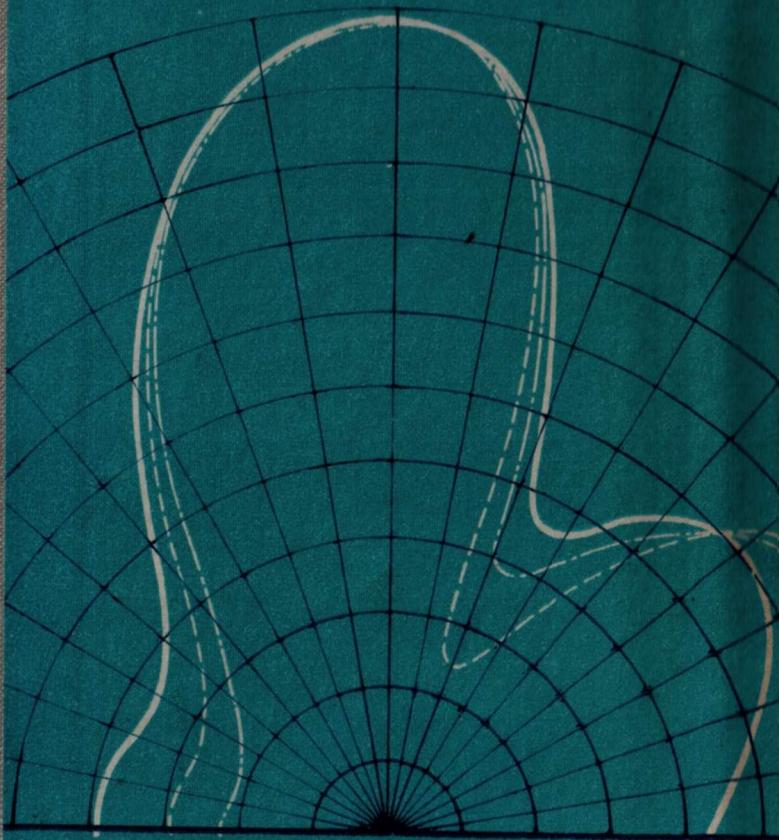


Библиотека инженера - гидроакустика



Б.К.НОВИКОВ  
О.В.РУДЕНКО  
В.И.ТИМОШЕНКО



# НЕЛИНЕЙНАЯ ГИДРО- АКУСТИКА

БИБЛИОТЕКА  
ИНЖЕНЕРА-  
ГИДРОАКУСТИКА

Б. К. Новиков,  
О. В. Руденко,  
В. И. Тимошенко

# Нелинейная гидроакустика



Ленинград  
«Судостроение»  
1981

ББК 32.875  
Н73  
УДК 681.883.4 : 534.222.2

---

СЕРИЯ  
«БИБЛИОТЕКА  
ИНЖЕНЕРА-ГИДРОАКУСТИКА»

---

Редакционная коллегия:

А. П. ЕВТЮТОВ, А. Е. КОЛЕСНИКОВ, Е. А. КОРЕПИН,  
В. В. ОЛЬШЕВСКИЙ, Л. В. ОРЛОВ, А. Л. ПРОСТАКОВ,  
Г. М. СВЕРДЛИН, Ю. Ф. ТАРАСЮК (ответственный редактор).

Рецензенты: д-р. техн. наук А. Е. КОЛЕСНИКОВ, канд. техн.  
наук В. Г. ПРОХОРОВ  
Научный редактор канд. техн. наук В. Б. ЖУКОВ

Novikov B. K., Rudenko O. V., Timoshenko V. I. Non-linear Hydro-acoustics.— L.: Sudostroenie, 1981.— 264 p., ill.,— (Set. for sonar engineer).

The problems of theory, calculations, design and testing of sonar equipment based on principles of non-linear interaction between acoustic waves and signals are considered. Included also are main characteristics of non-linear parametric instruments such as echo sounders, sonars, devices for telemetering information transmission etc.

Contents. Methods for calculation of non-linear interaction in acoustic beams. Plane waves non-linear interaction. Operation regimes calculation for parameter transducers. Pickup parametric aerials. Heat optoacoustic aerials. Parametric aerials experimental research and testing. Application of parametric equipment.

Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И.

Н73 Нелинейная гидроакустика — Л.: Судостроение,  
1981.— 264 с., ил.— (Библиотека инженера-гидроакустика).

Рассмотрены основные положения нелинейной волновой теории применительно к решению проблемы широкополосного направленного излучения и приема в гидроакустике. Изложено современное состояние вопросов исследования, конструирования, испытания и применения гидроакустической аппаратуры с параметрическими и оптотермоакустическими антеннами.

Книга предназначена для исследователей и инженеров, занимающихся разработкой, испытанием и эксплуатацией гидроакустической аппаратуры, а также для студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

31805—019  
Н 048(01)—81 38—81 3605030000

32.875

© Издательство «Судостроение», 1981 г.

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Нелинейные явления, изучение которых представляет интерес для решения прикладных задач современной гидроакустики, по своей физической природе очень разнообразны. К их числу относят кавитацию, шумообразование, акустические течения и ряд других явлений, описание которых требует учета нелинейных членов в уравнениях гидродинамики. В последние годы большое внимание привлекают проблемы, относящиеся к нелинейной акустике. Типичный акустический нелинейный эффект — искажение профиля и спектрального состава сигналов — обусловлен нарушением принципа суперпозиции волн, общего для всех линейных задач.

Волновые нелинейные эффекты наблюдаются при распространении взрывных волн в океане. Однако между сигналами, возбуждаемыми электромеханическими преобразователями, и взрывом существует некоторое различие. Если акустические сигналы обладают хорошо контролируемыми параметрами и позволяют проводить точные спектральные измерения, то импульсные взрывные сигналы, как правило, не воспроизводятся в экспериментах, а измерения с их помощью дают меньшую точность. Поэтому повышение интенсивности волн, формируемых акустическими методами, представляется актуальной проблемой.

Использование когерентных акустических сигналов большой интенсивности позволяет не только увеличить дальность действия гидролокаторов, но и повысить точность определения координат цели и улучшить ряд других параметров гидроакустической аппаратуры. При высоких уровнях излучения возникают принципиально новые эффекты, которых не было в линейной акустике. Некоторые из таких явлений (как, например, нелинейное затухание и ограничение уровня сигнала в воде) в большинстве случаев нежелательны; многие же, напротив, могут быть полезными и использоваться при создании гидроакустических приборов принципиально нового типа.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований взаимодействий нелинейных волн изложены в многочисленных статьях и обобщены в монографиях Р. Бейера [110], Л. К. Зарембо и В. А. Красильникова [26], Г. А. Остроумова [74], О. В. Руденко и С. И. Солуяна [80]. Эти работы позволили создать надежную основу для прикладных исследований. Число ежегодных публикаций по вопросам, связанным с тематикой, превысило в 1977 г. 250. Значительная часть публикаций посвящена использованию параметрических антенн и приборов в гидроакустике.

Разобраться в нарастающем потоке информации тем более сложно, что исследователи используют разнообразные модели и методы расчета, публикуют результаты экспериментов, проведенных в сильно отличающихся условиях и различных диапазонах варьирования параметров. В значительной мере это обусловлено сложностью исследуемых процессов.

В предлагаемой вниманию читателей книге сделана попытка рассмотреть с единых позиций основные положения нелинейной волновой теории приме-

нительно к решению проблемы широкополосного направленного излучения и приема гидроакустических сигналов. В книге изложено также современное состояние вопросов конструирования, испытаний и применения гидроакустической аппаратуры нового типа — нелинейных параметрических приборов.

В книге обобщены научные достижения и результаты разработок нелинейных параметрических приемных и излучающих антенн, а также гидроакустических приборов, в которых используются эти антенны. Изложены необходимые сведения по взаимодействию одномерных волн и основные результаты квазиоптического приближения линейной теории дифракции. Данна универсальная теория параметрических антенн, позволяющая с хорошей точностью исследовать их характеристики. Аналитические соотношения получены авторами на основе решения нелинейных уравнений, описывающих поведение акустических пучков в приближении квазиоптики. Из этих решений в частных случаях получены результаты, рассчитанные в рамках известных моделей Вестервельта, Берктея и др., имеющих ограниченную область применения.

Большое место в книге отведено вопросам дистанционного бесконтактного возбуждения звука с помощью эффекта термооптической демодуляции мощного светового излучения в поверхностном слое воды.

Анализ различных режимов работы нелинейных гидроакустических устройств проведен с учетом реальных свойств среды. Дано сравнение теоретических и экспериментальных данных по пространственным распределениям, частотным, амплитудным и фазовым характеристикам параметрических излучателей и приемников. Для удобства инженерных расчетов построены nomogramмы, позволяющие значительно упростить выбор параметров нелинейных антенн. Серия укрупненных nomogramм для ближней, дальней и промежуточной зон параметрической антенны помещена в приложении. Там же даны рекомендации по использованию nomogramм и пример численного расчета характеристик конкретного параметрического прибора.

Изложены особенности конструирования, приведены основные характеристики отечественных и зарубежных параметрических приборов: малогабаритных широкополосных измерительных излучателей и приемников для бассейнов и испытательных станций, прецизионных эхолотов, параметрической рыбопоисковой аппаратуры, гидролокаторов для шельфовых зон, параметрических приборов для передачи широкополосной информации по гидроакустическому каналу, параметрических доплеровских гидролокаторов и акустических лагов, параметрических приборов геолокации и акустического картографирования через слой воды и др.

Предисловие, заключение и гл. 1 написаны О. В. Руденко и В. И. Тимошенко; гл. 2, 4, 5, 8 и 9 — О. В. Руденко; гл. 3, 6, 7 и приложение — Б. К. Новиковым; гл. 10, 11 и 12 — В. И. Тимошенко.

Авторы пользуются случаем поблагодарить В. А. Пояркову, Т. Н. Куценко, Л. М. Тимошенко за помощь в оформлении рукописи книги.

Отзывы и замечания по содержанию книги будут с благодарностью приняты авторами.

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

$A, A_{1,2}$	комплексные амплитуды высокочастотных волн накачки в параболическом уравнении	$k, k_{1,2}$	волновые числа волн накачки
$\tilde{A}$	преобразованная по Фурье или Ханкелю функция $A$	$l_3, l_d$	расстояния затухания и дифракции волн накачки
$A_-$	комплексная амплитуда волны разностной частоты в неоднородном уравнении Гельмгольца	$L_3, L_d$	расстояния затухания и дифракции низкочастотных волн
$a$	ширина пучка или апертура излучателя	$M$	число Маха
$b$	диссипативный коэффициент среды	$P$	амплитуда звукового давления волны разностной частоты в неоднородном параболическом уравнении
$c_0$	скорость звука в воде	$p$	давление или амплитуда волны давления с частотой $\omega$
$D_l, D_t$	продольный и поперечный апертурные множители	$p_0, p'$	равновесное давление и приращение
$D(\theta)$	характеристика направленности	$p_{01}, p_{02}$	константы — амплитуды волн давления с частотами $\omega_{1,2}$
$E$	напряженность электрического поля	$p^{(1)}, p^{(2)}$	решения волнового уравнения в 1-м и 2-м приближениях
$E_i$	интегральная показательная функция	$Re$	действительная часть комплексной величины
$F$	разностная (низкая) частота	$r$	модуль радиуса-вектора или радиальная координата в цилиндрической системе
$f, f_{1,2}$	частоты волн накачки	$t$	время
$G$	функция Грина	$\vec{v}$	вектор колебательной скорости
$I$	интенсивность	$x, y$	координаты в декартовой системе
$I_n$	модифицированная функция Бесселя порядка $n$	$z$	координата вдоль направления распространения волны
$J_n$	функция Бесселя порядка $n$		
$Im$	мнимая часть комплексной величины		
$K$	волновое число волны разностной частоты		

$\alpha_{1,2}$  — коэффициенты затухания волн с частотами  
 $\omega_{1,2}$   
 $\alpha$  — коэффициент затухания волны разностной частоты  
 $\Delta_\perp$  — лапласиан по поперечным координатам  
 $\varepsilon$  — нелинейный параметр  
 $\Theta$  — единичная функция Хевисайда  
 $\theta$  — угол между осью пучка и направлением на точку наблюдения  
 $\Lambda$  — длина волны на разностной частоте  
 $\lambda$  — длина волны накачки  
 $\mu$  — малый параметр  
 $\rho, \rho_0, \rho'$  — плотность, ее равновесное значение и приращение  
 $\tau = t - z/c_0$  — время в сопровождающей системе координат  
 $\Phi$  — интеграл ошибок  
 $\varphi, \psi$  — фазовый сдвиг, фаза  
 $\Omega$  — разностная круговая частота  
 $\omega, \omega_{1,2}$  — круговые частоты волн накачки  
АМК — амплитудно-модулированные колебания

АРУ — автоматическая регулировка усиления  
АЧХ — амплитудно-частотная характеристика  
ВРЧ — волна разностной частоты  
ВЧ — высокочастотный  
КПД — коэффициент полезного действия  
ЛЧМК — линейно-частотно-модулированные колебания  
НАИ — нелинейный акустический излучатель  
НАП — нелинейный акустический преобразователь  
НПАП — нелинейный параметрический акустический приемник  
НЧ — низкочастотный  
ОТАИ — оптоптермоакустический излучатель  
ПИ — параметрический излучатель  
ХЗК — Хохлова — Заболотской — Кузнецова (уравнение)  
ЧМК — частотно-модулированные колебания  
DSB — двухполосный сигнал АМК с подавлением несущей

## Глава 1

# О ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЯХ И ПРИЕМНИКАХ ЗВУКА

Народнохозяйственные задачи освоения и исследования Мирового океана и внутренних водоемов страны решаются с широким использованием средств гидроакустики. Основным элементом гидроакустической аппаратуры является антenna. В традиционных гидроакустических антенах одновременно совмещены функции преобразователя электрической энергии в акустическую и формирователя направленного излучения или приема сигналов. Следствие такого объединения разнородных функций — узкий диапазон рабочих частот и значительные габариты гидроакустических антенн (а отсюда — масса, стоимость, сложность), особенно на низких частотах. Эти недостатки характерны только для акустических антенн.

Использование нелинейного взаимодействия звуковых волн при их распространении в воде позволяет разделить в пространстве процессы преобразования электрической энергии в акустическую и формирования направленного излучения. Функцию устройства, формирующего диаграмму направленности, выполняет протяженный (длиной в десятки и даже сотни метров) участок среды, в котором взаимодействуют волны,— так называемая параметрическая антenna. Итак, при больших интенсивностях звука антenna становится «бестелесной» и среда начинает играть самую активную роль в формировании диаграмм направленности гидроакустических излучателей и приемников.

Поясним принцип действия излучающей параметрической антены. В простейшем случае параметрический излучатель (ПИ) представляет собой первичный преобразователь, генерирующий высокочастотные волны накачки (рис. 1.1), и участок водной среды протяженностью  $l_3$ . Волной накачки чаще всего служит бигармонический сигнал с близкими звуковыми или ультразвуковыми частотами  $f_1$  и  $f_2$ . Если интенсивность первичных волн достаточно велика, для описания волнового процесса уже нельзя пользоваться линейными уравнениями гидродинамики. Учет главных нелинейных членов (например, пропорциональных производным от квадрата акустического давления  $p^2$ ) фактически означает, что в среде

появляются волны с новыми частотами, которых не было в спектре первичного излучения.

Частоты вторичных волн легко определить, возводя в квадрат функцию

$$p' = p_{01} \sin(2\pi f_1 t + \phi) + p_{02} \sin(2\pi f_2 t),$$

описывающую бигармонический исходный сигнал. Видно, что в среде происходит нелинейный процесс генерации вторых гармоник  $2f_1$  и  $2f_2$ , а также волн суммарной  $f_1 + f_2$  и разностной  $F = f_1 - f_2$  частот. Из-за квадратичной частотной зависимости вязкого поглощения волны  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $2f_1$ ,  $2f_2$ ,  $f_1 + f_2$  затухают гораздо раньше, чем волна разностной частоты (ВРЧ). Поэтому за пределами области взаимодействия первичных волн, ограниченной длиной их затухания  $l_3$ , может существовать лишь разностная волна  $F$ . Сама же об-

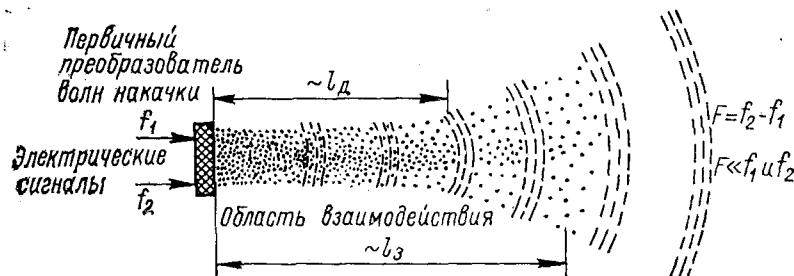


Рис. 1.1. Схема нелинейной параметрической излучающей антенны

ласть взаимодействия, в которой распределены нелинейные источники ВРЧ (создаваемые волнами накачки), выполняет роль объемной антенны, излучающей разностный сигнал  $F$ .

Известно, что обычные протяженные источники (такие, как дифракционные или антенные решетки) могут формировать узкие диаграммы направленности, угловая ширина которых тем меньше, чем больше число длин волн, укладывающихся на длине излучателя. В случае ПИ число длин  $\Lambda$  ВРЧ, укладывающихся на длине  $l_3$  области взаимодействия, очень велико, и угловая ширина диаграммы в реальных устройствах обычно не превышает нескольких градусов.

Уникальные свойства ПИ связаны еще с тем обстоятельством, что источники ВРЧ в области взаимодействия не являются покоящимися; они возникают при нелинейном взаимодействии волн накачки и движутся вместе с ними со скоростью звука  $c_s$ . Это явление, как и в обычных антенных бегущей волны, приводит к тому, что ВРЧ излучается в основном вперед — вдоль оси распространения пучков накачки и под малыми углами к оси.

Среди других качеств ПИ можно отметить практически полное отсутствие боковых лепестков в диаграмме направленности. Ее

форма определяется главным образом продольным распределением амплитуд высокочастотных (ВЧ) волн, которые плавно уменьшаются при удалении от преобразователя накачки по экспоненциальному (из-за диссипации) или более сложному (вследствие дифракции и нелинейного затухания) закону.

На форму диаграммы оказывает влияние и поперечное распределение амплитуд ВЧ-волн на преобразователе (краевые эффекты), однако максимумы бокового излучения оказываются разнесенными на большие углы; кроме того, боковое излучение сильно подавлено из-за нелинейности процесса генерации ВРЧ.

Изменяя частоты  $f_1$ ,  $f_2$  электрических сигналов в пределах резонансной кривой преобразователя накачки, можно добиться плавной перестройки частоты  $F$  в широких пределах (коэффициент перекрытия достигает 300 и более).

Все эти свойства позволяют практически реализовать параметрические антенны и преобразователи, обладающие широкой полосой рабочих частот, малыми габаритами, постоянной и гладкой характеристикой направленности на различных частотах. Уровни излучения порядка нескольких десятков тысяч паскаль позволяют создавать параметрические гидроакустические приборы для активной локации и передачи широкополосной информации, измерительные приемно-излучающие комплексы и др.

С помощью нелинейных параметрических приборов решается важная проблема: широкополосные излучение и прием. Однако обеспечение этих качеств связано с большими энергетическими затратами. Тем не менее в целом ряде случаев применение параметрических антенн является более эффективным даже с точки зрения энергетических затрат по сравнению с традиционными устройствами.

Исследования параметрических антенн были начаты в СССР, США, Англии и ряде других стран примерно два десятилетия назад. Позднее появились сообщения об успешном использовании волновых эффектов в отдельных гидроакустических приборах и серийной аппаратуре различного назначения (см. гл. 12).

Научной базой для развития работ по параметрическим гидроакустическим антенным явились фундаментальные исследования процессов распространения и взаимодействия нелинейных акустических волн, проводившиеся ранее и интенсивно развивающиеся в настоящее время как в нашей стране, так и за рубежом.

Приоритет в описании физической идеи параметрического излучателя и приемника звука принадлежит, по-видимому, Вестервельту [172, 173]. Независимо от него та же идея была высказана советскими исследователями В. А. Зверевым и А. И. Калачевым.

В модели Вестервельта предполагалось, что процессы генерации ВРЧ происходят в ближней, прожекторной, зоне преобразователей накачки. Этим условиям в значительной степени соответствовали и первые экспериментальные проверки теории [98, 75, 123 и др.]. В лабораторных условиях (в ограниченных по размерам

показал опыт решения таких задач, для преодоления возникающих технических или даже принципиальных трудностей нужно учитывать специфику конкретного взаимодействия на самом раннем этапе — при выводе уравнений, описывающих процесс распространения волн. Во многих задачах нелинейной акустики удается выделить ряд малых параметров, позволяющих упростить исходные уравнения. Такими параметрами могут быть:

1. Число Маха  $M$  — отношение амплитуды колебательной скорости к скорости звука  $c_0$  или амплитуды давления в волне к величине  $c_0^2 \rho_0$ . Неравенство  $M \ll 1$  для звуковых волн выполняется всегда и означает, что характерная нелинейная длина  $l_p$ , на которой проявляются нелинейные эффекты, много больше длины волны ( $l_p \gg \lambda$ ). В воде условие  $M \ll 1$  справедливо вплоть до уровня излучения 280 дБ относительно 1 мкПа (давления до  $10^3$  атм).

2. Безразмерный диссипативный параметр  $b\omega/c_0^2 \rho_0$ . Его малость означает, что возмущение успеет пробежать расстояние, равное многим длинам волн, прежде чем оно поглотится средой ( $l_d \gg \lambda$ ). При распространении звука в воде этот параметр является малым во всем звуковом и ультразвуковом диапазоне частот.

3. Параметр  $(ka)^{-2}$ , характеризующий малость дифракционных эффектов на расстоянии порядка длины волны ( $l_d^2 \gg \lambda^2$ ). Это условие, записанное в виде  $(ka)^2 \gg 1$ , означает, что на апертуре излучателя звука укладывается много длин волн. Использование в расчетах приближенных методов, основанных на условии слабой дифракции, дает в дальней волновой зоне точность не менее 10% при углах расходимости до  $20^\circ$ .

4. Отношение  $A_\Omega/A_\omega$  амплитуд  $A_\Omega$  вторичных волн, возникающих в среде как результат нелинейного взаимодействия, к амплитудам  $A_\omega$  исходных волн, излучаемых в среду источником звука. Условие  $A_\Omega/A_\omega \ll 1$  позволяет использовать при решении нелинейных задач метод последовательных приближений. Это условие в ряде случаев нарушается, однако, когда вторичные волны можно считать низкочастотными ( $\Omega \ll \omega$ ), оно часто бывает справедливым.

5. Отношение частот  $\Omega/\omega$  вторичных и исходных волн. Условие  $\Omega/\omega \ll 1$  характерно для задач расчета параметрических излучателей и приемников.

Перечисленные выше малые параметры являются основными. Широко используются также безразмерные величины  $\Gamma = l_p/l_z$  и  $N = l_p/l_d$ . Число  $\Gamma$  есть обратное акустическое число Рейнольдса; оно характеризует относительное влияние диссипативных и нелинейных эффектов на изменение формы волны и тем больше, чем сильнее поглощение. Число  $N$  характеризует относительное влияние дифракционных и нелинейных эффектов. Однако числа  $\Gamma$ ,  $N$  в реальных условиях могут изменяться в широких пределах и быть как малыми, так и большими.

## § 2.2. Решение уравнений гидродинамики методом последовательных приближений

Методы современной нелинейной акустики позволяют вывести упрощенные уравнения (с учетом малости названных в § 2.1 величин) и значительно облегчить процедуру расчета волновых взаимодействий в дифрагирующих звуковых пучках. В настоящем параграфе изложена схема традиционного метода. Процедуры упрощения, положенные в основу более современного подхода, описаны в § 2.5.

Исходной системой уравнений во всех случаях являются уравнения гидродинамики вязкой жидкости. Система состоит из уравнения движения

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{v}, \quad (2.1)$$

уравнения непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0 \quad (2.2)$$

и уравнения состояния

$$\rho = \rho(p) \approx \rho_0 + \frac{1}{c_0^2} (p - p_0) - \frac{\varepsilon - 1}{c_0^4 \rho_0} (p - p_0)^2, \quad (2.3)$$

где  $\varepsilon$  — нелинейный параметр. Согласно измерениям, величина  $\varepsilon$  для дистиллированной воды равна 3,1 (при температуре 0°C); 3,5 (при 20°C); 3,7 (при 40°C). Для морской воды (соленость 35‰) в диапазоне температур 20—30°C эта величина примерно равна 3,6. Уравнение (2.3) приближенное; оно представляет собой разложение плотности в степенной ряд по акустическому давлению и содержит как линейный, так и квадратично-нелинейный члены.

Первое упрощение уравнений (2.1) и (2.2) основано на малости числа Маха: оно является стандартным. Положим

$$\rho' = \rho - \rho_0; \quad p' = p - p_0$$

и будем считать приращения плотности  $\rho'$  и давления  $p'$  малыми по сравнению с их равновесными значениями  $\rho_0$ ,  $p_0$ . Сохраним в уравнениях только линейные и квадратично-нелинейные слагаемые. Используем также условие потенциальности акустического поля ( $\operatorname{rot} \vec{v} = 0$ ). Наконец, с помощью уравнения (2.3) исключим переменную  $\rho'$ . В результате придем к системе

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p' = -\frac{\rho'}{c_0^2} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \frac{\rho_0}{2} \nabla v^2 + b \Delta \vec{v}; \quad (2.4)$$

$$\rho_0 \operatorname{div} \vec{v} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} = -\frac{\vec{v}}{c_0^2} \nabla p' + \frac{\varepsilon - 1}{c_0^4 \rho_0} \frac{\partial p'^2}{\partial t} - \frac{p'}{c_0^2} \operatorname{div} \vec{v} \quad (2.5)$$

В левых частях (2.4), (2.5) выписаны члены первого порядка малости ( $\sim \mu$ ). В правых частях собраны нелинейные члены второго порядка малости и нелинейный диссипативный член, который из-за малости диссипативного параметра также имеет порядок  $\mu^2$ . Поэтому, не выходя за рамки принятой точности, в правых частях уравнений (2.4), (2.5) можно проводить упрощения, пользуясь линейными соотношениями

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\nabla p'}{\rho_0}; \quad \operatorname{div} \vec{v} = -\frac{1}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial p'}{\partial t}. \quad (2.6)$$

В частности,

$$b \Delta \vec{v} = b \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{v} \approx -\frac{b}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \nabla p'.$$

Для дальнейших расчетов удобно свести систему (2.4), (2.5) к одному уравнению. Применяя операцию  $\operatorname{div}$  к уравнению (2.4) и вычитая из полученного соотношения уравнение (2.5), продифференцированное по времени, с учетом формул (2.6) получим

$$\Delta p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \frac{b}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \Delta p' = -Q, \quad (2.7)$$

где  $Q$  — группа нелинейных членов, равная

$$Q = \frac{1}{c_0^4 \rho_0} \left( \frac{\partial p'}{\partial t} \right)^2 + \frac{\epsilon - 1}{c_0^4 \rho_0} \frac{\partial^2 p'^2}{\partial t^2} + \frac{\rho_0}{2} \Delta v^2 + \rho_0 \vec{v} \Delta \vec{v}. \quad (2.8)$$

Перейдем к решению уравнения (2.7) методом последовательных приближений:  $p' = p^{(1)} + p^{(2)}$ .

1. В первом приближении нелинейные члены в уравнении не учитываются, т. е. полагается  $Q = 0$ . На поверхности источника звука, расположенного при  $z = 0$ , задается распределение акустического давления

$$p'(x, y, z=0; t) = p^{(1)}(x, y; t). \quad (2.9)$$

Для граничного условия (2.9) находится решение линейной задачи дифракции волн в диссипативной среде, т. е. решение задачи первого приближения:

$$p^{(1)}(x, y, z; t). \quad (2.10)$$

2. С помощью формул (2.6) и решения (2.10) рассчитывается соответствующее поле колебательных скоростей  $\vec{v}$ . Найденные поля  $p^{(1)}$  и  $\vec{v}$  используют при вычислении функции  $Q(x, y, z; t)$ , входящей в правую часть уравнения (2.7).

3. Определяются спектральные компоненты функции  $Q$  на интересующих нас частотах. В задачах расчета ПИ, как правило, нужно знать Фурье-компоненты на разностной частоте или частоте модуляции ВЧ-волны.

**4. Для расчета вторичного поля**

$$p^{(2)}(x, y, z; t) \quad (2.11)$$

шается линейное неоднородное волновое уравнение второго приближения, правую часть которого образуют НЧ-компоненты функции  $Q$ .

**§ 2.3. Расчет вторичного поля методом функций Грина.  
Формула Вестервельта**

Выражение (2.8) для группы нелинейных членов можно значительно упростить, если в первом приближении считать волну плоской и бегущей без искажений своей формы в направлении оси  $z$ :  $p^{(1)} = p^{(1)}(t - z/c_0)$ . Пользуясь при этом известными соотношениями линейной акустики плоских волн

$$v = p^{(1)}/c_0 \rho_0, \quad \partial/\partial z = -\partial/c_0 \partial t,$$

приведем (2.8) к простой форме

$$Q = \frac{\epsilon}{c_0^4 \rho_0} \frac{\partial^2 p^{(1) 2}}{\partial t^2}. \quad (2.12)$$

В формуле (2.12) фактически не учтены поглощение, дифракция волны и нелинейные эффекты. Уравнение, которое нужно решать для расчета низкочастотного вторичного поля, принимает вид

$$\Delta p^{(2)} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} = -\frac{\epsilon}{c_0^4 \rho_0} \frac{\partial^2 p^{(1) 2}}{\partial t^2}. \quad (2.13)$$

Предположим теперь, что уравнение (2.13) можно рассматривать как приближенное и в тех случаях, когда волна  $p^{(1)}$  слабо затухает и представляет собой ограниченный в поперечном сечении, но недифрагирующий пучок. Таким образом, в процессе вывода уравнения (2.13) уже использованы все пять предположений о малости параметров, названных в § 2.1.

Перейдем непосредственно к процедуре расчета. Строго следуем схеме, изложенной в § 2.2.

1. Распределение (2.9) акустического давления на поверхности источника звука, расположенного при  $z = 0$ , принимаем в виде

$$p^{(1)}(x, y; t) = A_1(x, y) \sin(\omega_1 t + \varphi) + A_2(x, y) \sin \omega_2 t. \quad (2.14)$$

Таким образом, рассматривается бигармонический сигнал с близкими частотами, постоянным фазовым сдвигом и амплитудами, изменяющимися в поперечном сечении пучка. Решение задачи первого приближения, строго говоря, нужно было находить из линейного волнового уравнения (2.7) с учетом затухания и дифракции, но без учета нелинейных членов ( $Q = 0$ ). Однако при выводе (2.13) использовано предположение о том, что волна первого приближения

слабозатухающая и недифрагирующая. Поэтому запишем решение задачи первого приближения (2.10) в виде

$$p^{(1)} = A_1(x, y) \Phi_1(z) \sin \left[ \omega_1 \left( t - \frac{z}{c_0} \right) + \varphi \right] + \\ + A_2(x, y) \Phi_2(z) \sin \left[ \omega_2 \left( t - \frac{z}{c_0} \right) \right]. \quad (2.15)$$

Выражение (2.15) не является точным решением волнового уравнения.

Функции  $\Phi_{1,2}$  описывают зависимости амплитуд от продольной координаты  $z$ . Для затухающих волн, например,

$$\Phi_{1,2} = \exp \left( -\frac{b\omega_{1,2}^2}{2c_0^3\rho_0} z \right) = \exp(-\alpha_{1,2} z). \quad (2.16)$$

Если затухание несущественно, а область взаимодействия ограничена фильтром, непрозрачным для ВЧ-волн и расположенным при  $z = l$ , то

$$\Phi_{1,2} = \begin{cases} 1, & z \leq l; \\ 0, & z > l. \end{cases} \quad (2.17)$$

Возможны и другие типы  $\Phi_{1,2}(z)$ , например комбинация зависимостей (2.16) и (2.17).

2. Вычисляем функцию  $Q$ , образующую правую часть уравнения (2.13). Нетрудно проверить, что в рассматриваемом случае бигармонического ВЧ-сигнала функция  $Q$  состоит из четырех спектральных компонент на частотах  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$ ,  $\omega_1 + \omega_2$  и  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ .

3. Мы интересуемся НЧ-волной, поэтому сохраним только  $Q_-$  — Фурье-компоненту  $Q$  на разностной частоте:

$$Q_- = -\frac{\varepsilon\Omega^2}{c_0^4\rho_0} A_1(x, y) A_2(x, y) \Phi_1(z) \Phi_2(z) \cos \left[ \Omega \left( t - \frac{z}{c_0} \right) + \varphi \right]. \quad (2.18)$$

4. Решение неоднородного уравнения (2.13) с правой частью (2.18), изменяющейся во времени по гармоническому закону, удобно искать в комплексной форме

$$p^{(2)} = \frac{1}{2} A_-(x, y, z)^{i\Omega t+i\varphi} + \text{к. с.}; \\ \cos \left[ \Omega \left( t - \frac{z}{c_0} \right) + \varphi \right] = \frac{1}{2} e^{i\Omega \left( t - \frac{z}{c_0} \right) + i\varphi} + \text{к. с.}, \quad (2.19)$$

где «к. с.» — члены, комплексно сопряженные по отношению к выписанным выражениям. С помощью (2.19) неоднородное уравнение для комплексной амплитуды НЧ-волны приводится к неоднород-

ному уравнению Гельмгольца

$$\Delta A_- + K^2 A_- = -q(x, y, z) = \frac{\epsilon\Omega^2}{c_0^4 \rho_0} A_1 A_2 \Phi_1 \Phi_2 e^{-iKz}. \quad (2.20)$$

Решение уравнения (2.20), как известно, записывается с помощью одной из функций Грина

$$A_- = \frac{1}{4\pi} \int_V q(x', y', z') G(x-x', y-y', z-z') dx' dy' dz'. \quad (2.21)$$

Вопрос о выборе этих функций мы обсудим ниже, а пока, следуя работе [1731], воспользуемся функцией Грина для свободного пространства

$$G = \frac{e^{-iKR_1}}{R_1}; \quad R_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}. \quad (2.22)$$

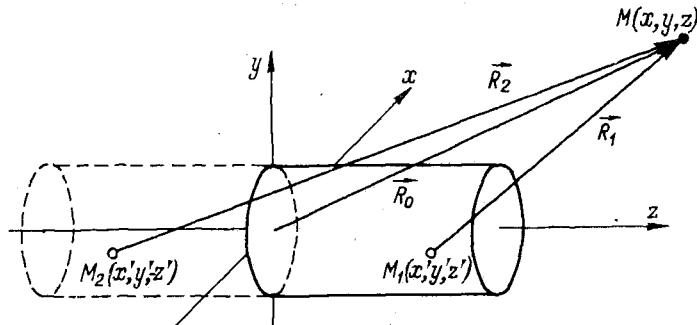


Рис. 2.1. Область интегрирования и векторы, используемые при расчете вторичного поля методом функций Грина

Область интегрирования условно изображена на рис. 2.1 в виде ограниченного по длине цилиндра, расположенного при  $z > 0$ ; переменный вектор  $\vec{R}_1$  соединяет текущую точку объема с точкой наблюдения  $M$ .

В дальней волновой зоне можно приближенно положить

$$R_1 \approx R_0 - \frac{1}{R_0} (xx' + yy' + zz'); \quad G \approx \frac{e^{-iKR_0}}{R_0} e^{i \frac{K}{R_0} (xx' + yy' + zz')} \quad (2.23)$$

Таким образом, на больших расстояниях от области взаимодействия волн в приближении Фраунгофера получаем искомое решение

$$A_- = -\frac{\epsilon\Omega^2}{c_0^4 \rho_0} \frac{e^{-iKR_0}}{4\pi R_0} D_t D_l, \quad (2.24)$$

где

$$D_t = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_1(x', y') A_2(x', y') e^{i \frac{K}{R_0} (xx' + yy')} dx' dy' = \tilde{A}_1 * \tilde{A}_2 \quad (2.25)$$

— преобразованное по Фурье произведение функций, описывающих изменение амплитуд ВЧ-волны в поперечном сечении пучка. Выражение  $D_t$  мы будем называть поперечным апертурным множителем, так как этот множитель определяет влияние поперечной структуры пучков на форму диаграммы направленности ПИ. Поскольку преобразование Фурье от произведения двух функций равно свертке их Фурье-преобразований, поперечный апертурный множитель есть свертка диаграмм направленности двух обычных (не параметрических) излучателей ВЧ-волны накачки.

Выражение

$$D_t = \int_0^{\infty} \Phi_1(z') \Phi_2(z') e^{-iK \left(1 - \frac{z}{R_0}\right) z'} dz' \quad (2.26)$$

назовем продольным апертурным множителем, поскольку оно определяет влияние на диаграмму направленности продольного распределения амплитуд взаимодействующих ВЧ-волн. Именно этот множитель, специфичный для параметрических антенн, в основном и определяет форму и ширину диаграммы направленности НЧ-волн.

Теперь целесообразно перейти к анализу общих выражений (2.24) — (2.26) и рассмотреть несколько конкретных примеров.

**Пример 1.** Пусть амплитуды ВЧ-волны на поверхности излучателя распределены по закону Гаусса и

$$A_1 A_2 = p_{01} p_{02} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{a^2}\right). \quad (2.27)$$

Тогда, рассчитав поперечный апертурный множитель по формуле (2.25), найдем

$$D_t = p_{01} p_{02} \pi a^2 e^{-\left(\frac{Ka}{2} \sin \theta\right)^2}, \quad (2.28)$$

где  $\sin \theta = (x^2 + y^2)^{1/2}/R_0$  — синус угла между осью пучка  $z$  и направлением на точку наблюдения. При увеличении угла  $\theta$  функция монотонно уменьшается от 1 до 0 и не содержит осцилляций. Полуширина (по уровню 0,7) этого множителя находится из условия

$$\sin \theta \approx \frac{1,2}{Ka} \approx 0,19 \frac{\Lambda}{a}. \quad (2.29)$$

Она определяется числом длин волн НЧ-волны, укладывающихся на апертуре излучателя.

**Пример 2.** Пусть амплитуды ВЧ-волн распределены равномерно на поверхности излучателя прямоугольной формы с размерами  $2a_1, 2a_2$ . Тогда

$$D_t = p_{01}p_{02}4a_1a_2 \left[ \frac{\sin\left(Ka_1 \frac{x}{R_0}\right)}{Ka_1 \frac{x}{R_0}} \right] \left[ \frac{\sin\left(Ka_2 \frac{y}{R_0}\right)}{Ka_2 \frac{y}{R_0}} \right]. \quad (2.30)$$

Если излучатель не прямоугольный, а круглый радиуса  $a$ , то

$$D_t = p_{01}p_{02}\pi a^2 \left[ \frac{2J_1(Ka \sin \theta)}{Ka \sin \theta} \right]. \quad (2.31)$$

Видно, что функция  $D_t$  в обоих случаях уменьшается не монотонно, а с осцилляциями при увеличении  $x, y$  или угла  $\theta$ . Это связано с тем обстоятельством, что амплитуды ВЧ-волн на краю излучателя скачком уменьшаются до нуля. При плавном изменении амплитуд (2.27) осцилляций не возникало. Полуширина для круглого излучателя находится из условия

$$\sin \theta \approx \frac{1,6}{Ka} \approx 0,26 \frac{\Lambda}{a}. \quad (2.32)$$

Сравнивая формулы (2.32) и (2.29), не следует полагать, что диаграмма направленности для гауссова распределения получается более острой. Если для прямоугольного распределения амплитуда уменьшается до нуля на краю излучателя  $r = \sqrt{x^2 + y^2} = a$ , то для гауссова распределения при  $r = a$  амплитуда уменьшается лишь в  $e = 2,72$  раза, т. е.  $r = a$  не является «краем» излучателя. Разумно, например, считать «краем»  $r = 3a$ , где амплитуда уменьшается в 20,1 раза.

Укажем, что при наблюдении под малыми углами к оси  $\hat{z}$  во всех случаях поперечный апертурный множитель равен произведению амплитуд ВЧ-волн на площадь поверхности излучателя

$$D_t = p_{01}p_{02}S. \quad (2.33)$$

Два следующих примера иллюстрируют поведение продольного апертурного множителя.

**Пример 3.** Пусть амплитуды затухающих ВЧ-волн вдоль оси изменяются по закону (2.16), т. е.

$$\Phi_1\Phi_2 = \exp(-2z/l_3), \quad (2.34)$$

где  $l_3 = 2/(\alpha_1 + \alpha_2)$  — длина затухания, обратная среднеарифметическому коэффициенту поглощения ВЧ-волн. Расчет по формуле (2.26) приводит к следующему выражению для продольного апертурного множителя:

$$D_t = \frac{l_3}{2} \frac{1}{1 + iKl_3 \sin^2 \frac{\theta}{2}}; \quad |D_t| = \frac{l_3}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + (Kl_3)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}}. \quad (2.35)$$

Формула (2.35) описывает гладкую функцию, монотонно убывающую при увеличении угла  $\theta$ . Ее полуширина находится из соотношения

$$\sin \frac{\theta}{2} \approx \frac{1}{\sqrt{Kl_3}} \approx 0,4 \sqrt{\frac{\Lambda}{l_3}} \quad (2.36)$$

и определяется корнем из числа длин НЧ-волн, укладывающихся на длине области взаимодействия. Поскольку, как правило, угловая ширина кривой мала (порядка нескольких градусов) и гораздо меньше угловой ширины поперечного апертурного множителя, в формуле (2.36) заменяют синус значе-

нием его аргумента и рассчитывают таким образом ширину диаграммы направленности

$$2\theta_{0,7} \approx \frac{4}{\sqrt{Kl_3}} \approx 1,6 \sqrt{\frac{\Lambda}{l_3}}. \quad (2.37)$$

Комбинация результатов, изложенных в примерах 2 и 3 (а именно, подстановка выражений (2.33) и (2.35) в решение (2.24), позволяет получить наиболее известный результат теории ПИ — формулу Вестервельта [173]

$$P_- = |A_-| = \frac{\epsilon \Omega^2 S l_3}{8\pi R_0 c_0^4 p_0} \left[ 1 + (Kl_3)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.38)$$

**Пример 4.** Пусть область взаимодействия незатухающих ВЧ-волн ограничена фильтром, и амплитуды ВЧ-волн вдоль оси  $z$  изменяются по закону (2.17). Расчет по формуле (2.26) дает

$$D_l = \text{t.e.} \left[ \frac{-i Kl \sin^2 \frac{\theta}{2} \left[ \sin \left( Kl \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right]}{Kl \sin^2 \frac{\theta}{2}} \right]. \quad (2.39)$$

В отличие от (2.35) выражение (2.39) описывает осциллирующую зависимость от угла  $\theta$ . Ширина диаграммы направленности в этом случае равна

$$2\theta_{0,7} \approx \frac{4,75}{\sqrt{Kl}} \approx 1,9 \sqrt{\frac{\Lambda}{l}}. \quad (2.40)$$

Первый боковой лепесток диаграммы расположен под углом  $\theta \approx \sqrt{4\pi/Kl}$  к оси  $z$ .

Вернемся к вопросу о выборе функции Грина. Поскольку в плоскости  $z = 0$  обычно помещаются излучатели ВЧ-волн, амплитуда НЧ-волны в этом сечении равна нулю. Вторичное поле возникает в области  $z > 0$  в процессе накапливающегося нелинейного взаимодействия ВЧ-волн. Однако при получении результатов в дальней зоне граничное условие для НЧ-поля никак не учитывалось, поскольку использовалась функция Грина (2.22) свободного пространства.

Влияние граничного условия

$$A_-(x, y, z=0) = 0 \quad (2.41)$$

на дальнее волновое поле можно учесть, воспользовавшись функцией Грина для полупространства

$$G = \frac{e^{-iKR_1}}{R_1} - \frac{e^{-iKR_2}}{R_2}. \quad (2.42)$$

Как показано на рис. 2.1, вектор  $\vec{R}_2$  соединяет текущую точку  $M_2$  области мнимых источников (являющейся зеркальным отражением относительно плоскости  $z = 0$  области реальных источников вторичного поля НЧ) с точкой  $M$  наблюдения. Выполнение граничного условия (2.41) обеспечивается выбором функции Грина (2.42), такой, что  $G|_{z=0} = 0$ .

При этом выражение (2.25) для поперечного апертурного множителя не изменяется, а для продольного множителя вместо (2.26) получаем

$$D_l = \int_0^\infty \Phi_1(z') \Phi_2(z') \left[ e^{-iK\left(1-\frac{z}{R_0}\right)z'} - e^{-iK\left(1+\frac{z}{R_0}\right)z'} \right] dz'. \quad (2.43)$$

Расчет в случае затухающих ВЧ-волн (см. пример 3) по формуле (2.43) дает вместо (2.35) следующее выражение для продольного апертурного множителя:

$$|D_l| = \frac{l_3}{2} \frac{(Kl_3) \cos \theta}{\sqrt{\left[1 - (Kl_3)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}\right]^2 + (Kl_3)^2}}. \quad (2.44)$$

В случае узкой диаграммы направленности, что имеет место при  $Kl_3 \gg 1$ , для малых углов формула (2.44) переходит в формулу (2.35). Обстоятельства, связанные с выбором функции Грина, следует иметь в виду при использовании различных модификаций модели Вестервельта [106, 107, 125 и др.] для расчета ПИ.

Если требуется описать процесс формирования диаграммы направленности, т. е. получить выражение для НЧ-поля в ближней и промежуточной зонах, то вопрос о правильном выборе функции Грина становится принципиальным. Однако подобные расчеты в рамках изложенного здесь метода вообще сопряжены с большими трудностями. Поэтому анализ динамики формирования дальнего НЧ-поля будет проведен позднее (см. § 5.3) другими методами.

#### § 2.4. Оценки основных характеристик параметрических излучателей с помощью номограмм

Изложенные в § 2.3 результаты можно использовать для оценок основных параметров НЧ-поля ПИ в дальней зоне: полуширины диаграммы направленности и уровня сигнала в зависимости от уровня ВЧ-излучения и его частоты. Номограммы, которые приведены ниже, позволяют приблизительно определить эти величины (в рамках модели Вестервельта).

Нужно, однако, напомнить, что результаты § 2.4 имеют довольно частный характер; реальные условия работы ПИ часто не соответствуют простейшим расчетным моделям. Например, может оказаться необходимым учет дифракции ВЧ-волн, структуры их ближнего поля, образования ВЧ-гармоник и т. д. Кроме того, иногда имеет смысл наблюдать вторичное НЧ-поле не в дальней зоне, а в промежуточной области, где диаграмма направленности еще не сформировалась, зато можно получить сравнительно высокий уровень НЧ-излучения. Выбор оптимальных параметров ПИ основан на

более общих результатах, поэтому вопросы оптимизации здесь пока не рассматриваются.

На рис. 2.2 представлена номограмма [151], связывающая три параметра: среднюю частоту  $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$  ВЧ-волн, разностную частоту  $\Omega$  и ширину диаграммы направленности НЧ-излучения. Зависимость ширины диаграммы от этих частот может быть представлена формулой (2.37), переписанной в виде

$$2\theta_{0,7} \approx \frac{6,2 \cdot 10^2}{\sqrt{F l_3(f)}} ; \quad F = \frac{\Omega}{2\pi} ; \quad f_l = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (2.45)$$

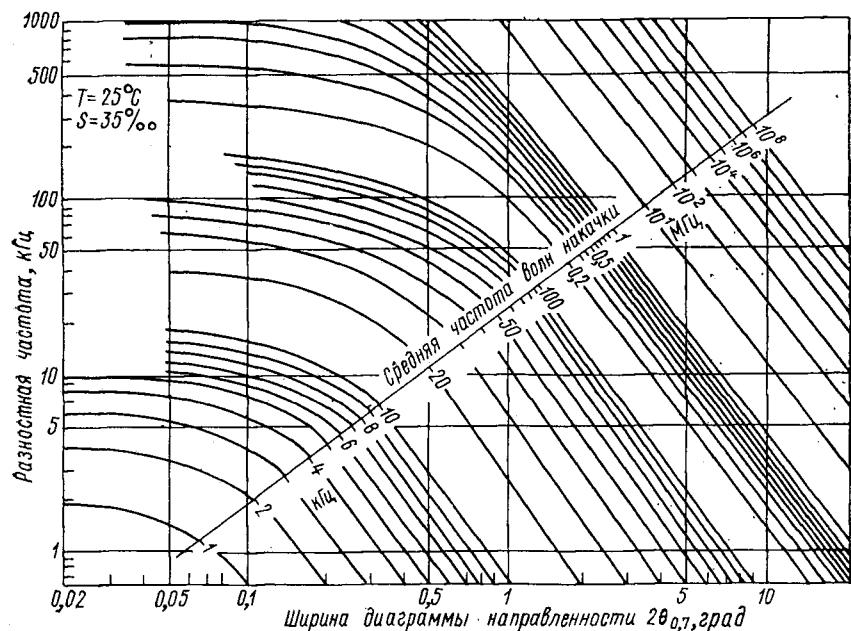


Рис. 2.2. Номограмма, связывающая среднюю частоту волн накачки, разностную частоту и ширину диаграммы направленности ПИ

При построении номограммы [151] использовалась эмпирическая формула Шулкина—Марша [168] для коэффициента затухания звука в морской воде  $\alpha$ , дБ/км:

$$\alpha = C_1 \frac{S f_r f^2}{f_r^2 + f^2} + C_2 \frac{f^2}{f_r}, \quad (2.46)$$

Характерная длина  $l_3$ , входящая в формулу (2.45), есть величина, обратная коэффициенту затухания. В выражении (2.46),  $C_1 \approx 2,05 \cdot 10^{-2}$ ,  $C_2 \approx 2,95 \cdot 10^{-2}$  — эмпирические постоянные;  $f_r \approx 21,9 \cdot 10^{6-1520/(T+273)}$  кГц, — зависящая от температуры  $T$ , °C,

частота релаксации;  $S$ , ‰ — соленоность воды;  $f$ , кГц — частота звука.

Поясним правила работы с номограммой на конкретных примерах.

1. Пусть требуется сформировать диаграмму направленности шириной  $2,2^\circ$  на разностной частоте 10 кГц. Какая средняя частота

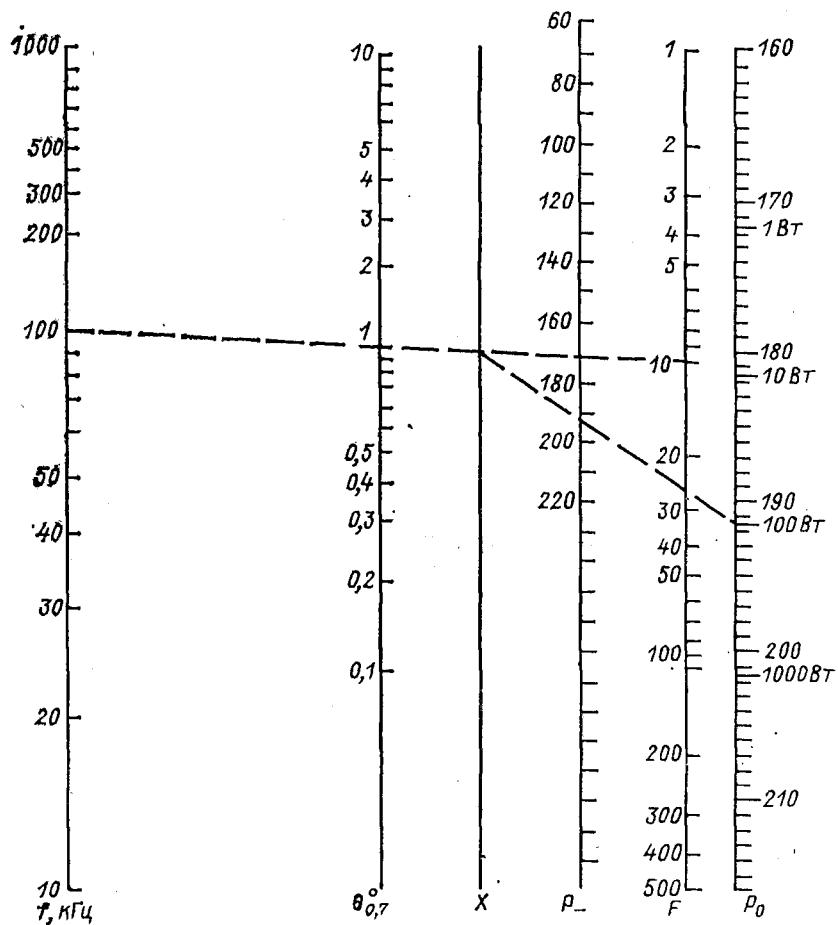


Рис. 2.3. Номограмма для оценки ширины диаграммы направленности и уровня излучения на разностной частоте

ВЧ-волна должна при этом излучаться? Для графического решения поставленного вопроса нужно восстановить перпендикуляр к оси абсцисс из точки, соответствующей  $2,2^\circ$ , и перпендикуляр к оси ординат из точки, соответствующей частоте 10 кГц. Точка пересечения этих прямых лежит на кривой, соответствующей частоте ВЧ-

волн 95 кГц. Таким образом, требуемые параметры можно получить, например, излучая в воду бигармонический ВЧ-сигнал с частотами 90 и 100 кГц.

2. Пусть средняя частота ВЧ-волны равна 500 кГц, а разностная—30 кГц. Какая при этом получится диаграмма направленности? Для решения вопроса проводим из точки, соответствующей частоте 30 кГц, горизонтальную прямую до пересечения с кривой, соответствующей частоте 500 кГц. Опускаем перпендикуляр до пересечения с осью абсцисс, находим  $2\theta_{0,7} \approx 3^\circ$ .

Номограмма иного вида [133, 168] изображена на рис. 2.3. Она дает возможность оценить не только ширину диаграммы направленности, но и уровень излучения на разностной частоте. Правила пользования диаграммой состоят в следующем. Известные значения частот  $f$  (100 кГц) и  $F$  (10 кГц) соединяются прямой линией. На пересечении прямой с осью  $\theta_{0,7}$  находим половину ширины диаграммы ( $1,1^\circ$ ). Точку второго пересечения этой прямой (со вспомогательной осью  $X$ ) нужно соединить с известным значением мощности ВЧ-волны (100 Вт), отложенным вдоль оси  $P_0$ , что позволяет определить соответствующий уровень излучения на разностной частоте (190 дБ) относительно 1 мкПа, или 0,03 атм.

### § 2.5. Метод медленно изменяющегося профиля и упрощенные уравнения нелинейной акустики

Как известно, задачи нелинейной акустики описываются нелинейными уравнениями в частных производных, и решать их гораздо труднее, чем соответствующие задачи в линейной постановке. Наиболее простой аналитический способ решения — метод последовательных приближений — обладает рядом недостатков. Принципиальный недостаток состоит в том, что с помощью этого метода практически не удается описать разрывные или близкие к пилообразным профили нелинейных волн. Кроме того, возникают технические сложности из-за большого объема выкладок и громоздкости получаемых выражений.

Большой прогресс в нелинейной акустике одномерных (плоских, цилиндрических и сферических) волн был достигнут благодаря предложенному Р. В. Хохловым методу медленно изменяющегося профиля [81, 82]. Идея метода состоит в том, что волна считается бегущей, т. е. ее форма главным образом зависит от переменной  $\tau = t - z/c_0$  — времени в сопровождающей системе координат. Кроме того, считается, что профиль волны медленно искажается по мере ее распространения, с увеличением координаты  $z$ . «Медленно» понимается в следующем смысле: волне нужно пробежать расстояние  $z$ , равное многим длинам волн  $\lambda$ , для того, чтобы ее профиль заметно изменился. При учете нелинейности и затухания «медленность» эквивалентна малости двух величин: числа Маха и диссипативного параметра (см. § 2.1).

Формально бегущая волна с медленно изменяющимся профилем записывается так

$$p' = p' \left( \tau = t - \frac{z}{c_0}, \quad z_1 = \mu z \right), \quad (2.47)$$

где  $\mu$  — малый параметр, с помощью которого учтена «медленность» в зависимости формы волны от координаты  $z$ . Если искать решение уравнений (2.7), (2.8) в виде (2.47), то мы придем к уравнению Бюргерса

$$\frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c_0^3 \rho_0} p' \frac{\partial p'}{\partial \tau} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial \tau^2} = 0, \quad (2.48)$$

описывающему распространение плоских волн конечной амплитуды в диссипативной среде. Это уравнение второго порядка (а не третьего, как (2.7)); оно содержит только один нелинейный член.

Обсудим теперь другой приближенный подход, используемый в линейной теории дифракции — так называемое «квазиоптическое» приближение [15]. Поясним суть метода на примере линейного волнового уравнения

$$\Delta p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0. \quad (2.49)$$

Точное решение уравнения (2.49) в виде разложения по гармоническим плоским волнам хорошо известно:

$$p' = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}' e^{-iz\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} e^{-ik_x x - ik_y y} dk_x dk_y. \quad (2.50)$$

Справедливость этой формулы легко проверяется ее подстановкой в уравнение (2.49). Здесь  $k = \omega/c_0$ ,

$$\hat{p}'(k_x, k_y; \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} p'(x, y, z=0; t) e^{ik_x x + ik_y y} dx dy \quad (2.51)$$

— разложение в интеграл Фурье по времени и обеим поперечным координатам функции  $p'$ , описывающей поле волны на излучателе (при  $z = 0$ ).

Если интересоваться хорошо коллимированными пучками с узким угловым спектром, то можно считать поперечные компоненты волнового вектора малыми и приближенно положить

$$\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \approx k - (k_x^2 + k_y^2)/2k. \quad (2.52)$$

Такое приближение хорошо описывает не только слабо расходящиеся пучки. Даже если лучок дифрагирует сильно, приближение (2.52) можно использовать для описания приосевой области, в которой «лучи» наклонены под малыми углами к оси  $z$ .

Подставляя разложение (2.52) в (2.50), получим приближенное решение волнового уравнения

$$p' = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p' e^{iz \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k}} e^{-ik_x x - ik_y y} dk_x dk_y. \quad (2.53)$$

Непосредственной проверкой легко убедиться, что выражение (2.53) удовлетворяет не волновому уравнению (2.49), а уравнению более простого вида

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial z \partial \tau} = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p', \quad (2.54)$$

где  $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  — лапласиан по поперечным координатам.

Укажем на другой путь перехода от точного уравнения (2.49) к приближенному (2.54). Будем искать решение (2.49) в следующем виде:

$$p' = p' \left( \tau = |t - \frac{z}{c_0}|, \quad x_1 = \sqrt{\mu} x, \quad y_1 = \sqrt{\mu} y, \quad z_1 = \mu z \right). \quad (2.55)$$

Переходя к новым переменным, вместо (2.49) получим

$$\mu^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial z_1^2} - \frac{2}{c_0} \mu \frac{\partial^2 p'}{\partial z_1 \partial \tau} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \tau^2} + \mu \frac{\partial^2 p'}{\partial x_1^2} + \mu \frac{\partial^2 p'}{\partial y_1^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \tau^2} = 0.$$

Нетрудно видеть, что члены порядка  $\mu^0$  взаимно уничтожаются; членом порядка  $\mu^2$  следует пренебречь. Все оставшиеся члены имеют один и тот же, первый, порядок малости  $\mu^1$  и образуют в точности уравнение (2.54).

Итак, мы показали два способа получения приближенного дифференциального уравнения (2.54). Первый способ основан на использовании явного интегрального представления решения точной задачи; второй — на предположении о «медленной» зависимости формы волны как от продольной координаты ( $\mu z$ ), так и от поперечных координат ( $\sqrt{\mu}x, \sqrt{\mu}y$ ). При упрощении нелинейных уравнений второй способ оказывается единственным возможным, поскольку получить точное решение нелинейной задачи не удается.

Чтобы упростить нелинейные уравнения (2.7), (2.8), воспользуемся вторым способом, т. е. будем искать решение, удовлетворяющее предположениям (2.55). Переходя к новым переменным и пренебрегая членами «высших» порядков малости, получим обобщение уравнений (2.48) и (2.54)

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c_0^3 \rho_0} p' \frac{\partial p'}{\partial \tau} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial \tau^2} \right] = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p'. \quad (2.56)$$

Это уравнение описывает нелинейные взаимодействия в ограниченных пучках с учетом затухания и дифракции волн. Без дисси-

тивного члена оно было получено Р. В. Хохловым и Е. А. Заболотской [24]; учет затухания произведен в работе В. П. Кузнецова [46].\*

Для уравнения ХЗК не найдено общего точного решения. Тем не менее приближенными методами его решать много проще, чем уравнения типов (2.7) и (2.8). Поэтому в ряде задач и, в частности, в задачах расчета характеристик ПИ удается продвинуться гораздо дальше и получить принципиально новые аналитические результаты. Разработке приближенных аналитических методов решений уравнений ХЗК, а также исследованиям различных нелинейных взаимодействий, описываемых этими уравнениями, посвящены работы [3, 4, 47, 52, 79—83].

Для расчета ПИ метод уравнения ХЗК предложен в работе Б. К. Новикова, О. В. Руденко, С. И. Солуяна [60]. Дальнейшее изложение результатов теории ПИ в книге основано именно на таком подходе.

Однако прежде чем переходить к анализу различных режимов работы ПИ, мы изложим в гл. 3, 4 сведения общего характера, необходимые для анализа параметрических антенн. В гл. 3 собраны результаты по нелинейным взаимодействиям плоских волн, описываемым уравнением ХЗК без «дифракционного» члена  $\Delta_{\perp} p'$  (т. е. уравнением Бюргерса). В гл. 4 приведены результаты линейной теории дифракции в рамках квазиоптического приближения; эти явления описываются уравнением ХЗК без нелинейного члена (т. е. уравнением (2.54)).

В заключение укажем, что переход к приближению квазиоптики может быть совершен не только при выводе исходного упрощенного уравнения, но и на более поздних стадиях решения задачи. Например, при расчете вторичного поля ПИ методом функций Грина в качестве первого приближения вместо решения однородного уравнения (2.7)

$$\Delta p^{(1)} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial t^2} + \frac{b}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \Delta p^{(1)} = 0$$

можно использовать решение параболического уравнения теории дифракции

$$\frac{\partial A_{1,2}}{\partial z} + \alpha_{1,2} A_{1,2} = \frac{1}{2ik_{1,2}} \Delta_{\perp} A_{1,2}. \quad (2.57)$$

Приближенный переход к (2.57) производится в соответствии с формулой

$$p^{(1)} = e^{i(\omega_{1,2}t - k_{1,2}z)} A_{1,2} (\sqrt{\mu} x, \sqrt{\mu} y, \mu z). \quad (2.58)$$

Такое же упрощение может быть сделано и в неоднородном уравнении Гельмгольца (2.20). Полагая

$$A_- = e^{-iKz} P_- (\sqrt{\mu} x, \sqrt{\mu} y, \mu z). \quad (2.59)$$

---

\* В дальнейшем будем называть (2.56) уравнением ХЗК.

получим неоднородное параболическое уравнение

$$-2iK \frac{\partial P_-}{\partial z} + \Delta_\perp P_- = \frac{\epsilon \Omega^2}{c_0^4 \rho_0} A_1 A_2 \Phi_1 \Phi_2. \quad (2.60)$$

Уравнение (2.60), в отличие от (2.20) — первого порядка по переменной  $z$ . Решается оно гораздо проще, в частности, не возникает трудностей с выбором функции Грина и получением выражений, описывающих вторичное поле ПИ в ближней и промежуточной зонах.

### Глава 3

## НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКИХ ВОЛН

### § 3.1. Уравнение Бюргерса. Распространение гармонического сигнала

Принцип действия ПИ основан на нелинейном взаимодействии двух или большего числа звуковых пучков с близкими частотами. Для описания их работы необходимо учитывать три основных процесса, участвующих в формировании характеристик антенн: дифракцию, диссипацию и нелинейность. Решение общей задачи расчета ПИ проведено в последующих главах, а вначале мы рассмотрим более простые ситуации, когда основное влияние на распространение волны оказывают либо нелинейные, либо дифракционные эффекты. Некоторые аспекты линейной теории дифракции изложены в гл. 4. Настоящая глава посвящена вопросам взаимодействия плоских акустических волн.

Распространение плоских волн в нелинейной диссипативной среде хорошо описывается уравнением Бюргерса

$$\frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c_0^3 \rho_0} p' \frac{\partial p'}{\partial \tau} = \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial \tau^2}. \quad (3.1)$$

Часто для удобства анализа его записывают в безразмерном виде [80]

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} - \Pi \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} = \Gamma \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \theta^2}, \quad (3.2)$$

где  $\Pi = p'/p$ ,  $\theta = \omega \tau = \omega (t - z/c_0)$ ,  $\sigma = z/l_p$ ,  $\Gamma = b\omega/2\varepsilon p$ ,  $p$  — амплитуда давления на излучателе. Параметр  $\Gamma$  характеризует взаимное влияние нелинейных и диссипативных эффектов. При

$\Gamma \ll 1$  основную роль играют нелинейные эффекты, а при  $\Gamma \gg 1$  — диссипативные.

Уравнение Бюргерса (3.1), (3.2) обладает замечательным свойством — с помощью замены Хопфа—Коула

$$\Pi = 2\Gamma d \ln U/d\theta \quad (3.3)$$

его удается линеаризовать и найти точное решение. Для функции  $U$  оно имеет вид

$$U = \frac{1}{2\sqrt{\pi\Gamma\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ \frac{1}{2\Gamma} \left[ \int_0^{\theta'} \Pi(\sigma=0, \theta'') d\theta'' - \frac{(\theta - \theta')^2}{2\sigma} \right] \right\} d\theta', \quad (3.4)$$

где  $\Pi(\sigma=0, \theta'')$  — исходный профиль возмущения.

Влияние нелинейности — это не традиционный для теории антенн вопрос. Поэтому вначале рассмотрим действие нелинейных эффектов на процесс распространения гармонического сигнала  $\Pi(\sigma=0, \theta) = \sin \theta$ . В этом случае решение (3.4) можно представить в виде ряда

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n (-1)^n I_n(1/2\Gamma) \exp(-n^2\sigma\Gamma) \cos n\theta, \quad (3.5)$$

где  $\beta_0 = 1$ ,  $\beta_n = 2$  для всех  $n > 0$ .

Подставляя решение (3.5) в (3.3), найдем выражение, описывающее поведение сигнала при произвольных значениях  $\Gamma$ . Практическая реализация этого подхода ограничена чисто техническими трудностями; для получения необходимой информации о поведении формы волны и ее гармонических составляющих приходится использовать численные методы расчета.

В ряде случаев выражение (3.5) удается упростить. Из выражения (3.5) следует, что чем выше номер гармоники, тем быстрее она затухает с расстоянием (коэффициент затухания пропорционален  $n^2$ ).

В области, где  $\sigma\Gamma = z/l_s > 2$ , основной вклад в (3.5) дают два первых члена ряда. Поведение гармонического сигнала в этой области описывается следующим выражением:

$$\Pi = 4\Gamma \frac{I_1(1/2\Gamma)}{I_0(1/2\Gamma)} \exp(-|\sigma\Gamma|) \sin \theta. \quad (3.6)$$

Амплитуда сигнала существенно зависит от ее начального значения, т. е. от величины  $\Gamma$ . Используя асимптотики функций  $I_0$  и  $I_1$  при больших и малых значениях аргумента, можно найти особенности поведения сигнала для предельных значений параметра  $\Gamma$ . Если  $\Gamma \gg 1$ , т. е. нелинейные эффекты незначительны,  $I_1/I_0 \approx 1/4\Gamma$  и амплитуда основной гармоники пропорциональна своему начальному значению; она экспоненциально затухает с расстоянием

$$\Pi = \exp(-\sigma\Gamma) \sin \theta; \quad p'(z) = p \exp(-z/l_s) \sin \theta. \quad (3.7)$$

Для малых  $\Gamma \ll 1$ , т. е. при сильном проявлении нелинейности ( $I_0/I_1 \approx 1$ ), амплитуда звукового давления перестает зависеть от своего начального значения и определяется только свойствами среды:

$$\Pi = 4\Gamma \exp(-\sigma\Gamma) \sin \theta; \quad p'(z) = \frac{2b\omega}{\epsilon} \exp(-z/l_s) \sin \theta. \quad (3.8)$$

На расстояниях  $z > 2l_s$  происходит «насыщение» (или ограничение) амплитуды; это очень важный пример проявления нелинейности. В частности, эффект насыщения существенно сказывается на работе параметрических антенн (см. гл. 8, 11). В зоне насыщения нелинейность в  $4\Gamma$  раз уменьшает значение амплитуды мощного сигнала по сравнению с линейным случаем. Увеличение мощности исходного излучения приводит лишь к росту нелинейных потерь.

Найденное для зоны насыщения решение не позволяет проследить за динамикой действия нелинейности. Для изучения развития нелинейных эффектов необходимо знать решение во всей области распространения волны. Поскольку анализ решения (3.5) довольно сложен, рассмотрим частную задачу распространения очень мощной волны, когда параметр  $\Gamma \ll 1$ . В этом случае диссипативным членом в уравнении Бюргерса можно пренебречь:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} - \Pi \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} = 0. \quad (3.9)$$

Тем самым мы считаем среду идеальной, т. е. не учитываем потерь энергии, связанных с процессами теплопроводности и вязкости. Уравнение (3.9) значительно проще для анализа, чем уравнение Бюргерса. Поведение гармонического сигнала описывается решением уравнения (3.9) в виде неявной функции

$$\Pi = \sin(\theta + \sigma\Pi). \quad (3.10)$$

Нелинейность приводит к постепенному искажению профиля волны в процессе распространения. Различные участки профиля начинают двигаться в сопровождающей системе координат, причем скорость движения пропорциональна значению амплитуды этого участка. Нелинейные искажения профиля носят накапливающийся характер, и поэтому даже для малых чисел Маха они могут оказывать заметное влияние на процесс распространения волны. Последовательные этапы искажения гармонической волны показаны на рис. 3.1. Исходный гармонический сигнал ( $\sigma = 0$ ) постепенно приобретает форму, близкую к пилообразной. При  $\sigma = 1$  участок фронта вблизи точки  $\theta = 0$  становится вертикальным (первая производная  $\partial\Pi/\partial\theta$  в этой точке обращается в бесконечность). Для значений  $\sigma > 1$  решение (3.10) становится неоднозначным, что физически абсурдно. Таким образом, решение (3.10) справедливо лишь до момента образования разрыва, т. е. для значений  $\sigma < 1$ .

Искажение профиля волны означает, что ее спектр трансформируется в процессе распространения; появляются новые гармоники,

которых не было в спектре исходного сигнала. Анализ поведения различных гармоник следует проводить с помощью Фурье-анализа решения (3.10). Замена  $\zeta = \theta + \sigma\Pi$  позволяет избавиться от неявного вида подынтегральной функции, а двукратное интегрирование по частям значительно упрощает интеграл. Амплитуда гармоники  $n\omega$  находится из выражения

$$A_n = \frac{2}{\pi n \sigma} \int_0^\pi \exp(-in\zeta - in\sigma \sin \zeta) d\zeta = 2J_n(\sigma)/n\sigma. \quad (3.11)$$

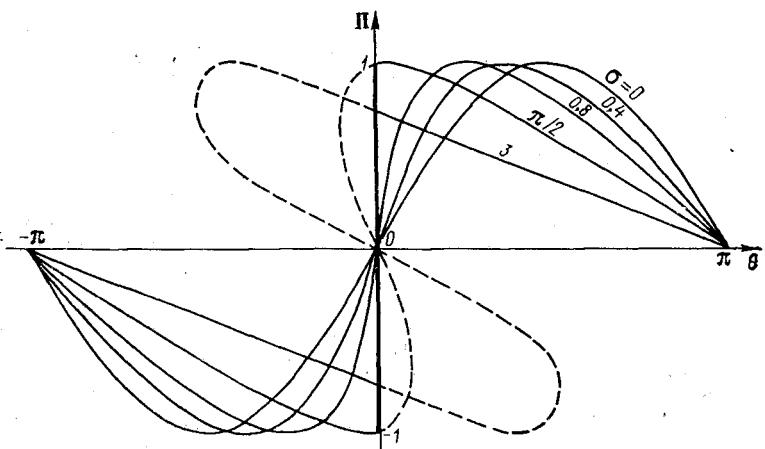


Рис. 3.1. Последовательные этапы искажения профиля гармонического сигнала для значений  $\Gamma \ll 1$

Формула (3.10), записанная в виде Фурье-спектра, называется решением Бесселя—Фубини:

$$\Pi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_n(\sigma)}{n\sigma} \sin \theta. \quad (3.12)$$

Это решение позволяет проследить за поведением отдельных гармоник спектра для расстояний  $\sigma < 1$  (рис. 3.2). Исходная гармоника затухает, а остальные монотонно растут. Суммарная энергия всех гармоник в процессе распространения сохраняется. Таким образом, в области до образования разрывов нелинейность приводит к перекачке энергии из основной гармоники волны в ее высокочастотные составляющие. Амплитуды этих гармоник быстро растут и становятся сравнимыми с амплитудой основной гармоники. Например, при  $\sigma = 1$  амплитуды первой и второй гармоник отличаются примерно в 2 раза.

Для значений  $\sigma > 1$  решение (3.10) несправедливо, так как физически не интерпретируется. Возрастание крутизны фронта волны в процессе распространения приводит к резкому возрастанию гра-

диентов давления, что значительно увеличивает потери энергии. Таким образом, для правильного описания поведения волны принципиально необходимо учитывать диссипативные эффекты, в области существования разрывов они играют существенную роль. Наиболее просто диссипативные эффекты учитываются при предположении, что ударный фронт бесконечно узок. В этом случае форма волны на расстояниях  $\sigma > 1$  находится на основе решения (3.10) с последующим построением ударного фронта в области неоднозначности. Положение ударного фронта определяется из условия сохранения количества движения одного периода волны. При графическом анализе это правило носит название «правило равенства площадей». Импульс одного периода волны пропорционален площади профиля. Ударный фронт проводится так, чтобы площадь профиля оставалась неизменной (рис. 3.1). Для гармонического сигнала, имеющего симметричный профиль и площадь, равную нулю, ударный фронт неподвижен в сопровождающей системе

координат и находится в точке  $\theta = 0$ .

Рис. 3.2. Изменение амплитуд первых трех гармоник исходного гармонического сигнала в процессе распространения

После начала образования разрыва профиль сигнала достаточно быстро, практически для значений  $\sigma > 3$ , приобретает пилообразную форму. В этой области он описывается выражением

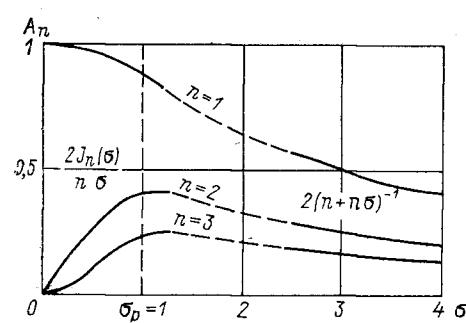
$$\Pi = \begin{cases} (\pi - \theta)/(1 + \sigma), & 0 < \theta \leq \pi, \\ (-\pi - \theta)/(1 + \sigma), & -\pi \leq \theta < 0. \end{cases} \quad (3.13)$$

Энергия сигнала уже не сохраняется, а убывает как  $(1 + \sigma)^2$ . Амплитуда волны на разрыве также быстро затухает по закону  $\pi/(1 + \sigma)$ . Фурье-анализ решения (3.13) позволяет проследить за поведением отдельных гармоник:

$$\Pi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(1 + \sigma)} \sin n\theta. \quad (3.14)$$

В области существования разрывов все гармоники затухают (рис. 3.2). Таким образом, образование ударного фронта приводит к резкому усилению диссипативных эффектов, что, естественно, вызывает уменьшение амплитуды сигнала.

Уменьшение амплитуды приводит к ослаблению нелинейных эффектов. Ударный фронт расширяется до тех пор, пока волна



вновь не становится практически гармонической. За динамикой этого процесса можно проследить с помощью решения уравнения Бюргерса. Профиль гармонического сигнала в области существования разрывов хорошо описывается точным решением уравнения Бюргерса — решением Хохлова [15]:

$$\Pi = \frac{1}{1 + \sigma} \left[ -\theta + \pi \operatorname{th} \frac{\pi \theta}{2\Gamma(1 + \sigma)} \right]. \quad (3.15)$$

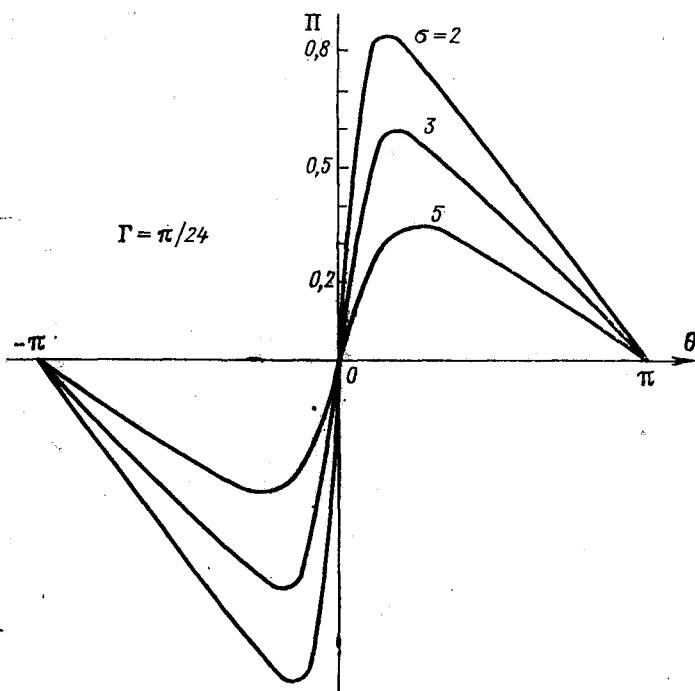


Рис. 3.3. Изменение профиля исходного гармонического сигнала в области образования разрывов ( $\sigma > 1$ ) в процессе распространения

После образования разрыва наблюдается не только уменьшение амплитуды сигнала, но и увеличение ширины фронта, пропорциональное  $1 + \sigma$  (рис. 3.3). Нетрудно убедиться, что для очень мощных сигналов выражение (3.15) может быть успешно заменено более простым (3.13); при  $\Gamma \rightarrow 0$  функция  $\operatorname{th}$  переходит в ступенчатую  $\operatorname{sgn}$ . Такая замена справедлива до тех пор, пока параметр,  $\Gamma(1 + \sigma) \ll 1$ . Для значений  $\Gamma(1 + \sigma) \sim \pi$  ширина фронта становится сравнимой с длиной волны, и в дальнейшем волну можно вновь (как и на малых расстояниях) считать гармонической.

Решение (3.15), записанное в виде Фурье-спектра, носит название решения Фея

$$\Pi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\Gamma}{\sinh n\Gamma(1+\sigma)} \sin n\theta, \quad (3.16)$$

Для конечных значений параметра  $\Gamma$ , в области существования разрывов, также наблюдается затухание всех гармоник. При  $n\Gamma(1+\sigma) \ll 1$  затухание происходит по закону, близкому к выражению (3.14), а при  $n\Gamma(1+\sigma) \gg 1$  — практически по экспоненциальному. Однако закон затухания  $\sim \exp[-n\Gamma(1+\sigma)]$  иной, чем это следует из линейной теории  $\exp(-n^2\Gamma\sigma)$ . Это объясняется постоянной подкачкой энергии из основной волны.

Используя те же предположения, что и при выводе уравнения Бюргерса, можно получить из системы (2.1) — (2.3) упрощенные уравнения, описывающие поведение цилиндрических и сферических волн:

$$\frac{\partial p'}{\partial z} + n \frac{p'}{z} - \frac{\epsilon}{c_0^3 \rho_0} p' \frac{\partial p'}{\partial \tau} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial \tau^2} = 0. \quad (3.17)$$

Здесь  $n = 1$  для сферических и  $n = 1/2$  для цилиндрических волн. Это уравнение записывается в безразмерном виде, сходном с уравнением Бюргерса (3.2):

$$\frac{\partial \Pi_n}{\partial \sigma_n} - \Pi_n \frac{\partial \Pi_n}{\partial \theta} = \Gamma_n(\sigma_n) \frac{\partial^2 \Pi_n}{\partial \theta^2}, \quad (3.18)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi_n &= \begin{cases} \frac{p'}{p} \frac{z}{R_0}, & n = 1 \\ \frac{p'}{p} \sqrt{\frac{z}{R_0}}, & n = \frac{1}{2} \end{cases}; \quad \sigma_n = \begin{cases} \sigma_0 \left| \ln \frac{z}{R_0} \right|, & n = 1 \\ 2\sigma_0 \left( \sqrt{\frac{z}{R_0}} - 1 \right), & n = \frac{1}{2} \end{cases}; \\ \Gamma_n(\sigma_n) &= \begin{cases} \Gamma e^{\frac{\sigma_n}{\sigma_0}}, & n = 1 \\ \Gamma \left( 1 + \frac{\sigma_n}{2\sigma_0} \right), & n = \frac{1}{2} \end{cases}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

где  $\sigma = R_0/l_p$ . Делая указанную замену переменных в полученных для плоских волн решениях, получим аналогичные выражения (3.10) — (3.16), описывающие поведение сферических и цилиндрических волн при различных значениях параметра  $\Gamma$ .

### § 3.2. Взаимодействие волн при слабом проявлении нелинейности

При распространении линейных акустических волн выполняется принцип суперпозиции; различные спектральные компоненты не взаимодействуют друг с другом. Характер распростра-

нения отдельной гармоники определяется только ее собственными параметрами и равновесными параметрами среды. В нелинейной (реальной) среде этот принцип несправедлив. Гармонические составляющие взаимодействуют друг с другом, изменяя свое поведение и порождая новые компоненты спектра. Анализ процессов взаимодействия в общем виде можно проводить на основе уравнения Бюргерса, воспользовавшись точным решением (3.3), (3.4). Для бигармонического начального возмущения, состоящего из двух гармоник  $\omega_1$  и  $\omega_2$ :

$$p''(z=0, t) = p_{01} \sin(\omega_1 t + \varphi) + p_{02} \sin \omega_2 t, \quad (3.20)$$

общее решение (3.4) примет вид

$$U = \sqrt{\frac{c_0^3 \rho_0}{2\pi b z}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ -(2\Gamma_1)^{-1} \cos(\omega_1 \tau' + \varphi) - (2\Gamma_2)^{-1} \cos \omega_2 \tau' - \frac{(\tau - \tau')^2 c_0^3 \rho_0}{2bz} \right] d\tau'. \quad (3.21)$$

Воспользовавшись известным разложением

$$e^{x \cos \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n (-1)^n I_n(x) \cos n\theta, \quad (3.22)$$

это выражение легко представить в виде ряда

$$\begin{aligned} U = & \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{k+n} \beta_n \beta_k I_n(1/2\Gamma_2) I_k(1/2\Gamma_1) \times \\ & \times \left\{ \exp \left[ -\frac{(k\omega_1 - n\omega_2)^2 bz}{2c_0^3 \rho_0} \right] \cos [(k\omega_1 - n\omega_2) \tau + k\varphi] + \right. \\ & \left. + \exp \left[ -\frac{(k\omega_1 + n\omega_2)^2 bz}{2c_0^3 \rho_0} \right] \cos [(k\omega_1 + n\omega_2) \tau + k\varphi] \right\}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Нелинейность приводит к генерации целого спектра комбинационных гармоник  $k\omega_1 \pm n\omega_2$ . На достаточном удалении от излучателя ряд (3.23) можно ограничить несколькими членами, так как ВЧ-гармоники затухают значительно быстрее, чем НЧ. Преобразуя это упрощенное выражение по формуле (3.3), найдем амплитуду ВРЧ на расстояниях, где взаимодействие практически окончилось и гармоники распространяются, почти не влияя друг на друга:

$$P_- = \frac{2\Omega b}{|e|} \frac{I_1(1/2\Gamma_1) I_1(1/2\Gamma_2)}{I_0(1/2\Gamma_1) I_0(1/2\Gamma_2)} \exp(-z/L_3) \sin(\Omega\tau + \varphi). \quad (3.24)$$

Зависимость от параметров  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  указывает на существенное влияние амплитуд исходных волн накачки на процесс генерации ВРЧ. При слабом проявлении нелинейных эффектов амплитуда ВРЧ пропорциональна произведению амплитуд  $p_{01}$  и  $p_{02}$ :

$$P_-(z, \tau) = \frac{e\Omega p_{01} p_{02}}{2b\omega_1\omega_2} \exp(-z/L_3) \sin(\Omega\tau + \varphi). \quad (3.25)$$

Для мощных исходных волн накачки, когда  $\Gamma_1, \Gamma_2 \ll 1$ , амплитуда ВРЧ уже не зависит от их начальных амплитуд. Как и для мощного гармонического сигнала, она определяется только свойствами среды

$$P_- = (2\Omega b/e) \exp(-z/L_s) \sin(\Omega t + \varphi). \quad (3.26)$$

Для решения практических задач важно знать амплитуду разностного сигнала в процессе ее формирования. На основе общего решения (3.23) это удается сделать только для случая слабого проявления нелинейности ( $\Gamma_1, \Gamma_2 \gg 1$ ). Функции  $I_0, I_1$ , как и при выводе (3.25), представляются в виде разложения по малому параметру  $1/\Gamma_{1,2}$  с необходимой степенью точности. После подстановки полученного для функции  $U$  разложения в выражение (3.3) учитываем только члены второго порядка малости по числу Маха ( $1/\Gamma_1, 1/\Gamma_2 \sim M$ ). В рамках этого приближения происходит генерация разностной, суммарной и вторых гармоник  $2\omega_1, 2\omega_2$ :

$$p'(z, t) = p_{01} e^{-\alpha_1 z} \sin \omega_1 t + p_{02} e^{-\alpha_2 z} \sin \omega_2 t + A(\Omega) \sin \Omega t + A(\omega_1 + \omega_2) \sin (\omega_1 + \omega_2) t + A(2\omega_1) \sin 2\omega_1 t + A(2\omega_2) \sin 2\omega_2 t + \dots, \quad (3.27)$$

где

$$A(\omega_1 \pm \omega_2) = \frac{\epsilon p_{01} p_{02} (\omega_1 \pm \omega_2)}{2b\omega_1\omega_2} [e^{-\alpha_1 z} - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) z}],$$

$$A(2\omega_{1,2}) = \frac{\epsilon p_{01,02}^2}{2b\omega_{1,2}} [e^{-2\alpha_{1,2} z} - e^{-4\alpha_{1,2} z}]; \quad \alpha_{\pm} = b(\omega_1 \pm \omega_2)^2/2c_0^3\rho_0.$$

Последующие члены ряда описывают поведение других комбинационных гармоник, однако они не учитываются, так как порядок их малости выше, чем второй. Характер поведения всех генерируемых гармоник одинаков. Сначала они возрастают, достигая максимального значения, а затем монотонно затухают, причем тем быстрее, чем больше частота гармоники (рис. 3.4). При  $\Omega \ll \omega_1, \omega_2$  гармоника  $\Omega$  генерируется значительно менее эффективно, чем остальные, но на некотором расстоянии ее амплитуда становится больше амплитуд ВЧ-гармоник, так как они затухают значительно быстрее.

Если для исходных волн накачки параметры  $\Gamma_1, \Gamma_2 \gg 1$ , то гораздо удобнее сделать упрощающие предположения не в общем решении (3.23), а непосредственно при решении уравнения Бюргерса. Так как в этом случае нелинейность дает лишь малую поправку к линейному решению, общее решение ищется в виде разложения по малому параметру  $M$

$$p' = p^{(1)} + p^{(2)} + p^{(3)} + \dots,$$

т. е. уравнение Бюргерса решается методом последовательных приближений по числу Маха. Здесь  $p^{(1)}$  — член разложения, пропорциональный числу Маха,  $p^{(2)}$  — числу Маха в квадрате,  $p^{(3)}$  — в кубе и т. д. Подставляя это разложение в исходное уравнение

(3.1), последовательно выделяем все члены одного порядка малости. В результате получим цепочку связанных уравнений, описывающих различные составляющие общего решения. Уравнение первого приближения линейно и учитывает только диссипативные эффекты

$$\frac{\partial p^{(1)}}{\partial z} - \frac{b}{2c_0^3\rho_0} \frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial t^2} = 0. \quad (3.28)$$

Уравнение второго приближения также линейно, но неоднородно

$$\begin{aligned} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial z} - \frac{b}{2c_0^3\rho_0} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} &= \\ &= -\frac{\epsilon}{2c_0^3\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} p^{(1)2}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Оно позволяет найти максимальную поправку к линейному решению  $p^{(1)}$ . Эта цепочка может быть продолжена для расчета поправок третьего, четвертого и более высоких порядков малости. Причем новые уравнения также будут линейны, что значительно упрощает их анализ.

Рассмотрим теперь процесс двухчастотного взаимодействия на основе метода последовательных приближений. Для граничного условия (3.20) решение первого приближения представляет собой сумму двух экспоненциально затухающих волн

$$p'(z, t) = p_{01} \exp(-z/l_{31}) \sin(\omega_1 t + \phi) + p_{02} \exp(-z/l_{32}) \sin(\omega_2 t). \quad (3.30)$$

Первая часть уравнения (3.29), определяемая квадратом решения (3.30), содержит целый спектр гармоник:  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$ ,  $\Omega$ ,  $\omega_1 + \omega_2$ . Решение уравнения (3.29) в силу его линейности ищется в виде суперпозиции этих гармоник. Поведение амплитуды каждой из них описывается неоднородным линейным уравнением. Решение для ВРЧ

$$P_-(z, t) = \frac{\epsilon \Omega p_{01} p_{02}}{2b \omega_1 \omega_2} [\exp(-z/L_3) - \exp(-2z/l_3)] \sin(\Omega t + \phi) \quad (3.31)$$

совпадает с выражением (3.27). Аналогичное совпадение наблюдается и для других гармоник, что говорит об эквивалентности обоих подходов.

Рассмотрим теперь процесс взаимодействия большего числа исходных гармоник. При практической реализации ПИ в качестве

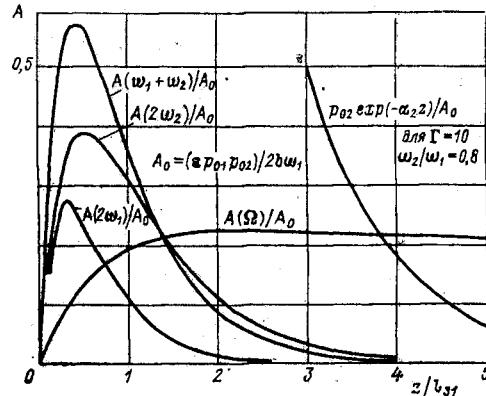


Рис. 3.4. Изменение амплитуд генерируемых гармоник  $\Omega$ ,  $\omega_1 + \omega_2$ ,  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$  при двухчастотном взаимодействии  $A$  ( $z=0$ ,  $t$ ) =  $A \sin \omega_1 t + A \sin \omega_2 t$

исходных колебаний нередко используются АМ-колебания (см. § 10.1). Спектр амплитудно-модулированного по гармоническому закону сигнала

$$p'(z=0, t) = p(1 + m \cos \Omega t) \cos \omega t \quad (3.32)$$

содержит три исходных гармоники с частотами  $\omega$ ,  $\omega + \Omega$  и  $\omega - \Omega$  (см. рис. 10.1). Частота модуляции в ПИ с АМ значительно меньше частоты накачки  $\Omega \ll \omega$  (см. табл. 2). Это обстоятельство позволяет считать, что все три исходных гармоники затухают по одному закону и функция модуляции не искажает своей формы в процессе распространения

$$p'(z, \tau) \approx p \exp(-z/l_s) (1 + m \cos \Omega \tau) \cos \omega \tau. \quad (3.33)$$

В дальнейшем будем рассматривать только низкочастотные составляющие спектра. Для АМ-сигнала (3.32) их уже две:  $\Omega$  и  $2\Omega$ . Поведение этих гармоник описывается выражениями

$$\left. \begin{aligned} p'(z, \Omega \tau) &= \frac{\varepsilon \Omega p^2}{2b \omega^2} m (e^{-z/L_s} - e^{-2z/l_s}) \sin \Omega \tau; \\ p'(z, 2\Omega \tau) &= \frac{\varepsilon \Omega p^2}{2b \omega^2} \frac{m^2}{2} [\exp(-4z/L_s) - \exp(-2z/l_s)] \sin 2\Omega \tau. \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Амплитуды гармоник существенно зависят от глубины модуляции, т. е. от величины параметра  $m$ . Амплитуда первой гармоники огибающей пропорциональна  $m$ , а второй —  $m^2$ . Используемый подход дает возможность найти общие закономерности генерации НЧ-спектра при произвольной модуляции исходной волны накачки [56]

$$p'(z=0, \tau) = p f(\Omega \tau) \cos \omega \tau, \quad (3.35)$$

где  $f(\Omega \tau)$  — произвольная, не обязательно периодическая, функция модуляции. Эта задача интересна в связи с использованием ПИ для передачи широкополосной информации, для транспонирования спектра и др. (см. § 12.4). Условие  $\Omega \ll \omega$  означает, что функция модуляции незначительно изменяется за время одного периода волны  $\omega$ . В этом случае спектр исходного сигнала достаточно узок и можно считать, что все спектральные компоненты затухают по одному закону, т. е. форма функции модуляции не изменяется в процессе распространения

$$p'(z, \tau) = p \exp(-z/l_s) f(\Omega \tau) \cos \omega \tau. \quad (3.36)$$

Для такого поведения исходной волны спектр генерируемого НЧ-сигнала изменяется по следующему закону:

$$A_\Omega(z) = \frac{\varepsilon \Omega p^2}{2b \omega^2} A(\Omega) \{ \exp[-z/L_s(\Omega)] - \exp(-2z/l_s) \}, \quad (3.37)$$

где  $A_\Omega$  — амплитуда отдельной спектральной компоненты;  $A(\Omega)$  — Фурье-спектр квадрата функции огибающей  $f^2(\Omega \tau)$ . В области, где  $z/L_s(\Omega) \ll 1$ , т. е. диссипативные эффекты не успевают заметно

исказить профиль НЧ-сигнала, его форма определяется первой производной от квадрата функции огибающей

$$p'(z, \tau) = \frac{\epsilon p^2}{2b\omega^2} [1 - \exp(-2z/l_3)] \frac{\partial f^2(\Omega\tau)}{\partial \tau}. \quad (3.38)$$

Для непериодических функций модуляции генерируется не отдельные НЧ-гармоники, а сплошной спектр. Например, для гауссовой формы огибающей,  $f(\tau) = \exp(-\Omega_0^2\tau^2)$ , НЧ-сигнал имеет форму  $\sim 4\Omega_0^2 t \exp(-2\Omega_0^2\tau^2)$ , а спектр определяется выражением

$$A(\Omega) \sim \frac{\Omega}{\Omega_0} \exp\left(-\frac{\Omega^2}{8\Omega_0^2}\right). \quad (3.39)$$

Аналогичным образом находятся корреляционные функции НЧ-волны для случайной функции огибающей. Для нормального закона распределения этой функции имеем

$$B_\Omega(\theta_1, z) = -\left(\frac{\epsilon\delta^2}{2b\omega^2}\right)^2 [1 - \exp(-2z/l_3)] \frac{\partial^2}{\partial\theta_1^2} B_0^2(\Omega\theta_1), \quad (3.40)$$

где  $\theta_1 = \tau_1 - \tau_2$ ;  $B_0$  — корреляционная функция для случайной функции модуляции  $\delta = B_0(0)$  [65].

Рассмотрим теперь другие виды модуляции. Фазово-модулированный по гармоническому закону сигнал

$$p'(z=0, t) = p \cos(\omega t + m \cos \Omega t) = p \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \{J_{2n}(m) \cos(\omega t + 2n\Omega t) + J_{2n-1}(m) \cos[\omega + (2n-1)\Omega]t\} \quad (3.41)$$

содержит бесконечное число гармоник  $\omega \pm n\Omega$ , амплитуды которых зависят от параметра  $m$ , характеризующего глубину модуляции. Предполагая, что  $\Omega \ll \omega$ , можно считать затухание всех исходных гармоник одинаковым. Нетрудно убедиться, что квадрат полученного решения не содержит НЧ-гармоник функции модуляции, т. е. при фазовой модуляции генерация НЧ-спектра отсутствует. Это будет справедливо не только для гармонического, но и для произвольного вида функции модуляции. Аналогичная ситуация наблюдается и для ЧМ-сигнала. Однако в экспериментах слабая генерация НЧ-гармоник все же будет наблюдаться. Это связано с тем, что различное затухание исходных гармоник приводит к амплитудной модуляции исходной волны и, соответственно, к генерации НЧ-гармоник этой огибающей. Как показывают расчеты, этот эффект будет в  $\Omega/\omega$  раз слабее, чем для исходной АМ-волны.

### § 3.3. Взаимодействие мощных акустических волн

Рассмотрим теперь особенности взаимодействия мощных акустических волн. Используемый в § 3.2 метод последовательных приближений по числу Маха в этом случае не применим,

так как определяющую роль будут играть нелинейные процессы. В области до образования разрывов можно воспользоваться более простым уравнением (3.9). Для произвольного начального возмущения  $p'(z=0, t) = p f(\omega t)$  решение этого уравнения имеет вид

$$p'(z, \tau) = p f(\omega \tau + \sigma p'/p). \quad (3.42)$$

Решение (3.42) справедливо лишь до момента образования разрыва, т. е. для значений  $z < [c_0^3 \rho_0 / \epsilon \omega p] (\partial f / \partial t)_{\max}$ ;  $(\partial f / \partial t)_{\max}$  — максимальное значение производной для функции  $f(t)$ . Спектральный состав периодического решения (3.42) находится из интегрального выражения

$$A_{n\omega}(\sigma) = -\frac{ip}{2\pi n\sigma} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[-in(\zeta - \sigma f(\zeta))] d\zeta. \quad (3.43)$$

Учитывая специфику работы ПИ, основное внимание будет уделяться генерации разностных НЧ-гармоник.

Для исходного бигармонического сигнала накачки (3.20) генерируемый спектр содержит все комбинационные гармоники. Амплитуда ВРЧ в этой области возрастает с пройденным расстоянием

$$P_-(z, \tau) = \frac{c_0^3 \rho_0}{\epsilon \Omega z} J_1(\epsilon \Omega p_{01} z / c_0^3 \rho_0) J_1(\epsilon \Omega p_{02} z / c_0^3 \rho_0) \cos \Omega \tau. \quad (3.44)$$

Если  $\Omega \ll \omega_1, \omega_2$ , то закон нарастания будет практически линейным:

$$P_-(z, \tau) = (\epsilon \Omega p_{01} p_{02} z / 2c_0^3 \rho_0) \cos \Omega \tau. \quad (3.45)$$

Взаимодействие волн усиливает затухание исходных гармоник. В частности, гармоника  $\omega_1$  будет уже изменяться по закону

$$p' = 2p_{01} \frac{J_1(\sigma_1)}{\sigma_1} J_0\left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \sigma_1\right) \sin \omega_1 \tau, \quad (3.46)$$

причем в ряде случаев, например, при  $p_{01} \gg p_{02}$ , закон затухания носит существенно немонотонный (осциллирующий) характер [54].

Аналогичным образом находится НЧ-спектр амплитудно-модулированного по гармоническому закону мощного сигнала волны накачки. Первая и вторая гармоники огибающей  $\Omega, 2\Omega$  изменяются по закону

$$\left. \begin{aligned} A_\Omega(\sigma) &= \frac{4\rho\Omega}{\omega\sigma} J_1\left(\frac{\Omega}{\omega}\sigma\right) J_1\left(\frac{m\Omega}{2\omega}\sigma\right) J_0\left(\frac{m\Omega}{2\Omega}\sigma\right) \approx \frac{\Omega}{2\omega} pm\sigma; \\ A_{2\Omega}(\sigma) &= \frac{\Omega\rho}{\omega\sigma} J_0\left(\frac{2\Omega}{\omega}\sigma\right) J_1^2\left(\frac{m\Omega}{\omega}\sigma\right) \approx \frac{\Omega}{4\omega} pm^2\sigma. \end{aligned} \right\} \quad (3.47)$$

Приближенные выражения записаны для случая  $\Omega \ll \omega$  или  $m \ll 1$ . Амплитуды гармоник линейно растут с расстоянием и отличаются в  $m/2$  раз. Решение (3.47) справедливо до момента образования разрыва, который наступает при  $\sigma = (1 + m)^{-1}$ .

Если  $\Omega \ll \omega$ , то рост всех НЧ-гармоник становится почти линейным. Это связано с тем, что появление НЧ-волн, имеющих амплитуды в  $\omega/\Omega$  раз меньшие, чем амплитуды ВЧ-волн, практически не влияет на поведение последних. Это свойство положено в основу так называемого метода усреднений, позволяющего значительно упростить решение задач данного класса [58]. Суть метода состоит в том, что решение ищется в виде суммы НЧ- и ВЧ-сигналов:

$$p' = p_\omega + P_\Omega. \quad (3.48)$$

Подставляя (3.48) в уравнение Бюргерса, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_\omega}{\partial z} + \frac{\partial P_\Omega}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c_0^3 p_0} (p_\omega + P_\Omega) \frac{\partial}{\partial \tau} (p_\omega + P_\Omega) - \frac{b}{2 c_0^3 p_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \times \\ \times (p_\omega + P_\Omega) = 0. \end{aligned} \quad (3.49)$$

С учетом того, что сама амплитуда НЧ-составляющих решения и ее производные по  $z$  и  $\tau$  в  $\omega/\Omega$  раз меньше, чем для ВЧ-составляющей, уравнение (3.49) можно решить методом последовательных приближений, но не по числу Maxa, как это делалось в § 3.2, а по малому параметру  $\Omega/\omega$ . В рамках второго приближения получаем два уравнения, первое из которых описывает нелинейное искажение ВЧ-спектра

$$\frac{\partial p_\omega}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c_0^3 p_0} p_\omega \frac{\partial p_\omega}{\partial \tau} - \frac{b}{2 c_0^3 p_0} \frac{\partial^2 p_\omega}{\partial \tau^2} = 0, \quad (3.50)$$

а второе — процесс генерации НЧ-гармоник

$$\frac{\partial P_\Omega}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c_0^3 p_0} P_\Omega \frac{\partial P_\Omega}{\partial \tau} - \frac{b}{2 c_0^3 p_0} \frac{\partial^2 P_\Omega}{\partial \tau^2} = \frac{\epsilon}{2 c_0^3 p_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \langle p_\omega^2 \rangle. \quad (3.51)$$

Правая часть уравнения (3.51) представляет собой усредненное за интервал времени  $\omega^{-1} \ll T \ll \Omega^{-1}$  значение  $p_\omega^2$ . На спектральном языке это означает, что в правой части (3.51) выделяются только НЧ-компоненты. Решать неоднородное уравнение Бюргерса (3.51) сложно, однако нелинейным членом можно пренебречь, так как в области генерации нелинейные эффекты самовоздействия для разностных частот практически не проявляются из-за малости их амплитуд.

Если пренебречь диссипацией исходных волн, что справедливо в области до образования разрывов, то система еще более упростится:

$$\frac{\partial p_\omega}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c_0^3 p_0} p_\omega \frac{\partial p_\omega}{\partial \tau} = 0; \quad \frac{\partial P_\Omega}{\partial z} = \frac{\epsilon}{2 c_0^3 p_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \langle p_\omega^2 \rangle. \quad (3.52)$$

Для исходной волны с произвольной функцией модуляции

$$p'(z=0, \tau) = pf(\Omega t) \sin \omega t \quad (3.53)$$

форма НЧ-сигнала в области до образования разрывов, как и для

случая слабого проявления нелинейности (3.33), будет определяться производной от квадрата функции модуляции, а амплитуда сигнала линейно растет с расстоянием

$$P_{\Omega}(z, \tau) = \frac{1}{4\omega} p\sigma \frac{\partial}{\partial \tau} f^2(\Omega\tau). \quad (3.54)$$

Спектр НЧ-сигнала будет определяться производной от НС-составляющей спектра квадрата функции огибающей. Для фазовой модуляции исходного сигнала генерация НЧ-гармоник отсутствует.

В области, где начинается образование ударных фронтов, задача значительно усложняется. Для разных периодов волны разрывы образуются на различных расстояниях, так как из-за модуляции их амплитуда различна. Амплитуда для тех периодов, где разрыв наступил раньше, затухает быстрее, и форма огибающей изменяется. В конечном счете модуляция полностью исчезает и генерация НЧ-гармоник прекращается. Математически это выражается в том, что функция  $\langle p_{\omega}^2 \rangle$  в правой части уравнения (3.52) будет зависеть не только от  $\tau$ , но и от  $z$ . Точно описать динамику искажения профиля огибающей достаточно сложно. Поэтому ее обычно аппроксимируют более простой и удобной для аналитических расчетов функцией.

Практическое использование метода усреднений для анализа задач о генерации НЧ-сигналов в области существования разрывов продемонстрируем на примере АМ по гармоническому закону волны. Для описания процесса искажения формы огибающей воспользуемся достаточно грубым, но удобным для расчета приближением. Будем считать, что с момента образования разрыва амплитуда убывает обратно пропорционально расстоянию:  $p'(\sigma) \sim p/2\sigma$ , а если разрыв не наступил, то остается постоянной. Искажение формы огибающей в соответствии с принятым законом изображено на рис. 3.5. Форма генерируемого НЧ-сигнала для значений  $\sigma < (1-m)^{-1}$  будет изменяться по следующему закону

$$P_{\Omega}(z, \tau) = \frac{1}{2\omega} \frac{\partial}{\partial \tau} \begin{cases} \frac{1}{2} (1 - m \cos \Omega\tau)^2 \sigma, & \sigma \leq (1 - m \cos \Omega\tau)^{-1}; \\ (1 - m \cos \Omega\tau) - (2\sigma)^{-1}, & \sigma \geq (1 - m \cos \Omega\tau)^{-1}. \end{cases} \quad (3.55)$$

Для значений  $\sigma > (1-m)^{-1}$  генерация заканчивается. Форма НЧ-сигнала в этой области определяется производной от функции огибающей, а не от квадрата функции огибающей, как в области до образования разрывов. Следует указать на кажущееся противоречие с выражением (3.26), в котором получено, что амплитуда  $P_-$  не зависит от амплитуды накачки, если  $\Gamma \ll 1$ . Это связано с тем, что для НЧ-сигнала не учитываются нелинейные эффекты, которые приведут к его дополнительному затуханию на расстояниях  $\Gamma > \omega\sigma/\Omega$ . Интересно рассмотреть поведение отдельных НЧ-гар-

моник огибающих сигнала. Проводя Фурье-анализ решения (3.55) можно получить кривые, аналогичные штриховым на рис. 8.1. Первая гармоника ( $n = 1$ ) монотонно возрастает до некоторого максимального значения. Вторая монотонно растет только в области до образования разрывов, а затем начинает резко затухать. Это, очевидно, связано с тем, что ее генерация в этой области происходит в противофазе. Третья и другие более высокие НЧ-гармоники огибающей начинают генерироваться только после начала образования разрывов, однако, достигнув максимума, они быстро затухают.

Следует отметить, что такое поведение НЧ-гармоник характерно только для данного вида модуляции. Например, для бигармонического сигнала в области до образования разрыва генерируется только одна гармоника, а в области после образования разрыва — целый спектр гармоник  $n\Omega$ , причем все они монотонно растут к постоянному значению.

Рассмотренный метод позволяет обобщить эти результаты на случай произвольной функции модуляции. В этом случае решение запишется в виде

$$P_\Omega(z, \tau) = \frac{p}{2\omega} \frac{\partial}{\partial \tau} \begin{cases} \frac{1}{2} \sigma f^2(\Omega\tau), & \sigma f \leq 1; \\ f(\Omega\tau) - (2\sigma)^{-1}, & \sigma f > 1. \end{cases} \quad (3.56)$$

В области, где генерация НЧ-гармоник закончилась, форма сигнала определяется уже производной не от квадрата (как на начальном этапе распространения), а просто от функции модуляции, т. е. спектр генерируемого НЧ-сигнала в области до и после образования разрыва существенно различен. На расстояниях, где профиль волны становится практически пилообразным, для расчета НЧ-спектра можно использовать другой асимптотический метод — метод пилообразного профиля. Считая профиль волны пилообразным, достаточно просто описать его искажение с расстоянием. Фурье-анализ полученного решения позволяет найти отдельные спектральные компоненты сигнала, в том числе и низкочастотные. Для АМ-сигнала накачки разность площадей между полуperiодами отлична от нуля и приближенно равна  $\Delta S_k \approx pf'(\tau_k)$  ( $\tau_k$  — среднее значение параметра  $\tau$  для определенного периода

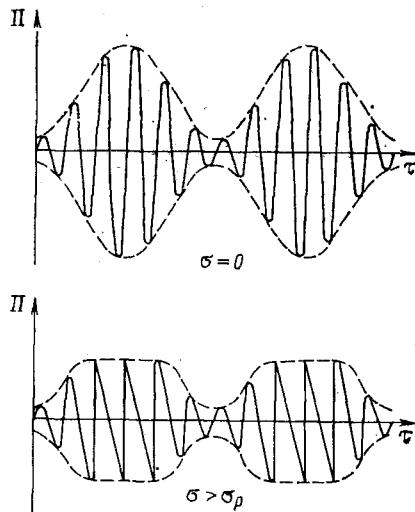


Рис. 3.5. Искажение формы огибающей амплитудно-модулированного сигнала после образования разрывов

волны накачки). В силу этого ударные фронты, образующиеся в исходном АМ-сигнале, в сопровождающей системе координат движутся, так как только в этом случае  $\Delta S_k$  для отдельных периодов будет сохраняться.

Скорость движения фронта в сопровождающей системе координат пропорциональна площади периода волны

$$\frac{d\tau_\phi}{d\sigma} \sim \frac{\Delta S_k}{2\rho\pi\omega}. \quad (3.57)$$

Искажение профиля волны при наличии разности площадей описывается следующим точным решением уравнения Бюргерса (рис. 3.6), обобщающим решение Хохлова (3.15):

$$p'(z, \tau) = \frac{\rho}{1 + \sigma} \times \\ \times \left\{ -\theta + \pi \operatorname{th} \frac{\pi [\theta + \Delta S(1 + \sigma)/2\rho\pi\omega]}{1 + \sigma} \right\}. \quad (3.58)$$

Рис. 3.6. Движение ударного фронта в сопровождающей системе координат для несимметричного начального возмущения ( $\Delta S \neq 0$ )

Даже незначительная начальная разность площадей приводит к существенному искажению профиля и образованию в конечном счете

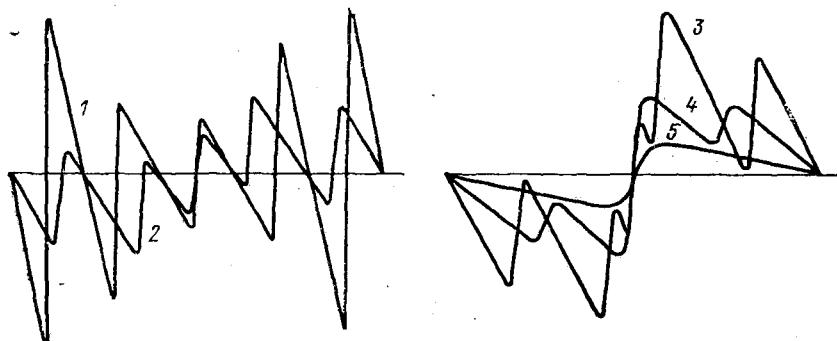


Рис. 3.7. Последовательные этапы (1—5) формирования НЧ-сигнала АМ-волной (масштаб не соблюден)

одного полярного импульса. Поскольку величина  $\Delta S_k$  различна для отдельных периодов волны накачки, то фронты будут двигаться с различными скоростями, догонять друг друга и сливаться [57]. В итоге этот процесс приводит к образованию низкочастотной удар-

ной волны (рис. 3.7). Для бесконечно малых значений  $\Gamma$  профиль НЧ-волны описывается асимптотическим решением

$$P_\Omega(z, \tau) = \frac{p}{\omega} \frac{\partial}{\partial \tau} f(\Omega \tau) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{2(1 + \sigma f(\Omega \tau))^2} \right]. \quad (3.59)$$

Для конечных значений параметра  $\Gamma$  форма НЧ-сигнала в области  $\sigma > 3$  определяется выражением

$$P_\Omega(\tau) = \frac{p}{\omega} \frac{\partial f(\Omega \tau)}{\partial \tau} \frac{I_1(f(\Omega \tau)/2\Gamma)}{I_0(f(\Omega \tau)/2\Gamma)}. \quad (3.60)$$

Нетрудно убедиться, что для предельных значений  $f(\tau)/2\Gamma \gg 1$  и  $f(\tau)/2\Gamma \ll 1$  выражение (3.60) переходит в (3.59) или (3.38). Дальнейшее искажение профиля НЧ-волны происходит только за счет нелинейности и находится из решения уравнения Бюргерса с начальным условием (3.59) или (3.60).

Сравнение показывает, что метод усреднений, даже для принятой грубой аппроксимации поведения огибающей, дает качественно верные результаты. Использование того или иного метода определяется условиями конкретной задачи. В принципе, точность и область применимости этих методов можно существенно расширить, но это связано с усложнением расчетов.

По аналогии с плоскими волнами накачки можно рассмотреть процессы генерации НЧ-гармоник сферическими и цилиндрическими АМ-волнами. Идентичность исходных уравнений позволяет выяснить особенности этих процессов непосредственной заменой переменных (3.19) в полученных для плоских волн решениях.

## Глава 4

### МЕТОД ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ

#### § 4.1. Дифракция круглых гауссовых пучков

В этой главе изложены основные сведения по дифракции пучков, формируемых круглыми и линейными преобразователями с различными распределениями амплитуд и фаз колебаний на их поверхности. Рассмотрим вначале круглые пучки с гауссовым распределением амплитуды

$$A_{1,2}(r, z=0) = p_{01,02} \exp(-r^2/a_{1,2}^2). \quad (4.1)$$

В дальнейшем речь будет идти о любой из двух ВЧ-волн с часто-

тами  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , поэтому индексы 1, 2 для удобства ниже опущены. Выражение (4.1) используем в качестве граничного условия для решения параболического уравнения (2.57), которое в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \alpha |A| = -\frac{1}{2ik} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right). \quad (4.2)$$

Член  $\alpha A$  в уравнении (4.2) описывает затухание ВЧ-волны. Заменой  $A \rightarrow A \exp(-\alpha z)$  от этого члена формально можно избавиться. Чтобы упростить запись формул, мы поступим так: будем рассматривать дифракцию без учета затухания, т. е. положим в уравнении (4.2)  $\alpha = 0$ . Если же в дальнейшем затухание потребуется учесть, это несложно сделать, умножив окончательные выражения на  $\exp(-\alpha z)$ .

Для решения (4.2) удобно использовать преобразование Ханкеля:

$$A(r, z) = \int_0^\infty \tilde{A}(v, z) J_0(vr) v dv; \quad \tilde{A}(v, z) = \int_0^\infty A(r, z) J_0(vr) r dr. \quad (4.3)$$

Подставляя (4.3) в (4.2), получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\tilde{A}}{dz} = i \frac{v^2}{2k} \tilde{A}, \quad (4.4)$$

решение которого имеет вид

$$\tilde{A}(v, z) = \tilde{A}(v, 0) \exp \left( i \frac{v^2}{2k} z \right). \quad (4.5)$$

Функция  $\tilde{A}(v, 0)$  есть преобразованное по Ханкелю граничное условие (4.1):

$$\tilde{A}(v, 0) = p \frac{a^2}{2} \exp \left( -\frac{v^2 a^2}{4} \right). \quad (4.6)$$

Подставляя (4.6) в (4.5) и совершая обратное преобразование, найдем искомое решение

$$A = \frac{p}{1 - i \frac{z}{l_d}} \exp \left( -\frac{r^2}{a^2} \frac{1}{1 - i \frac{z}{l_d}} \right) = |A| \exp(i\Psi), \quad (4.7)$$

где  $l_d = ka^2/2$  — характерная длина зоны дифракции. Действительная амплитуда и фаза при этом описываются формулами

$$|A| = \sqrt{\frac{p}{1 + z^2/l_d^2}} \exp \left( -\frac{r^2}{a^2} \frac{1}{1 + z^2/l_d^2} \right); \quad (4.8)$$

$$\Psi = \arctg \frac{z}{l_d} - \frac{r^2}{a^2} \frac{z/l_d}{1 + z^2/l_d^2}. \quad (4.9)$$

Перейдем к анализу полученного решения. Как видно из формулы (4.8), амплитуда волны на оси пучка монотонно уменьшается по закону

$$|A| = p \sqrt{1 + z^2/l_d^2}.$$

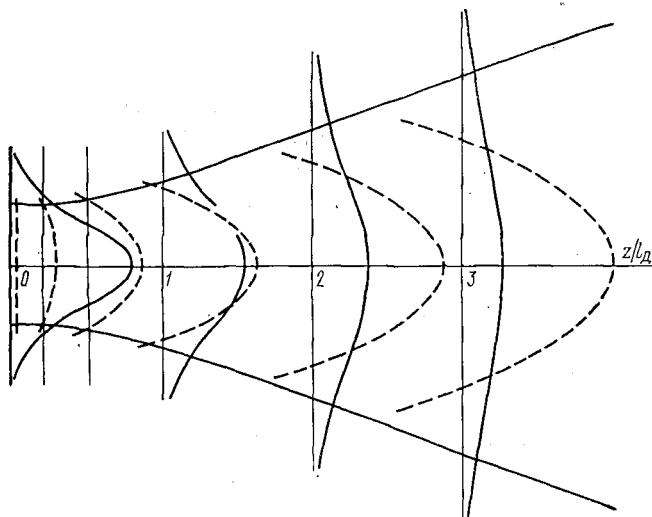


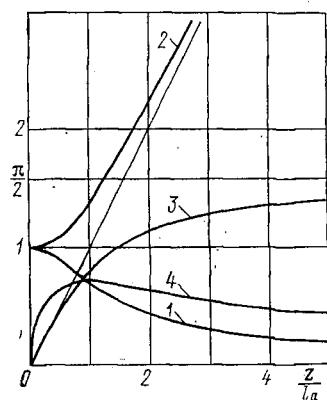
Рис. 4.1. Дифракционные явления в гауссовом пучке. При распространении волны ширина поперечного распределения амплитуды увеличивается (сплошные кривые), а фазовый фронт искривляется (штриховые кривые)

На расстояниях, малых по сравнению с длиной зоны дифракции, амплитуда уменьшается незначительно. При  $z \sim l_d$  начинается более сильное изменение амплитуды. Наконец, при  $z \gg l_d$  амплитуда уменьшается как  $l_d/z$ , т. е. волна становится сферически расходящейся.

Характерная ширина пучка (т. е. значение радиуса, при котором амплитуда в  $e = 2,718$  раз меньше своего значения на оси) определяется формулой

$$a(z) = a \sqrt{1 + z^2/l_d^2}.$$

Рис. 4.2. Изменение амплитуды волны на оси (1); ширины пучка (2); фазового сдвига (3); кривизны фронта (4) в зависимости от пройденного волной расстояния



На малых (по сравнению с  $l_d$ ) расстояниях мы находимся в «проекционной» зоне; ширина пучка постоянна. Затем пучок начинает расширяться, и при  $z \gg l_d$  (в дальней зоне) ширина увеличивается по линейному закону  $a(z) = az/l_d$ . Это означает, что волна распространяется в конусе с характерным углом раскрытия  $\theta \sim a(z)/z = a/l_d = 2/ka$ .

Анализируя выражение (4.9) для фазы, нужно отметить два обстоятельства. Во-первых, волна приобретает не зависящий от  $r$  фазовый сдвиг. С увеличением пройденного расстояния этот сдвиг увеличивается и достигает значения  $\pi/2$ . Во-вторых, первоначально плоский фронт волны начинает искривляться. Кривизна фронта

$$r_{kp}^{-1} = \frac{1}{a} \frac{\sqrt{z/l_d}}{\sqrt{1+z^2/l_d^2}}$$

вначале растет, достигает максимального значения при  $z = l_d$ , а затем уменьшается.

На рис. 4.1 изображена картина дифракционного «расплывания» гауссова пучка, проявляющегося в искривлении фазового фронта волны (штриховые кривые), увеличении характерной ширины поперечного распределения амплитуды (сплошные кривые) и уменьшении ее значения на оси.

На рис. 4.2 показана зависимость основных величин, характеризующих процесс, от расстояния: амплитуды волны на оси, отнесенной к своему исходному значению ( $|A|/p$ , кривая 1); безразмерной ширины пучка ( $a(z)/a$ , кривая 2); не зависящего от радиуса фазового сдвига (кривая 3) и безразмерной кривизны фронта волны ( $a/r_{kp}$ , кривая 4).

#### § 4.2. Расчет диаграмм направленности в параболическом приближении

В § 4.1 описан процесс превращения квазиплоской волны (локализованной в пространстве в виде гауссова пучка) в сферически расходящуюся волну. На расстояниях  $z \gg l_d$ , т. е. в дальней зоне, существует сформировавшаяся диаграмма направленности ВЧ-излучения. В этом параграфе рассчитаны формы диаграмм для различных типов распределений амплитуды волны на поверхности круглого излучателя; в частности, вычислена диаграмма для изученного в § 4.1 гауссова пучка.

Пользуясь формулами (4.5) и (4.3), запишем решение параболического уравнения при произвольной функции  $\tilde{A}(v, 0)$  (т. е. произвольном распределении  $A(r, 0)$ ) в следующем виде:

$$A(r, z) = \int_0^\infty \tilde{A}(v, 0) e^{i \frac{kv^2}{2k} z} J_0(vr) v dv. \quad (4.10)$$

Подставляя в (4.10) выражение (4.3)  $\tilde{A}(v, 0)$  через  $A(r, 0)$  и вычисляя интеграл по  $dv$ , найдем общее решение

$$A = i \frac{k}{z} e^{-i \frac{k}{2z} r^2} \int_0^\infty e^{-i \frac{k}{2z} r'^2} J_0\left(\frac{k}{z} rr'\right) A(r', 0) r' dr'. \quad (4.11)$$

В дальней зоне, где  $z \gg ka^2$ , в показателе экспоненты под интегралом (4.11), а также в аргументе функции Бесселя появляется малый параметр  $ka^2/z$ . Экспоненту можно приближенно заменить единицей и вот почему. Распределение поля на излучателе описывается функцией  $A(r', 0)$ , которая существенно отлична от нуля лишь при  $r' \leq a$ . Поэтому показатель экспоненты в области, дающей главный вклад в интеграл, есть малая величина. Напротив, пренебрегать влиянием функции Бесселя недопустимо, так как наряду с малым параметром  $ka^2/z$ , в ее аргументе присутствует отношение  $r/a$ , которое в дальней зоне может быть большой величиной.

Итак, полагая экспоненту под интегралом (4.11) равной единице и сравнивая оставшееся выражение с формулой (4.3), получим общий результат

$$A(r, z) = i \frac{k}{z} e^{-i \frac{k}{2z} r^2} \tilde{A}\left(k \frac{r}{z}, 0\right). \quad (4.12)$$

Для модуля амплитуды найденное решение принимает вид

$$|A(\theta, z)| = \frac{k}{z} |\tilde{A}(k \operatorname{tg} \theta, 0)| = p \frac{l_\theta}{z} D(\theta). \quad (4.13)$$

Здесь тангенс угла между осью  $z$  и направлением на точку наблюдения  $r/z = \operatorname{tg} \theta$  для малых углов (которые только и рассматриваются в квазиоптическом приближении) можно заменить на  $\sin \theta$  или просто на  $\theta$ .

Таким образом, диаграмма направленности определяется преобразованием Ханкеля от исходного поперечного распределения амплитуды на поверхности круглого излучателя.

Укажем, что результат (4.13) можно получить непосредственно из решения (4.10), если воспользоваться универсальной асимптотической формулой [47].

$$\int_0^\infty \Phi(v) e^{ivv^2} J_0(vr) dv \approx \frac{i}{r} e^{-i \frac{r^2}{4\kappa}} \Phi\left(\frac{r}{2\kappa}\right), \quad (4.14)$$

справедливой при  $\kappa \gg 1$ . Эта формула неоднократно будет применяться в дальнейшем для асимптотического вычисления интегралов при решении нелинейных задач.

Рассмотрим несколько конкретных примеров расчета диаграмм направленности.

**Пример 1.** Пусть амплитуда  $A(r, 0)$  на поверхности излучателя задана равномерно, т. е. равна  $p$  при  $r < a$  и 0 при  $r > a$ . Преобразуя

эту функцию по Ханкелю (4.3), найдем

$$\tilde{A} = pa^2 J_1(av)/av.$$

Диаграмма направленности, следовательно, описывается формулой

$$D(\theta) = |2J_1(ka\theta)/ka\theta|. \quad (4.15)$$

Известный результат [168] теории дифракции, полученный без использования квазиоптического приближения [см. также (2.31)] отличается от (4.15) тем, что вместо угла  $\theta$  в точную формулу входит  $\sin \theta$ ; для  $\theta < 20^\circ$ , как нетрудно видеть, разница несущественна.

**Пример 2.** Для гауссова пучка величина  $\tilde{A}$  уже рассчитана (4.6). Диаграмма направленности имеет вид

$$D(\theta) = \exp\left(-\frac{1}{4} k^2 a^2 \theta^2\right). \quad (4.16)$$

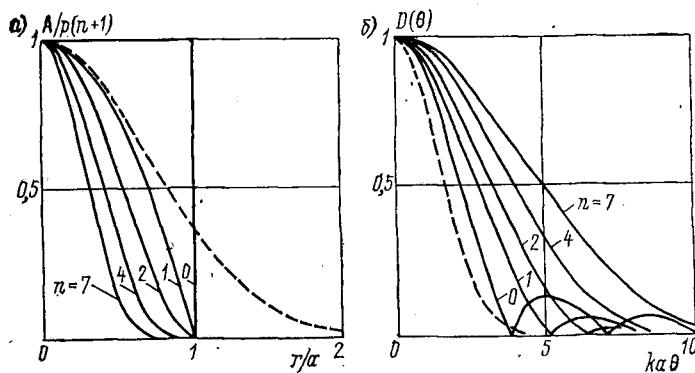


Рис. 4.3. Различные типы распределения амплитуды волны на поверхности круглого излучателя (a) и соответствующие диаграммы направленности (б)

Точно такое же выражение нетрудно получить, полагая в формуле (4.8),  $z \gg l_d$  и обозначая  $r/z = \theta$ .

**Пример 3.** Пусть амплитуда на поверхности излучателя распределена по закону

$$A(r, 0) = \begin{cases} p(n+1)(1-r^2/a^2)^n, & r \leq a; \\ 0, & r > a. \end{cases}$$

При  $n = 0$  это выражение описывает равномерное распределение, рассмотренное в примере 1. Чем больше число  $n$ , тем меньше должны сказываться краевые эффекты, так как функция  $A(r, 0)$  сосредоточивается вблизи центра излучателя  $r = 0$ . Диаграмма направленности имеет вид

$$D(\theta) = |\bar{2}^{n+1} (n+1)! J_{n+1}((ka\theta)/(ka\theta)^{n+1})|. \quad (4.17)$$

На рис. 4.3 сплошными линиями построены распределения поля для  $n = 0, 1, 2, 4, 7$ . На рис. 4.3, б изображены соответствующие диаграммы направленности. Видно, что при малых  $n$  диаграммы содержат побочные максимумы («боковые лепестки»), которые при увеличении  $n$  сглаживаются. Штриховыми кривыми на рис. 4.3 показаны распределение поля и диаграмма для гауссова пучка.

Важной характеристикой направленных свойств антенн является коэффициент осевой концентрации, который в случае круглых осесимметрических пучков определяется [168] как

$$2 \int_0^{\pi} D^2(\theta) \sin \theta d\theta \approx 2 \int_0^{\infty} D^2(\theta) \theta d\theta.$$

Переход в этой формуле возможен в приосевом приближении, когда пучки достаточно узкие. Указанный коэффициент для диаграмм направленности (4.15) и (4.16) равен  $(ka)^2$ . В более общем случае (4.17) расчет коэффициента концентрации приводит к выражению  $[(2n+1)/(n+1)^2](ka)^2$ . Видно, что с ростом  $n$  значение коэффициента уменьшается; этот факт находится в согласии с рис. 4.3, б, на котором заметно уширение диаграмм направленности, т. е. ухудшение направленных свойств излучателей с ростом  $n$ .

### § 4.3. Дифракция круглого пучка при равномерном распределении амплитуды на излучателе

Рассмотрим пучок, амплитуда которого на поверхности излучателя, при  $z = 0$  распределена по закону

$$A(r, 0) = \begin{cases} p, & r < a; \\ 0, & r > a. \end{cases} \quad (4.18)$$

Диаграмма направленности для такого распределения вычислена в § 4.2 (пример 1) и построена на рис. 4.3, б (кривая, соответствующая  $n = 0$ ). Здесь мы изложим более общие результаты для выяснения структуры волны на таких расстояниях, где дальнее поле еще не успело сформироваться.

Решение (4.10), (4.11) параболического уравнения, соответствующее распределению (4.18) для амплитуды, имеет вид

$$A(r, z) = pa \int_0^{\infty} e^{-i \frac{v^2}{2k} z} J_0(vr) J_1(va) dv = pi \frac{k}{z} e^{-i \frac{k}{2z} r^2} \times \\ \times \int_0^r e^{-i \frac{k}{2z} r'^2} J_0\left(\frac{k}{z} r' r'\right) dr'. \quad (4.19)$$

Ни один из двух интегралов (4.19) точно взять не удается. Можно получить, однако, менее общие зависимости. Например, для амплитуды волны на оси (при  $r = 0$ ) из второго интеграла (4.19) следует

$$A(0, z) = p \left( 1 - e^{-i \frac{ka^2}{2z}} \right); \quad |A(0, z)| = 2p \left| \sin \frac{ka^2}{4z} \right|. \quad (4.20)$$

Зависимость (4.20) амплитуды от расстояния вдоль оси носит осцилляторный характер (рис. 4.4) и тем самым существенно отличается от аналогичной зависимости для гауссова пучка (см. рис. 4.2, кривая 1).

Интересно сравнить результат (4.20) с решением, получаемым без использования приближения квазиоптики. Это решение [47]

$$A = pae^{ikz} \int_0^{\infty} e^{-i\sqrt{k^2 - v^2} z} J_0(vr) J_1(va) dv \quad (4.21)$$

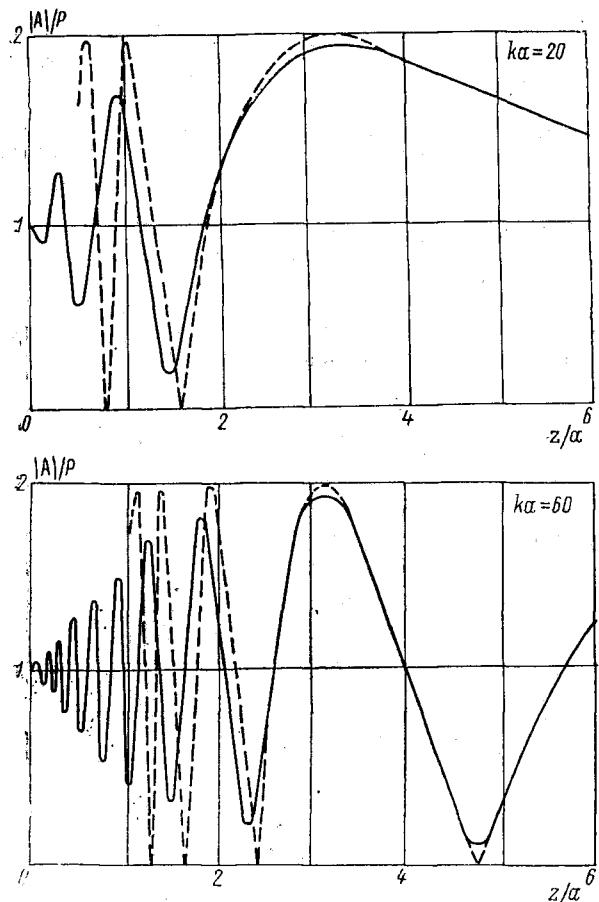


Рис. 4.4. Зависимости от расстояния амплитуды волны на оси для точного решения волнового уравнения (сплошные кривые) и решения в приближении квазиоптики (штриховые кривые)

на оси принимает вид

$$|A(0, z)| = p \left[ 1 + \frac{z^2}{z^2 + a^2} - \frac{2z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \cos k(\sqrt{z^2 + a^2} - z) \right]^{1/2}. \quad (4.22)$$

Как видно из сравнения формул (4.20) и (4.22), а также кривых на рис. 4.4, они практически совпадают при  $z^2 \gg a^2$ . Более точная оценка области применимости (4.20) следует из условия малости дополнительных фазовых членов под аргументом косинуса в решении (4.22):

$$z/a > 0,5 (ka)^{1/3} = z_0/a. \quad (4.23)$$

Таким образом, существует область расстояний

$$z_0^2 < z^2 < l_d^2, \quad (4.24)$$

в которой волна еще не является сферически расходящейся, а условия применимости квазиоптического приближения выполняются достаточно хорошо. Например, для ультразвука с частотой  $f = 2$  МГц, излучаемого в воду поршневым источником радиуса  $a = 1,5$  см, условие (4.24) выполнено на длинах от  $z_0 \sim 4-5$  см до длин порядка 100 см. На более далеких расстояниях вблизи оси (для углов, меньших  $10-20^\circ$ ) решение (4.19), (4.20) по-прежнему хорошо описывает волну, которая здесь ведет себя как сферически расходящаяся.

Если решение (4.19) использовать как первое приближение для расчета вторичного поля ПИ, то нужно потребовать, чтобы на расстоянии  $z_0$  (т. е. вблизи излучателя, там, где квазиоптическое приближение не справедливо) нелинейные эффекты проявлялись незначительно.

Звуковое поле при равномерном распределении амплитуды на поверхности излучателя имеет сложную структуру не только вдоль оси, но и в поперечном сечении пучка. В этом можно убедиться, продифференцировав первый интеграл (4.19) по радиальной координате  $r$ , после чего этот интеграл удается вычислить:

$$\frac{\partial A}{\partial r} = -p \frac{ka}{z} e^{-i \frac{k}{2z} (r^2 + a^2)} J_1 \left( \frac{ka}{z} r \right). \quad (4.25)$$

Взяя от (4.25) реальную часть, легко видеть, что производная амплитуды осциллирует с изменением  $r$  и является знакопеременной функцией; следовательно, осцилляторную структуру имеет и поперечное распределение амплитуды волны.

#### § 4.4. Дифракция сфокусированных и дефокусированных гауссовых пучков

В § 4.1 рассмотрены дифракционные явления, происходящие в гауссовых пучках с плоским исходным фазовым фронтом. В этом параграфе мы будем считать, что фронт волны на излучателе задан вогнутым либо выпуклым, и в зависимости от этого волна является сходящейся (в области до фокуса) либо расходящейся.

Границное условие при  $z = 0$  для параболического уравнения (4.2) следует принять в виде

$$A(r, z=0) = p \exp \left( -\frac{r^2}{a^2} \pm i \frac{kr^2}{2R_0} \right). \quad (4.26)$$

Здесь знак «плюс» соответствует сфокусированной, а знак «минус» — дефокусированной волне;  $R_0$  — это радиус кривизны исходного фронта волны. При  $R_0 \rightarrow \infty$  граничное условие (4.26) переходит в выражение (4.1) для волны с плоским фронтом.

Результаты § 4.1 можно обобщить на случай конечных  $R_0$ , если заменить во всех формулах

$$\frac{1}{a^2} \rightarrow \frac{1}{a^2} \left( 1 \mp i \frac{ka^2}{2R_0} \right) = \frac{1}{a^2} \left( 1 \mp i \frac{l_d}{R_0} \right). \quad (4.27)$$

Решение (4.7) для комплексной амплитуды после такой замены будет иметь вид

$$A = \frac{p}{1 \mp \frac{z}{R_0} - i \frac{z}{l_d}} \exp \left( -\frac{r^2}{a^2} \frac{1 \mp i \frac{l_d}{R_0}}{1 \mp \frac{z}{R_0} - i \frac{z}{l_d}} \right) = |A| \exp(i\psi). \quad (4.28)$$

Действительные амплитуда и фаза при этом равны

$$|A| = \sqrt{\frac{p}{\left( 1 \mp \frac{z}{R_0} \right)^2 + \frac{z^2}{l_d^2}}} \exp \left[ -\frac{r^2}{a^2} \frac{1}{\left( 1 \mp \frac{z}{R_0} \right)^2 + \frac{z^2}{l_d^2}} \right]; \quad (4.29)$$

$$\psi = \operatorname{Arctg} \frac{\frac{z}{l_d}}{1 \mp \frac{z}{R_0}} - \frac{r^2}{a^2} \frac{\frac{z}{l_d} \mp \frac{l_d}{R_0} \left( 1 \mp \frac{z}{R_0} \right)}{\left( 1 \mp \frac{z}{R_0} \right)^2 + \frac{z^2}{l_d^2}}. \quad (4.30)$$

Перейдем к анализу полученного решения. В отличие от формул (4.8), (4.9) для квазиплоской волны новое решение (4.29), (4.30) содержит два характерных параметра с размерностью длины:  $l_d = ka^2/2$  и  $R_0$ . Отношение этих величин может служить мерой того, какой из двух процессов — дифракция или геометрическая расходимость (сходимость) — является преобладающим.

Для перехода к приближению геометрической акустики нужно устремить длину волны к нулю, или, что то же самое,  $l_d \rightarrow \infty$ . Действительная амплитуда (4.29) будет при этом описываться выражением

$$|A| = \frac{p}{\left| 1 \mp \frac{z}{R_0} \right|} \exp \left[ -\frac{r^2}{a^2} \frac{1}{\left( 1 \mp \frac{z}{R_0} \right)^2} \right]. \quad (4.31)$$

Решение (4.30) для фазы сходящейся волны в приближении геометрической акустики примет вид

$$\psi = \pi \Theta \left( \frac{z}{R_0} - 1 \right) + \frac{kr^2}{2(R_0 - z)}. \quad (4.32)$$

Здесь  $\Theta$  — ступенчатая функция Хевисайда, равная единице при положительном значении своего аргумента и нулю — при отрицательном. Для расходящейся волны

$$\psi = -kr^2/2(R_0 + z). \quad (4.33)$$

Зависимости от расстояния безразмерной амплитуды на оси  $|A(0, z)|/p$ , безразмерной ширины пучка  $a(z)/a$  и фазового сдвига  $\psi(0, z)$ , вычисленные по формулам (4.31), (4.32) для сходящейся волны в приближении геометрической акустики, показаны на рис. 4.5 штриховыми линиями. Как видно из рис. 4.5, амплитуда (кривая 1') увеличивается по мере схождения волны, и в точке геометрического фокуса  $z = R_0$  обращается в бесконечность. После прохождения фокальной области волна становится расходящейся, а ее амплитуда монотонно убывает. Ширина пучка (кривая 2') в области  $z < R_0$  уменьшается, а в области  $z > R_0$  — увеличивается; при  $z = R_0$  пучок сходится в точку и его ширина обращается в нуль; фаза волны (кривая 3') скачком изменяется на  $\pi$  при прохождении волны через фокус.

Аналогичные по смыслу сплошные кривые, построенные на рис. 4.5 по формулам (4.29), (4.30) квазиоптического приближения, ведут себя принципиально иначе. Безразмерная амплитуда акустической волны

$$\frac{|A(0, z)|}{p} = \left[ \left( 1 - \frac{z}{R_0} \right)^2 + \frac{z^2}{l_d^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (4.34)$$

конечна при любых  $z$ ; она достигает максимального значения

$$|A|_{\max} = p \sqrt{1 + l_d^2/R_0^2}$$

в точке

$$z = R_0 l_d^2 / (R_0^2 + l_d^2),$$

т. е. несколько ближе геометрического фокуса (кривая 1). В этой же точке ширина звукового пучка

$$a(z) = a \sqrt{\left( 1 - \frac{z}{R_0} \right)^2 + \frac{z^2}{l_d^2}} \quad (4.35)$$

(кривая 2) минимальна и равна

$$a_{\min} = a \sqrt{1 + l_d^2/R_0^2}.$$

Наименьшая площадь фокального пятна  $\pi a_{\min}^2 = R_0 \lambda$  получается при  $l_d^2 \gg R_0^2$ , когда геометрическая сходимость проявляется сильно.

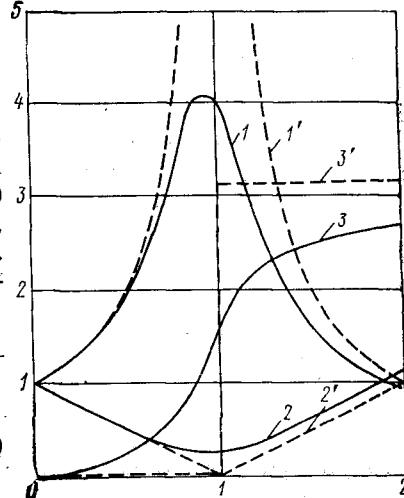


Рис. 4.5. Изменение амплитуды волны на оси (кривые 1, 1') ширины пучка (2, 2') и фазового сдвига (3, 3') в зависимости от пройденного волной расстояния. Штриховые кривые соответствуют приближению геометрической акустики, сплошные — квазиоптики (при  $l_d = 4 R_0$ )

нее, чем дифракция. Видно, что площадь пятна не может быть равной нулю; она тем меньше, чем короче длина волны и чем сильнее искривлен начальный фронт. Наконец, фазовый сдвиг на оси (кривая 3) в приближении квазиоптики изменяется не скачком, а по плавному закону, асимптотически приближаясь к значению  $\pi - \arctg(R_0/l_d)$ .

Диаграмма направленности сходящейся или расходящейся волны формируется при  $z \gg R_0, l_d$ . Как несложно установить, пользуясь выражением (4.29), она имеет вид

$$D(\theta) = \exp\left(-\frac{1}{4} \frac{k^2 a^2 \theta^2}{1 + l_d^2/R_0^2}\right). \quad (4.36)$$

Сравнение формул (4.36) и (4.16) показывает, что фокусировка или дефокусировка волны приводит к расширению диаграммы направленности.

Заметим, что решение (4.28) можно использовать как первое приближение в задачах расчета ПИ, когда преобразователь начинки имеет слабовыпуклую или слабовогнутую форму.

#### § 4.5. Дифракция плоских (щелевых) пучков

До сих пор в этой главе мы рассматривали круглые пучки, дифракция которых в квазиоптическом приближении описывается параболическим уравнением (4.2). Часто на практике используются плоские пучки, в которых поперечное распределение комплексной амплитуды зависит не от радиальной координаты  $r$  (как для круглых осесимметричных пучков), а от декартовой координаты  $y$ . Соответствующее параболическое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}. \quad (4.37)$$

Решение уравнения (4.37) для произвольного распределения амплитуды  $A(y, z = 0)$  на излучателе можно записать в форме

$$A(y, z) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi z}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{ik}{2z}(y-y')^2} A(y', z=0) dy'. \quad (4.38)$$

Перейдем к получению конкретных выражений с помощью решения (4.38).

**Пример 1.** Пусть амплитуда при  $z = 0$  имеет гауссово распределение:

$$A(y, 0) = p \exp(-y^2/a^2).$$

Вычисляя интеграл (4.38), получим

$$A(y, z) = \sqrt{\frac{p}{1 - i \frac{z}{l_d}}} \exp\left(-\frac{y^2}{a^2} \frac{1}{1 - i \frac{z}{l_d}}\right) = |A| \exp(i\psi). \quad (4.39)$$

Действительные амплитуда и фаза при этом равны

$$|A| = \frac{p}{\sqrt[4]{1+z^2/l_d^2}} \exp \left( -\frac{y^2}{a^2} \frac{1}{1+z^2/l_d^2} \right); \quad (4.40)$$

$$\Psi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{z}{l_d} - \frac{y^2}{a^2} \frac{z/l_d}{1+z^2/l_d^2}. \quad (4.41)$$

Сравнивая формулы (4.40), (4.41) с аналогичными выражениями (4.8), (4.9) для круглого пучка, нужно обратить внимание на два обстоятельства. Во-первых, амплитуда волны на оси в дальней зоне (при  $z^2 \gg l_d^2$ ) убывает по закону  $|A| \approx p \sqrt{l_d/z}$ , т. е. плоская волна превращается в цилиндрически расходящуюся; напомним, что в случае круглых пучков на больших расстояниях волна становилась сферически расходящейся. Во-вторых, фазовый сдвиг на оси при увеличении  $z$  от 0 до  $\infty$  составляет  $\pi/4$  (а не  $\pi/2$ , как для круглого пучка).

**Пример 2.** Пользуясь решением (4.38), найдем выражение для амплитуды в дальней волновой зоне:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{-ik}{2\pi z}} e^{-i\frac{k}{2z}y^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik\frac{y}{z}y'} A(y', 0) dy' = \\ &= \sqrt{\frac{-ik}{2\pi z}} e^{-i\frac{k}{2z}y^2} \tilde{A}\left(k\frac{y}{z}, 0\right). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Переход от (4.38) к формуле (4.42) совершенно аналогичен предельному (при  $z \gg ka^2$ ) переходу, совершенному в решении (4.11), с той лишь разницей, что вместо преобразования Ханкеля для круглых пучков [см. (4.12)] в формуле (4.42) присутствует преобразованное по Фурье исходное распределение  $\tilde{A}(ky/z, 0)$ . Для модуля амплитуды из формулы (4.42) получаем

$$|A(\theta, z)| = \sqrt{\frac{k}{2\pi z}} |\tilde{A}(k\theta, 0)| = p \sqrt{\frac{l_d}{z}} D(\theta). \quad (4.43)$$

**Пример 3.** Рассчитаем формулу диаграммы направленности в том случае, когда действительная амплитуда волны на поверхности излучателя распределена по произвольному закону, а фаза линейно зависит от  $y$ :

$$A(y, 0) = A(y) \exp(-ik\theta_0 y). \quad (4.44)$$

Преобразуя выражение (4.44) по Фурье, найдем

$$\tilde{A}(k\theta, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} A(y') e^{ik(\theta-\theta_0)y'} dy' = \tilde{A}(k(\theta-\theta_0)).$$

Поле в дальней зоне описывается формулой

$$|A(\theta, z)| = p \sqrt{\frac{l_d}{z}} D(\theta-\theta_0). \quad (4.45)$$

Сравнивая выражения (4.43) и (4.45), нетрудно видеть, что при линейном изменении фазы диаграмма направленности сохраняет свою форму, но поворачивается как целое на угол  $\theta_0$  относительно оси  $y$ . Таким образом, давая линейное изменение фазы, можно сканировать акустическим лучом, не меняя пространственного положения преобразователя накачки. Этот метод обладает малой инерционностью и широко используется на практике.

**Пример 4.** Предположим, что линейная мозаичная излучающая антenna состоит из  $N$  элементов, которые могут совершать колебания с одинаковыми

амплитудами. Пусть фазовый сдвиг между колебаниями двух соседних элементов равен  $\pi$ ; при этом комплексная амплитуда распределена на поверхности антенны по закону

$$A(y, 0) = p \begin{cases} 0, & y < 0; \\ (-1)^{n-1}, & (n-1)\Delta \leq y \leq n\Delta; \\ 0, & y \geq N\Delta. \end{cases} \quad (4.46)$$

Здесь  $N$  — полное число элементов;  $\Delta$  — размер каждого из них;  $n$  — номер элемента. Для получения симметричной диаграммы направленности число  $N$  должно быть нечетным.

Поле волны в дальней зоне определим по формуле (4.42)

$$A = p \sqrt{\frac{ik}{2\pi z}} e^{\frac{-ik}{2z} y^2} \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} e^{ik\theta y'} dy'. \quad (4.47)$$

После вычисления интеграла нетрудно заметить, что ряд в выражении (4.47) сводится к геометрической прогрессии. Выполняя суммирование, найдем

$$|A(\theta, z)| = p \sqrt{\frac{k\Delta^2}{2\pi z}} \left| \frac{\sin\left(\frac{1}{2}k\Delta\theta\right)}{\frac{1}{2}|k\Delta\theta|} \right| \left| \frac{\cos\left(\frac{1}{2}k\Delta\theta N\right)}{\cos\left(\frac{1}{2}k\Delta\theta\right)} \right|. \quad (4.48)$$

Диаграмма направленности, описываемая формулой (4.48), определяется двумя сомножителями. Первый из них

$$\left| \sin\left(\frac{1}{2}k\Delta\theta\right) \right| / \left( \frac{1}{2}k\Delta\theta \right)$$

есть диаграмма, создаваемая отдельным элементом; ее ширина — величина порядка  $2/k\Delta$ . Второй сомножитель описывает диаграмму, ширина которой в  $N$  раз меньше; именно этот сомножитель, учитываящий коллективный вклад всех отдельных преобразователей, и определяет полную ширину диаграммы.

Заметим, что введение фазового сдвига между соседними элементами позволяет быстро изменять свойства направленности составных излучателей.

## Глава 5

### ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ ЗВУКА С НЕДИФРАГИРУЮЩИМИ ПУЧКАМИ ВОЛН НАКАЧКИ

#### § 5.1. Общая схема расчета и решение для произвольных распределений амплитуд и фаз на преобразователе накачки

В этой главе дан расчет некоторых простых режимов работы ПИ; рассмотрены процессы формирования НЧ-волн в поле недифрагирующих плоских и сферически расходящихся

ВЧ-пучков. Простые модели удается просчитать достаточно подробно, что позволяет выяснить многие важные свойства ПИ. Это представляется необходимым в связи с тем, что более реальные модели, учитывающие затухание и дифракцию всех взаимодействующих волн (см. гл. 6), описываются интегральными выражениями, содержащими большое число независимых параметров. Для понимания сложных процессов полезно исследовать вначале предельные условия работы ПИ.

Мы будем интересоваться волнами не слишком большой интенсивности (малые акустические числа Рейнольдса) и считать, что профили волн не содержат разрывов. При этом уравнение ХЗК, полученное в гл. 2 [формула (2.56)], можно решать методом последовательных приближений. Уравнения первого и второго приближений имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial p^{(1)}}{\partial z} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \right) \frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial \tau^2} - \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p^{(1)} = 0; \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial p^{(2)}}{\partial z} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial \tau^2} \right) - \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p^{(2)} = \frac{\epsilon}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} p^{(1)^2}. \quad (5.2)$$

Решение уравнения (5.1) первого приближения для бигармонической ВЧ-накачки можно записать в виде

$$p^{(1)} = \frac{1}{2} A_1(r, z) e^{i\omega_1 z} + \frac{1}{2} A_2(r, z) e^{i\omega_2 z} + \text{к. с.} \quad (5.3)$$

Комплексные амплитуды  $A_{1,2}$ , как легко показать подстановкой (5.3) в (5.1), удовлетворяют параболическому уравнению (4.2) теории дифракции; его решения получены в гл. 4 и, таким образом, нам уже известны.

Следуя схеме метода последовательных приближений, описанной в § 2.2, вычислим правую часть уравнения (5.2) с помощью известного решения (5.3). Сохраняя при этом только компоненту Фурье на разностной частоте, получим

$$\frac{\epsilon}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} p^{(1)^2} = -\frac{\epsilon \Omega^2}{4c_0^3 \rho_0} A_1(r, z) A_2^*(r, z) e^{i\Omega \tau} + \text{к. с.} \quad (5.4)$$

Подставим теперь найденную функцию (5.4) в правую часть уравнения (5.2) и будем искать его решение в виде

$$p^{(2)} = \frac{i}{2} P_-(r, z) e^{i\Omega \tau} + \text{к. с.} \quad (5.5)$$

Для комплексной амплитуды ВРЧ  $P_-(r, z)$  вместо (5.2) получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial P_-}{\partial z} + \alpha_- P_- - \frac{1}{2iK} \Delta_{\perp} P_- = i \frac{\epsilon \Omega}{2c_0^3 \rho_0} A_1 A_2^*. \quad (5.6)$$

Член, описывающий затухание] ВРЧ, устраняется с помощью

замены  $P_- \rightarrow P_- \exp(-\alpha_- z)$ . Здесь необходимо вспомнить, что аналогичная замена  $A_{1,2} \rightarrow A_{1,2} \exp(-\alpha_{1,2} z)$  производилась нами при анализе линейных задач дифракции (см. § 4.1).

Таким образом, нужно решать уравнение

$$\frac{\partial P_-}{\partial z} - \frac{1}{2iK} \Delta_\perp P_- = i \frac{\varepsilon K}{2c_0^2 \rho_0} A_1 A_2^* e^{-\alpha z} = Q(r, z), \quad (5.7)$$

где

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_- = 2/l_z \quad (5.8)$$

— эффективный коэффициент затухания;  $A_1, A_2^*$  — функции, удовлетворяющие параболическому уравнению (4.2) без учета затухания. После того как будет найдена функция  $P_-(r, z)$ , удовлетворяющая уравнению (5.7), ее необходимо домножить на  $\exp(-\alpha z)$ .

Перейдем к решению уравнения (5.7). Будем считать пучки цилиндрически-симметричными (круглыми). Такие пучки используются чаще других. Расчеты для пучков иной структуры можно проделать по аналогичной схеме.

Воспользуемся преобразованием Ханкеля

$$P_-(r, z) = \int_0^\infty \tilde{P}(v, z) J_0(vr) v dv, \quad \tilde{P}(v, z) = \int_0^\infty P_-(r, z) J_0(vr) r dr. \quad (5.9)$$

Уравнение в частных производных (5.7) при этом сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\tilde{P}}{dz} - i \frac{v^2}{2K} \tilde{P} = \tilde{Q}(v, z). \quad (5.10)$$

Здесь

$$\tilde{Q} = i \frac{\varepsilon K}{2c_0^2 \rho_0} e^{-\alpha z} \int_0^\infty A_1 A_2^* J_0(vr) r dr \quad (5.11)$$

— преобразованная по Ханкелю правая часть уравнения (5.7). Решение (5.10) с нулевым условием на границе  $z = 0$  имеет вид

$$\tilde{P} = \int_0^z \tilde{Q}(v, z') \exp \left[ i \frac{v^2}{2K} (z - z') \right] dz'. \quad (5.12)$$

Совершая обратное преобразование Ханкеля, найдем искомое решение уравнения (5.7):

$$P_-(r, z) = \int_0^\infty J_0(vr) v dv \int_0^z \tilde{Q}(v, z') \exp \left[ i \frac{v^2}{2K} (z - z') \right] dz'. \quad (5.13)$$

Формуле (5.13) можно придать иной вид, если подставить в нее явное выражение (5.11) для  $\tilde{Q}$  и вычислить интеграл по  $dv$ . После

этих преобразований получим

$$P_- = - \frac{eK^2}{2c_0^2\rho_0} \int_0^z \frac{e^{-\alpha z'}}{z-z'} dz' \int_0^\infty A_1(r', z') A_2^*(r', z') e^{-\frac{i}{2} K \frac{r^2+r'^2}{z-z'}} \times \\ \times J_0\left(\frac{Krr'}{z-z'}\right) r' dr'. \quad (5.14)$$

Решение (5.13), (5.14) является общим в том смысле, что оно справедливо для произвольных распределений комплексных амплитуд ВЧ-волн  $A_1$ ,  $A_2$  (а следовательно, для произвольных распределений действительных амплитуд и фаз) на поверхности преобразователя накачки. Подставляя в эти формулы любое из решений параболического уравнения, получим соответствующее решение для ВРЧ. В частности, можно использовать найденные в гл. 4 решения для дифрагирующих квазиплоских, сфокусированных и дефокусированных пучков.

В принципе все аксиально-симметричные задачи расчета ПИ теперь сводятся к численному анализу интеграла (5.14). Однако для выяснения закономерностей формирования НЧ-поля имеет смысл поиск более простых форм решения и рассмотрение различных предельных случаев. Заметим, что для пучков другой формы можно получить аналогичное решение.

### § 5.2. Диаграмма направленности

Общее решение (5.13), (5.14) для амплитуды ВРЧ позволяет сделать предельный переход к дальней зоне и определить важнейшую характеристику ПИ — форму диаграммы направленности. Для перехода к дальней зоне удобно воспользоваться выражением (5.13). Допустим, что функция  $\tilde{Q}(v, z)$ , определяющая линейную плотность источников ВРЧ, заметно отличается от нуля лишь при  $z < l$ . В качестве «длины антенны»  $l$  могут выступать расстояние из формулы (5.8), на котором происходит заметное уменьшение амплитуд ВЧ-волн, характерная длина нелинейного поглощения или длина области, ограниченной фильтром. Тогда во внутренний интеграл (5.13) наиболее существенный вклад даст область  $z < l$ . Если же мы интересуемся расстояниями  $z \gg l$ , то в формуле (5.13) можно заменить верхний предел интегрирования по  $dz'$  на бесконечность.

Решение (5.13) в дальней зоне примет вид

$$P_- = \int_0^\infty \tilde{Q}\left(v, -\frac{v^2}{2K}\right) e^{i \frac{v^2}{2K} z} J_0(vr) v dv, \quad (5.15)$$

где

$$\tilde{Q}\left(v, -\frac{v^2}{2K}\right) = \int_0^\infty \tilde{Q}(v, z) e^{-i \frac{v^2}{12K} z} dz = \int_0^\infty \int_0^\infty Q(r, z) e^{-i \frac{v^2}{2K} z} J_0(vr) r dr dz \quad (5.16)$$

— правая часть неоднородного параболического уравнения (5.7), дважды преобразованная: по Фурье и Ханкелю.

Для того, чтобы еще больше упростить выражение (5.13), нужно воспользоваться универсальной асимптотической формулой (4.14); это приводит к результату

$$P_- = i \frac{K}{z} e^{-i \frac{K r^2}{2z}} \tilde{Q}\left(K \frac{r}{z}, -\frac{K r^2}{2z^2}\right). \quad (5.17)$$

Модуль от этого выражения

$$|P_-(\theta, z)| = \frac{K}{z} \left| \tilde{Q}\left(K\theta, -\frac{K}{2}\theta^2\right) \right| \quad (5.18)$$

после соответствующей нормировки даст форму диаграммы направленности.

Таким образом, для расчета диаграммы направленности ПИ необходимо проделать следующие операции:

1. Выписать правую часть  $Q(r, z)$  параболического уравнения (5.7);

2. Дважды совершив интегральное преобразование по формуле (5.16), т. е. преобразователь  $Q(r, z)$  по Ханкелю и Фурье.

3. Заменить в преобразованном выражении  $\tilde{Q}(v, -v^2/2K)$  все величины  $v$  на  $Kr/z = K\theta$ .

4. Пронормировать окончательное выражение так, чтобы при  $\theta = 0$  (на оси) оно обращалось в единицу, т. е. разделить его на некоторый коэффициент, не зависящий от  $\theta$ .

Следуя этой схеме, рассмотрим несколько конкретных примеров, представляющих наибольший интерес.

**Пример 1.** Пусть каждую из амплитуд ВЧ-волны можно записать как произведение функций, зависящих только от  $r$  и  $z$ ; тогда

$$Q(r, z) = i \frac{\epsilon K}{2c_0^2 \rho_0} A_1(r) \Phi_1(z) A_2^*(r) \Phi_2^*(z) e^{-\alpha z}.$$

Совершая два интегральных преобразования по формуле (5.16), получим

$$P_- = - \frac{\epsilon \Omega^2}{c_0^4 \rho_0} \frac{\exp(-iKr^2/2z)}{4\pi z} D_t D_t, \quad (5.19)$$

где

$$D_t(v) = 2\pi \int_0^\infty A_1(r) A_2^*(r) J_0(vr) r dr; \quad (5.20)$$

$$D_t\left(-\frac{v^2}{2K}\right) = \int_0^\infty e^{-\alpha z} \Phi_1(z) \Phi_2^*(z) e^{-i \frac{v^2}{2K} z} dz. \quad (5.21)$$

Решение (5.19) по смыслу аналогично решению (2.24), полученному ранее без использования приближения квазиоптики. Выражение (5.20) представляет преобразованное по Ханкелю произведение функций, описывающих изменение амплитуд ВЧ-волн в поперечном сечении пучка (поперечный апертурный множитель). Выражение (5.21) — это преобразованное по Фурье произведение функций, описывающих продольное изменение амплитуд (продольный апертурный множитель).

Если пучки круглые, то (2.25) переходит в (5.20). Вывод о том, что поперечный множитель пропорционален свертке диаграмм направленности двух ВЧ-волн, остается справедливым.

Рассчитаем теперь диаграмму для конкретных зависимостей амплитуд от  $r$  и  $z$ . Пусть

$$A_1 A_2^* = p_{01} p_{02} \exp(-r^2/a^2); \quad e^{-\alpha z} \Phi_1 \Phi_2^* = \exp(-2z/l_3); \quad (5.22)$$

т. е. поперечное распределение имеет вид функции Гаусса, а продольное — экспоненты, связанной с затуханием ВЧ-волн. Вычисляя интегралы (5.20), (5.21), найдем

$$D_t(\theta) = p_{01} p_{02} \pi a^2 \exp[-(Ka\theta/2)^2]; \quad (5.23)$$

$$D_l(\theta) = \frac{l_3}{2} \frac{1}{1 + i K l_3 (\theta/2)^2}; \quad |D_l| = \frac{l_3}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + (K l_3)^2 (\theta/2)^4}}. \quad (5.24)$$

Коэффициент осевой концентрации (см. § 4.2) для диаграммы (5.24) равен  $(2/\pi) K l_3$ ; несложные оценки показывают, что он, как правило, значительно больше коэффициента концентрации  $(ka)^2$  линейных излучателей.

Интересно сравнить результаты квазиоптического приближения (5.23), (5.24) с аналогичными выражениями, полученными в гл. 2. Нетрудно видеть, что (5.23) переходит в (2.28) при  $\sin^2 \theta \approx \theta^2$ , а (5.24) — в (2.35) при  $\sin^4(\theta/2) \approx (\theta/2)^4$ , т. е. для малых углов наблюдения разница несущественна. Итак, диаграмма направленности в рассмотренном частном случае имеет вид

$$D(\theta) = \exp[-(Ka\theta/2)^2] / \sqrt{1 + (K l_3)^2 (\theta/2)^4}. \quad (5.25)$$

Возможность разбиения амплитуд ВЧ-волны на произведение поперечной и продольной координатных зависимостей реализуется далеко не всегда. Случаю, при котором возможно указанное разбиение, может физически соответствовать генерация НЧ-волны ВЧ-лучками, имеющими гладкое (например, гауссово) поперечное распределение амплитуды волны на излучателе, когда осцилляции в ближнем поле (см. § 4.1, 4.2) несущественны. При этом, кроме того, область взаимодействия ВЧ-волн должна быть ограничена длиной  $l_3 < l_d$ . Как видно из решения (4.7) для дифрагирующего гауссова пучка, при  $z^2 \ll l_d^2$  действительно реализуется такой случай, и диаграмма направленности описывается формулой (5.25).

**Пример 2.** Когда слабовыпуклый преобразователь накачки излучает расходящиеся ВЧ-волны, область взаимодействия уже не будет иметь цилиндрической формы (рис. 5.1, а), диаграмма направленности ВРЧ для которой рассматривалась в примере 1. Сферически расходящиеся волны накачки взаимодействуют в объеме, ограниченном боковой поверхностью конуса и двумя сферами радиусами  $R_0$ ,  $R_0 + l$ , имеющими общий центр в вершине конуса (рис. 5.1, б). Чтобы рассчитать диаграмму направленности ВРЧ для этого случая без учета дифракции ВЧ-волн, воспользуемся решением (4.31), (4.33), полученным в приближении геометрической акустики. Для комплексной амплитуды ВЧ-волны с частотой  $\omega_1$  имеем

$$A_1(r, z) = \frac{p_{01}}{1 + \frac{z}{R_0}} \exp \left[ -\frac{r^2}{a_1^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_0}\right)^2} - i \frac{k_1 r^2}{2 R_0 \left(1 + \frac{z}{R_0}\right)} \right]. \quad (5.26)$$

Аналогичное выражение для амплитуды волны  $\omega_2$  получается из (5.26) заменой всех индексов 1 на индексы 2. Видно, что амплитуды  $A_{1,2}$  уже не представляются как произведения двух функций, зависящих только от  $r$  и  $z$ .

Правая часть параболического уравнения, описывающая распределенные источники ВЧ, примет вид

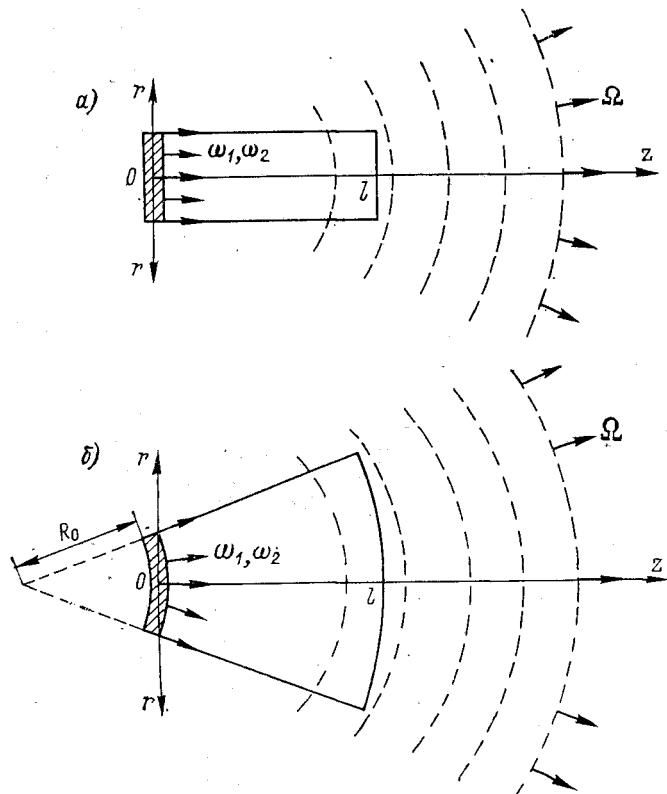


Рис. 5.1. Форма области взаимодействия для недифрактирующих плоских (а) и сферически расходящихся (б) ВЧ-волн

$$Q(r, z) = i \frac{\varepsilon K}{2c_0^2 \rho_0} p_{01} p_{02} \frac{e^{-\alpha z}}{\left(1 + \frac{z}{R_0}\right)^2} \exp \left[ -\frac{r^2}{a^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_0}\right)^2} - i \frac{r^2}{a^2} \frac{L_d}{R_0} \frac{1}{1 + \frac{z}{R_0}} \right]. \quad (5.27)$$

Преобразуя (5.27) по Фурье и Ханкелю, получим

$$\tilde{\tilde{Q}} = i \frac{\varepsilon K}{2c_0^2 p_0} p_{01} p_{02} \frac{a^2}{2} \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha z - i \frac{v^2}{2K} z}}{1 + i \frac{L_d}{R_0} \left(1 + \frac{z}{R_0}\right)} \exp \times \\ \times \left[ -\frac{v^2 a^2}{4} \frac{\left(1 + \frac{z}{R_0}\right)^2}{1 + i \frac{L_d}{R_0} \left(1 + \frac{z}{R_0}\right)} \right] dz. \quad (5.28)$$

Интеграл (5.28) значительно упрощается, когда длина зоны дифракции  $L_d$  для ВЧ мала по сравнению с радиусом кривизны  $R_0$  преобразователя накачки, а затухание ВЧ-волн происходит на расстояниях порядка нескольких радиусов  $R_0$  (т. е.  $\alpha R_0 \geq 1$ ). В этом случае

$$\tilde{\tilde{Q}} = i \frac{\varepsilon K}{2c_0^2 p_0} p_{01} p_{02} \frac{a^2}{2\alpha} e^{-\frac{v^2 a^2}{4}} \sqrt{\pi} \left( \frac{\alpha R_0}{va} \right) \exp \left[ \left( \frac{\alpha R_0}{va} \right)^2 \times \right. \\ \times \left. \left( 1 + i \frac{v^2}{2K\alpha} \right)^2 \right] \left\{ 1 - \Phi \left[ \left( \frac{\alpha R_0}{va} \right) \left( 1 + i \frac{v^2}{2K\alpha} \right) \right] \right\}. \quad (5.29)$$

Здесь  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$  — интеграл ошибок. Соответствующая формуле (5.29) диаграмма направленности имеет вид

$$D(\theta) = \exp \left[ -\left( \frac{1}{2} K a \theta \right)^2 \right] \sqrt{\pi} \frac{2R_0}{K l_3 a \theta} \exp \left[ \left( \frac{2R_0}{K l_3 a \theta} \right)^2 \left( 1 - \left( K l_3 \frac{\theta^2}{4} \right)^2 \right) \right] \times \\ \times \left| 1 - \Phi \left\{ \frac{2R_0}{K l_3 a \theta} \left[ 1 + i K l_3 \left( \frac{\theta}{2} \right)^2 \right] \right\} \right|. \quad (5.30)$$

При малых значениях угла  $\theta$  (вблизи оси), таких, что

$$\frac{2R_0}{K l_3 a \theta} \gg 1 \quad \text{или} \quad \theta \ll \frac{2R_0}{K l_3 a}, \quad (5.31)$$

для упрощения выражения (5.30) можно использовать известную асимптотику

$$1 - \Phi(x) \simeq \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi} x} \left( 1 - \frac{1}{2x^2} + \dots \right), \quad x \gg 1. \quad (5.32)$$

При этом из формулы (5.30) получается выражение (5.25) для диаграммы направленности, формирующейся при цилиндрической области взаимодействия недифрагирующих ВЧ-волн. Выражение (5.25) не содержит радиуса кривизны излучателя и является предельным (при  $R_0 \rightarrow \infty$ ) по отношению к формуле (5.30). В том случае, когда кривизна преобразователя накачки существенна и условие (5.31) не выполнено, для построения диаграммы необходимо использовать более общее выражение (5.30).

На этом мы закончим анализ примеров, иллюстрирующих технику вычисления различных диаграмм направленности ПИ.

Все, о чем говорилось в этом параграфе до сих пор, относилось к диаграммам направленности, понимаемым в обычном смысле. Действительно, на больших расстояниях от области взаимодействия ВЧ-волн (в которой сосредоточены «нелинейные источники») формируется поле ВРЧ с постоянной угловой структурой; в дальней волновой зоне амплитуда ВРЧ уменьшается как  $1/z$ , т. е. волна становится сферически расходящейся. Однако в нелинейных задачах, в частности в задаче о генерации ВРЧ, возможно иное, более «широкое» употребление термина «диаграмма направленности». Мы будем говорить о сформировавшейся диаграмме и тогда, когда возникает стационарная угловая структура поля; закон же изменения амплитуды волны с расстоянием может отличаться от  $1/z$  и имеет более сложный вид.

Пусть ВРЧ генерируется сферически расходящимися волнами. Такой режим может быть реализован на расстояниях порядка нескольких длин  $l_d$  дифракции ВЧ-волн, т. е. в дальней зоне для волн накачки. Однако даже на таких расстояниях дальняя зона (в обычном смысле) для ВРЧ может не достигаться, когда затухание ВЧ-волн очень мало.

Положим в общем решении (5.14) комплексные амплитуды волн накачки равными

$$A_{1,2}(r, z) = i \frac{k_{1,2}}{z} \exp\left(-i \frac{k_{1,2} r^2}{2z}\right) \tilde{A}_{1,2}\left(k_{1,2} \frac{r}{z}\right), \quad (5.33)$$

т. е. воспользуемся решением (4.12) для ВЧ-поля в дальней зоне  $z^2 \gg l_d^2$ , которое выражается через преобразование Ханкеля от исходных распределений поля на преобразователе накачки. Общая формула (5.14) примет вид

$$\begin{aligned} P_- = & \frac{\varepsilon K^2}{2c_0^2 p_0} k_1 k_2 \int_{z_0}^z \frac{e^{-\alpha z'}}{(z-z')^{z/2}} e^{-\frac{i}{2} K \frac{r^2}{z-z'}} dz' \times \\ & \times \int_0^\infty \tilde{A}_1\left(k_1 \frac{r}{z}\right) \tilde{A}_2^*\left(k_2 \frac{r}{z}\right) e^{-\frac{i}{2} K \frac{2r'^2}{z'(z-z')}} J_0\left(\frac{K r r'}{z-z'}\right) r' dr'. \end{aligned} \quad (5.34)$$

На вопросе о выборе нижнего предела интегрирования  $z_0$  мы остановимся чуть позднее.

Чтобы упростить решение (5.34) и воспользоваться универсальной асимптотической формулой (4.14), нужно предположить, что при изменении  $r'$  показатель экспоненты осциллирует гораздо быстрее, чем аргументы функций  $\tilde{A}_{1,2}$ :

$$\frac{2z'(z-z')}{zK} \ll \frac{z'^2}{k_1 k_2 a_2} \quad \text{или} \quad \frac{1}{z'} - \frac{1}{z} \ll \frac{2K}{k_1 k_2 a^2} \approx \frac{\Omega}{\omega} \frac{1}{l_d}. \quad (5.35)$$

Выберем предел интегрирования  $z_0$  бóльшим нескольких характерных длин  $(\omega/\Omega) l_d$ ; тогда неравенство (5.35) будет выполнено

для любых  $z, z'$  в рассматриваемой области  $z > z_0, z_0 < z' < z$ . Пользуясь асимптотической формулой (4.14), приведем решение (5.34) к виду

$$P_- = -i \frac{\varepsilon K k_1 k_2}{2c_0^2 \rho_0} \tilde{A}_1\left(-k_1 \frac{r}{z}\right) \tilde{A}_2^*\left(-k_2 \frac{r}{z}\right) e^{-i \frac{K r^2}{2z}} \frac{\text{Ei}(-\alpha z) - \text{Ei}(-\alpha z_0)}{z}. \quad (5.36)$$

Итак, в рассмотренном режиме диаграмма направленности ВРЧ равна произведению двух диаграмм направленности излучателей ВЧ-волн с частотами  $\omega_1, \omega_2$ :

$$D(\theta) = D_1(\theta) D_2(\theta). \quad (5.37)$$

Такая диаграмма формируется не на расстоянии нескольких длин зоны дифракции ВЧ-волн (т. е. при  $z^2 \gg l_d^2$ ), а гораздо дальше — на расстоянии нескольких характерных длин  $(\omega/\Omega)/l_d$ . Это явление, разумеется, имеет место лишь тогда, когда затухание ВЧ-волн очень мало и они могут распространяться на большие расстояния (т. е. длина параметрической антенны ничем не ограничена). Такой случай реализуется в некоторых экспериментах. Соответствующие данные приведены в § 11.4, рис. 11.19.

Зависимость амплитуды ВРЧ от расстояния, как видно из формулы (5.36), описывается выражением

$$[\text{Ei}(-\alpha z) - \text{Ei}(-\alpha z_0)]/z,$$

где  $\text{Ei}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^y}{y} dy$  — интегральная показательная функция.

Когда затухание несущественно и  $\alpha \rightarrow 0$ , получаем более простую зависимость

$$|P_-(0, z)| \sim \frac{1}{z} \ln \frac{z}{z_0}. \quad (5.38)$$

Поскольку в дальней зоне процесс генерации ВРЧ-волнами на-качки продолжается, амплитуда волны убывает по более медленному закону по сравнению с  $1/z$ .

Интересно сравнить ширину диаграммы направленности (5.37) с шириной, получаемой при генерации ВРЧ в ближней зоне, когда длина области взаимодействия ограничена значением  $l_3 \sim l_d$  [см. формулу (5.25)]. Оказывается, что при генерации ВРЧ в дальней зоне ширина диаграммы (5.37) в  $\sqrt{\omega/\Omega}$  раз меньше, а величина звукового давления на оси — в  $\omega/\Omega$  раз больше.

### § 5.3. Процесс формирования параметрического излучения в поле недифрагирующих волн накачки

В § 5.2 были рассчитаны различные типы диаграмм направленности ВРЧ. Представляет большой интерес изучение процесса формирования этих диаграмм, а также поведения амплитуды ВРЧ на оси пучка. Возможность исследования динамики нелинейных взаимодействий (с учетом дифракции ВРЧ) связана с тем, что часто измерения проводят не в дальней, а в ближней и промежуточной зонах ПИ. Нужно заметить, что описание динамики процесса формирования дальнего поля ВРЧ — довольно сложная задача; ее решение оказалось возможным лишь после того, как для расчета ПИ начали использовать методы, основанные на приближении квазиоптики [59—61].

Решим указанную задачу для недифрагирующих гауссовых пучков, полагая в общем выражении (5.14)

$$A_1(r, z) A_2^*(r, z) = p_{01} p_{02} \exp(-r^2/a^2) \Phi(z),$$

где  $\Phi(z)$  — произвольная функция, описывающая изменение амплитуд ВЧ-волн вдоль оси пучка. Мы проанализируем два случая:

$$\Phi(z) = \Theta(l-z) \quad \text{и} \quad \Phi(z) = \exp(-2z/l_s),$$

когда область взаимодействия ограничена либо фильтром, либо затуханием.

Решение (5.14) для гауссовых пучков значительно упрощается и принимает вид

$$P_- = i \frac{\epsilon K}{2c_0^2 p_0} p_{01} p_{02} \int_0^z \frac{\Phi(z')}{1 - i \frac{z-z'}{L_d}} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2} \frac{1}{1 - i \frac{z-z'}{L_d}}\right) dz'. \quad (5.39)$$

Формула (5.39) имеет наглядный физический смысл. Если  $\Phi(z)$  представляет собой дельта-функцию  $\delta(z)$ , т. е. источники ВРЧ сосредоточены на границе  $z = 0$ , выражение (5.39) с точностью до обозначений совпадает с решением (4.7) для свободно дифрагирующего гауссова пучка. При всякой другой функции  $\Phi(z)$  решение (5.39) описывает интерференцию дифрагирующих полей, создаваемых вторичными источниками ВРЧ. Эти источники вторичного поля распределены вдоль оси  $z$  с линейной плотностью  $\Phi(z)$ , а поперек пучка — по гауссовому закону.

Когда область взаимодействия ограничена фильтром, расположенным при  $z = l$ , берется интеграл (5.39) и результат выражается

через интегральные показательные функции

$$P_- = \frac{\epsilon K}{2c_0^2 p_0} p_{01} p_{02} L_d \begin{cases} \operatorname{Ei}\left(-\frac{r^2/a^2}{1-iz/L_d}\right) - \operatorname{Ei}(-r^2/a^2), & z < l; \\ \operatorname{Ei}\left(-\frac{r^2/a^2}{1-iz/L_d}\right) - \operatorname{Ei}\left(-\frac{r^2/a^2}{1-i(z-l)/L_d}\right), & z > l. \end{cases} \quad (5.40)$$

Для анализа решения (5.40) удобно воспользоваться известным разложением

$$\operatorname{Ei}(x_1) - \operatorname{Ei}(x_2) = \ln \frac{x_1}{x_2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} (x_1^n - x_2^n). \quad (5.41)$$

Таким образом можно найти, в частности, закон изменения амплитуды ВРЧ на оси пучка (при  $r = 0$ ):

$$P_{\text{норм}}(z) = \begin{cases} \left[ \arctg^2 \frac{z}{L_d} + \frac{1}{4} \ln^2 \left( 1 + \frac{z^2}{L_d^2} \right) \right]^{1/2}, & z < l; \\ \left[ \left( \arctg \frac{z}{L_d} - \arctg \frac{z-l}{L_d} \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \ln^2 \frac{1+z^2/L_d^2}{1+(z-l)^2/L_d^2} \right]^{1/2}, & z > l, \end{cases} \quad (5.42)$$

где  $P_{\text{норм}}(z) = |P_-(r=0, z)| / \left( \frac{\epsilon K}{2c_0^2 p_0} p_{01} p_{02} L_d \right)$  — безразмерная величина.

При малых  $z/L_d$  из формулы (5.42) следует, что амплитуда ВРЧ растет по линейному закону, как при взаимодействии плоских волн (см. § 3.2). При больших  $z \gg l$ ,  $L_d$  амплитуда убывает по закону сферически расходящейся волны ( $\sim 1/z$ ). Зависимость (5.42) нормированной амплитуды ВРЧ на оси от расстояния  $z/L_d$  изображена на рис. 5.2 сплошными кривыми для различных значений  $l/L_d$ , указанных на рисунке. Видно, что амплитуда максимальна в окрестности  $z = l$ ; после выхода из области взаимодействия (при  $z > l$ ) амплитуда начинает довольно быстро уменьшаться.

Штриховые кривые на рис. 5.2 дают аналогичную зависимость для области взаимодействия, ограниченной затуханием (этот случай подробно разобран ниже); параметром кривых является отношение  $l_3/L_d$ , принимающее те же значения 0,5; 1,2, что и параметр  $l/L_d$ . Поскольку затухание ограничивает область взаимодействия не столь резко, как фильтр, штриховые кривые выглядят более плавными по сравнению с соответствующими сплошными кривыми.

Диаграмма направленности для решения (5.39), (5.40) рассчи-

тывается способом, указанным в § 5.2, и имеет вид

$$D(\theta) = \exp [-(Ka\theta/2)^2] \left[ \sin \left( \frac{1}{4} Kl\theta^2 \right) / \left( \frac{1}{4} Kl\theta^2 \right) \right] \sim D_t D_l \quad (5.43)$$

[сравните с (5.25) и (2.39)]. Если антенна короткая  $l \ll L_d$ , направленность излучения ВРЧ определяется поперечным апертурным множителем

$$D_t \sim \exp (-\theta_t^2 / \theta_t^2); \quad \theta_t = 2/Ka. \quad (5.44)$$

Этот предельный случай примерно соответствует обычному (линейному) способу излучения ВРЧ-преобразователем с характерным размером  $a$ ; здесь угловая ширина диаграммы  $\theta_t$  обратно пропорциональна числу длин волн ВРЧ, укладывающихся на апертуре преобразователя.

Когда длина антенны велика и выполнено условие  $l \geq L_d$ , становится заметным влияние продольного апертурного множителя

$$D_l \sim [\sin (\theta_t^2 / \theta_t^2)] / (\theta_t^2 / \theta_t^2), \quad \theta_t = 2 / \sqrt{Kl}. \quad (5.45)$$

В случае  $l \gg L_d$  ширина диаграммы направленности целиком определяется длиной  $l$  области взаимодействия ВЧ-волн и может быть много меньше, чем при линейном способе излучения:

$$\theta_t \ll \theta_t \quad \text{при} \quad \sqrt{2L_d/l} \ll 1.$$

Угловая ширина  $\theta_t$  обратно пропорциональна корню из числа длин волн ВРЧ, укладывающихся на длине  $l$  параметрической антенны.

Для изучения процесса формирования диаграммы направленности необходимо исследовать решение (5.39), (5.40) в общем виде. При этом можно вычислить действительную и мнимую части интеграла (5.39) на ЭВМ либо воспользоваться таблицами  $Ei$  в комплексной области. Качественная картина процесса такова. При малых  $z \ll l$ ,  $L_d$  радиальное распределение амплитуды ВРЧ близко к гауссовому. Затем ширина пучка  $a(z)$  плавно увеличивается; как только точка  $z$  достигает края антенны ( $z = l$ ), ширина пучка  $a(z)$  начинает увеличиваться гораздо быстрее, и при  $z \gg l$ ,  $L_d$  она растет пропорционально  $z$ . Это означает, что угловая ширина  $a(z)/z$  переходит зависеть от расстояния, т. е. формирование диаграммы заканчивается.

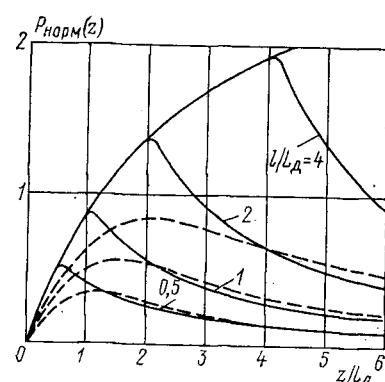


Рис. 5.2. Зависимость от расстояния нормированной амплитуды ВРЧ на оси при  $l/L_d = 0,5; 1; 2; 4$  для области взаимодействия, ограниченной фильтром (сплошные кривые), и затуханием (штриховые кривые)

Для получения простых приближенных законов, описывающих изменение ширины пучка  $a(z)$  и его угловой ширины  $a(z)/z$ , поступим следующим образом. Пользуясь выражением (5.43) для диаграммы направленности, предположим, что на любом расстоянии  $z$  радиальное распределение ВРЧ определяется произведением продольного и поперечного апертурных множителей с переменными ширинами  $a_{l,t}(z) = \theta_{l,t}(z)/z$ :

$$P_-(r, z) P^*_-(r, z) = |P_-(0, z)|^2 e^{-\frac{2r^2}{a_t^2(z)}} \left[ \sin \frac{r^2}{a_t^2(z)} / \frac{r^2}{a_t^2(z)} \right]^2. \quad (5.46)$$

Здесь закон изменения амплитуды  $|P_-(0, z)|$  на оси задан выражением (5.42);  $P_-(r, z)$  — это решение (5.39). Умножая обе части формулы (5.46) на  $2\pi r$  и интегрируя по  $r$  в пределах от 0 до  $\infty$ , найдем искомые зависимости ширин  $a_l, a_t$  от расстояния:

$$a_t^2(z) = \frac{2a^2}{L_d P_{\text{норм}}^2(z)} \int_0^z \Theta(l-z') dz'; \quad a_t^2 = \frac{2a^2}{L_d^2 P_{\text{норм}}^2(z)} \int_0^z z' \Theta(l-z') dz'. \quad (5.47)$$

В этих формулах  $P_{\text{норм}}(z)$  — зависимость от расстояния нормированного значения амплитуды давления ВРЧ на оси (5.42). Сразу же отметим важное качественное обстоятельство: ширина пучка меньше в той области, где больше давление ВРЧ на оси (т. е. в окрестности максимумов на рис. 5.2).

При  $z \ll l, L_d$  из формул (5.47) получаем

$$\frac{a_l(z)}{a} \approx \sqrt{\frac{2L_d}{z}} \left( 1 + \frac{5}{24} \frac{z^2}{L_d^2} \right); \quad \frac{a_t(z)}{a} \approx 1 + \frac{5}{24} \frac{z^2}{L_d^2}. \quad (5.48)$$

На малых расстояниях, следовательно, характерная ширина  $a_t(z)$  поперечного множителя увеличивается от своего исходного значения  $a_t(0) = a$ . Характерная ширина  $a_l(z)$  продольного множителя велика и практически не оказывает влияния на направленность ВРЧ. Однако с увеличением  $z$  ширина  $a_t$  уменьшается и начинает все больше влиять на полную ширину пучка ВРЧ. При  $z \gg l, L_d$  из формул (5.47) определим

$$\frac{a_l(z)}{a} \approx \sqrt{\frac{2l}{L_d}} \frac{z}{l} \left( 1 - \frac{l}{2z} \right); \quad \frac{a_t(z)}{a} \approx \frac{l}{L_d} \frac{z}{l} \left( 1 - \frac{l}{2z} \right). \quad (5.49)$$

Отсюда видно, что в дальней зоне угловые ширины  $\theta_{l,t}(z) = a_{l,t}(z)/z$  стремятся к постоянным значениям, т. е. формирование диаграммы направленности заканчивается. Сохраненные в выражениях (5.49) малые члены  $l/2z$  позволяют установить, что диаграмма расширяется и приближение к асимптотическим значениям  $\theta_{l,t}(\infty)$  происходит снизу. Поскольку при малых  $z$  пучок сужается, уже из рассмотренных предельных случаев вытекает важный результат:

существует расстояние, на котором угловая ширина пучка минимальна.

На рис. 5.3 сплошными кривыми показана зависимость  $z/L_d$  от угловой ширины продольного множителя для различных длин области взаимодействия ( $l/L_d = 1, 2, 4, 8, 16, \infty$ ). Штриховые кривые изображают аналогичную зависимость угловой ширины  $\theta_t$  по-

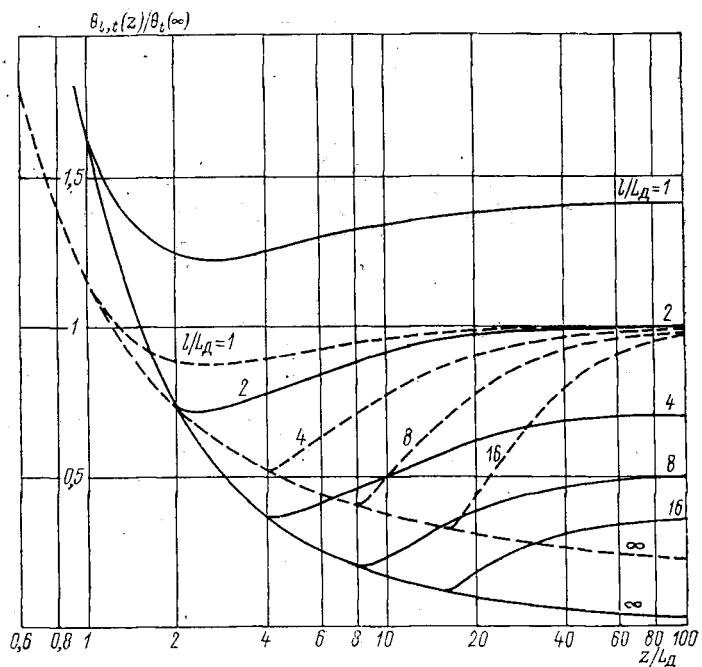


Рис. 5.3. Зависимость от расстояния ширин продольного (сплошные кривые) и поперечного (штриховые кривые) апертурных множителей для различных значений  $l/L_d$

поперечного множителя. Оба семейства кривых нормированы на значение  $\theta_t(\infty)$ , поэтому все штриховые линии при больших  $z/L_d$  стремятся к единице. Как видно из рис. 5.3, в случае достаточно-длинных антенн (например, при  $l/L_d = 16$ ) ширина  $\theta_t$  велика при малых  $z/L_d$ ; затем она уменьшается, достигает минимума и вновь увеличивается, но так, что остается меньшей ширины  $\theta_t$  и тем самым определяет полную угловую ширину диаграммы направленности.

Рассмотренный режим работы ПИ для области взаимодействия, ограниченной фильтром, является простейшим; здесь все расчеты удается проделать до конца и получить результаты в наглядной аналитической форме.

Когда область взаимодействия ограничена затуханием, в решении (5.39) нужно заменить функцию  $\Phi$  экспонентой. Соответствующий интеграл удается взять лишь на оси (при  $r = 0$ ):

$$P_{\text{норм}}(z) = e^{-\frac{2z}{l_3}} \left| \text{Ei} \left( 2 \frac{z}{l_3} + i2 \frac{L_d}{l_3} \right) - \text{Ei} \left( i2 \frac{L_d}{l_3} \right) \right|. \quad (5.50)$$

Зависимости  $P_{\text{норм}}(z)$  при различных значениях  $L_d$ ,  $l_3$  показаны на рис. 5.4, а, б. Динамика формирования поля на оси и диаграммы

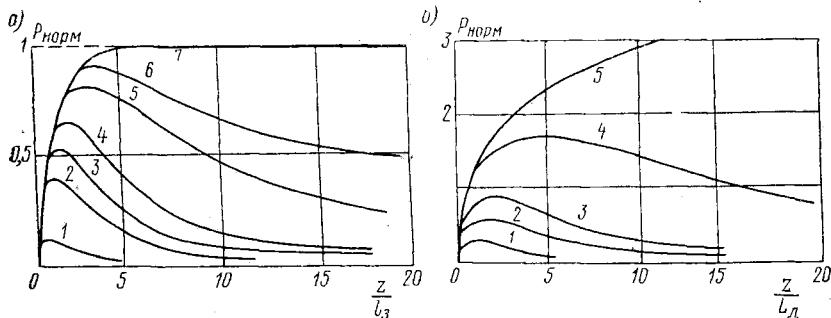


Рис. 5.4. Зависимость нормированной амплитуды ВРЧ на оси: а — кривым 1—7 соответствуют значения  $2L_d/l_3 = 0,1; 0,5; 1; 2; 5; 10; \infty$  ( $l_3 = \text{const}$ ). Амплитуда нормирована на величину  $\epsilon K l_3 p_{01} p_{02} / 4c_0^2 p_0$ ; б — кривые 1—5 построены для  $2L_d/l_3 = 2; 1; 0,5; 0,1; 0$  ( $L_d = \text{const}$ ). Амплитуда нормирована на  $\epsilon K L_d p_{01} p_{02} / 2c_0^2 p_0$

направленности качественно аналогичны рассмотренному выше процессу для области взаимодействия, ограниченной фильтром. При необходимости количественного описания этих явлений требуется численный расчет интеграла (5.39).

## Глава 6

### РАСЧЕТ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

#### § 6.1. Влияние дифракции незатухающих волн накачки на формирование разностной волны

Приближение недифрагирующих пучков накачки, используемое в гл. 5, справедливо при выполнении двух условий. Во-первых, поперечное распределение амплитуды волн накачки

должно быть плавным, иначе уже вблизи излучателя появятся резкие осцилляции амплитуды и фазы сигнала (см. § 4.3). Во-вторых, длина области взаимодействия должна быть меньше  $l_d$ , так как при  $z > l_d$  дифракция приводит к уменьшению амплитуды и искривлению фазовых фронтов. Поскольку обычно ограничение области взаимодействия происходит за счет диссипативных эффектов, то модель Вестервельта применима, если  $l_d > l_s$ . Так как  $l_d \sim \omega$ ,  $l_s \sim \omega^{-2}$ , это неравенство выполняется для достаточно высоких частот накачки. Например, для излучателя с диаметром 10 см модель Вестервельта применима только при  $\omega/2\pi > 1 \text{ МГц}$ . Для излучателей с меньшим радиусом граничная частота будет еще выше.

Рассмотрим особенности генерации ВРЧ дифрагирующими звуковыми пучками. Если нелинейные эффекты проявляются слабо, т. е. в пучках накачки не образуется ударных фронтов, то уравнение ХЗК (2.56) можно решать методом последовательных приближений. В этом случае расчет ПИ можно проводить на основе системы уравнений (5.1), (5.2), как это делалось в работах [54, 58–61, 63–70].

Особенности генерации НЧ-гармоник дифрагирующими пучками рассмотрим на примере бигармонического сигнала с гауссовым поперечным распределением амплитуды. В ближней зоне излучателя, формирующего такие пучки, резкие изменения амплитуды и фазы отсутствуют. Гауссов закон распределения удобен для проведения аналитических расчетов, так как общие интегральные решения выражаются через достаточно простые функции. Поскольку уравнение (5.1) линейно, то в рамках первого приближения справедлив принцип суперпозиции и распространение каждой из ВЧ-волн происходит независимо. Учитывая (4.7), решение первого приближения запишем в виде

$$p^{(1)}(r, z, \tau) = \sum_{k=1}^2 A_k(z, r) e^{i\omega_k \tau};$$

$$A_k = \frac{p_{0k}}{\{1 - iz/l_{dk}\}} \exp[-r^2/a^2(1 - iz/l_{dk}) - z/l_{sk}]. \quad (6.1)$$

Во всех последующих выражениях, записанных в комплексном виде, решением будет предполагаться их действительная часть. В дальнейшем для более четкого выяснения особенностей взаимодействия дифрагирующих пучков предположим, что диссипативные эффекты отсутствуют во всей рассматриваемой области, т. е.  $z/l_s \ll 1$ .

Для описания ВРЧ воспользуемся уравнением (5.6), положив  $\alpha_- = 0$  (диссиляция отсутствует) и заменив  $A_1$  и  $A_2^*$  выражениями (6.1). Решение уравнения (5.6) находится в соответствии с рассмот-

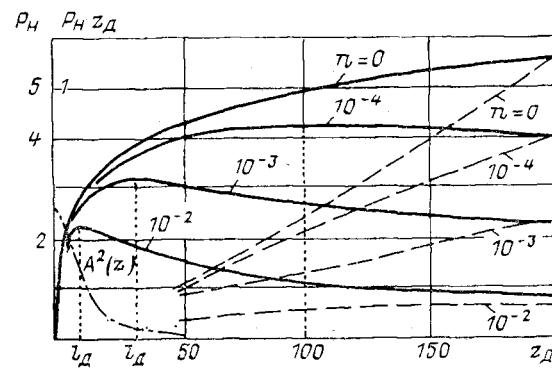
ренной в § 5.1 схемой и имеет вид

$$P_n = i \int_0^{z_d} \frac{\exp \left\{ -\frac{2r^2}{a^2} (1 + iyn) / [1 - iz_d + y(i + 2ni + nz_d)] \right\}}{1 - iz_d + y(i + 2ni + nz_d)} dy, \quad (6.2)$$

где  $P_n = P_0 2c_0^3 \rho_0 / \epsilon \Omega p_{01} p_{02} L_d$ ,  $z_d = z/L_d$ .

Параметр  $n = L_d^2 / l_{d1} l_{d2} = \Omega^2 / 4\omega_1 \omega_2$  учитывает взаимное влияние дифракционных эффектов для ВРЧ и накачки. Этот параметр очень мал (на практике его значение всегда меньше  $10^{-2}$ )

Рис. 6.1. Изменение амплитуды разностного сигнала  $P_n$  (сплошная линия) и приведенной амплитуды  $P_n z_d$  (штриховая линия) в ближней зоне на оси ПИ при наличии дифракции волн накачки. Штрихпунктирная линия показывает относительное изменение интенсивности волн накачки для  $n = 10^{-2}$ ; пунктирная — положение длины зоны дифракции для соответствующих волн накачки



и членом  $2ni$  в выражении (6.2) можно пренебречь. Интеграл (6.2) можно выразить через интегральную показательную функцию

$$P_n = \frac{1}{1 - inz_d} e^{-\frac{2nr^2}{a^2(1 - inz_d)}} \left\{ \text{Ei} \left[ \frac{2ir^2}{a^2(i + nz_d^2)(i + nz_d)} \right] - \text{Ei} \left[ \frac{2ir^2}{a^2(1 - iz_d)(i + nz_d)} \right] \right\}. \quad (6.3)$$

Рассмотрим вначале осевое поведение ВРЧ ( $r = 0$ ). В этом случае решение (6.2) принимает вид

$$P_n(z, 0) = \frac{1}{1 - inz_d} \left( \ln \frac{1 + nz_d^2}{\sqrt{1 + z_d^2}} + i \arctg z_d \right). \quad (6.4)$$

На рис. 6.1 показано поведение амплитуды ВРЧ при различной дифракционной расходимости исходных пучков накачки (различных  $n$ ). При учете дифракции волн накачки амплитуда на оси уже не растет монотонно ( $n = 0$ ), а, достигнув некоторого максимального значения, убывает. Максимальное значение, равное

$$|P_{n \max}| = \frac{1}{2} (\ln^2 4n + \pi^2)^{1/2} = \frac{1}{2} (4 \ln^2 \Omega/\omega + \pi^2)^{1/2}, \quad (6.5)$$

достигается на расстояниях  $z \approx \sqrt{l_{d1} l_{d2}}$  ( $z_d = 1/\sqrt{n}$ ), приблизительно равных длине зоны дифракции исходных волн.

Часто уменьшение амплитуды ВРЧ на расстояниях  $z > l_d$  объясняют уменьшением эффективности взаимодействия, так как при  $z \gg l_d$  амплитуда ВРЧ, генерируемая в элементарном объеме пространства, убывает  $\sim 1/z^2$  (штрихпунктирная линия на рис. 6.1). На этом основании делается вывод о незначительном влиянии зоны  $z > l_d$  на формирование характеристик ПИ. Но это утверждение в принципе неверно, так как оно не учитывает ряда компенсирующих факторов, связанных с увеличением объема области взаимодействия и уменьшением дифракционной расходимости ВРЧ от более удаленных участков, поскольку радиус элементарных излучателей возрастает. Кроме того, необходимо учитывать эффекты, связанные с искривлением фазового фронта взаимодействующих волн, неколлинеарность их взаимодействия и т. д.

Более правильно судить об эффективности взаимодействия по величине приведенной амплитуды  $P_n z_d$  в области, где амплитуда становится постоянной, ВРЧ распространяется по тому же закону, что и линейная сферическая волна, т. е. подкачка энергии пропадает и взаимодействие малоэффективно. Из рис. 6.1 видно (штриховые линии), что приведенная амплитуда становится практически постоянной с расстояний, значительно больших  $l_d$ . Действительно, при  $z > 2l_d$ , как это следует из (6.4), амплитуда ВРЧ будет изменяться по закону

$$|P_n| = [\ln^2 n z_d + \pi^2/4] / \sqrt{1 + n^2 z_d^2}. \quad (6.6)$$

Поскольку числитель зависит от  $z$  по логарифмическому закону и при  $nz > 1$  изменяется медленно, то основное влияние на изменение амплитуды оказывает знаменатель. При  $z < n^{-1}$  ( $z < \omega l_d / \Omega$ ) приведенная амплитуда будет возрастать практически по линейному закону и становится постоянной только при  $z_d > n^{-1}$  ( $z > \omega l_d / \Omega$ ), т. е. область формирования амплитудных характеристик ПИ значительно больше  $l_d$ ; характерный размер этой области равен  $\omega l_d / \Omega$ .

Об эффективности взаимодействия удобно судить не по изменению амплитуды, а по изменению мощности пучка, так как в этом случае мы учтем дифракционную расходимость волн накачки. Мощность пучка

$$\begin{aligned} W_n &= \frac{\pi}{c_0 \rho_0} \int_0^\infty P_n(r, z) P_n^*(r, z) r dr = \\ &= \frac{\pi a^2}{4 \rho_0 c_0} \int_0^z \frac{\ln(1 + z(2yn - i)/(2 - iy))}{2yn - i} dy. \end{aligned} \quad (6.7)$$

При отсутствии дифракции волн накачки мощность ВРЧ монотонно растет вблизи излучателя по квадратичному ( $z_d < 1$ ), а затем практически по линейному закону ( $n = 0$ ). При учете дифракции рост мощности замедляется. Характерное расстояние, с которого наблюдается снижение эффективности, в  $\omega/\Omega$  раз больше  $l_d$ .

Рассмотрим теперь особенности формирования диаграммы направленности ВРЧ при учете дифракции волн накачки. Для этого воспользуемся решением (6.3). Если пучки достаточно узкие, то в (6.3) можно положить  $r = z \operatorname{tg} \theta \approx z \theta$ .

На рис. 6.2 показано изменение ширины диаграммы направленности с расстоянием по уровню 0,7 (—3 дБ) для амплитуды [или 0,5 (—6 дБ) для интенсивности]. При отсутствии дифракции волн накачки ширина убывает к нулевому значению. Для конечных  $n$  она уменьшается до значения, определяемого произведением диаграмм направленности исходных волн

$$\theta_{0,7} = 0,42a / \sqrt{l_d}, \quad l_d = \\ = 0,42a \sqrt{n} / L_d. \quad (6.8)$$

Чем больше длина зоны дифракции волн накачки (чем меньше  $n$ ), тем уже предельная ширина диаграммы. Влияние дифракции начинает сказываться с расстояний  $z > l_d$  и приводит к более медленному сужению диаграммы. При  $z > \omega l_d / \Omega$  ( $z_d > n^{-1}$ ) формирование диаграммы практически заканчивается.

Предположение об отсутствии затухания волн позволило выяснить особенности формирования ВРЧ в поле дифрагирующих пучков накачки. В реальных условиях затухание всегда присутствует и вызывается целым рядом причин. Кроме диссипации волн, вызванной вязкостью среды [эти процессы учтены в уравнениях (5.1) и (5.2)], затухание может происходить за счет рассеяния волн, релаксационных процессов, нелинейности и т. д. Каждый из перечисленных механизмов описывается определенным законом и зависит от различных параметров. Особенности формирования характеристик ПИ при ограниченной длине области взаимодействия рассмотрим на простейшей модели, предполагающей, что амplitуды волн накачки изменяются только за счет дифракционных эффектов при  $z < l$ , а при  $z > l$  они равны нулю. В естественных условиях такой закон изменения амплитуд не реализуется, но он позволяет выяснить основные качественные закономерности. Экспериментально такие условия реализуются введением акустического фильтра, отражающего или поглощающего ВЧ-волны накачки и полностью пропускающего НЧ-гармоники.

В области до фильтра поведение всех характеристик ВРЧ будет описываться решениями (6.2), (6.4). За фильтром анализ ВРЧ можно также проводить на основе решения (6.2), только верхний предел интеграла следует заменить на величину  $l/L_d$  ( $l$  — расстояние до

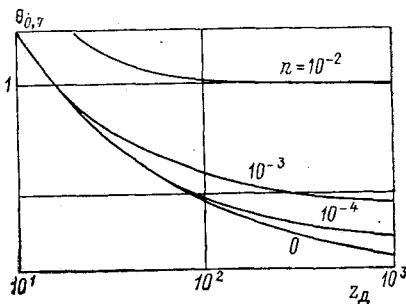


Рис. 6.2. Изменение угловой ширины пучка ВРЧ по уровню 0,7 (—3 дБ) с расстоянием при различной расходимости исходных волн накачки.  $\theta_{0,7} = 4,2 \cdot 10^{-2}a / L_d$

фильтра). Осевое поведение ВРЧ в области за фильтром описывается выражением

$$P_H(z, 0) = \frac{1}{1 - iz_D} \ln \left( 1 + \frac{l}{L_D} \frac{i + nz_D}{1 - iz_D} \right), \quad z > l. \quad (6.9)$$

На рис. 6.3 показано поведение амплитуды на оси для различных значений параметра  $l/L_D$ . Поскольку за фильтром подкачка энергии отсутствует, амплитуда ВРЧ убывает значительно быстрее: чем меньше  $l$ , тем резче протекает этот процесс.

Диаграмма направленности в области за фильтром получается из выражения

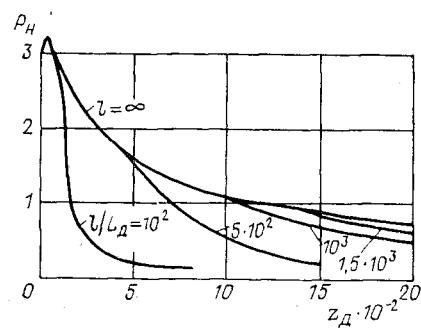


Рис. 6.3. Поведение амплитуды ВРЧ на оси при ограничении области взаимодействия

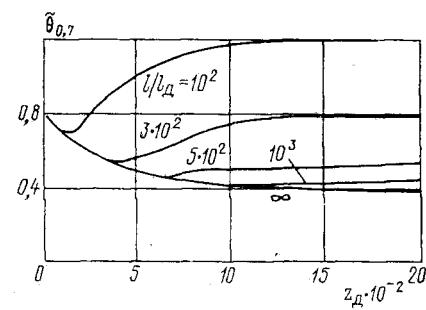


Рис. 6.4. Изменение угловой ширины ВРЧ по уровню 0,7 (—3 дБ) при ограничении области взаимодействия  
 $\theta_{0,7} = 4,2 \cdot 10^{-2} a / L_D$

$$P_H = \frac{1}{1 - iz_D} e^{-\frac{2nr^2}{a^2(1-iz_D)}} \left[ \text{Ei} \left( \frac{2ir^2a^{-2}(i - nz_D)^{-1}}{1 + i(l/L_D - z_D) + nz_DL/D} \right) - \text{Ei} \left( \frac{2ir^2a^{-2}}{(1 - iz_D)(i + nz_D)} \right) \right]. \quad (6.10)$$

Сужающаяся при  $z < l$  диаграмма в области за фильтром начинает расширяться, достигая постоянного значения (рис. 6.4). Это предельное значение угловой расходимости уменьшается с ростом  $l$ . Однако для значений  $l$ , больших  $\omega L_D / \Omega$ , введение фильтра практически не изменяет ширины диаграммы направленности ВРЧ. Ширина по-прежнему определяется произведением диаграмм направленностей исходных волн.

Полученные результаты позволили проанализировать динамику формирования диаграмм направленности в области взаимодействия и непосредственно за ней.

Рассмотрим теперь закономерности формирования характеристик ПИ в дальней зоне, т. е. на расстояниях, значительно больших

длины области взаимодействия. Здесь общее решение упрощается.

$$P_n(z, \theta) = -\frac{1}{z_d} e^{-\frac{2i\theta^2 L_d^2 z_d^2}{a^2}} \int_0^{l/L_d} \frac{e^{-\frac{2\theta^2 L_d^2 (1+iy)}{a^2(1+iy)}}}{1+iy} dy. \quad (6.11)$$

Амплитуда ВРЧ на оси ( $r = 0$ )

$$|P_n(z, 0)| = \frac{1}{nz_d} \left\{ \ln^2 \sqrt{1 + \left(\frac{nl}{L_d}\right)^2} + \operatorname{arctg}^2 \frac{nl}{L_d} \right\}^{1/2} \quad (6.12)$$

удовлетворяет сферическому закону распространения. Ее значение существенно зависит от длины области взаимодействия и увеличивается с ростом  $l$ . При значениях параметра  $nl/L_d < 1$  ( $L_d l / l_{d1} l_{d2} < 1$ ) амплитуда практически линейно зависит от  $l$  ( $P_n(z, 0) \approx l/z$ ). Когда указанный параметр больше единицы, рост замедляется и при значениях, значительно больших единицы, зависимость от  $l$  носит логарифмический характер ( $P_n(z) = (n^{-1} z_d^{-1}) \ln(nl/L_d)$ ).

Таким образом, различные участки области взаимодействия оказывают различное влияние на формирование амплитудной характеристики ПИ. Наиболее эффективным является начальный участок длиной  $\omega l_d/\Omega$ . Все остальные участки с такой же протяженностью будут давать меньший вклад. Эффективность каждого участка будет уменьшаться с удалением от излучателя.

Зависимость ширины диаграммы направленности от  $l$  также в значительной мере определяется параметром  $L_d l / l_{d1} l_{d2}$ . Для малых значений этого параметра, как следует из выражения (6.11), зависимость будет определяться выражением

$$D(\theta) = e^{-\frac{2\theta^2 L_d^2}{a^2}} \sin(Kl\theta^2/4)/(Kl\theta^2/4). \quad (6.13)$$

Нетрудно убедиться, что диаграмма направленности соответствует модели Вестервельта и ширина ее убывает с ростом  $l$  пропорционально  $\sqrt{l}$ .

При больших значениях параметра  $L_d l / l_{d1} l_{d2}$  диаграмма направленности равна произведению диаграмм исходных волн.

$$D(\theta) = \exp\left(-\frac{2\theta^2 L_d^2}{a^2 n}\right) = \exp\left(-\frac{2\theta^2 l_{d1} l_{d2}}{a^2}\right). \quad (6.14)$$

Для произвольных значений длины зоны дифракции диаграмма направленности

$$D(\theta) = e^{-\frac{\theta^2}{n}} \left| \operatorname{Ei}\left(-\frac{\theta^2}{n}\right) - \operatorname{Ei}\left(\frac{i l \theta^2}{n(1-i l n)}\right) \right|. \quad (6.15)$$

Таким образом, с увеличением  $l$  диаграмма сначала монотонно сужается с расстоянием  $\sim \sqrt{l}$ , пока  $l < (\omega/\Omega) l_d$ . Затем ее сужение

становится более медленным; для больших значений параметра  $lL_d/l_{d1}l_{d2} \gg 1$  диаграмма практически не изменяется с ростом  $l$ , т. е. на ее формирование влияет в основном только начальная зона протяженностью  $l_d\omega/\Omega$ . Взаимодействие волн на больших расстояниях уже не изменяет диаграммы направленности.

### § 6.2. Расчет параметрических излучателей в средах с диссипацией

Расчет реальных характеристик ПИ требует обязательного учета диссипативных эффектов, приводящих к естественному ограничению области взаимодействия волн. Для анализа ВРЧ с учетом затухания волн воспользуемся решением (5.13). В выражении для  $\bar{Q}$  (5.11) величины  $A_1$  и  $A_2^*$  те же, что и в § 6.1. Для волн накачки с гауссовым поперечным профилем амплитуда ВРЧ

$$P_n = \frac{i}{L_d} \int_0^z \frac{\exp \left[ -\alpha y - \frac{2r^2(1+iyL_d/l_{d1}l_{d2})}{a^2(1-i(z-y)/L_d+y(2iL_d/l_{d1}l_{d2}+z/l_{d1}l_{d2}))} \right]}{1-i(z-y)/L_d+y(2iL_d/l_{d1}l_{d2}+z/l_{d1}l_{d2})} dy, \quad (6.16)$$

где  $a$  — эффективный радиус пучка для амплитуды накачки, а не для интенсивности, как в гл. 5;  $\alpha = 1/l_3 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2)/c_0^2\rho_0$ . Напомним, что под величиной  $P_n$  понимается приведенная амплитуда ВРЧ, равная  $P_n = P_0 8c_0^4 \rho_0 \exp(z/L_3)/\epsilon\Omega^2 \times p_{01}p_{02}a^2$ .

Решение (6.16) содержит три независимых параметра:  $a$ ,  $\Omega$  и  $\omega$ . Поэтому анализ решения (6.16), как и любой функции многих переменных, осуществить достаточно сложно. Введением нормированного на величину  $l_3 = 1/\alpha$  расстояния  $z_3 = z/l_3$ , количество параметров сокращается до двух. Учитывая малость отношения  $\Omega/\omega$ , интеграл (6.16) удается несколько упростить

$$P_n(z_3, r_w) = i \int_0^{z_3} \frac{\exp \left[ -y - \frac{r_w^2(1+iBy)}{d+i(y-z_3)+yz_3B} \right]}{d+i(y-z_3)+yz_3B} dy, \quad (6.17)$$

где  $d = L_d/l_3$ ;  $B = L_d l_3 / l_{d1} l_{d2}$ ;  $r_w^2 = 2r^2 L_d / a^2 l_3$ .

Прежде чем приступить к анализу полученного решения, обсудим вопрос о выборе безразмерных параметров  $d$  и  $B$ .

В настоящее время нет единого мнения по вопросу выбора наиболее рациональной системы параметров. При расчете характеристик ПИ и составлении nomogramm разные авторы [5, 107, 123, 133] используют несколько различных параметров, которые сводятся друг к другу. Укажем причины, по которым мы остановились на параметрах  $d$  и  $B$ .

Анализ решения (6.16) (см. ниже) показал, что при  $z < l_d$  амплитуда ВРЧ зависит только от  $d$ , а при  $z > l_d$  — только от  $B$ . Возможность представить решение как функцию одного параметра упрощает расчет характеристик и построение номограмм для дальней и ближней зон.

Для описания диаграммы направленности радиус  $r_\omega^2$  следует заменять величиной  $(\theta_w)^2 z_3^2$ , где  $(\theta_w)^2 = \theta^2 K l_3 / 2$  соответствует расходимости ВРЧ в дальней зоне по модели Вестервельта. Укажем, что для приведенного расстояния  $z_3$  длины зон дифракции ВРЧ и волн накачки будут равны  $L_d/l_3 = d$ ,  $l_d/l_3 = \sqrt{d/B}$ .

Интеграл (6.17) не берется, поэтому его нужно исследовать с помощью численных методов. На оси ( $\theta_\omega = 0$ ) подынтегральная функция упрощается и решение (6.17) имеет вид

$$P_n(z_3, 0) = i(i + Bz_3)^{-1} \exp \frac{d - iz_3}{i + Bz_3} \left[ \text{Ei} \left( \frac{Bz_3 + d}{i + Bz_3} \right) - \text{Ei} \left( \frac{d - iz_3}{i + Bz_3} \right) \right]. \quad (6.18)$$

Амплитуда ВРЧ сначала возрастает с ростом  $z_3$ , достигает максимального значения и затем начинает убывать. Положение и величина максимума амплитуды, а также закон убывания ее зависят от входящих в решение параметров  $d$  и  $B$ . За характером осевого поведения ВРЧ для различного соотношения параметров  $d$  и  $B$  можно проследить с помощью графиков, представленных на рис. П.2, П.3.

Следует обратить внимание на различное влияние параметров  $d$  и  $B$  на поведение ВРЧ. В ближней зоне  $z < l_d$  все характеристики ВРЧ зависят от параметра  $d$ . В области  $z_3 \gg \sqrt{d/B}$  ( $z \gg l_d$ ) параметр  $d$  практически не влияет на значение амплитуды, и ее поведение определяется только параметром  $B$ . Это позволяет упростить расчет. Для области  $z \gg l_d$  амплитуда ВРЧ будет описываться выражением

$$P_n(z, 0) = i(i + Bz_3)^{-1} \exp \left( -\frac{iz_3}{i + Bz_3} \right) \left[ \text{Ei} \left( \frac{Bz_3}{i + Bz_3} \right) - \text{Ei} \left( -\frac{iz_3}{i + Bz_3} \right) \right]. \quad (6.19)$$

Зависимость только от одного параметра позволяет значительно упростить построение номограмм для этой области (см. рис. П.4).

Отметим еще одну характеристическую особенность в поведении амплитуды ВРЧ. Сферический закон изменения амплитуды наступает на расстояниях  $z_3 > B^{-1}$  ( $z > \omega l_d / \Omega$ ), т. е. расстояние, на котором практически заканчивается формирование амплитудной характеристики ПИ, не зависит от  $l_3$  и определяется величиной  $z = \omega l_d / \Omega$ , хотя само значение амплитуды существенно зависит от величины  $l_3$ .

Поскольку общее решение (6.16) не удается выразить через аналитические функции, анализ осевых и угловых характеристик ВРЧ проводился численными методами. Характер поведения диаграммы направленности определяется в основном значением

параметра  $B$ . Параметр  $d$  влияет только на количественные значения. При значениях параметра  $B < 1$  диаграмма сначала сужается на расстояниях  $z_3 < 1$  ( $z < l_3$ ). При  $z_3 \approx 1$  ( $z = l_3$ ) она минимальна, а затем начинает расширяться, стремясь к постоянному значению  $\theta_W = 1$ . Формирование диаграммы направленности, как и амплитуды, заканчивается на расстояниях  $Bz_3 > 1$  ( $z > \omega l_d / \Omega$ ). При значениях параметра  $B$ , больших единицы, диаграмма практически не имеет минимума, а монотонно убывает к постоянному значению, зависящему от  $B$ . Чем больше  $B$ , тем шире диаграмма направленности  $\theta_W$ . На номограмме, приведенной на рис. П.4, показана зависимость ширины диаграммы от  $B$ .

Как и для осевого поведения амплитуды, при  $z_3 \gg \sqrt{d/B}$ , ( $z \gg l_d$ ) форма и ширина диаграммы направленности практически перестают зависеть от параметра  $d$  и определяются только величиной  $B$ . Решение (6.17) принимает вид

$$P_n(z_3, \theta_W) = i \int_0^{z_3} \frac{\exp \left[ -y - \frac{(\theta_W)^2 z_3^2 (1 + iBy)}{i(y - z_3) + yz_3 B} \right]}{i(y - z_3) + yz_3 B} dy : \quad (6.20)$$

На основе этого решения построена номограмма, приведенная на рис. П.4.

Как уже говорилось, точный расчет диаграммы направленности требует использования численных методов. Однако для приближенного описания диаграммы вблизи оси можно использовать разложение экспоненциальной функции по малому параметру  $\theta_W$  или  $R_W$

$$\begin{aligned} P_n = P_n(z, 0) - i\theta_W^2 \int_0^{z_3} \frac{z_3^2 (1 + iBy) \exp(-y)}{(d + i(y - z_3) + Byz_3)^2} dy + \\ + \frac{i}{2} \theta_W^4 \int_0^{z_3} \frac{z_3^4 (1 + iBy)^2 \exp(-y)}{(d + i(y - z_3) + Byz_3)^3} dy + \dots \end{aligned} \quad (6.21)$$

Интегралы, являющиеся коэффициентами для членов разложения  $(\theta_W)^2$  и  $(\theta_W)^4$ , можно выразить через аналитические функции. Для нахождения ширины диаграммы по уровню 0,7 необходимо вначале выделить во всех слагаемых действительную и мнимую части, т. е. представить решение в виде  $P_n = P + iP' - (\theta_W)^2(I_1 + iI'_1) + (\theta_W^4)^2(I_2 + iI'_2) + \dots$ . Тогда угловая ширина  $\theta_{W,0.7}$  по уровню 0,7 находится с помощью приближенного выражения

$$(\theta_{W,0.7})^2 = \frac{PI_1 + P'I'_1 - \sqrt{(PI_1 + P'I'_1)^2 - 0.5(P'^2 + P^2)(I_1^2 + I_2^2 - 2PI_2 - 2P'I'_2)}}{I_1^2 + (I'_1)^2 - 2PI_2 - 2P'I'_2} \quad (6.22)$$

Второй способ оценки диаграммы направленности основан на предположении, что поперечный профиль сигнала имеет гауссову форму. Это предположение хорошо оправдано для расчетов характеристик в ближней зоне и для значений  $B \gtrsim 1$ . Некоторые отличия наблюдаются только в дальней зоне для очень малых значений параметра  $B$ . В соответствии с нашим предположением интенсивность ВРЧ определяется выражением  $I(z, -r) = P_n(z, 0) \exp[-2r_w^2/a_w^2(z_s)]$ , где  $P_n(z_s, 0)$  — осевое значение амплитуды, вычисляемое из выражения (6.19). Для гауссова профиля едина мощность ВРЧ, содержащаяся во всем телесном угле, равна  $W(z) = \pi a_w^2(z) P_n^2(z, 0)/2$ . С другой стороны, мощность ВРЧ можно найти из общего решения (6.17). Приравнивая эти величины, найдем приближенное значение радиуса

$$a_w^2(z_s) = 2W/P^2(z_s, 0),$$

где

$$W = \left| \int_0^{z_s} dy' \int_0^{z_s} \frac{\exp(-y' - y'')}{2d + i(d+1)(y' - y'') + 2By'y''} dy'' \right|. \quad (6.23)$$

Ширина диаграммы направленности по уровню 0,7 в этом случае находится из соотношения

$$\theta_{W, 0.7} \approx 0.84 \sqrt{W}/z_s P_n(z_s, 0). \quad (6.24)$$

Полученное для  $\theta_{W, 0.7}$  значение достаточно хорошо описывает ширину диаграммы во всем диапазоне варьирования параметров  $B$  и  $d$ . Если предположить, что поперечное распределение ВРЧ описывается выражением, справедливым для модели Вестервельта, т. е.  $D(r) = [1 + r_w^4/a_w^4(z_s)]^{-1/2}$ , то в выражении (6.24) незначительно изменится только численный коэффициент, который будет равен 0,80.

Рассмотрим характеристики ПИ в дальней зоне ( $z_s \gg 1$ ). Поведение характеристик в этой области имеет большое практическое значение. Ранее мы выяснили, что формирование характеристик ПИ практически заканчивается на расстояниях  $z_s B \gg 1$  ( $z > \omega l_d/\Omega$ ). Полагая в выражении (6.17)  $z_s \gg 1$ , упростим подынтегральную функцию

$$P_n(z, \theta_W) = -\frac{1}{z_s} e^{-i(\theta_W)^2 z_s} \int_0^\infty \frac{\exp\left[-y - \frac{\theta_W^2(d + iy)}{1 + iBy}\right]}{1 + iBy} dy. \quad (6.25)$$

Поскольку параметр  $d = L_d/l_s$  практически всегда значительно меньше единицы, им можно пренебречь. Основное влияние на поведение характеристик ВРЧ в этой области оказывает параметр  $B$ . Рассмотрим характер поведения амплитуды ВРЧ для предельных

значений параметра  $B$ . При  $B \ll 1$  имеем

$$\left. \begin{aligned} |P_n(z_3, \theta_W)| &= \frac{1}{z_3} e^{-(\theta_W)^2 d} [1 + (\theta_W)^4]^{-\frac{1}{2}}; \\ |P_n(z, \theta)| &= \frac{l_3}{z} e^{-\frac{1}{2}(\theta K a/2)^2} [1 + (\theta^2 K l_3/2)^2]^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (6.26)$$

Нетрудно убедиться [см. (5.24)], что полученное выражение точно соответствует решению Вестервельта.

При  $B \gg 1$  амплитуда ВРЧ

$$\left. \begin{aligned} |P_n(z_3, \theta_W)| &= \frac{1}{B z_3} e^{-\frac{(\theta_W)^2}{B}} [\ln^2 B + \pi^2/4]^{\frac{1}{2}}; \\ |P_n(z, \theta)| &= \frac{l_{d1} l_{d2}}{L_d z} e^{-\frac{2\theta^2 l_{d1} l_{d2}}{a^2}} (\ln^2 L_d l_3 / l_{d1} l_{d2} + \pi^2/4)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (6.27)$$

Полученный результат соответствует модели, рассмотренной Берктеем [107, 108], когда взаимодействующие волны предполагались сферически расходящимися и недифрагирующими. Диаграмма направленности ВРЧ не зависит от  $l_3$  и определяется произведением диаграмм исходных волн, а зависимость амплитуды от  $l_3$  очень слабая.

В общем виде интеграл (6.25) взять не удается. Точно вычисляется только осевое значение амплитуды ( $\theta_W = 0$ ):

$$|P_n(z_3, 0)| = (z_3 B)^{-1} |\text{Ei}(-i/B)|. \quad (6.28)$$

Зависимость приведенного значения ВРЧ на оси изображена на рис. П.5. С увеличением  $B$  значение приведенной амплитуды убывает.

Анализ угловых характеристик ПИ в дальней зоне проводился численными методами. На рис. П.5 показана зависимость ширины диаграммы направленности по уровню 0,7 от величины параметра  $B$ . Для значений  $B < 1$  ширина практически не изменяется и остается равной единице, т. е. находится из модели Вестервельта. Для  $B > 1$  диаграмма направленности начинает довольно резко расширяться и при достаточно больших  $B$  ее ширина определяется приближенно выражением  $\theta_{W0,7} \simeq 0,6\sqrt{B}$ .

Диаграмма направленности может характеризоваться с помощью коэффициента концентрации, определенного в § 4.2. Для дальней зоны [решение (6.25)] этот коэффициент выражается в виде двойного интеграла, и для его вычисления следует использовать численные методы расчета. Для предельных же значений параметра  $B$  коэффициент концентрации легко вычисляется и равен соответственно при  $B \ll 1$  —  $2/\pi K l_3$ , а для  $B \gg 1$  —  $4l_{d1} l_{d2}/a^2$ , т. е. в  $2\omega_1 \omega_2 / \Omega^2$  раз больше, чем для линейной антенны такого же радиуса, работающей на частоте  $\Omega$ .

Учитывая полученные зависимости характеристик ПИ от параметра  $B$ , можно найти зависимость от реальных параметров системы, т. е.  $a$ ,  $\Omega$  и  $\omega$  ( $B = \Omega c_0^4 \rho_0 / b \omega^4 a^2$ ). При получении этого соотношения предполагалось, что  $l_3 = c_0^3 \rho_0 / b \omega^2$ . Однако [в реальных средах величина  $l_3$ , особенно в диапазоне частот, меньших, чем  $10^5$  Гц, будет в 10—30 раз больше (рис. 6.5)], чем это следует из рассматриваемой теоретической модели. Ясно, что такое уменьшение  $l_3$ , т. е. длины области взаимодействия, существенно повлияет на характеристики ПИ, и поэтому в практических расчетах величину  $l_3$  следует искать по эмпирической формуле Шулкина—Марша (2.46), графическая иллюстрация которой представлена на рис. 6.5.

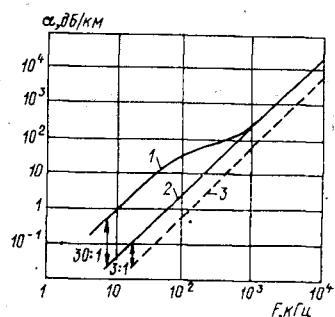


Рис. 6.5. Коэффициент поглощения звука в морской (кривая 1), дистиллированной (2) воде. Пунктир—теоретическое значение, учитывающее сдвиговую вязкость (кривая 3)

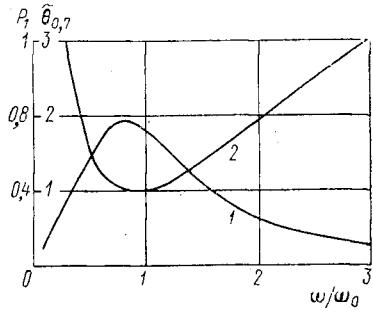


Рис. 6.6. Зависимость приведенной амплитуды ВРЧ (кривая 1) и ширины диаграммы направленности по уровню 0,7 в дальней зоне излучателя от частоты накачки ( $\omega_0 = c_0 (\Omega \rho_0 / b a^2)^{1/4}$ ;  
 $\theta_{0,7} = \theta_{0,7} (\Omega a^2 \rho_0) 4 b^{1/4}$ ;  
 $P_1 = 8 P_- c_0^3 \rho_0^{1/2} b^{1/2} / \epsilon \Omega^{3/2} \times a^3 p_{01} p_{02}$ )

Найдем вначале зависимость характеристик ПИ от частоты накачки, предполагая, что разностная частота и радиус излучателя неизменны. Для этого выразим частоту  $\omega$  через параметр  $B$  и другие параметры системы

$$\omega = c_0 (\Omega \rho_0 / b B a^2)^{1/4} = \omega_0 B^{-1/4}; \quad \omega_0 = c_0 (\Omega \rho_0 / b a^2)^{1/4}. \quad (6.29)$$

Заменяя  $\omega$  в выражении (6.29), в соответствии с полученными соотношениями имеем

$$|P_-| = \frac{\epsilon \Omega^{3/2} a^3 p_{01} p_{02}}{8 c_0^{3/2} b^{1/2} z} \sqrt{B} |Ei(-i/B)|; \quad B = (\omega_0 / \omega)^4. \quad (6.30)$$

Зная зависимость функции  $Ei$  от параметра  $B$  (см. рис. П.5), легко найти зависимость амплитуды ВРЧ от частоты в дальней зоне. Полученная зависимость изображена на рис. 6.6 (кривая 1). Видно,

что амплитуда ВРЧ существенно зависит от частоты накачки и имеет максимум при  $\omega \approx 0,8 \omega_0$  ( $B \approx 2,5$ ). Понижение эффективности в области более низких частот объясняется усилением дифракционных, а в области более высоких частот — диссипативных эффектов. Столь же заметно сказывается изменение частоты накачки и на ширине диаграммы направленности. Она имеет характерный минимум при  $\omega \approx \omega_0$  ( $B = 1$ ). Расширение диаграммы для больших и меньших значений частоты объясняется теми же причинами, что и понижение амплитуды. Такое поведение характеристик ПИ позволяет говорить о существовании оптимальной частоты накачки  $\omega \approx \omega_0$ , при которой ширина его диаграммы направленности будет минимальной, а амплитуда максимальной:

$$\left. \begin{aligned} |P_{\text{max}}| &= 0,8\epsilon\Omega^{3/2}a^3p_0p_{02}/8c_0^3\rho_0^{1/2}b^{1/2}z; \\ \Delta\theta_{\text{min}}^{0,7} &= 2\sqrt{2}(b/\Omega a^2\rho_0)^{1/4}. \end{aligned} \right\} \quad (6.31)$$

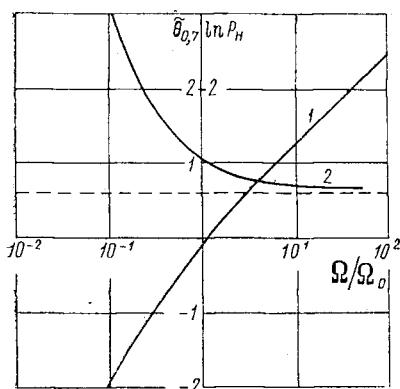
Аналогичным образом находятся зависимости характеристик ПИ от частоты разностного сигнала, если частота накачки и радиус остаются постоянными. Учитывая, что  $B = c_0^4\Omega\rho_0/ba^2\omega^4 = \Omega/\Omega_0$  ( $\Omega_0 = ba^2\omega^4/c_0^4\rho_0$ ), для амплитуды ВРЧ можно записать

$$|P_-| = \frac{\epsilon p_0 p_{02} a^6 b \omega^6}{8 c_0^9 \rho_0^2 z} B^2 |\text{Ei}(-i/B)|. \quad (6.32)$$

Рис. 6.7. Зависимость приведенной амплитуды ВРЧ (кривая 1) и ширины диаграммы направленности ПИ по уровню 0,7 в дальней зоне излучателя от частоты разностного сигнала ( $P_{\text{н}} = 8P_- z c_0^9 \rho_0^2 / \epsilon p_0 p_{02} \times a^6 b \omega^6$ ;  $\tau_{0,7} = \theta_{0,7} a^2 \omega^2 / 2 c_0^2$ ;  $\Omega_0 = ba^2 \omega^4 / c_0^4 \rho_0$ )

на оси и угловой расходимости в зависимости от  $\Omega$ . С увеличением  $\Omega$  амплитуда ВРЧ монотонно растет (кривая 1). Однако характер зависимости будет различен для малых и больших значений  $\Omega/\Omega_0$ . В первом случае ( $\Omega/\Omega_0 \ll 1$ ) амплитуда сигнала растет пропорционально квадрату частоты, а во втором ( $\Omega/\Omega_0 \gg 1$ ) — зависимость практически линейная. Диаграмма направленности с ростом  $\Omega$  монотонно сужается к постоянному значению, определяемому произведением диаграмм направленности исходных волн накачки. Аналогичным образом рассчитывается зависимость характеристик ПИ от радиуса излучателя.

Рассмотренную схему анализа и выбора оптимальных параметров ПИ можно использовать не только для дальней зоны. Для этого достаточно с помощью номограмм или расчетов найти харак-



тер зависимости амплитуд  $P_n(z_3)$  и  $\theta_{W,0,7}(z_3)$  от параметра  $B$  (если  $z \gg l_d$ ) или от двух параметров  $B$  и  $d$ . Последующий анализ характеристик проводится точно так же, как и для дальней зоны.

### § 6.3. Влияние дисперсии на характеристики параметрического излучателя

Дисперсионные эффекты, так же как и нелинейные, при взаимодействии волн носят накапливающийся характер. Поэтому даже при наличии слабой дисперсии характер взаимодействия волн может заметно измениться. Вода обладает очень слабой дисперсией, однако наличие пузырьков газа, растворов солей, микроорганизмов и т. д. существенно изменяют ее дисперсионные характеристики. Кроме того, целый ряд идей по повышению эффективности ПИ, например создание в среде пузырьков одного размера, использование специальных материалов с большими нелинейными параметрами и т. д., связан в конечном счете с созданием искусственной дисперсии.

Поведение отдельной спектральной компоненты волны накачки описывается выражением, аналогичным (4.7). Дисперсия связывается на изменении величины затухания  $l_s$ ; сопровождающая система координат для разных гармоник имеет различную скорость, зависящую от частоты.

Амплитуда ВРЧ описывается уравнением, аналогичным (5.7). Наличие дисперсии приведет к появлению дополнительного сомножителя в правой части уравнения

$$\frac{\partial P_-}{\partial z} - \frac{1}{2iK} [\Delta_\perp P_-] = \frac{i\varepsilon\Omega}{2c_0^3\rho_0} A_1 A_2^* e^{-\alpha z(1-i\Delta)}, \quad (6.33)$$

где  $\Delta = (k_1 - k_2 - K)$ ,  $l_s$  — изменение фазового сдвига между взаимодействующими волнами на расстоянии, пропорциональном  $l_s$ .

Решение полученного уравнения аналогично (6.17)

$$P_n = i \int_0^{z_3} \frac{\exp \left[ -y(1-i\Delta) - \frac{\theta_w^2 z_3^2 (1+iBy)}{d - i(z_3-y) + Bz_3 y} \right]}{d - i(z_3-y) + Bz_3 y} dy. \quad (6.34)$$

В общем виде решение (6.34) удается выразить через аналитические функции только для осевого значения амплитуды

$$P_n(z_3, 0) = i \frac{1-i\Delta}{i+Bz_3} e^{\frac{(d-iz_3)(1-i\Delta)}{i+Bz_3}} \left[ Ei \frac{(1-i\Delta)(d+Bz_3^2)}{i+Bz_3} - Ei \frac{(1-i\Delta)(d-iz_3)}{i+Bz_3} \right]. \quad (6.35)$$

На рис. 6.8 показана зависимость амплитуды для разных значений  $\Delta$ . Наличие дисперсии вызывает уменьшение амплитуды ВРЧ. Сильная дифракция разностной волны приводит к отсутствию осцилляций на оси, характерных для плоского взаимодействия волн в средах с дисперсией.

Проанализируем более подробно характеристики ПИ в дальней зоне. В этой области решение (6.34) принимает вид

$$P_n = -\frac{1}{z_3} \int_0^{\infty} \frac{\exp \left[ -y(1-i\Delta) - \frac{\theta_w^2(d+iy)}{1+iBy} \right]}{1+iBy} dy. \quad (6.36)$$

Амплитуда на оси ( $\theta_w = 0$ ) будет описываться выражением

$$P_n(z_3, 0) = -\frac{(1-i\Delta)}{iBz_3} Ei[(\Delta-i)/B]. \quad (6.37)$$

Зависимость приведенного значения амплитуды  $P_n z_3$  от  $B$  для различных  $\Delta$  изображена на рис. 6.9. Для положительных значе-

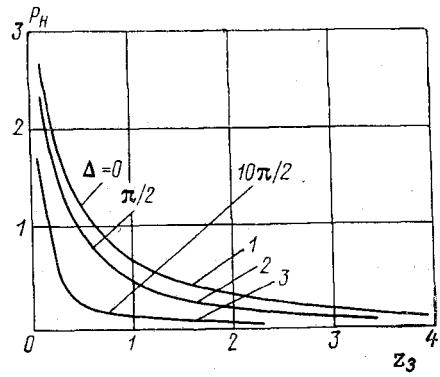


Рис. 6.8. Осевое распределение амплитуды ВРЧ при ее генерации в средах без дисперсии (кривая 1) и с дисперсией (кривые 2, 3) для значений  $B = 1$ ,  $d = 10^{-6}$

ний  $\Delta$  наблюдается немонотонная зависимость амплитуды от величины параметра  $B$ . При малых  $B$  приведенное значение амплитуды практически не зависит от  $B$  и определяется только значением параметра  $\Delta$  ( $P_n z_3 = (1 + \Delta^2)^{-1/2}$ ). С увеличением  $B$  наблюдается рост амплитуды, если  $\Delta > 0$ , или уменьшение — для  $\Delta < 0$ . Для некоторого значения  $B$  (тем большего, чем больше  $\Delta$ ) достигается максимум амплитуды на оси, а затем она начинает убывать с увеличением  $B$ . Следует отметить существенное отличие зависимости амплитуды на оси для сред с дисперсией и без нее. В средах без дисперсии амплитуда монотонно убывает с ростом  $B$  (кривая 1). Немонотонность зависимости при наличии дисперсии объясняется следующим. Фазовый сдвиг между взаимодействующими волнами появляется по двум причинам: за счет дифракции волн и за счет дисперсии. Для положительных  $\Delta$  и для определенных значений  $B$  эти эффекты взаимокомпенсируются, приводя к относительному увеличению эффективности взаимодействия и росту амплитуды ВРЧ.

Влияние дисперсии на форму диаграммы направленности существенно зависит от значений параметра  $B$ .

Для малых значений этого параметра ( $B \ll 1$ ) форма диаграммы направленности определяется выражением

$$D(\theta) = [1 + (\Delta - \theta_w^2)^2]^{-1/2}. \quad (6.38)$$

Таким образом, при  $\Delta > 0$  максимальное значение амплитуды достигается не на оси, а под некоторым углом  $\theta_w^*$ , определяемым из соотношения

$$\theta_w^* = [(k_1 - k_2 - K)/K]^{1/2}. \quad (6.39)$$

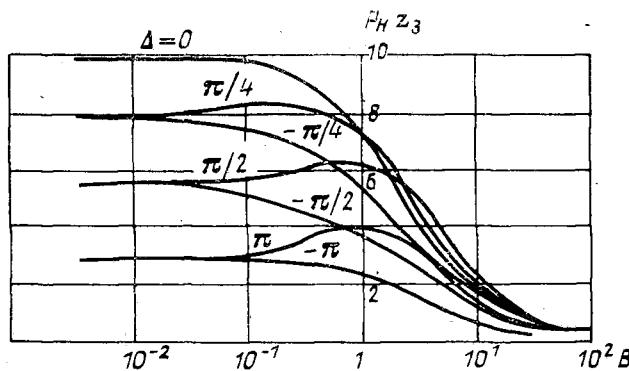


Рис. 6.9. Зависимость приведенного значения амплитуды от параметра  $B$  в дальней зоне ПИ при различных дисперсионных характеристиках среды ( $\Delta = 0, \pm \pi/4, \pm \pi/2, \pm \pi$ ).

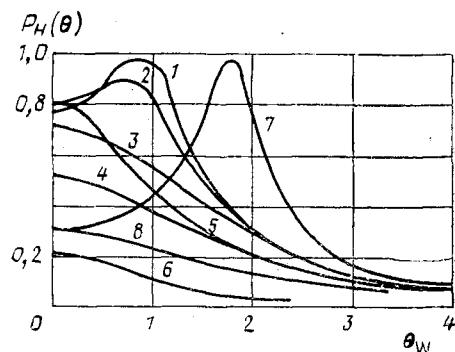
При отсутствии дисперсии  $k_1 - k_2 = K$  максимум амплитуды достигается на оси.

Для больших значений параметра  $B$  ( $B \gg 1$ ) форма диаграммы практически не зависит от  $\Delta$ ; она определяется (как и при отсутствии дисперсии) дифракционной расходимостью волн на-качки

$$D(\theta) = \exp(-\theta_w^2/B).$$

Рис. 6.10. Диаграмма направленности ПИ в дальней зоне для различных значений параметров  $B$  и  $\Delta$

Кривые 1:  $\Delta = \pi/4; B = 10^{-3}$ ; 2 —  $\pi/4; 10^{-1}$ ; 3 —  $\pi/4; 1$ ; 4 —  $\pi/4, 10$ ; 5 —  $(-\pi/4), 10^{-3}$ ; 6 —  $(-\pi/4), 10$ ; 7 —  $(\pi), 10^{-3}$ ; 8 —  $(-\pi), 10^{-3}$ .



Для конечных значений параметра  $B$  заметна тенденция к сглаживанию резких боковых максимумов в форме диаграммы направленности с ростом параметра  $B$  (рис. 6.10).

Динамика формирования характеристик ПИ и их основные особенности процесса для сред с дисперсией фактически те же, что и для обычных сред (этот вопрос подробно рассмотрен в § 6.2).

#### § 6.4. Параметрический излучатель с фокусированными и дефокусированными пучками накачки

В линейных акустических антенных часто для увеличения интенсивности волн используют фокусировку звуковых пучков. Вблизи фокуса удается получать существенно большие, чем на поверхности излучателя, интенсивности волн. Для ПИ достаточно сложно предсказать характер влияния фокусировки исходных волн накачки на характеристики ВРЧ, так как увеличение эффективности взаимодействия волн (за счет повышения интенсивности фокусированных волн накачки) сопровождается уменьшением размеров области взаимодействия и увеличением дифракционной расходимости ВРЧ от участков с меньшим эффективным радиусом.

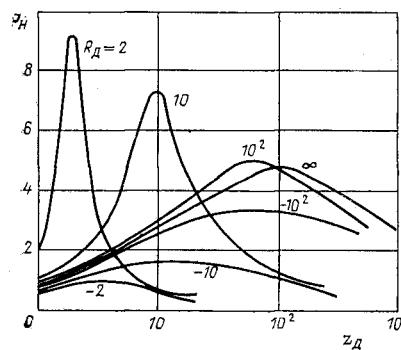


Рис. 6.11.1 Осевое распределение амплитуды ВРЧ при различной фокусировке и дефокусировке исходных волн накачки ( $R_{\text{д}} = 0 \pm 2, \pm 10, \pm 10^2$ ) (ближняя зона)

в качестве первого приближения можно использовать решение (4.28). Рассмотрим вначале особенности поведения ВРЧ в ближней зоне. Если при решении уравнения второго приближения пренебречь затуханием волн накачки, то для амплитуды ВРЧ имеем

$$P_{\text{н}}(z, r) = i \int_0^{z_{\text{д}}} \frac{\exp \left\{ \frac{-2r^2}{a^2} \left[ \frac{1 + 2ny/R_{\text{д}} + iny}{1} - \frac{1}{R_{\text{д}}} \left( 1 - \frac{y}{R_{\text{д}}} \right) \right] \right\}}{\left( 1 - \frac{y}{R_{\text{д}}} \right) \left( 1 - \frac{z_{\text{д}}}{R_{\text{д}}} \right) + i(y - z_{\text{д}}) + 2iny \left( 1 - \frac{z_{\text{д}}}{R_{\text{д}}} \right) + ny^2 z_{\text{д}}} dy, \quad (6.40)$$

где  $R_{\text{д}} = R_0/L_{\text{д}}$  — нормированный на длину области дифракции ВРЧ радиус фокусировки. Для описания ВРЧ, генерируемой де-

Фокусированными пучками, достаточно во всех членах, содержащих  $R_d$ , заменить —  $R_d$  на  $R_d$ .

В общем случае решение (6.40) выражается через интегральную показательную функцию. Получающееся решение достаточно громоздко и не приводится. Поведение амплитуды ВРЧ на оси описывается выражением (рис. 6.11)

$$P_n(z, 0) = i \left\{ i \left[ 1 + 2n(1 - z_d/R_d) \right] + \left[ nz_d - \frac{1}{R_d} \left( 1 - \frac{z_d}{R_d} \right) \right] \right\}^{-1} \times \\ \times \ln \frac{\left( 1 - \frac{z_d}{R_d} \right)^2 + nz_d^2 + 2inz_d \left( 1 - \frac{z_d}{R_d} \right)}{1 - iz_d/R_d - iz_d}. \quad (6.41)$$

Заметное отличие в поведении амплитуды ВРЧ, генерируемых фокусированными или дефокусированными пучками накачки, наблюдается при значениях радиуса фокусировки, меньших длины зоны дифракции волн накачки ( $R_0 \ll l_d$ ). На начальном этапе амплитуда ВРЧ возрастает как для фокусированных, так и для дефокусированных волн накачки. В последнем случае ее рост происходит значительно быстрее. При значении  $z_d \approx R_d / \sqrt{1 + nR_d^2}$  (при  $z = R_0 / \sqrt{1 + R_0^2/l_{d1}l_{d2}}$ ) достигается максимум амплитуды ВРЧ, равный

$$|P_{n \max}(z, 0)| = \left[ \ln^2 2 \left( \sqrt{1 + nR_d^2} - 1 \right) / R_d + \pi^2/4 \right]^{1/2} \quad (6.42)$$

для фокусированных пучков накачки, и

$$|P_{n \max}(z, 0)| = \left\{ \ln^2 [2 \left( \sqrt{1 + nR_d^2} + 1 \right) / R_d] + \pi^2/4 \right\}^{1/2} \quad (6.43)$$

для дефокусированных пучков. Если  $nR_d^2 = R_0^2/l_{d1}l_{d2} \ll 1$ , то максимум амплитуды ВРЧ достигается на расстоянии  $R_0$  и максимальное значение амплитуды приближенно будет равно

$$P_{n \max}^2(z) = \begin{cases} \ln^2(nl_d) + \pi^2/4 & \text{для фокусированных волн накачки;} \\ \ln^2(R_d/4) + \pi^2/4 & \text{для дефокусированных волн накачки.} \end{cases} \quad (6.44)$$

Сравнивая максимальные значения амплитуды для фокусированных пучков накачки и волн с плоским начальным профилем [т. е. выражения (6.44) и (6.5)], находим, что для  $R_0 < 2l_d$  максимальное значение амплитуды для фокусированных пучков накачки будет больше. Однако логарифмическая зависимость амплитуды от  $R_0$  не позволяет получить существенного усиления амплитуды. Например, при  $R_0 = l_d/50$  (см. рис. 6.11) максимальное значение амплитуды ВРЧ возрастает всего в 2 раза (для волн накачки оно возрастает в 50 раз). Этот факт объясняется сильной дифракционной расходностью генерируемых НЧ-волн. Следующее за максимумом убывание амплитуды происходит значительно быстрее для

фокусированной волны накачки, и амплитуда ВРЧ достаточно быстро становится меньше, чем при волне накачки с плоским начальным фронтом. Это связано с тем, что при прохождении фокальной области фаза волны накачки изменяется на  $\pi$ , т. е. ВРЧ начинает генерироваться в противофазе. Интересно, что при достаточном удалении ( $z_d \gg R_d$ ) закон изменения амплитуды ВРЧ для фокусированных и дефокусированных пучков накачки один и тот же

$$|P_h(z, 0)| = \frac{1}{z_d \sqrt{4n^2/R_d^2 + (n + 1/R_d^2)^2}} \left[ \ln^2 z_d^2 \left[ (n + 1/R_d^2)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 4n^2/R_d^2 \right] + \frac{\pi^2}{4} \right]^{1/2}. \quad (6.45)$$

Эффективный радиус пучка для ВРЧ находится с помощью выражения (6.40). Для фокусированных волн накачки ширина пучка вначале убывает, достигая минимального значения в области максимальной амплитуды, а затем резко расширяется, стремясь к постоянному значению, определяемому произведением диаграмм направленности исходных волн. Для фокусированных волн накачки происходит достаточно быстрое монотонное сужение диаграммы направленности к тому же значению.

При учете затухания вид решения, описывающего поведение ВРЧ, практически не меняется. Однако для удобства анализа целесообразнее использовать нормировку расстояния  $z$  на величину  $l_3$  (так же, как это делалось в § 6.2):

$$P_h = i \int_0^{z_3} \frac{\exp \left[ -y \frac{r_w^2 \left[ 1 + 2dB_y/R_3 + iBy - \frac{i}{R_3} \left( 1 - \frac{y}{R_3} \right) \right]}{d \left( 1 - \frac{y}{R_3} \right) \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right) + i(y-z_3) + 2idBy \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right) + Byz_3} \right]}{d \left( 1 - \frac{y}{R_3} \right) \left( 1 + \frac{z_3}{R_3} \right) - i(y-z_3) + 2idBy \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right) + Byz_3} dy, \quad (6.46)$$

где  $R_3 = R_0/l_3$ :

Полученное выражение можно несколько упростить, пренебрегая членом  $2iBdy(1 - z_3/R_3)$ , так как реальные значения параметра  $d$  всегда малы. На оси излучателя поле ВРЧ описывается выражением

$$P_h(z_3, 0) = \frac{i}{i + Bz_3 - \frac{d}{R_3} \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right)} e^{\frac{d \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right) - iz_3}{i + Bz_3 - \frac{d}{R_3} \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right)}} \times$$

$$\times \left\{ \operatorname{Ei} \left[ \frac{d \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right)^2 + B z_3^2}{i + B z_3 - \frac{d}{R_3} \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right)} \right] - \operatorname{Ei} \left[ \frac{d \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right) - i z_3}{i + B z_3 - \frac{d}{R_3} \left( 1 - \frac{z_3}{R_3} \right)} \right] \right\}. \quad (6.47)$$

Поскольку учет затухания никаких принципиальных особенностей в характере поведения ВРЧ в ближней зоне не вносит, обсуждения этого вопроса не будем проводить. Укажем, что формирование характеристик ПИ происходит на расстояниях  $z_3 > (B + l_d l_3 / R_0^2)^{-1}$ .

Рассмотрим теперь характеристики ПИ в дальней зоне излучателя (при  $z_3 \rightarrow \infty$ ). В этом случае решение (6.46) с учетом малости параметра  $d$  запишется в виде

$$P_H = -\frac{1}{z_d} e^{-i\theta_W^2 z_3} \int_0^\infty \frac{\exp \left[ -y - \frac{i(\theta_W)^2 y}{1 + iB_\phi y} \right]}{1 + iB_\phi y} dy, \quad (6.48)$$

где  $B_\phi = L_d l_3 (1/l_{d1} l_{d2} + 1/R_0^2)$  — изменение параметра  $B$  за счет фокусировки и дефокусировки исходных волн. Причем, как фокусировка, так и дефокусировка пучков накачки приводят к однаковому увеличению этого параметра. Заметим, что полученное для дальней зоны решение с точностью до замены коэффициента  $B$  на  $B_\phi$  соответствует аналогичному решению (6.25), полученному для просто дифрагирующих волн накачки, что позволяет непосредственно воспользоваться результатами § 6.2. Расчет амплитудных и угловых характеристик ПИ можно проводить с помощью номограмм, приведенных на рис. П.5. Таким образом, для значений параметра  $B_\phi < 1$  амплитудные и угловые характеристики ПИ остаются такими же, как и для волн накачки с плоским исходным фронтом и их расчет следует проводить в соответствии с выражением (6.26). Для значений  $B_\phi > 1$  дефокусировка и фокусировка волн накачки приводят к увеличению угловой расходности пучка  $\theta_W$  и снижению приведенной амплитуды (так как  $B_\phi$  всегда больше  $B$ ). При  $B_\phi \gg 1$  диаграмма направленности определяется произведением диаграмм исходных волн

$$\begin{aligned} |P_H| &= \frac{1}{B_\phi z_3} e^{-\frac{\theta_W^2}{B_\phi}} ( \ln^2 B_\phi + \pi^2/4 )^{1/2}; \\ |P_H| &= \frac{l_{d1} l_{d2} R_0^2}{z L_d (R_0^2 + l_{d1} l_{d2})} e^{-\frac{2\theta^2 l_{d1} l_{d2} R_0^2}{a^2 (l_{d1} l_{d2} + R_0^2)}} ( \ln^2 B_\phi + \pi^2/4 )^{1/2}. \end{aligned} \quad \left. \right\} (6.49)$$

Таким образом, ПИ на фокусированных и дефокусированных пучках накачки не приводит к увеличению эффективности излучателя или сужению диаграммы направленности в дальней зоне. Однако использование таких режимов ПИ [112, 122] может быть продиктовано потребностями практики, когда необходимо получить более широкую диаграмму направленности, без существенных конструктивных изменений в самом устройстве.

### § 6.5. Параметрические излучатели низкочастотных широкополосных сигналов

Проблема создания широкополосных излучателей всегда являлась актуальной для гидроакустики. Излучатели, позволяющие плавно перестраивать в широком диапазоне частоту и излучать сигналы с широким спектром, значительно улучшают характеристики многих типов гидролокаторов и незаменимы для калибровки и передачи информации. Решение этой проблемы в рамках линейной акустики наталкивается на целый ряд серьезных технических трудностей, связанных с тем, что отдельный излучатель обладает, как правило, очень узкой полосой пропускания. Для ПИ этой проблемы не существует, так как широкополосность заложена в самом принципе его работы [56, 65, 175].

В предыдущих параграфах этой главы рассматривался наиболее простой режим генерации, когда взаимодействие двух ВРЧ-гармоник приводило к появлению одной НЧ-гармоники с частотой, равной их разности. Ясно, что если исходный спектр накачки содержит большее число гармоник, то генерируемый НЧ-сигнал будет обладать целым набором частот. Причем отдельная НЧ-гармоника может генерироваться за счет взаимодействия нескольких пар ВЧ-гармоник. Особенности генерации НЧ-спектра при взаимодействии плоских волн были рассмотрены в гл. 3. Там же было указано, что наиболее эффективно процесс генерации разностных НЧ-гармоник происходит при амплитудной модуляции накачки. Поэтому рассмотрим подробнее вопрос взаимодействия спектральных составляющих АМ-волн накачки в виде

$$P(z=0, t) = p_0 \exp(-r^2/a^2) f(\Omega t) \sin \omega_0 t. \quad (6.50)$$

Функцию модуляции  $f(\Omega t)$  можно считать произвольной. Единственное условие накладывается на величину параметра  $\Omega \ll \omega_0$ . Это означает, что спектр исходного сигнала является узким и сплошным, если функция  $f(\Omega t)$  непериодическая или состоящая из некоторого количества гармоник  $\omega_0 \pm k\Omega$  для периодической функции модуляции. Предположение об узости исходного спектра связано в первую очередь не с желанием упростить теоретический анализ, а с реальными условиями работы ПИ (как уже указывалось, линейные антенны обладают очень узкой полосой пропускания).

Анализ работы ПИ при волне накачки, заданной выражением

(6.50), будем проводить на основе системы уравнений (5.1), (5.2). Решение этой системы значительно упростится, если анализировать поведение Фурье-спектра волн. Решение уравнения первого приближения, описывающее изменение спектра ВЧ-сигнала накачки, имеет вид

$$A(\omega z) = \frac{p_0 A_0(\omega)}{1 - iz/l_d(\omega)} \exp \left[ -\frac{r^2}{a^2 [1 - iz/l_d(\omega)]} - \frac{z}{2l_3(\omega)} \right], \quad (6.51)$$

где  $A_0(\omega)$  — начальный спектр сигнала, т. е. Фурье-спектр выражения (6.50). Для периодической функции модуляции спектр накачки состоит из отдельных гармоник и его поведение будет описываться следующим выражением:

$$A(\omega_k = \omega_0 + k\Omega, z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{p_0 A_0(\omega_k)}{1 - iz/l_d(\omega_k)} \exp \left[ -\frac{r^2}{a^2 (1 - iz/l_d(\omega_k))} - \frac{z}{2l_3(\omega_k)} \right]. \quad (6.52)$$

Как видно из полученных выражений (6.51), (6.52), спектр накачки искажается за счет различий в дифракционной расходности и затухании отдельных спектральных компонент. Это означает, что в каждой точке пространства генерируется НЧ-волну с различным спектральным составом. Однако поскольку сигнал предполагался узкополосным, в окрестностях частоты  $\omega_0$  функция  $A_0(\omega)$  изменяется значительно быстрее, чем параметры  $l_d$  и  $l_3$ , и их можно считать постоянными для всех ВЧ-гармоник ( $l_d = l_d(\omega) = l_d(\omega_0)$ ,  $l_3 = l_3(\omega) = l_3(\omega_0)$ ). В этом случае спектр волны уже не искажается в процессе распространения и его поведение описывается выражением

$$P(z, \tau) = \frac{p_0 f(\Omega \tau)}{1 - iz/l_d} e^{-\frac{r^2/a^2}{1 - iz/l_d} - \frac{z}{2l_3} + i\omega_0 \tau} \quad (6.53)$$

Поведение отдельной спектральной компоненты генерируемого НЧ-сигнала будет описываться аналогичным (5.6) уравнением. Отличаться будет только правая часть уравнения, поскольку НЧ-гармоника генерируется не двумя, а значительно большим числом ВЧ-гармоник накачки. Выражение  $A_1 A_2^*$  в правой части (5.6) заменяется на интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} A(z, \omega) A^*(z, \omega - \Omega) d\omega, \quad (6.54)$$

позволяющий учесть вклад в генерацию гармоники  $\Omega$  от взаимодействия всех ВЧ-гармоник накачки. В общем случае  $A(z, \Omega)$  следует находить из выражения (6.51). Однако для узкополосных

сигналов накачки интеграл (6.54) упрощается

$$\frac{p_0^2 \exp \left[ -\frac{z}{l_3} - \frac{r^2/a^2}{1 - iz/l_d(\omega_0)} - \frac{r^2/a^2}{1 + iz/l_d(\omega_0 - \Omega)} \right]}{[1 - iz/l_d(\omega_0)][1 + iz/l_d(\omega_0 - \Omega)]} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} A_0(\omega) A_0^*(\omega - \Omega) d\omega. \quad (6.55)$$

Выражение  $A_0(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_0(\omega) A_0^*(\omega - \Omega) d\omega$  представляет собой

Фурье-спектр функции  $f^2(\Omega t)$ . Если функция  $f(\Omega t)$  — периодическая, то интеграл заменяется суммой. Для гармоники  $k\Omega$  вместо интеграла в выражении (6.55) будем иметь

$$A_0(k\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_0(\omega_0 + (n + k)\Omega) A_0^*(\omega_0 + n\Omega) = \int_{-\pi/\Omega}^{\pi/\Omega} f^2(\Omega t) e^{-ik\Omega t} dt. \quad (6.56)$$

Дальнейший расчет амплитуды НЧ-гармоники проводится так же, как в § 6.2. В общем случае изменение спектра НЧ-сигнала в процессе распространения описывается выражением, аналогичным (6.17)

$$A_\Omega(z, r_W) = \frac{iea^2\Omega^2 p_0^2 A_0(\Omega)}{16c_0^4 \rho_0} \times \\ \times \int_{z_3}^{z_3} \frac{\exp \left[ -y - \frac{r_W^2(\Omega)[1 + iB(\Omega)y]}{d(\Omega) + i(y - z_3) + z_3 y B(\Omega)} \right]}{d(\Omega) + i(y - z_3) + z_3 y B(\Omega)} dy. \quad (6.57)$$

Зависимость параметров  $B$  и  $d$  от частоты НЧ-гармоники ( $B \sim \Omega$ ,  $d \sim \Omega$ ) приводит к различному поведению отдельных НЧ-компонент спектра, т. е. к постоянному изменению его формы в процессе распространения.

Для дальней зоны решение (6.56) несколько упрощается

$$A_\Omega(z_3, \theta_W) = \frac{ea^2 p_0^2 \Omega^2 A_0(\Omega)}{16c_0^4 \rho_0 z_3} e^{-i\theta_W^2 z_3} \int_0^\infty \frac{\exp \left[ -y - \frac{i\theta_W^2(\Omega)y}{1 + iB(\Omega)y} \right]}{1 + iB(\Omega)y} dy. \quad (6.58)$$

Для конечных значений  $B(\Omega)$  выделить какие-то общие закономерности поведения спектра затруднительно. Для каждого конкретного случая это можно сделать с помощью номограмм, определяя  $B(\Omega)$  для каждой гармоники. Для нахождения формы НЧ-волн в общем случае необходимо произвести обратное Фурье-преобразование решений (6.57), (6.58).

Если  $B(\Omega)$  для всех НЧ-гармоник много меньше единицы, выражение (6.58) удается записать в простом виде

$$|A_\Omega(z, \theta_W)| = \frac{\epsilon a^2 p_0^2 \Omega^2 A_0(\Omega)}{16 c_0^4 p_0 z_3} \frac{1}{[1 + \theta_W^4(\Omega)]^{1/2}}. \quad (6.59)$$

На оси  $\theta_W = 0$  спектр сигнала определяется выражением,  $\Omega^2 A_0(\Omega)$ ; наличие множителя  $\Omega^2$  указывает, что форма сигнала в этом случае будет определяться второй производной от квадрата функции огибающей

$$P(\tau, z_3, \theta_W = 0) = \frac{\epsilon a^2 p_0^2}{16 c_0^4 p_0 z_3} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} f^2(\Omega \tau). \quad (6.60)$$

Для конечных углов  $\theta_W$  выражение (6.60) уже несправедливо, так как  $\theta_W$  также зависит от  $\Omega$ , т. е. форма сигнала при изменении  $\theta_W$  будет изменяться. В области  $\theta_W \gg 1$  форма сигнала будет определяться первой производной от квадрата функции модуляции

$$P(\tau, z_3, \theta_W) = \frac{\epsilon a^2 p_0^2}{16 c_0^3 p_0 z} \frac{\partial}{\partial \tau} f^2(\Omega \tau). \quad (6.61)$$

Если для всех НЧ-частот  $B(\Omega) \gg 1$ , то интеграл (6.58) запишется в виде

$$A_\Omega(z, \theta_W) = \frac{\epsilon a^2 p_0^2 \omega_l \Omega A_0(\Omega)}{8 c_0^4 p_0 z} \exp \left[ -2 \theta^2 l_d^2 / a^2 \right] \left[ \ln^2 B(\Omega) + \pi^2 / 4 \right]^{1/2}. \quad (6.62)$$

Слабая логарифмическая зависимость амплитуды от  $\Omega$  практически означает, что форма НЧ-волны в этом случае определяется первой производной от квадрата функции огибающей и не изменяется по всему поперечному профилю.

Рассмотрим в качестве примеров наиболее часто используемые на практике виды модуляции волн накачки.

**Пример 1.** Пусть сигнал накачки является бигармоническим

$$p(z=0, t) = p_{01} \cos \omega_0 t + p_{02} \cos (\omega_0 - \Omega) t. \quad (6.63)$$

Его можно представить в виде АМ-сигнала

$$p(z=0, t) = \sqrt{p_{01}^2 + p_{02}^2 + 2p_{01}p_{02} \cos \Omega t} \cos (\omega_0 t + \varphi). \quad (6.64)$$

Подставляя найденную функцию модуляции в общие решения, нетрудно убедиться, что полученные уравнения точно соответствуют найденным в § 6.2 [см. (6.17)].

**Пример 2.** Если исходный сигнал накачки модулирован по гармоническому закону

$$f(\Omega t) = (1 + m \cos \Omega t), \quad (6.65)$$

то спектр квадрата функции огибающей содержит две гармоники:  $\Omega$ ,  $2\Omega$ , т. е. в среде будут эффективно генерироваться две волны. Амплитуды этих гармоник в дальней зоне будут отличаться в  $m$  раз при  $2B(\Omega) \ll 1$  и в  $m/2$  раз при  $B(\Omega) \gg 1$ .

**Пример 3.** Как уже отмечалось, сигнал с фазовой модуляцией не генерирует НЧ-гармоник. Рассмотрим теперь особенности взаимодействия ФМ-волны и опорной гармонической волны

$$\begin{aligned} p_{01}(z=0, t) &= p_{01} \cos(\omega_1 t + m \cos \Omega t) + p_{02} \cos \omega_2 t = \\ &= \sqrt{p_{01}^2 + p_{02}^2 + 2p_{01}p_{02} \cos(\Omega_0 t + m \cos \Omega t) \cos(\omega_1 t + \varphi)}; \quad (6.66) \\ \Omega_0 &= \omega_1 - \omega_2. \end{aligned}$$

Таким образом, спектр генерируемого НЧ-сигнала определяется фазово-модулированной функцией  $\cos(\Omega_0 t + m \cos \Omega t)$ , спектр которой рассчитывается по формуле (3.41). В конце § 12.4 представлены рассчитанные спектры этих волн для различной глубины модуляции  $m$  и соответствующие экспериментальные результаты.

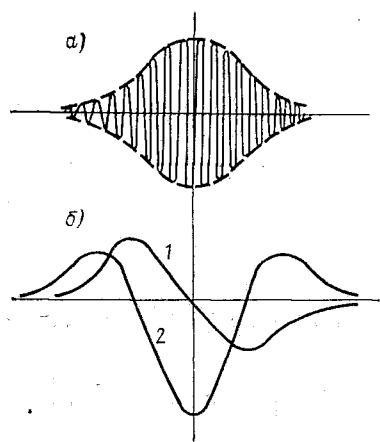


Рис. 6.12. Профиль исходного (a), модулированного по гауссову закону  $\exp(-\Omega_0^2 t^2)$ , и генерируемых в дальней зоне ПИ (б) низкочастотных сигналов при  $B(\Omega_0) \ll 1$  (кривая 1) и  $B(\Omega_0) \gg 1$  (кривая 2)

Изменяя вид функции огибающей можно генерировать НЧ-сигналы практически любой формы и с произвольным спектральным составом. Это свойство ПИ существенно расширит возможности активной гидролокации, так как широкополосные сигналы (тем более перестраиваемые) дают значительно большую информацию об объекте.

### § 6.6. Область применимости рассмотренной модели излучателя

В проведенных в этой главе расчетах предполагалась малость нелинейных эффектов. Мы считали, что нелинейность не оказывает существенного влияния на поведение исходных волн накачки. Рассчитать точно предельные значения амплитуд накачки, при которых начинают проявляться эффекты нелинейного погло-

Пример 4. Функция  $f(\Omega t)$  может быть и непериодической. В этом случае ПИ генерирует также непериодическую функцию, форма которой различна в зависимости от ее спектрального состава. Например, для гауссовой функции модуляции  $f(\Omega_0 t) = \exp(-\Omega_0^2 t^2)$  и для значений  $B(\Omega_0) \gg 1$  форма сигнала будет описываться первой производной

$$P(\tau) \sim -2\tau \Omega_0^2 \exp(-\Omega_0^2 \tau^2), \quad (6.67)$$

а для  $B(\Omega_0) \ll 1$  — второй

$$\begin{aligned} P(\tau) &\sim \\ &\sim (-1 + 2\tau^2 \Omega_0^2) 2\Omega_0^2 \exp(-\Omega_0^2 \tau^2). \end{aligned} \quad (6.68)$$

Как видно из рис. 6.12, форма сигналов заметно отличается для различных режимов работы ПИ.

щения, достаточно сложно, так как необходимо учитывать одновременно нелинейные и дифракционные эффекты. Приближенно эти величины можно определить следующим образом. Известно (см. гл. 3), что для плоских волн образуются разрывы, когда параметр  $\Gamma \ll 1$  (т. е. при значениях амплитуды звукового давления  $p_{01} \gg b\omega/2\varepsilon$ ). Однако для ограниченных пучков при этих значениях  $p$  разрыв может и не наступить, так как дифракционные эффекты значительно ослабляют нелинейные эффекты (они растут пропорционально  $\ln \sigma$ , а не  $\sigma$ , как для плоских волн). Поэтому для грубой оценки предельного уровня звукового давления будем считать, что нелинейным затуханием волны накачки можно пренебречь (такая модель применима, если  $l_p > l_d$ ). Тогда предельные уровни давления можно рассчитать по формуле

$$\begin{aligned} p_{01} &< c_0^4 p_0 / a^2 \omega^2; \\ p_{01} &< 1,3 \cdot 10^5 / a^2 f^2, \end{aligned} \quad (6.69)$$

если  $p_{01} \gg b\omega/2\varepsilon$ .

Если амплитуда накачки значительно больше, чем найденная по выражению (6.69), то расчетные соотношения, приведенные в этой главе, уже неприменимы. Особенности работы таких ПИ будут рассмотрены в гл. 8.

Следующим ограничивающим фактором является кавитация.

Она может существенно изменить принятый в расчетах экспоненциальный закон затухания. Появление кавитации приводит к резкому поглощению волны. Эти эффекты могут проявляться значительно раньше, чем нелинейные, особенно в области низких частот. Пороговое значение звукового давления, при котором наступает кавитация при атмосферном давлении (т. е. в приповерхностных слоях), изображено на рис. 6.13. Поскольку порог кавитации сильно зависит от гидростатического давления (т. е. от глубины погружения ПИ), то предельное критическое звуковое давление (по кавитационному порогу) можно найти с помощью простого соотношения

$$p_{kp} = p_{kp}(0) + h \cdot 10^4, \quad (6.70)$$

где  $h$  — глубина, м;  $p_{kp}(0)$  — находится из рис. 6.13. При погружении на 10 м порог кавитации увеличивается на  $10^5$  Па.

При всех расчетах ПИ поперечный закон распределения амплитуды считался гауссовым. В принципе рассмотренный метод можно использовать для произвольных поперечных распределений амплитуды. Обычно это приводит к значительному усложнению по-

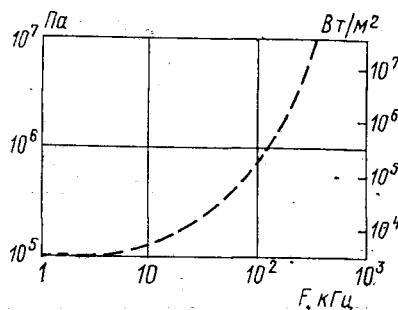


Рис. 6.13. Зависимость порога давления (Па) от частоты в пресной воде или выраженная через интенсивность эквивалентной плоской волны ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ )

лученных решений, снижает их наглядность и затрудняет анализ. Однако, как показали проведенные (с помощью численных методов) решения исходных уравнений [41, 42] и экспериментальные исследования, изменение поперечного профиля амплитуды накачки не меняет качественно характеристики ПИ. Наблюдаются только незначительные количественные изменения. Наиболее важным фактором является отсутствие боковых лепестков для любых поперечных распределений амплитуды.

Важным фактором, существенно влияющим на характеристики параметрических антенн, являются также реальные свойства среды. Существенное отличие реальной среды от идеальной (однородной и неограниченной) резко усложняет решение задач в гидроакустике. Множество различных эффектов, связанных с наличием регулярных и нерегулярных, крупномасштабных и мелкомасштабных неоднородностей, наличие различных границ раздела, пузырьков воздуха, микроорганизмов и т. д. часто существенно изменяет характеристики антенн и делает их заметно отличными от расчетных. Учет многообразия воздействия перечисленных эффектов даже в рамках линейной теории антенн наталкивается на серьезные трудности [1]. Расчет параметрических антенн значительно усложняется только из-за сильного различия частот накачки и разностных волн, что приводит к большому различию в характере влияния свойств среды на характеристики ПИ. В ряде случаев реальные свойства среды могут проявиться для ПИ значительно сильней, чем для обычных антенн, так как формирование ВРЧ ПИ происходит в самой среде. Вопросы оценки влияния реальных свойств среды на характеристики параметрических антенн весьма сложны и требуют проведения специальных исследований.

## Глава 7

## ПРИЕМНЫЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АНТЕННЫ

### § 7.1. Неколлинеарное взаимодействие плоских акустических волн

Использование нелинейных свойств среды позволяет создавать нелинейные параметрические акустические приемники (НПАП). Поскольку роль приемного элемента играет сама среда, отличительной чертой таких антенн (по аналогии с ПИ) является узкая направленность и малогабаритность. Объединение

этих двух качеств в одном устройстве открывает широкие возможности их использования.

Вначале рассмотрим тесно связанный с проблемами расчета НПАП вопрос о неколлинеарном взаимодействии акустических волн в средах без дисперсии.

Пусть в среде распространяются две неколлинеарные волны с частотами  $\omega$  и  $\Omega$  и угол между их волновыми векторами равен  $\theta$ . В первом приближении, пренебрегая нелинейными и диссилиативными эффектами, имеем

$$p^{(1)} = p_0 \exp[i(\omega t - kz)] + P_0 \exp[i(\Omega t - Kz \cos \theta - Ky \sin \theta)]. \quad (7.1)$$

Процесс генерации гармоник следует проводить на основе уравнения второго приближения (2.7), (2.8). Для рассматриваемого в данном параграфе случая плоских волн  $p^{(1)}$  находится из выражения (7.1), а для  $v^{(1)}$  имеем

$$v_z^{(1)} = \frac{p}{\rho_0 c_0} \exp[i(\omega t - kz)] + \frac{P_0}{\rho_0 c_0} \cos \theta \exp[i(\Omega t - Kz \cos \theta - Ky \sin \theta)]; \quad (7.2)$$

$$v_y^{(1)} = \frac{P_0}{\rho_0 c_0} \sin \theta \exp[i(\Omega t - Kz \cos \theta - Ky \sin \theta)]. \quad (7.3)$$

Правая часть уравнения (2.7) после подстановки решений (7.1) — (7.3) содержит целый спектр гармоник  $2\omega$ ,  $2\Omega$ ,  $\omega_+ = \omega + \Omega$ ,  $\omega_- = \omega - \Omega$ . Практический интерес представляют гармоники суммарной и разностной частот. Поскольку анализ этих волн отличается незначительно, для сокращения расчетов будем рассматривать только разностную гармонику  $\omega_- = \omega - \Omega$ . Для этой спектральной компоненты правая часть —  $Q$  (2.7) — имеет следующий вид:

$$-Q = A_0(\theta) \exp[i\left(\omega_- t - \frac{z}{c_r} (\omega - \Omega \cos \theta) + \frac{y}{c_0} \Omega \sin \theta\right)], \quad (7.4)$$

где

$$A_0(\theta) = \frac{\rho_0 P_0}{c_0^4 \rho_0} \left[ \epsilon \omega_-^2 - \Omega \omega (1 - \cos \theta) (1 - 2\epsilon - \cos \theta) \right].$$

Волна разностной частоты, как это следует из (7.4), будет распространяться под углом  $\varphi$  к оси  $z$ . Угол  $\varphi$  находится из соотношения

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{\Omega \sin \theta}{[\omega - \Omega \cos \theta]}. \quad (7.5)$$

Решение уравнения (2.7) удобнее проводить в новых координатах, повернутых на угол  $\varphi$  так, чтобы ось  $\eta$  совпадала с направлением распространения разностной гармоники. В этих координатах

уравнение (7.2) принимает вид

$$\frac{\partial^2 p_-}{\partial \eta^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_-}{\partial t^2} = A_0(\theta) \exp i(\omega_- t - k_-^* \eta), \quad (7.6)$$

где  $k_-^* = (\omega_-^2 - 2\omega_- \Omega \cos \theta + \Omega^2)^{1/2}/c_0$ .

Предположим, что волны взаимодействуют только в области  $\eta > 0$ . Тогда на границе  $\eta = 0$  амплитуда разностной волны равна нулю  $p_- (\eta = 0) = 0$  и решение (7.6) в этом случае имеет вид

$$p_- (\eta) = \frac{2i A_0(\theta) \sin(k_- - k_-^*) \eta/2}{k_-^2 - (k_-^*)^2} \exp i[\omega_- t - (k_- + k_-^*) \eta/2]. \quad (7.7)$$

Для конечных значений угла  $\theta$  закон изменения амплитуды разностного сигнала носит осциллирующий характер. Период пространственных осцилляций определяется разностью  $k_- - k_-^*$ . Лишь при коллинеарном взаимодействии  $\theta = 0$  ( $k_- = k_-^*$ ) амплитуда монотонно возрастает с расстоянием

$$p_- (\eta) = \frac{A_0(\theta) \eta}{k_- + k_-^*} \exp i(\omega_- t - k_- \eta). \quad (7.8)$$

В средах с дисперсией наблюдается некоторое отличие в генерации разностной гармоники  $\omega_-$  [80]. Известно, что наиболее эффективно взаимодействие плоских волн происходит при выполнении условия синхронизма

$$\omega_3 = \omega_2 + \omega_1; \quad \vec{k}_3 = \vec{k}_2 + \vec{k}_1. \quad (7.9)$$

В силу этого при наличии дисперсии, линейный рост амплитуды разностного сигнала будет наблюдаться для некоторого угла  $\theta_1$  между волновыми векторами  $\vec{K}$  и  $\vec{k}$ , определяемого из равенства

$$\theta_1 = \arccos \frac{K^2 + k^2 - k_-^2}{2kK}. \quad (7.10)$$

Нетрудно убедиться, что при отсутствии дисперсии  $\theta_1 = 0$ .

Поведение суммарной гармоники  $\omega_+$  полностью аналогично поведению разностной. Количественные оценки могут быть получены заменой в выражениях (7.7), (7.8), (7.10) величин  $k_-$  и  $k_-^*$  на  $k_+$  и  $k_+^*$ , равных соответственно

$$k_+ = \omega_+/c_0; \quad k_+^* = (k^2 + K^2 + 2Kk \cos \theta)^{1/2}. \quad (7.11)$$

### § 7.2. О работе приемной параметрической антенны

Принцип действия НПАП основан на нелинейном взаимодействии локально генерируемого ВЧ-пучка (волны на качки) с НЧ-волной (сигналом), распространяющейся в среде. Конструкция НПАП, схематически изображенная на рис. 1.2,

состоит из двух обычных антенн: излучающей (она формирует ВЧ-пучок накачки) и приемной, позволяющей принимать и анализировать генерируемые в среде комбинационные гармоники  $\omega_+$ ,  $\omega_-$  ( $\omega$  — частота накачки и  $\Omega$  — частота монохроматического сигнала). Поворачивая НПАП (поворот осуществляется так, чтобы и приемная и излучающая антенна оставались на одной оси), т. е. меняя угол  $\theta$  между осью пучка накачки и волновым вектором сигнала, существенно изменяя параметры генерируемых в среде гармоник  $\omega_+, \omega_-$ . Анализируя их поведение, можно находить различные характеристики сигнала — его частоту (или спектр), направление распространения, интенсивность и т. д. Теоретическому и экспериментальному исследованию НПАП посвящен целый ряд работ как у нас в стране [16, 17, 31, 32, 93], так и за рубежом [95—97, 160—163 и др.].

При теоретическом анализе работы НПАП делается несколько предположений, практически всегда реализующихся. НЧ-сигнал в области взаимодействия считается плоским и отношение частот сигнала и накачки предполагается очень малым  $\Omega/\omega \ll 1$ . Конфигурация области взаимодействия и предполагаемый закон изменения амплитуды существенно зависят от базы приемника, т. е. от расстояния  $L$  между приемной и излучающей антеннами.

Рассмотрим вначале наиболее простую, обычно используемую для теоретического анализа модель НПАП, когда  $L < l_d$ ,  $l_s$ . Затуханием сигнала в этом случае можно пренебречь, так как  $\Omega \ll \omega$ . Для таких  $L$  дифракцию можно не учитывать и считать волну накачки плоским, «ограниченным» пучком. Поскольку в силу конструктивных особенностей НПАП генерируемые гармоники близки по частоте накачки  $\omega_+, \omega_- \approx \omega$ , их дифракцией также можно пренебречь. В этом случае все взаимодействующие пучки можно считать плоскими и, соответственно, проводить анализ их взаимодействия, как и в § 7.1. Единственное отличие заключается в том, что величину  $p_0$  следует считать функцией поперечных координат  $p_0 = p_0 f(x, y)$ . Функция  $f(x, y)$  описывает поперечное распределение волны накачки [ $f(0, 0) = 1$ ]. В рамках принятых предположений расчет ничем не отличается от случая плоских волн. Поскольку  $\Omega/\omega \ll 1$ , разность  $k_- - k_-^*$  приближенно равна

$$k_- - k_-^* \approx -K(1 - \cos \theta). \quad (7.12)$$

Для амплитуды разностного сигнала на расстоянии  $L$  имеем

$$|p_-(L, x, y)| = \frac{A_0(\theta) f(x, y) L}{2k_-} \left[ \frac{\sin 0.5KL(1 - \cos \theta)}{0.5KL(1 - \cos \theta)} \right]. \quad (7.13)$$

Диаграмма направленности НПАП определяется в основном сомножителем в квадратных скобках в выражении (7.13) и имеет осциллирующий характер (рис. 7.1, кривая 1). Зависимость  $A_0(\theta)$  («поперечный апертурный множитель») практически не сказывается на ее форме. Амплитуда осцилляций быстро убывает с ростом  $\theta$ . Ширина основного максимума существенно зависит от базы  $L$

антенны. Для достаточно узких диаграмм направленности, когда углы  $\theta \ll 1$ , ее ширина по уровню 0,7 может быть найдена из следующего выражения:

$$\theta_{0.7} \approx 2.4 (KL)^{-0.5} = 0.94 (L/\Lambda)^{-0.5} \quad (7.14)$$

Максимальное значение амплитуды разностной волны достигается при значении  $\theta = 0$  и равно  $p_- (L, 0, 0) = \epsilon \omega p_0 P_0 L / 2c_0^3 \rho_0$ . Зная величины  $p_0$  и  $L$ , легко найти значение амплитуды сигнала. Таким образом, увеличение  $L$  улучшает характеристики НПАП, увеличивая амплитуду принимаемого сигнала и сужая диаграмму направленности. Однако полученное решение (7.13) справедливо

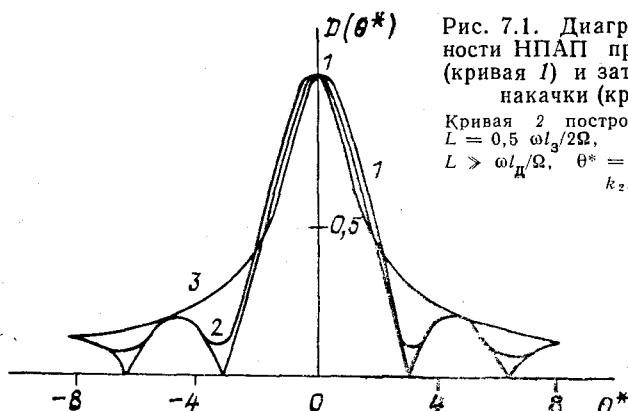


Рис. 7.1. Диаграммы направленности НПАП при незатухающих (кривая 1) и затухающих волнах накачки (кривые 2, 3).  
Кривая 2 построена для значений  $L = 0.5 \omega l_3 / 2\Omega$ , кривая 3 — для  $L > \omega l_d / \Omega$ ,  $\theta^* = k_z L (1 - \cos \theta) \approx k_z L \theta^2 / 2$

лишь для значений  $L < l_3, l_d, l_p$ . Для расчета характеристик, НПАП, имеющего  $L$ , большее любой из характерных длин, требуется учитывать диссипативные, нелинейные или дифракционные эффекты.

### § 7.3. Квазиоптическое приближение в задачах расчета НПАП. Влияние нелинейных, диссипативных и дифракционных эффектов

В предыдущем параграфе удалось выяснить основные закономерности формирования характеристик НПАП при взаимодействии «плоских» незатухающих пучков. Однако использование рассмотренного подхода для учета процессов дифракции или нелинейного затухания сопряжено уже со значительными трудностями. Достаточно просто характеристики НПАП рассчитываются только в дальней зоне, но для приемников эта область не представляет практического интереса.

Принимая во внимание специфику рассматриваемой задачи, расчет НПАП можно значительно упростить, используя, как и для ПИ, уравнения квазиоптического приближения. Этот метод можно использовать, поскольку при расчете НПАП выполняются два основных условия, используемых для вывода уравнений квазиоптики. Во-первых, амплитуды суммарной и разностной гармоник незначительно изменяются на расстояниях, пропорциональных дли нам волн (как было показано, характерный размер осцилляций пропорционален длине волны НЧ-сигнала  $\Lambda$  ( $\lambda_{-}, + \ll \Lambda$ ). Во-вторых, угол  $\varphi$ , под которым направлены волновые векторы генерируемых гармоник, очень мал:  $\varphi \approx Q \sin \theta / \omega$ .

В этом случае расчет НПАП будет проводиться на основе системы уравнений, аналогичной (5.1), (5.2). Соответственно и поведение генерируемых гармоник будет описываться уравнением, аналогичным (5.6). Для разностной гармоники оно имеет вид

$$\frac{\partial p_{-}}{\partial z} + \alpha_{-} p_{-} - \frac{1}{2k_{-}} \Delta_{\perp} p_{-} = Q(z, x, y). \quad (7.15)$$

Правая часть уравнения, т. е. функция  $Q$ , определяется произведением  $\sim p(z) P(z)$  и  $\sim p(z) P^*(z)$  для суммарной или разностной гармоник. Вид этой функции будет существенно зависеть от характера поведения исходных волн накачки и сигнала. Решение уравнения (7.15) в принципе проводится так же, как и в (5.6). Но, поскольку функция  $Q$  не обладает аксиальной симметрией, решение следует искать не с помощью преобразования Ханкеля, а воспользоваться Фурье-разложением, т. е. искать решение в виде

$$p_{-}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dv_1 \int_{-\infty}^{\infty} dv_2 \tilde{p}_{-}(z, v_1, v_2) e^{iv_1 y + iv_2 x}. \quad (7.16)$$

Для функции  $\tilde{p}_{-}(z, v_1, v_2)$  уравнение в частных производных (7.15) становится обыкновенным дифференциальным

$$\frac{\partial \tilde{p}_{-}}{\partial z} + \alpha_{-} \tilde{p}_{-} - \frac{i}{2k_{-}} (v_1^2 + v_2^2) \tilde{p}_{-} = \tilde{Q}(z, v_1, v_2), \quad (7.17)$$

где  $\tilde{Q}(z, v_1, v_2)$  — Фурье-представление функции  $Q$ .

Решение уравнения (7.17) для нулевых граничных условий имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{-}(z, v_1, v_2) = & \int_0^L \tilde{Q}(z', v_1, v_2) \exp \left[ i \frac{v_1^2 + v_2^2}{2k_{-}} \times \right. \\ & \left. \times (z - z') - \alpha_{-}(z - z') \right] dz'. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Обратное Фурье-преобразование (7.18) позволяет найти общее решение уравнения (7.15)

$$p_{-}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dv_1 e^{iv_1 y} \int_{-\infty}^{\infty} dv_2 e^{iv_2 x} \int_0^L \tilde{Q}(z', v_1, v_2) \times$$

$$\times \exp \left[ i \frac{v_1^2 + v_2^2}{2k_-} (z - z') - \alpha_- (z - z') \right] dz'. \quad (7.19)$$

При нахождении осевых характеристик НПАП интеграл (7.19) несколько упрощается.

$$p(0, 0, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dv_1 \int_{-\infty}^{\infty} dv_2 \int_0^L \tilde{Q}(z', v_1, v_2) \exp \left[ i \frac{v_1^2 + v_2^2}{2k_-} \times \right. \\ \left. \times (z - z') - \alpha_- (z - z') \right] dz'. \quad (7.20)$$

Для дальнейшего расчета характеристик НПАП необходимо конкретизировать функцию  $Q$ , вид которой в конечном счете определяется базой приемника  $L$ . НЧ-сигнал в дальнейшем будем считать плоским.

**Пример 1.** Рассмотрим в качестве примера наиболее простой случай взаимодействия плоских пучков. Это позволит сравнить результаты предлагаемого метода с решениями § 7.2. Поскольку  $L \ll l_d$ , т. е. дифракционная расходимость отсутствует, то функция  $Q$  будет описываться выражением

$$Q(x, y, z) = \frac{A_0(\theta)}{2k_-} f(x, y) \Phi(z) \exp \{-iKz(1 - \cos \theta) + iKy \sin \theta\}, \quad (7.21)$$

где  $\Phi(z)$  — отражает процесс затухания волны накачки.

Не останавливаясь на деталях, заметим, что для значений  $L \ll l_d$  член  $\exp i(v_1^2 + v_2^2)(z - z')/2k_-$  оказывает очень малое влияние на результат интегрирования, и его можно считать равным 1. В этом случае решение (7.20) имеет вид

$$p_- = \frac{A_0(\theta)}{2k_-} f(x, y) e^{iyK \sin \theta} \int_0^L \Phi(z') e^{-iKz' (1 - \cos \theta) - \alpha_- (z - z')} dz'. \quad (7.22)$$

Если амплитуда волны накачки не изменяется с расстоянием, т. е.  $\Phi(z') = 1$ , то интеграл (7.22) дает результат, точно совпадающий с решением (7.13), полученным на основе общего уравнения (2.7).

**Пример 2.** Рассмотрим теперь влияние диссипативных эффектов на характеристики НПАП [ $\Phi(z') = \exp(-\alpha_- z')$ ]. Для данного вида функции  $\Phi(z')$  амплитуда разностного сигнала на оси будет определяться выражением

$$|p_-| = \frac{A_0(\theta) L}{2k_-} e^{-\frac{L}{l_3}} \frac{[1 + e^{4\Omega L/\omega l_3} - 2e^{2\Omega L(\omega l_3)} \cos KL(1 - \cos \theta)]^{\frac{1}{2}}}{[K^2 L^2 (1 - \cos \theta)^2 + 4\Omega^2 L^2 / \omega^2 l_3^2]^{\frac{1}{2}}}. \quad (7.23)$$

Затухание волн в первую очередь сказывается на амплитуде разностного сигнала. При коллинеарном взаимодействии волн ее изменение происходит по закону  $L \exp(-L/l_3)$ , т. е. в начале она растет линейно, при  $L \approx l_3$  достигает максимума, а затем убывает практически по экспоненциальному закону. Диаграмма направленности сужается  $\sim \sqrt{L}$ , однако ее форма изменяется значительно медленней. Заметное искажение формы диаграммы направленности происходит на расстояниях  $L \sim \omega l_3 / \Omega$ . Она становится более плавной (рис. 7.1, кривая 2) при  $L \gg \omega l_3 / \Omega$ , осцилляции исчезают,

и ее форма приобретает однолепестковый вид (кривая 3). В этой области ширина диаграммы направленности перестает зависеть от  $L$  и равна

$$D(\theta) = \left[ 1 + \frac{1}{4} k l_3 (1 - \cos \theta) \right]^{-1/2}. \quad (7.24)$$

Для достаточно узких диаграмм

$$\theta_{0.7} = 2\sqrt{kl_3} \quad (7.25)$$

наиболее узкая ширина диаграммы определяется количеством длин волн накачки, укладывающихся на расстоянии  $l_3$ . Однако этот результат представляет лишь теоретический интерес, поскольку амплитуда разностной гармоники в этой области очень мала:  $p_- \sim L \exp(-\omega^2 L / \Omega^2)$ .

**Пример 3.** Если акустические числа Рейнольдса для волны накачки достаточно велики, то в первую очередь затухание волн будет определяться нелинейными эффектами. Поскольку амплитуда сигнала предполагается малой, основные потери энергии в волне накачки определяются генерацией ее ВЧ-гармоник. Основной вклад в амплитуду разностной волны будет давать взаимодействие между основной гармоникой накачки и сигналом. В этом случае ее характеристики находятся с помощью выражения

$$p_- (L, 0, 0) = \frac{A_0(\theta)}{p_0 k_-} \int_0^L A_1(z') e^{ikz' (1 - \cos \theta)} dz', \quad (7.26)$$

где  $A_1(z')$  — амплитуда гармоники  $\omega$ . Законы ее изменения рассмотрены в гл. 3.

При  $L < l_p$  форма диаграммы направленности имеет такой же вид, как и при отсутствии затухания (7.13). Для  $L > l_p$  она искажается, осцилляции сглаживаются, и ее форма становится более плавной. Следует отметить, что диаграмма направленности, если, конечно, числа Рейнольдса для волн накачки достаточно велики, формируется на расстоянии нескольких длин  $l_p$  ( $L \simeq 3l_p$ ) и в дальнейшем остается практически постоянной. Это существенно отличается от динамики формирования при учете диссипации волн. Предельные значения амплитуды разностного сигнала достигаются при  $\theta = 0$ , т. е. при коллинеарном взаимодействии волн. В этом случае ее величину можно найти из теории плоского взаимодействия волн (гл. 3). При  $\Omega \ll \omega$  амплитуда разностного сигнала с высокой степенью точности описывается выражением

$$p_- \simeq p_0 A_1(\sigma) J_1 \left( \frac{P_0}{p_0} \sigma \right). \quad (7.27)$$

Поскольку  $P_0/p_0 \ll 1$ , то амплитуды сигнала при  $L < l_p$  равны  $P_0 J_1(\varepsilon \omega p_0 L / c_0^3 p_0)$ . А при  $L > 2 l_p$   $p_- = P_0 \sigma / (1 + \sigma)$ . Таким образом, предельное значение амплитуды разностной волны достигается при  $\sigma \geq 3$  и равно значению сигнала  $P_0$ , т. е. параметрический приемник не усиливает сигнал, а только осуществляет перенос в более высокочастотную часть спектра. Если числа Рейнольдса для волны накачки малы, максимальное значение амплитуды разностной волны пропорционально произведению  $P_0$  на число Рейнольдса:  $p_{-\max} \simeq \varepsilon \operatorname{Re} P_0 / 2.7$ .

**Пример 4.** Рассмотрим теперь влияние дифракционных эффектов, которые сказываются на поведении как волны накачки, так и генерируемых гармоник. Для упрощения расчетов предполагаем, что поперечное распределение амплитуды накачки гауссово, а затухание волн отсутствует. В этом

случае функция  $Q$  имеет вид

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{A_0(\theta)}{2k_- (1 - iz/l_d)} e^{\left[ -\frac{x^2+y^2}{a^2(1-iz/l_d)} - iz(1-\cos\theta) + iKy \sin\theta \right]} ; \\ \tilde{Q} &= \frac{A_0(\theta) \pi a^2}{k_-} e^{\left[ -\frac{v_2^2 + (v_1 - k \sin\theta)^2}{4} a^2(1-iz/l_d) + iKz(1-\cos\theta) \right]} . \end{aligned} \right\} \quad (7.28)$$

Подставляя выражение для  $Q$  в решение (7.19) и проводя двукратное интегрирование по параметрам  $v_1$  и  $v_2$ , для амплитуды разностной волны получим

$$\begin{aligned} p_- &= \frac{A_0(\theta)}{k_-} \times \\ &\times \int_0^L \frac{\exp\left\{ -\frac{x^2 - [iy + 0,5Ka^2 \sin\theta(1-iz'/l_d)]^2}{a^2(1-iL/l_d + i\Omega z'/\omega l_d)} - \frac{k^2 \sin^2\theta a^2(1-iz'/l_d)}{4} + iKz'(1-\cos\theta) \right\}}{1 - iL/l_d + i\Omega z'/\omega l_d} \end{aligned} \quad (7.29)$$

Интеграл (7.29) значительно упрощается, если в подынтегральном выражении пренебречь малыми членами, пропорциональными отношению  $\Omega/\omega$ :

$$p_- = \frac{A_0(\theta) L}{2k_- \sqrt{1 + (L/l_d)^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{a^2(1+L^2/l_d^2)}\right) \frac{\sin 0,5KL(1-\cos\theta)}{0,5KL(1-\cos\theta)}. \quad (7.30)$$

Таким образом, ширина и форма диаграммы направленности зависят от  $L$  так же, как и в случае плоского взаимодействия волн. Существенно меняется поведение амплитуды: она монотонно растет, достигая некоторого постоянного значения  $A_0(0) a^2/4$  при  $L > l_d$ , и в дальнейшем остается неизменной. Как, показывают более точные расчеты, учитывающие малые поправки  $\sim \Omega/\omega$  форма диаграммы направленности и закон изменения амплитуды практически не изменяются. Искажения формы диаграммы направленности, особенно для малых углов  $\theta$ , очень незначительны, и поэтому выражение (7.21) можно считать справедливым для любых значений  $L$ .

**Пример 5.** Амплитуду волны разностной частоты можно существенно повысить, если использовать фокусированный пучок накачки. Помещая приемный излучатель вблизи фокуса, можно получить гораздо большие значения амплитуд. Расчет НПАП, основанный на использовании фокусированных пучков, полностью аналогичен расчетам, проведенным для дифрагирующих пучков. Поэтому приведем сразу окончательный результат для амплитуды разностной гармоники.

При  $R_0 \ll l_d$  вблизи фокуса амплитуда разностного сигнала существенно больше, чем для дифрагирующего пучка накачки на том же расстоя-

нии. Зависимость диаграммы направленности от  $L$  остается неизменной.

$$p_-(L, x, y) = \frac{A_0(\theta)}{2k_- \sqrt{(1 - L/R_0)^2 + (L/l_d)^2}} \times \\ \times \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{a^2[(1 - L/R_0)^2 + (L/l_d)^2]}\right] \frac{\sin 0,5KL(1 - \cos \theta)}{0,5KL(1 - \cos \theta)}. \quad (7.31)$$

При приеме и обработке разностной или суммарной гармоник существенное значение имеет отношение амплитуд этих гармоник и волны накачки. Чем больше это отношение, тем легче принять и проанализировать генерируемые гармоники. Во всех рассмотренных режимах работы НПАП при учете диссипативных, нелинейных и дифракционных эффектов это отношение линейно зависит от  $L$  и определяется также амплитудой сигнала и свойствами среды.

$$p_-(L)/p(L) = A_0(\theta)L/2k_-p_0 = \varepsilon\omega_-P_0L/2c_0^3\rho_0. \quad (7.32)$$

В проведенных расчетах предполагалось, что сигнал является гармоническим. Особенности приема негармонических сигналов, обладающих определенным спектром, легко выяснить из анализа полученных решений. При коллинеарном взаимодействии волн, т. е. когда ось НПАП совпадает с направлением волнового вектора сигнала  $\theta = 0$ , амплитуда разностной гармоники практически не зависит от частоты сигнала. Это означает, что спектр сигнала переносится в высокочастотную часть без искажений, т. е. разностная волна имеет ту же форму, что и сигнал. Для конечных значений угла  $\theta$  амплитуда сигнала уже зависит от  $\Omega$  и спектр сигнала будет искажаться.

В приведенном анализе НПАП не был учтен еще один эффект, существенно изменяющий его характеристики и влияющий на выбор  $L$ . Этот эффект связан с учетом реальных условий работы НПАП. Реальная среда не является однородной, и ее параметры постоянно изменяются по случайному закону. Для волн накачки и сигнала из-за большого частотного различия эти эффекты сказываются существенно по-разному (характер и степень воздействия неоднородностей определяется отношением длины волны и характерного размера неоднородности). Это приведет к тому, что вторичные источники, генерирующие в среде комбинационные гармоники, становятся некогерентными, и фаза генерируемых волн изменяется по некоторому случайному закону. Ясно, что в таких условиях выбор  $L$  будет определяться в первую очередь необходимостью когерентного излучения вторичных волн, так как в противном случае не будет наблюдаться увеличения амплитуды комбинационных гармоник, т. е. работа НПАП будет невозможна.

Результаты экспериментальных исследований и вопросы практического использования НПАП представлены в § 11.8, 12.2 и 12.3.

## Глава 8

# О РАБОТЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ ПРИ БОЛЬШИХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ВОЛН НАКАЧКИ

## § 8.1. Расчет генерации низкочастотных гармоник и особенности структуры диаграмм направленности

Для преодоления основного недостатка ПИ — низкой эффективности (обычной для всех преобразователей частоты вниз по спектру) — в экспериментах [9, 175, 176 и др.] начали использовать интенсивные волны накачки, профиль которых при распространении может заметно искажаться. Как показано в гл. 3, деформация профиля, связанная с генерацией ВЧ-гармоник, приводит к образованию ударных волн и сильному нелинейному поглощению накачки. В результате происходит ограничение области взаимодействия ВЧ-волн на расстоянии порядка нескольких характерных длин  $l_p$  образования разрыва. Это, в свою очередь, сказывается на характеристиках ПИ: форме диаграммы направленности, законе изменения амплитуды ВРЧ вдоль оси и т. д. Кроме того, появляется ряд новых явлений, таких, как генерация высших гармоник ВРЧ с частотами  $n\Omega$  (следует отличать этот эффект от генерации ВЧ-гармоник  $n\omega$ ) и нелинейная зависимость амплитуды ВРЧ от произведения амплитуд ВЧ-волн.

Данная глава посвящена результатам исследований ПИ с волнами накачки, форма которых существенно искажена и близка к пилообразной. Хотя такой режим трудно реализуем и пока еще используется редко, приведенные результаты необходимы для понимания предельных по интенсивности условий работы ПИ.

Когда форма ВЧ-волны близка к пилообразной, нужно учитывать большое число ВЧ-гармоник, и метод последовательных приближений неприменим. В таких случаях при расчетах ПИ успешно используется метод усреднений [58, 62], описанный в гл. 3 для плоских волн. Рассчитаем этим методом поле НЧ-волн (с учетом их дифракции), генерируемых недифрагирующими пучками интенсивных ВЧ-волн накачки. Представляя в уравнении ХЗК (2.56) волновое поле  $p'$  в виде суммы ВЧ- и НЧ-компонент

$$p' = p_\omega + P_\Omega$$

и проводя усреднение по некоторому времени  $T$  (такому, что  $\omega^{-1} \ll T \ll \Omega^{-1}$  и  $\langle p_\omega \rangle = 0$ ), получим

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial P_\Omega}{\partial z} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 P_\Omega}{\partial \tau^2} \right) - \frac{c_0}{2} \Delta_\perp P_\Omega = \frac{\epsilon}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \langle p_\omega^2 \rangle. \quad (8.1)$$

Поскольку ВЧ часть поля предполагается недифрагирующей, для ее описания используем уравнение Бюргерса (3.50). Система (3.50), (8.1) по смыслу аналогична уравнениям (3.50), (3.51); она получена при тех же предположениях. Отличие состоит в том, что теперь мы анализируем работу ПИ, для чего необходимо учитывать дифракцию НЧ-волн, описываемую членом  $\Delta_{\perp} P_{\Omega}$  в уравнении (8.1).

Поскольку генерация НЧ-волн практически не сказывается на поведении ВЧ части поля, уравнение (3.50) можно решать независимо от (8.1). В качестве граничного условия для (3.50) используем бигармонический сигнал

$$p_{\omega}(z=0, \tau) = A_1(r) \sin \omega_1 \tau + A_2(r) \sin \omega_2 \tau \quad (8.2)$$

или АМ-сигнал

$$p_{\omega}(z=0, \tau) = A(r)(1 - m \cos \Omega \tau) \sin \omega \tau. \quad (8.3)$$

Нелинейные явления, происходящие в среде при распространении плоских ВЧ-волн, описаны в § 3.3. Соответствующие граничным условиям (8.2), (8.3) решения  $p_{\omega}$  уравнения Бюргерса содержат как ВЧ-, так и НЧ-гармоники. После усреднения по быстрым осцилляциям величина  $\langle p_{\omega}^2 \rangle$  будет содержать только НЧ-гармоники с частотами  $n\Omega$ :

$$\langle p_{\omega}^2 \rangle = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \langle p_{\omega}^2 \rangle_n e^{in\Omega \tau} + \text{к. с.}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8.4)$$

Подставляя это разложение в (8.1), легко видеть, что распределенные источники в правой части уравнения возбуждают такой же набор НЧ-гармоник

$$P_{\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_{n\Omega}(r, z) e^{in\Omega \tau} + \text{к. с.} \quad (8.5)$$

Для каждой из амплитуд  $A_{n\Omega}$  получаем неоднородное параболическое уравнение, аналогичное (5.7):

$$\frac{\partial A_{n\Omega}}{\partial z} - \frac{1}{2inK} \Delta_{\perp} A_{n\Omega} = i \frac{\varepsilon n K}{2c_0^2 \rho_0} \langle p_{\omega}^2 \rangle_n = Q_n(r, z). \quad (8.6)$$

Поэтому все формулы, полученные в гл. 5, можно обобщить на рассматриваемый режим работы ПИ.

Практическая реализация такой схемы расчета затруднена отсутствием достаточно общих и простых выражений для распределенных источников  $Q_n$ . Однако часть выкладок все же удается проделать и получить результаты в аналитической форме.

Исследуем вначале поведение диаграмм направленности НЧ-гармоник. Как показано в § 5.2, для расчета диаграммы необходимо вычислить функцию (5.16)

$$\tilde{Q}_n = \int_0^{\infty} \int Q_n(r, z) e^{-i \frac{v^2}{2nK} z} J_0(vr) r dr dz. \quad (8.7)$$

Рассмотрим наиболее простой случай, когда амплитуда АМ-волн накачки

$$A(r) = \begin{cases} p, & r < a; \\ 0, & r > a, \end{cases} \quad (8.8)$$

т. е. постоянна по сечению круглого пучка и равна нулю вне его. Из-за отсутствия дифракции ВЧ-волны функция  $Q_n = (ienK/2c_0^2p_0) \times \times A^2(r) \Phi_n(z)$  будет иметь такую же зависимость от переменной  $r$  и формула (8.7) примет вид

$$\tilde{Q}_n = i \frac{\epsilon n K}{2c_0^2 p_0} p^2 \frac{a^2}{2} \left[ \frac{2J_1(va)}{va} \right] \int_0^\infty \Phi_n(z) e^{-i \frac{v^2}{2nK} z} dz. \quad (8.9)$$

Итак, в этом случае диаграмма направленности представляется как произведение поперечного и продольного апертурных множителей (см. § 5.2, пример 1). Выражение для поперечного множителя при равномерном распределении (8.8) амплитуды ВЧ для любой из НЧ-гармоник имеет вид

$$D_t(\theta) = p^2 \pi a^2 [2J_1(nKa\theta)/nKa\theta].$$

Продольный множитель для гармоники  $n\Omega$  равен преобразованному по Фурье-распределению источников  $\Phi_n(z)$  вдоль оси  $z$  (58):

$$D_l(\theta) = \int_0^\infty \Phi_n(z) \exp\left(-\frac{i}{2} nK\theta^2 z\right) dz. \quad (8.10)$$

Для АМ-волны процесс генерации НЧ-гармоник в плоских волнах накачки рассмотрен в работе [4] на основе прямого численного интегрирования уравнения Бюргерса с граничным условием (8.3). Амплитуды  $A_{n\Omega}$  гармоник с номерами  $n = 1, 2, 3$  (для значений параметра глубины модуляции  $m = 0,9$ , отношения частот  $\Omega/\omega = 0,1$  и числа  $\Gamma = b\omega/2\varepsilon p = l_p/l_3 = 0,05$ ) изображены на рис. 8.1 штриховыми линиями. Эти данные позволяют рассчитать функции  $Q_n \sim \Phi_n(z)$ , которые, как видно из уравнения (8.6), равны производным  $dA_{n\Omega}(z)/dz$  (рис. 8.1, сплошные кривые).

Заметим, что существуют и аналитические методы вычисления амплитуд НЧ-гармоник  $A_{n\Omega}$  и функций  $Q_n$  [22, 28, 58, 86]. Так, результаты расчета на основе модели, описанной в § 3.3, обнаруживают качественное согласие с поведением штриховых кривых, приведенных на рис. 8.1.

Результаты, приведенные на рис. 8.1, относятся к случаю сильного проявления нелинейных эффектов ( $\Gamma \ll 1$ , см. гл. 3), когда профиль волны накачки содержит крутые участки (фронты). При этом затухание ВЧ-волны зависит от амплитуды  $p$  волны накачки. Все величины  $\Phi_n$  на рис. 8.1 заметно уменьшаются уже на расстояниях  $z$  порядка нескольких длин  $l_p$  образования разрыва, т. е. область существования распределенных источников (длина па-

метрической антенны) ограничена величиной  $z \sim (5-10) l_p = l_{\text{нл}}$ . Поэтому для грубых оценок угловой ширины продольного апертурного множителя можно заменить в формулах (5.24), (2.37), (2.40)  $l_3 \rightarrow l_{\text{нл}}$  и приблизенно получить

$$2\theta_{0.7} \sim 1/\sqrt{Kl_{\text{нл}}}. \quad (8.11)$$

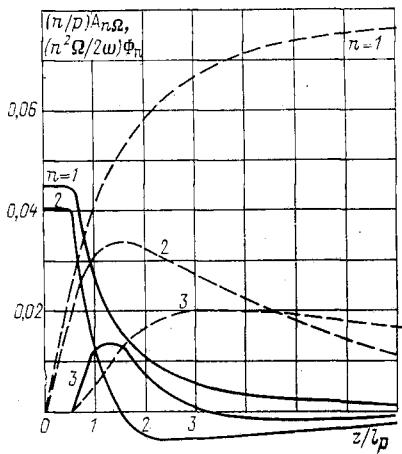


Рис. 8.1. Зависимости от расстояния амплитуд первых трех ( $n=1, 2, 3$ ) НЧ-гармоник плоской АМ-волны (штриховые кривые) и соответствующие источники (сплошные кривые), необходимые для расчета диаграмм направленности НЧ-гармоник

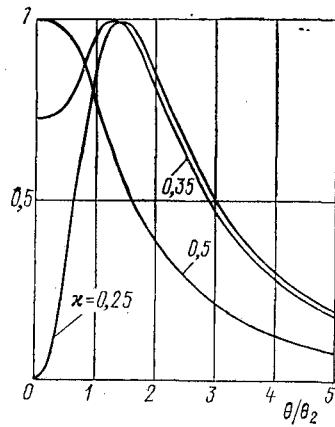


Рис. 8.2. Диаграммы на направленности второй НЧ-гармоники, рассчитанные для модельной зависимости (8.12)

Длина  $l_{\text{нл}} \sim l_p = c_0^3 \rho_0 / \varepsilon \omega r$  обратно пропорциональна амплитуде  $r$  ВЧ-волн, из-за чего с увеличением  $r$  ширина диаграммы должна увеличиваться как  $\sqrt{r}$  или прямо пропорционально интенсивности волны накачки.

Когда длина параметрической антенны ограничена нелинейным затуханием, диаграмма ПИ уже не описывается формулой (5.24) (справедливой для ПИ с линейным затуханием накачки) и приобретает более сложный вид. Для количественного расчета диаграммы необходимо вычислить интеграл (8.10), используя изображенные на рис. 8.1 зависимости  $\Phi_n(z)$  (или аналогичные зависимости при других значениях величин  $m$ ,  $\Omega/\omega$ ,  $\Gamma$ ), а затем взять модуль от него. Как показывают расчеты, форма диаграммы направленности для первой НЧ-гармоники качественных особенностей не обнаруживает.

Интересный вид приобретает диаграмма второй НЧ-гармоники. Для дальнейших рассуждений важно заметить, что функция  $\Phi_2(z)$

(сплошная кривая 2 на рис. 8.1) имеет знакопеременный характер. Аппроксимируем эту зависимость простой функцией — разностью двух экспонент:

$$\Phi_2(z) \sim \exp(-2z/l_1) - \kappa \exp(-2z/l_2). \quad (8.12)$$

Здесь  $\kappa < 1$ ,  $l_1/l_2 < 1$  — свободные параметры, вариацией которых можно изменять форму кривой с целью приблизить ее к более сложной реальной зависимости  $\Phi_2(z)$ . Вычисляя интеграл (8.10), найдем

$$|D_l(\theta)| \sim \left[ \frac{l_1^2}{1 + \theta^4/l_1^4} + \frac{\kappa^2 l_2^2}{1 + \theta^4/l_2^4} - 2\kappa l_1 l_2 \frac{1 + \theta^4/\theta_1^2 \theta_2^2}{(1 + \theta^4/l_1^4)(1 + \theta^4/l_2^4)} \right]^{1/2}, \quad (8.13)$$

где  $\theta_{1,2} = 2/\sqrt{2Kl_{1,2}}$ .

Диаграмма (8.13) изображена на рис. 8.2 для трех значений  $\kappa$ , равных 0,25; 0,35; 0,5, и значения  $l_1/l_2 = 0,25$ . Видно, что в ее центре может возникать провал. Он достигает наибольшей величины (амплитуда  $A_{2\Omega}$  падает до нуля) при  $l_1 = \kappa l_2$ , т. е. в том случае, когда полная площадь под кривой  $\Phi_2(z)$  равна нулю. Этот факт носит общий характер и не связан с принятой аппроксимацией (8.12). Как следует из формулы (8.10), равенство нулю второй НЧ-гармоники на оси (при  $\theta = 0$ ) имеет место всегда, когда обращается

в нуль величина  $\int_0^\infty \Phi_2(z) dz$ . Как указывалось выше, интеграл пропорционален асимптотическому значению  $A_{2\Omega}(z \rightarrow \infty)$ , получаемому из решения уравнения Бюргерса. Таким образом, решение задачи для плоских волн позволяет установить, имеется провал в центре диаграммы направленности или нет.

Асимптотическое поведение НЧ-гармоник, генерируемых разрывными волнами накачки, обсуждалось в § 3.3. Форма НЧ-компоненты поля в случае АМ-волны накачки, как следует из решения (3.3), (3.4) уравнения Бюргерса, на расстояниях  $z > l_3$ ,  $z \ll L_3$  имеет вид

$$P_\Omega = \frac{b}{\epsilon} \frac{d}{d\tau} \ln I_0 \left[ \frac{\epsilon p}{b\omega} f(\Omega\tau) \right] = p \frac{\Omega}{\omega} f' \frac{I_1}{I_0}. \quad (8.14)$$

При очень малых числах  $\Gamma$  аргументы функций Бесселя велики и  $I_1/I_0 \approx 1$ , т. е. форма НЧ-сигнала определяется производной от огибающей [ср. с (3.55)]. Для модуляции по гармоническому закону (8.3) получаем

$$P_\Omega = p \frac{\Omega}{\omega} m \sin \Omega\tau. \quad (8.15)$$

Этот результат показывает, что при сильном проявлении нелинейных эффектов на больших расстояниях остается лишь первая гармоника огибающей; амплитуды же второй  $A_{2\Omega}$  и третьей  $A_{3\Omega}$  гар-

моник стремятся к нулю. Следовательно, в центре диаграмм направленности этих гармоник должны возникать провалы, и диаграммы принимают вид двугорбых кривых (см. рис. 8.2).

Указанное явление имеет место только для модулированного по гармоническому закону сигнала. Для бигармонического сигнала (8.2) с одинаковыми амплитудами ВЧ-волн форма огибающей дается функцией  $f = 2 |\cos(\Omega\tau/2)|$ , спектр производной от которой содержит весь набор НЧ-гармоник [в отличие от (8.15)]. Этот вывод справедлив и при различных амплитудах ВЧ-волн. Как несложно показать, совершив предельный переход  $\Gamma_1 \rightarrow 0$ ,  $\Gamma_2 \rightarrow 0$  в решении (3.24), в случае бигармонического сигнала (8.2) амплитуды всех НЧ-гармоник стремятся к ненулевым постоянным значениям, и провал в центре диаграммы отсутствует.

Двугорбые диаграммы направленности экспериментально наблюдались в работе [175].

### § 8.2. Форма низкочастотного сигнала в дальней зоне, режим насыщения

В § 8.1 дан анализ поведения отдельных НЧ-гармоник. Вместе с тем интересно исследовать форму НЧ-сигнала, представляющего собой комбинацию нескольких гармонических составляющих. Согласно выражениям (5.17), (8.9), поле  $n$ -й гармоники на оси в дальней зоне имеет вид

$$A_{n\Omega}(\theta = 0, z) = -\frac{\varepsilon a^2 (nK)^2}{4c_0^2 \rho_0 z} p^2 \int_0^\infty \Phi_n(z) dz. \quad (8.16)$$

Форма НЧ-сигнала дается рядом Фурье (8.5), коэффициенты которого определяются по формуле (8.16)

$$P_\Omega(\theta = 0, z, \tau) = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon a^2 p^2}{4c_0^4 \rho_0 z} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{in\Omega\tau} \int_0^\infty \Phi_n(z) dz + \text{к. с.} \quad (8.17)$$

Выражение под знаком суммы имеет наглядный физический смысл. Действительно, решение плоской задачи, соответствующее (8.16) (как это следует из уравнения (8.6) при  $\Delta_\perp = 0$ ), равно

$$A_{n\Omega}(z \rightarrow \infty) = i \frac{\varepsilon n \Omega}{2c_0^3 \rho_0} p^2 \int_0^\infty \Phi_n(z) dz, \quad (8.18)$$

т. е. асимптотическая форма плоской волны

$$P_\Omega(z \rightarrow \infty, \tau) = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon p^2}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \sum_{n=1}^{\infty} e^{in\Omega\tau} \int_0^\infty \Phi_n(z) dz + \text{к. с.} \quad (8.19)$$

Сравнивая формулы (8.17) и (8.19), установим известную связь между решением задачи для плоских волн и НЧ-полем в дальней

зоне на оси:

$$P_\Omega(\theta = 0, z, \tau) = \frac{a^2}{2c_0 z} \frac{\partial}{\partial \tau} P_\Omega(z \rightarrow \infty, \tau). \quad (8.20)$$

Поскольку согласно (8.14) асимптотическая форма плоской волны описывается первой производной от функции огибающей, то

$$P_\Omega(\theta = 0, z, \tau) = p \frac{\Omega}{\omega} \frac{L_d}{z} f''(\Omega \tau). \quad (8.21)$$

Таким образом, форма НЧ-сигнала в дальней зоне пропорциональна  $f''$ , т. е. второй производной функции огибающей исходной ВЧ АМ-волны.

Когда ВЧ-волну модулирована по гармоническому закону (8.3), поле (8.21) не содержит особенностей. Однако для других видов модуляции двукратное дифференцирование огибающей «обостряет» форму НЧ-сигнала в дальней зоне. Например, огибающая  $f = 2 |\cos(\Omega \tau/2)|$  бигармонического сигнала (8.2) с равными амплитудами периодически терпит излом, и поэтому в окрестностях точек  $\Omega \tau = \pi (2n + 1)$  вторая производная может реально достигать большой величины. Этот случай исследовался экспериментально в работе [175]: осциллограммы НЧ-волн, генерируемых в поле бигармонической волны накачки, действительно содержали резкие «выбросы», периодически следовавшие друг за другом.

В гл. 2, 5, 6 было показано, что величина НЧ-сигнала пропорциональна произведению амплитуд двух ВЧ-волн (при бигармонической накачке) или квадрату амплитуды АМ-волны. Когда существенно оказывается нелинейное затухание ВЧ-волн, зависимость  $\sim p^2$  переходит в более медленную  $\sim p$  [см., например, (8.21)].

Пусть приемник НЧ-сигнала помещен на фиксированном расстоянии от преобразователя накачки. Увеличивая плавно интенсивность накачки, можно снять линейную зависимость амплитуды НЧ-волны от  $p^2$ . Однако при достаточно больших интенсивностях будет превышен порог образования разрыва, и на кривой образуется «загиб» (см. рис. 11.27—11.29). Это явление называют «нелинейным насыщением», хотя, строго говоря, увеличение амплитуды лишь замедляется, а не прекращается совсем.

Вместе с тем можно представить ситуацию, когда произойдет истинное нелинейное насыщение. Как было показано в гл. 3, на расстояниях  $z > 2l_3$  амплитуды нелинейно затухающих волн накачки (3.26) не зависят от своих исходных значений, а определяются только константами среды. Если область  $z > 2l_3$  в силу тех или иных причин дает заметный вклад в дальнее поле, амплитуда НЧ-волны также не будет зависеть от исходных амплитуд ВЧ-волн. Такое явление предположительно может иметь место тогда, когда генерация НЧ происходит в дальней зоне, а нелинейное затухание заканчивается в ближней зоне преобразователя накачки. Однако расчет таких режимов работы ПИ очень сложен и до сих пор не произведен.

### § 8.3. Численные результаты

Все выводы, сделанные выше, существенно основаны на аппроксимации распределенных источников НЧ-гармоник функцией, зависящей произвольным образом только от продольной координаты  $z$ ; поперечное распределение (8.8) предполагалось равномерным. Если зависимость от координаты  $r$  имеет какой-либо другой вид, то представить источники  $Q_n(r, z)$  в виде произведения двух функций, зависящих только от  $r$  и от  $z$ , невозможно. Как хорошо известно, разрывы образуются раньше там, где больше ам-

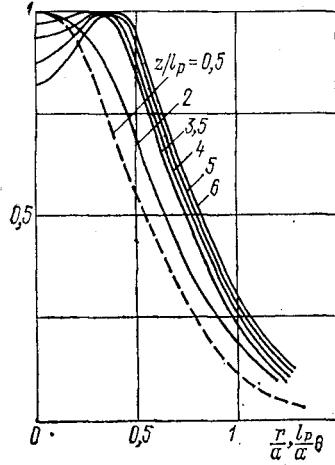


Рис. 8.3. Процесс формирования диаграммы направленности второй НЧ-гармоники

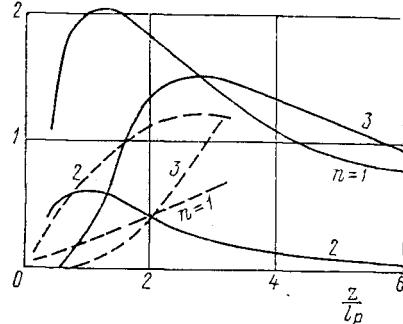


Рис. 8.4. Изменение с расстоянием квадратов амплитуд первых трех НЧ-гармоник ( $n = 1, 2, 3$ ) АМ-волны. Сплошные кривые построены для  $l_d = 3.3 l_p$  (когда разрывы образуются раньше, чем начинается дифракция волны накачки), штриховые кривые — для обратного случая  $l_p = 3l_d$

плитуда волны. Следовательно при выпуклом распределении амплитуд ВЧ-волн поперек пучка разрывы будут образовываться раньше вблизи оси. В приосевой области нелинейное затухание приведет к уменьшению амплитуд волн накачки, а поперечное распределение с расстоянием будет сглаживаться [81].

Другим примером «нерасчетного» режима работы ПИ может служить генерация НЧ-волн дифрагирующими разрывными волнами накачки, когда длины  $l_p$  и  $l_d$  — величины одного порядка.

Эти задачи требуют численного решения уравнения ХЗК. Недавно Н. С. Бахваловым и Я. М. Жилейкиным была разработана стандартная программа для численного интегрирования уравнения ХЗК на ЭВМ [52]. Некоторые результаты, относящиеся к ПИ, опубликованы в работах [3, 4].

На рис. 8.3, 8.4 изображены данные для АМ-волны накачки (8.3) с гауссовым поперечным распределением

$$A(r) = p \exp(-r^2/a^2). \quad (8.22)$$

Отношение характерных длин и частот принято

$$\Gamma = \frac{b\omega}{2\varepsilon p} = \frac{l_p}{l_3} = 0,05; \quad \frac{l_p}{l_d} = 0,3; \quad \frac{\Omega}{\omega} = 0,1, \quad (8.23)$$

а параметр глубины модуляции  $m = 0,9$ . Как следует из численных значений (8.23), рассматривался режим сильного проявления нелинейных эффектов: нелинейный масштаб был в 20 раз меньше длины линейного затухания ВЧ-воли, которое поэтому почти не влияло на результат. Однако длина зоны дифракции была лишь в 3,3 раза большей  $l_p$  и дифракция ВЧ-воли оказывала существенное влияние на работу ПИ.

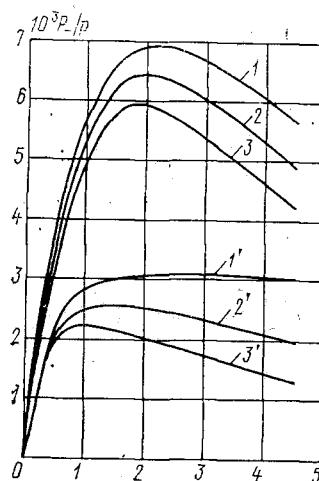
Динамика формирования диаграммы направленности второй НЧ-гармоники изображена на рис. 8.3 для различных значений безразмерного расстояния  $z/l_p$ , равных 0,5 (штриховая кривая); 2; 3,5; 4; 5; 6 (сплошные кривые). Дифракция ВЧ-волны становится заметной при  $z/l_p \sim 2$ , поэтому при  $z/l_p = 0,5 < 2$  волну накачки приблизительно можно считать плоской. Так как для плоской волны не имеет смысла говорить об угловой структуре, штриховая кривая изображает зависимость квадрата амплитуды  $A_{2\Omega}^2$  (нормированного на свое максимальное значение) от радиальной координаты  $r/a$ . Для всех остальных кривых по оси абсцисс отложена угловая координата.

Анализируя рис. 8.3, можно отметить два основных процесса: установление ширины диаграммы направленности и формирование провала в ее центре. Стационарное значение угловой ширины до-

Рис. 8.5. Изменение с расстоянием амплитуды ВРЧ при одновременном учете дифракции ВЧ-воли, нелинейного затухания и диссипативных процессов. Кривые 1—3 построены для значений  $l_d = 5l_p$ , кривые 1'—3' — для  $l_d = 1,625 l_p$ . Кривые 1, 1' соответствуют  $\Gamma = 0$ ; 2, 2' —  $\Gamma = 0,077$ ; 3, 3' —  $\Gamma = 0,154$

стигается практически при  $z \sim l_d$ , т. е. этот процесс, как обычно, связан с дифракцией. Провал же образуется благодаря нелинейным эффектам; он становится заметным именно на таких расстояниях, где функция  $\Phi_2(z)$  распределенных источников (см. рис. 8.1) меняет знак.

Зависимости от расстояния квадратов нормированных амплитуд  $A_{n\Omega}^2 / p^2$  первых трех гармоник огибающей для значений параметров (8.23) изображены на рис. 8.4 сплошными кривыми 1—3. Номера кривых соответствуют номерам НЧ-гармоник. Значения на



оси ординат увеличены в  $10^3$  раз ( $n = 1$ ),  $10^4$  ( $n = 2$ ) и  $0,25 \cdot 10^6$  ( $n = 3$ ). Сравнивая эти результаты со штриховыми кривыми, приведенными на рис. 8.1, нетрудно видеть, что дифракция приводит к снижению максимальных значений амплитуд и более быстрому их уменьшению с расстоянием.

Штриховые кривые на рис. 8.4 представляют результаты расчетов для  $l_p = 3l_d$ , когда разрывы формируются уже в зоне сферической расходимости волн накачки. При этом характерный масштаб проявления нелинейных искажений увеличивается, а изменения с расстоянием квадратов амплитуд гармоник происходят медленнее. Значения по оси ординат увеличены в  $10^4$  (кривая 1)  $10^5$  (кривая 2) и  $10^6$  (кривая 3) раз.

На рис. 8.5 изображены зависимости от расстояния амплитуды ВРЧ, полученные при различных соотношениях длин нелинейности, дифракции и затухания; эти данные относятся к бигармоническому исходному сигналу (8.2) с гауссовым распределением амплитуд на преобразователе накачки:

$$p_\omega = 0,5p \exp(-r^2/a^2) (\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t). \quad (8.24)$$

Отношение характерных длин и частот принято равным

$$\Gamma = \frac{l_p}{l_3} = 0; \quad 0,077; \quad 0,154; \quad \frac{l_p}{l_d} = 0,615; \quad 0,2; \quad \frac{\Omega}{\omega} = 0,1. \quad (8.25)$$

Наибольшей величины  $P_-$  достигает при таких значениях параметров (8.25), когда длина дифракции в 5 раз больше нелинейной длины (кривые 1—3) и дифракционные «потери» ВЧ-волны на оси можно считать слабыми. Кривая 1 лежит выше других, поскольку на ее поведении не сказывается диссипация ( $\Gamma = 0$ ). Увеличение как поглощения, так и дифракции ВЧ-волн отражается на ВРЧ, максимум амплитуды которой при этом уменьшается.

## Глава 9

## ТЕПЛОВЫЕ ОПТОАКУСТИЧЕСКИЕ АНТЕННЫ

### § 9.1. Воздействие плоских волн, передаточные функции

Наряду с параметрическими излучающими и приемными антеннами в последнее время интенсивно исследуются беспилотные излучатели иного типа — тепловые оптоакустические

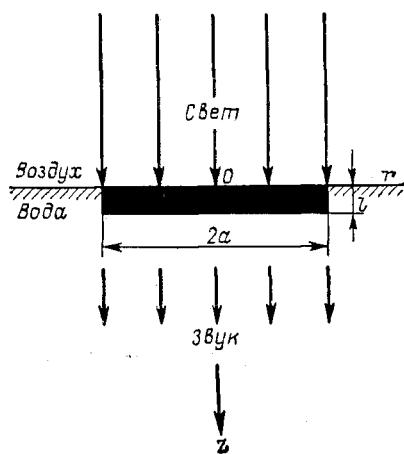
антенны. Принцип их работы основан на явлении теплового изменения объема воды, поглотившей энергию пучка электромагнитных волн (теплового расширения при температурах  $T_0 > 4^\circ\text{C}$  и сжатия — при  $T_0 < 4^\circ\text{C}$ ). Простейшая схема такого излучателя показана на рис. 9.1. Пусть модулированная по интенсивности электромагнитная (например, световая) волна падает из прозрачной среды (воздух) на границу раздела с поглощающей средой (вода). Эта волна теряет свою энергию в слое воды с характерной толщиной  $l$  и вызывает переменное во времени изменение его температуры. Из-за нагревания происходит изменение объема слоя, который, расширяясь или сжимаясь, возбуждает в воде звуковую волну подобно обычному электроакустическому преобразователю [8, 43, 49].

Главное достоинство такого опто-, термоакустического излучателя (ОТАИ) очевидно; это — возможность бесконтактного и дистанционного возбуждения звука. Кроме того, имеются простые и удобные способы управления акустической диаграммой направленности.

Форма диаграммы зависит от соотношения трех параметров: радиуса  $a$  светового пятна на поверхности (поперечный размер

Рис. 9.1. Схема процесса возбуждения звука при термооптической демодуляции света в приповерхностном слое воды

ОТАИ), глубины  $l$  проникновения света в воду (продольный размер ОТАИ) и длины звуковой волны  $\lambda$ , с которой и надлежит сравнивать обе величины  $a$ ,  $l$ . Размер  $a$  легко изменять, фокусируя или дефокусируя световое пятно на поверхности. Глубина проникновения света  $l$  в чистой воде зависит от длины световой волны  $\lambda_{\text{св}}$ ; например, для сине-голубой части спектра она достигает десятков метров, для ближнего инфракрасного диапазона с  $\lambda_{\text{св}} = 1,06 \text{ мкм}$   $l \approx 6 \text{ см}$ , для  $\lambda_{\text{св}} = 10,6 \text{ мкм}$   $l \approx 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ . В лабораторных экспериментах глубину  $l$  можно изменять в широких пределах и другим способом — добавлением в воду различных красителей (например, хлорной меди для  $\lambda_{\text{св}} = 1,06 \text{ мкм}$ ). Что же касается длины звуковой волны, то она определяется частотой модуляции интенсивности света. Если источником является лазер непрерывного действия, существующие методы модуляции света позволяют намного перекрыть весь диапазон частот, используемых в гидроакустике. Импульсными лазерами можно возбудить одиночные звуковые импульсы длительностью от  $10^{-3}$  до  $10^{-8} \text{ с}$  или периодическую последовательность таких импульсов.



Об этих и других возможностях управления характеристиками акустического поля более подробно говорится в следующих параграфах.

Перейдем к получению уравнений, описывающих работу ОТАИ. Принципиально вывод их не отличается от приведенного в § 2.2. Исходной системой по-прежнему являются уравнения гидродинамики (2.1) — (2.3), только теперь вместо уравнения состояния (2.3) мы используем следующее приближенное соотношение:

$$\rho = \rho(p, T) \approx \rho_0 + \frac{1}{c_0^2} (p - p_0) - \rho_0 \beta (T - T_0). \quad (9.1)$$

Здесь  $\beta$  — коэффициент объемного расширения воды. В отличие от (2.3) в уравнении (9.1) проведено разложение по малым отклонениям от равновесных значений  $p_0$ ,  $T_0$  не только давления  $p$ , но и температуры  $T$ . Именно этот последний член описывает тепловые источники, ответственные за генерацию звука. В уравнении (9.1) и при последующих выкладках мы не будем учитывать акустически нелинейные члены. С учетом (9.1) вместо уравнений (2.4), (2.5) получаем

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p' = b \Delta \vec{v}; \quad \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} = \rho_0 \beta \frac{\partial T'}{\partial t}. \quad (9.2)$$

Исключая колебательную скорость  $\vec{v}$ , придем к неоднородному волновому уравнению

$$\Delta p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \frac{b}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \Delta p' = -Q \quad (9.3)$$

для акустического давления. Оно совершенно аналогично уравнению (2.7), только теперь источники в правой части (9.3) имеют другой вид:

$$Q = \rho_0 \beta \frac{\partial^2 T'}{\partial t^2}. \quad (9.4)$$

Изменение температуры находится из уравнения теплопроводности

$$\rho_0 c_p \frac{\partial T'}{\partial t} = \kappa \Delta T' - \operatorname{div} \langle \vec{S}_{cb} \rangle. \quad (9.5)$$

Здесь  $c_p$  — удельная теплоемкость;  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности,  $\langle \vec{S}_{cb} \rangle$  — вектор Умова—Пойнтинга электромагнитной волны, усредненный по быстрым осцилляциям с оптическими частотами.

Для воды (при  $T_0 \sim 20^\circ\text{C}$ )  $c_p \simeq 4,2 \text{ Дж/г·град}$ ,  $\kappa \simeq 6 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/см·град}$ . Оценки времени термодиффузии

$$\tau_{\text{дифф}} \simeq \frac{\rho_0 c_p}{\kappa} \min \{a^2, l^2\}$$

для воды показывают, что при характерных размерах ОТАИ  $a$  и  $l$ , больших  $10^{-2}$  см (т. е. практически во всех представляющих интерес случаях), это время велико по сравнению с периодом звуковых и ультразвуковых колебаний. Таким образом, диффузионным членом в уравнении (9.5) можно пренебречь; при этом источники (9.4) принимают вид

$$Q = -\frac{\beta}{c_p} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \langle \vec{S}_{cb} \rangle. \quad (9.6)$$

В этом параграфе мы ограничимся решением одномерной задачи. Пусть плоская световая волна распространяется вдоль оси  $z$ , направленной по нормали к границе раздела воздух—вода (рис. 9.1). Если интенсивность света модулирована по закону

$$I(z=0, t) = I_0 f(t), \text{ то } \langle \vec{S}_{cb} \rangle = I_0 \exp(-z/l) f(t),$$

и формула (9.6) дает

$$Q = \frac{\beta I_0}{c_p l} e^{-z/l} \frac{df}{dt}. \quad (9.7)$$

Ищем решение (9.3) в виде преобразования Фурье:

$$\tilde{p}'(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{p}(\omega, z) e^{i\omega t} d\omega; \quad \tilde{f}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (9.8)$$

Для определения функции  $\tilde{p}$  получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\left(1 + i \frac{b\omega}{c_0^2 \rho_0}\right) \frac{d^2 \tilde{p}}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c_0^2} \tilde{p} = -\frac{\beta I_0}{c_p l} i \omega \tilde{f}(\omega) e^{-z/l}. \quad (9.9)$$

Как отмечалось в § 2.1, п. 2, безразмерный диссипативный параметр  $b\omega/c_0^2 \rho_0$  всегда можно считать малым; для выяснения особенностей процесса преобразования свет—звук им можно пренебречь. Общее решение уравнения (9.9) имеет вид

$$\tilde{p} = C_1 e^{i \frac{\omega}{c_0} z} + C_2 e^{-i \frac{\omega}{c_0} z} - \frac{\beta I_0 c_0}{c_p l} i \frac{\omega l / c_0}{1 + (\omega l / c_0)^2} \tilde{f}(\omega) e^{-z/l}. \quad (9.10)$$

Константу  $C_1$  следует положить равной нулю, поскольку в соответствии с условием излучения в области  $z \gg l$  волна должна бежать от границы среды. Константу  $C_2$  находим, пользуясь граничным условием  $\tilde{p}(z=0, t) = 0$  для свободной поверхности воды. Поскольку третий член в решении (9.10) убывает как  $\exp(-z/l)$ , при  $z = l_{OTA} = (2 \div 3) l$  им можно пренебречь. Итак, вблизи поверхности (при  $z < l_{OTA}$ ) возникает сложный режим стоячих и бегущих волн; именно в этом слое  $0 < z < l_{OTA}$  происходит ОТА-преобразование. При  $z > l_{OTA}$  существует лишь бегущая от границы волна, которая описывается выражением

$$\tilde{p} = \frac{\beta I_0 c_0}{c_p l} i \frac{\omega l / c_0}{1 + (\omega l / c_0)^2} \tilde{f}(\omega) e^{-i \omega z / c_0} \quad (9.11)$$

Совершая преобразование Фурье (9.8), найдем решение для поля бегущей акустической волны:

$$p'(z, t) = \frac{\beta I_0 c_0}{c_p} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(\omega) \tilde{f}(\omega) e^{i\omega(t-z/c_0)} d\omega = \frac{\beta I_0 c_0}{c_p} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} g\left(t - \frac{z}{c_0} - t'\right) f(t') dt'. \quad (9.12)$$

Как показывает запись решения в форме (9.12), слой термооптического преобразования можно характеризовать передаточной  $g(\omega)$  либо импульсной переходной функцией  $g(t)$ , которые равны [49]:

$$\tilde{g}(\omega) = i \frac{\omega l / c_0}{1 + (\omega l / c_0)^2}; \quad g(t) = -\frac{c_0}{2l} e^{-c_0 |t|/l} \operatorname{sign} t. \quad (9.13)$$

Передаточная функция имеет максимум при  $\omega l / c_0 = 1$ . Это означает, что при воздействии на поверхность оптического излучения с широким спектром модуляции наилучшим образом будут возбуждаться частоты, лежащие вблизи оптимальной  $\omega_{\text{опт}} = c_0/l$ . Если частота модуляции слишком высока ( $\omega \gg \omega_{\text{опт}}$ ), на глубине  $l$  области поглощения света будет укладываться много длин звуковых волн; интерференция возмущений от различных участков ОТАИ приведет к неэффективному возбуждению. Если, напротив, частота модуляции слишком низка ( $\omega \ll \omega_{\text{опт}}$ ), все участки ОТАИ будут колебаться в фазе, но волновая толщина слоя будет чрезвычайно малой («нерезонансной»).

При гармоническом законе модуляции интенсивности света с оптимальной частотой

$$f(t) = \frac{1}{1+m} (1 + m \sin \omega_{\text{опт}} t), \quad m \leq 1,$$

максимальная амплитуда звуковой волны вблизи поверхности равна

$$p = \beta I_0 c_0 / 4c_p; \quad p, \text{ Па} \sim 0,1 I_0, \text{ Вт/см}^2. \quad (9.14)$$

Если используется достаточно интенсивное излучение лазера, работающего в непрерывном режиме, величина  $I_0$  может равняться 100 Вт/см<sup>2</sup> при диаметре пятна порядка 1 см, т. е. акустическое давление, приведенное к 1 м, не превышает нескольких десятых долей или единиц паскаля. Для получения больших акустических давлений необходимо использовать импульсные лазеры, у которых при тех же размерах пятна интенсивности на много порядков выше и достигают 10<sup>6</sup> Вт/см<sup>2</sup> (в режиме с модуляцией добротности).

Поэтому в дальнейшем основное внимание будет уделено описанию процессов возбуждения и распространения импульсных акустических сигналов.

## § 9.2. Акустические сигналы, возбуждаемые одиночными световыми импульсами в однородных и оптически неоднородных средах

Пусть форма светового импульса описывается функцией  $f(t) = \exp(-t^2/t_0^2)$ . Пользуясь решением (9.12) и выполняя интегрирование, найдем [49]

$$p'(\tau) = \frac{\beta I_0 c_0}{c_p} \frac{V\pi}{4} A e^{A^2/4} \left\{ e^{At/t_0} \left[ 1 - \Phi\left(\frac{\tau}{t_0} + \frac{A}{2}\right) \right] - e^{-At/t_0} \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 + \Phi\left(\frac{\tau}{t_0} - \frac{A}{2}\right) \right] \right\}. \quad (9.15)$$

Здесь  $\tau = t - z/c_0$  — сопровождающая координата;  $A = c_0 t_0 / l$  — число, характеризующее эффективность ОТА-преобразования.

Акустические импульсы, построенные по формуле (9.15), изображены на рис. 9.2 для различных значений числа  $A$ . Видно, что при ОТА-преобразовании возбуждаются двуполярные акустические импульсы: за фазой сжатия следует фаза разрежения. Такая форма сигналов обусловлена свободным характером поверхности воды. Если на поверхность положить прозрачную пластиинку (например, из плотного стекла), акустический импеданс  $ps$  которой много больше, чем у воды, то сформируются однополярные импульсы сжатия [49]. Функция, описывающая однополярные

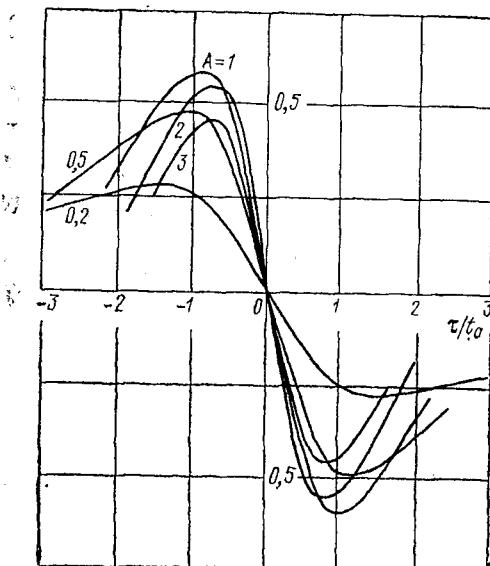


Рис. 9.2. Форма акустического импульса для различных значений числа  $A = c_0 t_0 / l$ , указанных на рисунке. По оси ординат отложено безразмерное давление  $(4c_p/V\pi\beta I_0 c_0) p'$ . Форма светового импульса  $f = \exp(-t^2/t_0^2)$

возмущения при граничном условии на закрепленной поверхности, получается заменой знака «минус» между двумя квадратными скобками в (9.15) на «плюс».

На рис. 9.2 изображены импульсы давления, описываемые нечетной функцией от времени (это связано с четностью огибающей  $f(t) = \exp(-t^2/t_0^2)$  светового импульса). При других световых

импульсах акустическое возмущение, вообще говоря, уже не будет нечетной функцией, хотя все качественные особенности его поведения сохраняются. Например, при  $f(t) = (t/t_0) \exp(-t/t_0) \Theta(t)$  акустический импульс давления описывается формулой [87]

$$p'(\tau) = \frac{\beta I_0 c_0}{c_p} \left\{ \frac{A}{2(A+1)^2} e^{-A|\tau/t_0|} + \frac{A}{(A^2-1)^2} \left[ (A^2+1) e^{-\tau/t_0} - (A^2-1) \frac{\tau}{t_0} e^{-\tau/t_0} - (A^2+1) e^{-A\tau/t_0} \right] \Theta(\tau) \right\}. \quad (9.16)$$

Импульсы (9.16) для различных чисел  $A$  изображены на рис. 9.3.

Видно, что в обоих рассмотренных случаях зависимость пикового значения  $(c_p/\beta I_0 c_0) p'$  имеет максимум, который достигается при  $A \approx 1$ . Таким образом, для наиболее эффективного ОТА-преобразования нужно выбирать длительность  $t_0$  светового импульса и глубину поглощения  $l$  так, чтобы они были связаны соотношением  $l/c_0 \approx t_0$ ; иначе говоря, время пробега звука вдоль ОТАИ должно приблизительно равняться длительности светового импульса. Если это условие выполнено, то для пикового давления согласно формулам (9.16), (9.15) справедлива прежняя оценка (9.14). Однако теперь, при использовании импульсных лазеров, акустическое давление может достигать величины  $10^2$ — $10^4$  Па/м.

До сих пор мы рассматривали однородно поглощающие среды, в которых интенсивность света по глубине уменьшалась как  $\exp(-z/l)$ . Вблизи реальной поверхности воды часто присутствуют поглощающая пелена капель и пара, пленки нефтепродуктов, пузырьки воздуха, слои органических веществ и т. д. Поэтому имеет смысл учесть неоднородную оптическую структуру приповерхностной области и получить передаточную функцию для более общего [по сравнению с (9.13)] случая. Записывая проекцию вектора Пойнтинга на ось  $z$  в виде

$$\langle \vec{S}_{cb} \rangle_z = I_0 g(z/l) f(t)$$

(где  $g$  — произвольная функция, описывающая закон убывания

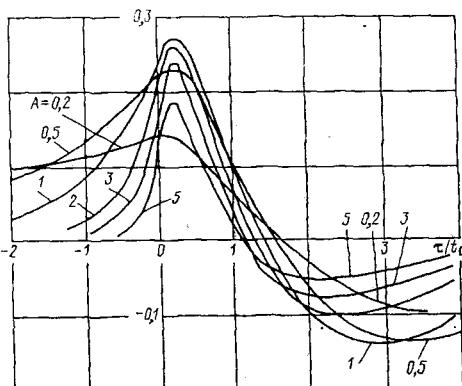


Рис. 9.3. Форма акустического импульса для различных значений  $A = c_0 t_0 / l$ , указанных на рисунке. По оси ординат отложено безразмерное давление  $(2c_p / \beta I_0 c_0) p'$ . Форма светового импульса  $f = (t/t_0) \times \exp(-t/t_0) \Theta(t)$

интенсивности света в глубь среды) и проводя выкладки по изложенной выше схеме, найдем решение, аналогичное (9.12). Однако теперь передаточная функция равна [49]

$$\tilde{g}(\omega) = \frac{i}{l} \int_0^\infty g\left(\frac{z}{l}\right) \sin \frac{\omega}{c_0} z dz. \quad (9.17)$$

При  $g = \exp(-z/l)$  общее выражение переходит в формулу (9.13) для однородно поглощающей среды.

Как видно из решения (9.12), временной спектр  $\tilde{p}$  акустического сигнала пропорционален произведению временного спектра  $\tilde{f}$  светового импульса и пространственного спектра  $g$  [синус-преобразование Фурье (9.17)] функции распределения источников тепла:

$$\tilde{p}(\omega) = \frac{\beta I_0 c_0}{c_p} \tilde{g}(\omega) \tilde{f}(\omega). \quad (9.18)$$

Это означает, что когда спектр  $\tilde{f}(\omega)$  шире, чем  $\tilde{g}(\omega)$ , (т. е. световой импульс короткий), форма акустического сигнала определяется в основном неоднородно поглощающими свойствами среды. Если, например, среда состоит из периодически чередующихся слоев поглотителя и прозрачного вещества, в ней с помощью одиночного импульса света можно возбудить квазигармонический звуковой сигнал [49].

Таким образом, введение в среду оптических неоднородностей позволяет добиться такого же изменения формы сигнала, как и модуляция лазерного излучения. Наличие вблизи поверхности воды поглощающих слоев может привести к тому, что импульс давления будет сильно отличаться от сигналов, изображенных на рис. 9.2, 9.3.

В заключение приведем общие формулы для интегральных характеристик ОТАИ. Пользуясь решением в форме (9.12), нетрудно показать, что полное количество движения акустического сигнала есть ноль, а полная излучаемая энергия равна

$$\epsilon_{\text{зв}} = \frac{2\pi S}{c_0 \rho_0} \left( \frac{\beta I_0 c_0}{c_p} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{g}(\omega)|^2 |\tilde{f}(\omega)|^2 d\omega. \quad (9.19)$$

С помощью выражения (9.19) найдем энергетический коэффициент ОТА-преобразования:

$$\frac{\epsilon_{\text{зв}}}{\epsilon_{\text{св}}} = \frac{c_0 \beta^2}{\rho_0 c_p^2} I_0 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{g}(\omega)|^2 |\tilde{f}(\omega)|^2 d\omega}{\tilde{f}(\omega=0)}. \quad (9.20)$$

По порядку величины этот коэффициент в чистой воде равен нескольким единицам  $10^{-11} I_0$ , Вт/см<sup>2</sup>, т. е. в лучшем случае достигает тысячных долей процента. Однако при наличии органических примесей эффективность преобразования может заметно увеличиваться.

### § 9.3. Поэтапный подход и дифракционное искажение оптоакустических импульсов

Решение (9.12) имеет важное значение для задач о распространении ОТА-импульсов с учетом их затухания, дифракции и нелинейных искажений. При анализе этих проблем можно воспользоваться упрощенным поэтапным подходом [2]. Идея подхода состоит в возможности пространственного разделения процессов ОТА-преобразования и распространения акустических сигналов. Действительно, бегущая звуковая волна формируется на расстоянии  $l_{\text{OTA}}$  от поверхности воды, а диссипативные, нелинейные и дифракционные эффекты проявляются на длинах  $l_z$ ,  $l_p$ ,  $l_d$ , которые часто можно считать большими по сравнению с  $l_{\text{OTA}}$ . В этом случае названные эффекты слабо влияют на сам процесс ОТА-преобразования, но затем накапливаются и заметно искажают форму акустического импульса.

Сказанное позволяет использовать решение (9.12) задачи на этапе возбуждения в качестве граничного условия для анализа задачи на этапе распространения звуковых импульсов с учетом их нелинейных искажений [2], дифракции [40] и затухания.

Рассмотрим наиболее важный вопрос о дифракционном искажении формы ОТА-импульсов. Для простоты вначале ограничимся квазиоптическим приближением теории дифракции (см. гл. 4).

Пусть на поверхность воды падает не плоская световая волна (см. рис. 9.1), а ограниченный в поперечном сечении пучок с гауссовым распределением интенсивности

$$I = I_0 \exp(-r^2/a^2) f(t). \quad (9.21)$$

Такой пучок, как известно, формируется при работе лазера в режиме генерации одной поперечной моды. Решение задачи дифракции в квазиоптическом приближении для гармонического сигнала нам известно; оно дается формулой (4.7). Поскольку при воздействии светового импульса (9.21) на выходе ОТАИ возникает акустический сигнал с широким спектром (9.18), решение (4.7) будет справедливо для каждой отдельной спектральной компоненты. Проводя интегрирование по всем частотам, т. е. совершая Фурье-преобразование, получим

$$p'(r, z, t) = \frac{\beta I_0 c_0}{c_p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{g}(\omega) \tilde{f}(\omega)}{1 - i \frac{2c_0 z}{\omega a^2}} \exp \left[ -i \frac{r^2/a^2}{1 - i \frac{2c_0 z}{\omega a^2}} + i\omega t \right] d\omega. \quad (9.22)$$

Решение (9.22) позволяет описать искажение формы звукового импульса, распространяющегося по направлению нормали к поверхности (вдоль оси  $z$ ) либо под малыми углами к ней.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть на вход ОТАИ воздействует одиночный световой импульс с гауссовой временной огибающей:

$$f(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{t_0^2}\right), \quad \tilde{f}(\omega) = \frac{t_0}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\omega^2 t_0^2}{4}\right).$$

Форма акустического сигнала на выходе ОТАИ с передаточной функцией (9.13) изображена на рис. 9.2 и дается решением (9.15). Дальнейшее поведение этого сигнала описывается выражением (9.22); процесс изменения его формы вследствие дифракции для значений  $lz/a_0 t_0 = 1, a/c_0 t_0 = 10$  показан на рис. 9.4.

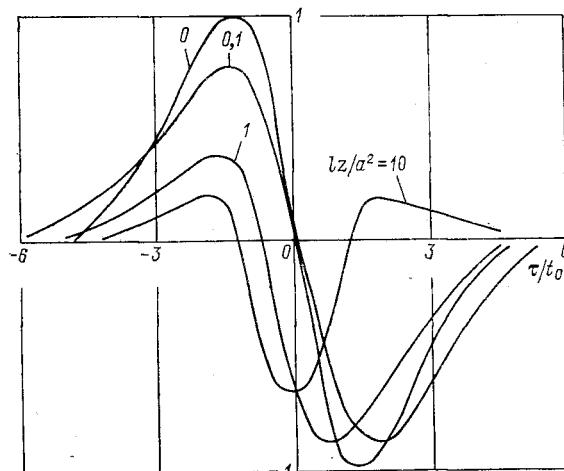


Рис. 9.4. Изменение формы импульса давления  $p'(0, z, t)/p'(0, 0, t)$  на оси вследствие дифракции. Четыре кривые соответствуют различным расстояниям  $lz/a^2 = 0; 0,1; 1; 10$ . Масштаб по оси ординат для последней кривой, изображающей импульс в зоне сферической расходимости, увеличен в 4 раза

В дальней зоне на оси решение (9.22) принимает вид

$$p'(r=0, z, \tau) = \frac{\beta I_0 c_0}{c_p} \frac{a^2}{2c_0 z} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(\omega) \tilde{f}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (9.23)$$

Сравнивая выражения (9.23) и (9.12), нетрудно установить, что форма импульса в зоне сферической расходимости есть производная от соответствующего решения плоской задачи. Этот результат наглядно подтверждается сопоставлением двух кривых, построенных на рис. 9.4 для  $lz/a^2 = 0$  и  $10$ . Напомним, что с аналогичной ситуацией мы уже сталкивались при анализе работы параметрических антенн [см. (8.20)].

Перейдем к расчету направленности ОТА-сигналов. Поскольку мы имеем дело с акустическими импульсами, удобно определить диаграмму как нормированную зависимость от угла величины  $\int_{-\infty}^{\infty} p' p'^* dt$ , т.е. через полную интенсивность излучаемую под углом

лом  $\theta = r/z$  к оси  $z$ . Несложные вычисления, основанные на решении (9.22), приводят к результату

$$D(\theta) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\tilde{g}(\omega)|^2 |\tilde{f}(\omega)|^2 \exp\left[-2\theta^2 \left(\frac{\omega a}{2c_0}\right)^2\right] d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\tilde{g}(\omega)|^2 |\tilde{f}(\omega)|^2 d\omega}. \quad (9.24)$$

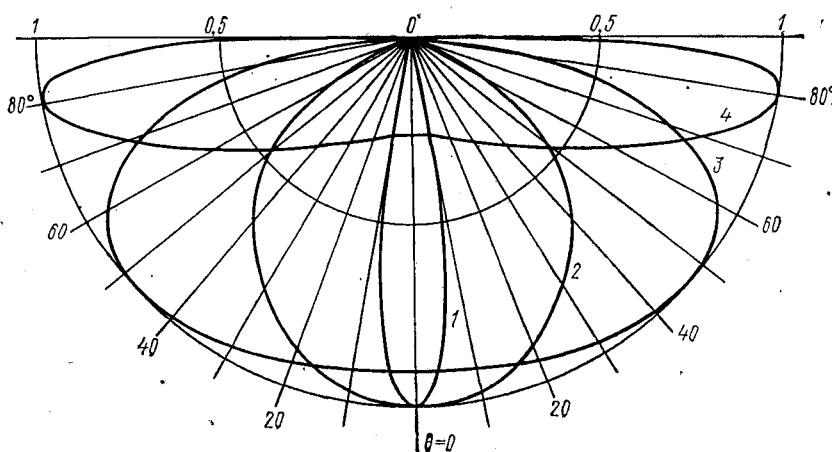


Рис. 9.5. Диаграммы направленности, построенные для различных значений безразмерной длины и радиуса ОТАИ:  $l/c_0 t_0 = 1$  и  $a/c_0 t_0 = 10$  (кривая 1); 1 и 1 (кривая 2); 1 и 0,1 (кривая 3); 33 и 0,1 (кривая 4)

Форма диаграммы, вообще говоря, зависит от спектра огибающей светового импульса и пространственного спектра оптических поглощающих неоднородностей. Однако во всех случаях выражение (9.24) пригодно для описания лишь узких диаграмм направленности, когда ОТА-преобразование происходит в достаточно тонком приповерхностном слое воды и основная часть акустической энергии распространяется практически вдоль оси  $z$ . Такой ситуации соответствует кривая 1 на рис. 9.5; для описания более сложных режимов излучения необходимо отказаться от квазиоптического приближения и перейти к анализу общего волнового уравнения (9.3).

Теория, обобщающая метод передаточных функций на трехмерные задачи, развита в работе [40]. Мы изложим здесь лишь окончательные результаты, относящиеся к зависимости направленных свойств излучения от геометрической формы ОТАИ. На рис. 9.5 построены различные типы диаграмм, определенных для полной

интенсивности акустических импульсов. Интенсивность света в среде изменялась по закону

$$I = I_0 \exp \left( -\frac{z}{l} - \frac{r^2}{a^2} - \frac{t^2}{t_0^2} \right),$$

т. е. рассматривался импульс с гауссовой модуляцией во времени и гауссовым поперечным распределением интенсивности, среда считалась оптически однородной.

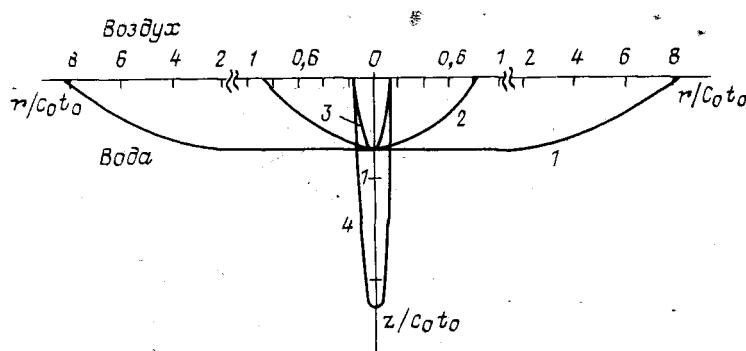


Рис. 9.6. Различные конфигурации областей распределения ОТАИ-источников, соответствующие диаграммам направленности 1—4 на рис. 9.5. Кривыми 1—4 изображены границы областей, определенные по половинному уровню  $0,5 I_0$  максимальной интенсивности света  $I$  ( $r = 0, z = 0$ )  $= I_0$

Четырем кривым на рис. 9.5 соответствуют четыре различные формы ОТАИ (рис. 9.6). Для ОТАИ, представляющего собой тонкий слой, поперечный размер которого  $a$  велик по сравнению с продольным размером  $l$  (кривая 1 на рис. 9.6), реализуется узкая и вытянутая вдоль оси  $z$  диаграмма направленности (кривая 1 на рис. 9.5). Если размеры  $a$  и  $l$  становятся сравнимыми (кривые 2, 3 на рис. 9.6), происходит изотропизация диаграммы (кривые 2, 3 на рис. 9.5). Наконец, когда свет проникает глубоко в воду и  $l \gg a$  (рис. 9.6, кривая 4), акустический импульс излучается практически в горизонтальном направлении [141, 174] вдоль поверхности раздела (рис. 9.5, кривая 4). Таким образом, изменения конфигурацию ОТАИ за счет фокусировки света или вариации его коэффициента поглощения, можно управлять формой диаграммы направленности.

Необходимо заметить, что форма диаграммы зависит от двух чисел  $l/c_0 t_0$  и  $a/c_0 t_0$ , позволяющих сравнивать продольный и поперечный размеры ОТАИ с пространственной протяженностью  $c_0 t_0$  акустического импульса. Когда мы обсуждали влияние формы ОТАИ (т. е. величины отношения  $a/l$ ) на направленные свойства излучения, то при этом подразумевалось, что длительность импульса  $t_0$  фиксирована.

Диаграммы направленности, изображенные на рис. 9.5, могут заметно изменить свою форму, когда среда является оптически неоднородной [40, 49] или поверхность раздела случайным образом искривлена [48]. Эти вопросы в настоящее время изучены достаточно подробно.

#### § 9.4. Движущиеся оптоакустические антенны

До сих пор мы считали, что световое пятно покоится относительно воды, т. е. рассчитывали работу неподвижных ОТАИ. При этом оказалось, что для генерации звука необходимо использовать световые импульсы либо модулированное по интенсивности непрерывное оптическое излучение. В последнее время привлекают большой интерес движущиеся ОТА-источники [7, 92], которые создаются сканированием светового луча по поверхности воды с большими (околозвуковыми) скоростями. В таком режиме работы ОТАИ интенсивность оптического излучения не обязательно должна быть модулирована, так как переменное во времени нагревание фиксированного объема воды происходит за счет перемещения светового луча. Роль длительности светового импульса  $t_0$  теперь играет величина  $a/c$  (где  $c$  — скорость движения пятна вдоль поверхности воды), равная времени, за которое световой луч смещается на расстояние своего радиуса. Как было показано в § 9.2, наиболее эффективно звук возбуждается при  $t_0 \approx a/c_0$ . Подставляя вместо  $t_0$  выражение  $a/c$ , найдем, что условие оптимального возбуждения в случае движущихся ОТАИ имеет вид  $c \approx c_0$ . Иными словами, скорость сканирования должна примерно равняться скорости распространения звука в воде.

Пусть гауссово световое пятно движется вдоль поверхности с околозвуковой скоростью  $c = c_0 + \Delta c$ , где  $\Delta c \ll c_0$  — малая добавка к скорости звука. Соответствующее распределение интенсивности света имеет вид

$$\langle \vec{S}_{\text{cb}} \rangle_z = I_0 \exp \left[ -\frac{z}{l} - \frac{(r - ct)^2}{a^2} \right] f(t).$$

Согласно формуле (9.6) ОТА-источники описываются функцией

$$Q = \frac{\beta I_0}{c_p l} e^{-z/l} \frac{\partial}{\partial t} [f(t) e^{-(r-ct)^2/a^2}]. \quad (9.25)$$

Как следует из выражения (9.25), в правой части волнового уравнения (9.3) в общем случае появляются два слагаемых, соответствующих источникам различных типов. Первое слагаемое обусловлено конечной длительностью светового импульса и пропорционально производной  $df/dt$ . Если источник света непрерывного действия включается в момент  $t = 0$  и выключается при  $t = t_0$ , этот член вызовет появление переходного акустического излучения, «привязанного» к моментам времени 0 и  $t_0$ . Когда свет не модулирован ( $f(t) = \text{const}$ ) или функция  $f(t)$  изменяется медленно, главным

становится второй член, специфичный именно для движущихся ОТАИ. В дальнейшем мы не будем учитывать переходного излучения и займемся анализом акустического сигнала, возбуждаемого источниками второго типа.

Неоднородное волновое уравнение (9.3) примет вид

$$\Delta p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = -\frac{|\beta I_0|}{c_p l} e^{-z/l} f(t) \frac{\partial}{\partial t} e^{-(r-ct)^2/a^2}. \quad (9.26)$$

Чтобы упростить выкладки, воспользуемся квазиоптическим приближением (см. § 2.5). Полагая

$$p' = p'(\xi = r - c_0 t, \sqrt{\mu} z, \mu t), \quad (9.27)$$

получим вместо (9.26) упрощенное уравнение

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial \xi} + \frac{c_0}{2} \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} = \frac{\beta I_0 c_0^2}{2 c_p l} e^{-z/l} f(t) \frac{\partial}{\partial \xi} e^{-(\xi-t\Delta c)^2/a^2}. \quad (9.28)$$

С целью наглядного пояснения особенностей возбуждения звука движущимися ОТАИ рассмотрим вначале идеализированную одномерную задачу. Предположим, что глубина  $l$  области поглощения велика и свет проникает далеко в воду. Кроме того, пренебрежем влиянием граничного условия на свободной поверхности. Таким образом, не учитывая зависимости давления  $p'$  от глубины  $z$ , придем к задаче о возбуждении звука движущейся «тепловой стенкой»:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial \xi} = \frac{\beta I_0 c_0^2}{2 c_p l} f(t) \frac{\partial}{\partial \xi} e^{-(\xi-t\Delta c)^2/a^2}. \quad (9.29)$$

Уравнение (9.29) один раз интегрируется по  $\xi$ . Решение полученного уравнения первого порядка с нулевым начальным условием  $p'(t=0, \xi)=0$  имеет вид

$$p' = \frac{\beta I_0 c_0^2}{2 c_p l} \frac{\sqrt{\pi} a}{2 \Delta c} \left[ \Phi\left(\frac{\xi}{a}\right) - \Phi\left(\frac{\xi-t\Delta c}{a}\right) \right]. \quad (9.30)$$

Здесь  $\Phi$  — интеграл ошибок; функция  $f(t)$  считалась равной нулю при  $t < 0$  и единице при  $t > 0$ .

Интересно ведет себя решение при  $\Delta c = 0$ , т. е. при совпадении скорости движения луча со скоростью звука. Переходя к пределу  $\Delta c \rightarrow 0$  в формуле (9.30), найдем

$$p' = \frac{\beta I_0 c_0^2}{2 c_p l} t \exp[-(r - c_0 t)^2/a^2]. \quad (9.31)$$

Это выражение описывает бегущий импульс гауссовой формы, амплитуда которого линейно растет со временем. Эффект накапливающегося увеличения акустического давления происходит благодаря тому, что световой луч сопровождает бегущий звуковой импульс и непрерывно подпитывает его энергией. Значительное увеличение давления при  $c \rightarrow c_0$  наблюдалось экспериментально в работе [92].

Ограничение амплитуды звука, возбуждаемого движущимися ОТАИ, может произойти из-за конечной продолжительности светового воздействия [7] благодаря акустическим нелинейным эффектам [39] или неточному выполнению условия  $c = c_0$ .

В случае неточного согласования скоростей ( $\Delta c \neq 0$ ) из решения (9.30) получается значение для амплитуды акустического давления

$$p = \frac{\beta I_0 c_0^2}{2c_p l} \frac{\sqrt{\pi} a}{\Delta c}, \quad (9.32)$$

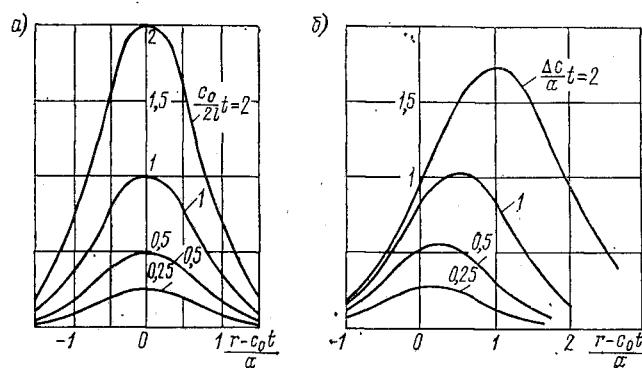


Рис. 9.7. Процесс формирования акустической волны движущимися ОТАИ для значений расстройки  $\Delta c = 0$  (а) и  $\Delta c = (\sqrt{\pi}a/4l) c_0$  (б). По оси ординат отложено безразмерное давление  $(c_p/\beta I_0 c_0) p'$

которое может существенно превысить величину (9.14), характерную для неподвижных ОТАИ. Видно, что стационарное значение (9.32) и время его достижения  $t \sim 2a/\Delta c$  растут с уменьшением  $\Delta c$ . Ограничение давления из-за расстройки связано с тем, что волна опережает область движущихся ОТА-источников или отстает от нее (в зависимости от знака  $\Delta c$ ). Тем самым энергия вносится не в область вблизи максимума акустического импульса, а на его переднем или заднем фронте, что способствует увеличению не амплитуды, а длительности звукового сигнала.

Процесс формирования акустической волны при различных  $\Delta c$  изображен на рис. 9.7.

Перейдем к расчету диаграммы направленности движущегося ОТАИ. Нужно заметить, что при точном синхронизме ( $\Delta c = 0$ ) ОТА-источники в правой части уравнения (9.28) перемещаются со скоростью звука, как нелинейные источники при параметрическом излучении; поэтому имеется тесная аналогия между работой ПИ и движущимися ОТАИ. Чтобы подчеркнуть эту аналогию, рассчитаем диаграмму для волны, возбуждаемой периодическим прост-

ранственным распределением интенсивности света. Такое распределение может быть создано интерференцией двух световых пучков или использованием высших поперечных мод лазера, резонатор которого образован прямоугольными зеркалами.

Уравнение, соответствующее такой задаче, получается заменой экспоненты в (9.28) на  $\sin k_0 \zeta$ ; отыскивая его решение в комплексной форме

$$p' = \frac{1}{2} A(z, t) \exp(i k_0 \zeta) + \text{к. с.}$$

придем к неоднородному параболическому уравнению

$$\frac{\partial A}{\partial t} - i \frac{c_0}{2k_0} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = -i \frac{\beta I_0 c_0^2}{2c_p l} e^{-z/l} f(t). \quad (9.33)$$

Интересно сравнить (9.33) с параболическим уравнением (5.7), использованным при расчетах ПИ. Видно, что уравнения совершенно аналогичны, с той лишь разницей, что теперь роль «продольной координаты» выполняет  $t$ , а «поперечной» —  $z$ . Кроме того, в уравнении (9.33) мы имеем дело с необычным для ПИ «поперечным» распределением

$$\exp(-z/l) \operatorname{sign} z. \quad (9.34)$$

Нечетное продолжение (9.34) на область  $z < 0$  позволяет обеспечить выполнение граничного условия  $A(z=0, t) = 0$  на свободной поверхности воды, которого в задачах расчета ПИ не было.

Ищем решение (9.33) в виде преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} A(z, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(k, t) e^{ikz} dk; \\ e^{-z/l} \operatorname{sign} z &= \frac{1}{i \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k l^2}{k^2 l^2 + 1} e^{ikz} dk. \end{aligned} \quad (9.35)$$

Второй интеграл (9.35) есть преобразование от нечетной функции (9.34). Подставляя (9.35) в (9.33), получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\tilde{A}}{dt} + i \frac{c_0 k^2}{2k_0} \tilde{A} = -\frac{\beta I_0 c_0^2}{2\pi c_p l} \frac{k}{k^2 + 1/l^2} f(t). \quad (9.36)$$

Решение (9.36) с нулевым начальным условием имеет вид

$$\tilde{A} = -\frac{\beta I_0 c_0^2}{2\pi c_p l} \frac{k}{k^2 + 1/l^2} \int_0^t f(t') e^{i \frac{c_0 k^2}{2k_0} (t' - t)} dt'. \quad (9.37)$$

Если световое излучение действовало в течение ограниченного промежутка времени, при больших значениях  $t$  можно заменить

верхний предел интегрирования в (9.37) на бесконечность. Подставляя выражение (9.37) в (9.35), найдем

$$A(z, t) = -\frac{\beta I_0 c_0^2}{2\pi c_p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{kl}{1+(kl)^2} \tilde{f}\left(\frac{c_0 k^2}{2k_0}\right) e^{ikz - i\frac{c_0 k^2}{1+2k_0}} dk. \quad (9.38)$$

Здесь  $\tilde{f}$  — преобразованная по Фурье функция  $f(t)$ , описывающая временную форму светового импульса.

Для получения диаграммы направленности нужно произвести асимптотическое вычисление интеграла (9.38) при больших значениях  $z$  и  $t$ . Пользуясь методом стационарной фазы и определяя точку стационарности  $k = k_0 z/c_0 t$ , придем к исковому решению

$$A = -\frac{\beta I_0 c_0^2}{2\pi c_p} \sqrt{\frac{2\pi k_0}{r}} \exp\left(i \frac{k_0 z^2}{2r} - i \frac{\pi}{4}\right) \left[ \frac{k_0 l \theta}{1 + (k_0 l \theta)^2} \right] \tilde{f}\left(\frac{c_0 k_0 \theta^2}{2}\right), \quad (9.39)$$

где  $\theta = z/r = z/c_0 t$  — угол между поверхностью воды и направлением на точку наблюдения.

Как и в задачах расчета ПИ, выражение для диаграммы направленности, следующее из решения (9.39), состоит из произведения двух множителей. Функцию типа

$$k_0 l \theta / [1 + (k_0 l \theta)^2] \quad (9.40)$$

в теории ПИ мы называли поперечным апертурным множителем, поскольку она определялась распределением амплитуд ВЧ-волн на поверхности преобразователя накачки (см. § 5.2, пример 1). Из формулы (9.40) следует, что в работе ОТАИ этот множитель имеет важное значение, поскольку именно он обеспечивает обращение в ноль амплитуды волны, излучаемой вдоль поверхности (под углом  $\theta = 0$ ). Характерная угловая ширина диаграммы, определяемая этим множителем — величина порядка  $1/k_0 l$ ; она тем меньше, чем больше глубина поглощения света  $l$  по сравнению с пространственным периодом  $2\pi/k_0$  неоднородного распределения интенсивности света на поверхности. Угловая ширина второго множителя  $\tilde{f}$  определяется длительностью светового импульса  $t_0$  и по порядку величины равна  $1/\sqrt{c_0 t_0 k_0}$ . Когда длительность  $t_0$  велика, второй множитель становится определяющим.

В заключение укажем, что большое разнообразие форм ОТАИ и широкий диапазон изменения их параметров не допускают единого метода анализа (как это было в случае ПИ). Детальное изложение известных к настоящему времени результатов выходит за рамки одной главы и требует специального обобщения. Однако сейчас такой обзор представляется преждевременным, так как изучение ОТАИ (как теоретическое, так и экспериментальное) еще не завершено.

## Глава 10

# ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

### § 10.1. Схемы формирования сигналов

**Схемы формирования параметрических излучателей.** Общие принципы конструирования параметрических приборов не отличаются от принципов конструирования «традиционной» гидроакустической аппаратуры. Однако особенности формирования широкополосного направленного НЧ-излучения, а также, приема звука в нелинейных антенных выдвигают специфические требования к схемам построения и параметрам электронных трактов, параметрам пьезокерамики в условиях повышенной удельной мощности преобразователей накачки и их конструкциям. Эти требования зависят также от конкретного назначения прибора.

В нелинейной излучающей антенне (см. рис. 1.1) на первичный электроакустический преобразователь (или на систему преобразователей накачки — первичную антенну) подаются два или несколько мощных электрических ВЧ-сигналов.

Принципы построения электронных схем формирования указанных сигналов разработаны в радиотехнике [19].

Основные требования к схемам формирования накачки нелинейных излучающих антенн можно сформулировать следующим образом:

- минимальные нелинейные искажения;
- повышенная стабильность частоты задающих генераторов (не хуже  $10^{-6}$  Гц);
- равномерность АЧХ в рабочей полосе частот;
- возможность обеспечения достаточной мощности при повышенной временной стабильности;
- обеспечение импульсного и непрерывного режимов работы;
- наличие режекторных фильтров, обеспечивающих подавление на 40—50 дБ НЧ-сигнала, который мог бы образоваться в электронных трактах;
- обеспечение условий согласования электронной схемы с электроакустическими преобразователями.

Накопленный опыт работы с такими антennами [9, 10, 16, 34, 88] показал, что в зависимости от назначения параметрического прибора в электронной схеме формирования могут быть использованы амплитудно-модулированные колебания (АМК), двухполосные сигналы (DSB), биения колебаний двух генераторов,

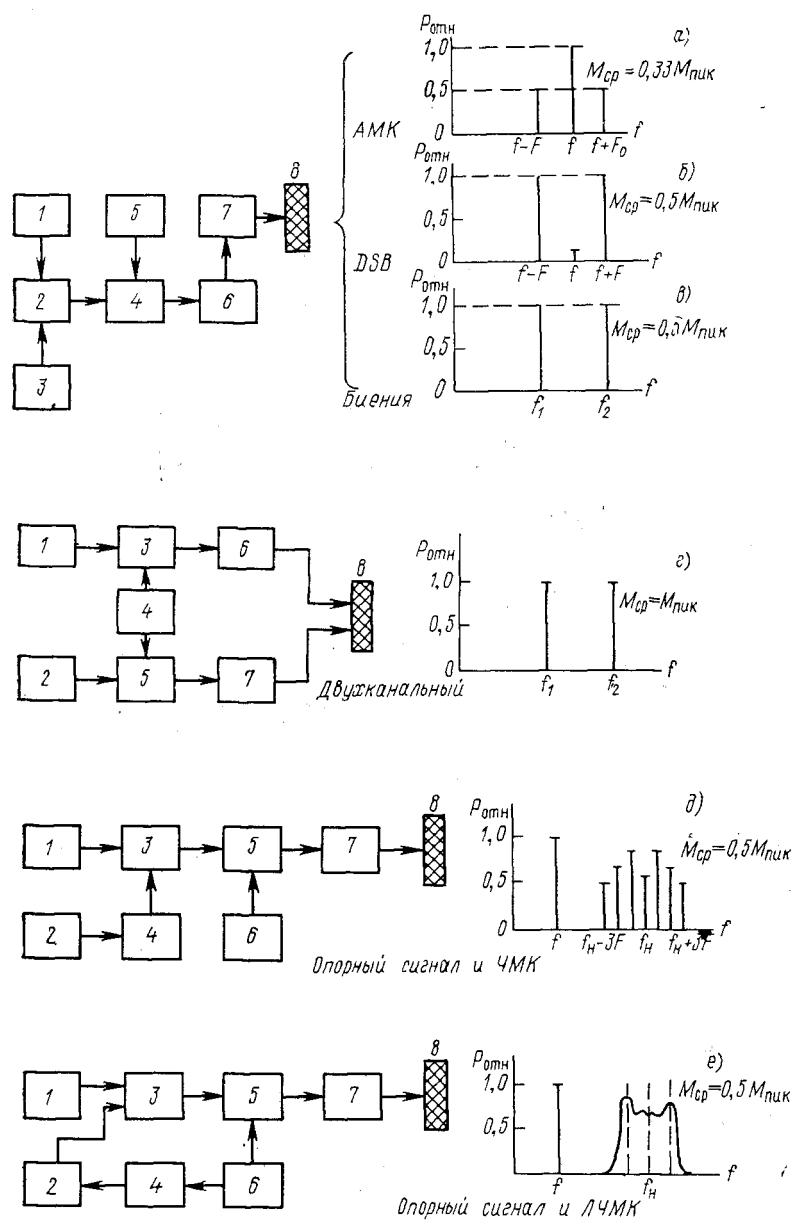


Рис. 10.1. Структурные схемы формирователей сигналов нелинейных параметрических приборов и соответствующие им спектральные диаграммы

двуухканальная система независимых генераторов, а также сигналы в виде суммы монохроматического колебания с широкополосным частотно-модулированным (ЧМ), линейно-частотно-модулированным (ЛЧМ) и т. п. колебаниями. В зарубежных публикациях имеются сведения об использовании двухканального, АМК- и DSB-методов формирования сигналов ПИ [112, 116, 119, 125, 135].

Рассмотрим достоинства и недостатки различных схем формирователей с использованием перечисленных видов модуляции. На рис. 10.1 представлены структурные схемы и соответствующие им спектральные диаграммы с указанием соотношений между средними и пиковыми значениями мощностей электрических сигналов ( $M_{ср}$  и  $M_{пик}$ ).

Формирователь электрического сигнала ПИ с использованием АМК содержит (рис. 10.1, а) генератор 1 высокой частоты  $f$  и генератор 3 частоты  $F$  модуляции, сигналы которых подаются на амплитудный модулятор 2. Сформированные АМ-колебания с амплитудного модулятора 2 поступают на импульсный модулятор 4, работой которого управляет импульсный генератор 5. Импульсы АМ-колебаний усиливаются усилителем 6 с режекторными фильтрами 7, после чего подаются на электроакустический преобразователь 8.

Как известно, АМК имеет вид

$$U = u_m \cos 2\pi f t + \frac{m}{2} u_m \cos 2\pi (f + F) t + \frac{m}{2} u_m \cos 2\pi (f - F) t, \quad (10.1)$$

где  $U$  и  $u_m$  — мгновенное и амплитудное значения напряжения;  $m$  — коэффициент модуляции;  $f$  — несущая частота;  $F$  — частота модуляции.

Выражение (10.1) записано для гармонической однотонной модуляции. Спектральная диаграмма АМК приведена на рис. 10.1, а.

Из выражения (10.1) видно, что максимально возможное значение боковых спектральных составляющих при  $0 \leq m \leq 1$  равно  $u_m/2$ . Амплитуда акустического сигнала разностной частоты, образующегося в результате взаимодействия несущей частоты  $f$  с каждой из боковых частот, при таком методе формирования получается на 3 дБ больше, чем в любом другом методе формирования [88, 119]. В § 11.6 приведены экспериментальные подтверждения этого положения. Рабочая разностная частота  $F$  акустического сигнала совпадает с частотой модуляции, что удобно при ее индикации. Средняя мощность сигнала на разностной частоте  $M_{ср} = 0,33 M_{пик}$ .

Для создания ПИ с использованием АМК полоса пропускания электронного тракта и преобразователя должна быть равна удвоенной частоте модулирующего колебания, что создает определенные трудности. Недостатком схемы формирователя с АМК является также относительно высокий уровень генерации второй акустической НЧ-гармоники  $2F$ , которая образуется в среде при взаимо-

действии двух боковых составляющих. Амплитуда второй гармоники при стопроцентной модуляции ( $m = 1$ ) может всего в  $m/2$  раз отличаться от амплитуды первой гармоники (см. гл. 3). Формирователь электрического сигнала с АМК использован в приборе НАП-3 (см. табл. 2).

Структурная схема формирователя с использованием двухполосных сигналов (DSB) внешне (см. рис. 10.1, б) не отличается от схем с АМК. Вместо амплитудного модулятора применяется кольцевой балансный модулятор 2, с выхода которого снимается DSB-сигнал с подавлением несущей.

Двухполосный сигнал DSB содержит в спектре две гармонические составляющие [19]:

$$U = m u_m \cos 2\pi(f - F)t + m u_m \cos 2\pi(f + F)t. \quad (10.2)$$

Спектрограмма сигнала на выходе балансного модулятора (см. рис. 10.1, б) содержит только две спектральные составляющие. Сигнал несущей частоты  $f$  подавлен. При нелинейном акустическом взаимодействии боковых спектральных составляющих частота разностного сигнала равна удвоенной частоте модулирующего сигнала  $2F$ , что несколько затрудняет индикацию. В параметрической антенне с DSB-формирователем возможно появление акустических сигналов частотой  $F$ , так как на практике подавление несущей частотой  $f$  составляет 40—50 дБ и возможно акустическое взаимодействие этой спектральной составляющей с боковыми.

По сравнению с формирователем АМК полоса пропускания электронного тракта и электроакустического преобразователя накачки при использовании двухполосного сигнала DSB в 2 раза меньше. Средняя мощность сигнала  $M_{cp} = 0,5 M_{nuk}$ . В макете нелинейного параметрического прибора НАП-3 использовали два типа формирователя сигнала с АМК и DSB. В приборе НАИ-8 также использован формирователь с DSB (см. табл. 2).

Структурная схема формирователя с использованием биений двух исходных колебаний содержит (рис. 10.1, в) два ВЧ-генератора 1 и 3, сигналы с которых складываются в линейном сумматоре 2. Остальные узлы структурной схемы аналогичны описанным выше.

Спектр сигнала в виде биений (см. рис. 10.1, в) аналогичен спектру DSB и отличается от последнего полным отсутствием несущей частоты:

$$U = u_{m1} \sin 2\pi f_1 t + u_{m2} \sin 2\pi f_2 t, \quad (10.3)$$

где  $u_{m1}$ ,  $u_{m2}$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  — амплитуды и частоты исходных сигналов. Эти колебания излучаются одним и тем же преобразователем накачки 8. Частота сигналов параметрической антенны в этом случае равна  $F = f_2 - f_1$ . Гармоники более высоких порядков практически полностью отсутствуют, так как каскады схемы формирования работают в линейном режиме. При использовании метода биений исходных частот  $M_{cp} = 0,5 M_{nuk}$ . Использование метода биений

позволяет формировать не только сигналы, состоящие из суммы двух гармонических колебаний, но и более сложные сигналы. В созданных нами нелинейных приборах типов НАИ-5, НАИ-6, НАИ-6М, НАИ-9, ПГЛ-3, ПГЛ-300 (см. табл. 2 и 3) использовалась схема формирователя с биениями.

В двухканальном формирователе (см. рис. 10.1, *в*) ВЧ-колебания с генераторов 1 и 2 поступают на импульсные модуляторы 3 и 5, где они модулируются импульсами с выхода генератора импульсов 4. Сформированные импульсы колебаний исходных частот усиливаются усилителями 6 и 7 и подаются на преобразователь накачки 8.

Использование двухканального метода полностью исключает взаимодействие исходных частот в электронном тракте. Появляется возможность независимой регулировки амплитуды и частоты в каждом канале в отдельности. Двухканальный метод позволяет формировать сложные сигналы (ЧМ и ЛЧМ с опорным сигналом), но возникает трудность в суммировании исходных колебаний на преобразователе накачки. Кроме того, введение дополнительного тракта усложняет электрическую схему. Двухканальный формирователь сигналов использован в схемах параметрических приборов НАИ-7 и НАИ-8М, ЛПГЛ-2 и ПГЛ-2А (см. табл. 2 и 3).

Структурная схема формирователя сигналов, представляющих собой сумму ЧМК и монохроматического сигнала, представлена на рис. 10.1, *д*. ЧМ-сигнал, снимаемый с генератора ЧМ-колебаний 4, который управляемся генератором низкой частоты 2, подается на вход сумматора 3. На другой вход сумматора подается сигнал опорной частоты, снимаемый с генератора высокой частоты 1. Сформированный сложный сигнал, спектрограмма которого приведена справа на рис. 10.1, *д*, поступает на импульсный модулятор 5, управляемый импульсным генератором 6, затем усиливается усилителем 7 и подается на преобразователь накачки 8.

Сигнал в виде суммы ЧМК и монохроматического колебания можно представить в виде

$$U = u_{m1} \cos [2\pi f_n t + M \cos 2\pi F t] + u_{m2} \cos 2\pi ft, \quad (10.4)$$

где  $M = \Delta f_m / F$  — индекс модуляции;  $\Delta f_m$  — девиация частоты;  $F$  — частота модуляции;  $u_{m1}$  и  $u_{m2}$  — амплитуды колебаний соответственно несущей частоты  $f_n$  и опорного сигнала частотой  $f$ . Спектральный состав такого колебания (см. рис. 10.1, *д*) существенно более сложный, чем в предыдущих случаях. Разложение в гармонический ряд дает [19] представление о составе гармоник в сигнале:

$$\begin{aligned} U = & u_{m1} [J_0(M) \sin 2\pi f_n t + J_1(M) \sin 2\pi (f_n + F) t + J_1(M) \sin 2\pi (f_n - \\ & - F) t + J_2(M) \sin 2\pi (f_n + 2F) t + J_2(M) \sin 2\pi (f_n - 2F) t + J_3(M) \times \\ & \times \sin 2\pi (f_n + 3F) t + J_3(M) \sin 2\pi (f_n - 3F) t + \dots] + u_{m2} \sin 2\pi ft, \end{aligned} \quad (10.5)$$

где  $J_n(M)$  — значение функции Бесселя порядка  $n = 1, 2, 3 \dots$

В результате нелинейного акустического взаимодействия между опорным и ЧМ-сигналом в среде возникает также ЧМ-колебание с девиацией частоты и частотой модуляции, как у исходного ЧМ-сигнала, и несущей частотой  $F_n = f_n \pm f$ . Суммарные частоты быстро затухают. Таким образом происходит перенос спектра, ЧМ-сигнала в НЧ-область.

Схема формирователя сигнала, представляющего собой сумму линейно-частотно-модулированного (ЛЧМ) сигнала и опорного монохроматического колебания (см. рис. 10.1, e), в отличие от предыдущих схем формирователей, может работать только в импульсном режиме. Импульсный генератор 6 подает управляющие импульсы на импульсный модулятор 5 и преобразователь прямоугольных импульсов в пилообразные 4. С выхода последнего управляющие пилообразные импульсы поступают в генератор ЧМ-колебаний. Образованные ЛЧМ-сигналы подаются на вход сумматора 3. На второй вход сумматора поступает опорный сигнал с ВЧ-генератора 1. С выхода сумматора сигнал поступает на импульсный модулятор. Далее сигнал усиливается усилителем 7 и подается на преобразователь накачки 8.

Сигнал, представляющий собой сумму ЛЧМ-сигнала и опорного монохроматического колебания, можно представить в виде одиночного импульса [19]:

$$U = u_{m_1} \cos(2\pi f_1 t + \beta t^2/2) + u_{m_2} \cos 2\pi f t, \quad (10.6)$$

где  $-T/2 < t < T/2$ ,  $\beta = 4\pi\Delta f/T$  — скорость изменения частоты в импульсе, длительность которого равна  $T$ ;  $\Delta f$  — девиация частоты.

В результате взаимодействия исходных сигналов накачки (10.6) в среде возникает ЛЧМ-сигнал, девиация частоты которого примерно равна девиация частоты исходного ЛЧМ-сигнала. Укажем, что создание акустического свип-генератора с широким диапазоном изменения частоты стало возможным именно благодаря использованию эффекта нелинейного взаимодействия акустических сигналов при распространении в среде.

Если сравнивать описанные схемы формирования электрических сигналов по энергетике, то при равных пиковых мощностях  $M_{\text{пик}}$ , которые определяются «размахом» электрического напряжения синусоидальной формы на нагрузке и ограничиваются динамическим диапазоном усилительного тракта, значение средней мощности при использовании формирователя АМК самое низкое и составляет  $M_{\text{ср}} = 0,33 M_{\text{пик}}$ , а при двухканальном методе — наибольшее и составляет  $M_{\text{ср}} = M_{\text{пик}}$ . При использовании методов DSB и биений исходных частот  $M_{\text{ср}} = 0,5 M_{\text{пик}}$ .

Остальные достоинства и недостатки различных схем формирователей сигналов ПИ мы уже отметили ранее.

**Разновидности схем формирования и обработки сигналов параметрических приемников.** Параметрические приемники соз-

даются на основе трех способов обработки электрических сигналов: 1) частотной фильтрации; 2) фазового детектирования; 3) корреляционного метода. Схемы приемников, построенные с использованием частотного и фазового методов обработки сигналов, наиболее часто используются при их практической реализации. Эти схемы имеют много общих черт, поэтому рассмотрим их совместно.

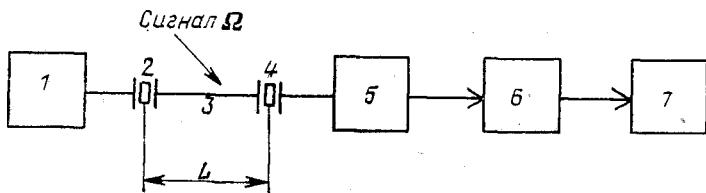


Рис. 10.2. Обобщенная структурная схема нелинейного параметрического акустического приемника с частотной фильтрацией

На рис. 10.2 показана обобщенная структурная схема нелинейного акустического приемника с частотной фильтрацией. Генератор электрических ВЧ-сигналов 1 возбуждает колебания, поступающие на пьезопреобразователь накачки 2, излучающий в среду 3

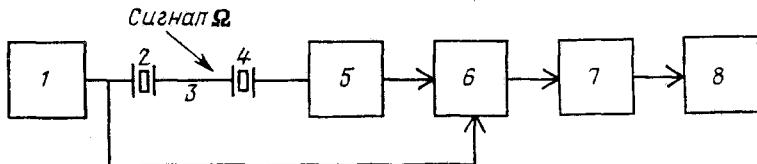


Рис. 10.3. Обобщенная структурная схема нелинейного параметрического акустического приемника с фазовым детектированием

мощную акустическую волну накачки с частотой  $\omega$ . Волна накачки взаимодействует с волной сигнала частотой  $\Omega$  с образованием волн комбинационных частот. Эти волны принимаются приемным преобразователем накачки 4, усиливаются входным усилителем 5 и поступают на узкополосный фильтр 6, настраиваемый обычно на частоту  $\omega \pm \Omega$ . Далее сигнал поступает на регистратор 7. Таким способом в параметрическом акустическом приемнике с использованием метода частотной фильтрации получают полную информацию о характеристиках принимаемого сигнала. По аналогии с радиотехникой операцию переноса спектра принимаемого акустического сигнала иногда называют гетеродинированием [75].

Результат взаимодействия волн накачки и сигнала можно представить вторым способом в виде появления результирующей волны с фазовой модуляцией. Осуществив фазовое детектирование, можно получить интересующие нас сведения о сигнале. На этом принципе

работает схема нелинейного приемника, изображенная на рис. 10.3. Первые пять позиций обозначают то же, что и в схеме, представленной на рис. 10.2. Принятый модулированный по фазе сигнал с усилителя 5 поступает на фазовый детектор 6 и далее после усилителя 7 низкой частоты на регистратор 8.

Основное отличие рассмотренных схем состоит в том, что при фазовом детектировании используется весь спектр взаимодействующих волн. В то же время в методе частотной фильтрации выделяется обычно несколько частотных составляющих из всего богатого спектра взаимодействия волны накачки и сигнала.

Рассмотрим достоинства и недостатки указанных схем параметрических звукоприемников.

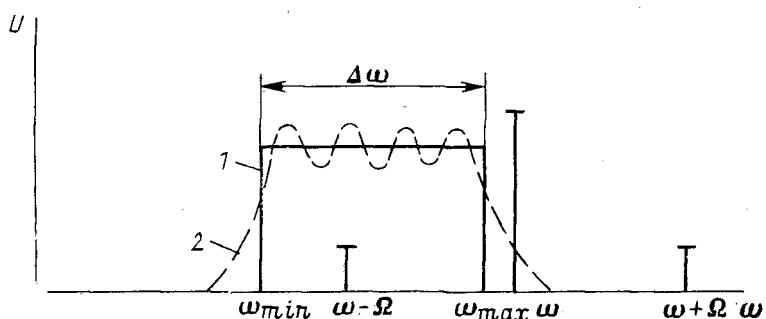


Рис. 10.4. Частотные характеристики идеального (кривая 1) и реального (кривая 2) фильтров параметрического приемника

В приемниках с частотной фильтрацией следовало бы использовать фильтр с идеальной частотной характеристикой, изображенной на рис. 10.4 кривой 1, где  $\Delta\omega$  — ширина спектра принимающего сигнала. В этом случае чувствительность приемника будет постоянной в полосе от  $\omega_{min}$  до  $\omega_{max}$ . Частота накачки будет полностью подавлена. Однако реальные избирательные системы имеют, как правило, неоднородные АЧХ с плавным спаданием фронтов (кривая 2). В итоге чувствительность приемника в полосе  $\Delta\omega$  меняется и приходится принимать меры к ее корректировке. Кроме того, на выходе фильтра неизбежно появляется сигнал накачки  $\omega$ . Амплитуда волны накачки значительно превышает амплитуды волн комбинационных частот ( $\omega \pm n\Omega$ ), поэтому после фильтрации амплитуды напряжений с комбинационными частотами и частотой накачки могут быть соизмеримы друг с другом. Возникает экранирование сигнала, что затрудняет расшифровку спектра. Для определения частоты сигнала  $\Omega$  необходимо рассчитать разность  $[\omega - (\omega - \Omega)]$ . Об амплитуде сигнала судят по величине составляющих частотой ( $\omega \pm \Omega$ ). При измерениях следует поддерживать строго постоянным уровень амплитуды волны накачки и учитывать

вать характеристики затухания волн в среде. В ранних исследованиях [75] использовались схемы с частотной фильтрацией.

Следует упомянуть о возможности построения параметрического приемника по типу схемы, приведенной на рис. 10.2, с заменой узкополосного фильтра на панорамный приемник или спектроанализатор. Такая схема часто используется исследователями процесса нелинейного взаимодействия волн в жидкостях и газах. Подобная схема использована при передаче спектра широкополосных сигналов с помощью ПИ [84] (см. § 12.4).

В параметрических приемниках с фазовым детектированием (см. рис. 10.3) дестабилизирующими факторами являются мгновенные флюктуации фазы волны накачки, а также фазовая нестабильность в радиотехнических трактах приемника. При соответствующей оптимизации параметров приемника (применение кварцевой стабилизации частоты и пр.) эту нестабильность можно свести до значений, не оказывающих существенного влияния на прием сигнала. Важным преимуществом параметрического приемника с фазовым детектированием является то обстоятельство, что при обработке сигнала не приходится оперировать с сигналами малых уровней, как это имеет место в приемниках с частотной фильтрацией. Изменение уровня сигнала в акустическом тракте легко компенсируется системой автоматической регулировки усиления 5 (см. рис. 10.3).

Таким образом, при разработке параметрического приемника с фазовым детектированием исключается ряд трудностей, имеющих место при проектировании приемников с фильтрацией частотных составляющих. Именно поэтому в измерительном нелинейном параметрическом акустическом приемнике НПАП-1 выбрана схема с фазовым детектированием (см. § 12.2).

В параметрическом приемнике звука может быть использован также корреляционный метод [76]. В схеме такого приемника формируется случайный шумовой сигнал, который излучается в среду. В результате нелинейного взаимодействия шумового и принимаемого сигналов получается взаимно модулированный результирующий сигнал. В приемной части электронной схемы приемника находится функция корреляции между принятым взаимно модулированным результирующим сигналом и задержанным случайнym шумовым сигналом, благодаря чему определяются основные характеристики принимаемого сигнала.

## § 10.2. Конструктивные особенности элементов параметрических антенн

Конструкция нелинейных гидроакустических приборов, в особенности конструкция их «акустических элементов» — преобразователей накачки параметрических антенн — определяется назначением и условиями эксплуатации соответствующей аппаратуры.

Эти приборы по конструктивным особенностям (массогабаритным характеристикам, мощностям, типу электроакустических преобразователей накачки, электронным схемам формирования сигналов и т. д.) можно условно разделить на два в значительной степени отличающихся типа: высокочастотные ВЧ и низкочастотные НЧ.

Параметрические ВЧ-приборы используются в основном в качестве широкополосных измерительных излучателей в бассейновых условиях, для исследования частотных характеристик отраженных сигналов, а также для передачи на ограниченные расстояния широкополосной информации по гидроакустическому каналу и диаг-

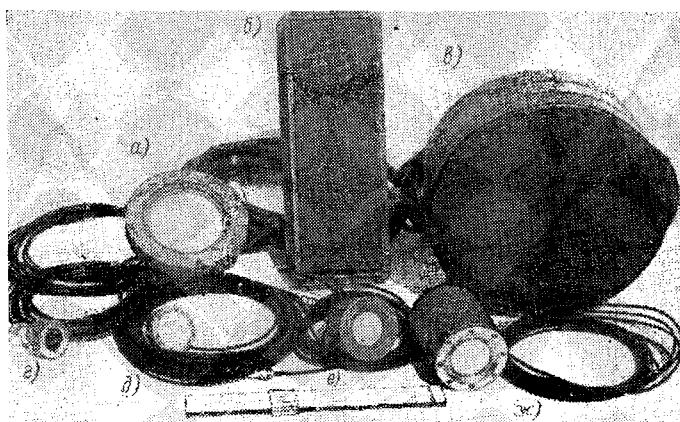


Рис. 10.5. Внешний вид низкочастотных (а—е) и высокочастотных (г—ж) преобразователей накачки ПИ

ностики в медицине [116]. В этих приборах используются частоты накачки порядка 1 МГц при незначительных электрических мощностях (порядка  $10^2$  Вт).

В отличие от ВЧ в параметрических НЧ-приборах частоты накачки могут быть на 1—2 порядка ниже. НЧ-приборы используются в основном для целей активной локации в прецизионных эхолотах, рыбо- и гидролокаторах, в параметрических приборах акустического каротажа и др.

В данном параграфе рассматриваются конструктивные особенности первичных преобразователей накачки нелинейных гидроакустических антенн. Внешний вид некоторых преобразователей различного назначения показан на рис. 10.5 и 10.6.

Основным элементом преобразователей накачки высокочастотных ПИ является плоская или слабовыпуклая пьезокерамическая пластина (с накладкой или без нее, сплошная, мозаичная либо секционированная), колеблющаяся обычно по толщине в режиме одностороннего излучения. Этот режим, как известно, позволяет существенно увеличить мощность излучения в среду.

В простейшем случае конструкция преобразователя накачки высокочастотного ПИ состоит из пьезокерамической пластины (плоской, слабовыпуклой или слабовогнутой), приклеенной к держателю. Держатель вставлен в корпус. Конструкция герметизируется с помощью завинчивающейся крышки и прокладок. К обкладкам пьезокерамической пластины припаяны выводы кабеля. Ввод кабеля в корпус герметизируется с помощью системы прокладок и гайки.

Подобные конструкции (см. рис. 10.5, *г*, *д*, *е*) использованы в нескольких начальных разработках параметрических приборов типов НАИ и НПАП, работающих в качестве широкополосных измерительных излучателей и приемников в гидроакустических бассейнах на небольших глубинах (см. гл. 12).

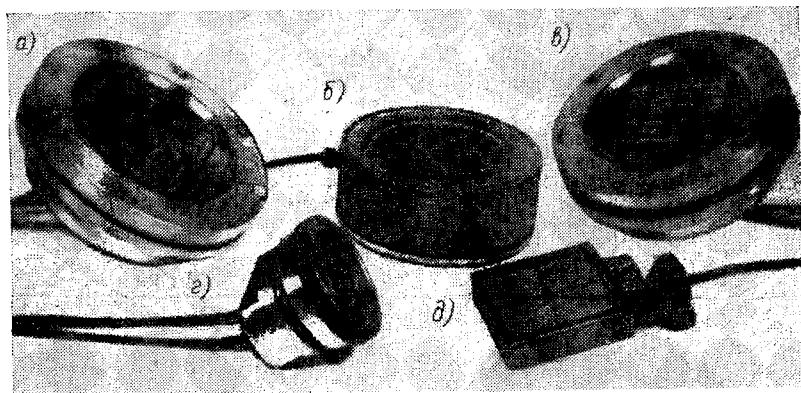


Рис. 10.6. Внешний вид мозаичных и секционированных преобразователей накачки параметрических антенн

В условиях повышенных гидростатических давлений пьезопластина может разрушиться из-за прогиба (предел прочности пьезокерамики на разрыв порядка  $5 \cdot 10^7$  Па [85]).

Разрушение пластины не произойдет, если удастся обеспечить выравнивание давлений на пьезопластину с обеих сторон. Для этой цели можно применять любую схему компенсации гидростатического давления. Например, в приборах НАИ-6 и НАИ-6М применяна конструкция преобразователя накачки с воздушной компенсацией гидростатического давления. Внешний вид такого преобразователя показан на рис. 10.5, *ж*. Воздушная полоса корпуса соединяется через систему уплотнений, штуцер и трубку с ресивером, где поддерживается необходимое давление. В параметрическом приборе НАИ-6М (см. табл. 2) для компенсации гидростатического давления использован резиновый резервуар, объем которого меняется под действием давления. Для того чтобы компенсацию можно было проводить в широком диапазоне давлений, начальный объем

резервуара должен быть во много раз больше внутреннего объема преобразователя.

Если гидростатическое давление меняется в ограниченных пределах [до  $(30-40) \cdot 10^5$  Па], в конструкции преобразователей накачки высокочастотных ПИ можно применять четвертьволновые пьезопластины с пассивными накладками из прочного материала. Внешний вид такого преобразователя показан на рис. 10.5, а. Как показали проведенные эксперименты, такой ВЧ-преобразователь можно использовать при гидростатических давлениях до  $15 \cdot 10^5$  Па.

Прочность конструкции возрастает, если увеличить толщину пассивной накладки, оставив общий размер вибратора равным полуволновому на резонансной частоте. Экспериментальные исследования такого преобразователя показали, что он выдерживает гидростатическое давление до  $40 \cdot 10^5$  Па. В некоторых мозаичных конструкциях преобразователей накачки пьезокерамические элементы приклеивали на толстый слой резины.

При расчете прочности подобных конструкций необходимо оценить разламывающие усилия эквивалентной круглой мембраны, закрепленной по краям, для заданных гидростатических давлений и сравнить результат с пределом прочности пьезокерамики.

Для увеличения прочности конструкции преобразователей накачки высокочастотного ПИ (до давлений более  $40 \cdot 10^5$  Па) мы заменили сплошную пьезокерамическую пластину системой ограниченных сегментов, приклешенных на титановую накладку таким образом, чтобы в месте максимального прогиба (в центре конструкции) оставалось свободное от пьезокерамики пространство. Такая конструкция преобразователя применена в параметрических приборах НАИ-8 и НАИ-8М.

При использовании двухканальной схемы формирования каждого из сигналов должен излучаться отдельной системой преобразователей (или отдельным преобразователем) накачки. Отдельные элементы мозаичного или секционированного преобразователя должны располагаться таким образом, чтобы обеспечить эффективное взаимодействие акустических волн. С учетом этих обстоятельств должна создаваться общая конструкция исходного преобразователя накачки.

Для формирования заданной диаграммы направленности (чаще всего симметричной формы) активные элементы преобразователя накачки должны располагаться в определенном порядке по поверхности преобразователя. Общая герметичная конструкция корпуса такого преобразователя накачки должна соответствовать требованиям к подобным конструкциям антennы, используемым в гидроакустике. Например, в качестве исходного преобразователя накачки НАИ-7 выбрана типовая многоэлементная антенна конструкция от серийной рыбоисковой станции (см. рис. 10.5, б).

Основной составной частью конструкции являются трехэлементные грибовидные электроакустические преобразователи из пьезокерамики ТБК-3. Частоту накачки  $f = 136$  кГц излучает

преобразователь, выполненный из пьезокерамического диска с пассивной накладкой и кольцом по узловой линии.

На частоте накачки  $f = 136$  кГц механическая добротность преобразователя  $Q_M \simeq 20 \div 22$ , а коэффициент электромеханической связи при работе на воздухе  $k_t = 0,1 \div 0,12$ .

Вся конструкция собрана в виде поршня из 19 отдельных описанных выше элементов, смонтированных на общей диафрагме с минимальными зазорами в шахматном порядке. Отдельные элементы — преобразователи — излучают одной стороной через резиновую диафрагму. Вся конструкция помещена в противоударный герметичный корпус (см. рис. 10.5, в). Питающий кабель введен через сальниковое устройство. Конструкция предназначена для работы на малых глубинах (до 10 м). Для больших глубин необходимо поставить внешнюю звукопрозрачную жесткую диафрагму через масляный согласующий слой для упрочнения излучающей стороны накладки.

В табл. 1 приведены основные электроакустические параметры многоэлементного преобразователя накачки прибора НАИ-7: электрическая емкость  $c_{эл}$ , резонансная частота  $f$ , активное сопротивление на резонансе  $R_W$ , чувствительность в режиме излучения  $\gamma_i$  и режиме приема  $\gamma_p$ , угол раскрытия  $2\theta_{0,7}$  главного максимума диаграммы направленности на уровне 0,7 и электроакустический коэффициент полезного действия  $\eta_{эд}$ .

Таблица 1

Основные электроакустические параметры многоэлементного преобразователя накачки

Количество элементов	Параметры						
	$c_{эл}$ , нФ	$f$ , кГц	$R_W$ , Ом	$\gamma_i$ , Па м/В	$\gamma_p$ , мкВ/Па	$2\theta_{0,7}$ , град	$\eta_{эд}$ , %
7	$12 \pm 2,5$	$136 \pm 3$	$55 \pm 20$	800	400	$4 \pm 1$	$50 \pm 5$
19	$32 \pm 6,5$	$136 \pm 3$	$16 \pm 6$	2000	400	$2,5 \pm 0,5$	$56 \pm 5$

Конструкция многоэлементного преобразователя накачки, подобная описанной выше, может быть использована до частот накачки не выше 300 кГц. На более высоких частотах размеры отдельных элементов становятся слишком малыми; технология их изготовления и сборки существенно усложняется. Поэтому в нелинейных параметрических приборах с частотами накачки выше 300 кГц для двухчастотного исходного преобразователя можно рекомендовать расположение по кругу сегментных плоских пьезопластин с накладками либо мозаичные конструкции. Каждый из элементов работает на одной из исходных частот. Для симметричности диаграммы направленности количество элементов необходимо брать наибольшим из возможных.

На рис. 10.6, *a*, *b* показан внешний вид 28-элементных мозаичных преобразователей накачки для рыболовки (см. § 12.7). Габаритные размеры преобразователей  $75 \times 75$  мм. Мозаика набрана из прямоугольных пьезокерамических элементов в четыре ряда по семь элементов в каждом, размерами  $10 \times 20$  мм, приклейенных на накладку из резины с минимальными зазорами между элементами. На соседние элементы подавалось напряжение с частотами  $f_1$  и  $f_2$ . Конструкции покрывали слоями защитного лака (см. рис. 10.6, *c*, *d*) или герметика (см. рис. 10.6, *a*, *b*).

Сканирование луча нелинейной параметрической антенны может осуществляться механическим и электрическим способом, как это делается в обычных гидроакустических антенах. Но в отличие от традиционных антенн в конструкции многоэлементного преобразователя накачки параметрической антенны необходимо предусмотреть возможность одновременного сканирования лучей обеих исходных волн накачки.

### § 10.3. Влияние нелинейности активных материалов на характеристики параметрических антенн

При решении вопросов обеспечения стабильности параметров, надежности и долговечности проектируемых параметрических приборов различного назначения особое внимание следует уделять правильному выбору активных материалов первичных преобразователей волн накачки. Уровень излучения на рабочей (разностной) частоте параметрической антенны обычно пропорционален произведению амплитуд волн накачки (см. гл. 6). Поэтому при конструировании ВЧ-излучателей для параметрических антенн следует повышать эффективность преобразования электрической энергии в энергию интенсивных высокостабильных ультразвуковых пучков.

Существующие промышленные составы пьезокерамики (ЦТБС-3, ЦТСНВ-1 и др.) обладают высокой пьезоактивностью, достаточно хорошими механическими и электрическими свойствами, дешевы по сравнению с пьезокристаллическими материалами, легко поляризуются в нужном направлении, позволяют изготавливать из них преобразователи волн накачки сложной формы для работы в диапазонах от десятков килогерц до нескольких мегагерц.

Специфические условия, вытекающие из необходимости получения высокointенсивных волн накачки ПИ, требуют анализа поведения свойств пьезокерамики в условиях повышенных механических и электрических нагрузок (динамических и статических). Этот вопрос особенно важен для обеспечения необходимых режимов работы нелинейных параметрических приборов в измерительных схемах и системах активной гидролокации. В параметрических излучателях типа НАИ для измерительных целей и активной гидроло-

кации (см. гл. 12) напряженность электрического поля превосходит величину  $2,5 \cdot 10^4$  В/м, а удельная акустическая мощность на первичном преобразователе достигает  $5 \cdot 10^4$  Вт/м<sup>2</sup> и выше. При таких уровнях возбуждения на частотах накачки  $10^5$ — $10^6$  Гц амплитуда относительной деформации составляет  $5 \cdot 10^{-5}$ — $5 \cdot 10^{-4}$ , что соответствует механическим динамическим напряжениям порядка 10<sup>6</sup> Па. В этих режимах соотношения между компонентами механического поля и деформации, электрического поля и индукции, а также деформации и электрического поля становятся существенно нелинейными.

Из-за нелинейной зависимости деформации от электрического поля возможно появление искажений спектра акустического сигнала, смещение резонансных частот и, что особенно важно, искажение АЧХ [13], которое может повлиять на широкополосность параметрической антенны.

При значительных уровнях возбуждения меняются пьезоэлектрические и диэлектрические характеристики пьезокерамических материалов, а также времена релаксации в процессах старения.

При выборе материала для излучателя надо учитывать технические условия на эксплуатацию (например, условия глубоководного погружения или бассейновые условия, температурные режимы и т. д.), а также особенности, связанные с назначением и спецификой нелинейных антенн (требования к стабильности измерительных ПИ, повышенные мощности параметрических гидролокаторов и т. д.).

Основные требования к пьезокерамике для преобразователей накачки ПИ можно сформулировать следующим образом:

1) материал должен обладать возможно большей пьезоактивностью, так как уменьшение массогабаритных характеристик создает определенные трудности в передаче большой электрической мощности через пьезопреобразователь;

2) механические и диэлектрические потери должны быть минимальными, так как они вызывают разогрев пьезоэлемента и приводят к уменьшению механоакустического и электромеханического КПД;

3) пьезоматериал должен иметь хорошую стабильность свойств во времени и при воздействии сигналов большой амплитуды и мощности.

Анализ параметров промышленных составов пьезокерамики, приведенных в работе [85], показывает, что выбор необходимого материала представляет значительные трудности. Так, один материал обладает хорошей пьезоактивностью (керамика ЦТС-19) и одновременно большими потерями.

Критерием выбора пьезоматериала для преобразователей накачки должна быть совокупность параметров, обеспечивающая максимальную акустическую мощность (при заданной напряженности электрического поля) и эффективность электромеханического преобразования [88].

Как уже было отмечено, режимы работы пьезокерамических материалов в преобразователях накачки ПИ достаточно тяжелые, нелинейные. Оценить поведение пьезокерамических материалов в условиях работы ПИ можно, опираясь на результаты исследований свойств пьезокерамических материалов при высоких электрических и механических (статических и динамических) нагрузках [13]. Исследования показали, что использование пьезокерамики ЦТБС-З в качестве активного материала преобразователей нелинейных антенн позволяет обеспечить требуемую акустическую мощность без заметных искажений. АЧХ-преобразователя при типичных для ПИ значениях деформации порядка  $10^{-5}$  остаются неискаженными. Диэлектрические и пьезоэлектрические параметры пьезокерамики (модули, скорость звука, добротность и др.) из-за нелинейных свойств пьезокерамики меняются незначительно (не более 5–10%). Хорошие пьезокерамические, диэлектрические и механические свойства материала позволяют изготовить преобразователь накачки с высоким коэффициентом полезного действия, который не требует специальных мер для уменьшения нагрева (из-за роста потерь). Для этого достаточно пьезоэлемент погружать в воду или другую хорошо проводящую тепло среду.

При значительных проявлениях нелинейных свойств пьезокерамики разностный сигнал может образовываться непосредственно в преобразователе накачки (за исключением ПИ с двухканальными схемами формирования сигнала). В этом случае виду малых волновых размеров преобразователя накачки на частоте  $F$  в характеристике направленности ПИ появится значительный «ореол» и может существенно исказиться форма характеристики направленности (см. рис. 11.2).

Одним из свидетельств того, что в номинальных режимах работы ПИ нелинейные свойства пьезокерамики не оказывают существенного влияния на характеристики ПИ, является малый уровень бокового излучения (см. § 11.4).

Временная нестабильность свойств пьезокерамики для ПИ значительно уменьшается подбором наиболее качественных пьезоэлементов с предварительным их старением. Полезно также применять методы искусственной стабилизации свойств: поляризацию под давлением, «закалку» и т. д. Особенно хорошие результаты дает предварительная тренировка пьезоэлементов в сильных динамических полях. Следует отметить, что у хорошо состаренной или стабилизированной пьезокерамики значительно уменьшаются и нелинейные явления.

Для уменьшения влияния статических напряжений (в глубоководных параметрических антенах) на свойства пьезокерамики необходимо принимать конструктивные меры. Хотя одноосные напряжения порядка  $(3\text{--}8) \cdot 10^6 \text{ Па}/\text{м}^2$  не могут оказать существенного влияния на свойства пьезокерамического элемента, все же лучше использовать конструкции с компенсацией гидростатического давления.

В мощных преобразователях накачки параметрических антенн целесообразно использовать продольную моду колебаний. В этом режиме работы мощные преобразователи обладают существенными преимуществами по сравнению с излучателями, использующими поперечные моды: более широкой полосой частот, большим КПД при заданной мощности и более высокой излучаемой мощностью при допустимых потерях. При использовании продольной моды допустимы и более высокие значения постоянных сжимающих напряжений.

## Глава 11

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИСПЫТАНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АНТЕНН

## § 11.1. Особенности гидроакустических измерений характеристик нелинейных антенн

В настоящее время гидроакустические измерения характеристик параметрических приборов производится в основном в соответствии с методикой испытаний обычной акустической аппаратуры [44].

В данном параграфе рассмотрены особенности, связанные со спецификой измерений при нелинейном взаимодействии акустических сигналов. Наиболее ярко они проявляются при проведении измерений непосредственно в области взаимодействия (см. рис. 1.1), где плотности энергии в пучках накачки особенно велики, а амплитуда звукового давления на разностной частоте на несколько порядков меньше амплитуды накачки. В этих условиях к акустическому приемному измерительному тракту предъявляются требования:

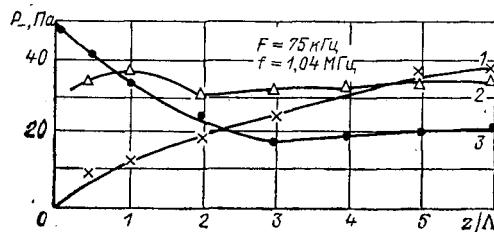
- а) малого собственного коэффициента нелинейных искажений (менее 1%);
- б) повышенной линейности характеристик для предотвращения образования комбинационных частот в приемном тракте;
- в) значительного динамического диапазона (порядка 80 дБ);
- г) наличия полосовых фильтров, обеспечивающих подавление исходных сигналов волн накачки на 40—50 дБ.

При измерении амплитудно-частотных, фазовых и пространственных характеристик полей акустического тракта сверхширокополосных параметрических приборов во время контрольных про-

верок (и особенно во время испытаний) важно убедиться, что измеряемый сигнал разностной частоты возник в результате нелинейного взаимодействия волн накачки, а не является следствием нелинейности активных пьезопреобразователей или приемного гидрофона. Разностный сигнал может образовываться и за счет эффекта «псевдозвука» — давления, созданного модулированным акустическим течением около поверхности гидрофона [25, 26]. Напомним, что наличие режекторных фильтров в электронных трактах формирования сигналов (см. § 10.1) подавляет на 40—50 дБ разностный сигнал, который мог бы образовываться в электронных трактах и попасть на преобразователь накачки.

О наличии паразитного излучения сигналов разностной частоты можно судить по характерным искажениям осевого (рис. 11.1) и про-

Рис. 11.1. Экспериментальные характеристики неискаженного (кривая 1) осевого распределения амплитуды ВРЧ и осевое распределение ВРЧ (кривые 2 и 3) при паразитном излучении



странственного (рис. 11.2) распределения амплитуды звукового давления разностной частоты. На рис. 11.1 приведены экспериментальные графики неискаженного (кривая 1) распределения амплитуды ВРЧ  $P$  — вблизи преобразователя (подробнее см. § 11.3) и осевых распределений (кривые 2, 3) при паразитном излучении. Графики, приведенные на рис. 11.1, сняты для ПИ с центральной частотой накачки  $f = 1,04$  МГц и разностной частотой  $F = 75$  кГц. При наличии паразитного излучения ВРЧ наблюдаются осцилляции (кривая 2), характерные для ближней зоны обычного «линейного» преобразователя (см. рис. 4.4) либо монотонный спад (кривая 3) амплитуды ВРЧ от поверхности преобразователя накачки.

Паразитное прямое излучение в ряде случаев существенно искажает пространственное распределение амплитуды ВРЧ. На рис. 11.2 представлены типичные записи с самописца неискаженной (кривая 1) диаграммы направленности ПИ и диаграммы направленности (кривая 2) при наличии паразитного излучения ВРЧ. Как и следовало ожидать, оно искажает и расширяет характеристику направленности, так как волновые размеры преобразователя соизмеримы или меньше длины ВРЧ. При обнаружении подобных явлений надо принять меры к устраниению первопричины искажений.

С помощью акустического фильтра нетрудно проверить, является ли регистрируемый сигнал результатом нелинейного взаимодействия, а не эффектом «псевдозвука» или следствием нелинейности гидрофона. Для проверки выполняются замеры амплитуды ВРЧ

при двух положениях специального акустического фильтра, обеспечивающего подавление только волн накачки (на 30—40 дБ).

Вначале фильтр помещается около измерительных гидрофонов, расположенных в дальнем поле. При этом амплитуда накачки уменьшается на 30—40 дБ, а подавление ВРЧ не превышает 3 дБ. При отсутствии «псевдозвука» и нелинейности приемника амплитуда ВРЧ практически не меняется. Если поместить фильтр вблизи преобразователя, то длина зоны взаимодействия резко уменьшается, а уровень звукового давления ВРЧ падает (на 30—40 дБ) до уровня собственных шумов измерительного тракта.

Следует сказать о погрешностях измерений параметров ПИ. Обычно точность измерений звукового давления для специализированных гидроакустических бассейнов имеет порядок  $\pm 1$  дБ, а в морских условиях  $\pm 2$  дБ, что соответствует изменениям давле-

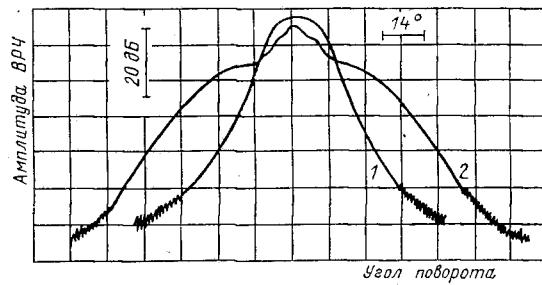


Рис. 11.2. Диаграммы направленности ПИ:  
1 — неискаженная; 2 — диаграмма направленности при наличии прямого паразитного излучения ВРЧ с преобразователя накачки

ния на 12 и 25% [44]. Эти величины можно считать систематической погрешностью. Если измерять ВРЧ по параметрам исходных волн накачки, то даже в условиях бассейнов систематическая погрешность будет в районе 25%. Поэтому характеристики ПИ следует измерять по разностным частотам. Точность ухудшается еще по той причине, что из-за значительного отличия частот ВРЧ и волн накачки приходится использовать гидрофоны, калибранные в разных частотных диапазонах.

### § 11.2. Испытательный стенд параметрических приборов

Экспериментальные исследования акустического тракта и испытания параметрических приборов, характеристики которых приведены в следующих параграфах, проводились в измерительных гидроакустических бассейнах, в натурных условиях испытательной станции, обеспечивающей условия «свободного» поля, а также в акваториях Азовского, Черного, Карского и Балтийского морей. Измерения проводились в непрерывном и импульсном режимах в широком диапазоне частот первичных (от 20 до 5000 кГц) и вторичных (от 0,1 до 500 кГц) волн с исполь-

зованием излучателей с апертурой от 15 до 300 мм. Максимальные уровни звукового давления, приведенного к расстоянию 1 м, по волнам накачки достигали  $2 \cdot 10^6$  Па, по ВРЧ —  $2 \cdot 10^4$  Па. Параметрические приемные антенны и их отдельные элементы испытывали в диапазоне 0,01—100 кГц. В измерительных стендах и разработанных параметрических приборах использовали различные схемы

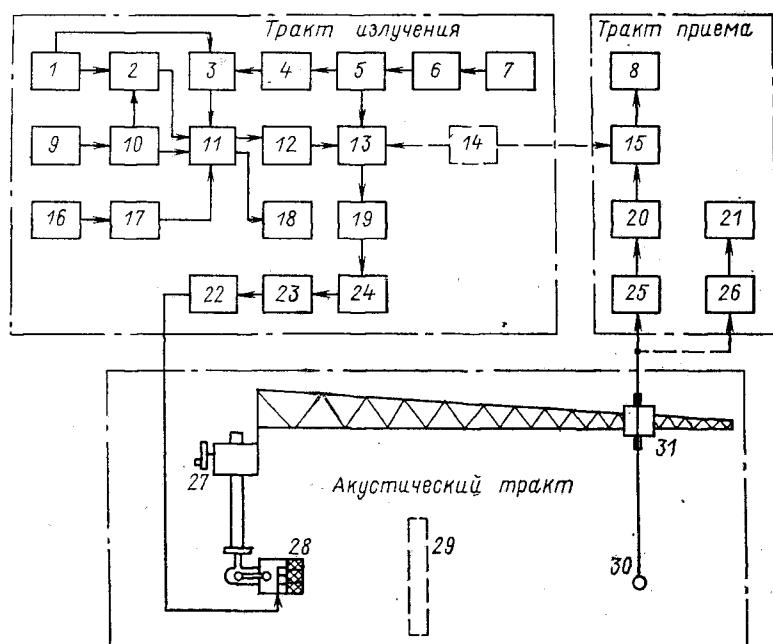


Рис. 11.3. Структурная схема испытательного стенда параметрических антенн и приборов

формирования электрических сигналов, подаваемых на преобразователи накачки (см. § 10.1). В качестве приемных гидрофонов использовались промышленные и специально изготовленные миниатюрные пьезокерамические звукоприемники в виде цилиндриков размером  $0,8 \times 0,8$  и  $2,0 \times 2,0$  мм. Столь малые размеры понадобились при измерениях характеристик «высокочастотных» параметрических антенн, чтобы соблюсти условие малости диаметра гидрофона по сравнению с длиной волны. При измерениях характеристик «низкочастотных» антенн использовались гидрофоны диаметром 45 мм.

Обобщенная структурная схема испытательного стенда приведена на рис. 11.3. Схема включает в себя тракт излучения, акустический тракт параметрического прибора и тракт приема и обра-

ботки сигналов. Эта схема используется для бассейновых и натуральных исследований ПИ.

Тракт излучения состоит из универсального формирователя сигналов, канала усиления и фильтрации. Формирователь позволяет получить АМК, DSB, ЛЧМК, ЧМК с гармонической модуляцией, а также колебания в виде биений двух частот. С небольшими перестройками схема позволяет реализовать двухканальный метод формирования сигнала ПИ.

Колебания в виде биений формируются с помощью двух перестраиваемых генераторов 16 и 9, сигналы с которых через истоковые повторители 17 и 10 поступают на входы сумматора 11. Контроль значения разностной частоты осуществляется схемой контроля 18, состоящей из детектора, фильтра низких частот, эмиттерного повторителя и электронно-счетного частотометра.

Формирование сигнала DSB осуществляется с помощью универсального амплитудного модулятора 2, на вход которого поступает сигнал ВЧ от внутреннего генератора 9 и сигнал НЧ от генератора 1. Сигнал с модулятора 2 подается на вход сумматора 11.

Формирование АМК осуществляется универсальным модулятором 2 путем добавления к двухполосному сигналу сигнала несущей частоты.

Формирование ЧМК осуществляется с помощью генератора, на вход которого поступает напряжение с генератора низкой частоты 1. С выхода генератора ЧМК сигнал подается на вход сумматора 11.

Формирование ЛЧМК осуществляется только в импульсном режиме. Модуляция частоты генератора ЧМК 3 производится пилообразным импульсным напряжением, снимаемым с генератора пилообразных импульсов 4. Причем длительность импульса равна времени посылки. Сигнал с генератора ЧМК подается на вход сумматора 11.

С выхода 11 сформированный сигнал через эмиттерный повторитель 12 поступает на импульсный модулятор 13, который выполнен по схеме электронного ключа и управляемся импульсным генератором. Последний состоит из мультивибратора 7, работающего в автоколебательном режиме, ждущего мультивибратора 6 и импульсного усилителя 5.

С выхода электронного ключа 13 радиоимпульсы подаются на согласующий усилитель 19 и далее — на предварительный усилитель 24, предоконечный усилитель 23 и оконечный усилитель мощности с фильтрами 22, с которого сигнал поступает на электроакустические преобразователи накачки 28.

Непрерывный режим работы осуществляется отключением питания импульсного генератора.

При испытаниях приборов в качестве тракта излучения в схеме рис. 11.3 используются блоки и преобразователи накачки соответствующего параметрического прибора.

Акустический тракт включает в себя преобразователи накачки 28, закрепленные на поворотно-выдвижном устройстве 27, область

взаимодействия первичных волн и приемный гидрофон (или систему гидрофонов) 30. Приемный гидрофон перемещается с помощью координатного устройства 31. В некоторых экспериментах область взаимодействия ПИ ограничивается с помощью акустического фильтра 29.

Тракт приема и обработки сигналов состоит из согласующего усилителя 25 и фильтра низких частот 20, стробируемого усили-

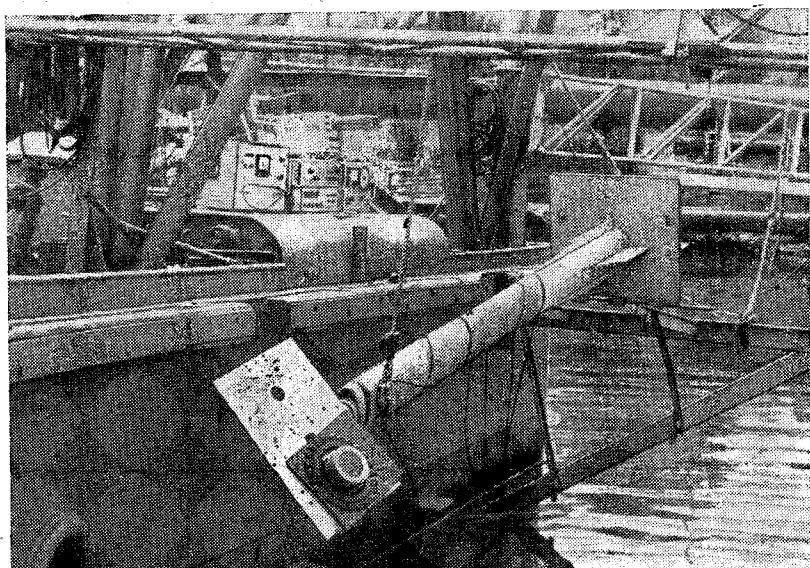


Рис. 11.4. Поворотно-выдвижное устройство с приемно-излучающей системой ПГЛ-300 на натурной испытательной базе

теля 15 и блока 8 контроля, регистрации и обработки принимаемых сигналов. Во время испытаний одновременно с регистрацией сигналов ВРЧ часто проводится анализ волн накачки. Для этого сигналы частотой  $f_{1,2}$  через коммутатор и избирательный высокочастотный усилитель 26 поступают в блок обработки 21.

При исследованиях нередко работу всей схемы синхронизировали с помощью импульсного генератора 14.

В некоторых натурных и морских испытаниях (см. § 12.6 и 12.7) в качестве тракта приема и обработки сигналов использовался приемный тракт и индикаторы рыбопоисковых гидроакустических станций «Сарган» и SRM 872А.

Схемы установок для исследования характеристик параметрических излучателей и приемников, опубликованные в работах

[112, 125, 135, 151 и др.], имеют сходные элементы со схемой рис. 11.3. Отличие состоит в использовании универсального формирователя сигналов.

Заметную часть экспериментов и испытаний параметрических приборов проводили на натурной базе. База представляет собой плоскодонную баржу длиной 47 м, шириной 9 м и осадкой 1 м. Внешний вид одного из поворотно-выдвижных устройств с закреп-

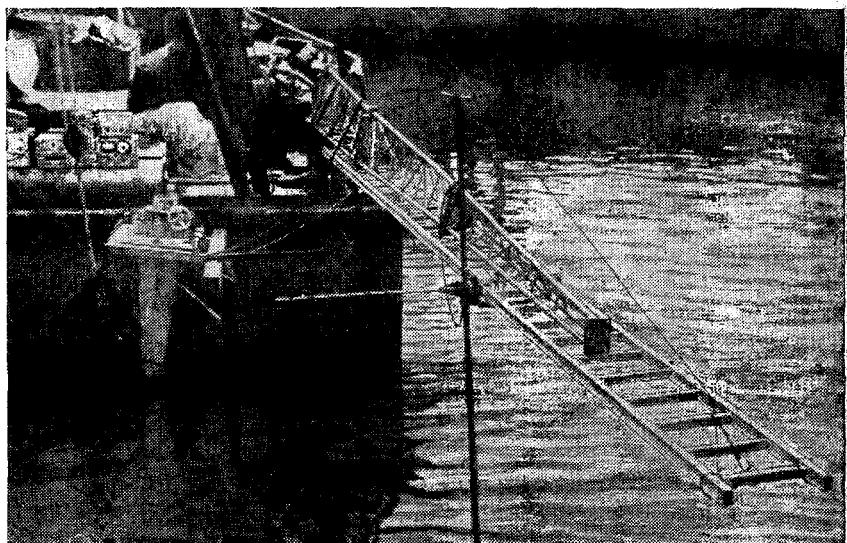


Рис. 11.5. Передвижная каретка для снятия осевых распределений звукового давления ПИ

ленной на нем приемно-излучающей системой ПГЛ-300 (см. § 12.7) показан на рис. 11.4. База оснащена также выносными вращающимися титановыми фермами длиной 10 м для закрепления гидрофонов и антенны, а также передвижной кареткой (рис. 11.5) для снятия осевых распределений амплитуд ВРЧ.

При узких диаграммах направленности на натурной испытательной базе можно проводить измерения характеристик ПИ и НПАП, а также испытания параметрических приборов активной локации на расстояниях до 100 м в условиях мелкого моря. Испытания на больших дистанциях проводились в акваториях Азовского, Черного, Карского и Балтийского морей (см. § 12.6 и 12.7) с использованием описанного выше испытательного стенда на специализированных измерительных судах.

### **§ 11.3. Распределение первичного и вторичного полей на оси параметрической антенны**

Излучение разностной частоты в ПИ формируется в области взаимодействия (см. рис. 1.1) первичных волн накачки. Поэтому осевое распределение первичного и вторичного полей важно знать не только как одну из характеристик ПИ, но и для понимания закономерностей формирования ВРЧ, энергетической связи первичного и вторичного излучений и т. п.

В обзоре Хобека [125] прямо указано на отсутствие общей аналитической модели расчета распределения поля используемых на практике ПИ. Там же на базе анализа работ [137 и др.] показано, что для дальнего поля ПИ модель Вестервельта [172, 173] дает удовлетворительные результаты лишь в отдельных случаях. Для получения более общих результатов, пригодных для сравнения с экспериментом, Меллен рассчитал систему поправочных множителей (в виде графиков) к формуле (2.38). Предпринимались и другие попытки усовершенствования модели Вестервельта [120, 155 и др.].

Наиболее общие результаты расчета акустического тракта ПИ, в том числе для ближнего и дальнего полей, могут быть получены с использованием описанной в гл. 4—6 теоретической модели ПИ, включающей в себя в качестве частных, предельных случаев известные ранее расчетные модели ПИ.

В данном параграфе приводятся и анализируются на базе развитой теории типовые осевые распределения полей измерительных нелинейных излучателей типов НАИ-5, НАИ-6, НАИ-6М и др. для бассейновых условий (высокочастотные ПИ) и параметрического излучателя для целей рыболокации типа НАИ-7 (низкочастотный ПИ).

На рис. 11.6 показано экспериментально снятое распределение уровней звукового давления исходных (кривые 1, 2) и разностной (кривая 3) частот на оси излучателя. Измерения проводили в импульсном режиме в заглушенном бассейне. В качестве ВЧ-излучателя использовали круглый плоский поршневой пьезокерамический преобразователь диаметром 15 мм, работающий на продольных колебаниях по толщине с собственной резонансной частотой  $f = 1,98 \text{ МГц}$ . Уровень звукового давления нормирован относительно 1 Па. Кривая 1 соответствует распределению суммарного уровня звукового давления исходных частот, кривая 2 — одной из исходных частот, кривая 3 — распределению давления на разностной частоте  $F = 100 \text{ кГц}$ .

Анализ выражения (6.18) и кривых 3, 4 (рис. 11.6) показывает, что наблюдается не монотонный рост амплитуды ВРЧ, а с выраженным, но достаточно пологим максимумом на расстоянии  $z_{\max} \approx \sqrt{l_{d1}l_{d2}}$ . В отличие от максимумов ВРЧ, появляющихся при взаимодействии недифрагирующих ВЧ-пучков (см. рис. 5.2),

немонотонное поведение кривых 3, 4, представленное на рис. 11.6, связано именно с дифракцией ВЧ-волн, а не с ограничением области взаимодействия. После достижения максимума происходит спадание уровня давления ВРЧ, и достаточно быстро (в данном эксперименте с плоскими преобразователями накачки для широкого диапазона ВРЧ на расстоянии  $\sim 1,5$  м) волна начинает подчиняться сферическому закону распространения. Этот результат весьма важен для практического использования ПИ в качестве измерительных приборов в условиях ограниченных размеров гидроакустических бассейнов.

Сравнение кривых 3 и 4 позволяет говорить об удовлетворительном совпадении теоретических и экспериментальных результатов.

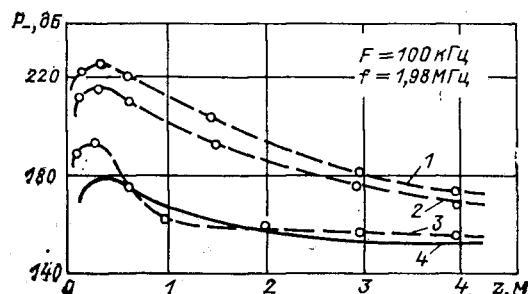


Рис. 11.6. Распределение звукового давления исходных и разностных частот на оси ПИ (штриховые кривые — эксперимент, сплошные — теория)

Начальный участок роста амплитуды ВРЧ более подробно показан на кривой 1, приведенной на рис. 11.1. Эксперименты проводились при  $f = 1,04$  МГц и  $F = 75$  кГц. Видно, что амплитуда давления ВРЧ на оси ПИ возрастает по мере удаления от преобразователя накачки, достигая максимума на расстоянии, соизмеримом с  $l_d$ .

Расстояние от преобразователя накачки до максимума иногда называют областью насыщения или расстоянием стабилизации. В этой области происходит наиболее интенсивная перекачка энергии волны накачки в ВРЧ. За областью насыщения поглощение и дифракция ослабляют процесс нелинейного взаимодействия исходных волн и амплитуда ВРЧ начинает падать.

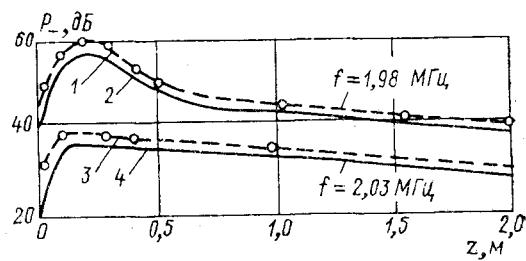
Дополнительной иллюстрацией описанного выше поведения осевого распределения амплитуды ВРЧ служит расчетная сплошная кривая 2, представленная на рис. 11.20, и соответствующие экспериментальные данные, показанные на этом рисунке крестиками. Расчеты и эксперименты проведены для  $F = 100$  кГц при  $f = 1,875$  МГц и диаметре преобразователя накачки  $2a = 18$  мм.

Следует отметить, что наличие «дифракционного» максимума не было подтверждено существовавшими ранее моделями расчета ПИ [125]. Долгое время некоторые зарубежные исследователи не наблюдали его в экспериментах, по-видимому, из-за того, что ра-

ботали с достаточно крупными гидрофонами. Наличие максимума амплитуды ВРЧ на оси отмечено в [114, 120, 137, 139].

Для нелинейных приборов, работающих в качестве штатных широкополосных измерительных излучателей в заглушенных бассейнах, важно знать способы сокращения расстояния стабилизации и уменьшения расстояния до области сферического распространения ВРЧ. Применение слабовыпуклых сферических преобразователей накачки иногда позволяет существенно уменьшить эти расстояния. На рис. 11.7 приведены для сравнения осевые распределения звукового давления ВРЧ на  $F = 100$  кГц для плоского (кривые 1, 2) и слабовыпуклого (кривые 3, 4) преобразователей. Уровень звукового давления волн накачки поддерживался постоянным и равным

Рис. 11.7. Осевое распределение амплитуды ВРЧ параметрического излучателя для плоского (кривые 1 и 2) и слабовыпуклого (кривые 3 и 4) преобразователей накачки



78 дБ относительно 1 Па на расстоянии 1 м. Штриховые кривые 1 и 3 соответствуют экспериментальным данным; сплошные кривые 2 и 4 — теоретическим, рассчитанным по формуле (6.18). Плоский излучатель и условия измерения здесь те же, что и при снятии данных, изображенных на рис. 11.6. Слабовыпуклый преобразователь имел диаметр 20 мм, радиус кривизны 23,7 мм, собственную резонансную частоту  $f = 2,03$  МГц ( $l_d = 0,04$  м).

Из сравнения кривых видно, что при использовании слабовыпуклого преобразователя уровень давления ВРЧ на оси ПИ закономерно уменьшается, но расстояние стабилизации сокращается по сравнению со случаем использования плоского преобразователя. При слабовыпуклом преобразователе с расстояния всего 0,5 м амплитуда ВРЧ на оси ПИ начинает (что очень важно) монотонно уменьшаться, приближаясь к сферическому закону распространения ( $P \sim 1/z$ ). Подобные картины осевого распределения наблюдаются во всем диапазоне рабочих частот разработанных параметрических приборов (см. табл. 2 и 3).

Для полноты картины изменения акустического поля ПИ в пучке вблизи преобразователя рассмотрим графики поперечного распределения относительной амплитуды звукового давления (см. рис. 11.19, а—г) ВРЧ (кривые 1) и амплитуд звукового давления двух волн накачки (кривые 2, 3) а также графики изменения фазы ВРЧ (см. рис. 11.19, д—з) поперек пучка на различных расстояниях от преобразователя накачки. Для группы графиков, приведенных на рис. 11.19, а,  $z = 0,5$   $l_d = 15$  см; для 11.19, б —  $z = l_d =$

$= 30$  см, для 11.19,  $\vartheta = z = 2l_d = 60$  см, для 11.19,  $\vartheta - z = 4l_d = 120$  см. Измерения распределения полей поперек звукового пучка проводились миниатюрным цилиндрическим гидрофоном с размерами  $(0,8 \times 0,8$  мм), соизмеримыми с длиной волн на качки.

Из графиков, приведенных на рис. 11.19, а—г, видно, что поперечное распределение амплитуды ВРЧ (кривые 1) значительно более равномерно по сравнению с распределениями первичных волн на качки (кривые 2 и 3). До расстояний порядка  $z = l_d$  (см. рис. 11.19, а, б) в поперечном распределении амплитуд звукового давления волн на качки присутствуют характерные пространственные осцилляции звукового поля. Анализ изменения фазы, (рис. 11.19, д—з) ВРЧ проведен в § 11.5.

Выше мы проанализировали распределение первичного и вторичного полей на оси ПИ со сравнительно высокими частотами на качки порядка мегагерц. «Низкочастотные» нелинейные антенны, используемые для целей активной гидролокации, имеют частоты на качки на порядок меньше. Характер осевого распределения амплитуды ВРЧ на оси низкочастотного ПИ качественно тот же самый.

На рис. 11.8 крестиками показаны экспериментальные, а сплошными кривыми—теоретически рассчитанные по выражению (6.18)

осевые распределения уровней звукового давления ВРЧ антенны прибора НАИ-7 для разностных частот  $F = 2,5; 5$  и  $7$  кГц, соответственно кривые 1, 2 и 3. Частоты на качки лежали в диапазоне  $f = 136$  кГц. Измерения проводились на натурной испытательной базе. Максимальные расстояния достигали 100 м. Уровни звукового давления волн на качки поддерживались постоянными и равными  $3,98 \cdot 10^5$  Па. Это значение уровня по каждой исходной частоте использовалось при теоретических расчетах [формула (6.18)] осевого распределения ВРЧ для рис. 11.8 (сплошные кривые). В качестве излучателя на качки использовалась многоэлементная антenna серийной рыбопоисковой станции. Технические характеристики параметрического прибора НАИ-7 приведены в табл. 2. Осевое распределение ВРЧ позволяет оценить абсолютные уровни  $P_-$  и коэффициент преобразования ПИ.

Мы рассмотрели особенности осевого распределения амплитуды параметрической ВРЧ-антенны. В связи с тем, что коэффициент преобразования по давлению (КПД ПИ) невелик и не превышает 10% [151] при оптимальных соотношениях остальных характеристи-

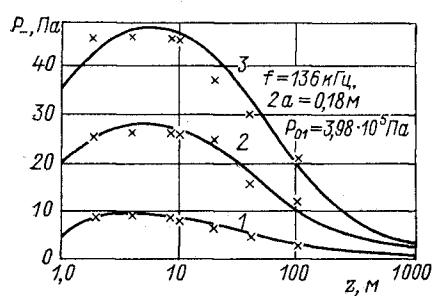


Рис. 11.8. Распределение звукового давления на оси низкочастотного ПИ  
1 —  $F = 2,5$  кГц; 2 —  $F = 5$  кГц; 3 —  $F = 7$  кГц

164

стик, вполне естественно требование при разработке соответствующей акустической аппаратуры повысить уровень амплитуды ВРЧ.

Из приведенного выше экспериментального и теоретического материала видно, что величину  $P_-$  можно повысить, увеличивая амплитуды волн накачки  $p_{01}$  и  $p_{02}$ . Этот вопрос подробно рассмотрен в § 11.7 и 11.10. Там же сказано об ограничивающих факторах, не позволяющих беспредельно повышать уровень амплитуды накачки. Один из факторов, связанный с поведением активных пьезоматериалов преобразователей накачки, мы уже рассмотрели в § 10.3.

Некоторого повышения амплитуды ВРЧ можно добиться, применяя в параметрическом приборе схему формирователя сигнала с АМК. Об этом способе повышения  $P_-$  подробно сказано в § 10.1, 11.6 и 11.7.

Часть исследователей возлагает определенные надежды на повышение уровня излучения ПИ на направленное изменение свойств среды в активной части области взаимодействия. Кратко об этом направлении сказано в § 11.9.

Завершая критический обзор методов повышения амплитуды ВРЧ, следует указать на попытки использования фокусирующего действия акустических линз [112, 122]. При этом амплитуда ВРЧ повышается и несколько изменяется характеристика направленности параметрической антенны.

#### § 11.4. Диаграммы направленности

Во всех случаях практического использования параметрических антенн необходимо знать их диаграммы направленности.

Существует много приближенных оценок направленных свойств ПИ. Например, в некоторых работах авторы приходят к выводу, что диаграммы направленности анализируемых ими ПИ совпадают с Вестервельтовой  $D_t^W(\theta)$ , умноженной на некоторый апертурный фактор  $D_t(\theta)$ , зависящий от волновых размеров преобразователя накачки на разностных частотах. Возможность такого представления диаграммы направленности рассмотрена в общем виде в примере 1, гл. 5. В других работах отмечается, что диаграмма направленности ПИ определяется направленностью преобразователя накачки  $D^u(\theta)$  на частоте  $f$  или произведением диаграммы направленности преобразователя накачки на исходных частотах  $D^{u1}(\theta) D^{u2}(\theta)$  [108, 120]. В работе [138] характеристика направленности  $D^u(\theta)$  сравнивается с другими представлениями  $D(\theta)$  ПИ, обобщающими модель Вестервельта.

Хобек [125] приводит данные в пользу того, что направленные свойства ПИ определяются шириной диаграммы направленности излучателя накачки. Подробный сравнительный анализ направленных свойств ПИ на базе существовавших моделей расчета ПИ приведен в работах [125, 146 и др.].

В данном параграфе мы теоретически и экспериментально обсудим и проиллюстрируем направленные свойства параметрических антенн, используя в основном результаты собственных исследований авторов.

При экспериментальных исследованиях ПИ практически всегда измеряется не сама диаграмма направленности, а угловое распределение амплитуд звукового давления ВРЧ и волн накачки. Поэтому иногда будем приводить записи углового распределения первичных и вторичных волн в дальнем поле, из которого простым

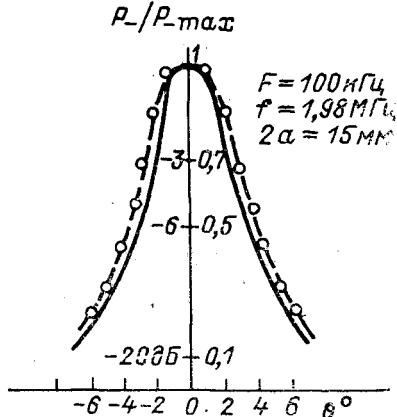


Рис. 11.9. Угловое распределение звукового поля ПИ на разностной частоте

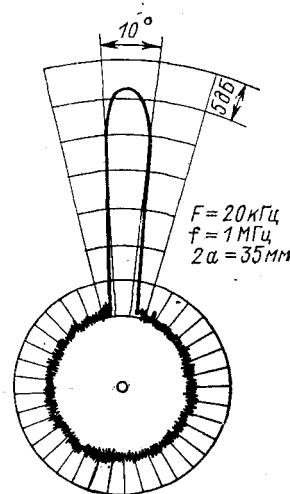


Рис. 11.10. Типичная запись углового распределения звукового давления ВРЧ при повороте ПИ на 360°

нормированием по величине звукового давления на оси ПИ сразу же получается диаграмма направленности.

Решения уравнения ХЗК (см. гл. 5, 6) позволяют с достаточной точностью рассчитать поперечные распределения амплитуды звукового давления ВРЧ.

Используя выражения (6.18) и (6.20), можно получить аналитические формулы для диаграммы направленности с учетом затухания и дифракции первичных и вторичных волн. Выражения (6.18) и (6.20) использовались также при расчетах на ЭВМ, в частности, для построения номограмм (см. § 6.2 и приложение).

На рис. 11.9 сплошной кривой представлена расчетная диаграмма направленности на разностной частоте  $F = 100$  кГц высокочастотного ПИ, основные характеристики которого даны в § 11.3

при описании рис. 11.6 ( $f = 1,98$  МГц,  $2a = 15$  мм). Штриховой линией обозначены экспериментальные результаты, хорошо совпадающие с теоретическими. Видно, что ПИ обладает высокой направленностью ( $2\theta_{0,7} = 5^\circ$ ) при малых габаритах исходного преобразователя. Практически полностью отсутствуют добавочные лепестки.

Для иллюстрации отсутствия боковых лепестков в диаграмме направленности, изображенной на рис. 11.10, приведена типичная запись на самописце углового распределения ВРЧ при повороте ПИ от 0 до  $360^\circ$ . Запись приведена для  $F = 20$  кГц при  $f = 1$  МГц и диаметре плоского преобразователя накачки  $2a = 35$  мм. Правильнее говорить не об отсутствии, а о малом уровне добавочных лепестков ПИ. Обычно при измерениях он находится на уровне шумов. Пренебрежимо малый уровень бокового излучения ПИ может быть связан с двумя обстоятельствами. Во-первых, амплитуда излучения ВРЧ пропорциональна произведению амплитуд волн накачки [см. (6.18)]. Во-вторых, полная диаграмма направленности ПИ в значительной мере определяется продольным апертурным множителем типа  $D_1$  (см. гл. 5), который, как правило, не содержит боковых лепестков.

Аналогичные угловые распределения ВРЧ были экспериментально измерены и рассчитаны для ПИ различного назначения в широком диапазоне изменения разностных частот и частот волн накачки.

На рис. 11.11 для указанного выше (см. рис. 11.9) высокочастотного ПИ сплошными линиями показаны расчетные, а крестиками — экспериментальные частотные зависимости ширины диаграммы направленности на уровне  $-20$  дБ (по давлению — уровень 0,1),  $-6$  дБ (по давлению — уровень 0,5) и  $-3$  дБ (по давлению — уровень 0,7) в диапазоне разностных частот 3—300 кГц. Видно, что ПИ сохраняет постоянную высокую направленность в широком диапазоне рабочих частот. Угловая расходимость ВРЧ практически совпадает с таковой для волн накачки (по основному лепестку последних).

Хорошее совпадение теоретических и экспериментальных результатов в широком диапазоне варьируемых параметров (ниже мы приведем данные и по низкочастотным ПИ) подтверждает необходимость

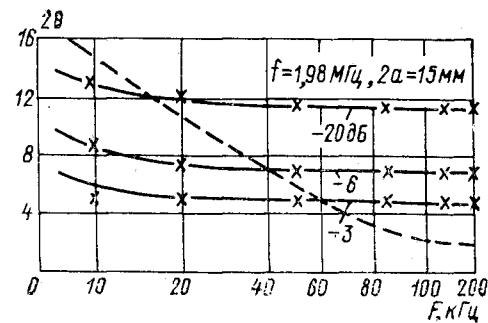


Рис. 11.11. Зависимость ширины диаграммы направленности ПИ на уровнях  $-3$ ,  $-6$  и  $-20$  дБ от разностной частоты для плоского преобразователя накачки

мость учета дифракции взаимодействующих волн при расчете характеристик ПИ. Без учета дифракции волн накачки расчетная диаграмма направленности была бы значительно шире и существенно зависела бы от разностной частоты. Для иллюстрации сказанного на рис. 11.11 штриховой линией приведен расчетный график зависимости ширины диаграммы направленности на уровне —3 дБ (т. е.  $2\theta_{0,7}$ ) того же самого ПИ без учета дифракции в рамках модели Вестервельта [5]. Более подробно вопрос о необходимости учета дифракции при расчете основных характеристик параметрических антенн освещен в работах [54, 69, 70, 84, 149] и гл. 6. Свойство постоянства ширины диаграммы направленности ПИ в широкой

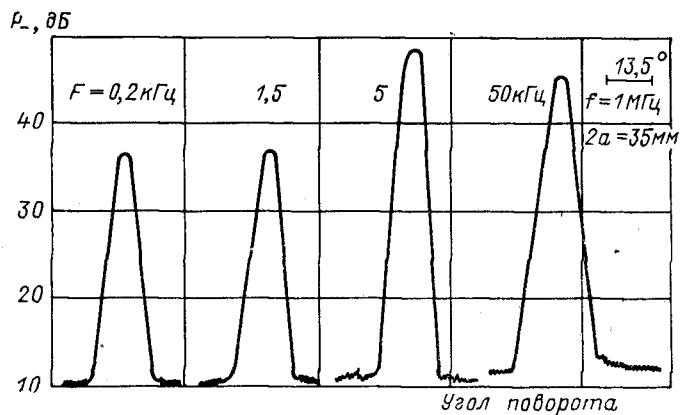


Рис. 11.12. Типовые записи на самолисец в декартовых координатах диаграмм направленности ПИ с плоским преобразователем накачки на различных разностных частотах

полосе разностных частот используется в комплектах нелинейных гидроакустических приборов (см. табл. 2, 3). Это свойство отмечено в ряде известных работ зарубежных исследователей [106, 107, 112, 120, 125, 151]. Постоянство диаграммы направленности использовано Берктеем и сотрудниками при создании сканирующего гидролокатора, дающего кроме координат цели ее частотную характеристику.

Для иллюстрации направленных свойств ПИ на рис. 11.12 приведена серия типовых записей диаграмм направленности широкополосного измерительного ПИ. Использовался плоский преобразователь накачки диаметром  $2a = 35$  мм при  $f = 1$  МГц. Измерения проводились по стандартным методикам. Коэффициент перекрытия по частоте  $F_{\max}/F_{\min}$  (где  $F_{\max}$  и  $F_{\min}$  соответственно верхнее и нижнее значения разностной частоты) в данном приборе составил более 300, а коэффициент снижения по частоте  $f/F_{\min}$  достиг 5000. Как видно из записей, ширина диаграммы направленно-

сти практически не меняется, боковые лепестки отсутствуют. Следует отметить, что для получения столь высокой направленности излучения на низких частотах традиционными методами потребовалась бы база в несколько десятков метров.

В некоторых случаях использования ПИ в качестве штатных широкополосных измерительных излучателей возникает необходимость расширения диаграммы направленности и сокращения области формирования ВРЧ, например, из-за необходимости «засветки» значительных пространств в ограниченных по длине измерительных гидроакустических бассейнах. Для этого случая нами

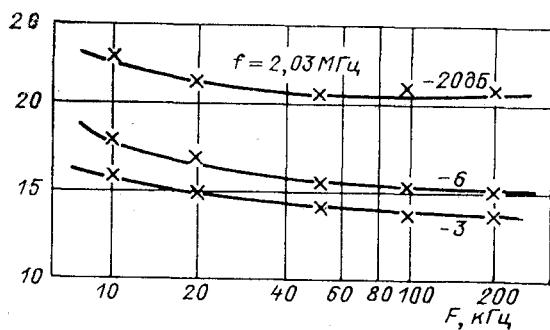


Рис. 11.13. Зависимость ширины диаграммы направленности ПИ на уровне  $-3$ ,  $-6$ ,  $-20$  дБ от разностной частоты для слабовыпуклого преобразователя накачки

проводены исследования и разработаны параметрические приборы со слабовыпуклыми и слабовогнутыми преобразователями накачки. Например, базовый прибор НАИ-5 (см. табл. 2) в своем комплекте снабжен слабовыпуклыми и слабовогнутыми преобразователями [51]. Нелинейное взаимодействие расходящихся волн накачки, помимо сокращения расстояния насыщения (см. § 11.3, рис. 11.7), приводит к расширению диаграммы направленности излучения ВРЧ. Для иллюстрации на рис. 11.13 представлены расчетные (сплошные) и экспериментальные (крестиками) кривые частотной зависимости ширины диаграммы направленности  $2\theta$  (соответственно на уровне  $-20$  дБ;  $-6$  дБ и  $-3$  дБ) в широком диапазоне разностных частот  $F = 2 \div 300$  кГц. Основные размеры ПИ со слабовыпуклым преобразователем накачки те же, что и для рис. 11.7 (диаметр 20 мм, радиус кривизны 23,7 мм,  $f = 2,03$  МГц); закрепление пьезопластины по периметру — мягкое. Из сравнения рис. 11.13 и 11.11 видно, что использование нелинейного взаимодействия слаборасходящихся волн накачки позволяет существенно расширить диаграмму направленности ПИ. Диаграмма практически постоянна в широкой полосе разностных частот. Боковые лепестки излучения практически отсутствуют.

Выше приведены сведения по диаграммам «высокочастотных» ПИ, частоты волн накачки которых лежат в области мегагерц. Для «низкочастотных» антенн с частотами накачки порядка сотни килогерц основные закономерности по направленным свойствам излу-

чения ВРЧ такие же, как и у «высокочастотных» ПИ. Низкочастотные ПИ используются для целей активной локации, поэтому в заключение § 11.4 мы приводим экспериментальные данные направленных свойств прибора НАИ-7 (см. табл. 2). На рис. 11.14 представлена расчетная (сплошная линия) диаграмма направленности и соответствующие экспериментальные значения (показаны крестиками) разностного сигнала частотой  $F = 5$  кГц. Измерения проводились в дальней зоне на расстоянии 100 м от многоэлементного преобразователя накачки, работающего на частоте  $f = 136$  кГц. При включении определенной комбинации элементов диаметр излучателя накачки составлял 0,18 м. Штриховой линией показана

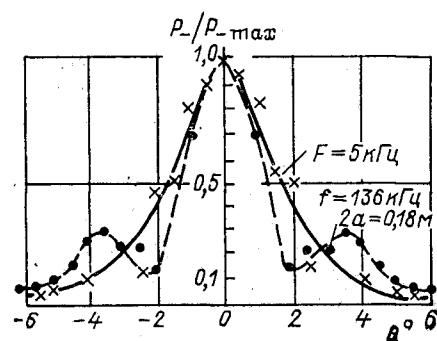


Рис. 11.14. Диаграммы направленности низкочастотной параметрической антенны и исходного многоэлементного преобразователя накачки

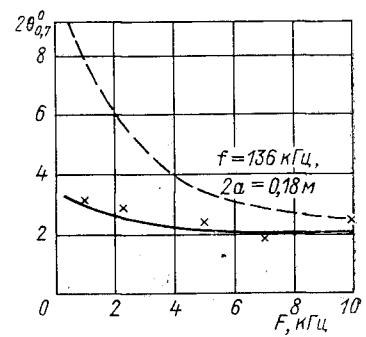


Рис. 11.15. Частотная зависимость ширины диаграммы направленности низкочастотной параметрической антенны

экспериментальная диаграмма (измеренные значения отмечены точками) направленности на частоте накачки  $f = 136$  кГц. Из сравнения кривых видно, что ширина диаграммы по уровню 0,7 практически совпадает с таковой для волн накачки, но в излучении ВРЧ отсутствуют боковые лепестки.

Диаграмма направленности почти постоянна в полосе от 1 до 10 кГц. На рис. 11.15 представлены расчетная зависимость (сплошная кривая) ширины диаграммы  $2\theta_{0,7}$  от частоты  $F$  разностного сигнала по выражению (6.22). Экспериментальные результаты, снятые на расстоянии 100 м от преобразователя, показаны на рис. 11.15 крестиками. Уровень звукового давления на частотах накачки во всем частотном диапазоне измерения поддерживался постоянным  $p_{01} = 3,98 \cdot 10^5$  Па. На этом же рисунке штриховой линией приведена зависимость  $2\theta_{0,7}$  от  $F$ , построенная по номограммам рис. 2.2 и 2.3, взятым из [133, 151, 168]. Видно, что номограммы, рассчитанные по вестервельтовой модели, дают значительное расхождение с экспериментальными результатами.

Эксперименты (см. рис. 11.11, 11.13 и 11.15) убедительно демонстрируют постоянство диаграммы направленности ПИ в широкой полосе разностных частот. Это интересное с физической точки зрения и важное для практического использования ПИ явление, полученное путем эксперимента, удалось объяснить только при использовании представлений (см. гл. 6) о взаимодействии дифрагирующих волн накачки [54, 69, 70, 84, 149]. Поле ВРЧ, а отсюда и диаграмма направленности ПИ, формируется не только в проекционной зоне (зоне Френеля), но и в определенной части зоны дифракционной расходимости (зоны Фраунгофера). Дифракционная расходимость волн накачки как бы увеличивает диаметр области взаимодействия. Обычное расширение диаграммы направленности с понижением частоты «компенсируется» в ПИ ее обужением (в низкочастотной части диапазона) за счет увеличения диаметра области взаимодействия. Подтверждения сказанному приведены в конце § 11.10.

Диаграмма направленности параметрической антенны обычно не зависит от амплитуды исходных волн [см. (6.22) и (6.24)]. Но когда амплитуды волн накачки достигают достаточно большого уровня (наступает режим «насыщения»), диаграмма направленности искажается и становится амплитудно-зависимой. В режиме «насыщения» начинается заметная генерация кратных гармоник, длина области взаимодействия при этом за счет роста нелинейного поглощения уменьшается, что эквивалентно действию на диаграмму направленности ПИ акустического фильтра (см. рис. 11.39 и 11.40) или уменьшению ближней зоны в слабовыпуклых преобразователях накачки (см. рис. 11.13). Поэтому в режиме «насыщения» диаграмма направленности параметрической антенны расширяется, могут появляться провалы в диаграммах направленности кратных гармоник ВРЧ [136, 175] (см. гл. 8 и § 11.7).

На этапах технических предложений и конструирования гидроакустической аппаратуры с использованием параметрических антенн удобно пользоваться характеристиками ПИ в абсолютных величинах. Но для сравнения полученных данных с результатами других исследователей ввиду существенного различия условий эксперимента удобнее пользоваться безразмерными параметрами. Хобек [124—127] построил анализ и классификацию ПИ с помощью безразмерных параметров, введенных Вестерхаймом [169]. Из этих параметров независимыми являются только два: отношение частот  $N_f = \Omega/\omega$  и отношение ширины диаграммы направленности преобразователя накачки к ширине диаграммы направленности ПИ по Вестервельту:

$$N_D = \frac{\sqrt{Kl_3}}{ka} = \frac{2\theta_{0,7}^H}{2\theta_{0,7}^W}. \quad (11.1)$$

Величина  $N_D$  выражается через отношение ширины поперечного и

Таблица 2

Технические характеристики измерительных нелинейных параметрических приборов

Характеристики	Тип		
	НАП-3	НАП-4	НАИ-5
Диапазон рабочих частот, кГц	0,3—100	30—500	2—300
Уровень звукового давления, Па: на расстоянии, м на частоте, кГц	10 10 3	10 2 50	15 1 5
Ширина характеристики направленности в диапазоне рабочих частот, град	$3,5 \pm 0,5$ $2,5 \pm 0,5$	$1,5 \pm 0,5$	$30,0 \pm 1,0$
Параметры преобразователя накачки: собственные резонансные частоты, МГц диаметр, мм форма	0,5; 1,0 50; 50 Плоский	4,75 20 Плоский	1,014; 2,03 40; 30 Слабо-вогнутый, слабо-выпуклый
Длина зоны дифракции, м	0,65; 0,8	0,35	0,05; 0,04
Зона сферического распространения (эксперимент), м	15; 5	0,5	0,5; 0,3
Длина зоны взаимодействия, м	80; 20	0,8	20; 5
Коэффициент перекрытия по частоте	330	16,6	150
Коэффициент снижения по частоте (максимальный)	1660	160	600
Метод формирования исходных сигналов	AMK; DSB	Двухканальный	Биения
Потребляемая электрическая мощность, кВт	0,15	0,15	0,2

прибора					
НАИ-6	НАИ-6М	НАИ-7	НАИ-8	НАИ-8М	НАИ-9
1—150	10—100	0,1—10	1—10	1—50	1—200
5 3 10	5 3 10	10 100 1	5 3 5	10 3 10	5 3 5
$3,5 \pm 0,5$	$3,5 \pm 0,5$	$2,5 \pm 0,5$	$5,0 \pm 0,5$	$3,0 \pm 0,5$	$5,0 \pm 0,5$ $3,0 \pm 1,0$
1,19 30 Плоский	1,43 30 Плоский	0,136 300 Плоский много- элемент- ный	0,480 50 Плоский с сегмен- тами	0,73 65 Плоский с сегмен- тами	0,98; 2,0 30; 20 Плоский, слабо- выпуклый
0,56	0,67	6,4	0,63	1,57	0,46; 0,48 0,5; 0,04
3	3	180	15	7	3,0; 1,5 0,5; 0,3
18	14	1000	86	40	20; 5
150	10	100	10	50	200
1190	143	1360	480	730	980
Биения	Биения	Двухка- нальный	DSB	Двухка- нальный	Биения
0,25	0,25	2,0	0,25	0,3	0,4

Характеристики	Тип		
	НАП-3	НАП-4	НАИ-5
Режим работы	Непрерывный, импульсный	Непрерывный	Непрерывный, импульсный
Длительность импульса, мс	0,4—20,0	$\infty$	0,06—12,0
Частота следования импульсов, Гц	0,5—400,0	0	0,5—400,0
Назначение, условия эксплуатации	Макет ПИ для лабораторных и натурных исследований	Макет ПИ для лабораторных исследований	ПИ для гидроакустических бассейнов

продольного апертурных множителей (5.44), (5.45) и число  $N_f$ :

$$N_D = (\theta_t/\theta_l)(\Omega/\omega).$$

Параметры разработанных нами ПИ входят в области II, III классификационной диаграммы Хобека—Вестерхайма [124, 125].

Экспериментальные результаты разных авторов [91, 99, 114, 125], (по ширине диаграммы направленности  $2\theta_{0,7}$ ) отмечены точками на сводном графике рис. 11.16 в виде зависимости нормированной ширины диаграммы направленности ПИ по уровню 0,7 (—3 дБ)  $2\theta_{0,7}/2\theta_{0,7}^W$  в функции от  $N_D$ , где  $\theta_{0,7}^W$  — полуширина диаграммы ПИ по Вестервельту [173]. На рис. 11.17 приведены аналогичные данные наших разработок ПИ, пересчитанные с использованием (11.1) из экспериментальных результатов рис. 11.11, 11.12, 11.15, 11.25 (кривая 2), 11.40 (кривая 1) и табл. 2 и 3.

На рис. 11.16 и 11.17 для удобства приведена прямая, соответствующая ширине диаграммы направленности исходного преобразователя  $2\theta_{0,7}^H$  на центральной частоте накачки.

Из анализа результатов рис. 11.16 и 11.17 видно, что, несмотря на различие условий экспериментов, проводимых разными авторами, многие экспериментальные точки лежат вблизи прямой, соответствующей диаграмме направленности  $2\theta_{0,7}^H$  исходного преобразователя на средней частоте накачки. Экспериментальные значения  $2\theta_{0,7}$  отличаются от расчетного  $2\theta_{0,7}^H$  при  $N_D < 1$  в среднем в 1,5—2,0 раза.

Продолжение табл. 2

прибора

НАИ-6	НАИ-6М	НАИ-7	НАИ-8	НАИ-8М	НАИ-9
Непрерывный, импульсный	Непрерывный, импульсный	Непрерывный, импульсный	Непрерывный, импульсный	Импульсный	Импульсный, непрерывный
0,06—12,0	0,06—12,0	0,3—75,0	0,06—12,0	0,1—20,0	0,06—12,0
0,5—400,0	0,5—400,0	0,4—300,0	0,5—400,0	0,2—300,0	0,5—400,0
ПИ для гидроакустических бассейнов с коррекцией АЧХ	ПИ для гидроакустических бассейнов с высоким давлением	ПИ для натурных условий	ПИ для гидроакустических бассейнов с высоким давлением	ПИ для гидроакустических бассейнов с высоким давлением	ПИ для гидроакустических бассейнов. Цифровая индикация

Сравнение рис. 11.16 и 11.17 показывает соответствие результатов наших измерений, проведенных в широком диапазоне варьирования основных параметров, результатам измерений других авторов. Угловая расходимость излучения ВРЧ может во много раз отличаться в большую и меньшую сторону от  $\theta_{0,7}^W$ , поэтому использование номограмм (см. рис. 2.2, 2.3) с вестервельтовой моделью для расчета ПИ [5, 151, 168] возможно лишь в узком диапазоне варьирования основных параметров. Следует особо подчеркнуть, что именно проведение и анализ измерений в широком диапазоне изменения основных параметров заставили учесть в расчетной теоретической модели ПИ дифракцию и затухание волн накачки и ВРЧ (см. гл. 6).

Интересно отметить, что в случае ограничения области взаимодействия с помощью акустического фильтра экспериментальные значения, отмеченные точками на рис. 11.17 (перестроены из рис. 11.40, кривая I), лежат вдоль прямой, параллельной  $N_D$ , на уровне  $2\theta_{0,7}/2\theta_{0,7}^W \approx 1,0$ , что соответствует вестервельтовой модели. Действительно, ограничение области взаимодействия эквивалентно затуханию волн накачки в прожекторной зоне, что характерно для теории ПИ по Вестервельту [172, 173].

Для некоторых практических применений ПИ необходимо знать ширину диаграммы направленности на минимально допустимых уровнях излучения и крутизну ее спада. Величина  $2\theta_{0,1}$  на уровне 0,1 в широкой полосе частот приведена на рис. 11.11 и 11.13. На рис. 11.18 приведена запись на самописец диаграммы направлен-

Таблица 3

Технические характеристики параметрических гидроакустических приборов активной локации

Характеристика	Тип прибора			
	ПГЛ-300	ПГЛ-2	ПГЛ-2А	ПГЛ-3
Рабочая частота, кГц	1—25	136	50	5—25
Звуковое давление, Па: на расстоянии, м на частоте, кГц	150 10 20	1500 10 136	200 10 50	200 5 10
Ширина характеристики направ- ленности, град	4,0±0,5	3,5	3,5	4,0
Параметры преобразователя на- качки: число элементов, резонансная частота, кГц диаметр или размеры, мм форма	1 300 ∅100 Плоский	28 (14+14) 420 и 536 75×75 Плоский мозаичный	28 (14+14) 406 и 456 75×75 Плоский мозаичный	1 294 ∅100 Плоский армирован- ный
Длина зоны взаимодействия, м	220	90	110	230
Коэффициент снижения по ча- стоте, (максимальный)	300	4	9	60

Продолжение табл. 3

Характеристика	Тип прибора			
	ПГЛ-300	ПГЛ-2	ПГЛ-2А	ПГЛ-3
Метод формирования сигналов	Биения	Двухканальный	Двухканальный	Биения
Мощность тракта излучения, кВт	0,5	0,3 по каждому каналу	0,3 по каждому каналу	0,8
Длительность импульса, мс	0,1—20,0	0,01—5,0	0,01—5,0	0,1—20,0
Частота следования импульсов, Гц	0,4—200,0 и от внешнего запуска	0,4—200,0 и от внешнего запуска	0,4—200,0 и от внешнего запуска	0,4—200,0 и от внешнего запуска
Дистанция эхолотирования, м	До 900 м с прием- ным трактом серийной РПА (по грунту на $F = 20$ кГц)	До 870 м с прием- ным трактом серий- ной РПА (по уголь- ковому отражателю)	До 820 м с прием- ным трактом РПА типа SRMP872A (по угольковому отражателю)	По илу 18 м с собственным приемным трактом
Назначение, условия эксплуата- ции	Морская геоло- гия, прецизи- онный эхолот	Исследование гидролокации и рыбопоиска	Исследование гидролокации и рыбопоиска	Гидролокация, рыбопоиск, поиск под слоем ила, определение толщины донных осадков

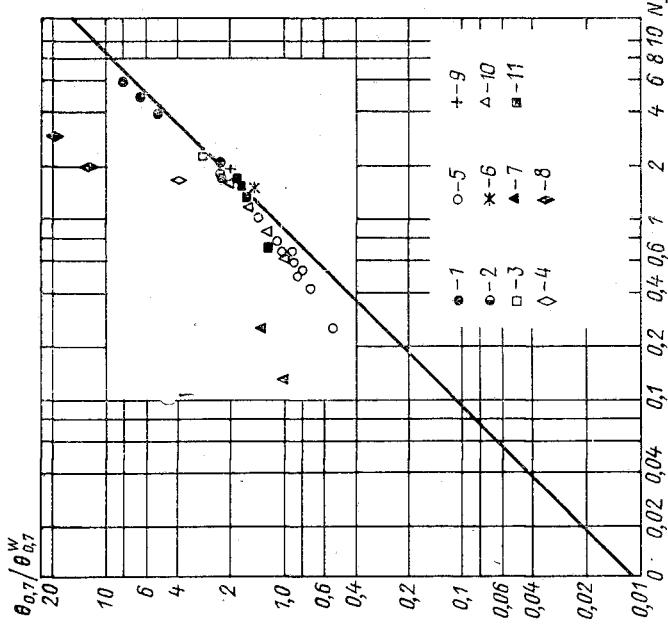


Рис. 11.16. Ширина диаграммы направленности ПИ в функции от  $N_D$  по результатам измерений различных авторов:

1 — из [167]; 5 — из [126]; 9 — из [38];  
2 — из [143]; 6 — из [114]; 10 — из [18];  
3 — из [112]; 7 — из [1140] (кривая 1); 11 — из [155];  
4 — из [111]; 8 — из [91]; 12 — из [155];  
13 — из [59]; 14 — из [155]; 15 — из [155].

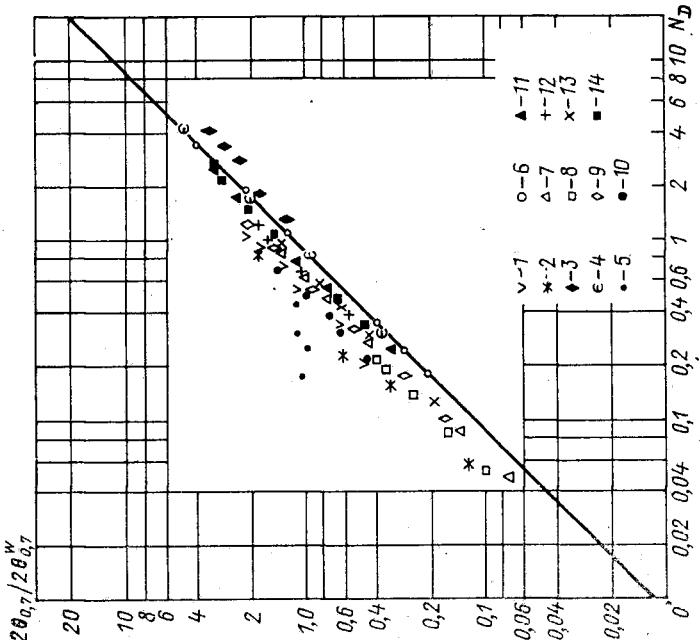


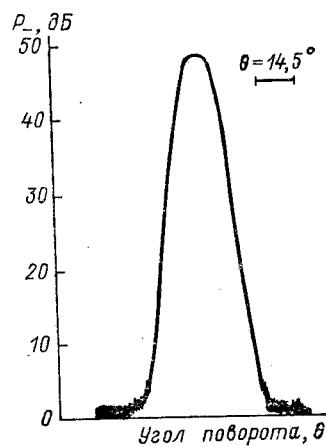
Рис. 11.17. Ширина диаграммы направленности исследованных ПИ в функции от  $N_D$  по экспериментальным данным;

1 — на рис. 11.11; 2 — на рис. 11.12; 3 — на рис. 11.15; 4 — на рис. 11.25 (кривая 2); 5 — на рис. 11.40 (кривая 1); 6 — для НАП-3 при  $f = 1$  МГц; 7 — для НАП-3 при  $f = 500$  кГц; 8 — для НАП-3 при  $f = 100$  кГц; 9 — для НАП-3 при  $f = 10$  кГц; 10 — для НАП-3 при  $f = 1$  кГц.

ности высокочастотного ПИ на  $F = 200$  кГц для слабовыпуклого преобразователя с  $f = 2,03$  МГц диаметром 20 мм с жестким закреплением пьезопластины по периметру. Ширина диаграммы направленности на уровнях 0,7; 0,5; 0,1; 0,01 и 0,005 (т. е. — 3, — 6, — 20, — 40 и — 46 дБ) соответственно равна  $2\theta = 12, 17, 26, 39$  и  $46^\circ$ . Как видно, с помощью ПИ можно сформировать луч с резко очерченными границами. Пожалуй, только ПИ позволяют в подводной акустике получить столь значительное различие между пиковыми значениями амплитуды основного лепестка и боковым излучением.

Вопросы об изменении ширины диаграммы направленности из-за

Рис. 11.18. Запись диаграммы направленности высокочастотного ПИ для слабовыпуклого преобразователя накачки



ограничения области взаимодействия, о повороте диаграммы и об изменении ее формы рассмотрены в § 11.10.

### § 11.5. Фазовые характеристики

Фазовые соотношения между различными точками поля параметрических антенн определяют конфигурацию диаграммы направленности и влияют на эффективность антенны. Анализ картины фазового распределения важен не только для оценки технических характеристик ПИ на этапе конструирования, но и для детального представления физической картины формирования вторичного излучения при нелинейном взаимодействии акустических волн и сигналов.

Впервые фазовые распределения полей ПИ были исследованы экспериментально в работах [20, 84, 88, 149].

Основные теоретические соотношения для расчета фазовых характеристик ПИ рассмотрены в § 6.2.

Поле ВРЧ даже вблизи преобразователей накачки не содержит резких осцилляций амплитуды (см. рис. 11.1, 11.6—11.8) и фазы. Гладкость картины фазового распределения поля является важным преимуществом нелинейных антенн. Она наглядно проявляется при использовании ПИ для метрологических целей, например, в качестве штатных измерительных широкополосных излучателей в гидроакустических бассейнах и на полигонах.

Экспериментальные исследования фазовых характеристик ПИ проводились в специальном бассейне с координатным устройством.

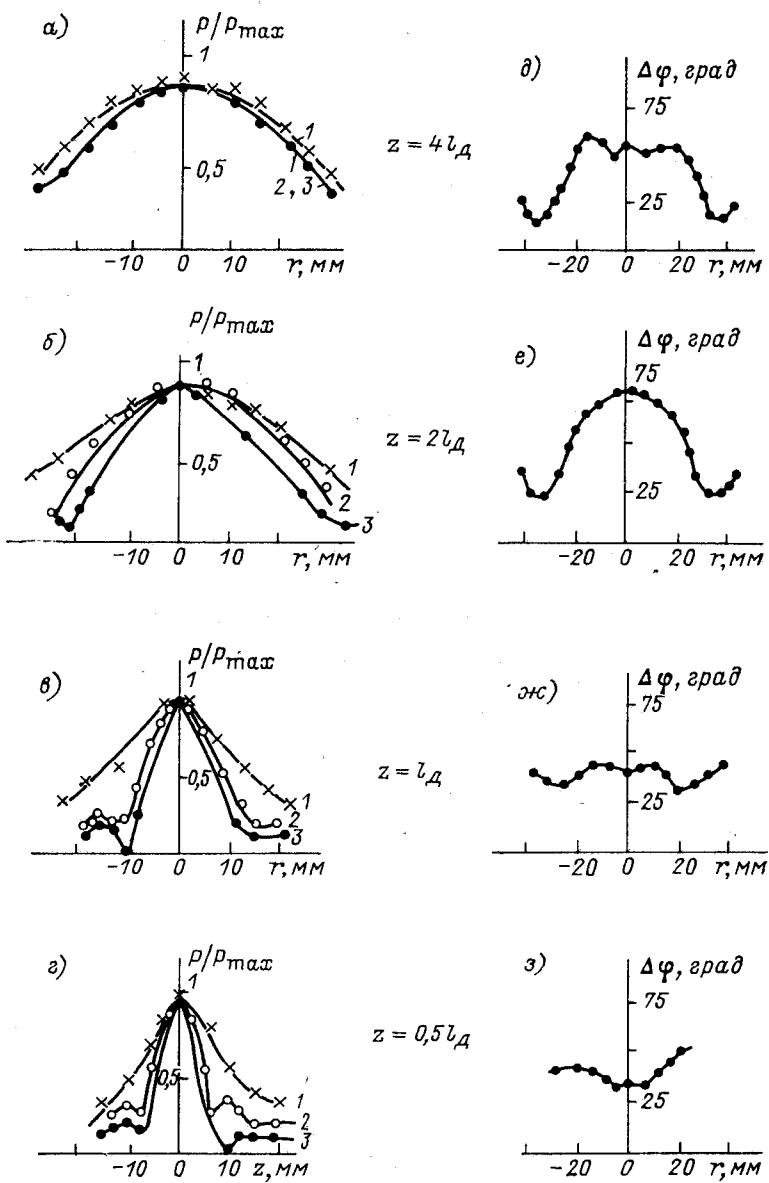


Рис. 11.19. Экспериментальные характеристики поперечного амплитудного ( $a-e$ ) и фазового ( $\delta-\zeta$ ) распределений ВРЧ (кривые 1) и волн накачки (кривые 2, 3) на различных расстояниях  $z$  по оси ПИ с  $F = 150$  кГц,  $f_1 = 1,8$  МГц,  $f_2 = 1,95$  МГц,  $2a = 30$  мм

Измерительная схема была построена по методу двух точечных приемников [44]. В качестве приемников использовались градуированные цилиндрические миниатюрные гидрофоны размерами  $2 \times 2$  и  $0,8 \times 0,8$  мм. Формирование сигналов осуществлялось с помощью блоков параметрического прибора НАИ-5 [51].

На рис. 11.19,  $\delta$ — $\varepsilon$  показана эволюция изменения фазы  $\Delta\phi$  ВРЧ в поперечных сечениях звукового пучка на расстояниях соответственно  $z = 4,0 l_d = 120$  см;  $z = 2l_d = 60$  см;  $z = l_d = 30$  см и  $z = 0,5 l_d = 15$  см для  $F = 150$  кГц при частотах волн накачки

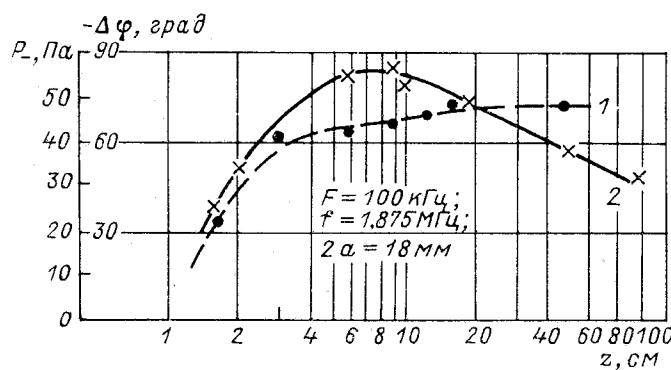


Рис. 11.20. Экспериментальные зависимости изменения фазы (кривая 1) и амплитуды звукового давления (кривая 2) ВРЧ на оси ПИ

$f_1 = 1,8$  МГц и  $f_2 = 1,95$  МГц. Одновременно с изменением фазовой картины акустического тракта ПИ фиксировали поперечное распределение амплитуды звукового давления ВРЧ (пунктир) и волн накачки (сплошные линии) в указанных сечениях звукового пучка. Поперечное распределение приведено на рис. 11.19,  $a$ — $g$ . Графики, приведенные на рис. 11.19, целесообразно рассматривать совместно. Равномерность фазового распределения акустического поля ПИ, а также плавное изменение и однородность амплитудного распределения ВРЧ взаимно обусловлены. Из графиков, представленных на рис. 11.21, следует, что до расстояний порядка  $z \simeq l_d$  фронт ВРЧ в пучке квазиплоский (см. рис. 11.19,  $z$ — $ж$ ). Затем вместе с волной накачки начинается дифракционная расходимость и трансформация фронта ВРЧ. На расстоянии порядка  $z \simeq 2l_d$  (см. рис. 11.19,  $e$ ) фронт ВРЧ можно считать сферическим. При дальнейшем увеличении расстояния  $z$  радиус кривизны фронта ВРЧ настолько увеличивается, что в сечении пучка (см. рис. 11.19,  $\delta$ ) при  $z \simeq 4 l_d$  изменения фазы  $\Delta\phi$  малы, а ВРЧ в пределах  $2 \theta_{0,7}$  можно считать плоской. Аналогичная картина изменения фазы наблюдалась нами на других разностных частотах (измерения проводились для  $F = 50, 75, 100, 150$  и 200 кГц).

На рис. 11.20 изображено осевое распределение фазы (кривая 1) и амплитуды звукового давления ВРЧ (кривая 2) для ПИ с

$f = 1,875$  МГц для  $F = 100$  кГц и  $2a = 18$  мм; расстояние  $z$  отсчитывается от преобразователя накачки. В качестве опорного сигнала использовался сигнал огибающей из блока формирования прибора НАИ-5. Из графиков, приведенных на рис. 11.20, видно, что  $\Delta\phi$  ВРЧ по мере удаления от преобразователя растет вместе с амплитудой, стремясь к постоянному значению  $\pi/2$ . Начиная с области стабилизации, фаза ВРЧ практически не изменяется. Напомним, что аналогичное поведение обнаруживает и фаза дифрагирующей ВЧ-волны (см. рис. 4.2, кривая 3).

Аналитический расчет фазового распределения ВРЧ в звуковых пучках в области взаимодействия волн накачки с учетом дифрак-

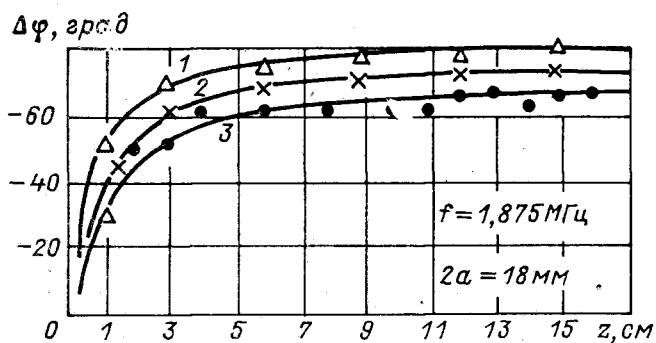


Рис. 11.21. Расчетные (кривые 1, 2 и 3) и экспериментальные результаты изменения фазы ВРЧ на оси ПИ при  $f = 1,875$  МГц и  $2a = 18$  мм (треугольники соответствуют измерениям на  $F = 50$  кГц, крестики — на 100 кГц и точки — на 150 кГц)

ции и затухания всех волн можно выполнить с помощью выражения (6.18), составив отношение мнимой  $\text{Im}$  к действительной  $\text{Re}$  части выражения  $P_{-}(0, z)$ :

$$\varphi(0, z) = \arctg \frac{\text{Im}[P_{-}(0, z)]}{\text{Re}[P_{-}(0, z)]}. \quad (11.2)$$

Расчеты были выполнены для высокочастотных ПИ. На рис. 11.21 сплошными линиями показаны теоретические кривые 1, 2 и 3 (соответственно для  $F = 50, 75$  и  $100$  кГц) осевого распределения фазы ПИ с  $f = 1,18$  МГц и  $2a = 30$  мм. На этом же графике нанесены экспериментальные точки.

### § 11.6. Амплитудно-частотные характеристики

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), т. е. зависимость амплитуды ВРЧ от ее частоты, является одной из важных характеристик ПИ. АЧХ параметрического прибора опреде-

ляется АЧХ нелинейной параметрической акустической антенны и АЧХ электронной схемы формирования сигналов (или схемы приема и обработки сигнала для параметрического приемника звука) совместно с АЧХ исходных преобразователей накачки. Вопросы расчета и технической реализации двух последних АЧХ (электронных схем и исходных электроакустических преобразователей) достаточно хорошо решаются традиционными методами. В данном параграфе основное внимание уделим АЧХ параметрической акустической антенны [9, 36, 37, 68—70, 88].

АЧХ нелинейной параметрической антенны определяется эффективностью процесса нелинейного взаимодействия волн накачки

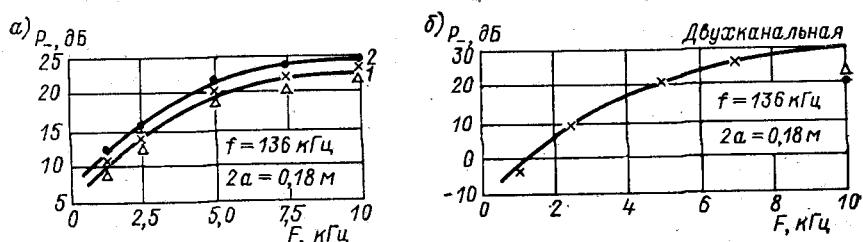


Рис. 11.22. Экспериментальные АЧХ низкочастотной ПИ с многоэлементным преобразователем накачки при различных схемах формирования сигнала: а — одноканальная схема; точки соответствуют АМК; крестики — DSB, треугольники — биениям; б — двухканальная схема формирования прибора НАИ-7

в звуковом пучке на различных частотах. В § 10.1 мы уже показали, что в зависимости от выбранной электронной схемы формирования спектральный состав взаимодействующих волн накачки в параметрической антенне меняется. В случае взаимодействия двух монохроматических волн (двуухполосный сигнал в DSB — методе формирования и методе биений колебаний двух частот) экспериментальная АЧХ низкочастотной параметрической антенны с многоэлементным преобразователем накачки с  $f = 136$  кГц и  $2a = 0,18$  м приведена на рис. 11.22, а сплошной кривой 1. Крестиками отмечены экспериментальные данные при использовании в накачке двухполосного сигнала (DSB), треугольниками — при применении формирователя с биениями колебаний двух частот. Видно, что экспериментальные результаты в этих двух случаях практически совпадают. Измерения АЧХ указанной параметрической антенны на оси проводились в пресной воде бухты Таганрогского залива на расстоянии  $z = 50$  м от преобразователя накачки в условиях натурной испытательной базы. Средняя мощность электрического сигнала, подаваемого на многоэлементный преобразователь накачки, во всем диапазоне частот и при всех методах формирования оставалась постоянной. Амплитуда звукового давления ВРЧ приведена в децибелах относительно уровня 1 Па.

Кривая 1 (рис. 11.22, а) демонстрирует примерно квадратичную зависимость амплитуды звукового давления ВРЧ параметрической антенны от частоты (более точно  $\sim F^{1.5}$ ). Такой же характер АЧХ ПИ отмечают зарубежные исследователи [5, 125, 151 и др.]

Характер АЧХ сохраняется, если излучение ВРЧ возникает в результате взаимодействия колебаний в волне накачки с более сложным трехкомпонентным спектром частот при использовании электронной схемы формирователя с АМ-сигналом (см. § 10.1, а). На рис. 11.22, а точками представлены результаты измерения АЧХ (кривая 2) той же низкочастотной параметрической антенны при использовании метода формирования с АМК. Коэффициент модуляции при АМ-методе формирования электрического сигнала был выбран  $m = 0.8$ .

Сравнение результатов измерения АЧХ ПИ при различных методах формирования электрического сигнала показывает (см. кривые 1 и 2, рис. 11.22, а), что при одинаковой величине средней мощности подаваемого на преобразователь электрического сигнала уровень звукового давления ВРЧ на оси параметрической антенны с АМ-волной накачки на 2—3 дБ выше, чем при использовании метода формирования с двухполосным сигналом (DSB) и метода биения колебаний двух частот [10, 84, 88, 119]. Однако следует иметь в виду, что величина средней электрической мощности ограничивается динамическим диапазоном усилительного тракта и при одинаковой амплитуде электрического сигнала, подаваемого на преобразователь накачки, средняя мощность при двухполосном сигнале, а также при биениях колебаний двух частот больше, чем при АМ.

Учитывая отмеченные особенности взаимодействия трех- и двухчастотных сигналов волн накачки, а также из-за необходимости передачи сложных сигналов в разработанных нелинейных приборах НАИ-7, ПГЛ-2, ПГЛ-2А и др. для активной эхолокации применен двухканальный метод формирования электрического сигнала (см. табл. 2 и 3). АЧХ низкочастотного параметрического прибора с двухканальной схемой формирования представлена на рис. 11.22, б. Экспериментальные результаты отмечены крестиками. Измерения проводили в натурных условиях при  $z = 100$  м и звуковом давлении по каждой из исходных частот  $p_{01} = p_{02} = 4 \cdot 10^5$  Па в диапазоне разностных частот  $F = 1 \div 7$  кГц. Значения амплитуды ВРЧ  $P_-$  приводятся в децибелах относительно 1 Па. При  $F = 10$  кГц уровень звукового давления по каждой из ВЧ-волн не удалось получить более  $2.9 \cdot 10^5$  Па из-за спада АЧХ исходных преобразователей накачки. Экспериментальное значение  $P_-$  для  $F = 10$  кГц на рис. 11.22, б приведено для уровня  $p_{01,02} = 2.89 \cdot 10^5$  Па и отмечено точкой. Сплошная кривая соответствует теоретическим расчетам АЧХ указанной низкочастотной параметрической антенны при  $p_{01} = p_{02} = 3.98 \cdot 10^5$  Па. Для корректировки АЧХ на частоте  $F = 10$  кГц (из-за полосы пропускания преобразователя накачки) было теоретически вычислено значение  $P_-$

при  $p_{01} = p_{02} = 2,98 \cdot 10^5$  Па. Это расчетное значение отмечено на рис. 11.22, б треугольником. Следует отметить хорошее совпадение теоретических и экспериментальных результатов.

Расчет АЧХ ПИ проводится по выражению (6.18). Для инженерных расчетов АЧХ могут быть использованы приведенные на рис. 1—5 приложения номограммы (см. гл. 6), построенные с помощью ЭМВ на базе аналитических решений уравнения ХЗК с учетом дифракции и затухания первичных и вторичных волн [89, 149].

На рис. 11.23 представлены расчетные АЧХ измерительного прибора типа НАИ-5 с плоским (кривая 1) и слабовыпуклым (кривая 2) преобразователями накачки. На этом же рисунке точками

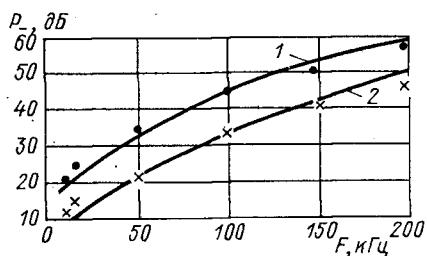


Рис. 11.23. Расчетные и экспериментальные (отмечены точками и крестиками соответственно) АЧХ измерительного нелинейного ПИ типа НАИ-5 с плоским (кривая 1) и слабовыпуклым (кривая 2) преобразователями накачки  
1 — 19,8 МГц, 2a = 15 мм; 2 — 2,03 МГц;  
 $\varrho = 20$  мм

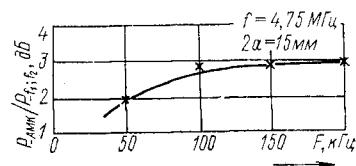


Рис. 11.24. Сравнительная АЧХ высокочастотных ПИ с формирователем, использующим АМК ( $m = 0,75$ ) и с двухканальным формирователем

и крестиками обозначены соответствующие экспериментальные данные. Расчеты и эксперименты проводились для  $f = 1,98$  МГц и  $2a = 15$  мм (в случае плоского круглого преобразователя накачки) и для  $f = 2,03$  МГц (для слабовыпуклого сферического преобразователя диаметром 20 мм и радиусом кривизны 23,7 мм). Амплитуды звукового давления на рис. 11.23 даны в децибелах относительно уровня 1 Па и приведены к расстоянию 1 м в диапазоне разностных частот 10—200 кГц. Измерения проводили в дальнем поле взаимодействующих волн на расстоянии 4 м.

Анализ теоретических и экспериментальных результатов, приведенных на рис. 11.23, показывает, что амплитуда излучаемой ВРЧ высокочастотного параметрического прибора растет с ростом разностной частоты, как и в случае низкочастотной параметрической антенны (см. рис. 11.22). Имеет место совпадение теоретических и экспериментальных результатов. Некоторое расхождение на разностных частотах выше 150 кГц объясняется уменьшением сигнала ВРЧ из-за конечности полосы пропускания преобразователя накачки.

Результаты измерений АЧХ высокочастотных ПИ с различными схемами формирования сигналов накачки представлены на рис. 11.24. Кривая показывает зависимость отношения амплитуд звуковых давлений ВРЧ в дальней зоне ПИ, образующихся при взаимодействии волн накачки с АМК и взаимодействии в пучке двух монохроматических волн ( $P_{\text{АМК}}/P_{f_1, f_2}$ ), в функции от  $F$ . В качестве преобразователя использовался плоский кварцевый поршневой излучатель диаметром  $2a = 15$  мм с  $f = 4,75$  МГц. Коэффициент модуляции АМК поддерживался во всем диапазоне изменения  $F = 50 \div 200$  кГц на уровне 0,75. Измерения проводились при одинаковой средней мощности излучения. Нормирование амплитуды ВРЧ проводилось относительно амплитуды звукового давления ВРЧ при  $F = 150$  кГц для случая взаимодействия в пучке монохроматических волн.

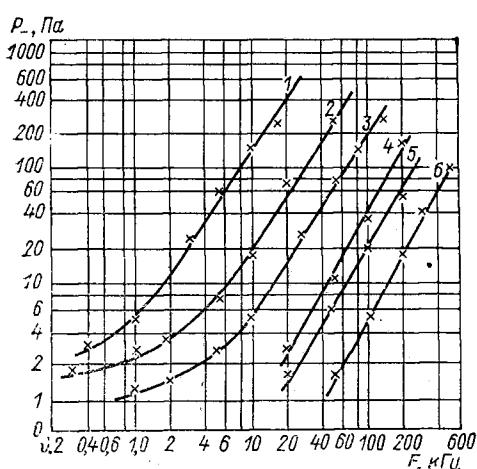


Рис. 11.25. АЧХ некоторых нелинейных ПИ и макетов, разработанных в ТРТИ (сплошные кривые — теоретические, крестики — эксперимент)

1 —  $f = 136$  кГц;  $z = 100$  м; 2 —  $f = 500$  кГц,  $z = 15$  м; 3 —  $f = 1014$  кГц,  $z = 5$  м; 4 —  $f = 1980$  кГц, пригеденное к 1 м; 5 —  $f = 2030$  кГц, пригеденное к 1 м; 6 —  $f = 4800$  кГц,  $z = 2$  м

При проектировании нелинейных гидроакустических приборов различного назначения важно априорно знать АЧХ. Современная гидроакустика использует в основном частотный диапазон от сотен герц до нескольких сотен килогерц. Разработанные параметрические приборы и макеты (см. табл. 2 и 3) имеют рабочие разностные частоты, охватывающие весь указанный диапазон. Теоретические расчеты, экспериментальные исследования и испытания приборов и макетов позволяют построить на рис. 11.25 сводные графики АЧХ. Сплошными линиями 1—6 показаны расчетные АЧХ соответственно при частотах накачки  $f = 136, 500, 1014, 1980, 2030$  и 4800 кГц. Крестиками обозначены результаты экспериментов. Следует отметить согласие теоретических и экспериментальных данных. Диаметры исходных преобразователей накачки для графиков 1—6 были соответственно равны: для кривой 1 —  $2a = 180$  мм (многоэлементный преобразователь); для 2 —  $2a =$

= 30 мм; для 3— $2a = 40$  мм; для 4 —  $2a = 18$  мм; для 5 —  $2a = 30$  мм (слабовыпуклый с радиусом кривизны 23,7 мм); для 6 —  $2a = 15$  мм. На рисунке также указаны расстояния, на которых измеряли АЧХ. Для кривых 4 и 5 значение  $P_-$  приведено к расстоянию 1 м. Из рис. 11.25 видно, что АЧХ параметрических антенн, имеющих различные размеры и конструкции, весьма сходны. На линейных участках АЧХ  $P_- \sim F^n$  показатель степени  $n$  меняется в незначительных пределах от 1,5 до 1,8. Для кривых 1—6 этот показатель соответственно равен 1,52; 1,55; 1,56; 1,75; 1,55 и 1,77. Отметим, что в работах [114, 118, 119, 125] указаны те же пределы изменения показателя степени (от 1,5 до 1,7). У широкополосных ПИ на начальных участках кривых 1—3, приведенных на рис. 11.25, где коэффициент снижения по частоте приближается к тысяче, показатель степени  $n$  плавно увеличивается от 0,4 до 1,5. В этой области заметную роль играет изменение дифракционной расходности ВРЧ. При необходимости АЧХ ПИ может быть рассчитана по выражению (6.18) или по номограммам гл. 6.

Используя сводные графики АЧХ ПИ, изображенные на рис. 11.25, при проектировании новых параметрических приборов априорно можно представить себе примерный ход АЧХ создаваемого прибора (не следует забывать, что амплитуда ВРЧ зависит от уровня амплитуды исходных волн накачки, см. гл. 6 и § 11.7).

В начале параграфа мы упомянули, что общая АЧХ нелинейного прибора зависит не только от АЧХ параметрической антенны, но и от АЧХ электронной схемы и АЧХ преобразователей накачки. АЧХ электронной схемы можно корректировать. Эта возможность использована в приборе НАИ-6 для формирования АЧХ типа «полочка» (см. рис. 11.36).

АЧХ преобразователя накачки оказывает существенное влияние на АЧХ параметрического прибора. Особенно заметно это влияние в области высоких значений разностной частоты. Здесь уместно сослаться на экспериментальные результаты рис. 11.22, б и 11.23, из которых следует, что именно влияние полосы пропускания исходных преобразователей накачки (низкочастотных, см. рис. 11.22, б и высокочастотных, см. рис. 11.23) приводит кискажениям АЧХ нелинейного параметрического прибора.

Затронутый вопрос примыкает к проблеме выбора частоты  $f$  и полосы пропускания  $\Delta f/f$  преобразователей для параметрической антенны. Эти две величины в реальных преобразователях накачки ПИ определенным образом связаны. Выбор этих величин на этапе конструирования ПИ зависит прежде всего от назначения прибора. Универсальных рекомендаций по выбору  $f$  и  $\Delta f/f$  дать практически невозможно.

Ясно, что обычно требуемый диапазон изменения разностной частоты  $\Delta F = (F_{\max} - F_{\min})$  определяет величину  $\Delta f$ . Так в современных конструкциях электроакустических резонансных преобразователей полоса  $\Delta f/f$  пропускания по уровню 0,7 редко превышает величину нескольких процентов (в противном случае надо принять

меры по демпфированию преобразователя, что снижает его электроакустический КПД и т. д.); отсюда следует ограничение на выбор самой низкой резонансной частоты преобразователя накачки. При этом из конкретных требований к направленным свойствам или габаритам ПИ возникают новые ограничения на соотношение,  $F_{\max}/f$ , из-за которых вновь приходится изменять  $f$ . Отношение  $F_{\min}/f$  определяется требуемым уровнем звукового давления на разностной частоте и необходимой шириной характеристики направленности параметрической антенны. При определенном навыке с учетом теоретических и экспериментальных сведений о параметрических антенных и преобразователях разработчик-конструктор без особых затруднений выберет требуемые значения  $f$  и  $\Delta f/f$  для реализации технического задания при разработке параметрического прибора.

Конкретная инженерная методика расчета характеристик параметрических антенн (в том числе и АЧХ, с численными примерами) приведена в [89] и § 6.2.

Проведенный анализ АЧХ показал, что эффективность преобразования акустической энергии исходных волн накачки в энергию ВРЧ повышается с ростом частоты. Вопрос об эффективности нелинейных параметрических антенн возникает достаточно часто и вызывает обычно дискуссии, так как разработчики традиционной гидроакустической аппаратуры имеют сравнительно малый опыт комплексного использования уникальных преимуществ нелинейных антенн.

Эффективность параметрической антенны (или преобразователя) следует оценивать, на наш взгляд, неким обобщенным критерием, учитывающим всю совокупность технических характеристик применительно к решаемой практической задаче. В этом обобщенном критерии должны быть учтены с соответствующими весовыми коэффициентами все технические характеристики ПИ. Для удобства сравнения нелинейных параметрических приборов с традиционной гидроакустической аппаратурой можно было бы использовать при нахождении указанного обобщенного критерия известный аппарат построения целевой функции аппаратуры.

К сожалению, в такой постановке задача об оценке эффективности параметрических антенн еще не решена; сделаны лишь первые попытки. Безусловно, эта актуальная задача требует своего разрешения. Только после нахождения обобщенного критерия можно ставить вопрос об оптимизации характеристик нелинейных антенн.

Вопрос об оптимизации характеристик ПИ поднимался достаточно часто, например, в работах [23, 27, 41, 54, 84, 125]. Но всегда речь шла об оптимизации по одному-двум параметрам (чаще всего по уровню амплитуды ВРЧ и обеспечению высокой направленности) без учета других важных (и часто определяющих) свойств нелинейных антенн, таких, как широкополосность, постоянство диаграммы направленности, отсутствие боковых лепестков и т. д., и без учета назначения создаваемого параметрического прибора.

### § 11.7. Амплитудные и фазово-амплитудные характеристики. «Насыщение» ПИ

В данном параграфе мы рассмотрим результаты теоретических и экспериментальных исследований амплитудных характеристик низко- и высокочастотных параметрических антенн и преобразователей. Отметим влияние ограничивающих факторов на повышение уровня излучения ВРЧ. Рассмотрим также вопрос о влиянии амплитуды волны накачки на распределения фазы ВРЧ [9, 34, 36, 70, 84, 88, 149].

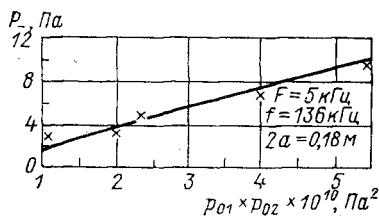


Рис. 11.26. Амплитудная характеристика низкочастотной нелинейной параметрической антенны (сплошная кривая — теоретическая, крестики — эксперимент, формирование сигналов по методу биений)

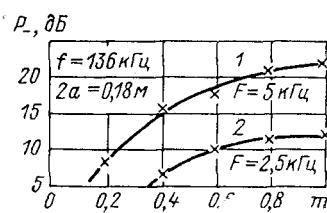


Рис. 11.27. Экспериментальные зависимости уровня излучения ВРЧ от коэффициента модуляции (амплитудная характеристика) низкочастотной параметрической антенны при использовании формирователя с АМК

В соответствии с физическими представлениями (см. гл. 5, 6) амплитуда разностного сигнала  $P_-$ , возникающего в результате взаимодействия волн накачки, прямо пропорциональна произведению амплитуд взаимодействующих волн ( $\sim p_{01}p_{02}$ ), т. е. амплитудная характеристика параметрических антенн и преобразователей линейна. На рис. 11.26 сплошной прямой показана рассчитанная по выражению (6.18) амплитудная характеристика низкочастотной параметрической антенны для разностной частоты  $F = 5 \text{ кГц}$  при  $f = 136 \text{ кГц}$ . Экспериментальные результаты отмечены крестиками. Измерения проводились на натурной испытательной базе при диаметре исходного преобразователя накачки  $2a = 0,18 \text{ м}$  при  $z = 10 \text{ м}$ . Результаты расчетов хорошо совпадают с экспериментальными данными.

Формирование сигналов осуществлялось по методу биений колебаний двух частот. При использовании формирователя с АМК амплитудную характеристику ПИ можно представлять в виде зависимости уровня звукового давления ВРЧ от коэффициента модуляции  $m$ . Для той же самой низкочастотной параметрической антенны и тех же условий измерений на рис. 11.27 приведены амплитудные характеристики для разностных частот  $F = 5 \text{ кГц}$  (кривая 1)

и  $F = 2,5$  кГц (кривая 2) при использовании формирователя с АМК. Уровень  $P_-$  на рис. 11.27 приведен в децибелах относительно 1 Па. Видно, что с ростом коэффициента модуляции растет уровень излучения параметрической антенны. Однако при увеличении коэффициента модуляции выше 0,8 рост уровня излучения ВРЧ практически прекращается. Параметрическая антenna «насыщается». Эффект «насыщения» в данном случае связан с тем обстоятельством, что при больших значениях коэффициента модуляции в спектре АМК-волн накачки ВЧ-составляющие достигают таких уровней, при которых происходит рождение множества новых спектральных ВЧ-составляющих, и энергия накачки быстро «растекается» вверх по спектру. При этом энергия волн накачки дополнительно перекачивается во вторую гармонику разностной частоты. Первая основная гармоника разностной частоты вначале замедляет, а при дальнейшем повышении модуляции совсем прекращает свой рост.

Сходные результаты исследования эффекта «насыщения» ПИ при АМК- и DSB-методах формирования сигналов накачки приведены в работах [136, 175, 176]. В экспериментах с частотами накачки в районе 700 кГц и разностными частотами в пределах, 7–70 кГц авторы указанных работ исследовали поведение амплитудных и пространственных характеристик первых трех гармоник ВРЧ.

Для подтверждения высказанных положений о генерации гармоник ВРЧ на рис. 11.28 приведены экспериментальные амплитудные характеристики высокочастотного ПИ [84, 88] с формирователем на основе АМК. Кривая 1 соответствует основной гармонике ВРЧ:  $F = 150$  кГц, кривая 2 — второй гармонике:  $2F = 300$  кГц. Экспериментальные результаты отмечены крестиками. Измерения проводили при  $f = 4,75$  МГц. Преобразователь накачки был выполнен в виде плоского кварцевого поршневого излучателя диаметром  $2a = 15$  мм. На рис. 11.28 отчетливо видно, что при  $n$  порядка 0,7–0,8 заметно возрастает вторая гармоника ВРЧ. При этом основная гармоника замедляет свой рост. Дальнейшее повышение приводит к «насыщению» ПИ. Среда ведет себя в этом случае как нелинейный амплитудный детектор. Это обстоятельство было отмечено еще на ранних этапах наших исследований [75].

Мы рассмотрели выше основной механизм, вызывающий «насыщение» ПИ, связанный с наличием взаимодействия спектральных составляющих волн накачки, когда в электрическом сигнале, поступающем на преобразователь, содержится более двух спектральных компонент. Подобным образом происходит «насыщение» ПИ с бигармоническим сигналом.

Основным фактором, ограничивающим предельно достижимые уровни излучения ВРЧ параметрических антенн является нелинейное затухание волн накачки [54, 84, 86, 88, 110, 136, 176]. Нелинейное затухание возникает, когда уровни амплитуд волн накачки повышаются настолько, что из-за нелинейных свойств среды и условий распространения возникает искажение профиля волн.

накачки. При этом спектр взаимодействующих волн значительно расширяется. Энергия волн накачки дополнительно расходуется на образование многочисленных волн комбинационных частот. Энергия основной гармоники ВРЧ резко падает, длина области взаимодействия, определяющая ширину характеристики направленности ПИ, сокращается. Эффект «насыщения» ПИ из-за нелинейного затухания волн накачки можно наглядно продемонстрировать на характерном изгибе экспериментальной амплитудной характеристики

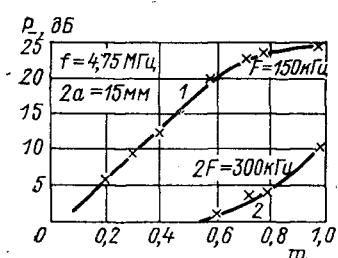


Рис. 11.28. Экспериментальные зависимости уровня звукового давления первой (кривая 1) и второй (кривая 2) гармоник ВРЧ в функции от коэффициента модуляции (амплитудная характеристика) высокочастотного ПИ при использовании формирователя с АМК

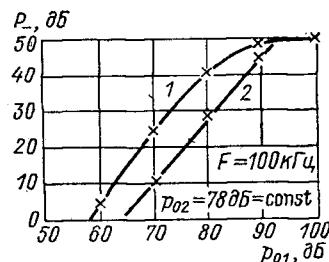


Рис. 11.29. Экспериментальные амплитудные характеристики высокочастотного ПИ для плоского (кривая 1,  $f = 1,98$  МГц) и слабовыпуклого (кривая 2,  $f = 2,03$  МГц) преобразователей накачки

стики (кривая 1 на рис. 11.29) одного из макетов высокочастотного параметрического прибора. Амплитудная характеристика ПИ приведена для разностной частоты  $F = 100$  кГц в функции от амплитуды звукового давления по одной из исходных волн накачки  $p_{01}$ . Амплитуда второй волны накачки  $p_{02}$  в течение всей серии экспериментов, представленных на рис. 11.29, поддерживалась постоянной на уровне 78 дБ. Звуковые давления по исходным и разностным частотам приведены в децибелах относительно уровня 1 Па на 1 м. Экспериментальные значения отмечены крестиками. Измерения проводились в пресной воде в гидроакустическом бассейне в импульсном и непрерывном режимах работы в дальнем поле ПИ на расстоянии 4 м от преобразователя накачки на оси излучения. Экспериментальные результаты для кривой 1 получены при работе с плоским излучателем накачки диаметром  $2a = 15$  мм, с  $f = 1,98$  МГц. Для полноты картины на рис. 11.29 приведена также амплитудная характеристика (кривая 2) высокочастотного ПИ со слабовыпуклым сферическим преобразователем накачки диаметром 20 мм с радиусом кривизны 23,7 мм при  $f = 2,03$  МГц для той же самой разностной частоты  $F = 100$  кГц и тех же условий измерения. Графики, приведенные на рис. 11.29, показывают, что началь-

ные участки амплитудных характеристик ПИ — нарастающие. При превышении некоторого значения амплитуды волны накачки ПИ с плоским преобразователем переходит в режим «насыщения». Для ПИ со слабовыпуклым преобразователем при таких уровнях режим «насыщения» не наступает из-за быстрого спадания амплитуды взаимодействующих волн вследствие их сферической расходности.

Характеристика направленности ПИ в режиме «насыщения» (см. гл. 8) расширяется и становится амплитудно-зависимой (см. § 11.4). В номинальных режимах работы параметрических приборов (см. табл. 2 и 3) режим «насыщения» не появляется. Однако при увеличении мощности волн накачки возникают гармоники ВРЧ (см. рис. 11.28), уменьшается амплитуда ВРЧ (см. рис. 11.29), на

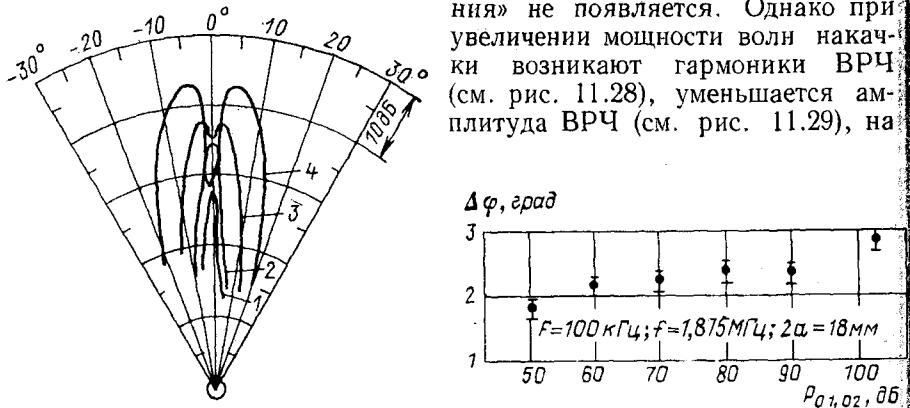


Рис. 11.30. Искажение диаграммы направленности второй гармоники ВРЧ при увеличении уровня амплитуды волн накачки ПИ

Рис. 11.31. Фазово-амплитудная характеристика высокочастотного ПИ (точки — эксперимент)

более коротких, чем обычно, расстояниях начинается сферическое расхождение ВРЧ ( $\sim 1/z$ ) [125, 148]. Характеристика направленности гармоник ВРЧ испытывает искажения. На рис. 11.30 приведена заимствованная из работ [175, 176] серия графиков, иллюстрирующих искажения характеристик направленности второй гармоники ВРЧ  $2F = 14,2$  кГц при уровнях амплитуды волн накачки 226,9; 232,6; 238,3; 245,2 дБ (кривые 1—4) относительно уровня 1 мкПа, приведенного к 1 м. Частота накачки составляла 710 кГц при диаметре излучателя накачки 100 мм. Из рис. 11.30 видно, что с ростом амплитуды волн накачки в режиме «насыщения» характеристика направленности ВРЧ значительно расширяется и искажается; появляется провал на оси диаграммы направленности. Объяснение этого явления дано в § 8.1.

Эффект нелинейного затухания волн конечной амплитуды применительно к условиям работы параметрических антенн исследован весьма широко. Обзоры по этому вопросу даны в работах [26, 50, 54, 81, 109, 110, 111, 125].

Нередко параметрические антенны не достигают режима «насыщения», так как на более ранних стадиях возникает кавитация в среде или возникают ограничения, связанные с поведением пьезокерамики в сильных полях. Последний эффект мы рассмотрели в § 10.3. Ряд исследователей для повышения уровня излучения параметрических антенн [112, 122, 157, 158] принимает специальные меры по подавлению кавитации в области взаимодействия.

Следует обсудить влияние амплитуды волны накачки на картину фазового распределения ВРЧ. Этот вопрос в известной нам литературе не рассматривался. Зависимость фазы от амплитуды волн накачки можно условно назвать фазово-амплитудной характеристикой ПИ. Расчет этой характеристики можно производить по выражению (6.18) подобно тому, как рассчитывались фазовые характеристики ПИ (см. § 11.5).

На рис. 11.31 точками изображены результаты измерения фазово-амплитудной характеристики высокочастотного ПИ для  $F = 100$  кГц,  $f = 1,875$  МГц и  $2a = 18$  мм. Условия измерения те же, что и в § 11.5. Звуковое давление по исходным волнам накачки  $p_{01}, p_{02}$  представлено в децибелах относительно уровня 1 Па. Анализ экспериментальных результатов, приведенных на рис. 11.31, показывает, что амплитуда волн накачки (при измерениях она не превышала порога образования ударного фронта) практически не влияет на фазу ВРЧ.

### § 11.8. Основные характеристики параметрических приемников

Для практического использования нелинейных параметрических акустических приемников (НПАП) важно знать их основные характеристики — частотную зависимость чувствительности и частотную зависимость характеристики направленности, а также изменение этих характеристик при изменении величины базы приемника и апертуры преобразователей накачки. Различные аспекты нелинейного взаимодействия акустических волн применительно к условиям работы НПАП в настоящее время достаточно широко исследованы у нас в стране и за рубежом [29—32, 93, 103, 105 и др.]

Исследования основных характеристик НПАП, представленные в данном параграфе, проведены в диапазоне частот сигнала 0,01—50 кГц при базах приемника  $L = 0,5 \div 3,0$  м. Исследования проводили с помощью прибора НПАП-1 (см. § 12.2) с частотой накачки 1,25 МГц. Расчет основных характеристик НПАП выполнен по выражениям (7.29) и (7.30). [16, 17, 35, 170].

Из выражения (7.30) видно, что диаграмма направленности НПАП не зависит от диаграммы направленности преобразователей накачки. Это обстоятельство подчеркивается также в известных работах Трухарда [160—163]. Направленные свойства нелинейного параметрического приемника существенно отличаются от аналогичных свойств ПИ. Параметрическая приемная антенна в случае сфе-

рической волны сигнала аналогична [106, 107] протяженной линейной антенне бегущей волны той же длины. Поэтому в отличие от ПИ уровень боковых лепестков НПАП, существенно выше. По сути, этот уровень такой же, как в обычных традиционных антенных.

Как и в традиционных преобразователях, диаграмма направленности параметрического приемника  $D(\theta)$  становится более узкой с повышением частоты принимаемого акустического сигнала  $F_c$ . Например, на рис. 11.32 приведены экспериментальные диаграммы направленности НПАП на частотах  $F_c = 3, 8$  и  $36$  кГц (соответственно кривые 1, 2 и 3), при базе приемника  $L = 2$  м. Экспериментальные значения отмечены точками.

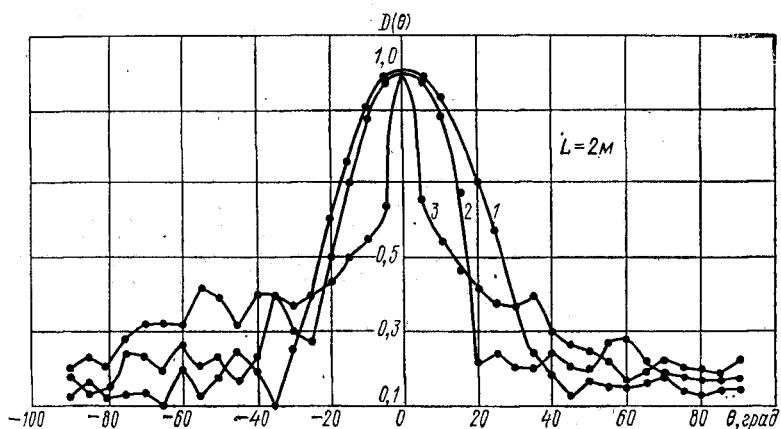


Рис. 11.32. Диаграммы направленности параметрического приемника на различных частотах сигнала  
1 —  $F_c = 3$  кГц; 2 —  $F_c = 8$  кГц; 3 —  $F_c = 36$  кГц.

Сводные теоретические графики зависимости ширины характеристики направленности НПАП на уровне 0,7 от частоты принимаемого сигнала приведены на рис. 11.33 для размеров базы приемника  $L = 0,5, 1,0, 2,0$  м (соответственно кривые 1, 2 и 3). Расчеты выполнялись по выражению (7.30). Экспериментальные значения показаны крестиками. Следует отметить хорошее совпадение теоретических и экспериментальных результатов.

Из рис. 11.33 видно, что увеличение базы параметрического приемника приводит к сужению характеристики направленности.

Чем больше длин волн сигнала  $\Lambda_c$  укладывается на длине базы, тем уже характеристика направленности НПАП. Сводный график, приведенный на рис. 11.34, подтверждает этот вывод. Сплошная линия соответствует теоретическим значениям, полученным с помощью выражения (7.30), крестиками отмечены результаты эксперимента.

Из представленных выше результатов видно, что для обеспечения высокой направленности в приеме требуется существенно уве-

личить длину базы НПАП. Например, для формирования характеристики направленности шириной  $6^\circ$  при частоте сигнала 5 кГц длина базы НПАП должна быть порядка 100 м. Габариты остронаправленной параметрической антенны на низких частотах существенно сокращаются при компоновке антенны в виде решетки из нескольких элементарных параметрических приемников (см. § 12.3).

Исследованный НПАП работал в режиме, далеком от насыщения (см. динамическую характеристику на рис. 12.12). При насыщении амплитуда принимаемого сигнала становится независимой от уровня накачки (см. § 7.3), характеристика направленности расширяется, в ней появляются провалы (см. рис. 11.30).

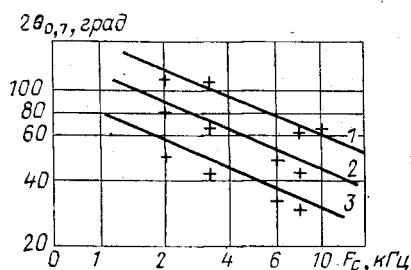


Рис. 11.33. Зависимость ширины диаграммы направленности НПАП от частоты сигнала при различных базах  
1 —  $L=0.5 \text{ м}$ ; 2 —  $L=1 \text{ м}$ ; 3 —  $L=2 \text{ м}$

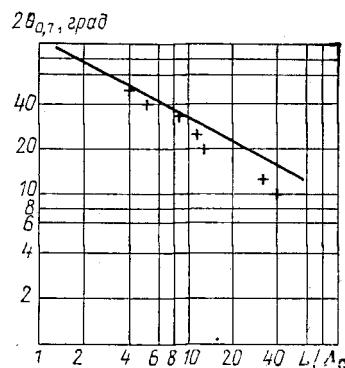


Рис. 11.34. Зависимость ширины характеристики НПАП от нормированной длины базы

На направленные свойства параметрической приемной антенны может оказывать влияние присутствие преобразователя накачки в поле источника сигнала. Акустическая тень, создаваемая преобразователем накачки вдоль оси приемника, искажает характеристику направленности, уменьшает чувствительность НПАП и в определенной степени влияет на полосу пропускания [95].

Из рис. 11.32 и 11.33 видно, что в отличие от ПИ уровень дополнительных лепестков в диаграмме направленности НПАП достаточно велик. Он может быть рассчитан по выражению (7.30).

Основным процессом НПАП является нелинейное взаимодействие волн накачки и сигнала, поэтому чувствительность параметрического приемника прямо зависит от амплитуды волн накачки [см. выражение (7.32)]. Кроме того, чувствительность НПАП должна зависеть от длины области взаимодействия, дифракции и затухания. Для иллюстрации на рис. 11.35 приведен график относительной чувствительности НПАП в функции от отношения длины

базы к длине области дифракции волны накачки  $L/l_d$ . График рассчитан по выражению (7.32). Экспериментальные значения отмечены крестиками. Из графика видно, что относительная чувствительность параметрического приемника растет с увеличением длины базы, с уменьшением диаметра преобразователя и частоты накачки. Однако конструктивные особенности акустического узла описываемого НПАП не позволяют значительно увеличивать базу приемников и уменьшать диаметр преобразователя накачки. Но, в принципе, можно создавать параметрические приемные системы с длиной базы порядка единиц и десятка километров. Для получения

достаточно высоких значений чувствительности НПАП оптимальным является такое соотношение длины базы, диаметра преобразователя и частоты накачки, при котором  $L/l_d \approx 1 \div 4$ . Расположение экспериментальных точек на рис. 11.35 показывает, что созданный параметрический приемник по этому критерию близок к оптимальному. При  $f \gg F_c$  чувствительность НПАП практически не зависит от частоты сигнала для принятых соотношений параметров (см. рис. 12.13).

Отношение сигнал/шум НПАП по сравнению с традиционными приемными антеннами всегда меньше (см. рис. 12.12). Эта особенность НПАП подчеркивается в ряде работ [161—163].

Амплитудно-частотная характеристика и полоса пропускания параметрического приемника звука полностью определяются АЧХ приемного ВЧ-пьезопреобразователя накачки и АЧХ приемной части электронной схемы НПАП (см. § 10.2 и 12.2).

Параметрические приемники звука могут работать в условиях глубоководного погружения или повышенного гидростатического давления в измерительных бассейнах. Поэтому интересно знать влияние гидростатического давления на характеристики НПАП. В соответствии с выражениями (7.30) и (7.31) гидростатическое давление не влияет на характеристики НПАП. Экспериментальные исследования НПАП в измерительном бассейне с повышенным гидростатическим давлением подтвердили этот вывод.

Управлять характеристиками НПАП можно несколькими способами. Например, ширину характеристики направленности можно менять путем соответствующего изменения длины базы  $L$  (см. рис. 11.34) или путем ограничения длины области взаимодействия с помощью акустического фильтра, поглощающего волны накачки. Изменяя диаметр звукового пучка волн накачки с помощью погло-

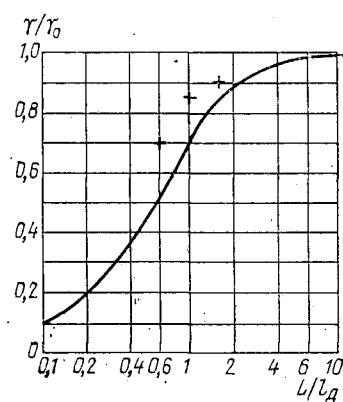


Рис. 11.35. Относительная чувствительность параметрического приемника в функции от  $L/l_d$

ше (см. рис. 12.12). Эта особенность НПАП подчеркивается в ряде работ [161—163].

Амплитудно-частотная характеристика и полоса пропускания параметрического приемника звука полностью определяются АЧХ приемного ВЧ-пьезопреобразователя накачки и АЧХ приемной части электронной схемы НПАП (см. § 10.2 и 12.2).

Параметрические приемники звука могут работать в условиях глубоководного погружения или повышенного гидростатического давления в измерительных бассейнах. Поэтому интересно знать влияние гидростатического давления на характеристики НПАП. В соответствии с выражениями (7.30) и (7.31) гидростатическое давление не влияет на характеристики НПАП. Экспериментальные исследования НПАП в измерительном бассейне с повышенным гидростатическим давлением подтвердили этот вывод.

Управлять характеристиками НПАП можно несколькими способами. Например, ширину характеристики направленности можно менять путем соответствующего изменения длины базы  $L$  (см. рис. 11.34) или путем ограничения длины области взаимодействия с помощью акустического фильтра, поглощающего волны накачки. Изменяя диаметр звукового пучка волн накачки с помощью погло-

щающей (на частоте накачки) диафрагмы, можно менять и чувствительность и направленность НПАП. Имеются различные варианты управления характеристиками параметрического приемника с помощью различных изменений электронной схемы НПАП.

Возможность сканирования характеристики направленности параметрического приемника обсуждалась В. В. Гущиным и Ю. М. Заславским на Дальневосточной акустической конференции в 1978 г. Показано, что при расположении в области взаимодействия участка искусственной среды с дисперсией для волн накачки можно поворачивать диаграмму направленности НПАП относительно геометрической оси системы, перестраивая частоту накачки. Эксперимент в воздушном пространстве с волноводом в виде четырехметровой медной трубы диаметром 100 мм и толщиной стенки 1,5 мм при перестройке частоты накачки в полосе 5,9–6,7 кГц (запредельная частота указанного волновода 5,9 кГц) доказал возможность поворота максимума диаграммы направленности НПАП на угол до  $70^\circ$  при частоте сигнала 365 Гц.

#### § 11.9. Влияние свойств среды на характеристики параметрических антенн

В дальней зоне нелинейной параметрической антенны свойства среды влияют на характеристики распространения ВРЧ в той же степени, как и при работе традиционных гидроакустических антенн.

По условию эксплуатации параметрические гидроакустические приборы могут работать в пресной и соленой воде, в различных климатических зонах, на различных глубинах, в условиях перемешивания среды ветровым волнением, течениями и т. д. Поэтому конструкторов и разработчиков новой гидроакустической аппаратуры интересует вопрос о степени влияния свойств среды в области взаимодействия волн накачки на характеристики ПИ. Протяженность активной части области взаимодействия, которая определяет основные характеристики ПИ, в существующих образцах параметрических антенн достигает десятков и сотен метров. На этих расстояниях может проявляться влияние различных неоднородностей свойств среды.

Рассмотрим кратко небольшую часть этого обширного вопроса. Дополняя поднятый в конце § 11.3 и 11.8 весьма актуальный вопрос о повышении уровня излучения ПИ, отметим, что, по мнению ряда авторов, амплитуда ВРЧ может быть увеличена за счет направленного изменения некоторых свойств среды в активной области взаимодействия и, в частности, увеличения нелинейного параметра среды  $\varepsilon$ , уменьшения скорости звука и др. Некоторые исследователи [156] в этом направлении идут по пути использования взаимодействия акустических волн накачки в реологических средах типа силиконовой резины, имеющей волновое сопротивление,

близкое к  $\rho_0 c_0$  воды, но существенно больший (в 3—4 раза) нелинейный параметр  $\epsilon$ .

Значительно большее внимание уделяется исследованию нелинейного взаимодействия волн в средах с воздушными пузырьками [112, 157]. Особо следует отметить цикл исследований [53, 90]. Показано, что в некоторых гетерогенных средах при определенных условиях нелинейный параметр возрастает на один-два и даже три порядка. Исследования в указанных выше направлениях продолжаются. Но из-за влияния целого ряда дополнительных ограничивающих факторов (затухание, рассеяние волн накачки на пузырьках, временное изменение распределения пузырьков по размерам, технические сложности при реализации и т. д.) заметного выигрыша в уровнях амплитуды ВРЧ реальных параметрических антенн за счет искусственного изменения свойств среды в области взаимодействия пока не получено.

Важный для практического использования факт сообщил Смит. В работе [158] сделано заключение, что амплитуда сигнала разностной частоты должна быть заметно более устойчивой к флюктуационным изменениям характеристик среды по сравнению с амплитудой волн обычных антенн.

Исследования в этих направлениях проводятся и в нашей стране. В частности, исследована зависимость основных характеристик ПИ от гидростатического давления. В соответствии с теоретическими представлениями [69, 88, 149] (см. гл. 6) основные характеристики ПИ не должны зависеть от гидростатического давления при различных глубинах погружения. Экспериментальные исследования проводились с комплектом параметрических приборов НАИ-6М (см. табл. 2) в условиях специализированного гидроакустического бассейна. Гидростатическое давление в бассейне изменялось от  $0,25 \cdot 10^6$  до  $4,0 \cdot 10^6$  Па, что соответствовало глубинам погружения до 400 метров. Измерения проводились в дальней зоне ПИ на расстоянии 4 м от преобразователя накачки. При измерениях звукового давления ВРЧ и диаграмм направленности ПИ уровень излучения волн накачки поддерживался постоянным при варьировании гидростатического давления на различных разностных частотах.

Анализ результатов всей этой серии экспериментов показал, что при указанных изменениях гидростатического давления амплитудно-частотные и пространственные характеристики остаются постоянными в пределах погрешности измерений [34, 36, 37].

#### **§ 11.10. Возможности управления основными характеристиками нелинейных антенн**

В конце § 11.3 и частично в § 11.7 и 11.9 мы рассмотрели различные способы повышения уровня амплитуды ВРЧ параметрических приборов. Некоторые из рассмотренных способов позволяют управлять амплитудой ПИ. Например, меняя коэффи-

циент модуляции в параметрических приборах со схемой формирователя сигнала накачки на базе АМК (см. § 10.1, 11.6 и 11.7), можно плавно регулировать амплитуду ВРЧ.

Совершенно очевидно, что во всех параметрических приборах управление амплитудой излучения ВРЧ осуществляется (или может осуществляться) изменением амплитуды возбуждения преобразователя накачки (см. рис. 11.26).

Одним из основных достоинств параметрических приборов является возможность излучения в широкой полосе частот. Управление рабочей частотой ПИ осуществляется весьма просто (см. § 10.1) — перестройкой частот задающих генераторов (либо изменением девиации частоты, либо изменением частоты модуляции). Этим же способом осуществляется изменение полосы рабочих частот параметрической антенны (в пределах, конечно, полосы пропускания преобразователей накачки).

В § 11.6 было показано, что АЧХ ПИ плавная, отсутствуют резкие провалы, перегибы и др. Но для измерительных и некоторых других целей желательно иметь постоянный уровень амплитуды ВРЧ в некотором диапазоне частот (АЧХ в виде горизонтальной прямой, или, как ее иногда называют, АЧХ типа «полочка»). В нелинейных параметрических приборах можно путем определенных схемных добавлений обеспечить управление АЧХ прибора и сформировать АЧХ требуемой формы. К примеру, в приборе НАИ-6 (см. табл. 2) введена электронная схема коррекции АЧХ, позволяющая регулировать амплитуду суммарного сигнала ВРЧ в зависимости от частоты. На рис. 11.36 представлены результаты измерения АЧХ прибора НАИ-6 при выключенном (кривая 1) и при включенном схеме коррекции с разными начальными уровнями компенсации (кривые 2 и 3). Амплитуда звукового давления ВРЧ приведена в децибелах относительно уровня 1 Па. Экспериментальные данные отмечены на рис. 11.36 точками и крестиками. Результаты испытаний показали, что в широком диапазоне разностных частот можно поддерживать постоянство АЧХ параметрического прибора на любом уровне, определяемом кривой 1. Этот уровень может быть заранее задан и поддерживаться автоматически или вручную на любом участке АЧХ.

Рассмотрим теперь возможности управления характеристикой направленности ПИ.

В многоэлементных и мозаичных преобразователях появляется возможность управлять не только шириной, но и направлением

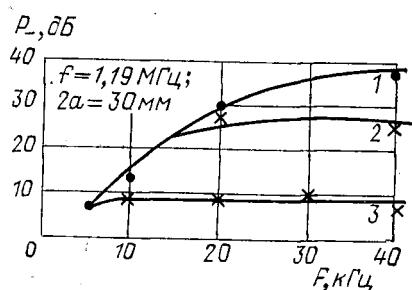


Рис. 11.36. Экспериментальные АЧХ параметрического прибора НАИ-6 при включенной схеме коррекции (кривая 1) и при включенной схеме коррекции с разными начальными уровнями компенсации (кривые 2 и 3)

максимума излучения относительно геометрической оси параметрической антенны (см. § 4.5, примеры 3, 4), т. е. осуществлять сканирование диаграммы направленности, как это делается в традиционных антенных. Макет сканирующего гидролокатора описан Берктеем [5, 167] (см. § 12.7).

Следует сказать о возможности формирования у ПИ характеристик направленности сложной формы типа трапеции, треугольника, прямоугольника и т. п. Характеристики направленности подобного вида полезно иметь для некоторых измерительных приборов и других целей. Выбирая соответствующим образом конфигурацию и конструкцию преобразователя накачки, мы получали диаграммы направленности ПИ различной формы.

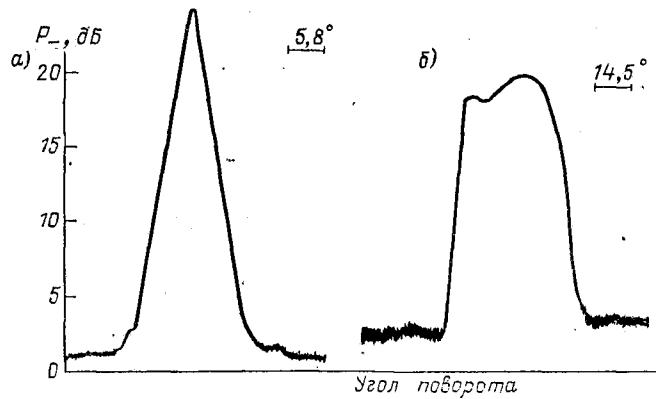


Рис. 11.37. Диаграммы направленности треугольной (а) и близкой к прямоугольной (б) формы ПИ соответственно с мозаичным и слабовыпуклым преобразователями накачки

а —  $F = 50 \text{ кГц}$ ,  $f_1 = 406 \text{ кГц}$ ,  $f_2 = 456 \text{ кГц}$ ,  $75 \times 75 \text{ мм}$ ; б —  $F = 15 \text{ кГц}$ ,  $f = 2 \text{ МГц}$ ,  $2a = 30 \text{ мм}$

На рис. 11.37 приведены записи на самописец диаграмм направленности треугольной (а) и близкой к прямоугольной (б) формы. Масштаб осей указан на рисунках. Диаграмма направленности треугольной формы (рис. 11.37, а) снята на разностной частоте 50 кГц параметрической антенны с мозаичным 28-элементным преобразователем накачки, имеющим размеры  $75 \times 75 \text{ мм}$ , с частотами накачки  $f_{1,2} = 406$  и  $456 \text{ кГц}$ . Внешний вид этого преобразователя показан на рис. 10.6, а. Параметрическая антenna с диаграммой направленности треугольной формы и  $2\theta_{0,7} = 3,5^\circ$  использовалась для эхолокации объектов на малых глубинах (см. § 12.7) и в доплеровском гидролокаторе [131].

Характеристика направленности, близкая к прямоугольной форме (рис. 11.37, б) и  $2\theta_{0,7} = 40^\circ$ , получена для  $F = 15 \text{ кГц}$  для слабовыпуклого преобразователя накачки с  $f = 2 \text{ МГц}$ . Конструк-

тивно этот преобразователь накачки измерительного ПИ был выполнен по типу рис. 10.5,  $\delta$ , но с «мягким» закреплением пьезопластины по периметру.

В заключение приведем результаты исследования возможности управления основными характеристиками ПИ за счет ограничения длины области взаимодействия [9, 69, 84]. Ограничение длины области взаимодействия ПИ легко осуществляется с помощью специального акустического фильтра, обеспечивающего подавление волн накачки на 30 дБ (и более) и акустически прозрачного для

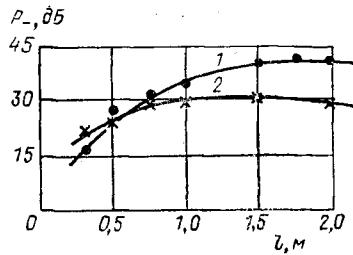


Рис. 11.38. Зависимости амплитуды звукового давления ВРЧ ПИ в функции от длины области взаимодействия  $l$  для плоского (кривая 1) и слабо выпуклого (кривая 2) преобразователей накачки  
 $1 - F = 100 \text{ кГц}, f = 1,98 \text{ МГц}, 2a = 15 \text{ мм}; 2 - f = 2,03 \text{ МГц}, \Theta = 20 \text{ мм}$

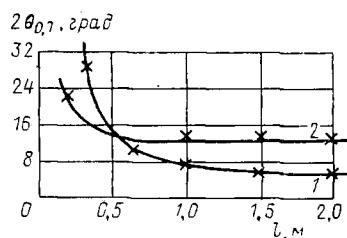


Рис. 11.39. Зависимость ширины направленности ПИ в функции от длины области взаимодействия для плоского (кривая 1) и слабо выпуклого (кривая 2) преобразователей накачки (сплошные кривые — теория, крестики — эксперимент)  
 $1 - f = 1,98 \text{ МГц}; 2a = 15 \text{ мм}; 2 - f = 2,03 \text{ МГц}, \Theta = 20 \text{ мм}$

ВРЧ. Использование фильтра позволяет не только управлять уровнем излучения ВРЧ и шириной характеристики направленности ПИ, но дает возможность получить новые сведения о формировании вторичного излучения в области взаимодействия волн накачки.

На рис. 11.38 представлены графики зависимости амплитуды звукового давления ВРЧ в дальней зоне высокочастотного ПИ в функции от длины области взаимодействия  $l$  для плоского (кривая 1) и слабо выпуклого (кривая 2) преобразователей накачки. Длина области взаимодействия  $l$  отсчитывалась от поверхности преобразователя накачки до местоположения акустического фильтра на оси ПИ. Измерения  $P_-$  проводились на расстоянии 4 м от преобразователей накачки при  $F = 100 \text{ кГц}$ . Значения  $P_-$  на рис. 11.38 приведены в децибелах относительно уровня 1 Па. Плоский преобразователь имел диаметр  $2a = 15 \text{ мм}$  и  $f = 1,98 \text{ МГц}$ , слабо выпуклый — 20 мм, радиус кривизны 23,7 мм и  $f = 2,03 \text{ МГц}$ . Графики, приведенные на рис. 11.38, удобно анализировать совместно с графиками, изображенными на рис. 11.8. Из анализа следует, что с уменьшением  $l$  уровень излучения ВРЧ падает. Причем,

для ПИ с плоским преобразователем указанный спад  $P_-$  более значителен, чем в случае слабовыпуклого преобразователя накачки.

Для тех же самых преобразователей и условий измерения на рис. 11.39 сплошными линиями 1 и 2 приведены расчетные графики зависимости ширины характеристики направленности  $2\theta_{0,7}$  по уровню 0,7 в функции от длины области взаимодействия для плоского (кривая 1) и слабовыпуклого (кривая 2) преобразователей накачки при  $F = 100$  кГц. Результаты экспериментов отмечены крестиками. Анализ результатов, представленных на рис. 11.38

и 11.39, показывает, что влияние акустического фильтра на ширину характеристики направленности  $2\theta_{0,7}$  и уровень излучения  $P_-$  прекращается на расстоянии  $l = 1,5$  м для плоского и  $l = 0,5 \div 1,0$  м для слабовыпуклого преобразователей накачки. Примерно с этих же расстояний начинается сферическое расхождение ВРЧ (см. § 11.3, рис. 11.19, 5.2 и 5.3). Напомним, что расстояние стабилизации (см. рис. 11.7) соответственно для плоского и слабовыпуклого преобразователей накачки равны 0,25—0,3 и 0,1—0,2 м. Эти данные еще раз подтверждают вывод о том, что на ширину характеристики направленности ПИ существенное влияние оказывает

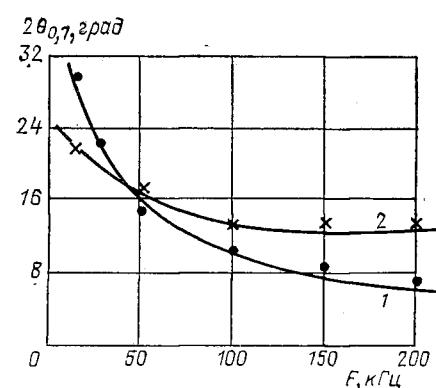


Рис. 11.40. Расчетные (кривые 1 и 2) и экспериментальные данные (отмечены точками и крестиками) зависимости  $2\theta_{0,7}$  в функции от разностной частоты ПИ при длине области взаимодействия  $l = 0,6$  м для плоского (кривая 1) и  $l = 0,3$  м для слабовыпуклого (кривая 2) преобразователей накачки  
 $1 - f = 1,98$  МГц;  $l = 0,6$  м;  $2 - f = 2,03$  МГц;  
 $l = 0,3$  м

взаимодействие волн накачки не только в ближней зоне, но и в примыкающей к ней области зоны дифракции. В работах [30, 31, 32, 33] приведены интересные результаты лабораторных исследований при достаточно высоких частотах волн накачки (в районе 5 МГц), в большей степени относящиеся к параметрическому приему звука.

Акустический фильтр, расположенный вблизи преобразователя, накачки, изменяет, кроме того, частотную зависимость ширины характеристики направленности ПИ. В § 11.4 доказано постоянство ширины характеристики направленности параметрических антенн в широкой полосе разностных частот. На рис. 11.40 представлены расчетные графики (сплошные кривые 1 и 2) и экспериментальные данные (отмечены крестиками и точками) зависимости ширины характеристики направленности  $2\theta_{0,7}$  в функции от частоты  $F$  при  $l = 0,6$  м для плоского (кривая 1) и при  $l = 0,3$  м — для слабовы-

пуклого преобразователя накачки (кривая 2). Условия измерения и размеры излучателей те же, что и для рис. 11.38 и 11.39. Расчеты характеристик направленности проводились таким же способом, как и в § 11.4. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов для соответствующих ПИ (рис. 11.40, 11.11 и 11.13) наглядно демонстрирует изменение частотной зависимости ширины характеристики направленности ПИ при ограничении длины области взаимодействия с помощью акустического фильтра.

---

## Глава 12.

### ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ОБЛАСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

---

#### § 12.1. Измерительные излучатели типа НАИ

Современные суда оснащены разнообразной гидроакустической аппаратурой для эхолокации, связи, передачи телеметрической информации по подводному каналу и т. п. При создании и в процессе эксплуатации эта аппаратура проходит различные испытания и периодические проверки. Измерение характеристик гидроакустических антенн и преобразователей является ответственным и трудоемким процессом. Диапазон рабочих частот современной, например, рыбоисковой аппаратуры весьма широк и простирается от нескольких сотен герц до нескольких сотен килогерц.

Измерение характеристик аппаратуры в режиме излучения обеспечено использованием широкополосных измерительных систем на базе гидрофонов и системами обработки акустической информации. При измерении характеристик в режиме приема в различных диапазонах частот приходится преодолевать ряд технических трудностей. Трудоемкость таких измерений в гидроакустических бассейнах и морских условиях резко увеличивается из-за необходимости частой смены штатных узкополосных излучателей. На низких частотах размеры и вес обычных излучателей становятся слишком большими, что усложняет и делает дорогостоящим процесс измерений.

Измерительные широкополосные ПИ для гидроакустических лабораторий являются столь же необходимым оборудованием как и генераторы стандартных сигналов в радиотехнике. Ведущие лаборатории уже оснащаются измерительными ПИ типа НАИ [12, 37, 51, 88]. Имеются сообщения об использовании ПИ, созданного на

базе стандартного излучателя для градуировки гидроакустических средств [119].

Измерительные ПИ имеют следующие преимущества по сравнению с традиционными штатными измерительными излучателями:

- широкую полосу рабочих частот и возможность излучения гармонического, модулированного и шумоподобных сигналов;
- плавную перестройку частоты в рабочем диапазоне и возможность формирования горизонтальной АЧХ;

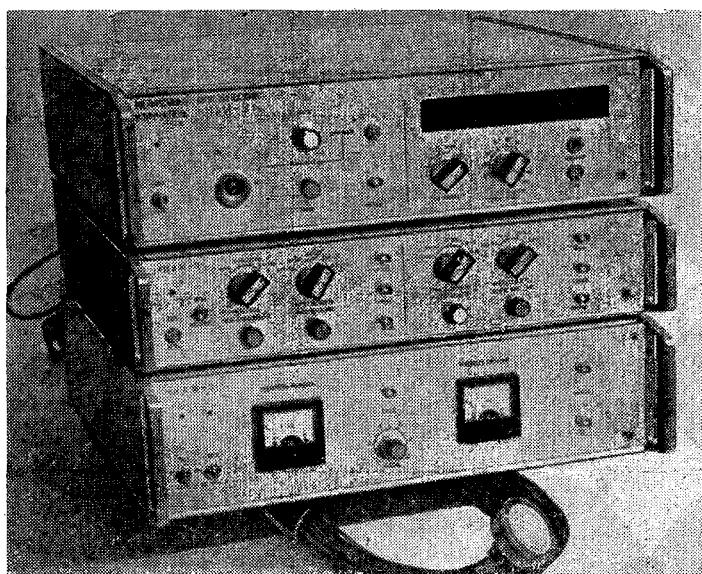


Рис. 12.1. Внешний вид нелинейного параметрического измерительного излучателя НАИ-9

- малые габариты исходных преобразователей накачки;
- отсутствие боковых лепестков излучения в диаграмме направленности;
- возможность управления и формирования диаграмм направленности требуемой формы;
- формирование квазиплоского амплитудного и фазового фронтов излучаемой волны;

В ТРГИ разработана серия параметрических приборов для измерительных целей. В табл. 2 приведены основные технические характеристики этих приборов, наглядно демонстрирующие их уникальные возможности. Диапазон рабочих частот приборов типа НАИ перекрывает практически весь частотный диапазон наиболее распространенных гидроакустических средств. Коэффициент перекрытия по частоте в одном приборе достигает нескольких десятков

и даже сотен. Постоянство диаграммы направленности в рабочем диапазоне частот и равномерность АЧХ создают ряд удобств при использовании приборов НАИ для градуировок и контроля параметров гидроакустических антенн и преобразователей.

Базовой моделью ряда измерительных ПИ является прибор НАИ-5 [51]. Отличительные особенности остальных приборов видны из представленной табл. 2.

Рассмотрим схему измерительного ПИ на примере приборов НАИ-6М и НАИ-8. Они предназначены для работы в качестве ши-

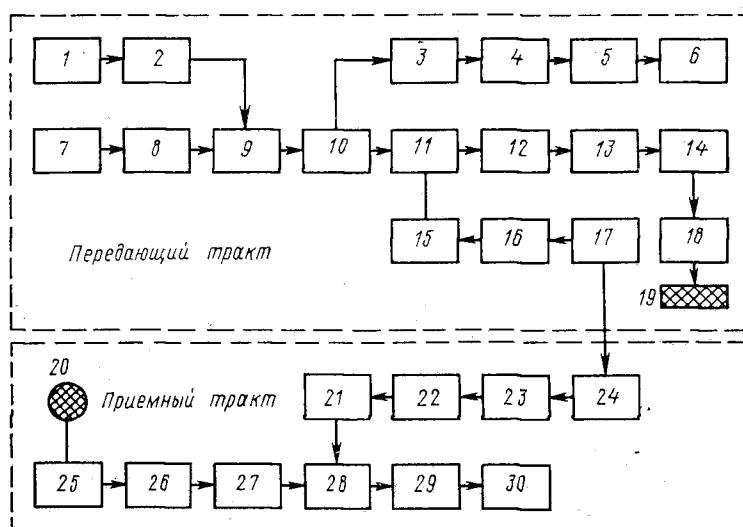


Рис. 12.2. Структурная схема нелинейного параметрического измерительного излучателя НАИ-8

рокополосных измерителей акустических колебаний для бассейновых условий при высоких гидростатических давлениях. По диапазону рабочих частот приборы дополняют друг друга. При работе в импульсном режиме предусмотрена возможность стробирования принятого сигнала. Приборы изготавливаются в виде двух-трехблочной конструкции. Внешний вид трехблочного комплекта НАИ-9 с цифровой индикацией показан на рис. 12.1.

На рис. 12.2 представлена структурная схема НАИ-8. По функциональному назначению схема может быть разделена на два канала: передающий тракт и приемное стробирующее устройство (приемный тракт).

Передающий канал предназначен для формирования, усиления и излучения исходных сигналов накачки в импульсном и непрерывном режимах. Передающий тракт является основным в приборе.

Формирование электрических сигналов волн накачки начинается с высокочастотного генератора 1, колебания которого модулируются низкочастотными колебаниями генератора 7 в балансном модуляторе 9. Для согласования и развязки генераторов служат эмиттерные повторители 2 и 8. На выходе балансного модулятора формируется сигнал DSB с двойной боковой полосой и подавленной несущей. Расстояние по оси частот между составляющими в спектре DSB соответствует заданному диапазону разностных частот (см. табл. 2). Усилитель 10 предназначен для усиления сигналов и согласования выхода балансного модулятора 9 со входом импульсного модулятора 11. Модулятор 11 выполнен по схеме электронного ключа, управляемого схемой, состоящей из мультивибратора 17 (работающего в автоколебательном режиме), ждущего мультивибратора 16 и усилителя импульсов 15.

Радиоимпульсы с выхода электронного ключа подаются на эмиттерный повторитель 12 и далее на согласующий усилитель 13. С выхода 13 сигнал поступает на широкополосный предварительный усилитель 14 и через усилитель мощности 18 на преобразователь накачки 19.

Непрерывный режим работы передающего тракта обеспечивается отключением питания с импульсного генератора 15, 16, 17.

Контроль значения разностной частоты осуществляется схемой контроля, состоящей из амплитудного детектора 3, фильтра нижних частот 4 и эмиттерного повторителя 5. С выхода 5 сигнал разностной частоты подается на электронно-счетный частотомер 6, не входящий в комплект прибора.

Приемное стробирующее устройство (приемный тракт) предназначено для стробирования сигналов разностной частоты, поступающих с внешнего приемного устройства 20. На входе стробирующего устройства расположен эмиттерный повторитель 25, с выхода которого сигналы разностной частоты поступают на фильтр нижних частот 26. С выхода 26 сигналы поступают на резистивный усилитель 27, обеспечивающий поддержание коэффициента передачи стробирующего устройства на уровне единицы. После усиления сигналы подаются на электронный ключ 28, работой которого управляет импульсный генератор задержанного канала.

Задержка осуществляется ждущим мультивибратором 23; на его вход подаются синхроимпульсы с инвертирующего каскада 24. Задержанными импульсами запускается ждущий мультивибратор 22 задержанного канала, формирующий импульсы, которые после усиления импульсным усилителем 21 подаются на электронный ключ 28.

Выделенные схемой стробирования импульсы разностной частоты поступают на эмиттерный повторитель 29, с его выхода сигналы подаются на внешнее регистрирующее устройство 30.

Структурные схемы приборов НАИ-5, НАИ-6 и НАИ-6М во многом похожи на описанную схему прибора НАИ-8. Отличие состоит в том, что в приборах НАИ-5, НАИ-6, и НАИ-6М применена

схема формирования сигнала накачки с использованием биений колебаний исходных частот, поэтому в передающем тракте имеются два ВЧ-генератора, сигналы с которых подаются на сумматор. На выходе сумматора формируются биения колебаний исходных частот. Частота биений соответствует заданному диапазону разностной частоты. С выхода сумматора сигнал биений через эмиттерный повторитель поступает на вход импульсного модулятора. Далее структурные схемы отмеченных приборов во многом аналогичны. Принципиальные схемы приборов НАИ-6М и НАИ-8 существенно отличаются, так как в приборе НАИ-6М центральная частота накачки равна  $f = 1,43$  МГц, а в приборе НАИ-8  $f = 480$  кГц. Результаты испытаний и измерений основных характеристик приборов НАИ-6М и НАИ-8 в измерительном заглушенном гидроакустическом бассейне с высоким гидростатическим давлением показаны на рис. 12.3—12.6.

На рис. 12.3 представлены АЧХ измерительных ПИ НАИ-6М (кривая 1) и НАИ-8 (кривая 2). Расчетные кривые проведены сплошными линиями. Результаты измерений показаны крестиками. Расчеты АЧХ выполнялись по выражению (6.18) при значениях амплитуды звукового давления волн накачки  $p_{01,02} = 1 \cdot 10^5$  Па. Измерения проводились на расстоянии 4 м от преобразователя накачки. Уровни звукового давления ВРЧ приведены в децибелах относительно 1 Па. Несущественные различия экспериментальных и расчетных значений АЧХ параметрических приборов объясняются неравномерностью АЧХ исходных преобразователей накачки.

Угловые распределения амплитуды звукового давления ВРЧ прибора НАИ-8 для значений разностной частоты  $F = 10,5$  и 2,5 кГц приведены на рис. 12.4 (соответственно кривые 1, 2 и 3). Измерения проводились в дальнем поле ПИ в зоне сферического расхождения ВРЧ на расстоянии 4 м по оси исходного преобразователя накачки. Видно, что в диаграммах углового распределения ВРЧ отсутствуют боковые лепестки излучения. Прибор НАИ-8 обеспечивал направленное излучение и на относительно низких частотах в несколько сотен герц. Ширина диаграммы направленности приборов НАИ-6М и НАИ-8 остается практически неизменной во всем диапазоне рабочих разностных частот. На рис. 12.5 приве-

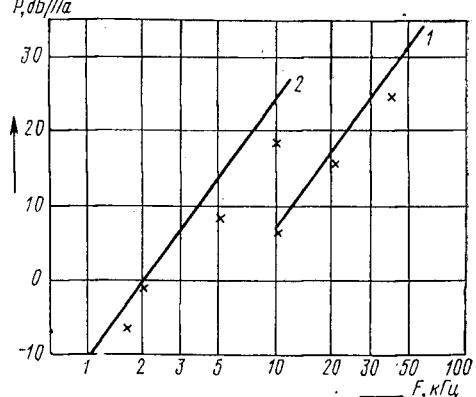


Рис. 12.3. АЧХ измерительных ПИ НАИ-6М (кривая 1) и НАИ-8 (кривая 2)

дены зависимости ширины характеристики направленности по уровню 0,7 приборов НАИ-8 (кривая 1) и НАИ-6М (кривая 2) от разностной частоты.

Зависимость уровня излучения ВРЧ от звукового давления волн накачки ( $p_{01}p_{02}$ ) для приборов НАИ-6М и НАИ-8 представлена соответственно кривыми 1 и 2 рис. 12.6. Измерения проводились на расстоянии 5 м от преобразователя на разностных частотах  $F = 25$  и  $5$  кГц соответственно для приборов НАИ-6М и НАИ-8 (кривые 1 и 2).

Испытания приборов НАИ-6М и НАИ-8 при повышенных давлениях (до  $40 \cdot 10^5$  Па) показали, что их основные характеристики практически не зависят от гидростатического давления в водной среде.

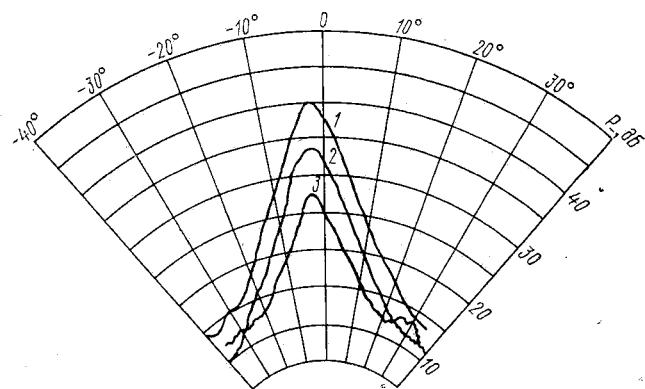


Рис. 12.4. Угловые распределения амплитуды звукового давления ВРЧ параметрического излучателя НАИ-8 для  $F = 10, 5$  и  $2,5$  кГц (соответственно кривые 1, 2 и 3)

Результаты испытаний указанных измерительных приборов находятся в полном соответствии с теоретическими и экспериментальными исследованиями характеристик ПИ (см. гл. 11).

В некоторых разработках измерительных ПИ использованы различные схемные и конструкторские усовершенствования. Например, в приборе НАИ-9 введена цифровая индикация, в схему прибора НАИ-6 добавлен блок коррекции АЧХ, позволяющий формировать АЧХ в виде горизонтальной прямой. В § 11.10 мы приводили результаты испытаний прибора НАИ-6 со схемой коррекции АЧХ (см. рис. 11.36).

Обобщенная структурная схема ПИ с коррекцией АЧХ приведена на рис. 12.7. Сигналы высокой частоты с задающих генераторов 1 и 6 через управляемые аттенюаторы 2 и 7 подаются на сумматор 3, усиливаются усилителем мощности 4 и излучаются преобразователем накачки 5. С выхода одного из генераторов ВЧ

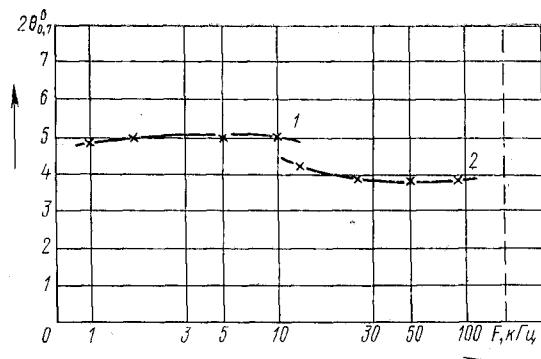


Рис. 12.5. Частотные зависимости ширины диаграммы направленности по уровню 0,7 для параметрических излучателей НАИ-8 (кривая 1) и НАИ-6М (кривая 2)

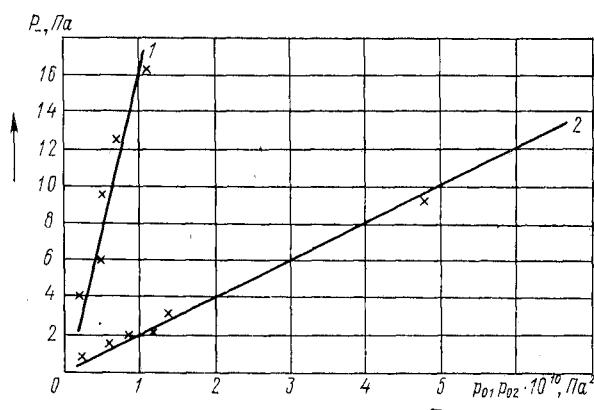


Рис. 12.6. Амплитудные характеристики параметрических излучателей НАИ-6М (кривая 1) и НАИ-8 (кривая 2) для разностных частот соответственно  $F = 25$  и  $5$  кГц

сигнал поступает на частотный детектор 8, на выходе которого появляется сигнал, пропорциональный изменению частоты при перестройке генераторов, осуществляющейся при варьировании разностной частоты ПИ. Сигнал с выхода частотного детектора управляет затуханием аттенюаторов по закону  $\sim F^n$  (см. § 11.6). Подобным изменением амплитуд исходных сигналов, поступающих на преобразователь накачки, достигается коррекция АЧХ ПИ (см. рис. 11.36).

Комбинацией описанных выше схем и схем, приведенных в § 10.1, на базе ПИ нетрудно реализовать генератор акустических колебаний, катающейся частоты, являющийся аналогом широко распространенного в радиотехнике свип-генератора.

Комплект приборов измерительного ПИ предусматривает использование различных конструкций преобразователей накачки.

Закрепление на конце единой вертикальной штанги нескольких компактных преобразователей накачки (плоского, слабовыпуклого, слабовогнутого, секционированного, преобразователей накачки с участками сред с дисперсией, с различной степенью демпфирования колебаний по периметру и т. п.) позволяет простым поворотом штанги вокруг оси и соответствующим переключением преобразователей обеспечивать излучение ВРЧ в виде узкого или широкого луча, а также использовать трапецидальные, двухлепестковые, плоские ножевидные и т. п. диаграммы направленности ПИ.

Рис. 12.7. Обобщенная структурная схема нелинейного параметрического излучателя с коррекцией амплитудно-частотной характеристики

Нелинейные измерительные ПИ типа НАИ в силу своей широкополосности и удобства использования резко увеличивают производительность импедансных измерений, испытаний акустических свойств звукопоглощающих покрытий, проведение калибровок и поверок гидроакустических антенн и преобразователей. Эти приборы позволяют автоматизировать трудоемкий процесс снятия и контроля частотных характеристик гидроакустических средств [12, 88].

Параметрические приборы типа НАИ демонстрировались на ВДНХ СССР в 1977, в 1978 (награжден серебряной медалью) и в 1980 гг., а также на международных выставках в Чехословакии (Прага, 1978 г.), в Венгрии (Будапешт, 1979 г.) и во Франции — «ОКЕАН ЭКСПО-80» (Бордо, 1980 г.).

## § 12.2. Измерительный параметрический приемник типа НПАП

При проведении целого ряда измерений в гидроакустических бассейнах требуется осуществлять направленный прием сигналов. В условиях ограниченных размеров измерительных бассейнов задача направленного приема НЧ-сигналов традиционными методами решается довольно сложно. «Бестелесный» параметрический приемник звука, использующий нелинейное взаимодействие волны принимаемого сигнала с ВЧ-волной накачки, по-

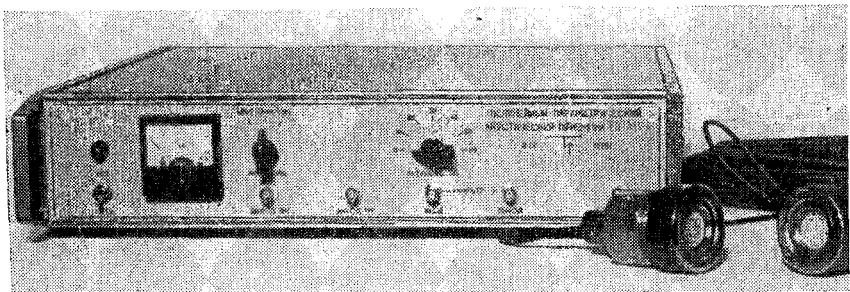


Рис. 12.8. Внешний вид измерительного нелинейного параметрического акустического приемника НПАП-1

золяет в определенной степени решить эту задачу. О других возможных применениях параметрических приемных антенн будет сказано в § 12.3.

В ТРТИ разработан нелинейный параметрический акустический приемник НПАП-1 [16, 17, 35, 170]. Его внешний вид показан на рис. 12.8, справа внизу преобразователи накачки. НПАП-1 предназначен для направленного приема и измерения характеристик сигналов в диапазоне 100—25 000 Гц при повышенных гидростатических давлениях до  $30 \cdot 10^5$  Па. Прибор НПАП-1 регистрирует также акустические сигналы более низких частот в диапазоне единиц и десятков герц. Диаграммы направленности параметрического приемника звука определяются расстоянием между высокочастотными излучающим и приемным преобразователями волны накачки (см. § 11.8). Указанное расстояние в приборе НПАП-1 может меняться в пределах от 0,1 до 3 м. Частота волны накачки равна 1,25 МГц.

Конструктивно прибор НПАП-1 выполнен (рис. 12.8) в виде электронного блока и двух ВЧ-преобразователей накачки, укрепленных на жесткой штанге. Питание прибора осуществляется от сети напряжения 220 В  $\pm 20$  В частотой 50 Гц. Потребляемая мощность 25 Вт, масса электронного блока 8 кг, акустических преобразователей — 1,2 кг.

Структурная схема приемника НПАП-1 представлена на рис. 12.9. Схема работает следующим образом. Задающий генератор 2, стабилизированный кварцевым резонатором 1 с собственной частотой колебаний 1 МГц, вырабатывает электрические колебания. Эти колебания через эмиттерный повторитель 3 и промежуточный усилитель 4 поступают на вход двухтактного усилителя мощности 5. С его выхода напряжение  $U_2$  через разъем  $X_1$  «Выход—ВЧ» подается на преобразователь накачки 6, излучающий в воду акустическую волну частотой 1 МГц. После взаимодействия с волной

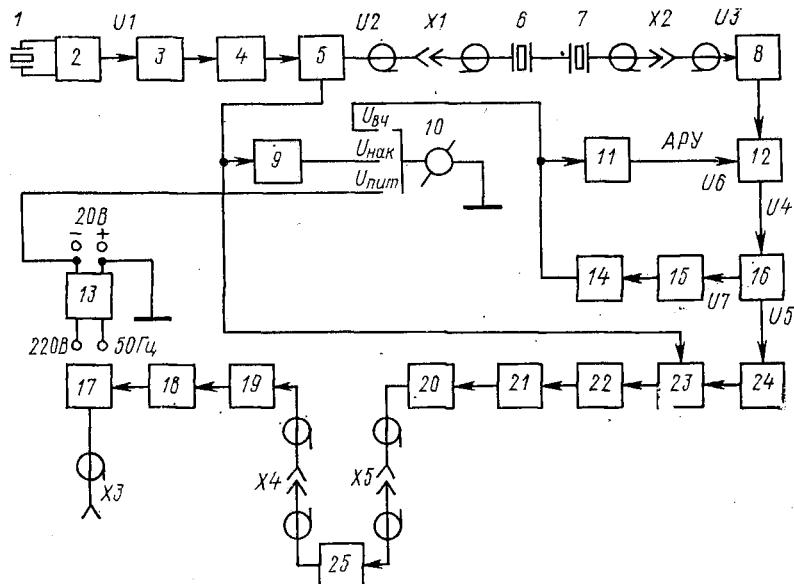


Рис. 12.9. Структурная схема нелинейного параметрического акустического приемника НПАП-1.

сигнала модулированная по фазе (и по частоте) волна накачки принимается преобразователем 7, укрепленным на жесткой штанге соосно относительно излучателя накачки 6. Напряжение  $U_3$  с преобразователя 7 через разъем  $X_2$  «Выход—ВЧ» поступает на малошумящий усилитель 8, а затем на усилитель 12 с изменяемым коэффициентом передачи. Напряжение  $U_4$  после усилителей 16 и 24 поступает на один из входов фазового детектора 23, на другой вход которого подается опорное ВЧ-напряжение с усилителя мощности 5. Напряжение  $U_7$ , после детектора 15 и интегратора 14 поступает на усилитель постоянного тока 11. Это напряжение используется для изменения коэффициента передачи усилителя 12 таким образом, чтобы амплитуда напряжения  $U_7$ , поддерживалась постоянной, не зависящей от величины напряжения  $U_3$ . Динамический диапа-

зон регулирования коэффициента передачи АРУ составляет около 80 дБ.

С выхода фазового детектора 23 напряжение низкой частоты, пропорциональное амплитуде принимаемого НЧ-сигнала, через ступенчатый аттенюатор 22 с максимальным ослаблением 60 дБ (шесть ступеней по 10 дБ) и эмиттерный повторитель 21 поступает на усилитель низкой частоты 20, выход которого соединен с разъемом  $X_5$  — «Выход—НЧ». Разъем  $X_4$  «Фильтр—Выход» соединен через эмиттерный повторитель 19 с усилителем 18, выход которого через эмиттерный повторитель 17 соединен с разъемом  $X_3$  «Выход—НЧ». Разъемы  $X_4$  и  $X_5$  предназначены для подключения внешних фильтров 25, не входящих в комплект прибора. При приеме сигналов во всем частотном диапазоне разъемы  $X_4$  и  $X_5$  закорачиваются перемычкой. Подключение приборов индикации возможно к разъемам  $X_3$  или  $X_5$  при неполном использовании усилителя низкой частоты.

Питание всех каскадов параметрического приемника осуществляется от стабилизированного выпрямителя 13 постоянным напряжением 20В. Для контроля работоспособности приемника предусмотрен стрелочный индикатор 10, показывающий наличие напряжения питания  $U_{пит}$ , высокочастотного напряжения накачки  $U_{накач}$  и высокочастотного напряжения  $U_{ВЧ}$ , принимаемого акустическим преобразователем 7. Детектирование высокочастотного напряжения осуществляется детекторами 15 и 9.

Конструктивно все элементы структурной схемы приемника НПАП-1 расположены на четырех платах: генератор напряжения ВЧ (блоки 1—5 и 9), усилитель и детектор принятого ВЧ-сигнала (блоки 8, 11, 12, 14—16, 23, 24), усилитель низкой частоты (блоки 17—22) и плата блока питания 13, помещенных в стандартный корпус (см. рис. 12.8).

Конструкция излучающего и приемного преобразователей накачки 6 и 7 сходна с конструкцией ВЧ-преобразователя накачки ПИ для повышенных гидростатических давлений, описанного в § 10.2. Диаметр пьезопластин накачки 30 мм.

Испытания и измерения основных характеристик НПАП-1 проводились в заглушенном гидроакустическом бассейне длиной 25 м,

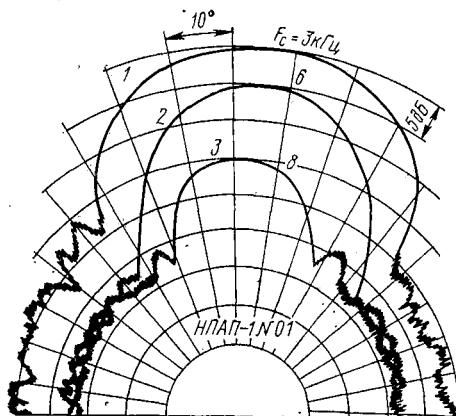


Рис. 12.10. Запись на самописец углового распределения чувствительности НПАП-1 на разных частотах при базе приемника 2 м

обеспечивающем возможность работы при повышенных гидростатических давлениях. Источник сигнала работал в диапазоне 1—20 кГц на расстоянии 11 м от приемника.

На рис. 12.10 приведены типовые записи на самописец углового распределения чувствительности измерительного приемника НПАП-1 на частотах сигнала  $F_c = 3, 6$  и 8 кГц (соответственно кривые 1—3). База приемника составляла 2 м. Видно, что с повышением частоты принимаемого сигнала направленность НПА возрастает. Тот же вывод следует из рассмотрения диаграмм направленности НПАП в декартовых координатах, приведенных на

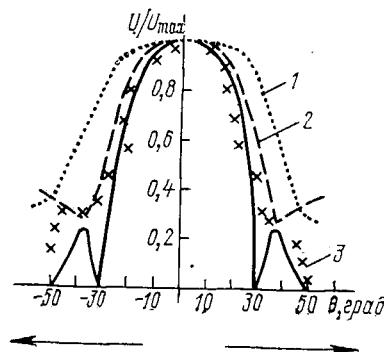


Рис. 12.11. Диаграммы направленности НПАП-1 на частотах 2, 6 и 10 кГц (соответственно кривые 1, 2 и 3) при базе приемника 1 м

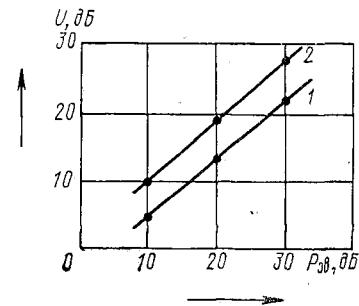


Рис. 12.12. Динамическая характеристика приемника НПАП-1 (кривая 1) и измерительного сферического гидрофона диаметром 50 мм (кривая 2)

рис. 12.11 для частот 2, 6 и 10 кГц (соответственно кривые 1, 2 и 3). Экспериментальные данные отмечены точками, пунктиром и крестиками. Сплошной линией приведена расчетная диаграмма направленности по формуле (7.30) для частоты принимаемого сигнала 10 кГц. База параметрического приемника составляла 1 м. Результаты эксперимента хорошо согласуются с теоретическими расчетами. Сравнение диаграмм направленности НПАП-1 на рис. 12.10 и 12.11 показывает, что с увеличением базы ширина диаграммы уменьшается.

На рис. 12.12 приведена динамическая характеристика на частоте 6,3 кГц (кривая 1), т. е. зависимость показаний НПАП-1 от звукового давления сигнала. Звуковое давление приведено относительно уровня 1 Па. База параметрического приемника равна 1 м. Для сравнения приведена такая же характеристика измерительного сферического гидрофона (кривая 2), выполненного в виде пьезокерамической сферы диаметром 50 мм. Из графиков видно, что динамические характеристики обоих звукоприемников линейны

в широком диапазоне амплитуд звукового давления принимаемых сигналов. Необходимо отметить, что при одинаковой чувствительности соотношение сигнал—шум у НПАП существенно хуже, чем у традиционных гидрофонов (но сферический гидрофон не обладает направленными свойствами приема). Прибор НПАП-1 регистрирует минимальный уровень звукового давления величиной 0,5 Па (при отношении сигнал—шум, равном 3/1).

На рис. 12.13 представлена частотная характеристика чувствительности НПАП-1 ( $\gamma_0$  — чувствительность на частоте 1 кГц) с базой 1 м. При соотношении  $\omega \gg \Omega$  чувствительность параметрического приемника практически не зависит от частоты принимаемого сигнала (см. § 11.8).

По данным испытаний основные характеристики прибора НПАП-1 не зависят от уровня гидростатического давления в измерительном гидроакустическом бассейне.

Закономерности поведения основных характеристик нелинейного параметрического приемника НПАП-1 от расстояния между преобразователями, от уровня звукового давления и накачки и др. аналогичны описанным в § 11.8.

Прибор НПАП-1 используется в комплекте с излучающими параметрическими приборами НАИ-6М и НАИ-8 для измерительных целей в гидроакустическом бассейне.

Параметрический акустический приемник НПАП-1 демонстрировался на ВДНХ СССР в 1980 г., на международных выставках в Венгрии (Будапешт, 1979 г.) и во Франции — «ОКЕАН ЭКСПО-80» (Бордо, 1980 г.).

### § 12.3. Приемные параметрические антенны

Проблема направленного приема широкополосных сигналов в гидроакустике в значительной степени решается традиционными методами, например с помощью протяженных объемных или линейных антенных решеток на базе обычных пьезокерамических, электретных и других гидрофонов и преобразователей.

Приемные параметрические антенны и антенные решетки по сравнению с традиционными могут быть предпочтительны только по массогабаритным (а отсюда и стоимостным) характеристикам. Например, Миур в работе [151] приводит следующие сравнительные цифры. Объемная акустическая антenna решетка из четырех параметрических приемных преобразователей, обеспечивающая на-

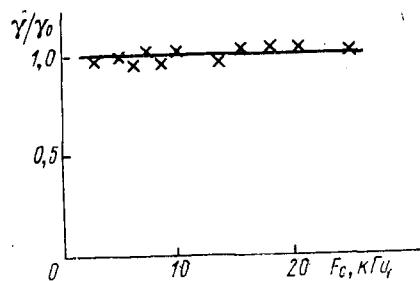


Рис. 12.13. Частотная характеристика чувствительности параметрического приемника НПАП-1

правленный прием звука на уровне 5 дБ с диаграммой направленности порядка 6° [105], имеет площадь пьезообразователей в 720 раз меньше, чем четырехэлементная линейная антenna с поршневыми преобразователями, обеспечивающая ту же самую направленность.

Многоэлементные приемные нелинейные антенные решетки позволяют уменьшить габариты параметрической антенны и обеспечивают сканирование диаграммы направленности за счет обычной

задержки сигнала последовательно от каждого отдельного параметрического приемника.

Результаты исследования антенных решеток из параметрических приемников представлены в работах [103, 105, 151]. Наиболее подробные исследования проведены Берктеем и Мюиром [105]. Ими рассмотрена антenna решетка из  $N$  идентичных параметрических приемников. На рис. 12.14 показана антenna решетка, состоящая из  $N$  параллельных отдельных приемников, находящихся на расстоянии  $d$  друг от друга. Длина базы каждого параметрического звукоприемника  $L$ , частота накачки  $\omega$ , частота принимаемого сигнала  $\Omega$ , угол прихода лучей сигнала  $\theta$ .

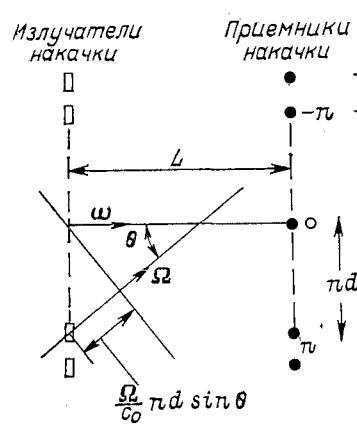
Рис. 12.14. Схема антенной решетки из параллельно расположенных параметрических приемников

Функция направленности  $N$ -элементной антенной решетки с синфазным режимом работы каждого элемента получена в виде

$$R(\theta) = \frac{\sin\left(\frac{1}{2}N\frac{\Omega}{c_0}d\sin\theta\right)}{N\sin\left(\frac{1}{2}N\frac{\Omega}{c_0}\sin\theta\right)}. \quad (12.1)$$

Экспериментальные исследования, основные результаты которых помещены ниже, проводились [105] с двух- и четырехэлементными антennыми решетками. Параметрические антенные решетки поддерживались единой вращающейся штангой, присоединенной с помощью отводов к центрам нескольких горизонтальных штанг, имеющих длину 5,7 м. Вся система заглублялась на 3—4,5 м. Преобразователи накачки и приемника имели резонансную частоту 460 кГц. Излучатели накачки имели диаметр 25 мм, приемники — 12,5 мм. Уровень накачки составлял 116 дБ относительно 1 Па на расстоянии 92 см.

Излучатель сигнала частотой 5 кГц и апертурой  $1,30 \times 0,15$  м помещался на глубину 6 м на расстоянии 115 м от параметрической антennы. Излучатель сигнала создавал уровень звукового давле-



ния 90 дБ относительно 1 Па. Измерения проводились в импульсном режиме.

На рис. 12.15 приведены диаграммы направленности приемной антенны, состоящей из одного (рис. 12.15, а) и двух (рис. 12.15, б, в) параметрических приемников. Глубина погружения составляла 4,5 м. В двухэлементной антенне расстояние  $d$  между приемниками равнялось 1 м. Сплошной линией показаны результаты теоретического расчета, точками — экспериментальные данные. Из сравнения рис. а и б видно, что диаграмма направленности двухэлементной антенной решетки существенно уже, но уровень боковых лепестков заметно выше относительно отдельного

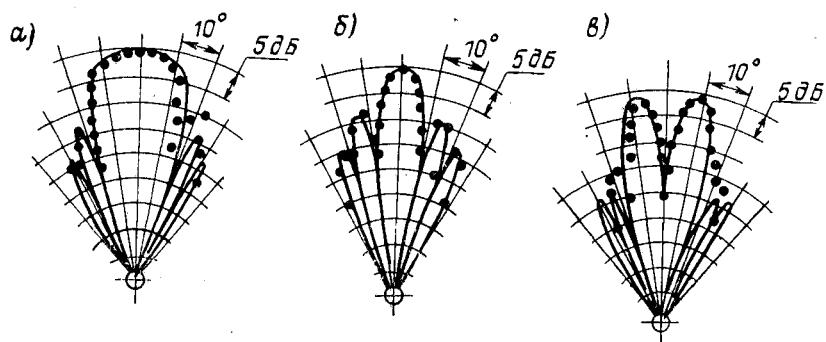


Рис. 12.15. Диаграммы направленности параметрической антенны, состоящей из одного (а) и двух (б—в) параметрических приемников (сплошные кривые — расчетные, точки — экспериментальные), расположенных на расстоянии 1 м

параметрического приемника. Результаты расчета удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными. Двухлепестковая с (провалом в центре) диаграмма направленности двухэлементной параметрической антенны (рис. 12.15, в) получается при определенной задержке фазы в канале приема одного из элементов антенны.

Для выяснения взаимного влияния отдельных приемников расстояние между ними было уменьшено до 0,6 м. Диаграммы направленности для этого случая приведены на рис. 12.16. Как видно, взаимное влияние двух приемников проявляется в расширении основного лепестка диаграммы направленности и уменьшении некоторых боковых лепестков (сравните с рис. 12.15, б). Взаимное влияние полей излучения соседних излучателей в параметрических многоэлементных антенных можно уменьшить несколькими способами. Во-первых, можно использовать излучатели накачки с узкими пучками. Но при этом усложняется проблема юстировки всей системы и повышаются требования к жесткости каркаса антенной решетки. Во-вторых, можно пространственно разнести элементы параметрической решетки. В-третьих, можно разнести частоты на-

качки соседних элементов и поставить соответствующие фильтры в приемном тракте.

Одним из способов сужения диаграммы направленности параметрической антенны и уменьшения взаимного влияния ее элементов является вертикальное разнесение их в пространстве. На рис. 12.17, а, б представлены результаты исследования диаграммы направленности параметрической антенной решетки из четырех приемников, размещенных на 0,6 м в горизонтальной плоскости и на 3 м в вертикальной. Экспериментальные результаты отмечены точками, расчетные — сплошными линиями. Рис. 12.17, а демон-

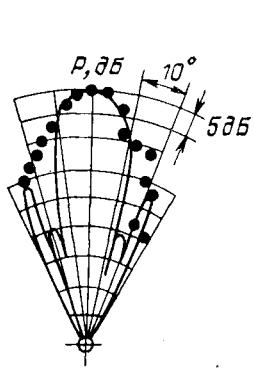


Рис. 12.16. Диаграммы направленности двухэлементной антенной решетки из двух приемников, размещенных на 0,6 м в горизонтальной плоскости (сплошные кривые — расчетные, точки — экспериментальные)

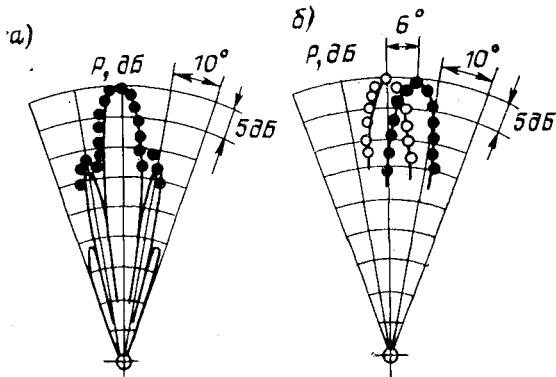


Рис. 12.17. Диаграммы направленности антенной решетки из четырех параметрических приемников, размещенных на 0,6 м в горизонтальной и на 3 м в вертикальной плоскостях (а — без сканирования, б — в режиме сканирования; сплошные линии — теория, точки — экспериментальные)

стрирует сужение основного лепестка ( $6^\circ$  на уровне 5 дБ) по сравнению с антенной решеткой из двух приемников (см. рис. 12.16). Работа антенной решетки в режиме сканирования показана на рис. 12.17, б. Угол между двумя положениями сканирующего основного лепестка диаграммы направленности составляет  $6^\circ$ . При расчетах (сплошная кривая, рис. 12.17, б) разность фаз между соседними элементами решетки полагалась равной  $\Delta\phi = 72^\circ$ .

Сходные результаты получены нами при испытаниях шестиэлементной приемной параметрической антенны. На рис. 12.18 показано двухъярусное расположение отдельных элементов по три параметрических приемника в ярусе. Исследовались в режиме сканирования характеристики антенны при линейном, круговом и других вариантах расположения элементарных нелинейных приемни-

ков. Масса всех преобразователей накачки 11,7 кг, габариты антенны  $3,0 \times 3,0 \times 1,5$  м.

Представленные результаты показывают, что по массогабаритным характеристикам используемых пьезопреобразователей и широкополосности параметрические приемные гидроакустические антенны имеют очевидные преимущества перед традиционными линейными антеннами. Следует отметить, что чувствительность, а отсюда и отношение сигнал-шум в нелинейных антенах почти

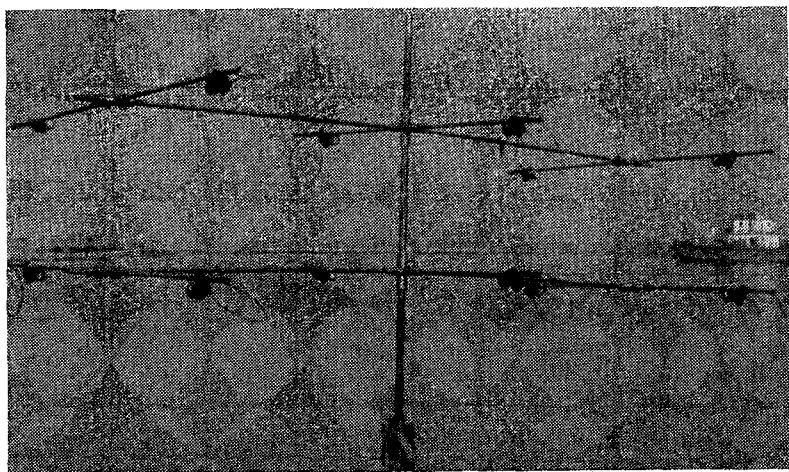


Рис. 12.18. Шестизлементная приемная параметрическая гидроакустическая антenna

всегда хуже, чем в традиционных приемных антенах. При исследованиях океана частоту накачки параметрических приемных антенн можно выбирать сравнительно высокой (выше 30—40 кГц). В этом случае влияние шумов океана можно свести к минимуму и чувствительность такой антенны может превзойти чувствительность традиционных антенн. Усложнения электроники в приемных параметрических антенах невелики.

Вопросы стабильности параметров и влияние неоднородности среды на характеристики этих антенн еще предстоит исследовать.

#### § 12.4. Параметрические приборы для передачи широкополосной информации

Параметрические приборы в качестве дополнения к традиционным гидроакустическим средствам с успехом могут применяться для передачи широкополосной телеметрической информации по гидроакустическому каналу, для транспонирования

спектра гидроакустических сигналов, детектирования, для создания коррелометров и др. В морской среде узкий звуковой луч ПИ с высоким угловым разрешением может быть использован для передачи сигналов и сообщений (в том числе речевых) при проведении подводных работ, при строительстве портов, при бурении скважин с плавучих платформ, при проведении спасательных и аварийных работ в затопленных шахтах и скважинах, для прецизионного ориентирования водолазов и спортсменов-подводников, для выполнения различных геофизических и археологических изысканий под водой и в заиленных грунтах и т. п. Малые габариты исходных преобразователей накачки дают дополнительные преимущества использования ПИ при выполнении подобных работ.

Наглядная демонстрация возможности высококачественной передачи под водой речевой информации узким лучом с помощью ПИ была проведена в акватории Таганрогского залива в период проведения Первого всесоюзного научно-технического совещания по практическому применению нелинейного взаимодействия акустических волн и сигналов «Нелинейная гидроакустика-74» (Таганрог, 1974 г.). Использовался излучающий тракт параметрического прибора НАП-3 (см. табл. 2) с добавлением модулятора с речевым сигналом непосредственно с микрофона. Волнение моря было около 4 баллов. Детектирование происходило в водной среде в результате нелинейного взаимодействия сигналов несущей частоты с боковыми составляющими частотного спектра речевого сигнала. После усиления по низкой частоте речевой сигнал с приемного гидрофона подавался на систему громкоговорящей связи судна и записывался на магнитофон. Таким способом передавались сообщения и объявления участникам названного совещания и пояснения принципа работы аппаратуры. Одновременно проводились также различные проверки для доказательства того, что принимаемый сигнал является результатом нелинейного взаимодействия волн в канале распространения.

Модуляция волн накачки речевым сигналом нередко использовалась нами для сигнализации при измерении характеристик приборов типа НАИ, когда расстояние между судами превышало 75—100 м.

Для изучения особенностей формирования широкополосных сигналов в области взаимодействия разработан специальный макет ПИ и с его помощью проведены экспериментальные исследования излучения АМ-, ЧМ- и ЛЧМ-сигналов, а также шумоподобных сигналов.

Структурная схема тракта излучения на базе ПИ для передачи широкополосных сигналов показана на рис. 12.19. Электронная схема построена по методу биений сигналов (см. рис. 10.1), что позволяет менять параметры модуляции одного из сигналов независимо от другого. Тракт излучения обеспечивает генерацию опорного монохроматического сигнала одновременно с АМ-, ЧМ- или ЛЧМ-сигналом.

В режиме генерации опорного монохроматического и АМ-колебаний с генератора высокой частоты 1 сигнал поступает на вход амплитудного модулятора 7. На второй вход модулятора подается модулирующий сигнал с генератора низкой частоты 13. С выхода модулятора 7 АМК поступает на первый вход сумматора 2. На второй вход сумматора 2 поступает сигнал с генератора ЧМК 8, на который не подается модулирующее напряжение (в данном случае он работает в режиме обычного генератора высокой частоты). С выхода сумматора 2 сформированный сигнал через импульсный модулятор 3, управляемый импульсным генератором 9, поступает на

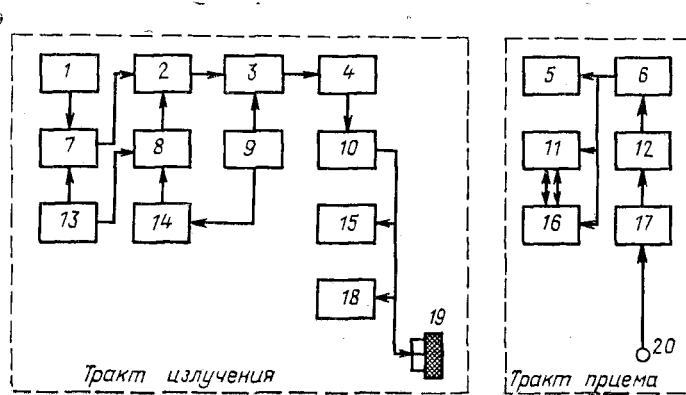


Рис. 12.19. Структурная схема ПИ для передачи АМ-, ЧМ- и ЛЧМ-сигналов с трактом приема

предварительный усилитель 4 и на вход окончного усилителя 10. С выхода окончного усилителя 10 сформированный сигнал поступает на преобразователь накачки 19. Для контроля параметров сигнала используются осциллограф 15 и анализатор спектра 18.

В режиме генерации опорного и ЧМ-колебаний модулирующий сигнал с генератора низкой частоты 13, в отличие от предыдущего случая, поступает не на амплитудный модулятор 7, а на вход генератора ЧМК 8.

В описанных выше случаях возможна работа в непрерывном и в импульсном режимах.

При формировании опорного монохроматического и ЛЧМ-колебаний НЧ-генератор 13 отключен, а модулирующий пилообразный импульс усиливается импульсным усилителем 14 и подается на генератор ЛЧМК 13. В остальном излучающий тракт работает, как в первом случае.

В тракте приема сигнал с широкополосного гидрофона 20 поступает на предварительный усилитель 17, а затем через фильтр 12 на широкополосный усилитель 6. Параметры исследуемого сигнала

контролируются осциллографом 5 и анализатором спектра 11. С выхода усилителя промежуточной частоты анализатора спектра 11 сигнал поступает на вход самописца 16, механически перестраивающего частоту первого гетеродина анализатора 11, в результате чего на ленте самописца 16 вычерчивается огибающая спектра сигнала.

Экспериментальные исследования передачи АМ-, ЧМ- и ЛЧМ-сигналов с помощью ПИ проводили в измерительном гидроакустическом бассейне, снабженном координатно-поворотным устройством.

В качестве преобразователя накачки использовали пьезокерамический поршневый излучатель диаметром 20 мм с резонансной частотой 1,812 МГц. Несущая частота разностного АМ- и ЧМ-сигналов  $F_n$ , а также верхняя граничная разностная частота ЛЧМ-сигнала  $F_{rp}$  вблизи преобразователя накачки могли меняться от 0 до 160 кГц. Девиация частоты при ЧМ- и ЛЧМ-сигналах менялась от 0 до 50 кГц. Частота модуляции  $F_m$  могла меняться от 0 до 20 кГц, коэффициент модуляции АМК —  $0 \leq m \leq 1$ . Полоса пропускания приемного электроакустического тракта составляла  $20 - 2 \cdot 10^5$  Гц при неравномерности АЧХ не более 0,5 дБ.

Наибольший интерес представляют исследования ПИ в режиме одновременного излучения монохроматического сигнала и ЧМ- или ЛЧМ-сигналов. Эти исследования были выполнены на описанной выше установке (рис. 12.19). Измерения спектров проводили на оси ПИ на расстояниях  $z = l_d; 2l_d; 3l_d; 4l_d$ . При этом спектр сигналов разностной частоты практически не менялся. На больших расстояниях сказывалось естественное затухание ВЧ-составляющих.

На рис. 12.20 представлены экспериментальные результаты работы ПИ в режиме одновременного излучения монохроматического (опорного) сигнала с частотой  $f = 1710$  кГц и ЧМ-сигнала с несущей частотой  $f = 1810$  кГц, частотой модуляции  $F_m = 10$  кГц и индексом модуляции  $M = 2$ . Нормированные спектральные диаграммы указанных сигналов  $\bar{S}(f)$  показаны сплошными линиями на рис. 12.20, а. Спектральная нормированная диаграмма  $\bar{S}(F)$  разностного сигнала ПИ с несущей частотой  $F_n = 100$  кГц представлена на рис. 12.20, б. Нормирование исходного спектра проводилось по амплитуде спектральной составляющей с частотой  $f_n$  в отсутствие модуляции, а разностного сигнала — по амплитуде спектральной составляющей  $F_n$  также при отсутствии модуляции.

Из сравнения данных на рис. 12.20, а, б видно, что огибающая спектра разностного сигнала сходна с огибающей спектра исходного ЧМ-сигнала.

Частота модуляции и индекс модуляции сигнала разностной частоты равны соответствующим характеристикам исходного ЧМК. Из-за степенной зависимости АЧХ ПИ возникают амплитудные искажения, проявляющиеся в подавлении спектральных НЧ-составляющих ЧМ-сигнала.

С понижением несущей разностной частоты  $F_n$  отмеченные амплитудные искажения спектра  $\bar{S}(F)$  усиливаются, что можно заметить из сравнения рис. 12.20, б, в. На последнем приведены экспериментальные результаты взаимодействия ЧМ-сигнала

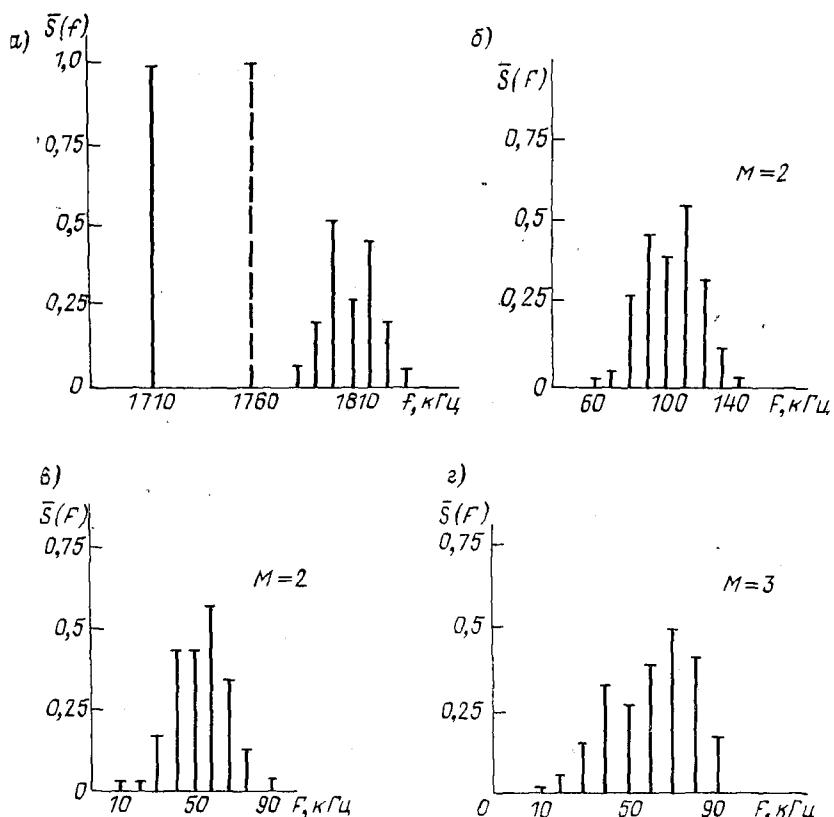


Рис. 12.20. Спектральные диаграммы исходных (a) и разностных сигналов с  $F_n = 100 \text{ кГц}$  (б) и  $F_n = 50 \text{ кГц}$  (в, г) ПИ в режиме одновременного излучения монохроматического и ЧМ-сигналов с индексами модуляции  $M = 2$  (б, в) и  $M = 3$  (г)

(рис. 12.20, а), имеющего  $M = 2$ , с опорным монохроматическим сигналом  $f = 1760 \text{ кГц}$  (пунктирная линия на рис. 12.20, а).

При увеличении индекса модуляции  $M$  спектр разностного сигнала  $\bar{S}(F)$  расширяется, амплитудные искажения спектра ЧМК проявляются в большей степени, что нетрудно видеть из сравнения спектральных диаграмм рис. 12.20, в, г. В отличие от предыдущего рис. 12.20, г соответствует ЧМ-сигналу с  $M = 3$ .

Экспериментальные результаты, приведенные на рис. 12.20, достаточно хорошо совпадают с соответствующими результатами расчета ПИ, приведенными на рис. 12.21. Расчеты выполнены по

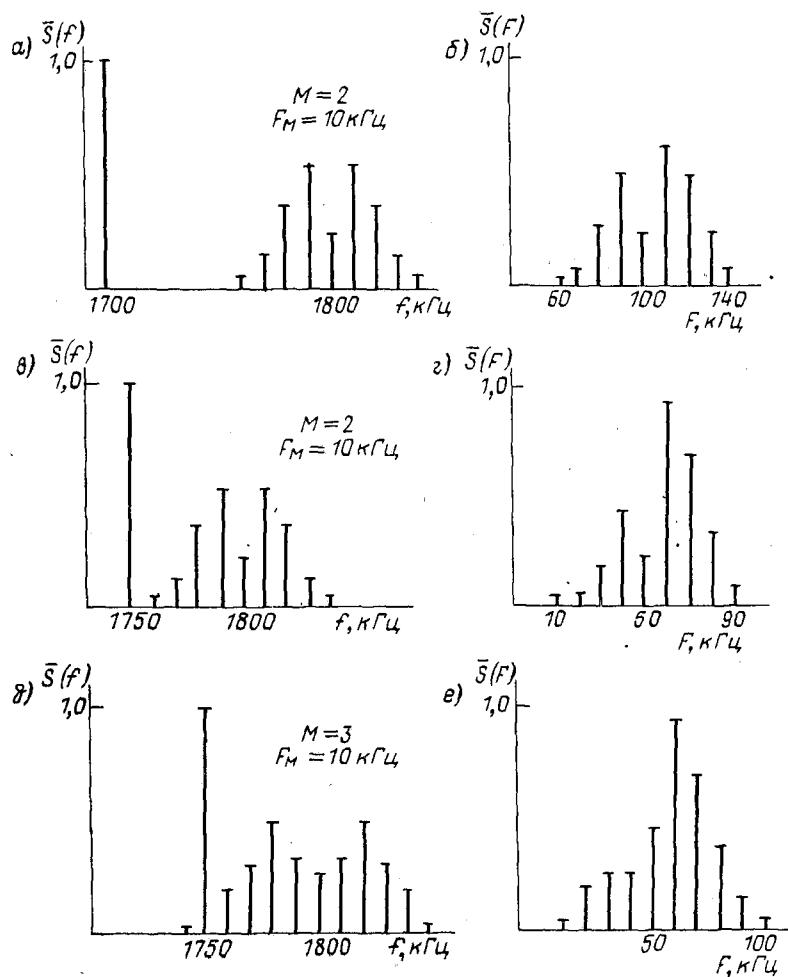


Рис. 12.21. Расчетные нормированные спектральные диаграммы исходных ( $a, c, d$ ) и разностных ( $b, e$ ) сигналов при различных значениях несущей разностной частоты ( $b, c$ ) и разных индексах модуляции ( $c, e$ )

выражению (6.66). Для удобства сравнения значения исходных частот для расчета взяты близкими к экспериментальным значениям. Конкретные величины приведены на рис. 12.21.

ПИ позволяют излучать сигналы со сложным спектром типа ЛЧМ. На рис. 12.22 представлена запись на самописец огибающей

спектра разностного сигнала, образовавшегося в результате взаимодействия монохроматической опорной волны частотой  $f = 2110$  кГц с высокочастотным ЛЧМ-сигналом, нижняя граничная частота которого  $f_{\text{гр}} = 2010$  кГц. От этой граничной частоты проходит линейное ее приращение с девиацией  $\Delta f_{\text{гр}} = 20$  кГц в течение импульса длительностью  $T = 0,5$  мс. Видно, что сигнал разностной частоты является также ЛЧМ-сигналом с граничной частотой  $F_{\text{гр}} = f - f_{\text{гр}}$ . Девиация разностной частоты  $\Delta f_{\text{гр}}$  остается прежней. Направление изменения частоты разностного ЛЧМ-сигнала зависит от положения  $f$  и  $f_{\text{гр}}$  друг относительно друга в спектре исходного сигнала (именно поэтому на рис. 12.22 и 12.23 частотная ось направлена в другую сторону).

Как и в предыдущих случаях, имеют место определенные искажения соотношений амплитуд ЛЧМ-сигнала за счет особенностей АЧХ ПИ. Искажения спектра проявляются в большей степени при

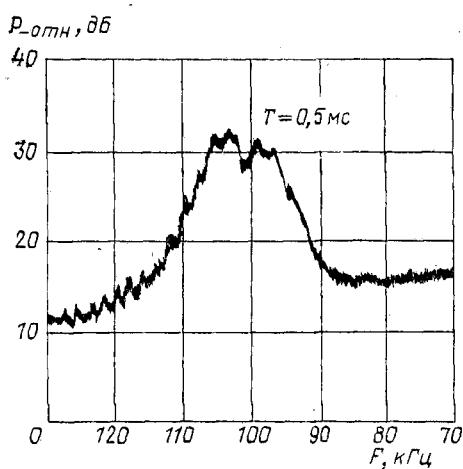


Рис. 12.22. Запись на самописец спектра ЛЧМ-сигнала волны разностной частоты

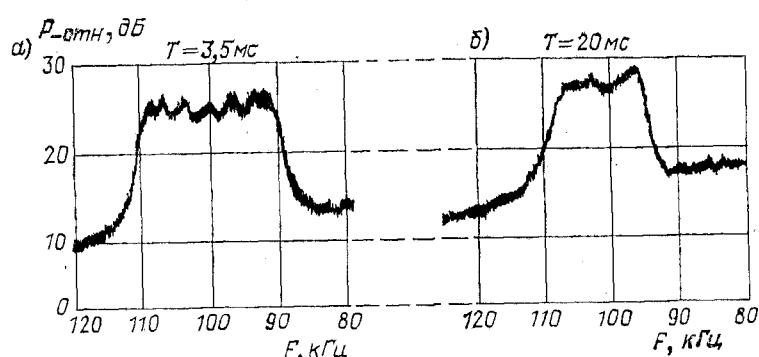


Рис. 12.23. Запись на самописец спектров ЛЧМ-сигнала ПИ при различных длительностях импульса

понижении  $F_{\text{гр}}$  и при увеличении девиации частоты  $\Delta f_{\text{гр}}$ . Искажения спектра передаваемого сигнала из-за особенностей АЧХ ПИ могут быть рассчитаны (см. § 6.2).

Изменение длительности импульса  $T$  высокочастотного ЛЧМ-сигнала приводит к такому же изменению импульса разностного

ЛЧМ-сигнала. Спектр разностного сигнала при этом практически не меняется. Этот вывод подтверждается сравнением огибающих спектров разностного ЛЧМ-сигнала, приведенного на рис. 12.22 и 12.23, а, б. В отличие от предыдущего случая рис. 12.23, а, б соответствует длительностям импульса  $T = 3,5$  и  $20$  мс ( $f = 2110$  кГц,  $f_{rp} = 2010$  кГц,  $\Delta f_{rp} = 20$  кГц,  $F_{rp} = 100$  кГц).

На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что нелинейные параметрические антенны позволяют излучать широкополосные сигналы с относительной полосой  $(F_{max} - F_{min})/F_n \approx 160\%$  и более (см. рис. 12.20, г). Параметры модуляции сигналов накачки передаются сигналом разностной частоты.

Появляется принципиальная возможность создания различных устройств спектральной обработки гидроакустических сигналов непосредственно в канале распространения, например, транспонаторов для «сжатия» и «растяжения» спектра, устройств корреляционной обработки сигналов, детекторов и пр.

### **§ 12.5. Нелинейные гидроакустические приборы активной локации**

В последние годы появился новый класс аппаратуры подводной акустики — гидроакустические приборы активной локации с параметрическими антennами и преобразователями.

Узкая диаграмма направленности ГИ позволяет существенно увеличить точность и угловое разрешение на малых и средних дистанциях работы современных гидроакустических средств, например, рыбоисковой аппаратуры (РПА). Отсутствие боковых лепестков в сочетании с узкой направленностью излучения сводит к минимуму (часто практически полностью устраняет) реверберационную помеху от поверхности моря и дна, что позволяет создавать на базе параметрических антенн прецизионные гидролокационные приборы, акустические лаги, рыбоисковые приборы и пр. для работы на малых глубинах и в условиях шельфа. Возможность формирования узкого низкочастотного луча позволяет с помощью параметрических приборов обеспечить получение отражений от заиленных объектов в условиях значительной загазованности и от объектов в придонных слоях. Малые размеры первичных излучателей накачки создают удобство использования указанных приборов на малотоннажных, рыболовных и исследовательских судах, при производстве дноуглубительных и морских археологических работ и др. На очереди создание локационных приборов-измерителей толщины загазованного ила, сапропеля, льда и др.

Широкополосность параметрических антенн дает возможность излучать очень короткие импульсы и импульсы со сложным спектром, что позволяет существенно повысить разрешение по лучу, уменьшает «мертвую зону» и увеличивает объем информации о локируемом объекте. Частотно-независимая диаграмма направленности в сочетании с широкополосностью параметрических приборов

может быть использована для снятия частотной характеристики цели. Последнее обстоятельство дает новое информационное качество гидроакустическим средствам и расширяет области использования параметрических приборов активной локации. В частности, появляется возможность использования подобных приборов не только в гидроакустике, но и для диагностики в медицине, биологии и др.

У нас в стране и за рубежом успешно эксплуатируются и разрабатываются новые типы параметрических прецизионных эхолотов, параметрические рыболовкаторы с высоким разрешением, параметрическая рыбопоисковая аппаратура траверзного и кругового обзора для мелкого моря, приборы для геолокации и акустического каротажа в морских условиях, аппаратура для поиска криля и конкремций, гидролокаторы и эхолоты для шельфа, параметрические гидролокаторы со сложными сигналами или очень короткими импульсами, низкочастотные широкополосные параметрические гидролокаторы с высокой направленностью для изучения тонкой структуры океана, в частности, внутренних волн звукорассеивающих слоев, параметрические приборы для определения толщины осадков и размеров предметов, находящихся на дне и под слоем загазованного ила и грунта (морская археология, дноуглубительные работы и пр.). Список создаваемых приборов и актуальных задач, успешно решаемых с помощью параметрических гидроакустических приборов активной локации, постоянно разрастается. Для наиболее успешного решения задач целесообразно использовать в комплексе традиционные гидроакустические средства с параметрическими приборами.

Зарубежные фирмы и лаборатории активно разрабатывают и используют серийно выпускаемые параметрические приборы для активной гидролокации. Большинство зарубежных публикаций относится к использованию параметрических антенн для создания различных гидролокаторов. Применение параметрических гидроакустических приборов позволяет повысить эффективность обнаружения и классификации подводных объектов, создать новые типы гидролокационных систем, таких, например, как:

- сканирующий широкополосный гидролокатор с частотно-независимой диаграммой направленности в широком диапазоне частот, дающий, кроме координат цели, ее частотную характеристику [6, 167];
- гидролокатор, использующий в качестве зондирующих импульсов частотно-модулированные сигналы или очень короткие импульсы [129];
- низкочастотный гидролокатор с электронным секторным сканированием с большой разрешающей способностью для поиска рыбы у грунта, для профилирования dna и донных слоев [129];
- высоконаправленная низкочастотная гидроакустическая система с постоянной диаграммой направленности для обнаружения и распознавания рыб по резонансу их плавательных пузырей;

- низкочастотный гидролокатор для работы на больших дистанциях [164, 165];
- низкочастотный гидролокатор с высокой направленностью для исследования звукорассеивающих слоев в океане [129];
- малогабаритный низкочастотный высоконаправленный судовой эхолот [18];
- прецизионный эхолот с дальностью до 2000 м и параметрический низкочастотный эхолот для глубин моря до 4000 м [171];
- приборы геолокации для снятия картины геологического разреза дна;
- доплеровские параметрические гидролокаторы и гидроакустические лаги [131];
- параметрические приборы для морской археологии [144, 148].

В последующих разделах приведены результаты бассейновых и натурных испытаний нелинейных гидроакустических приборов активной локации для записи профиля грунта, рыболовки, обнаружения и определения размеров предметов в воде, на дне и под слоем грунта, а также результаты морских испытаний макета параметрического геолокатора. Параллельно приведены сведения о зарубежных разработках.

Испытания макетов параметрических приборов активной локации проводили в специализированном бассейне, в озере с пресной водой и с загазованным илом, на натурной испытательной базе, а также в Балтийском, Черном, Азовском и Карском морях. Основные технические характеристики разработанных в ТРТИ макетов параметрических гидроакустических приборов активной локации приведены в табл. 3. Расчеты характеристик, исследование и испытания ПИ этих приборов проводили по методикам, изложенным в предыдущих главах.

#### **§ 12.6. Параметрические эхолоты и приборы для записи профиля грунта**

Остановимся на вопросе использования ПИ в прецизионных эхолотах и приборах для записи профиля дна в обычных условиях и особенно в условиях мелководья.

Испытания параметрических приборов (см. табл. 3) для эхолотирования и записи профиля дна проводили в испытательном бассейне и морских условиях.

Для отработки схем параметрического эхолота и модельной проверки метода мы провели серию испытаний в специализированном бассейне. Испытательный бетонный бассейн с прозрачной стенкой имел размеры  $30,0 \times 1,8 \times 1,5$  м. Бассейн оборудован координатным устройством, автоматически перемещающимся. Схема бассейна и используемой аппаратуры приведены на рис. 12.24. Перед наполнением водой в бассейн заложен грунт 10 (песок), камни 11 и отражающая металлическая пластина 12.

Преобразователь накачки 8 и приемник 9 крепились на поворотном устройстве 7 с ориентацией в сторону дна.

В качестве ПИ использовали специально созданные преобразователи накачки 8 и модифицированные блоки 2 формирования приборов НАИ-5 (см. табл. 2). Приемно-излучающая акустическая система состояла из круглого плоского излучателя накачки 8 диаметром 20 мм с резонансной частотой 1,8 МГц и круглого дискообразного приемного преобразователя диаметром 30 мм с резонансной частотой 150 кГц. Частота разностного сигнала составляла  $F =$

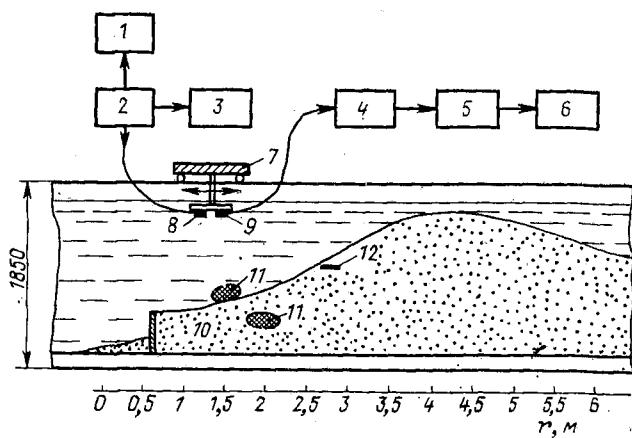


Рис. 12.24. Структурная схема аппаратуры и оборудования при бассейновых испытаниях макета параметрического эхолота

= 150 кГц. Контроль частоты осуществляли частотометром 1, а формы и длительности зондирующих импульсов — осциллографом 3. Ширина диаграммы направленности в режиме излучения на уровне 0,7 равна  $3^\circ$ , в режиме приема —  $30^\circ$ . Длительность зондирующего импульса  $\tau_i = 50$  мкс.

При записи профиля грунта 10 и определении размеров находящегося на поверхности грунта камня 11 (размер камня  $340 \times 300 \times 220$  мм) тележка 7 (см. рис. 12.24) с приемно-излучающей системой перемещалась вдоль бассейна. Сигнал с приемного преобразователя 9 через фильтр 4 поступал на селективный вольтметр 5 и осциллограф 6. По осциллографу определяли время задержки отраженного от грунта сигнала и рассчитывали расстояние до грунта.

Результаты обработки экспериментальных данных по записи профиля грунта приведены на рис. 12.25. Из сравнения рис. 12.24 и 12.25 видно, что построенный по экспериментальным точкам график на рис. 12.25 соответствует реальному рельефу грунта в бассейне.

После модельных испытаний высокочастотного макета (на базе НАИ) был создан существенно более мощный НЧ-параметрический прибор для гидро- и геолокации ПГЛ-300 с частотой накачки

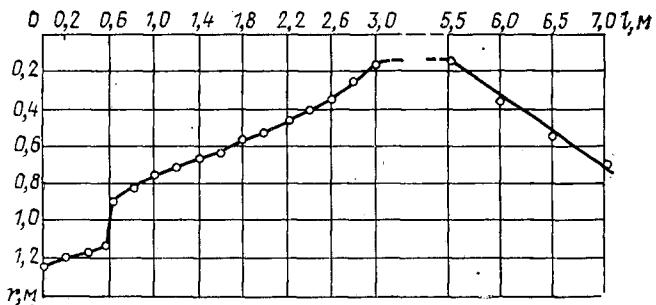


Рис. 12.25. Профиль залегания грунта (песка) в бассейне по результатам испытаний макета параметрического эхолота ( $l$  — рассеяния вдоль бассейна,  $r$  — расстояние от акустической системы до грунта, точки — экспериментальные результаты)

300 кГц. Этот же прибор использовался для прецизионного эхолотирования дна. Технические характеристики прибора приведены в табл. 3. Приемная многоэлементная антенна имела форму кольца из биморфных элементов с резонансными частотами 10—13 кГц. Внешний вид приемно-излучающей акустической системы ПГЛ-300 виден на рис. 11.4. Преобразователь накачки показан на рис. 10.6, б.

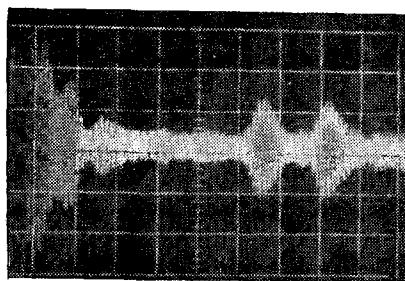


Рис. 12.26. Осциллограмма отражений от камня, лежащего на песке

нность зондирующего импульса равна  $\tau_i = 0,25$  мс, частота повторения импульсов — 25 Гц, масштаб длительности развертки — 0,58 мс/дел. Расстояние от излучателя накачки до камня и дна контролировалось непосредственным измерением через прозрачную стенку испытательного бассейна и по времени задержки импульсов.

В акватории Черного моря провели прецизионное профилирование дна в режиме эхолотирования с помощью ПГЛ-300. В качестве

регистратора использовался приемный тракт серийной рыбопоисковой станции. На рис. 12.27 приведена запись на электротермическую бумагу профиля дна в диапазонах глубин 0—600 м (рис. 12.27, а) и 300—900 м (рис. 12.27, б). Рабочая разностная частота равнялась 20 кГц, длительность импульса — 20 мс, скорость судна — 3 уз. Узкая диаграмма направленности ПИ при отсутствии боковых лепестков позволяет четко выписывать крутые склоны и незначительные неровности дна без заметного влияния гидроакустических помех.

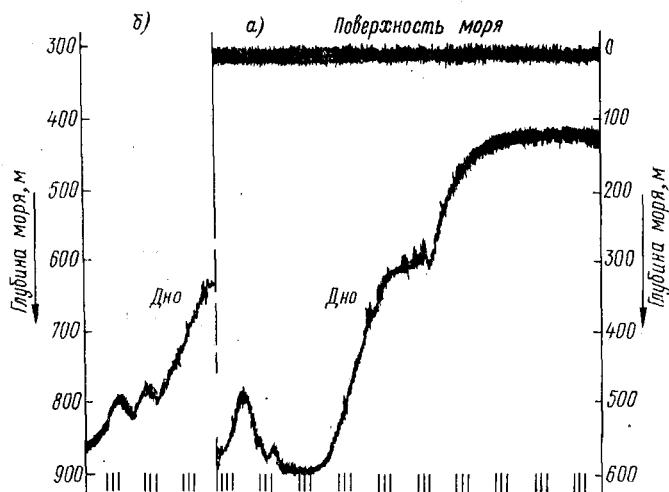


Рис. 12.27. Эхограммы профиля дна района Черного моря при различных глубинах зондирования, полученные с помощью ПГЛ-300

В Рижском заливе и пресноводном озере проведены испытания ПГЛ-300 по профилированию дна на малых глубинах порядка 3—50 м. Сигнал с приемной антенны через фильтр нижних частот подавался на усилитель, а затем на осциллограф и параллельно через детектор на регистрирующий прибор. В испытаниях использовались серийные регистрирующие приборы: сейсмоакустический регистратор САР (с записью на электротермическую бумагу) и многоперьевый регистратор дискретного действия РДД «Горизонт» (с записью на электротермическую бумагу). Запись профиля дна с характерными речными наносами (в районе впадания реки в залив) приведена на эхограмме, изображенной на рис. 12.28. Длительность зондирующего импульса составляла 0,2—2,0 мс; скорость судна — 3—4 уз. На эхограмме видны даже мелкие неровности грунта.

С помощью ПГЛ-300 в пресноводном озере (глубиной не более 6 м) был обнаружен участок дна с каменистым грунтом. На этом

участке провели серию измерений отражений от дна на частотах 3—10 кГц при различных длительностях зондирующих импульсов. На рис. 12.29 приведена эхограмма, полученная на разностной частоте 10 кГц при длительности импульса 0,5 мс. На записях видны

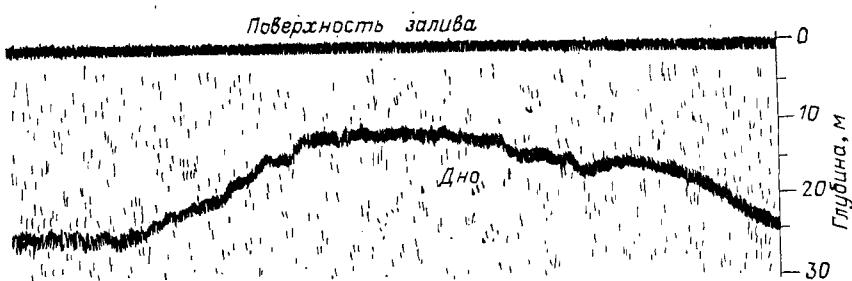


Рис. 12.28. Эхограмма профиля дна района Рижского залива, полученная с помощью ПГЛ-300

многочленные отражения (до 9-го) зондирующего импульса от участка дна с плотным грунтом. По наличию подобных отражений (их число достигает 30 и более) можно судить о плотности и состоянии участка грунта, о нахождении на дне затонувших предметов и пр.

С увеличением длительности зондирующего импульса энергия отраженного сигнала возрастает и регистратор фиксирует большее число отражений.

Многочленные отражения от каменистого грунта (рис. 12.29) показывают, что при наличии участков дна с менее плотной структурой можно использовать ПГЛ-300 для записи структуры придонных слоев, о чем будет сказано в следующем параграфе.

В зарубежной литературе имеются сведения о разработках па-

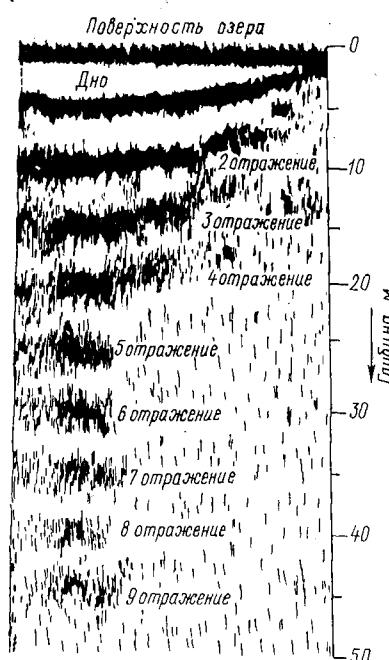


Рис. 12.29. Эхограмма участка пресноводного озера с твердым каменистым дном, полученная с помощью ПГЛ-300

раметрических эхолотов и приборов для профилирования дна [5, 18, 113, 151].

Конрадом описана параметрическая система для снятия профиля дна в шельфовой зоне со следующими характеристиками ПИ:  $f_{1,2} =$

$= 173$ — $177,5$  кГц;  $F = 2,5$ — $4,5$  кГц;  $P_- = 174$  дБ/(Па·м);  $2\theta_{0,7} = 5^\circ$  на частоте  $F = 3,5$  кГц. Там же приведены сведения о параметрическом эхолоте с дальностью  $2000$  м. Другая параметрическая антенна, описанная в работе [129], имеет среднюю частоту накачки  $f = 24$  кГц; мощность сигнала на входе  $2,5$  кВт. Автор отмечает, что хотя длина области взаимодействия в этом случае равна  $1250$  м, большая часть мощности перекачивается в разностную частоту на расстоянии, равном примерно  $120$  м. В этой параметрической антенне достигнут уровень звукового давления  $P_- = 190$  дБ/(мкПа·м) на частоте  $F = 4$  кГц. Ширина диаграммы направленности получена  $9,5^\circ$  при диаметре исходного излучателя накачки  $390$  мм.

В экспериментальном параметрическом эхолоте FADS (Finite Amplitude Depth Sounder) [171] с частотой исходных волн накачки  $200$  кГц применен ПИ с частотой  $12$  кГц (полоса пропускания равна  $2$  кГц, длительность импульса —  $60$  мс). Ширина характеристики направленности на разностной частоте равна  $2^\circ$  при апертуре исходного преобразователя накачки  $225$  мм. Макет эхолота может работать и при  $F = 3,5$  кГц. Получены положительные результаты при глубине до  $4$  км. Более подробные сведения об этом эхолоте с примером записи эхограммы профиля дна приведены в обзорной статье Мюира [151].

### § 12.7. Параметрические гидролокаторы и приборы морской геолокации

Широкие возможности параметрических гидроакустических приборов активной локации, описанные в § 12.5, в наибольшей степени проявляются в различных типах гидро- и рыболовокаторах и в приборах морской геолокации.

Модельные испытания макета параметрического гидролокатора проводили в бетонном бассейне, описанном в § 12.6. В качестве параметрического прибора использовали излучающий тракт макета параметрического геолокатора ПГЛ-300. Технические характеристики прибора ПГЛ-300 приведены в табл. 3. Приемно-излучающая акустическая система состоит из преобразователя накачки диаметром  $100$  мм с резонансной частотой  $300$  кГц и приемной многоэлементной антенны из биморфных звукоприемников, имеющей форму кольца (см. рис. 11.4). Эксперименты проводили на резонансной частоте приемной антенны  $F = 10$  кГц. Ширина диаграммы направленности в режиме излучения по уровню  $0,7$  равна  $4^\circ$ , в режиме приема —  $30^\circ$ . В бассейне выполнили серию экспериментов по обнаружению объекта на фоне грунта и под слоем песка, а также по определению размеров объекта в области взаимодействия.

Результаты эксперимента по определению размеров отражающего объекта приведены на рис. 12.30. Объект локации — бутовый камень, располагался в воде на расстоянии  $2,7$  м от антенны. Приемно-излучающую акустическую систему механически сканиро-

вали с помощью поворотного устройства вправо и влево. Изменение отраженного от камня сигнала при повороте антенны на угол  $\varphi$  показано на серии осциллограмм, приведенных на рис. 12.30. Объект регистрировали в пределах угла поворота  $\Phi_k = 11^\circ$ . Ориентировочно размеры объекта можно определить по выражению

$$x = 2l \operatorname{tg} \left( \frac{\Phi_k}{2} - \theta_{0,7} \right),$$

где  $l$  — расстояние до камня,  $\theta_{0,7}$  — половина угла раствора диаграммы направленности. Вычисление дает размер лоцируемого объекта  $x = 0,33$  м, что примерно соответствует реальному размеру камня.

В этой же серии работ проводили эксперимент по обнаружению предмета под тонким слоем грунта. В песок на глубину около 5 см была помещена стальная пластина 12 (см. рис. 12.24) толщиной 1 см, размерами  $10 \times 30$  см. В качестве параметрического прибора использовали НАИ-5. В эксперименте надежно регистрировали отраженные сигналы от поверхности песка и стальной пластины. По времени задержки сигналов определяли глубину залегания предмета. Подобные эксперименты по обнаружению алюминиевой сферы диаметром 5 дюймов, погруженной на глубину 6 дюймов в мелкий песок, описаны в работе [151].

Параметрический прибор ПГЛ-300 был использован для обнаружения и регистрации донных отложений в известном с геологической точки зрения районе Рижского залива. При записи донных отложений меняли длительность импульсов и рабочую частоту сигнала ПИ. На рис. 12.31 представлена одна из эхограмм участка дна и придонных слоев (толщиной порядка 10 м). Глубина залива в этом районе составляла 36 м, волнение моря — 3—4 балла, скорость судна 3 уз. Электрический сигнал с приемной антенны записывался на сейсмоакустическом регистраторе САР. Длительность зондирующего импульса равнялась 1 мс, частота разностного сигнала ПИ — 10 кГц.

Аналогичные записи придонных слоев были сделаны с помощью ПГЛ-300, где в качестве индикатора использован многопырьевой регистратор дискретного действия РДД «Горизонт». На рис. 12.32 видна структура донных осадков толщиной порядка 20 м в шельфовых условиях залива.

Серия морских испытаний показала, что параметрический прибор ПГЛ-300 (электрическая мощность тракта излучения 0,5 кВт) позволяет регистрировать четкую структуру придонных слоев. Применяемые в геолокации традиционные низкочастотные излучатели звука (электрогидравлические, магнитострикционные, электроискровые, индукционные и др.) имеют существенные недостатки. Многие из них не позволяют регулировать длительность излучаемого сигнала.

Параметрические приборы морской геолокации позволяют в условиях шельфа обеспечить выполнение разнообразных работ по

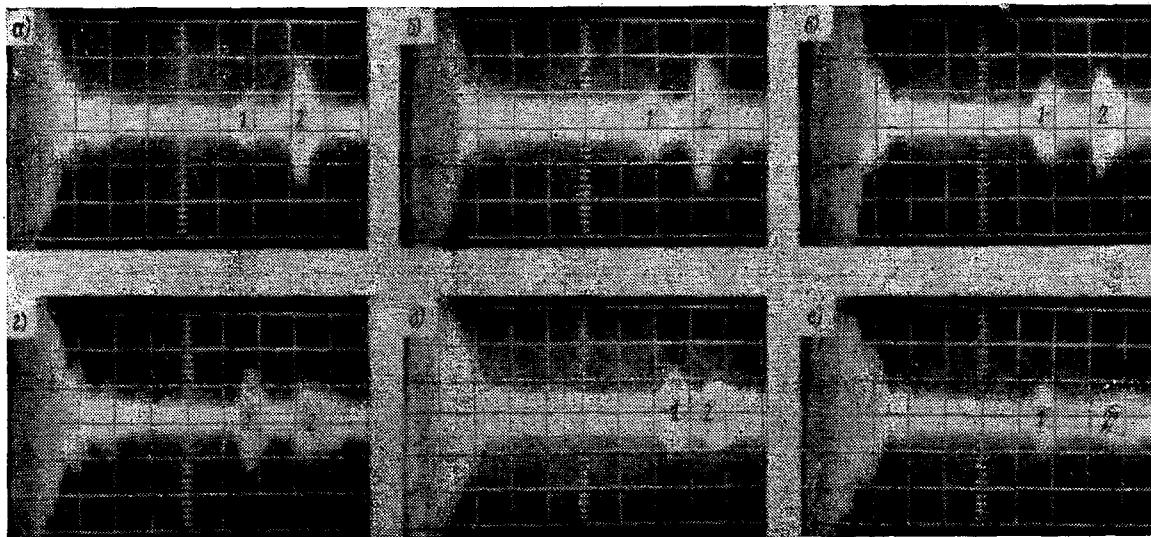


Рис. 12.30. Осциллографмы отраженных от цели и стенки бассейна сигналов при различных углах поворота антенны: а —  $\varphi = -4^\circ$ ; б —  $\varphi = -3^\circ$ ; в —  $\varphi = -1^\circ$ ; г —  $\varphi = 0^\circ$ ; д —  $\varphi = 1^\circ$ ; е —  $\varphi = 4^\circ$   
1 — сигнал от объекта; 2 — сигнал от стенки

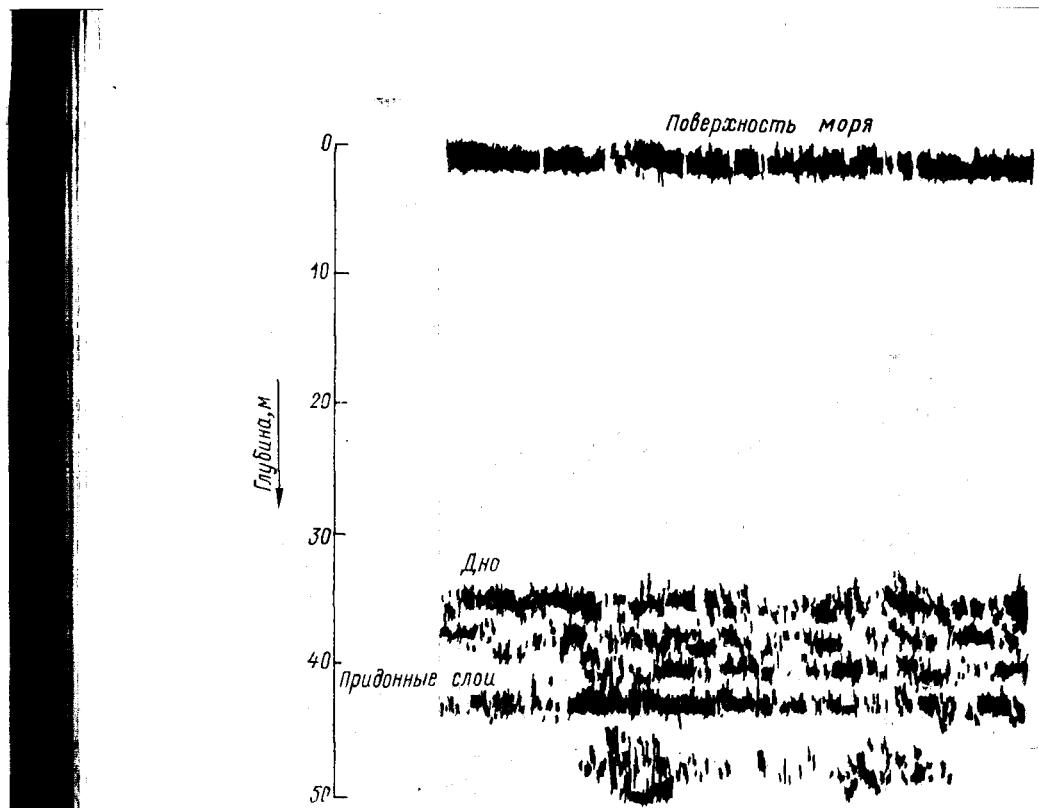


Рис. 12.31. Эхограмма дна и структуры придонных слоев (излучение ПГЛ-300, регистрация на сейсмоакустическом регистраторе САР)

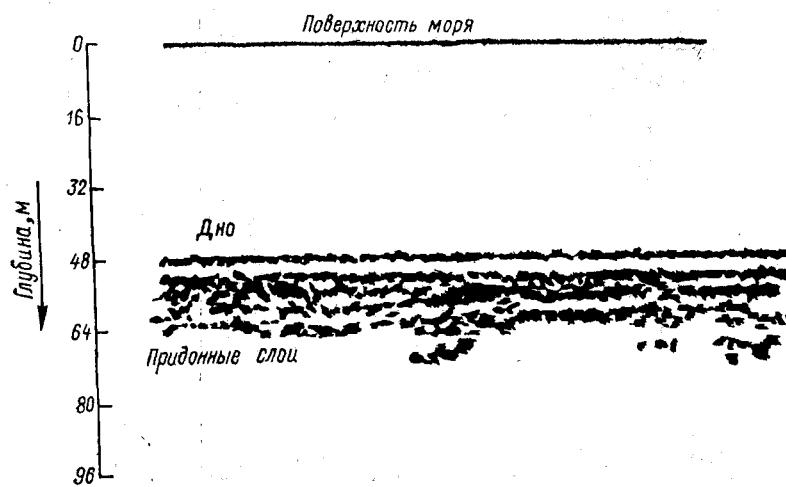


Рис. 12.32. Эхограмма структуры донных отложений (излучение ПГЛ-300, регистратор дискретного действия «Горизонт»)

акустическому каротажу морского дна, поиску затонувших предметов, морской археологии, при прокладке подводных трубопроводов и кабеля, при выполнении дноуглубительных работ, при определении толщины илистых загазованных отложений, сапропеля и др. (см. рис. 12.38).

Особый интерес представляет использование ПИ для гидро- и рыболовки. Возможности параметрических приборов для целей локации наглядно иллюстрируются результатами испытаний приборов ПГЛ-2 и ПГЛ-2А в акваториях Азовского (Таганрогский залив) и Черного морей. Часть полученных результатов приведена ниже. Технические характеристики трактов излучения приборов ПГЛ-2 и ПГЛ-2А приведены в табл. 3. При испытаниях использо-

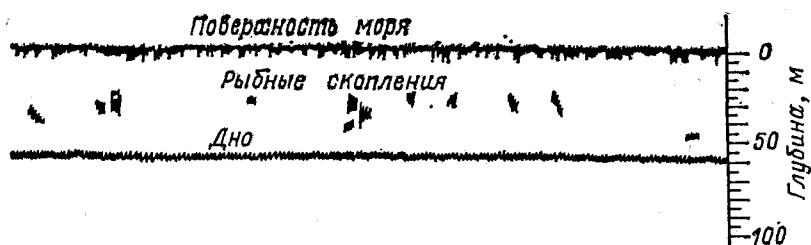


Рис. 12.33. Эхограмма рыбных скоплений в шельфовых условиях (излучение параметрической антенной, прием серийной станцией SRM 872 A)

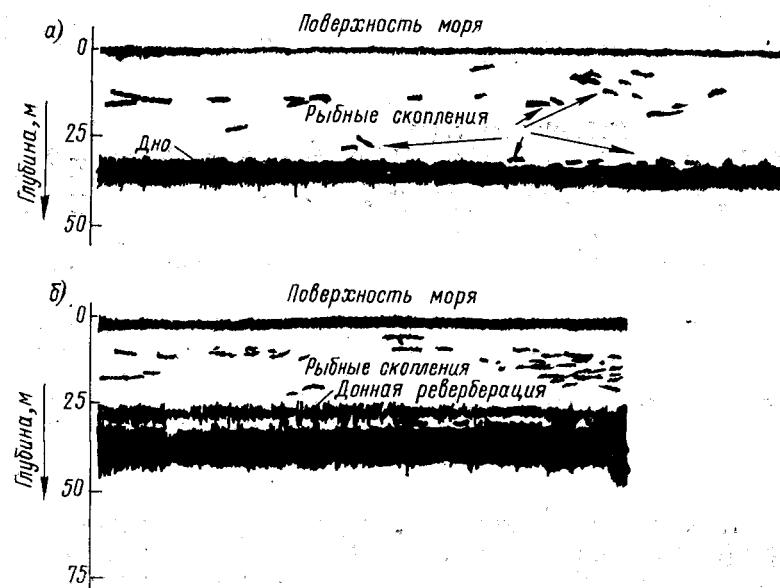
вались тракты приема и индикации серийной рыбопоисковой аппаратуры (РПА) типов «Сарган» и SRM 872 A (производство Японии), поэтому приборы ПГЛ-2 и ПГЛ-2 А имеют фиксированные рабочие частоты 136 и 50 кГц (совпадающие с резонансными частотами указанной РПА). Внешний вид мозаичных 28 элементных преобразователей накачки этих приборов показан на рис. 10.6. Диаграмма направленности ПИ прибора ПГЛ-2А приведена на рис. 11.37, а.

На рис. 12.33 приведена копия эхограммы (запись на электрохимической бумаге) отражений от дна и рыбных скоплений пикши и хамсы. Запись получена при работе ПГЛ-2А с приемным трактом и индикатором SRM 872 A на разностной частоте 50 кГц в зоне взаимодействия исходных волн накачки 406 и 456 кГц. Видно, что в условиях мелкого моря четко фиксируются отражения даже от незначительных скоплений мелкой рыбы.

Из-за пренебрежимо малого уровня боковых лепестков в диаграмме направленности ПИ реверберационная помеха от дна моря (антенна ПИ была ориентирована по траверсу в сторону дна) на эхограммах, приведенных на рис. 12.33 и 12.34, а, отсутствует. При промысле рыбы реверберационная помеха значительно затрудняет использование обычной РПА в условиях мелкого моря и на близких расстояниях от рыбных скоплений, когда наиболее необ-

ходимы оперативные сведения о размерах, конфигурации и направлении движения косяка.

Для дополнительной иллюстрации на рис. 12.34 приведены копии эхограмм (запись на электротермическую бумагу) рыбных скоплений на частоте 136 кГц, полученные с помощью параметрического прибора ПГЛ-2 и серийной РПА. Сравнение двух последних эхограмм показывает, что при использовании ПИ фиксируются придонные рыбные скопления (см. рис. 12.34, а). В тех же условиях



из-за донной реверберации обычная РПА не дает информации о придонных объектах (рис. 12.34, б).

Приборы ПГЛ-2 и ПГЛ-2А использовались для исследования отражений при различном расположении и на различных дистанциях от искусственных целей. Судно с гидролокаторами ходило примерно параллельным курсом на различных расстояниях от линии, вдоль которой были расположены семь различных групповых и одиночных объектов: углковый отражатель, одиночные приповерхностные и придонные цели с эквивалентным радиусом рассеяния порядка 0,1 м (металлические шары), а также групповые цели. Расстояние до целей (помимо шкалы индикатора РПА) контролировалось радиолокационным способом по отражению от буев на поверхности моря.

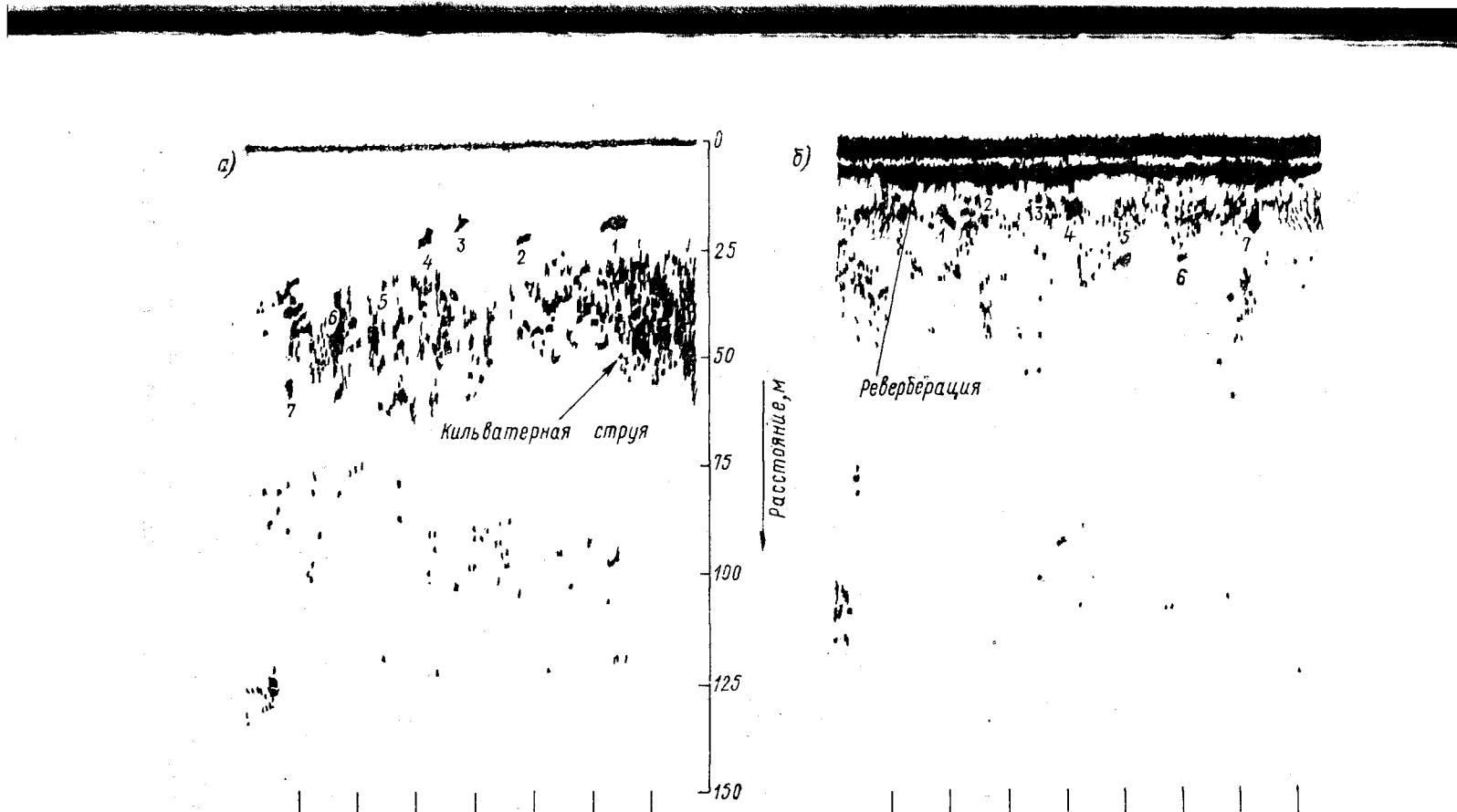


Рис. 12.35. Эхограммы отраженных сигналов от одиночных и групповых целей при малых расстояниях получены с помощью параметрического прибора (а) и с помощью серийного рыболовокатора в условиях поверхности реверберации (б)

Интересные сведения получены из анализа эхограмм отраженных сигналов при малых расстояниях до целей. На рис. 12.35, а приведена запись на самописец, полученная с помощью ПГЛ-2, а на рис. 12.35, б — с помощью обычного серийного рыболовокатора. Антенны были ориентированы горизонтально по траверсу. Отсутствие боковых лепестков излучения в ПИ устраниет (рис. 12.35, а) маскирующее влияние поверхностной реверберации (рис. 12.35, б). На эхограмме, полученной с помощью ПГЛ-2, видны отражения

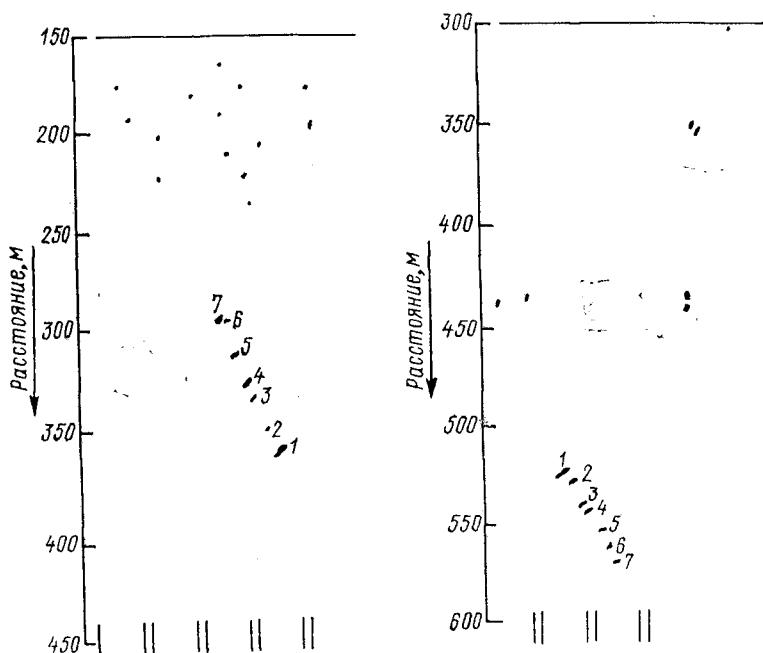


Рис. 12.36. Эхограммы сигналов от искусственных объектов на разных дистанциях (излучение параметрической антенной ПГЛ-2, прием серийной рыбопоисковой станцией)

от всех семи целей и кильватерной струи, оставшейся от предыдущего прохода судна, а также отдельные отражения от одиночных рыб. Контрольный отлов подтвердил наличие судака в районе испытаний.

В этой серии испытаний максимальные дистанции эхолотирования углкового отражателя в мелком море были порядка 900 м (при электрической мощности тракта излучения ПГЛ-2 порядка 0,3 кВт по каждому каналу). На рис. 12.36 приведены копии эхограмм отраженных сигналов при увеличении расстояния до указанных целей до нескольких сотен метров (записи на самописце на поддиапазонах 150—450 и 300—600 м). Расстояния и номера объектов указаны на рисунках. На эхограммах четко видны отражения

от всех семи целей, а также от небольшого числа одиночных рассеивателей (по-видимому, отдельных рыб). Отражения от объектов видны в виде малых отрезков линий, что связано с разворотом судна для очередного захода.

Таким образом, испытания показали, что параметрические гидроакустические приборы активной локации позволяют лоцировать даже небольшие одиночные и групповые цели в шельфовых условиях при малых габаритах преобразователей накачки ( $75 \times 75$  мм).

В рыболоваторах кругового обзора, использующих в качестве дополнительного параметрического режим работы, малогабаритная первичная антенна накачки легко располагается в обтекателе основной традиционной антенны. Стенки обтекателя изготавливают из звукопрозрачного для волн накачки материала. Конструктивно первичная антенна накачки для обеспечения режима кругового обзора выполняется в виде многоэлементного секционированного пьезокерамического цилиндра, обеспечивающего заданную ширину диаграммы направленности (обычно порядка  $5^\circ$ ) в вертикальной плоскости. В режиме излучения в горизонтальной плоскости чаще всего используется направленная круговая посылка. Для сканирования направленного луча параметрической антенны в горизонтальной плоскости необходимы многоканальные генераторы.

Для траверзных гидролокаторов, работающих в условиях мелководья, особенно полезно отсутствие боковых лепестков в параметрических антенных. Проведенные нами испытания показали, что из-за влияния боковых лепестков гидролокатор с традиционной антенной имеет заметный сигнал-помеху на самописце при повороте антенны всего на  $10^\circ$  от горизонта. В этих же условиях параметрическая антенна (с той же самой  $F$ ;  $2\theta_{0,7}$  и приемным трактом серийной РПА) позволяла поворачивать антенну до  $70^\circ$  от горизонта.

Узкий низкочастотный звуковой луч параметрического гидролокатора с возможным сканированием по частоте проникает в илистые загазованные отложения, позволяя обнаруживать и классифицировать затонувшие предметы, определять толщину ила, сапропеля, торфа и др. Исследование этих важных для практического использования свойств ПГЛ проводились в бухте Таганрогского залива и в Семлевском озере. Традиционные методы гидролокации в условиях загазованного ила обычно бессильны. Максимальная толщина загазованного ила в Семлевском озере составляла 16 м. Наверху ил довольно жидкий (сапропель), у дна — весьма плотный (торф). При измерениях использовали параметрический гидролокатор ПГЛ-3 с варьируемыми частотами. Технические характеристики этого прибора приведены в табл. 3. Внешний вид прибора ПГЛ-3 в период испытаний на озере показан на рис. 12.37 (без преобразователя накачки и приемной антенны). Цифрами 1, 2, 3 и 4 показаны соответственно блоки формирования, усилителя мощности, индикатора и приемника. Запись производилась на электротермическую бумагу. Приемно-излучающую систему сканировали по поверхности воды.

Исследования на Семлевском озере проводились в рамках экспедиции по поиску «московской добычи» Наполеона, включающей в себя военные доспехи, исторические реликвии и разного рода драгоценности из Оружейной палаты Кремля и церквей Москвы. По различным историческим и мемуарным документам Наполеон вынужден был затопить свои трофеи в Семлевском озере. Работы по поиску затопленных реликвий и богатств проводились неоднократно, о чём подробно информировали Я. Голованов и А. Моги-

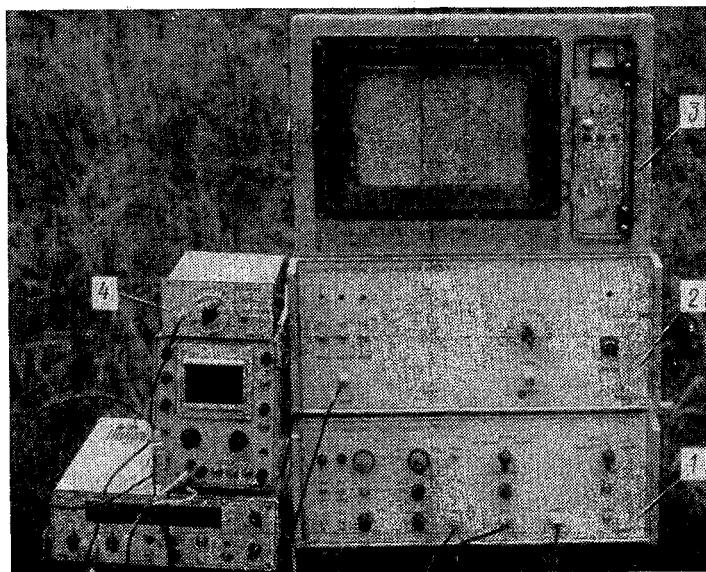


Рис. 12.37. Внешний вид параметрического гидролокатора ПГЛ-3 в период испытаний на Семлевском озере

лат в серии статей в газете «Комсомольская правда» в октябре, 1960 г. в ноябре 1966 г., в феврале, апреле и августе 1979 г., январе 1980 г. и в других изданиях.

Измерения показали, что звуковой луч параметрического гидролокатора проникает в ил. Взаимодействие волн накачки происходит в слое воды и загазованной илистой среде. Для иллюстрации на рис. 12.38 приведены характерные записи эхограмм. Четко видны отражения от границ раздела вода—ил, ил—дно, а также от объектов, находящихся в иле. Записанные эхограммы позволяют определять местоположение, примерную конфигурацию и глубину залегания объектов, расстояния до границ раздела и толщину слоя ила. На рис. 12.38, б, в показаны отражения от специально брошенного в период испытаний в озеро большого камня. Наблюдения с помощью ПГЛ в течение нескольких дней позволили регистриро-

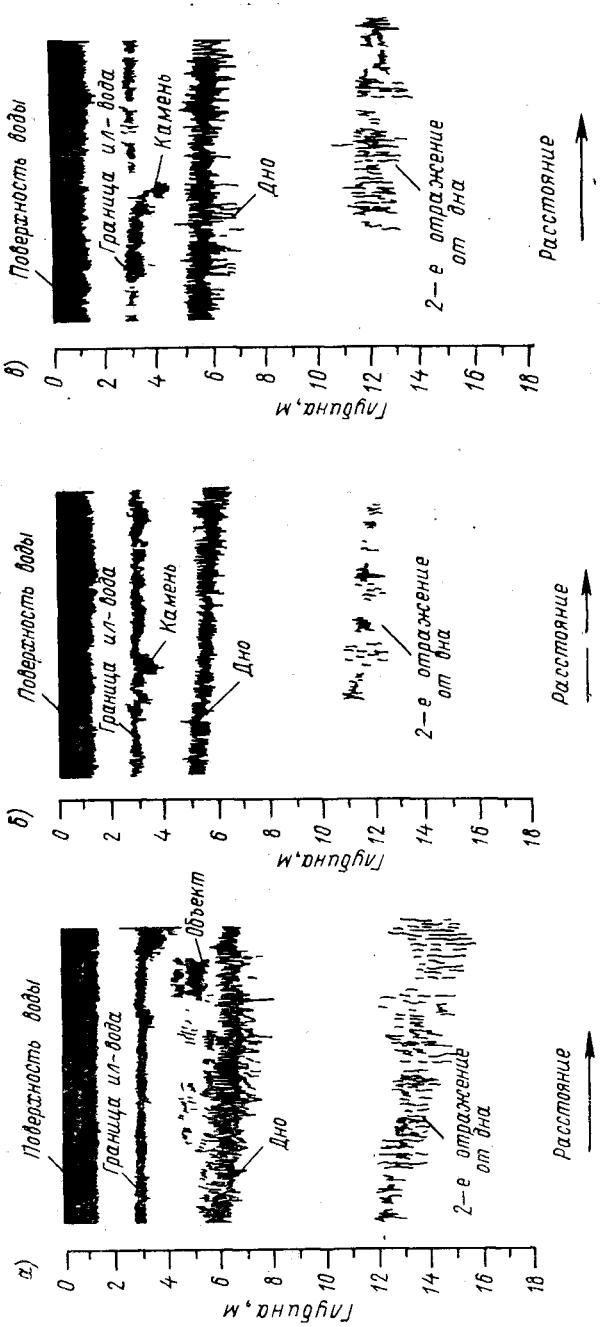


Рис. 12.38. Эхограммы участков Семлевского озера при наличии отражения от залегшего объекта (a) и от камня (b, c) в различных стадиях погружения

вать процесс погружения камня в ил, что позволяет оценить характеристики ила.

Описанные свойства низкочастотного параметрического гидролокатора со сканированием по частоте важны для подводной археологии, поиска полезных ископаемых, геофизики и океанологии, при выполнении дноуглубительных работ, для определения места и количества затонувшей древесины при сплаве леса, при прокладке кабеля и трубопроводов, для оконтуривания и определения мощности иловых загрязнений в результате сброса вод промышленных предприятий, при бурении скважин и др.

Таким образом, параметрические приборы и антенны позволяют решать важные народнохозяйственные задачи. Они стыкуются с имеющейся серийной гидроакустической аппаратурой, давая ей новые ценные качества: уменьшение влияния донной и поверхностной реверберации, траверзный обзор с меньшей помехой, высокое разрешение по углу и дистанции, возможность сканирования по частоте, возможность работы в условиях шельфа, загазованного ила и др. Параметрические приборы имеют малые габариты преобразователей накачки, поэтому они могут выполняться в виде добавочных блоков к находящейся в эксплуатации серийной гидроакустической аппаратуре.

В заключение приведем сведения об использовании параметрических гидроакустических приборов для активной локации за рубежом.

В работе Конрада описана гидроакустическая параметрическая система для снятия картины профиля дна в шельфовой зоне со следующими характеристиками:  $f_{1,2} = 173-177,5$  кГц;  $F = 2,5-4,5$  кГц;  $P_- = 174$  дБ/(Па·м);  $2\theta_{0,7} = 5^\circ$  на частоте  $F = 3,5$  кГц.

Этот же автор в работе [129] описал конструкции макетов более мощных ПИ для целей гидролокации. Один из них имеет частоту накачки в районе 65 кГц и работает в режиме насыщения. Уровень звукового давления волн накачки составил  $p_{01} = 246$  дБ/(мкПа м). Автор приводит графики рассчитанных по теории [139] и измеренных значений уровней звукового давления по разностной частоте и графики изменения ширины характеристики направленности. Ширина характеристики направленности на разностной частоте  $F = 6,5$  кГц равна  $4,3^\circ$  при диаметре излучателя 914 мм. Уровень звукового давления на  $F = 6,5$  кГц был равен  $P_- = -911$  дБ/(мкПа·м).

Параметрический излучатель [129] с  $f = 65$  кГц использовался для обнаружения и измерения характеристик глубинного звукоизлучающего слоя. Применение ПИ в данном случае наиболее целесообразно: он обеспечивает формирование узкого луча при относительно небольших размерах первичного преобразователя накачки. Широкополосность ПИ позволяет излучать короткие импульсы. Указанный ПИ использовался для зондирования придонных слоев грунта при толщине слоя воды 180 м на разностной ча-

стоте  $F = 3$  кГц. С помощью пучка шириной  $4^\circ$  было плозондировано дно на глубину более 80 м.

Экспериментально была продемонстрирована локационная способность параметрического излучателя на дистанции 4000 м. Был принят сигнал от цели с отражающей силой — 5 дБ. Высокая направленность излучения и отсутствие боковых лепестков сводит к минимуму реверберацию от поверхности и дна, что обычно мешает приему эхо-сигналов от цели. Благодаря своей широкополосности, по мнению автора, ПИ может быть использован для передачи частотно-модулированных сигналов или очень коротких импульсов, вплоть до излучения одиночного периода разностной частоты.

В работе [129] сообщается и о создании мощного низкочастотного экспериментального макета нелинейной антенны, имеющей следующие параметры: подводимая электрическая мощность 80 кВт;  $f = 24$  кГц;  $F = 250 \div 5000$  Гц;  $\theta_{0,7} = 3 \cdot 10^\circ$  на частоте  $F = 2$  кГц; размеры исходного преобразователя накачки  $0,5 \times 2$  м. Традиционная гидроакустическая антенна имела бы в этом случае размеры  $5 \times 15$  м. В рабочей полосе разностных частот ширина характеристики направленности изменялась от 10 до  $1,8^\circ$ . Эта нелинейная антенна использовалась в системе буксируемого параметрического гидролокатора TOPS (Towed parametric sonar) для рыбоиска. Система позволяла получать отражения от участков придонного грунта толщиной до 80 м на глубине 1200 м.

В работе Мьюира и Блуа помимо перечисленных выше описывается макет буксируемого параметрического гидролокатора с частотой накачки 190 и 210 кГц (диаметр антенны 432 мм, разностная частота 20 кГц, длительность импульса 230 мкс). Антенна формирует сканирующую характеристику направленности путем механического вращения двух жидкостных линз.

В работе [135] приводятся результаты испытаний излучающей антенны нелинейного гидролокатора, работающего в диапазоне разностных частот  $F = 12,5 \div 100$  кГц. При средней частоте накачки  $f = 720$  кГц получен уровень звукового давления  $P_- = -110$  дБ/(Па·м) на разностной частоте  $F = 50$  кГц.

Сотрудниками Бирмингемского университета (Берктей и др.) разработана гидроакустическая система [167], обеспечивающая постоянную характеристику направленности в широком диапазоне частот при частоте исходных волн накачки  $f = 500$  кГц. Диапазон разностных частот  $F = 5 \div 50$  кГц. Ширина характеристики по разностной частоте имеет величину порядка  $5^\circ$  и остается практически постоянной в диапазоне разностных частот до 70 кГц (при ширине луча первичного преобразователя накачки  $6^\circ$ ). Для увеличения передаваемой мощности использовался криволинейный преобразователь накачки. Преобразователь может излучать 400 Вт в непрерывном режиме и 2 кВт в импульсном режиме. Разработанная параметрическая антенна с частотно-независимой диаграммой направленности использует малогабаритный ( $30 \times 100$  мм) преоб-

разователь накачки и обладает значительно более узкой по сравнению с линейной решеткой характеристикой направленности. В определенных условиях, по мнению Берктея, эти преимущества, компенсируют малую эффективность коэффициента преобразования. Там же был разработан макет сканирующего гидролокатора характеристика направленности которого поворачивается в пространстве с одновременным сканированием по частоте в широком диапазоне [6, 167]. С помощью разработанного макета гидролокатора можно обнаружить объекты, имеющие силу цели 25 дБ на дистанции 500 м и волнении моря 4 балла. В создании параметрических приборов участвует также фирма Кельвин—Хьюз.

В работе [121] рассмотрены вопросы выбора отдельных характеристик параметрических гидролокаторов и проведен расчет такого гидролокатора с шириной характеристики направленности  $6^\circ$  на рабочей разностной частоте 50 кГц при дальности действия 400 м. Частота исходных волн накачки выбрана 200 кГц.

Фирма «Сперри мариин системз» объявила о морских испытаниях [131] параметрического гидролокатора для доплеровского определения абсолютной скорости судна и пройденного расстояния при больших глубинах. Морские испытания, проведенные к северу от острова Нью-Провиденс (Багамские острова), а также на полигоне, показали высокие эксплуатационные качества параметрического акустического лага системы PADS (Parametric Aggrav Doppler Sonar). Параметрическая излучающая антенна из двух пар ПИ помещается в крылатом аппарате, буксируемом на глубине 50 фут (15,2 м). ПИ наклонены под углом  $60^\circ$  от горизонта. Излучение осуществляется через акустически прозрачный экран из акрилового пластика (люсита) толщиной 9,5 мм. Прием осуществляется ненаправленными гидрофонами. Информация обрабатывается процессором. Скорость и пройденный путь выдается на индикаторах в цифровой форме с разрешением 0,1 уз и 0,001 морской мили. Максимальная глубина в месте испытаний превышала 3300 м. В параметрическом лаге используется четырехсекционный полуволновой дисковый пьезопреобразователь накачки диаметром 6 дюймов (152,4 мм). Частота накачки выбрана 200 кГц. Частоты разностного сигнала 8—12 кГц. Ширина характеристики направленности ПИ по уровню 0,7 составляет  $4,5^\circ$ , форма — близкая к треугольной. Используется двухчастотный сигнал накачки. Мощность излучения 200 Вт по каждому каналу. Разностная частота выбрана из условия оптимизации характеристик доплеровского метода определения скорости судна для глубины до 6000 м.

Обзор имеющихся зарубежных исследований [142] и разработок параметрических приборов активной локации можно было бы продолжить [128, 151]. Мы ограничимся упоминанием о важном направлении использования уникальных возможностей ПИ для активной локации в медицине. Известный датский исследователь Бьорно [116] сообщил о создании параметрического сканирующего эхо-локатора для диагностики заболеваний.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нелинейная гидроакустика является новым, бурно развивающимся разделом прикладной акустики и теории волн. Круг вопросов, входящих в это понятие, очерчен в книге весьма условно. Уже в ближайшее время следует ожидать существенного изменения представлений о том, что следует называть нелинейной гидроакустикой. Некоторые из имеющихся здесь проблем далеки от своего решения и вызывают повышенный интерес; весьма вероятно появление принципиально новых идей и направлений исследований. Напротив, научные аспекты в изучении ряда устройств (в частности, параметрических антенн и излучателей) во многом прояснились, и на первый план должны выйти вопросы технической модернизации этих устройств, улучшения их параметров, широкого внедрения параметрических приборов и т. д.

Однако и с научной точки зрения предстоит еще многое сделать. Так, для целей активной локации необходимо провести исследования акустического тракта параметрических антенн в условиях моря и при наличии границы раздела (воздух—вода, воздух—грунт, вода—твердые препятствия различной формы и т. д.) [117, 142 и др.]. В книге рассмотрена теория параметрических антенн, формируемых в однородных средах детерминированными волнами накачки. В дальнейших работах следует учсть статистические свойства сигналов, флюктуации и неоднородный характер среды [65, 135 и др.]. Особенно важен вопрос учета различных свойств среды для расчета характеристик параметрических антенн в условиях значительной протяженности области взаимодействия и повышенной интенсивности волн накачки.

Очень перспективно с нашей точки зрения изучение сигналов, возбуждаемых бесконтактным методом термооптической демодуляции. В книге, по существу, отражены первые результаты ведущихся в этом направлении разработок.

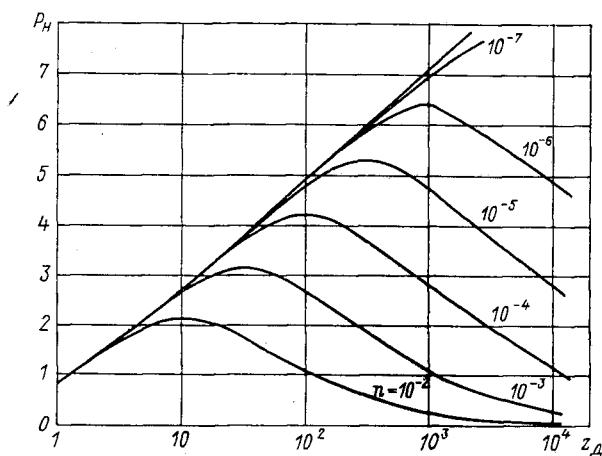
Весьма интересны для практики вопросы распространения интенсивных акустических импульсов в океане и самодемодуляция импульсов в водной среде [151]. Последнее явление исследуется применительно к получению информации об объектах и средствах в системах локации.

В настоящее время в параметрических гидроакустических приборах используются только одно—два положительных качества ПИ, чаще всего — узкая диаграмма направленности и отсутствие боковых лепестков. Предстоит выполнить большой объем исследований и конструкторско-технологических разработок по комплексному использованию всех уникальных свойств параметрических и лазерных антенн в гидроакустических системах и приборах.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Использование номограммы для расчета характеристик параметрического излучателя

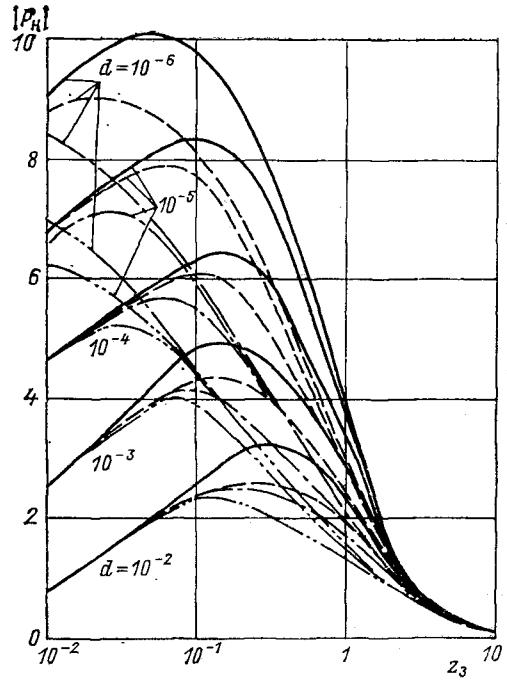
В гл. 6 были получены общие интегральные решения, позволяющие рассчитывать характеристики ПИ для произвольного соотношения исходных параметров и на произвольных расстояниях. Входящие в решение параметры  $B$  и  $d$  по-разному влияют на характеристики ПИ в раз-



П.1. Номограмма для расчета осевого распределения звукового давления в ближней зоне ПИ (при  $z \ll l_3$ )

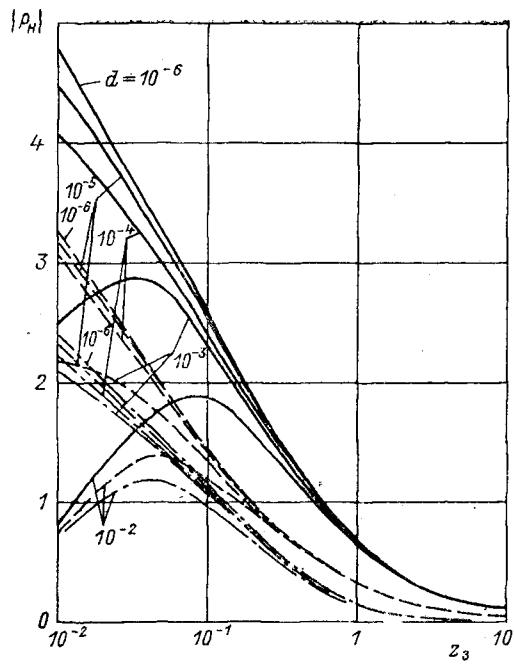
личных областях зоны формирования ВРЧ. Можно выделить четыре характерные области. Первая соответствует расстояниям  $z < l_d$  ( $z_3 < \sqrt{d/B}$ ) (в этой области дифракционная расходность волн накачки практически не сказывается). Характеристики ВРЧ в ней зависят главным образом только от параметра  $d = L_d/l_3$ . Для расчетов в этой области можно использовать результаты § 5.3.

Вторая область соответствует значениям  $z \sim l_d \times (l_3 \approx \sqrt{d/B})$ . В этой области оба параметра заметно влияют на характеристики ВРЧ. Третья соответствует значениям  $z \gg l_d \sqrt{d/B} \gg 1$ . В ней все характеристики ВРЧ зависят практически только от одного параметра  $B$ , но их формирование



П. 2. Номограмма для расчета осевого распределения звукового давления в ближней зоне ПИ с учетом затухания ( $B = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$ ):  
 $\text{---} B = 10^{-4}; \text{---} B = 10^{-3}; \text{---} B = 10^{-2}; \text{---} B = 10^{-1}$

249

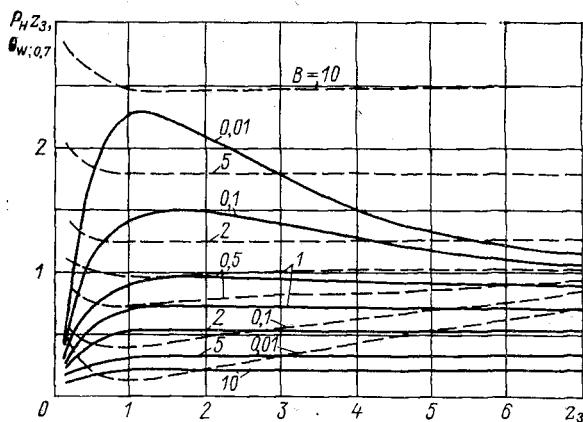


П.3. Номограмма для расчета осевого распределения звукового давления в ближней зоне ПИ с учетом затухания ( $B = 1, 5, 10$ ):  
 $\text{---} B = 1; \text{---} B = 5; \text{---} B = 10$

еще не окончено, и они зависят от расстояния  $z$ . Четвертую область  $z > \frac{\omega}{\Omega} l_d$  ( $z_3 > B^{-1}$ ) можно считать дальней для ПИ, так как характеристики ВРЧ, т. е. приведенное значение амплитуды и ширины диаграммы направленности, остаются практически постоянными.

Зависимость характеристик ПИ в третьей и четвертой зонах только от одного параметра значительно упрощает построение и использование номограмм [89].

Учитывая особенности поведения ВРЧ в ближней и дальней зонах в зависимости от параметров  $z_3$ ,  $B$ ,  $d$ , при расчетах удобно пользоваться несколькими типами номограмм. (В приложении имеются четыре типа номограмм.)



П.4. Номограмма для расчета приведенной амплитуды звукового давления на оси ПИ и ширины диаграммы направленности по уровню 0,7 при  $z \gg l_d$ .

Номограмма, представленная на рис. П.1, предназначена для расчета распределения амплитуды ВРЧ на оси ПИ в ближней зоне на расстояниях  $z \ll l_d$  ( $z_3 \ll 1$ ). Использование нормированного расстояния  $z_3$  несколько затрудняет расчет для очень малых значений этого параметра. Параметр  $n$  определяется отношением  $n = L_d^2/l_d^2$ . Для использованного нормированного на  $L_d$  расстояния  $z_d = z/L_d$  длина дифракции волны накачки равна соответственно  $l_d/L_d = 1/\sqrt{n}$ .

Номограммы, изображенные на рис. П.2, П.3, позволяют рассчитывать характеристики ПИ в ближней зоне излучателя  $10^{-2} < z_3 < 10^2$ , где необходимо учитывать процессы диссипации волн накачки. Номограммы построены для различных значений параметров  $d$  и  $B$ .

Номограммы, представленные на рис. П.4, позволяют рассчитывать приведенное значение амплитуды  $P_h z_3$  и ширину диаграммы направленности по уровню 0,7 в области  $z \gg l_d$  ( $z_3 \gg \sqrt{d/B}$ ). В этом случае все характеристики ПИ зависят от одного параметра  $B$ .

Номограммы, изображенные на рис. П.5, предназначены для нахождения приведенного значения амплитуды  $P_h z_3$  и ширины диаграммы направленности по уровню 0,7 (—3 дБ) в дальней зоне ПИ ( $z > \omega l_d/\Omega$ ,  $z_3 > B^{-1}$ ), т. е. в области, где характеристики ПИ с расстоянием практически не изменяются.

Рассмотрим сначала метод расчета осевого распределения амплитуды ПИ. Амплитуда ВРЧ на оси находится из выражения

$$P_- = \frac{\epsilon \pi^2 \rho_0^2 a^2 F^2}{2 c_0^4 \rho_0} e^{-\frac{\Omega^2}{2 \omega^2} z_3} P_h(d, B, z_3). \quad (\text{П.1})$$

Здесь  $P_n$  — нормированное значение амплитуды, определяемое из номограмм, приведенных на рис. П.1—П.5. Для нахождения  $P_n$  необходимо вначале вычислить значения параметров  $d$ ,  $B$ ,  $z_3$ , которые равны  $d = L_d/l_3$ ;  $B = L_d l_3 / l_d^2$ ;  $z_3 = z/l_3$  (где  $l_d = a^2 \omega / 2c_0$ ;  $L_d = a^2 \Omega / 4 c_0$ ;  $\Omega = 2\pi F_-$ ,  $\omega = 2\pi f$ ). При вычислении параметра, существенно влияющего на значения всех входящих в решение параметров, необходимо учитывать тот факт, что в реальных морских средах значение  $l_3$  в 3—30 раз меньше (см. рис. 6.5) принимаемого в расчетах значения  $l_3 = c_0^3 p_0 / b \omega^2$  ( $b$  — динамическая вязкость, равная для воды  $10^{-3}$  кг/с·м). Для более точного нахождения величины  $l_3$  следует использовать выражение Шулкина—Марша (2.46). Для вычисления величины  $l_3$  (в метрах) с помощью (2.46) нужно учесть, что

$$l_3 = 10\alpha \text{ (м).}$$

Параметр  $S$ , учитывающий соленость среды, приближенно равен  $S = 35\%$ . Коэффициент  $\epsilon$ , учитывающий нелинейные свойства среды для морской воды при солености  $35\%$  в диапазоне температур  $20—30^\circ\text{C}$ , примерно равен  $3,6 \div 4$ .

Величина скорости звука в реальной среде также изменяется в зависимости от температуры, давления и солености. Эта зависимость может быть выражена с помощью формулы Лероя [168]:

$$\begin{aligned} c_0 \text{ (м/с)} &= 1492,9 + 3(T - 10) - \\ &- 6 \cdot 10^{-3}(T - 10)^2 - 4 \cdot 10^{-2}(T - \\ &- 18)^2 + 1,2(S - 35) - 10^{-2}(T - \\ &- 18)(S - 35) + h/61, \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

где  $T$  — температура,  $^\circ\text{C}$ ;  $S$  — соленость,  $\%$ ;  $h$  — глубина, м.

Как видно из приведенного выражения, зависимость скорости звука от параметров среды очень незначительная, и в расчетах ее можно считать равной  $1,5 \cdot 10^8$  м/с.

Подставляя значения некоторых параметров в выражение (П.1) для амплитуды давления ВРЧ в воде, будем иметь

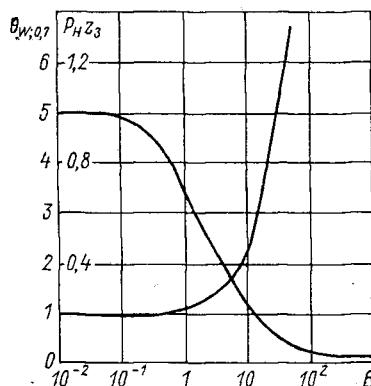
$$P_- = 3,51 \cdot 10^{-15} a^2 \text{ (м); } F_- \text{ (Гц); } P_0^2 \text{ (Па); } e^{-\frac{\Omega^2}{2\omega^2} z_3} P_n(z_3, d, B). \quad (\text{П.4})$$

В качестве примера рассмотрим расчет характеристики ПИ, имеющего следующие исходные параметры:  $F_- = 20$  кГц;  $f = 400$  кГц;  $a = 0,1$  м;  $p_0 = 5 \cdot 10^4$  Па на расстоянии  $z = 500$  м.

1. Прежде чем приступить к конкретному расчету, необходимо убедиться, что уровень звукового давления исходной волны накачки таков, что не приводит к появлению кавитации или образованию ударных волн (см. § 6.6). Если используемые уровни давления меньше критических, можно проводить расчеты давления ВРЧ на оси на основе выражения (П.4).

2. Найдем амплитудный множитель  $A_0 = 3,5 \cdot 10^{-15} a^2 F_-^2 / p_0^2$ . Для данного устройства он будет равен 35,1 Па.

3. Вычислим значения параметров  $z_3$ ,  $d$ ,  $B$ . В данном диапазоне исходных волн накачки величина  $l_3$  будет приблизительно в 3 раза меньше теорети-



П.5. Номограммы для расчета приведенной амплитуды звукового давления на оси и ширины диаграммы направленности по уровню 0,7 в дальней зоне ПИ (при  $z > l_d \omega / \Omega$ )

тического значения и равна

$$l_3 = c_0^3 \rho_0 / 3b\omega^2 = 1,78 \cdot 10^2 \text{ м}.$$

$$L_d = a^2 2\pi F_- / 4c_0 \approx 2,1 \cdot 10^{-1} \text{ м};$$

$$l_d = a^2 2\pi f / 2c_0 \approx 8,4 \text{ м}.$$

Поскольку расстояние  $z \gg l_d$ , параметр  $d$  можно не учитывать:

$$B = l_3 L_d / l_d^2 \approx 0,52;$$

$$z_3 = 500/175 = 2,85.$$

4. Для нахождения величины  $P_h$  используем номограмму, приведенную на рис. П.4. Для данного значения параметра  $B$ :  $z_3 = 2,85$ ;  $P_h z_3 \approx 0,95$ , соответственно  $P_h = 0,33$ .

5. Следовательно, звуковое давление разностного сигнала на оси будет равно  $P_- = 35,1 \cdot 0,33 \approx 11,7 \text{ Па} \approx 21,4 \text{ дБ/Па}$ . Уровень исходного сигнала на данном расстоянии равен 48 Па, т. е. лишь в 4 раза больше разностного.

Аналогичным образом проводится расчет для ширины диаграммы направленности. Для найденного значения параметра  $B$  и расстояния  $z_3$  с помощью номограммы, изображенной на рис. П.4, найдем, что  $\theta_{W_1}^{0,7} \approx 0,8$ . Поскольку  $\theta_W^2 = 1/2 (K l_3 \theta^2)$ , ширина диаграммы направленности ПИ будет равна

$$2\theta_{0,7} = \frac{1,6 \sqrt{2}}{\sqrt{K l_3}} \approx \frac{2,26}{\sqrt{2\pi F_- l_3 / c_0}} \approx \frac{2,26}{\sqrt{4\pi \cdot 10^4 \cdot 1,78 \cdot 10^2 / 1,5 \cdot 10^3}} \approx \\ \approx 1,85 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \approx 1,1^\circ.$$

Если бы исходный излучатель работал в обычном линейном режиме, излучая непосредственно волну с частотой  $F_-$  той же амплитуды  $\rho_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}$ , то на расстоянии  $z = 500 \text{ м}$  его амплитуда равнялась бы 42 Па, а ширина диаграммы направленности  $2\theta_{0,7} \approx 18^\circ$ .

Если необходимо рассчитать амплитудно-частотные характеристики ПИ, т. е. найти зависимость амплитуды ВРЧ и ширины диаграммы направленности ПИ от частоты разностного сигнала  $F_-$ , надо повторить расчет для нескольких значений  $F_-$ . Это позволит в дальнейшем графически определить характер зависимости амплитуды и ширины пучка ВРЧ от  $F_-$ . Аналогичным образом следует искать зависимости от других исходных параметров, т. е. от частоты накачки и радиуса исходного излучателя.

## УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акустика океана/Под ред. А. М. Бреховских. М., Наука, 1974.
2. Ахманов С. А., Руденко О. В. Параметрический лазерный излучатель ультразвука.— Письма в ЖТФ АН СССР. 1975, вып. 1, т. 15, с. 725—727.
3. Бахвалов Н. С., Жилемкин Я. М., Заболотская Е. А. Параметрическое взаимодействие звуковых пучков.— Акуст. ж. АН СССР, 1979, т. 25, вып. 4, 488—494.
4. Бахвалов Н. С., Жилемкин Я. М., Руденко О. В. Особенности работы мощных параметрических излучателей звука.— Акуст. ж. АН СССР, 1978, т. 24, вып. 1, с. 125—127.
5. Беркет Х. О. Некоторые явления в подводной акустике, связанные с волнами конечной амплитуды.— В кн.: Подводная акустика. Пер. с англ./Под ред. Л. М. Бреховских, М., Мир, 1970.
6. Бородский А. В. Использование нелинейных эффектов в подводной акустике.— Судостроение за рубежом, 1976, № 4, с. 64—72.
7. Божков А. И., Бункин Ф. В., Коломенский А. А. Исследование звукового поля сверхзвуковой оптико-акустической антennы.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, вып. 4, с. 942—943.
8. Бункин Ф. В., Комиссаров В. М. Оптическое возбуждение звуковых волн (обзор).— Акуст. ж. АН СССР, 1973, т. 19, вып. 3, с. 305—320.
9. Буханевич И. Ф., Рыбачек М. С., Тимошенко В. И. Экспериментальные исследования нелинейного акустического излучателя.— В кн.: Прикладная акустика, вып. II, Таганрог, 1976, с. 91—103.
10. Буханевич И. Ф., Рыбачек М. С., Тимошенко В. И. Методы формирования исходных сигналов нелинейного параметрического излучателя.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. II, Таганрог, 1976, с. 104—110.
11. Буханевич И. Ф., Рыбачек М. С., Тимошенко В. И. Измерительный широкополосный акустический излучатель на нелинейном взаимодействии.— Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания «Нелинейная гидроакустика-76», Таганрог, 1976, с. 66—69.
12. Буханевич И. Ф., Воронин В. А., Тисеябаум Ю. Л. О практическом применении параметрического излучателя для калибровки преобразователей методом сравнения.— Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания «Нелинейная гидроакустика-76», Таганрог, 1976, с. 75—77.
13. Василовский В. В., Лепендин Л. Ф., Тарасова Г. Б. Об амплитудной нестабильности свойств пьезокерамики в параметрических гидроакустических излучателях.— Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания «Нелинейная гидроакустика-76», Таганрог, 1976, с. 82—85.
14. Васильев Ю. В., Тимошенко В. И. О рассеянии звука на звуке в спектре амплитудно-модулированных колебаний.— В кн.: Прикладная акустика, вып. 2, Таганрог, 1969, с. 43—46.

15. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М., Наука, 1979.
16. Воронин В. А., Максимов В. Н., Тимошенко В. И. Экспериментальное исследование нелинейного параметрического акустического приемно-излучающего комплекса.— В кн.: Прикладная акустика, вып. VII, Таганрог, 1979, с. 40—47.
17. Воронин В. А., Максимов В. Н., Тимошенко В. И. Экспериментальное исследование параметрического приемника с фазовым детектированием сигнала.— Труды IV научно-технической конференции по информационной акустике./Акуст. ин-т АН СССР, М., 1978.
18. Гидроакустика за 20 лет: по материалам 80-го съезда Акустического общества США. Пер. с англ./Под ред. Ю. В. Тарасюка, Л., Судостроение, 1975.
19. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М., Сов. радио, 1978.
20. Грибцов В. В., Рыбачек М. С. Экспериментальное исследование фазовых распределений полей параметрических излучателей.— В кн.: Прикладная акустика, вып. V, Таганрог, 1977, с. 35—41.
21. Гурбатов С. Н., Демин И. Ю., Малахов А. Н. Влияние фазовых флуктуаций на характеристики параметрических антенн.— Акуст. ж. АН СССР, 1980, т. 26, вып. 3, с. 399—405.
22. Гурбатов С. Н., Демин И. Ю., Сутин А. М. Взаимодействие нелинейно ограниченных сферических пучков в параметрических излучателях.— Акуст. ж. АН СССР, 1979, т. 25, вып. 4, с. 515—520.
23. Есипов И. Б., Наугольных К. А. К расчету оптимальных режимов параметрических излучателей звука.— Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания «Нелинейная гидроакустика-76», Таганрог, 1976, с. 7—10.
24. Заболотская Е. А., Хохлов Р. В. Квазиплоские волны в нелинейной акустике ограниченных пучков.— Акуст. ж. АН СССР, 1969, т. 15, вып. 1, с. 40—47.
25. Зарембо Л. К. Акустическая излучающая параметрическая антenna.— Успехи физ. наук, 1979, т. 128, вып. 4, с. 713—720.
26. Зарембо Л. К., Красильников В. А., Введение в нелинейную акустику, М., Наука, 1966.
27. Зарембо Л. К., Красильников В. А. К вопросу об оптимизации акустической параметрической антенны.— Труды VI Международного симпозиума по нелинейной акустике, ч. 1, МГУ, 1976, с. 290—297.
28. Заславский Ю. М., Сутин А. М. Об особенностях параметрических излучателей, ограниченных насыщением.— Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания «Нелинейная гидроакустика-76», Таганрог, 1976, с. 26—29.
29. Зверев В. А., Калячев А. И. Измерение взаимодействия звуковых волн в жидкостях.— Акуст. ж. АН СССР, 1958. Вып. 4, с. 321—324.
30. Зверев В. А., Калячев А. И. Измерение рассеяния звука звуком при наложении параллельных пучков.— Акуст. ж. АН СССР, 1968, т. 14, вып. 2, 214—220.
31. Зверев В. А., Калячев А. И., Излучение звука из области пересечения двух звуковых пучков.— Акуст. ж. АН СССР, 1969, т. 15, вып. 3, с. 369—376.
32. Зверев В. А., Калячев А. И. Модуляция звука звуком при пересечении акустических волн.— Акуст. ж. АН СССР, 1970, т. 16, вып. 2, с. 245—251.
33. Зверев В. А., Калячев А. И. Некоторые результаты лабораторных исследований поля параметрического излучения звука.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. II, Таганрог, 1976, с. 36—42.
34. Использование параметрических устройств в океанологических исследованиях/В. А. Воронин, С. П. Тарасов, В. И. Тимошенко и др.— В кн.:

- Акустические методы исследования океана. Вып. 235, Л., Судостроение, 1977, с. 88—94.
35. Исследование нелинейного параметрического приемника с фазовым детектированием/В. А. Воронин, В. Н. Максимов, В. И. Тимошенко и др.— В кн.: Акустические методы исследования океана. Л., Судостроение, 1978, с. 133—139.
36. Исследования и информационные аспекты применения параметрических излучателей/В. А. Воронин, С. П. Тарасов, В. И. Тимошенко и др.— Труды III научно-технической конференции по информационной акустике/Акуст. ин-т АН СССР, М., 1977, с. 77—83.
37. Исследования и новые разработки параметрических измерительных излучателей/М. С. Рыбачек, В. А. Воронин, В. И. Тимошенко и др.— Сб. докладов IX Всесоюзной акустической конференции, секция Б. М., 1977, с. 67—70.
38. К вопросу об оптимизации параметрических излучателей/Б. К. Новиков, М. С. Рыбачек, В. И. Тимошенко и др.— Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания «Нелинейная гидроакустика-76», Таганрог, 1976, с. 58—60.
39. Карабутов А. А., Руденко О. В. Нелинейные плоские волны, возбуждаемые объемными источниками в движущейся с транзвуковой скоростью среде.— Акуст. ж. АН СССР, 1979, т. 25, вып. 4, с. 536—542.
40. Карабутов А. А., Руденко О. В., Черепецкая Е. Б. К теории термооптической генерации нестационарных акустических полей.— Акуст. ж. АН СССР, 1979, т. 25, вып. 3, с. 383—394.
41. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Сухорукова А. К. К теории акустической параметрической антенны.— Акуст. ж. АН СССР, 1977, т. 23, вып. 4, с. 596—602.
42. Карамзин Ю. Н. Сухоруков А. П., Сухорукова А. К. Параметрическое возбуждение ультразвуковых пучков в диссипативной среде.— Акуст. ж. АН СССР, 1978, т. 24, вып. 3, с. 425—427.
43. Касоев С. Г.; Лямин Л. М. О генерации звука в жидкости лазерными импульсами произвольной формы.— Акуст. ж. АН СССР, 1978, т. 24, вып. 4, с. 534—539.
44. Клюкин И. И., Колесников А. Е. Акустические измерения в судостроении. Л., Судостроение, 1968.
45. Коэзев Е. Ф., Наугольных К. А. О параметрическом излучении звука в двухфазной среде.— Акуст. ж. АН СССР, 1980, т. 26, вып. 1, с. 91—98.
46. Кузнецов В. П. Уравнения нелинейной акустики.— Акуст. ж. АН СССР, 1970, т. 16, вып. 4, с. 548.
47. Куницын В. Е., Руденко О. В. Генерация второй гармоники в поле поршневого излучателя.— Акуст. ж. АН СССР, 1978, т. 24, вып. 4, с. 549—555.
48. Лямин Л. М., Седов Л. В. К теории генерации звука в жидком полупространстве с неровной границей при поглощении в нем лазерного излучения с модулированной интенсивностью.— Акуст. ж. АН СССР, 1977, т. 23, вып. 3, с. 411—417.
49. Метод передаточных функций в задачах термооптического возбуждения звука/Л. В. Бурмистрова, О. В. Руденко, Е. Б. Черепецкая и др.— Акуст. ж. АН СССР, 1978, т. 24, вып. 5, с. 655—663.
50. Наугольных К. А. Поглощение волн конечной амплитуды.— В кн.: Мощные ультразвуковые поля/Под ред. Л. Д. Розенберга, М., Наука, 1968.
51. Нелинейный акустический излучатель НАП-3, НАИ-5, НАИ-8М и др./В. И. Тимошенко, М. С. Рыбачек, В. А. Воронин, С. П. Тарасов и др.— Описание экспонатов ВДНХ СССР, 1977, 1979, 1980 гг.
52. Нелинейное распространение звукового пучка в недиссипативной среде/Н. С. Бахвалов и др.— Акуст. ж. АН СССР, 1976, т. 22, вып. 4, с. 487—491.

53. Нелинейные явления при распространении акустических волн в пористых средах/Г. А. Остроумов, Г. А. Дружинин, А. С. Токман и др.— Материалы VI Международного симпозиума по нелинейной акустике. М., 1975, с. 166—169.
54. Новиков Б. К. Взаимодействие акустических волн и теория параметрических излучателей ультразвука.— Автореф. дис. на соискание уч. степени канд. физ.-мат. наук, МГУ, 1976.
55. Новиков Б. К. Нелинейное взаимодействие звуковых волн в средах со слабой дисперсией.— Акуст. ж. АН СССР, 1976, т. 22, вып. 1, с. 86—92.
56. Новиков Б. К. Некоторые спектральные характеристики параметрического излучателя для произвольной формы модуляции волн накачки.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. V, Таганрог, 1978, с. 3—13.
57. Новиков Б. К. Точные решения уравнения Бюргерса.— Акуст. ж. АН СССР, 1978, т. 24, вып. 4, с. 577—581.
58. Новиков Б. К., Руденко О. В. Генерация низкочастотных гармоник в поле мощной амплитудно-модулированной волны.— Акуст. ж. АН СССР, 1977, т. 23, вып. 5, с. 797—804.
59. Новиков Б. К., Руденко О. В., Солуянов С. И. Анализ параметрического излучателя ультразвука методом нелинейного уравнения Заболотской—Хохлова.— VIII Всесоюзное совещание по квантовой акустике и акустоэлектронике. Казань, 1974, с. 5.
60. Новиков Б. К., Руденко О. В., Солуянов С. И. К вопросу о параметрическом излучателе ультразвука.— Акуст. ж. АН СССР, 1975, т. 21, вып. 4, с. 591—597.
61. Новиков Б. К., Руденко О. В., Солуянов С. И. Волновые взаимодействия в ограниченных пучках и теория параметрических излучателей ультразвука.— Труды VI Международного симпозиума по нелинейной акустике.— МГУ, 1975, с. 190—197.
62. Новиков Б. К., Руденко О. В., Солуянов С. И. О некоторых особенностях взаимодействия модулированных волн, содержащих разрывы.— Труды симпозиума по физике акустико-гидродинамических явлений. М., Наука, 1975, с. 243—245.
63. Новиков Б. К., Руденко О. В., Солуянов С. И. Метод нелинейного уравнения ограниченных пучков в задаче о направленном излучении низкочастотного ультразвука.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. II, Таганрог, 1976, с. 20—35.
64. Новиков Б. К., Руденко О. В., Солуянов С. И. О влиянии дифракционных эффектов на работу параметрического излучателя.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. II, Таганрог, 1976, с. 13—19.
65. Новиков Б. К., Руденко О. В., Чиркин А. С. О синтезе характеристик параметрического излучателя по спектру низкочастотного шума.— Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания «Нелинейная гидроакустика—76», Таганрог, 1976, с. 15—18.
66. Новиков Б. К., Рыбачек М. С. Низкочастотные параметрические излучатели звука.— Труды симпозиума по физике акустико-гидродинамических явлений. М., Наука, 1975, с. 246—249.
67. Новиков Б. К., Рыбачек М. С., Тимошенко В. И. Распределение поля излучения при взаимодействии акустических волн.— Труды VI Международного симпозиума по нелинейной акустике. М., 1975, с. 234—241.
68. Новиков Б. К., Рыбачек М. С., Тимошенко В. И. Амплитудные и пространственные характеристики параметрических излучателей.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. VI, Таганрог, 1976, с. 31—43.
69. Новиков Б. К., Рыбачек М. С., Тимошенко В. И. Взаимодействие дифрагирующих звуковых пучков и теория высоконаправленных излучателей ультразвука.— Акуст. ж. АН СССР, 1977, т. 23, вып. 4, с. 621—626.

70. Новиков Б. К., Рыбачек М. С., Тимошенко В. И. Теория и методы расчета параметрических излучателей звука.— Международный симпозиум «Нелинейные волны деформации», Таллин, 1978, т. II, с. 133—136.
71. О нелинейном акустическом параметре пористых сред/Г. А. Дружинин, Г. А. Остроумов, А. С. Токман и др.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. II, Таганрог, 1976, с. 121—126.
72. О низкочастотном параметрическом излучении звука/И. Б. Есипов, В. А. Зверев, А. И. Калачев и др.— Акуст. ж. АН СССР, 1976, т. 22, вып. 4, с. 606—612.
73. Островский Л. А., Пелиновский Е. Н., Фридман В. Е. Распространение акустических волн конечной амплитуды в стратифицированном океане.— Труды VI Межд. симпозиума по нелинейной акустике. МГУ, 1976, т. 1, с. 342—353.
74. Остроумов Г. А. Основы нелинейной акустики, ЛГУ, 1967.
75. Панченко П. В., Тимошенко В. И. О возможности преобразования спектра гидроакустического сигнала за счет нелинейного взаимодействия колебаний в жидкости.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. I, Таганрог, 1968, стр. 39—44.
76. Преобразующая антennaя решетка с параметрическим управлением. Патент США № 3882444, GO1S, 9/66.— Изобретения за рубежом. т. 30, 1975.
77. Руденко О. В. Акустика интенсивных возмущений: нелинейные волны, физические эффекты и приложения.— Природа, 1978, т. 9, с. 34—43.
78. Руденко О. В. О параметрическом взаимодействии бегущих звуковых волн.— Акуст. ж. АН СССР, 1974, т. 20, вып. 1, с. 108—111.
79. Руденко О. В. Некоторые точные решения уравнения Хохлова—Заболотской.— Акуст. ж. АН СССР, 1975, т. 21, вып. 2, с. 311—312.
80. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., Наука, 1975.
81. Руденко О. В., Солуян С. И., Хохлов Р. В. Ограниченные квазиплоские пучки периодических возмущений в нелинейной среде.— Акуст. ж. АН СССР, 1973, т. 19, вып. 6, с. 871—876.
82. Руденко О. В., Солуян С. И., Хохлов Р. В. Проблемы теории нелинейной акустики.— Акуст. ж. АН СССР, 1974, т. 20, вып. 3, с. 449—457.
83. Руденко О. В., Солуян С. И., Хохлов Р. В. К нелинейной теории параксиальных звуковых пучков.— Докл. АН СССР, 1975, т. 225, вып. 5, с. 1053—1056.
84. Рыбачек М. С. Исследование взаимодействия акустических волн и разработка параметрического излучателя звука.— Автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук, ЛЭТИ, 1978.
85. Свердлин Г. М. Прикладная гидроакустика. Л., Судостроение, 1976.
86. Сутин А. М. О предельном режиме работы параметрического излучателя ультразвука.— Акуст. ж. АН СССР, 1978, т. 24, вып. 1, с. 104—109.
87. Теоретические и экспериментальные исследования лазерной генерации нелинейного звука/С. А. Ахманов, В. М. Гордиенко, О. В. Руденко и др.— Труды 9 Всесоюзн. акуст. конф., секция Ч. М., 1977, с. 25—28.
88. Тимошенко В. И. Расчет и проектирование параметрических акустических преобразователей. Учебное пособие. Часть I. Таганрог, ТРТИ, 1978.
89. Тимошенко В. И. Задачи по расчету основных характеристик параметрической акустической антенны.— В кн.: Сборник задач по курсу «Акустика», часть II, Таганрог, 1978.
90. Токман А. С. Нелинейный акустический параметр пористой среды.— В кн.: Прикладная акустика. Вып. II, Таганрог, 1976, с. 111—120.

91. Экспериментальное исследование параметрического излучателя звука / И. Б. Есипов, В. А. Зверев, К. А. Наугольных и др.— Труды VI Международного симпозиума по нелинейной акустике. М., 1975.
92. Экспериментальное исследование звукового поля движущейся оптико-акустической антенны / Ф. В. Бункин, А. И. Маляровский, В. Г. Михалевич и др.— Квантовая электроника, 1978, т. 5, вып. 2, с. 457—459.
93. Экспериментальные исследования параметрического микрофона / А. В. Богатенков, В. В. Гущин, В. А. Зверев и др.— Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания «Нелинейная гидроакустика-76», Таганрог, 1976, с. 98—101.
94. Alais P., Nenjion P. Y., Lagreve M. A Fourier analysis of the nonlinear radiation of ultrasonic transducers: the special case of parametric arrays.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Seccion B. Paris, 1978, p. 25.
95. Al-Temimi C. A. Effects of acoustic shadows on the performance of a parametric receiving systems.— J. Sound. Vib. 1970, 13, 4, p. 415—433.
96. Bartram J. F. Saturation effects in a parametric receiving array.— J. Acoust. Soc. Amer. 1974, 55, p. 153 (A).
97. Bartram J. E. A useful analytical model for the parametric array.— J. Acoust. Soc. Amer. 1972, 52, p. 1042—1044.
98. Bellin J. L. S. and Beyer R. T. Experimental investigation of an end—fire array.— J. Acoust. Soc. Amer. 1962, 34, p. 1051—1054.
99. Bennett M. B. and Blackstock D. T. Parametric array in air.— J. Acoust. Soc. Amer. 1957, 57, p. 562—568.
100. Bernard G. R., Willett J. G., Truchard J. J. Parametric acoustic receiving array.— J. Acoust. Soc. Amer., 1972, 52, p. 1437—1441.
101. Berkay H. O. Possible exploitation of nonlinear acoustics in underwater transmitting applications.— J. Sound. Vib. 1965, 2, p. 435—461.
102. Berkay H. O. Some proposals for underwater transmitting applications of nonlinear acoustics.— J. Sound. Vib. 1967, 6, p. 244—254.
103. Berkay H. O., Al-Temimi C. A. Virtual arrays for underwater Reception.— J. Sound. Vib. 1969, 9, 2, p. 295—307.
104. Berkay H. O. Nearfield effects in parametric end-fire arrays.— J. Sound. Vib. 1972, 20, p. 135—143.
105. Berkay H. O. and Muir T. G. Arrays of Parametric Receiving Arrays.— J. Acoust. Soc. Amer. 1973, 53, 5, p. 1377—1383.
106. Berkay H. O. and Shooter J. A. Parametric receivers with spherically spreading pump waves.— J. Acoust. Soc. Amer. 1973, 54, p. 1056—1061.
107. Berkay H. O., Shooter J. A. Nearfield effects in end-fire line arrays.— J. Acoust. Soc. Amer. 1973, 53, 2, p. 550—557.
108. Berkay H. O., Leahy D. G. Farfield performance of parametric Transmitters.— J. Acoust. Soc. Amer. 1974, 55, p. 539—546.
109. Beyer R. T. Non-linear Acoustics.— In Physical Acoustics. Vol. II, Part B, ed W. P. Mason, Academic Press, Inc. New York, 1965.
110. Beyer R. T. Nonlinear acoustics, Naval Ships Systems Command, 1974.
111. Bjørnø L. Nonlinear Acoustics. In R. W. B. Stephens and H. G. Leventhal (Eds), Acoustics and Vibration Progress, Chapman and Hall, London, 1975.
112. Bjørnø L., Christoffersen B., Schreber M. P. Cavitation suppression by and improved efficiency of a parametric acoustic source.— 6th International symposium on nonlinear acoustics. Moscow, 1975, p. 249—272.
113. Bjørnø L. Underwater applications of nonlinear ultrasound.— Proceedings of the Ultrasonics International 1975, IPC Science and Technology Press Ltd., London, 1975.

114. Bjørnø L., Christoffersen B. and Schreiber M. P. Some experimental investigations of the parametric acoustic array.— *Acustica* 1976, 35, p. 99—106.
115. Bjørnø L., Folsberg J. and Petersen L. Some model studies of parametric arrays in shallow water.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Session B. Paris, 1978, p. 26.
116. Bjørnø L. and Grinderelev S. Investigation of a parametric echoscanner for medical diagnosis.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Session B. Paris, 1978, p. 27.
117. Clynch J. R. and Muir T. G. Application of parametric arrays to shallow water propagation.— *J. Acoust. Soc. Amer.* 1975, 57, p. 564.
118. Eller A. J. Adaption of the NRL acoustic research tank facility for experiments in parametric sonar with preliminary results.— NRL Report 7513. 1973, Naval Research Laboratory, Washington DC, USA.
119. Eller A. J. Application of the USRD type E8 transducer as an acoustic parametric source.— *J. Acoust. Soc. Amer.* 1974, 56, 6, p. 1735—1739.
120. Fenlon F. H. On the performance of a dual frequency parametric source via-matched asymptotic solutions of Burgers equation.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1974, 55, 1, p. 35—46.
121. Guerrra C. R. Non-linear sonar fundamental characteristics.— *Analis de fisica*. 1973, 69, 46, p. 167—168.
122. Hennion P. Y. Fourier analysis of the nearfield parametric emission. A study of the focal field of an acoustical focusing transducer.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Seccion B. Paris, 1978, p. 29.
123. Hobæk U. Experimental investigation of an acoustical end-fire array.— *J. Sound. Vib.* 1967, 6, p. 460—463.
124. Hobæk H. and Vestrehem M. Properties of the parametric acoustic array in different parameter regions.— 6th International Symposium on Nonlinear Acoustics. Moscow, v. 1, 1976, p. 272—289.
125. Hobæk H. Parametric acoustic transmitting arrays—A survey of theories and experiment.— Scientific/Technical Report, N 99. University of Bergen, Norway, 1977.
126. Hobæk H. and Vestrehem M. Parametric acoustic arrays formed by diverging sound beams.— Scientific/Technical Report N 73, Department of Physics, University of Bergen, 1975.
127. Hobæk H. and Tjøtta. Theory of parametric acoustic arrays.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Seccion B. Paris, 1978, p. 30.
128. Jessel M. La technique du découpage en acoustique non linéaire.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics. Paris, 1978, p. 13.
129. Konrad W. L. Design and application of high power parametric sonars.— I. E. E. International Conference of Engineering in the Ocean Environmental, 1973, p. 310—315.
130. Konrad W. L. Application of the parametric source to bottom and sub-bottom profiling.— In: Finite-Amplitude wave effects in fluids. Proc. of the 1973 Symposium — Copenhagen, IPC Sci. Tech. Press Ltd., Guilford, England, 1974, p. 180—183.
131. Kritz I. Parametric array Doppler sonar.— IEEE Journal of Oceanic Engineer, 1977, v. OE—2, N 2, p. 190—200.
132. Lagier M., Fromont B. and Maerfeld C. Performances un signal a bruit dans les antennes paramétriques de réception.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustic, Seccion B. Paris, 1978, p. 31.
133. Lockwood J. C. Nomographs for parametric array calculations.— Applied Research Laboratories. The University of Texas at Austin, Memo 73—3, 1973.

134. Longuemard J. P. and Odero D. Experimental study of the penetration of acoustic waves generated by a parametric array as a function of the physico-mechanical characteristics of sea sediments.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Sección B. Paris, 1978, p. 32.
135. Malakhov A. N., Pelinovsky E. N., Friedman V. E. Propagation of intensive sound waves in randomly inhomogeneous media— 6th Intern. Symp. on nonlinear acoustics. Moskow, 1975, p. 139—149.
136. Mellen R. H., Konrad W. L., and Nelson J. L. Saturation effects in the Westervelt end-fire parametric radiator.— J. Acoust. Soc. Amer. 1972, 51, p. 82 (A).
137. Mellen R. H., Konrad W. L. and Brownning D. G. Approximate scaling laws for parametric sonar transmitting design.— Proc. Symp. Nonlinear Acoustics. University of Birmingham, 1—2, April 1971, British Acoustical Society, London, 1972, p. 184—196.
138. Mellen R. H., Moffett M. B. On parametric source aperture factors.— J. Acoust. Soc. Amer. 1976, 66, N 3, p. 581—583.
139. Mellen R. H., Konrad W. L. Parametric sonar transmission.— Naval Underwater System Center New. London, Conn, Tech. Memo, 1970, p. 2070—2303.
140. Muir T. G. Nonlinear parametric transducer in underwater acoustics ultrasonics Simp. Proceedings, 1974, N 7, p. 603—618.
141. Muir T. G., Cubertson C. R., Lynch J. R. Experiments on thermoacoustic arrays with laser excitation.— J. Acoust. Soc. America, 1976, 59, 4, p. 735—743.
142. Muir T. G., Mellenbruch L. L., and Lockwood J. C. Reflection of finite-amplitude waves in a parametric array.— J. Acoust. Soc. Amer. 1977, 62, 2, p. 271—276.
143. Muir T. G. and Willette J. G. Parametric acoustic transmitting arrays.— J. Acoust. Soc. Amer. 1972, 52, p. 1481—1486.
144. Muir T. G., Adair R. S. Potential Use of Parametric Sonar in Marine Archeology.— J. Acoust. Soc. Amer. 1972, 52, p. 122.
145. Muir T. G. A survey of several nonlinear acoustic experiments on travelling wave fields.— Finite-amplitude wave effects in fluids.— Proceedings of the 1973 Symposium, IPC Science and Technology Press Ltd, London, 1974.
146. Muir T. G. Nonlinear Acoustics: A new dimension in underwater sound.— ARL-TP-76-25, Applied Research Laboratories. The University of Texas at Austin, Austin, Texas, USA, 1976.
147. Muir T. G. and Vesterheim M. Parametric arrays in air with applications to atmospheric sounding.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Paris, 1978, Session B, p. 33.
148. Muir T. G., Folds D. L. Parametric Acoustic Lens Sonar.— Paper V2, 86th Meeting of Acoustical Society of America.
149. Novikov B. K., Timoshenko V. Y. Calculation Method and Parametric acoustic Arrays Investigation.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustic. Paris, 1978, p. 36.
150. Pettersen P., Hovem I. M., Løvik A. and Knudsen T. A new sub-bottom profiling sonar using a nonlinear sound source.— Proceedings of the Joint Conference on «Instrumentation in Oceanography». University of North Wales, Bangor, 1975.
151. Physics of sound in marine sediments/Edited by Loyd Hampton, Plenum Press, New York and London, 1974.
152. Pimonov L. Modulation d'ondes stationnaires ultrasonores dans l'air.— Ann. telecom., 1954, 9, 1, p. 24—28.
153. Rogers P. H., Van Buren A. L., Williams A. O. Parametric detection of a low-frequency plane waves a circular piston beam.— J. Acoust. Soc. Amer. 1973, 53, 1, p. 383—388.
154. Rogers P. H., Van Buren A. L., Williams A. O. Parametric detection of low-frequency acoustic waves in the nearfield

- of an arbitrary directional pump transducer.— *J. Acoust. Soc. Amer.* 1974, 55, 3, p. 523—534.
155. Rolliegn R. L. Difference frequency pressure within the interreaction region of a parametric array.— *J. Acoust. Soc. Amer.* 1975, 58, p. 964—971.
156. Ryder Y. D., Rogers P. H., Jarzynski Y. Radiation of difference frequency sound generated by non-linear interaction in a silicone rubber cylinder.— *J. Acoustic. Soc. Amer.* 1974, 56, p. 542.
157. Salfar M. H. Propagation of acoustic waves of finite amplitude in water containing air bubbles.— VI Symposium on Finite-Amplitude wave effects in Fluids. Denmark, 1973.
158. Smith B. V. Experimental study of a parametric end-fire array.— *J. Sound Vib.*, 1971, 14, p. 7—21.
159. Thompson L. A., Muir T. G. Narrow beam sound fields in a sand sediment. Paper V6.— 86th Meeting of Acoustical Society of America.
160. Truchard J. J. The detection of a low-frequency plane wave with a parametric receiving array.— Finite-amplitude wave effects in fluids. Copenhagen, 1973, p. 184—188.
161. Truchard J. J. Parametric acoustic receiving array, I, Theory.— *J. Acoust. Soc. Amer.* 1975, 58, 6, p. 1141—1145.
162. Truchard J. J. Parametric acoustic receiving array, II, Experiment.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1975, 58, 6, p. 1146—1150.
163. Truchard J. J. Parametric receiving array and the scattering of sound by sound.— *J. Acoust. Soc. Amer.* 1978, 64, 1, p. 280—283.
164. Tucker D. G. The exploitation of non-linearity in underwater acoustics.— *J. Sound Vib.* 1965, 2, p. 429.
165. Tucker D. G. Sonar for fisheries. Possibilities and trends for future development.— *Underwater Sci. and Technol.* S, 1970, 2, 3, p. 145—154.
166. Tucker D. G. A review of progress in underwater acoustics.— *Radio and Elec. Eng. U. D. C.*, 1970, p. 621—639.
167. University of Birmingham, Department of Electronic and Electrical Engineering, Memorandum N 207, 1964, p. 82.
168. Urick R. J. Principles of underwater sound, McGraw-Hill Book Company, USA, 1975.
169. Vesterheim M. A parameter representation of the parametric acoustic array.— Finite-amplitude wave effects in fluids.— Proc. of the 1973 Symposium—Copenhagen. IPC Sci. Tech. Press Ltd., Guilford, England, 1974, p. 140—144.
170. Voronin V. A., Maximov V. N., Timochenko V. Y. Investigation of parametric sound reception.— 8th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Paris, 1978, p. 35.
171. Walsh G. M. The finite amplitude depth sounder (FADS).—I. E. E. E. Conference Engineering Ocean Environmental Records, San Diego, California, 1971, New York, 1971, p. 197—201.
172. Westervelt P. J. Parametric End-Fire Array.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1960, 32, p. 934.
173. Westervelt P. J. Parametric acoustic array.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1963, 35, p. 535—537.
174. Westervelt P. J., Larson R. S. Laser-excited broadside array.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1973, 54, 1, p. 121—122.
175. Willlette J. G., Moffett M. B., Konrad W. L. Diffrerency—frequency harmonics from saturation—limited parametric acoustic sources.— 6th International Symposium on Nonlinear Acoustics, Moscow, v. 1, 1976, p. 308—319.
176. Willlette J., Moffett M. B. Harmonics of the difference frequency in saturation-limited parametric sources.— *J. Acoust. Soc. Amer.* 1977, 62, 6, p. 1377—1381.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Условные обозначения и сокращения . . . . .	3
Предисловие . . . . .	5
<b>Глава 1. О ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЯХ И ПРИЕМНИКАХ ЗВУКА . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>Глава 2. МЕТОДЫ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ЗВУКОВЫХ ПУЧКАХ . . . . .</b>	<b>13</b>
§ 2.1. О малых параметрах, используемых при расчете волновых взаимодействий . . . . .	13
§ 2.2. Решение уравнений гидродинамики методом последовательных приближений . . . . .	15
§ 2.3. Расчет вторичного поля методом функций Грина. Формула Вестервельта . . . . .	17
§ 2.4. Оценки основных характеристик параметрических излучателей с помощью номограмм . . . . .	23
§ 2.5. Метод медленно изменяющегося профиля и упрощенные уравнения нелинейной акустики . . . . .	26
<b>Глава 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКИХ ВОЛН</b>	<b>30</b>
§ 3.1. Уравнение Бюргерса. Распространение гармонического сигнала . . . . .	30
§ 3.2. Взаимодействие волн при слабом проявлении нелинейности . . . . .	36
§ 3.3. Взаимодействие мощных акустических волн . . . . .	41
<b>Глава 4. МЕТОД ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ . . . . .</b>	<b>47</b>
§ 4.1. Дифракция круглых гауссовых пучков . . . . .	47
§ 4.2. Расчет диаграмм направленности в параболическом приближении . . . . .	50
§ 4.3. Дифракция круглого пучка при равномерном распределении амплитуды на излучателе . . . . .	53
§ 4.4. Дифракция сфокусированных и дефокусированных гауссовых пучков . . . . .	55
§ 4.5. Дифракция плоских (щелевых) пучков . . . . .	58

<b>Глава 5. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ ЗВУКА С НЕДИФРАГИРУЮЩИМИ ПУЧКАМИ ВОЛН НАКАЧКИ</b>	60
§ 5.1. Общая схема расчета и решение для произвольных распределений амплитуд и фаз на преобразователе накачки	60
§ 5.2. Диаграмма направленности . . . . .	63
§ 5.3. Процесс формирования параметрического излучения в поле недифрагирующих волн накачки . . . . .	70
<b>Глава 6. РАСЧЕТ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ . . . . .</b>	75
§ 6.1. Влияние дифракции незатухающих волн накачки на формирование разностной волны . . . . .	75
§ 6.2. Расчет параметрических излучателей в средах с диссипацией . . . . .	82
§ 6.3. Влияние дисперсии на характеристики параметрического излучателя . . . . .	89
§ 6.4. Параметрический излучатель с фокусированными и дефокусированными пучками накачки . . . . .	92
§ 6.5. Параметрические излучатели низкочастотных широкополосных сигналов . . . . .	96
§ 6.6. Область применимости рассмотренной модели излучателя	100
<b>Глава 7. ПРИЕМНЫЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АНТЕННЫ . . . . .</b>	102
§ 7.1. Неколлинеарное взаимодействие плоских акустических волн . . . . .	102
§ 7.2. О работе приемной параметрической антенны . . . . .	104
§ 7.3. Квазиоптическое приближение в задачах расчета НПАП. Влияние нелинейных, диссипативных и дифракционных эффектов . . . . .	106
<b>Глава 8. О РАБОТЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ ПРИ БОЛЬШИХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ВОЛН НАКАЧКИ . . . . .</b>	112
§ 8.1. Расчет генерации низкочастотных гармоник и особенности структуры диаграмм направленности . . . . .	112
§ 8.2. Форма низкочастотного сигнала в дальней зоне, режим насыщения . . . . .	117
§ 8.3. Численные результаты . . . . .	119
<b>Глава 9. ТЕПЛОВЫЕ ОПТОАКУСТИЧЕСКИЕ АНТЕННЫ . . . . .</b>	121
§ 9.1. Возбуждение плоских волн, передаточные функции . . . . .	121
§ 9.2. Акустические сигналы, возбуждаемые одиночными световыми импульсами в однородных и оптически неоднородных средах . . . . .	126
§ 9.3. Поэтапный подход и дифракционное искажение оптоакустических импульсов . . . . .	129
§ 9.4. Движущиеся оптоакустические антенны . . . . .	133
<b>Глава 10. ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ . . . . .</b>	138
§ 10.1. Схемы формирования сигналов . . . . .	138
§ 10.2. Конструктивные особенности элементов параметрических антенн . . . . .	146
§ 10.3. Влияние нелинейности активных материалов на характеристики параметрических антенн . . . . .	151

<b>Глава 11.</b>	<b>ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИСПЫТАНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АНТЕНН . . .</b>	<b>154</b>
§ 11.1.	Особенности гидроакустических измерений характеристик нелинейных антенн . . . . .	154
§ 11.2.	Испытательный стенд параметрических приборов . . . . .	156
§ 11.3.	Распределение первичного и вторичного полей на оси параметрической антенны . . . . .	161
§ 11.4.	Диаграммы направленности . . . . .	165
§ 11.5.	Фазовые характеристики . . . . .	179
§ 11.6.	Амплитудно-частотные характеристики . . . . .	182
§ 11.7.	Амплитудные и фазово-амплитудные характеристики. «Насыщение» ПИ . . . . .	189
§ 11.8.	Основные характеристики параметрических приемников . . . . .	193
§ 11.9.	Влияние свойств среды на характеристики параметрических антенн . . . . .	197
§ 11.10.	Возможности управления основными характеристиками нелинейных антенн . . . . .	198
<b>Глава 12.</b>	<b>ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ОБЛАСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ . . . . .</b>	<b>203</b>
§ 12.1.	Измерительные излучатели типа НАИ . . . . .	203
§ 12.2.	Измерительный параметрический приемник типа НПАП . . . . .	211
§ 12.3.	Приемные параметрические антенны . . . . .	215
§ 12.4.	Параметрические приборы для передачи широкополосной информации . . . . .	219
§ 12.5.	Нелинейные гидроакустические приборы активной локации . . . . .	226
§ 12.6.	Параметрические эхолоты и приборы для записи профиля грунта . . . . .	228
§ 12.7.	Параметрические гидролокаторы и приборы морской геолокации . . . . .	233
	Заключение . . . . .	247
	Приложение . . . . .	248
	Указатель литературы . . . . .	253

Библиотека инженера-гидроакустика  
 Борис Константинович НОВИКОВ  
 Олег Владимирович РУДЕНКО  
 Владимир Иванович ТИМОШЕНКО

### Нелинейная гидроакустика

---

Редактор Э. В. Зубкова  
 Художественный редактор В. А. Пурицкий  
 Технический редактор А. П. Ширяева  
 Корректоры Н. Н. Кузнецова, С. Н. Маковская, В. Ю. Самохина  
 Переплет художника С. С. Бенедиктова  
 ИБ № 665  
 Сдано в набор 3.12.80. Подписано к печати 27.03.81. М-15912. Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага типографская № 2. Гарнитура шрифта литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 16,5. Усл. кр. отт. 16,75. Уч.-изд. л. 18,0. Тираж 3100 экз. Изд. № 3522—79.  
 Заказ № 2463. Цена 1 р. 10 к.  
 Издательство «Судостроение», 191065, Ленинград, ул. Гоголя, 8.  
 Ленинградская типография № 4 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 191126, Ленинград, Социалистическая ул., 14.

1 р. 10 к.

**НЕЛИНЕЙНАЯ ГИДРОАКУСТИКА**