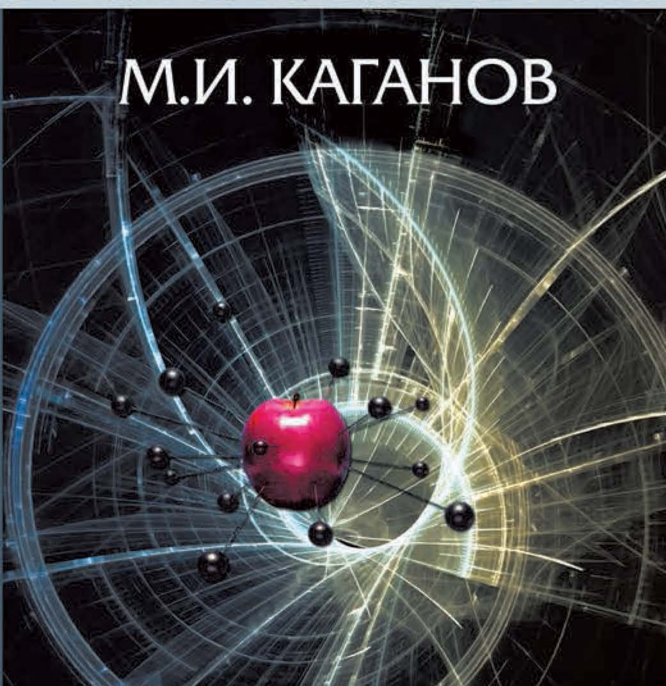
ВЫПУСК 129

Библиотечка КВАНТ

М.И. КАГАНОВ



Часть 1

Физика глазами физика

Библиотечка «Квант»
Приложение к журналу «Квант» № 1/2014

М. И. Каганов

Физика глазами физика

Часть 1

Электронное издание

Москва
Издательство МЦНМО

УДК 51(091)
ББК 22.3
К93

Каганов М. И.
Физика глазами физика. Часть 1.
Библиотечка «Квант». Вып. 129. Приложение к журналу «Квант» № 1/2014.
Электронное издание.
М.: МЦНМО, 2016.
176 с.
ISBN 978-5-4439-2379-6

В книге собраны вместе все публиковавшиеся в журнале «Квант» статьи одного из самых постоянных и любимых авторов — Моисея Исааковича Каганова, физика-теоретика, специалиста в области квантовой теории твердого тела, одного из ярких представителей школы Ландау.

Статьи в сборнике расположены в хронологическом порядке. Первая статья была напечатана в журнале «Квант» № 12 за 1970 год, последняя поступившая в редакцию статья будет опубликована во второй части предлагаемого сборника.

Книга адресована прежде всего тем молодым людям, кто в будущем видит себя фиником. Но, несомненно, она будет интересна и самому широкому кругу читателей.

Подготовлено на основе книги:
Каганов М. И. Физика глазами физика. Часть 1. — М.: МЦНМО, 2014. — 176 с. (Библиотечка «Квант». Вып. 129. Приложение к журналу «Квант» № 1/2014. — ISBN 978-5-4439-0618-8

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11,
тел. (499)241–08–04.
http://www.mccme.ru

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

В этом и следующем выпусках Библиотечки «Квант» редколлегия решила сделать подарок читателям: собрать вместе все публиковавшиеся в «Кванте» статьи одного из самых постоянных и самых любимых авторов – Моисея Исааковича Каганова.

Моисей Исаакович Каганов – физик-теоретик, один из ярких представителей школы Ландау, специалист в области квантовой теории твердого тела. Доктор физико-математических наук, профессор МГУ имени М.В.Ломоносова и почетный доктор Вроцлавского технологического университета. Участник Великой Отечественной войны. В 1949 году окончил физико-математический факультет Харьковского государственного университета, с 1949 по 1970 год работал в Украинском физико-техническом институте, а с 1970 по 1994 год – в Институте физических проблем имени П.Л.Капицы. Одновременно преподавал – сначала в Харьковском университете, потом в Московском. Сейчас живет в США.

По замечательным научным монографиям Моисея Исааковича (с соавторами) воспитывалось несколько поколений молодых физиков, а его удивительные научно-популярные статьи и книги помогли многим школьникам выбрать свой жизненный путь.

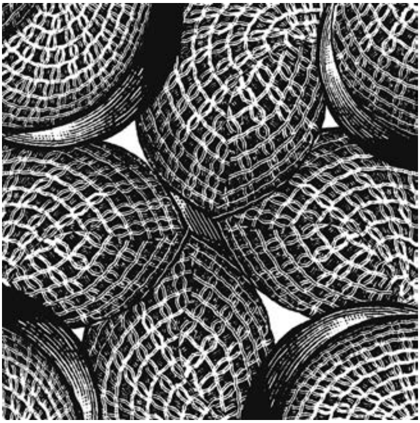
В 2011 году Моисею Исааковичу исполнилось 90 лет, однако он продолжает активно работать. Его статья «Постоянная Планка – символ квантового века» написана совсем недавно и будет впервые опубликована во второй части предлагаемого вашему вниманию сборника.

О ТРЕНИИ

В чем ошибка Аристотеля

Аристотеля обычно вспоминают, чтобы покритиковать. И то у него неправильно, и это. Особенно достается ему в курсе механики. Ведь хорошо известно, что силе пропорционально ускорение тела, а тело, предоставленное само себе, движется с постоянной скоростью. А Аристотель утверждал нечто другое: скорость тела пропорциональна действующей на него силе. И если не прикладывать силу, то тело остановится. Правда, наш каждодневный опыт скорее подтверждает утверждения Аристотеля, чем Ньютона, два закона которого мы сформулировали выше. Действительно, чтобы тело двигалось, его надо толкать или тянуть, т.е. прикладывать к нему силу, а как только приложенная сила исчезает, тело останавливается. Утверждение Аристотеля, на первый взгляд, лучше согласуется с наблюдаемыми явлениями, чем законы Ньютона. Поэтому-то так трудно было бороться с авторитетом Аристотеля.

Согласие между теорией (законами Ньютона) и экспериментом (наблюдениями за движущимися предметами) обнаруживается, если учесть силы трения. Когда, как казалось Аристотелю, на тело ничто не действует и поэтому (!) оно останавливается, на него в действительности действует сила трения, которая и тормозит движение.



Что же такое сила трения? Какова ее природа?

Чаще всего мы вспоминаем о ней, изучая работу механизмов, задумываясь о скольжении санок по снежному насту или лодки по водной поверхности. В общих чертах понять, что происходит при соприкосновении двух тел, пожалуй, можно.

Трение и атомы

Атомы соприкасающихся тел (полозьев и снега или подшипника и обоймы) взаимодействуют друг с другом.[1] При движении атомы одного тела пытаются увлечь атомы другого. Если им удается это, то одно из них или оба разрушаются. Мы говорим обычно – стираются. Давайте, чтобы не затруднять рассмотрение, пренебрежем стиранием. При не очень больших скоростях и достаточно твердых деталях это вполне допустимо. Итак, атомам одного тела не удается увлечь атомы другого тела. Что же все-таки происходит? Атомы твердого тела (кристалла) располагаются в определенных позициях в положениях равновесия. Правда, термин «располагаются» несколько условен, так как атомы все время находятся в движении: они совершают малые колебания около положений равновесия. Интенсивность этих колебаний определяется температурой. Чем больше температура, тем больше энергия и амплитуда колебаний атомов. Атомы кристалла взаимодействуют друг с другом. Изменение движения одного атома или группы атомов передается соседним.

Когда одно тело движется относительно другого, касаясь его, атомы этих тел «цепляют» и раскачивают друг друга. Если не бояться вульгаризации, то этот процесс можно представить себе так: человек бежит мимо висящих рядом маятников и раскачивает их (рис.1). Или еще лучше: маятники связаны между собой. Качнув один или несколько, заставляют двигаться все остальные.

Колебания атомов, расположенных на поверхности тела, передаются атомам, расположенным в глубине. Передача энергии от поверхности в глубину тела – сложный процесс, не до конца прослеженный до сих пор (хотя общие черты его поняты). Пути передачи энергии существенно зависят от того, что представляет собой твердое тело. Например, в металлах энергию могут уносить электроны. Но, каков бы ни был путь отвода энергии от поверхности, в конечном счете трение одного тела о

---

[1] Несколько туманное слово «взаимодействуют» означает, что атомы либо притягиваются друг к другу, либо отталкиваются. В действительности – и притягиваются, и отталкиваются. Вдали притягиваются, а вблизи отталкиваются. Надо только помнить, что масштабы в мире атомов – это ангстремы ($1\mathring{A} = 10^{-8}$ см). «Вдали» означает расстояние много больше $1\mathring{A}$, вблизи – порядка $1\mathring{A}$. При соприкосновении атомы разных тел находятся друг от друга на расстояниях, значительно превышающих $1\mathring{A}$.

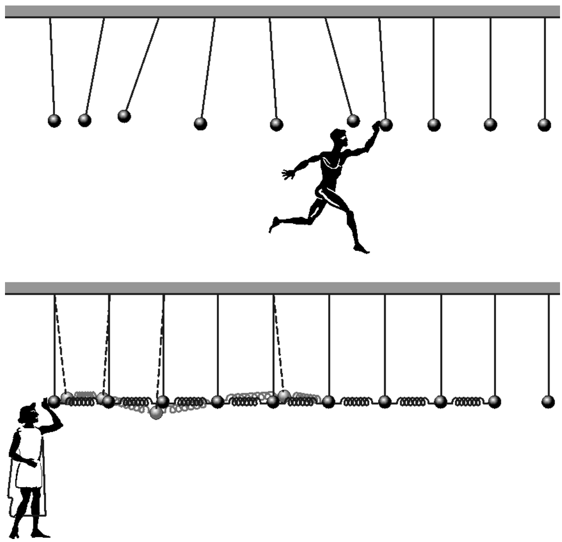


Рис. 1

другое приводит к повышению температуры. Кроме того, в процессе трения происходят изменения структуры трущихся поверхностей. Их необходимо учитывать при желании понять все явления, сопровождающие трение.[2] Однако, пока мы не пытаемся построить количественную теорию, нам не очень важно точно знать, что происходит в твердом теле. Существенно понять: энергия движущегося тела частично тратится на возбуждение движения атомных частиц, из которых состоят твердые тела.

Можно сказать, что трущиеся тела «работают», только работа эта делается впустую – энергия тратится на нагрев тела, которое чаще всего приходится искусственно охлаждать (человек каменного века, привыкший добывать огонь трением, не согласился бы с нами). Чем больше взаимная скорость тел, тем больше энергии расходуется на раскачку атомов, значит, тем большую работу производят тела. С другой стороны, известно, что работа в единицу времени (мощность) равна силе, умноженной на скорость. Эта сила и есть сила трения.

---

[2] Проблемой трения заняты коллективы ученых, которым приходится привлекать самые современные методы исследования и последние представления о движении атомных частиц в твердых телах.

Мы весьма формально «ввели» силу трения. Правда, попытались разъяснить ее природу.

Можно, поступить и несколько иначе. Выяснить, какое количество импульса (количество движения) теряет движущееся тело в единицу времени на возбуждение колебаний атомов. Согласно закону Ньютона изменение импульса тела в единицу времени равно действующей на него силе. Это дает нам возможность определить силу трения. Конечно, оба определения приводят к одному и тому же значению силы.

Сила трения характеризует взаимодействие между макроскопическими телами, и, хотя трение – результат взаимодействия отдельных атомных частиц, сила трения разительно отличается от сил, которые действуют между атомами и молекулами. Действительно, силы, действующие между атомами и молекулами, зависят только от расстояния между ними, а сила трения зависит от относительной скорости тел. Однако сила трения не только этим отличается от сил взаимодействия между микроскопическими телами. Она обладает свойством, называемым разными словами, смысл которых одинаков:

Необратимость, диссипация, потери

Под действием силы трения тело всегда теряет энергию, всегда тормозится. Это связано с тем, что энергия движения тел при трении расходуется на возбуждение движения атомных частиц. Атомов невообразимо много (в воздухе $\sim 10^{23}$ частиц в $1\ см^3$), движутся они беспорядочно. Переданная им энергия попросту рассеивается (диссипируется, от французского dissiparer – рассеивать) между бесчисленными атомами. Новые хозяева энергии непрерывно обмениваются ею друг с другом и вовсе «не склонны отдать долг» макроскопическому телу. Описанный процесс есть, конечно, переход кинетической энергии в тепловую. Мы видим, что этот процесс необратим.

Плодотворный метод обобщения понятий состоит в том, что одно из основных свойств, присущее данному понятию, принимают за его новое определение. Воспользуемся этим методом для обобщения понятия трения. Важнейшее свойство трения, как мы видели, это необратимость, связанная с переходом энергии упорядоченного движения в тепло. Примем это свойство за определение и отныне будем именовать трением всякий необратимый процесс, сопровождающийся переходом энергии упорядоченного движения в тепло. Теперь можно говорить о трении двух встречных потоков газа – они взаимно тормозятся и нагреваются, о трении твердого тела о газ и так далее.

А сила трения? Она по-прежнему сопровождает процесс трения. В самом деле, в процессе трения энергия упорядоченного движения уменьшается, значит, уменьшается и его скорость. Иными словами, ускорение направлено в сторону, противоположную скорости тела. Вспомним второй закон Ньютона. Где есть ускорение, там есть и сила. Эта сила и есть сила трения. Она направлена в сторону, противоположную скорости, она всегда тормозит.

Простой случай

Бывают случаи, когда расчет силы трения сравнительно прост и не требует глубокого проникновения в теорию твердого тела. Пусть, например, твердое тело движется через достаточно разреженный газ. Тогда сила трения обусловлена столкновениями атомов газа с поверхностью тела.

Прежде чем приступить к расчету силы трения, рассмотрим отдельный акт столкновения. Частица с импульсом $\vec{p}$ падает на поверхность тела. Столкновение атома с поверхностью – сложное событие. Подумаем, что может произойти. Атом может остаться на поверхности (прилипнуть), может глубоко проникнуть в тело, а может и отразиться от поверхности тела. При отражении (нас будет интересовать именно этот случай, мы дальше объясним почему) тоже возможны различные ситуации. Например, атом может ионизоваться или выбить атом с поверхности, молекула может распасться на составляющие ее атомы и так далее. Короче говоря, возможностей много, но будем считать, что атом просто отразился, как мяч от стенки. Не для упрощения, хотя эта ситуация действительно простейшая, а потому, что в подавляющем большинстве случаев при не слишком быстром движении тела через газ именно это и происходит – атомы просто отражаются (отскакивают) от поверхности тела.[3] Более сложные ситуации (внедрение атомов в твердое тело, ионизация и др.), конечно, тоже наблюдаются и подробно исследованы. Каждый из этих процессов происходит с наибольшей вероятностью при определенной скорости частиц. Например, чем больше скорости частиц, тем больше вероятность того, что атом проникнет на сравнительно большую глубину в твер-

[3] К счастью, очень редко молекулы воды из воздуха прилипают к летящему самолету. Иначе опасность оледенения возросла бы во много раз.

дое тело. Чтобы представить себе, о каких скоростях идет речь, отметим: атом кислорода, налетающий на поверхность твердого тела со скоростью 10^7 см/с, проникает приблизительно на 10–12 атомных расстояний в глубину твердого тела.[4] Средняя тепловая скорость v атомов газа с массой m, как показывает молекулярно-кинетическая теория газов, равна $\sqrt{\frac{kT}{m}}$, где T – температура в абсолютных единицах, а k – так называемая постоянная Больцмана, равная $1{,}4 \cdot 10^{-23}$ Дж/град. При $T = 300$ К ($= 27$ °C) средняя скорость атома кислорода меньше 10^5 см/с. Если тело покоится в газе, то средняя скорость столкновений молекул газа с поверхностью тела приблизительно совпадает со средней тепловой скоростью; если же тело движется, то отличается от нее. Однако в том случае когда скорость движущегося тела мала по сравнению со средней тепловой скоростью (никогда не следует проходить мимо частных случаев, в которых исследуемый вопрос выглядит проще), скорость столкновения почти не отличается от тепловой, и энергии атома попросту недостаточно для проникновения вглубь твердого тела.

Хотя мы назвали случай отражения атомов от поверхности твердого тела простейшим, но и он нуждается в пояснении. И атом, и тем более твердое тело – сложные системы, состоящие из большого числа частиц. При отражении атома от поверхности тела часть его энергии может уйти на то, чтобы несколько изменить внутреннее состояние атома или твердого тела, попросту говоря, сдвинуть частицы, из которых состоят атом и твердое тело. Если это произошло, то столкновение называется неупругим. Если же нет, то упругим. Каждое столкновение обладает некоторой неупругостью, но если часть энергии, ушедшая на изменение внутреннего состояния сталкивающихся объектов (атома, твердого тела), мала по сравнению с энергией атома, то неупругостью можно пренебречь и считать столкновение полностью упругим. Мы будем рассматривать именно такие столкновения.

Несколько слов о мяче

Может и должен возникнуть вопрос: «Почему неупругость мала?» Ответить на него непросто. Разберем несколько подробнее отскок мяча от стенки или, что проще, от

---

[4] Кинетическая энергия атома кислорода при этом равна 10 кэВ (см. ниже).

пола. Если столкновение упруго, то мяч, начавший движение с нулевой скоростью, после удара об пол подпрыгнет на высоту, с которой упал (трением о воздух пренебрегаем). Если столкновение неупруго, то мяч не долетит до начальной высоты. Опыт показывает, что твердый, хорошо надутый, мяч прыгает хорошо, а мягкий – плохо. И что от деревянного пола мяч отскакивает хорошо, а от песка – плохо. Все определяется тем, легко или трудно сдвинуть молекулы или атомы, из которых состоят сталкивающиеся тела (мяч, пол), относительно друг друга. Если легко (ненадутый мяч, отскок от песка), то соударение неупруго, если трудно, то – упруго. Казалось бы, должно быть иначе. Если трудно сдвинуть, то на это тратится большая часть энергии, если легко, то меньшая. Тогда было бы наоборот: мягкий мяч подпрыгивал бы на большую высоту, чем твердый. Хотя непосредственное наблюдение отвергает эту возможность, имеет смысл проверить себя расчетом.

Законы сохранения и неравенства

Рассмотрим столкновение двух элементарных частиц в том случае, когда одна из них гораздо тяжелей другой. Называя частицу элементарной, мы утверждаем, что внутреннее движение в частице отсутствует или не играет никакой роли в изучаемом явлении. Так, Землю можно было бы считать элементарной частицей при изучении движения Луны, если бы не приливы и отливы, «отсасывающие» ее энергию. Жесткий, хорошо надутый, мяч выступает в процессе столкновения как элементарная частица, а слабо надутый – как сложное тело.

Пусть тяжелая частица массой M до столкновения покоится. Обозначим через $\vec{p} = m\vec{v}$ импульс легкой частицы до столкновения. Для оценки импульсов и энергий частиц после столкновения воспользуемся законами сохранения энергии и импульса.

Ясно, что в результате столкновения кинетическая энергия тяжелой частицы может только увеличиться (напомним, что до столкновения она равнялась пулю). Так как полная энергия не изменяется, то кинетическая энергия легкой частицы, после столкновения уменьшается, а вместе с ней уменьшается скорость легкой частицы и величина ее импульса. Поэтому изменение импульса легкой частицы $\Delta\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}$ не превосходит по величине $2mv$.

Применим теперь закон сохранения импульса. Он утверждает, что изменения импульсов $\Delta\vec{p}$ и $\Delta\vec{P}$ легкой и тяжелой частиц равны по величине и противоположны по направлению: $\Delta\vec{p} = -\Delta\vec{P}$. С другой стороны, так как тяжелая частица до столкновения покоилась, то $\Delta p = \Delta P = MV'$ (V' – скорость тяжелой частицы после столкновения). Поэтому

$$V' \le \frac{m}{M}v \quad \text{и} \quad \frac{MV'^2}{2} \le \frac{2m^2}{M}v^2 = \frac{4m}{M}\frac{mv^2}{2}.$$

Это означает, что

$$\frac{MV'^2}{2} : \frac{mv^2}{2} \le 4\frac{m}{M}.$$

Итак, отношение энергии, переданной тяжелой частице, к первоначальной энергии легкой частицы не может превысить значения $4\frac{m}{M}$. Чем тяжелее тело, с которым сталкивается частица, тем меньше переданная энергия, тем ближе столкновение к упругому.

При столкновении с телом большой массы переданная ему энергия очень мала. Но ведь масса – мера инерции. Тело большой массы трудно сдвинуть.[5] Таким образом, при столкновении с телом, которое трудно сдвинуть, передается малая доля энергии. Подтвердилось наше наблюдение над отскоком мяча.

Прочитав внимательно последние абзацы, можно убедиться, что, отказавшись от точных соотношений – равенств, мы смогли почти без труда получить существенные сведения о процессе столкновения.

Твердое тело с точки зрения атома

Теперь вернемся к столкновению атома с твердым телом. Прежде всего постараемся понять, почему атом ведет себя как надутый (жесткий, упругий) мяч, а не как мягкий, слабо надутый. Хорошо известно, что электроны в атоме находятся в определенных фиксированных (чаще говорят, дискретных) состояниях, каждому из которых соответствует определенная фиксированная энергия. Но это означает, что, для того чтобы изменить внутреннее состояние атома (перевести электроны или хотя бы один электрон из одного состояния в другое), нужно затратить энергию, равную разности энергий конечного и начального состояний (рис.2). Если кинетическая энергия $E_{\text{кин}}$ атома газа гораздо меньше, чем разность энергий двух электронных состояний в атоме, т.е. если

$$E_{\text{кин}} \le \Delta E,$$

---

[5] Одна и та же сила, приложенная к телам с разной массой, придает им ускорения, обратно пропорциональные массам.

то атом отражается упруго, ему попросту не хватает энергии для возбуждения своих электронов и приходится вести себя как элементарная частица.[6] Как же обстоит дело в действительности? Обратимся к цифрам. Различие энергии ΔE между возбужденным состоянием и основным составляет несколько электронвольт. Когда речь идет о тепловых свойствах тел, энергию теплового движения атомов принято измерять в кельвинах.[7] Различие энергии между возбужденным состоянием и основным составляет в градусном выражении примерно 10^5 К. В то же время температура земных газов, конечно, значительно меньше 10^5 К. Наша догадка подтвердилась – все дело в соотношении энергий.

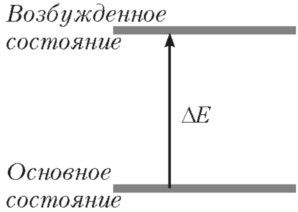


Рис. 2

Мы рассмотрели вопрос с точки зрения состояния атома, но ведь атом может потратить часть энергии на возбуждение движения в твердом теле. Что касается возбуждения электронов внутри атомов, составляющих твердое тело, то к ним полностью относится только что проведенное рассуждение: не хватает энергии. Но атом может качнуть атом (или атомы) твердого тела – заставить его колебаться. Однако надо помнить, что атомы в твердом теле связаны друг с другом (об этом мы говорили вначале). Один атом сдвинуть нельзя, можно возбудить в теле коллективное движение атомов, другими словами, возбудить звуковую волну. Этот процесс и есть главная причина неупругости столкновения атомов с твердым телом, если атомы падают на поверхность тела с не слишком большими скоростями. Однако, как показывает расчет, изменение энергии атома при этом мало. В данном случае твердое тело при взаимодействии с атомом «выступает» как макроскопическая система – «тяжелая на подъем», а, как мы убедились выше, это обстоятельство обеспечивает упругость столкновений.

Приведенные выше, конечно, очень приближенные рассуждения позволяют оценить, до каких скоростей атомов можно считать столкновения упругими. Пока падающий атом «воспринимает» твердое тело как целое, изменение энергии практически

---

[6] Если вы зайдете в магазин, в котором стоимость самого дешевого предмета превышает сумму, имеющуюся в ваших карманах, то «столкновение» с магазином произойдет «упруго» – с чем зашел, с тем и вышел.

[7] $1\ \text{К} = 1{,}4 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж} = 0{,}87 \cdot 10^{4}\ \text{эВ}$.

отсутствует – изменяется только направление импульса, а когда его энергии хватает на то, чтобы выбить атом твердого тела из его равновесного положения или возбудить электроны внутри себя или в атомах твердого тела, тогда столкновение существенно неупруго.

Так как потенциальная энергия взаимодействия атомов (или молекул) в твердом теле в расчете на одну частицу, как правило, меньше, чем энергия возбуждения электронов в атоме, то критическая скорость $v_{\text{кр}}$ (скорость, выше которой столкновение заведомо нельзя считать упругим) определяется энергией связи. Но энергия связи атомов в твердом теле равна (очень грубо) кинетической энергии молекул при температуре плавления:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT_{\text{пл}} .$$

Поэтому

$$v_{\text{кр}} \approx \sqrt{\frac{kT_{\text{пл}}}{m}} ,$$

где m – масса атома, сталкивающегося с твердым телом.

Может показаться, что нас сильно «увело» в сторону, что мы забыли, о чем ведем разговор – о природе сил трения. Это не так. Длинный разговор о столкновениях атома с твердым телом нам нужен, во-первых, для того, чтобы объяснить именно силу трения. Но, пожалуй, не менее важно и «во-вторых». Во-вторых, этот разговор нужен для того, чтобы показать сложность физических явлений, даже привычных, даже, казалось бы, совершенно элементарных. Можно было, конечно, просто сказать, что атом упруго (мы теперь понимаем, что означает этот термин) отражается от поверхности твердого тела. Но тогда из поля зрения выпала бы сложность взаимодействия атома с поверхностью твердого тела. И, пожалуй, главное: слишком упрощенное представление может привести к ошибкам. Например, если тело движется через газ с очень большой скоростью, то соответственно велика и скорость столкновения атомов с его поверхностью. Тут уже не учитывать неупругость нельзя.

Правда, к оценке «очень большой» надо подходить осторожно. Например, реактивный самолет, летящий с огромной сверхзвуковой скоростью через атмосферу, с точки зрения столкновений надо считать летящим медленно. Разнообразные сложности, возникающие при сверхзвуковом полете, обусловлены отнюдь не характером столкновений молекул воздуха с самолетом, а макроскопическими причинами – именно тем обстоятельством, что самолет летит быстрее звука, перегоняя звуковые волны, которые он возбуждает в воздухе... Вот теперь мы действительно отошли в сторону от интересующего нас предмета.

Чему же равна сила трения?

Итак, вернемся к расчету силы трения, действующей на тело, движущееся с относительно малой скоростью $\vec{u}$ через разреженный газ, температура которого T. Удобно считать тело покоящимся, а газ движущимся со скоростью $-\vec{u}$. Выделим на поверхности тела бесконечно малую площадку ΔS (рис.3). Импульс молекулы газа, столкнувшейся упруго с телом в точке на выделенной площадке, изменится на $2p_n$, где p_n – проекция импульса молекулы на нормаль к поверхности тела. Это означает, что молекула газа при столкновении с телом отдает ему импульс, равный $2p_n$. Теперь наша задача – подсчитать полный импульс, передаваемый газом телу в единицу времени. Изменение импульса в единицу времени и есть сила (в данном случае действующая со стороны газа на тело). Для вычисления полного передаваемого импульса надо, во-первых, учесть все молекулы, падающие в единицу времени на данную площадку, и, во-вторых, просуммировать по всем площадкам.

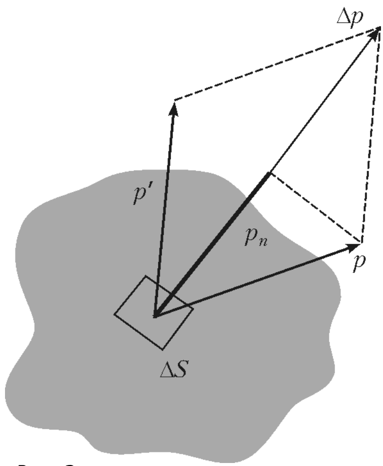


Рис. 3

Давление газа на покоящуюся стенку равно $1/3\,nmv^2$, где n – число молекул газа в единице объема, m – масса молекулы и v^2 – среднее арифметическое от квадратов скоростей молекул. Если тело покоится ($u = 0$), число ударов справа и слева в среднем одинаково, и поэтому телу никакой импульс не передается. При $u \neq 0$ это не так. Пусть тело движется. В этом случае скорость молекул, налетающих спереди, на u больше, а скорость молекул, налетающих сзади, на u меньше. Поэтому на участок ΔS движущейся плоскости действует сила

$$F = \left(p_{\text{спереди}} - p_{\text{сзади}}\right)\Delta S =$$

$$= \frac{1}{3}nm\Delta S\left((v+u)^2 - (v-u)^2\right) = \frac{2}{3}nmvu\Delta S\,.$$

Вспоминая, что $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, получим

$$F = \frac{2}{3} n \sqrt{3kTm}\, u \Delta S .$$

Для тела произвольной формы мы должны получить формулу

$$F = \beta S n \sqrt{mkT}\, u .$$

Здесь S – площадь поверхности тела, а β – численный коэффициент, зависящий от формы тела. Он учитывает, что на одни участки молекулы попадают перпендикулярно к поверхности, а на другие – под углом.

Если воспользоваться законом Клапейрона $pV = NkT$ ($N = nV$ – полное число частиц газа в объеме V), то можно выразить силу трения через давление p и температуру T газа:

$$F_{\text{тр}} = \beta S p \sqrt{\frac{m}{kT}}\, u .$$

Получился естественный результат: при фиксированных температуре и скорости тела сила трения тем больше, чем больше давление газа.

Вязкость газов

Мы довольно подробно описали, почему при движении тела через газ на него действует сила – сила трения. Это результат ударов отдельных молекул о поверхность движущегося тела. При этом мы совершенно не интересовались тем, что происходит с газом, с его молекулами после столкновения. Задумаемся ненадолго о судьбе молекул, столкнувшихся с телом. Ясно, что если бы мы имели возможность измерить скорости всех столкнувшихся с телом молекул, то убедились бы, что средняя скорость их не равна нулю. Молекулы пусть незначительно, но увлекаются движущимся телом. А если измерить скорости молекул вдали от тела, то (в отсутствие ветра, конечно) их средняя скорость равна нулю. Чуть-чуть другими словами: вблизи поверхности движущегося тела имеется упорядоченное движение газа, а вдали от тела его нет. С упорядоченным движением связан некоторый импульс. Слой газа вблизи поверхности тела называют пограничным слоем. Молекулы в пограничном слое чаще сталкиваются с движущимся телом, чем остальные молекулы газа. Из-за этого их средний импульс должен был бы возрастать, если бы не было процесса отвода импульса из пограничного слоя. Понять этот процесс легко.

Молекулы газа, улетающие из пограничного слоя, просто уносят с собой излишек импульса. Вдали от тела они «разбазаривают» его в многократных столкновениях с другими молекулами или в столкновениях с покоящимися телами.

Способность газа переносить импульс из одного места в другое и, главное, необратимо растрачивать его носит название вязкости. Вязкость и трение неразлучны. Вязкость – интересное явление, в котором главную роль играют столкновения между молекулами. Мы ими вовсе пренебрегли при вычислении силы трения, действующей на движущееся тело со стороны газа.

Мы при этом ошиблись. Но как? Преувеличили или занизили силу трения? Легко понять, что преувеличили. Действительно, мы считали, что молекула, столкнувшись с телом, больше никогда к нему не вернется и, следовательно, не будет иметь возможности «вернуть» телу полученный у него импульс. В действительности, если тщательно проследить за многими молекулами, столкнувшимися с телом, то мы убедимся, что часть из них возвращается к телу (после столкновения с какой-либо из молекул газа), другие отдают приобретенный от тела излишек импульса своим партнерам по столкновениям, а те в свою очередь могут столкнуться с телом. Строго говоря, в результате столкновений молекул друг с другом происходит частичный возврат импульса телу, а значит, тело теряет меньший импульс, чем мы считали.

Выведенная здесь формула применима только к очень разреженным газам, у которых среднее расстояние между столкновениями молекул значительно больше размеров тела. Если вычислять силу трения, действующую на пылинки с размерами, не превосходящими нескольких микронов, под категорию разреженных газов может подойти и окружающий нас воздух.

О МЕХАНИКЕ АРИСТОТЕЛЯ

Процесс познания природы не ограничивается спокойным накоплением фактов и формулировкой на их основе абсолютно точных утверждений – законов природы. По словам Альберта Эйнштейна, «идет драматическая борьба между старым и новым».

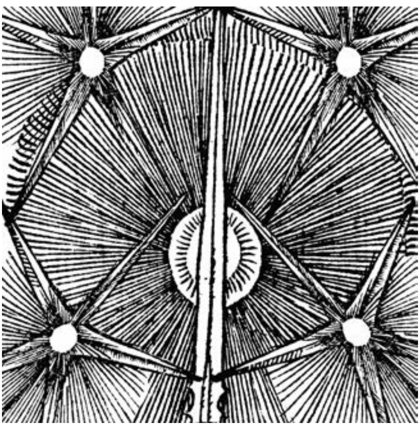
Не следует, однако, думать, что новые теории попросту отменяют (ниспровергают) старые. Как правило, новая теория указывает старой «ее место». Утверждения, ранее казавшиеся абсолютными, справедливыми всегда и везде, как показывает анализ с позиций новой теории, справедливы лишь в определенных рамках, ограниченных определенными условиями.

В области, где она справедлива, старая теория по-прежнему хороша. Иначе зачем ее было создавать?

Сравнивая механику Аристотеля с механикой Ньютона, мы покажем, в каких условиях механика Аристотеля – правильная теория. Этот пример поможет разобраться, как совершается переход от новой теории к старой.

Галилей и Аристотель

Одним из выдающихся образцов смелой научной критики и в то же время классическим примером «мысленного эксперимента» является рассуждение Галилея о падающем камне. Это рассуждение направлено против тезиса Аристотеля о пропорциональности силы и скорости и заключается в следующем.



Если взять два камня, один полегче, второй потяжелее, и сбросить их с башни, то согласно Арис-

Статья написана в соавторстве с Г.Я.Любарским.

тотелю более тяжелый камень будет падать быстрее, чем легкий, так как на него действует бóльшая сила. Что же, тут как будто ничего нелепого нет. Каждый из нас знает, что металлическая монета падает быстрей, чем пушинка.

Однако Галилей предлагает: соединим эти камни друг с другом. Что получится? Опять понятно. Более тяжелый камень будет ускорять более легкий, а тот в свою очередь будет тормозить своего компаньона. Так что соединенные вместе два камня будут падать несколько быстрее, чем падает свободный легкий камень, но медленней, чем падает тяжелый камень. Все это вытекает из тезиса Аристотеля и в то же время ... противоречит этому тезису. В самом деле, соединенные вместе два камня мы вправе рассматривать как один камень с весом, равным сумме весов легкого и тяжелого камней. Так как вес двойного камня больше веса тяжелого камня, то он (согласно Аристотелю) будет падать быстрее, чем тяжелый камень. Итак, следуя Аристотелю, мы пришли к двум взаимоисключающим выводам. Поэтому тезис Аристотеля неверен.

Думается, что живой Аристотель сумел бы возразить Галилею. Но Галилей боролся не против живого Аристотеля, а против мертвой окостеневшей догмы, в которую церковь превратила учение Аристотеля. И Галилею удалось победить эту догму.

Неправильные теории

«Всякое утверждение либо истинно, либо ложно». Это, конечно, верно. Однако это не лучший способ классификации утверждений. Поясним примером. Допустим, вы интересуетесь своим весом. Пусть весы показали 57 кг 300 г. Означает ли это, что ваш вес в точности равен 57 кг 300 г и ни одним миллиграммом больше? Вряд ли. Следовательно, утверждение «ваш вес равен 57 кг 300 г» является не истинным, а ложным. Точно так же являются ложными утверждения: «ваш вес равен 2 кг» и «ваш вес равен 107 кг». Поэтому, если вы признаете только одну классификацию утверждений (либо истина, либо ложь) и в соответствии с этим принимаете во внимание только истинные утверждения, а ложные игнорируете, то, сойдя с весов, вы ровно ничего не узнаете о своем весе. Вообще, нужно сказать, что в соответствии с жесткой схемой «истина – ложь» почти вся поступающая к вам из внешнего (и внутреннего) мира информация будет вами отбраковываться, и вы практически ничего не будете знать о внешнем мире.

Вывод из этого таков: приближенно правильные утверждения играют в нашей жизни гораздо большую роль, чем абсолютно истинные утверждения (последних слишком мало). Это относится и к наукам вообще, и к физическим теориям в частности. Именно поэтому, когда после работ А.Эйнштейна выяснилось, что механика Ньютона не абсолютно точна, а только приближенно правильна, ее полезная роль в жизни человечества и в науке возросла, так как стало понятно, когда ее можно и нужно применять. Приближенно правильные теории имеют преимущество по сравнению с абсолютно правильными: опыт не может доказать абсолютную правильность какой-либо теории. Ведь все измерения делаются лишь с некоторой степенью точности. Только с некоторой степенью точности можно установить экспериментально, что $F = ma$, что период колебаний математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ и т.п. Приближенная правильность теории доказывается опытом, и притом окончательно.

Всякую теорию, которая при определенных условиях является приближенно правильной, называют правильной теорией. Правильной теорией является, в частности, механика Ньютона.

Мы покажем здесь, что механика Аристотеля – тоже правильная теория, и обсудим ее связи с механикой Ньютона.

Частица в вязкой жидкости

Начнем издалека. Рассмотрим с позиций механики Ньютона движение частицы в неподвижной вязкой среде в том случае, когда на частицу действует постоянная сила f. Для простоты ограничимся случаем, когда первоначальная скорость частицы параллельна силе f. Кроме силы f на частицу действует сила трения. Хотя мы говорим «частица», по сути дела, речь идет о макроскопическом теле. Термин «частица» применен, чтобы подчеркнуть: мы будем рассматривать только поступательное движение тела как целого. Макроскопическое тело в данном случае ведет себя как элементарная частица.

При малых скоростях сила трения, как известно, пропорциональна скорости:

$$F_{\text{тр}} = \alpha v .$$

Уравнение движения частицы будет иметь вид

$$Ma = f - F_{\text{тр}} = f - \alpha v ,$$

где M – масса частицы, a – ее ускорение. Скорость, при которой сила трения равна по величине силе f, играет особую роль. Это скорость равномерного движения частицы. Обозначим ее через v_0. Из равенства $f = \alpha v$ следует

$$v_0 = \frac{f}{\alpha}.$$

При скоростях, меньших v_0, сила трения меньше силы f, и частица движется ускоренно.

Если сила f, действующая на тело, равна единице, скорость v_0 носит особое название – подвижность. Введем для нее специальную букву u. Ясно, что размерность u такова:

$$[u] = \frac{\text{см}}{\text{с} \cdot \text{дин}} = \frac{\text{с}}{\text{г}}.$$

Рассмотрим сначала случай, когда $f = 0$, т.е. единственной силой, действующей на частицу, является сила трения. Из повседневного опыта известно, что скорость такой частицы все время будет уменьшаться и в конце концов частица остановится. Первая часть этого утверждения вытекает и из механики Ньютона. В самом деле, поскольку сила (в данном случае сила трения) направлена против скорости, то в ту же сторону направлено и ускорение, а это и означает, что скорость частицы уменьшается.

Насколько быстро протекает этот процесс и сколько нужно ждать, пока частица остановится? Анализ движения частицы под воздействием силы трения приводит к парадоксальному (на первый взгляд) результату: частица вовсе не остановится. Правда, за время, равное $\frac{M}{\alpha}\ln 2$, ее скорость будет уменьшаться вдвое по сравнению с предыдущим значением.

Что значит «остановиться»?

В действительности никакого противоречия между теорией и опытом нет. Для опровержения теории экспериментом необходимо, чтобы расхождение между ними было меньше погрешности эксперимента. В данном случае это условие не выполняется, так как предсказываемая теорией скорость неограниченно убывает с течением времени и начиная с некоторого момента становится меньше погрешности эксперимента. Если состояние покоя фиксировать не визуально (на глаз), а пользоваться достаточно точными инструментами, то в случае микроскопического тела можно обнаружить хорошо известное броуновское движение. Это действительно будет опровержением теории, однако в таком опровержении нет ничего удивительного, так как с самого начала мы учитывали только среднее действие частиц окружающей среды – например, молекул газа. Естественно, что основанная на этом предположении картина не отражает случайных ударов отдельных молекул о частицу, которые все вместе (усредненные) являются, как мы знаем, причиной трения.

Следовательно, вопрос: «Сколько времени пройдет до остановки?» поставлен неправильно. Его следует заменить вопросом: «Когда скорость частицы станет практически неотличимой от нуля?»

Понятие «практически неотличимая от нуля скорость» нуждается, разумеется, в дальнейшей расшифровке. В зависимости от цели, ради которой нужно остановить тело (например, катер у причала, с тем чтобы можно было набросить канат на кнехты), практически равная нулю скорость может составлять одну сотую, тысячную или, скажем, миллионную часть первоначальной скорости. Для определенности примем, что практически неотличимая от нуля скорость составляет одну тысячную долю первоначальной скорости. Мы уже говорили, что за время $\dfrac{M}{\alpha}\ln 2$ скорость частицы уменьшается вдвое. Назовем величину $\tau = \dfrac{M}{\alpha}\ln 2$ постоянной времени. (Эту величину называют временем свободного пробега, если речь идет не о макроскопическом теле, а об атомной частице… Ничего не поделаешь, часто одну и ту же величину в разных областях физики именуют по-разному.) По прошествии времени 10τ скорость уменьшится более чем в $2^{10} = 1024$ раза. Таким образом, время остановки равно удесятеренной постоянной времени. Если считать частицу остановившейся лишь тогда, когда ее первоначальная скорость уменьшится в миллион раз, то время остановки увеличится всего лишь вдвое, т.е. станет равным 20τ.

Вернемся к основной задаче – к изучению движения тела в вязкой среде под действием постоянной силы f. В этом случае, как мы говорили, особую роль играет скорость v_0 тела, при которой сила трения уравновешивает силу $f\left(v_0 = \dfrac{1}{\alpha} f\right)$. Если $v > v_0$, частица тормозится, если меньше – ускоряется.

Анализ движения частицы в вязкой среде под действием постоянной силы f показывает, что через время, примерно равное 10τ, скорость частицы практически не будет отличаться от $v_0 = \frac{1}{\alpha} f$. (Если рассматривать движение частицы в системе координат, движущейся относительно среды со скоростью v_0, то это условие означает, что за время $\sim 10\tau$ частица останавливается.)

Все движение удобно разделить на два этапа: первый (переходный режим, его длительность – несколько постоянных времени), во время которого скорость частицы увеличивается (в начальный момент частица покоилась), приближаясь к значению $v_0 = \frac{f}{\alpha}$; второй этап (установившийся режим) – скорость частицы практически равна $v_0 = \frac{f}{\alpha}$.

Механика Аристотеля как наука

Исследуя движение частицы с позиций механики Ньютона, мы пришли к подтверждению закона Аристотеля: скорость пропорциональна приложенной силе! Однако мы получили нечто большее, чем простое подтверждение закона Аристотеля. Мы увидели его приближенный характер: он не оправдывается в течение переходного режима. Длительность этого «неприятного» для сторонников механики Аристотеля режима определяется постоянной времени τ, равной $\frac{M}{\alpha}\ln 2$. Поэтому чем меньше постоянная времени, тем несущественней отклонения от закона Аристотеля. Можно сказать, что механика Аристотеля есть предельный случай механики Ньютона, когда постоянная времени стремится к нулю, или, иными словами, когда масса тела мала, а сила трения велика.

Что произойдет, если на частицу в вязкой среде будет действовать сила переменной величины? Мы уже говорили, что скорость частицы принимает соответствующее данной силе значение через время, примерно равное 10τ. Поэтому в каждый данный момент времени скорость частицы примерно равна $v(t) \approx \frac{1}{\alpha} f(t - 10\tau)$, т.е. будет определяться значением силы в момент времени $(t - 10\tau)$. Отсюда вытекает второе условие, ограничивающее применимость механики Аристотеля: действующая на частицу сила, если она не постоянна, должна изменяться медленно, иными словами, ее изменения за время порядка 10τ должны быть достаточно малыми.

Соотношение наук

Мы видим, что механика Аристотеля обладает всеми свойствами правильной классической[1] физической теории; существует область явлений, где применима эта теория, и известны условия, ограничивающие ее применимость. Остановимся на этом вопросе более подробно. Каждая физическая теория оперирует своим набором физических понятий, каждая физическая теория объективно связана с определенными представлениями о пространстве и времени, о характере причинности, о полном описании состояния физической системы.

Одним из основных понятий механики Ньютона, несомненно, является понятие массы. Это понятие чуждо механике Аристотеля. Здесь основной характеристикой тела является его подвижность. Связанная с ней постоянная времени, по сути дела, уже вне механики Аристотеля: она характеризует условия неприменимости античной механики.

Обратимся теперь к очень важному вопросу о соотношении классической теории и теории, ее обобщающей.

Все (и физики, и математики, и даже философы) сталкиваются с очень трудными задачами при изучении этого своеобразного вопроса. Естественно ожидать, что чем «проще» и привычней сравниваемые теории, тем легче усмотреть те связи, которые для них характерны. Поэтому заманчиво подробно рассмотреть самую простую пару теорий: механика Аристотеля – механика Ньютона.

Рассмотрим несколько фундаментальных физических понятий в рамках этих двух теорий.

Состояние системы

Понятие состояния системы не следует путать с описанием системы. Так, например, если мы скажем, что система состоит из двух шаров радиусом r и массой M, связанных друг с другом пружиной, естественная длина которой равна L, а жесткость – k, то из такого описания системы нельзя сделать вывод о положении и скорости каждого из шаров, о расстоянии

[1] Прилагательное «классическая», если оно относится к физической теории, имеет тот же смысл, что и звучная приставка «экс» перед словом «чемпион»; оно означает, что уже существует более точная теория с более широкой областью применения, содержащая в себе «классическую» теорию.

между ними, об ускорении шаров, в общем – о всех тех величинах, которые меняются с течением времени. Подобные величины (будем их называть переменными параметрами) могут носить и гораздо более сложный характер. Так, если системой является атмосфера Земли, то к числу переменных параметров относится и температура как функция высоты и географических координат, и скорость ветра как функция от этих же переменных, и много других параметров.

Выберем некоторый набор x_i $(i = 1, 2, \ldots)$ переменных параметров так, чтобы удовлетворить следующим двум условиям:

1) любой набор значений параметров x_i может осуществиться, т.е. систему можно привести в состояние, в котором каждый из параметров x_i принимает предписанное значение;

2) зная в начальный момент $t = t_0$ значения всех параметров x_i, можно вычислить их значения в любой последующий момент времени.

Рассмотрим пример – электрон в постоянном электромагнитном поле. Для того чтобы описать эту систему в механиках Ньютона и Эйнштейна, нужно, помимо описания электромагнитного поля, указать массу и заряд электрона; в механике Аристотеля нужно задать его подвижность.

Попробуем задать состояние электрона, указав произвольно его координаты, скорость и ускорение. Сразу видно, что в рамках механики Ньютона совокупность этих величин не годится для задания состояния. В самом деле, положение и скорость электрона определяют силу, действующую на него со стороны электромагнитного поля. Согласно механике Ньютона сила определяет ускорение электрона. Поэтому ускорение нельзя задавать произвольно и его надо исключить из набора параметров, задающих состояние электрона. В механике Аристотеля из этого набора следует исключить и скорость, так как в рамках этой теории сила однозначно определяет скорость. Можно доказать математически, что, зная положение и скорость электрона в начальный момент времени, можно вычислить эти же величины в любой последующий момент времени, опираясь на второй закон Ньютона. Точно так же закон Аристотеля позволяет найти координаты точки в любой момент времени, если они известны в начальный момент.

Итак, в механике Ньютона состояние системы задается указанием положения всех точек системы и их скоростей.

В механике Аристотеля состояние системы известно, если известны положения всех ее точек.

Описание системы состоит из двух частей: описание внешних условий, в которых находится система, и собственно описания системы. Первая часть осуществляется путем задания сил, действующих на систему со стороны «внешнего мира». Здесь отличие механики Аристотеля от механики Ньютона состоит в том, что в последней учитываются силы трения, а в первой они не замечаются. Вторая часть описания системы состоит в задании сил, с которыми отдельные части системы взаимодействуют друг с другом, и в задании масс (в механике Ньютона) или подвижностей (в механике Аристотеля) каждой отдельной части системы.

Подытожим сказанное: каждое из двух понятий – описание системы и состояние системы – имеет различный смысл в механике Аристотеля и в механике Ньютона. Заметим, что при переходе к квантовой механике оба эти понятия испытывают очередное и очень серьезное изменение.

Законы сохранения

Хорошо известно, что в механике Ньютона имеют место законы сохранения. Проще всего они формулируются для замкнутой системы. Так называется система тел, которые взаимодействуют друг с другом и не взаимодействуют ни с какими другими телами. Строго говоря, замкнутых систем в природе не существует. Гравитационное и электромагнитное поля, потоки космических частиц не позволяют «замкнуться в себе» какой-либо системе тел. Существуют, однако, почти замкнутые системы. Силы, действующие на входящие в них тела со стороны посторонних тел, очень малы, и такие системы ведут себя почти неотличимо от замкнутых систем. Поэтому представляется важным познакомиться с основными свойствами замкнутых систем.

Оказывается, что семь величин – энергия системы, три компоненты ее импульса и три компоненты ее момента количества движения – не изменяются с течением времени («сохраняются»), если система замкнута.

Легко найти закон сохранения и в механике Аристотеля. Рассмотрим для этого какую-либо «замкнутую» систему тел. Слово замкнутая заключено в кавычки, так как с точки зрения механики Ньютона ни одна система тел в механике Аристотеля не является замкнутой – каждое тело взаимодействует со средой, ответственной за силу трения.

Пусть $\vec{r}_1(t), \vec{r}_2(t), \ldots, \vec{r}_n(t)$ – радиусы-векторы тел, образующих «замкнутую» систему. Построим вектор

$$\vec{R} = \frac{\sum_i \frac{1}{\alpha_i}\vec{r}_i(t)}{\sum_i \frac{1}{\alpha_i}}$$

и назовем его главным вектором системы. Предлагаем читателю самостоятельно доказать следующие утверждения: 1) главный вектор «замкнутой» системы сохраняется – не изменяется со временем; 2) если на тела действуют внешние силы, то конец главного вектора системы (теперь уже незамкнутой) движется, как тело с подвижностью

$$\alpha = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{\alpha_i}}$$

под действием суммы внешних сил, приложенных к системе. Это утверждение нетрудно доказать, пользуясь «законом Аристотеля» и определением главного вектора системы.

Наблюдая за дождевой каплей

Как определить экспериментально постоянную времени? Первое, что приходит в голову, это измерить продолжительность переходного режима. Во многих случаях этот совет очень плох. Представьте себе, что нам нужно измерить постоянную времени дождевых капель. Для наблюдения переходного режима пришлось бы поднять наблюдателя на высоту дождевых туч и снабдить его тонкой аппаратурой, улавливающей момент образования дождевой капли и способной не потерять ее из виду, пока она не станет падать равномерно. Гораздо проще измерить скорость капли v_0 вблизи поверхности Земли:

$$v_0 = \frac{f}{\alpha} = \frac{Mg}{\alpha} = \frac{g}{\tau},$$

а отсюда найти постоянную времени:

$$\tau = \frac{g}{v_0}.$$

Вы, конечно, обратили внимание: для силы мы воспользовались выражением для силы тяжести; кроме того, мы предположили, что вблизи Земли движение уже установившееся. Это предположение надлежит проверить. Очень простой способ узнать скорость дождевых капель состоит в наблюдении следов этих капель, оставляемых на окнах движущегося трамвая. Если скорость трамвая, скажем, равна $V = 20$ км / ч, а следы капель на стекле составляют с вертикалью угол $30°$, то скорость капель равна

$$v_0 = \frac{V}{\operatorname{tg} 30°} \approx 34 \text{ км/ч} \approx 9{,}4 \text{ м/с}\,.$$

Отсюда следует, что постоянная времени примерно равна одной секунде. Путь, пройденный каплей в течение переходного режима, длительность которого можно принять равной 5–10 с, не превышает поэтому 50–100 м (мы учли, что скорость капли в переходном режиме не больше установившейся скорости). То что длина пути в переходном режиме оказалась столь малой, подтверждает наше предположение: капля движется вблизи Земли с установившейся скоростью. Но к этому выводу можно прийти и без вычислений, наблюдая за дождем из открытого окна трамвая или, еще проще, за косым дождем.

ЭЛЕКТРОН ДВИЖЕТСЯ С ТРЕНИЕМ

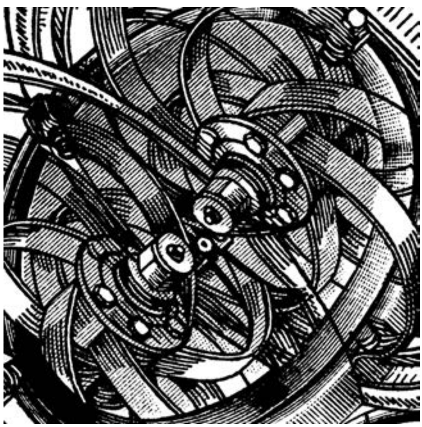
Введение

Слово «трение» напоминает о движущихся частях машин, о санках, скользящих по снежному насту, о метеорите, раскаляющемся при пролете через атмосферу. В одних случаях без трения нельзя обойтись, в других – делают все возможное, чтобы от него избавиться. С трением приходится считаться лыжнику-слаломисту и инженеру-конструктору; поскользнувшийся прохожий сетует на отсутствие трения, а физики в лабораториях изыскивают способы уменьшения трения хотя бы на доли процента. Но, пожалуй, кто бы ни думал о трении, все представляют себе какое-либо макроскопическое тело (нога, колесо, винт парохода), взаимодействующее со средой или с другими телами.

А можно ли говорить о трении при движении микроскопической частицы, например электрона?

В этой статье мы рассмотрим движение электронов в металле. Известно, что электроны совершают беспорядочное, хаотическое движение. Но если по проводнику идет ток, то кроме хаотического теплового движения есть еще и направленное движение электронов.

Очень сложно описать поведение каждого электрона в отдельности. Поэтому мы заменим движение всех частиц потоком одинаковых «средних» частиц, движущихся в одном направлении с одинаковыми средними скоростями. Это можно сделать, так как при векторном сложении всех скоростей скорости хаотического движения, направленные в разные стороны, дают



Статья написана в соавторстве с Г.Я.Любарским в сумме ноль и остаются только скорости направленного движения электронов под действием электрического тока. Оказывается, рассматривая поток «средних» электронов, можно не только понять процессы, происходящие в металлах, но и вывести правильные формулы, описывающие эти процессы. Конечно, такое «усредненное» рассмотрение проще, чем подробное.

Электронный газ

То, что металлы хорошо проводят электрический ток, давно привело к мысли, что в металле есть свободные электроны.

Свободных электронов много. В одном кубическом сантиметре металла их около $10^{22}-10^{23}$. Подобно молекулам в газе, они находятся в непрерывном движении. Так и говорят: «электронный газ» или «газ электронов проводимости». Правда, свойства этого газа существенно отличаются от свойств обычных газов. Электронный газ в металлах подчиняется законам квантовой механики. Из всех необычных (квантовых) свойств электронного газа для нас важно одно: средняя скорость хаотического движения электронов в металле слабо зависит от температуры и для большинства металлов приблизительно равна $\langle v \rangle \approx 10^8$ см/с.[1]

«Средний» электрон

Если по металлическому проводнику течет ток, значит, к нему приложена разность потенциалов, причем между током I и разностью потенциалов U существует простая пропорциональность:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Это – знаменитый закон Ома.

Сопротивление R пропорционально длине проводника L и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S:

$$R = \frac{\rho L}{S}.$$

Коэффициент пропорциональности ρ (удельное сопротивление) зависит только от материала проводника и от того, в каких условиях этот проводник находится (какова его температура, например). Величину $1/\rho$ обычно обозначают буквой σ. Это – удельная электропроводность. Если ввести теперь плотность

[1] Речь идет о средней квадратичной скорости: $\langle v \rangle = \sqrt{\overline{v^2}}$; черта над v^2 здесь и в дальнейшем обозначает среднее арифметическое значение.

тока $j = \dfrac{I}{S}$ и напряженность электрического поля $E = \dfrac{U}{L}$, то закон Ома перепишется в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \,. \qquad (1)$$

Величины, входящие в (1), не зависят от геометрических размеров проводника. Напряженность электрического поля и плотность тока – векторы.

Так как заряд переносят электроны (заряд каждого электрона $e \approx 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ электростатических единиц,[2] $[e] = \dfrac{\text{г}^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2}}{\text{с}}$), то плотность тока можно выразить через число электронов в единице объема ($n \approx 10^{23}$ см^{-3}) и среднее арифметическое значение их скорости $\bar{\vec{v}}$:

$$\vec{j} = en\bar{\vec{v}} \,. \qquad (2)$$

По металлу течет ток; имеется направленный поток электронов; $\bar{\vec{v}}$ – скорость этого потока.

Формулу (2) можно «прочесть» несколько иначе, не учитывая хаотического движения электронов. В каждом кубическом сантиметре металла есть n электронов, и все они движутся со скоростью $\bar{\vec{v}}$. Подмена беспорядочно движущихся электронов, «сносимых» электрическим полем, одинаково движущимися «средними» электронами производится для упрощения, чтобы легче исследовать свойства проводников.

Со стороны приложенного к проводнику электрического поля на электрон действует сила, равная

$$\vec{F} = e\vec{E} \,. \qquad (3)$$

Из формул (1), (2) и (3) следует, что скорость «среднего» электрона пропорциональна приложенной силе:

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\sigma}{e^2 n}\vec{F} \,, \qquad (4)$$

т.е. «средний» электрон движется по законам механики Аристотеля. Механика Аристотеля правильно описывает движение в тех случаях, когда тело движется с трением и приложенная постоянная сила уравновешивается силой трения. Следовательно, «средний» электрон под действием электрического поля движется по металлу с трением.

---

[2] Мы в этой статье будем пользоваться системой СГСЭ, в которой единицы электрических величин (заряда, тока, напряженностей электрического и магнитного полей) выражаются через механические единицы (см, г, с).

Подвижность

Главная характеристика частиц в механике Аристотеля – их подвижность u, т.е. скорость частицы под воздействием единичной силы. Согласно формуле (4) подвижность «среднего» электрона равна $\sigma/(e^2n)$. В отличие от средней скорости, подвижность не зависит от величины приложенной силы. Принято не подвижность выражать через удельную электропроводность, а наоборот, удельную электропроводность выражать через подвижность:

$$\sigma = ne^2u\,. \tag{5}$$

Может возникнуть вопрос: зачем одну характеристику металла (электропроводность σ) выражать через две другие?

Это делают потому, что величины n и u определяют различные, можно сказать, независимые характеристики металла. Число свободных электронов в единице объема n практически не изменяется с температурой, мало зависит от состояния образца данного металла (монокристалл или поликристалл, очень чистый или с небольшим количеством примесей). Подвижность u характеризует силу сопротивления среды движению электронов. С изменением температуры она может измениться в сотни, тысячи раз; значительно увеличивается подвижность при очистке металла от примесей. Число электронов n и подвижность u допускают независимое экспериментальное определение.

Следует подчеркнуть еще одно. Введение подвижности означает определенное проникновение в природу электропроводности: формула (5) имеет право на существование только в том случае, если ток переносится электронами. Вся совокупность экспериментальных фактов подтверждает такую точку зрения.

Эффект Холла

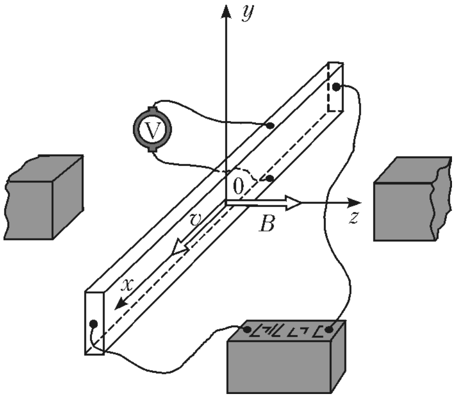
Если проводник, по которому течет ток, поместить в магнитное поле $\vec{B}$ так, как показано на рисунке, то в направлении оси y возникает разность потенциалов, пропорциональная величине тока и магнитного поля. Это явление называется эффектом Холла.

На электрон, находящийся в проводнике с током, кроме силы, действующей со стороны электрического поля, действует также сила Лоренца, равная

$$F = \frac{e}{c} vB \sin\left(\widehat{\vec{v}\vec{B}}\right)$$

и направленная перпендикулярно скорости $\vec{v}$ и магнитному полю $\vec{B}$.

На «средний» электрон также действует сила Лоренца, величину которой можно определить, подставив вместо скорости $\vec{v}$ среднюю скорость $\bar{\vec{v}}$. В нашем примере, согласно формуле (2), $\bar{v} = \frac{j}{en}$, а $\sin\left(\widehat{\vec{v}\vec{B}}\right) = 1$ (см. рисунок). Поэтому



$$F = \frac{jB}{nc}. \qquad (6)$$

Под действием этой силы электроны двигались бы в направлении оси y. На самом же деле, как только некоторое число электронов скопится на краю пластины (деться им некуда), возникнет электрическое поле, действующее в направлении, противоположном силе Лоренца, и накопление зарядов прекратится.

Ясно, что установившимся движение зарядов будет тогда, когда

$$eE_y = F .$$

Подставив сюда значение F из формулы (6), получим значение напряженности поля Холла:

$$E_y = \frac{jB}{nec}. \qquad (7)$$

Мы получили значение поля Холла, возникающего в проводнике, помещенном в магнитное поле $\vec{B}$, когда по нему течет ток с плотностью j. При этом мы рассматривали только «средние» электроны, движущиеся со средней скоростью.

Простота полученной формулы должна несколько насторожить. Верна ли она всегда? Не является ли ее простота следствием упрощенного («усредненного») рассмотрения? К сожалению, приходится констатировать, что это действительно так. Подробное, учитывающее движение каждого электрона рассмотрение приводит к более сложной формуле, но (и это для нас важно!) порядок величины поля Холла получится тот же. Поэтому простая формула (7) позволяет оценить число свободных электронов в единице объема: ведь все величины, входящие в эту формулу, за исключением n (числа частиц – носителей заряда), определяются экспериментально.

Измерения показывают, что у хороших металлов, как мы и говорили, $n = 10^{22} - 10^{23}$ см$^{-3}$. Это означает, что от каждого атома металла оторвался и свободно движется по кристаллу по крайней мере один или даже несколько электронов. Зная число электронов в единице объема, можно подсчитать подвижность электронов в металле. Возьмем из справочника удельное сопротивление меди ρ_{Cu} (как правило, в справочнике приводится значение удельного сопротивления при комнатной температуре):

$$\rho_{Cu} \approx 1{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-18} \text{ с} .$$

Не удивляйтесь, что размерность удельного сопротивления – секунда. Проверьте это, воспользовавшись выражением для удельной электропроводности через подвижность.

Разделив $\sigma = 1/\rho$ на ne^2, получим, что подвижность электронов в меди приблизительно равна $6 \cdot 10^{12}$ с/г. Много это или мало? Если сравнивать с подвижностью электронов той же меди при очень низких температурах, то мало. При температурах, близких к абсолютному нулю, подвижность в сотни и тысячи раз больше. Если сравнивать с подвижностью электронов в других проводниках, то много. Электроны меди – одни из наиболее подвижных.

Для того чтобы ощутить, что представляет собой подвижность, вычислите скорость «среднего» электрона, скажем, когда по металлу течет ток, плотность которого равна 1 А/мм^2.

Если вы не ошиблись при расчете, то вас, наверное, поразило, как мала средняя скорость: под действием электрического поля электронный газ медленно перемещается по проводнику. Это конечно, ни в коей мере не противоречит утверждению о том, что средняя скорость хаотического движения очень велика.

Время свободного пробега

Тот факт, что по проводнику под действием постоянного поля течет постоянный ток, показывает, что электроны, приобретающие энергию от электрического поля, отдают ее металлу (точнее было бы сказать: кристаллической решетке металла); в металле при прохождении тока выделяется тепло (его называют джоулевым). Чтобы не противоречить ранее высказанному утверждению о свободе электронов в металлах (мы его скоро проверим!), предположим, что каждый электрон движется в течение времени τ под действием внешнего поля, а потом, в коротком акте столкновения с чем-то, отдает приобретенную от электрического поля энергию (τ – время свободного пробега электрона). Так как ускорение электрона равно eE/m, то прирост скорости за время τ равен $\frac{e\tau}{m}E$, а средний ток есть[3]

$$j = \frac{ne^2\tau}{m}E. \tag{8}$$

Сравнивая эту формулу с формулами (1) и (5), находим

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}; \; u = \frac{\tau}{m}. \tag{9}$$

Это – очень важные формулы. Они связывают макроскопические величины (удельное сопротивление, подвижность) с параметрами, характеризующими движение отдельных электронов. Не надо, правда, забывать, что τ – тоже средняя характеристика.

Вместо времени свободного пробега иногда удобно пользоваться понятием длины свободного пробега:

$$l = \langle v \rangle \tau, \tag{10}$$

где l – расстояние, которое проходит (в среднем) электрон между двумя столкновениями, $\langle v \rangle$ – средняя скорость хаотического движения электронов. Для электронного газа, как мы уже говорили, $\langle v \rangle$ не зависит от температуры и температурные зависимости l и τ совпадают.

Теперь проверим, можно ли в действительности считать электроны проводимости свободными. Выше мы подсчитали подвижность электронов меди. Она оказалась равной $6 \cdot 10^{12}$ с/г. Отсюда и из формул (9) и (10) следует, что

$$\tau \approx 2 \cdot 10^{-14} \text{ с}; \; l \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ см}, \tag{11}$$

так как $m \approx 10^{-27}$ г, а $\langle v \rangle \approx 3 \cdot 10^8$ см/с.

Значения τ и l полностью подтверждают наше представление о свободе электронов проводимости: между двумя столкновениями электрон проходит расстояние, в сто раз превышающее размеры атома! При понижении температуры электропроводность металлов возрастает, возрастает подвижность электронов, а следовательно, возрастает и время свободного пробега – более отчетливо проявляется свобода электрона.

---

[3] Формулу (8) можно вывести значительно более аккуратно. Постарайтесь это сделать, рассмотрев электроны, пересекающие плоскость, расположенную перпендикулярно вектору $\vec{E}$.

Можно ли непосредственно измерить время свободного пробега электронов τ или их длину свободного пробега l? Отвечая на этот вопрос, мы не должны забывать, что в эксперименте мы всегда имеем дело со всеми электронами сразу – просто с образцом металла (проволочкой, пластинкой). Или, другими словами, следим за движением «среднего» электрона, подчиняющегося законам механики Аристотеля.

Теплопроводность

Мы рассмотрели одну причину, заставляющую двигаться «средний» электрон, – действие электрического поля. Можно заставить двигаться электроны и другим способом: поддерживать на концах металлического образца разность температур $T_1 - T_2$. Электроны устремляются от теплого конца к холодному в попытке выравнять температуру – по металлу потечет ток. В разомкнутом проводнике возникнет электрическое поле, препятствующее движению электронов (в разомкнутом проводнике $j = 0$), но если поддерживать разность температур, то тепло будет перетекать, и переносить его будут электроны.

Противоречия в этой фразе нет: $j = 0$ означает, что от холодного и от горячего концов образца движется с одинаковой средней скоростью одинаковое число электронов. Но обе группы электронов несут различные количества тепловой энергии: группа, которая движется от нагретого конца, несет больше тепла.

Анализ процесса переноса тепла электронами показывает, что коэффициент теплопроводности – коэффициент пропорциональности между $\frac{T_1 - T_2}{L}$, где L – длина проводника, и плотностью потока тепла – равен [4]

$$\kappa = \frac{1}{3} C l \langle v \rangle , \tag{12}$$

где C – теплоемкость электронного газа, которая линейно зависит от абсолютной температуры (это еще одно проявление квантовых свойств газа электронов проводимости). Из формул (12), (9) и (10) видно, что из отношения $\rho\kappa/T$ выпадают величины, зависящие от температуры,[5] т.е. $\rho\kappa/T$ не зависит от

[4] Мы говорим только об электронной части коэффициента теплопроводности. Тепло переносят не только электроны. Через диэлектрик (изолятор), в котором нет свободных электронов, тоже распространяется тепло, правда хуже, чем через металл.

[5] Напомним еще раз, что среднее квадратичное значение тепловой скорости электронов $\langle v \rangle$ не зависит от температуры.

температуры металла:

$$\frac{\rho \kappa}{T} = \mathrm{const}\ . \qquad (13)$$

Более подробное рассмотрение показало бы, что «константа» не зависит даже от сорта металла. Для всех металлов она одна и та же. Формула (13) была получена на основании анализа экспериментальных фактов и носит название закона Видемана–Франца. Ее вывод показывает, что мы правильно понимаем «устройство» металла.

Заключение

Ясно, что, заменив хаотически движущиеся электроны одинаковыми «средними» электронами, мы упростили задачу исследования свойств металла. Но простота не дается даром. За нее надо платить. Чем же мы платим за эту простоту? Во-первых, тем, что не всегда получаем точные формулы (мы специально отметили это обстоятельство после вывода формулы для поля Холла). Во-вторых (и это самое главное), отказом от углубления наших представлений. Мы согласились выражать силу трения «среднего» электрона через подвижность, выразили подвижность через среднее время свободного пробега и... остановились. Остановились в продвижении к более полному пониманию процессов, происходящих в металле при прохождении через него электрического тока. Исследование поведения всех электронов, их взаимодействия с ионами кристаллической решетки металла позволило бы нам не только ввести подвижность и время свободного пробега, но и вычислить эти величины. Тем самым определить, как удельное сопротивление зависит от температуры.

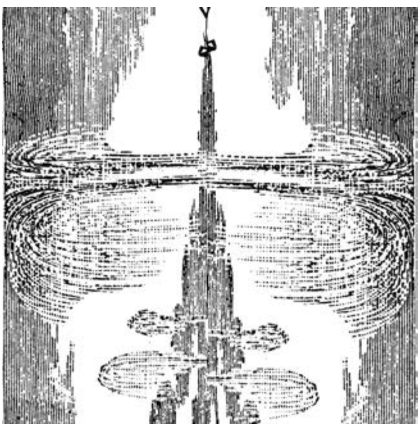
ЭЛЕКТРОН ИЗЛУЧАЕТ ФОТОНЫ

Классическая теория излучения

Существование в природе электромагнитного поля – давно и хорошо установленный факт. Заряженная частица, помещенная в электромагнитное поле, начинает двигаться ускоренно. Следовательно, она испытывает воздействие со стороны электромагнитного поля. Поле, ускоряя заряд, производит над ним работу, а само теряет некоторое количество энергии – поле слабеет, т.е. действует на единичный заряд с меньшей силой. Наоборот, если поле замедляет заряд, оно усиливается. Иными словами, к первоначальному полю добавляется новое, созданное зарядом. Ослабление поля тоже можно рассматривать как добавление нового, созданного зарядом поля, но направление дополнительного поля противоположно направлению первоначального.

Эксперименты показали, что поле, создаваемое зарядом, зависит от величины заряда и от характера его движения. Причина, вызвавшая движение заряда, совершенно несущественна. Для вычисления поля, создаваемого движущимся зарядом, нужно решить систему дифференциальных уравнений (это и есть знаменитые уравнения Максвелла).

Для нас сейчас важен сам факт: движущийся с ускорением заряд может изменять энергию электромагнитного поля. Это явление называется излучением. Отметим, что хорошо известный закон Кулона, в силу которого поле неподвижного заряда может быть раз и навсегда подсчитано в любой точке пространства, показывает, что неподвижный заряд не излучает. В



Статья написана в соавторстве с Г.Я.Любарским.

самом деле, поле такого заряда не изменяется с течением времени, т.е. не изменяется энергия поля.

Проведем мысленный эксперимент. Возьмем неподвижный заряд. Заставим его описать окружность, вернуться в исходную точку и остановиться. Какой будет картина электромагнитного поля? На первом этапе, когда заряд неподвижен, он создает обычнее электростатическое поле. В течение второго этапа создается некоторое дополнительное поле. Исчезнет ли оно после того, как заряд остановится? Нет, не исчезнет! Но позвольте, ведь вокруг неподвижного заряда поле должно быть электростатическим. Неужели это неверно?

Верно, но не совсем. Созданное на втором этапе дополнительное электромагнитное поле начнет деформироваться так, что спустя время t после остановки заряда внутри шара радиусом ct (c – скорость света) установится кулоновское поле (рис.1). Вне этого шара поле будет существенно отличаться от кулоновского. Итак, поле излучения быстро удаляется от того места, где оно было создано, уступая кулоновскому нолю все новые и новые области пространства. Подчеркнем, что это свойство – «убегать» со скоростью света от места зарождения (и уносить с собой всю полученную от движущихся зарядов энергию) – общее свойство излучения.

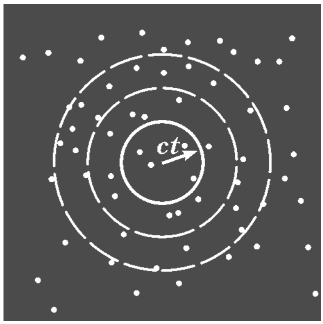


Рис. 1

Отметим одно важное обстоятельство. Так как электромагнитное поле излучения уносит с собой всю полученную от движущегося заряда энергию, то плотность энергии такого поля, т.е. энергия, приходящаяся на единицу объема, уменьшается обратно пропорционально объему шарового слоя, в котором оно находится. Этот объем пропорционален квадрату радиуса.[1] Поэтому плотность энергии поля излучения обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника излучения (например, от антенны).

Плотность энергии электростатического поля пропорциональна квадрату его напряженности. В свою очередь, напряжен-

[1] Действительно, объем шарового слоя радиусом R и толщиной ΔR равен $S\Delta R = 4\pi R^2\Delta R$ (S – площадь поверхности шара), поскольку ΔR мало по сравнению с R.

ность электростатического поля обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника. Значит, плотность энергии электростатического поля убывает как четвертая степень расстояния, т.е. гораздо быстрее, чем плотность энергии поля излучения. Этим и объясняется, почему для радиосвязи используются поля излучения, а не электростатические поля.

Какие же волны излучает заряженная частица, движущаяся с ускорением? Частота излученной волны зависит от характера движения частицы. Если частица совершает гармонические колебания с частотой ν_0, то и частота излученных волн будет равна ν_0.

Классическая электродинамика (уравнения Максвелла) дает возможность вычислить интенсивность излучения, т.е. количество энергии, излученной за единицу времени. Так, например, интенсивность излучения движущегося с ускорением a заряда e равна

$$I = \frac{2e^2a^2}{3c^3}\,. \tag{1}$$

В системе СГСЭ интенсивность излучения можно вычислить с точностью до коэффициента $2/3$, если знать, от чего она зависит. В этой системе все единицы выражаются через три основные: длины, массы и времени. (В СИ основных единиц четыре – добавляется еще единица силы тока. Поэтому электрические единицы не выражаются через механические, и такое рассмотрение провести нельзя.) Величина интенсивности излучения определяется зарядом e, имеющим размерность ($\text{г}^{1/2}\cdot\text{см}^{3/2}\cdot\text{с}^{-1}$), его ускорением $a\left(\text{см}\cdot\text{с}^{-2}\right)$ и скоростью света $c\left(\text{см}\cdot\text{с}^{-1}\right)$. Из этих величин можно построить только одну комбинацию, имеющую размерность мощности $\left(\text{эрг}\cdot\text{с}^{-1}\right)$, которая приводит к выражению (1). Попробуйте проверить это.

Формула (1) показывает, что заряд, движущийся с постоянной скоростью ($a = 0$), не излучает. Этот же вывод можно получить и более простым рассуждением. Покоящаяся частица не может излучить электромагнитную волну, так как ей неоткуда взять для этого энергию. Следовательно, и частица, летящая с постоянной скоростью v в пустоте, тоже не может излучать – ведь по принципу относительности Галилея всегда можно выбрать эквивалентную систему отсчета, в которой эта частица покоится.

Есть еще один важный случай, когда движущиеся заряды не излучают. Рассмотрим постоянный ток, текущий по какому-либо криволинейному контуру. Из эксперимента и из теории хорошо известно, что такой ток создает постоянное магнитное поле, но не излучает. Но ведь всякий ток есть движение заряженных частиц. Каждая из этих частиц, как мы знаем, создает поле излучения. Почему же эти заряды, взятые вместе, не излучают? Оказывается, поля излучения, создаваемые разными частицами, компенсируют друг друга с такой точностью, что в результате остается чисто статическое поле. Можно считать, что в этом случае заряженные частицы движутся с одинаковой постоянной средней скоростью, и излучение отсутствует.

С помощью уравнений Максвелла можно установить общий факт: если расположение токов и зарядов в пространстве не зависит от времени, то излучение отсутствует.

Планетарная модель атома и излучение

Временно игнорируя квантовую природу атомных частиц, опишем языком классической физики простейший атом – атом водорода, состоящий из одного протона и одного электрона.

Электрон вращается вокруг протона по окружности радиусом $r_Б$ (рис.2),[2] так что сила $mv^2/r_Б$, вызывающая центростремительное ускорение, равна кулоновской силе притяжения $e^2/r_Б^2$ (m – масса электрона):

$$\frac{mv^2}{r_Б} = \frac{e^2}{r_Б^2}.$$

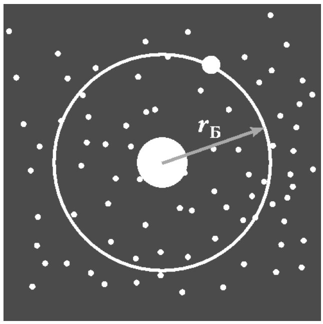


Рис. 2

Отсюда можно выразить скорость вращения электрона:

$$v^2 = \frac{e^2}{mr_Б}. \qquad (2)$$

Скорость электрона тем больше, чем меньше расстояние между ним и протоном.

Полная энергия электрона в атоме водорода – это сумма его кинетической энергии $E_{кин} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{e^2}{2r_Б}$ и потенциальной $E_{пот} = -\frac{e^2}{r_Б}$:

$$E = \frac{e^2}{2r_Б} - \frac{e^2}{r_Б} = -\frac{e^2}{2r_Б}. \qquad (3)$$

---

[2] $r_Б$ – радиус так называемой боровской орбиты электрона.

Классическая физика не может объяснить тот факт, что все атомы водорода имеют один и тот же размер. Мы пока просто примем, считая это экспериментальным фактом, что у всех атомов водорода $r_{Б} \approx 10^{-10}$ м.

Центростремительное ускорение электрона при движении по окружности равно

$$a = \frac{v^2}{r_{Б}} = \frac{e^2}{m r_{Б}^2}.$$

Но ведь если электрон движется с ускорением, он излучает. Какова интенсивность этого излучения, мала она или велика? Оценим ее, подставив в формулу (1) значение ускорения a:

$$I = \frac{2e^2}{3c^3}\left(\frac{e^2}{m r_{Б}^2}\right)^2 = \frac{2e^6}{3c^3 m^2 r_{Б}^4}.$$

Хотя все величины, входящие в эту формулу, известны и мы можем вычислить, какое количество энергии в секунду излучает электрон, ответ мало что скажет, ведь в мире атомов теряются обычные представления. Поступим иначе. Вычислим, какую энергию ΔE теряет электрон за время одного оборота вокруг ядра – за один период $T = \dfrac{2\pi r_{Б}}{v}$:

$$\Delta E = I\,\frac{2\pi r_{Б}}{v} = \frac{4\pi}{3}\,\frac{e^5}{r_{Б}^{5/2} m^{3/2} c^3}.$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\Delta E = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{1}{r_{Б}}\,\frac{e^2}{mc^2}\right)^{3/2}\frac{e^2}{2r_{Б}}. \qquad (4)$$

В этой формуле член $\dfrac{e^2}{2r_{Б}} = E_{а}$ характерная «атомная» энергия электрона в атоме. Следовательно, все остальные величины, входящие в формулу (4), должны образовывать безразмерную комбинацию. Действительно, величина e^2/mc^2 имеет размерность длины. Ее называют классическим радиусом электрона и обозначают r_e:

$$r_e = \frac{e^2}{mc^2} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-15} \text{ м}.$$

Таким образом,

$$\frac{\Delta E}{E_{а}} \approx 10^{-6}.$$

Итак, при каждом обороте электрон теряет ничтожную часть своей энергии – одну десятимиллионную долю. Посмотрим на эту величину с другой точки зрения.

Попробуем оценить, сколько времени «проживет» атом, если электрон будет излучать электромагнитную энергию даже такими малыми порциями. За один оборот энергия электрона уменьшится на величину $\Delta E \approx 10^{-6} E_{\text{а}}$, и при этом расстояние от электрона до ядра тоже уменьшится. А приблизительно за 10^6 оборотов электрон вовсе свалится на ядро! Но один оборот электрон совершает за

$$\frac{2\pi r_{\text{Б}}}{v} = \frac{2\pi r_{\text{Б}}}{e}\left(m r_{\text{Б}}\right)^{1/2} \approx 10^{-16} \text{ с}.$$

Следовательно, если бы законы классической механики и классической электродинамики были справедливы в мире атомов и электронов, атомы могли бы просуществовать не более 10^{-10} с.

Это, пожалуй, одно из наиболее катастрофических расхождений между классической теорией и экспериментом: «вечные» атомы оказались предельно неустойчивыми.

Существует еще одно противоречие между планетарной моделью атома и экспериментом. Эксперимент показывает, что атомы излучают (правда, для этого надо их предварительно возбудить, т.е. передать им некоторое количество энергии) электромагнитные волны строго определенных частот. Набор этих частот является своеобразной визитной карточкой атома (на этом основан спектральный анализ).

С точки зрения планетарной модели возбужденный атом отличается от невозбужденного тем, что его электрон имеет несколько большую энергию и, следовательно, больший радиус орбиты $r_1 > r_{\text{Б}}$. В процессе излучения расстояние от электрона до ядра постепенно уменьшается до величины $r_{\text{Б}}$, при этом непрерывно изменяется (увеличивается) частота обращения. Следовательно, спектр излученных частот должен быть непрерывным – от начальной частоты

$$\frac{v_1}{2\pi r_1} = \left(\frac{e^2}{m r_1}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi r_1}$$

до максимальной частоты

$$\frac{v}{2\pi r_{\text{Б}}} = \left(\frac{e^2}{m r_{\text{Б}}}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi r_{\text{Б}}}.$$

Объяснить истинный дискретный спектр излучения атомов классическая планетарная модель не может. Для объяснения всего этого необходима квантовая механика.

Электрон излучает фотоны

Как же квантовая механика объясняет, почему электрон не падает на ядро?

Прежде всего следует подчеркнуть, что для объяснения свойств микромира пришлось создать принципиально новую науку: подправить классическую механику так, чтобы она объясняла свойства атомов и молекул, оказалось невозможно. Основная новизна квантовой механики – учет единства волновых и корпускулярных свойств микрочастиц.

Согласно строгим выводам квантовой механики энергия электрона может принимать не любые, а лишь дискретные значения. Значения энергии в атоме водорода

$$E_n = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\frac{1}{n^2},$$

где n = 1, 2, 3, ... Среди всех состояний электрона в атоме водорода есть одно особое состояние – основное состояние с наименьшей энергией. Ему соответствует n = 1. Электрон не может иметь энергию, меньшую $E_1 = -2\pi^2 me^4/h^2$. Этот запрет связан с волновыми свойствами электрона. Он настолько строг, что обеспечивает бесконечное время жизни атома.

Итак, электрон в основном состоянии не излучает электромагнитных волн (фотонов).[3] Если же электрон находится в одном из возбужденных состояний с $n > 1$ (n = 2, 3, 4,...), он может перейти в состояние с более низкой энергией, излучив электромагнитную волну. Как и всякий процесс в природе, процесс излучения подчиняется закону сохранения энергии. Его легко записать, если воспользоваться соотношением, связывающим частоту электромагнитной волны ν с энергией фотона:

$$E_n - E'_n = h\nu, \tag{5}$$

где n, n' = 1, 2, 3, ...; $n > n'$. Отсюда

$$\nu = \frac{E_n - E_{n'}}{h}.$$

Для водорода

$$\nu = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right). \tag{6}$$

[3] Не только атом водорода, но и любой другой атом не излучает энергии, если он находится в основном состоянии.

Формулы (5) и (6) определяют спектр (набор) частот, которые может излучить или поглотить атом водорода.

Квантовая механика позволяет определить не только спектр частот излучения и поглощения, но и интенсивность излучения.

Формулы квантовой механики обладают одной интересной особенностью. Они переходят в формулы классической физики, когда «квантовость» пренебрежимо мала, т.е. когда движение почти классическое. (Это важное обстоятельство получило даже специальное название – принцип соответствия.) В рассматриваемом нами случае малость квантовых эффектов проявляется в том, что при значениях n, стремящихся к бесконечности, $\Delta E = E_n - E_{n-1}$, стремится к нулю. Ведь в классической физике энергия может иметь любое значение! Мы привели только один пример, но любая формула квантовой механики допускает проверку принципом соответствия. Лучше сказать иначе: любая формула классической физики есть предельное значение квантовой формулы. Квантовая механика не отменила классическую, а указала ей ее место (и весьма почетное место). Классическая механика справедлива тогда, когда малы квантовые эффекты, и справедлива с точностью, которую допускает квантовая механика.

Излучение частицы, движущейся с постоянной скоростью

До сих пор мы говорили, что излучает только частица, движущаяся с ускорением. Но у этого правила есть одно исключение. Электрон, движущийся с постоянной скоростью, но не в пустоте, а в какой-либо среде, излучает свет. Этот эффект называется излучением Вавилова–Черенкова.

Слова «черенковское излучение», «излучение Черенкова», «эффект Черенкова», наверное, известны многим. И многие знают, что такое излучение возникает, когда заряженная частица движется со скоростью v, большей скорости света в среде, окружающей частицу. Сверхсветовое излучение было открыто П.А.Черенковым – учеником С.И.Вавилова, а объяснили его физики-теоретики И.Е.Тамм и И.М.Франк. За эту работу Черенкову, Тамму и Франку была присуждена Нобелевская премия 1958 года по физике.

Скорость света в среде с показателем преломления $\sqrt{\varepsilon}$ (ε – диэлектрическая проницаемость среды) равна $u = c/\sqrt{\varepsilon}$. Поскольку $\varepsilon > 1$, скорость света в среде u меньше скорости света в вакууме c. Это позволяет частице (например, электрону) лететь в среде со «сверхсветовой» скоростью v:

$$\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = u < v < c \ .$$

Условие возникновения черенковского излучения

$$v > \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \tag{7}$$

замечательно тем, что не содержит постоянной Планка. Это означает (по принципу соответствия), что оно может быть получено средствами как квантовой, так и классической физики. Интересно отметить, что квантовое и классическое описания эффекта Черенкова приводят практически к одинаковым результатам. Но мы ограничимся только квантовой картиной, так как для полной классической теории явления Черенкова необходим сложный математический аппарат.

При этом нам понадобятся дополнительные сведения о фотонах.

1. Фотон обладает не только определенной энергией E, но и определенным импульсом p. Направление импульса может быть любым, а величина определяется энергией:

$$p = \frac{1}{c} E \ .$$

2. Электромагнитное поле в среде с диэлектрической постоянной ε также состоит из фотонов. Фотоны в диэлектрике отличаются от фотонов в пустоте тем, что связь между их энергией и импульсом содержит диэлектрическую постоянную ε:

$$p = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} E = \frac{1}{u} E \ ,$$

$$E = p \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \ .$$

Связь между энергией и частотой у фотонов в среде такая же, как и у фотонов в пустоте: $E = h\nu$.

3. Любое взаимодействие фотонов с другими частицами подчиняется закону сохранения энергии и закону сохранения импульса.

Теперь рассмотрим электрон, движущийся в среде с постоянной скоростью v. Пусть в некоторый момент времени он излучает фотон частоты ν с импульсом p. Обозначим импульс электрона до излучения P, а после – P'. Тогда энергия электрона до излучения $E = P^2 / (2m)$, а после излучения – $E' = P'^2 / (2m)$. По закону сохранения импульса, $\vec{P'} = \vec{P} - \vec{p}$, а закон сохранения энергии можно записать в виде

$$\frac{P^2}{2m} = \frac{P'^2}{2m} + \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}\, p\ .$$

Проверим, всегда ли может выполняться это равенство. Введем угол θ между импульсом частицы до излучения и импульсом фотона. Косинус этого угла найдем из закона сохранения импульса, записанного в скалярной форме:

$$P'^2 = P^2 + p^2 - 2Pp\cos\theta$$

(мы воспользовались теоремой косинусов). Отсюда

$$\cos\theta = \frac{P^2 - P'^2 + p^2}{2Pp} = \frac{\dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon}}\left(1 + \dfrac{p}{2mc}\sqrt{\varepsilon}\right)}{v}, \qquad (8)$$

где v – скорость излучающей частицы. Вспомним, что $p = \dfrac{h\nu}{c}\sqrt{\varepsilon}$. Следовательно,

$$\frac{p\sqrt{\varepsilon}}{2mc} = \frac{h\nu\varepsilon}{2mc^2}\ .$$

Это – единственная безразмерная комбинация параметров в формуле (8), куда входит постоянная Планка. Она дает возможность оценить степень квантовости явления. Для видимого света

$$\nu \approx 10^{14}\ \text{с}^{-1}, \quad \varepsilon \ge 1\,, \quad \text{и} \quad \frac{\varepsilon h\nu}{2mc^2} \approx 10^{-7}\ .$$

Отсюда видно, что мы, не делая большой ошибки, можем просто пренебречь вторым слагаемым в числителе формулы (8). Поэтому и классическое рассмотрение приводит к правильному результату.

Так как $\cos\theta$ должен быть меньше единицы, мы можем вывести условие (7): *чтобы частица, летящая с постоянной скоростью, могла излучать световые волны, ее скорость должна превышать скорость света в среде.*

Приведенное рассуждение объясняет, почему электрон со скоростью $v < c/\sqrt{\varepsilon}$ не излучает и почему конус возможных направлений излучения (в случае $v > c/\sqrt{\varepsilon}$) определяется формулой (8). Вычисление интенсивности излучения Черенкова значительно сложнее, и мы не будем им заниматься.

Классический смысл условия (7) очень прост: частица «убегает» от созданного ею электромагнитного поля, которое в виде волн распространяется самостоятельно.

Приближенное (с классической точки зрения – точное) равенство

$$\cos\theta = \frac{c}{v\sqrt{\varepsilon}} \tag{9}$$

показывает направление излученных волн.

Подумаем еще раз, на чем основаны вывод формулы (9) и условие черенковского излучения (7). Во-первых, на законах сохранения энергии и импульса в процессе излучения, во-вторых, на том, что энергия фотона и величина его импульса связаны линейной зависимостью, и, наконец, в-третьих, на малости квантовой поправки. Если бы речь шла не об электромагнитной волне, а о звуковой, то все эти «во-первых», «во-вторых» и «в-третьих» были бы в точности выполнены. Для звуковой волны квант ее энергии – фонон – и величина его импульса связаны линейной зависимостью

$$p = \frac{1}{s}E,$$

где s – скорость звука. Но так как скорость звука значительно меньше скорости света, то условие черенковского излучения $v > s$ может быть выполнено даже при движении макроскопических тел. Один из примеров черенковского излучения звука – щелчок бича, кончик которого в умелых руках движется со сверхзвуковой скоростью.

Черенковское излучение света нашло важное применение в экспериментальной физике. Но это – отдельная большая и интересная тема. Для нас, пожалуй, важнее то, что черенковское излучение – очень общее явление. Всегда, когда частица движется со скоростью, превышающей скорость волн в данной среде, она излучает.

ВЫДАЮЩИЙСЯ ФИЗИК–ТЕОРЕТИК XX ВЕКА

(к 75–летию со дня рождения Л.Д.Ландау)

XX век – век революционных преобразований в теоретической физике – войдет в историю созданием релятивистской механики (теории относительности) и квантовой (волновой) механики. Он богат блестящими именами ученых – творцов новой физики. Одним из таких творцов был Лев Давидович Ландау (1908–1968). Он влиял на развитие теоретической физики и своими личными научными результатами, и созданием активно работающей школы физиков-теоретиков – «Школы Ландау» (он был поистине выдающимся учителем), и «Курсом теоретической физики», начатым в 1937 году и завершенным (Е.М.Лифшицем и Л.П.Питаевским) в 1979 году. Чем бы Л.Д.Ландау ни занимался, в любой его деятельности ощущался особый, присущий ему стиль. В собственных его работах – ясная постановка задачи, математическое изящество, краткость решения; в «Курсе» – оптимальный путь от основ теории к решению конкретных задач; в его изложении сложные вопросы обычно превращаются в простые, иллюзорные трудности рассеиваются.

Лев Давидович Ландау

Невозможно в короткой статье сколько-нибудь полно охарактеризовать деятельность Л.Д.Ландау. Придется ограничиться короткими заметками, в большой мере основанными на личных воспоминаниях автора.

* * *

На книжной полке почти у любого физика – и преподавателя, и исследователя – стоят тома «Курса теоретической физики» Ландау и Лифшица. У счастливцев – все десять. И стоят не для украшения. При подготовке к лекции или в процессе непосредственной работы к ним приходится бесконечно обращаться. Имя

Ландау вошло во многие научные термины: затухание Ландау и уровни Ландау, диамагнетизм Ландау и уравнения Ландау – Лифшица, критерий сверхтекучести Ландау, теория фазовых переходов второго рода Ландау, особенности Ландау, теория Ферми-жидкости Ландау и уравнение Гинзбурга – Ландау... А ведь Ландау не производил физических измерений, не работал с приборами в лаборатории, а только, как он сам говорил, «писал на бумаге формулы». Он был одним из великих физиков-теоретиков XX столетия.

Способности Ландау проявились очень рано. Он говорил, что не помнит себя не умеющим дифференцировать и интегрировать. Четырнадцати лет (в 1922 году) он поступил в Бакинский университет, где учился одновременно на двух факультетах – физико-математическом и химическом; семнадцати лет закончил физическое отделение Ленинградского университета, куда перевелся в 1924 году (химическое образование он не стал продолжать); восемнадцати лет опубликовал свою первую работу – теорию интенсивности в спектрах двухатомных молекул (она под номером 1 входит в «Собрание трудов» Л.Д.Ландау). Потом – аспирантура в Ленинградском физико-техническом институте; в 1929–30 годах – полуторагодичная поездка за границу: в Данию, Англию и Швейцарию. «Наиболее важным для него было пребывание в Копенгагене, где в Институте теоретической физики у великого Нильса Бора собирались физики-теоретики со всей Европы и на руководимых Бором знаменитых семинарах обсуждались все основные вопросы теоретической физики того времени. Эта научная атмосфера, усиливаемая обаянием самой личности Бора, оказала решающее влияние на физическое мировоззрение Льва Давидовича, и в дальнейшем он всегда считал себя учеником Нильса Бора. Еще два раза он посетил Копенгаген: в 1933 и 1934 годах.»[1]

Трижды Бор приезжал в Советский Союз. Встречи и долгие беседы с Ландау входили в обязательную программу пребывания Бора в нашей стране. Последний раз Бор и Ландау встречались в 1961 году в Москве. Они приняли участие в традиционном празднике физиков Московского университета «Дне Архимеда».

В 1932 году Ландау переезжает в Харьков. Здесь он – двадцатичетырехлетний – возглавляет теоретический отдел нового Украинского физико-технического института и одновремен-

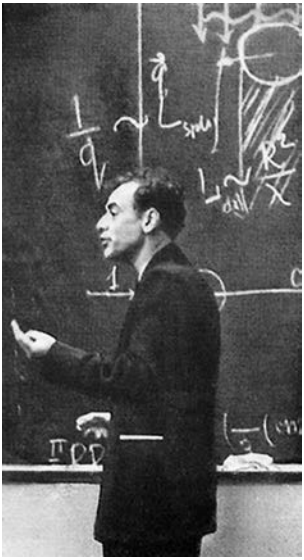
[1] Из статьи Е.М.Лифшица, напечатанной в качестве приложения в «Собрании трудов» Л.Д.Ландау (М.: Наука, 1969).

Бор и Ландау на «Дне Архимеда»

но заведует кафедрой теоретической физики на физико-механическом факультете Харьковского механико-машиностроительного института, а с 1935 года заведует кафедрой общей физики в Харьковском университете. С весны 1937 года Ландау в Москве – заведует теоретическим отделом Института физических проблем, незадолго до этого созданного П.Л.Капицей. Здесь он оставался до конца жизни. Институт физических проблем и фигурально, и фактически многие годы был его родным домом. На одном из зданий института – мемориальная доска: «Здесь с 1937 года по 1968 год жил и работал крупнейший физик академик Лев Давидович Ландау». Окна сегодняшнего теоретического отдела института, между которыми помещена мемориальная доска, соседствуют с окнами его квартиры. Здесь написаны (совместно с Е.М.Лифшицем) основные книги «Курса теоретической физики». В Институте физических проблем в 1941 году построена теория сверхтекучести гелия – исключительно интересного явления, открытого в 1938 году П.Л.Капицей.

Однажды (в конце пятидесятых годов) я спросил у Льва Давидовича: «Какую свою работу Вы считаете лучшей?» Ответ: «Теорию сверхтекучести гелия. Ее до сих пор многие не понимают».

Научное творчество Л.Д.Ландау беспрецедентно по своей широте. Оно охватывает всю теоретическую физику от гидродинамики до квантовой теории поля. Наш век – век специализации. Нет ученых, одинаково хорошо разбирающихся во всей физике. Ландау, по-видимому, был последним физиком-энциклопедистом. Его учениками считают себя и теоретики, занимающиеся физикой твердого тела, и астрофизики, и специалисты по элементарным частицам. Их научные пути разошлись уже при



Институт физических проблем. Семинар Ландау

жизни Ландау, но он – их Учитель – объединял всех. Все они каждый четверг в 11 часов утра собирались в Институте физических проблем на знаменитом Ландауском семинаре. Не только москвичи, но и харьковчане, ленинградцы, физики-теоретики из Киева, Тбилиси…

Семинар, которым руководил Ландау, войдет в историю теоретической физики. На его заседаниях создавалось, строилось то, что называют «школой Ландау». Здесь можно было выступить с работой из любой области теоретической физики. И не просто выступить, но и получить квалифицированный совет либо во время доклада, либо до – при предварительном обсуждении с Ландау. На семинаре царила полная демократичность. Лев Давидович сидел спиной к аудитории, в первом ряду, и хотя докладчик, как правило, обращался непосредственно к нему, он не был Председателем, Куратором – никакой торжественности, важности (в день пятидесятилетия Ландау А.И.Шальников назвал его «самым **не важным** человеком», какого он знал). Каждый мог прервать докладчика, требуя разъяснения или высказывая свое неодобрение. Этой возможностью пользовался и Ландау. Докладывать в такой обстановке, естественно, было трудно. Если выяснялась несостоятельность работы или докладчик не мог объяснить существа дела, он безжалостно лишался слова. Но надо помнить: причиной такой «жесткости» было бескомпромиссное отношение Ландау к науке. Правильность или неправильность результата не зависит от того, получен он близким другом или совершенно посторонним. Ландау нередко защищал докладчика от нападок слушателей. Часто можно было услышать: «Послушаем дальше, автор обычно бывает прав».

* * *

Теоретическая физика исследует природу методами математики. Ландау придавал большое значение умению физика-теоретика владеть математической техникой. Степень владения должна быть такой, чтобы математические затруднения не отвлекали от физических трудностей задачи, а преодоление математических трудностей не становилось бы самоцелью. «Начинать надо с математики, которая, как Вы знаете, является основой нашей науки... Имейте в виду, что под знанием математики мы понимаем не всяческие теоремы, а умение реально на практике интегрировать, решать в квадратурах обыкновенные дифференциальные уравнения и т.д.» Или: «...теоретику в первую голову необходимо знание математики. При этом нужны не всякие теоремы существования, на которые так щедры математики, а математическая техника, т.е. умение решать конкретные математические задачи... В качестве метода изучения могу только подчеркнуть, что необходимо самому произвести все вычисления, а не предоставлять их авторам читаемых Вами книг». Это – цитаты из писем Л.Д.Ландау молодым людям, увлеченным теоретической физикой и обратившимся к Ландау с просьбой помочь разобраться, как овладеть основами науки. Лев Давидович всегда отвечал на подобные письма, если чувствовал искреннее желание автора письма серьезно заниматься наукой. Письма Л.Д. содержат не только точные советы и указания молодым корреспондентам, но и простые слова поддержки, столь важные в начале пути, шутливые, но весьма нужные замечания: «Иностранные языки, увы, необходимы. Не забывайте, что для усвоения их, несомненно, не нужно особых способностей, поскольку английским языком неплохо владеют и очень тупые англичане...» «Бояться меня не стоит – я вовсе не кусаюсь»,[2] и тут же – приглашение звонить «лучше всего от 9.30 до 10.30 утра, когда я почти всегда дома, но можно и в любое другое время... Я проэкзаменую Вас и дам Вам программу для дальнейшего обучения».

Лев Давидович часто говорил о стимулах научного творчества. Молодой научный работник не должен ставить себе целью открытие новых законов: «Только не старайтесь решать никаких проблем. Надо просто разобраться, а решение проблемы приходит само». Понимание физики явления, приходящее в процессе

[2] Нелишнее замечание: о Ландау ходила слава резкого, ироничного, остроумного, в каком-то смысле безжалостного собеседника. Не стесняясь, он говорил все, что думает о работе. Неверная работа могла быть названа чушью, патологией. На его кабинете в Харьковском институте висела табличка «Л.Д.Ландау. Осторожно – кусается!» Беспощадность критики полностью искупалась научной беспристрастностью, искренней радостью, когда кто-то получал нетривиальный, интересный результат, желанием помочь преодолеть трудности.

ежедневной, казалось бы рутинной, работы, доставляет радость и удовлетворение, окупающие бесконечное напряжение, требующееся для решения действительно интересной задачи.

Все, кто общался с Л.Д., поражались его неослабевающему с годами интересу к разнообразным задачам, которые ставит и решает физика. Он разговаривал о науке с сотнями физиков. Они рассказывали ему о самых различных работах, различных по трудности, по глубине, по значительности, работах, относящихся к самым разным объектам – к твердым телам и элементарным частицам, к звездам и газам. Любая работа представляла для него интерес, если удовлетворяла простому принципу: работа должна разъяснять что-то непонятное. Бесконечно разъясняющимся и бесконечно ставящим новые загадки – таким воспринимал мир Ландау. У него по существу с детства появилось ощущение красоты науки о природе. «Он рассказывал позднее, как в то время (ему было тогда 16 лет) он был потрясен невероятной красотой общей теории относительности... Он рассказывал также об экстазе, в который привело его изучение статей Гейзенберга и Шредингера, ознаменовавших рождение новой квантовой механики... Они дали ему не только наслаждение истинной научной красотой, но и острое ощущение силы человеческого гения, величайшим триумфом которого является то, что человек способен понять вещи, которые он уже не в силах вообразить»[3]. Эту мысль (человек способен понять то, что не в силах вообразить!) он пронес через всю жизнь.

Занятость реальными научными задачами делала Ландау совершенно нечувствительным к модным увлечениям читательской аудитории: к снежному человеку, телепатии, летающим тарелкам и т. п. Подобные увлечения он считал суеверием и остро высмеивал. Его раздражали болтовня и верхоглядство, которые, как правило, сопровождали попытки решения «таинственных» проблем. Однажды, прочитав популярную статью о навигационном устройстве птиц, я попытался поговорить на эту тему с Ландау. Он довольно равнодушно отнесся к моим словам, сказав, что, прежде чем рассуждать о правильности или неправильности тех или других гипотез, надо познакомиться с проблемой по существу, а не из вторых рук. Вскоре из журнала «Природа» я узнал, что результаты опытов, которые обсуждал автор популярной книги, опровергнуты.

Не нужно думать, что Ландау был «научным сухарем», целиком погруженным в теоретическую физику. Круг интересов

---

[3] Е.М.Лифшиц. Приложение в «Собрании трудов» Л.Д.Ландау.

Льва Давидовича вне физики был очень широк. Он очень любил и хорошо знал историю, часто поражал знакомством с подробностями исторических событий; его интересовали все виды искусства (правда, за исключением музыки), он очень много читал, знал на память и хорошо декламировал массу стихов. Друзья поддразнивали Ландау, говоря, что у него инфантильный вкус. Он любил Драйзера больше Хемингуэя. Ему нравились бытовые драмы в театре. Но... Когда Лев Давидович услышал впервые одно из наиболее глубоких философских стихотворений Пастернака – его «Гамлета» («Гул затих. Я вышел на подмостки. Прислонясь к дверному косяку, я ловлю в далеком отголоске, что случится на моем веку...»), он не мог с ним расстаться. Тут же вытащил записную книжку и аккуратным бисерным почерком переписал «Гамлета».

* * *

Если бы не ранняя смерть (в 1962 году Лев Давидович попал в автомобильную катастрофу, в борьбе за его жизнь принимали участие физики буквально всего мира; после этого он прожил еще шесть лет, но к научной работе так и не смог вернуться), Ландау можно было бы считать счастливым человеком. Он получил признание при жизни. Его любили и бесконечно уважали ученики. Он пользовался всеобщей популярностью. Его публичные выступления проходили в переполненных аудиториях и всегда сопровождались успехом.

Академик, лауреат Ленинской премии, трижды лауреат Государственных премий, Герой Социалистического Труда – так отметила его деятельность наша страна. Не было недостатка и в почетных наградах из других стран. В 1951 году он был избран членом Датской, а в 1956 году – Нидерландской академии наук. В 1959 году он стал членом Британского физического общества, а в 1960 году – иностранным членом Лондонского Королевского общества. В том же году он был избран в Национальную академию наук США и Американскую академию наук и искусств. В 1960 году Ландау была присуждена премия Ф. Лондона (США) и медаль имени Макса Планка (ФРГ) и, наконец, в 1962 году «за пионерские исследования в теории конденсированного состояния материи, в особенности жидкого гелия» – Нобелевская премия по физике.

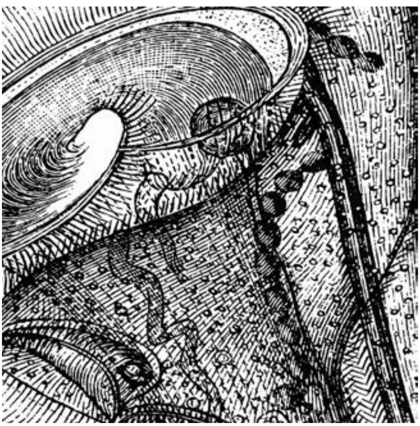
Сделанное Ландау имеет непреходящее значение и останется навсегда в науке.

МНОГО ИЛИ МАЛО?

(Рассуждения физика-теоретика о числах)

Однажды я задумался, сколько книг человек может прочитать за жизнь. Оценил я это число так. Скажем, человек читает 60 лет. В году 52 недели. Пусть в неделю человек прочитывает две книги. Значит, около 100 в год. Итого – примерно 6000 книг за жизнь. Это число, не обсуждая, как оно получилось, я назвал разным людям. «Так мало!» – сказали одни. «Неужели так много?!» – удивились другие. И я подумал: в нас нет запрограммированной чувственной оценки чисел. Только сравнивая одно число с другим, только придавая числу определенный смысл, мы ощущаем его величину. Число прочитанных книг, конечно, имеет вполне определенный смысл (это не просто безымянные 6000), но ощутить его (оценить, сказать – много это или мало) может только тот, кто сумеет подобрать сравнение. Например, задумавшись: «А сколько книг в неделю (месяц, год, …) читаю я?»…

Физика имеет дело с именованными величинами. Любая физическая величина имеет размерность. Существует специальный раздел физики, изучающий принципы размерности, системы единиц, эталоны этих единиц и т.д. Должен признаться, всегда этот раздел физики мне казался достаточно скучным. Может быть, из-за того, что из него много фактов надо держать в голове: как связаны между собой джоуль и эрг, чем отличается



эрстед от гаусса, сколько кулонов в единице заряда по системе СГС и т.д. и т.п. Но, как ни грустно, без этого обойтись нельзя. Приходится, переходя от одних значений к другим, выражать их в определенных единицах, и притом в одинаковых. Сравнивая магнитное поле, созданное сверхпроводящим соленоидом, с магнитным полем Земли, оба поля надо выразить в одних единицах: в гауссах или в теслах – безразлично, отношение полей от этого не зависит. А ведь именно отношения физических величин нам, как правило, и важны, так как именно они (безразмерные отношения) определяют то, что физики любят называть «физикой явления». Эту мысль мы разовьем ниже, а сейчас еще несколько слов о размерных величинах.

Задумывались ли вы о том, почему все физические величины могут быть выражены через единицы длины (сантиметр), времени (секунду) и массы (грамм)?[1] Это относится и к электрическим, и к магнитным, и к тепловым, и к оптическим величинам. В физике нет величин, которые нельзя было бы записать через сантиметр, секунду и грамм. Ответ на вопрос, почему все физические величины выражаются через грамм, сантиметр и секунду, может показаться неожиданным. Дело в том, что это связано с определением физики. Физика занимается теми явлениями, которые могут быть описаны с помощью сантиметра, секунды и грамма. Сантиметр и секунда нужны для описания движения в пространстве (кинематика), а грамм необходим для связи этого движения с силой, вызывающей движение (динамика). Вспомните, что по закону Ньютона сила равна ускорению, умноженному на массу. Конечно, существует множество явлений, которые мы не можем описать с помощью физических величин. Например, все, что относится к развитию человеческого общества – к истории, экономике и т.п. Исследование этих явлений, требующее иногда сложных математических методов, не принадлежит физике. И конечно, физика не исчерпывается измерениями. Фундаментальную роль в ней играют представления, положения, законы, иногда выраженные в виде математических уравнений, а иногда ограничивающиеся словесной формулировкой. Вот яркий пример: все тела состоят из молекул,

[1] Статья написана в системе единиц СГС (сантиметр – грамм – секунда). В школе эту систему уже давно не изучают, однако профессиональные физики обычно пользуются именно ею (а не знакомой школьникам СИ). Дело в том, что при написании формул в этой системе единиц появляющиеся в них коэффициенты имеют ясный физический смысл. Подумав, редакция не решилась переводить формулы статьи в СИ, так как при этом аромат настоящей физики, веющий от статьи, был бы безвозвратно утерян. (*Прим. ред.*)

молекулы – из атомов, атомы – из ядер и электронов, а ядра – из протонов и нейтронов. В этой фразе – огромная информация, концентрация многовекового изучения природы, изучения, основанного на измерении величин, которые (все!) могут быть выражены через сантиметр, секунду и грамм.

К основным законам природы, несомненно, следует отнести законы сохранения. Кроме хорошо известных – законов сохранения энергии и импульса – существуют и более экзотические. Например, закон сохранения барионного заряда, утверждающий, что число частиц типа протон или нейтрон не изменяется при взаимодействии между частицами.[2] Или другой пример: состояние атомных и субатомных частиц характеризуется некоторой величиной, которую называют волновой функцией. Чаще всего ее обозначают греческой буквой ψ. Волновая функция ψ – функция координаты $\vec{r}$. Так как все точки пустого пространства эквивалентны, то любую точку можно избрать за начало координат. Так вот, функция $\psi(\vec{r})$, согласно уравнениям квантовой механики, может быть либо четной, либо нечетной:

либо $\psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r})$,

либо $\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r})$,

причем, что бы с частицей ни происходило, это свойство волновой функции сохраняется. Говорят, что существует закон сохранения четности. Если у частицы четная волновая функция, то такой частице можно приписать четность +1, если волновая функция нечетная – то −1. Кроме того, волновая функция нескольких не взаимодействующих друг с другом частиц есть произведение волновых функций отдельных частиц, а ее четность – произведение четностей отдельных частиц. Это дает возможность обобщить закон сохранения четности на весьма сложные случаи. Например: сталкиваются две частицы – четная и нечетная, а в результате рождаются новые частицы; если их две, то одна из них должна быть четной, а другая нечетной, а если три, то все они могут быть нечетными. Для нас важно: сохраняется безразмерное число +1 или −1.

Но для проверки такого и подобных утверждений необходимы измерения. Для этого что-то должно двигаться за счет действия на это «что-то» каких-то сил. И мы опять приходим к физическим величинам, размерность которых может быть сведе-

---

[2] Античастицам приписывается барионный заряд противоположного знака. Так, у протона и нейтрона барионный заряд равен 1, у антипротона и антинейтрона он равен −1.

на к сантиметру, секунде, грамму. Я очень не хотел бы, чтобы меня восприняли как «врага» безразмерных чисел. Наоборот: одна из задач этой статьи – убедить читателя в пользе и даже необходимости безразмерных комбинаций размерных величин. Более того, истинно безразмерные числа, т.е. не являющиеся комбинациями размерных величин, тоже часто встречаются в физике. Трудно найти формулы, в которые не входят трансцендентные числа e и π, не говоря уже просто о самых различных численных множителях, имеющихся в любой формуле.

Вернемся к физическим величинам, обладающим той или иной размерностью Задача физической теории – связать различные физические величины соотношениями, которые допускают экспериментальную проверку. Например, желая проверить, как изменяется со временем пусть s, проходимый частицей, движущейся с постоянным ускорением a, мы должны сравнить свои измерения с формулой

$$s(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2} = v_0 t\left(1 + \frac{at}{2v_0}\right), \tag{1}$$

где v_0 – начальная скорость частицы. Это – очень простая формула. Но и она (как все формулы в физике!) требует, чтобы все входящие в нее величины имели соответствующие размерности: если s измеряется в сантиметрах, а t – в секундах, то v_0 – в см/с и a – в см/с^2. Но пусть мы хотим не только проверить эту формулу, но и выяснить, как сказывается на характере движения частицы ускорение. Для этого удобна вторая форма записи (когда $v_0 t$ мы вынесли за скобки). Из нее видно: сначала (при $t \ll 2v_0/a$) роль ускорения незначительна – частица практически движется с постоянной скоростью v_0, зато потом (при $t \gg 2v_0/a$) частица «забывает», какая у нее была начальная скорость, – ее движение определяется ускорением. Как видите, нельзя однозначно ответить на вопрос, большое или маленькое ускорение у частицы. Ответ зависит от того, какой этап движения нас интересует. А выяснили мы это, сравнив с единицей безразмерное отношение $at^2/(2v_0 t) = at/(2v_0)$. Строго говоря, отбрасывая первое или второе слагаемое, надо было бы учесть, с какой точностью измеряет пройденный путь наш прибор, и разрешить себе пренебрегать соответствующим слагаемым только в том случае, если оно окажется меньше относительной ошибки измерения. Мы больше не будем вдаваться в подобные тонкости, хотя они очень важны для анализа экспериментов.

При решении реальных задач мы часто должны упрощать – без этого попросту задачу решить нельзя. Упрощение всегда основано на пренебрежении малыми членами по сравнению с большими. Но для того чтобы что-то отбросить, надо произвести сравнение членов, а сравнивать можно только величины одной размерности. Сказанное формулирует первое (основное) правило пользования размерными величинами. Многие физики так боятся это правило нарушить, что, начиная решать задачу, сразу обезразмеривают входящие в нее величины.

Вернемся к движению частицы с постоянным ускорением. Давайте время будем измерять в единицах $2v_0/a$, т.е. введем вместо времени t «безразмерное время» $\tau = at/(2v_0)$, а пройденный путь – в единицах $2v_0^2/a$, т.е. введем «безразмерную длину» $\sigma = as/\left(2v_0^2\right)$. Тогда формула (1) предельно упростится:

$$\sigma = \tau(1+\tau). \tag{2}$$

Переход от формулы (1) к формуле (2) и называется обезразмериванием. Преимущество такого подхода очевидно: изучив зависимость σ от τ, мы узнаем, как движется частица с любым постоянным ускорением, какую бы начальную скорость она ни имела.

Надо признаться: в сложных случаях не всегда рекомендуют обезразмеривать формулы, так как, проверяя размерность *до* и *после* вычисления, легко найти ошибку или убедиться, что вычисление, по-видимому, проделано правильно.

Для того чтобы сформулировать еще одно правило, которое необходимо учитывать при упрощениях, основанных на существовании в формуле (в уравнении) малой величины, чуть усложним формулу (1), считая, что в момент времени $t = 0$ тело находилось в точке с координатой s_0:

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}. \tag{1$'$}$$

Теперь расстояние будем измерять в единицах s_0, а время – в единицах s_0/v_0. Тогда

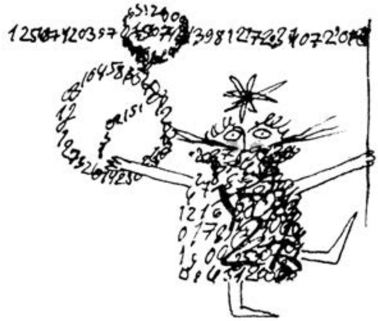
$$\sigma = 1 + \tau + \varepsilon\tau^2, \tag{2$'$}$$

где $\varepsilon = as_0/\left(2v_0^2\right)$ – безразмерная величина.

Прежде всего обратим внимание на то, что, избери мы прежние единицы для времени и расстояния, мы получили бы другое уравнение:

$$\sigma = \sigma_0 + \tau(1+\tau),$$

с другой безразмерной величиной $\sigma_0 = as_0/\left(2v_0^2\right)$, входящей в формулу. Уже этот факт достоин подчеркивания: как правило,



есть разные способы обезразмеривания, и нужно выбирать тот, который удобнее. Итак, пусть безразмерная величина ε в уравнении $(2')$ очень мала $(\varepsilon \ll 1)$; ну, скажем, $\varepsilon \approx 10^{-3}$ или и того меньше. На минуточку представьте себе, что ε стоит множителем не перед τ^2, а перед какой-нибудь сложной функцией «безразмерного времени» τ. Сколь упростилась бы формула, если бы, воспользовавшись тем, что величина ε мала, мы отбросили слагаемое, содержащее ε. Но мы понимаем (вернувшись от $(2')$ к (2)), что для этого нужно было бы полностью пренебречь ускорением, или, в более общих терминах, пренебречь специфическими чертами изучаемого движения.[3] Именно этого делать нельзя! Выливать воду из ванночки надо осторожно – можно выплеснуть купающегося в ней ребеночка.

До сих пор мы имели дело с известным законом движения и манипулировали входящими в формулу известными величинами. Теперь подумаем о значительно более сложной проблеме. Давайте мысленно перенесемся в доквантовую эру. Опыты Резерфорда показали: во-первых, атом – сложная система, масса атома сосредоточена в его положительно заряженном ядре, причем масса ядра M в тысячи раз превышает массу отрицательно заряженного электрона m (электрон уже открыт, и заряд его измерен, он равен $e = -4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ед. заряда СГСЭ = $= -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл); во-вторых, внутри атома (на расстояниях ~ 1 Å $= 10^{-8}$ см) действует закон Кулона.

Итак, мы знаем, что внутри атома, состоящего из тяжелого ядра – протона и легкого электрона, для простоты ограничимся

---

[3] Не говорю уже о формальной неправильности пренебрежения слагаемым $\varepsilon\tau^2$ при больших значениях τ. Думаю, это совершенно понятно. И все же: $\varepsilon\tau^2$ становится порядка единицы или больше только при $\tau \geq 1/\sqrt{\varepsilon}$. Это время стремится к бесконечности, когда $\varepsilon \to 0$. Представим себе, что мы изучаем некий процесс, который длится небольшое конечное время, а выяснилось, что слагаемое $\varepsilon\tau^2$ достигает значения единицы тогда, когда наш процесс уже давно закончился. Конечно, в этом случае без зазрения совести это слагаемое можно опустить.

атомом водорода, действует закон Кулона. Кроме того, известно (было известно и в доквантовую эру!), что все атомы водорода одинаковы, т.е. имеют одинаковые размеры ($\sim 10^{-8}$ см). Обозначим размер атома водорода через a_0 и постараемся понять: почему $a_0 \sim 10^{-8}$ см? Для этого выразим a_0 через характеристики составных частей атома – заряд e и массы электрона m и протона M. Массу протона, по-видимому, можно исключить, считая, что протон покоится, а электрон движется вокруг него (в действительности обе частицы движутся вокруг общего центра масс, но поправки, связанные с этим, весьма малы). Остаются величины m и e. Но легко проверить (проверьте!), что из них нельзя «построить» комбинацию размерности длины.

Вывод таков: классическая физика не может установить «природу» размеров атома. К этому, в настоящее время хорошо известному, выводу можно прийти и другими путями. И известен «выход из положения». Его обеспечила квантовая, или атомная, механика. Не входит в нашу задачу рассказывать о квантовой механике в этой статье. Напомним только, что квантовая механика ввела в физику новую мировую константу – постоянную Планка $\hbar \sim 10^{-27}$ $\text{г} \cdot \text{см}^2/\text{с}$, и вернемся к атому водорода. В нашем распоряжении теперь три величины m, e и $\hbar$, а из них легко построить величину размерности длины:

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} \approx 0,4 \cdot 10^{-8} \text{ см}. \qquad (3)$$

Мы без оговорок приравняли выведенную комбинацию размеру a_0, так как с хорошей точностью она действительно равна размеру атома водорода.

Теперь несколько серьезнее задумаемся о логике вывода формулы (3). Не решая задачи, не задумываясь над тем, какими уравнениями описывается движение электрона в атоме, только зная, какие величины (a_0, e, $\hbar$, m) должны входить в неизвестное уравнение, мы решаемся сделать вывод, зафиксированный формулой (3). Какие у нас для этого основания?

Ясно, что уравнение, которое нам придется решать для определения размера атома, будет содержать в виде неизвестной величины x безразмерную[4] комбинацию, т.е. $x = a_0 me^2/\hbar^2$, а величина x должна быть найдена путем решения какого-то

[4] Сколько-нибудь сложная функция, аргумент которой – размерная величина, вообще бессмысленная вещь. Ведь, как правило, функция задается рядом. Например, $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \ldots$ А складывать можно только величины одной размерности.

уравнения, скажем $f(x)=0$. Но откуда у нас уверенность, что корень этого уравнения порядка единицы? Ведь легко себе представить, что x_0 – корень уравнения $f(x_0)=0$ – какое-нибудь огромное или, наоборот, очень маленькое число. А тогда $a_0 = x_0\hbar^2/(me^2)$ либо значительно больше, либо значительно меньше истинных размеров атома; т.е., попросту говоря, ничего о размере атома мы сказать не можем. Здесь нас выручают интуиция, привычка, опыт. В большинстве случаев искомый корень уравнения действительно оказывается порядка единицы, и тогда наши соображения, основанные на анализе размерности, подтверждаются точным расчетом.

Но бывает и иначе.

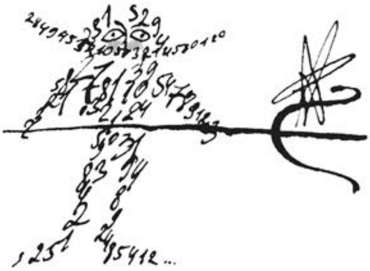
В моей практике встретился такой случай. С моим учителем И.М.Лифшицем мы теоретически исследовали свойства вещества, в котором происходят деления радиоактивных ядер (свойства тепловыделяющих элементов реактора). Это непростая задача – выяснить как влияют на свойства тела происходящие в нем (в случайных местах, в случайные моменты времени!) радиоактивные распады. Но оказалось, что, зная энергию, которую несут осколки ядер, можно воспользоваться соображениями размерности и оценить (прикинуть) результат сравнительно просто. Интуиция подсказала, что результат следует проверить точным расчетом. Оказалось, точное значение отличается от оценки (прикидки) множителем $(2\pi)^{-5} \approx 10^{-4}$ (!). Я думаю, что если бы точный расчет был более сложен, чем это было в действительности, и нам пришлось бы ограничиться оценками, то мы в конце концов нашли бы (и без расчета) множитель $(2\pi)^{-5}$ – ведь его появление отнюдь не случайность...

А вот другой – противоположный – пример. И.М.Лифшиц и А.В.Погорелов (вы знаете А.В.Погорелова как автора учебника и книг по геометрии) исследовали закономерности деления тяжелых ядер. Аналогия с каплями обычной жидкости и соображения размерности помогли сравнительно просто решить задачу и получить ответ с точностью до безразмерного множителя. Авторам хотелось думать, что неизвестный безразмерный множитель близок к единице (насколько я помню, И.М.Лифшиц был в этом уверен). А.В.Погорелов сконструировал специальный прибор, позволяющий с помощью «обычной» жидкости измерить ту величину, которую оценили теоретически. Оказалось, что искомый множитель равен 1,1 (!).

Что следует из этих двух примеров? Только то, что надо проявлять осторожность при оценках, основанных на соображениях размерности. Проявлять осторожность, но ни в коем случае не отказываться от методов, основанных на этих соображениях.

Когда речь идет об области физики, занимающейся такими явлениями, для понимания которых достаточно использовать известные законы природы (т.е. они описываются с необходимой точностью известными уравнениями), методы размерности служат наводящими соображениями, подспорьем интуиции. С большими или меньшими трудностями можно произвести соответствующий расчет и получить точный ответ. Соображения размерности приобретают особую роль, когда физик выходит в непознанную область, когда нет строгих уравнений, на которые можно опереться, и можно только прикидывать, оценивать и угадывать. Эта деятельность физиков-теоретиков требует особого чутья, основанного на глубоком знании всей структуры физики, на понимании того, что можно подвергать сомнению (пересмотру), а что незыблемо, отказ от чего разрушает (буквально) все здание физики. Наука значительно более консервативна, чем кажется тем, кто смотрит на нее со стороны и восхищается ее успехами, кто считает, что наука все может и что ей все доступно. Наука описывает реально существующий Мир, управляемый реально существующими законами. Эти законы наука постепенно, в мучительных поисках постигает. Построение логически непротиворечивой картины Мира – столь сложная задача, что надо с трепетной осторожностью относиться к каждой детали этой картины, непрестанно задавая себе вопрос: не нарушу ли я что-то во всей картине, если предположу нечто новое, необходимое (как мне кажется) для объяснения какого-то факта?

Я понимаю, что последний абзац выглядит совершенно абстрактным. И все же не хочу приводить примеры – главным образом потому, что не чувствую себя специалистом в той физике, из которой эти примеры следовало бы черпать: из физики элементарных частиц, из космологии. Хочу только обратить внимание на следующее. Одну и ту же размерность имеют совершенно различные величины: расстояние между Москвой и Нью-Йорком и размер атома водорода, время обращения Нептуна вокруг Солнца и период колебаний атомов в молекуле водорода, масса протона и масса электрона и т.д. и т.п. – примеры можно множить до бесконечности. Разделив размерную величину на величину той же размерности, мы получим безразмерное число. Можно задать вопрос: почему получилось именно это число, а не какое-нибудь другое? Ясно, что так как число отношений бесконечно, то и число вопросов тоже бесконеч-



но. Надо ли все их задавать? И нужно ли на них отвечать? Ответ дает только опыт. Опыт отдельного человека и опыт всей физики. В ходе развития науки перечень вопросов изменяется вместе с перечнем ответов на них, причем, естественно, вопросы несколько опережают ответы, правда, опережают не слишком значительно. Дело в том, что правильно сформулированный вопрос, как правило, несет в себе ответ. Иногда вопрос выглядит совершенно невинным, а ответ на него очень сложен. Чего уж проще: почему отношение массы протона M_p к массе электрона m_e равно 1838? А ответ на этот вопрос, насколько я знаю, не известен. Или другое знаменитое число – так называемая постоянная тонкой структуры

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}.$$

Постоянную тонкой структуры так и называют – одна сто тридцать седьмая! Почему $1/137$ – современная наука даже не формулирует. Но использует α многократно. Относительная малость заряда ($e^2 = \hbar c/137 \ll \hbar c$) приводит буквально к бесконечному числу следствий.

Числа 137 и тем более 1838 – значительно больше единицы. Могут ли они быть следствием теории, корнем какого-либо уравнения? А ведь можно указать пример, который приводит к буквально астрономическому числу. Отношение силы электростатического отталкивания друг от друга двух протонов к силе гравитационного притяжения между ними: $e^2/\left(M_p^2 G\right)$, конечно, безразмерное число. Оно равно 10^{36} (!). Решая какое уравнение, можно надеяться получить такое фантастическое число? Сейчас делается попытка построить суперфизику, объединяющую все взаимодействия между частицами. По-видимому, она – эта будущая наука – должна «выдать» в виде ответа это грандиозное число. Возможно, правда, в этом не будет ничего удивительного: просто (?!) искомой величиной будет не само отношение, а, скажем, $\ln\ln\left(e^2/\left(M_p^2 G\right)\right) \approx 4{,}4$. Но это уже не соображение, а фантазирование... А я хотел бы предостеречь читателя от различных неоправданных сравнений величин одной размерности и обнаружения каких-то мистических соотношений. Попытка ответить на вопрос, чему должно быть равно то или другое отношение двух размерных физических величин, должна основываться на глубоком знании предмета. Озарение здесь не поможет – поверьте мне!

* * *

Эти рассуждения трудно закончить. В любой области своей деятельности физик (и теоретик, и экспериментатор) сталкивается с числами. Одними он должен воспользоваться, другие должен определить. Встречаясь с числами всегда и везде, он привыкает к ним и часто пользуется ими, не задумываясь, откуда они возникли, почему они такие, а не другие. Это означает, что он – физик – хорошо знает свою область, что у него есть интуиция, что он умеет почти бессознательно выбрать из физики (из огромного запаса накопленного в ней знания) именно то, что нужно для понимания изучаемого явления. Но если его спросить, почему он отбросил все стальное, он задумается и, *аргументируя* числами, покажет, что отброшенное не должно играть существенной роли. Иногда он ошибается. И если ошибка не тривиальна, то понимание ошибки, ликвидация противоречия может привести к открытию... Об этом стоит помечтать...

ВЗГЛЯНУВ НА ТЕРМОМЕТР…

Однажды утром я почувствовал, что в квартире холоднее, чем обычно. Взглянув на термометр, увидел: действительно, вместо привычных $20\ ^\circ\mathrm{C}$ было $19\ ^\circ\mathrm{C}$. Посетовав на нестабильность коммунальных служб, собрался и пошел на работу. В метро мысль вернулась к показанию термометра, и возникло ощущение, что что-то тут не так…

Температура – мера теплового движения молекул. Средняя энергия теплового движения молекулы (скажем, молекул газа в воздухе, заполняющем комнату) равна $\frac{3}{2}kT$, где $k \approx 1{,}4 \cdot 10^{-16}$ эрг/град – постоянная Больцмана, а температуру, правда, надо измерять не в градусах Цельсия, а по абсолютной шкале – шкале Кельвина, сдвинутой относительно шкалы Цельсия на $-273{,}16\ ^\circ\mathrm{C}$. Другими словами, температура в моей квартире была около 300 К. И я *почувствовал* изменение температуры ΔT порядка $\frac{1}{300}T$, т.е. ощутил, что энергия теплового движения молекул изменилась на 0,3%! Более того, без каких-либо сложных приборов, с помощью простого настенного термометра я проверил свое ощущение – *измерил* факт изменения на 0,3% энергии теплового движения молекул… У меня даже мелькнула гордая мысль об эволюции, создавшей столь чувствительные механизмы ощущения температуры. Хорошо известно, каким важным параметром для живых организмов является температура: изменение температуры тела человека на 1 градус – признак болезни, а интервал допустимого изменения температуры тела – менее 10 градусов. Естественно, ощущать температуру живому организму необходимо очень точно… Но каким образом?

Подсказкой мне послужил все тот же настенный термометр. Поэтому разберемся сначала с ним. Как нам удается измерить изменение температуры на 1 градус, а медицинским термометром – на 0,1 градуса? Измерителем служит изменение объема жидкости (для определенности – ртути). При повышении или понижении температуры ее объем V изменяется на ΔV, причем

$$\frac{\Delta V}{V} = \alpha \cdot \Delta T \ .$$

Множитель α носит название коэффициента теплового расширения. По порядку величины он составляет $10^{-3} - 10^{-4}$ К$^{-1}$. «Увидеть» $\Delta V/V \sim 10^{-4}$ удается только с помощью простого приема – «загнав» ртуть в тонкий капилляр. Тогда $\Delta V = s \cdot \Delta l$, где s – площадь сечения капилляра, а

$$\Delta l = \frac{V}{s} \alpha \cdot \Delta T$$

– изменение высоты столбика ртути. Сделав s достаточно малым, можно добиться необходимого разрешения. Капилляр служит *усилителем*. Если $V \sim 1$ см^3, то, для того чтобы при $\alpha \cdot \Delta T \sim 10^{-4}$ получить $\Delta l \sim 1$ мм $= 0{,}1$ см, надо иметь капилляр с площадью сечения $s = 10^{-3}$ см^2. Очень простой усилитель!

Разобравшись с термометром, перейдем к живому организму. Что в нем служит усилителем? Определяющая роль температуры в жизненно важных процессах связана с тем, что скорости W большинства химических реакций (без которых жизнь была бы невозможна) зависят от температуры очень резко – по экспоненциальному закону:

$$W \sim e^{-U/(kT)} \ .$$

Величина U, носящая название энергии активации, для каждой реакции своя, но, как правило, U значительно превышает kT. Не слишком углубляясь и не заглядывая в справочники, я рассуждал так. Химические реакции – это всегда перестройка электронных состояний. Например, соединение атомов Na и Cl в молекулу NaCl происходит так: атом Na отдает электрон атому Cl. Ионы Na^+ и Cl^- притягиваются друг к другу и создают молекулу NaCl, но электроны в молекуле NaCl распределены вокруг ядер не так, как в атомах Na и Cl. Для измерения энергии электронов в атоме создана специальная шкала энергий – электрон-вольт, а 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{12}$ эрг. Так вот, характерное значение энергии активации U порядка 1 эВ.

Относительное изменение скорости химической реакции $\Delta W/W$ при изменении температуры T на величину ΔT таково:[1]

$$\frac{\Delta W}{W} \approx \frac{U}{kT}\frac{\Delta T}{T} .$$

При $\Delta T/T \approx 1/300$ относительное изменение скорости химической реакции $\Delta W/W \approx 1/10$, т.е. вполне ощутимо. Усилителем служит множитель $U/(kT)$. Судя по нашим ощущениям, он «работает» очень надежно. По-видимому, это связано с тем, что в организме протекает очень много различных химических реакций и все они (должны быть!) тщательно согласованы…

Итак, вроде бы я понял и успокоился… Однако появилась новая мысль. Пока я не разобрался (конечно, очень приближенно и поверхностно) в механизмах усиления, я удивлялся тому, что могу почувствовать и предельно просто измерить относительное изменение тепловой энергии молекулы, приблизительно равное $1/300$. Но ведь в действительности речь идет об изменении энергии не одной молекулы, а всех молекул. Отношение $\Delta T/T$ равно относительному изменению энергии газа, если его температура изменилась на величину ΔT. Новая мысль формулировалась так: каково *абсолютное* значение изменения энергии газа при изменении его температуры на градус? Я, конечно, понимал, что ответить на этот вопрос очень легко – механический эквивалент тепла известен. Но мне хотелось получить эмоционально окрашенный ответ, чтобы почувствовать, много это или мало. И тогда я решил подсчитать, какую массу можно поднять, скажем, на высоту $h = 1$ м за счет энергии, требующейся для нагревания воздуха на 1 градус в хорошо изолированном помещении размером $4\ \text{м} \times 5\ \text{м} \times 5\ \text{м} = 100\ \text{м}^3$. Приближенный расчет очень прост. Энергия газа равна

$$E = \frac{3}{2}NkT ,$$

---

[1] Величина $W(T + \Delta T)$ пропорциональна

$$e^{-\frac{U}{k(T+\Delta T)}} = e^{-\frac{U}{kT(1+\Delta T/T)}} \approx e^{-\frac{U}{kT}\left(1-\frac{\Delta T}{T}\right)},$$

поэтому

$$W(T + \Delta T) = W(T) \cdot e^{\frac{U}{kT}\frac{\Delta T}{T}} \approx W(T)\left(1 + \frac{U}{kT}\frac{\Delta T}{T}\right),$$

если $U \cdot \Delta T/\left(kT^2\right) \ll 1$. Выписывая приближенные равенства, я предполагаю у читателя умение обращаться с малыми величинами.

где N – число частиц газа, а изменение энергии равно

$$\Delta E = \frac{3}{2} Nk \cdot \Delta T .$$

Число частиц газа в помещении определить несложно. Каждый моль газа при нормальных условиях занимает объем $V_0 = 22,4$ л $= 22,4 \cdot 10^{-3}$ м^3; значит, в помещении содержится $100/\left(2,4 \cdot 10^{-3}\right) \approx 5 \cdot 10^3$ молей. А число молекул в каждом моле (число Авогадро) это $N_\text{А} \approx 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Значит, в помещении $N \approx 3 \cdot 10^{27}$ молекул, и $\Delta E \approx 6 \cdot 10^{11}$ эрг. Теперь вычислим искомую массу по формуле $\Delta E = Mgh$ и получим $M \approx 6 \cdot 10^6$ г, или 6 тонн(!). Ответ заставил меня трижды проверить расчет. Поверив в правильность ответа, я вспомнил и обычно не затрагивающие сознание призывы с телеэкрана беречь тепло, и недавно услышанное в научно-популярном фильме «Жизнь на Земле» утверждение, что бóльшую часть потребляемой пищи теплокровные животные тратят на поддержание в теле постоянной температуры. Тепло – дорогое удовольствие!

Примечание

То, что вы прочли до этого момента, можно считать слегка организованным при написании потоком сознания: думал, прикидывал, практически все выкладки производил в уме. Написав и перечитав, я подумал: школьников, как мне кажется, часто отпугивает от физики ощущение того, что она (физика) – набор разнообразных, на первый взгляд не связанных, фактов, величин, соотношений. А я «вывалил» на них еще несколько. И мне захотелось довести до сознания читателей еще одну важную, на мой взгляд, мысль.

Современная физика так глубоко проникла в суть вещей, что она может оценить, а во многих случаях и точно вычислить по сути бесконечное число разнообразных параметров, постоянных, всего того, что входило в науку на разных этапах ее развития (часто в виде величин, добытых из опыта). При этом для расчетов достаточно использовать всего несколько значений физических величин, носящих высокое имя мировых констант. Это заряд электрона $e \approx 1,6 \cdot 10^{-10}$ ед. заряда СГСЭ, массы электрона и протона $m_e \approx 10^{-27}$ г и $m_p \approx 1,67 \cdot 10^{-24}$ г, постоянная Планка $h \approx 6,6 \cdot 10^{-27}$ эрг $\cdot$ с (физики, как правило, постоянной Планка называют величину $\hbar = h/(2\pi) \approx 10^{-27}$ эрг $\cdot$ с), скорость света $c \approx 3 \cdot 10^{10}$ см/с. Только вдумайтесь: все величины, которые можно измерить, занимаясь макроскопической физикой,[2] в принципе могут быть выражены через пять мировых констант! Такие расчеты получили даже специальное название – расчеты из первых принципов. Конечно, отнюдь не всегда теория столь детально разработана, что подобный расчет с необходимой точностью удается довести до конца (поэтому мы и говорим «в принципе»). Но совершенно ясно, что расчет возможен и нет никаких оснований ожидать, что мы столкнемся с принципиально неразрешимой задачей.

Все упомянутые в этой статье физические величины, значения которых автор либо помнил, либо брал из справочника, могут быть получены как результат расчета из первых принципов. Мы попробуем это показать на примере двух величин: энергии активации U и коэффициента теплового расширения α. При этом мы не будем доходить до основ, считая, что размер атома a заведомо можно выразить через перечисленные выше мировые константы. Например, размер атома водорода – $a_{\text{H}} = \hbar^2/\left(m_e e^2\right)$. Об этом можно прочесть в любой популярной книжке, излагающей квантовую механику.

Начнем с энергии активации U. Так как мы не предполагаем строить теорию скоростей химических реакций, а только хотим продемонстрировать, как выражаются интересующие нас величины через мировые константы, то мы ограничимся расчетом энергии ионизации атома водорода $U_{\text{ион}}$, т.е. ответим на вопрос, сколько энергии надо потратить, чтобы оторвать электрон от протона.

Энергия электрона в атоме водорода равна

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{e^2}{a},$$

но $m_e v^2/a = e^2/a^2$, т.е. $m_e v^2/2 = e^2/(2a)$, и, следовательно,

$$E = -\frac{e^2}{2a}$$

(надеюсь, эти равенства понятны?). Подставив значение $a = a_{\text{H}}$, получим

$$U_{\text{ион}} = \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \approx 13{,}6 \text{ эВ}.$$

---

[2] Ограничение макроскопической физикой не случайно. Например, мы не умеем пока вычислять массы элементарных частиц – разнообразных мезонов, адронов и т.д. (см. книгу Л.Б.Окуня «$\alpha\beta\gamma\ldots Z$»; выпуск 45 серии «Библиотечка «Квант»).

Энергия, которую надо затратить на перестройку электронных состояний, как правило, меньше $U_{\text{ион}}$. Поэтому мы при оценке относительного изменения скорости химических реакций приняли $U \sim 1$ эВ.

Расчет коэффициента теплового расширения сложнее. Он требует знания строения того тела, которое испытывает расширение. Нам придется ограничиться простейшим подходом, учитывающим главное – то, что тепловое расширение это результат зависимости среднего равновесного расстояния между частицами от температуры.

Итак, две частицы в теле находятся на расстоянии $d + x(t)$ друг от друга, причем d – расстояние между ними, когда эти частицы покоятся (при абсолютном нуле температуры), а $x(t)$ – это мгновенное (в момент времени t) отклонение частицы от положения равновесия. Сила F, действующая на частицу, напоминает упругую силу, действующую на грузик, привязанный к пружине, – она пропорциональна отклонению частицы от положения равновесия: $F = -\kappa \cdot x(t)$. Но средняя сила $\overline{F}$ (за достаточно большой промежуток времени) должна быть равна нулю.[3] А это означает, что и $\overline{x(t)} = 0$, т.е. среднее расстояние между частицами равно d и не зависит от колебания атомов и, следовательно, от температуры. Этот результат на научном жаргоне звучит так: *гармоническое приближение не может описать тепловое расширение тел.*

Мы привели это строгое научное утверждение, чтобы появилось слово «приближение». Дело в том, что выражение для силы, которым мы пользовались, приближенное. Попробуем его уточнить – учесть нелинейные по смещению $x(t)$ слагаемые:

$$F = -\kappa \cdot x(t) + \beta \cdot x^2(t) + \ldots$$

Теория, основанная на этой формуле или на подобных формулах, носит название ангармонической, а коэффициент β называют ангармоническим коэффициентом. Из этой формулы следует, что $\overline{x} = \frac{\beta}{\kappa}\overline{x^2}$, т.е.

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{(d + \overline{x})^3 - d^3}{d^3} \approx \frac{3\overline{x}}{d} = \frac{3\beta}{d\kappa}\overline{x^2}$$

(коэффициент 3 появился из-за того, что тело может расширять-

---

[3] Если бы средняя сила F была отлична от нуля, то частицы тела должны были бы под ее воздействием куда-то перемещаться.

ся по трем направлениям). В этой формуле V – объем тела при $T = 0$ К. Итак, чтобы закончить расчет, мы должны уметь вычислять величины (β, κ и $\overline{x^2(t)}$. Начнем с последнего. Так как ангармоническое слагаемое βx^2 – малая поправка (ее пришлось включить в выражение для силы только потому, что без нее ответ оказался бы равным нулю), то можно считать, что потенциальная энергия движения есть $\kappa \cdot x^2(t)/2$, а полная энергия равна

$$\mathcal{E} = \frac{M(x')^2}{2} + \frac{\kappa x^2}{2}.$$

Но в среднем кинетическая $\left(M(x')^2/2\right)$ и потенциальная $\left(\kappa x^2/2\right)$ энергии равны. Поэтому

$$\overline{x^2} = \frac{1}{\kappa}\overline{\mathcal{E}}.$$

А средняя энергия колебательного движения есть kT.[4] Итак,

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\beta}{d\kappa^2} kT.$$

Осталось научиться вычислять множитель $3\beta/\kappa^2$. Конечно, именно это – самая сложная часть задачи. Но и ее мы предельно упростим (хотя даже при таком способе изложения вам придется в одном месте попросту поверить автору).

Пусть мы имеем дело с ионами, заряды которых $+e$ и $-e$ и расстояние между которыми r. Между ионами действует сила электростатического притяжения, равная e^2/r^2. Но эта сила не может быть единственной – под действием такой силы ионы упали бы друг на друга. Когда они слишком близко приближаются друг к другу, они отталкиваются, причем закон отталкивания может быть выяснен с помощью уравнений квантовой механики.

И здесь мы подошли к тому месту, где читателю придется довериться автору. Сила взаимодействия между ионами равна

$$F = \frac{e^2}{r^2} - \frac{A}{r^{10}}.$$

[4] Сравните с энергией $\frac{3}{2}kT$ для частицы в газе: частица свободна, т.е. потенциальная энергия ее равна нулю, поэтому на каждую степень свободы «приходится» $\frac{1}{2}kT$, а не kT. Степеней свободы три. Но три степени свободы мы уже учли.

При $r = d$ сила должна быть равна нулю. Поэтому $A = d^8e^2$, и окончательно

$$F = \frac{e^2}{r^2} - \frac{e^2d^8}{r^{10}}.$$

Подставив сюда $r = d + x$, разложим F по степеням x, ограничившись двумя первыми слагаемыми. Коэффициент при x дает нам значение величины κ, а при x^2 – значение β. Проделайте, пожалуйста, эти вычисления самостоятельно, и вы убедитесь, что

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3 \cdot 52}{64}\frac{kdT}{e^2}, \text{ т.е. } \alpha = \frac{3 \cdot 52}{64}\frac{kd}{e^2}.$$

Расстояние между атомами d приблизительно равно размеру атома: $d \approx a \approx 3 \cdot 10^{-8}$ см $= 3$ Å, и, подставляя значения k, e и d, получим

$$\alpha \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}.$$

Посмотрите таблицы, и вы убедитесь, что полученная нами (при столь упрощенном рассмотрении) оценка совсем неплоха.

Ну вот, это, пожалуй, уже совсем все. Отметим только, что порядок величины коэффициента теплового расширения α мы могли бы и угадать. Взгляните на последнюю формулу для $\Delta V/V$. Из нее видно, что *безразмерное* отношение $\Delta V/V$ приблизительно равно отношению тепловой энергии (в расчете на одну частицу) kT к энергии связи между частицами (здесь $\sim e^2/d$). Отсюда вывод: чем более сильно связаны молекулы в теле, тем меньше у них коэффициент теплового расширения. Эту закономерность легко усмотреть из таблиц, в которых наряду со значениями α приведены температуры плавления для твердых тел или температуры кипения для жидкостей. Но, конечно, подобное утверждение не есть закон природы. Из него возможны исключения…

ПИСЬМА О ФИЗИКЕ

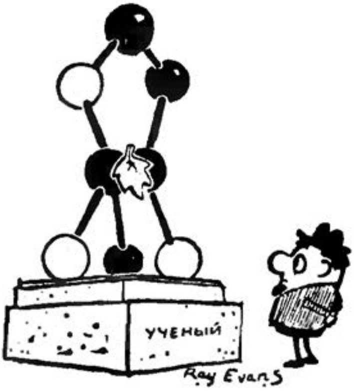
Редакция журнала «Квант» получает массу писем с самыми разными вопросами. Мы стараемся отвечать каждому нашему читателю. Но есть такие, можно сказать, глобальные вопросы, на которые трудно ответить в индивидуальном письме. В каких направлениях развивается современная физика? Чем занимаются ученые в физических институтах? Как стать физиком?.. В ответ на такие письма мы начинаем сегодня новый цикл публикаций, который можно условно назвать «Письма о физике». Сколько будет этих писем – покажет будущее. Физика необыкновенно многолика, и почти не существует ученых, одинаково хорошо разбирающихся во всех ее областях. А возможно, их и вовсе нет. Физик, случайно заглянувший на «не свою» конференцию, как правило, не много понимает. Поэтому письма нашим читателям будут писать разные авторы. И мы постараемся привлекать настоящих профессионалов, чтобы вы получали ответы, что называется, из первых рук.

Автор первого письма – известный физик- теоретик, крупный специалист в области физики твердого тела, доктор физико-математических наук, профессор Моисей Исаакович Каганов. Предоставляем ему слово.

Дорогой коллега!

Думаю, я могу так обратиться к читателю. Журнал «Квант», как правило, читают те, кто решил стать физиком или математиком. Я обращаюсь к тем, кто в будущем видит себя физиком.

Не знаю, занимался ли кто-нибудь анализом выбора специальности. Конечно, каждый взрослый человек помнит, как складывалась его жизнь и почему он стал физиком, или инженером, или рабочим… Помню и я. В нашей семье не было представителей точных наук. Но было много книг. И я рано начал читать научно- популярную литературу по физике. Теперь мне ясно: понимал я мало (особенно при первом знакомстве с новой – тогда – квантовой физикой). Но было ощущение какого-то удивительного приключения, участие в котором принимают Резерфорд, Бор, Эйнштейн, Гейзенберг, Шредин-



На выставке современной скульптуры

гер...– переживание отводило особое место «суперзвездам», актеры второго ряда уже не оставляли следа. И если в приключенческом фильме восхищает умение вскочить на коня с места или, мгновенно вытащив пистолет, метко поразить противника, то в научных приключениях меня восхищала удивительная сила ума, способность выйти за рамки старых теорий, построить новую систему представлений, адекватную новым экспериментальным данным. Надо думать, книги, которые я читал, были хорошо написаны, потому что я понял (а возможно, мне сегодня кажется, что я тогда понял): замена фундаментальной теории, прекрасно описывающей огромную совокупность фактов, новой теорией – только потому, что старая с чем-то не справляется,– мучительно трудное дело. Ведь в наследство остаются все ранее известные факты, и они по-прежнему требуют объяснения...

Вот какие проблемы волновали меня, когда я принимал решение стать физиком.

Что такое физика, чем реально занимаются физики – об этом в книгах, которые я читал, ничего не говорилось. Иногда упоминались названия научных учреждений, в которых работали «суперзвезды»: Мондовская лаборатория в Кембридже, созданный для Бора институт в Копенгагене... Конечно, я знал, что в Советском Союзе есть научные институты, в которых работают физики, знал, чт.е. физические или физико-механические, физико-математические факультеты, где обучают будущих физиков. Чему и как – об этом никогда не говорилось...

Обо всем этом я думал, решив рассказать будущим физикам, что из себя представляет наука, которой они собираются себя посвятить. Рассказать, по возможности, без романтики, без преувеличений, но не пытаясь выглядеть безразличным объективным комментатором. Выбрав специальность, я в ней не только не разочаровался, но по-настоящему полюбил ее. И свою любовь не собираюсь скрывать.

* * *

Официальное определение физики таково: «...Наука, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи и законы ее движения» (БСЭ, т.27, с.337). Конечно, чтобы наполнить это определение конкретным содержанием, надо дополнить его, указав, что значит «простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности» явления, да и неплохо бы объяснить, что движется, ведь материя – понятие столь всеобъемлющее...

Физика воспринимается всеми (и самими физиками, и учеными других специальностей) как фундаментальная наука, лежащая в основе всех других естественно-научных дисциплин.[1] А ее конкретное содержание зависит от уровня наших знаний. Сегодня объектами исследовательской деятельности, которую принято относить к физике, являются и мельчайшие частицы вещества (вплоть до кварков), и конденсированные тела, и удаленные от нас на тысячи световых лет таинственные квазары, и – самое удивительное – Мир в целом, в его развитии от момента Большого взрыва до современности; физика изучает и объекты, которые на сегодняшний день она предполагает бесструктурными (электроны, мюоны, нейтрино...), и наиболее сложно организованную материю – мозг, в деятельности которого именно физики обнаружили много не известных биологам фактов, а главное, привнесли в исследование свои специфические физические методы...

Именно разнообразие объектов исследования привело к фактическому разделению физики на сравнительно разобщенные науки, каждая из которых имеет набор основных представлений и моделей, свой, иногда очень изощренный, математический аппарат, свои апробированные практикой экспериментальные методики. И все же, при всем многообразии объектов исследования всех физиков можно разделить на два класса (отряда, семейства – применимо любое из подобных слов):

физиков-теоретиков и физиков-экспериментаторов.

Что делают физики-экспериментаторы, наверное, более или менее понятно. Но это письмо – о физиках-теоретиках.

Физики-теоретики изучают Природу с помощью математических методов исследования. Эйнштейн считал величайшей

[1] Прекрасный образец шуточного определения физики дал Джей Орир: «Физика – это то, чем занимаются физики». Если вдуматься, это – содержательное утверждение...

загадкой то, что математика – создание человеческого ума – применима при описании явлений Природы. Не углубляясь в размышления над этой загадкой, примем как общеизвестный факт: физические явления могут быть описаны математическими уравнениями, решения которых имеют предсказательную силу. Вот что это значит. Невозможно наперед вывести все математические соотношения, которые могут понадобиться при описании физических явлений. Физики-теоретики (в данном случае речь идет о гениях) формулируют основные уравнения, причем они формулируются в столь общей форме, что применимы практически в бесконечном количестве случаев. В процессе постижения законов природы основные уравнения изменялись. Формулировка новых уравнений открывает новую эпоху в физике. Современная физика началась (в XVII веке) с формулировки Ньютоном основных уравнений механики. В XIX веке Максвелл сформулировал уравнения электромагнетизма. Прослеживая путь основных уравнений, надо назвать имена А.Эйнштейна, Н.Бора, Э.Шредингера, В.Гейзенберга и П.Дирака. Эйнштейн сформулировал уравнения механики, позволяющие исследовать движения со скоростями, близкими к скорости света, и построил теорию гравитации. Бор, Шредингер, Гейзенберг и Дирак создали квантовую (или волновую) механику.[2]

Открытие, формулировка новых уравнений не исчерпывает деятельности физика-теоретика. Более того, подавляющее большинство физиков- теоретиков не претендует на пересмотр существующих основных уравнений (читай: основных представлений), а довольствуется решением задач на основе этих уравнений. Глагол «довольствоваться» не несет на себе какого-либо уничижительного смысла.

Задачи в теоретической физике возникают двумя способами.

Первый способ. Эксперимент обнаруживает нечто такое, что именуют новым явлением или свойством. Выбор слова (явление, свойство) зависит от ощущения важности обнаруженного. Иногда экспериментатор, хорошо понимая природу обнаруженного

---

[2] Чтобы подчеркнуть важность открытия новых уравнений, приведем цитату из курса лекций замечательного физика-теоретика и великолепного педагога Р.Фейнмана: «В истории человечества (если посмотреть на нее, скажем, через десять тысяч лет) самым значительным событием XIX столетия, несомненно, будет открытие Максвеллом законов электродинамики. На фоне этого важного научного открытия гражданская война в Америке в том же десятилетии будет выглядеть мелким провинциальным происшествием». («Фейнмановские лекции по физике», том 5 – М.: Мир, 1966.)

явления, самостоятельно дает полную интерпретацию того, что он обнаружил. Но чаще, даже зная в общих чертах, чем обусловлено открытое им явление, он не может, используя известные уравнения (представления), вычислить необходимые для объяснения величины и / или соотношения. Вычисления требуют специалиста – физика-теоретика. Возможно, что даже при детальном и подробном изучении открытого явления его природа не становится яснее. Выяснение природы явления, т.е. выяснение, какими из основных уравнений физики должно пользоваться для объяснения,– одна из важнейших задач, решаемых физиками-теоретиками. Бывает, что от возникновения задачи до ее решения проходит много лет, причем эксперимент все это время добавляет новые сведения об открытом явлении, а теория, развиваясь, скрытым образом подготавливает себя к решению задачи. Сверхпроводимость была открыта в 1911 году, а получила объяснение в 1956. Сорок пять лет понадобилось для выяснения природы этого удивительного явления. Причем объяснение не затронуло основных уравнений физики. Оно было найдено в пределах существовавших представлений.

– Генерал особенно хотел бы посмотреть, как бомбардируют атомные ядра

Второй способ. Логика развития какой-либо области физики подсказывает возможность расчета явления или свойства, которые раньше либо не поддавались расчету, либо не представляли интереса (находились вне поля зрения физиков). Особое место среди этих задач занимают задачи, решения которых совершенствуют математический аппарат теории. Вообще между математикой и теоретической физикой существует непростая связь. Во многих случаях физик- теоретик использует готовый математический аппарат, обнаружив предварительно, что сформулированная им задача принадлежит классу задач, изученных математиками. Но нередко физик-теоретик, сформулировав, как ему представляется, строго и полно физическую задачу, обнаруживает, что математики подобных задач не решали вовсе или им (математикам) известна только принципиальная разрешимость подобных задач, а не метод получения решения. Тогда за

— Ты что-нибудь чувствуешь, папочка?

создание метода приходится приниматься физику-теоретику… При таком (как в этом письме) абстрактном изложении все выглядит слишком «разложенным по полочкам». В действительности чаще всего ситуация промежуточная: в математике, вроде бы, есть нужный метод, но он чуть-чуть не подходит, его требуется немного усовершенствовать. А небольшое усовершенствование оборачивается сложной, требующей большого напряжения ума работой.

Чаще всего первые свои работы будущие физики-теоретики делают под руководством. Опытный физик-теоретик всегда имеет «на примете» либо конкретные задачи, которые, как ему кажется, следует решить, либо область физики, познакомившись с которой, молодой физик-теоретик сможет найти себе посильную задачу. В этой фразе важно отметить слова «посильная задача». Хороший педагог всегда представляет себе, какой сложности задачу можно дать ученику… Я хорошо помню то свое состояние (в конце обучения в Университете), когда все задачи, казалось, делятся на два класса: решенные и нерешаемые. И до сих пор благодарен своим учителям, с помощью которых понял, что из нерешенных задач может быть выделен подкласс решаемых задач.

Конечно, работа физика-теоретика состоит в решении задач, т.е. в получении ответа, результата. Но радость доставляет не только результат – итог работы. Сам процесс решения, преодоление возникающих во время решения трудностей, обход их, знакомство с новыми методами, овладение ими – все это доставляет радость…

Хочется предостеречь будущего физика-теоретика. Один мой друг – очень опытный и талантливый физик-теоретик – сказал, что главное качество, которым должен обладать физик-теоретик,– оптимизм, вера в то, что ответ получить удастся. В процессе работы эта вера предельно конкретизируется. Надо надеяться: все, что надо, взаимно уничтожится при приведении подобных членов, паразитические особенности сократятся и т.д., и т.п. Но (и в этом – предупреждение!) нельзя принимать желаемое за действительное: нельзя заранее отбрасывать слагаемые, потому что они должны взаимно уничтожиться, сокращать паразитические особенности и вообще разрешать себе действовать не так, как на обычной контрольной или при решении задач из задачника. Надо с первых самостоятельных работ воспитывать в себе предельный критицизм. Автор – самый строгий критик своей работы. Надо всегда помнить: получая новый результат, необходимо обрести уверенность в его правильности. Отсутствие готового (как в задачнике) ответа заставляет создавать специальные методы проверки полученного результата.

Большое место в жизни физика- теоретика сегодня занимает ЭВМ. Но это – отдельная тема.

В заключение – о том, где учатся «на физика-теоретика». Практически во всех крупных университетах страны, а также в Московском физико-техническом институте, в Московском инженерно-физическом институте. В Ленинградском политехническом институте, например, на инженерно-физическом факультете есть специальные группы, в которых готовят физиков-теоретиков. Выбор специальности происходит, как правило, на 3-м курсе, а первые два-два с половиной года будущие физики-экспериментаторы и физики-теоретики учатся вместе. Тех, кто рано (с первых месяцев учебы) сделал выбор, решив стать физиком-теоретиком, подстерегает опасность: считая, что главное для них математика, они «не замечают» общей физики – курса, вводящего студента в мир физики... Надо помнить: стать хорошим физиком-теоретиком можно только хорошо зная и понимая не только математику (без нее, конечно, нельзя обойтись!), но и физику, с изучением которой у многих школьников и студентов первых курсов возникают трудности. Я хотел написать «почему-то возникают трудности», но почувствовал в «почему-то» фальшь. Общая физика – труднейший предмет и для преподавания, и для усвоения.

АПОЛОГИЯ ФИЗИКИ

Нужно ли физику защищать? От кого? Эти вопросы, наверное, сразу возникают при взгляде на название статьи. Общеизвестна, например, защита физиков от обвинения в открытии способа массового уничтожения. Не об этом пойдет здесь речь. Физика, будучи источником идей и технологий, используемых в инженерной практике, воспринимается многими как приземленная наука, техническая дисциплина, якобы бездуховная по самой своей сути. Вот от этой точки зрения хочется защитить физику.

Трудно дать всех устраивающее определение духовности. Но мне кажется несомненным, что в него входит интерес человека к окружающему его миру не только как к удобной или неудобной среде обитания. Трудно назвать духовным человека, не замечающего красоты пейзажа, безразличного к восходам и закатам, не интересующегося миром животных и растений, не испытывающего почтительного удивления перед фантастическим «устройством» любого уголка живой природы. Удивление, испытываемое человеком при взгляде на окружающую природу, естественно превращается в любопытство, а развитое обучением и чтением – в любознательность.

Конечно, у разных людей любознательность останавливается на разном уровне познания. Выясняется, что, для того чтобы ответить на «детские» вопросы «почему?» и «как?», необходимо создать глубокие теории, провести огромное число тонких экспериментов. Постепенно, переходя от простого наблюдения к фиксации строгих результатов экспериментов, а в дальнейшем все глубже проникая в суть вещей, человек постигает структуру Мира, начинает понимать движущие силы природных явлений.

В углублении процесса познания таится опасность. Любование солнечным закатом, его воспроизведение на холсте воспринимается как духовная деятельность,[1] а выяснение спектрального состава солнечного света, исследование механизмов излучения световых квантов многим кажется скучным, узко профессиональным занятием, требующим знания конкретных методов – правил работы с формулами или с приборами. Конечно, к исследованию явлений окружающего нас Мира необходимо подходить профессионально – знать правила работы с формулами и приборами. Дилетантство и верхоглядство особенно нетерпимы в тех науках, которые имеют сложный аппарат и инструментарий. Есть, однако, своеобразное диалектическое противоречие между простотой наиболее глубоких вопросов, которые ставит перед нами Природа, и сложностью способов ответа на них. Иногда человек, занятый (профессионально!) исследованием определенного круга явлений, не видит связи этих явлений с устройством Мира, на ощущает, что его работа вносит дополнительный мазок в Картину Мира. Даже в этом (по сути огорчительном) случае я бы не обвинил этого человека в бездуховности. Вполне могу себе представить, что он (этот гипотетический «приземленный» исследователь) бездну эмоций – а не мыслей – потратил на разработку методов вычисления или измерения.

На памяти моего поколения физиков – катастрофа, произошедшая с Л.Д.Ландау.[2] Спасенный врачами и физиками после автомобильной аварии, Лев Давидович не вернулся к научной деятельности. Прожил Л.Д. после катастрофы шесть лет, разговаривавшие с ним многократно убеждались, что у него сохранилась память, что он способен на тонкие оценки чужой деятельности, но работать как физик-теоретик он не мог. Вра-

---

[1] Конечно, только в том случаем, если в пейзаж привнесено человеческое отношение к тому, что видит художник.

[2] Я думаю, нет необходимости представлять читателям академика, лауреата Нобелевской и Ленинской премий Л.Д.Ландау (1908–1968). Л.Д. – один из крупнейших физиков-теоретиков XX века, снискавший себе славу не только своими научными результатами, но и замечательной многотомной монографией «Курс теоретической физики», по которой учились и учатся многие поколения физиков-теоретиков, а также созданием одной из наиболее знаменитых и активных школ физиков-теоретиков.

чи утверждали, что это – последствие травматического отключения той области мозга, которая ответственна за эмоциональную сферу…

Еще один пример, на первый взгляд далекий от предыдущего. Однажды на Ученом совете Института физических проблем (теперь институт носит имя Петра Леонидовича Капицы: тогда П.Л. был жив и вел Совет, о котором идет речь) выступил Яков Борисович Зельдович[3] и высказал (не помню, по какому поводу) общие мысли о природе творчества. Основная мысль сводилась к тому, что любознательность – одна из потребностей человека. Наука – способ удовлетворения этой потребности. И ее необходимо удовлетворять, как потребность в пище, одежде и т.п. Речь, кажется, шла о финансировании фундаментальной науки. Поэтому Я.Б. подчеркивал не практическую ценность результатов научной деятельности, а именно удовлетворение потребности человека (человечества) в знании. Мне выступление очень понравилось (поэтому и запомнил). Как всякое интересное выступление, его активно обсуждали не только на Совете, но и после. Сильное впечатление на меня произвели слова одного молодого талантливого физика-теоретика. Он не то чтобы не соглашался с Я.Б. Но признавался, что когда он занят вычислениями, то любознательность, желание получить ответ на вопрос, который привел к постановке задачи, не играет большой роли, волнует (хочется сказать, вдохновляет – так я его понял) сам процесс вычисления, радость от удивительной гармонии, которая ощущается в процессе использования строгих математических правил. И, может быть, лишь подсознательное ощущение того, что вычисление имеет отношение к реалиям природы. Должен признаться, что слова этого молодого физика соответствуют и моему отношению к рутинному (казалось бы) процессу получения ответа…

Хочется, чтобы читатель-неспециалист имел в виду эту сторону работы физика и, думаю, любого научного работника. Есть затасканное, но точно отражающее суть дела слово – творчество. Научная работа – творчество. Творчество в любом виде челове-

[3] Я.Б.Зельдович (1914–1987) – талантливый и необычайно продуктивный физик-теоретик. Ему принадлежат выдающиеся достижения в физике горения и физике элементарных частиц, астрофизике и космологии. Вместе с А.Д.Сахаровым и Ю.Б.Харитоном принимал участие в создании советского атомного оружия. Академик, трижды Герой Социалистического Труда.

ческой деятельности вызывает вдохновение. И это превращает деятельность научных работников в духовную...

И все же. Есть процесс – творчество и есть результат. Тут, казалось бы, духовность не при чем. Получив результат (измерив или вычислив что-то), мы узнали то, что объективно существует. И, как уверено большинство научных работников, существует вне и независимо от нашего сознания. Имеет ли сам результат научной деятельности какое-либо отношение к духовности? Я уверен, что да. И попробую обосновать свою уверенность. Для этого нужно постараться понять процесс постижения устройства Мира. Далеким от физики людям может показаться, что он напоминает разгадывание головоломки. Знаете, есть такие головоломки: дается шарик или кубик, состоящие из отдельных неправильной формы кусочков. Надо уметь шарик (или кубик) разобрать и собрать из этих кусочков. При попытках разгадки головоломки очень важно то, что знаешь – решение есть. Еще: разобрав головоломку на части, уверен, что части неделимы. И наконец, всегда известны правила сборки. Они – как законы природы, если сравнить разгадывание головоломок с процессом познания. Так вот о правилах сборки: априори известно, что они есть. Общие для всех головоломок – нельзя гнуть, прилагать силу и т.п. И вполне конкретные, для каждой головоломки свои, порядок разборки и порядок сборки.

А теперь вернемся к Миру. Пожалуй, физики давно убедились, что все из чего-то состоит. Но из чего? Существует ли предел разложимости? Когда я учился в университете, все были уверены (и нас этому учили), что все построено из электронов, протонов и нейтронов, и для этих «кирпичей» мироздания создали специальный термин – элементарные частицы. Потом «элементарные» частицы посыпались, как из рога изобилия. Что ни год, то новая частица. Их классифицировали, распределяли по семействам, устанавливали разнообразные соотношения и... поняли, что все «элементарные» частицы недостаточно элементарны. «Появились», теперь уже только в работах физиков-теоретиков, новые претенденты на роль «кирпичей» мироздания – кварки, удивительное создание человеческого ума, частицы с зарядом 1/3 и 2/3 от электронного заряда, частицы, которых никто не видел вне бывших элементарных частиц, но в реальности существования которых, пожалуй, никто не сомневается...

В контексте того, о чем я пишу, для меня важно следующее: кварки – порождение человеческого ума, необходимое для построения стройной, непротиворечивой и красивой картины Мира.[4]

Остановимся на пути углубления внутрь мельчайших частиц вещества и задумаемся над тем, как из них строится весь окружающий нас Мир и, конечно, мы сами.

Одно небезынтересное наблюдение. Углубление в структуру «элементарных» частиц не заставило нас пересмотреть свои взгляды на строение кристаллов, не изменило наших представлений о природе магнетизма или сверхпроводимости. В физике существует своеобразная иерархичность. Пытаясь понять свойства макроскопических объектов, нет необходимости добираться «до самой сути». Следует вовремя остановиться. Например, выясняя природу электропроводности и теплопроводности металлов, не следует задумываться о строении ядер тех атомов, из которых металл построен. Иерархичность, конечно, очень помогает и, в частности, обеспечивает консервативность (сохранность) добытых наукой результатов. Действительно, если бы не иерархичность, то любое продвижение вперед требовало бы коренной перестройки всего здания физики. По сути это означало бы невозможность движения вперед в познании свойств Природы.[5]

Итак, вернемся к построению Мира (тел нашего Мира) из мельчайших частиц вещества. – Ну, это уж точно конструктор! Огромный, сложный, но все же конструктор. – Такое мнение часто приходится слышать, к сожалению, не только от людей, далеких от физики, но и от физиков. Особенно часто, если эти

---

[4] Боюсь, в этой статье не удастся сколько-нибудь подробно обсудить важную для нашего рассказа тему: «Эстетика и наука». Хочется только отметить два обстоятельства. Первое. В оценках научной красоты ученые более едины, чем в оценке бытовой красоты. И второе. По какой-то таинственной причине красивый результат редко бывает неправильным. Если бы я был верующим, то подумал бы, что эстетические критерии у Господа Бога и ученых совпадают. Или даже так: Господь снабдил ученых эстетическими критериями, чтобы им легче было ориентироваться среди научных результатов. Наверное, чтобы последнюю фразу произнести искренне, надо быть глубоко верующим человеком.

[5] Не стоит ли об этом задуматься творцам перестройки нашего общества? Как было бы хорошо, если бы в результате перестройки возникло общество, жизнедеятельность структур которого не зависит или хотя бы мало зависит от новаций, происходящих в политических, идеологических и других сферах. Даже помечтать об этом и то приятно!

физики занимаются физикой элементарных частиц. И все же с этим суждением я в корне не согласен.

Не согласен потому, что для достижения понимания строения и устройства Мира вещей и тел нельзя сформулировать правила, пригодные для всех случаев жизни. Процесс построения, конечно же, творческий процесс. Мы уже говорили об этом. Но дело не только в том, что приходится, преодолевая трудности, использовать все свои интеллектуальные способности. Главным образом дело в том, что приходится создавать, творить те сущности, из которых, собственно говоря, и строится Мир со всем богатством его свойств.

Боюсь, читатель подумает, что ему морочат голову. «Ведь речь идет о строении Мира из электронов, протонов и нейтронов, – скажет он. – Зачем же создавать еще какие-то «сущности»? А затем, что иначе ничего нельзя понять. Самый простой пример. Исследуя свойства твердых тел, мы обнаруживаем, что твердые тела очень похожи на… газы. «Ерунда какая-то», – заметит даже несколько обиженно читатель. – Ведь газ – совокупность почти невзаимодействующих частиц, а твердое тело состоит из сильно взаимодействующих частиц. Чтобы разделить твердое тело на части, надо потратить немало энергии. А вы говорите, что твердое тело похоже на газ частиц». «Но я и не говорил про газ *частиц*», – возразит автор. И действительно, твердое тело ведет себя как газ не частиц, а *квазичастиц* [6] – фононов, специально введенных сущностей, позволяющих понять свойства макроскопических тел. Конечно, можно долго спорить, *есть* ли фононы или они *введены.* Конечно, они есть, но не как структурные единицы вещества. Не из них состоит твердое тело, а из атомов или молекул, а бывает и из ионов разных знаков. Но чтобы понять, как движутся атомные частицы, пришлось ввести фононы, т.е. выяснить (увидеть, почувствовать, угадать), что движутся атомные частицы так, будто тело состоит не из атомов (молекул, ионов), а, повторим, из квазичастиц – фононов. А введя фононы, удалось получить бесконечное число следствий, подтверждающих факт существования фононов. Твердое тело проводит тепло так, как проводит тепло газ фононов. И поглощает звук так, как поглощает газ фононов. И так далее и тому подобное…

---

[6] Квази… (от лат. quasi – как будто, якобы) – приставка, соответствующая по значению словам «мнимый», «не настоящий», например: квазинаучный, квазиученый. В физике слово «квазичастица» не несет на себе уничижительного смысла.

Здесь не место перечислениям и подробным описаниям. Хочется подчеркнуть: фононы – творение ума, они «созданы» для понимания, они – результат духовной деятельности человека, его творчества. Конечно, можно сказать и иначе: физики увидели и расшифровали, как движутся атомные частицы в твердом теле. Но что уж заведомо духовная деятельность, так это создание новых слов, а значит, и новых понятий. Для описания движения атомных частиц пришлось придумать новые слова: квазичастицы, фононы, магноны… – слова, которых не было в доквантовой физике твердого тела.

Объективность существования материи часто «доказывают» фактом существования Природы – в ее очень похожей на сегодняшнюю форме – до появления на Земле человека. Мне, должен признаться, подобное утверждение кажется убедительным. Или, точнее, не столько логически убедительным, сколько соответствующим моему восприятию Природы эволюционирующей и в результате эволюции сотворившей думающее существо – человека, способного постичь (постигать) устройство Природы.

Процесс постижения оказался необычайно трудным, необычайно продуктивным и (это – главное, что я хочу сказать) необычайно тесно связанным с самим процессом мысли. В Природе, в свойствах материи человек открывает то, что (казалось бы!) есть только продукт, результат деятельности человеческого мозга, прежде всего – логику. Математика есть материализованная логика. Почему Природа подчиняется математическим законам? Почему она описывается доступными человеческому уму законами? Опять хочется (в поисках уютного ответа) прибегнуть к религиозному мировоззрению и, как бы обратив всю постановку вопроса, сказать: «Природа создана такой, чтобы быть постижимой человеческим умом…»

Я не знаю ответов на эти вопросы. И, наверное, не умею слишком строго их формулировать. Я не философ.

В разное время, в разные периоды жизни к этим вопросам у меня есть и было разное отношение. Не всегда они меня волновали. Занятый решением конкретных задач, я просто не замечал, что подобные вопросы существуют. Встретившись с ними в статьях классиков (Эйнштейна, Бора, Шредингера, позднее Гейзенберга), я относился к ним с почтением, не допускающим «вмешательства». Но постепенно, не переставая заниматься вполне конкретной вычислительной деятельностью физика-теоретика, обнаружил, что меня волнуют общие проблемы, что интересны не только вполне определенные результаты теории или эксперимента, но и то, какое место занимают эти результаты в том, что принято называть научной картиной Мира. И, более того, возникла потребность обдумать, в каком соотношении с Миром находится научная картина Мира.

Не пытаясь переквалифицироваться в профессионального философа, я написал несколько статей и одну небольшую брошюру. Но ни разу я не высказался столь определенно, как здесь, не выразил своей уверенности, что Наука – одна из сторон духовной жизни человечества. Что невозможно ее свести к полезной для развития производительных сил деятельности человека. И даже к удовлетворению любознательности как жизненно важной потребности людей. Что нет ни одного сколько-нибудь важного научного результата, в который не была бы вложена частица души человеческой. И хочу повторить еще раз. Частица души вложена не только в процесс добывания истины, но и в саму истину. Наука есть в каком-то смысле результат очеловечения Природы. Слова, понятия, соотношения – это то, чем наделил Природу человек. Если художник показал людям внешнюю красоту Мира, то ученый вскрыл существование внутренней интеллектуальной красоты, прежде всего проявляющейся в познаваемости законов Природы, в удивительном многообразии проявлений сравнительно просто формулируемых основных законов, управляющих движением материи.

...Захотелось мне поделиться этими мыслями с молодыми людьми, так как заметил утрату романтического отношения к Науке, и особенно – к физике.

ИЗ ЖИЗНИ ФИЗИКОВ И ФИЗИКИ

(Об одной Зимней школе по теоретической физике)

На границе между Польшей и Чехией, в невысоких горах, расположился небольшой уютный курортный городок Кудова Здруй. «Здруй» по-польски – родник, источник. В середине февраля прошлого года один из отелей городка – «Гварек»[1] – заполнили не отдыхающие, а физики из многих стран мира: из Европы, Америки, один физик приехал даже из Африки – из Южно- Африканской Республики. В Кудову Здруй они приехали на 29-ю Зимнюю школу по теоретической физике. Внушительный номер показывает, что школы традиционны. Институт теоретической физики Вроцлавского университета с 1963 года ежегодно проводит Зимние школы. Был один пропуск – в 1982 году. Он был вызван военным положением, объявленным в Польше в попытке сохранить коммунистический режим. До этого года местом проведения Школ была не Кудова Здруй, а другой курортный (лыжный) городок в горах – Карпач. Поэтому физики по привычке и эту (29-ю) Школу называли «Карпач».

Тематика Школ охватывает всю современную физику. Каждый год материалы очередной Школы (лекции, выступления) публикуются в виде книги. Листая выпущенные тома, перелистываешь историю послевоенной физики. Как правило, каждая Школа посвящена одной – двум проблемам. В этой Школе главное место занимали фононы, хотя заметная часть лекций была посвящена модным в последние

[1] Точное значение слова Гварек мне не удалось узнать. Что-то связанное с горняками.

годы системам с низкой размерностью: двумерному и одномерному электронным газам.

Несколько разъясняющих слов.

Фононы – кванты колебаний атомов в твердых телах. Тепловое движение атомов в твердом теле осуществляется в виде волн колебаний, а волна очень напоминает квантовую частицу. Кванты таких колебаний называют фонОНами. Суффикс «ОН» подчеркивает принадлежность к классу частиц. Вспомните: электрОН, протОН, нейтрОН... Корень – «фон» – означает по-гречески звук. Фонон – «частица звука». Правда, чаще фононы называют не частицами, а квазичастицами (почти частицами, якобы частицами). Все же фонон существует только в твердом теле, в свободное пространство его не выпустишь.

Интерес к фононам не удивителен: они есть в каждом (буквально) твердом теле. Их число тем больше, чем выше температура. Они – главный переносчик тепла в твердом теле и, вообще, ответственны за многие свойства твердых тел. Вот несколько загадочная фраза: теплоемкость твердого тела – это теплоемкость газа фононов. Может быть, она поможет понять интерес физиков к свойствам фононов. Стоит еще добавить, что в последнее время делаются попытки утилизировать наши знания о фононах – создать приборы, в которых активным элементом служат фононы.

Слова «двумерный газ», «одномерный газ» могут показаться по меньшей мере странными. Кто не знает, что наш мир трехмерен, а газ надо содержать в трехмерном сосуде, т.е. сосуде, имеющем длину, ширину и высоту, иначе атомы газа разлетятся во все стороны и исследовать будет нечего. Правда, вдруг приходит на ум наша атмосфера, силой тяжести прижатая к поверхности Земли. Если забыть о далекой ионосфере, то высота атмосферы над Землей всего 100–200 км, а радиус Земли 6400 км. Атмосфера над поверхностью Земли – неплохая модель двумерного газа. Двумерный и одномерный газы электронов на поверхности и внутри твердого тела создаются по тому же принципу, по которому существует атмосфера. Конечно, вместо силы тяжести действуют электрические силы. Они не позволяют электронам удаляться от поверхности тела или от определенной поверхности внутри тела, разрешая им свободно двигаться вдоль поверхности (плоскости) или даже только вдоль специально созданного канала. Неплохие модели двумерного и одномерного газов электронов – металлическая пленка и, соответственно, проволока. Вы знаете, конечно, что в металле есть свободные электроны. Чтобы электроны в металлической пленке или в проволоке могли считаться двумерным или одномерным газом, толщина пленки или проволоки должна быть около десяти ангстрем ($1\ \text{Å} = 10^{-8}$ см).

Двумерный и одномерный электронные газы надо специально создавать. Создавать, а лишь потом изучать их свойства. Интерес к ним физиков – как бы реакция на запросы практики. Дело в том, что они – обязательные атрибуты современных полупроводниковых приборов. Например, транзистор выполняет свою роль в вашем радиоприемнике или телевизоре только потому, что в нем есть двумерный электронный газ.

Лекторы теперь редко пользуются доской. Правда, в лекционном зале Школы доска была. Белая. На ней изредка писали, писали фломастерами. Написанное легко стиралось матерчатой подушечкой. Руки не пачкались мелом, а лектор после лекции не был похож на мукомола. На Школу лекторы приехали со специально заготовленными пленками. То, что на них изображено, проектор «перенесет» на экран. Проектор мощный. Нет необходимости тушить свет. На пленках формулы, рисунки, иногда даже текст. Если лекция посвящена нескольким вопросам, обязательно первая пленка – оглавление. Возможно, кто-то из вас уже бывал на лекциях, где вместо грифельной доски – проектор?

Во время одной из лекций лектор случайно оказался на пути потока света из проектора, и на его рубашке появился красивый многоцветный узор. Я, как и, наверное, другие слушатели, подумал: на этой Школе необычно много красивого иллюстративного материала. Дело в том, что физики научились видеть фононы. Наверное, слова «видеть фононы» надо было взять в кавычки. Видим мы, конечно, не сами фононы, а результат их воздействия на регистрирующие приборы, после обработки и расшифровки изображенный на дисплее компьютера. Чтобы красивые картинки, которые, пожалуй, составляют главное содержание этой статьи, были понятны, придется сказать несколько слов о том, что мы хотим увидеть.

Начнем издалека.

Энергию свободной частицы ε можно выражать как через скорость $\vec{v}$ ($\varepsilon = mv^2/2$), так и через импульс $\vec{p}\left(\varepsilon = p^2/(2m)\right)$. Импульс и скорость связаны таким простым соотношением ($\vec{p} = m\vec{v}$), что кажется безразличным, какую из этих величин использовать. К тому же векторы $\vec{p}$ и $\vec{v}$ имеют одинаковые направления. Отметим, что во все эти соотношения входит всего один параметр частицы – ее масса m.

Фонон – не обычная частица, а квазичастица. Фонон движется в кристалле, и на его свойствах сказывается неизотропность кристалла, т.е. неравноправность различных направлений (пустое пространство, конечно, изотропно) . Нам важны сейчас две особенности фононов. Во-первых, энергия фононов зависит не только от величины импульса, но и от его направления. Второе свойство тесно связано с первым. Оказывается, импульс и скорость фонона могут не совпадать по направлению.[2]

Обсудим, каким образом можно описать зависимость энергии фонона от его импульса. Именно эта зависимость представляет фундаментальный интерес при изучении свойств фононов. Так как она может быть очень сложной (взгляните на иллюстрации!), то очень важно иметь наглядный способ ее описания. Поступим следующим образом. Введем новое трехмерное пространство. Чтобы отличать от обычного, назовем его $\vec{p}$-пространством (а обычное пространство будем иногда называть $\vec{r}$ -пространством). Построим декартову систему координат, на осях которой будем откладывать проекции вектора $\vec{p}$. Это пространство и эта координатная система удобны для изображения зависимости энергии частицы от направления ее импульса. Удобны, если рисовать поверхности равной энергии (изоэнергетические поверхности). А чтобы увидеть, что происходит при изменении энергии, рисуют несколько картинок, для разных ε. Например, для свободных частиц изоэнергетические поверхности – сферы радиусом $p_\varepsilon = \sqrt{2m\varepsilon}$ (рис.1).

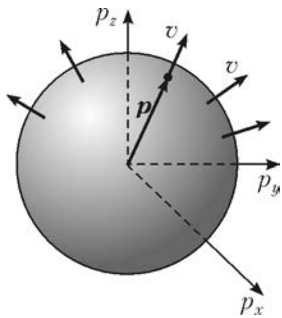


Рис.1. В случае свободных частиц поверхность равной энергии в импульсном $\vec{p}$ -пространстве – сфера. Стрелки, нормальные к поверхности, – скорости частиц

Обратите внимание на стрелки, нарисованные в разных точках сферы. Эти стрелки изображают направление скорости частиц. Они направлены по радиусу, т.е. параллельны соответствующему вектору $\vec{p}$. А можно ли найти направление скорости в случае фононов, когда изоэнергетическая поверхность имеет весьма сложную форму? Оказывается, можно. Общее правило, верное как для частиц, так и для квазичастиц, заключается в следующем: вектор скорости направлен по

[2] Конечно, для фононов не действует обычное определение $\vec{p} = m\vec{v}$. К сожалению, мы не можем здесь дать строгих определений.

нормали к изоэнергетической поверхности, проведенной через данную точку $\vec{p}$-пространства. Легко понять, что если поверхность равной энергии имеет форму, отличную от сферы, то направление $\vec{v}$ может не совпадать с направлением $\vec{p}$.[3] Отметим также, что, построив изоэнергетические поверхности для разных ε, можно определить и величину скорости фононов в каждой точке $\vec{p}$- пространства (т.е. вычислить длину «стрелок»); однако, объяснять это правило мы здесь не будем.

Выяснить, как энергия фонона зависит от импульса, или, что эквивалентно, получить изображение изоэнергетических поверхностей – это и означает «увидеть фононы». Как же можно извлечь такую информацию из результатов эксперимента?

Рис.2. Приспособление, позволяющее увидеть, по каким направлениям вылетают частицы из точенного источника

Представим себе такое несколько странное устройство (оно изображено на рисунке 2): из центра во все стороны вылетают частицы с одной и той же энергией и, долетев до сферического экрана, оставляют на нем свой след, скажем темное пятнышко. Что мы увидим на экране через достаточно большой промежуток времени? Если во все стороны частицы летят с одинаковой интенсивностью, то, естественно, весь экран окажется однородно темным.

Это «Если…» нуждается в разъяснении. Источники частиц бывают разные. Легко представить себе пушку, которая стреляет с определенной скоростью во вполне определенном направлении. Если частицы – электроны или ионы, то так и говорят – электронная или ионная пушка. Такие источники мы рассматривать не будем.

Источники, о которых идет речь здесь, назовем тепловыми. Главное в устройстве источника – маленькая область, нагретая до высокой температуры. В нашем случае, например, это маленький шарик, с поверхности которого вылетают «горячие» частицы. Естественно, число частиц, вылетающих в данном направлении, не зависит от направления. Итак, в этом случае, как мы сказали, весь экран будет однородно темным. Запомним это и вернемся к фононам.

---

[3] Обратите внимание: скорость $\vec{v}$ как бы связывает два пространства. Вектор скорости ортогонален поверхности равной энергии в $\vec{p}$-пространстве и определяет движение частицы (фонона) в $\vec{r}$-пространстве.

Говоря о фононном источнике, следует быть более аккуратным. Что должна означать фраза «Фононы летят во всех направлениях»? Оказывается, она описывает ситуацию не в обычном, а в $\vec{p}$-пространстве. Более точно, не скорости вылетающих фононов, а их импульсы имеют совершенно произвольные направления. А как же разлетаются фононы в обычном, $\vec{r}$-пространстве? Что мы увидим на нашем воображаемом сферическом экране? Ответ зависит от того, какую форму имеет поверхность равной энергии в $\vec{p}$-пространстве. Напомним, что все вылетающие фононы имеют одинаковую энергию.

Чтобы понять, как картинка, получаемая на экране, зависит от формы изоэнергетической поверхности, рассмотрим два простых модельных примера. Давайте для начала предположим, что поверхность равной энергии в $\vec{p}$-пространстве – куб (рис.3,*а*). Пусть в центре нашего устройства имеется тепловой источник

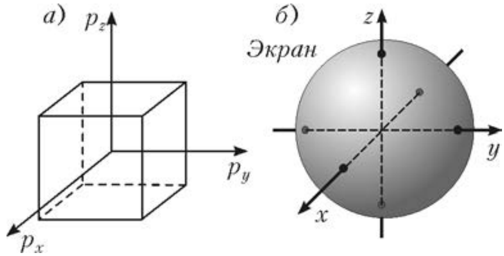


Рис.3. Если бы изоэнергетическая поверхность фононов имела форму куба (а), то частицы из точечного источника летели бы по шести направлениям и оставляли на экране шесть точек (б)

этих странных «кубических» фононов. Это по-прежнему – горячий шарик, но испускает он не обычные частицы, а «кубические» фононы. Они летят так, как им положено, – по направлению скорости, которая всегда ортогональна поверхности равной энергии (какова бы ни была форма этой поверхности). Значит, скорость «кубических» фононов направлена по одному из шести направлений – ортогонально граням куба. Куб находится в $\vec{p}$-пространстве, но скорости $\vec{v}$ – во вполне реальном $\vec{r}$-пространстве (см. сноску 3). Таким образом, от источника (горячего шарика) «кубические» фононы будут лететь по шести различным направлениям, и значит, в данном случае на экране будет всего 6 точек (рис.3,*б*).

Усложним связь между энергией и импульсом фононов. Представим себе, что изоэнергетическая поверхность – цилиндр со сглаженными торцами (рис.4,*а*). Как видно, фононы летят во все стороны, но на экватор экрана летит много фононов, а во все остальные точки мало. Если потемнение экрана пропорционально числу попавших на экран фононов, то на слегка потемневшем фоне мы увидим темную линию экватора (рис.4,*б*). Шесть точек

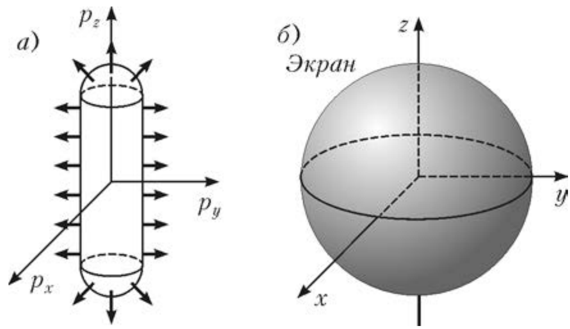


Рис.4. Если бы изоэнергетическая поверхность была цилиндром (а), то из точечного источника фононы летели бы только в направлении экватора сферического экрана (б)

в первом случае и темная линия на более светлом фоне во втором случае – своеобразные портреты фононов.

Таких простых зависимостей энергии фонона от компонент его импульса, как мы придумали, конечно, не бывает. Нет больших плоских участков на поверхностях постоянной энергии, откуда все фононы летят в одну точку на экране, нет строго цилиндрических участков, след фононов с которых выделяет линию на экране. Однако есть маленькие участки уплощения, есть участки, которые близки к цилиндрам. Все это делает картины на экране очень сложными. На рисунках 5, 6 показано, какие картинки получаются в случае кристаллов германия (Ge) и арсенида галлия (GaAs). Рисунки сделал компьютер «под руководством» аспиранта Института теоретической физики Вроцлавского университета Войцеха Ганьчи.[4] Расшифровывая их, удается установить, как выглядят поверхности равной энергии. На рисунке 7 изображены изоэнергетические поверхности фононов двух типов в кристалле GaAs. Они получены японскими физиками С.Тамурой и Т.Харадой. Для сравнения, на

[4] Научить компьютер рисовать совсем непросто. Задача «обучения компьютера» оказалась настолько сложной, что Войцех не смог обойтись без помощи. На помощь ему пришел ученик предпоследнего класса лицея (тоже во Вроцлаве) Лука Калек.

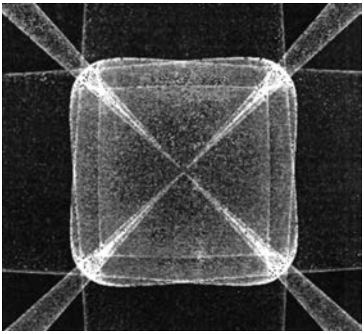


Рис.5. Результат фокусировки фононов в германии. Белые линии — места, куда попало больше всего фононов

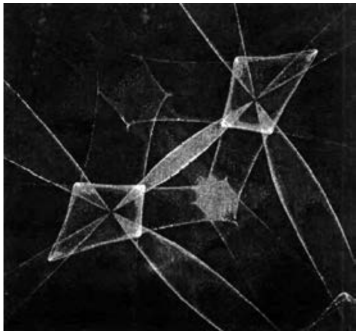


Рис.6. То же, что на рисунке 5, но для кристалла арсенида галлия

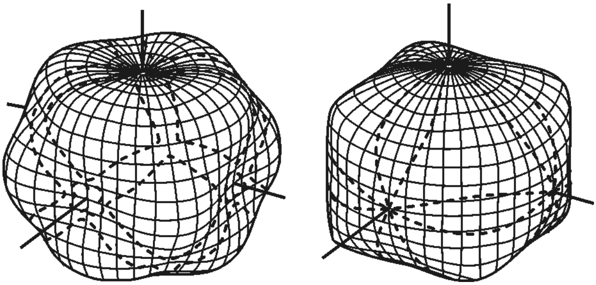


Рис.7. Изоэнергетические поверхности двух видов фононов в кристалле арсенида галлия

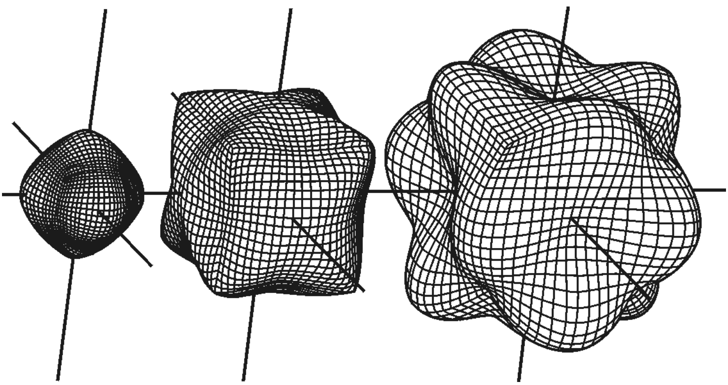


Рис.8. Изоэнергетические поверхности фононов в кристалле меди

рисунке 8 вы можете полюбоваться на изоэнергетические поверхности фононов для... обычной меди (для трех разных значений энергии), полученные сотрудником Института физических проблем РАН А.С.Семеновым.

Цикл лекций одного из участников Школы – профессора из ЮАР А.Г.Эвери так и назывался «Изображение фононов». Он собрал и прокомментировал огромный экспериментальный материал.

Явление, которому на Школе было уделено так много времени, называют фокусировкой фононов. Слова «фокусировка фононов» могут привести к недоразумению. Никаких приспособлений для фокусировки потока фононов не создается. Лучше было бы говорить о самофокусировке. Интенсивность потока фононов в разных направлениях различна как следствие формы изоэнергетической поверхности фононов, а они (эти поверхности) очень вычурны. Поэтому и картинки, которые изображают измеренную или вычисленную интенсивность потоков фононов в разных направлениях, столь нетривиальны.

Мы почти ничего не сказали о фактической конструкции «устройств», позволяющих увидеть фононы; не рассказали, как устроены источник фононов и их детектор (экран). Это не входит в нашу задачу. И на Школе об этом почти не говорили. Ведь Школа – по теоретической физике. Отметим только: «устройства» разнообразны. Иногда источником фононов служит маленькое пятнышко на металлической пленке, разогретой лучом лазера, а детектором – сверхпроводящая проволочка. Но всегда главный элемент «устройства» – несомненно сам исследуемый кристалл, в котором рождаются и существуют (т.е. движутся) фононы. Источник фононов, как правило, расположен на одной стороне кристаллической пластины, а детектор – на другой. Кристалл должен быть таким совершенным, чтобы фононы не имели на своем пути никаких препятствий и непосредственно из источника попадали на детектор. Как пули – в цель. Их так и называют – баллистическими. Иначе не будет известно, откуда они прилетели, какой участок поверхности равной энергии представляют. По атомным масштабам фононам от источника до детектора надо пролегать огромное расстояние – несколько миллиметров. На своем пути они встретят более 10 миллионов атомных плоскостей. К счастью, если в кристалле нет никаких дефектов (чужеродных атомов и/или нарушений в расположении своих собственных атомов) и если к тому же атомы кристалла колеблются не слишком интенсивно, то фонон пролетит этот «огромный» путь, как пуля в пустоте – без столкновений, ведущих к потере направления полета. Значит, кристалл не только должен быть идеального качества, но и очень холодным, чтобы уменьшить интенсивность колебаний. Эксперименты, позволяющие увидеть фононы, требуют температур, близких к абсолютному нулю.

О некоторых рисунках мы пока ничего не сказали. На рисунке 9 – результат наблюдения фононной фокусировки поверхностных фононов в кремнии (Si) и GaAs (фононы, двигающиеся только вдоль поверхности, есть в каждом твердом теле). Картина фононной фокусировки в данном случае исследо-

а)

б)

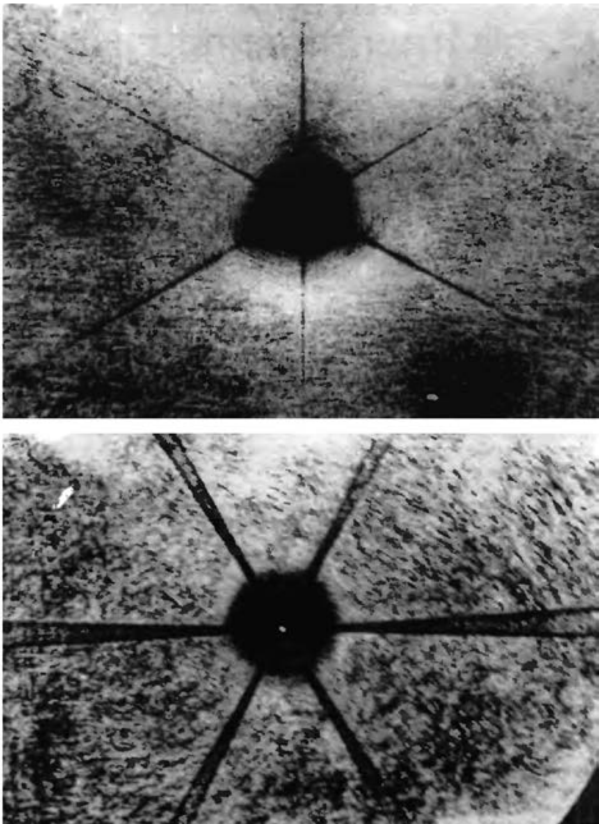


Рис.9. Результат фокусировки поверхностных фононов, испущенных из белого пятнышка на поверхности кремния (а) и арсенида галлия (б). Темные участки – места на поверхности, где поток фононов особенно интенсивен

валась с помощью остроумной и идейно простой методики. Когда вдоль поверхности движется фонон, то поверхность колеблется, и если на нее что-то положить, колеблющаяся поверхность может это что-то сбросить. Авторы (Ал.Коломенский, А.А.Links Мазнев из Института общей физики РАН)[5] посыпали поверхность Si и GaAs частицами Al_2O_3 диаметром 1–2 микрона – запылили ее. На рисунке 9 приведена фотография запыленных поверхностей после возбуждения поверхностных фононов. Темные области на фотографии – участки, очищенные от микрочастиц.

Фокусировка фононов не случайно одна из тем Школы. Ее теоретическими аспектами занимаются в Институте теоретической физики Вроцлавского университета.

Я не собираюсь рассказывать о всех лекциях, прочитанных на Школе, или даже их перечислять. Мне хочется, чтобы читатель, читая статью и разглядывая картинки, поверил, что на Школе было интересно. И лекторам, и слушателям. Особенно если учесть, что, прочитав лекцию, лектор становился слушателем. Обстановка на Школе свободная. Каждый может задать вопрос, не боясь перебить лектора. Непосредственно во время лекции может даже возникнуть дискуссия. Одежда участников подчеркивает демократичность обстановки. Официальные костюмы и галстуки были надеты только на время банкета. Одна из традиций Школы – костер, экскурсии по окрестностям; в Карпаче (было) – катание на горных лыжах. Но, пожалуй, интереснее не перечислять развлечения (они есть на всех конференциях, школах, съездах), а рассказать о действительно специфической традиции карпачских школ – о Киндергартене. Да, о детском саде (Kindergarten по-немецки – детский сад). Так называют идущую параллельно Школе теоретической физики студенческую Школу, организуемую для себя студентами физического факультета Вроцлавского университета. В Киндергартене те же лекторы, что и во взрослой Школе. Только лекции им приходится читать, учитывая уровень знаний своих слушателей. А студенты из первых рук узнают новости той науки, которой они решили посвятить свою жизнь.

---

[5] А.А.Мазнев выступил на школе со стендовым (постерским) докладом. Есть такая форма доклада: автор вывешивает на стенде плакат (POSTER) с кратким содержанием доклада и, стоя около стенда, отвечает на возникающие вопросы. Доклад А.А.Мазнева вызвал живой интерес участников школы.

ВОКРУГ ШАРИКА

История задачи – древняя и новая

Каждая более или менее интересная задача имеет свою судьбу. Иногда решивший задачу даже плохо знает ее судьбу. Например, вспоминается история решения задачи И.Е.Таммом и И.М.Франком о черенковском излучении. Несомненно, ни они, ни П.А.Черенков не знали, что необходимые формулы уже были выведены – задолго до того, как было открыто излучение зарядом, движущимся со сверхсветовой скоростью. Выведены О.Хевисайдом еще в XIX веке. По Хевисайду, заряд движется со скоростью, большей скорости света в пустоте. Он не знал, что ничто не может двигаться со скоростью, превышающей скорость света в пустоте: теория относительности еще не была создана. В теории Тамма и Франка, как и в экспериментах Черенкова, электрон движется со скоростью, превышающей скорость света в среде, а она меньше скорости света в пустоте. Завершилась судьба задачи об излучении частицы, движущейся со скоростью, большей скорости света в среде, присуждением в 1958 году П.А.Черенкову, И.Е.Тамму и И.М.Франку Нобелевской премии по физике.

Мысль о черенковском излучении, возможно, пришла мне в голову потому, что задача, о которой пойдет речь, выясняет, сколько и как излучает... правда, не частица, а шарик, падающий на поверхность упругого полупространства. И не электромагнитную энергию, а звуковую.

В 1949 году Илья Михайлович Лифшиц – знаменитый уже тогда физик-теоретик – сформулировал задачу: на полупространство, занятое упругой средой, падает шарик и упруго отражается. Слово «упругая» по отношению к среде и слово «упруго» по отношению к отражению имеют разный смысл. Упругая среда – это тело, в котором деформации подчиняются уравнениям линейной теории упругости, т.е. они (деформации) пропорциональны напряжениям – действует закон Гука. Можно сказать иначе: упругая среда – это тело, по которому распространяются упругие волны (в частности, обычные звуковые волны). Отражение называется упругим, если отражающееся тело не теряет при отражении энергии.

Повторю формулировку задачи и продолжу: на упругую среду падает шарик и упруго отражается. Сколько энергии шарик теряет на возбуждение в полупространстве звуковых волн? На первый взгляд, бессмысленный вопрос: если упруго отражается, то ничего не возбуждает, так как на возбуждение звуковых волн надо потратить какую-то энергию. Значит, отражение не упругое. Правильно: формулировка не строга. Она сказана на теорфизическом сленге, который к окончанию университета физик-теоретик понимает. Ставящий задачу предполагает, что на излучение шарик теряет малую часть своей энергии. Поэтому в первом, или, наверное, лучше сказать, в нулевом приближении отражение упруго, а надо, уточнив решение, найти, какую часть своей энергии шарик все-таки теряет. Ведь ясно: столкнувшись с телом, в котором могут распространяться звуковые волны, шарик несомненно их возбудит.

Я вместе со своим коллегой (оба только окончили университет) попытались задачу решить, но не решили. Хотя в общих чертах знали, как ее решать. И.М.Лифшиц в те годы занимался классом задач, для решения которых надо было знать реакцию упругого тела на бесконечно короткий, но бесконечно сильный удар – о такой реакции говорят, что она описывается функцией Грина. Как искать функцию Грина упругого полупространства, мы знали из работ И.М.Лифшица, а следовательно, не должно было быть принципиальных трудностей (и не было действительно!) при решении поставленной задачи. И все же она не была решена. Задача оказалась сложной. Дело в том, что в упругом теле может распространяться несколько типов звуковых волн: продольные (волны сжатия и разрежения), поперечные (волны сдвига) и поверхностные волны, которые бегут по границе (их амплитуда экспоненциально затухает с удалением от поверхности). Это еще не все. Существуют и комбинированные волны. Они состоят частично из поверхностных волн, а частично из объемных. Все эти волны возбуждаются, когда что-то ударяет по поверхности тела. Заранее нельзя сказать, волны какого типа уносят больше энергии. Знание метода решения было, конечно, необходимо, но недостаточно. Ответ на поставленный вопрос могло дать только решение. А оно не было получено.

Нерешенная задача мною вроде была забыта: появились другие задачи, совсем в другой области теоретической физики. Но оказалось, что задача о шарике не совсем забыта…

Теоретики кафедры физики низких температур МГУ должны изучать теорию упругости. Думая о том, какую задачу взять для курсовой работы по теории упругости Марине Литинской (по секрету: она – моя внучка), я вспомнил нерешенную задачу и посоветовал Марине решить задачу более чем сорокалетней давности. Было это в 1992 году. Еще одна (семейная) деталь. Мать Марины, моя дочь Инна Каганова – научный сотрудник Института физики высоких давлений Российской академии наук – специалист по теории упругости. Естественно, решением задачи о падении шарика на поверхность твердого тела Марина и Инна занялись вместе.

Конечно, со всеми трудностями, о которых я говорил, они столкнулись немедленно. Но, надо отдать им должное, сравнительно легко их преодолели. Хватило терпения, усидчивости, аккуратности – необходимых качеств при решении любой достаточно сложной задачи. Более серьезными оказались осложнения, связанные не с громоздкостью задачи. Нужно кое-что разъяснить, используя по необходимости профессиональные термины. Решать задачу удобно методом Фурье. Это означает воспользоваться тем, что любую функцию времени можно разложить на сумму гармонических функций – на сумму колебаний с определенными частотами. Тогда упрощается математическая сторона задачи. Но, к сожалению, усложняется физическая. Колебание с определенной частотой стационарно, т.е. оно описывает такое движение, которое не только есть, но и всегда было и всегда будет. Только сумма колебаний описывает правильное поведение во времени: колебание в какой-то точке тела начинается в определенный момент времени, когда волна дойдет до этой точки. До того как в данную точку дойдет самая быстрая из волн, в этой точке ничего не колеблется. Показать, что полученное решение удовлетворяет этому свойству, оказалось весьма сложным делом, потребовало прекрасного владения математическим аппаратом, многому научило авторов.

Итак, построена функция Грина. Теперь надо понять, как происходит отражение падающего на поверхность тела шарика. В частности, как деформируются поверхности соприкасающихся тел. Такую задачу (естественно, без учета возбужденного звука – нулевое приближение!) решил Генрих Герц еще в 1882 году (вот какую древнюю историю имеет эта задача). Для решения интересующей нас задачи надо было знать, какая сила действует в каждый момент времени в процессе столкновения – пока тела соприкасаются. Для задачи Герца выражение для силы – промежуточный результат. Он имеется. И для задачи 0 возбуждении звука выражение для силы – тоже промежуточный результат. Зная силу, можно воспользоваться методом Фурье, и т.д.

Задача была полностью решена.

Как всякая содержательная задача, задача о шарике стала разрастаться, составила материал не только курсовой, но и дипломной работы (высоко оцененной комиссией); в двух статьях в европейском журнале «Physics Letters» уместилось только краткое изложение результатов.

Когда задача была решена, я очень обрадовался. Будто выполнил долг. Пусть не я решил задачу. Но, наверное, я могу считать, что в решении есть и моя заслуга. Обрадовавшись, я, естественно, разным людям (коллегам, конечно) рассказывал, какую интересную задачу решили мои дочь и внучка (как не похвастать?!). Отношение было разное. Некоторые скептически спрашивали: «Неужели эта задача не была решена раньше?» Те, кто представлял, какие трудности были преодолены, поздравляли. К радости авторов, было высказано намерение включить их результат в учебник теории упругости. Совсем неожиданная реакция была у А.Ю.Гросберга. Он думал над похожей задачей, «получил» ее от того же Ильи Михайловича, хотя занимался совсем другой областью физики.

Ему – слово.

Стержни–пружинки, полимеры и метеориты[1]

Что общего между ударом метеорита о поверхность планеты, столкновением бильярдных шаров и компьютерным расчетом движения длинной полимерной молекулы вроде ДНК? Ничего. Почти ничего.

Но вот году в 1978 на теоретическом семинаре на физфаке МГУ обсуждался такой вопрос: как представить себе движение длинной полимерной цепи? Движение это очень сложное, потому что цепная молекула полимера, подобная микроскопической веревке или червяку, подвержена хаотическим ударам других окружающих молекул, и за счет этих ударов она хитроумно извивается и запутывается. Никто в ту пору толком не представлял себе, как это происходит, и, что еще хуже, не было видно

---

[1] Эта часть статьи написана А.Ю.Гросбергом.

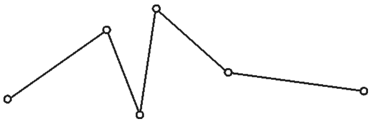
разумного подхода, чтобы подступиться к этой задаче. Хотелось бы увидеть это движение. Наглядная картина могла бы помочь физической интуиции. Но молекулы, даже самые большие, слишком малы, и увидеть их нельзя. А косвенные экспериментальные методы регистрации движения полимерных цепей сложны и очень не наглядны. Что делать?

Примерно в то же время развитие вычислительной техники сделало осуществимой амбициозную идею, называемую теперь «метод молекулярной динамики». Суть идеи очень проста. Молекулы вещества в своих движениях, несомненно, подчиняются законам самой обычной «школьной» классической механики – законам Ньютона. Нельзя ли просто «в лоб» решать для молекул ньютоновские уравнения движения? В конце концов, ведь никто не удивляется (в наше время; раньше еще как удивлялись!) возможности рассчитать движение планет или, скажем, искусственной межпланетной станции, летящей к Юпитеру.

А молекулы чем хуже? Молекулы, правда, взаимодействуют не посредством тяготения, а иначе, но это не вносит больших затруднений. Проблема с молекулами в том, что их безумно много. Но если взять маленький кусок вещества, скажем молекул 30, и очень мощный компьютер, то… можно попробовать.

Отвлекаясь, скажем, что сейчас (в 1994 году) молекулярно-динамические расчеты – одни из самых требовательных потребителей рекордных суперкомпьютеров. Количество частиц в объеме моделируемой ячейки доведено до многих сотен… и все же самые интересные вещи еще недоступны. (Всегда кажется, что самое-самое недоступно.) Но это сейчас. А тогда, почти двадцать лет тому назад, идея молекулярной динамики была внове, а уж затея применить молекулярную динамику к полимерной цепочке – и подавно.

Новизна участников той дискуссии не отпугивала, а привлекала. Главным действующим лицом был Илья Михайлович Лифшиц. Помимо своих научный заслуг и многочисленных званий, Илья Михайлович производил неизгладимое впечатление, даже на людей не понимавших сути дела, своим неиссякаемым юношеским энтузиазмом ко всему содержательному и новому. Идея сделать движение полимерной цепочки видимым на экране компьютера Илье Михайловичу понравилась, и он загорелся. Что значит «загорелся»? Это не значит – стал раздавать поручения и указания; это значит – стал сам думать над проблемой по существу. И сразу сделался самым желанным собеседником для специалистов, ибо немедленно нашел ту самую точку, где у специалистов понимания не было, а были разные мнения и разногласия. Но наука – не политика; в науке если есть два разных мнения, то одно из них неправильно. Или оба неправильны. Или (самое интересное) оба могут быть правильны, но в разных случаях.



Вопрос, вызывавший разногласия, заключался в следующем. На рисунке изображена простейшая модель полимерной молекулы-цепочки. Что здесь изображают черточки – жесткие стерженьки или упругие пружинки? Какая модель, стерженьковая или пружинная, правильнее, проще и лучше?

В стерженьковой модели, если одно звено закрепить, то соседнее сможет двигаться только по сфере радиусом l, где l – длина стерженька. Поэтому положение каждого звена задается не тремя координатами x, y, z, а только двумя углами направления связи. Соответственно, у цепи из N звеньев степеней свободы получается не $3N$, а $2N + 1$ (подумайте, почему +1). Значит, можно взять большее N при тех же возможностях компьютера.

С другой стороны, в пружинной модели скорости звеньев независимы друг от друга, а в стерженьковой они ограничены жесткостью стерженьков. Относительная скорость двух соседних звеньев (т.е. векторная разность их скоростей) должна быть перпендикулярна соединяющему их стерженьку. Такое ограничение приводит к очень сложному и вычурному характеру динамики.

Изучение стерженьковой модели оказалось необычайно интересным с теоретической точки зрения, потребовав красивой математики. Выяснилось, что движение цепи из жестких стерженьков нужно представлять себе как движение точки в многомерном пространстве с неевклидовой искривленной геометрией. Это стало напоминать общую теорию относительности. А все теоретики трепетно любят ОТО.

В увлечении математическими красотами и аналогиями с ОТО всегда есть опасность – забыть исходную задачу; так, путник может увлечься сбором грибов и ягод в придорожном лесу и забыть о цели путешествия. Поэтому – ближе к делу: какая же модель, стерженьковая или пружинная, больше и лучше соответствует реальности? Как ни странно, трудно сказать.

Проблема в том, что каждое звено реального полимера, особенно биологического, это сложное химическое сооружение из десятков атомов. Бессмысленно загружать и без того ограниченные возможности компьютера мелкими относительными движениями и колебаниями этих атомов, тем более что эти движения подчиняются квантовой механике. Аналогично, когда вы завязываете ботиночный шнурок, то просто засовываете кончик в петельку, а не думаете об атомах. При моделировании больших полимерных молекул тоже полезно думать не об атомах, а о чем-то вроде «кончиков» и «петелек». Поэтому звенья-шарики в нашей простой модели полимерной цепи (см. рисунок) – не атомы, а скорее чисто искусственные воображаемые частицы, служащие как бы представителями сразу нескольких (или многих) атомов. Квазичастицы, если вы знаете это слово. Так что сделать правильную модель связи непросто.

Словом, был организован семинар. Пригласили специалистов. Сначала выступил сторонник стерженьковой модели – физик из Харькова. Потом дали слово представителю «пружинной» точки зрения – «вычислительному математику» из Пущино. В итоге стало ясно, что вопрос упирается в противоречие: если жесткость пружинки k как угодно велика, но конечна, то, согласно теореме о равнораспределении энергии, в тепловом равновесии ее колебания несут в среднем энергию $k_Б T$, где $k_Б$ – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура. И это не зависит от конкретного значения величины жесткости k. Если же пружинка «ожесточается» до стерженька, т.е. величина k становится бесконечной, то энергия колебаний вдруг исчезает: длины стерженьков неизменны, колебаний нет, энергии нет. Или, если идти в другую сторону, от стерженьков к пружинкам, и совсем чуть-чуть «размягчить» стерженьки, т.е. взять очень маленькое, но все же не совсем нулевое значение для $1/k$, то геометрически почти ничего не изменится, а энергетически ситуация изменится абсолютно радикально. Физически это странно и нелепо.[2]

Надо сказать, Илье Михайловичу не понадобилось много времени, чтобы объяснить противоречие. Нужно обратить пристальное внимание на безобидные слова «в тепловом равновесии» в формулировке теоремы о равнораспределении. В самом деле, в равновесии на каждую степень свободы в среднем приходится энергия $1/2 k_Б T$. Например, если речь идет о колебаниях, то удары других атомов и молекул могут как передавать энергию, возбуждая колебания, так и забирать энергию, что ведет к частичному затуханию. (Представьте себе, скажем,

[2] Квалифицированный физик скажет, что противоречие устраняется квантовой механикой. Это так для реальных физических стерженьков и пружинок. Но речь идет не о них, а о модели, которая «живет» только внутри компьютера и ничего о квантовой механике «не знает».

маятники подумайте – как реализуются обе названные возможности.) Если амплитуда колебаний мала, то при ударе наиболее вероятно получить энергию. Если, наоборот, амплитуда велика, то наиболее вероятно энергию отдать. В итоге амплитуда колебаний устанавливается такой, чтобы в среднем отдавать и получать одинаковое количество энергии. Эта амплитуда и отвечает тепловой энергии колебаний, равной $k_Б T$.

Представим себе теперь, что пружинка очень жесткая. При одном ударе передача энергии – в одну сторону или в другую – будет маленькой. Соответственно, обмен энергией между колебанием и остальным тепловым резервуаром будет очень медленным. На установление теплового равновесия потребуется очень много времени. Вот как разрешается противоречие: если коэффициент k очень большой, то пружинная модель в самом деле очень похожа на стерженьковую, так как мы можем и не дождаться установления теплового равновесия.

Это простое замечание, с точки зрения практической молекулярной динамики, разрешило вопрос. Дело в том, что методом молекулярной динамики можно анализировать движение молекул только на очень ограниченном отрезке времени, и связано это не только с ограниченностью возможностей любого компьютера, но и с принципиальной особенностью динамики – неизбежные ошибки (например, округление чисел в компьютере) не компенсируют друг друга, а накапливаются. Мощности компьютеров возросли в 10^5 раз, а доступное время – всего в 5 раз. Поэтому реально в ходе «машинного эксперимента» жесткие пружинки не успевают раскачаться и ведут себя неотличимо от стерженьков. Современные программы используют и стерженьки, и пружинки – в разных сочетаниях, в зависимости от цели исследования.

Мне же хочется вернуться ненадолго к запомнившемуся мне семинару. В какой-то момент речь зашла о возбуждении колебаний при ударе жестких тел. «Давайте, – сказал Илья Михайлович, – рассмотрим простейшую задачу такого рода: столкновение двух упругих шаров».

Вопрос, когда он прозвучал, показался мне чарующе интересным и красивым: два шара столкнулись и разлетелись, но каждый возбудил и оставил в другом упругие колебания; сколько энергии уносит этот звук?

Придя домой, я посмотрел, что сообщает по этому поводу «Библия» теоретической физики – курс Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшица. В томе 7 («Теория упругости») разбирается созданная Г.Герцем в 1882 году теория удара. Теория Герца очень красивая и в своей основе довольно простая. Она позволяет вычислить время соударения, т.е. время, в течение которого столкнувшиеся шары остаются в контакте до разлета, но о звуке – «ни звука». Заглянув впоследствии в несколько других книг, я не нашел упоминаний о возбуждении звука нигде. Никак не мог понять, почему так: неужели никому за сто лет не приходил в голову такой естественный вопрос? И.М.Лифшиц знал об этой задаче и раньше. Но решение ее известно не было.

Кстати, пытаясь найти что-то о возбуждении звука ударом, я рылся в книгах по технической механике. Может быть, казалось мне, инженеры думали, скажем, об ударе частей отбойного молотка. Оказалось, более плодотворны были бы поиски в литературе по астрономии: люди интересовались возбуждением упругих волн (которые в этом случае называются сейсмическими) при ударе метеорита о планету. Для меня это – урок: физик должен мыслить широко.

Правда, метеорит от планеты не отскакивает, т.е. этот удар совсем не упругий. Скорее, это похоже на прилипание. Но все же.

Когда стало ясно, что ответ на вопрос о возбуждении звука в литературе не найти, я попытался сам качественно оценить энергию звуковых волн. И ту оценку, что у меня получилась, я даже включил в свою статью для «Кванта». (Речь идет о статье «Повесть о том, как столкнулись два шара, или Что такое малый параметр» – *прим. ред.*) Но «Квант» – очень хороший журнал: хотя ответ известен не был, в редакции обнаружили ошибку в моих рассуждениях и выбросили оценку из статьи (за что я, конечно, очень благодарен: что сделал ошибку – стыдно, но было бы бесконечно хуже, если бы она была опубликована!).

Итак, моя личная история с шариком началась в 1978 году. Мне посчастливилось за эти годы встречаться и говорить со многими хорошими физиками. В большинстве случаев речь шла, конечно, о совсем других вещах, но и о шарике доводилось упоминать. Все соглашались, что да – задача красивая, но никто ничего не знал. Так прошло много времени без всякого прогресса. Через 15 лет, в 1993 году, вышла моя статья в «Кванте» – без ошибки, но и без ответа. И надо же быть такому совпадению – через считанные месяцы после этого я узнаю из разговора с М.И.Кагановым, что задача – решена! Только что. Результаты к тому моменту еще даже не успели появиться в печати.

Нечего и говорить, я был заинтересованным читателем и «изучателем» работ И.М.Кагановой и М.Л.Литинской, хотя решали они все же не совсем ту задачу: не о столкновении двух одинаковых шаров, а об ударе маленького шарика об очень большой, т.е. фактически об упругое полупространство (как не вспомнить опять про метеорит и планету). Но зато для этой задачи дано корректное количественное решение. Разобравшись в нем, удалось проанализировать и исходную (для меня) задачу о двух шариках – хоть и качественно, но вполне убедительно.

Об этом – ниже.

Сколько же энергии уносит звук?[3]

Одно из интересных занятий физика-теоретика такое: когда решена задача, полезно попробовать понять ответ и/или ход решения «на пальцах», в простых физических терминах. Как говорят теоретики на своем профессиональном жаргоне, «выяснить физику задачи». Мы расскажем вам, как это делается в случае с шариком. Напомним, как она была решена: сначала была «построена» функция Грина (опять сленг: конечно, никто ничего не строит, а выводит необходимую формулу), т.е. выяснено, какие волны с какой амплитудой возбуждаются в упругом теле под воздействием колеблющегося с произвольной частотой ω точечного источника на поверхности тела.

Этому посвящена первая из двух работ И.М.Кагановой и М.Л.Литинской. Потом было использовано выражение для силы, рассчитанное Г.Герцем. С его помощью выяснили, какова сила воздействия «точечного источника» на произвольной частоте. Осталась математика: собрать (просуммировать) результаты действия источников со всеми частотами, т.е. проинтегрировать по всем частотам. Если «точечный источник» на какой-то частоте особенно активен, то, выделив ее, можно, наверное, понять происходящее без сложных расчетов. Оказывается (и это представляется естественным), выделенный источник – это источник с частотой, близкой обратному времени, обозначим его τ, столкновения между шариком и полупространством:

$$\omega_{\text{выд}} \sim \frac{1}{\tau}.$$

---

[1] Эта часть статьи написана в соавторстве с А.Ю.Гросбергом.

Теперь напомним основной результат теории Герца: время столкновения двух шаров можно оценить по формуле

$$\tau \sim Rv^{-1/5}s^{-4/5} = \frac{R}{s}\left(\frac{s}{v}\right)^{1/5} = \frac{R}{v}\left(\frac{v}{s}\right)^{4/5}, \qquad (1)$$

где R – радиус шара, v – его скорость до удара, s – скорость звука в материале. Понятно, что такого же порядка и время соударения шарика с очень большим телом (с полупространством).

Мы намеренно представили формулу Герца (1) в трех математически эквивалентных видах. Дело в том, что эта формула справедлива только при условии, что скорость шарика v значительно меньше скорости звука s. При этом получается, что время соударения гораздо больше R/s, что есть время прохождения звука сквозь шар, и гораздо меньше R/v, т.е. времени, за которое сам шар проходит путь порядка его собственного размера.

Что происходит за время τ? Сначала шарик «вдавливается» с разгона в материал упругого тела, а затем развившиеся в теле упругие силы отбрасывают шарик обратно. Можно сказать, что шарик заставляет частицы тела в месте удара совершить за время τ половину колебательного цикла. Значит, период возбужденного звука должен быть примерно 2τ, его частота $\nu \sim 1/(2\tau)$. Это и есть выделенная частота, которую можно увидеть в настоящем математическом решении задачи. Соответствующая длина волны примерно равна

$$\lambda \sim s\tau \sim R\left(\frac{s}{v}\right)^{1/5}. \qquad (2)$$

Удобно прибегнуть к аналогии с электродинамикой. Если имеется колеблющийся диполь (например, два заряда $+q$ и $-q$ колеблются друг относительно друга), то, как написано в учебниках, мощность излучаемой электромагнитной волны пропорциональна четвертой степени частоты и по порядку величины дается формулой $\varepsilon sR^3/\lambda^4$, где λ – длина излучаемой волны, s – ее скорость, R – размер излучателя, ε – его характерная энергия. Излучение звука подчиняется тем же волновым закономерностям. Ясно, что в нашем случае s, R и λ сохраняют свой смысл. Что же касается ε, то в электродинамике $\varepsilon \sim q^2/R$ (кулоновская энергия), а в нашем случае $\varepsilon \sim mv^2$, где m – масса шарика. Так как наш излучатель работает всего полпериода, то он успевает излучить энергию $\Delta\varepsilon \sim \left(\varepsilon sR^3/\lambda^4\right)\tau \sim \varepsilon R^3/\lambda^3$. Таким образом, при ударе шара о большое тело в это тело уходит в виде звука энергия

$$\Delta\varepsilon \sim \varepsilon\left(R/\lambda\right)^3 \sim mv^2\left(v/s\right)^{3/5}.$$

Это и есть основной результат И.М.Кагановой и М.Л.Литинской.

Если результат переписать в виде

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \sim \left(\frac{v}{s}\right)^{3/5},$$

то можно сказать, какую часть своей энергии шарик теряет на возбуждение звука. Эта оценка объясняет, почему все рассмотрение и даже вся теория Герца справедливы только в том случае, если скорость шарика v значительно меньше скорости звука s (например, для стали $s \sim 5000$ м/с). Иначе предположение о том, что неупругость отражения мала, было бы ошибочным.

Точный результат включает еще несколько интересных деталей. Во-первых, численный коэффициент, зависящий от отношения скоростей продольного и поперечного звука. Во-вторых, распределение энергии $\Delta\varepsilon$ между разными сортами звуковых волн: как правило, наибольшая энергия уходит от места столкновения в виде волн поверхностных (похоже, это небезынтересно для изучающих удары падающих метеоритов...). Но изюминка результата – красивый своей необычностью показатель 3/5.

Под конец вернемся ненадолго к двум одинаковым шарикам. Так как мы рассматриваем медленный удар, при котором $v \ll s$, то, согласно формуле (2), $\lambda \gg R$: длина волны много больше размера шарика, и такая волна внутрь шарика не очень-то и «влезет». Более точно: вынуждающее движение одного шара по отношению к другому очень медленное, так как время соударения гораздо больше периода собственных колебаний шара ($\tau \gg R/s$). Об этой ситуации принято говорить как об адиабатической, и в таком случае

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon \exp\left[-\alpha \frac{\tau}{R/s}\right] \sim mv^2 \exp\left[-\beta\left(\frac{v}{s}\right)^{1/5}\right],$$

где α и β – некоторые числа порядка единицы. Такой ответ.

Мы понимаем, что наш читатель может не знать формулу мощности дипольного излучения или как происходит возбуждение в адиабатических условиях. В принципе, и это можно было бы попробовать объяснить элементарно. Но во-первых, уже не в этой статье. А во-вторых, стоит ли? Мы от души желаем читателям освоить эти и другие вещи всерьез, чтобы получить возможность участвовать в увлекательнейших приключениях – вроде тех, которые были у нас «вокруг шарика».

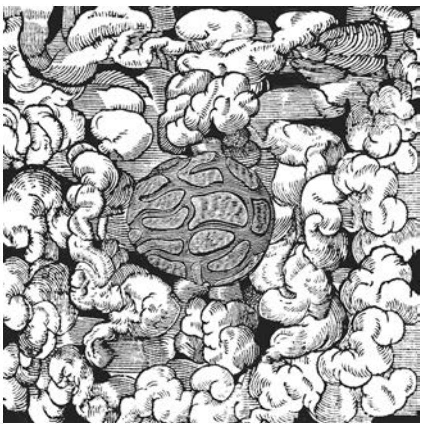
КАК УСТРОЕНЫ МЕТАЛЛЫ?

Посвящается Илье Михайловичу Лифшицу

В январе 1997 года Илье Михайловичу Лифшицу исполнилось бы 80 лет. Он не дожил до этого возраста, уйдя из жизни в 1982 году. Причина – болезнь сердца. Помнят Илью Михайловича не только близкие ему люди: родственники, друзья, ученики. Он оставил заметный след в науке, которой активно занимался с 18-летнего возраста буквально до последних дней своей жизни.

Академик И. М.Лифшиц был выдающимся ученым – физиком-теоретиком с мировым именем. Его заслуги признавали не только в нашей стране: ему присуждали престижные международные премии и избрали в Национальную академию наук США.

Когда умер Л.Д.Ландау (1968 г.), П.Л.Капица пригласил И.М.Лифшица возглавить отдел Института физических проблем (теперь он носит имя П.Л.Капицы). До этого он работал в Харькове, руководил одним из теоретических отделов УФТИ (Украинского физико-технического института) и кафедрой статистической физики и термодинамики Харьковского университета. Теоретическим отделом Института физических проблем И.М.Лифшиц руководил 14 лет, и все эти годы он не только вел научную работу, но и преподавал, был профессором физического факультета Московского университета. Многие активно работающие специалисты по теории твердого тела получили свою специальность под руководством Ильи Михайловича. Все они хорошо помнят своего учителя – замечательного ученого и очень хорошего человека, гордятся своей принадлежностью к Школе Ильи Михайловича Лифшица.



Нетрудно написать биографию ученого. Родился.., учился.., защитил кандидатскую, потом докторскую диссертации, работал в таких-то научных учреждениях, был избран в такие-то академии наук... Но ведь ученого характеризует его научная деятельность – то, что он сделал. Сделал первым. На что-то открыл глаза людям, что-то объяснил, что-то предсказал. Эти «что-то» раскрыть очень трудно. Ведь ученый (особенно в наши дни) не начинает на пустом месте. Для того чтобы понять сделанное им, надо знать, что было сделано до него. Кроме того, надо уметь понять, как было сделано «что-то», иначе невозможно оценить сделанную работу. А для этого в данном случае надо владеть аппаратом теоретической физики, которым, стоит подчеркнуть, Илья Михайлович владел мастерски.

Похоже, ознакомить с научными достижениями И.М.Лифшица не физика невозможно. По-настоящему действительно невозможно. Очень это меня огорчает. Всю свою научную жизнь (до 1982 г.) я работал под непосредственным руководством Ильи Михайловича, много с ним разговаривал, учился у него – в самом непосредственном смысле этого слова. Неужели, рассказывая о своем учителе, я должен ограничиться лишь утверждением, что И.М.Лифшиц – замечательный ученый, утверждением, которому читатель должен верить на слово?! Мне хочется хоть чуть-чуть приоткрыть, чем занимался Илья Михайлович и к чему привели эти занятия. Сразу оговорюсь: я выбрал одну из тем его творчества. Тем было много. Так много, что его могли бы обвинить в том, что он разбрасывался. Но в каждой из тем он получил столь существенные результаты, что говорят другое: работы И.М.Лифшица и работы его учеников оказали существенное воздействие на формирование всей теории конденсированного состояния вещества – огромной области современной физики – и перечисляют различные направления, в которых вклад особенно важен. В перечислении заметное место занимает *электронная теория металлов*, т.е. наука, призванная объяснить свойства металлов.

Вот о ней и пойдет речь.[1]

---

[1] Интересный и живой рассказ о работе семинара по физике полимеров, которым руководил И.М.Лифшиц, об особенностях творческого метода Ильи Михайловича можно найти в предыдущей статье «Вокруг шарика». (*Прим. ред.*)

Электроны в металле: квазиимпульс и поверхность Ферми

В начале века было понято, что способность металлов проводить ток связана с существованием в них свободных электронов. Откуда они берутся, понять не сложно. При конденсации атомов металла в твердое тело атомы ионизуются: валентные электроны покидают своих «хозяев» и движутся в электрическом поле, создаваемом положительно заряженными ионами. Конечно, если бы не было электронов, ионы не могли бы удержаться на своих местах и разлетелись бы, ведь они отталкиваются друг от друга. Электроны их удерживают от этого – в целом металл нейтрален. Неплохой образ: ионная кристаллическая решетка, погруженная в электронный газ, состоящий из бывших валентных электронов.

«С точки зрения» ионов, газ не плотен: на каждый ион приходится столько электронов, сколько было у атома металла валентных электронов (пусть их z; $z = 1, 2, 3...$). Но с нашей, человеческой, точки зрения, газ очень плотен. Размер ячейки кристалла таков:

$$v = a^3 \approx \left(3 \cdot 10^{-10}\right)^3 \text{ м}^3 \approx 27 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3 . \qquad (1)$$

Для простоты мы считаем ячейку кристалла кубиком со стороной $a = 3 \text{ Å}$. Таков правильный, известный из экспериментов и подтверждаемый теорией, размер ячейки кристаллов многих металлов. Приближенно, конечно. В действительности размеры кристаллических ячеек большинства металлов известны с большой точностью. Плотность электронного газа (число электронов в единице объема) равна

$$n = \frac{z}{a^3} \approx \frac{z}{27} 10^{30} \text{ м}^{-3} . \qquad (2)$$

Для сравнения: плотность воздуха $n_{\text{возд}} \sim 2 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Отличие от реального газа (того же воздуха) еще в том, что электрон в 3600 раз легче молекулы самого легкого газа из состава воздуха – водорода. Масса электрона $m \approx 10^{-30}$ кг.

Итак, свободные электроны в металле – очень плотный газ очень легких частиц. К чему я веду? Сейчас станет ясным. Появится несколько странное словосочетание – *квантовый газ*. Появится, но через несколько строк.

Электронную теорию металлов на основе представления о свободных электронах, как уже упоминалось, пытались создать еще в начале века. Основы этой теории заложил великий голландский физик Хендрик Антон Лоренц (1853–1928). Вы, думаю, знаете это имя. (Преобразования, используемые в теории относительности Эйнштейна, называют преобразованиями Лоренца. Но здесь речь идет не о них.) Лоренцу удалось многие свойства металлов неплохо объяснить, исходя из предположения, что в металлах есть *газ электронов*. Свойства газов в те годы были хорошо известны. Эти знания использовал Лоренц для объяснения свойств металлов. И в каком-то смысле это ему удалось. Правда, оставались странные недоразумения: свободные электроны (мы в дальнейшем их будем называть электронами проводимости – по их главной функции), объяснившие электропроводность и даже такое непростое свойство как термоэлектричество, не обнаруживали себя в тепловых свойствах металла. Классическая физика утверждает, что существует закон равнораспределения: в среднем на каждую степень свободы приходится $(1/2)kT$ энергии ($k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж / К – постоянная Больцмана, T – температура в абсолютных градусах). Если в $1\ \text{м}^3$ металла содержится n электронов проводимости (см. формулу (2)), то плотность внутренней энергии металла должна быть на $(3/2)nkT$ больше плотности энергии диэлектрика (изолятора), в котором нет свободных электронов. Есть надежные методы измерения внутренней энергии, но почему-то электроны проводимости себя не обнаруживают – внутренние энергии диэлектриков и металлов практически не отличаются. Правда, измерения производились при обычных (комнатных) температурах.[2] С этой трудностью сравнительно легко справились, когда было понято, что не только электроны в атоме, но и свободные электроны – газ электронов проводимости – надо описывать, используя квантовые представления. «Всегда?» – может спросить нетерпеливый читатель. Конечно, нет! Тогда, когда условия жизни электрона, как члена коллектива (в классическом газе), вступают в противоречие с положениями квантовой физики.

Наверное, все знают, что одна из фундаментальных черт квантово-механического описания движения частиц – соотношение неопределенностей

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar\,, \tag{3}$$

[2] О внутренней энергии судят по измерению теплоемкости. При комнатных температурах ($T \sim 300$ К) все твердые тела имеют молярную теплоемкость, равную $3R$, где R – универсальная газовая постоянная (закон Дюлонга и Пти). Если бы электроны проводимости проявляли себя как свободные, то теплоемкость металла (например, Na) должна была бы превысить теплоемкость диэлектриков в 1,5 раза. Не заметить такое отличие невозможно.

где Δp − неопределенность импульса, Δx − неопределенность координаты, а $\hbar \sim 10^{-34}$ Дж · с − знаменитая постоянная Планка (без нее не обходится ни одна квантово-механическая формула). В газе, где в 1 м^3 содержится n частиц, на каждую частицу приходится объем порядка $1/n$, т.е. $\Delta x \sim n^{-1/3}$. Следовательно, $\Delta p \geq \hbar n^{1/3}$. Для применимости *классического* описания необходимо, чтобы импульс электрона p был велик по сравнению с его неопределенностью Δp ($p \gg \Delta p$). Согласно закону равнораспределения, в газе средний импульс $p \sim \sqrt{mkT}$. Следовательно, газ можно считать классическим, если

$$T > \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{km} \equiv T_{\text{кв}}. \quad (4)$$

Множители типа $1/2$ опущены, при оценках это допустимо. Подставив в последнюю формулу числа, с удивлением обнаружим, что комнатная температура значительно ниже квантовой: $T_{\text{кв}} \sim 10^5$ К. Иначе говоря, практически всегда любой металлический образец содержит *квантовый газ*.

Как проявляются квантовые свойства электронов в свойствах газа электронов проводимости? Посмотрите на рисунок 1. На нем схематически показано распределение по энергиям электронов классического (a) и квантового ($б$) газов. Можно сказать и иначе: на рисунке a приведено распределение частиц по энергиям при $T \gg T_{\text{кв}}$, а на рисунке $б$ − при $T = 0$ и при $T \ll T_{\text{кв}}$. (Причина различия − в принципе запрета Паули, запрещающем более чем одному электрону находиться в одном и том же состоянии. Мы ограничиваемся только упоминанием: невозможно все объяснить в одной статье.)

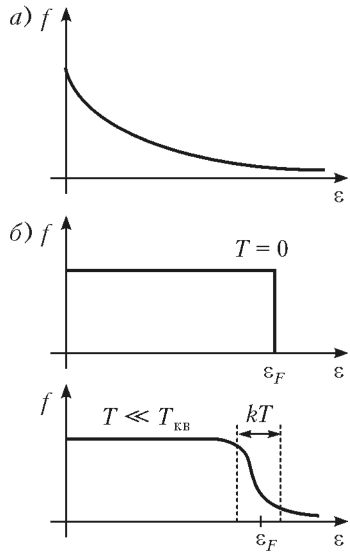


Рис.1. Классическая и квантовая функции распределения электронов по энергиям: а) функция распределения Максвелла−Больцмана, б) функция распределения Ферми−Дирака (при $T = 0$ и $T \ll T_{\text{кв}}$)

Квантовое распределение частиц по энергиям при $T = 0$ получило название фермиевской ступеньки, а энергию ε_F, ниже которой все состояния заняты, а выше которой свободны, называют энергией Ферми. Точный расчет показывает, что

$$\varepsilon_F = \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{2/3} \frac{(2\pi\hbar)^2}{2m} . \qquad (5)$$

Видно, что по порядку величины $\varepsilon_F \approx kT$. Можно использовать более наглядное геометрическое представление − при $T = 0$ заняты все состояния внутри Ферми-сферы (рис.2) радиусом

$$p_F = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} = \sqrt{2m\varepsilon_F} . \qquad (6)$$

В тепловом движении при $T \neq 0$ принимают участие только те электроны, у которых энергия порядка ε_F. Их мало: $\sim n\dfrac{T}{T_{\text{кв}}}$ − значительно меньше, чем всех свободных электронов. Поэтому-то они и не обнаруживают себя в тепловых свойствах. И в проводимости металла, как оказывается, принимают участие только те электроны, энергия которых равна ε_F (говорят, что они «расположены» на Ферми-сфере). Можно вывести формулу для удельной электропроводности металла:

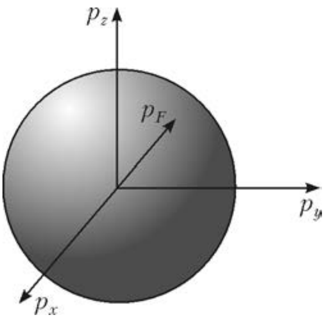


Рис.2. При $T = 0$ электронами заполнена сфера радиусом $p_F = \sqrt{2m\varepsilon_F}$

$$\sigma = \frac{S_F e^2 l}{12\pi^3\hbar^3} , \qquad (7)$$

где $S_F = 4\pi p_F^2$ − площадь Ферми-сферы, а l − длина свободного пробега электрона проводимости, т.е. среднее расстояние между двумя столкновениями электрона. В длине пробега l «спрятаны» все механизмы, ограничивающие свободу электрона и объясняющие природу сопротивления (удельное сопротивление $\rho = 1/\sigma$).

Используя представление о квантовом газе электронов проводимости, строилась электронная теория металлов. Конечно, при этом невозможно было ограничиться квантовым описанием лишь электронов. Например, необходимо было пересмотреть описание колебаний ионов кристаллической решетки. В результате в теории твердого тела и, в частности, в электронной теории металлов появились *фононы*. На этом этапе развития электронной теории металлов, естественно, оставались белые пятна, постепенно заполнявшиеся. Очень большую уверенность в правильности представлений о природе металлического состояния принесло понимание природы сверхпроводимости (Дж. Бардин, Л.Купер, Дж.Шриффер, 1957 г.).

Если просмотреть старые учебники и монографии по электронной теории металлов, то видно, что, выделяя металлы из других твердых тел, авторы объясняли свойства металла вообще, а не конкретно меди, свинца или лития. Действительно, у *всех* металлов много общих свойств. Похожи тепловые свойства, похоже ведет себя сопротивление с изменением температуры. Примеров можно привести много. Но постепенно накапливались экспериментальные данные, которые с очевидностью показывали: разные металлы ведут себя по-разному в одинаковых условиях. Особенно резко свойства металлов отличаются при низких температурах, близких к абсолютному нулю, и в сравнительно сильном магнитном поле. На рисунке 3 приведены примеры, демонстрирующие эти отличия.

В чем причина различия свойств разных металлов? Конечно, причин много, но несомненно среди них есть главная. И главная – в виде *поверхности Ферми*. Электрон, оторвавшийся от

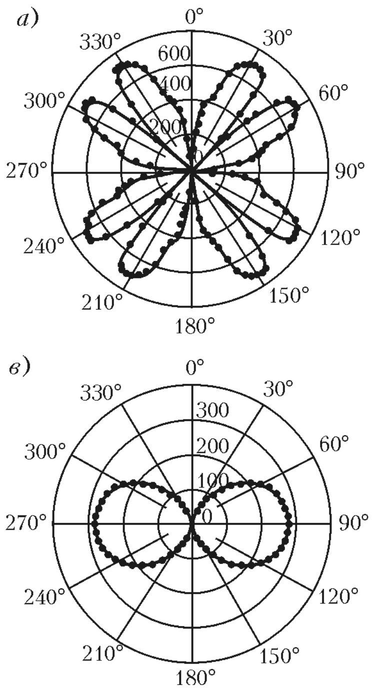


Рис.3. Изменение сопротивления металла – олова, свинца и таллия соответственно – при помещении его в магнитное поле (в зависимости от угла между кристаллическими осями и магнитным полем)

«своего» атома в кристалле, движется в периодическом поле сил ионов. Как было показано (Ф.Блох, Л.Бриллюэн, 1928 г.), квантовое движение электрона в периодическом поле сил очень напоминает движение электрона в пустом пространстве. Состояние движения электрона можно характеризовать вектором, очень похожим на импульс, его называют квазиимпульсом.[3] Он «превращается» в импульс, если периодическую силу устремить к нулю. Мы его по-прежнему будем обозначать буквой $\vec{p}$ (как импульс). Энергия электрона – функция квазиимпульса $\vec{p}$. И можно говорить о *пространстве квазиимпульсов* (как мы уже говорили об импульсном пространстве – см. рисунок 2 и формулу (6)). Важный факт: пространство квазиимпульсов периодично, причем если кристаллическая ячейка – кубик с ребрами, равными a, то ячейка пространства квазиимпульсов – кубик с ребрами, равными $\frac{2\pi\hbar}{a}$. Как бы опуская постоянную Планка $\hbar$, пространство квазиимпульсов часто называют *обратным пространством*.

Зависимость энергии от квазиимпульсов можно изображать в виде изоэнергетических поверхностей (поверхностей равной энергии). Энергия – периодическая функция квазиимпульса. Поэтому для изображения изоэнергетической поверхности можно ограничиться одной ячейкой обратного пространства, а можно рисовать ее во всем пространстве (его тогда называют расширенным, ведь одной ячейки *достаточно*).

Среди изоэнергетических поверхностей есть одна – выделенная. Это – поверхность Ферми. Она соответствует энергии Ферми $\varepsilon = \varepsilon_F$:

$$\varepsilon(\vec{p}) = \varepsilon_F . \tag{8}$$

Именно на ней и вокруг этой поверхности находятся электроны, играющие важную роль в свойствах металлов.

Металлы отличаются друг от друга тем, что у них разные поверхности Ферми

Прежде чем познакомиться с тем, как узнали, каковы поверхности Ферми разных металлов, и какую роль в процессе понимания устройства металлов сыграли работы Ильи

---

[3] Когда частица движется под действием периодической силы, то, хотя обычный импульс не сохраняется, существует сохраняющийся вектор – квазиимпульс. Именно потому, что он сохраняется (как энергия), он может служить для характеристики движения.

Михайловича Лифшица и его учеников, посмотрите на таблицу. В ней собраны сведения о том, чем похожи и чем отличаются электроны в свободном от сил пространстве и в периодическом поле сил ионов кристаллической решетки.

Проблема «устройства» макроскопических, в частности твердых, тел интересовала И.М.Лифшица с самого начала его научной деятельности. Интересы его в большой мере сосредотачивались на решении «обратных» задач. Он неоднократно задумывался, нельзя ли по экспериментальным данным выяс-

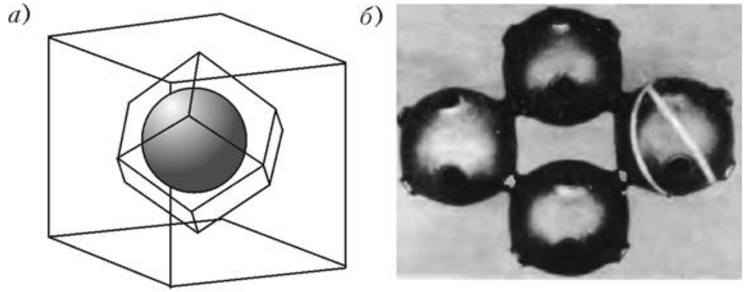
Таблица

Электрон	
в свободном пространстве	в кристалле
состояние характеризуется	
импульсом ($\vec{p}$)	квазиимпульсом ($\vec{p}$)
энергия (ε)	
$\varepsilon = p^2/(2m)$	$\varepsilon = \varepsilon(\vec{p})$ – периодическая функция квазиимпульса
скорость ($\vec{v}$)	
$\vec{v} = \dfrac{\vec{p}}{m}$	$\vec{v} = \dfrac{d\varepsilon(\vec{p})}{d\vec{p}} \neq \dfrac{\vec{p}}{m}$
уравнения движения	
изменение импульса в единицу времени равно силе $\vec{F}$ (закон Ньютона) $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$, $\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \dfrac{1}{m}\vec{F}$	изменение квазиимпульса в единицу времени равно внешней силе $\vec{F}^{\text{вн}}$ (в $\vec{F}^{\text{вн}}$ не входит периодическая сила ионов кристалла) $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{\text{вн}}$, $\dfrac{d^2x_i}{dt^2} = \sum\limits_{k=1}^{3} \left(\dfrac{1}{m^*}\right)_{ik} F_k^{\text{вн}}$, где $\left(\dfrac{1}{m^*}\right)_{ik} = \dfrac{\partial^2\varepsilon(\vec{p})}{\partial p_i \partial p_k}$
законы сохранения энергии и импульса (квазиимпульса) двух электронов	
$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_1' + \varepsilon_2'$	
$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$	$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \vec{K}$, где $\vec{K}$ – один из периодов пространства квазиимпульсов

нить, как движутся атомы и электроны в твердом теле. У него есть небольшая заметка «О колебаниях релятивистских частиц в сильных полях». Она опубликована в Докладах Академии наук СССР в 1948 году. (Заметки в Докладах содержат не более четырех страниц.) В заметке выясняется, как по зависимости периода колебаний частицы от энергии определить профиль потенциальной ямы, в которой частица совершает периодическое движение. Похоже, это – предтеча работ с решением «обратных» задач. А в 1954 году Илья Михайлович сформулировал алгоритм, позволяющий по тепловым свойствам твердых тел получить сравнительно подробную характеристику колебательного энергетического спектра твердых тел. Его метод существенно дополняет широко применяемый метод определения колебательного спектра по неупругому рассеянию нейтронов кристаллами.[4] Однако этот метод принципиально не применим для исследования характера движения электронов металла. К счастью, в случае электронов есть важное облегчающее обстоятельство: нас интересуют не все электроны, а лишь те, энергия которых равна энергии Ферми или близка ей. А это значит, что мы должны уметь определять форму поверхности Ферми (см. (8)) и скорости электронов, имеющих фермиевскую энергию. Как обратил внимание Илья Михайлович, на помощь приходят свойства металлов в магнитном поле при низких температурах.

После первых работ (одну из них я постараюсь схематически изложить) возникло направление в исследованиях металлов, ориентированное на изучение поверхностей Ферми. Все они построены по такому принципу: если поверхность Ферми обладает таким-то свойством, то наблюдается такое-то явление. По идее, должны использоваться подобные работы «в обратном порядке»: наблюдается такое-то явление, значит, поверхность Ферми обладает таким-то свойством. На научном сленге этот подход именовался *спектроскопическими возможностями метода*. Многолетние исследования многих физиков в разных странах привели к тому, что поверхности Ферми практически всех металлов известны. На рисунке 4 приведены примеры поверхностей Ферми. Обратите внимание, сколь они непросты. Только металлы первой группы таблицы Менделеева (ее левой

[4] Пролетая через кристалл, нейтрон может «качнуть» атомы кристалла. При этом теряет немного энергии и изменяет направление движения. По этим данным определяют, как «качаются» – колеблются атомы кристалла.



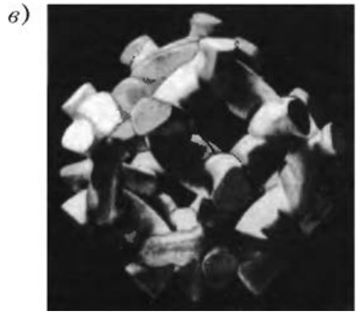


Рис.4. Поверхности Ферми: а) щелочных металлов (близки к сферам), б) золота, в) свинца

половины) имеют поверхности Ферми, близкие к сферам – поверхностям Ферми свободных электронов. Да и у них не все так просто: масса электрона m^* (ее вычисляют по отношению p_F/v_F , где p_F – радиус Ферми-сферы, а v_F – скорость фермиевских электронов) отличается от массы электрона в пустом пространстве (например, у лития $m^* = 2,3m_e$).

Определение поверхностей Ферми не всегда, естественно, шло по такой прямолинейной схеме: экспериментальное свойство $\rightarrow$ форма поверхности. Привлекались появившиеся во второй половине XX века расчетные методы – вычисление зависимости энергии электрона от квазиимпульса с использованием более или менее адекватной модели взаимодействия электронов с ионами и друг с другом. Усовершенствование расчетных методов в результате появления все более «умных» ЭВМ позволяло (и позволяет) использовать все более адекватные модели.

Как построить поверхность Ферми?[5]

Теперь (почти в заключение) – обещанный рассказ о том, как свойства металла в магнитном поле помогают «построить» поверхность Ферми. Очень важно для дальнейшего понять следующее: сходство между электроном в кристалле и электроном в пустом пространстве столь велико (см. таблицу), что позволяет *квазиимпульс считать настоящим импульсом*. Это очень четко понимал И.М.Лифшиц и обращался с электроном в кристалле, как с «обычным» электроном. Только энергия такого электрона – периодическая функция импульса. И все. Это дает возможность строить механику такой частицы по хорошо известным правилам. Например, в магнитном поле $\vec{B}$ на электрон, движущийся со скоростью $\vec{v}$, действует сила Лоренца

$$\vec{F}_{\text{Л}} = e\left[\vec{v}\vec{B}\right].$$

Знак [ ] означает *векторное произведение*: $\left[\vec{a}\vec{b}\right]$ – вектор, ортогональный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и равный по величине $ab\sin\theta_{ab}$, где θ_{ab} – угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Так вот, отличие силы Лоренца в случае электрона в кристалле от силы Лоренца в пустом пространстве только в том, что $\vec{v} \neq \frac{\vec{p}}{m}$, а $\vec{v} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{p}}$ (см. таблицу). Следовательно, движение электрона в металле, помещенном в магнитное поле, описывается следующими уравнениями:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\left[\vec{v}\vec{B}\right],\ \vec{v} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{p}}, \tag{9а}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}. \tag{9б}$$

Из этих уравнений следует ряд фактов.

При движении электрона в магнитном поле сохраняются его энергия ε и проекция импульса на магнитное поле p_B. Следовательно, траектория электрона в пространстве импульсов есть плоская кривая, получаемая пересечением поверхности $\varepsilon(\vec{p}) = \text{const}$ плоскостью $p_B = \text{const}$. В координатном пространстве проекция траектории на плоскость, перпендикулярную магнитному полю $\vec{B}$, получается из траектории в пространстве

[5] В этой части статьи рассказывается о некоторых оригинальных результатах И.М.Лифшица. Она более трудна для восприятия, но если вы затратите необходимые усилия и разберетесь в основных идеях, то будете вознаграждены: идеи очень глубокие и красивые!

импульсов поворотом на $90°$ и изменением масштаба с помощью множителя $\frac{1}{|e|B}$ (рис.5).[6]

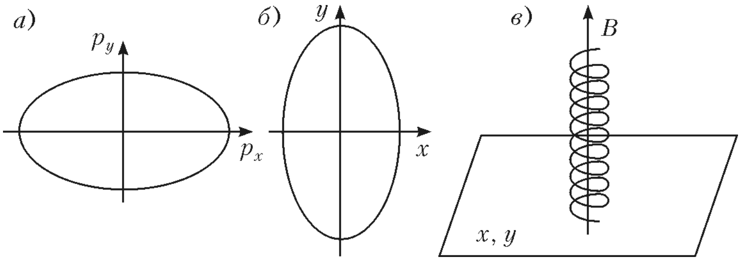


Рис.5. Траектория электрона: а) в пространстве импульсов, б) в координатном пространстве (точнее — проекция траектории на плоскость, перпендикулярную магнитному полю). На самом деле электрон движется по спирали (в)

Рассказывая о движении электрона проводимости в магнитном поле и дойдя до этого места, я понял, что придется часть вычислений пропустить: они требуют более серьезной математической подготовки от читателя, чем та, которой, как принято считать, читатель «Кванта» обладает. Приведу результат. Период обращения электрона проводимости по замкнутой траектории в магнитном поле равен

$$T_B = \frac{2\pi m^*}{|e|B}, \quad m^* = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial S(\varepsilon, p_B)}{\partial \varepsilon}. \qquad (10)$$

Здесь $S = S(\varepsilon, p_B)$ – площадь, описанная траекторией в пространстве импульсов. Величина m^* имеет размерность массы и называется *эффективной массой в магнитном поле*. Думаю, выражение для m^* может удивить. Но посмотрим, как выглядит эта формула для электрона вне кристалла, у которого $\varepsilon = p^2/(2m)$ и, следовательно, $p_\perp^2 = 2m\varepsilon - p_B^2$, $S(\varepsilon, p_B) = \pi\left(2m\varepsilon - p_B^2\right)$. Отсю-

[6] Для доказательства того, что ε и p_B – постоянные, достаточно умножить уравнение движения (9а) на $\vec{v}$ (получим $\varepsilon = \text{const}$) и взять его проекцию на $\vec{B}$ (получим $p_B = \text{const}$). Подобие траекторий – следствие ортогональности $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ и $\frac{d\vec{p}}{dt}$. Такая ортогональность в каждый момент времени возможна, если траектории подобны и повернуты на $90°$ друг относительно друга (скорости направлены по касательным к траекториям).

да и из определения m^* имеем $m^* = m(!)$ – выражение для эффективной массы прошло проверку предельным переходом.

Может (и должен) возникнуть естественный вопрос: почему мы не учитываем квантования движения электрона по замкнутой орбите? Должны учитывать. Но если длина траектории значительно превышает длину волны де Бройля электрона $\hbar/p_F$, то расстояния между дискретными квантованными уровнями энергии малы и пренебрежение квантованием с большой точностью оправдано.

Многие свойства металлов исследованы на основании классического приближения, т.е. по существу на основании тех формул, которые мы здесь выписали. Законность такого подхода подтверждается оценкой. Для простоты проведем ее, считая, что траектория – окружность. Ее радиус равен $\dfrac{p_F}{eB}$, и условие, разрешающее использовать классическую (а не квантовую) механику, можно записать так:

$$\frac{p_F}{eB} \gg \frac{\hbar}{p_F}. \tag{11}$$

Но $p_F^2/m \sim \varepsilon_F$, а $e\hbar/m = \mu$ – магнитный момент электрона. Электрон имеет не только заряд, но и обладает магнитным моментом, т.е. создает вокруг себя не только электрическое, но и магнитное поле. Величина магнитного момента электрона $\mu \sim 10^{-23}$ Дж/Тл. Это – очень маленький магнитный момент (магнитный момент $1\ \text{см}^2$ обычного магнита приблизительно в 10^{21} раз больше), но это ведь магнитный момент одного электрона. Тогда условие (11) переписывается в виде

$$\mu B \ll \varepsilon_F. \tag{12}$$

А так как $\varepsilon_F \sim 10^{-19}$ Дж, то это означает, что $B \ll 10^4$ Тл. При всех применяемых в физических экспериментах магнитных полях условия (11), (12) выполнены.

Но для того, о чем речь пойдет ниже, необходимо учесть именно квантование движения электрона в магнитном поле. Для этого мы воспользуемся формулой, постулированной Нильсом Бором, когда он пытался объяснить структуру спектра атомов:

$$\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n = \hbar\omega,\ n \text{ – целые числа } \gg 1, \tag{13}$$

где $\omega = \dfrac{2\pi}{T_B}$ – круговая частота классического движения. Когда была создана логически непротиворечивая квантовая механика (Э.Шредингер, В.Гейзенберг), условие (13) было строго получено в той главе квантовой механики, которая была названа *квазиклассическое приближение*.

Итак, из (13) и (10) следует ($\Delta\varepsilon = \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n$), что

$$\Delta\varepsilon \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} = \frac{|e| B\hbar}{m^*} \cdot 2\pi m^* = 2\pi\hbar |e| B \text{, или } \Delta S = 2\pi\hbar |e| B \text{,}$$

а

$$S(\varepsilon, p_B) = 2\pi\hbar |e| B\left(n + \frac{1}{2}\right), \; n - \text{целые числа} \gg 1 \text{.} \quad (14)$$

Мы воспользовались тем, что $\Delta\varepsilon$ при $n \gg 1$ значительно меньше ε, а $1/2$ *приписали*, чтобы результат точнее согласовался с более строгой теорией (ее мы упомянули). Условие *квантования площадей* (14) впервые было выведено Ильей Михайловичем Лифшицем в 1950 году и носит его имя.[7] Формуле (14) можно придать другой вид, если от траектории в импульсном пространстве перейти к проекции траектории в координатном пространстве на плоскость, перпендикулярную магнитному полю. Площадь S_r, которую окружает проекция траектории, есть $\left(\frac{1}{eB}\right)^2 S$, и

$$BS_r = \frac{2\pi\hbar}{|e|}\left(n + \frac{1}{2}\right),$$

$$n - \text{целые числа} \gg 1 \text{.} \quad (15)$$

Но произведение «магнитное поле × площадь» есть поток магнитного поля. Условие (15) означает: электрон движется по траектории, охватывающей полуцелое число квантов потока магнитного поля $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{|e|}$. Подчеркнем: не поток магнитного поля квантуется, а траектория подстраивается под величину потока так, что

$$\Phi = \Phi_0\left(n + \frac{1}{2}\right). \quad (16)$$

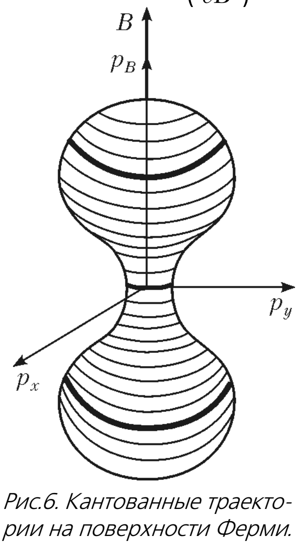


Рис.6. Кантованные траектории на поверхности Ферми. Выделены траектории, которые окружают экстремальные (по p_B) площади

На рисунке 6 изображены квантованные траектории на поверхности

[7] Часто говорят «условие Лифшица–Онсагера». Л.Онсагер (1903–1976, Нобелевская премия по химии 1968 г.) вывел ее независимо и чуть позже (1952 г.).

Ферми (поверхность просто придумана). Еще одно утверждение, которое придется принять на веру (кажется последнее). Среди квантованных значений площади существенны для дальнейшего те, которым на поверхности Ферми соответствует экстремум по p_B (максимум или минимум – не так важно; лишь бы $\frac{\partial S}{\partial p_B} = 0$).

Теперь обратимся к рисунку 7, взятому из экспериментальных работ. На нем изображена зависимость магнитной восприимчивости

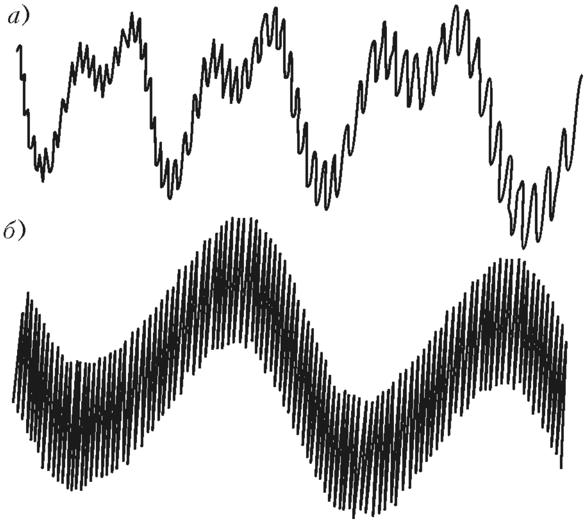


Рис.7. Зависимость магнитной восприимчивости от величины магнитного поля: а) для рения, б) для серебра

имчивости монокристаллов рения (а) и серебра (б) от магнитного поля. Обратить внимание надо на то, что кривая, изображающая эту зависимость, *осциллирует*. Зависимость снята при температуре, близкой к абсолютному нулю. Осциллирующая зависимость магнитного момента и/или магнитной восприимчивости от магнитного поля носит название эффекта де Гааза – ван Альфена. Осцилляционные эффекты характерны практически для всех металлов. Для их наблюдения нужны хорошие, чистые монокристаллы металла, низкая температура и достаточно сильное магнитное поле, чтобы величина μB превышала kT, оставаясь малой по сравнению с ε_F .

В чем причина осцилляции, т.е. периодической зависимости от магнитного поля B? В повторяемости ситуации при изменении значения $\dfrac{1}{B}$ на величину $\dfrac{2\pi|e|\hbar}{S^F_{\text{extr}}}$, где S^F_{extr} – значение экстремальной по p_B площади сечения поверхности Ферми. Перепишем условие (14) так:

$$\frac{1}{B_1}=\frac{2\pi\hbar|e|}{S^F_{\text{extr}}}\left(n+\frac{1}{2}\right),$$

$$\frac{1}{B_2}=\frac{2\pi\hbar|e|}{S^F_{\text{extr}}}\left(n+1+\frac{1}{2}\right).$$

Первая ситуация отличается от второй только тем, что в первом случае с энергией Ферми совпадает n-й уровень, а во втором – $(n+1)$-й. Но n – все равно очень большое число, изменение на единицу номера уровня мало что меняет. В результате – повторение, осцилляции. Вычтя из второго уравнения первое, получаем *период осцилляционной зависимости*:

$$\Delta\frac{1}{B}=\frac{2\pi\hbar|e|}{S^F_{\text{extr}}}. \qquad (17)$$

Полная теория эффекта де Гааза – ван Альфена на основе этой формулы была построена И.М.Лифшицем и его учеником А.М.Косевичем (тогда аспирантом) в 1953 году. Основное достоинство формулы (17) в том, что она была получена *без* предположения о характере зависимости энергии электрона от импульса. Следовательно, она годится для любого металла с поверхностью Ферми любой формы. Более того, она дает возможность решать обратную задачу – по экспериментальным данным, по осцилляционным кривым определять форму поверхности Ферми (об этом чуть ниже).

Теорию эффекта де Гааза – ван Альфена для свободных электронов, т.е. электронов в свободном от сил пространстве, построил Л.Д.Ландау в 30-х годах. Но его работа не могла быть опубликована, так как Ландау в это время был репрессирован (незаконно, как потом выяснилось). В экспериментальной работе, посвященной эффекту де Гааза – ван Альфена в висмуте (Д.Шенберг), вышедшей в Англии, результаты Ландау изложил его друг – физик-теоретик Р.Пайерлс, к этому времени бежавший из фашисткой Германии и живший в Англии. Так в историю науки вплетается история стран и народов, часто, к сожалению, трагическая.

Для свободных электронов формула (17) содержит плотность электронов n_e, поскольку $S^F_{\text{extr}} = \pi p_F^2$, $p_F = 2\pi\hbar\left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{1/3}$:

$$\Delta\frac{1}{B} = \frac{|e|}{\pi(2\pi\hbar)}\left(\frac{8\pi}{3n}\right)^{2/3} = \frac{2|e|}{\hbar}\frac{1}{\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}}. \tag{18}$$

Когда существовала только эта формула для объяснения осцилляционных эффектов, то казалось, что осцилляционные эффекты можно наблюдать лишь в таких экзотических металлах, как висмут. Дело в том, что у висмута аномально мало электронов проводимости и поэтому период $\Delta\frac{1}{B}$ достаточно велик, т.е. наблюдаем. Работа И.М.Лифшица и А.М.Косевича все «поставила на место»: поверхности Ферми металлов сложны, практически все поверхности Ферми обладают малыми сечениями с экстремальными (по p_B) площадями. Взгляните еще раз на рисунок 4!

Как же использовать формулу (17) для определения формы поверхности Ферми? Вспомним, что период определяется площадью сечения, *проведенного перпендикулярно магнитному полю.* Поворачивая кристалл и измеряя периоды, а значит, и площади сечений поверхности Ферми, имеющие экстремум по p_B, мы можем «прощупать» всю поверхность. И.М.Лифшиц вместе с известным геометром А.В.Погореловым даже вывели специальную формулу, дающую возможность по угловой зависимости периода осцилляции построить поверхность Ферми (1954 г.).

Уже говорилось, что в настоящее время известны поверхности Ферми большинства металлов. Наибольшую информацию о поверхностях Ферми получили из сравнения экспериментальных данных по осцилляционным эффектам с формулой, которую вывели Илья Михайлович Лифшиц и Арнольд Маркович Косевич.

ПРОСТО ФИЗИКА

Думаю, у каждого физика кроме своей есть еще по крайней мере две физики: *чужая* – та, которой профессионально занимаются другие физики и с результатами которой очень интересно познакомиться хотя бы поверхностно по изложению в научно-популярных журналах и книгах, и *просто физика*, с которой сталкиваешься совсем неожиданно: читая о чем-то, не напрямую связанном с физикой, или наблюдая что-либо.

Большинство физиков уверены, что окружающая их действительность – работа машин и механизмов, явления природы и т.п. – может быть объяснена и понята на основе физики. Конечно, только то, что находится в области ее применимости. Речь не идет о духовных движениях, о жизни общества и многом другом, возможно, более интересном, чем то, в чем пытается разобраться физика.

О «просто физике» вспоминают, мне кажется, нечасто. Есть физики, которые не любят задумываться о случайно наблюдаемых явлениях, отвечать на возникшие «из жизни» вопросы. Однажды я задал своему коллеге – прекрасному физику – вопрос:

– Почему кипящий на газовой плите чайник окутывается паром после того, как газ выключен?

Он, практически не слыша вопроса, сказал раздраженно:

– Не люблю кухонной физики! Для него и для многих «просто физика» – кухонная физика. Им эта статья, скорее всего, не понравится.

* * *

Вопросы «из жизни» возникают, как правило, совершенно спонтанно, но возникнув, чаще всего (признаюсь) забываются.

Но если не забываются, то в процессе ответа на них «обрастают» разнообразными ответвлениями и иногда заставляют обдумывать вполне любопытные вещи. Эта статья – попытка перенести на бумагу поток сознания, возникший из двух источников. Не надо думать, что, задав себе вопросы, я начал раздумывать над ответами или обдумывать затронутые проблемы. Эти серьезные слова плохо описывают то, что происходило. Точнее сказать так: задав себе вопросы, я часто ловил себя на том, что мысленно возвращаюсь к ним, но часто чуть «промазываю», и возникает близкий вопрос – мысль цепляется за мысль.

* * *

С чего началось?

Когда зимой в Соединенных Штатах объявляют прогноз погоды, то, сообщая о температуре завтрашнего дня (по непривычной для нас шкале Фаренгейта), часто добавляют: «А с учетом ветра температура будет...» – и называют совсем пугающее значение. Конечно, мы хорошо знаем, что на ветру холоднее. Возникли два вопроса:

Почему мы ощущаем на ветру воздух более холодным?

Как оценить роль ветра в тепловых процессах?

Итак, первый источник вопросов – сводка синоптика (практически ежедневная). Второй источник связан с недавним полетом американского космического корабля многоразового использования для ремонта внеземного телескопа «Хаббл». Существование этого фантастического прибора на околоземной орбите столь интересно, что прислушиваешься ко всему, что сообщают о полете к нему. Среди сказанного было сообщение о том, что основные повреждения возникли из-за сложного теплового режима: телескоп то нагревается Солнцем, то охлаждается, когда попадает в тень Земли. В данном случае вопрос может быть строго сформулирован в виде задачи: «Нагретая до определенной температуры (пусть T_0) пластина толщиной $2d$ попадает в неосвещенную область космического пространства. Как быстро она охладится?»

Вокруг этих двух проблем крутились мои мысли. Но когда я решил, что хочу рассказать о своих размышлениях в журнале «Квант», то понял: необходимо сначала «отступить» и поделиться с читателями тем, в каких терминах я размышлял, какими понятиями оперировал.

* * *

Теплота, как вы, конечно, знаете, непростое явление. Теперь, когда атомное строение тел хорошо известно, под теплотой мы понимаем энергию хаотического движения атомных и субатомных частиц в теле. Чем интенсивнее они движутся, тем теплее – больше теплоты. Мерой теплоты избрана *температура*. Мы будем обозначать ее буквой T. Для нее выбрана специальная шкала измерений – градусы (для физических целей наиболее удобны абсолютные градусы – градусы Кельвина, К). Но делать это не обязательно, так как по своему смыслу температура близка средней энергии ε хаотического движения частиц (в расчете на одну частицу). Так, средняя энергия поступательного движения частицы классического идеального газа равна $\varepsilon = (3/2)kT$, где $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. Температуру даже можно (но неудобно практически) измерять в энергетических единицах (например, в джоулях).

Температура, как мера теплоты, выбрана необычайно удачно. В каждом теле тепловое движение свое (из- за разного состава хотя бы). Одно тело не похоже на другое. Но, не задумываясь о том, как устроены тела, мы уверены: если первое тело имеет температуру более высокую, чем второе ($T_1 > T_2$), то при их соприкосновении первое тело будет охлаждаться, а второе нагреваться – до тех пор, пока их температуры не выровняются. При этом если тела разные, то энергии теплового движения в этих телах («теплоты») будут различны.

В случае когда тело нагрето неоднородно, в нем возникает поток тепла (поток энергии), направленный от горячей части тела к холодной. Поток стремится выровнять температуры. Удается это ему или нет, зависит от постановки задачи. На рисунках 1 и 2 схематически изображены две ситуации. В первом случае в конечном итоге температура тела всюду станет одной и той же и равной температуре жидкости, окружающей тело. Во

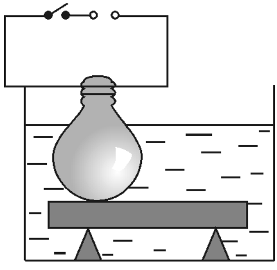


Рис. 1

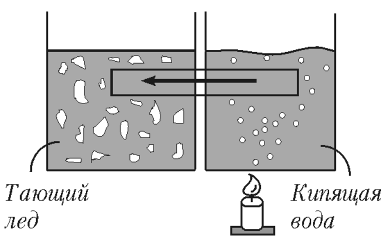


Рис. 2

втором случае поток тепла в стержне будет существовать до тех пор, пока будет поддерживаться разность температур между концами стержня.

Как же описать охлаждение или разогрев тел не только на словах, но и количественно? Физики XVII–XVIII веков придумали специальную жидкость – флогистон. Где теплее, там ее больше, где холоднее – меньше. Течение флогистона обеспечивает выравнивание температур и другие тепловые явления. Еще А.Лавуазье (1743–1794) показал, что флогистон – фикция. Фикция-то фикция, но породила используемую и сегодня терминологию. Вернитесь к предыдущему абзацу. Ведь если *течет*, то жидкость, наверное? Выяснилось, впрочем, что *течь может не только жидкость*. Понятию «поток тепла» можно придать вполне определенный количественный смысл, не вспоминая о флогистоне.

Рассмотрим элемент объема ΔV в теле, который мал в сравнении с размерами тела, но в нем достаточно много атомов (молекул). Если изменяется температура T этого элемента объема, то изменяется и количество теплоты в нем (т.е. изменяется его внутренняя энергия). Изменение количества теплоты ΔW можно записать в виде $\Delta V C \Delta T$, где C – *теплоемкость* единицы объема тела, т.е. величина, имеющая простой физический смысл: она равна изменению теплоты единицы объема тела при изменении температуры на один градус. Пусть в элементе объема ΔV нет источника тепла.[1] Если количество тепла W в элементе объема изменяется, то в отсутствие источника тепла это возможно только за счет того, что оно либо вносится (втекает) в элемент объема, либо выносится (вытекает) из него, а точнее: и вносится (втекает), и выносится (вытекает). Именно этот процесс описывает *плотность потока тепла*. Обозначим ее буквой q. Плотность потока тепла – вектор, поэтому, зная $\vec{q}$, мы знаем не

---

[1] Может показаться, что это излишняя фраза: как внутри тела может бить источник тепла? Легко привести примеры, показывающие, что это возможно. Например, если по металлической проволоке течет электрический ток, плотность которого j, то в каждом единичном элементе объема в единицу времени выделяется тепло, равное ρj^2, где ρ – удельное сопротивление металла. Другой пример: на стеклянную пластину падает свет, который частично поглощается пластиной. Чем дальше от источника света в глубь пластины, тем интенсивность света меньше. Куда девается энергия световых квантов при этом? В конечном итоге она тратится на разогрев пластины. В каждом элементе объема пластины выделяется тепло. Источник тепла тем мощнее, чем больше коэффициент поглощения и чем интенсивнее световой поток.

только какова величина потока, но и куда он направлен. Размерность плотности потока тепла есть $Дж/(м^2 \cdot с)$). Воспользовавшись выписанной размерностью, нетрудно дать словесное определение плотности потока тепла (сделайте это самостоятельно).

Чтобы поток тепла, описываемый вектором $\vec{q}$, обеспечивал изменение со временем температуры T элемента объема ΔV, он должен подчиняться определенному соотношению. Для простоты рассмотрим неоднородно нагретый стержень. Изменение количества тепла в слое толщиной $2\Delta x$, середина которого имеет координату x, за время Δt определяется количеством тепла, протекающего через границы слоя:

$$C\Delta T \cdot 2S\Delta x = q_x(x-\Delta x)S\Delta t - q_x(x+\Delta x)S\Delta t$$

(S – сечение стержня). Отсюда получаем искомое соотношение:

$$\frac{\Delta q_x}{\Delta x} = -C\frac{\Delta T}{\Delta t}, \tag{1}$$

где индекс «x» указывает, что поток тепла направлен вдоль оси x. Таким образом, скорость изменения температуры со временем определяется скоростью изменения плотности потока тепла вдоль стержня ($\Delta q_x/\Delta x$ называют *градиентом* q_x вдоль оси x). Если q_x не зависит от x, то $T = \text{const}$ (сколько тепла втекает, столько и вытекает).

Равенство (1) – запись закона сохранения. В данном случае – тепла. Подобные равенства встречаются часто. Пусть, например, частицы какого-то сорта растворены в жидкости или в твердом теле (сейчас неважно). Концентрацию растворенных частиц (их число в единице объема) обозначим n. Тогда, если концентрация неоднородна вдоль оси x, то

$$\frac{\Delta j_x}{\Delta x} = -\frac{\Delta n}{\Delta t}, \tag{1'}$$

где j_x – плотность потока частиц вдоль оси x (размерности: $[n] = 1/м^3$, $[j_x] = 1/(м^2 \cdot с)$). Равенства (1) и (1′) – еще не уравнения. Надо выяснить, от чего зависят q_x и j_x, тогда, возможно, они превратятся в уравнения. Бывает, что приходится выписывать не одно, а несколько уравнений, чтобы иметь возможность описать перенос тепла и/или вещества.

К выяснению того, как возникает поток тепла и от чего зависит q, подойдем феноменологически, т.е. на этом этапе мы не будем интересоваться *механизмом* переноса тепла.

Если температура однородна (т.е. не зависит от координат), то теплоперенос отсутствует. Естественной мерой неоднородности температуры может служить градиент температуры $\Delta T/\Delta x$. Разумно предположить, что

$$q_x = -æ\frac{\Delta T}{\Delta x}. \tag{2}$$

Мы феноменологически ввели коэффициент – *коэффициент теплопроводности* æ, размерность его легко установить сравнением с размерностью q: $[æ] = Дж/(К \cdot м \cdot с)$. Знак минус в выражении (2) написан для того, чтобы коэффициент теплопроводности был положительным – ведь поток тепла течет от горячего конца тела к холодному.

Если взять производную по x от правой и левой частей уравнения (2), то с помощью выражения (1) можно исключить q_x. Полученное уравнение для T (его называют уравнением теплопроводности) имеет следующий смысл: скорость изменения температуры со временем пропорциональна *второй* производной от температуры по координате. Коэффициент пропорциональности $\chi = æ/C$ называют *температуропроводностью*.

Не привлекая каких-либо представлений о механизме переноса тепла, можно (нужно) обратить внимание на то, что если тепло проходит через границу двух сред, то *на границе* должны быть выполнены два условия, означающие непрерывность процесса переноса тепла из одной среды в другую:

$$T_1 = T_2, \quad -æ_1\frac{\Delta T_1}{\Delta x} = -æ_2\frac{\Delta T_2}{\Delta x}$$

(ось x направлена перпендикулярно границе сред).

Чтобы понять механизм переноса тепла, рассмотрим два существенно разных случая:

– перенос тепла по твердому телу, но не по металлу (дальше будет понятно, почему мы исключили металл);

– перенос тепла газом, скажем по воздуху в нашей комнате или на улице, или в поле (вспомним о ветре).

В твердом теле неоднородность температуры означает, что там, где температура выше, атомы (молекулы), из которых состоит тело, колеблются более интенсивно, а там, где температура ниже, – менее интенсивно. Думаю, никого не удивит, если то же самое я скажу иначе: *там, где температура выше, число фононов в единице объема больше, чем там, где температура ниже.*[2]

[2] Фонон – квант звуковых волн (так же, как фотон – квант электромагнитных волн). (*Прим. ред.*)

Теплопроводность – это поток фононов из более горячих мест в более холодные. Надо подчеркнуть, что частицы, из которых построено тело, не перемещаются. Если не прибегать к представлению о фононах, то надо было бы рассмотреть взаимодействие между частицами, благодаря которому интенсивно колеблющиеся частицы вовлекают в свое движение соседние частицы, а те своих соседей – так тепло перемещается по телу. На языке фононов все значительно нагляднее.

Фононы двигаются хаотически, очень часто сталкиваются с различными препятствиями: с границами кристаллитов, с дислокациями, друг с другом. Мерой их свободного перемещения служит *длина свободного пробега* l – среднее расстояние между столкновениями. Геометрические представления могут помочь вычислить поток тепла, переносимый фононами, при заданной скорости изменения температуры, а тем самым – коэффициент теплопроводности:

$$æ \approx Cl\overline{u}\ . \tag{3}$$

Здесь C – по-прежнему теплоемкость единицы объема, но появилась и новая буква (да еще с чертой) $\overline{u}$. Это – средняя (поэтому с чертой) скорость фононов. Фононы – кванты звуковой энергии. Средняя скорость фононов порядка скорости звука u в твердом теле.

Следует обратить внимание на то, что коэффициент теплопроводности в формуле (3) состоит из трех сомножителей: фононной теплоемкости, длины свободного пробега фононов, скорости фононов. Первый сомножитель указывает, что́ переносится, второй – на какое расстояние, третий – с какой скоростью. Так устроены многие кинетические коэффициенты.

Формула для æ, как и большинство формул этой статьи, претендует на правильность *по порядку величины*, что подчеркивает значок «$\approx$» вместо знака равенства.

В *газе* существуют два механизма переноса тепла. Газ отличается тем, что в нем наряду с хаотическим (тепловым) движением частиц возможно упорядоченное движение в виде направленного потока частиц. В потоке средняя скорость частиц отлична от нуля ($\overline{v} \neq 0$). Такой поток, если температура в газе неоднородна, переносит тепло. Подобного механизма, естественно, нет в твердом теле. Если в среднем газ покоится ($\overline{v} = 0$), то в результате столкновений частиц более интенсивное хаотическое (тепловое) движение распространяется по газу – переносится тепло. Этот механизм похож на перенос тепла в твердом теле. Только вводить фононы нет необходимости: перенос тепла осуществляют сами частицы газа. Коэффициент переноса тепла выражается формулой, аналогичной предыдущей:

$$æ \approx Cl\overline{v}\,, \qquad (3')$$

но здесь C – теплоемкость единицы объема газа, l – средняя длина свободного пробега частицы газа, а $\overline{v} \approx \sqrt{kT/m}$ – средняя скорость хаотического движения частиц, где m – масса отдельной частицы.

Чтобы несколько перебить тяжеловесное изложение простого вопроса, скажем: специфически газовый механизм переноса тепла – попросту перемешивание, что особенно очевидно, если упорядоченное (нетепловое) движение газа циклично.

Теперь, наверное, ясно, почему мы исключили металлы, описывая теплопроводность твердых тел: в металлах есть свободные электроны (*газ* электронов). Электроны не просто принимают участие в теплопроводности. Их движение – *главный механизм теплопроводности металла*. Поэтому надо уточнить, как движутся, создавая поток тепла, электроны. Перенос тепла электронами называется теплопроводностью, если плотность тока в металле равна нулю, т.е. отсутствует упорядоченное движение электронов.

Перенос тепла электрическим током и возникновение тока (или разности потенциалов) под воздействием градиента температуры – все эти явления носят обобщающее название *термоэлектрических явлений*. Особенно большую роль они играют в полупроводниках, значительно более чувствительных к температуре, чем металлы.

* * *

Теперь можно пытаться отвечать на вопросы, привлекшие мое внимание и послужившие поводом к написанию статьи.

Начнем с наших ощущений.

Дотронувшись до горячего или холодного предмета, сев в ванну с горячей или теплой водой, окунувшись в море, мы довольно точно определяем температуру того, с чем соприкасается наше тело. На ветру мы часто ошибаемся: в холодный ветреный день воздух нам кажется более холодным, чем показывает термометр (это и учитывают синоптики). Что же мы чувствуем, если не температуру окружающей среды? Не вдаваясь в механизм ощущения (я в этом не разбираюсь), с большой долей уверенности можно сказать: мы ощущаем изменение теплоотвода или теплопритока по сравнению с обычным. Между прочим, при одной и той же достаточно высокой температуре (но не такой, чтобы обжечься, экспериментируя) металл кажется значительно горячее, чем, скажем, дерево. А холодный металл кажется холоднее дерева. Теплопроводность металла значительно больше теплопроводности дерева. А в воздухе...

Давайте сравним перенос тепла за счет ветра, т.е. за счет упорядоченного перемещения частиц газа, с настоящей теплопроводностью. Пусть скорость ветра есть $v_в$. Плотность потока тепла, переносимого ветром, по порядку величины равна $Wv_в$, где W – количество тепловой энергии в единице объема газа ($C = \Delta W/\Delta T$ – помните?). Сравнивая $Wv_в$ с плотностью потока тепла из выражений (2) и ($3'$), видим, что при равенстве плотностей потоков скорость ветра должна быть равной величине

$$v_T = \frac{C}{W} l\bar{v}\left|\frac{\Delta T}{\Delta x}\right|.$$

Оценка скорости изменения температуры проста: $\Delta T/\Delta x \approx \delta T/L$, где δT – разность температур на расстоянии L; $C/W \approx 1/T$ (см. определение теплоемкости). Итак,

$$v_T = \bar{v}\,\frac{l}{L}\,\frac{\delta T}{T}.$$

Большая это скорость или маленькая? Естественно посчитать ее для воздуха. Массы молекул N_2 и O_2 (основных составляющих воздуха) близки. Примем их равными $m \approx 6 \cdot 10^{-26}$ кг. Тогда

$$\bar{v} \approx \sqrt{\frac{kT}{m}} \approx 10\sqrt{T}\ (\text{м/с}).$$

Длина свободного пробега l частиц газа тем больше, чем меньше размер молекул газа и меньше число молекул в единице объема n. Нетрудно оценить:

$$\frac{1}{l} \approx na^2,$$

где a – размер молекулы (как правило, это несколько ангстрем, т.е. $\sim 10^{-10}$ м). В газе при нормальных условиях $n = p/(kT) \sim 10^{25}\ 1/\text{м}^3$. Отсюда $l \sim 10^{-5}$ м. Остается выбрать оценку для $\delta T/L$. Конечно, оценка существенно зависит от конкретных условий: в комнате перепад температуры в 1 °C бывает на расстоянии метров, а вокруг человеческого тела (с температурой ~ 37 °C) есть тонкий слой (~ 1 мм), в котором происходит изменение температуры иногда на десятки градусов.

При самых оптимистических оценках – при $\delta T \sim 1$ °C, $L \sim 3$ м – скорость переноса тепла по комнате составляет $v_T \sim 10^{-4}$ м/с. Реальные ветерки, которые дуют в комнате, если она не плотно закупорена, имеют значительно большую скорость, и, следовательно, главный механизм переноса тепла – движение воздуха. Это, пожалуй, было и так очевидно: кто не знает, что можно выстудить комнату, неплотно прикрыв форточку. А когда «работает» исключительно теплопроводность (потоков воздуха нет, форточка плотно закрыта), то в комнате при той же работе отопления очень тепло.

Итак, теплопроводность – медленный процесс, что и не удивительно: частицы движутся хаотически и лишь благодаря многократным случайным столкновениям из теплой области попадают в холодную. Не то что при направленном потоке частиц, когда они движутся как бы организованно. Конечно, в потоке они движутся хаотически, но в среднем – *все, как одна*, со скоростью, значительно, как правило, превышающей v_T.

Для теплообмена на поверхности тела человека, когда $\delta T \sim 10$ °C и $L \sim 1$ мм, для скорости переноса тепла получаем $v_T \sim 1$ м/с. Скорость небольшого ветра $v_{\text{в}} \approx 2-4$ м/с ненамного превышает скорость v_T. Так почему же на ветру нам становится заметно холоднее? Видимо, при анализе наших ощущений важную роль играют какие-то не учтенные нами факторы. Прежде всего, в ветреную погоду заметно возрастает интенсивность испарения влаги с поверхности тела, что, естественно, охлаждает кожу. Кроме того, ветер сдувает теплый слой воздуха, который в отсутствие ветра окружает кожу и заметно замедляет процесс теплообмена (за счет увеличения L).

* * *

Но поток сознания пока не позволяет перейти к «космической» теме. Вспомнилась одна из задач П.Л.Капицы, которую (как и многие другие) он предлагал поступающим в аспирантуру. Задача формулируется чуть игриво, но прелесть ее, конечно, в физике дела. Чтобы сформулировать задачу Капицы, вернемся к уравнениям, описывающим законы сохранения: тепла – уравнение (1), частиц – уравнение (1′). Последнее уравнение описывает движение растворенных в среде чужеродных частиц. Если никакие механические силы на частицы не действуют, то изменение числа частиц в элементе объема ΔV связано только с «желанием» однородно распределиться по телу. Поэтому

$$j_x = -D\frac{\Delta n}{\Delta x} \qquad (2')$$

(мы, как и раньше, считаем, что концентрация n зависит только от координаты x). Мы специально не присвоили этому уравнению новый номер, чтобы подчеркнуть его сходство с уравнением

(2) (аналогично сходству между уравнениями ($1'$) и (1)). Коэффициент пропорциональности D между $\Delta n/\Delta x$ и плотностью потока частиц j_x называется *коэффициентом диффузии*.

Уравнения ($1'$) и ($2'$) описывают диффузию – случайное блуждание растворенных в теле частиц, которое приводит к движению против градиента их плотности: частицы в среднем движутся туда, где их меньше. Если в теле есть нагретая область (в ней температура больше, чем во всем теле) или область с большой концентрацией растворенных частиц, то постепенно тепло (температура) и/или частицы будут распространяться по всему телу. Из-за того что это случайный процесс (каждое единичное перемещение происходит в случайном направлении на величину порядка l), диффузия, как и теплопроводность, медленный процесс. Особенно медленно диффузия происходит в твердом теле, где для перемещения из одной позиции в другую частица должна преодолеть потенциальный барьер.

Раз уравнения, описывающие теплопроводность и диффузию, одинаковы, то должны быть (и есть) общие черты у этих явлений. Например, оба эти явления обладают любопытным (и очень важным) свойством *подобия*, которое мы сформулируем на примере теплопроводности. Пусть разные части тела с характерным размером L находятся в начальный момент при различных температурах. Как оценить характерное время τ, за которое температуры практически выровняются (разность температур уменьшится в несколько раз)? Оказывается, это время зависит от L и от коэффициента температуропроводности $\chi = æ/C$:

$$\tau = \frac{L^2}{\chi}. \qquad (4)$$

Аналогично, для процесса диффузии

$$\tau = \frac{L^2}{D}. \qquad (4')$$

В самом деле, плотность потока оценивается как $q_x \sim æ\Delta T/L$, для градиента получаем оценку $\Delta q_x/\Delta x \sim q_x/L \sim æ\Delta T/L^2$, а скорость изменения температуры оцениваем как $\Delta T/\Delta t \sim \Delta T/\tau$. Из уравнения (1) получаем

$$C\frac{\Delta T}{\tau} \sim æ\frac{\Delta T}{L^2}, \text{ и } \tau \sim \frac{L^2}{\chi}.$$

Оказывается, если перейти к безразмерным координате и времени, сделав замену $t' = t/\tau$ и $x' = x/L$, то в уравнениях теплопроводности и диффузии исчезают коэффициенты χ и D (если τ и L связаны соотношениями (4) или ($4'$)), и эти уравнения приобретают абсолютно одинаковый вид! При этом если увеличить в b раз пространственный масштаб, то временной масштаб надо увеличить в b^2 раз – в этом и заключается подобие.

* * *

Теперь – задача Капицы. За столом достаточно большого кабинета сидит профессор. Дверь открыта. В дверь заходит студентка для сдачи экзамена. Стоящий рядом с ней непременно уловил бы запах духов, которыми она пользуется. Увидев, что профессор что-то читает, студентка смущенно останавливается и стоит в ожидании того, что профессор поднимет голову и пригласит ее к столу. Спрашивается, через какое время профессор поднимет голову, почувствовав запах духов? Вот и все.

П.Л.Капица, давая задачи, разрешал пользоваться чем угодно: в распоряжении экзаменующегося была библиотека Института физических проблем. Даже советоваться можно было с кем угодно, кроме своего будущего руководителя (по-видимому, П.Л. считал, что будущий аспирант должен показать умение получать информацию, находить ее, а у своего руководителя получить консультацию легче легкого).

Эта задача – с подвохом. Многим кажется, что речь идет о диффузии. И сдающий экзамен пытался разыскать значение коэффициента диффузии в воздухе тяжелых молекул (именно они ответственны за аромат). В действительности, время, которое нужно тяжелым молекулам, чтобы обнаружить себя около профессора, определяется движением воздуха в кабинете – *конвективными потоками.* И правильное решение задачи начинается с выяснения условий в кабинете: открыты ли окна – если дело происходит летом, включены ли батареи – если зимой. Иными словами, надо выяснить, какова причина движения воздуха, оценить скорость движения, а время уже определяется тривиально: зная эту скорость и расстояние от стола до двери.

Думаю, что сказанное раньше (правда, о переносе тепла, а не о диффузии) объясняет, почему нужно в этом случае решать задачу не о диффузии, а о движении воздуха (на ученом языке – задачу газодинамики): диффузия тоже медленный процесс – как и теплопроводность.

* * *

Теперь, похоже, можно переходить к нагретой пластине в космосе. Итак, в космическом пространстве, вне воздействия источников тепла (Солнца, например) оказалась пластина, нагретая до температуры T_0. Как будет происходить ее охлаждение?

Первое, что заставляет задуматься, это отсутствие передающей среды вокруг пластины, т.е. среды, которая могла бы унести тепло от пластины. То, что мы обсуждали раньше, сводилось к растеканию тепла, т.е. к вовлечению в тепловое движение «новых» участков тела (твердого, жидкого или газообразного). Но ведь теперь вокруг пластины нет ничего. О каком тепле можно говорить? Вопрос правильный, и ответ на него есть: *охлаждение нагретой пластины происходит за счет излучения ею электромагнитных волн.*

Откуда электромагнитные волны? Ведь нет, вроде, никакого источника электромагнитного поля. Последнее – неверно. Атомы и молекулы состоят из заряженных частиц. Возбуждаясь за счет теплового движения, они имеют возможность, переходя в более низкое энергетическое состояние, испустить фотоны – излучить электромагнитные волны. При любой температуре в теле есть фотоны. Их вклад в тепловую энергию тела (в тепло) пренебрежимо мал по сравнению с вкладом, например, фононов; настолько мал, что не следует его учитывать при вычислении теплоемкости тела. Но только фотоны могут унести энергию тела, если оно находится в пустоте. Именно излучение фотонов определяет здесь поток тепла. Количество излученного из тела тепла очень резко зависит от температуры: $q_x = \sigma T^4$, где σ – постоянная Стефана – Больцмана, коэффициент, носящий имя двух физиков, сформулировавших закон излучения (Йозеф Стефан, 1835–1893; Людвиг Больцман, 1844–1906; первый – экспериментатор, второй – теоретик). Ее значение порядка $6 \cdot 10^{-8}$ Вт$/\left(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4\right)$. Смысл этой величины выяснил Макс Планк (ему принадлежит введение постоянной $\hbar = 1{,}1 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с, знаменующее начало квантовой революции). Согласно Планку,

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2\left(2\pi\hbar\right)^3},$$

где c – скорость света.[3] Конечно, раздумывая об остывающей пластине, я знал формулу Планка. Одно из обстоятельств,

---

[3] Строго говоря, коэффициент σ описывает излучение абсолютно черного тела, хорошей моделью которого является небольшое отверстие, связывающее полость в теле с внешним миром. Отверстие все поглощает, ничего не отражая. Это – определяющее свойство абсолютно черного тела. Для реальных тел в коэффициент σ надо ввести множитель, который называют коэффициентом серости. При уровне точности наших оценок его можно не учитывать. В наше время термин «коэффициент серости» часто использовался для шуток, не всегда безобидных.

которое привело меня, в конечном итоге, к желанию написать эту статью, – «пересечение» квантового и классического подходов. Уравнение теплопроводности может быть выведено без привлечения квантовой механики и в него входят величины, имеющие прозрачный классический (неквантовый) смысл, а граничное условие – в случае остывания в пустоте – нельзя сформулировать, не привлекая квантовой механики. Обратите внимание: если устремить постоянную Планка $\hbar$ к нулю (так обычно совершают переход от квантовых формул к классическим), то постоянная Стефана – Больцмана обратится в бесконечность. Мне показалось интересным рассказать, как переплетаются классические и квантовые формулы.

* * *

Даже если пластину заменить бесконечно протяженным слоем толщиной $2d$, точно решить задачу непросто. Но многое можно выяснить рассуждая, а не решая.

Начнем с очень тонкой пластины, такой тонкой, что можно считать температуру в слое не зависящей от координаты x. Охлаждение пластины происходит, как мы сказали, из-за излучения. Тогда

$$Cd\,\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\sigma T^4, \text{ причем при } t = 0 \quad T = T_0 .$$

Нетрудно убедиться (тому, кто умеет интегрировать и дифференцировать), что решение этого уравнения таково:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt[3]{1 + t/t_0}}, \text{ где } t_0 = \frac{Cd}{3\sigma T_0^3} .$$

Согласно последней формуле, пластина будет остывать бесконечно долго: только при $t \to \infty$ температура T обратится в ноль. Но, наверное, никто не удивится, если за время охлаждения $t_{\text{охл}}$ принять величину t_0. Так как известен весь режим охлаждения, то можно уточнить время охлаждения, задав вопрос, например, так: за какое время температура пластины изменится вдвое? По формуле имеем

$$t_{\text{охл}} = 7t_0$$

($t_{\text{охл}}$ в семь раз больше, чем t_0 (!) – надо быть осторожным, делая оценки).

В толстой пластине охлаждение ограничено не столько излучением, сколько теплопроводностью: тепло должно «добраться» до границы, чтобы излучиться. Поэтому $t_{\text{охл}} \sim Cd^2/æ$ (см. формулу (4)).

Конечно, необходимо уточнить слова «тонкая» и «толстая» пластинка (физика требует более строгого словоупотребления, чем обычная бытовая речь). Грубую оценку характерной величины $d_{\text{хар}}$, с которой надо сравнивать толщину пластины d, можно сделать, приравняв $t_{\text{охл}}$ в двух предельных случаях:

$$d_{\text{хар}} \sim \frac{æ}{\sigma T_0^3}$$

Таким образом,

$$t_{\text{охл}} \sim \begin{cases} \dfrac{Cd}{3\sigma T_0^3}, & \text{если} \quad d \ll d_{\text{хар}}, \\ \dfrac{Cd^2}{æ}, & \text{если} \quad d \gg d_{\text{хар}}. \end{cases}$$

Как мы видели, коэффициент теплопроводности æ содержит множителем длину пробега фононов l, т.е.

$$d_{\text{хар}} \sim lA\ ,$$

где A – безразмерный множитель, равный $C\bar{u}\big/\left(\sigma T_0^3\right)$. Нетрудно убедиться, что A всегда значительно превосходит единицу, поэтому характерная толщина пластины $d_{\text{хар}}$ во много раз превышает длину пробега l. Это – довольно важное замечание, так как надо было убедиться в том, что мы не вышли за пределы макроскопической физики.

Если бы мы решали прикладную задачу, то все величины, которыми оперировали, мы взяли бы из справочника для того материала, из которого сделана пластина (скажем, деталь телескопа «Хаббл») и, точно решив уравнение теплопроводности, нашли бы температурный режим изделия. Скорее всего, пришлось бы учесть освещение пластины лучами Солнца, падение на пластину микрочастиц (при столкновении выделяется тепло) и т.п. Такие расчеты не входят в нашу задачу. Отметим только, что множитель A при $T_0 \to 0$ не стремится к бесконечности. Дело в том, что при низких температурах теплоемкость C пропорциональна T_0^3 и температура вовсе выпадает из ответа.

* * *

Если у читателя эта статья пробудит или укрепит интерес к физике, объясняющей бесконечное число явлений, с которыми нас сталкивает жизнь, автор будет вполне удовлетворен.

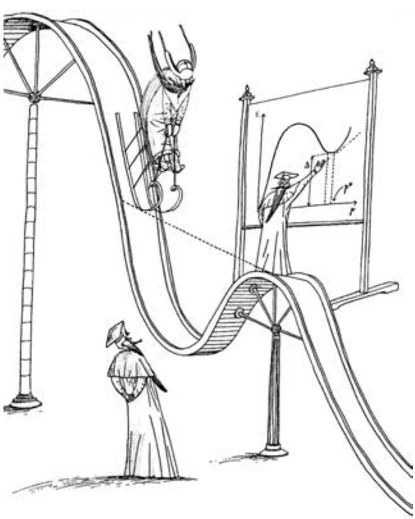
ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ПОМОГАЮТ ПОНЯТЬ ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

Посвящается 90-летию известнейшего физика-теоретика нашего столетия Льва Давидовича Ландау.

Наверное, у многих читателей существование законов сохранения вызывает некий почтительный трепет: нечто запрещено. Не то чтобы кто-то не разрешил, а в действительности *не может быть, не происходит*.

Когда я решил написать эту статью, первое, что пришло в голову, даже перед мысленным взором возник некий рисунок (наверное, из школьного учебника физики) – это горка с санками, готовыми спуститься. Санки при спуске должны преодолеть подъем (рис.1). И мысль: санки надо поставить несколько выше – надо, чтобы хватило энергии преодолеть подъем. И необходимо учесть энергию, которая из-за трения превратится в тепло – потеряется... Вспомнились и какие-то иные случаи, когда анализ законов сохранения приводит к менее тривиальным выводам.

Неожиданно выплыл из памяти рассказ знакомого физика. Его пригласили на пост заведующего теоретическим отделом некоего НИИ, имевшего отношение к военному ведомству. Что удивило: обещали высокую зарплату, свободный режим ему самому и его сотрудникам и при этом требовали только одного – посещения заседаний технического совета. Мой знакомый не выдержал и спросил: «Зачем я вам нужен?» Последовал неожиданный ответ: «Нам необходим человек, который знает законы сохранения»...



В этой статье будет приведено несколько примеров – следствий из законов сохранения энергии и импульса. Большинство явлений, о которых пойдет речь, относятся к физике конденсированного состояния вещества (к макрофизике). Некоторые из них имеют непосредственное отношение к работам Л.Д.Ландау, которому в 1962 году была присуждена Нобелевская премия по физике «за пионерские исследования по теории конденсированных сред, особенно жидкого гелия».

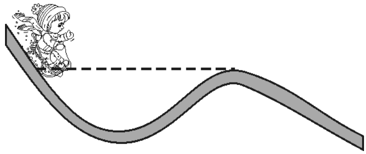


Рис.1. Санки не достигнут вершины холма, если их начальная скорость равна нулю

Начнем мы, правда, издалека – с задачи об упругом столкновении частиц.

Столкновение двух частиц разных масс

Слово «частица» не должно настораживать, вызывая ассоциации с протонами, нейтронами, мезонами и многими другими представителями того, что по традиции принято называть миром элементарных частиц (хотя эпитет «элементарный», похоже, весьма устарел). В нашем контексте частица – шарик, который может только перемещаться. Например, в нем не могут возбуждаться звуковые колебания.[1]

По-моему, столкновение двух шаров изучают в школе. Не будем рассматривать разные случаи, а ограничимся простейшим: частица массой M покоится, а на нее со скоростью $\vec{v}_0$ налетает частица массой m. Что произойдет в результате столкновения, если столкновение лобовое? Ясно, что после удара обе частицы движутся вдоль оси x (рис.2), а о том, что скорости и импульсы – векторы, можно не думать. Обозначим величины, относящиеся к частице с массой m после столкновения малыми буквами: v – скорость, $p = mv$ – импульс, а к частице с массой M – большими: V – скорость, P – импульс. Запишем законы сохранения импульса:

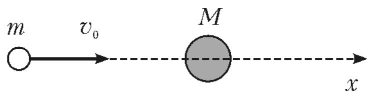


Рис.2. Лобовое столкновение частиц

$$mv_0 = mv + MV \tag{1}$$

и энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2}\,. \tag{2}$$

Решив систему уравнений относительно скоростей v и V, мы *все*

[1] См. статью «Вокруг шарика». (*Прим. ред.*)

будем знать о движении частиц после столкновения.[2] Выражения для v и V очень просты и наглядны:

$$v = v_0 - \frac{2Mv_0}{m+M}, \quad V = \frac{2mv_0}{m+M}. \qquad (3)$$

При $M = m$ налетающая частица весь свой импульс передает стоящей частице и останавливается, а стоявшая летит со скоростью v_0 ($V = v_0$, $v = 0$).

Чтобы эта задача не осталась лишь примером из школьной физики, придадим полученным формулам несколько другой вид. Если $\varepsilon_0 = \frac{mv_0^2}{2}$ и $\varepsilon = \frac{mv^2}{2}$ – энергии частицы с массой m до и после столкновения, а $p_0 = mv_0$ и $p = mv$ – ее импульсы, то

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_0} &= \frac{4M/m}{(1+M/m)^2}, \text{ где } \Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0, \\ \frac{\Delta p}{p_0} &= -\frac{2M/m}{1+M/m}, \text{ где } \Delta p = p - p_0. \end{aligned} \qquad (4)$$

Пусть масса M покоящейся до столкновения частицы значительно превосходит массу m налетающей на нее частицы ($M \gg m$). Тогда

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_0} \approx 4\frac{m}{M} \ll 1, \quad \frac{\Delta p}{p_0} \approx -2. \qquad (5)$$

Словами: легкая частица при столкновении с тяжелой, существенно изменяя свой импульс, почти не изменяет энергии. На научном жаргоне: столкновение легкой частицы с тяжелой *квазиупруго* (почти упруго; упругое столкновение – столкновение без передачи энергии, как при $M \to \infty$).

Теперь можно рассмотреть интересную, на мой взгляд, задачу из макрофизики. Представим себе ящик, наполненный газом тяжелых частиц (с массой M). Они, конечно, движутся, как им положено: если температура газа T, то средняя величина скорости частиц равна $V_T = \sqrt{\frac{2k_Б T}{M}}$, где $k_Б$ – постоянная Больцмана (скорость тем меньше, чем тяжелей частицы). В этот ящик «впрыскиваются» струи газа легких частиц (с массой $m \ll M$), причем энергия движения частиц в струях в расчете на одну частицу ε больше энергии теплового движения тяжелых частиц $k_Б T$. (Здесь ε – не энергия теплового движения: все частицы,

[2] Тривиальное решение $v = v_0$, $V = 0$ опустим. Оно означает, что столкновение не состоялось.

возможно, имеют одну и ту же скорость v_0, а $\varepsilon = \frac{mv_0^2}{2}$.) «Впрыснули» газовые струи и закрыли ящик. Цель: изучить, что будет происходить дальше.

Чтобы было проще рассуждать, будем считать, что содержимое ящика полностью отгорожено от внешнего мира, а число «впрыснутых» легких частиц равно числу тяжелых. На это условие обратите особое внимание, читая последние абзацы этого раздела.

Легкие частицы сталкиваются с тяжелыми и друг с другом. При столкновении друг с другом они обмениваются энергиями и импульсами. Если бы тяжелых частиц не было вовсе, в газе легких частиц установилось бы равновесное распределение, причем температура газа соответствовала бы энергии движения частиц в струях. Если полный суммарный импульс частиц во всех струях не был равен нулю при «впрыскивании», то он обратится в ноль за счет столкновений (в том числе и со стенками). Время, которое пройдет после впрыскивания до установления равновесия, называется *временем релаксации*. Обозначим его буквой τ.

Что будет происходить, если в ящике есть тяжелые частицы? Сталкиваясь с ними, легкие частицы будут существенно изменять свой импульс. Тяжелые частицы при этом почти ничего не «почувствуют» – их скорость после столкновения практически не изменится (см. формулы (3)). Однако легким частицам для потери полного импульса уже нет необходимости долетать до стенок. Даже если ящик бесконечно большой, постепенно движение струй прекратится, и легкие частицы будут двигаться беспорядочно. Это означает, что суммарный импульс газа легких частиц обратился в ноль. Время, которое для этого необходимо, называется *временем релаксации импульса*. Обозначим его так: τ_p.

Столкновения с тяжелыми частицами, как мы знаем, почти не изменяют энергии легких частиц, т.е. они почти не передают свою энергию тяжелым частицам. Поэтому процесс релаксации в газе легких частиц будет идти так. Быстро, за время τ_p, обратится в ноль суммарный импульс легких частиц. Быстро в газе легких частиц установится равновесное распределение по энергиям (за счет столкновений легких частиц друг с другом), время этого процесса назовем $\tau_{\text{вн}}$.[3] Иными словами, за время

[3] Индекс «вн» – сокращение слова «внутреннее».

$\tau_{вн}$ в газе легких частиц установится температура $T_л$, соответствующая энергии легких частиц в струях. По нашему предположению $T_л > T$, где T – температура тяжелых частиц. Потом медленно, за счет квазиупругих столкновений между легкими и тяжелыми частицами, будет идти процесс выравнивания температур в смеси двух газов. В конце концов установится единая температура. На это понадобится время τ_ε, значительно превосходящее τ_p и $\tau_{вн}$. Оно называется *временем энергетической релаксации*.

Перечитайте написанное и вы убедитесь, что описанный «сценарий» релаксации смеси газов основан на формулах (5) – следствиях законов сохранения при $M \gg m$. Но при чем здесь твердое тело, если речь шла о газах?

Пусть легкие частицы – это электроны, а тяжелые – примеси в полупроводнике. Ясно, что рассеяние электронов на примесях, которые в тысячи раз тяжелее электронов, происходит *почти упруго*, и релаксация в полупроводниках происходит приблизительно так, как мы описали выше.

В физике полупроводников существует целый раздел, носящий название *горячие электроны*. Горячие они потому, что их температуры выше, чем температура ионов кристаллической решетки. Теперь мы знаем, почему это возможно. Понимание свойств горячих электронов важно при практическом использовании полупроводников, а также при решении задач физики полупроводников – активно развивающейся области физики твердого тела.

И в физике плазмы, ведь плазма это смесь электронов и ионов, понимание почти упругого характера столкновений электронов с ионами тоже необходимо.

Так решение простой школьной задачи о столкновении двух шариков разных масс оказывается полезным в самых различных областях физики. Заметим (трудно удержаться): плазма – самое распространенное состояние вещества во Вселенной.

Частицы-волны, волны-частицы

В классической (доквантовой) физике описание почти любого явления требовало выбора «исполнителя»: либо частица, либо волна. Оказалось, понятия «частица» и «волна» не исключают друг друга. Микрочастицы иногда ведут себя как волны, а волны обладают свойствами частиц. Совокупность свойств, из которых одни надо описывать с помощью корпускул, а другие – с помощью волн, получили название корпускулярно-волнового дуализма. «Переводом» с корпускулярного языка на волновой служат соотношения де Бройля

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad \varepsilon = \hbar\omega. \tag{6}$$

Здесь $\vec{p}$ и ε – импульс и энергия – характеристики движения частицы; $\vec{k}$ и ω – волновой вектор [4] и частота – характеристики волны; $\hbar$ – знаменитая постоянная Планка ($\hbar \approx 10^{-34}$ Дж · с).

Соотношения де Бройля (6) могут служить и для «перевода» с волнового языка на корпускулярный: для этого их надо прочесть справа налево. Каждой волне можно поставить в соответствие частицу. Часто при этом говорят не «частицу», а *квазичастицу* (почти, не совсем частицу), тем самым подчеркивая, что все же это не настоящая частица, а квант – порция энергии волны, равная $\hbar\omega$. Квант электромагнитной (световой) энергии – квазичастица *фотон*, квант звуковой энергии – *фонон*.

Введя квазичастицы, легко пользоваться законами сохранения энергии и импульса не только при столкновениях частиц, но и в том случае, когда в «реакции» принимают участие волны. Простейший пример – фотоэффект. Световая волна, падающая на поверхность металла, выбивает из него электроны. Рисунок 3 показывает, как это происходит: поглотив фотон, электрон преодолевает потенциальный барьер, который держит его внутри металла. Закон сохранения энергии в этом случае особенно прост:

$$\varepsilon = \hbar\omega - A. \tag{7}$$

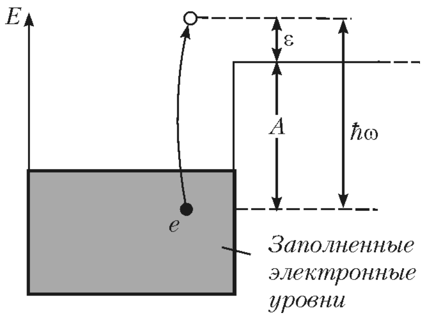


Рис.3. Поглотив фотон с энергией $\hbar\omega$, электрон покидает металл; A – работа выхода, т.е. наименьшая энергия, которую надо затратить, чтобы «вытащить» электрон из металла

Он утверждает, что энергия электрона линейно зависит от частоты. Уравнение (7) называют соотношением Эйнштейна. Эйнштейн первым применил понятие фотона (кванта света) к фотоэффекту и тем объяснил экспериментальные факты, в корне противоречившие классической физике. Импульс фотона в этом случае можно не учитывать, так как он очень мал ($\hbar k = \hbar\omega/c$, где

---

[4] Волновой вектор равен по модулю $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, где λ – длина волны, а направлен по направлению распространения волны.

c – скорость света) и воспринимается всем металлическим образцом, а не одним электроном.

Сейчас, когда квантово-механические представления прочно вошли не только в сознание профессионалов, но и всех, интересующихся физикой, трудно себе представить значение работы Эйнштейна по теории фотоэффекта. Для нас главное, что составило славу Эйнштейна, – это создание им теории относительности, изменившей наши представления о пространстве и времени. Наверное, для многих будет неожиданностью узнать, что Нобелевскую премию Эйнштейн получил «за важные физико-математические исследования, особенно за открытие законов фотоэлектрического эффекта». Это произошло в 1921 году, когда и специальная, и общая теория относительности были уже сравнительно давно построены.

Эффект Комптона

Явление рассеяния электромагнитных волн электронами с изменением длины волны названо в честь открывшего это явление американского ученого А.Комптона (Нобелевская премия 1927 г.).

Согласно волновым представлениям, электромагнитная волна, частота которой ω, заставляет электрон колебаться с той же частотой. Колеблясь, электрон излучает, естественно, электромагнитные волны той частоты, с которой он колеблется. Это и есть рассеянная волна. Тем самым, частота рассеянной волны совпадает с частотой падающей на электрон волны.

Однако, если рассмотреть рассеяние как столкновение фотона с электроном и учесть, что фотон обладает энергией $\hbar\omega$ и импульсом $\hbar\omega/c$ (см. формулы (6)), то из законов сохранения немедленно следует, что частота фотона должна при рассеянии уменьшаться (а длина волны увеличиваться). Действительно, поскольку электрон приходит в движение, его энергия увеличивается, а энергия фотона должна уменьшиться (на величину приобретенной электроном кинетической энергии). Записав законы сохранения энергии и импульса, можно получить

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_e c}(1 - \cos\theta), \qquad (8)$$

где λ и λ' – длины волн света до и после рассеяния, m_e – масса электрона, а θ – угол рассеяния.

Величину $2\pi\hbar/(m_e c)$ называют комптоновской длиной волны электрона. Она равна $2,4 \cdot 10^{-12}$ м. Это очень маленькая величина. Ясно, что относительное изменение волны $\Delta\lambda/\lambda$ заметно только в случае очень коротких волн. Поэтому Комптон-эффект фактически наблюдается при рассеянии рентгеновского и γ-излучений. Вывод формулы (8) – простое упражнение. Удобно считать, что электрон, с которым сталкивается фотон, покоится. Однако, учитывая, что энергичный фотон может заставить электрон двигаться достаточно быстро, надо использовать релятивистскую связь между энергией и импульсом электрона ($\varepsilon = \sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2}$).

Мы настойчиво рекомендуем вывести формулу (8). Согласие экспериментально наблюденных фактов именно с этой формулой было первым непосредственным доказательством корпускулярных свойств электромагнитных волн, возможности введения «настоящей» частицы – *фотона* с полагающимися частице энергией и импульсом (1922 г.). Ваших знаний уже достаточно, чтобы вывести такую важную формулу!

Частицы излучают волны

До сих пор, говоря о столкновениях, мы рассматривали *истинное* столкновение: до события и после события существуют две частицы. Ни тип частиц, ни их число не менялись. Но в физике термином «столкновение» часто пользуются весьма свободно. Например, на атом налетает фотон (фотон сталкивается с атомом). В результате *столкновения* фотон вовсе исчезает, а атом переходит в возбужденное состояние. Или сталкиваются ион и электрон. Результат столкновения – появление нейтрального атома. Примеры легко умножить.

А может ли элементарная частица (в данном случае это – бесструктурная частица, она может только перемещаться в пространстве), столкнувшись с фотоном или какой-нибудь другой квазичастицей, «проглотить» ее? Или: может ли элементарная частица «родить» какую-либо из квазичастиц? Этот вопрос можно задать на «волновом языке»: может ли частица, двигающаяся с постоянной скоростью, излучить волну (при такой формулировке не обязательно использовать термин «столкновение»)?

Одно общее замечание. Элементарные процессы обратимы. Что это означает? В данном случае следующее: если частица может «проглотить» квазичастицу, то может ее и «родить». Достаточно исследовать один из процессов: либо рождение квазичастицы (излучение волны), либо поглощение квазичастицы. Остановимся на рождении (излучении).

Думаю, ни у кого не вызовут сомнений уравнения, которые будут сейчас предъявлены:

$$\vec{p} = \vec{p}\,' + \hbar\vec{k}\,, \ \ \varepsilon(\vec{p}) = \varepsilon(\vec{p}\,') + \hbar\omega\left(\vec{k}\right). \qquad (9)$$

На всякий случай, все же скажем словами: частица, импульс которой $\vec{p}$, а энергия $\varepsilon = \varepsilon(\vec{p})$, рождает квазичастицу – излучает волну с волновым вектором $\vec{k}$ и частотой ω (ω – функция $\vec{k}$). Это событие может произойти, если законы сохранения (уравнения (9)) выполняются. Их мы и должны проанализировать.

Конечно, для того чтобы иметь возможность проанализировать уравнения (9), необходимо знать зависимости входящих в них функций от их аргументов. Много интересного и важного можно обнаружить, не выходя за пределы простых соотношений

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m}\,, \ \ \omega = uk\,. \qquad (10)$$

Вы, надеюсь, понимаете, что первое равенство тождественно более привычному $\varepsilon = \dfrac{mv^2}{2}$ (см. (2)), так как $\vec{p} = m\vec{v}$ (m – масса излучающей частицы). Второе равенство может относиться и к фотону (тогда u – скорость света), и к фонону (тогда u – скорость звука).

Итак, импульс частицы после излучения $\vec{p}\,'$ можно вовсе исключить:

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{\left(\vec{p} - \hbar\vec{k}\right)^2}{2m} + \hbar\omega\left(\vec{k}\right).$$

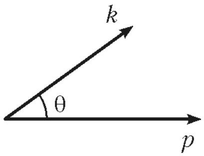


Рис.4. Направление полета квазичастицы (угол θ) отсчитывается от импульса частицы $\vec{p}$

Отсюда, учитывая, что скалярное произведение двух векторов $\vec{p}$ и $\vec{k}$ есть $\vec{p}\vec{k} = pk\cos\theta$, где θ – угол между этими векторами (рис.4), имеем

$$\frac{\hbar pk\cos\theta}{m} = \hbar\omega(k) + \frac{\hbar^2k^2}{2m}\,,$$

или

$$vk\cos\theta = \omega(k) + \frac{\hbar k^2}{2m}\,.$$

Условие излучения сводится к утверждению, что $\cos\theta$ не должен по модулю превышать единицу, т.е.

$$\boxed{-1 \le \cos\theta = \frac{\omega(k)}{kv} + \frac{\hbar k}{2mv} \le 1\,.} \qquad (11)$$

Условие (11) мы взяли в рамку неспроста. Обсуждение его – главное содержание оставшейся части статьи.

Классический предел. Излучение Вавилова–Черенкова

Условие (11) допускает переход к классической физике (пренебрежение квантовыми эффектами): для этого просто(!) надо положить $\hbar = 0$. Конечно, потом надо убедиться, что делать это дозволено (см. ниже). Тогда условие излучения выглядит совсем просто:

$$v > \frac{\omega}{k} = v_{\text{ф}} . \qquad (12)$$

Здесь $v_{\text{ф}}$ – фазовая скорость волны. Частица способна излучить волну, если ее скорость превышает фазовую скорость этой волны.

В 1934 году аспирант С.И.Вавилова П.А.Черенков обнаружил необычное излучение. Оказалось, электроны, летящие через вещество со сверхсветовой скоростью, излучают свет. Теорию этого излучения, получившего название черенковского, построили И.Е.Тамм и И.М.Франк в 1937 году (Нобелевская премия 1958 г. «за открытие и объяснение эффекта Вавилова–Черенкова» присуждена Тамму, Франку и Черенкову).

Как известно, скорость света в пустоте c – предельная скорость движения материальных тел, здесь частицы не могут лететь со скоростью, большей c. Со *сверхсветовой* скоростью они могут лететь лишь в *среде*, где скорость света u меньше скорости света в пустоте.

Проверим, можно ли было пренебречь вторым слагаемым в правой части условия (11). Считаем: $v \approx c$, $m = m_e$ – масса электрона, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ (здесь λ – длина волны излученного света); для отброшенного члена получаем $\dfrac{\hbar}{m_e c\lambda}$, т.е. отброшенное слагаемое есть отношение комптоновской длины волны к длине волны света. Но, как мы уже знаем, это отношение очень мало для видимого света. Пренебрежение оправдано.

Надо сказать, теория черенковского излучения строилась и обычно строится на основе классического (неквантового) рассмотрения. Вывод условия излучения (12) проще, если использовать квантовый подход.

Тяжелое тело, пуля, самолет, ракета не могут лететь со сверхсветовой скоростью (возможно, пока). А вот со сверхзвуковой *уже* могут. В условии (11) в случае макроскопического тела вторым слагаемым заведомо можно пренебречь: оно столь мало, что о нем попросту не стоит говорить. Мы приходим к естественному выводу: если тело летит со скоростью, превышающей скорость звука в воздухе, то оно излучает звуковые волны. О самолете в таких случаях говорят, что он преодолел звуковой барьер. Этот факт можно засвидетельствовать на земле: до земли доходит «пакет» волн, испущенных самолетом. Часто это приводит к тому, что в окнах домов дребезжат стекла, а иногда и выпадают.

Электроны металла – причина затухания звука

Возбудить звук в металле проще простого: например, можно стукнуть по его поверхности – побежит сгусток волн от поверхности в глубину. Если мы хотим возбудить звук определенной частоты, надо к поверхности металла приложить источник звука; обычно используют кварц, который колеблется под воздействием электромагнитных излучений.

Итак, по металлу бежит звуковая волна. Постепенно она затухает. То расстояние, на котором ее амплитуда уменьшится в e раз, называется *длиной затухания*. Ее можно измерить, что и делается с большой точностью в самых различных условиях: изменяют температуру металла, вносят металл в магнитное поле, заставляют перейти в сверхпроводящее состояние и т.д., и т.п. Зачем нужны подобные эксперименты? Затем, что длина затухания очень чувствительна к «устройству» металла. А знать, как «устроен» металл, важно. Думаю, этот тезис не вызовет возражений.

Звук в твердом теле – волна колебаний атомных частиц относительно их положений равновесия. В металле атомные частицы – ионы, окруженные «газом» электронов. Принимают ли участие электроны в звуковых колебаниях? Да. Ионы и электроны колеблются так, что равновесие между ними практически не нарушается: каждый элемент объема металла остается при этом нейтральным.

Акустические свойства электронных проводников – важная и интересная глава квантовой физики твердого тела. О ней хотелось бы рассказать подробно отдельно. Здесь мы ответим лишь на один вопрос: принимают электроны участие в поглощении звука металлом или нет? Ответ: принимают. И более того: при низких температурах и достаточно высокой частоте звука (когда он уже не звук, а ультразвук) электроны – главные поглотители звуковых волн. В данном случае лучше говорить – фононов.

Если условие (11) определяет возможность поглощения фонона электроном, то $\omega(k) = uk$, где u – скорость звука. Тогда условие (11) принимает вид

$$-1 \le \cos\theta = \frac{u}{v} + \frac{\hbar\omega}{2muv} \le 1\,, \qquad (13)$$

где v и m – скорость и масса электрона. Максимальная скорость электронов в металлах (так называемая фермиевская скорость) по «земным» масштабам велика[5]: $v \approx 10^6$ м/с, т.е. $u \ll v$. Это – важный факт. Запомним его. Теперь оценим квантовое слагаемое. Удобно его переписать так: $\frac{\hbar\omega}{2mu^2}\frac{u}{v}$. Скорость звука в металлах порядка $(2-5)\cdot 10^3$ м/с. Поэтому для частот $\omega < 10^{11}$ с$^{-1}$ квантовый член мал по сравнению с отношением u/v. Значит, для обычного звука и даже ультразвука квантовое слагаемое (опять!) очень мало. А так как скорость электрона значительно превышает скорость звука, то электрон «легко» поглощает фонон. Следовательно, изучая поглощение звука, мы можем узнать об электронах много интересного.

Затухание Ландау

Не нравится мне название этого раздела. Точнее, давно не нравится название явления, которое так названо. Особенно грустно оно звучало в те шесть лет после автомобильной катастрофы (1962 г.), в результате которой шесть лет затухала жизнь Ландау. Но ничего не попишешь. Язык (в данном случае – научная терминология) закрепил такое наименование.

Плазма уже упоминалась в статье. Плазма – нейтральная (в среднем) смесь заряженных частиц разных знаков. Например, положительных ионов и отрицательных электронов. Но нам придется познакомиться с еще одним термином: *бесстолкновительная* плазма. Этот термин не означает, что частицы плазмы никогда не сталкиваются. Бесстолкновительной плазму называют тогда, когда столкновения можно не учитывать. Например, если время между столкновениями значительно больше, чем период тех полей, поведение которых в плазме мы изучаем.

Для описания свойств бесстолкновительной плазмы были сформулированы в 1938 году специальные уравнения. Они получили имя своего создателя – их называют уравнениями Власова[6]. Хотя частицы (по предположению) не сталкиваются,

---

[5] См. статью «Как устроены металлы?» (*Прим. ред.*)

[6] А.А.Власов получил Ленинскую премию 1970 года за цикл работ по плазме.

нельзя считать, что они не взаимодействуют. Электромагнитное поле зависит от движения заряженных частиц, а само поле влияет на их движение: возникает своеобразная зависимость всех от всех – коллективное взаимодействие заряженных частиц между собой. Эти уравнения оказались важным помощником в огромном числе задач физики плазмы. С их помощью можно было бы рассчитывать многое: от электронных приборов, составным элементом которых служит электронно-ионный пучок, до свойств ионосферы или межгалактического газа. Но… обратите внимание на частицу «бы». Дело в том, что при получении решений возникала большая трудность. Оказалось: электромагнитные волны с волновым вектором $\vec{k}$ и частотой ω такими, что $\omega = \vec{k}\vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость какой-либо из частиц плазмы, описать невозможно, или, точнее, приходилось использовать искусственный, не оправданный физической природой математический прием (физики-теоретики этого очень не любят!).

Частицы в плазме, как в любом газе, движутся хаотически с самыми различными скоростями. Распределение по скоростям зависит от температуры: в частности, чем плазма горячей, тем средняя скорость частиц больше. В очень холодной плазме, описываемой квантовыми законами, скорости электронов ограничены фермиевской скоростью (см. предыдущий раздел). Отсюда ясно, что пользоваться уравнениями Власова, не внеся в них какую-то новую физическую идею, если не невозможно, то очень неудобно. Как только встречается волна, характеристики которой (ω и $\vec{k}$) удовлетворяют условию

$$\omega = \vec{k}\vec{v}, \tag{14}$$

амплитуду такой волны мы рассчитать не можем. Или, другими словами: мы не умеем рассчитывать такие волны, фазовая скорость которых меньше скорости какой-либо из частиц плазмы.

Новую физическую идею в физику плазмы внес Ландау в своей работе 1946 года. Ее, как большинство теорфизических работ, невозможно изложить, ограничиваясь теми скромными знаниями, которыми нам приходится довольствоваться. Но понять физическую природу происходящего в бесстолкновительной плазме можно.

Давайте проквантуем волну поля и посмотрим, может ли «фотон» поглотиться частицами плазмы. Для выяснения этого, как мы знаем, надо посмотреть, удовлетворяются ли законы сохранения энергии и импульса. Сведенные вместе, они запишутся так:

$$\varepsilon(\vec{p}) + \hbar\omega = \varepsilon\left(\vec{p} + \hbar\vec{k}\right).$$

При расчете электромагнитного поля надо учитывать взаимодействие с ним *всех* частиц. Это означает, что расчет предполагает суммирование по всем частицам (интегрирование по всем импульсам). Поэтому безразлично, возможности какой частицы рассматривать. Давайте займемся частицами, импульс которых равен $\vec{p}' = \vec{p} + \frac{\hbar\vec{k}}{2}$. Тогда уравнение, описывающее законы сохранения, оказывается симметричным:

$$\varepsilon\left(\vec{p} + \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) - \varepsilon\left(\vec{p} - \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) = \hbar\omega . \qquad (15)$$

Так как $\varepsilon = \frac{p^2}{2m}$, а $\frac{\vec{p}}{m} = \vec{v}$, то из (15) следует условие (14).

Итак, условие (14) – условие возможности поглощения «фотона».[7] Поглощение должно приводить к затуханию электромагнитной волны с параметрами, удовлетворяющими условию (14). Аппарат теоретической физики позволяет вычислить коэффициент затухания. Его и называют затуханием Ландау.

Во многих случаях затухание Ландау – важный механизм, ограничивающий амплитуду электромагнитного поля. Иногда учет его необходим для наведения порядка в теоретических уравнениях. И то и другое весьма важно.

Обратите внимание, что поглощение звука электронами металла, описанное в предыдущем разделе, по сути дела, проявление затухания Ландау при взаимодействии звуковой волны с электронами проводимости. Должен сказать, это не сразу было понято.

Критерий сверхтекучести

1998 год можно считать юбилейным не только потому, что отмечается девяностолетие Ландау. Шестьдесят лет назад Петр Леонидович Капица открыл сверхтекучесть – способность жидкого гелия при температурах ниже 2,19 К (гелий II) протекать без вязкости через тонкие капилляры. Обнаружение движения жидкости без трения, а также понимание того, что в гелии при низких температурах возможно два типа движения: обычное (нормальное, как говорят) и сверхтекучее, позволяет объяснять большое число удивительных свойств гелия («за

[7] Слово «фотон» взято в кавычки, так как речь идет не об электромагнитной волне в вакууме. Квазичастицу в плазме называют плазмоном.

открытия в области физики низких температур» П.Л.Капица удостоен Нобелевской премии 1978 г.).

В 1941 году Л.Д.Ландау построил теорию сверхтекучести. Одно из основных положений этой теории – *критерий сверхтекучести*, о котором мы постараемся рассказать, используя законы сохранения.

Задумаемся, что означает *течение без трения*? Это означает, что энергия упорядоченного движения жидкости не переходит в тепло, не рассеивается – значит, движение не тормозится, не затухает.

Тепловое движение – это беспорядочное движение атомов, молекул. В разных агрегатных состояниях атомные частицы движутся по-разному: в твердых телах колеблются вокруг своих положений равновесия, в газах движутся как свободные частицы, изредка сталкиваясь с себе подобным. В обычной жидкости тепловое движение частиц сложно: они и колеблются, и перемещаются в пространстве на большие расстояния. Но в гелии II, в гелии при температуре ниже 2,19 К, ситуация иная. Переход в сверхтекучее состояние означает возникновение своеобразного коллективного состояния всех атомов гелия. Атомы гелия в этом новом состоянии не могут двигаться независимо друг от друга. Единственное доступное им движение представляет собой звуковые волны. Звуковые волны, как мы знаем, можно проквантовать. Так вводятся фононы. Если нам известна зависимость частоты ω звуковой волны от волнового вектора $\vec{k}$, то, тем самым, известна зависимость энергии фонона ε от его импульса $\vec{p}$:

$$\varepsilon = \varepsilon(p)\,. \qquad (16)$$

Так как гелий изотропен, энергия не зависит от направления импульса, а зависит только от его величины.

Теперь тепловое движение в гелии при низкой температуре получает наглядное представление: при температуре $T \neq 0$ в массе гелия «растворен» газ фононов. Чем температура выше, тем фононов больше. Надеюсь, вы понимаете, что сказанное – удобный, наглядный образ. Не более того. Но и не менее, так как, используя это представление, можно вычислить зависимость различных характеристик гелия от температуры и выяснить, как зависит энергия фонона от импульса, т.е. построить функцию (16). Она показана на рисунке 5. Надо подчеркнуть, что зависимость ε от p при $p \to 0$ известна была априори: малый импульс соответствует малому волновому вектору k и, следовательно, большой длине волны λ ($k = 2\pi/\lambda$). Но при $\lambda \gg a$, где

a – межатомное расстояние, волна, о которой идет речь, – обычная звуковая волна. Скорость ее хорошо известна: $u \approx 240$ м/с, и

$$\varepsilon = up\,. \qquad (17)$$

При импульсах, близких к минимуму энергии,

$$\varepsilon \approx \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2m^*}, \quad p \approx p_0\,, \qquad (18)$$

где $p_0/\hbar = 1{,}9 \cdot 10^6$ м$^{-1}$, $\Delta = 8{,}7$ К, $m^* = 0{,}16 m_{\mathrm{He}}$ (m_{He} – масса атома гелия).

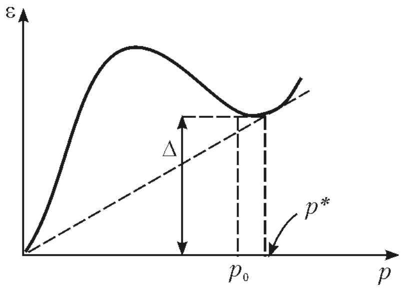


Рис.5. Зависимость энергии фонона в гелии II от импульса. В отмеченной точке (при $p = p^*$) прямая, проведенная из начала координат, касается кривой $\varepsilon = \varepsilon(p)$

Значения параметров p_0, Δ и m^* подобраны так, чтобы наилучшим образом описать температурные зависимости характеристик гелия II. Эти значения удалось подтвердить непосредственно проверкой, «построив» функцию (16). И в этом помогли законы сохранения. Исследовали неупругое рассеяние нейтронов гелием вблизи абсолютного нуля температуры (1961–1964 гг.). Неупругое рассеяние – это рассеяние, при котором нейтрон теряет (или приобретает) энергию. Остановимся на рассеянии с потерей энергии.

На что нейтрон расходует энергию, пролетая через гелий? На «рождение» фонона. Значит, согласно законам сохранения,

$$E\left(\vec{P}\right) = E\left(\vec{P}'\right) + \varepsilon(p)\,,\ \vec{P} = \vec{P}' + \vec{p}\,,$$

или

$$\varepsilon\left(\vec{P} - \vec{P}'\right) = E\left(\vec{P}\right) - E\left(\vec{P}'\right). \qquad (19)$$

Здесь $\vec{P}$ и $E\left(\vec{P}\right)$ – импульс и энергия нейтрона *до* рассеяния, $\vec{P}'$ и $E\left(\vec{P}'\right)$ – после. Так как $E\left(\vec{P}\right) = \dfrac{P^2}{2m_{\text{н}}}$, а $\vec{P} = m_{\text{н}}\vec{v}$ ($m_{\text{н}}$ – масса нейтрона), то, зная скорость рассеиваемых нейтронов и измерив скорость нейтрона, рассеянного под определенным углом θ, можно определить и величину $\left|\vec{P} - \vec{P}'\right| = \sqrt{P^2 + P'^2 - 2PP'\cos\theta}$, и разность энергий нейтронов, равную энергии фонона. Измерения с большой точностью подтвердили найденные значения.

Теперь есть возможность сформулировать критерий сверхтекучести. Мы покажем, что вид зависимости $\varepsilon = \varepsilon(p)$ (формула 16), изображенной на рисунке 5, свидетельствует: если скорость течения жидкого гелия меньше некоторого критического значения $v_{кр}$, то при взаимодействии со стенкой капилляра в жидкости не может «зародиться» фонон. А это означает, что энергия движения жидкости не может превратиться в тепловую энергию. Следовательно, при $v < v_{кр}$ жидкий гелий течет без трения – осуществляется сверхтекучесть.

Пусть по капилляру со скоростью $-v$ течет гелий при температуре $T < 2{,}19$ К. Перейдем в систему координат, в которой гелий покоится; капилляр движется относительно гелия со скоростью $\vec{v}$. Предположим, что *«родился» фонон* (мы найдем условие, когда такой процесс возможен). В этом случае должны быть выполнены законы сохранения

$$\frac{P^2}{2M} = \frac{P'^2}{2M} + \varepsilon(p), \quad \vec{P} = \vec{P}' + \vec{p}, \qquad (20)$$

где $\vec{P} = M\vec{v}$ – импульс капилляра, M – его масса, остальные обозначения прежние. Подставим вместо $\vec{P}'$ его значение, возведем в квадрат и получим

$$\vec{v}\vec{P} = \varepsilon(p). \qquad (21)$$

Мы отбросили квадратичный по p член. Он так мал, что его можно было бы не упоминать: ведь M – масса капилляра, а энергия $\varepsilon(p)$, с которой надо сравнить это слагаемое, – энергия *одного* фонона.

Равенство (21) может быть выполнено, если существует направление – угол θ, куда будет двигаться «родившийся» фонон:

$$\cos\theta = \frac{\varepsilon(p)}{pv}.$$

Следовательно, скорость v должна превосходить минимальное значение ε/p. Таким образом, фонон может «родиться», если

$$v > \min\frac{\varepsilon(p)}{p},$$

и не может «родиться», если

$$v < \min\frac{\varepsilon(p)}{p},$$

иными словами,

$$v_{кр} = \min\frac{\varepsilon(p)}{p}. \qquad (22)$$

Если $\min \frac{\varepsilon(p)}{p} = 0$, то никакой сверхтекучести нет: при любой скорости течения энергия течения превращается в тепловую. Если $v_{кр} \neq 0$, то при $v < v_{кр}$ жидкость течет без трения: энергия течения не может превратиться в тепло.

Нетрудно убедиться, что зависимость $\varepsilon = \varepsilon(p)$, изображенная на рисунке 5, приводит к $v_{кр} \neq 0$. Значение $v_{кр}$ легко найти графически: оно определяется тем значением $p = p^*$, при котором касательная к кривой $\varepsilon = \varepsilon(p)$, как показано на рисунке 5, есть прямая, вышедшая из начала координат (те, кто умеют дифференцировать, легко могут в этом убедиться).

Зависимость $\varepsilon = \varepsilon(p)$ называют спектром гелия. Критерий сверхтекучести Ландау утверждает, что жидкость может быть сверхтекучей, если ее спектр удовлетворяет условию $\min \frac{\varepsilon(p)}{p} \neq 0$. Этот критерий может быть применен не только к гелию. Например, он сыграл важную роль в понимании природы сверхпроводимости.

Надо признаться, что трудно достичь значения критической скорости, вычисленной по формуле (22), – ее значение порядка 60 м/с. Обычно сверхтекучее движение «срывается» из-за возникновения турбулентности – завихрений, которые сравнительно легко появляются в отсутствие вязкости. Но если бы $\min \frac{\varepsilon(p)}{p}$ был равен нулю, то ни при какой скорости невозможно было бы сверхтекучее течение.

Заключение

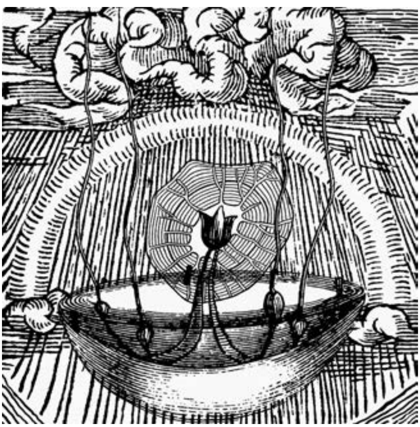
Среди подарков, врученных Л.Д.Ландау в день его пятидесятилетия в 1958 году, были «Скрижали»: две мраморные доски, на которых воспроизведены Заповеди Ландау – десять (как положено заповедям) классических формул, выведенных Ландау. Их от имени Института атомной энергии подарил юбиляру академик Исаак Константинович Кикоин. Среди Заповедей под номером 7 – знакомая нам кривая и формулы, ее описывающие.

СВЕРХ...

Я люблю читать словари и энциклопедии. Всегда найдешь много интересного, даже когда перелистываешь энциклопедическое издание, отвечающее твоей профессии.

Два года назад произошло важное событие в научной и культурной жизни России: выходом в свет пятого тома завершилось издание «Физической энциклопедии» (гл. ред. А.М.Прохоров, М.: Большая Российская энциклопедия). На издание всех пяти томов ушло более 10 лет: первый том вышел в 1988 году. Энциклопедические издания такой полноты (пять томов!) выходят редко, предыдущее было осуществлено более 20 лет назад. Похоже, последнее издание «Физической энциклопедии» – ФЭ – будет служить и тем из моих сегодняшних читателей, кто выберет своей профессией физику. Но и сейчас, уверен, вам будет интересно прочесть многие статьи из ФЭ. Правда, придется опускать подробности – их понимание требует значительно больших знаний, чем вы имеете сейчас.

Перелистывая 4-й том ФЭ, еще до того как у меня появился 5-й, я обратил внимание на то, какому большому числу физических терминов присвоен «титул» СВЕРХ. Мне захотелось на страницах журнала «Квант» поделиться своим наблюдением и, кроме того, рассказать, что «скрывается» за некоторыми из терминов. Я уже было взялся за дело, но увидел, что



в ряде случаев авторы статей отсылают меня к статьям, которые должны быть в 5-м томе (ничего не поделаешь, энциклопедии строятся строго по алфавитному принципу). Теперь 5-й том у меня есть, и я могу осуществить свое желание.

Итак, перечень слов, начинающихся слогом «сверх», открывает термин «сверхвысокие частоты» (т.4, с.421). Соответствующая статья занимает всего четыре строки. Приведем ее полностью:

«Сверхвысокие частоты (СВЧ) – область радиочастот от 300 МГц до 300 ГГц, охватывающая дециметровые волны, сантиметровые волны и миллиметровые волны (см. *Радиоволны*)».

Слово «*Радиоволны*» напечатано курсивом. Это означает, что в ФЭ есть статья с таким названием. Действительно, в этом же томе на странице 213 такая статья есть. Кроме исторической справки[1] , она содержит две таблицы, позволяющие ознакомиться с принятой терминологией, узнать, какие волны именуют длинными, какие средними, короткими и т.д.

Я насчитал 30 статей, название которых начинается со «сверх...» Относятся они к самым разным разделам физики. Однако если человека, интересующегося физикой, попросить назвать слова, начинающиеся со слога «сверх», почти наверняка он назовет сверхпроводимость и сверхтекучесть. И действительно, сверхпроводимости в ФЭ посвящено шесть статей, а сверхтекучести – три. Это неудивительно: сверхпроводимость и сверхтекучесть, пожалуй, наиболее интересные квантовые макроскопические явления.

После открытия сверхпроводников, сверхпроводимость в которых не исчезает при повышении температуры вплоть до $T \approx 100$ К (их называют высокотемпературными сверхпроводниками[2]), появилась надежда на техническое использование сверхпроводимости: в ФЭ есть статьи «Сверхпроводниковые приемники излучения» и «Сверхпроводящий магнит». Сверхпроводящие магниты стали широко распространенными источ-

---

[1] В исторической справке две фамилии: Г.Герц, в опытах которого впервые (1888) были получены электромагнитные волны с длиной волны λ в несколько десятков сантиметров, и А.С.Попов, который впервые (1895–99) применил электромагнитные колебания с $\lambda = 10^2 - 2 \cdot 10^4$ см для осуществления беспроволочной связи на расстоянии. Фамилии Маркони, в 1897 годи получившего патент на изобретение радио, в статье нет. Попов же свое открытие не патентовал.

[2] Статья о высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) названа в ФЭ так: «Оксидные высокотемпературные сверхпроводники». Название подчеркивает химический состав соединений, которые имеют аномально высокие критические температуры. Однако, скорее всего, такое название позволило включить в ФЭ необходимую статью уже после того, как вышел из печати 1-й том, куда она должна была попасть, если бы называлась ВТСП. Когда оксидные соединения «обнаружили» свои сверхпроводящие свойства (1986), подготовка к печати 1-го тома уже была закончена.

никами магнитного поля, во всяком случае – в физических лабораториях.

Статьи-спутники основной статьи «Сверхтекучесть», уверен, у многих (и не только у начинающих физиков) вызовут удивление. Одна называется « Сверхтекучая модель ядра», а другая – «Сверхтекучесть атомных ядер». Оказывается, в атомных ядрах средних и больших размеров «движение нейтронов и протонов … аналогично движению электронов в сверхпроводниках», а сверхпроводимость – это сверхтекучесть заряженной жидкости. Отсюда и название. По-моему, весьма любопытный факт: объяснение свойств субмикроскопических сгустков протонов и нейтронов требует привлечения представлений, используемых при изучении объектов макроскопической физики – металлов и жидкого гелия.

Многие статьи из рассматриваемого нами цикла посвящены радиофизике, в частности сверхнизкочастотным (или сверхдлинным) волнам, частоты которых от 3 до 30 кГц (длины волн от 10 до 100 км). В статье «Радиоволны» сказано, чт.е. также диапазон крайне низких частот (КНЧ) с частотами в тысячу раз меньше: от 3 до 30 Гц.

Статья «Сверхнизкочастотные радиоволны» привлекла мое внимание потому, что «распространение радиоволн сверхнизкочастотного (СНЧ) диапазона происходит в волноводном канале, ограниченном поверхностью Земли и нижней кромкой ионосферы, высота которой в зависимости от времени суток и геофизических условий изменяется от 60 до 90 км». Уверен, вы уже знаете о существовании ионосферы – слоя ионизованных газов в верхней части атмосферы. Во 2-м томе ФЭ есть большая статья «Ионосфера» и небольшая специальная статья «Ионосферный волновод», упомянутый выше. Из них можно почерпнуть много интересных сведений. И еще одну статью рекомендую посмотреть, если вас заинтересовала роль ионосферы в распространении радиоволн: «Сверхдальнее распространение радиоволн». Кстати, она тоже принадлежит к «сверх». Мне кажется, рекомендуемые статьи уже доступны вам. Правда, надо научиться читать подобные статьи: запоминать утверждения и факты и откладывать на будущее строгое их объяснение.

В большинстве статей термин «сверх» имеет смысл количественного сравнения: нечто большее чего- то обычного. Например, сверхизлучение, сверхинжекция, сверхлюминесценция и т.п. Пожалуй, только сверхтекучесть и сверхпроводимость обозначают качественно новые явления. Однако не надо забывать старую истину: количество переходит в качество. Характерные примеры: сверхзвуковое течение и сверхсветовая скорость.

Сверхзвуковому течению посвящена большая статья, что неудивительно, так как «с изучением сверхзвукового течения связан ряд важных практических проблем, возникающих при создании самолетов, ракет, снарядов со сверхзвуковой скоростью полета...». В процитированной статье много схем, позволяющих понять основные утверждения статьи и, например, усвоить, какова аэродинамически совершенная (т.е. создающая относительно малое сопротивление) форма тела при сверхзвуковой скорости его движения.

Увидев статью «Сверхсветовая скорость», я подумал, что она будет посвящена движению заряженной частицы со скоростью, превышающей скорость света в среде и равной c/n, где c – скорость света в вакууме, а n – показатель преломления среды, в широком диапазоне длин волн превышающий единицу. Как известно, такое движение сопровождается излучением света, называемым излучением Черенкова – Вавилова. В конце статьи «Сверхсветовая скорость» действительно есть ссылка на статью с названием «Черенкова– Вавилова излучение» (она опубликована в 5-м томе).

Начнем читать статью: «Сверхсветовая скорость – скорость, превышающая скорость света. Согласно *относительности теории* [3], передача любых сигналов и движение материальных тел не может происходить со скоростью, большей скорости света в вакууме c. Однако...» Разъяснению, почему могут существовать движения со скоростями, большими c, и каковы они, посвящена статья.

Вот простой пример (он взят из обсуждаемой статьи). С помощью вращающейся электронной пушки (т.е. источника электронов) можно заставить вращаться электронный луч. Если ось вращения окружить экраном, реагирующим на падающий на него электронный луч, то пятно (след луча) будет двигаться по экрану со скоростью $R\Omega$, где R – расстояние от электронной пушки до экрана, а Ω – угловая скорость вращения. Ничто не мешает пятну двигаться по экрану быстрее скорости света. Но при движении пятна по экрану не переносится ни информация о

---

[3] Напечатаны эти слова курсивом, значит, есть статья с таким названием. Именно «относительности теория», а не «теория относительности». Слова переставлены, чтобы не было слишком много статей, начинающихся словом «теория». Кроме того, хотя порядок слов менее привычен, но зато содержательное слово стоит на первом месте.

состоянии экрана, ни энергия вдоль экрана. Энергия и информация о состоянии электронной пушки переносится электронами вдоль пучка, и, естественно, скорость переноса (скорость электронов в пучке) не может превосходить скорость света в вакууме.

Пятна на экране могут быть источниками света. Это означает, что можно создать источники света, движущиеся со скоростью, большей скорости света в вакууме. Можно, конечно, обойтись без электронного пучка: расположить вдоль линии лампочки и договориться зажигать их последовательно в таком темпе, чтобы источник света (зажженная лампочка) перемещался по линии со скоростью, большей c. Интерференционная картина, возникающая при этом, очень интересна и тщательно исследована учеными.

Еще примеры движения со сверхсветовой скоростью.

Если стенки трубы не поглощают и не пропускают электромагнитные волны (например, сделаны из сверхпроводника), то такую трубу называют волноводом. Волновод – обязательный элемент СВЧ-приборов. С помощью волноводов можно электромагнитную энергию направлять куда нужно. Нам предстоит понять, чем электромагнитные волны в волноводе отличаются от электромагнитных волн в свободном пространстве и, самое главное, с какой скоростью они движутся.

Для ответа на эти вопросы придется познакомиться с характеристиками волн. Прилагательное «электромагнитных» опущено не случайно. То, что будет сказано, относится к любым волнам, или, более торжественно, к любым волновым процессам.

Вы, наверное, знаете, что любая волна характеризуется частотой, обозначим ее греческой буквой ω, и длиной волны λ (опять выбрана греческая буква). Частота описывает изменение во времени, а длина волны – в пространстве.

Если есть волна, то это волна «чего-то», т.е. «что-то» совершает волновое движение. Например, в волне на поверхности воды в водоеме движутся (волнообразно) молекулы воды. В интересующем нас случае электромагнитных волн волновое движение совершают напряженность электрического и индукция магнитного полей. В электромагнитных волнах энергия все время «перекачивается» из электрического поля в магнитное и обратно, поэтому волны и называются электромагнитными.

Для волны любой природы простейшая форма зависимости «чего-то» от координат и времени имеет вид

$$\Psi(\vec{r},t) = A\cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right) \equiv A\cos\varphi\,, \qquad (1)$$

где величина $\varphi = \omega t - \vec{k}\vec{r}$ (здесь функция времени t и радиуса-вектора $\vec{r}$) называется фазой. Выбрана она так, что $\varphi = 0$ при $t = 0$ и $\vec{r} = 0$ (выбор зависит от удобства). Вектор $\vec{k}$ называют волновым вектором, он направлен в сторону распространения волны (туда, куда волна бежит). Если выбрать направление оси x вдоль этого вектора, то зависимость фазы от координат заметно упростится:

$$\varphi = \omega t - kx \ . \tag{2}$$

При изменении координаты x на длины волну λ значение «чего-то» вовсе не должно измениться (рис.1). Это значит, что фаза меняется на 2π . Следовательно, длина волнового вектора равна $k = 2\pi/\lambda$.

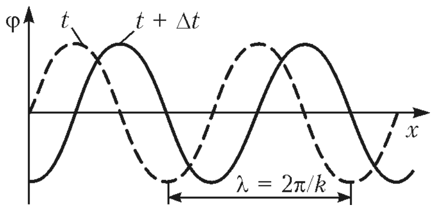


Рис. 1

Заметим, формулы (1) и (2) описывают зависимость «чего-то» во всем пространстве. Простейшая волна заполняет собой все пространство. Задумайтесь, как трудно было поверить, что свет распространяется в виде волн…

Если зафиксировать время ($t = t_0$) и значение фазы ($\varphi = \varphi_0$), то получим

$$x = \frac{\lambda}{2\pi}(\omega t_0 - \varphi_0)$$

при произвольных значениях координат y и z. Другими словами, во всей плоскости

$$x = \frac{\lambda}{2\pi}(\omega t - \varphi)$$

фаза одна и та же. Ее так и называют плоскостью равной фазы, а волну называют плоской. Так как волна имеет вполне определенную частоту, к ее наименованию добавляют прилагательное «монохроматическая». Волны (1) и (2) – плоские монохроматические волны.

Теперь «освободим» время, а фазу будем «держать» равной φ_0 . Тогда

$$x = \frac{\lambda}{2\pi}(\omega t - \varphi_0) \ . \tag{3}$$

Мы видим, что плоскость равной фазы перемещается со скоростью, равной $\lambda\omega/(2\pi)$. Ее называют фазовой скоростью. Итак,

$$u_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} \tag{4}$$

есть скорость распространения фазы волны.

Задумаемся: может ли плоская монохроматическая волна переносить сигналы и/или энергию из одной точки пространства в другую? Боюсь, многим вопрос покажется странным: все знают, что основную информацию нам приносят радиоволны, а телевизор или радиоприемник их лишь расшифровывают, делая информацию доступной органам чувств – зрению, слуху.

И все же правильный ответ на заданный вопрос: нет! Плоская монохроматическая волна переносить ни энергию, ни какой-либо сигнал не может. Согласно определению, она не только заполняет все пространство, но и всегда его заполняла и будет всегда заполнять (формула (1) справедлива не только при любом значении координаты, но и при любом значении времени).

Переносить сигналы и энергию могут только более сложные образования из волн. Например, пакеты (группы) волн (рис.2).

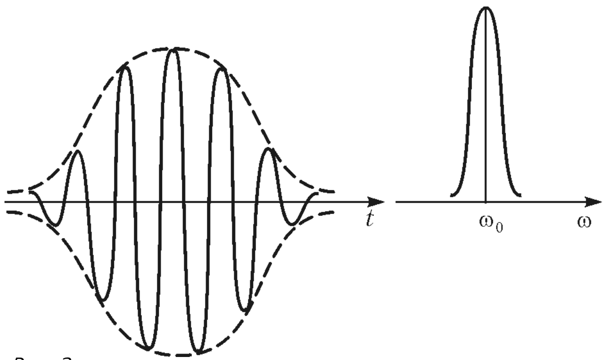


Рис. 2

Пакет надо создать так, чтобы он был в пространстве ограничен. Тогда, перемещаясь в пространстве, пакет волн будет переносить информацию и энергию. Скорость распространения пакета волн не всегда совпадает с фазовой скоростью волны. Можно показать, что скорость распространения пакета, или группы, волн равна

$$u_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk}\,. \tag{5}$$

Ее так и называют групповой скоростью. Фазовая скорость может быть сколь угодно большой и, тем самым, служить примером сверхсветовой скорости. Групповая же скорость, в согласии с теорией относительности, не может превышать скорость света в пустоте ($u_{\text{гр}} \le c$).

Для электромагнитных волн в пустоте существует простое соотношение, связывающее частоту ω и волновой вектор $\vec{k}$:

$$\omega = ck \ , \tag{6}$$

где, повторим, $c = 299792458$ м/с – скорость света в пустоте, одна из фундаментальных физических констант (значение взято из статьи «Фундаментальные физические константы»). Формулы (4)–(6) показывают, что в пустоте фазовая и групповая скорости электромагнитных волн совпадают: обе равны c.

Соотношение (6) столь привычно, что я его назвал простым соотношением. Научное открытие превращает чудо в тривиальность – эта мысль принадлежит Эйнштейну. Соотношение (6) открыл великий Дж.Максвелл, сформулировав свои знаменитые уравнения (уравнения Максвелла) электромагнитного поля. Причем константа c появилась в уравнениях Максвелла не как скорость света, а как величина, входящая в соотношения, связывающие изменение магнитного поля с изменением электрического и наоборот. Ее величину можно определить независимо от оптических измерений: например, по возникающей разности потенциалов при пересечении проводником линий магнитной индукции.

Небольшое отступление (а к волнам в волноводе мы еще вернемся).

Когда свет распространяется в прозрачной среде, соотношение (6) несколько усложняется:

$$\omega = \frac{c}{n} k \, . \tag{7}$$

Величину n мы уже упоминали: это показатель преломления. Почему он так называется? Потому что от него зависит преломление света на границе двух сред. Наверное, все вы помните опыт Ньютона, показавшего, что солнечный свет представляет собой смесь разных цветов. Опыт продемонстрировал не только то, что солнечный свет состоит из различных цветов, но и то, что каждый из них преломляется по-своему. Это означает, что показатель преломления зависит от цвета, т.е. от частоты: показатель преломления n есть функция частоты ($n = n(\omega)$).

Ранее записанные формулы (4)–(7) дают возможность вычислить фазовую и групповую скорости:

$$u_{\text{фаз}} = \frac{c}{n}, \quad u_{\text{гр}} = \frac{c}{n + \omega \dfrac{dn}{d\omega}} \, . \tag{8}$$

Представьте себе физика-теоретика, который знает теорию относительности и поэтому уверен, что групповая скорость не должна превосходить скорость света в пустоте ($u_{\text{гр}} \le c$). Он впервые вывел формулу (8), смотрит на нее и недоумевает: что может заставить функциональную зависимость показателя преломления любого тела от частоты удовлетворять странному неравенству

$$n + \omega\frac{dn}{d\omega} \ge 1\,? \tag{9}$$

Это – один из тех вопросов, ответ на который может добавить уважения к теоретической физике.

Оказывается, не прибегая ни к каким модельным соображениям, т.е. не делая никаких предположений о строении тела, можно доказать, что неравенство (9) всегда справедливо. Достаточно опереться лишь на два фундаментальных принципа: на принцип причинности и на принцип, утверждающий невозможность создания вечного двигателя второго рода. Мы нарочно сформулировали эти принципы столь абстрактно, чтобы подчеркнуть их общность. Конечно, хотелось бы продемонстрировать, как они позволяют установить строгое математическое неравенство. К сожалению, это отвлекло бы нас от основной темы статьи, но все же чуть конкретизируем.

Принцип причинности требует, чтобы реакция физического тела в любой момент времени t зависела от воздействий на тело, производимых в момент времени t или при $t_1 < t$ (до момента t, а не после). Запрет существования вечного двигателя второго рода в данном случае означает, что электромагнитная волна, распространяющаяся в равновесной среде, затухает, т.е. теряет свою энергию, а не приобретает ее (советую подумать, как в противном случае можно было бы построить вечный двигатель).

Если показатель преломления $n > 1$, то обе скорости (и фазовая, и групповая) меньше c, а если зависимость показателя преломления от частоты несущественна (т.е. можно считать, что $n = \text{const}$), то

$$u_{\text{фаз}} = u_{\text{гр}} = \frac{c}{n} < c\,.$$

В статье «Сверхсветовая скорость» (о которой, я боюсь, вы уже забыли) приводится пример, когда $u_{\text{фаз}} > c$, а $u_{\text{гр}} < c$: «Пример такой среды – полностью ионизованная *плазма* [4], у которой

$$n^2 = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2}\,, \tag{10}$$

[4] Курсив, напоминаю, означает, что в ФЭ можно прочитать статью о плазме. Статья большая, а следом за ней идут еще несколько статей, в названии которых основное слово – плазма.

где e и m – заряд и масса электрона, а N – плотность электронов в плазме». Частота ω больше величины $\omega_{пл} = \sqrt{4\pi Ne^2/m}$, называемой плазменной частотой. Следовательно, $n < 1$. Заметим, что при $\omega < \omega_{пл}$ показатель преломления – мнимая величина: волна не распространяется.

Используя записанные выше формулы, легко получить (для $\omega > \omega_{пл}$) красивое соотношение

$$u_{фаз}u_{гр} = c^2 . \tag{11}$$

Подсказка: удобно исходить из выражений, пригодных при произвольной зависимости $n = n(\omega)$. Согласно формуле (8),

$$u_{фаз}u_{гр} = \frac{c^2}{n^2 + \frac{1}{2}\omega\frac{dn^2}{d\omega}} .$$

Подставив значение (10) для n^2, убедимся в справедливости формулы (11).

Теперь вернемся к волноводам.

Плоская волна в волноводе «не помещается». Можно сказать, что в попытке «поместиться» волны отражаются от стенок волновода. Интерферируя, падающие и отраженные волны создают вполне определенную структуру. В плоскости сечения волновода волна никуда не бежит. Ее так и называют – стоячей. Бежит волна вдоль оси волновода, которую мы примем за ось z. Фаза бегущей вдоль оси волновода волны мало чем отличается от фазы плоской монохроматической волны (см. формулу (2)):

$$\varphi = \omega t - kz, \quad k \equiv k_z . \tag{12}$$

Но все же отличается. В формуле (2) k – модуль волнового вектора, т.е. его полная длина. Именно эта величина входит в формулу (7), связывающую частоту с волновым вектором. В формуле (12) k – лишь проекция волнового вектора на ось волновода. Модуль волнового вектора должен включать и поперечные (относительно оси) компоненты вектора $\vec{k}$, поэтому связь между ω и k в данном случае сложнее:

$$\omega = c\sqrt{k_\perp^2 + k^2}, \quad k \equiv k_z . \tag{13}$$

Здесь $k_\perp$ – проекция вектора $\vec{k}$ на поперечное сечение волновода, она зависит от величины и формы сечения волновода. Если волновод создан двумя параллельными идеально отражающими плоскостями, то $k_\perp = (2l+1)\pi/(2d)$, где $l = 0, 1, \ldots$ – целые числа, а $2d$ – расстояние между плоскостями, образовавшими волновод.

Обратите внимание, что $k_\perp$ в ноль не обращается, и при каждой форме волновода существует набор значений $k_\perp$, которые определяют форму стоячей волны в поперечном сечении волновода. Во всех случаях в наборе отсутствует ноль ($k_\perp \neq 0$), так как плоская волна «не помещается» в волновод.

Зная зависимость частоты от волнового вектора (13), нетрудно вычислить фазовую и групповую скорости волны в волноводе:

$$u_{\text{фаз}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \dfrac{c^2 k_\perp^2}{\omega^2}}} \ \text{ и } \ u_{\text{гр}} = c\sqrt{1 - \frac{c^2 k_\perp^2}{\omega^2}} \,. \tag{14}$$

Фазовая скорость волны в волноводе всегда больше скорости света в пустоте c, а групповая, как ей положено, всегда меньше c. Соотношение (11) снова справедливо.

Обратите, пожалуйста, внимание на важный факт: по волноводу могут распространяться не любые волны. Волны должны иметь частоту, превышающую $ck_\perp$. Слишком длинные волны не могут «подобрать» себе необходимую стоячую волну, они буквально не помещаются в волноводе.

Еще одно (последнее) отступление.

Вы, уверен, слышали о соотношениях Луи де Бройля, связывающих корпускулярные и волновые представления:

$$\varepsilon = \hbar\omega, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}\,, \tag{15}$$

где ε – энергия частицы, $\vec{p}$ – ее импульс (количество движения), $\hbar$ – знаменитая постоянная Планка.[5] Воспользовавшись соотношениями де Бройля, запишем зависимость (13) в корпускулярных терминах:

$$\varepsilon = \sqrt{m_\perp^2 c^4 + c^2 p^2}, \quad m_\perp = \frac{\hbar k_\perp}{c}\,. \tag{16}$$

Если волна распространяется в пустоте, то из формул (6) и (15)

[5] Я попытался в ФЭ найти статью о соотношениях Луи де Бройля. Я искал «де Бройля соотношения», отбросил частицу «де», добавил имя. К счастью, в 5-м томе есть Предметный указатель. Проникнитесь уважением: он занимает 65 страниц, напечатан убористым шрифтом в четыре колонки. Предметный указатель позволил не перелистывать разные тома, пытаясь безуспешно отыскать необходимое слово. Прочитать о соотношениях Луи де Бройля можно в статье «Корпускулярно-волновой дуализм». Мне кажется, недостаток ФЭ – отсутствие Именного указателя.

следует равенство

$$\varepsilon = cp \, . \qquad (17)$$

Признаюсь: это отступление написано не для того, чтобы нечто разъяснить. Оно призвано заинтересовать. Поэтому не сердитесь, если кое-что покажется «взятым с потолка». И еще. Обратите внимание: дальше некоторые слова будут напечатаны курсивом. Вы уже знаете, что таким терминам посвящены в ФЭ отдельные статьи. Но в этом разделе курсив означает нечто большее – я советую обратиться к этим статьям. Теперь можно продолжать.

Формула (17) описывает зависимость энергии *фотона* от его импульса в пустоте. А формула (16) описывает зависимость энергии фотона не в вакууме, а в волноводе. Фотон – квант электромагнитной энергии, частица, корпускула, или, как принято говорить, *квазичастица* (почти, якобы частица). Фотон – частица в том смысле, что энергия электромагнитного поля частотой ω есть сумма порций энергии величиной $\hbar\omega$. Энергии электромагнитного поля, меньшей $\hbar\omega$, не бывает.

Заметим, у фотона в вакууме если $p = 0$, то и $\varepsilon = 0$. О частицах, обладающих таким свойством, говорят, что их масса равна нулю. Таких частиц немало: кроме фотонов, есть несколько видов *нейтрино* и различные экзотические частицы, открытые в последние десятилетия при исследовании свойств *элементарных частиц*.

У фотона в волноводе, как ни странно, масса отлична от нуля. Конечно, по сравнению с электронной массой или с массой какой-либо другой более тяжелой частицы масса фотона в волноводе очень мала. Но все же отлична от нуля!

Убедиться в том, что масса фотона в волноводе (мы ее обозначили $m_\perp$) очень мала, несложно. Из таблицы в статье «Фундаментальные физические константы» можно найти все величины, относящиеся к элементарным частицам, и постоянную Планка $\hbar$. Для расчета примем $k_\perp = 1/R$, где R – радиус волновода. Как вы видите, уточнять значение $k_\perp$ и даже указывать, чему равен радиус волновода, нет необходимости: при любом разумном значении радиуса волновода масса фотона в волноводе во много раз меньше массы электрона.

Формула (16), если в ней заменить $m_\perp$ на m, и формула (17) – обе релятивистские. Они – следствие механики Эйнштейна (теории относительности). В классической механике Ньютона нет частиц с нулевой массой. Механика Ньютона – предельный случай механики Эйнштейна. Применима она при малых импульсах, т.е. при $p \ll mc$. Чаще это неравенство формулируют как признание того, что скорость частицы v мала по сравнению со скоростью света ($v \ll c$).

В механике Ньютона кинетическую энергию $\varepsilon_{\text{кин}}$ принято отсчитывать от нуля, считая, что $\varepsilon_{\text{кин}} = 0$ при $p = 0$. Поэтому, желая произвести предельный переход к классическому выражению для кинетической энергии, надо в формуле (16) прежде всего слева и справа вычесть mc^2 – энергию покоя:

$$\varepsilon_{\text{кин}} = \varepsilon - mc^2 = \sqrt{m^2c^4 + c^2p^2} - mc^2 .$$

Домножив и разделив правую часть на $\sqrt{m^2c^4 + c^2p^2} + mc^2$, воспользовавшись алгебраической формулой для разности квадратов и положив в знаменателе $p = 0$ ($p \ll mc$), получим привычное выражение

$$\varepsilon_{\text{кин}} = \frac{p^2}{2m} = \frac{mv^2}{2} .$$

Формулы (15) и (16) – предвестники *квантовой механики*. Они сыграли важную роль: помогли Э.Шредингеру сформулировать свое знаменитое уравнение (уравнение Шредингера) – математическую основу квантовой механики (раньше ее называли волновой механикой). Но это – уже совсем другая тема...

Моисей Исаакович Каганов

ФИЗИКА ГЛАЗАМИ ФИЗИКА

Часть 1

Библиотечка «Квант». Выпуск 129
Приложение к журналу «Квант» №1/2014

Редактор *В.А.Тихомирова*
Обложка *А.Е.Пацхверия*
Макет и компьютерная верстка *Е.В.Морозова*
Компьютерная группа *М.Н.Грицук, Е.А.Митченко*

Формат 84×108 1/32. Бум. офсетная. Гарнитура кудряшевская
Печать офсетная. Объем 5,5 печ.л. Тираж: 1-й завод 900 экз.
Заказ №

119296 Москва, Ленинский пр., 64-А, «Квант»
Тел.: (495)930-56-48, e-mail: math@kvant.ras.ru, phys@kvant.ras.ru

Отпечатано «ТДДС-СТОЛИЦА-8»
Тел.: 8(495)363-48-86, http://capitalpress.ru

Индекс 90964

Библиотечка КВАНТ

М.И. КАГАНОВ

Часть 1

Физика глазами физика

ВЫПУСК

129