Сюняев, 1973), в которой авторы, используя концепцию Кол-

могорова для динамического коэффициента турбулентной вязкости $\mu^T = \rho u_{\text{turb}} l_{\text{turb}}$ (u_{turb} — среднеквадратичная скорость турбулентных пульсаций, ограниченная скоростью звука $c_s|_{z=0}$, вычисленной в центральной плоскости диска), $u_{\text{turb}} \leq c_s|_{z=0} \cong \sqrt{p/\rho}|_{z=0}$; l_{turb} — длина перемешивания Прандтля, ограниченная толщиной диска,

$$l_{\text{turb}} \leq h \approx \frac{c_s|_{z=0}}{\Omega_K},$$

получили соотношение

$$R_{r\varphi} = \mu^T r \partial_r (V_\varphi / r) = -\frac{3}{2} \rho u_{\text{turb}} l_{\text{turb}} \Omega_K(r) = -\alpha p|_{z=0}, \quad \alpha \leq 1, \quad (1)$$

между касательным турбулентным напряжением Рейнольдса $R_{r\varphi}$ и давлением p газа. Значение безразмерного свободного параметра α , характеризующего степень возбуждения турбулентных движений, может быть прокалибровано эмпирически при помощи зависящих от времени спектров, получаемых, в частности, при наблюдении вспышек в двойных системах с переносом массы, содержащих карликовые новые. Для этого случая найдены значения $0,01 \leq \alpha \leq 1$ (см., напр., (Иордли и др., 1978)). Модели, построенные с применением соотношения (1), относятся к так называемым вязким « α -дискам». Ряд авторов, которые использовали α -модель при рассмотрении различных физических механизмов турбулентности в протопланетном диске (тепловая конвекция, дифференциальное вращение) (Дабрулле, 1993; Кэбот и др., 1987), или при описании структуры дисков вокруг звёзд типа Т Тельца (Макалкин, Дорофеева, 1991, 1995) пришли к значению параметра $\alpha \sim 10^{-3}$.

Главное достоинство подобного эвристического описания турбулентности состоит в его относительной простоте: чтобы учесть воздействие турбулентности на регулярные движения газа в астрофизическом диске достаточно заменить в уравнениях звёздной гидродинамики кинематический коэффициент молекулярной вязкости ν на коэффициент турбулентной вязкости ν^T . Вместе с тем, в формуле (1) не учитывается газопылевой состав диска, что во многих важных для космогонии случаях непозволительно. В частности, при моделировании эволюции протопланетного газопылевого облака как вязкого аккреционного диска, окружавшего Солнце на ранней стадии его существования, процессы межфазного взаимодействия становятся существенными, и потому важно учитывать влияние твёрдых частиц на режим вращательного движения несущей газовой фазы. Это обусловлено тем, что частицы пыли, составляющие лишь около 2% массы допланетного облака, могут не приниматься во внимание лишь на начальной стадии его эволюции. На более поздних стадиях по мере увеличения размеров пылевых частиц (в результате процессов коагуляции), их оседания к центральной плоскости аккреционного диска, а также диссипации газа из системы необходимо учитывать многофазность течения в диске, т.е. при его моделировании принимать во внимание такие

механизмы обратного воздействия частиц на поток, как градиентное порождение турбулентной энергии из усреднённого сдвигового движения смеси, диффузионный турбулентный перенос пылевых частиц (обусловленный неравномерностью распределения дисперсной фазы в пространстве), генерацию возмущений при взаимодействии частиц в результате их столкновений и т. п. В связи с этим формула (1) должна быть видоизменена путём введения поправки, учитывающей снижение энергии турбулентности в запылённом диске. Указанный обратный эффект связан с тем, что благодаря различию в концентрациях пылевых частиц (обязанному, в частности, гравитационной седиментации пыли к центральной плоскости диска) во внутренних областях облака возникают дополнительные архимедовы силы, препятствующие развитию турбулентности. Кроме того, в формулу для ν^T необходимо в общем случае вводить поправку, учитывающую обратное воздействие неадиабатического распределения температуры в диске на интенсивность турбулентности в нём. Такого рода поправки к коэффициентам турбулентного обмена в двухфазной дисперсной среде могут быть найдены при использовании *K-теории* многофазной турбулентности (Колесниченко, Маров, 1999), основывающейся на эволюционных уравнениях переноса для одноточечных вторых корреляционных моментов пульсирующих термогидродинамических параметров смеси, записанных в локально-равновесном приближении (т. е. без конвективных и диффузионных членов).

1. Уравнение баланса турбулентной энергии в двухфазной дисперсной среде

Условия возникновения и поддержания сдвиговой турбулентности на разных стадиях существования газопылевого аккреционного диска должны быть проанализированы в общем случае в рамках модели турбулизованной газопылевой дисперсной среды, учитывающей инерционные различия между пылевыми частицами разных сортов, неодинаковость их объёмных содержаний в потоке, эволюцию распределения частиц по размерам (связанную с их увеличением и/или уменьшением в результате различных процессов коагуляции и дробления), влияющих на динамические и оптические свойства космической жидкости. Нагруженность газового потока тяжёлыми частицами приводит, как уже отмечалось, к уменьшению энергии турбулентных пульсаций. Кроме того, по мере аккумуляции массы частиц и их оседания к экваториальной плоскости газопылевого облака (пылевого субдиска), изменяются как первоначальные условия тепло- и массопереноса, так и энергетический баланс в системе, который зависит, в частности, от степени непрозрачности вещества диска для его теплового излучения. Эти факторы могут приводить к уменьшению конвективной неустойчивости и интенсивности турбулентных движений.

К сожалению, включение в число параметров газопылевого аккреционного диска (при численном моделировании оседания пылевых

частиц сквозь газ в субдиск) функции распределения частиц пыли по размерам, с одновременным привлечением к рассмотрению уравнений кинетики Смолуховского для описания процессов роста и дробления сталкивающихся полидисперсных частиц, на сегодня затруднительно, в частности, из-за значительной математической сложности системы обобщённых кинетических уравнений коагуляции для турбулизованной среды и недостаточной разработки проблемы взаимовлияния кинетики коагуляции и процессов турбулентного переноса для этого случая (Колесниченко, 2001).

В связи с этим ограничимся здесь рассмотрением дисковой среды, содержащей взвесь мелких тяжёлых частиц только одного размера, порядка или меньше внутреннего масштаба турбулентности. В этом случае можно считать, что они образуют как бы сплошную термодинамически активную фазу со своими параметрами: плотностью, температурой, вязкостью и т. п. Этому условию удовлетворяют стоксовы частицы любой дисперсности (от субмикронных до сантиметровых). Анализируя далее термодинамически равновесную двухжидкостную смесь, для которой температуры и давления газа и частиц совпадают между собой ($T_g = T_d = T$, $p_g = p_d = p$), будем предполагать, что компоненты мгновенной скорости в продольном к потоку направлении также совпадают, а поперечные отличаются на постоянную величину W_d — скорость гравитационного оседания твёрдых частиц в жидкости. Полную массовую плотность ρ и среднемассовую гидродинамическую скорость u_j гетерогенной смеси определим соотношениями

$$\rho = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} s_{\alpha} = \rho_g (1 - s) + \rho_d s,$$

$$u_j = \rho^{-1} \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} s_{\alpha} u_{\alpha j} = \frac{\rho_g (1 - s)}{\rho} u_{gj} + \frac{\rho_d s}{\rho} u_{dj}, \quad (2)$$

где ρ_{α} — истинная массовая плотность фазы α (индекс $\alpha = g$ относится к несущей газовой фазе, а индекс $\alpha = d$ — к пыли); $u_{\alpha j}$ — гидродинамическая скорость частиц α -фазы; s_{α} — объёмное содержание α -фазы, равное объёму частиц α , содержащихся в единице объёма суммарной среды ($\sum_{\alpha} s_{\alpha} = 1$); индекс d у величины s_d далее будем опускать.

Несущую газовую фазу будем считать сжимаемой, химически однородной бароклиной средой, удовлетворяющей уравнению состояния совершенного газа, а дисперсную фазу (твёрдые частицы) — несжимаемой средой, тогда

$$p_g = \rho_g R_g T, \quad h_g = C_{Pg} T + h_g^0, \quad \rho_d = \text{const}, \quad h_d = C_d T, \quad (3)$$

где $R_g = R/\mu_p$, R — универсальная газовая постоянная, μ_p — средняя атомная масса, h_{α} — энтальпия на единицу массы α -фазы, h_g^0 — энтальпия газа при нулевой температуре; C_{Pg} , C_d — соответственно теплоёмкости газа (при постоянном давлении) и пыли.

Используя предположение об аддитивности термодинамических функций (внутренней энергии, энтальпии и т. п.) для гетерогенной смеси по массам входящих в смесь фаз (что связано с возможностью пренебрежения влиянием приповерхностного кнудсеновского слоя частиц), запишем уравнение состояния и удельную энтальпию полной системы в виде

$$p = \rho RT, \quad R(Y_g, s) = \frac{R_g \rho_g}{\rho} = \frac{R_g Y_g}{1-s} \cong R_g Y_g, \quad (4)$$

$$h = \sum_{\alpha} Y_{\alpha} h_{\alpha} = \frac{1}{\rho} [\rho_g (1-s)(C_{Pg}T + h_g^0) + \rho_d s C_d T] \cong C_p T + Y_g h_g^0,$$

где $C_P = \sum_{\alpha} Y_{\alpha} C_{P\alpha} \cong [\rho_g C_{Pg} + \rho_d s C_d]/\rho$ — удельная теплоёмкость смеси при постоянном давлении, $Y_{\alpha} = \rho_{\alpha} s_{\alpha}/\rho$ — массовая концентрация фазы α ($\sum_{\alpha} Y_{\alpha} = 1$).

Приближённое равенство в формуле (4) имеет место для случая газовой смеси с малым объёмным содержанием конденсированной фазы (когда $s_d \ll 1$, $s_g \approx 1$), что далее и предполагается (тем не менее, динамическое воздействие твёрдых частиц на газовый поток в этом случае может оказаться существенным из-за огромного влияния силы гравитации). Таким образом, подобная газопылевая дисковая среда в целом может рассматриваться как совершённый газ с показателем адиабаты γ и скоростью звука c_s , определяемыми соотношениями

$$\gamma = \frac{C_P}{C_P - R} \cong \frac{\rho_g C_{Pg} + s \rho_d C_d}{\rho_g (C_{Pg} - R_g) + s \rho_d C_d}, \quad 1 \leq \gamma \leq \gamma_g = \frac{C_{Pg}}{C_{Pg} - R_g},$$

$$c_s^2 = \gamma \frac{p}{\rho} = \gamma RT \cong c_{sg}^2 \frac{\gamma \rho_g}{\gamma_g \rho}, \quad c_s < c_{sg} = \sqrt{\gamma_g R_g T}, \quad (5)$$

где γ_g и c_{sg} — показатель адиабаты и скорость звука в чистом газе.

Для исследования осреднённого движения в подобной среде может быть использован аппарат инвариантного моделирования развитой турбулентности многокомпонентной жидкости.

Рассмотрим упрощённую схему описания турбулентности, основанную на использовании только одного уравнения баланса турбулентной энергии для взвесенесущего сдвигового потока. Это уравнение, имеющее при сделанных выше предположениях относительно свойств среды такой же вид, как и для сжимаемой многокомпонентной смеси, запишем следующим образом (Маров, Колесниченко, 1987):

$$\bar{\rho} (\partial_t \langle e \rangle + V_j \partial_j \langle e \rangle) = -\partial_j \left(\overline{\rho (e + p'/\rho) u_j''} - \pi_{ij} u_i'' \right) + R_{ij} \partial_j V_i +$$

$$+ \overline{p' \partial_j u_j''} - J_{(1/\rho)j}^T \partial_j \bar{p} + \sum_{\alpha} J_{\alpha j}^T F_{\alpha j} - \bar{\rho} \langle \varepsilon_e \rangle. \quad (6)$$

Здесь $\langle e \rangle = (1/2)\langle u_j'' u_j'' \rangle$ — осреднённая кинетическая энергия (включающая кинетическую энергию дисперсной фазы) турбулентных пульсаций смеси (турбулентная энергия); $\langle \varepsilon_e \rangle$ — удельная диссипация турбулентной энергии газовой смеси под действием вязкости; $V_i \equiv \langle u_i \rangle$ — средневзвешенная гидродинамическая скорость смеси; $F_{\alpha j}$ — внешняя сила, действующая на единицу массы α -фазы (например, для электропроводной смеси — электромагнитная сила Лоренца); $R_{ij} \equiv -\bar{\rho} \langle u_i'' u_j'' \rangle$ — тензор турбулентных напряжений Рейнольдса; $J_{\alpha j}^T \equiv \bar{\rho} \langle Y_{\alpha}'' u_j'' \rangle$ — поток турбулентной диффузии вещества α -фазы ($\sum_{\alpha} J_{\alpha j}^T = 0$); $J_{(1/\rho)j}^T \equiv \bar{\rho} \langle (1/\rho)'' u_j'' \rangle$ — турбулентный поток удельного объёма вещества.

Отметим, что для рассматриваемого здесь двухфазного континуума турбулентные напряжения, а также разнообразные турбулентные потоки включают корреляции, обусловленные вовлечением пылевых частиц в пульсационное движение несущей фазы. В уравнении (6) для обозначения средних величин использованы два символа: черта сверху означает теоретико-вероятностное осреднение по ансамблю реализаций течения, а соответствующее среднее поле $\bar{A}$ определяется как математически ожидаемое значение параметра A для ансамбля одинаковых систем; $A = \bar{A} + A'$, $\bar{A}' = 0$), в то время как угловые скобки означают средневзвешенное осреднение Фавра ($\langle A \rangle = \bar{\rho} \bar{A} / \bar{\rho}$, при этом $A = \langle A \rangle + A''$, $\bar{A}'' \neq 0$). Введение в рассмотрение осреднения с весом удобно в случае моделирования турбулизованного многожидкостного континуума с переменной плотностью ρ .

Первый член в правой части уравнения (6) выражает перенос кинетической энергии турбулентных пульсаций за счёт «турбулентной диффузии». Величина $R_{ij} \partial_j V_i$ описывает возникновение энергии турбулентности за счёт диссипации кинетической энергии сдвигового течения осреднённого суммарного континуума. Третий член означает работу сил давления в пульсационном движении, четвёртый и пятый — скорость генерации энергии турбулентности в единице объёма смеси под воздействием эффектов плавучести и воздействия сил негравитационного происхождения; наконец, шестой член означает скорость диссипации кинетической энергии турбулентности в тепло вследствие молекулярной вязкости.

Разберём подробнее отдельные члены уравнения (6), записанного применительно к аккреционному диску. В общем анизотропном случае тензор напряжений Рейнольдса R_{ij} связан с градиентами средневзвешенных скоростей потока следующим определяющим соотношением:

$$R_{ij} = -\frac{2}{3} \bar{\rho} \langle e \rangle \delta_{ij} + \bar{\rho} \nu_{ij sl}^T \left(\partial_l V_s + \partial_s V_l - \frac{2}{3} \delta_{sl} \partial_k V_k \right), \quad (7)$$

являющимся обобщением классических моделей Буссинеска и Прандтля. Здесь ν_{ijsl}^T — тензор (четвёртого ранга) турбулентной вязкости, для которого по предположению справедлива формула Монины $\nu_{ijsl}^T = (1/2)(\nu_{is}^T \delta_{jl} + \nu_{js}^T \delta_{il})$; $\nu_{ij}^T = \sqrt{\langle e \rangle} L_{ij}$; L_{ij} — симметричный тензор различных масштабов турбулентности, имеющих смысл средних расстояний, на которые способны перемещаться турбулентные вихри вдоль осей координат (Монон, Яглом, 1965).

В изотропном случае можно принять $L_{ij} = L \delta_{ij}$, тогда

$$R_{ij} = -\frac{2}{3} \bar{\rho} \langle e \rangle \delta_{ij} + \bar{\rho} L \sqrt{\langle e \rangle} \left(\partial_i V_j + \partial_j V_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} \partial_k V_k \right). \quad (7^*)$$

Считая далее, что истинная плотность пыли ρ_d является постоянной, а в результате турбулизации течения пульсируют, истинная плотность газа ρ_g и объёмное содержание пыли (мутность) s , из выражения (2) получим $\rho' / \bar{\rho} \cong (1 - \bar{s}) \rho'_g / \bar{\rho} + \sigma s'$ (где $\sigma \equiv (\rho_d - \bar{\rho}_g) / \bar{\rho}$ — относительное превышение плотности пылевых частиц над плотностью газа). Тогда для турбулентной пульсации суммарной плотности смеси ρ' , при использовании формулы $\bar{\rho}_g / \bar{\rho} = 1 - \sigma \bar{s}$, можно получить

$$\frac{\rho'}{\bar{\rho}} \cong (1 - \bar{s}) (1 - \sigma \bar{s}) \frac{\rho'_g}{\bar{\rho}_g} + \sigma s' = \langle Y_g \rangle \frac{\rho'_g}{\bar{\rho}_g} + \sigma s'. \quad (8)$$

Приведённые выражения для величин ρ' и $\bar{\rho}_g$ (как и аналогичные им, полученные ниже) справедливы, когда имеют место неравенства $\overline{A'B'} / \overline{A} \overline{B} \ll 1$ для любых (не равных мгновенной гидродинамической скорости потока u_j) пульсирующих термодинамических параметров A и B , что далее повсюду предполагается.

С учётом соотношения (8), для турбулентного потока удельного объёма смеси $J_{(1/\rho)j}^T \equiv \overline{u_j''} = -\rho' u_j'' / \bar{\rho}$, фигурирующего в уравнении (6), будем иметь

$$J_{(1/\rho)j}^T = -\sigma \overline{s' u_j''} - (1 - \bar{s})(1 - \sigma \bar{s}) \frac{\overline{\rho'_g u_j''}}{\bar{\rho}_g} = -\sigma \overline{s' u_j''} - \left(1 - \rho_d \frac{\bar{s}}{\bar{\rho}}\right) \frac{\overline{\rho'_g u_j''}}{\bar{\rho}_g}. \quad (9)$$

Определяющее уравнение для потока турбулентной диффузии α -компоненты смеси $J_{\alpha j}^T \equiv \overline{\rho Y_\alpha'' u_j''}$, полученное в работе (Колесниченко, 1995), для дисперсной фазы диска (с учётом принятых выше предположений) принимает вид

$$\begin{aligned} J_{\alpha j}^T &= -\bar{\rho} D^T \partial_j \langle Y_d \rangle = -\bar{\rho} \rho_d D^T \partial_j \left(\frac{\bar{s}}{\bar{\rho}} \right) = \\ &= -\frac{\rho_d \bar{\rho}_g}{\bar{\rho}} D^T [\partial_j \bar{s} - \bar{s}(1 - \bar{s}) \partial_j \ln \bar{\rho}_g], \quad (10) \end{aligned}$$

где D^T — коэффициент турбулентного переноса пыли.

В то же время для турбулентного потока пыли J_{dj}^T можно написать

$$J_{dj}^T \equiv \rho_d \overline{s' u_j''} = \rho_d \bar{s} \overline{u_j''} + \rho_d \overline{s' u_j''} = \rho_d \bar{s} J_{(1/\rho)j}^T + \rho_d \overline{s' u_j''}.$$

Из этого соотношения и уравнения (9) вытекает следующее выражение для турбулентного потока удельного объёма гетерогенной смеси:

$$\begin{aligned} J_{(1/\rho)j}^T &= -\sigma \frac{\bar{\rho}}{\rho_d \bar{\rho}_g} J_{dj}^T - (1 - \bar{s}) \frac{\overline{\rho_g' u_j''}}{\bar{\rho}_g} = \\ &= \sigma D^T [\partial_j \bar{s} - \bar{s} (1 - \bar{s}) \partial_j \ln \bar{\rho}_g] - (1 - \bar{s}) \frac{\overline{\rho_g' u_j''}}{\bar{\rho}_g}. \quad (11) \end{aligned}$$

Получим теперь градиентное представление для корреляционного члена в формуле (11). При использовании уравнений состояния для чистого газа (3) и гетерогенной смеси (4) легко получить соотношение $\rho_g' / \bar{\rho}_g = p' / \bar{p} - \rho_g T'' / \bar{\rho}_g \langle T \rangle$, связывающее турбулентные пульсации истинной плотности газа, температуры и давления (здесь $\bar{p} \cong R_g \bar{\rho}_g \langle T \rangle$). Известно, что относительными пульсациями давления для течений газа с малыми числами Маха Ma почти всегда можно пренебречь по сравнению с относительными пульсациями температуры. Эта гипотеза (Морковин, 1961), проверенная вплоть до $Ma = 5$, справедлива, по-видимому, и для турбулентных движений в тонких аккреционных дисках: движения вдоль r - и z -направлений происходят с дозвуковыми скоростями, а скорость вращения V_φ превосходит скорость звука c_s (условие тонкости диска $h \ll r$ вместе с выражением $h \approx c_s / \Omega$ для толщины диска требует $h/r \approx c_s / V_\varphi \ll 1$). С учётом этого корреляционный член в (11), содержащий турбулентные пульсации истинной плотности газа, можно переписать в виде

$$-(1 - \bar{s}) \frac{\overline{\rho_g' u_j''}}{\bar{\rho}_g} \cong (1 - \bar{s}) \frac{\overline{\rho_g T'' u_j''}}{\bar{\rho}_g \langle T \rangle} \cong (1 - \bar{s}) \frac{\langle T'' u_j'' \rangle}{\langle T \rangle}.$$

Для окончательного преобразования этого выражения воспользуемся определяющим соотношением для турбулентного потока тепла

$$q_j^T \equiv \bar{\rho} \langle h'' u_j'' \rangle \cong \bar{\rho} \langle C_P \rangle \langle T'' u_j'' \rangle + \sum_\alpha \langle h_\alpha \rangle J_{\alpha j}^T \quad (12)$$

в многокомпонентной смеси (Колесниченко, 1995), которое в случае рассматриваемой гетерогенной среды принимает вид

$$J_{qj}^T \equiv q_j^T - \sum_\alpha \langle h_\alpha \rangle J_{\alpha j}^T \cong -\lambda^T \left(\partial_j \langle T \rangle - \frac{\partial_j \bar{p}}{\bar{\rho} \langle C_P \rangle} \right), \quad (13)$$

где J_{qj}^T — так называемый приведённый поток тепла; λ^T — коэффициент турбулентной теплопроводности газопылевой смеси; $\langle C_P \rangle = [\bar{\rho}_g (1 - \bar{s}) C_{Pg} + \rho_d \bar{s} C_d] / \bar{\rho}$ — осреднённая удельная теплоёмкость (при постоянном давлении) для суммарного континуума.

С учётом (11), (12) и (13) для турбулентного потока удельного объёма смеси $J_{(1/\rho)j}^T$, окончательно найдём

$$J_{(1/\rho)j}^T = -\sigma \frac{\bar{\rho}}{\rho_d \bar{\rho}_g} J_{dj}^T + \frac{(1 - \bar{s})}{\bar{\rho} \langle C_P \rangle \langle T \rangle} J_{qj}^T =$$

$$= \sigma D^T [\partial_j \bar{s} - \bar{s}(1 - \bar{s}) \partial_j \ln \bar{\rho}_g] - (1 - \bar{s}) \frac{\chi^T}{\langle T \rangle} \left(\partial_j \langle T \rangle - \frac{\partial_j \bar{p}}{\bar{\rho} \langle C_P \rangle} \right), \quad (14)$$

где $\chi^T = \lambda^T / \bar{\rho} \langle C_P \rangle$ — коэффициент турбулентной теплопроводности.

2. Уравнение баланса турбулентной энергии во вращающемся аккреционном диске

При вращении вокруг центральной звезды практически точно по закону Кеплера каждый элемент газовой массы в диске совершает медленное движение по радиусу внутрь, поскольку торможение, связанное с силами вязкого трения между различными слоями, приводит к уменьшению момента количества движения. Таким образом, вещество диска дрейфует к звезде по очень пологой спиральной траектории, по мере того, как момент количества движения в силу закона сохранения передаётся наружу из внутренних областей диска во внешние. Одновременно турбулентные напряжения, возникающие вследствие относительного сдвига элементов газовой массы при орбитальном движении, приводят к вязкой диссипации тепла. Как известно (Шапиро, Тьюколски, 1985), условие тонкости диска означает, что температура в нём относительно низка и градиент давления значительно меньше двух основных механических сил — гравитационной и центробежной. Относительно низкие температуры поддерживаются в диске, поскольку диссипируемое в турбулизованной среде вязкое тепло эффективно излучается наружу и не накапливается в дисковой системе. В стационарном состоянии большая часть этого тепла должна излучаться верхней и нижней поверхностями диска.

Перейдём теперь к выводу закона вязкости для внутренних областей тонкого аккреционного газопылевого диска. Сделаем следующие предположения:

1) вращающаяся (с некоторой угловой скоростью Ω) вокруг фиксированной оси z дисковая конфигурация стационарна в инерциальной системе отсчёта с началом в центре массы компактной звезды;

2) для бароклинного диска постулируется существование экваториальной плоскости симметрии;

3) отношение полутолщины диска h к его радиусу R гораздо меньше единицы, $h/R \ll 1$;

4) можно пренебречь самогравитацией вещества диска по сравнению с влиянием гравитационного поля центральной звезды;

5) химический состав газовой фазы диска однороден;

6) радиационное давление в диске много меньше газового давления, $p_R \ll p_g$;

7) пондеромоторные силы Лоренца не играют существенной роли в рассматриваемой модели;

8) в диске существует развитая турбулентность, связанная с крупномасштабным сдвиговым течением (дифференциальным вращением вещества вокруг звезды).

Используем инерциальную цилиндрическую систему координат (r, φ, z) с началом координат, совпадающим с центром тяжести; плоскость $z = 0$ будем считать совпадающей с экваториальной плоскостью симметрии диска. Предположим далее, что движение космической жидкости реализуется в среднем лишь в азимутальном направлении

$$V_r = 0, \quad V_\varphi = \Omega r, \quad V_z = 0, \quad (15)$$

а истинная скорость течения газопылевой смеси беспорядочно пульсирует около этого среднего значения, крайне нерегулярно изменяясь в меридиональном и азимутальном направлениях. Можно показать (Тассуль, 1982), что если вещество диска находится в состоянии стационарного вращения в инерциальной системе отсчёта, то оно с необходимостью обладает осевой симметрией: $\bar{\rho}_g = \bar{\rho}_g(r, z)$, $\bar{\rho} = \bar{\rho}(r, z)$, $\bar{p} = \bar{p}(r, z)$, $\bar{s} = \bar{s}(r, z)$, $\langle T \rangle = \langle T(r, z) \rangle$, $\Omega = \Omega(r, z)$ и т.п. В этом же случае связанные двухмерные гидродинамические уравнения осесимметричного течения распадаются на отдельные уравнения для осреднённых радиального и вертикального движений:

$$\frac{1}{\bar{\rho}} \partial_r \bar{p} = r \Omega^2(r, z) - \frac{GM_\odot}{r^2} \equiv g_r \approx 0, \quad (16)$$

$$\frac{1}{\bar{\rho}} \partial_z \bar{p} = -\frac{GM_\odot z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \equiv g_z, \quad g_z = -\frac{GM_\odot z}{r^3} \left(1 + \frac{z^2}{r^2}\right)^{-3/2} \cong -\Omega_K^2(r) z. \quad (17)$$

Здесь $\mathbf{g} = \{g_r, 0, g_z\}$ — эффективная сила тяжести (на единицу массы) с поправкой на центробежное ускорение.

Следует отметить, что диссипация не влияет на r - и z -компоненты уравнения движения смеси; напротив, φ -компонента, которую можно привести к виду

$$\operatorname{div} (\mu^T r^2 \operatorname{grad} \Omega) = c^{-2} \operatorname{div} (\Omega r^2 \mathbf{F}_R), \quad (18)$$

(где через μ обозначен полный коэффициент сдвиговой вязкости; c — скорость света в вакууме) описывает необратимое изменение момента количества движения за счёт вязкого трения и учитывает в общем случае перенос момента количества движения полным лучистым потоком $\mathbf{F}_R$.

Пренебрегая в уравнении (6) эффектом диффузионного переноса энергии турбулентных пульсаций и другими малыми слагаемыми, перепишем (6), с учётом формулы (9), в цилиндрических координатах

в виде

$$\partial_t b = -\langle u_r'' u_\varphi'' \rangle r \partial_r (V_\varphi / r) - \langle u_z'' u_\varphi'' \rangle \partial_z V_\varphi + \\ + \left[\sigma \overline{s' u_z''} + \left(1 - \rho_d \frac{\bar{s}}{\bar{\rho}} \right) \frac{\overline{\rho_g' u_z''}}{\bar{\rho}_g} \right] \frac{\partial_z \bar{p}}{\bar{\rho}} - \varepsilon \cong 0. \quad (19)$$

Здесь и далее для осреднённой кинетической энергии турбулентных пульсаций $\langle e \rangle$ и скорости диссипации энергии турбулентности в тепло под действием молекулярной вязкости $\langle \varepsilon_e \rangle$ использованы более простые обозначения: $b \equiv \langle e \rangle$, $\varepsilon \equiv \langle \varepsilon_e \rangle$.

При написании (19) принято во внимание, что в радиальном направлении (перпендикулярном оси вращения) сила тяготения уравновешивается центробежной силой (см. уравнение (16)), т.е. градиент давления газовзвеси $\partial_r \bar{p}$ очень мал, и вращение является практически кеплеровским (но именно этот градиент в конечном счёте служит движущей силой радиального дрейфа пылевых частиц к центру диска). В противоположность этому равновесие в направлении z (перпендикулярном центральной плоскости) поддерживается градиентом давления $\partial_z \bar{p} = \bar{\rho} g_z$, который и определяет основное направление выталкивающей силы плавучести в поле тяготения центральной массы, способствующей, в частности, дополнительной генерации турбулентной энергии за счёт конвективной неустойчивости в вертикальном направлении.

Определяющие соотношения (7) для компонент тензора напряжений Рейнольдса в случае изотропной вязкости принимают вид

$$R_{r\varphi} \equiv -\bar{\rho} \langle u_r'' u_\varphi'' \rangle = \bar{\rho} \nu^T r \partial_r (V_\varphi / r) = \bar{\rho} \nu^T r \partial_r \Omega(r, z), \quad (20^1)$$

$$R_{rz} \equiv -\bar{\rho} \langle u_r'' u_z'' \rangle = \bar{\rho} \nu^T \partial_z V_\varphi = \bar{\rho} \nu^T r \partial_z \Omega(r, z), \quad (20^2)$$

где ν^T — кинематический коэффициент турбулентной вязкости.

Отметим следующее: поскольку вращение пылевого облака задаёт преимущественное направление в дисковой системе, то его влияние на турбулентные движения должно быть, вообще говоря, анизотропным, причём радиальное направление является основным. Таким образом, коэффициент турбулентной вязкости ν^T в общем случае является «тензором» ν_{ik}^T , который в цилиндрических координатах имеет диагональный вид (Васютинский, 1946):

$$\nu_{ik}^T = \nu^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix} = k \nu^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + (1 - k) \nu^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где $(1 - k)$ — свободный параметр, который является мерой отклонения от изотропии в турбулентном движении: член, пропорциональный множителю $k \nu^T$, соответствует изотропной части турбулентной вязкости; второй член описывает наложенную радиальную вязкость, вследствие которой возникает анизотропия в турбулентных скоростях.

Следуя работе (Васютинский, 1946), касательную компоненту $R_{r\varphi}$ тензора Рейнольдса можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} R_{r\varphi}/\bar{\rho} &\equiv -\langle u''_{\varphi} u''_{\varphi} \rangle = k \nu^T r \partial_r (\langle V_{\varphi} \rangle / r) + (1 - k) \nu^T (1/r) \partial_r (\langle V_{\varphi} \rangle r) = \\ &= k \nu^T r \partial_r \Omega + (1 - k) \nu^T (1/r) \partial_r (\Omega r^2) = \nu^T (1/r) \partial_r (\Omega r^2) - 2k \nu^T \Omega. \end{aligned} \quad (22)$$

При изотропном обмене $k = 1$ и формула (22) сводится к обычному гидродинамическому выражению (20^1), а при чисто радиальном обмене ($k = 0$) формула (22) принимает вид $R_{r\varphi} \cong \bar{\rho} \nu^T (1/r) \partial_r (\Omega r^2)$, рекомендованный Карманом (1953). При кеплеровском вращении ($\Omega \sim \sim r^{-3/2}$) эти два крайних выражения совпадают с точностью до множителя. Вместе с тем, соотношения Васютинского (22) не обоснованы физически: выражение вида (21) на самом деле не является тензором, оно применимо только к конкретной системе координат. Правильное значение $R_{r\varphi}$ для турбулентного движения в диске должно, по видимому, характеризоваться некоторым промежуточным соотношением (Сафронов, 1969). В настоящей работе в силу полной неопределённости параметра k для допланетного газопылевого облака, мы, не имея иной альтернативы, возьмём за основу выражение (20^1), вводя в правую часть некоторый постоянный множитель ξ^2 . В монографии (Сафронов, 1969) подобный подход использовался для оценки дисперсии скоростей в системе гравитирующих тел с кеплеровским вращением и было найдено значение коэффициента $\xi \approx 1/\sqrt{5}$.

Подставляя записанные выше формулы (14), (17), (20^1) и (20^2) в уравнение (19), получим для стационарного режима

$$\begin{aligned} \nu^T \left[\xi^2 (r \partial_r \Omega(r, z))^2 + (r \partial_z \Omega(r, z))^2 \right] - \sigma D^T g_z \times \\ \times [\partial_z \bar{s} - \bar{s}(1 - \bar{s}) \partial_z \ln \bar{\rho}_g] + (1 - \bar{s}) \chi^T \frac{g_z}{\langle T \rangle} (\partial_z \langle T \rangle - G_a) - \varepsilon = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$G_a \equiv \frac{g_z}{\langle C_P \rangle} = -\frac{1}{\langle C_P \rangle} \frac{GM_{\odot} z}{r^3} \left(1 + \frac{z^2}{r^2} \right)^{-3/2} \cong -\frac{\bar{\gamma} - 1}{\bar{\gamma}} \frac{1}{\langle R \rangle} \Omega_K^2 z \quad (24)$$

— адиабатический градиент температуры в газопылевом аккреционном диске; $\bar{\gamma} = \langle C_P \rangle / (\langle C_P \rangle - \langle R \rangle)$, $\langle R \rangle = R_g \bar{\rho}_g / \bar{\rho}$ — соответственно, показатель адиабаты и «газовая постоянная» для осреднённого двухфазного континуума.

Обозначим через L масштаб турбулентности (средний размер вихрей, несущих основную энергию турбулентных пульсаций), через $Sc^T \equiv \nu^T / D^T$ — турбулентное число Шмидта, а через $Pr^T \equiv \nu^T / \chi^T$ — турбулентное число Прандтля. Тогда, принимая (согласно гипотезе Колмогорова), что кинематический коэффициент турбулентной вязкости ν^T и скорость диссипации турбулентной энергии в тепло ε зависят

только от энергии турбулентности b и масштаба турбулентности L , получим

$$\nu^T = L\sqrt{b}, \quad D^T = \frac{1}{\text{Sc}^T} L\sqrt{b}, \quad \chi^T = \frac{1}{\text{Pr}^T} L\sqrt{b}, \quad \varepsilon = \beta^2 \frac{b^{3/2}}{L}, \quad (25)$$

причём в силу неопределённости величины L константа в выражении для ν^T может быть принятой равной единице, а числовой множитель β^2 в первом приближении будем считать постоянным. Подставляя записанные выше выражения в уравнение (23) и пренебрегая малыми членами (второго порядка по объёмному содержанию конденсированной фазы), будем иметь

$$L\sqrt{b} \left[\xi^2 (r \partial_r \Omega)^2 + (r \partial_z \Omega)^2 \right] - \sigma \frac{1}{\text{Sc}^T} L\sqrt{b} g_z [\partial_z \bar{s} - \bar{s} \partial_z \ln \bar{\rho}_g] + \\ + \frac{1}{\text{Pr}^T} L\sqrt{b} \frac{g_z}{\langle T \rangle} (\partial_z \langle T \rangle - G_a) - \beta^2 \frac{b^{3/2}}{L} = 0,$$

или

$$\sqrt{b} \left\{ L^2 [\xi^2 (r \partial_r \Omega)^2 + (r \partial_z \Omega)^2] (1 - \text{Rf} - \text{Kf}) - \beta^2 b \right\} = 0. \quad (26)$$

Здесь введены два безразмерных параметра: динамическое число Ричардсона

$$\text{Rf} = \frac{\text{Ri}}{\text{Pr}^T} = \frac{1}{\text{Pr}^T} \frac{\Omega_K^2 z}{r^2} \frac{1}{\langle T \rangle} \frac{(\partial_z \langle T \rangle - G_a)}{(\xi^2 \partial_r^2 \Omega + \partial_z^2 \Omega)}, \quad (27)$$

учитывающее влияние термической стратификации газовзвеси на эволюцию турбулентного течения в диске (Ri — градиентное число Ричардсона), и динамическое число Колмогорова

$$\text{Kf} \equiv \frac{\text{Ko}}{\text{Sc}^T} = - \frac{1}{\text{Sc}^T} \sigma \frac{\Omega_K^2 z}{r^2} \frac{[\partial_z \bar{s} - \bar{s} \partial_z \bar{\rho}_g]}{(\xi^2 \partial_r^2 \Omega + \partial_z^2 \Omega)} \quad (28)$$

(Ko — градиентное число Колмогорова) для учёта влияния на развитие турбулентности неоднородного распределения газовой составляющей смеси по толщине диска и стратификации мутности (при $\rho_g = \text{const}$ число Ko выражает собой относительную затрату турбулентной энергии на взвешивание частиц несущим потоком). Эти параметры являются критериями динамической активности бароклининого вещества диска (т.е. обратного влияния стратификации взвешенных частиц и сжимаемости несущего газового потока, а также термической стратификации диска) на динамику турбулентности в нём. Далее будем считать, что $\text{Sc}^T = \text{Pr}^T$, так как обычно в турбулизированной смеси $\chi^T = D^T$ (это равносильно предположению, что пути смешения для вещества и тепла в диске одинаковы).

3. Формулы для коэффициентов турбулентного обмена в газопылевом аккреционном диске

Уравнение (26) распадается на два уравнения: $b = 0$, соответствующее ламинарному режиму течения, и

$$L^2 [\xi^2 (r \partial_r \Omega)^2 + (r \partial_z \Omega)^2] (1 - \text{Rf} - \text{Kf}) = \beta^2 b, \quad (29)$$

описывающее установившийся турбулентный режим в диске.

Далее мы будем пренебрегать в полной диссипативной функции $\Phi_v \equiv R_{ij} \partial_j V_i$ вертикальным градиентом азимутальной скорости $\partial_z V_\varphi \equiv r \partial_z \Omega(r, z)$ по сравнению с её радиальным градиентом

$$r \left| \partial_r \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) \right| \approx r |\partial_r \Omega_K(r)| = \frac{3}{2} \Omega_K$$

по следующим соображениям. Согласно Новикову и Торну (1973), в астрофизическом диске следует различать три области в зависимости от радиуса r :

1) внутреннюю область (очень малые значения r), в которой лучистое давление p_R превышает газовое p_g , а рассеяние как источник непрозрачности преобладает над поглощением; в аккреционных дисках эта зона часто отсутствует;

2) среднюю область (несколько большие значения r), в которой $p_R \ll p_g$ и $\bar{\varkappa}_{\text{scatt}} \gg \bar{\varkappa}_{\text{abs}}$ (томсоновское рассеяние фотонов $\bar{\varkappa}_{\text{scatt}}$ превосходит непрозрачность, связанную с поглощением $\bar{\varkappa}_{\text{abs}}$); область расположена в горячих внутренних областях диска, в которых пылевые частицы, как правило, не могут существовать (испаряются);

3) внешнюю область, где $p_R \ll p_g$ и $\bar{\varkappa}_{\text{scatt}} \ll \bar{\varkappa}_{\text{abs}}$ (непрозрачность определяется свободно-свободным поглощением фотонов, связанным с нерелятивистским тепловым тормозным излучением); эта область размещается в более холодных внешних участках диска (при больших радиусах r) и потому может иметь существенную пылевую составляющую.

Именно к внешней области аккреционного диска относится наше рассмотрение. В работе (Урпин, 1984) рассчитано поле скоростей в аккреционных дисках и, в частности, получены аналитические выражения для градиента $\partial_z V_\varphi$ в указанных выше областях. В частном случае малых значений безразмерного параметра $\zeta \equiv z/2h$ соответствующее выражение $\partial_z V_\varphi$ для внешней области имеет следующее асимптотическое представление:

$$\partial_z V_\varphi = 0,375 \Omega_K \left(\frac{z}{r} \right) (-1 - 1,5\zeta + 0,875\zeta^2 + 0,375\zeta^3 - 0,75\zeta^4 + \dots).$$

Здесь

$$2h = \sqrt{2} \left(\frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} \right)_{z=0}^{1/2} \frac{1}{\Omega_K} = \sqrt{2} (R\langle T \rangle|_{z=0})^{1/2} \frac{1}{\Omega_K}$$

— толщина диска, различная для разных областей (может быть найдена путём интегрирования (17) по z (от $z = 0$ до $z = h$)). Из этого представления можно заключить, что для тонких дисков

$$|\partial_z V_\varphi| \ll \left| r \partial_r \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) \right| \cong |r \partial_r \Omega_K(r)| = \frac{3}{2} \Omega_K.$$

Уравнение (29) имеет вещественные решения только при $(1 - \text{Rf} - \text{Kf}) \geq 0$, откуда для случая турбулентного режима получаем $\text{Ri} + \text{Ko} \leq (\text{Ri} + \text{Ko})_{\text{кр}} \approx \text{Pr}^T$ (при $\text{Ri} + \text{Ko} \geq \text{Pr}^T$ имеется единственное вещественное решение $b = 0$, относящееся к ламинарному режиму течения). Пусть $\text{Ri} + \text{Ko} \leq \text{Pr}^T$, тогда

$$\begin{aligned} \sqrt{b} &= \frac{1}{\beta} L r \sqrt{\xi^2 (\partial_z \Omega)^2 + (\partial_r \Omega)^2} \sqrt{1 - \frac{\text{Ri} + \text{Ko}}{(\text{Ri} + \text{Ko})_{\text{кр}}}} \cong \\ &\cong \frac{\xi}{\beta} L r |\partial_r \Omega(r, z)| \sqrt{1 - \frac{\text{Ri} + \text{Ko}}{\text{Pr}^T}} \quad (30) \end{aligned}$$

(приближённое выражение справедливо для большей части диска, за исключением областей, близких к Солнцу), откуда для коэффициента турбулентной вязкости получаем

$$\nu^T = \frac{\xi}{\beta} L^2 r |\partial_r \Omega(r, z)| \sqrt{1 - \frac{\text{Ri} + \text{Ko}}{\text{Pr}^T}} = \frac{\xi}{\beta} L^2 r |\partial_r \Omega(r, z)| \varphi(\text{Ri}, \text{Ko}), \quad (31)$$

где $\varphi(\text{Ri}, \text{Ko}) \equiv \sqrt{1 - \frac{\text{Ri} + \text{Ko}}{\text{Pr}^T}}$ — поправочный множитель в уравнении турбулентного переноса импульса, отражающий влияние обратного эффекта переноса пыли (тепла) на эффективность турбулентного перемешивания.

Выражение (30) показывает, что при температурно-неустойчивой стратификации диска ($\text{Ri} < 0$), когда имеют место сверхадиабатические градиенты температуры (причём, как показано в работе (Макалкин, Дорофеева, 1995), множитель f , характеризующий превышение вертикального градиента температуры в диске над адиабатическим $(\partial_z \langle T \rangle - G_a = f \partial_z \langle T \rangle)$, может достигать величины $f = 0,2$ (при $r \simeq \simeq 10$ а.е.)), увеличивается энергия турбулентности за счёт энергии неустойчивости в вертикальном направлении перпендикулярно к экваториальной плоскости диска — конвективный источник турбулентности. В случае $\text{Ri} = 0$, когда имеет место адиабатическое распределение температуры с высотой ($\partial_z \langle T \rangle = G_a$), температурный градиент в диске не оказывает влияния на коэффициенты турбулентного переноса; однако наличие в потоке взвешенных частиц всегда приводит к уменьшению турбулентной энергии, поскольку $\text{Ko} > 0$. Обратное турбулентное число Прандтля $1/\text{Pr}^T$ в работе (Шакура и др., 1978) принято равным единице для случая, когда основным механизмом турбулентности являются сдвиговые напряжения при дифференциаль-

ном кеплеровском вращении диска; но одновременно авторами было отмечено, что это число может быть в 2–3 раза больше, когда причиной турбулентности является тепловая конвекция в вертикальном направлении.

Для того, чтобы получить совпадение выражения (31) с формулой Шакуры и Сюняева (1), выведенной для газопыльных аккреционных дисков (т.е. при $Ko = 0$ и $Ri = 0$), в формуле (31) следует положить $\xi/\beta = (4/9)\alpha$. Действительно, подставляя в (37) угловую скорость при кеплеровском вращении $\Omega_K(r) = (GM_\odot)^{1/2} r^{-3/2}$ (при этом $r |\partial_r \Omega_K(r)| = (3/2)\Omega_K$) и выбрав в качестве интегрального масштаба турбулентности (ограниченного толщиной диска $2h$) величину

$$L = h = (\bar{\rho}/\rho)^{1/2} |_{z=0} (r^3/GM_\odot)^{1/2} = (\bar{\rho}/\rho)^{1/2} |_{z=0} \Omega_K^{-1},$$

получим

$$\nu^T = \frac{3}{2} \beta^{-1} (\bar{\rho}/\rho) |_{z=0} \Omega_K.$$

Тогда

$$R_{r\varphi} = \bar{\rho} \nu^T r \partial_r \Omega_K = -\frac{9}{4} \xi \beta^{-1} \bar{\rho} |_{z=0}.$$

Итак, формула

$$R_{r\varphi} = \bar{\rho} \nu^T r \partial_r \Omega(r, z), \quad \nu^T = \alpha L^2 r |\partial_r \Omega(r, z)| \sqrt{1 - (Ri + Ko)/Pr^T}, \quad (32)$$

где

$$Ko = -\frac{\sigma}{\xi^2} \frac{GM_\odot z}{r^5} \frac{[\partial_z \bar{s} - \bar{s} \partial_z \bar{\rho}_g]}{\partial_r^2 \Omega}, \quad Ri = \frac{1}{\xi^2} \frac{GM_\odot z}{r^5} \frac{1}{\langle T \rangle} \frac{(\partial_z \langle T \rangle - G_a)}{\partial_r^2 \Omega}$$

обобщает на газопылевые аккреционные диски выражение для касательных напряжений Рейнольдса, полученное Шакурой и Сюняевым (1973) для газопыльного диска. Так как безразмерный параметр вязкости α не поддаётся сколько-нибудь точному вычислению и остаётся свободным параметром в уравнениях строения диска, то множитель $4/9$ в (32), не имеющий принципиального значения, может быть опущен.

Запишем теперь, пользуясь формулами (10), (13), (17), (24), определяющие соотношения для потоков диффузии и тепла, описывающие при турбулентном движении газопылевой смеси перенос пыли и тепловой энергии в направлении, перпендикулярном к центральной плоскости диска

$$\begin{aligned} J_{dz}^T &= -\bar{\rho} \rho_d D^T \partial_z \left(\frac{\bar{s}}{\bar{\rho}} \right) = -\alpha \bar{\rho} \rho_d \frac{\varphi}{Sc^T} L^2 r |\partial_r \Omega(r, z)| \partial_z \left(\frac{\bar{s}}{\bar{\rho}} \right) = \\ &= -\alpha \frac{\rho_d \bar{\rho}_g}{\bar{\rho}} \frac{\varphi}{Sc^T} L^2 r |\partial_r \Omega(r, z)| \left[\partial_z \bar{s} + \bar{s} \left(-\frac{1}{\langle H_g \rangle} + \frac{\partial_z \langle T \rangle}{\langle T \rangle} \right) \right], \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_z^T &\cong -\lambda^T \left(\partial_z \langle T \rangle - \frac{\partial_z \bar{p}}{\bar{p} \langle C_P \rangle} \right) + \sum_{\alpha} \langle h_{\alpha} \rangle J_{\alpha z}^T = \\
&= -\alpha \frac{\varphi}{\text{Pr}^T} \bar{p} \langle C_P \rangle L^2 r |\partial_r \Omega(r, z)| (\partial_z \langle T \rangle - G_a) + (\langle h_d \rangle - \langle h_g \rangle) J_{dz}^T = \\
&= -\alpha \frac{\varphi}{\text{Pr}^T} \bar{p} L^2 r |\partial_r \Omega(r, z)| (\partial_z \langle h \rangle - g_z), \quad (\text{Pr}^T = \text{Sc}^T), \quad (34)
\end{aligned}$$

где $\langle H_g \rangle = \bar{p} / \bar{\rho}_g g_z$ — осреднённое значение локальной шкалы высот (однородной атмосферы).

Формулы (32)–(34), в отличие от (1), носят локальный характер и потому с большей эффективностью могут быть использованы при теоретическом восстановлении эволюции газопылевого допланетного облака, окружавшего Солнце.

Для обеспечения численных расчётов гидродинамических движений во внутренних областях двухфазного дисперсного аккреционного диска должен быть задан масштаб турбулентности L . Как известно (см., напр., (Колесниченко, Маров, 1998)), в слоях со сдвигом масштаб L можно определить двояким способом: либо при помощи простых соотношений (так, в свободном потоке со сдвигом масштаб L пропорционален толщине рассматриваемого *тонкого слоя* (например, $L = \kappa z$ или $L = \kappa z \Phi(\text{Re}, \text{Ri}, \text{Ko})$), где Φ — некоторая безразмерная функция), либо при помощи модифицированной формулы Кармана (выражающей L через частные производные от средней скорости потока, $L = \kappa |\partial_z V_{\varphi} / \partial_z^2 V_{\varphi}|$), в частности, в виде следующего дифференциального уравнения (Лайтман, 1970):

$$L = -\frac{\kappa c^{1/4} \Psi}{\partial_z \Psi}, \quad \text{где} \quad \Psi = \frac{\sqrt{b}}{L}, \quad (35)$$

позволяющего рассчитать L в слое конечной толщины через локальные средние характеристики течения с учётом сил плавучести (см. формулу (30)). Здесь и выше $\kappa = 0,4$ — постоянная Кармана; c — эмпирическая константа.

В качестве примера, иллюстрирующего возможности развитого здесь подхода, качественно рассмотрим *модельную задачу* о сдувании, подъёме и высотном распределении взвешенных мелких пылевых частиц (при температурно-нейтральной стратификации диска, $\text{Ri} = 0$) в стационарном тонком (пограничном) слое космической жидкости, расположенном несколько выше (ниже) центральной плоскости газопылевого облака (пылевого субдиска).

4. Режим предельного насыщения вращающегося облака мелкими пылевыми частицами

Далее будем предполагать, что концентрация пыли в допланетном газопылевом облаке достаточно велика, так что для описания движения такого облака над экваториальной плоскостью $z = 0$, где частицы

образуют уплотнённый пылевой слой (слой повышенной плотности ниже критического значения, при котором может возникнуть гравитационная неустойчивость), надо учитывать обратное влияние пыли на динамику турбулентного потока. В силу принятых выше допущений мгновенные скорости газа и пыли связаны соотношением $v_{dj} = v_{gj} - W_d \delta_{j3}$ (индекс «3» в символе Кронекера относится к вертикальному направлению — направлению гравитационного поля в диске), где W_d — скорость гравитационного оседания одиночной частицы пыли. В случае предполагаемой малой мутности ($s \ll 1$) скорость оседания W_d может считаться независимой от s . Тогда мгновенная (неосреднённая) скорость гетерогенного континуума может быть записана в виде $v_j = v_{gj} - \frac{\rho_d s}{\rho} W_d \delta_{j3}$, а для диффузионного потока пыли имеем

$$J_{dj} \equiv \rho_d s_d (v_{dj} - v_j) = -\rho_g \rho_d \frac{s(1-s)}{\rho} W_d \delta_{j3}, \quad (J_{gj} + J_{dj} = 0). \quad (36)$$

Осреднённое стационарное уравнение диффузии для частиц пыли в z -направлении, с учётом выражения (15) для средневзвешенной скорости $\langle u_j \rangle$, принимает вид

$$\partial_z (\bar{J}_{dz} + J_{dz}^T) = 0,$$

где

$$J_{dz}^T = -\frac{\rho_d \rho_g}{\bar{\rho}} D^T \partial_z \bar{s}$$

— турбулентный поток пыли при $\rho_g = \text{const}$ (см. формулу (10)),

$$\bar{J}_{dz} = -\rho_d \rho_g \frac{s(1-s)}{\rho} W_d \cong -\frac{\rho_d \rho_g}{\bar{\rho}} W_d \bar{s}$$

— осреднённый поток оседания пыли.

Поскольку при стационарном режиме суммарный вертикальный перенос массы взвеси к экваториальной плоскости $z = 0$ в среднем отсутствует, то $\bar{J}_{dz} + J_{dz}^T = \text{const} = 0$ (предполагается, что плоскость $z = 0$ является отражающей границей, которая не поглощает ни одной из диффундирующих частиц), откуда

$$D^T \partial_z \bar{s} = -W_d \bar{s}. \quad (37)$$

С точностью до членов порядка $|\mathbf{V}|/c$ φ -компонента осреднённого уравнения движения газовой взвеси (см. (18)) сводится к следующему уравнению:

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \tau_{\varphi r}^\Sigma) + \partial_z \tau_{\varphi z}^\Sigma + \frac{\tau_{\varphi r}^\Sigma}{r} = 0,$$

где $\tau_{ij}^\Sigma \equiv R_{ij} + \bar{\tau}_{ij} \cong R_{ij}$ ($\bar{\tau}_{ij}$ — осреднённый тензор вязких напряжений важен только вблизи уплотнённого слоя $z = 0$).

Так как радиальное направление является основным, то для «пристенной» области газопылевого облака можно положить $\partial_z(\bar{\tau}_{\varphi z} + R_{\varphi z}) \cong 0$, откуда

$$\nu^T r \partial_z \Omega(r, z) = V_*^2(r), \quad (38)$$

где $V_*(r) = \sqrt{\tau_0/\rho}$, $\tau_0 \equiv \bar{\tau}_{\varphi z}|_{z=0} = \bar{\rho}\nu\partial_z V_\varphi|_{z=0}$ — соответственно, динамическая скорость (скорость трения) и касательное напряжение трения на центральной плоскости диска на расстоянии r от звезды.

Отметим, что условие положительности величины $\partial_z \Omega(r, z)$ (на всём пути от полюсов к экватору) для стационарно вращающегося диска означает, что вещество на изобарической поверхности холоднее на полюсах, чем на экваторе, т. е. изотермические поверхности сплюснуты сильнее, чем изобарические (Тассуль, 1982).

Исключая из (37), (38) величину ν^T , получим

$$\partial_z \ln \bar{s} = -\frac{\omega \varkappa}{V_*} \partial_z (r \Omega(r, z)),$$

где $\omega(r) \equiv \frac{\text{Sc}^T W_d}{\varkappa V_*(r)}$ — безразмерный параметр.

Интегрируя последнее уравнение, найдём распределение пыли по высоте диска на заданном расстоянии r от звезды:

$$\bar{s}(r, z) = \bar{s}(r)|_{z=0} \exp \left\{ -\frac{\omega \varkappa}{V_*} r [\Omega(r, z) - \Omega(r, 0)] \right\}. \quad (39)$$

Определим для рассматриваемого стационарного режима течения распределение по z угловой скорости турбулизованного потока, несущего взвешенные частицы. Оно может быть найдено с помощью уравнений (37), (38) и (30), которым придадим следующий вид:

$$L\sqrt{b} \partial_z V_\varphi(r, z) = V_*^2, \quad \frac{1}{\text{Sc}^T} L\sqrt{b} \partial_z \bar{s} + W_d \bar{s} = 0, \quad b = \alpha V_*^2 \sqrt{1 - \text{Kf}}, \quad (40)$$

$$\text{Kf} = \frac{\sigma}{\xi^2} \frac{GM_\odot z}{r^3} \frac{W_d s}{V_*^2 r \partial_r (V_\varphi/r)}, \quad L = \frac{\varkappa}{\sqrt{\alpha}} z \Phi(\text{Kf}).$$

Здесь масштаб турбулентности L выражается через некоторую универсальную функцию $\Phi(\text{Kf})$ числа Колмогорова Kf , причём очевидно, что $\Phi(0) = 1$. Так как масштаб турбулентности под влиянием пыли убывает, то функция $\Phi(\text{Kf})$ также должна убывать с ростом своего аргумента.

Система (40) обладает некоторыми специфическими для подобного типа режимов течения газовзвеси свойствами (заметим, что характер турбулентных потоков, содержащих тяжёлую примесь, впервые был изучен применительно к расчёту движения наносов в работе Колмогорова (1954), а к атмосферным задачам — в работе Баренблатта и Голицина (1973)). Прежде всего, система содержит только градиент скорости, а не саму скорость. А это означает, что при неограниченном запасе частиц в окрестности пылевого субдиска ввиду обратного влия-

ния частиц на динамику потока можно ожидать (например, по аналогии с теорией пыльных бурь на Марсе) существования такого режима течения газозвеси в нём, при котором турбулентный поток вбирает в себя максимально возможное при заданной динамической скорости и прочих параметрах количество пыли. Этот режим, получивший в литературе название *режим предельного насыщения*, должен описываться особым решением системы (40), которое определяется параметрами, входящими только в сами дифференциальные уравнения. Тем самым режим предельного насыщения в диске не требует задания граничного условия $\bar{s}|_{z=0}$ для концентрации пыли (см. выражение (39)).

Групповой анализ системы (40) показывает, что у неё имеется решение $\partial_z V_\varphi = C_1/z$ и $\bar{s} = C_2/z$, где C_1 и C_2 — постоянные (при заданном радиусе r), подлежащие определению.

Подставляя в (40) эти выражения и учитывая, что

$$Kf \cong \frac{\sigma}{\xi^2} \frac{\Omega_K W_d C_2}{V_*^2} \equiv \text{const},$$

получим

$$C_1 = \frac{V_*}{\Phi(Kf)(1 - Kf)^{1/4}} = \frac{V_*}{\varkappa\omega}, \quad \omega \equiv \frac{\text{Sc}^T W_d}{\varkappa V_*}, \quad (41)$$

откуда следует функциональное уравнение для определения постоянного для режима предельного насыщения числа Колмогорова Kf (вычисленного на заданном расстоянии r от звезды)

$$\Phi(Kf)(1 - Kf)^{1/4} = \omega. \quad (42)$$

Так как Φ — невозрастающая функция своего аргумента, $\Phi(0) = 1$, а число Kf по своему физическому смыслу заключено между нулём и единицей, то это уравнение при $\omega > 1$ (малая скорость потока, крупные частицы) не имеет корня; однако при $\omega < 1$ корень существует и притом только один (Баренблатт, Голицин, 1973). Из соотношения $\partial_z V_\varphi = C_1/z$, с учётом (41), следует (при $\omega < 1$)

$$V_\varphi(r, z) = r\Omega(r, z) = r\Omega(r, 0) + \frac{V_*(r)}{\varkappa\omega} \ln z. \quad (43)$$

С учётом этого соотношения и формулы (39) легко получить следующее предельное стационарное распределение мелких частиц пыли по высоте в тонком околоэкваториальном слое субдиска:

$$\bar{s} = \frac{C_2}{z} = \frac{\xi^2 V_*^2 Kf}{\sigma \Omega_K W_d} \frac{1}{z}, \quad (44)$$

к которому стремится поток при неограниченном запасе пыли на подстилающей поверхности.

Формула (43) показывает, что в предельно нагруженном частицами турбулентном потоке распределение скоростей по z является логарифмическим (как и должно быть в турбулизованной жидкости), однако присутствие пыли приводит как бы к уменьшению коэффициента Кар-

мана κ . Это может интерпретироваться так, что при тех же внешних условиях (той же динамической скорости V_*) поток газовзвеси под действием пылевых частиц ускоряется по сравнению с потоком «чистого» газа. Другими словами, градиенты скорости у экваториальной плоскости диска возрастают, что способствует эффекту сальтации — отрыву и подъёму больших количеств мелких пылевых частиц в атмосферу. Наличие подобного пыльного облака с повышенной концентрацией взвешенных частиц способствует, в свою очередь, более интенсивному протеканию процессов коагуляции (броуновской, турбулентной, градиентной, электрической, гравитационной и др.), приводящих к увеличению размеров частиц пыли и скорости их опускания к центральной плоскости облака (при этом рост соответственно ускоряется). Таким образом, возможный режим предельного насыщения вращающегося газопылевого облака мелкими пылевыми частицами является, в конечном счёте, дополнительным механизмом аккумуляции допланетных тел, поскольку ускоряет процесс формирования субдиска из относительно крупных и тяжёлых частиц, на которые уже не действует турбулентное напряжение трения (турбулизованный поток не может их поднять).

Заключение

В работе в рамках проблемы теоретического восстановления эволюции газопылевого допланетного облака, окружавшего Солнце, рассмотрен феноменологический способ моделирования коэффициентов турбулентного переноса для газопылевых аккреционных дисков, расположенных вокруг молодых звёзд. Полученные для этих коэффициентов формулы, учитывающие влияние обратных эффектов переноса пыли и потенциальной температуры на развитие турбулентности в облаке, обобщают на газопылевые диски выражение, найденное Шакурой и Сюняевым для коэффициента турбулентной вязкости в газозофазных α -дисках. Найдены определяющие соотношения для турбулентных потоков диффузии и тепла, описывающие при дифференциальном вращении двухфазной смеси с угловой скоростью $\Omega(r, z)$ перенос пыли и тепловой энергии в направлении, перпендикулярном к экваториальной плоскости протопланетного облака. Применительно к моделированию тонкого газопылевого слоя, прилегающего к пылевому субдиску, рассмотрен возможный режим предельного насыщения газового потока мелкими пылевыми частицами. Именно в этом тонком турбулизованном пылевом слое диска, насыщенном мельчайшими частицами пыли, вероятен их эффективный рост благодаря действию механизма турбулентной коагуляции. В связи с этим представляется целесообразным провести численное моделирование оседания пылевых частиц сквозь газ в субдиск в рамках модели двухфазной дисперсной турбулентной сжимаемой среды, обладающей различным объёмным содержанием взвешенных пылевых частиц и их вероятным распределением по размерам (с учётом возможных процессов коагуляции

и турбулентной диффузии), влияющим на динамические и оптические свойства турбулентной жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 03-01-00032, 02-02-16165).

Список литературы

- (Баренблатт, Голицин, 1973) *Баренблатт Г.И., Голицин Г.С.* Локальная структура развитых пылевых бурь. — М.: Изд-во МГУ. 1973. — 44 с.
- (Васютинский, 1946) *Wasiutynski J.* Studies in hydrodynamics and structure of stars and planets // *Astrophys. Norv.* 1946. V. 4. P. 86.
- (Горькавый, Фридман, 1994) *Горькавый Н.Н., Фридман А.М.* Физика планетных колец. — М.: Наука, 1994. — 348 с.
- (Дабрулле, 1993) *Dubrulle B.* Differential rotation as a source of angular momentum transfer in the solar nebula // *Icarus.* 1993. V. 106. P. 59–76.
- (Иордли и др., 1978) *Eardley D.M., Lightman A.P., Payne D.G., Shapiro S.L.* Accretion discs around massive Black Holes; Persistent Emission Spectra // *Astrophys. J.* 1978. V. 234. P. 187–198.
- (Карман, 1953) *Карман Т.* Вводные замечания по вопросу о турбулентности // Проблемы космической аэродинамики. — М.: Иностран. лит, 1953.
- (Колесниченко, 1995) *Колесниченко А.В.* К теории турбулентности в планетных атмосферах. Численное моделирование структурных параметров // *Астрон. вестн.* 1995. Т. 29, № 2. С. 133–155.
- (Колесниченко, Маров, 1999) *Колесниченко А.В., Маров М.Я.* Турбулентность многокомпонентных сред. — М.: МАИК-Наука, 1999. — 336 с.
- (Колесниченко, 2001) *Колесниченко А.В.* Гидродинамические аспекты моделирования процессов массопереноса и коагуляции в турбулентном аккреционном диске // *Астрон. вестн.* 2001. Т. 35, № 2. С. 139–155.
- (Колмогоров, 1954) *Колмогоров А.Н.* О новом варианте гравитационной теории движения взвешенных наносов // ВМУ. 1954. № 3. С. 41–45.
- (Кэбот и др., 1987) *Cabot W., Canuto V.M., Hubickij O., Pollack J.B.* The role of turbulent convection in the primitive solar nebula // *Icarus.* 1987. V. 69. P. 387–423.
- (Лайхтман, 1970) *Лайхтман Д.Л.* Физика пограничного слоя атмосферы. — Л.: Гидрометеиздат, 1970. — 342 с.
- (Маров, Колесниченко, 1987) *Маров М.Я., Колесниченко А.В.* Введение в планетную аэрономию. — М.: Наука, 1987. — 456 с.
- (Макалкин, Дорофеева, 1991) *Макалкин А.Б., Дорофеева В.А.* Температуры в протопланетном диске. Модели, ограничения, следствия для планет // *Физ. Земли.* 1991. № 8. С. 34–51.
- (Макалкин, Дорофеева, 1995) *Макалкин А.Б., Дорофеева В.А.* Строение протопланетного аккреционного диска вокруг Солнца на стадии Т Тельца. I. Исходные данные, уравнения и методы построения моделей // *Астрон. вестн.* 1995. Т. 29, № 2. С. 99–122.
- (Монин, Яглом, 1965) *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Ч. I. — М.: Наука, 1965. — 639 с.
- (Морковин, 1961) *Morkovin M.V.* Effects of compressibility on turbulent flow // *Mechanics of Turbulence.* — N.Y.: Gordon and Breach, 1961. — 367 p.
- (Сафронов, 1969) *Сафронов В.С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. — М.: Наука, 1969. — 244 с.
- (Сафронов, 1987) *Сафронов В.С.* Происхождение Земли. — М.: Знание, 1987. — 48 с.

- (Сафронов, Гусейнов, 1990) *Сафронов В. С., Гусейнов К. М.* О возможности образования комет In situ // Астрон. вестн. 1990. Т. 24, № 3. С. 248–256.
- (Тассуль, 1982) *Тассуль Ж.-Л.* Теория вращающихся звёзд. — М.: Мир, 1982. — 472 с.
- (Урпин, 1984) *Урпин В. А.* Гидродинамические движения в аккреционных дисках // Астрон. Ж. 1984. Т. 61, вып. 1. С. 84–90.
- (Шакура, Сюняев, 1973) *Shakura N. I., Sunyaev R. A.* Black holes in binary systems. Observational appearance // Astron. Astrophys. 1973. V. 24. P. 337.
- (Шакура и др., 1978) *Shakura N. I., Sunyaev R. A., Zilitinkevich S. S.* On the turbulent energy transport in accretion disk // Astron. Astrophys. 1978. V. 62. P. 179–187.
- (Шапиро, Тьюколски, 1985) *Шапиро С., Тьюколски С.* Чёрные дыры, белые карлики и нейтронные звёзды. Ч. II. — М.: Мир, 1985. — 655 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРУПНОМАСШТАБНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ВЗРЫВЕ СВЕРХНОВОЙ II ТИПА

В. М. Четкин, М. В. Попов, С. Д. Устюгов

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Введение

В течение последних десятилетий предпринимались постоянные попытки понять механизм взрыва массивных звёзд, который ведёт к образованию нейтронных звёзд при одновременном формировании оболочек сверхновых. Впервые этот вопрос был рассмотрен в работе Колгейта и Уайта (Colgate, White (1966) [21]). В ней было проведено численное моделирование взрыва массивной звезды с учётом взаимодействия нейтринного излучения коллапсирующего ядра с падающей оболочкой, который приводит к сбросу оболочки сверхновой. Идея о том, что источником энергии взрыва сверхновой является гравитация, была впервые предложена Баадом (Baade) в 1934 г. В дальнейшем Фоулер и Хойл (Fowler, Hoyle (1967)) детально изучали роль нейтрино при взрыве сверхновой. Однако работа Колгейта и Уайта [21] была первой, в которой роль нейтрино исследовалась с помощью численного моделирования. Чтобы проверить, действительно ли излучение нейтрино связано с коллапсом звёздных ядер, Гусенов и Зельдович (1966) предложили регистрировать их излучение в лабораториях на Земле. После этого начались работы по строительству подземных нейтринных телескопов.

Однако дальнейшие исследования и численное моделирование сверхновых привели к определённым трудностям в ясной и логически обоснованной картине этого явления. Как было показано в работе Имшенника и Надежина (1972) [7], нейтрино покидает протонейтронное ядро в режиме диффузии с характерным временем выхода порядка 10 сек. Таким образом, оказалось, что излучение нейтрино не способно поддерживать интенсивность ударной волны, которая появляется при рождении протонейтронной звезды. В статье Надежина (1977) [9] был проведён численный эксперимент по сжатию железного ядра с массой $2M_{\odot}$ и $10M_{\odot}$ с учётом всех физических процессов в звёздной материи. В этом эксперименте эффект сброса оболочки не наблюдался, а сверхновая превращалась в чёрную дыру. Неудача объясняется ослаблением ударной волны за счёт излучения нейтрино с её фронта и затратами энергии на расщепление железных атомных ядер на

нуклоны. Статья Ван Рипера (Van Riper (1979) [40]) вдохновила многих учёных на численное моделирование коллапса железного ядра звезды, однако эффект сброса оболочки сверхновой так и не был получен.

В настоящее время предлагается два механизма для описания сверхновой. Первый описывает быстрый сброс оболочки звезды за счёт прохождения по ней ударной волны, образующейся в результате быстрого сжатия и торможения материи при сверхядерных плотностях [16]. Во втором механизме используется эффект нагревания вещества за фронтом ударной волны за счёт нейтрино, которые выходят из нейтриносферы, окружающей протонейтронную звезду, и облегчают дальнейшее продвижение ударной волны и срыв оболочки [41].

Однако последующие расчёты показали, что эти два механизма неэффективны по нескольким причинам. В первой модели (так называемый «быстрый» механизм) ударная волна теряет часть своей энергии на расщепление ядер группы железа на свободные нуклоны. Кроме того, когда волна достигает поверхности нейтриносферы, нейтрино начинает уносить часть её энергии, уменьшая при этом лептонное число в веществе ударной волны и уменьшая её энергию и давление. Все эти процессы ослабляют ударную волну, так что она останавливается в потоке вещества, аккрецирующего на ядро [16]. Действие второго механизма во многом определяется условиями в области между нейтриносферой и ударной волной и существенно зависит от светимости и средней спектральной энергии нейтрино. Требуемая светимость может быть получена только за счёт конвекции внутри нейтриносферы и во внешних слоях. В свою очередь, такая конвекция может развиться, только если нагрев вещества и формирование области неустойчивости вблизи нейтриносферы происходит быстрее движения вещества от ударной волны к поверхности протонейтронной звезды [27].

Например, конвекция появляется при прохождении ударной волны по внешней части ядра благодаря возникновению отрицательного градиента энтропии за фронтом ударной волны. Эта конвекция короткоживущая, так как она не подпитывается теплом от внутренних слоёв звезды и быстро сглаживается из-за конвективного перемешивания. Кроме того, в момент максимального развития конвекции радиус нейтриносферы для ν_e очень близок к радиусу ударной волны. Таким образом, область нагревания за ударной волной очень узкая. Основная часть источников ν_e и $\bar{\nu}_e$ сосредоточена на соответствующих нейтриносферах, чьё термодинамическое состояние определяется переносом тепла и колебаниями количества лептонного материала, аккрецирующего на протонейтронную звезду. Следовательно, такая конвекция не может усилить расходящуюся ударную волну [17].

Численное моделирование конвекции около внутренней поверхности нейтриносферы [34] с учётом переноса нейтрино показало, что скорость конвекции слишком мала по сравнению со скоростью, с которой вещество втекает через границу нейтриносферы, и не может обеспечить значительный перенос энергии и лептонов. Если принять во внимание перенос энергии и лептонов, связанный с эмиссией ней-

трино, испускаемых всплывающим элементом жидкости, то окажется, что в области между нейтриносферой и веществом с плотностью $\rho = 10^{12}$ г/см³ скорость роста энтропийной конвекции меньше в 3–50 раз, а лептонной конвекции — в 250–1000 раз. Однако моделирование эволюции начальных изотермических и адиабатических возмущений на фоне равновесного состояния [17] показало, что время, необходимое на установление равновесия между энтропией и лептонами всплывающего элемента жидкости и их фоновыми значениями, несколько больше, чем в гидродинамических вычислениях. Тем не менее, конвекция быстро разрушается при наличии отрицательного градиента энтропии, поэтому время достижения равновесия намного меньше, чем время, в течение которого конвекция развивается. Это верно также и для случая лептонной конвекции, которая сохраняется значительно дольше благодаря постоянной делептонизации ядра. Следовательно, остаётся верным утверждение, что конвекция подавляется, если принять во внимание перенос нейтрино. В результате вклад в нейтринную светимость от вещества, находящегося рядом с внутренней поверхностью нейтриносферы, относительно мал.

Если элемент жидкости приходит в температурное равновесие с окружающим веществом быстрее, чем в лептонное равновесие, то возникает другой тип конвекции, который называется «нейтринные пальцы» [41]. Подобная конвекция возникает там, где отрицательный градиент лептонного числа уравнивается положительным градиентом энтропии. В результате быстрой конвекции градиент энтропии становится положительным, в то время как отрицательный градиент лептонного числа, изначально образующийся около нейтриносферы, распространяется вглубь ядра благодаря диффузии лептонов внутрь. Все шесть типов нейтрино переносят энергию, но только два из них (ν_e , $\bar{\nu}_e$) переносят лептонное число. Элемент жидкости приходит в тепловое равновесие быстрее, чем в лептонное, из-за большой разницы в длинах свободного пробега. Однако численное моделирование такой неустойчивости показывает, что оно не может развиваться по следующим причинам [17]:

1) характерное лептонное число в большей части ядра равно половине критического значения, из-за чего меняются условия, необходимые для развития неустойчивости;

2) большая часть энергии передаётся от элемента жидкости окружающему веществу за счёт нейтрино ν_e и $\bar{\nu}_e$, вклад ν_μ и ν_τ мал;

3) при типичных условиях в ядре звезды требуется, чтобы число актов переноса энергии с помощью нейтрино было больше, чем лептонного числа;

4) большую часть времени, в течение которого происходит эволюция начального возмущения, потоки ν_e и $\bar{\nu}_e$ направлены в противоположные стороны, поэтому результирующий перенос энергии является разностью энергий этих потоков, а результирующий перенос лептонного числа — их суммой.

До настоящей эпохи времени роль конвекции при взрывах сверхновых остаётся неясной. Эта неопределённость в значительной степени свя-

зана с различиями в методах расчёта переноса нейтрино, выбором уравнения состояния, размерности сетки, на которой производятся вычисления, а также связана с выбором численного метода. Сказывается также отсутствие адекватной модели ядра и, возможно, неправильное понимание механизма взаимодействия нейтрино с материей при ядерных плотностях.

Двухмерные гидродинамические расчёты с использованием SPH-метода [25] показали, что лептонная конвекция развивается в окрестности нейтриносферы, тогда как энтропийная конвекция — над нейтриносферой. В свою очередь, конвекция внутри протонейтронной звезды слаба и, возможно, несущественна [16]. Рассматривалась также эволюция протонейтронной звезды с использованием двухмерной гидродинамической модели и учётом радиальной диффузии нейтрино [29]. Было обнаружено, что лептонная конвекция продолжается длительное время, охватывая всё ядро за время порядка 1 с. В течение этого времени светимость нейтрино удваивается, а их средняя энергия увеличивается на $10 \div 20\%$. Кроме того, если для вычисления переноса нейтрино использовать приближение мультигрупповой диффузии, а для вычисления конвекции — теорию перемешивания путей [17], то окажется, что около внутренней поверхности нейтриносферы за время порядка 30 мс конвекция развивается очень слабо, даже если продолжить расчёты до 0,5 с после образования ударной волны после отскока («core bounce»).

Во время коллапса железного ядра около 99 % гравитационной энергии образующейся нейтронной звезды уносится в форме нейтрино. Чтобы сбросить звёздную оболочку, некоторая доля этой энергии должна быть передана внешним слоям звезды каким-то эффективным и быстрым механизмом. Конвекция как внутри, так и снаружи нейтриносферы может увеличить передачу энергии к фронту ударной волны. Но для того, чтобы такая конвекция происходила, требуется выполнение определённых условий. Например, характерное время развития конвекции должно быть меньше характерного времени аккреции и времени переноса нейтрино. К тому же конвекция требует постоянной подпитки, что аналогично случаю энтропийной конвекции внутри протонейтронной звезды.

1. Новый механизм взрыва сверхновой

Более реалистичный механизм может быть связан с влиянием крупномасштабной гидродинамической неустойчивости, возникающей, например, из-за вращения или магнитного поля. Такая неустойчивость проявляется за очень малое характерное время (порядка $10^{-3} \div 10^{-1}$ с) и может обеспечить интенсивный выброс потока нейтрино. Было показано, что в результате эволюции предсверхновой образуется быстро вращающаяся протонейтронная звезда, которая впоследствии из-за неустойчивости разделяется на две части, и возникает тесная двойная система [6]. Естественно, этот процесс сопровождается

высвобождением большого количества нейтрино, которые были изначально заперты внутри протонейтронной звезды [1]. В магнито-ротационном механизме взрыва сверхновой, предложенном в [3], [2], ударная волна подпитывается энергией вращения, извлекаемой за счёт скручивания магнитных силовых линий.

Можно предложить другой интересный механизм интенсивного выброса потока нейтрино, связанный с гидродинамическими движениями в протонейтронной звезде [15]. Эта модель основывается на пионерской работе [5], в которой рассматривается развитие конвективной неустойчивости в гравитирующем газовом шаре (звезде). Главная идея основана на подобию в эволюции меридиональных сечений изозентропических поверхностей и нормальных сечений поверхностей магнитного поля при развитии спиральной МГД-неустойчивости в плазменном цилиндре [4]. Как и в случае плазменной неустойчивости, было обнаружено, что быстрее всего растут крупномасштабные неоднородности. Чандрасекар и Лебовиц (Chandrasekhar, Lebovitz, 1963) пришли к подобному выводу при исследовании конвективной неустойчивости газовых масс в звезде [20]. Заметим, что подобные крупномасштабные неустойчивости наблюдались в экспериментах по управляемому ядерному синтезу. Аналитические оценки и расчёты для двухмерной задачи показали, что горячие внутренние слои перемещаются к поверхности звезды за характерное время $\tau \sim R/v_{\text{sound}}$.

Трёхмерные расчёты развития гидродинамической неустойчивости в протонейтронной звезде с избыточной центральной энтропией проводились в работе [15]. Эволюция неоднородностей в распределении энтропии изучалась с помощью численного решения уравнений Эйлера. При такой постановке задачи именно энтропия позволяет проследить за эволюцией поднимающегося горячего и лёгкого вещества. Крупномасштабные энтропийные неоднородности развиваются за время порядка 4 мс, а затем уходят из центральной области звезды, чей характерный размер порядка 20 км, напоминая при этом грибовидное облако ядерного взрыва в земной атмосфере. Характерное время движения одного такого пузыря к поверхности протонейтронной звезды составляет 1 мс, при этом его средняя скорость равна $c/150$. Всего образуется шесть пузырей с массой $10^{-2} M_{\odot}$ каждый. Они симметрично поднимаются вдоль перпендикуляров к граням куба. Интенсивность нейтринного излучения при этом достигает $5 \cdot 10^{52}$ эрг/с. Доля энергии, которая поглощается ударной волной, $2,3 \cdot 10^{24}$ эрг $\cdot$ г $^{-1} \cdot$ с $^{-1}$, что сопоставимо с потерями нейтринного излучения на её фронте. Важно заметить, что процесс неравновесной нейтронизации ведёт к появлению нейтрино с высокой средней энергией $80 \div 150$ МэВ. Наши расчёты показали, что средняя энергия испускаемых нейтрино равна $50 \div 80$ МэВ. Такие оценки энергии нейтрино, поступающих к фронту ударной волны при всплытии пузыря по направлению к нейтриносфере, означают, что крупномасштабная неустойчивость вполне может поддерживать расходящуюся ударную волну и привести к сбросу оболочки сверхновой.

2. Постановка задачи и численная схема

Вычисляя распределение плотности и температуры внутри протонейтронной звезды, мы положили в центре $\rho_c = 2 \cdot 10^{14}$ г/см³ и $T_c = 10^{11}$ К. Уравнение состояния использовалось в табличной форме с зависимостью давления от плотности и энтропии, приведённое в [30]. Относительная плотность числа электронов была принята за константу и равна 0,35. В начальный момент времени в центральной области звезды было задано гауссово распределение избыточной энтропии по формуле $S = S_0 + (S' - S_0) \exp \{-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2/b^2\}$. Предполагается, что оно образовалось в результате некоторого неравновесного процесса. Начальная энтропия S_0 была вычислена исходя из центральной температуры и плотности и положена $1,6327k_B$ на нуклон. Значения максимальной энтропии в центре $S' = 2,8$ и параметра $b = 0,02$ были выбраны так, чтобы область возмущённой энтропии составляла одну пятую всей области счёта.

Для моделирования процессов внутри протонейтронной звезды использовались следующие трёхмерные гидродинамические уравнения:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\text{grad } P - \frac{\rho G M}{r^3} \mathbf{r}, \quad (1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div } \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = T \frac{dS}{dt} + \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{dS}{dT} = 0. \quad (4)$$

Здесь ρ — плотность, $\mathbf{v}$ — скорость вещества, P — давление, E — энергия и S — энтропия. Все величины являются функциями трёх пространственных координат и времени.

Для обезразмеривания физические параметры задачи были записаны следующим образом:

- 1) плотность в единицах $\rho_0 = 2 \cdot 10^{14}$ г/см³;
- 2) длина в единицах $L_0 = 2 \cdot 10^7$ см;
- 3) время в единицах $t_0 = 7,74 \cdot 10^{-3}$ с;
- 4) масса в солнечных массах $M = 2 \cdot 10^{33}$ г;
- 5) температура в единицах 10^{11} К.

В вычислениях мы использовали явную, консервативную, TVD-разностную схему годовновского типа. Это означает, что система уравнений была записана в так называемой дивергентной форме, где символический вектор плотности величин $\mathbf{U}$ входит в частную производную по времени, а вектор плотности потоков $\mathbf{F}$ — в частную производную по пространству [11]:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0.$$

Для данной задачи был использован метод вложенных сеток. Здесь этот метод оказался очень эффективным благодаря физической особенности задачи. Сетка была организована таким образом, что в центральных областях при высокой плотности находилась более мелкая сетка. Её размер увеличивался к внешним слоям. Расчётная область покрывалась тремя уровнями вложенных прямоугольных сеток с однородным шагом по пространству (рис. 1). Значения всех величин вектора плотности ($\rho, \rho u, \rho S$) относятся к центру ячейки, а потоки этих величин ($\rho u, \rho u^2 + P, \rho Su$) — к границам ячейки. Величины для следующего момента времени t' получались с помощью решения одномерной задачи вдоль каждого направления координатных осей. Чтобы сохранить второй порядок аппроксимации, мы циклически меняли порядок расчёта по этим направлениям. Затем мы добавляли в уравнение функцию источников, которая связана с действием гравитационного поля звезды. Гравитация считалась неизменной во времени. Устойчивость численного счёта гарантировалась использованием одного числа Куранта, равного 0,1 в наших расчётах, для всех вложенных сеток. В этом случае один шаг по времени на крупной сетке соответствовал двум шагам на более мелкой сетке. Граничные значения расчётных величин для каждой вложенной сетки, необходимые для сквозного счёта, определялись путём монотонной линейной интерполяции значений величин с более крупной сетки. Для определения значений на ячейках крупной сетки, которые покрывались ячейками более мелкой сетки, применялась простая процедура усреднения. Для сохранения консервативности расчётов потоки через ячейки крупной сетки, граничащие с ячейками с более мелкой сеткой, заменялись потоками, вычисленными на вложенной сетке.

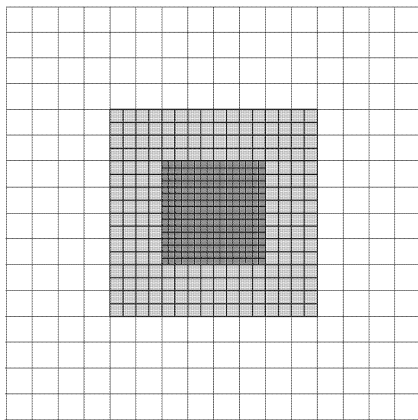


Рис. 1. Сетка

3. Описание параллельного алгоритма

Наиболее принципиальным моментом при проектировании параллельного алгоритма является выбор схемы распределения данных между процессами параллельной программы. Мы выбирали распределение данных исходя из предположения, что реализующая алгоритм программа будет выполняться на однородной параллельной вычислительной системе, и на каждом процессоре будет выполняться только

один процесс параллельной программы (поэтому в дальнейшем мы их различать не будем).

Процессы параллельной программы логически рассматривались как трёхмерная решётка с тремя координатами I , J и K . Для обеспечения оптимального распределения нагрузки между процессорами было принято решение распределять все узлы всех сеток по решётке процессов равномерно. При этом на каждый узел решётки процессов распределяется параллелепипед узлов сетки одинакового размера.

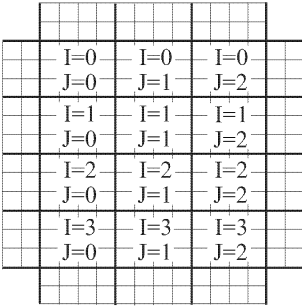


Рис. 2. Распределение решётки по процессорам

распределённые на данный процесс, а жирной линией обведены узлы сетки, которые содержат данные, необходимые для расчётов на данном процессоре. Из рис. 2, 3 следует, что граничные ячейки (не входящие в вычислительную область процессора) либо входят в состав граничного слоя всей сетки, либо относятся к вычислительной области соседнего

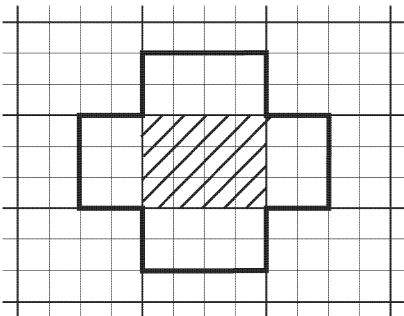


Рис. 3. Данные, относящиеся к одному процессору

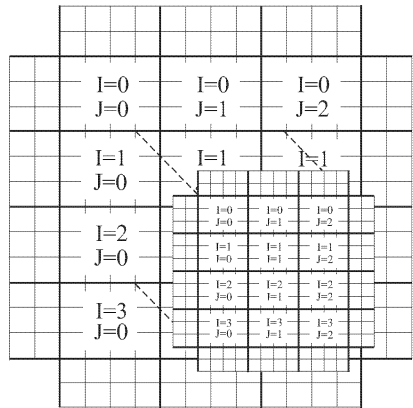


Рис. 4. Соответствие между решётками и вычислительным пространством

процессора. Во втором случае данные этих ячеек будут регулярно обновляться в процессе вычислений, производимых всеми процессорами параллельно, а новые значения нужно пересылать всем, кому они требуются для работы. Таким образом, между любыми двумя соседними процессорами (одна из координат отличается на единицу) неизбежны коммуникации. Для повышения быстродействия программы хотелось бы организовать пересылки (если позволяет коммуникационное оборудование) так, чтобы они происходили параллельно, то есть время коммуникаций во время расчёта зависело лишь от максимального объёма одной пересылки между любыми двумя процессорами, а явной зависимости от числа процессоров не было.

Из этих соображений коммуникации были организованы следующим образом: проход сетки по каждой размерности осуществлялся последовательно и в две итерации. На первой итерации обмениваются информацией с передним соседом процессоры с чётными номерами, а на второй — процессоры с нечётными номерами.

Как уже упоминалось, на всё вычислительное пространство проектировалась каждая сетка в отдельности (рис. 4). Данный подход позволил наиболее равномерно распределить вычислительную нагрузку между процессорами, но при этом возникли дополнительные пересылки в двух функциях программы. Одна из них (Interpolation) отвечает за определение граничных условий на вложенной сетке (данные в ячейках граничного слоя вокруг сетки). Значения вычисляются на основе данных ячеек, содержащих границы вложенной сетки, и соседних с ними ячеек. Вычисленные значения необходимо присвоить соответствующим переменным ячеек граничного слоя, что сопряжено с пересылками этих значений.

Вторая функция (Overlaid) отвечает за усреднение. На каждой итерации, находя более подробное решение на вложенной сетке, мы должны уточнить результаты в соответствующей ей физической области на сетке-носителе. То есть мы усредняем значения четырёх (восьми в трёхмерном случае) ячеек вложенной сетки, приходящихся на одну ячейку сетки-носителя, переопределяя её, для чего усреднённое значение зачастую необходимо пересылать на другой процессор (см. рис. 4). Подобную процедуру надо проводить со всей вложенной сеткой, но это приведёт к большому объёму и количеству пересылок. Значения ячеек указанной области сетки-носителя не важны, так как на каждом шаге они всё равно будут переопределяться путём усреднения. Важны значения лишь в двух крайних ячейках, полученных усреднением, так как они учитываются при вычислении переменных ячеек, граничащих с областью, покрытой вложенной сеткой. Исходя из этого при написании параллельной программы было решено в функции усреднения ограничиться расчётом и пересылкой лишь указанных крайних ячеек.

Ещё одна базовая функция программы — функция определения шага по времени. Для этого анализируются значения во всех ячейках сетки, и на основе этого анализа находится минимальное значение шага, с которым и выполняются дальнейшие вычисления. На каждом процессоре получается некоторое значение. Эти значения необходимо

собрать на одном процессоре, выбрать из них минимальное и снова разослать. В этом случае не удаётся организовать параллельный обмен данными, но при использовании пересылок по бинарному дереву можно значительно сократить время коммуникаций данной функции — оно будет пропорционально $\log_2 P$.

4. Обоснование выбора инструментального средства для реализации параллельного алгоритма

При реализации сложного параллельного алгоритма принципиальным является вопрос выбора инструментального средства реализации. Такие средства можно разделить на две группы: с явным и неявным параллелизмом. Первые (к ним относятся, например, языки MPI [33] и trC [31]) заставляют программиста прикладывать усилия для распараллеливания данных и вычислений. Вторые (к ним относятся высокоуровневые языки параллельного программирования, например, HPF [26] и Fortran DVM [8]) делают это автоматически, зачастую с помощью дополнительной информации, предоставляемой программистом. На первый взгляд, этот подход кажется более предпочтительным, однако практика показывает, что распараллеливание — очень сложная задача, и даже самые совершенные HPF-компиляторы генерируют программы, которые выполняются в несколько раз медленнее, чем их MPI-аналоги [39].

В настоящее время наибольшей популярностью при программировании для систем с распределённой памятью, а таковыми являются большинство российских высокопроизводительных параллельных вычислительных систем, является MPI. Однако это низкоуровневое средство, и разработка с его помощью реальных больших задач требует очень высокой квалификации программиста и больших затрат времени.

В Институте системного программирования РАН был разработан язык параллельного программирования trC, который, являясь средством высокого уровня, позволяет писать программы, сравнимые по эффективности (разница $5 \div 10\%$) с наиболее совершенными пакетами прикладных программ, разработанными с помощью MPI на однородных вычислительных системах и значительно превосходящие их по производительности на неоднородных вычислительных системах [28]. Язык trC является двухшаговым расширением языка C. На первом шаге язык C был расширен введением векторных операций. Это расширение C по вычислительной мощности эквивалентно языку Fortran 90. На втором шаге язык C был расширен понятием вычислительного пространства, которым программист может управлять так, как он управляет памятью в языке C. Язык trC обладает большой выразительной силой. Так, например, использование векторных операций при программировании рассматриваемого алгоритма позволило сократить размер кода программы примерно в три раза и значительно уменьшить время реализации.

5. Анализ эффективности алгоритма

Одной из основных характеристик параллельного алгоритма, решающего задачу характерного размера n на P процессорах является его эффективность, которая определяется по следующей формуле [23]:

$$E(n, P) = \frac{T_{\text{seq}}(n)}{PT(n, T)},$$

где $T_{\text{seq}}(n)$ — время решения задачи с помощью последовательного алгоритма; $T(n, P)$ — время решения задачи с помощью параллельного алгоритма на P процессорах.

Если эффективность зависит от n и P только через их отношение, то параллельный алгоритм называется масштабируемым. Иными словами, эффективность использования масштабируемого алгоритма остаётся постоянной при пропорциональном изменении размерности задачи (в нашем случае $n = N^3$, где N — линейный размер кубической сетки) и числа процессоров P .

Оценим эффективность нашего параллельного алгоритма в рамках некоторых допущений. Прежде всего, будем считать, что коммуникационное оборудование поддерживает параллельную передачу данных. При оценке времени пересылки мы будем считать его прямо пропорциональным объёму пересылаемой информации (это верно только в том случае, если длины сообщений достаточно велики). Также для простоты оценок будем считать, что процессоры образуют кубическую решётку и что на каждый процессор проецируется кубический кусок сетки. Программа состоит из четырёх основных функций. Рассмотрим каждую из них отдельно.

Первая — это функция, непосредственно занимающаяся вычислением значений искоемых переменных задачи на очередном шаге по времени. Так как значения определяются в каждой ячейке, то время выполнения расчётов этой функцией пропорционально числу ячеек в заштрихованной области рис. 3 (с поправкой на трёхмерность задачи), т. е.

$$T_S^{\text{ex}} = \alpha_1 \frac{N^3}{P}$$

(сетка $N \times N \times N$ считается на P процессорах). После того, как произведён расчёт, необходимо переслать обновлённые значения соседним процессорам. Из рассмотрения этих пересылок, приведённого в описании алгоритма, следует, что объём пересылаемой информации пропорционален площади поверхности кубика вычислительной области процессора. Таким образом, включая все численные коэффициенты в константу пропорциональности, получаем для времени пересылок этой функции

$$T_S^{\text{com}} = C \left(\frac{N}{P^{1/3}} \right)^2 = C \frac{N^2}{P^{2/3}}.$$

Вторая функция — это функция (Interpolation) определения граничных условий на вложенных сетках. Так как определяются значения переменных в ячейках граничного слоя и их число пропорционально его площади (в трёхмерном случае), то

$$T_I^{\text{ex}} = \beta_1 \frac{N^2}{P^{2/3}}.$$

Оценка сверху для времени пересылок в данной функции имеет вид

$$T_I^{\text{com}} = D_1 \frac{N^2}{P^{2/3}}.$$

Третья функция — функция усреднения (Overlaid). Как и в функции Interpolation, рассматриваем лишь крайние ячейки, следовательно, получаем

$$T_O^{\text{ex}} = \beta_2 \frac{N^2}{P^{2/3}} \quad \text{и} \quad T_O^{\text{com}} = D_2 \frac{N^2}{P^{2/3}}.$$

И последняя функция — это функция определения шага по времени. Так как анализируются все ячейки, то, как и в первой функции,

$$T_T^{\text{ex}} = \alpha_2 \frac{N^3}{P},$$

а время коммуникаций имеет вид

$$T_T^{\text{com}} = A \log_2 P.$$

Примем, что время выполнения параллельной программы равно сумме времён вычислений и коммуникаций:

$$T(n, P) = T^{\text{ex}}(n, P) + T^{\text{com}}(n, P).$$

Общее время вычислений имеет вид

$$\begin{aligned} T^{\text{ex}}(n, P) &= T_S^{\text{ex}} + T_T^{\text{ex}} + T_I^{\text{ex}} + T_O^{\text{ex}} = \\ &= (\alpha_1 + \alpha_2) \frac{N^3}{P} + (\beta_1 + \beta_2) \frac{N^2}{P^{2/3}} = \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \\ \beta = \beta_1 + \beta_2 \end{array} \right\} = \alpha \frac{N^3}{P} + \beta \frac{N^2}{P^{2/3}}. \end{aligned}$$

Общее время коммуникации имеет вид

$$\begin{aligned} T^{\text{com}}(n, P) &= T_S^{\text{com}} + T_T^{\text{com}} + T_I^{\text{com}} + T_O^{\text{com}} = \\ &= (C + D_1 + D_2) \frac{N^2}{P^{2/3}} + A \log_2 P. \end{aligned}$$

Общий объём вычислений является одинаковым для последовательного и параллельного алгоритмов. Тогда

$$T_{\text{seq}}(n) = T^{\text{ex}}(n, P)|_{P=1} = \alpha N^3 + \beta N^2.$$

В нашей задаче $\beta < \alpha$ и $N \gg 1$, поэтому

$$T_{\text{seq}}(n) \approx \alpha N^3;$$

Тогда выражение для эффективности параллельного алгоритма примет вид

$$\begin{aligned}
 E(n, P) &\approx \frac{\alpha N^3}{P \left(\alpha \frac{N^3}{P} + \beta \frac{N^2}{P^{2/3}} + (C + D_1 + D_2) \frac{N^2}{P^{2/3}} + A \log_2 P \right)} = \\
 &= \frac{\alpha N^3}{P \left(\alpha \frac{N^3}{P} + (\beta + C + D_1 + D_2) \frac{N^2}{P^{2/3}} + A \log_2 P \right)} = \\
 &= \{ \lambda = \beta + C + D_1 + D_2 \} = \\
 &= \frac{N^3}{P} \frac{\alpha}{\alpha \frac{N^3}{P} + \lambda \left(\frac{N^3}{P} \right)^{2/3} + A \log_2 P} = \frac{\alpha}{\alpha + \lambda \left(\frac{P}{N^3} \right)^{1/3} + A \frac{P}{N^3} \log_2 P}.
 \end{aligned}$$

Исследуем задачу на масштабируемость. Для этого, как отмечалось выше, необходимо посмотреть, как ведёт себя эффективность при пропорциональном изменении размерности задачи N^3 и числа процессоров P . Положим $\frac{P}{N^3} = \mu = \text{const}$. Тогда выражение для эффективности примет вид

$$E(n, P) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta \mu^{1/3} + A \mu \log_2 P}.$$

Видно, что, вообще говоря, задача не масштабируема. Однако можно заметить, что $\log_2 P$ — очень вялая функция при больших P : $\frac{d(\log_2 P)}{dP} \sim \frac{1}{P} \xrightarrow{P \rightarrow +\infty} 0$. Соответственно можно считать задачу масштабируемой при больших P . Данный вывод хорошо согласуется с результатами, полученными нами при анализе времени выполнения программы. В частности, измерялось время выполнения программы при условии, что $N^3/P = \text{const}$. Из предыдущего следует, что это время определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned}
 T(n, P) &= \frac{T_{\text{seq}}(n)}{PE(n, P)} = \frac{\alpha N^3}{P} \frac{\alpha + \beta \left(\frac{P}{N^3} \right)^{1/3} + A \frac{P}{N^3} \log_2 P}{\alpha} = \\
 &= \left\{ \frac{N^3}{P} = \nu = \text{const} \right\} = \alpha \nu + \beta \nu^{2/3} + A \log_2 P.
 \end{aligned}$$

Результаты расчётов, проводившихся на МВС 1000М, приведены на рис. 5.

Здесь $N^3/P = 4096$, иными словами на процессор 4096 ячеек сетки. На графике (см. рис. 5) прослеживается логарифмическая зависимость, что согласуется с нашими оценками, а также видно, что время

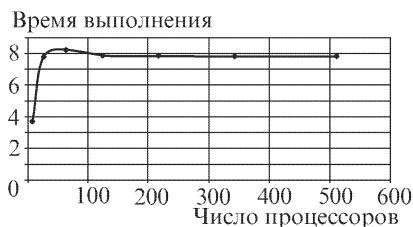


Рис. 5

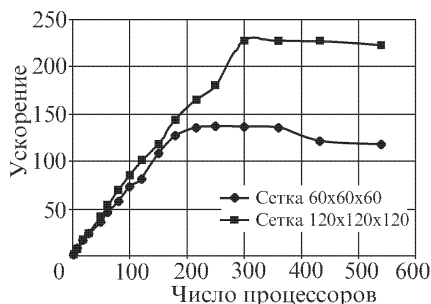


Рис. 6

выполнения практически не меняется, т. е. алгоритм и его реализация являются масштабируемыми при

$$\begin{cases} P \gg 1, \\ \left(\frac{N}{P^{1/3}} \right)^2 = \frac{N^2}{P^{2/3}} \gg 1. \end{cases}$$

Напомним, что второе ограничение отвечает условию применимости наших оценок (процессоры обмениваются информацией большими пакетами). Кроме того, заметим, что при малых P эффективность стремится к единице. Это подтверждается приведённым на рис. 6 графиком зависимости ускорения программы от числа процессоров P , на которых она выполнялась при размерностях задачи $N = 60$ и $N = 120$.

6. Результаты гидродинамического моделирования

В начальный момент времени, используя итерационный метод, описанный в [24], мы получили равновесную конфигурацию, допускающую вращение звезды. Этот метод был модифицирован для случая произвольного уравнения состояния. Мы провели расчёты для двух случаев. Сначала мы рассмотрели звезду без вращения, чтобы протестировать равновесное состояние. Затем рассматривался случай медленного вращения звезды как твёрдого тела. Отношение кинетической энергии вращения T к гравитационной энергии W равнялось $T/|W| = 0,01$. Кинетическую и потенциальную энергию для интегрируемых величин мы вычисляли, используя полученный при расчётах профиль плотности. Период вращения звезды равен 14 мс, что соответствует отношению кинетической и потенциальной энергии в 1%. Мы выбрали координатную систему так, чтобы плоскость вращения совпадала с плоскостью Oxy . Тогда вектор угловой скорости имеет только одну компоненту $\Omega_z = \Omega = \text{const}$.

Результаты расчётов показаны на рис. 7. В отличие от моделей, рассмотренных в [15] и [10], здесь мы наблюдаем два пузыря, которые сформировались за время ~ 3 мс, и которые вытягиваются в противоположных направлениях вдоль осей вращения. Четыре дополнитель-

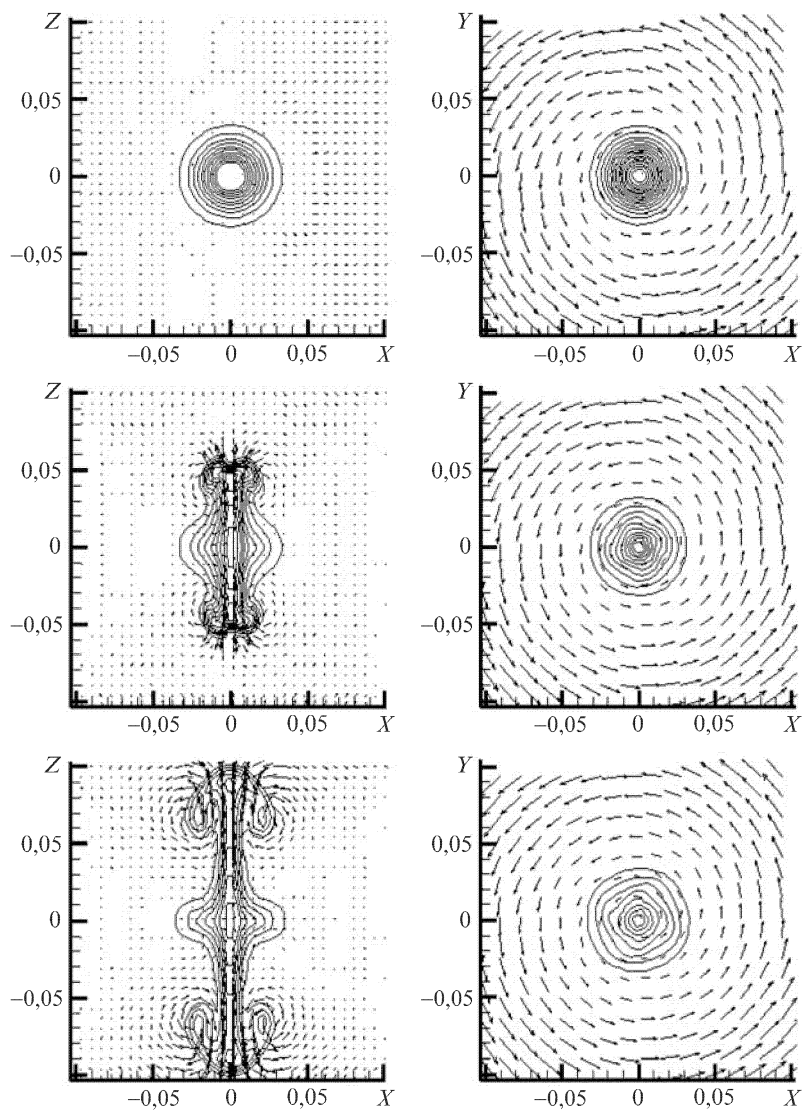


Рис. 7. Уровни энтропии и поле скоростей в меридиональной и экваториальной плоскости

ных пузыря появляются немного позже, через ~ 5 мс, в плоскости вращения протонейтронной звезды. Такое распределение энтропии нарушает симметрию картины, полученной в [10]. Пузыри на осях вращения первыми отрываются от горячего ядра и всплывают к поверхно-

сти. Это происходит, потому что вдоль указанных осей плотность меняется быстрее всего. Более холодное вещество тонет к центру звезды в области между этими двумя пузырями. Пузыри, которые образуются в плоскости вращения, отрываются от горячего ядра несколько позже и тоже поднимаются к поверхности. Наши расчёты показали, что после этого начинают образовываться дополнительные маленькие пузыри, которые тоже затем всплывают.

7. Перенос нейтрино

Рассмотрим пузырь, представляющий собой ограниченную область в центральной части звезды размером примерно $6 \cdot 10^5$ см и плотностью около $2 \cdot 10^{14}$ г/см³. Плотность окружающего вещества приблизительно такая же, в то время как температура пузыря существенно превышает температуру окружающей среды. Пузырь всплывает из-за действия увеличивающейся выталкивающей силы, меняя при этом свой размер и плотность.

Мы будем использовать временную зависимость плотности пузыря, полученную в [10] с помощью численного моделирования возникновения возмущений начальной энтропии на фоне равновесной вращающейся конфигурации протонейтронной звезды. В начальный момент мы задали в области возмущений в центре звезды гауссовый профиль вариаций энтропии и давления. Далее границы области с развивающимися возмущениями определялись в каждый момент времени путём сравнения начальной фоновой постоянной энтропии с энтропией внутри этой области. Средняя плотность пузыря определялась усреднением по всем ячейкам внутри пузыря.

Так как мы изначально интересуемся относительно грубыми оценками, то будем рассматривать модель, которая приблизительно описывает материю в области возмущений и относящиеся к делу нейтринные процессы, сохраняя, однако, все наиболее важные особенности.

Чтобы упростить ситуацию, будем считать, что в начальный момент времени пузырь состоит из ядер железа ($A = 56$, $Z = 26$) и свободных, ультрарелятивистских электронов. При плотностях $2 \cdot 10^{14}$ г/см³ в таком веществе протекают интенсивные бета-процессы, которые являются источником нейтрино:

$$(A, Z) + e \rightarrow (A, Z - 1) + \nu.$$

Идут также обратные бета-процессы, в которых нейтрино поглощаются:

$$(A, Z + 1) + e \leftarrow (A, Z) + \nu.$$

Как прямые, так и обратные бета-процессы приводят к образованию новых элементов, появление которых усложняет описание среды. Чтобы этого избежать, мы введём нейтринную компоненту и не будем различать типы ядер. Помимо неупругих процессов, нейтрино также участвует в упругих взаимодействиях с ядрами и электронами:

$$(A, Z) + \nu \rightarrow (A, Z)' + \nu', \quad e + \nu \rightarrow e' + \nu'.$$

Заметим, что из-за большой разницы между массой электронов и ядер нейтрино теряют значительную часть своей энергии в столкновениях с электронами. Наше рассмотрение ограничится однородным и изотропным приближением для функции распределения нейтрино. Поэтому мы можем пренебречь рассеянием на ядрах в интеграле столкновений, так как оно существенно только для анизотропной компоненты функции распределения. Однако такое рассеяние сильно влияет на выход нейтрино через поверхность пузыря, и мы должны его учитывать в нашей задаче. Всеми другими процессами с участием нейтрино будем пренебрегать. В отличие от [12], мы будем учитывать тот факт, что за пределами пузыря также существует некоторое распределение нейтрино. Следовательно, нейтрино могут как покидать рассматриваемую область, так и проникать в неё. Распределение электронов будем описывать ступенчатой функцией Ферми, которая, очевидно, применима, только если $E_F \gg 1,5kT$ (т.е. когда энергия Ферми электронов много больше их тепловой энергии).

Теперь опишем математическую модель. В приближении однородной и изотропной среды кинетическое уравнение для функции, описывающей распределение нейтрино в ограниченной области с характерным размером d , зависящими от времени плотностью и парциальными концентрациями компонентов, может быть записана в следующей форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(p, t)}{\partial t} = & 4\pi \left[(1 - f(p, t)) \int_0^\infty dp' (p')^2 f(p', t) K^{\text{in}}(p, p', t) - \right. \\ & \left. - f(p, t) \int_0^\infty dp' (p')^2 (1 - f(p', t)) K^{\text{out}}(p, p', t) \right] + \\ & + \frac{d\rho(t)}{\rho(t) dt} f(p, t) + (1 - f(p, t)) S(p, t) - f(p, t) Y(p, t) - \\ & - \frac{c}{d(t)[1 + \gamma(p, t)]} (f(p, t) - f_g(p, p_g)). \quad (5) \end{aligned}$$

Здесь функции $K^{\text{in}}(p, p', t)$ и $K^{\text{out}}(p, p', t)$ характеризуют рассеяние нейтрино на электронах, $S(p, t)$ и $Y(p, t)$ — источник и сток нейтрино, описывающие прямые и обратные бета-процессы. Слагаемое, содержащее логарифмическую производную плотности, отвечает за изменение функции распределения вследствие изменения размеров области, в которой сосредоточены нейтрино. Последнее слагаемое описывает выход нейтрино через границу пузыря (значение $\gamma = 0$ соответствует свободному прохождению границы).

Функция распределения была нормирована следующим образом:

$$n(t) = 4\pi(2\pi\hbar)^{-3} \int_0^\infty dp' (p')^2 f(p', t). \quad (6)$$

Уравнение для функции распределения нейтрино должно быть дополнено уравнением, описывающим эволюцию плотности числа электронов

$$\frac{dn_e(t)}{dt} = 4\pi \int_0^\infty dp p^2 [-(1-f(p,t)) S(p,t) + f(p,t) Y(p,t)] + \frac{d\rho}{\rho dt} n_e(t), \quad (7)$$

а также уравнением, связывающим плотность электронов и нейтронов с плотностью среды

$$m_n \left[n_n(t) + \frac{A}{Z} n_e(t) \right] = \rho(t). \quad (8)$$

При выводе (8) мы считали вещество электрически нейтральным и пренебрегли вкладом электронов в его плотность. Чтобы упростить использование приведённых выше уравнений в численном моделировании, были введены безразмерные переменные. Для этого использовались следующие параметры задачи: характерная длина $3 \cdot 10^7$ см, характерное время 10^{-3} с, характерная плотность $2 \cdot 10^{14}$ г/см³, характерный момент $p_F(0) = c^{-1} E_F(0)$ (Ферми-момент электронов, где $E_F(0) = 219$ МэВ) и характерная плотность числа частиц $n_e(0) = 4,63 \cdot 10^{37}$ см⁻³. Безразмерный характерный размер в начальный момент времени равен $d(0) = 2,13 \cdot 10^{-2}$.

В наших вычислениях мы использовали следующие выражения для γ :

$$\gamma(x, t) = 4\pi \int_0^\infty dy y^2 (1 - f(y, t)) [K^{\text{out}}(x, y, t) + K^{\text{in}}(x, y, t)] \quad (9)$$

и

$$\gamma(x, t) = 4\pi \int_0^\infty dy y^2 [(1 - f(y, t)) K^{\text{out}}(x, y, t) + K^{\text{in}}(x, y, t)]. \quad (10)$$

Здесь введены обозначения

$$x = \frac{p}{p_F(0)}, \quad y = \frac{p'}{p_F(0)}.$$

Система уравнений решалась численно на равномерной сетке, содержащей 101 точку по оси x . Интегралы рассчитывались методом трапеций. Эволюция описывалась неявной двухслойной схемой второго порядка. Неявную дифференциальную систему мы решали методом последовательных приближений. Этим же способом была получена используемая в численном моделировании зависимость плотности пузыря от времени, которая хорошо описывается формулой

$$\rho(t) = \frac{167,14}{1 + 0,3 \exp(t - 5,5)}. \quad (11)$$

8. Результаты моделирования переноса нейтрино

Результаты численного моделирования представлены на рис. 8–11 для двух случаев. В первом случае (см. рис. 8, 9) для $\gamma(x, t)$ использовалась формула (9), а во втором (см. рис. 10, 11) — формула (10).

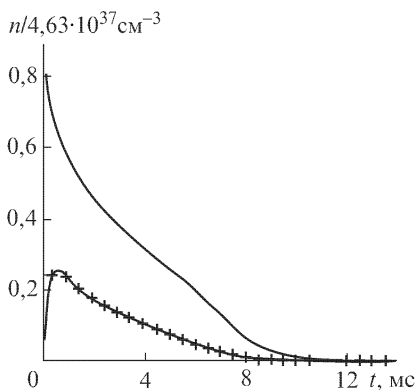


Рис. 8. Зависимость плотности числа нейтрино (нижняя кривая) и электронов от времени

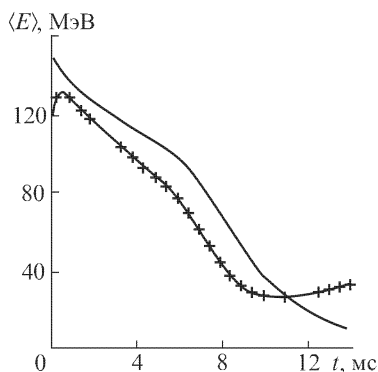


Рис. 9. Зависимость средней энергии нейтрино (нижняя кривая) и электронов от времени

Функция распределения нейтрино вне рассматриваемой области полагалась равной нулю в обоих случаях. Число нейтрино, испущенных единицей объёма вещества в единицу времени в интервале dp , в нашей модели описывается формулой

$$dI(p, t) = \frac{4\pi c}{d(t)[1 + \gamma(p, t)](2\pi\hbar)^3} [f(p, t) - f_g(p, p_g)] p^2 dp = \\ = n_e(0)I(x, t) dx. \quad (12)$$

В плане физических условий разница между этими двумя случаями кажется несущественной, однако результаты численного моделирования совершенно различны. В первом случае пузырь является оптически тонким для нейтринного излучения с самого начала процесса. Максимум излучения отвечает времени $t \approx 0,5$ мс, которое примерно равно характерному времени действия источника. Прозрачность пузыря является следствием уменьшения нейтринного рассеяния за счёт множителя $(1 - f)$ в (9), где функция распределения нейтрино близка к ступенчатой функции Ферми. Однако в реальных условиях функция распределения может существенно отличаться от ступенчатой функции Ферми, например, из-за нагрева электронов за счёт нейтринного рассеяния.

Поскольку наша модель не может использоваться в случае ненулевой температуры, мы смоделировали действие невырожденности нейтринного распределения на излучение путём пренебрежения подав-

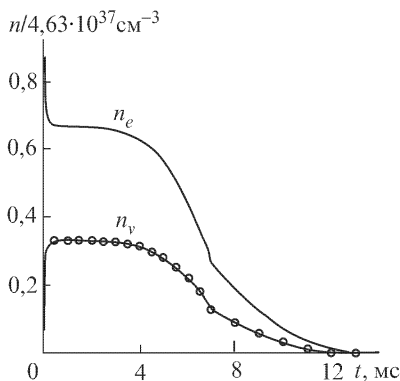


Рис. 10

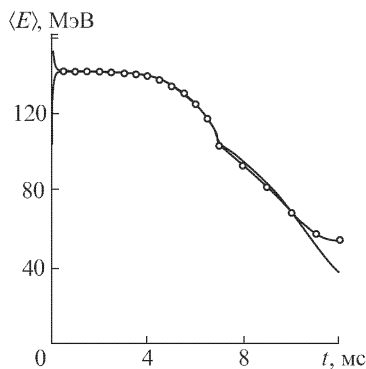
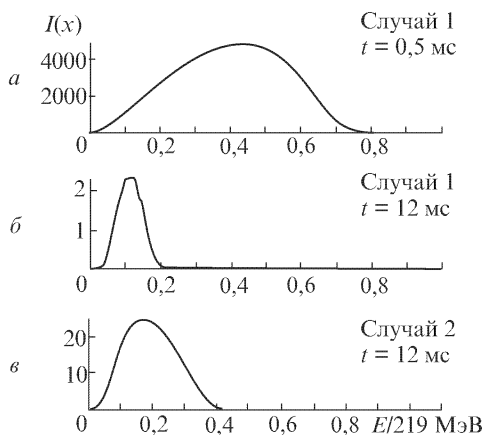


Рис. 11

ляющим множителем $(1 - f)$ при описании рассеяния на ядрах. Так как энергия нейтрино остаётся практически неизменной при рассеянии на ядрах (по сравнению с рассеянием на электронах), это не должно сказаться на эволюции распределения нейтрино в импульсном пространстве и повлияет только на оптическую толщину границы (10).

Действительно, в этом случае заметное нейтринное излучение появляется только при $t \approx 10$ мс и достигает своего максимума при $t \approx 12$ мс. В соответствии с (11), это время отвечает плотностям на два порядка меньшим начальной. Следовательно, пузырь становится оптически тонким только после того, как он поднимется к верхним слоям ядра сверхновой, которые характеризуются относительно меньшей

Рис. 12. Спектр испущенных нейтрино $I(x)$

плотностью. До этого момента поднимающийся пузырь ведёт себя как непрозрачная ловушка нейтрино. В этом случае (см. рис. 11) средние энергии нейтрино и электронов равны, начиная с $t \approx 0,5$ мс (характерное время, затрачиваемое на образование нейтринной компоненты в бета-процессе) и до момента $t \approx 10$ мс (когда среда становится оптически тонкой). В первом случае (см. рис. 9) энергия нейтрино меньше энергии электронов из-за излучения некоторого количества нейтрино до начала

этапа «классической» прозрачности. Далее в обоих случаях средняя энергия нейтрино становится больше энергии электронов вследствие

значительного уменьшения вырождения нейтрино в νe -процессах, тогда как энергия Ферми электронов (и, следовательно, их средняя энергия) продолжает уменьшаться с расширением пузыря.

В заключение оценим спектр нейтрино, испущенных сверхновой в нашем сценарии. Во втором случае спектры нейтринного излучения от пузыря и от всей сверхновой должны совпадать с большой точностью, так как излучение пузыря происходит в оптически тонкой области звезды (рис. 12 *в*). В первом случае точно оценить спектр нейтрино, испущенных сверхновой, невозможно, так как нейтрино покидают пузырь в области «классической» непрозрачности, и для корректного описания нам нужно моделировать нейтринные процессы во всей звезде. Здесь мы можем только представить наиболее жёсткий (рис. 12 *а*) и наиболее мягкий (рис. 12 *б*) из возможных вариантов.

9. Оценка нейтринного излучения

В начальный момент времени масса вещества с избыточной энтропией ($S_{\max} = 2,5$) равна $0,07 M_{\odot}$. Через 3,5 мс часть этого вещества с массой $0,02 M_{\odot}$ достигает границы нейтринной сферы, где плотность равна $\rho = 10^{11}$ г/см³, и становится прозрачной для нейтрино. Плотность этих нейтрино сравнима с плотностью электронов со средней энергией ~ 60 МэВ. В этом случае интенсивность нейтринного излучения можно оценить как

$$L = \frac{0,04 M_{\odot} \cdot 60 \text{ МэВ}}{\mu m_n \cdot 3,5 \cdot 10^{-3}} \sim 4 \cdot 10^{54} \text{ эрг/с},$$

где μ — средняя молекулярная масса на один электрон в отсутствие электрон-позитронных пар.

Оценим теперь часть энергии, поглощённой ударной волной, которая образовалась за счёт нейтринного излучения. По определению эта энергия равна

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\varepsilon_{\nu} n_{\nu} n_e \langle \sigma v \rangle}{\rho} \sim \frac{L \sigma n_1}{\rho R^2} \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1},$$

где R — радиус ударной волны, $\sigma = \frac{g^2 \varepsilon_{\nu}^2}{\hbar^4 c^4} \sim 10^{-44} (\varepsilon_{\nu}/m_e c^2)^2 \text{ см}^2$ — поперечное сечение слабого взаимодействия ($g = 1,4102 \pm 0,0012 \times 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3$ — константа Ферми слабого взаимодействия), $n_1 = 1,688 \cdot 10^{28} T_9^3 \text{ см}^{-3}$ — плотность электрон-позитронного газа в ударной волне при температуре, соответствующей ультрарелятивистскому газу с $\rho \leq 10^5 T_9^3 \text{ г/см}^3$ (см. [22]), $T_9 = T/10^9 \text{ К}$, ρ — плотность вещества в ударной волне, ε_{ν} — средняя энергия нейтрино, n_{ν} — плотность нейтрино в ударной волне.

При $\rho = 10^8 \text{ г/см}^3$ и $R = 10^7 \text{ см}$ имеем $d\varepsilon/dt = 0,97 \cdot 10^{27} \text{ эрг} \times \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Это намного больше, чем нейтринные потери на фронте волны $d\varepsilon_{\nu}/dt \sim 6 \cdot 10^{10} T_9^6 \sim 6 \cdot 10^{22} \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ (см. [22]). Таким образом, крупномасштабная конвекция может поддерживать расходящуюся ударную волну, приводящую к сбросу оболочки сверхновой.

Заключение

Было предложено несколько механизмов подпитки ударной волны в сверхновой за счёт нейтринного излучения от её ядра. Один из них основан на конвективном переносе нейтрино внутри или снаружи образующейся нейтронной звезды [29], [18], [32]; другой основан на идее об уменьшении непрозрачности среды для нейтрино при ядерных плотностях [19], [37] или на эффекте увеличения среднего пути свободного пробега нейтрино в непрозрачном ядре звезды за счёт их взаимодействия с ядрами вещества [36], [38]. Однако несмотря на увеличение нейтринной светимости за счёт этих механизмов, на их развитие требуется довольно много времени (~ 1 с) и набор специфических условий (см. выше). Механизм, который был предложен в этой статье, основан на развитии крупномасштабной гидродинамической неустойчивости внутри вращающейся протонейтронной звезды и имеет некоторые преимущества, так как он в состоянии обеспечить быструю (за время $\sim 10^{-2}$ с) эмиссию нейтрино с высокой энергией, что даёт необходимую подпитку ударной волне.

При наблюдениях центральной области SN 1987 A (рис. 13) было обнаружено наличие двух крупномасштабных выбросов (см. Feb.'96, где можно видеть, как звезда раскалывается на две части, которые разделены слоем холодного вещества), что хорошо согласуется с нашей

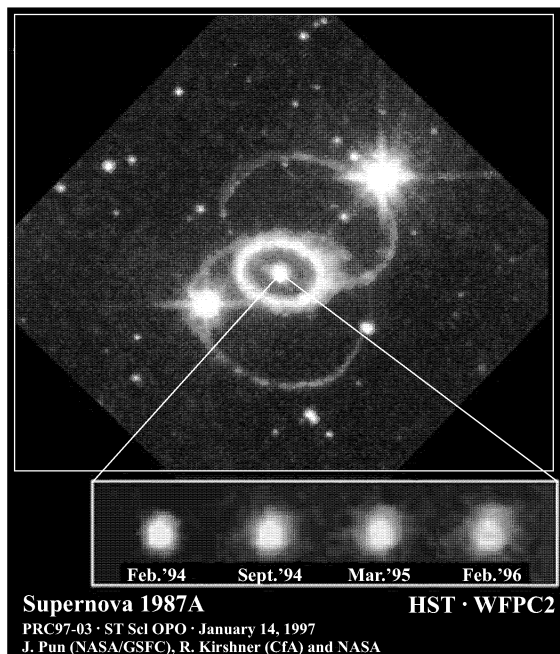


Рис. 13. Сверхновая 1987 А

моделью, использующей эффект вращения [35]. Кроме того, движение пузырей вдоль осей вращения сопровождается сильным перемешиванием и интенсивным образованием ^{56}Ni , которое наблюдается при сбросе оболочек сверхновых. Так как в основном эволюция пузырей происходит при плотностях $\rho > 10^{12} \text{ г/см}^3$, где нейтрино переносятся в режиме диффузии, то нет необходимости учитывать эффекты их переноса при развитии крупномасштабной неустойчивости. Но по мере того, как пузырь приближается к нейтриносфере ($\rho < 10^{12} \text{ г/см}^3$), эти эффекты становятся существенными и ведут к изменению в спектре излучаемых нейтрино.

Работа выполнена при финансовой поддержке президиума РАН программы «Нестационарные явления в астрономии».

Список литературы

1. Аксёнов А. Г., Имшенник В. С. // Письма в Астрон. Ж. 1994. Т. 20. С. 32.
2. Арделиан Н. В., Бисноватый-Коган Г. С., Моисеенко С. Г. // Усп. физ. Наук. 1997. Т. 167. С. 11.
3. Бисноватый-Коган Г. С. // Астрон. Ж. 1970. Т. 47. С. 813.
4. Герлаш Н. И., Зуева Н. М., Соловьёв Л. С. // Препринт ИПМ АН СССР. 1975. № 96.
5. Зуева Н. М., Михайлова М. С., Соловьёв Л. С. // Препринт ИПМ АН СССР. 1976. № 65.
6. Имшенник В. С. // Письма в Астрон. Ж. 1992. Т. 18. С. 489.
7. Имшенник В. С., Надеждин Д. К. // ЖЭТФ. 1972. Т. 63. С. 1548.
8. Коновалов Н. А., Крюков В. А., Михайлов С. Н., Погребцов А. А. // Fortran DVM — язык разработки мобильных параллельных программ // Программирование. 1995. № 1.
9. Надеждин Д. К. // Астрофизика и наука о космосе. 1977. Т. 49, № 2.
10. Сажин М. В., Устюгов С. Д., Чететкин В. М. // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 64. С. 817.
11. Самарский А. А., Попов Ю. П. Численные методы. — М.: Наука, 1980.
12. Суслин В. М., Устюгов С. Д., Чуркина Г. П. // Препринт ИПМ РАН. 1998. № 70.
13. Суслин В. М., Хлопов М. Ю., Чететкин В. М., Чуянов В. А. // Астрон. Ж. 1996. V. 73(3). P. 399 (Astron. Rep. V. 40. P. 358).
14. Суслин В. М., Хлопов М. Ю. // Препринт ИПМ АН СССР. 1986. № 109.
15. Чететкин В. М., Устюгов С. Д., Горбунов А. А., Полежаев В. И. // Письма в Астрон. Ж. 1997. Т. 23. С. 34.
16. Burrows A., Hayes J., Fryxell B. A. // Astrophys. J. 1995. V. 450. P. 830.
17. Bruenn S. W., Mezzacappa A., Dineva T. // Phys. Rep. 1995. V. 256. P. 69.
18. Burrows A. // Astrophys. J. 1987. V. 318. P. 57.
19. Burrows A., Sawyer R. F. // Phys. Rev. C: Nucl. Phys. 1998. V. 58. P. 554.
20. Chandrasekhar S., Lebovitz, Norman R. // Astrophys. J. 1963. V. 138.
21. Colgate S. A., White R. H. // Astrophys. J. 1966. V. 143.
22. Fowler W., Hoyle F. // Neutrino Processes and Pair Formation in Massive Stars and Supernovae. — Chicago, 1965.
23. Fox G., Jonson M., Lyzenga G. et al. Solving Problems on Concurrent Processors. V. 1. — N.Y.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1988.

24. *Hachisu K.* // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 1986. V. 62. P. 461.
25. *Herant M., Benz W., Hix W.R. et al.* // *Astrophys. J.* 1994. V. 435. P. 339.
26. High Performance Fortran Forum, High Performance Fortran Language Specification, version 1.1, Rice University, Houston TX, November 10, 1994.
27. *Janka H.-Th., Muller E.* // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 306. P. 167.
28. *Kalinov A., Lastovetsky A.* Heterogeneous Distribution of Computations While Solving Linear Algebra Problems on Networks of Heterogeneous Computers // *Proc. of the 7th Int. Conf. on High Performance Computing and Networking Europe (HPCN Europe'99)*, Lecture Notes in Computer Science 1593. — Amsterdam, the Netherlands, April 12–14, 1999. P. 191–200.
29. *Keil W., Janka H.-Th., Muller E.* // *Astrophys. J.* 1996. V. 473. P. 111.
30. *Lattimer J.M., Swest F.D.* // *Nucl. Phys. A.* 1991. V. 535. P. 331.
31. *Lastovetsky A., Arapov D., Kalinov A., Ledovskih I.* A Parallel Language and Its Programming System for Heterogeneous Networks, Concurrency: Practice and Experience, 12(13), 2000. P. 1317–1343.
32. *Mayle R.W., Wilson J.R.* // *Astrophys. J.* 1988. V. 334. P. 909.
33. Message Passing Interface Forum, MPI: A Message-passing Interface Standard, version 1.1, June 1995.
34. *Mezzacappa A., Calder A.C., Bruenn S.W. et al.* // *Astrophys. J.* 1998. V. 495. P. 911.
35. NASA Press Release, STScI-PR-97-03.
36. *Prakash Madappa, Bombaci I., Prakash Manju et al.* // *Phys. Rep.* 1997. V. 280. P. 1.
37. *Raffelt G.G., Seckel D., Sigl G.* // *Phys. Rev. D: Part. Fields.* 1996. V. 54. P. 2784.
38. *Reddy S., Prakash M., Lattimer J.M.* // *Astrophys. J.* 1997. V. 478. P. 689.
39. Report on the 1998 HPF Users Group's annual meeting in Porto, Portugal, IEEE Computational Science & Engineering, 5(3). P. 92–93.
40. *Van Riper K.A.* // *Astrophys. J.* 1979. Pt. 1. V. 232.
41. *Wilson J.R., Mayle R.W.* // *Phys. Rep.* 1993. V. 227. P. 97.

Часть IV

КОСМИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ПРОЕКТЫ

ОТ СТАНЦИИ «МИР» К МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ: ИССЛЕДОВАНИЯ ГРАВИТАЦИОННОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И АЛЬТЕРНАТИВ МИКРОГРАВИТАЦИИ

В. С. Авдеевский, В. И. Полежаев

Научный центр нелинейной волновой механики и технологии РАН, Москва

В связи с завершением экспериментов на орбитальной станции «Мир» и переходе к исследованиям на Международной космической станции значительный интерес приобретают концептуальные вопросы механики невесомости, связанные с исследованием физических основ гравитационной чувствительности, требований к микрогравитационной среде и обоснованием будущих экспериментов, в особенности в области космического материаловедения из-за конкуренции со стремительно развивающимися земными технологиями. Итоги отечественных исследований конца 90-х годов, материалы их обсуждения и заключительной дискуссии представлены в трудах VII Российского симпозиума, проведённого в Москве 11–14 апреля 2000 г. [1] и, частично, в журнале «Космические исследования» Т. 39, № 2, 2001, а текущая научно-координационная работа в течение последних лет систематически ведётся в рамках постоянно действующего семинара ИПМ РАН [2]. В данной статье на основе полученных в последнее время результатов параметрических исследований [3] обсуждаются технологические альтернативы невесомости конвекции в методе Чохральского.

1. Общая постановка задачи об исследовании наземных альтернатив микрогравитации при выращивании кристаллов

Задача о наземных альтернативах микрогравитации может иметь множество решений в зависимости от полноты моделей роста кристаллов, которые в большинстве случаев всё ещё недостаточно разработаны, несмотря на многолетние усилия по развитию методов и программных средств для моделирования. При выращивании монокристаллов из расплава указанную проблему можно пояснить на основе гидродинамической модели метода Чохральского [3, 4], представляющей пример многопараметрической гравитационно-чувствительной системы. Результат анализа существенно зависит от характеристики, которую предполагается улучшать при уменьшении силы тяжести. Например, для амплитуды колебаний температур расплава в модели этого метода общий вид управляющей функции в пренебрежении термокапилляр-

ной конвекцией на поверхности расплава [3]

$$A(g_0) = f(\text{Re}, \text{Re}, H/\text{Re}, \text{Re}/\text{Re}, \text{Gr}, \text{Pr}, \gamma_1, \gamma_2),$$

где Re_s , Re_c — числа Рейнольдса вращательных движений кристалла (тигля), Gr — число Грасгофа, Pr — число Прандтля, γ_1 — характеристика граничных условий, γ_2 — характеристика начальных условий.

Анализ наземных альтернатив микрогравитации связан с исследованием нелинейного взаимодействия, температурных осцилляций и гравитационной чувствительности свободноконвективного и вращательного течения расплава в тигле. Предельная характеристика (амплитуда температурных колебаний в условиях теоретической невесомости) не содержит числа Грасгофа и всё ещё имеет достаточно сложный вид (что объясняет трудности поиска её альтернатив)

$$A(g) = f(\text{Re}_s, \text{Re}_c, H/\text{Re}, \text{Re}_s/\text{Re}_c, \text{Pr}, \gamma_1, \gamma_2).$$

Эффективность выращивания однородных монокристаллов в невесомости по сравнению с земными можно определить в количественной форме, сравнивая ту или иную характеристическую величину в условиях микрогравитации (например, макронеоднородность, обусловленная действием конвекции в объёме или микронеоднородность, полагая неоднородность кристалла, обусловленная пульсациями температуры вблизи фронта кристаллизации) с её наземным аналогом, что поясняется ниже на одном из примеров.

2. Роль гравитационных механизмов в наземной модели и альтернативы микрогравитации

Рассмотрим практический пример параметрических исследований, направленных на выяснение наземным альтернативам микрогравитации и требований к микрогравитационной среде при получении однородных кристаллов при взаимодействии тепловой гравитационной конвекции с течениями, обусловленными вращением кристалла 1 и тигля 3 в осесимметричном приближении (рис. 1).

Эволюция температурного поля во времени (рис. 2) демонстрируется на примере, взятом из наземной технологической практики роста монокристаллов арсенида галлия $H = 4$ см, $\text{Gr} = 7,8 \cdot 10^7$, $\Omega_s = 6$ rpm, $\Omega_c = -16$ rpm [3].

На первой стадии процесса, которая при данных параметрах

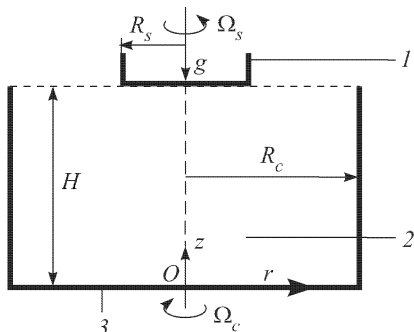


Рис. 1. Схема гидродинамической модели роста кристаллов по методу Чохральского: 1 — кристалл, 2 — расплав, 3 — тигель

характеризуется несколькими секундами, у фронта кристаллизации (имеется в виду его упрощённая модель с плоской фиксированной

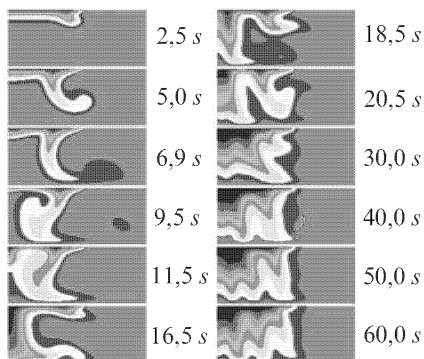


Рис. 2. Эволюция во времени изотерм в расплаве при взаимодействии тепловой гравитационной конвекции и течений, обусловленных вращением кристалла и тигля в земных условиях ($Gr = 7,8 \cdot 10^7$, $\Omega_s = 6$ rpm, $\Omega_c = -16$ rpm). Моделирование в приближении осевой симметрии

гических параметров представляется существенной.

В условиях теоретической невесомости, характеризующейся отсутствием конвекции ($Gr = 0$), W-образная структура полностью исчезает (рис. 3).

Для выяснения природы этого механизма колебаний проведены расчёты при наличии вращения тигля и отсутствии вращения кристалла на поверхности расплава, которые позволили установить, что основной причиной этих колебаний является неустойчивость изотермического течения при вращении тигля, на которую накладывается взаимодействие с тепловой гравитационной конвекцией, что приводит к упоминавшейся W-образной структуре изотерм. Этот вывод подтверждается и прямым расчётом тепловой гравитационной конвекции при вращении кристалла и покоящемся тигле. Отметим, что этот эффект конвективного взаимодействия зависит от высоты расплава и числа Прандтля. Например, в [6] упоминается о стабилизации течения, обусловленного тепловой конвекцией при повышении скорости вращения тигля для параметров, характерных для роста кристаллов кремния, что не подтверждается при данных параметрах (взятых, как упоминалось, из технологической практики роста кристаллов арсенида галлия) как в двумерном (осесимметрическом), так и в трёхмерном приближениях. Более того, при моделировании конвекции в трёхмерном приближении течение, соответствующее упомянутым параметрам, имеет турбулентный характер. Были предприняты специальные усилия для

твёрдой поверхностью) возникают термические, аналогичные тем, которые имеют место при отсутствии вращения. Однако течения в переходном периоде, при котором начинает проявляться действие вращения, а также при большой длительности существенно отличаются от случая, когда действует только тепловая гравитационная конвекция. Наибольшее отличие связано с появлением механизма колебаний, который характеризуется W-образной структурой изотерм в области под кристаллом, хорошо заметной при достаточно большой длительности. Отметим, что хотя на качественном уровне похожие эффекты обсуждались в геофизической литературе (см., напр., [5]), роль конкретных техноло-

того, чтобы, используя двумерную модель, рассмотреть возможность подавления этого типа колебаний уменьшением скорости вращения тигля. При этом найдено, что критическая скорость вращения соответствует 1,5 об/мин, что близко к величине 1,2 об/мин, полученной при исследовании трёхмерной устойчивости изотермического течения, обусловленного вращением тигля.

Предпринято также специальное исследование для того, чтобы в случае взаимодействия тепловой конвекции вращения тигля понизить температурные колебания в расплаве в условиях микрогравитации, уменьшая число Грасгофа до $7,8 \cdot 10^5$. При этом получено, что двумерное течение устойчиво. Результаты расчётов по трёхмерной модели приведены на рис. 4.

При трёхмерном моделировании колебания обнаруживаются, однако структура поля температур в сечении r - z , которая показана вверху рис. 4, близка к той, которая имеет место при отсутствии конвекции (см. рис. 3).

Таким образом, реализация условий микрогравитации, соответствующих даже достаточно большой величине микроускорения $g/g_0 = 10^{-2} \div 10^{-3}$, может быть одним из возможных путей устранения температурных колебаний у фронта кристаллизации, а, значит, и концентрационных микронеоднородностей. Этот вывод может пролить свет на результаты некоторых технологических экспериментов (см., напр., [7, 8]), в которых полосчатая концентрационная неоднородность в выращенных монокристаллах, обусловленная температурными колебаниями, характерными для земных условий, отсутствовала даже при достаточно высоких значениях микроускорения.

В результате моделирования тепловой гравитационной конвекции в тигле при выращивании монокристаллов высокого качества методом Чохральского [3] рассмотрены и продемонстрированы в количественной форме три различных механизма тепловой гравитационной конвекции в тигле, вызванных: а) боковым нагревом; б) охлаждением сверху в связи с ростом кристалла; в) подогревом тигля со дна. Найдены значения критических чисел Грасгофа для возникновения колебаний, обусловленных конвективной неустойчивостью, $Gr_c = 1,5 \cdot 10^8$ для осесимметричного случая и $Gr_c = 2,5 \cdot 10^6$ для трёхмерного случая. Показано, что взаимодействие тепловой гравитационной конвекции и вращения тигля является основной причиной колебаний, имеющих место и в двумерном случае.

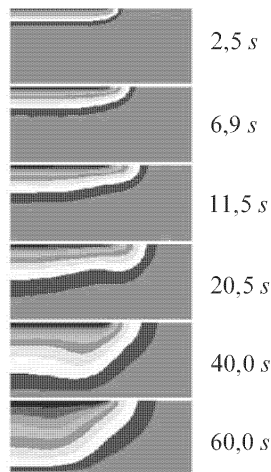


Рис. 3. Эволюция во времени изотерм в расплаве при наличии течений, обусловленных вращением кристалла и тигля в условиях теоретической невесомости ($Gr = 0$, $\Omega_s = 6$ rpm, $\Omega_c = -16$ rpm). Моделирование в приближении осевой симметрии

Следует отметить, однако, возможную неустойчивость в условиях микрогравитации, связанную с конвекцией Марангони и вызываемые этим видом конвекции температурные колебания. Этот вид конвекции

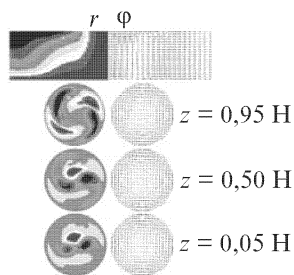


Рис. 4. Структура поля температур (слева) и течения (справа) в методе Чохральского при взаимодействии тепловой гравитационной конвекции и течений, обусловленных вращением кристалла и тигля для условий микрогравитации ($Gr = 7,8 \cdot 10^5$, $W_s = -6$ rpm, $W_c = 16$ rpm). Результаты расчётов на основе трёхмерной модели: *a* — вертикальное сечение в плоскости rz ; *б* — азимутальные сечения на различных расстояниях от дна ($z = 1,00$ соответствует фронту кристаллизации)

не учитывался ввиду того, что при росте кристаллов арсенида галлия поверхность расплава покрывается оксидной плёнкой [3]. Вместе с тем, данные о критических числах Марангони в конфигурации метода Чохральского до недавнего времени отсутствовали. Очевидно, что эти числа должны существенно зависеть от граничных условий на поверхности расплава. Для характерных при росте кристаллов арсенида галлия адиабатических условиях на поверхности расплава критическое значение Mn_c , найденное для параметров международного теста в работе [9], равно $5,8 \cdot 10^5$. При линейном распределении температуры на поверхности расплава Mn_c почти на порядок больше и равно $6,5 \cdot 10^4$.

Эти результаты позволяют сравнить различные способы низкоэнергетических воздействий на расплав при выращивании кристаллов арсенида галлия методом Чохральского для подавления колебаний, таких, как уменьшение скорости вращения кристалла, симметризацию течения и температурного поля (например, с помощью магнитного поля) с эффектом уменьшения интенсивности тепловой гравитационной конвекции в условиях микрогравитации.

Таким образом, основные результаты изучения наземных альтернатив микрогравитации на модели метода Чохральского со-

стоят в том, что для некоторых наземных режимов выращивания монокристаллов GaAs под флюсом (что означает теплоизоляцию поверхности расплава и возможность пренебрежения термокапиллярным эффектом благодаря оксидной плёнке на поверхности расплава) возможна стабилизация колебаний за счёт уменьшения оборотов тигля. Такой эффект может быть получен при уменьшении силы тяжести на 2–3 порядка. В работе [3] рассмотрены и другие способы уменьшения колебаний, альтернативные микрогравитации, например, уменьшение колебаний температуры, обусловленное изменением во времени мощности нагревателя.

Таким образом, вопрос об альтернативах микрогравитации при улучшении тех или иных характеристик материалов в некоторых случаях может иметь решение, нахождение которого, однако, в случае

многопараметрической системы, аналогичной модели метода Чохральского, весьма трудоёмко. Однако имеется явная тенденция к прогрессу в связи с разработкой моделей и методов моделирования с использованием высокопроизводительной вычислительной техники. Для фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем эта проблема также существует, но разработана меньше. Тем не менее именно на пути сравнительного многопараметрического анализа можно продвинуться в обосновании нового этапа технологических экспериментов в условиях микрогравитации и требований к поддержанию микрогравитационной среды на Международной космической станции.

В заключение авторы благодарят В.Г. Косушкина, С.А. Никитина, Н.В. Никитина и М.Н. Мякшину за сотрудничество при выполнении исследований гравитационной чувствительности модели Чохральского.

Список литературы

1. Сб. трудов VII Росс. симп. «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем». — М.: ИПМ РАН, 2001. — 559 с.
2. Полежаев В.И., Сазонов В.В. Механика невесомости и гравитационно-чувствительные системы. Аннотации докладов научно-исследовательского семинара / Под ред. В.В. Сазонова; Препринты ИПМ РАН. 1998. № 622; 1999. № 653; 2001. № 677; 2002. № 708.
3. Бессонов О.А., Косушкин В.Г., Никитин С.А. и др. Конвективная неустойчивость и наземные альтернативы микрогравитации при выращивании кристаллов GaAs методом Чохральского // Сб. трудов VII Росс. симп. «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем» — М.: ИПМ РАН, 2001. С. 404–424.
4. Dupret F., Van Den Bogaert N. Modelling Bridgman and Czochralski Growth // Handbook of Crystal Growth / Ed. by D.T.J. Hurle. 1994. V. 2.
5. Ristorcelli J.R., Lumely J.L. // J. Crystal Growth. 1992. V. 116. P. 447.
6. Kakimoto K., Watanabe M., Egushi M. et al. // J. Crystal Growth. 1993. V. 126.
7. Земсков В.С. Новые научные представления о процессах, сопровождающих направленную кристаллизацию расплавов — итог экспериментов по выращиванию кристаллов полупроводников на космических аппаратах // Сб. трудов VII Росс. симп. «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем» — М.: ИПМ РАН, 2001. С. 34–51.
8. Markov E.V., Antropov V.Yu., Birykov V.M. et al. Materials from Cosmos for Microelectronics // Proc. of the Joint Xth European and VIth Russian Symp. on Physical Sciences in Microgravity, St-Petersburg, Russia, June 15–21. 1997. V. II. P. 11.
9. Polezhaev V.I., Nikitin N.V., Myakshina M.N. Three-Dimensional Stability and Direct Simulation of Thermocapillary Convection in Czochralski model. 1st Conf. Int. Marangoni Association // On Interfacial Fluid Dynamics and Processes in Physico Chemical Systems. — Germany: Castle Rauischholzhausen, 2001. P. 39–40.

КОСМИЧЕСКИЙ ПРОЕКТ «ФОБОС-ГРУНТ»

*В. С. Авдусевский¹, Э. Л. Аким², Э. М. Галимов³, А. В. Захаров⁴,
Р. С. Кремнев⁵, С. Д. Куликов⁵, М. Я. Маров², Г. А. Попов⁶,
Т. М. Энеев²*

¹ Научный Центр нелинейной волновой механики и технологии РАН, Москва

² Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

³ Институт геохимии и аналитической химии им. В. И. Вернадского РАН, Москва

⁴ Институт космических исследований РАН, Москва

⁵ Научно-производственное объединение им. С. А. Лавочкина, Москва

⁶ Институт прикладной механики и электродинамики МАИ, Москва

В основе современной стратегии исследований дальнего космоса лежит использование относительно недорогих аппаратов для решения широкого круга научных задач. Российский проект «Фобос-Грунт», предназначенный для забора образцов пород с поверхности спутника Марса Фобоса и доставки их на Землю, полностью отвечает этим критериям. Проект предусматривает создание космического аппарата (КА) нового поколения, основанного на передовых технологиях. Наряду с решением важных научных задач, включающих изучение реликтового вещества одного из малых тел Солнечной системы — Фобоса и исследования планеты Марс, проект призван продемонстрировать высокую эффективность заложенных оригинальных технических решений: блочно-модульный принцип конструкции, применение электрореактивных двигателей (ЭРДУ), унификация бортовых систем, высокая степень автономии. Обсуждаются задачи и сценарий экспедиции, приводятся основные технические параметры проекта «Фобос-Грунт», массово-энергетические характеристики которого определяются использованием ракеты-носителя среднего класса «Союз-Фрегат» и ЭРДУ. Подчеркивается, что проект «Фобос-Грунт», реализация которого намечена в 2007–2010 гг., обеспечит осуществление долговременной российской программы космических исследований планет, комет и астероидов, а также широкого круга других научных и прикладных задач на основе создаваемого базового модуля космического аппарата.

Введение

На современном этапе, при существующей сложной экономической ситуации в стране и резком сокращении финансирования работ по космосу, необходимы принципиально новые подходы при осуществлении космических программ (Анфимов, 1996; Маров, 1997). Особенно тяжёлая ситуация сложилась к настоящему времени в области исследований дальнего космоса. Лишь один из нескольких запущенных аппаратов частично выполнил поставленную научную задачу. А в 1996 г. запуск аппарата «Марс-96» окончился полной неудачей. В результате отечественная программа планетных исследований оказалась

в глубочайшем кризисе, утратив поддержку как со стороны руководства Российской академии наук и Российского авиационно-космического агентства (Росавиакосмоса), так и со стороны европейских стран, участвовавших в проекте «Марс-96» и потерявших немалые средства, вложенные в создание научных приборов.

Возродить нашу программу планетных исследований, имеющую замечательные традиции и крупнейшие достижения, получившие мировое одобрение, призвана реализация проекта «Фобос-Грунт». Следует подчеркнуть, что хотя основная задача полёта КА «Фобос-2» (проведение исследований при сближении с Фобосом на расстояние до 50 м) не достигнута, были переданы его телевизионные изображения (рис. 1) и получен ряд важных научных результатов. В частности, обнаруженные особенности поверхности Фобоса по данным спектрофотометрических измерений поставили новые вопросы относительно происхождения спутников Марса (Ксанфомалити и др., 1990). Но в первую очередь, неоценим опыт, приобретённый при управлении «Фобосом-2», особенно на заключительной стадии сближения с Фобосом, что несомненно облегчит выполнение значительно более сложной задачи — посадки на поверхность планеты.

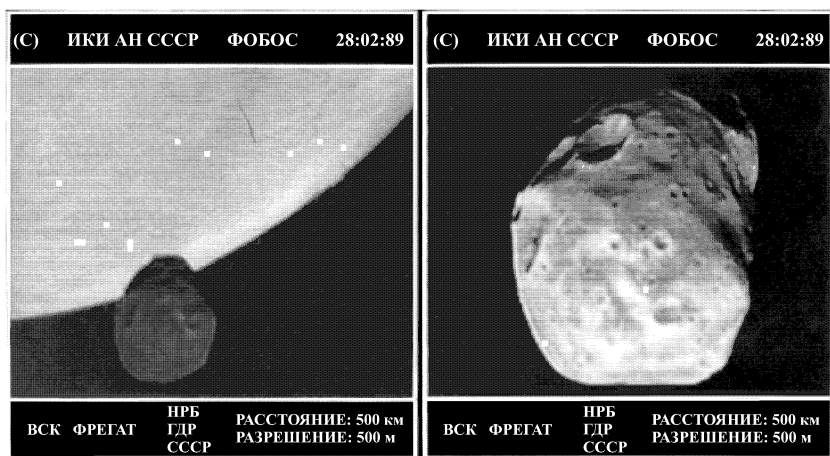


Рис. 1

Проект «Фобос-Грунт» имеет большое самостоятельное значение, а также рассматривается и как необходимый задел для осуществления комплексного плана космических исследований на последующий период, при резком сокращении финансовых затрат. Удешевление процесса создания и запуска аппарата, наряду с использованием новейших технологий, прорывных инженерных решений, существующей технологической и производственной базы и накопленного опыта, служат необходимой основой принципиально новой долговременной программы. Возрождение работ в данной области, пришедшее на смену глубокой

депрессии и разброда после гибели «Марса-96», произошло благодаря усилиям первоначально небольшой группы энтузиастов — представителей ряда ведущих научных и промышленных организаций, в первую очередь, НПО им. Лавочкина, НИИПИМЭ МАИ, ИПМ им. Келдыша РАН, ЦНИИМАШ, ГЕОХИ им. Вернадского и ИКИ РАН. Эта инициатива получила в дальнейшем одобрение и поддержку Совета по космосу РАН, что сделало возможным проведение в полном объёме этапа научно-исследовательских работ и после его окончания в 1998 г. — переход с начала 1999 г. к этапу ОКР и в 2000 г. — к эскизному проектированию, которое было успешно завершено в 2002 г.

1. Научная стратегия

Проект «Фобос-Грунт» закладывается как первая планетная миссия с использованием космического аппарата нового поколения. Он призван решить важные научные задачи по исследованию Марса, в первую очередь, его спутника Фобоса и одновременно продемонстрировать высокую эффективность аппаратов такого класса и заложенных новых технических решений при осуществлении сложных космических программ. Принципиальной основой проекта служит использование передовых технологий, в том числе электрореактивных двигателей малой тяги на основе высокоэффективных солнечных батарей (система *SEP*), модульно-блочного принципа конструирования КА с применением композитных материалов, значительного облегчения и широкой унификации бортовых систем, достижения требуемой автономии при осуществлении операций на разных этапах полёта, обеспечения высокой степени надёжности функционирования отдельных систем и выполнения задачи в целом (Авдудевский и др., 2000).

Выбор в качестве актуальной научной задачи планетных исследований полёта к Фобосу и доставки на Землю образцов пород с этого небесного тела не случаен. Детальное изучение внеземного вещества в условиях земных лабораторий способно дать ответы на принципиально важные вопросы относительно происхождения и эволюции небесных тел и Солнечной системы в целом, и тем самым внести существенный вклад в решение одной из ключевых проблем современного естествознания. Образцы пород с Фобоса представляя особый интерес в силу остающейся до конца не решённой проблемы происхождения спутников Марса (Фобоса и Деймоса): являются ли они реликтовыми телами со времени аккреционной стадии или (что более вероятно) астероидами, позднее захваченными гравитационным полем планеты. В любом случае доставленные образцы станут самыми первыми породами, слагающими астероидоподобное тело. Наряду с этим предполагаемые длительные исследования при помощи комплекса разнообразных инструментов в окрестности Фобоса и на его поверхности дадут важные сведения о его природе, особенностях внутреннего строения и собственного движения, физических условиях околопланетной среды в окрестностях Марса и Фобоса, а также информацию о самом

Марсе при его дистанционных наблюдениях как в процессе сближения КА с Фобосом, так и после старта возвратной ракеты, при помощи оставленного на поверхности модуля с научной аппаратурой.

Таким образом, проект «Фобос-Грунт» находится на самых передовых рубежах науки о Вселенной и удачно вписывается в международную стратегию изучения Солнечной системы. Проект призван дать ответы на ряд вопросов фундаментального научного значения, позволяя вместе с тем избежать дублирования с работами других стран, в частности, с амбициозной широкомасштабной марсианской программой НАСА. Одновременно проект открыт для широкого международного сотрудничества как в части использования инновационных технологий, так и в области совместного проведения научных экспериментов (Marov et al., 2003).

Базовый модуль, создаваемый в рамках проекта «Фобос-Грунт», обладает широкими техническими возможностями, являясь многофункциональным КА. Он обеспечивает решение ряда актуальных научных задач исследования Солнечной системы, в частности, возможность полётов к Юпитеру, к кометам, астероидам главного пояса и астероидам, сближающимся с Землёй. Эти проекты, отвечающие стратегии развития исследований дальнего космоса, удовлетворяют, подобно «Фобос-Грунту», существующим энергетическим ограничениям при использовании носителей среднего класса. Естественно, что технические решения, положенные в основу создания базового модуля, будут в последующем модифицироваться в зависимости от решаемых конкретных задач.

2. Сценарий экспедиции «Фобос-Грунт»

Сценарий экспедиции «Фобос-Грунт», осуществление которой планируется в период 2007–2010 гг., показан на рис. 2. Время запуска КА рассчитывается, исходя из оптимальной даты старта 20.08.07 трёхступенчатой ракетой-носителем среднего класса «Союз» на опорную круговую орбиту высотой ~ 200 км и с наклоном $51,8^\circ$. Разгон с опорной орбиты ИСЗ и двух промежуточных орбит на исходную гелиоцентрическую траекторию с асимптотической скоростью $1,58$ км/с (гиперболический избыток, отвечающий скорости отлёта $V_{\text{esc}} = 3460$ км/с) производится по схеме трёхимпульсного перехода в течение 3–5 суток при помощи разгонного блока «Фрегат» с тягой ~ 2 т и удельной тягой 330 с. Собственный маршевый ЖРД КА с тягой 50 кг и удельной тягой 312 с, работающий на компонентах АТ и гидразин, используется для торможения у Марса, коррекций орбиты ИСМ и выхода на орбиту вокруг Фобоса, а также старта возвращаемого аппарата (ВА) с Фобоса и его перехода с околофобосной орбиты на траекторию полёта к Земле. Идеология такой объединённой ДУ существенно улучшает параметры КА по критерию массы полезной нагрузки.

С целью увеличения полезной массы, космический аппарат, помимо маршевого ЖРД, оснащается электрореактивной двигательной уста-

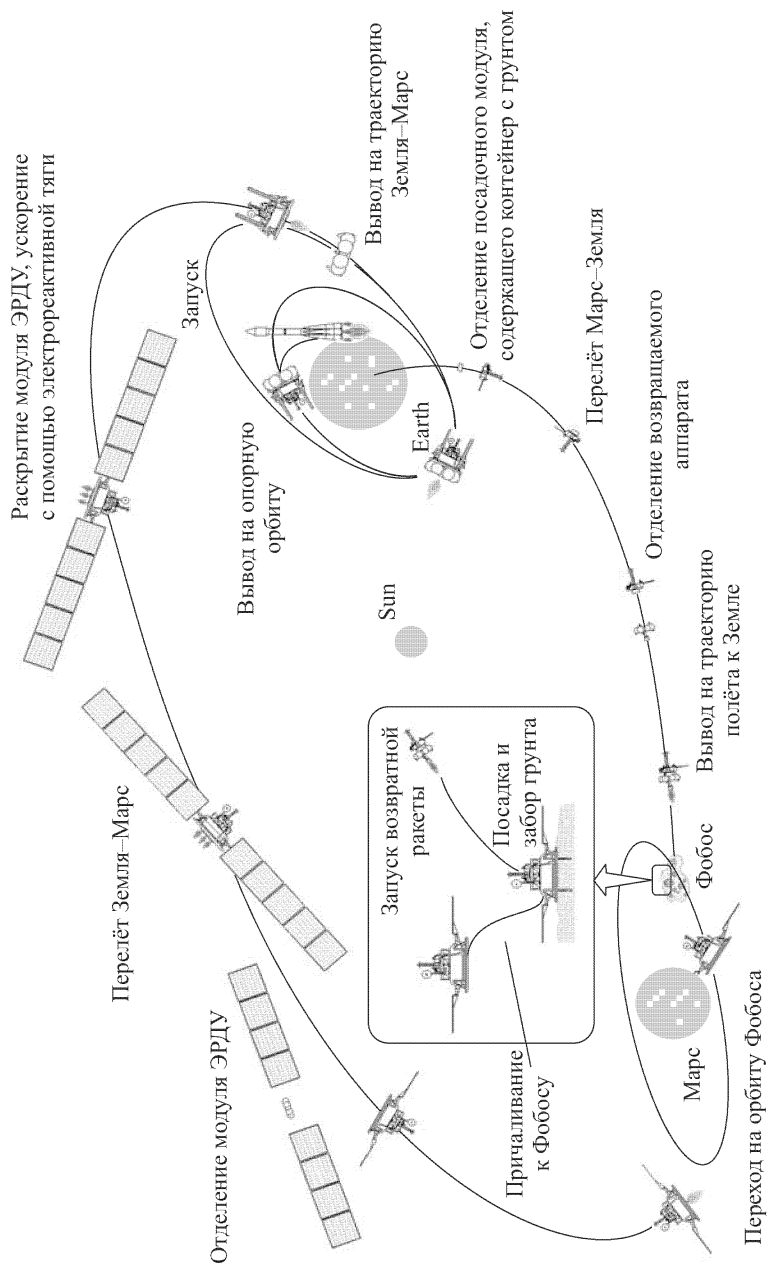


Рис. 2. Сценарий экспедиции «Фобос-Грунт» по доставке на Землю образцов пород со спутника Марса Фобос

новкой (ЭРДУ), работающей на участке перелёта Земля–Марс и отделяющейся от КА при подходе к сфере действия Марса (приблизительно за два месяца до выхода на орбиту ИСМ). В свою очередь, операции по сближению орбитально-перелётного модуля (ОПМ) с Фобосом и посадке на его поверхность осуществляются при помощи координатных двигателей малой тяги (ДМТ), работающих на гидразине. ОПМ остаётся на Фобосе после взлёта ВА и продолжает активную работу на его поверхности не менее трёх месяцев. Наконец, коррекции траектории ВА при полёте к Земле производятся посредством химических ДМТ, одновременно используемых для его стабилизации.

Таблица 1. Основные массово-баллистические характеристики проекта «Фобос-Грунт» на участке перелёта к Марсу

T , сут.	$T_{ст}$	$V_{\infty E}$, м/с	$M_{КА}$, кг	$T_{ео}$, сут.	$V_{\infty M}$, м/с	$M_{Хе}$, кг	M_f , кг	I_{Σ} , кН·с	V_x , м/с	$T_{пр}$
550	01.07.07	1384	2269	362	716	397	1563	7675	947	01.01.09

Время перелёта Земля–Марс в номинальном варианте составляет 850 суток, включая один или два два активных участка на ЭРДУ суммарной продолжительностью до 500 суток. После двухимпульсного торможения КА последовательно выходит сначала на эллиптическую, а затем на круговую орбиту ИСМ (орбиту наблюдения), отличающуюся от орбиты Фобоса по полуоси примерно на 300 км. Последовательное сближение с Фобосом до $40 \div 70$ км осуществляется с использованием квазисинхронных орбит, при этом проводятся уточнённые астронавигационные и траекторные измерения и одновременно дистанционные научные наблюдения Марса и Фобоса.

После причаливания и посадки на Фобос производится комплекс прямых измерений на его поверхности, включая автономный забор образцов грунта при помощи грунтозаборного устройства с глубины до 1,5 м, и через $1 \div 3$ суток старт

взлётной ракеты и разгон ВА на траекторию полёта к Земле. Время перелёта к Земле составляет $9 \div 10$ месяцев, с 4–5 коррекциями траектории, обеспечивающими заданные условия входа в атмосферу Земли, аэродинамическое торможение и посадку возвратной капсулы с грунтом в заданном районе.

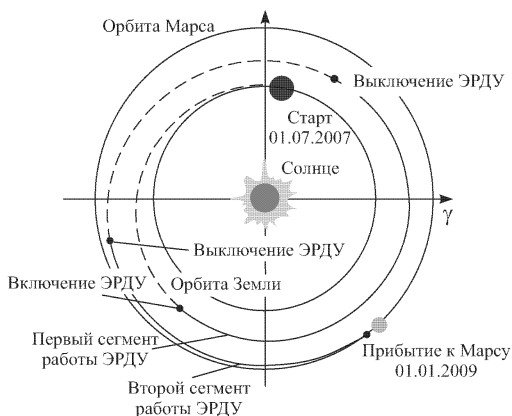


Рис. 3

Начальная масса КА на опорной орбите ИСЗ составляет 7250 кг; масса топлива, расходуемого для разгона от Земли, 4060 кг; масса КА на орбите ИСМ 1880 кг и масса аппарата на поверхности Фобоса 1150 кг. Основные проектно-баллистические характеристики экспедиции, в зависимости от времени работы ЭРДУ, приведены в табл. 1. Здесь T — длительность перелёта Земля–Марс; $T_{\text{ст}}$ — дата старта с промежуточной орбиты спутника Земли; $V_{\infty E}$ — скорость на «бесконечности» при уходе с орбиты Земли; $M_{\text{КА}}$ — начальная масса КА на траектории Земля–Марс; $T_{\text{ео}}$ — суммарное время работы ЭРДУ; $V_{\infty M}$ — скорость на «бесконечности» при подлёте к Марсу; $M_{\text{хе}}$ — масса использованного ксенона; M_f — масса, доставляемая к Марсу (после отделения модуля ЭРДУ); I_{Σ} — суммарный импульс, сообщаемый электрореактивными двигателями; V_x — характеристическая скорость торможения у Марса; $T_{\text{пр}}$ — время прибытия к Марсу.

Использование ЭРДУ является одним из наиболее важных элементов комплекса, принципиально новым в практике межпланетных перелётов (см. с. 535). На ЭРДУ возлагаются две важные задачи: перевод КА с исходной гелиоцентрической орбиты, сформированной при помощи ЖРД, на траекторию полёта к Марсу и выравнивание гелиоцентрической скорости КА со скоростью Марса на момент подлёта к сфере действия планеты. Такой подлёт к планете с малой (порядка $200 \div 400$ м/с) асимптотической скоростью позволяет значительно уменьшить импульс торможения при выходе на орбиту её спутника, реализуемый с помощью ЖРД, так что суммарная характеристическая скорость формирования орбиты наблюдения составляет около 900 м/с. Минимизация тормозного импульса обеспечивается в этом случае также за счёт вывода КА в плоскость, примерно совпадающую с плоскостью орбиты Фобоса и номинальной высотой перицентра подлётной гиперболы, всего лишь на 300 км превышающей высоту орбиты Фобоса. Как показали проектные расчёты, в варианте использования ЭРДУ полезная масса, доставляемая к Марсу при выбранных параметрах траектории, оказывается на 200 кг больше по сравнению с вариантом использования только ЖРД.

Основу ЭРДУ составляет связка из трёх плазменных двигателей СПД-140 с удельной тягой $2100 \text{ г} \cdot \text{м/с}$, работающих от электроэнергии, вырабатываемой панелями солнечных батарей с кремниевыми фотопреобразователями. В качестве рабочего тела ЭРДУ используется ксенон, его потребная масса $M_{\text{хе}}$ варьируется в пределах $320 \div 380$ кг (см. табл. 1). Общая масса ЭРДУ в заправленном состоянии составляет 735 кг, в том числе сухая масса ЭРДУ и солнечных батарей — 315 кг.

Наиболее сложным в сценарии проекта «Фобос-Грунт» является сближение с Фобосом и посадка на его поверхность, частично апробированная, как уже отмечалось, при управлении КА «Фобос-2» в 1989 г. На этом ответственном этапе предусматривается использование совокупности автономных оптических и радиолокационных измерений, включающих серию снимков самого Фобоса при помощи бортового телевизионного комплекса, с целью уточнения параметров движения и гравитационного поля Фобоса, минимизации ошибок прогнозиро-

вания и выбора оптимальной длительности исполнения необходимых манёвров. Использование радиолокационных измерений при помощи приборов бортового радиоконкомплекса в диапазоне высот от 400 км до 10 км, в дополнение к серии телевизионных снимков, значительно повышает полноту состава измерений и тем самым ускоряет процесс обеспечения сходимости (фазирования) орбит КА и Фобоса. На заключительном участке причаливания и посадки аппарат переводится с орбиты ИСМ на поверхность Фобоса с параметрами скорости соударения в пределах $0,5 \pm 0,2$ м/с, с учётом ориентации его продольной оси по отношению к местной вертикали посадочной площадки. Это гарантирует минимальную энергию удара и дальнейшую устойчивость КА на поверхности. При этом необходимо учесть ряд ограничений по выбору точки посадки, предусматривающих её расположение относительно Марса, условия местного рельефа, освещённости, радиовидимости с Земли с территории РФ, а также благоприятные кинематические условия старта ВА с поверхности Фобоса.

По своей сути задача сближения и посадки является задачей терминального управления с ограничениями. Часть этих ограничений можно учесть при формировании начальных баллистических условий сближения, в то время как другую часть необходимо учитывать в алгоритме управления уже в процессе сближения. Поэтому в составе математического обеспечения бортового комплекса управления (БКУ) предусматриваются блоки вычисления полного вектора состояния КА на основе априорной и измерительной информации, модели движения КА относительно Фобоса, краевых задач определения радиальной и трансверсальной скоростей сближения, коррекции прогнозируемой точки посадки и её совмещения с заданной и, наконец, прецизионного торможения непосредственно у поверхности Фобоса. Суммарная расчётная характеристическая скорость для фазирования орбиты, сближения и посадки составляет 246 м/с. Длительность пребывания КА на орбитах ИСМ оценивается в разных схемах перелёта и режимах управления от четырёх до пяти месяцев, а весь этап сближения и посадки на Фобос занимает 1,5–2 часа.

Работа КА на поверхности Фобоса строится, исходя, прежде всего, из возможности обеспечения работы бортовых систем и подзаряда буферной батареи в течение 2,5 часов видимости Солнца на каждом витке орбиты Фобоса с периодом $7^h 39^m$. В штатном режиме функционирования бортовых систем старт ВР с поверхности Фобоса производится на четвёртом витке от пружинных толкателей, при начальной скорости ~ 1 м/с. После этого вначале включаются двигатели стабилизации, а затем двигатель большой тяги. Вывод на траекторию перелёта Марс–Земля происходит по трёхимпульсной схеме, с использованием двух промежуточных орбит ИСМ с периодами 3,3 и 3,0 суток. Суммарная характеристическая скорость разгона ВА к Земле по такой схеме составляет 2,1 км/с. Исходя из условий оптимизации асимптотических скоростей отлёта с Марса и подлёта к Земле выбрана межпланетная траектория второго полувитка, обеспечивающая при продолжительности перелёта 285 сут. прилёт к Земле в период январь–март 2010 г.

Таблица 2. Основные массово-баллистические характеристики проекта «Фобос-Грунт» на участке возвращения к Земле

Время от момента посадки до старта взлётной ракеты, сут.	2
Масса взлётной ракеты, кг	350
Дата старта к Земле	24.04.2010 г.
Характеристическая скорость разгона на траекторию перелёта к Земле, км/с	2,590
Количество коррекций на перелёте Марс–Земля	4–5
Суммарный импульс скорости коррекций на перелёте Марс–Земля, м/с	200–250
Скорость входа в атмосферу Земли (без учёта вращения атмосферы), км/с	11,56
Длительность перелёта до Земли, сут.	285
Дата прибытия к Земле	8.02.2011 г.

(в зависимости от времени старта) и скорость входа в атмосферу на высоте ~ 100 км не более $11,56$ км/с при угле входа $30 \pm 10^\circ$. Основные массово-баллистические характеристики проекта на участке возвращения к Земле приведены в табл. 2.

Полёт ВА в сфере действия Земли происходит по попадающей траектории со стороны северного полушария, с использованием двух заключительных коррекций за 10 сут. и за $12 \div 24$ часа в условиях непрерывной видимости наземными средствами управления до момента входа в атмосферу. При этом диапазон широт района посадки зависит от отклонений по углу входа, а долгота района посадки может быть подобрана с использованием манёвра коррекции на участке подлёта к Земле. Полёт спускаемого аппарата (СА) в атмосфере Земли по баллистической траектории с нулевым аэродинамическим качеством включает участок аэродинамического торможения, на котором скорость уменьшается от гиперзвуковой ($M = 41$) до дозвуковой, и участок парашютного спуска при помощи двухкаскадной парашютной системы, начиная с высоты $19 \div 27,3$ км (параллельно рассматривается также вариант с надувным тормозным устройством).

Для эффективного аэродинамического торможения используется сегментально-цилиндрический корпус СА диаметром $0,4$ м, обладающий высоким коэффициентом лобового сопротивления (C_x (при $M > 5$) = $1,55$), а для парашютирования — последовательно вводимые в набегающий поток при скорости $148 \div 283$ м/с тормозной парашют площадью $0,95$ м² и основной парашют площадью 6 м². Это обеспечивает посадочную скорость в пределах $5,8 \div 6,5$ м/с. Общее время спуска в атмосфере составляет от 1800 до 2300 с, в том числе $45 \div 50$ с на участке аэродинамического торможения и $1750 \div 2250$ с на парашюте, что удовлетворяет требованиям по обнаружению аппарата средствами

поисково-спасательного комплекса. Вся последовательность операций по снижению и посадке СА осуществляется автоматически по командам бортового программно-пиротехнического временного устройства.

3. Устройство и основные параметры КА

Исходя из предварительного анализа конструктивно-компоновочных схем был принят модульно-блочный принцип построения КА (рис. 4), как наиболее соответствующий исходным требованиям оп-

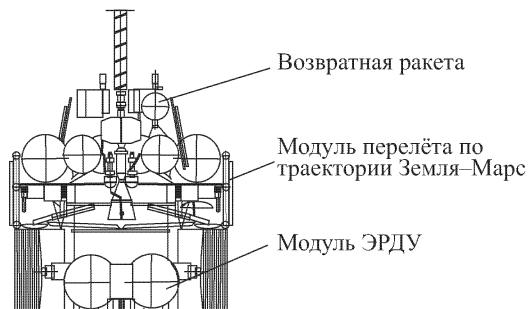


Рис. 4. Общая компоновочная схема КА «Фобос-Грунт»

тимизации и одновременно унификации. Он обеспечивает высокие массово-энергетические характеристики аппарата, а его блоки и модули, обладающие значительной степенью автономности, могут быть использованы для решения других научных и прикладных задач (Авдеевский и др., 2000). Помимо названных выше блоков орбитально-перелётного модуля, ЭРДУ, взлётной ракеты и научного модуля для исследований Фобоса и Марса, в состав КА «Фобос-Грунт» входит ещё сбрасываемый блок топливных баков (СББ) маршевой двигательной установки для выведения КА на межпланетную траекторию. Общий вид КА показан на рис. 5, а его макет — на рис. 6.

Как видно из рис. 5, блок СББ является основой силовой схемы КА. Он представляет собой модернизированный вариант баков АДУ КА «Фобос-2» в виде связки из шести сферических баков, соединённых цилиндрическими проставками. Над ним расположен ОПМ, конструктивной основой которого служит торовый бак, содержащий топливо, необходимое для работы маршевого ЖРД на траектории перелёта и для перевода КА на орбиту ИСМ, близкую к орбите Фобоса. На нём размещены солнечные фотоэлектрические батареи, часть агрегатов ДУ, блоки служебной аппаратуры, блоки системы электроснабжения, астронавигации, антенно-фидерной системы и бортовой кабельной сети, а также телекамера, грунтозаборное устройство, устройство посадки и закрепления на поверхности Фобоса и научный комплекс. На посадочном устройстве размещены двигатели ДМТ системы коррекции и стабилизации и двигатели ТКД системы ориентации.

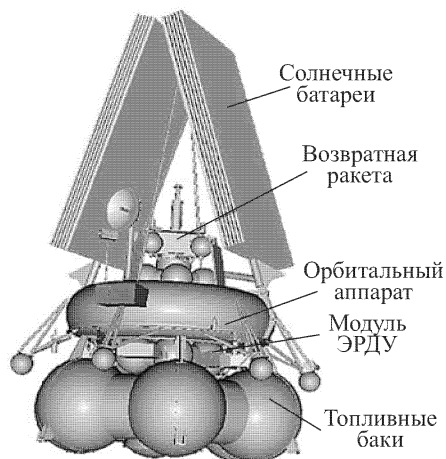


Рис. 5. Общий вид КА «Фобос-Грунт»

При помощи пиропружинных устройств системы отделения к ОПМ крепятся также модули ЭРДУ, ВР и СББ. Модуль ЭРДУ и особенности его функционирования описаны на с. 536. Питание ЭРДУ осуществляется от двух панелей солнечных батарей общей площадью 53,76 м², каждая из которых состоит из шести равных по площади каркасов. Каждый каркас представляет собой трёхслойную сотовую панель, обеспечивающую при минимальной массе максимальную жёсткость. При помощи специального привода панели могут вращаться относительно поперечной оси на угол $\pm 90^\circ$.

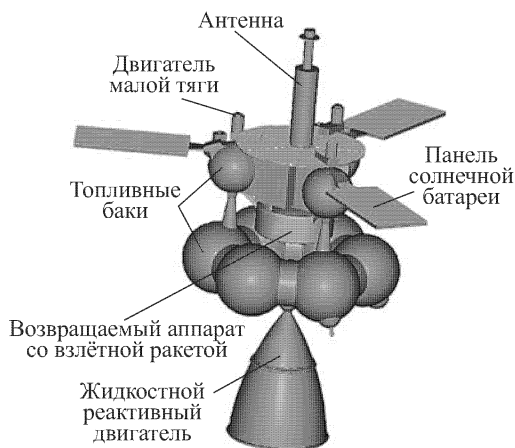


Рис. 6. Макет КА «Фобос-Грунт» со сложенными панелями солнечных батарей

Над ОПМ расположен блок ВР массой 350 кг, конструктивно состоящий из возвращаемого аппарата (ВА), установленного на взлётную ступень массой 270 кг. Она построена по двухступенчатой схеме, обеспечивающей вначале выведение с орбиты ИСМ на траекторию перелёта к Земле, а затем доразгон и осуществление необходимых коррекций. В состав ВР входят ЖРД, блок из шести топливных баков с арматурой и агрегатами ДУ, три ДМТ и система разделения с ВА. Масса последнего (без СА) составляет 68 кг. Он расположен в самой верхней части КА, под сложенными панелями солнечных батарей (см. рис. 4). К его силовой раме, связывающей три топливных бака, крепится ДУ, аппаратура служебных систем, скомпонованная в виде модулей, солнечные батареи и спускаемый аппарат (СА) для размещения возвращаемых образцов грунта. ВА стабилизируется вращением вокруг продольной оси на всех участках полёта от пяти ДМТ, обеспечивающих также проведение необходимых коррекций траектории.

СА, отделяемый от ВА на заключительном этапе экспедиции, имеет массу 12 кг. Таким образом, отношение конечной и стартовой (на опорной орбите ИСЗ) масс составляет $12/7250 = 0,17\%$. СА имеет многослойный корпус, выполненный из термостойких материалов в виде стеклосот, что обеспечивает совмещение функций силовой конструкции, теплоизоляции и теплозащиты. Заданная аэродинамическая форма корпуса вместе с аэродинамическими стабилизаторами обеспечивают требуемые параметры траектории и устойчивость при движении в земной атмосфере. Помимо двухкаскадной парашютной системы, устройствами его ввода и функционирования, СА снабжён демпфером для уменьшения амплитуды колебаний, возникающих при баллистическом торможении. На нём установлены также программно-временное пиротехническое устройство для обеспечения автономного управления при движении в атмосфере и передатчики УКВ-диапазона вместе с химическими источниками тока и антенно-фидерной системой для обнаружения СА. Помимо этого предусмотрено пассивное устройство радиолокационного обнаружения при спуске в виде отражателя, соединённого с основным парашютом. Приёмное устройство для размещения пробы грунта обеспечивает его герметизацию и сохранность на всех этапах экспедиции.

4. Стратегия развития: полёты к астероидам/кометам и другие приложения

Как уже отмечалось, создание базового модуля, лежащего в основе проекта «Фобос-Грунт», открывает возможности осуществления широкомасштабной космической программы исследований дальнего космоса, включающей полёты к малым телам Солнечной системы (астероидам, кометам, спутникам планет), интерес к которым в мире непрерывно растёт. Причина состоит в том, что кометы и астероиды являются носителями реликтового вещества, с изучением которого связано решение наиболее актуальных проблем происхождения и эво-

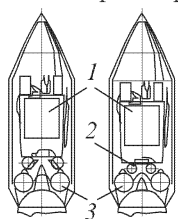
люции Солнечной системы (Маров, 1994). Это нашло своё отражение в программах американского и европейского космических агентств (проекты Galileo, NEAR, Cassini/Huygens, Rosetta), в том числе с использованием ЭРД (Deep Space 1, SMART 1). Одновременно растёт внимание к проблеме астероидной опасности, которую представляет группа астероидов, сближающихся с Землёй (NEO).

Уже на стадии разработки технических предложений по проекту «Фобос-Грунт» было рассмотрено несколько вариантов полётов к астероидам главного пояса, NEO и короткопериодическим кометам. Исходя из существующих энергетических возможностей при использовании ракет-носителей среднего класса и электрореактивных двигателей среди астероидов главного пояса выделены объекты с орбитами, находящимися в пределах ($a = 2,2 \div 2,5$ а.е.; $e < 0,15$; $i < 15^\circ$). При этом оказывается возможным исследовать тела различного состава (см, напр., Tolen, 1989), первичное вещество которых содержит повышенное количество летучих компонентов (типа углистых хондритов, класс C), либо с преобладающим содержанием силикатов (класс S) или металлического железа (класс M). К таким телам относятся следующие астероиды: C (19 Фортуна, 10 Гигея), S (6 Геба, 20 Массалия), M (21 Лютеция); выделен также астероид частично дифференцированного состава 4 Веста (класс U). Большой интерес представляет, в частности, возможность возврата грунта с астероида класса C Фортуна. При этом, согласно расчётам, время экспедиции составит от 2 до 2,5 лет, масса посадочного аппарата $450 \div 525$ кг, а возвращаемого 230 кг. Аналогичные расчёты среди астероидов, сближающихся с Землёй, проведены для астероида 433 Эрос, а среди комет — для короткопериодической кометы семейства Юпитера Компф.

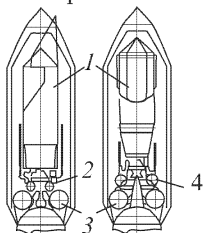
Наконец, открываются перспективы полёта к планетам-гигантам, в первую очередь в систему Юпитера, с целью исследования его спутников. Первостепенный интерес представляет, в частности, один из четырёх галилеевых спутников Юпитера Европа, с учётом предполагаемого под её ледяной корой глубокого водяного океана и наличия в нём органических веществ, перспективных для зарождения жизни. Рассмотренный сценарий предусматривает вывод КА на орбиту вокруг Европы, посадку малой станции и сброс двух пенетраторов для исследований с орбиты ИСЕ и на поверхности. Предварительные оценки позволяют осуществить данный проект с использованием носителя «Союз-Фрегат» и малой тяги, что обеспечивает эффективный доразгон к Юпитеру, в дополнение к гравитационным манёврам (один у Венеры и два у Земли). Суммарное время перелёта составит около 5 лет. Ориентировочная масса КА на орбите Европы ~ 170 кг, масса малой станции ~ 30 кг и масса пенетратора ~ 10 кг.

Важно также подчеркнуть, что создаваемый в рамках проекта «Фобос-Грунт» базовый модуль предполагается использовать в дальнейшем в качестве многоцелевого служебного модуля для решения разнообразных задач. Как показано на рис. 7, на его основе может быть создана широкая гамма космических аппаратов (Авдудевский и др., 2000), в том числе аппаратов для астрофизических

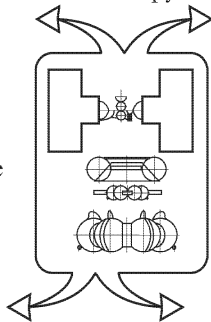
Геостационарные орбиты



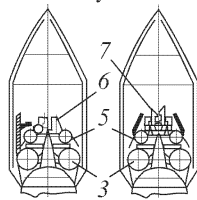
Высокоэллиптические орбиты



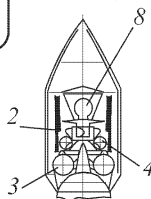
«Фобос-Грунт»



Луна



Солнце



Марс

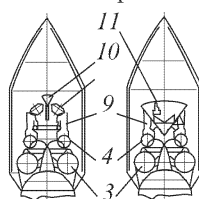


Рис. 7. Варианты использования многоцелевого базового модуля для решения научных и прикладных задач: 1 — космический аппарат; 2 — модуль ЭРДУ; 3 — сбрасываемый блок баков; 4 — торовый бак; 5 — орбитально-перелётный модуль; 6 — взлётная ракета; 7 — луноход; 8 — солнечный зонд; 9 — малая станция; 10 — пенетратор; 11 — десантный модуль

исследований, предусмотренных Федеральной космической программой, ряда проектов для исследований Луны («Луна-Глоб») и Солнца («Солнечный Зонд», «Интергелиос») и решения прикладных задач («Купон-М»).

Такой подход позволяет в полной мере воспользоваться преимуществами унификации блочно-модульных элементов конструкции и служебных систем, повысить степень надёжности их функционирования и, в конечном итоге, значительно экономить средства.

Заключение

Проект «Фобос-Грунт» является первым этапом новой рациональной стратегии исследований дальнего космоса в национальной программе космических исследований, основу которой составляет использование передовых технологий, ЭРДУ, носителей среднего класса и резкое удешевление запусков. Этот проект призван решить важную задачу по доставке на Землю образцов пород с другого небесного тела, что имеет фундаментальное научное значение, и одновременно продемонстрировать эффективность использования малой тяги на основе технологии SEP. Исследования Фобоса позволят дать ответ на вопрос о происхождении спутников Марса, особенностях их физической природы, внутреннего строения и собственного движения, а детальное изу-

чение внеземного вещества внесёт весомый вклад в решение проблемы происхождения и эволюции Солнечной системы.

КА «Фобос-Грунт» является первым аппаратом нового поколения, и его базовый модуль положен в основу разработки и осуществления будущих космических проектов для полётов к планетам и малым телам Солнечной системы, а также для решения широкого круга других научных и прикладных задач. Он удачно вписывается в современную стратегию исследований дальнего космоса и в международные космические программы. Рассмотренные варианты полётов к кометам, астероидам главного пояса, астероидам, сближающимся с Землёй, и спутникам Юпитера удовлетворяют существующим энергетическим ограничениям и отвечают базовой концепции решения крупных научных проблем при ограниченных финансовых затратах.

Список литературы

- (Анфимов, 1996) *Анфимов Н. А.* Развитие исследований в Центральном научно-исследовательском институте машиностроения // Космонавтика и ракетостроение. 1996. Т. 6. С. 31–38.
- (Авдеевский и др., 2000) *Авдеевский В. С., Куликов С. Д., Кремнев Р. С. и др.* Космический проект «Фобос-Грунт»: Основные характеристики и стратегия развития // Космонавтика и ракетостроение. 2000. Т. 19. С. 8–21.
- (Ksanfomality, Moroz, 1995) *Ksanfomality L. V., Moroz V. I.* Spectral reflectivity of the Phobos regolith // *Icarus*. 1995. V. 117. 383–401.
- (Маров, 1994) *Маров М. Я.* Физические свойства и модели комет // *Астрономический Вестник*. 1994. Т. 28, № 4.5. С. 5–85.
- (Marov, 1997) *Marov M. Ya.* Strategies for Solar system studies: A view from Russia // *Conf. Proc. «Solar System Plasma Physics»* / Ed. by F. Manani, N. Ness. — Bologna: SIF, 1997. P. 253–262.
- (Marov et al., 2003) *Marov M. Ya., Avduevsky V. S., Akim E. L. et al.* PHOBOS-GRUNT: Russian Sample Return Mission // *Adv. Space Res.* 2003. В печати.
- (Попов и др., 2003) *Попов Г. А., Обухов В. А., Надирадзе А. Б.* Применение стационарных плазменных двигателей в проекте «Фобос-Грунт» // *Этот Сборник*. — М.: Физматлит, 2003. С. 535
- (Tholen, 1989) *Tholen D. J.* Asteroid taxonomic classification // *Asteroids II* / Ed. by R. P. Binzel, T. Gehrels, M. S. Matthews). — Tucson: Univ. Ariz. Press, 1989. P. 1139–1150.

ПРИМЕНЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ В ПРОЕКТЕ «ФОБОС-ГРУНТ»

Г. А. Попов, В. А. Обухов, А. Б. Надирадзе

Институт прикладной механики и электродинамики МАИ, Москва

Осуществление перелёта космического аппарата (КА) с орбиты Земли на орбиту Марса в проекте «Фобос-Грунт» предполагается с использованием солнечной электроракетной двигательной установки (СЭРДУ). В СЭРДУ входят стационарные плазменные двигатели (СПД), работающие на ксеноне, обладающие электрической мощностью (на орбите Земли) 7,5 кВт. Рассматриваются результаты эскизного проектирования по выбору оптимальной схемы полёта с двигателями малой тяги и основных принципов построения СЭРДУ, а также некоторые проблемы, возникающие в процессе взаимодействия плазменной струи с системами КА.

Введение

Космический проект «Фобос-Грунт» для забора образцов пород со спутника Марса Фобос, осуществление которого намечено в период 2007–2010 гг., разрабатывается в рамках Российской Федеральной космической программы. Научные задачи проекта, основные конструктивные особенности КА, массово-баллистические оптимизационные характеристики и выбранная схема полёта приведены в [1–3, 5]. Предполагается использование ракеты-носителя среднего класса «Союз» и трёхступенчатой ракетной системы для перевода КА с орбиты Земли на орбиту Марса, включающей в себя ЖРД выведения, солнечную электроракетную двигательную установку (СЭРДУ) и ЖРД торможения. ЭРДУ работает от солнечной энергетической установки (СЭУ) мощностью $N_0 = 7,5$ кВт на орбите Земли, из которых до 6,5 кВт расходуются на питание ЭРДУ. Необходимый суммарный импульс тяги СЭРДУ для придания КА приращения характеристической скорости не менее $\Delta V = 3,5 \div 3,8$ км/с составляет $I_T = 7$ МН · с, а время работы двигателей T_d превышает 8 тыс. часов. Применение СЭРДУ примерно вдвое повышает массовую эффективность выведения по сравнению с использованием только химических ракетных двигателей и, в конечном итоге, позволяет применять относительно дешёвую РН среднего класса «Союз» вместо тяжёлого и дорогостоящего носителя «Протон».

Россия занимает лидирующее положение в мире по разработке и использованию ЭРД в составе КА, главным образом, для околоорбитальных манёвров и операций на рабочих орбитах. Постоянное совер-

шенствование технологии всех стадий процесса разработки, изготовления и отработки ЭРД СПД-100 разработки ОКБ «Факел» обеспечили тридцатилетний успешный опыт их использования на отечественных космических аппаратах различного назначения.

Применение ЭРД типа СПД в качестве маршевых двигателей открывает новые перспективы в исследованиях Солнечной системы. Возможность глубокого независимого регулирования тяги и удельного импульса является важным свойством этих двигателей, необходимым при межпланетных перелётах. Вместе с тем полёты в дальнем космосе предъявляют к СЭРДУ дополнительные требования. В частности, в проекте «Фобос-Грунт», по мере удаления КА от Земли, мощность, потребляемая ЭРДУ, падает от начального значения 6,5 кВт до 2,8 кВт, что определяет необходимую глубину регулирования двигателей для поддержания их максимальной эффективности. Возникают также проблемы навигации, связи, длительного воздействия истекающей плазменной струи на элементы конструкции и системы КА.

Результаты построения СЭРДУ на базе СПД-100 приведены в работе [4]. Однако, как показали проектные проработки, для полёта к Марсу лучше подходит по своим параметрам новый двигатель СПД-140, находящийся в настоящее время на стадии наземной отработки. Этот двигатель и выбран для проекта «Фобос-Грунт».

1. СЭРДУ в сценарии полёта к Марсу и конструкции КА

Требования к СЭРДУ определяются из баллистического анализа, цель которого состоит в определении значений режимных параметров двигателей, отвечающих оптимальной траектории полёта.

Ракета-носитель «Союз» выводит КА на незамкнутую траекторию с апогеем 200 км. В апогее производят первое включение двигателей выведения (ДВ), что обеспечивает перевод КА на круговую орбиту с высотой 200 км. Вторым включением ДВ аппарат переводится на промежуточную эллиптическую орбиту с величинами апогея и перигея $r_\alpha = 46,37$ тыс. км и $r_\pi = 6,84$ тыс. км, соответственно, где происходит сброс подвесных топливных баков двигательной установки. Далее, путём третьего включения ДВ, осуществляется выход КА из грависферы Земли с некоторой величиной гиперболического избытка скорости (ГИС) V_0 . Величина и направление ГИС выбираются при расчёте оптимальной траектории на гелиоцентрическом участке перелёта, осуществляемого с помощью СЭРДУ.

С изменением расстояния КА от Солнца электрическая мощность солнечных фотоэлектродпреобразователей (ФЭП) изменяется по закону $N = N_0/r^{1,7}$, где r — расстояние КА от Солнца в астрономических единицах. Следует учесть также снижение мощности солнечных батарей в результате радиационного и иного воздействия на ФЭП ($\approx 5\%$ в год). Из баллистических расчётов вытекают исходные требования к СЭРДУ: необходимость создания тяги в начале траектории отлёта

к Марсу $P = 30 \div 33$ г при располагаемой мощности 6,5 кВт и удельном импульсе $I_{уд} = 2100$ с. Такие параметры могут обеспечить стационарные плазменные двигатели отечественной разработки.

Таблица 1. Параметры оптимальных траекторий на период старта 2007 г.

$T_{ст}$	V_{∞} , м/с	M_0 , кг	T_d , сут.	$T_{д1}$, сут.	$M_{кс}$, кг	$M_{сф\text{ М}}$, кг	I_{Σ} , МН·с	T_n
01.07.07	1384	2269	362	325	397	1563	7,675	01.01.09
15.07.07	1501	2256	365	288	392	1554	7,556	15.01.09
30.07.07	1719	2228	367	229	384	1534	7,358	30.01.09

В табл. 1 приведены результаты расчётов для «коротких» траекторий, хотя возможны и более сложные оптимальные траектории. Здесь для трёх оптимальных дат старта $T_{ст}$ в середине 2007 г. и выбранного основного варианта перелёта с Земли на орбиту наблюдения Фобоса продолжительностью около 550 суток (при которой конечная масса КА M_k оказывается максимальной) показаны значения скорости «на бесконечности» при отлёте от Земли V_{∞} , начальная масса КА на момент его выхода из грависферы Земли M_0 , суммарное время работы ЭРДУ T_d , длительность первого активного участка ЭРДУ, масса израсходованного ксенона $M_{кс}$, импульс тяги ЭРДУ $I_{\Sigma} = \int P dt$, масса КА после отделения блока СЭРДУ $M_{сф\text{ М}}$ и дата подлёта к Марсу T_n .

КА входит в грависферу Марса с величиной ГИС V_k , определяемой в оптимизационных расчётах с учётом затрат массы рабочего тела на торможение аппарата при помощи ЖРД третьей ступени. При входе в грависферу Марса производится отделение СЭРДУ, и последующие этапы сближения с Фобосом и посадки на его поверхность осуществляются с использованием двигателя возвратной ракеты.

Как уже отмечалось, основу ЭРДУ составляют три двигателя СПД-140. В процессе полёта сначала должен быть выработан ресурс первого двигателя, соответствующий расчётному значению импульса тяги 4,5 МН·с, а затем второй двигатель вырабатывает оставшиеся 3,5 МН·с при пониженной потребляемой мощности. Третий двигатель находится в холодном резерве и должен включаться при отказе любого из двух предыдущих. Схематично конструкция ЭРДУ приведена на рис. 1 [4]. Вектор тяги любого из двигателей проходит через центр масс КА, а сами двигатели установлены на двухступенном поворотном устройстве. Компоновочная схема размещения основных блоков ЭРДУ на КА показана на рис. 1, а общий вид двигателя СПД-140 и блока ксеноновых баков — на рис. 2. Управление поворотным устройством осуществляется бортовым вычислительным комплексом, обеспечивающим дискретный угловой разворот двигателя от номинального положения в пределах $\pm 5^\circ$.

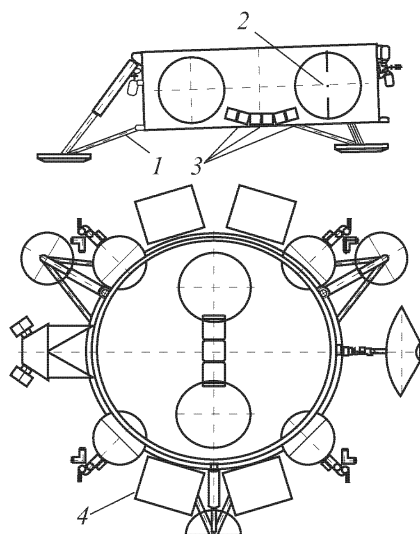
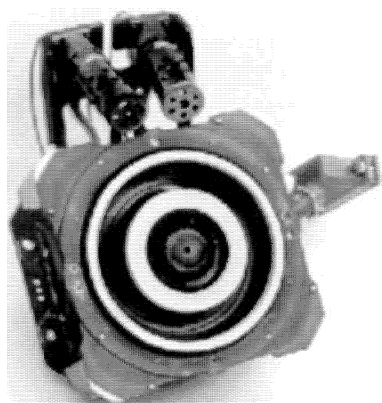
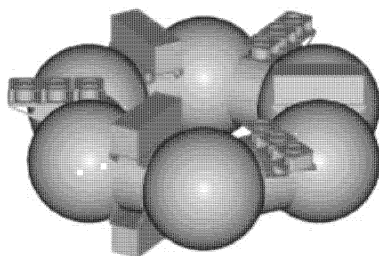


Рис. 1. Схема ЭРДУ на базе двигателей СПД-140: 1 — корпус, 2 — баки с ксеноном, 3 — три двигателя СПД-140, 4 — блоки системы электропитания



а



б

Рис. 2. Общий вид двигателя СПД-140 (а) и блока ксеноновых баков (б)

2. Проблемы взаимодействия плазменной струи с системами КА

В комплексе задач при отработке двигателей СПД-140 важное место отводится подтверждению ресурса во всём диапазоне изменения мощности и изучению влияния плазменной струи ЭРДУ на элементы конструкции и системы КА. Для проведения этих исследований необходимо разработать и установить на КА при его отработке и в полёте приборы, способные дать пространственную картину распределения потоков заряженных и нейтральных частиц в околоаппаратном пространстве. Проект «Фобос-Грунт» предоставляет уникальную возможность экспериментального исследования процессов, обуславливающих взаимодействие плазменной струи ЭРДУ с КА в условиях более чем 500-суточного полёта. При этом на формирование параметров «собственной внешней атмосферы» не будет оказывать влияние работа двигателей других типов или земная атмосфера. Создание столь чистых условий в лабораторных исследованиях практически невозможно. Ниже рассмотрены основные факторы влияния струи СПД на системы КА и даётся их предварительная оценка.

Силовое воздействие струй обусловлено торможением периферийной части потока ионов на поверхностях тех элементов КА, которые попадают в зону потока. В результате такого воздействия появляются возмущающие усилия и моменты. Результаты расчёта показывают, что даже при потребляемой мощности 6,5 кВт результирующий импульс не превышает 0,25 % от значения тяги ни по какой из осей аппарата и не оказывает влияния на траекторию полёта КА. Влияние же возмущающего момента будет парироваться отклонением вектора тяги двигателя за счёт поворота карданной подвески в пределах 1° .

В свою очередь, фактор ионного распыления не играет существенной роли в отношении механических повреждений элементов конструкции КА. Гораздо важнее, что распылённое вещество с поверхностей КА может осаждаться на других рабочих поверхностях, изменяя тем самым их функциональные характеристики. В то же время, если загрязняемая поверхность подвержена воздействию струи, то осаждённое вещество может повторно распыляться и при этом возможна частичная очистка поверхности.

Расчёты скоростей эрозии и осаждения проводились для конфигурации КА «Фобос-Грунт» при использовании СПД-140. В качестве наиболее критического случая рассматривался вариант работы двух крайних двигателей, оси которых отклонены от оси КА на угол 16° . Основными элементами, подверженными эрозии, являются опорные ноги посадочного модуля КА. Рис. 3 иллюстрирует уровень загрязнения продуктами ионного распыления поверхностей солнечных батарей (СБ). Ожидаемая максимальная скорость может достигать 300 ангстрем. Такая толщина может существенно снизить прозрачность защитного стеклянного покрытия СБ и привести к локальному изменению энергоотдачи.

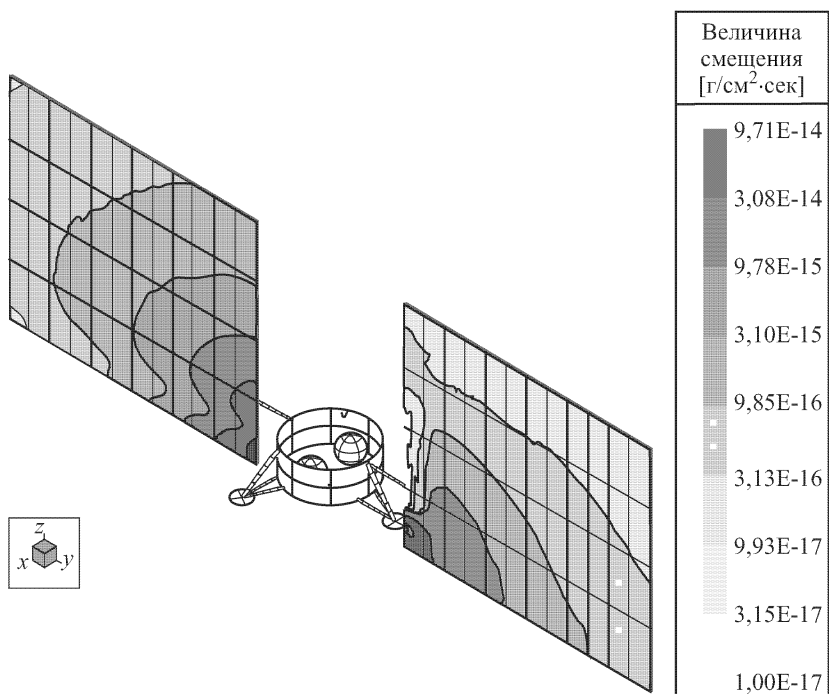


Рис. 3. Загрязнение солнечных батарей продуктами эрозии

Влияние плазменной струи на радиосвязь в полёте обусловлено как частичным отражением или поглощением электромагнитных волн при их прохождении через струю, так и высоким уровнем собственных плазменных частот, излучаемых струей. При полёте в межпланетной среде взаимное расположение струи и узконаправленной приёмопередающей антенны оказывается самым неблагоприятным: невозможно избежать прохождения передаваемого и принимаемого радиосигналов через плазменную струю. Был подробно изучен спектр электромагнитного излучения плазменной струи СПД-100 и обнаружено, что наиболее высокий уровень излучений приходится на диапазон частот $1,8 \div 6$ ГГц и что он быстро падает в область более высоких частот. Можно ожидать поэтому, что поскольку работа радиокomплекса КА «Фобос-Грунт» планируется на частотах около 8 ГГц, влияние шумов из струи будет достаточно слабым.

Обнадёживающим является также опыт полёта в дальнем космосе американского аппарата с ионным двигателем «Дип спэйс-1» (Deep space-1). Даже в ситуациях, когда радиосигнал проходил непосредственно через струю ионного двигателя мощностью $0,5 \div 2,5$ кВт [6, 7], проблем взаимодействия радиосигнала и струи не возникло. Тем не менее следует отметить, что исследование вопросов электромагнитной

совместимости ЭРДУ с радиокомплексом КА в наземных испытаниях в полном объёме затруднено и слабо обеспечено методически. В дальнейшем необходимо получить подробную информацию о радиофизических свойствах струи СПД-140 в наземных условиях, а также в процессе его лётной эксплуатации. Изучение данной проблемы в ходе осуществления полёта будет также представлять несомненный интерес.

Заключение

Проект КА «Фобос-Грунт» с ЭРДУ нового поколения целиком основан на отечественных разработках. Применение ЭРДУ для перелёта КА «Фобос-Грунт» с орбиты Земли на орбиту Марса является необходимым условием для обеспечения доставки аппарата массой не менее одной тонны. Сравнение отечественных плазменных двигателей нового поколения СПД-100 и СПД-140 показало, что применение СПД-140 предпочтительно в целях упрощения функциональной схемы ЭРДУ и повышения надёжности выполнения программы. Расчётные оценки факторов воздействия плазменной струи на системы КА указывают на важность этой проблемы и необходимость разработки диагностических средств контроля основных факторов взаимодействия струи с аппаратом в процессе полёта.

Авторы выражают благодарность коллегам из НПО им. С.А. Лавочкина, ИПМ РАН им. М.В. Келдыша и МАИ, вносящим огромный вклад в разработку проекта «Фобос-Грунт» и в разрешение обсуждаемых в данной статье проблем.

Работа выполнена при поддержке Российского аэрокосмического агентства и РФФИ (проект 00-15-99025).

Список литературы

1. *Авдеевский В. С., Куликов С. Д., Кремнев Р. С. и др.* Космический проект «Фобос-Грунт»: Основные характеристики и стратегия развития // Космонавтика и ракетостроение. 2000. Т. 19. С. 8–21.
2. *Авдеевский В. С., Аким Э. Л., Галимов Э. М. и др.* Космический проект «Фобос-Грунт» // Этот Сборник. — М.: Физматлит, 2003. С. 520.
3. *Аким Э. А., Галеев Э. М., Кремнев Р. С. и др.* Планетная программа России и проект «Фобос-Грунт» // Изв. вузов.
4. *Попов Г. А., Обухов В. А., Константинов М. С. и др.* Применение электроракетной двигательной установки в проекте «Фобос-Грунт» // Фунд. прикл. пробл. космонавтики. 2001. 2001. № 2. С. 26–31. Северно-Кавказский регион. Ест. науки. Спецвыпуск. С. 13–19.
5. *Marov M. Ya., Avdeevsky V. S., Akim E. L. et al.* PHOBOS-GRUNT: Russian Sample Return Mission // Adv. Space Res. 2003. В печати.
6. *Obukhov V. A., Popov G. A., Kim V. et al.* Propulsion for the Phobos-Soil mission // Paper IAF-0-S. 4.05. — Rio-de-Janeiro, Brasilia, 2000.
7. *Popov G. A., Obukhov V. A., Konstantinov M. S. et al.* Development of electric propulsion system based on SPT-140 for «Fobos-Soil» mission // Paper IAF01-Q-03.B. 05. — Toulouse, France, 2001.

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ОТЕЧЕСТВЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ

В. С. Авдеевский, М. З. Мухоян, В. П. Осипов, В. П. Шалимов

Научный центр нелинейной волновой механики и технологии РАН, Москва

Настоящий обзор, в котором обсуждаются достижения отечественных учёных за более чем 30-летнюю историю фундаментальных и прикладных исследований по космическому материаловедению и технологии и рассмотрены основные тенденции и актуальные проблемы их развития, друзья и коллеги М. Я. Марова посвящают его юбилею. Разносторонность интересов Михаила Яковлевича, его широкая эрудиция, заинтересованное сотрудничество, умение выделить главное как в постановке задачи исследований, так и в анализе полученных результатов, в формулировании выводов всегда помогали, помогают и, надеемся, будут помогать деятельности нашего общего научного коллектива.

Введение

Уникальные особенности условий полёта космических аппаратов (КА) стимулировали широкое проведение фундаментальных исследований и прикладных экспериментов по получению новых материалов в невесомости (микрогравитации). Советскими и российскими учёными за 30 лет проведено свыше 1000 экспериментов. Получено огромное количество результатов по выращиванию различных полупроводниковых кристаллов, стёкол, новых сплавов, композиционных материалов. Разработано разнообразное специальное оборудование, создан ряд уникальных печей. Выявлено важное влияние микроускорений в технологическом процессе. Разработаны оригинальные системы для их демпфирования. Практически появилась и развивается новая область науки — механика невесомости. Вместе с тем остаётся много проблем, для решения которых необходимо обобщить и критически сопоставить полученные экспериментальные и теоретические данные. Без такого обобщения планирование дальнейших исследований неэффективно и экономически не оправдано, а выдача рекомендаций по целенаправленному получению материалов в невесомости невозможна. Не случайно в работе [1], подводившей итог первых двух космических десятилетий, в том числе началу работ по космическому материаловедению, подчёркивалось, что «... надо в первую очередь тщательно

изучить особенности соответствующих физико-химических процессов, убедиться в экономической целесообразности перехода от экспериментальной стадии к промышленной».

Научные основы физики и механики невесомости, работ по материаловедению и технологии в новых уникальных условиях были заложены в [2–4]. Результаты исследований, выполненных на борту различных КА, регулярно обсуждались на многочисленных отечественных [5–11] и зарубежных научных форумах. Наиболее детально современные проблемы механики невесомости и космических технологий обсуждались в ходе работы Совместного X Европейского и VI Российского симпозиума «Physical Sciences in Microgravity», Петербург, 1997 г. [10] и VII Российского симпозиума «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем», Москва, 2000 г. [11]. Такое внимание к обобщению результатов предыдущих исследований в значительной степени обусловлено тем, что в настоящее время идёт формирование программы научных работ на Международной космической станции (МКС). Составление долгосрочных программ этих работ должно опираться на результаты уже осуществлённых экспериментов. Изучение и критическое сопоставление проведённых исследований и экспериментов по получению разнообразных материалов в условиях микрогравитации систематически проводится авторами на протяжении последних 25 лет, что нашло отражение в целом ряде публикаций [2–4, 12–16]. В настоящее время авторы работают над созданием информационно-аналитической системы (ИАС) с банком данных (БД) по физике и механике невесомости. ИАС должна обеспечивать систематизацию экспериментов по направлениям исследований, по применяемым технологиям, аппаратуре и др., а также обладать удобным и лёгким для пользователей доступом ко всем данным. Создание ИАС поможет уменьшить риск ошибок и выбора тупиковых направлений исследований, позволит выявить наиболее важные фундаментальные результаты уже выполненных работ, сформулировать тенденции их развития и на этой базе выработать обоснованную программу исследований как на беспилотных космических аппаратах, так и на российском сегменте МКС.

1. Основные результаты исследований по состоянию на конец 2002 г.

За прошедшие годы накоплен большой опыт проведения работ в невесомости и получено много научных и технических результатов, важных как с точки зрения фундаментальных наук, так и практики. В результате этих исследований сформировалось новое научное направление — физика и механика невесомости, или микрогравитации, как называют теперь практические гравитационные условия на борту КА, включающие действие различного рода микроускорений, обусловленных влиянием внешней среды на движущийся по орбите

КА, а также действием различных внутренних возмущений из-за работы двигателей управления и других механизмов на борту КА, из-за деятельности экипажа и др.

При получении материалов из жидкой фазы (например, из расплава, раствора или раствора в расплаве) гидромеханика и тепло-массоперенос в жидкости в условиях микрогравитации в большинстве случаев определяющим образом влияют на технологические процессы, например, на кристаллизацию и затвердевание. Существенно ослабляются многие физические процессы, отрицательно влияющие на получение на Земле особо чистых, однородных веществ, главным образом те, которые связаны с естественной конвекцией. Кроме того, в жидкой фазе в невесомости становится заметным ряд физических и гидродинамических явлений, не имеющих значения на Земле в условиях воздействия силы тяжести и вызванной ею гравитационной конвекции, но оказывающих определяющее влияние при микрогравитации. Основное из этих явлений — поверхностное натяжение на межфазных границах жидкость–газ, жидкость–жидкость и жидкость–твёрдое тело. При практическом отсутствии силы тяжести поверхностное натяжение определяет капиллярные эффекты: форму поверхности раздела, краевые углы и др., а зависимость поверхностного натяжения от температуры и/или концентрации примеси приводит к возникновению в жидкости конвективных течений, вызываемых капиллярными силами, — конвекции Марангони (термокапиллярной и концентрационно-капиллярной). Этот тип конвекции в условиях микрогравитации при наличии свободных межфазных границ в большинстве случаев является преобладающим, однако микроускорения — остаточные, вращательные (включая изменения угловой скорости), ускорения Кориолиса, вибрационные и др. — также могут существенно влиять на поведение жидкостей и процессы получения материалов.

В условиях микрогравитации проявляются особенности и других физических явлений, например, таких, как парообразование и конденсация, горение, фазовые переходы второго рода и др. Поэтому наряду с научными и прикладными исследованиями по космическому материаловедению и технологии проводятся фундаментальные работы по физике и гидродинамике микрогравитации.

К основным результатам гидромеханики в условиях микрогравитации следует отнести проведённое в реальном масштабе времени изучение комплекса сложных явлений тепло-массопереноса в жидких средах (например, связанных с поверхностным натяжением), влияющих на процессы затвердевания и кристаллизации.

Главными итогами исследований непосредственно в области космического материаловедения и технологии можно считать подтверждение возможности получения ряда материалов в условиях космического полёта и изучение методов и особенностей процессов их получения, а также возможности использования некоторых достижений в земных технологиях.

К числу таких результатов, полученных при выращивании кристаллов полупроводниковых материалов в условиях микрогравитации, начиная с 1975 г., относятся следующие.

1. Установление возможности получения легированных и нелегированных кристаллов широкого круга материалов (германий, антимонид индия, арсенид галлия, теллурид кадмия и многие другие) из расплава методами направленной кристаллизации (НК, методом Бриджмена и бестигельной зонной плавки), из раствора в расплаве (методом движущегося нагревателя), из паровой (газовой) фазы методами физического и химического газового транспорта (выращивание объёмных кристаллов и эпитаксиальных плёнок).

2. Установление зависимости образования макро- и микронеоднородностей в монокристаллах, выращенных различными методами, от величины и направления микроускорений, действующих на борту КА.

3. Обнаружение неожиданного явления — отрыва расплава от стенок ампулы в экспериментах по НК на высотных ракетах и на пилотируемых орбитальных станциях. Это явление может быть использовано, например, для выращивания кристаллов в космосе методом Бриджмена без контакта со стенками ампулы, что позволяет получать монокристаллы с высоким совершенством структуры. Кроме того, изучение физических причин этого явления открывает перспективу создания условий такого бесконтактного роста кристаллов и на Земле.

4. Обнаружение нового явления — быстрой кристаллизации образцов германия и кремния (со скоростью до $7 \div 10$ мм/мин), позволившей получить монокристаллы при экспериментах по НК на высотных ракетах.

К основным результатам исследований по другим материалам можно отнести следующие.

1. Обнаружены новые фазы в сплавах ряда магнитных и других материалов.

2. Обнаружено образование крупных сферических образцов с регулярной дендритной структурой при бесконтейнерной кристаллизации металлов (медь, серебро) в экспериментах на высотных ракетах. В этих экспериментах впервые наблюдалось явление переохлаждения при образовании крупных (~ 1 см) кристаллов.

3. Методом самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС) получены специальные образцы с пористостью, почти на порядок превышающей пористость земных образцов.

4. На основе серии практически важных для обеспечения пожаробезопасности экспериментов по изучению процессов горения, выполненным на ПКК «Мир», разработана модель турбулентного горения в невесомости, что представляет фундаментальный интерес и для теории турбулентности, в условиях отсутствия земной конвекции.

5. Получен ряд особо чистых биопрепаратов, в том числе $\alpha 1$ -ти-мозина, используемых в качестве эталонных при производстве лекарственных иммуноактивных препаратов.

6. Выделены фракции штаммов-продуцентов биологически активных веществ (например, сельскохозяйственного витамина флавомицина, amino- и протолитических ферментов и др.) с повышенной в несколько раз активностью.

7. Найден режимы образования структурно совершенных гелей, из которых получены кристаллы цеолитов с размерами, существенно большими, чем у земных аналогов.

Перечисленные результаты были получены в экспериментах как на пилотируемых космических комплексах (ПКК) «Союз–Аполлон», «Салют 4–7», «Мир», так и на автоматических КА — ИСЗ типа «Фотон», а также на высотных ракетах.

В экспериментах на ПКК «Союз–Аполлон» установлено, что влияние микроускорений, действующих на борту КА, и в особенности составляющей, поперечной к направлению кристаллизации, приводит к существенной макронеоднородности кристаллов, выращиваемых из расплава методом Бриджмена. На долговременных орбитальных станциях (ДОС) — ПКК типа «Салют» — были получены во многих случаях первые результаты в области физики и механики невесомости. Например, при исследовании явлений в жидкости впервые систематически наблюдалось подавление гравитационной конвекции и развитие капиллярных типов конвекции, изучались различные методы управления интенсивностью термокапиллярной конвекции, а также движение газовых пузырей в жидкости и их устойчивость. Кроме того, были успешно опробованы различные методы кристаллизации из расплава (НК, объёмная кристаллизация, с затравкой и без затравки, выращивание кристаллов заданной формы и др.). Большинство таких экспериментов было выполнено на ДОС «Салют-6». В ряде случаев получены кристаллы с улучшенной структурой по сравнению с наземными кристаллами-аналогами, так как условия роста, по видимому, контролировались, в основном, диффузионным механизмом переноса. При этом полученные результаты зачастую были лучше, чем результаты последующих аналогичных экспериментов на ПКК «Мир» благодаря более «чистым» условиям микрогравитации ДОС типа «Салют».

Из работ, выполненных на ПКК «Мир», следует отметить эксперименты на установках «Галлар» и «Кратер-В» по выращиванию полупроводниковых кристаллов (в том числе методом химического газового транспорта), позволившие, например, получить монокристаллы арсенида галлия и оксида цинка с параметрами (удельное сопротивление, подвижность носителей заряда, плотность дислокаций, термическая устойчивость), намного лучшими, чем у земных аналогов. Существенными были также результаты исследований на ПКК «Мир» в области гидромеханики (капиллярные типы конвекции, движение жидкости с включениями пузырей и частиц и др.). Из наиболее интересных в этом направлении следует отметить эксперимент «Дакон» (датчик конвекции) для изучения конвекции и её чувствительности к микроускорениям в различном диапазоне частот, а также первый

эксперимент с пылевой плазмой в невесомости¹⁾, в котором были обнаружены упорядоченные структуры макрочастиц («плазменный кристалл», см. [11]). Наиболее перспективными в практическом отношении были работы на ПКК «Мир» по созданию защиты против вибраций — высокочастотных микроускорений, сказывающихся на физических явлениях в жидкой фазе и отрицательно влияющих на процессы выращивания кристаллов. Виброзащитная платформа ВЗП-1 К, созданная на основе результатов предыдущих экспериментов по изучению микрогравитации как новой технологической среды для получения материалов, позволяла выращивать кристаллы на установке «Кратер-ВМ» в условиях подавления вибраций с частотой более 1 Гц в 10–100 раз, а также проводить другие эксперименты. К сожалению, работы на ПКК «Мир» были прекращены в связи с её ликвидацией.

На автоматических ИСЗ «Фотон» были получены важные результаты при изучении проблем выращивания монокристаллов полупроводников, затвердевания металлических сплавов, а также в области биотехнологических исследований. Например, впервые методом беситгельной зонной плавки в космосе были получены монокристаллы полупроводников (германий, легированный галлием и сурьмой, антимоноид галлия, легированный теллуром, антимоноид индия, легированный теллуром). Впервые в условиях космического полёта для выращивания монокристаллов (теллурид кадмия и др.) был использован метод движущегося нагревателя. В экспериментах изучалось также влияние магнитного поля (постоянного и вращающегося) на качество кристаллов.

Сравнительно благоприятные гравитационные условия ИСЗ типа «Фотон» (средняя величина микроускорений с частотами менее 1 Гц порядка $10^{-5}g_0$, где g_0 — ускорение силы тяжести на Земле) позволили обнаружить ряд новых эффектов. Например, в монокристаллах антимоноида индия, легированных теллуром, обнаружено аномальное поведение примесного канала, объясняемое установленной впервые гравитационной чувствительностью такого фундаментального ростоого явления, как эффект грани. Эксперименты по выращиванию монокристаллов германия, легированного галлием, впервые явно продемонстрировали зависимость эффективного коэффициента распределения примесей от первоначальной концентрации примесей в исходном кристалле. В кристаллах, выращиваемых методом Бриджмена, была впервые обнаружена так называемая «шейка» — область роста кристалла без контакта со стенкой ампулы.

Естественно, что не все эксперименты по выращиванию кристаллов на борту космических аппаратов были успешными. Некоторые из них, в особенности в начальный период, носили характер «проб и ошибок». На результаты многих экспериментов повлиял повышенный уровень микрогравитации (в основном, на борту ПКК «Мир» — ввиду изменения условий его ориентации в связи с использованием гироскопов

¹⁾ Эксперименты в этом направлении были продолжены на МКС.

системы гироудинов). На качестве анализа результатов сказывалось то, что микрогравитационные условия на борту КА не контролировались¹⁾, а уж данных по измерению микроускорений в ходе выполняемых экспериментов вплоть до последнего времени вообще не имелось. Регулярное изучение микрогравитационной обстановки на ПКК «Мир» началось только в конце 90-х годов, а на ИСЗ типа «Фотон» — только с полётов «Фотон-11» (1997 г.) и «Фотон-12» (1999 г.), и то благодаря, главным образом, иностранным системам измерений микроускорений²⁾.

По космической биотехнологии проведено в общей сложности более 150 экспериментов на борту пилотируемых и автоматических КА, включая суборбитальные ракеты. Из них более 80 — на ПКК «Салют-7» и «Мир». Следует подчеркнуть, что по данной тематике научные публикации очень скудны. Частично это можно объяснить тем, что полностью удачными считаются около 25 % проведённых экспериментов. Причиной такой высокой доли неудачных экспериментов сами авторы считают:

- недостаточную наземную отработку аппаратуры и методик проведения опытов;

- трудность в учёте влияния непредсказуемых факторов полёта в период проведения опытов.

Кроме того, имели место случаи ошибок операторов, а также порча биоматериалов в результате изменения сроков проведения экспериментов в космосе и нарушений условий транспортировки.

Серьёзной причиной недостаточности более подробной информации о проведённых экспериментах является имевшая место практика описания опытов и их результатов в закрытых отчётах. В доступных публикациях, как правило, приводятся обобщённые описания и результаты исследований серий однотипных экспериментов, что могло привести к потере существенных особенностей в ходе проведения конкретного опыта.

Технические эксперименты. На космическом корабле «Союз-6» в 1969 г. были проведены первые эксперименты на аппаратуре «Вулкан» по изучению процессов сварки и резки металлических образцов в условиях длительной невесомости. Эксперименты были тщательно подготовлены, о чём свидетельствует отработка аппаратуры и методик работы, проведённая не только в лабораторных условиях на Земле, но и на борту летающей лаборатории-самолёте ТУ-104 А. На основе

¹⁾ Отдельные измерения микроускорений, в основном вибрационных, выполнялись на ПКК «Салют-6», «Салют-7» и «Мир», а также на ИСЗ типа «Фотон». Измерения низкочастотных (менее 0,1 Гц) микроускорений на «Фотонах» начались с полёта «Фотон-8» в 1992 г.

²⁾ Регулярное изучение микрогравитационной обстановки развёрнуто в настоящее время на МКС, но только на американском сегменте. Через Интернет эти результаты доступны всем пользователям. В США создана система обслуживания постановщиков экспериментов (PIMS).

этих и последующих экспериментов была создана штатная технология сварки и резки в космосе, которая используется на борту ПКК.

Однако если об экспериментах по сварке и резке металлов на аппаратуре «Вулкан» имеются исчерпывающие сведения, то, например, по использованию процессов полимеризации для изготовления изделий в невесомости (эксперимент «Лотос») в данный момент имеются сведения только рекламного характера.

Большинство технических экспериментов в период 1978–1985 гг., выполнявшихся на борту пилотируемых КА (ДОС, ПКК), имело целью изучение воздействия факторов космического пространства (вакуум, электромагнитная радиация, корпускулярные потоки, микрометеоритные удары и др.) на конструкционные материалы, изучение развёртывающихся конструкций различного типа, а также измерение вибраций, в основном, конструкционных элементов КА. В последнее время в совокупности с техническими экспериментами по измерению микроускорений, проводится изучение микрогравитационной обстановки КА различных типов в расширенном диапазоне частот — от остаточных микроускорений (частоты менее $0,1 \div 0,01$ Гц), определяемых по показаниям датчиков угловых скоростей, до высокочастотных вибраций.

Результаты, особо ценные для практического использования в наземных технологиях. Из таких результатов можно отметить следующие.

1. Особо чистые биопрепараты $\alpha 1$ -тимозина использовались в качестве эталонов при производстве на Земле иммуноактивных лекарственных препаратов.

2. Эксперименты в невесомости позволили:

- оперативно найти метод обработки поверхности тиглей для выращивания в земных условиях высококачественных монокристаллов полупроводников (германий, арсенид галлия);

- оптимизировать тепловые узлы некоторых наземных установок для производства полупроводниковых монокристаллов;

- оптимизировать комбинированное влияние постоянного и переменного магнитных полей на процесс получения полупроводниковых монокристаллов на Земле;

- получить новые знания о влиянии конвективных течений в жидкой фазе, в том числе под действием малых массовых сил гравитационной и/или инерциальной природы, на макро- и микронеоднородности в поперечных сечениях кристаллов, выращиваемых из расплава методами НК.

К сожалению, практически все достижения космических исследований не были востребованы отечественной промышленностью в силу её общего состояния в настоящее время, а также из-за необходимости серьёзных вложений для разработки земных технологий на базе результатов космических экспериментов. Однако за рубежом используются некоторые результаты работ по космической технологии. Например, в США, судя по зарубежным публикациям, полученные в космосе латексные шарики продавались для калибровки электронных микро-

скопов. За рубежом неожиданно прекратились публикации по результатам биотехнологических экспериментов в космосе, хотя известно, что такие эксперименты продолжаются. Специалисты делают заключение о возможности важных открытий и необходимости их засекречивания.

2. Создание информационно-аналитической системы с банком данных по исследованиям в области космического материаловедения и технологии

В связи с изложенным в предыдущем разделе назрела необходимость рассмотреть и провести анализ всех выполненных до настоящего времени работ, систематизировать их по направлениям, выявить тенденции исследований в потоках информации по каждому из этих направлений, выделить те исследования, которые могут получить в перспективе практическое или фундаментальное значение и разработать концепцию проведения дальнейших работ. Для этого необходимо создать информационно-аналитическую систему (ИАС) с единым банком данных (БД) по выполненным исследованиям в данной области, доступную широкому кругу учёных и специалистов, работающих в указанных направлениях. К настоящему времени разработаны функциональная схема ИАС, показывающая логическую связь её элементов, формализованное представление о предметной области системы, иерархическая классификация научных работ по основным направлениям исследований (глубина иерархии может достигать десяти уровней, на самом нижнем располагается информация о конкретной исследовательской работе). Создан демонстрационный макет ИАС, предназначенный для отработки на ПЭВМ алгоритмов хранения, поиска и обобщения информации о предметной области [13, 14].

В БД создаваемой ИАС включена информация о подавляющем большинстве экспериментальных исследований, выполненных на пилотируемых орбитальных станциях «Салют-5», «Салют-6», «Салют-7» и «Мир», на автоматических ИСЗ серии «Фотон», а также на высотных ракетах. Эта информация в ряде случаев ещё не совсем полна из-за отсутствия необходимых сведений в открытой печати и ограниченности доступа к информации, имеющейся только в отчётах и служебных документах организаций, ответственных за постановку и проведение космических экспериментов. Тем не менее эта информация отражает практически все научные публикации, которые удалось найти на данный момент, и поэтому достаточно репрезентативна, пригодна и полезна в плане возможных запросов потенциального пользователя, в том числе для статистической обработки и анализа.

Несколько сложнее обстоит дело с имеющейся в настоящее время в БД ИАС информацией о теоретических исследованиях в области космического материаловедения и технологии, точнее, с выборкой из огромного количества доступных научных публикаций. Круг работ, которые могут иметь отношение к этой тематике, очень широк: на-

чиная от общих работ по физике твёрдого и жидкого состояния, по механике жидкости и газа в приложении к задачам, связанным с различными методами получения материалов, по теории затвердевания и кристаллизации и вплоть до расчётов конкретных технологических задач и их отдельных аспектов. Поэтому на данном этапе создания ИАС, в целях более полного отражения указанной информации в будущем, в описание предметной области на самом первоначальном уровне (наряду с разделением работ на теоретические и экспериментальные исследования) включены современные монографии и материалы научных мероприятий (конференций, симпозиумов, семинаров и др.), проведённых в период 1980–2002 гг. На данный момент в БД ИАС помещена репрезентативная выборка из работ, связанных с проблемами космического материаловедения и технологии, рассматривавшимися, главным образом, в наиболее значимых монографиях и на научных конференциях последних лет.

3. Основные тенденции развития экспериментальных исследований

Существующий макет ИАС уже сейчас позволяет провести предварительный анализ по направлениям исследований, по периодам времени их проведения, по космическим аппаратам (КА), по использованной аппаратуре. Результаты предварительной статистической обработки совместно с экспертными оценками позволяют сделать ряд существенных выводов о тенденциях развития экспериментальных работ по космическому материаловедению и технологии [15, 16].

По времени проведения экспериментов. Золотой век отечественных экспериментальных исследований приходится на период 1978–1985 гг., т. е. на время работы ДОС «Салют-6» (4,5 года) и в меньшей степени — «Салют-7» (3 года). Несмотря на определённую неполноту и недостаточную подробность доступной информации по экспериментам на ПКК «Мир», можно утверждать, что за более длительный период его эксплуатации насыщенность программы работ по космическому материаловедению и технологии на ПКК «Мир» оказалась значительно ниже, чем на ДОС «Салют-6». Например, после первых лет (1987–1989 гг.) довольно интенсивной эксплуатации технологических установок «Галлар» и «Кратер-В», находившаяся на борту ПКК «Мир» с 1996 г. технологическая аппаратура «Кратер-ВМ», разработанная и выполненная на самом современном уровне, установленная для изоляции от вибраций на виброзащитной платформе ВЗП-1 и предназначенная для получения полупроводниковых кристаллов большого диаметра, включалась только 1 раз (!) и то не для эксперимента по росту кристалла, а только для проведения теста с вибрациями.

По направлениям исследований. Основным направлением отечественных экспериментальных работ по космическому материаловедению и технологии, начиная с экспериментов на ДОС «Салют-6», было и остаётся выращивание кристаллов полупроводников. При этом из

большого разнообразия материалов, использованных в экспериментах в 80-е годы, в результате, так сказать, «естественного отбора» наибольшее распространение получили модельные материалы, такие, как германий (Ge), легированный различными примесями, антимонид индия, легированный теллуром (InSb:Te), а среди материалов, имеющих наибольшее практическое значение, — арсенид галлия (GaAs), теллурид кадмия (CdTe) и др. Отметим, что за последнее десятилетие удельный вес экспериментов по выращиванию кристаллов полупроводников несколько снижается по сравнению с другими направлениями, однако это происходит на фоне общего спада активности космических исследований в России, и в настоящее время статистическая обработка не позволяет выделить основную причину этой тенденции. Более глубокий анализ информации, в том числе и имеющейся в БД ИАС, даёт возможность сделать вывод, что такой причиной прежде всего должен быть обнаруженный ещё в 1975 г. и всё более подтверждаемый в последние годы факт, что снижение низкочастотных (остаточных) микроускорений даже до уровня $g \sim 10^{-6} \div 10^{-7} g_0$ не устраняет макроскопическую неоднородность распределения компонентов (и примесей) в кристаллах. Этот вывод находит подтверждение в усилении относительной роли как экспериментальных, так и теоретических исследований не только влияния невесомости на процессы выращивания кристаллов, но изучения количественной зависимости явлений тепло-массопереноса в жидкой фазе от величины и направления микроускорений, действующих на борту КА.

В докладе на IX Национальной конференции по росту кристаллов НКРК-2000, сделанном профессором А. А. Черновым, работающим теперь в НАСА, прозвучала информация, что в США практически потерял интерес к выращиванию объёмных неорганических кристаллов в космосе и что программа НАСА ориентирована на выращивание кристаллов протеинов, причём основное внимание уделяется получению возможно большего количества разнообразных белков.

Из тенденций, характерных для других направлений отечественных экспериментальных исследований по космическому материаловедению и технологии, отметим следующие:

- практически полностью отсутствуют работы по металлам и сплавам, начиная с 1985 г.;

- начиная с 1982 г. прекратились эксперименты по стёклам;

- на уровне примерно 10 % от числа экспериментов по выращиванию кристаллов полупроводников стабильно удерживаются физико-химические эксперименты по изучению и получению гелей, цеолитов, полимеров (заметим, что и за рубежом, и в России — на Земле — наряду с интересом к получению кристаллов белков растёт интерес и к кристаллизации полимеров);

- наблюдается явная тенденция к росту числа и разнообразия экспериментов по физике (физика и механика жидкости, определение диффузионных коэффициентов и др.), технических и биотехнологических экспериментов.

По методам получения материалов, включая внешние воздействия. Основными методами, используемыми в период 1975–1996 гг. в экспериментах на КА по получению материалов, являются методы НК из жидкой фазы, а именно, метод Бриджмена и метод бестигельной зонной плавки (БЗП) при кристаллизации из расплава и метод движущегося нагревателя (МДН) при кристаллизации из раствора в расплаве. Анализ описаний экспериментов, содержащихся в БД ИАС, показывает, что для будущих работ в этом направлении в космосе метод Бриджмена и МДН более перспективны, чем БЗП. Перспективность методов выращивания кристаллов в условиях микрогравитации определяется, в основном, не техническими преимуществами, а *возможностями устранения или, наоборот, использования внешних воздействий.*

Сама микрогравитационная обстановка на борту КА, где проводятся любые работы, представляет собой целый спектр естественных внешних воздействий, среди которых следует разделять влияние низкочастотных (менее 0,01 Гц) остаточных и вибрационных (с частотами более 0,01 Гц) микроускорений. Для получения положительных результатов при выращивании кристаллов необходимо минимизировать естественные внешние воздействия.

Минимизация воздействия низкочастотных микроускорений представляет наибольшие трудности. Желаемого эффекта можно достичь при размещении технологической аппаратуры (печей) в центре масс КА с соблюдением направления кристаллизации навстречу вектору остаточных микроускорений. Подобные благоприятные условия для выращивания однородных кристаллов полупроводников вряд ли могут быть созданы на борту таких сложных пилотируемых комплексов, как космические станции «Мир» и МКС и даже на больших многоцелевых автоматических КА. Наиболее предпочтительно размещать установки (печи) для НК на специально разработанных для этой цели свободно летающих (может быть, время от времени обслуживаемых) спутниках, на которых должен быть обеспечен уровень остаточных микроускорений не выше $10^{-7} g_0$ (см., напр., в [11]).

Для практического подавления эффектов высокочастотных вибраций уже на настоящем этапе исследований и в России, и за рубежом технологическая аппаратура устанавливается на виброзащитные платформы. При этом более простые и дешёвые пассивные методы защиты от вибраций (платформа ВЗП-1, Россия) позволяют достаточно надёжно исключить влияние возмущений с частотами более $0,1 \div 1$ Гц, тогда как для компенсации колебаний с частотами $0,01 \div 0,1$ Гц требуется использовать методы активной защиты, то есть компенсации влияния вибраций. При планировании зарубежных экспериментов на МКС наблюдается тенденция широкого применения виброзащиты активного типа, причём на виброзащитные платформы будут устанавливаться не отдельные экземпляры аппаратуры, а целые стойки с местами для размещения любой аппаратуры.

Однако в исследованиях по выращиванию кристаллов часто используют и искусственные внешние воздействия — вибрации с задан-

ной частотой и амплитудой, постоянное или переменное (вращающееся) магнитное поле и др., рассчитывая с их помощью получить более плоскую форму фронта кристаллизации, что должно положительно сказаться на качестве получаемых кристаллов. В экспериментах по выращиванию CdTe на ИСЗ «Фотон» и материалов подобного типа на Земле с использованием вращающегося магнитного поля при МДН, а также при численном моделировании этих экспериментов, получены определённые указания на улучшение некоторых параметров выращенных кристаллов.

Применение таких воздействий практически означает создание вынужденной конвекции, интенсивность которой намного превышает и естественную гравитационную конвекцию, и конвекцию капиллярных типов. По сути дела, это методы интенсивного перемешивания расплава, которые издавна широко и успешно применяются в ряде земных технологий. При этом не следует упускать из вида, что наличие конвекции любого типа неминуемо ведёт к макронеоднородности распределения компонентов в поперечных сечениях выращиваемого кристалла, а если присутствуют или искусственно создаются колебания температуры, неминуемо также возникает полосчатая неоднородность (полосы роста).

К внешним воздействиям на жидкую фазу относятся также методы покрытия поверхности жидкой зоны в БЗП и МДН особой плёнкой, препятствующей развитию конвекции капиллярных типов. За рубежом были проведены успешные эксперименты по выращиванию кристаллов кремния методом БЗП с покрытием поверхности расплава оксидной плёнкой. Однако широкому распространению таких методов воздействия препятствуют значительные технические и технологические трудности, возникающие при подборе материалов подобных плёнок, поскольку они не должны реагировать с основными используемыми материалами.

В последнее десятилетие на основе теоретических работ по вибрационной конвекции, т. е. конвекции, представляющей собой осреднённое течение в объёме жидкости под действием вибраций определённого типа, возникла тенденция использовать как в космосе, так и на Земле вынужденные вибрационные воздействия на жидкую фазу при выращивании кристаллов, что, по мнению авторов таких работ, должно улучшить качество выращиваемых кристаллов. В наземных условиях такие воздействия применяют в экспериментах по выращиванию кристаллов методом Чохральского, а в космосе выполнены пробные эксперименты по выращиванию из раствора модельного кристалла NaNO_3 с вибрационным перемешиванием за счёт колебаний внешнего твёрдого тела, помещённого в жидкость. Однако сказанное выше о роли любых конвективных течений в создании неоднородностей в кристаллах справедливо и в этом случае, поэтому в ближайшее время трудно ожидать больших успехов от использования вынужденных вибрационных воздействий.

При использовании метода Бриджмена в условиях минимизации естественных и искусственных внешних воздействий есть основания

рассчитывать, что скорости течения в жидкой фазе, определяемого слабой термогравитационной конвекцией, могут быть уменьшены настолько, что тепломассоперенос в расплаве будет приближен к диффузионному, и в результате распределение компонентов в выращенном кристалле будет близким к однородному. Кроме того, метод Бриджмена в условиях микрогравитации позволяет использовать преимущества роста кристаллов без контакта со стенками ампулы, не опасаясь существенного влияния капиллярных типов конвекции (конвекции Марангони), сильно перемешивающих жидкую фазу при наличии свободной поверхности жидкости, как это имеет место при МДН и БЗП. Отметим, что при использовании МДН свободная поверхность и температура жидкой фазы существенно ниже, чем при БЗП, в результате чего конвективные течения слабее и неоднородности в выращенных кристаллах меньше.

В последнее десятилетие наземные эксперименты по выращиванию кристаллов из тонких слоёв расплава (так называемые ОФТ-методы), при которых роль естественной гравитационной конвекции уменьшается за счёт значительного снижения отношения длины области расплава к её диаметру, в совокупности с численным моделированием показали, что эти методы имеют перспективу применения и в космических условиях, поскольку там относительное снижение роли гравитационной конвекции будет ещё заметнее. Однако в этом случае для подачи расплава в зону кристаллизации используется вынужденная конвекция, которая, как было показано выше, приводит к возникновению неоднородностей в поперечных сечениях выращиваемых кристаллов.

По методам исследования. В исследовательских экспериментах наблюдается тенденция к использованию прозрачных модельных сред (органические жидкости, водные растворы и смеси с использованием спирта, глицерина, масел и др.), что позволяет применять прецизионные методы диагностики, такие как интерференционные теневые и голографические методы.

По технологической и исследовательской аппаратуре. Основной тенденцией развития работ является создание автоматизированной аппаратуры, отличающейся стабильными рабочими режимами, большей точностью поддержания значений заданных параметров работы, надёжными системами управления.

Нагревательные блоки современных печей, как правило, обладают возможностями программируемого изменения температуры нагревателей, обеспечивающими неподвижность контейнера с исследуемым материалом при изменении теплового поля; средствами защиты от вибраций (размещение на виброзащитной платформе либо наличие собственных виброгасящих узлов), а также средствами создания, при необходимости, вынужденных вибраций заданной частоты и амплитуды; средствами измерения положения фронта кристаллизации (ультразвук или метки электрическим током). Примерами аппаратуры такого типа являются установки «Галлар», «Кратер-В», «Кратер-ВМ», «Изумруд» разработки НИИ «Научный центр» (Москва, Зеленоград), а также «Полизон», «Зона-4П» разработки КБОМ (Москва). Заме-

тим, что основной тенденцией остаётся создание не аппаратуры для промышленного производства, а аппаратуры для проведения экспериментов на образцах сравнительно небольших размеров, требующей не слишком высокого уровня энергопотребления.

Современные тенденции создания исследовательской аппаратуры заключаются в использовании прецизионных методов диагностики, в основном интерференционных теневых и голографических методов.

По космическим аппаратам. Основная тенденция наземной подготовки космических экспериментов, проявляющаяся в нарастании информации, докладываемой на разнообразных научных конференциях, — это, безусловно, эксперименты, планируемые для проведения на Международной космической станции (МКС). Вместе с тем следует отметить и другую положительную тенденцию — интерес к продолжению исследований на автоматических КА — ИСЗ типа «Фотон» и высотных ракетах, которые обеспечивают более низкий уровень микрогравитационной обстановки на борту.

Что касается ПКК «Мир», то здесь следует повторить содержащийся в п. 1 вывод о практическом «провале» работ по космическому материаловедению и технологии. Причин такого «провала» несколько:

- экономические трудности страны, соответственно, Росавиакосмоса, РКК «Энергия» и НИИ «Научный центр» (постановщик аппаратуры и экспериментов);

- широкое предоставление всех ресурсов для проведения зарубежных экспериментов, начиная с 1991 г., что также является следствием экономических трудностей;

- недостаточность энергетических ресурсов на борту ПКК.

Кроме того, интенсивные исследования микрогравитационной обстановки на борту ПКК «Мир», выполненные в 90-е годы в большой степени и по зарубежным программам, показали, что эта обстановка вряд ли способствовала получению кристаллов высокого качества. Данный вывод, несмотря на отрицательный характер, является одним из наиболее существенных результатов технологических исследований на ПКК «Мир». Прекращение существования ПКК «Мир» лишает отечественных исследователей на длительный срок перспектив экспериментальных работ по космическому материаловедению и технологии на пилотируемых КА, так как ввод в эксплуатацию Российского сегмента (РС) МКС с необходимым для этих работ обеспечением электроэнергией задерживается.

4. Основные тенденции развития теоретических и комплексных исследований

Статистическая обработка информации о теоретических работах в БД ИАС из-за недостаточной её полноты пока не проводилась, но основные тенденции развития работ можно сформулировать по экспертным оценкам, сделанным по результатам научных конференций.

Наиболее актуальными, в масштабах мировой науки, в настоящее время являются проблемы механики невесомости и фундаментальные исследования гравитационно-чувствительных систем. Современные работы по гидромеханике и процессам тепломассопереноса в условиях микрогравитации охватывают широкий круг направлений экспериментов. Они включают не только задачи, связанные с получением неорганических материалов, но и биотехнологические проблемы, механику жидких сред в состояниях, близких к критической точке, околокритические явления, ряд вопросов фундаментальной физики и механики и др.

Основные достижения отечественных исследований по гидромеханике и процессам тепломассопереноса в жидкостях применительно к условиям микрогравитации связаны с экспериментами на ПКК «Мир», выполненными в контролируемых условиях полёта по новой методике и завершившимися созданием баз данных, содержащих количественные сведения о движении станции и об измеренных микроускорениях наряду с характеристиками процессов и измерительных ячеек (эксперименты серии «Дакон» и «Алис»). Анализ и интерпретация указанных экспериментов выполнены с помощью математических моделей на основе приближения Буссинеска в двух- и трёхмерном случаях, а также на основе ряда моделей сжимаемого газа, включая случай околокритической жидкости. Развитие таких моделей составляет одну из основных тенденций развития современных теоретических исследований.

Основные достижения современных исследований физических основ гравитационной чувствительности систем связаны с тенденцией к совместному комплексному анализу экспериментальных и теоретических результатов, полученных, главным образом, отечественными учёными. Эти результаты в настоящее время являются самыми новыми, они практически важны для перспективных работ по выращиванию кристаллов, и в этом направлении необходимо продолжать исследования для развития новых знаний.

1) Начиная с 1975 г., в экспериментах Института металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН (ИМЕТ РАН) по выращиванию кристаллов ряда полупроводниковых материалов методами НК расплавов на КА «Аполлон–Союз», «Салют–6–Союз» и автоматических ИСЗ типа «Фотон» установлена чрезвычайно высокая чувствительность макросегрегации легирующих примесей в поперечных сечениях кристаллов, примесной неоднородности канального типа и формы фронта кристаллизации к величине (вплоть до $10^{-6} \div 10^{-7} g_0$) и направлению остаточных микроускорений, действовавших на расплав во время НК. Такая высокая гравитационная чувствительность сегрегации была подтверждена также в экспериментах за рубежом на КА «EURECA» и «Shuttle».

2) К настоящему времени специалистами по гидромеханике, в том числе в Институте проблем механики РАН, разработаны методики и комплексы программ для достаточно надёжного и обладающего удовлетворительной для практических целей точностью численного

моделирования основных характеристик полей течений, температуры и концентрации в жидких средах. Развиваемые в гидромеханике представления о пространственных эффектах конвекции в расплавах — о концентрационных и температурных неоднородностях, о возникновении несимметрии и колебаний — не только помогают интерпретировать результаты исследований микро- и макронеоднородностей в монокристаллах, выращиваемых методами НК в условиях микрогравитации, но и в принципе позволяют предсказывать ожидаемые результаты при изменении условий тепломассопереноса в расплаве. Развивается численное моделирование для ряда процессов выращивания кристаллов на конкретных установках, в том числе и на наземных. Недостатком работ по численному моделированию является отсутствие вычислительных программ, которые могли бы позволить решать задачи о выращивании кристаллов в трёхмерной постановке с учётом воздействия сил (микроускорений), имеющих составляющую, поперечную направлению кристаллизации, а также с учётом реальных эффектов кристаллизации (задача Стефана).

3) В результате выполненного в ИМЕТ РАН анализа установлено, что для подавляющего большинства проведённых до сих пор экспериментов по выращиванию кристаллов полупроводников из расплава методами НК основные характеристики материалов, параметры и режимы экспериментов не сильно различаются, что приводит к близости гидродинамических критериев подобия систем. На основе такого анализа и указанных выше представлений о пространственных эффектах конвекции в расплавах можно ожидать, что явления гравитационной зависимости сегрегации в поперечных сечениях кристаллов будут заметны вплоть до значений числа Рэлея $Ra < 0,01$.

Описанная выше тенденция совместного комплексного анализа экспериментальных и теоретических результатов работ по проблемам, связанным с выращиванием кристаллов, наиболее целенаправленно прослеживается в отечественных исследованиях, начиная с 1975 г. В настоящее время эта тенденция находит подтверждение и в зарубежных работах по выращиванию кристаллов, а также в формировании широкой программы исследований ESA на МКС по изучению влияния величины и направления вектора низкочастотных (остаточных) микроускорений на конвективные течения, возникающие в жидкости при таких воздействиях.

Полученные знания могут послужить основой разработки рекомендаций для практического использования в земных условиях.

Заключение

Выводы о тенденциях развития отечественных работ по космическому материаловедению и технологии, сделанные по результатам статистической обработки и анализа описаний экспериментов, включённых в БД ИАС, как и следовало ожидать, не противоречат выводам на основе заключений экспертов. Именно это позволяет считать, что создаваемая ИАС с БД уже сейчас обеспечивает достоверность

аналитических исследований, выполняемых на её основе, и что разрабатываемые для ИАС методы автоматизированной статистической обработки информации также позволят получать достоверные аналитические результаты.

В заключение целесообразно привести следующие рекомендации по дальнейшему развитию исследований в области космического материаловедения и технологии, разработанные на основании обсуждений, проведённых на VII Российском симпозиуме «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем», а также на основании анализа информации, заложенной в БД.

1) В части теоретических исследований необходимо дальнейшее развитие трёхмерных буссинесковских и небуссинесковских систем математического моделирования. Последние дадут, например, возможность всестороннего анализа и интерпретации наземных и космических экспериментов с сильно неравновесной пылевой плазмой с целью получения плазменных кристаллов.

2) Для исследований по физике жидкостей на будущих КА нужно разработать перспективные комплексы аппаратуры для измерений и управления рабочими параметрами эксперимента на современном уровне. Такими комплексами могут быть «Ингол» и «БКФИ» (бортовой комплекс фундаментальных исследований), использующие методы голографической интерферометрии и др.

3) В части комплексных исследований проблем получения неорганических материалов, в частности, выращивания кристаллов полупроводников, для практического осуществления возможности предсказаний ожидаемых результатов космических экспериментов следует рекомендовать специалистам выполнить численное моделирование основных типов процессов НК для конкретных веществ и конкретных условий экспериментов на КА в диапазоне чисел Рэлея вплоть до $Ra < 0,01$, в том числе для решения задач о выращивании кристаллов в трёхмерной постановке с учётом воздействия сил (микроускорений), имеющих составляющую, поперечную направлению кристаллизации, а также с учётом реальных эффектов кристаллизации (задача Стефана). Результаты такого моделирования позволят разработать рекомендации для конкретных процессов выращивания однородных кристаллов полупроводников из расплавов методами НК.

4) В части экспериментальных исследований проблем выращивания в условиях микрогравитации кристаллов, однородных по составу и свойствам, можно сделать следующие выводы.

— Благоприятные условия для выращивания однородных кристаллов полупроводников вряд ли могут быть созданы на борту таких сложных пилотируемых комплексов, как космические станции «Мир» и МКС и даже на больших многоцелевых автоматических КА. Наиболее предпочтительно размещать установки (печи) для НК на специально разработанных для этой цели свободно летающих (возможно, время от времени обслуживаемых) спутниках, на борту которых может быть обеспечен уровень низкочастотных микроускорений не

хуже $10^{-7}g_0$ с соблюдением направления кристаллизации навстречу вектору остаточных микроускорений.

— На МКС и других КА целесообразно выполнять эксперименты по определению долевого вклада в процессы НК остаточных и вибрационных микроускорений КА, ускорений Кориолиса и др. При этом в месте осуществления технологического процесса одновременно должны измеряться величины и направления остаточных микроускорений (в диапазоне частот менее 0,01 Гц), амплитуды и спектры вибрационных микроускорений (в диапазоне частот $0,01 \div 100$ Гц); для раздельного изучения частотных эффектов должны использоваться системы виброзащиты, а также создание воздействий с заданной частотой и амплитудой и т. п.

5) В части исследований в области космической биологии и биотехнологии необходимо продолжить изучение молекулярных и клеточных механизмов гравитационной чувствительности биологических систем. Основное внимание следует обратить на клетку как биологический грависенсор. Наиболее подходящими для этих целей КА остаются специализированные биологические спутники Земли «Бион» и «Фотон» производства ЦСКБ (г. Самара). Конструкция этих КА, бортовые научные приборы, система жизнеобеспечения биообъектов, длительность полёта, энергообеспечение и другие параметры полностью подчинены интересам экспериментов по космической биологии. Весьма целесообразно восстановление производства этих космических аппаратов для интенсификации исследований по клеточной биологии на биоспутниках «Бион» и «Фотон». Биологи убедились, насколько многофакторным является каждый эксперимент, проводимый в условиях космического полёта. В связи с этим необходим строгий анализ каждого эксперимента с учётом ежедневных событий, происходящих на борту космического аппарата. Необходим также более тесный контакт между биологами и другими учёными, занимающимися фундаментальными исследованиями, для обсуждения и установления закономерностей биологических процессов, особенно при изучении кристаллизации белков. Разработка перспективных видов оборудования должна проводиться с учётом достижений исследований гравитационно-чувствительных систем.

6) В части технических проблем в условиях космического полёта, измерения микроускорений, а также в части создания оборудования и управления космическими экспериментами, можно сделать следующие выводы.

— Для многих процессов теоретически и экспериментально установлена предварительная величина порога гравитационной чувствительности. Так, для выращивания различных кристаллов она составляет $10^{-6} \div 10^{-7}g_0$, для растений $10^{-3} \div 10^{-4}g_0$. Необходимо продолжать исследования гравитационной чувствительности различных систем, в том числе в зависимости от вида микроускорений (разделение вклада остаточных ускорений и вибраций), с анализом воздействий в различных диапазонах частот и амплитуд.

— Для проведения исследований гравитационно-чувствительных систем и их практического использования необходимо иметь на борту КА уровень ускорений не выше порога их чувствительности к микроускорениям, т.е. не более $10^{-6} \div 10^{-7} g_0$. Целесообразно создать специальный КА, например, на базе «Прогресса», в котором уровень возмущающих ускорений не будет превышать $10^{-6} g_0$. В будущем для исследований по росту кристаллов перспективны малые специализированные спутники-печи, выводимые на высокие орбиты и возвращаемые на Землю или обслуживаемые на орбите. Такие спутники могут обеспечить предельно низкий уровень микрогравитации.

— На основе созданной и успешно испытанной на ПКС «Мир» виброзащитной платформы ВЗП-1 К пассивного типа необходимо продолжить работы по созданию систем для защиты различного оборудования от вибраций на борту КА. Следует, однако, расширить диапазон частот подавляемых возмущений до 0,01 Гц и менее. Для этого придётся использовать не только пассивные, но и активные элементы гашения вибраций или их комбинации (гибридные системы).

— Необходимо создать отечественные системы измерения микроускорений для различных диапазонов частот и амплитуд — ниже 0,01 Гц для измерения остаточных микроускорений с порогом чувствительности $10^{-7} g_0$, 0,01 ÷ 1 Гц и 0,1 ÷ 200 Гц для измерения вибрационных микроускорений в диапазоне амплитуд $10^{-3} \div 10^{-5} g_0$. При этом следует ориентироваться на высшие достижения мирового уровня и основываться на опыте отечественных разработчиков таких измерительных приборов (ОИФЗ РАН, ЦНИИМАШ и др.).

7) В части организационных аспектов, поскольку влияние микроускорений на гравитационно-чувствительные процессы — междисциплинарная проблема, важная и для гидродинамики, и для теории тепломассопереноса, и для космического материаловедения, и для космической биологии и других наук, объединённых общностью возмущающего фактора, метрологическим и отчасти приборным обеспечением, необходимо создать единую отечественную службу, ответственную за банк данных о микроускорениях, анализ этих данных и их распространение среди заинтересованных лиц. К настоящему времени накоплен значительный объём разного рода измерительной информации, связанной с микроускорениями на ПКС «Мир». В основном, это данные измерений акселерометров и телеметрическая информация о вращательном движении станции. Для РС МКС объём аналогичной информации будет увеличиваться, и соответствующую службу желательно создать в ближайшее время.

Список литературы

1. Келдыш М. В., Маров М. Я. Космические исследования. — М.: Наука, 1981.
2. Авдеевский В. С., Бармин И. В., Гришин С. Д. и др. Проблемы космического производства. — М.: Машиностроение, 1982.

3. Авдучевский и др. *Avduevsky V. S., Grishin S. D., Leskov L. V. et al.* Scientific Foundation of Space Manufacturing. — М.: Mir, 1984.
4. Авдучевский и др. *Avduevsky V. S., Grishin S. D., Leskov L. V. et al.* Manufacturing in Space: Processing Problems and Advances. — М.: Mir, 1985.
5. Гидродинамика и тепломассообмен в невесомости / Под ред. В. С. Авдучевского, В. И. Полежаева. — М.: Наука, 1982.
6. Гидромеханика и процессы переноса в невесомости / Под ред. В. С. Авдучевского и др. — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983.
7. Технологические эксперименты в невесомости / Под ред. В. С. Авдучевского и др. — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983.
8. Гидромеханика и тепломассообмен в невесомости / Под ред. В. С. Авдучевского и др. — Новосибирск: Наука, 1988.
9. Hydromechanics and Heat/Mass Transfer in Microgravity / Ed. by V. S. Avduevsky et al. (Proc. of the Vth Russian and 1st Int. Symp., Perm — Moscow, Russia, 6–14 July 1991). — Gordon & Breach Science Publ., 1992.
10. Proc. of the Joint Xth European and Vth Russian Symp. «Physical Sciences in Microgravity», St.-Petersburg, 15–21 June 1997. In two volumes. — М.: The Association for the Promotion of Conversion. 1997. V. 1. — 430 p.; V. 2. — 405 p.
11. Сб. трудов VII Росс. симп. «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем», Москва, 11–14 апреля 2000 г / Под ред. В. С. Авдучевского, В. И. Полежаева, В. П. Шалимова. — М.: ИПМ РАН, 2001. — 560 с.
12. *Авдучевский В. С., Маров М. Я., Мухоян М. З. и др.* Развитие оборудования для исследования технологических процессов получения неорганических материалов в невесомости // Проблемы машиностроения и надёжности машин. 2000. № 3. С. 71–79.
13. *Авдучевский В. С., Осипов В. П., Шалимов В. П.* Создание информационно-аналитической системы для обеспечения исследований в области микрогравитации — насущная задача космического производства // Космонавтика и ракетостроение. 2000. № 19. С. 22–27.
14. *Авдучевский В. С., Осипов В. П., Мухоян М. З.* Концептуальные требования к информационно-аналитической системе для обеспечения исследований в области микрогравитации и описание демонстрационного макета // Космонавтика и ракетостроение. 2000. № 19. С. 28–35.
15. *Авдучевский В. С., Маров М. Я., Мухоян М. З. и др.* Современные тенденции в решении фундаментальных и прикладных проблем механики невесомости и космических технологий // Фундаментальные проблемы космонавтики. 2001. № 2. С. 21–25.
16. *Авдучевский В. С., Маров М. Я., Мухоян М. З. и др.* Анализ фундаментальных и прикладных проблем использования микрогравитации (по результатам работы Проблемного совета НТС Росавиакосмоса) // Космонавтика и ракетостроение. 2001. № 24. С. 24–29.

ИНФОРМАЦИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ КОСМИЧЕСКОГО ЗЕМЛЕВЕДЕНИЯ

Т. А. Сушкевич, В. В. Козодеров

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Обсуждаются информационно-математические проблемы космического землеведения, играющие всё возрастающую роль при оперативном использовании огромных информационных массивов с целью решения многочисленных прикладных задач.

Введение

«Своеобразным, единственным в своём роде, отличным и неповторяемым в других небесных телах представляется нам *лик Земли* — её изображение в космосе, вырисовывающееся извне, со стороны, из дали бесконечных небесных пространств. В лике Земли выявляется *поверхность* нашей планеты, её *биосфера*, её наружная область, ограничивающая её от космической среды. Лик Земли становится видным благодаря проникающим в него световым излучениям небесных светил, главным образом Солнца» (В. И. Вернадский, 1926) [1].

Двадцатый век в истории земной цивилизации — это век научно-технической революции (НТР), связанной с тремя великими открытиями: проникновение в тайны и овладение ядерной энергией, покорение космического пространства и выход человека в космос, изобретение электронно-вычислительных машин (ЭВМ) и создание информационных технологий. ЭВМ явилась главным действующим лицом, основным двигателем НТР: использование ядерной энергии, полёт в космос, информационные технологии были бы невозможны без ЭВМ.

В настоящее время закладываются основы решения фундаментальных проблем, связанных с Землёй как средой обитания человечества в XXI веке. От их решения зависят и проблема выживания человечества, и ответ на вопрос, удастся ли избежать необратимых катастрофических изменений на Земле в обозримом будущем [2]. Всемирная система мониторинга и иерархия моделей — главные инструменты изучения и предсказуемости изменений природных процессов и разделения естественных и антропогенных воздействий [3–5]. В теоретических и прикладных исследованиях стал применяться термин «глобальная система»: необходимы анализ и синтез знаний о развитии планетарной цивилизации. Особую значимость приобретает проблема адекватной оценки роли и веса моделируемых подсистем в долгосрочной эволюции

всей «глобальной системы», в том числе связанных с радиационным полем Земли [3, 6, 7].

«Мы едва начинаем сознавать их разнообразие, понимать отрывочность и неполноту наших представлений об окружающем и проникающем нас в биосфере мире излучений, об их основном, с трудом постижимом уму, привыкшему к иным картинам мироздания, значении в окружающих нас процессах. . . » [1].

Солнечное излучение — один из неотъемлемых факторов жизнеобеспечения человека, животного и растительного мира на Земле, а также одна из определяющих компонент земной экосистемы и биосферы, для поведения которых характерно взаимодействие отдельных компонент с проявлением синергизма (обратных связей, которые иногда приводят к взаимоусилению различных процессов). Поле солнечного излучения влияет на механизмы изменчивости (динамические процессы: циркуляция, конвекция, турбулентный перенос; радиационные и фотохимические процессы) геофизического, метеорологического, климатического состояния Земли, которые обладают сложными нелинейными связями, затрудняющими предсказание возможных эффектов, оценку их величины и значимости.

«Солнцем в корне переработан и изменён лик Земли. . . уже ясно огромное значение в биосфере коротких ультрафиолетовых волн солнечной радиации, длинных красных тепловых и промежуточных лучей видимого светового спектра. В строении биосферы. . . можем выделить её части, играющие роль трансформаторов для этих трёх различных систем солнечных колебаний» [1].

Электромагнитное излучение, регистрируемое разными средствами, является основным источником информации о строении и физических свойствах планетных атмосфер и поверхностей при дистанционном зондировании [8–10]. Для пассивных систем наблюдений источниками излучения являются внешний солнечный поток коротковолнового диапазона спектра (ультрафиолетовый, видимый, ближний инфракрасный) и собственное излучение планеты длинноволнового диапазона спектра (инфракрасный, миллиметровый), когда применимо квазиоптическое приближение теории переноса излучения. В активных системах в качестве источника инсоляции могут использоваться лазерный или прожекторный луч.

Первоначально теория переноса излучения развивалась преимущественно в области астрофизики при исследовании переноса лучистой энергии в атмосферах звёзд и планет, в туманностях и межзвёздной среде. В начале XX в. уже были опубликованы астрофизические работы К. Шварцшильда, А. Шустера, Э. Милна, А. Эддингтона, Д. Джинса, Е. Хопфа и др. Фундаментальный вклад принадлежит В. А. Амбарцумяну, В. В. Соболеву, С. Чандрасекару, В. Холсту, В. В. Иванову, И. Н. Минину, О. И. Смоктию, Г. А. Михайлову, а также московским учёным Г. И. Марчуку, В. С. Владимирову, Г. В. Розенбергу, Е. С. Кузнецову и его ученикам Е. М. Фейгельсон, Л. М. Романовой, М. С. Малкевичу, М. В. Масленникову, Т. А. Гермогеновой, М. Г. Кузьминой, Т. А. Сушкевич и др.

Возрастает роль «космического земледения» как той дисциплины, которая должна объединить усилия различных специалистов и позволить им всем вместе «заговорить» на общем языке спутниковых исследований [3, 4]. Важным становится рассмотрение информационно-математических основ космического земледения [3], объединяющего междисциплинарные исследования, связанные с оценкой информационного содержания данных дистанционных и контактных измерений, с разработкой методов анализа и интерпретации аэрокосмических изображений, с оценкой состояния и пониманием проблем предсказуемости глобальных и региональных изменений природных сред на базе временных рядов регулярных спутниковых наблюдений, исследованиями по оптимизации и эффективности систем наблюдений в интересах различных областей приложений [2–10]. Космическое земледение — это оперативная информация о стихийных бедствиях и экологических катастрофах антропогенно-техногенного и естественно-природного происхождения (см. примеры на рис. 1–8) и космический мониторинг глобальных изменений окружающей среды, включая экологические катастрофы замедленного действия.

1. К истории оптических исследований из космоса

В течение тысячелетий человечество изучает звёзды и планеты Солнечной системы путём визуальных, а позднее фотографических и фотоэлектрических наблюдений. Только планета Земля до недавнего времени оставалась недоступной. Лишь по отражённому свету от поверхности Луны (пепельный свет) представлялось возможным оценить интегральное излучение Земли. Широкие возможности исследований радиационных характеристик нашей планеты появились в результате создания и развития ракетной и космической техники. Опыт осуществления в СССР космической программы подтвердил реальность тех перспектив, которые связаны с использованием пилотируемых космических кораблей (ПКК), долгосрочных орбитальных станций (ДОС), автоматических межпланетных станций (АМС), космических аппаратов (КА), искусственных спутников Земли (ИСЗ) для исследования природной среды и природных ресурсов Земли из космоса. 20 ноября 1998 г. состоялся запуск первого модуля «Заря» (Россия) первой Международной космической станции (МКС) — космической лаборатории будущего.

Важной составной частью первых научных программ являлись оптические исследования: визуальные наблюдения, фотометрические и спектральные исследования сумеречной и дневной атмосферы с целью изучения вертикальных профилей оптически активных компонент (аэрозоль, озон, газовые примеси), исследования спектров отражения различных типов природных образований на поверхности Земли и оценка влияния атмосферы на спектральные яркости и контрасты природных объектов при наблюдениях (съёмке) из космоса. Анализ космических спектров природных образований (спектраль-

ных яркостей, коэффициентов спектральных яркостей, спектральных контрастов) показал принципиальную возможность решения ряда фундаментальных и практических задач «космического земледеведения».

В достижениях советской космонавтики огромную роль сыграли ПКК и ДОС с экипажами космонавтов [8–10]. Полёт Ю. А. Гагарина 12 апреля 1961 г. на ПКК «Восток», который совершил один виток за 108 мин. вокруг Земли, — это был первый взгляд из космоса на Землю, т. е. первые визуальные наблюдения поверхности и ореола Земли. Полёты Г. С. Титова на ПКК «Восток-2» (август 1961 г.), А. Г. Николаева на ПКК «Восток-3» и П. Р. Поповича на ПКК «Восток-4» (август 1962 г.) расширили представления о возможностях визуальных наблюдений. Г. С. Титов — первый человек, который осуществил киносъёмки Земли из космоса. В. Ф. Быковский на ПКК «Восток-5» и В. В. Терешкова на ПКК «Восток-6» (июнь 1963 г.) впервые сфотографировали дневной и сумеречный горизонты Земли — провели первый научный эксперимент из космоса. Было положено начало инструментальным исследованиям Земли с ПКК. Теоретическое обоснование этого эксперимента сделал Г. В. Розенберг [11, 12].

Параллельно с ПКК «Союз-5» (январь 1969 г.) под руководством К. Я. Кондратьева начались спектрографические эксперименты. Были получены первые в мире спектры излучения атмосферы и поверхности Земли в видимой области спектра.

Фотографирование и спектрографирование космической зари позволило одновременно получать дополняющие друг друга сведения о пространственной и спектральной структуре атмосферы Земли, в частности, аэрозольных и озоновых слоях. С ПКК «Союз-7» (октябрь 1969 г.) впервые осуществлён совмещённый эксперимент по фотографированию отдельных участков территории СССР с самолётов и из космоса в интересах изучения влияния передаточной функции атмосферы на результаты оптических наблюдений из космоса, а на ПКК «Союз-9» (А. Г. Николаев, В. И. Севастьянов, июнь 1970 г.) — в интересах метеорологического прогнозирования. Фотографирование геолого-географических объектов совмещалось с аэросъёмками. С ПКК «Союз-12» (В. Г. Лазарев, О. Г. Макаров, сентябрь 1973 г.) параллельно со спектрографированием земной поверхности проведена первая спектрозональная съёмка отдельных участков Земли. Многозональное фотографирование и спектрометрирование атмосферы и поверхности Земли выполнено с ПКК «Союз-13» (П. И. Климук, В. В. Лебедев, декабрь 1973 г.). А. В. Филипченко и Н. Н. Рукавишников с ПКК «Союз-16» (декабрь 1974 г.) впервые провели фотографирование земной поверхности и атмосферы в поляризованном свете на трассе протяжённостью около 30 тыс. км — апробировалась идея использования поляризационного контраста [13, 14].

По программе «Союз–Аполлон» с ПКК «Союз-19» (июль 1975 г.) оптические исследования проводились А. А. Леоновым и В. Н. Кубасовым и моделировались Т. А. Сушкевич [15]. Отработка научно-технических методов и средств изучения из космоса поверхности Земли и её

геолого-географических характеристик проходила с ПКК «Союз-22» (В. Ф. Быковский, В. В. Аксёнов, сентябрь 1976 г.). Совмещение с самолётными съёмками способствовало осуществлению первого полномасштабного эксперимента [9]. Исследования акватории морей, океанов и поверхности суши, проведённые В. В. Ковалёнком и В. В. Рюминым с ПКК «Союз-25» (октябрь 1977 г.), завершили научную космическую программу с ПКК.

После запуска в апреле 1971 г. первой ДОС «Салют» значительно расширилась программа визуально-инструментальных оптических наблюдений Земли. 24 апреля 1971 г. произошла первая стыковка ПКК «Союз-10» (В. А. Шаталов, А. С. Елисеев, Н. Н. Рукавишников) с ДОС «Салют». Начиная с ДОС «Салют-3» (июнь 1974 г.) и на всех последующих ДОС «Салют-4» (декабрь 1974 г.), «Салют-5» (июнь 1976 г.), «Салют-6» (сентябрь 1977 г.), «Салют-7» (апрель 1982 г.), «Мир» (20 февраля 1986 г.) выполнялась программа «космического землеобзора». В июле 1985 г. прошёл первый крупномасштабный комплексный международный эксперимент «Курск-85», когда наблюдения проводились одновременно с ДОС «Салют-7», ИСЗ, самолётов-лабораторий, вертолётов, наземных пунктов [3].

Становление, развитие и достижения оптических космических исследований нашли отражение в многочисленных монографиях, трудах, тематических сборниках.

2. Математическое моделирование

Космические исследования — это область фундаментальных и прикладных работ, которая с первых шагов своего становления не могла развиваться без использования ЭВМ. Освоение космического пространства послужило значительным фактором совершенствования ЭВМ и формирования новых научных направлений, связанных с математическим моделированием радиационного поля Земли, теорией переноса изображения, теорией видения, теорией обработки и распознавания образов и т. д. *Информационно-математическое обеспечение — обязательная составная часть любого космического проекта.*

16 марта 1962 г. запуск первого ИСЗ серии «Космос» положил начало осуществлению научной программы систематических оптических исследований околоземного космического пространства. Практически вся информация о земной поверхности и атмосфере содержится в спектре электромагнитных волн, которые излучаются и отражаются Землёй в мировое пространство и регистрируются КА. Земная поверхность и атмосфера составляют единую систему «атмосфера — земная поверхность» (САП), обе компоненты которой постоянно изменяются во времени и пространстве. В процессе измерений КА получают произвольные реализации радиационных полей, отражающие случайные состояния САП.

Сложность задачи заключается в многопараметричности модели среды, большом разнообразии процессов трансформации энергии

Солнца, вариантов визирования и способов измерений. Приходится иметь дело с краевыми задачами для интегродифференциального кинетического уравнения, описывающего перенос излучения в рассеивающих, поглощающих, излучающих, преломляющих, поляризующих средах с одномерной, двумерной или трёхмерной плоской или сферической геометрией [14, 16–21]. Теория переноса позволяет изучать влияние различных факторов на прохождение излучения в САП и получать связи конкретных параметров среды с характеристиками радиационного поля. Таким образом можно определить чувствительность спектральной яркости, угловой и пространственной структуры поля радиации, пространственного распределения плотности и потоков излучения при заданных условиях освещения и наблюдения к вариациям этих параметров. Учитывая масштабность, многопараметричность, многовариантность земных условий, становится ясно, что несомненно требуется широкое использование информационных технологий и суперкомпьютеров.

Теоретико-расчётные исследования при проектировании и реализации первых КА, в частности, их систем навигации, ориентации, стабилизации, а также первых космических оптических экспериментов осуществлялись тремя ведущими коллективами специалистов по (математическому) моделированию переноса излучения в природных средах на ЭВМ. В Ленинградском государственном университете и Главной геофизической обсерватории работало несколько групп под руководством академика К. Я. Кондратьева. В. В. Соболев, И. Н. Минин и О. И. Смоктий разработали первую комбинированную плоско-сферическую модель земной атмосферы в приближении академика В. В. Соболева [16, 17]. В Вычислительном центре СО АН СССР под руководством академика Г. И. Марчука и чл.-корр. Г. А. Михайлова были разработаны первые алгоритмы метода Монте-Карло для сферической модели Земли [18, 19]. Весомую роль в эффективности этих алгоритмов сыграл математический аппарат сопряжённых уравнений, предложенный Г. И. Марчуком и развитый в работах Г. А. Михайлова, М. А. Назаралиева, В. С. Антюфеева, Р. А. Дарбиняна. В Институте прикладной математики АН СССР Т. А. Сушкевич с помощью итерационного метода характеристик впервые реализовала глобальную сферическую модель радиационного поля системы атмосфера–Земля в масштабах планеты [20, 21]. Приближённые подходы разрабатывал О. А. Авасте. Метод В. В. Соболева развивался Л. Г. Титарчуком. В постановке задач исследований и обсуждении результатов принимали участие Т. А. Гермогенова, М. В. Масленников, А. М. Обухов, М. С. Малкевич, Г. В. Розенберг, А. Б. Сандомирский, А. И. Лазарев, Е. О. Фёдорова, В. П. Козлов, В. Н. Сергеевич, И. И. Кокшаров, Ч. Й. Виллман, О. А. Авасте, В. Е. Плюта, Г. М. Гречко и др.

Первые попытки решения сферической задачи за рубежом (США) были предприняты Секерой и Ленобль [22], которые предложили использовать метод последовательных приближений, соответствующих разложению решения по малому параметру, взяв в качестве первого

приближения решение плоской задачи, а в качестве малого параметра — отношение эффективной высоты однородной атмосферы к радиусу Земли. Большинство работ за рубежом выполняется методом Монте-Карло или приближёнными численными методами [23]; на уровне теории без практической реализации остался метод инвариантного погружения [23].

Подход на основе анализа уравнений для характеристик в криволинейных координатах и разных приёмов ускорения сходимости итераций по подобластям позволяет перейти к численному решению трёхмерно-неоднородной сферической задачи, моделирующей близкие к реальным земные условия [20]. Такая постановка приобретает актуальность в связи с проблемами фоторадиационной химии атмосферы (тропосферы и озоносферы в условиях сумерек, зари, терминатора, полярных регионов), информационного обеспечения томографии атмосферы Земли, в том числе рефрактометрическими методами и космическими системами, работающими в условиях наблюдений по горизонтальным трассам, дистанционного зондирования полярных регионов, созданием моделей спектрально-радиационного баланса Земли, фазовой яркости Земли для приборов космической навигации (возврат КА на Землю, навигация КА по Земле), реализацией проектов дополнительных источников энергии на КА путём использования солнечного излучения, отражённого Землёй, и др.

Новые перспективные возможности математического моделирования атмосферной радиации Земли в масштабах планеты связаны с разработкой математического обеспечения для широкой области приложений на суперкомпьютерах с параллельной архитектурой. Наличие такого аппарата позволяет проводить эталонные расчёты, вычислительные эксперименты, имитационное моделирование, верификацию приближённых методик и быстрых алгоритмов для массового решения научно-исследовательских и прикладных задач, а также совершенствовать радиационный блок для моделей циркуляции, прогноза, климата, фотохимической кинетики, динамики озоносферы, трансграничного переноса загрязнений воздушного бассейна и др.

Анализ и интерпретацию первых космических чёрно-белых, а позже цветных фотографических снимков края Земли с окружающим её сумеречным ореолом («космической зари») независимо проводили три группы: К. Я. Кондратьев, О. И. Смоктий [17]; Г. И. Марчук, Г. А. Михайлов, М. А. Назаралиев [18, 19]; Г. В. Розенберг, А. Б. Сандомирский, Т. А. Сушкевич [15, 24, 25]. Космические оптические наблюдения, сопровождающиеся репрезентативным математическим моделированием, позволили не только обнаружить, но и впервые исследовать оптическую структуру стратосферных аэрозольных и озоновых слоёв методами дистанционного зондирования. Эти пионерские работы подтвердили достоверность разработанных моделей поля излучения Земли.

Запуск советской АМС «Зонд-5» впервые в мире позволил увидеть планету Земля с большого расстояния и осуществить её фотометрирование, которое было продолжено затем с АМС «Зонд-6, 7, 8». Одним из

важных результатов научного фотографического эксперимента было определение фотометрических характеристик планеты, коэффициентов яркости её объектов и определение звёздной величины Земли. При проектировании съёмочной аппаратуры и фотометрическом анализе изображений Земли использовались результаты Т.А. Сушкевич по математическому моделированию яркостного поля сферической Земли с разными типами подстилающей поверхности (суша, океан, разнорусная облачность).

В середине 70-х годов теоретико-расчётные исследования в области космических технологий принимают массовый характер.

3. Методическая концепция

Можно выделить три типа радиационных задач, требующих учёта земной поверхности. Первый тип — это задачи энергетики и радиационного баланса Земли, когда источником служит радиация Солнца. Второй тип — это задачи дистанционного зондирования атмосферы и облачности, когда земная поверхность является помехой. Третий тип — это задачи дистанционного зондирования земной поверхности, когда необходимо устранить (провести атмосферную коррекцию) или достоверно учесть влияние атмосферы.

В любой активной или пассивной системе дистанционного зондирования земной поверхности всегда присутствуют четыре главные компоненты: «сценарий», «сцена», т.е. распределение яркости наблюдаемых объектов и ландшафта; атмосферный канал передачи изображения; прибор регистрации электромагнитных волн; комплекс обработки и распознавания изображения. Атмосферно-оптические механизмы воздействуют на формирование «сценария», на перенос его изображения через среду и учитываются в радиационной коррекции при анализе «сцен». При этом не всегда есть прямые корреляции между состояниями атмосферы и земной поверхности, кроме «оптической погоды».

Вследствие бесконечного многообразия возможных объектов наблюдения не имеет смысла исследовать отдельно перенос каждого конкретного изображения. Целесообразно использовать универсальный подход, который позволяет описывать весь канал наблюдения через объективные характеристики, инвариантные относительно конкретных структур зондируемых объектов, условий освещённости и визирования. Такой подход широко применяется в классической оптике, в теории видения, в теории электрических цепей, в теории оптико-электронных систем, в теории фотографии, в теории обработки изображений и известен как *линейно-системный подход*. Под системой следует понимать всё то, что осуществляет преобразование ряда входных функций или воздействий в ряд выходных функций или реакций (откликов). Реакции систем на входные воздействия вследствие их аналогии можно описать некоторыми обобщёнными характеристика-

ми, определение которых не зависит от конкретного вида системы (электрической, оптической, радиофизической и др.) [26–30].

Атмосферный канал рассматриваем как элемент *оптической системы переноса излучения* и строим теорию *оптического передаточного оператора* (ОПО) [30], используя математический аппарат линейно-системного подхода. Объективные характеристики (ФРТ, ОПФ, ЧКХ, ПЧХ, ФПМ и др.) качества изображения, воспроизводящих и передающих оптических, оптико-электронных, фотографических, кинематографических, телевизионных, радиотехнических, управляющих и прочих систем естественным путём распространяются на область теории переноса излучения в оптически-активных средах.

4. Теоретико-расчётные исследования передаточных характеристик САП

В связи с непрерывной пространственно-временной изменчивостью, большим разнообразием состояний атмосферы и земной поверхности, космическим наблюдениям присуща особая сложность, обусловленная невозможностью адекватно проконтролировать *in situ* условия проведения измерений. Велика роль первых космических исследований, осуществлённых с ПКК, когда условия съёмки сопровождались визуальными наблюдениями космонавтов и теоретико-расчётным анализом.

Классическое уравнение переноса света (первоначально в интегральной форме), описывающее многократное рассеяние, сформулировано более 100 лет назад (летом 1885 г.) Орестом Данииловичем Хвольсоном (1852–1934), профессором Петербургского университета. Он доложил эти результаты 29 апреля 1886 г. на заседании Физического общества. Его первая обширная публикация «Основы математической теории внутренней диффузии света» вышла в 1889 г. в Известиях Петербургской академии наук [31]. Подробнее ознакомиться с историей теории переноса света в природных средах можно в статье В. В. Иванова [32].

С тех времён проблемами светорассеяния занимались тысячи специалистов. Достижения теоретических исследований способствовали возникновению нового мощного направления — дистанционного зондирования (*remote sensing*) и мониторинга Земли с использованием наземных, самолётно/вертолётных, аэростатных, ракетных и космических средств. Важнейшую роль теоретико-расчётные исследования механизмов и процессов трансформации и формирования радиационного поля Земли на основе уравнения переноса сыграли при проектировании и эксплуатации систем космических наблюдений. Первые качественные и количественные оценки спектральной, пространственной и угловой структуры поля излучения Земли в условиях наблюдений с космических орбит получены теоретически с помощью методов математического моделирования [3, 14, 17–25, 33].

Связи между радиационными характеристиками и параметрами атмосферы и земной поверхности описываются решениями общей краевой задачи теории переноса излучения (ОКЗ) [14] в САП, когда важно использовать теорию многократного рассеяния в приближении краевой задачи для кинетического уравнения. Учёт вклада земной поверхности при численном решении ОКЗ осуществляется либо неявно без использования, либо явно с использованием аналитической или функциональной связи решения ОКЗ с характеристиками законов отражения. Все известные явные схемы сводятся к двум типам — это метод сопряжённых операторов и метод функций влияния и пространственно-частотных характеристик (метод ФВ и ПЧХ) [14, 30, 33]. При наличии нелинейных эффектов в них используется асимптотический подход, основанный на теории регулярных возмущений.

Метод сопряжённых операторов. Впервые сопряжённые уравнения (тождества Лагранжа) и термин функция ценности (ценность информации) в неспектральных задачах теории переноса были введены Г.И. Марчуком и В.В. Орловым в 1961 г. в нейтронной физике. В 1964 г. Г.И. Марчук обобщил этот подход, в том числе методы теории регулярных возмущений, на широкий класс задач спутниковой метеорологии. Далее Г.А. Михайлов впервые сформулировал аппарат использования решений сопряжённых задач для улучшения и оптимизации алгоритмов метода Монте-Карло, который впоследствии называли «методом сопряжённых блужданий» [18, 19]. Этот аппарат эффективно применялся для оценки функции передачи контраста и расчёта ЧКХ для САП. В настоящее время теория сопряжённых уравнений опубликована в нескольких монографиях и широко распространена в задачах дистанционного зондирования, оптимизации измерительных систем, анализе сложных, в том числе нелинейных, систем и др.

Модели учёта земной поверхности методом ФВ и ПЧХ [30, 33–44]. Строго математически ФВ — это фундаментальное решение ОКЗ. В случае трёхмерного переноса ФВ находится методом преобразования Фурье через ПЧХ — фурье-образ ФВ по горизонтальным координатам. Влияние атмосферы проявляется не только в фоновом излучении и передаточных функциях САП, но и непосредственно в формировании «сценария» яркости объектов и ландшафта.

При всём многообразии явных способов учёта характеристик отражения следует отметить их общность. Во-первых, в суммарном излучении САП всегда разделяются две компоненты: фон Φ_a , создаваемый изолированной атмосферой, и вклад Φ_q , обусловленный отражающей границей. Во-вторых, вклад Φ_q , как правило, описывается с помощью ФВ Θ или ПЧХ Ψ , не зависящих (инвариантных) от конкретных значений и структур освещённости границы и характеристик отражения. В итоге суммарное поле излучения САП («космическая фотография») представляется в виде линейных функционалов $\Phi = \Phi_a + \Phi_q$, в которых вклад Φ_q выделяется в форме ОПО: $\Phi_q = (\Theta, Y)$ или $\Phi_q = = F^{-1}(\Psi, Z)$, «сценарий» Y (Z — его фурье-образ) — в виде ряда

Неймана по кратности переотражения или решения уравнения Фредгольма II рода (уравнения «приземной фотографии») $Y = R(\Theta, Y) + E$, где R — оператор отражения; $E = R\Phi_a$.

ОПО — это адекватная модель переноса излучения, дающая решение, асимптотически точно совпадающее с решением ОКЗ. В трёхмерном случае ограничение горизонтальных размеров осуществляется с помощью финитных ФВ. Кроме того, представление решения ОКЗ в форме ОПО — линейного функционала, описывающего передачу «сценария» яркости земной поверхности через атмосферу с помощью объективных инвариантных характеристик линейных систем, позволяет учитывать земную поверхность с позиции единства (общности) математического аппарата с широким классом приложений (теория видения, теория передачи и обработки изображения, дистанционное зондирование с активными и пассивными источниками, теория локации и пеленгации и др.). Все типы поверхностей, объектов, источников описываются с помощью набора базисных моделей из 4 ФВ и 2 ПЧХ для плоской геометрии [30] и 5 ФВ для сферической геометрии [44]. Практически все прямые и обратные задачи в этих приложениях (как в рамках детерминированного, так и статистического подхода) решаются в приближении линейных систем. Нелинейные эффекты оцениваются и учитываются как шумы или помехи. В частности, в линейном приближении берётся «сценарий» $Y = E$.

Ещё одна важная проблема состоит в том, что «сценарий» яркости на поверхности и атмосферный канал — это наиболее динамичные и сложные части системы дистанционного зондирования, неуправляемые проектировщиком или оператором. Большая часть ошибок, допускаемых при проектировании или функционировании системы дистанционного зондирования, происходят из-за недооценки или значительного упрощения сложности «сценария». Необходимо разделять *факторы изменчивости сцены* на две категории: факторы, имеющие отношение к необходимой информации, и не имеющие к ней никакого отношения. Первое — полезный сигнал, второе — шум. С этой точки зрения данный фактор изменчивости (например, множество образцов почв) может быть сигналом для одного приложения (например, для картографирования почв) и шумом для другого (например, для картографирования сельскохозяйственных культур).

Метод ФВ и ПЧХ — это универсальный математически строгий подход к решению задач из широкой области приложений. Первыми в теории переноса аппарат ФВ использовали академики А.С. Монин и Б.Б. Кадомцев, а академик В.С. Владимиров включил уравнение переноса в курс математической физики как класс обобщённых решений. В настоящее время повсеместно для исследований разнообразных физических, химических и прочих механизмов, процессов, эффектов и обработки, анализа, интерпретации данных привлекаются математический аппарат и информационные технологии. В разных областях приложений сложилась своя частная, специальная, прикладная терминология, что затрудняет установление общности между ними и ограничивает возможности использования наиболее

продвинутых результатов из смежных областей. На современном этапе диалектика развития научных концепций от частного к общему диктует необходимость при манипулировании математическими объектами пользоваться универсальными, обобщёнными математическими и информационными терминами и понятиями. В эмпирических теоретико-расчётных исследованиях с привлечением компьютеров почти каждый исследователь в одной и той же предметной области вводит свою терминологию, создавая ложное впечатление оригинальности методики. Общность схематически описанной методики состоит в том, что она распространяется на разные диапазоны и условия дистанционного зондирования. Важно, чтобы «сценарий» и атмосферный канал рассматривались в рамках теории переноса излучения.

Специфика космических технологий такова, что теория, как правило, опережала практику и привлекалась для объяснения наблюдаемых явлений.

В 1977–1994 гг. (под руководством Т. А. Сушкевич) проводились исследования в интересах проектирования и создания оптико-электронных и фотографических систем космического землеобзора с высоким пространственным разрешением. При выполнении этих работ впервые была разработана и реализована на ЭВМ система имитационного моделирования (СИМ) «сценарий — атмосферный канал — оптические приборы на КА — оцифровка сигнала — сброс информации с КА на Землю — восстановление изображения — анализ сценария» с использованием баз оптико-геофизических моделей атмосферы, учитывающих регионы, сезоны, оптическую погоду, метеопараметры на основе единого математического аппарата и методического подхода на всех этапах.

Одновременно развивались исследования по автоматизации методов математического картографирования, географической привязки изображений, распознавания образов природных объектов по их многоспектральным изображениям, атмосферной коррекции аэрокосмических изображений и спектров и др. Был сделан важный шаг от традиционных методов аэрофотосъёмки и визуального дешифрирования спутниковых снимков к получению цифровых изображений в нескольких спектральных интервалах.

В этих исследованиях задачи ставились следующим образом: разработка теоретических основ взаимодействия излучения с природной средой; развитие эмпирических методов взаимосвязей данных дистанционного зондирования и параметров состояния исследуемых объектов поверхности суши; обоснование математических критериев создания моделей и методов интерпретации данных дистанционного зондирования; разработка методов решения прямых и обратных задач теории переноса излучения в системе «атмосфера–объект–дно»; обоснование минимального состава измерительных средств, необходимых для оценки состояния объектов с аэрокосмических носителей; обоснование состава наземных средств обработки данных дистанционного зондирования для обеспечения работ по автоматизации соответствующих

исследований; развитие теории предсказуемости измерений природной среды на основе анализа временных рядов аэрокосмических наблюдений.

Сочетание инженерных, эмпирических, приближённых методик с точными строгими теоретическими результатами и численным моделированием является мощным комплексным аппаратом для исследования САП средствами дистанционного зондирования с космических орбит. Над созданием космических систем мониторинга Земли работают учёные и космические агентства, фирмы многих стран. Современная задача дистанционного зондирования состоит не столько в том, чтобы определить альбедо или яркость земной поверхности или провести радиационную коррекцию, — важнее восстановить параметры состояния природных объектов. Одной теории переноса, сыгравшей важную роль на этапе становления дистанционного зондирования Земли из космоса, оказывается недостаточно для решения новых задач *«космического земледения» — области фундаментальных междисциплинарных исследований (математики, физики, химии, биологии, геофизики, метеорологии, инженерно-конструкторских разработок)* [3].

Провозглашённая Международным Советом Научных Союзов (International Council of Scientific Unions/ICSU) наука об устойчивости (sustainability science) как основополагающая концепция на XXI век по объединению естественных и социальных наук предполагает построение новых информационно-динамических моделей нелинейных систем с использованием категорий неустойчивости, неравновесности, необратимости. Соответствующие модели должны способствовать пониманию проблемы предсказуемости глобальных и региональных изменений природной среды на основе данных спутникового мониторинга [45]. При этом возрастает роль данных мониторинга природной системы как ещё одного (наряду с моделированием) важнейшего средства получения, обработки, анализа и систематизации информации об объектах исследования.

Нарушение принципа суперпозиции (простого наложения событий) характеризует широкое разнообразие процессов, описываемых с помощью нелинейных уравнений. Разное понимание устойчивости в научных исследованиях определяет основополагающую роль исследований «порядка» и «хаоса» как тех категорий, которые разделяют общепринятые представления о «законах природы» и описании хаотических явлений. Отсутствие равновесия — основа существования живых систем, нелинейные процессы функционирования которых всегда происходят вдали от положения равновесия. Необратимость — ещё одно явление, которое не описывается в рамках классической науки, но которое неизбежно затрагивает существование открытых систем в природе и обществе.

Исходя из перечисленных особенностей построения моделей эволюции природных систем, рассматриваются основные положения вывода уравнений эволюционного типа, их решений и интерпретации полученных результатов в терминах перечисленных основных категорий нелинейной науки.

5. Мониторинг и моделирование: общие представления

Традиционное моделирование служит средством обоснования возможных последствий глобальных изменений природной среды под влиянием роста народонаселения, антропогенных воздействий на природную среду и расширения землепользования. Роль науки об устойчивости должна сводиться к выяснению особенностей динамического и информационного описания природных явлений. Данные регулярных спутниковых наблюдений служат составной частью получения информационной продукции с целью последующего анализа межгодовой изменчивости происходящих процессов. Полевые обследования и модели планирования экспериментов являются неотъемлемой составной частью решения соответствующих научных и прикладных задач.

В традиционных исследованиях природных явлений исходят из необходимости построения отдельных подмоделей глобальной системы путём введения понятий об отдельных резервуарах углерода (океан, леса, болота и др.), использования балансных соотношений, рассмотрения идеализированных процессов обмена веществом и энергией между этими резервуарами. Новые информационно-динамические модели науки об устойчивости для открытых систем, функционирование которых описывается нелинейными уравнениями, позволяют обосновать роль и место динамических переменных (температура, давление, концентрации взаимодействующих соединений и др.) в указанных подмоделях. Использование данных спутниковых и наземных наблюдений позволяет изучать такие нюансы этих подмоделей, как влияние разных масштабов измерительных данных на конечную информационную продукцию, локальные и региональные особенности динамического моделирования природных систем.

Общепринятым является представление о том, что данные моделирования природных процессов и мониторинга природной среды составляют содержание научных исследований, которые расширяют объём знаний о соответствующих объектах и способствуют возможной предсказуемости изменений этих объектов. Модели термогидродинамики природных сред воспринимаются как начальный этап изучения рассматриваемых явлений, а информационные модели дают возможность привнесения элементов измерений в более широких направлениях исследований, относящихся к области отображения наблюдаемых процессов с помощью данных спутниковых наблюдений. Решение динамических уравнений с начальными и граничными условиями открывает перспективы развития прикладных приложений при описании природных явлений. Информационные аспекты таких приложений в традиционном понимании характеризуются различными методами обработки и интерпретации данных дистанционного зондирования с использованием принципов распознавания образов и анализа сцен. В действительности информационное описание поведения таких сложных систем, как, например, биосфера (биота и окружающая её природная среда),

оказывается имеющим значительно более фундаментальное значение, чем общепринятые исследования информационных мер, критериев качества данных и классификации получаемых данных, обычно представляемых в форме многоспектральных изображений.

Основу предсказуемости изменений природных объектов из космоса составляют временные ряды обрабатываемых данных наблюдений [3]. Считается, что обратимые во времени динамические модели должны давать новые знания об объектах атмосферы, гидросферы, геосферы, биосферы, в то время как данные наблюдений должны служить улучшению этих моделей, их приближению к описанию реальных особенностей функционирования рассматриваемых систем. Между тем, новое понимание информационно-динамических моделей как моделей, в рамках которых могут изучаться необратимые процессы, способствует развитию новых важных приложений, касающихся функционирования таких нелинейных саморазвивающихся систем, как биосфера [4].

При эволюции составных частей таких сложных систем неизбежно появляются особые точки бифуркации, где динамическое поведение систем становится в значительной степени зависящим от малых возмущений, т. е. наряду с динамическими (грубыми, силовыми) становятся важными информационные (более тонкие, возникающие на границе устойчивости) аспекты поведения таких систем. Малые сигналы, действующие на системы рассматриваемого типа, могут приводить к существенным последствиям, и именно в этом смысле системы с информационным поведением более конкурентноспособны в эволюционном развитии, чем динамические, поскольку они значительно более сложным образом реагируют на внешние воздействия, приобретая таким образом всё новые уровни помехозащищённости. Речь идёт об информационно открытых системах, не возвращающихся к положению равновесия, но вследствие постоянного обмена с неравновесной внешней средой приобретающих элементы обучения, восприятия и сознания как высшей формы их проявления. Соответствующим образом происходят процессы роста и деградации живых систем. Необратимость происходящих процессов является ещё одной характерной чертой этих систем, отдельные элементы которых функционируют как некоторые коллективные моды единых согласованных «организмов» [46].

Несмотря на то, что понятие информации часто относят только к передаче, приёму и обработке каких-либо сигналов, при описании поведения во времени подобных сложных систем, как биосфера, определяющей становится их неравновесная и необратимая эволюция при взаимодействии с окружающим внешним миром. Для «информационного управления» таких сложных систем более важной является не сама величина воздействия (сигнала), а его смысловое содержание, т. е. весьма сложное реагирование на воздействия при наличии большого количества обратных связей. Под управлением здесь понимается способность открытой системы избирательно воспринимать внешние воздействия, что означает наличие в ней некоторых генетических навыков быть устойчивой по отношению к определённым помехам как отображение предшествующих этапов её эволюционного развития.

Прогресс в фундаментальных исследованиях по проблемам космического земледелия и биосферы обычно ассоциируется с объединением достижений физики, химии и биологии, когда изучается образование природных структур с памятью и возможности извлечения информации из данных наблюдений для управления состоянием исследуемых объектов. В отличие от традиционно понимаемого управления в системах автоматического регулирования как создания условий, обеспечивающих требуемое протекание конкретных динамических процессов, в данном случае имеется в виду более тонкое информационное управление через элементы отображения, восприятия, предшествующего опыта, наследственных признаков.

Если некоторая физическая величина может принимать несколько значений, то наблюдение одного из этих значений увеличивает информацию о ней. Сигнал о значении измеряемой величины может быть весьма мал по сравнению с общими энергетическими потоками в рассматриваемой системе, но для её управления важна вовсе не величина сигнала, а его форма, которая и характеризует смысловое содержание воспринимаемых воздействий. При взаимодействии отдельных элементов такой системы управления существенным является не столько обмен энергией для согласованного функционирования единой системы, сколько обмен символами, т. е. малыми сигналами.

Соответствующие утверждения справедливы не только для искусственно созданных автоматов, но и для природных систем, находящихся в определённые моменты времени на границе устойчивости. Малые сигналы, действующие на такие системы, которые называются открытыми вследствие их постоянного обмена веществом и энергией с окружающей средой, могут приводить к существенным последствиям. Такие системы, к числу которых принадлежит биосфера, подвергаясь постоянным воздействиям солнечной энергии и будучи тем самым сильно неравновесными, обнаруживают сложное динамическое поведение и возможность самоорганизации за счёт нелинейных диссипативных процессов, связанных с потерями энергии (трение, диффузия, теплопроводность). В простейшем случае самоорганизация — это возникновение спонтанного нарушения симметрии (появление направленности действий, упорядочения) в неустойчивом однородном состоянии [47]. Особое значение при возникновении «порядка» из «хаоса» приобретают именно диссипативные (сильно неравновесные) структуры, которые только и существуют за счёт того, что соответствующие открытые системы диссипируют (рассеивают) непрерывно подводимую к ним энергию.

В физике, химии и других естественных науках имеется много примеров самоорганизации данного типа. Появление порядка и новой симметрии обусловлено возрастанием некоторого параметра упорядочения существенно выше первоначального теплового («хаотического») уровня. При описании неустойчивости жидкости такими макроскопическими параметрами порядка являются скорость, плотность и температура. Так называемые химические автоволны, возникающие при каталитической роли конкретных соединений, типичны для поддер-

жания жизненных процессов вдали от положения равновесия, чаще описываются в терминах концентраций участвующих в реакции веществ. Прежде чем отобразить перечисленные особенности моделирования эволюции природных систем, остановимся на словесном описании основных категорий нелинейной науки.

6. Динамика и информация

Рассмотрение информационно-динамических основ функционирования природных систем охватывает такие категории, как неустойчивость, неравновесность и необратимость происходящих процессов. Динамика — это обмен импульсом и энергией, а информатика — это обмен символами между элементами сложных систем в процессе их взаимодействия.

Неустойчивость природных процессов описывается в рамках исследований поведения интегрируемых и неинтегрируемых систем дифференциальных уравнений. Для интегрируемых систем вводятся понятия динамических траекторий движения как отображение их обратной эволюции во времени с элементами предсказуемости поведения таких систем в любой точке траектории, что и подразумевается под терминологией «законы природы» («порядка») с введением функций Гамильтона как математической формулировки описания соответствующей циклической эволюции. Неизбежное появление точек бифуркации на этих траекториях и переход вблизи особых точек к информационному поведению вместо динамического приводит к неинтегрируемым системам, резонансным явлениям и стохастизации происходящих процессов, для описания которых становится неприменимым понятие траекторий. Последние постепенно уступают место статистическим ансамблевым описаниям поведения возникающих хаотических явлений [48]. Появляющиеся «законы хаоса» являются столь же объективной мерой описания природных явлений, как и «законы порядка».

Существование положения равновесия — ещё одна особенность классических представлений об идеализированных (замкнутых) системах, которые не обмениваются с окружающей средой. Именно для таких систем, называемых часто термодинамическими, развиты исследования об их релаксации (возвращения к положению равновесия, называемому также «аттрактором», т. е. притягивающим множеством) с помощью простейших линейных уравнений. В более сложных приложениях обычно исследуются стационарные состояния как некоторая аналогия с положением равновесия замкнутых систем.

Необратимость — реальная мера природных явлений в отличие от идеализированных обратимых процессов. Протекание последних не изменяется при замене в исследуемых уравнениях положительного знака времени на противоположный. Только в определённых очень редких случаях при изучении «законов природы» можно пытаться «прокручивать плёнку назад», как бы возвращаясь в прошлое. Классическая наука страдает перечисленными недостатками в том смысле, что она

не в состоянии описать необратимость реальных природных процессов, для которых характерна направленность эволюции с отсутствием временной симметрии и наличием «стрелы времени».

Макроскопические величины, такие как скорость, плотность, температура жидкости и концентрация химических веществ, обычно представляются непрерывными функциями точки фазового пространства. Являясь, таким образом, физическими полями, формально эти величины имеют бесконечное число степеней свободы. Однако при появлении порядка и самоорганизации в системе возбуждается только конечное число степеней свободы. Такие системы с упорядочением допускают традиционно понимаемое моделирование (по крайней мере, численное) простыми динамическими системами. В итоге оказывается, что процесс самоорганизации выводит некоторые коллективные степени свободы на уровень, весьма далёкий от теплового хаоса. Эти конечные степени свободы уже могут описываться в терминах макроскопических параметров, играющих роль обобщённых координат в соответствующих динамических моделях аналогично классическим динамическим системам. Именно здесь лежат ограничения на возможности моделирования поведения макросистем [49].

При более сложных типах самоорганизации может развиваться целая иерархия структур, характерных для биологической эволюции. Вовлечение в игру всё новых степеней свободы позволяет рассматривать их появление для таких структур как элементы памяти на мультистабильных состояниях, что формирует информационную часть эволюции соответствующих систем. Эта часть связана с заданием начальных значений координат, наряду с динамической частью задачи, обусловленной силовым взаимодействием макрообъектов. В дополнение к неустойчивым системам с наличием нескольких точек бифуркации (ветвления траектории) система может осуществить случайный выбор между траекториями. Тогда при отсутствии корреляции между выборами её поведение будет описываться цепями Маркова. Однако возможно, что выбор траектории в точке бифуркации будет определяться состоянием внутренних степеней свободы системы. У системы как бы появляется «информационное указание», какая траектория предпочтительна, т.е. такую систему естественно назвать системой с управлением и информационным поведением в рассматриваемом здесь смысле: её поведение в большей степени предопределено признаками «свободного поведения», чем внешними силовыми причинами. Намечается как бы появление элементов «сознания» и возможности выбора из нескольких альтернатив.

Главное внимание сосредоточено на двух фундаментальных проблемах: во-первых, доказательство возможности описания поведения неравновесных систем, которые только и могут существовать за счёт недиагональных элементов матрицы, характеризующих корреляционные эффекты взаимодействий; во-вторых, обоснование необратимости природных процессов для открытых систем, обменивающихся веществом и энергией с окружающей средой. В обоих случаях рассматриваются дифференциальные уравнения параболического типа отно-

сительно волновой функции — простейшей характеристики, имеющей информационный смысл в предлагаемом здесь контексте. Уравнения описывают поведение во времени микрочастиц, обладающих волновыми свойствами, но выводы из решения этих уравнений оказываются применимыми и для макрообъектов.

Новые понятия динамических и информационных систем позволяют исследовать роль и место категорий неустойчивости, неравновесности, необратимости в концептуальных моделях функционирования нелинейных систем типа биосферы и природной среды, а также оценить роль моделирования и мониторинга природных систем в современных представлениях «науки об устойчивости» [50]. Важное значение в этих исследованиях приобретает рассмотрение «законов хаоса» — более адекватного примера изучения поведения неинтегрируемых систем, резонансных явлений и стохастических процессов в сравнении с общепринятыми «законами природы» («порядка») как более упрощённой постановки задач для обратимых процессов с циклической эволюцией. Информационно-динамический подход позволяет описать поведение существенно нелинейных систем вдали от положения равновесия, что является характерной чертой функционирования живых систем, и продемонстрировать появление необратимости как следствия описания кинетики открытых систем вместо идеализированных замкнутых систем, для которых характерны обратимые процессы. В целом, представлено современное состояние проблемы моделирования нелинейных процессов в глобальной экологии и космическом земледении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 00-01-00298, 01-05-64143).

Список литературы

1. Вернадский В. И. Биосфера и ноосфера. — М.: Наука, 1989. — 261 с.
2. Григорьев А. А., Кондратьев К. Я. Спутниковый мониторинг природных и антропогенных катастроф // Исслед. Земли из космоса. 1996. № 3. С. 68–78.
3. Космическое земледение: Информационно-математические основы / Под ред. В. А. Садовниченко. — М.: Изд-во МГУ, 1998. — 571 с.
4. Космическое земледение: Диалог природы и общества. Устойчивое развитие / Под ред. В. А. Садовниченко. — М.: Изд-во МГУ, 2000. — 640 с.
5. Гуди Р. М. Наблюдения Земли: дилемма Франкенштейна // Исслед. Земли из космоса. 1997. № 4. С. 93–99.
6. Кондратьев К. Я. Глобальная система наблюдений суши (GTOS): обнаружение и мониторинг континентальных экосистем // Исслед. Земли из космоса. 1994. № 3. С. 122–125.
7. Sushkevich T. A. Solar and Terrestrial Radiation Research in Newly Independent States: a Review // Proc. International Radiation Symposium IRS'96: Current Problems in Atmospheric Radiation. A. DEEPAK Publishing, Hampton, Virginia, USA, 1997. P. 1021–1024.
8. Исследования природной среды с пилотируемых орбитальных станций / Под ред. К. Я. Кондратьева. — Л.: Гидрометеиздат, 1972. — 400 с.

9. Лазарев А. И., Николаев А. Г., Хрунов Е. В. Оптические исследования в космосе. — Л.: Гидрометеиздат, 1979. — 256 с.
10. Лазарев А. И., Ковалёнок В. В., Авакян С. В. Исследование Земли с пилотируемых космических кораблей. — Л.: Гидрометеиздат, 1987. — 400 с.
11. Розенберг Г. В. О сумеречных исследованиях планетных атмосфер с космических кораблей // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1965. Т. 1, № 4. С. 377–385.
12. Розенберг Г. В., Николаева-Терешкова В. В. Стратосферный аэрозоль по измерениям с космического корабля // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1965. Т. 1, № 4. С. 386–394.
13. Розенберг Г. В. Поляризационный контраст // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1983. Т. 19, № 5. С. 483–489.
14. Сушкевич Т. А., Стрелков С. А., Иолтуховский А. А. Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. — М.: Наука, 1990. — 296 с.
15. Розенберг Г. В., Сандомирский А. Б., Сушкевич Т. А., Матешвили Ю. Д. Исследование стратификации аэрозоля в стратосфере по программе «Союз-Аполлон» // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1980. Т. 16, № 4. С. 861–864.
16. Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет. — М.: Наука, 1972. — 335 с.
17. Смоктий О. И. Моделирование полей излучения в задачах космической спектрофотометрии. — Л.: Наука, 1986. — 352 с.
18. Марчук Г. И., Михайлов Г. А., Назаралиев М. А., Дарбинян Р. А. Решение прямых и некоторых обратных задач атмосферной оптики методом Монте-Карло. — Новосибирск: Наука, 1968. — 100 с.
19. Кондратьев К. Я., Марчук Г. И., Бузников А. А. и др. Поле излучения сферической атмосферы. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. — 215 с.
20. Сушкевич Т. А. Осесимметричная задача о распространении излучения в сферической системе // Отчёт 1966. № 0-572-66. — М.: ИПМ АН СССР, — 180 с.
21. Гермогенова Т. А., Копрова Л. И., Сушкевич Т. А. Исследование угловой, пространственной и спектральной структуры поля яркости Земли для характерной модели сферической атмосферы // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1969. Т. 5, № 12. С. 1266–1277.
22. Lenoble J., Sekera Z. Equation of radiative transfer in a planetary spherical atmosphere // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1961. V. 47, № 3. P. 372–378.
23. Перенос радиации в рассеивающих и поглощающих атмосферах. Стандартные методы расчёта / Под ред. Ж. Ленобль. — Л.: Гидрометеиздат, 1990. — 263 с.
24. Альтовская Н. П., Розенберг Г. В., Сандомирский А. Б., Сушкевич Т. А. Поле яркости зари, наблюдаемой с космических кораблей // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1971. Т. 7, № 3. С. 279–290.
25. Альтовская Н. П., Розенберг Г. В., Сандомирский А. Б., Сушкевич Т. А. Некоторые результаты фотометрических исследований дневного горизонта Земли с космических кораблей «Союз-4» и «Союз-5» // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1971. Т. 7, № 6. С. 590–598.
26. Abbe E. Beitrage zur Theorie des Microscops und der microscopischen Wahrnehmung // Arch. Mikrosk. Anat. 1873. V. 9. P. 413–468.
27. Нюберг Н. О возможности приближённого спектрофотометрирования без разложения в спектр // ДАН СССР. 1934. Т. 4, № 5/6. С. 278–285.

28. *Нюберг Н.* О спектрах, сходных по цвету излучений // ДАН СССР. 1945. Т. 50. С. 143–146.
29. *Duffieux P. M. L'Integrale de Fourier et ses Applications a l'Optique.* — Rennes, 1946. — 232 p.
30. *Сушкевич Т. А.* Линейно-системный подход и теория оптического передаточного оператора // Оптика атмосферы и океана. 2000. Т. 13, № 8. С. 744–753.
31. *Chwolson O. D.* Grundzuge einer mathematischen Theorie der inneren Diffusion des Lichtes // Melanges phys. et chim. tires du Bull. de l'Acad. Imp. de Sci. de St.-Petersb. 1889. V. XIII. № 3. P. 83–90.
32. *Иванов В. В.* Столетие интегрального уравнения переноса излучения // Рассеяние и поглощение света в природных и искусственных дисперсных средах. — Минск: ИФ АН БССР, 1991. С. 10–36.
33. Численное решение задач атмосферной оптики / Под ред. М. В. Масленникова, Т. А. Сушкевич. — М.: ИПМ АН СССР, 1984. — 234 с.
34. *Сушкевич Т. А., Мишин И. В.* Амплитудная и фазовая характеристики рассеивающего слоя // ДАН СССР. 1982. Т. 263, № 1. С. 60–63.
35. *Сушкевич Т. А., Мишин И. В., Иолтуховский А. А.* Нелинейные пространственно-частотные характеристики трёхмерно-неоднородного рассеивающего слоя // ДАН СССР. 1983. Т. 269, № 1. С. 84–88.
36. *Сушкевич Т. А., Стрелков С. А.* Учёт диффузного отражения при решении векторного уравнения переноса // ДАН СССР. 1983. Т. 271, № 1. С. 89–93.
37. *Сушкевич Т. А.* Решение общей краевой задачи теории переноса для плоского слоя с горизонтальной неоднородностью // Докл. РАН. 1994. Т. 339, № 2. С. 171–175.
38. *Сушкевич Т. А.* Решение краевой задачи теории переноса для плоского слоя с горизонтально-неоднородной границей раздела двух сред // Докл. РАН. 1996. Т. 350, № 4. С. 460–464.
39. *Сушкевич Т. А., Стрелков С. А., Владимирова Е. В. и др.* Теоретические основы и расчётные модели для построения мониторинга возникновения и развития аварий и катастроф // Безопасность России. 1998. Т. 6. Разд. первый. — М.: МГФ «Знание». С. 419–430.
40. *Сушкевич Т. А., Стрелков С. А.* Функция влияния общей векторной краевой задачи теории переноса // Докл. РАН. 1999. Т. 364, № 4. С. 457–461.
41. *Сушкевич Т. А.* О моделировании переноса солнечного излучения в сферической атмосфере Земли и облаках // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12, № 3. С. 251–257.
42. *Сушкевич Т. А.* О решении задач атмосферной коррекции спутниковой информации // Исслед. Земли из космоса. 1999. № 6. С. 49–66.
43. *Сушкевич Т. А.* О задаче дистанционного зондирования поверхности через атмосферу планеты // Астрон. вестн. 2001. Т. 35, № 1. С. 51–62.
44. *Сушкевич Т. А., Владимирова Е. В.* О модели учёта отражающей границы в задачах переноса излучения в сферической оболочке // Сиб. журн. вычисл. математики. 2003. Т. 6, № 1. С. 20–38.
45. *Козодеров В. В.* О разработке теории глобальных изменений биосферы по данным исследований Земли из космоса // Исслед. Земли из космоса. 1998. № 6. С. 25–39.
46. *Кадомцев Б. Б.* Динамика и информация. — М.: Ред. ж. «Успехи физических наук», 1999. — 400 с.

47. Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант: к решению парадокса времени. — М.: Прогресс, 1994. — 266 с.
48. Садовничий В. А., Козодеров В. В., Ушакова Л. А., Ушаков С. А. Устойчивость глобального развития и хаотичность региональных явлений в нелинейных динамических процессах // Синергетика. 2000. Т. 3. — М.: Изд-во МГУ, С. 5–39.
49. Козодеров В. В. Информационно-динамические аспекты описания природных явлений по наблюдениям из космоса // Исслед. Земли из космоса. 2001. № 5. С. 27–44.
50. Козодеров В. В. Проблемы моделирования и мониторинга природных сред // Модели механики сплошной среды. Труды Математического центра им. Н.И. Лобачевского. Т. 15. — Казань: Изд-во Казанского математического общества, 2002. С. 79–109.

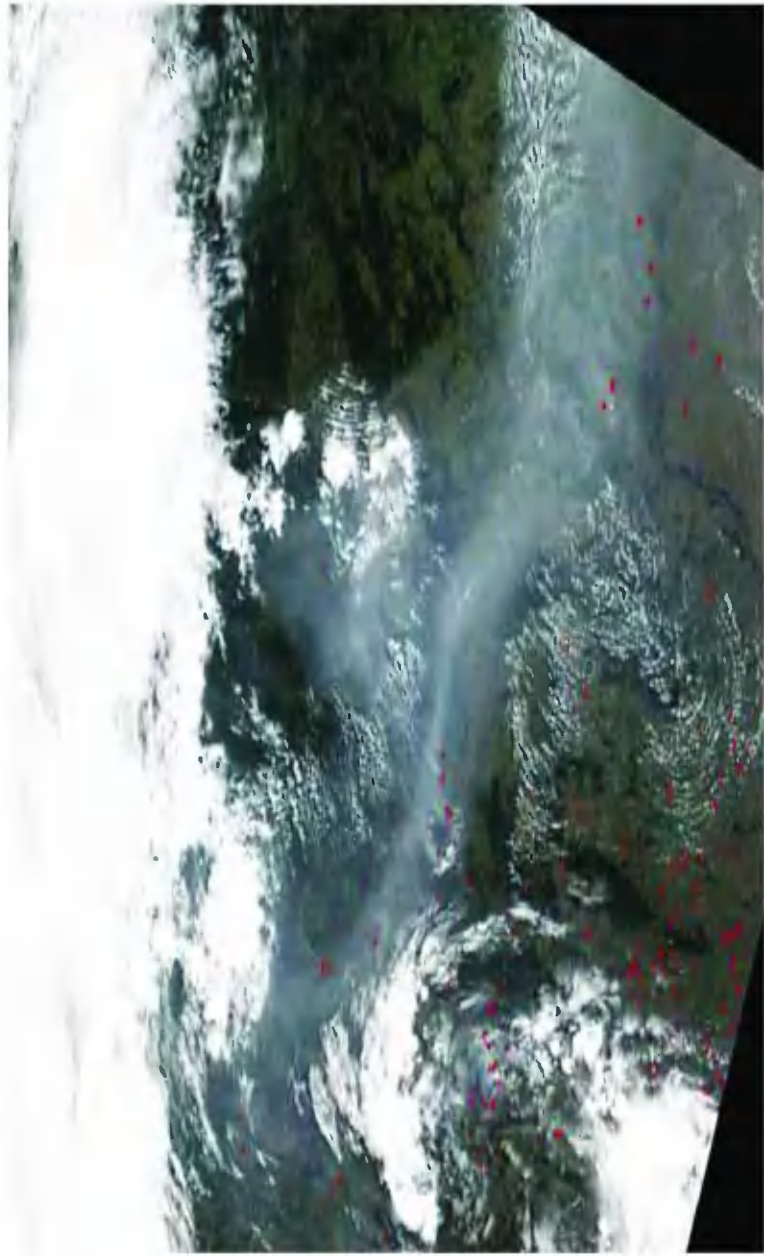


Рис. 1. Дым над Москвой. Снимок сделан 2 августа 2002 г. Естественные цвета

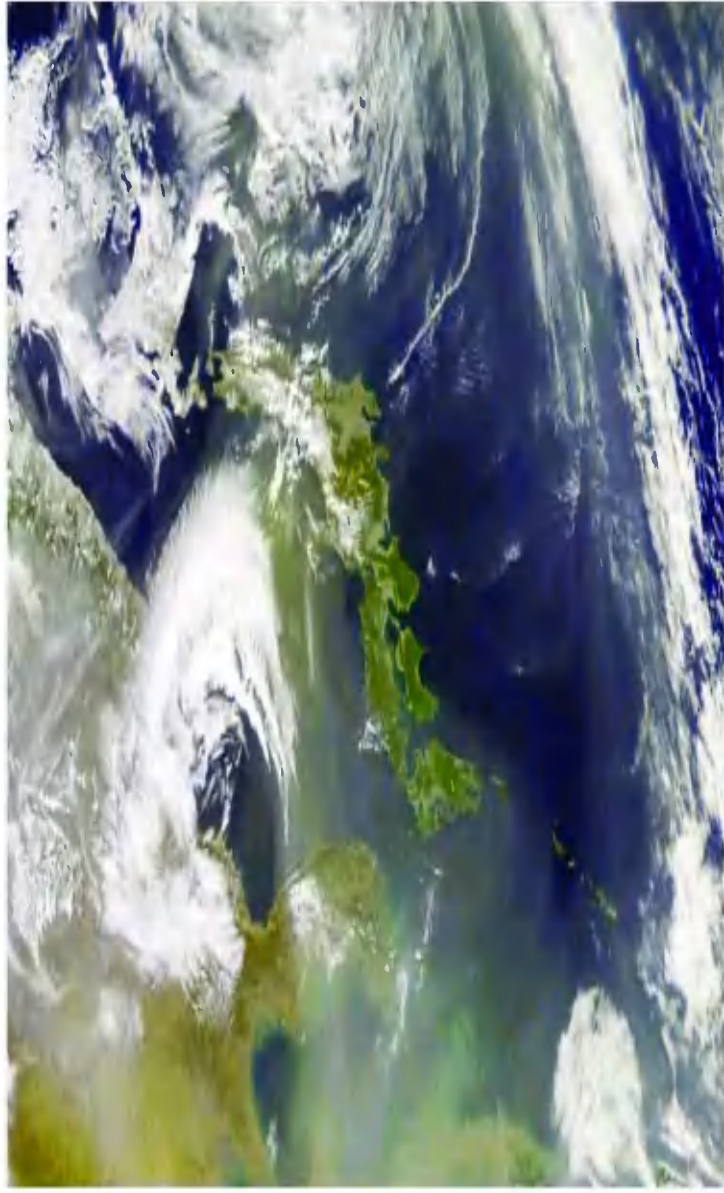


Рис. 2. На изображении аппаратуры SeaWiFS спутника OrbView за 19 марта 2002 г. видно, что дымовые выбросы заполнили небо над значительной частью территории Восточной Азии. Видно также, что вулкан на горе Ояма на острове к югу от Токио добавляет аэрозольных частиц в общую картину задымления территории. В верхнем правом углу виден ледовый затор к северу от острова Хоккайдо



Рис. 3. Наводнение на юге России. Снимок сделан 23 июня 2002 г.

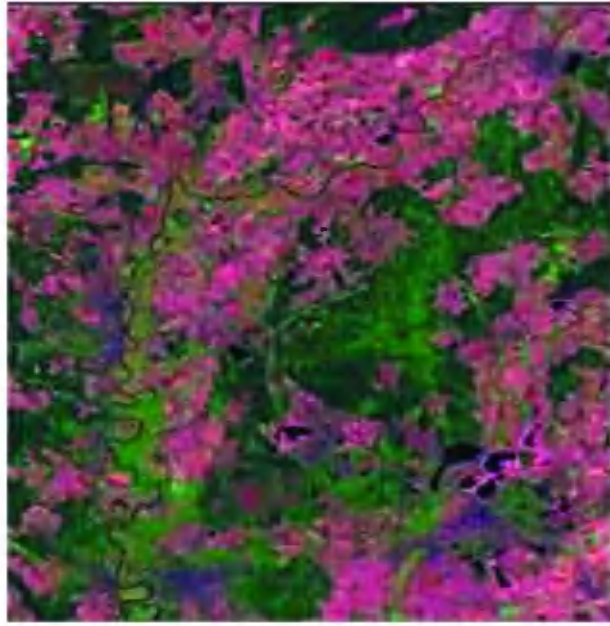


Рис. 4. Наводнение на Эльбе. Левый снимок сделан до наводнения. Река обозначена толстой линией темно-синего цвета.
На правом снимке река разлилась в озеро



Рис. 5. Синтезированное изображение территории $75 \text{ км} \times 100 \text{ км}$, полученное с помощью радиолокационной аппаратуры SIR-C/X-SAR за 5.10.1994 г. через несколько дней после начала извержения (30.10.1994 г.) вулкана Ключевского (в центре). Изображение развёрнуто так, что север находится в его нижней части. На рисунке правее Ключевского виден вулкан Безымянный, в самом верху — вулкан Толбачик, а река Камчатка протекает справа налево вдоль нижней части изображения. Красный цвет — HH-поляризация в L-полосе измерений (длина волны 24 см); зелёный цвет — HV-поляризация в этой же полосе; голубой цвет — HV-поляризация в C-полосе (длина волны 6 см)



Рис. 6. Система трёх наиболее заметных вулканов на одном из Гавайских островов (Биг Айленд). На данном спутниковом изображении эти вулканы видны как образования тёмных оттенков, что обусловлено вытекшей лавой тёмных базальтов от их извержений, на фоне остальной части острова, где преобладают оттенки красного цвета

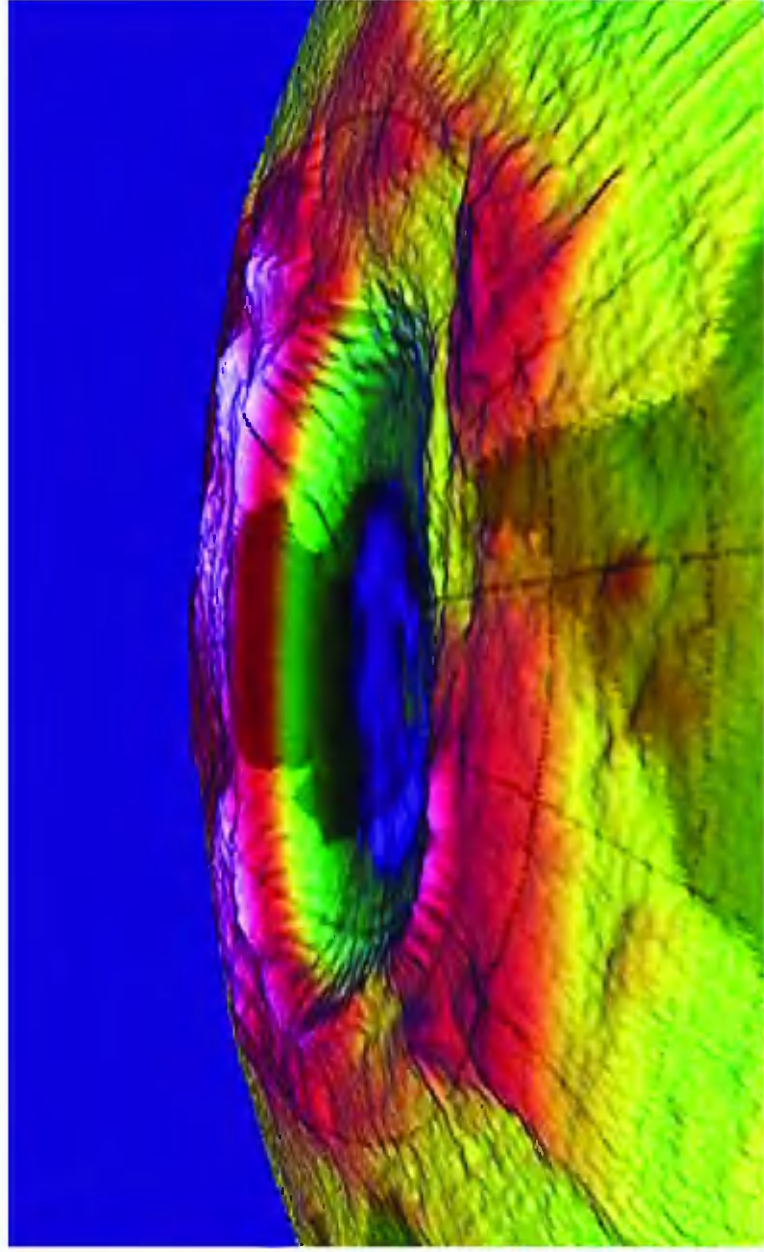


Рис. 7. Цветовая картина появления озоновой дыры в Антарктиде по спутниковым наблюдениям середины 1990-х годов

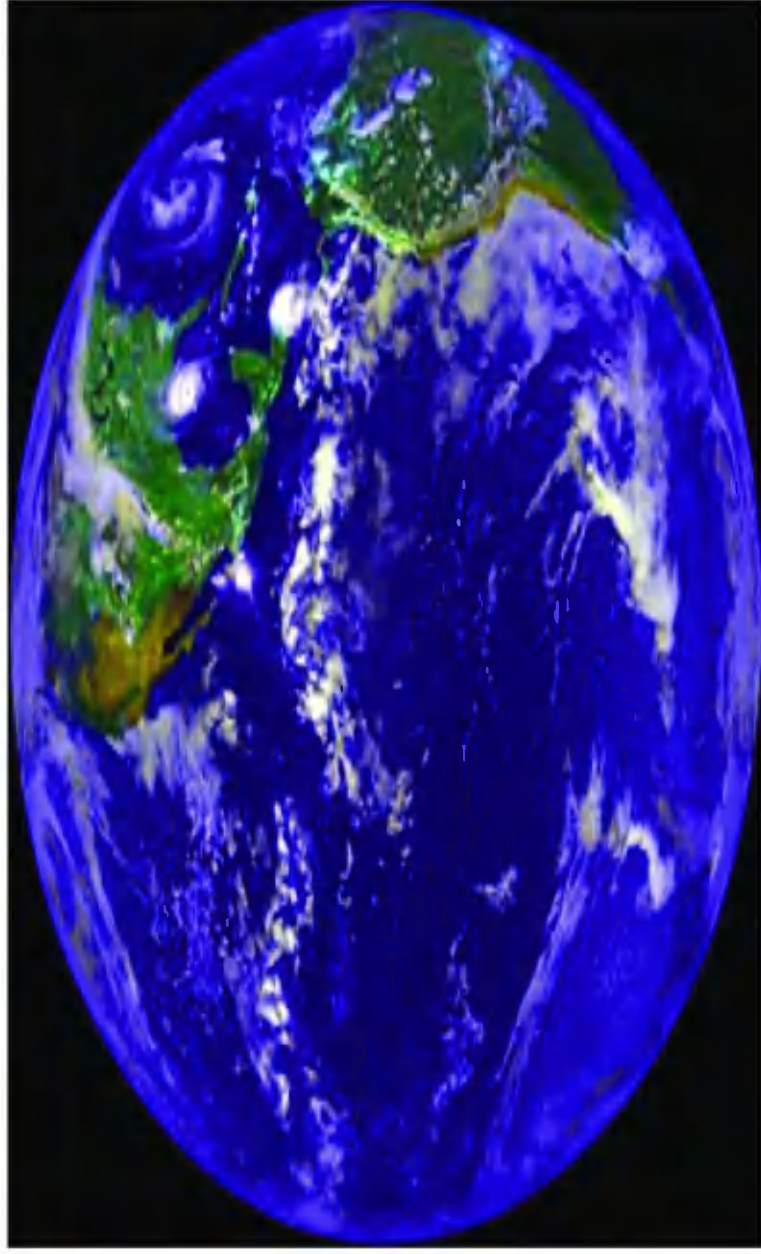


Рис. 8. Наблюдение Земли с геостационарного спутника GOES-W 25 августа 1992 г. Можно видеть ураган Эндрю огромной разрушительной силы, приближающийся к восточному побережью США