

И.М.ФИЛАНОВСКИЙ  
А.Ю.ПЕРСИАНОВ  
В.К.РЫБИН Ф

БИБЛИОТЕКА

РАДИО

ЛЕКТРОНИКИ

# СХЕМЫ С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ



«ЭНЕРГИЯ»

БИБЛИОТЕКА ПО РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ

---

*Выпуск 44*

И. М. ФИЛАНОВСКИЙ, А. Ю. ПЕРСИАНОВ, В. К. РЫБИН

# СХЕМЫ С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ



«ЭНЕРГИЯ»  
Ленинградское отделение  
1973



Scan AAW

**6П2.15**

**Ф15**

УДК 62-52 : 621.317

**Филановский И. М., Персианов А. Ю., Рыбин В. К.**

**Ф15** Схемы с преобразователями сопротивления.  
Л., «Энергия», 1973.

192 с. с ил. (Б-ка по радиоэлектронике. Вып. 44).

В книге рассматриваются способы построения, свойства и реализация преобразователей сопротивления и проводимости типа масштабного преобразователя, конвертора и гиратора. Излагаются методы синтеза схем с преобразователями, вопросы стабильности и чувствительности. Приводятся практические примеры применения схем с преобразователями.

Книга рассчитана на инженеров — разработчиков аппаратуры для научных исследований, средств автоматики и измерительной техники, а также на студентов старших курсов и аспирантов радиотехнических и электротехнических вузов.

**Ф**  $\frac{3313-339}{051(01)-73}$  253-73

**6П2.15**

Рецензент *А. М. Заездный*

© Издательство «Энергия», 1973

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие техники микроминиатюризации радиоэлектронной аппаратуры и освоение диапазона низких и сверхнизких частот привело к необходимости применения безындуктивных цепей.

Для улучшения характеристик таких цепей широко используются различные активные устройства, работа которых основана на усилительных свойствах активного элемента (транзистора, лампы). В сочетании с пассивными  $RC$ -цепями активные устройства позволяют создать некоторый эквивалент  $LC$ -цепи. Пример такого применения активного элемента — широко известные фильтры на основе усилителей.

В последнее время получили распространение методы синтеза, использующие идеальные или близкие к ним активные устройства, называемые преобразователями сопротивления (проводимости). Принцип действия преобразователей сводится к преобразованию сопротивления (проводимости) элемента, подключаемого к преобразователю со стороны его входных или выходных зажимов, причем это сопротивление (проводимость) является аргументом функции преобразования. Простейшее преобразование — масштабное, сводящееся к умножению заданного сопротивления и проводимости на положительное число. Широко известным примером преобразователя сопротивления является обычный эмиттерный повторитель, осуществляющий масштабное преобразование сопротивления нагрузки.

В настоящее время значительное внимание начинает уделяться масштабным увеличителям емкости. Активное устройство, осуществляющее увеличение емкости, является по существу масштабным преобразователем про-

водимости. Оно дуально по отношению к эмиттерному повторителю.

Среди получивших распространение преобразователей сопротивления в последнее время приобрели известность конверторы сопротивления (проводимости) и гираторы. Конверторы сопротивления и проводимости были первыми преобразователями на полупроводниковых триодах, предназначенными для миниатюризации электронной аппаратуры, работающей в диапазоне низких частот. В последующие годы задача миниатюризации стала решаться с помощью других активных устройств: усилителей и гираторов, но конверторы сопротивления и проводимости до сих пор сохранили свое значение как устройства для компенсации потерь (например, в линиях связи) и построения фильтров.

Полезные свойства гиратора определяются прежде всего тем, что гиратор, нагруженный на емкость, со стороны входных зажимов ведет себя как индуктивность. При этом открывается возможность наладить серийный выпуск ряда эквивалентов индуктивности с высокой добротностью, что позволит строить избирательные системы по способу  $LC$ -прототипа с последующей заменой каждой индуктивности ее эквивалентом.

Рассматривая структурные схемы преобразователей, следует исходить из того, что в основе обобщенной модели преобразователя должно быть небольшое число усилителей (желательно один), образующих вместе с пассивными элементами одну или две петли обратной связи. Благодаря этому можно рассмотреть с единых позиций различные типы преобразователей, в том числе повторители тока и напряжения, которые по традиции относят к собственно усилителям.

Важным этапом работы является определение связи паразитных параметров усилителей с элементами матрицы параметров преобразователя и обобщение методов учета неидеальности используемых усилителей. Подобным же образом надо рассматривать и вопрос об устойчивости схемы с преобразователем. Если схема содержит один усилитель, то следует выделить его выходные клеммы и свести вопрос устойчивости схемы к определению устойчивости усилителя, охваченного обратной связью. Эта методика будет справедлива и в том случае, если в схеме есть несколько усилителей, но они образуют

единую петлю обратной связи. В многопетлевых системах вопрос об устойчивости должен решаться с общих позиций теории обратной связи.

Преобразователи применяются при построении согласующих цепей, используются для компенсации потерь в линиях связи, при построении измерительных систем, устройств автоматики, элементов аналоговой вычислительной техники. Преобразователи сопротивления оказались весьма эффективным средством реализации при синтезе входных и фильтрующих цепей, амплитудных и фазовых корректоров. Их применение особенно перспективно в тех отраслях приборостроения и измерительной техники, где используются низкие и инфранизкие частоты и где проблема микроминиатюризации аппаратуры стоит особенно остро (геофизика, медицина, гидроакустика, виброметрия).

Потребности практики вызвали большое число публикаций, касающихся преобразователей сопротивления и проводимости и их применения. Это — в основном статьи в отечественных и зарубежных журналах («Электросвязь», «Теоретическая электротехника», «Electronics», «Electronic Engineering», «Nachrichtentechnik» и др.). Некоторые вопросы построения схем с преобразователями нашли отражение в монографиях общего характера [13, 19, 36].

Возникает насущная необходимость систематизации информации, распыленной по отдельным журнальным статьям и книгам, в плане обобщения способов построения самих преобразователей и схем на их основе, выделения перспективных практических схем и их экспериментального исследования, оценки и сравнения по стабильности цепей, реализованных с помощью преобразователей. Перечисленные вопросы авторы стремятся отразить в предлагаемой читателю книге. Авторы попытались, в первую очередь, систематизировать вопросы, освещающие свойства преобразователей, их схемы замещения и методы построения схем преобразователей с использованием идеальных усилителей.

При рассмотрении синтеза схем с преобразователями авторы руководствовались следующими соображениями: основное внимание уделялось построению наиболее часто встречающихся на практике цепей с биквадратной передаточной функцией; попутно с рассмотрением раз-

личных методов синтеза производилось сравнение их по стабильности и определению области применения.

Одним из важнейших критериев создания стабильных и устойчивых *RC*-структур с помощью преобразователей является анализ стабильности, определяемой допусками на отдельные элементы схемы, с помощью функции чувствительности. Эта часть работы также дана в практическом преломлении применительно к реализации на основе звеньев второго порядка.

В книге применяются, в основном, наиболее устоявшиеся термины, принятые в большинстве известных публикаций по этому вопросу. Наименования преобразователей в значительной степени отражают терминологию, заимствованную из переводных журнальных статей, и не всегда являются удачными. Тем не менее, авторы старались не вводить новые термины, а лишь стремились сократить число синонимов. Термин «конвертор» в книге символизирует операцию изменения знака и поэтому сочетание «конвертор отрицательного сопротивления» (проводимости) обычно не употребляется. Термин «инвертор» символизирует операцию обращения, т. е. операцию замены прямой пропорциональности обратной, и используется в другом смысле, в отличие от усилительной и вычислительной техники. В книге используются как синонимы термины «гиратор» и «положительный инвертор» (слово «положительный» иногда опускается). Устройство, осуществляющее одновременно инверсию и изменение знака сопротивления, именуется «отрицательным инвертором» (отрицательным гиратором).

При рассмотрении синтеза схем с преобразователями авторами исключены вопросы аппроксимации, которые читатель может найти, например, в [2—5, 9, 18, 30], поэтому следует оговорить, что под понятием «синтез» авторы понимают конечный его этап — реализацию.

Все замечания и пожелания просьба направлять по адресу: 192041, Ленинград, Марсово поле, 1, Ленинградское отделение издательства «Энергия».

# Глава первая

## КЛАССИФИКАЦИЯ И СВОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ И ПРОВОДИМОСТИ

### 1-1. Основные типы преобразователей

Преобразователями сопротивления (проводимости) будем называть четырехполюсники, входное сопротивление или проводимость которых пропорционально зависит

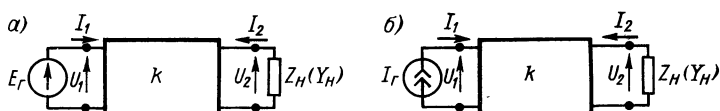


Рис. 1-1. Схемы подключения преобразователя с нагрузкой к источнику сигнала

от сопротивления или проводимости нагрузки. Будем полагать, что для оценки действия преобразователя к его выходным зажимам подключается нагрузка, а на входные зажимы подается сигнал либо от идеального источника напряжения  $E_r$  (рис. 1-1, а), либо от идеального источника тока  $I_r$  (рис. 1-1, б). В первом случае измеряемой реакцией будет ток  $I_1$ , протекающий через входные зажимы четырехполюсника, во втором случае — напряжение  $U_1$ , возникающее на входных зажимах. Для определения типа преобразователя вычисляется отношение входной реакции ко входному воздействию (здесь и далее мы подразумеваем, что все токи и напряжения преобразованы по Лапласу), тогда в первом случае преобразователь будет характеризоваться входной проводимостью  $Y_{вх}$ , а во втором случае — входным сопротивлением  $Z_{вх}$ .



Таблица 1-1

**Классификация преобразователей сопротивления  
и проводимости**

№ пп.	Входное воздей- ствие	Входная реакция	Характеристическое уравнение	Наименование преобразователя
1	Ток	Напря- жение	$Z_{вх} = kZ_{н}$	Масштабный преобразователь сопротивления
2	Ток	Напря- жение	$Z_{вх} = -kZ_{н}$	Конвертор сопротивления
3	Ток	Напря- жение	$Z_{вх} = kY_{н} = \frac{k}{Z_{н}}$	Инвертор сопро- тивления (гиратор)
4	Ток	Напря- жение	$Z_{вх} = -kY_{н} = -\frac{k}{Z_{н}}$	Отрицательный инвертор сопро- тивления (отрица- тельный гиратор)
5	Напря- жение	Ток	$Y_{вх} = kY_{н}$	Масштабный пре- образователь про- водимости
6	Напря- жение	Ток	$Y_{вх} = -kY_{н} = -\frac{k}{Z_{н}}$	Конвертор проводимости
7	Напря- жение	Ток	$Y_{вх} = \frac{k}{Y_{н}} = kZ_{н}$	Инвертор проводи- мости (гиратор)
8	Напря- жение	Ток	$Y_{вх} = -\frac{k}{Y_{н}} = -kZ_{н}$	Отрицательный инвертор проводи- мости (отрицатель- ный гиратор)

В зависимости от знака и вида функциональной связи входного сопротивления (входной проводимости) с сопротивлением (проводимостью) нагрузки можно выделить восемь типов преобразователей (табл. 1-1). Предполагается, что в характеристических уравнениях коэффициент преобразования  $k$ —положительная вещественная величина. Она является безразмерной для масштабных преобразователей и конверторов и имеет размерность квадрата сопротивления для инверторов сопротивления

и квадрата проводимости — для инверторов проводимости. Коэффициент преобразования в случае конверторов называют часто коэффициентом (фактором) конверсии, а для гираторов обычно пользуются коэффициентами, значения которых равны корню квадратному из коэффициента преобразования. У инвертора сопротивления этот коэффициент называют сопротивлением гирации, а у инверторов проводимости — проводимостью гирации.

## 1-2. Активные и пассивные преобразователи

Подключим к выходным зажимам преобразователя резистивное сопротивление, а ко входным зажимам — источник сигнала синусоидального вида и подсчитаем мощность, которая проходит через входные зажимы преобразователя.

Для масштабных преобразователей сопротивления получим

$$P_{\text{вх}} = U_1 I_1 = I_1^2 k R_{\text{н}},$$

а для масштабного преобразователя проводимости

$$P_{\text{вх}} = U_1 I_1 = U_1^2 k / R_{\text{н}}.$$

Эта мощность положительна, т. е. она отбирается от источника сигнала. Таким образом, масштабный преобразователь с подключенным к нему резистивным сопротивлением нагрузки со стороны входных зажимов ведет себя как пассивный двухполюсник. К аналогичному выводу приходим и относительно положительных инверторов сопротивления и проводимости гираторов, где  $P_{\text{вх}} = I_1^2 k / R_{\text{н}}$  — для инверторов сопротивления и  $P_{\text{вх}} = U_1^2 k / G_{\text{н}} = U_1^2 k R_{\text{н}}$  — для инверторов проводимости.

Если же проделать подобные вычисления для конверторов сопротивления и проводимости и отрицательных инверторов, то можно убедиться, что для них входная мощность четырехполюсника отрицательна, т. е. она не отбирается, а поступает к источнику сигнала возбуждения. Таким образом, конверторы и отрицательные инверторы, будучи включенными на резистивное сопротивление со стороны входных зажимов, ведут себя как активные двухполюсники.

Это приводит к мысли о том, что масштабные преобразователи и положительные инверторы могут быть реализованы с помощью пассивных электрических устройств, в то время как конверторы и отрицательные инверторы должны внутри себя содержать источники энергии, которые управляются входным сигналом, т. е. быть активными четырехполюсниками.

Простейшим примером масштабного преобразователя является идеальный электрический трансформатор. Реальный электрический трансформатор в определенном диапазоне частот с некоторыми погрешностями может выполнять функцию масштабного преобразователя сопротивления или проводимости. Именно с этой целью он используется, например, в выходных каскадах усилителей звуковой частоты.

Часто требуются устройства, осуществляющие масштабное преобразование сопротивлений и проводимостей в диапазоне низких и инфранизких частот. В этом диапазоне трансформаторы имеют массу и габариты, совершенно неприемлемые для современной радиоаппаратуры. Осуществление масштабного преобразователя для этого диапазона частот возможно лишь с помощью активных приборов — транзисторов и электронных ламп. Именно такие масштабные преобразователи сопротивления и проводимости будем рассматривать ниже.

Гиратор, будучи нагруженным на емкость со стороны входных зажимов, ведет себя как индуктивность, причем величина этой индуктивности  $L_{\text{экв}} = kC_n$  — для инверторов сопротивления и  $L_{\text{экв}} = C_n/k$  — для инверторов проводимости. Как было показано, гиратор принадлежит к пассивным четырехполюсникам, однако его практическая реализация (даже приближенная) пассивным электрическим устройством неизвестна, хотя теоретически гиратор можно реализовать каскадным включением двух трансформаторов [12, 22]. В настоящее время гираторы моделируются с помощью электронных приборов [38, 39, 50].

Конверторы сопротивления и проводимости, начиная с самых первых предложенных схем, реализуются с помощью электронных ламп и полупроводниковых приборов [45, 47]. Конвертор сопротивления и проводимости при включении на емкость со стороны входных зажимов также ведет себя как индуктивность, эквива-

лентная величина которой  $L_{\text{экв}} = \frac{k}{\omega^2 C_H}$  — для кон-  
верторов сопротивления и  $L_{\text{экв}} = \frac{1}{k\omega^2 C_H}$  — для конвер-  
торов проводимости.

Однако эти выражения указывают на существенный недостаток эквивалентных индуктивностей, получаемых с помощью конверторов: они являются частотно-зависимыми, что делает неудобным их применение в частотно-избирательных цепях. Однако этот тип преобразователя сохранил большое значение для теории и практики синтеза электрических цепей, а многие методы реализации электрических цепей в скрытом виде опираются на использование конвертора сопротивления или проводимости [41, 51].

Отрицательные инверторы сопротивления и проводимости не имеют положительного индуктивного сопротивления на входе при включении емкости на выходные зажимы преобразователя. Поэтому отрицательный инвертор является элементом, имеющим чисто теоретическое значение, а его практические приложения в настоящее время не определились. Тем не менее, мы рассмотрим ниже несколько схем отрицательных инверторов, в основном с целью обобщения теории и практики построения преобразователей сопротивления.

### **1-3. Эквивалентные схемы замещения преобразователей сопротивления и проводимости**

**Масштабные преобразователи сопротивления.** Рассмотрим масштабный преобразователь сопротивления (табл. 1-2, № 1) и выясним условия, которым должна подчиняться матрица  $Z$ -параметров идеального преобразователя.

Как известно [3], входное сопротивление нагруженного четырехполюсника выражается формулой

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\Delta Z + Z_{11}Z_H}{Z_{22} + Z_H}.$$

Для того чтобы выполнялось условие  $Z_{\text{вх}} = kZ_H$ , необходимо иметь

$$\Delta Z + Z_H Z_{11} = kZ_{22}Z_H + kZ_H^2.$$

Таблица 1-2

## Схема замещения масштабного преобразователя сопротивления

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
1		$Z_{BX} = k Z_H$	$\Delta_Z = 0; \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = k$ $Z_{11} = \infty; Z_{22} = \infty$
2		$Z_{BX} = k Z_H; Z_2 = k Z_{22}$	$\Delta_Z = 0; \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = k$ $Z_{11} \neq \infty; Z_{22} \neq \infty$
3		$Z_{BX} = k' Z_H$	$\Delta_Z = 0; \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = k'$ $Z_{22} = \infty; Z_{11} = \infty$
4		$Z_{BX} = k Z_H; Z_1 = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}}$	$\Delta_Z \neq 0; \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = k$ $Z_{22} = \infty; Z_{11} = \infty$
5		$Z_{BX} = k' Z_H; Z_2 = k' Z_{22}$	$\Delta_Z = 0; \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = k'$ $Z_{11} \neq \infty; Z_{22} \neq \infty$
6		$Z_{BX} = k' Z_H; Z_1 = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}}$	$\Delta_Z \neq 0; \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = k'$ $Z_{11} = \infty; Z_{22} = \infty$

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
7		$Z_{BX} = k' Z_H; \quad Z_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{22}}$ $k' = k \left( 1 - \frac{\Delta Z}{Z_{11} Z_{11}} \right);$ $Z_2 = \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{22}}$	$\Delta Z \neq 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = k$ $Z_{11} \neq \infty; \quad Z_{22} \neq \infty$
8		$Z_{BX} = k' Z_H;$ $Z_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{22}} \frac{1}{1 - \frac{\Delta Z}{Z_{11} Z_{22}}}$ $k' = \frac{k}{1 - \frac{\Delta Z}{Z_{11} Z_{22}}}; \quad Z_2 = Z_{11}$	$\Delta Z \neq 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = k$ $Z_{11} \neq \infty; \quad Z_{22} \neq \infty$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $Z_H$ , получаем следующие три условия, которым должны подчиняться Z-параметры идеального преобразователя сопротивления:

- 1)  $\Delta Z = 0$ ; 2)  $Z_{11}/Z_{22} = k$ ; 3)  $Z_{22} = \infty$  (или  $Z_{22} \gg Z_H$ ).

Эти равенства налагают весьма жесткие ограничения на Z-параметры преобразователя. Они показывают, что этот четырехполюсник является вырожденным, и для его описания следует попытаться прибегнуть к другим матрицам параметров. В дальнейшем мы отыщем подходящую систему параметров. Сейчас же, оперируя Z-параметрами, попытаемся оценить влияние нарушения условий 1—3 на масштабное преобразование.

Пусть выполнены только условия 1 и 2. Тогда

$$Z_{BX} = \frac{Z_{11} + Z_H}{Z_{22} + Z_H} = \frac{k Z_{22} Z_H}{Z_{22} + Z_H}.$$

Величина, обратная входному сопротивлению, при этом будет определяться выражением

$$\frac{1}{Z_{BX}} = \frac{Z_{22} + Z_H}{k Z_{22} Z_H} = \frac{1}{k Z_H} + \frac{1}{k Z_{22}},$$

из которого следует, что масштабный преобразователь можно заменить схемой, состоящей из идеального преобразователя, параллельно со входными зажимами которого соединено сопротивление  $Z_2 = kZ_{22}$  (табл. 1-2, № 2).

Если выполнены условия 1 и 3, то

$$Z_{вх} = \frac{Z_{11}}{Z_{22}} Z_{н} = k' Z_{н},$$

где  $k' = Z_{11}/Z_{22}$  — новый коэффициент преобразования, отличающийся от заданного. В этом случае преобразователь осуществляет масштабное преобразование сопротивления с коэффициентом  $k'$  (табл. 1-2, № 3).

Если же выполняются условия 2 и 3, то

$$Z_{вх} = \frac{\Delta z + Z_{11}Z_{н}}{Z_{22}} = \frac{\Delta z}{Z_{22}} + kZ_{н},$$

и тогда преобразователь представляется четырехполюсником, осуществляющим заданное преобразование импеданса, последовательно с которым включено сопротивление  $Z_1 = \Delta z/Z_{22}$ . Эквивалентная схема соответствует табл. 1-2, № 4.

Мы рассмотрели эквивалентные схемы преобразователей сопротивления для случаев, когда нарушается одно из условий идеальности, а два другие попарно сохраняются. Естественно рассмотреть те случаи, когда условия идеальности нарушаются попарно и сохраняется только одно из условий 1—3. Эквивалентные схемы этих преобразователей попытаемся представить в таком виде, чтобы погрешности, вносимые нарушением каждого из условий 1—3, суммировались, что будет выражаться одновременным изменением коэффициента преобразования и появлением последовательно или параллельно включенного (или обоих вместе) паразитного элемента.

Пусть выполнено только условие 1, т. е.  $\Delta z = 0$ . При этом  $Z_{11}/Z_{22} = k'$ , а  $Z_{22} \neq \infty$ . Тогда

$$\begin{aligned} Z_{вх} &= \frac{Z_{11}Z_{н}}{Z_{22} + Z_{н}} \quad \text{и} \quad \frac{1}{Z_{вх}} = \frac{Z_{22} + Z_{н}}{Z_{11}Z_{н}} = \\ &= \frac{1}{\frac{Z_{11}}{Z_{22}} + Z_{н}} + \frac{1}{Z_{11}} = \frac{1}{k'Z_{н}} = \frac{1}{k'Z_{22}}, \end{aligned}$$

где  $k' = Z_{11}/Z_{22}$  и эквивалентная схема состоит из пре-

образователя с новым коэффициентом преобразования  $k'$ , параллельно входным зажимам которого присоединено сопротивление  $k'Z_{22}$  (табл. 1-2, № 5).

Если же выполняется только условие 3, т. е.  $\Delta_Z \neq 0$  и  $Z_{11}/Z_{22} = k' \neq k$ , но

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\Delta_Z + Z_{11}Z_{\text{н}}}{Z_{22}} = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}} + k'Z_{\text{н}},$$

и в этом случае последовательно со входными зажимами присоединяется сопротивление  $Z_1 = \Delta_Z / Z_{22}$  (табл. 1-2, № 6).

Если же  $\Delta_Z \neq 0$  и  $Z_{22} \neq \infty$ , но  $Z_{11}/Z_{22} = k$ , можно эквивалентную схему представить в виде преобразователя с коэффициентом  $k'$ , перед которым находится Г-образная цепь. Возможны два варианта включения этого Г-образного четырехполюсника (табл. 1-2, № 7 и 8).

Для нахождения параметров этой цепи и  $K'$  найдем входное сопротивление эквивалентной схемы и приравняем его исходному входному сопротивлению.

В первом варианте (табл. 1-2, № 7) получим

$$Z_{\text{вх}} = Z_1 + \frac{Z_2 k' Z_{\text{н}}}{Z_2 + k' Z_{\text{н}}} = \frac{\Delta_Z + Z_{11} Z_{\text{н}}}{Z_{22} + Z_{\text{н}}},$$

$$\text{т. е. } (Z_1 Z_2 + k' Z_{\text{н}} Z_1) (Z_{22} + Z_{\text{н}}) = (Z_2 + k' Z_{\text{н}}) (\Delta_Z + Z_{11} Z_{\text{н}}).$$

Раскрывая скобки и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $Z_{\text{н}}$ , находим

$$Z_1 Z_2 Z_{22} = \Delta_Z Z_2;$$

$$Z_1 Z_2 + (Z_1 + Z_2) Z_{22} k' = Z_{11} Z_2 + k' \Delta_Z;$$

$$(Z_1 + Z_2) k' = k' Z_{11},$$

откуда

$$Z_1 = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}}; \quad Z_2 = Z_{11} - \frac{\Delta_Z}{Z_{22}} = \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{22}};$$

$$k' = k \left( 1 - \frac{\Delta_Z}{Z_{11} Z_{22}} \right) = \frac{Z_{11}}{Z_{22}} \left( 1 - \frac{\Delta_Z}{Z_{11} Z_{22}} \right).$$

Если же Г-образный четырехполюсник, стоящий перед преобразователем, меняет свою ориентацию



(табл. 1-2, № 8), новая эквивалентная схема будет характеризоваться параметрами

$$Z_1 = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}} : \left(1 - \frac{\Delta_Z}{Z_{11}Z_{22}}\right); \quad Z_2 = Z_{11};$$

$$k' = k : \left(1 - \frac{\Delta_Z}{Z_{11}Z_{22}}\right),$$

где по-прежнему  $k = Z_{11}/Z_{22}$ .

Изучение масштабного преобразователя проводимости можно провести аналогичным образом, используя систему  $Y$ -параметров. Тогда для определения условий, которым должна удовлетворять матрица  $Y$ -параметров преобразователя, исследуем выражение

$$Y_{\text{вх}} = \frac{\Delta_Y + Y_{11}Y_{\text{н}}}{Y_{22} + Y_{\text{н}}} = kY_{\text{н}},$$

откуда видно, что для того, чтобы четырехполюсник был масштабным преобразователем проводимости, необходимо выполнить следующие три условия:

- 1)  $\Delta_Y = 0$ ; 2)  $Y_{11} = kY_{22}$ ; 3)  $Y_{22} = \infty$  (или  $Y_{22} \gg Y_{\text{н}}$ ).

Нарушение этих условий вызывает появление паразитных параметров у преобразователя. Все возможные при этом случаи приводят к эквивалентным схемам, расчетные параметры которых сведены в табл. 1-3.

**Инверторы сопротивления и проводимости.** Рассмотрим идеальный инвертор сопротивления (табл. 1-4, № 1) и определим условия, которым должна подчиняться его матрица  $Z$ -параметров. Так же, как и для масштабного преобразователя сопротивления, составим выражение для входного сопротивления:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\Delta_Z + Z_{11}Z_{\text{н}}}{Z_{22} + Z_{\text{н}}} = \frac{k}{Z_{\text{н}}}.$$

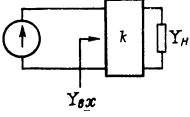
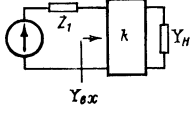
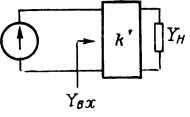
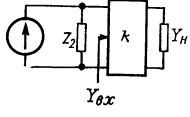
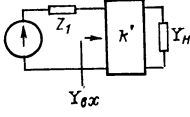
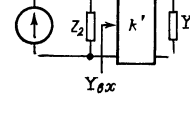
Переписывая это равенство в виде  $\Delta_Z Z_{\text{н}} + Z_{11}Z_{\text{н}}^2 = kZ_{22} + Z_{\text{н}}$  и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $Z_{\text{н}}$ , найдем требования, которые должны выполняться для  $Z$ -параметров:

- 1)  $Z_{11} = 0$ ; 2)  $\Delta_Z = k$ , т. е.  $k = -Z_{21}Z_{12}$ ; 3)  $Z_{22} = 0$ .

Погрешности, возникающие при нарушении этих условий, сводятся к соответствующим эквивалентным схемам (табл. 1-4, № 2—8).

Таблица 1-3

## Схемы замещения масштабного преобразователя проводимости

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы $Y$ -параметров
1		$Y_{BX} = k Y_H$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = k$ $Y_{11} = \infty; Y_{22} = \infty$
2		$Y_{BX} = k Y_H; Z_1 = \frac{1}{Y_{11}}$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = k$ $Y_{11} \neq \infty; Y_{22} \neq \infty$
3		$Y_{BX} = k' Y_H$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = k'$ $Y_{11} = \infty; Y_{22} = \infty$
4		$Y_{BX} = k Y_H; Z_2 = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}$	$\Delta Y \neq 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = k$ $Y_{11} = \infty; Y_{22} = \infty$
5		$Y_{BX} = k' Y_H; Z_1 = \frac{1}{Y_{11}}$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = k'$ $Y_{11} \neq \infty; Y_{22} \neq \infty$
6		$Y_{BX} = k' Y_H; Z_2 = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}$	$\Delta Y \neq 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = k'$ $Y_{11} = \infty; Y_{22} = \infty$

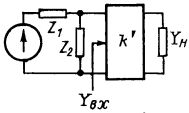
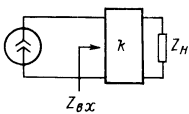
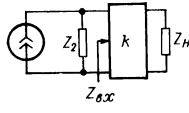
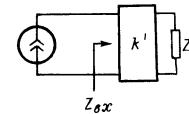
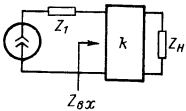
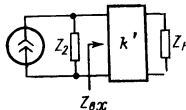
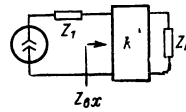
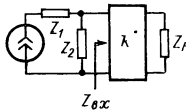
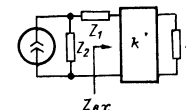
№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Y-параметров
7		$Y_{BX} = k' Y_H$ $Z_1 = \frac{1}{Y_{11}} \quad k' = \frac{k}{1 - \frac{\Delta_Y}{Y_{11} Y_{22}}};$ $Z_2 = \frac{Y_{22}}{\Delta_Y} \left( 1 - \frac{\Delta_Y}{Y_{11} Y_{22}} \right)$	$\Delta_Y \neq 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = k$ $Y_{11} \neq \infty; Y_{22} \neq \infty$
8		$Y_{BX} = k' Y_H; \quad Z_1 = \frac{Y_{22}}{Y_{12} Y_{21}}$ $k' = k \left( 1 - \frac{\Delta_Y}{Y_{11} Y_{22}} \right);$ $Z_2 = \frac{Y_{22}}{\Delta_Y}$	$\Delta_Y \neq 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = k$ $Y_{11} \neq \infty; Y_{22} \neq \infty$

Таблица 1-4

Схемы замещения инвертора сопротивления

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
1		$Z_{BX} = \frac{k}{Z_H}$	$Z_{11} = 0; Z_{22} = 0$ $\Delta_Z = k$
2		$Z_{BX} = \frac{k}{Z_H}; \quad Z_2 = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}}$	$Z_{11} = 0; Z_{22} \neq 0$ $\Delta_Z = k$
3		$Z_{BX} = \frac{k'}{Z_H}$	$Z_{11} = 0; Z_{22} = 0$ $\Delta_Z = k' \neq k$

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
4		$Z_{BX} = \frac{k}{Z_H}; \quad Z_1 = Z_{11}$	$Z_{11} \neq 0; \quad Z_{22} = 0$ $\Delta_Z = k$
5		$Z_{BX} = \frac{k'}{Z_H}; \quad Z_2 = \frac{k'}{Z_{22}}$	$Z_{11} = 0; \quad Z_{22} \neq 0$ $\Delta_Z = k' \neq k$
6		$Z_{BX} = \frac{k'}{Z_H}; \quad Z_1 = Z_{11}$	$Z_{11} \neq 0; \quad Z_{22} = 0$ $\Delta_Z = k' \neq k$
7		$Z_{BX} = \frac{k'}{Z_H}; \quad Z_1 = Z_{11}$ $k' = k \left( 1 - \frac{Z_{11}Z_{22}}{k} \right);$ $Z_2 = \frac{k'}{Z_{22}}$	$Z_{11} \neq 0; \quad Z_{22} \neq 0$ $\Delta_Z = k$
8		$Z_{BX} = \frac{k'}{Z_H}; \quad Z_1 = \frac{Z_{11}}{1 - \frac{Z_{11}Z_{22}}{k}}$ $k' = \frac{k}{1 - \frac{Z_{11}Z_{22}}{k}}; \quad Z_2 = \frac{k}{Z_{22}}$	$Z_{11} \neq 0; \quad Z_{22} \neq 0$ $\Delta_Z = k$

Для инверторов проводимости требования, предъявляемые к матрице  $Y$ -параметров, определяются из выражения входной проводимости:

$$Y_{\text{вх}} = \frac{\Delta_Y + Y_{11}Y_{\text{н}}}{Y_{22} + Y_{\text{н}}} = \frac{k}{Y_{\text{н}}}.$$

Получаем, что для инвертора проводимости должны выполняться следующие условия:

$$1) Y_{11} = 0; \quad 2) \Delta_Y = -Y_{21}Y_{12} = k; \quad 3) Y_{22} = 0.$$

Все случаи нарушения этих условий и соответствующие схемы замещения реальных гираторов проводимости сведены в табл. 1-5.

**Конверторы сопротивления и проводимости.** Продолжим рассмотрение свойств четырехполюсников, являющихся преобразователями сопротивления. Определим эти свойства для идеальных конверторов сопротивления (табл. 1-6, № 1).

Для того чтобы при любых значениях  $Z_{\text{н}}$  выполнялось равенство

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\Delta_Z + Z_{11}Z_{\text{н}}}{Z_{22} + Z_{\text{н}}} = -kZ_{\text{н}},$$

нужно приравнять члены с одинаковыми степенями  $Z_{\text{н}}$ .

Находим

$$1) \Delta_Z = 0, \quad 2) Z_{11} = -kZ_{22}, \quad 3) Z_{22} = \infty \text{ (или } Z_{22} \gg Z_{\text{н}}).$$

Первое требование показывает, что на параметры четырехполюсника наложены жесткие ограничения, а сам четырехполюсник является вырожденным. Интересно отметить, что в конверторах сопротивления появляется возможность скомпенсировать паразитные параметры неидеальных преобразователей.

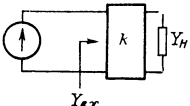
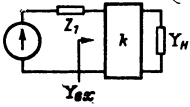
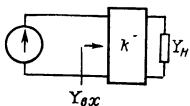
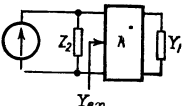
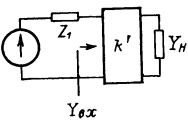
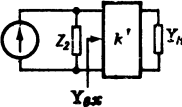
Действительно, пусть выполняются только условия 1 и 2, а влияние  $Z_{22}$  необходимо учитывать. В этом случае  $Z_{\text{вх}} = -\frac{kZ_{22}Z_{\text{н}}}{Z_{22} + Z_{\text{н}}}$ , а величина, обратная входному сопротивлению,

$$\frac{1}{Z_{\text{вх}}} = -\frac{Z_{22} + Z_{\text{н}}}{kZ_{22}Z_{\text{н}}} = -\frac{1}{kZ_{\text{н}}} - \frac{1}{kZ_{22}}.$$

Полученный результат показывает следующее. Если параметр  $Z_{22}$  является положительной вещественной

Таблица 1-5

## Схемы замещения инвертора проводимости

№ п.п.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Y-параметров
1		$Y_{BX} = \frac{k}{Y_H}$	$Y_{11} = 0; \quad Y_{22} = 0$ $\Delta Y = k$
2		$Y_{BX} = \frac{k}{Y_H},$ $Z_1 = \frac{k}{Y_{22}}$	$Y_{11} = 0; \quad Y_{22} \neq 0$ $\Delta Y = k$
3		$Y_{BX} = \frac{k'}{Y_H}$	$Y_{11} = 0; \quad Y_{22} = 0$ $\Delta Y = k' \neq k$
4		$Y_{BX} = \frac{k}{Y_H};$ $Z_2 = \frac{1}{Y_{11}}$	$Y_{11} \neq 0; \quad Y_{22} = 0$ $\Delta Y = k$
5		$Y_{BX} = \frac{k}{Y_H};$ $Z_1 = \frac{k'}{Y_{22}}$	$Y_{11} = 0; \quad Y_{22} \neq 0$ $\Delta Y = k' \neq k$
6		$Y_{BX} = \frac{k'}{Y_H};$ $Z_2 = \frac{1}{Y_{11}}$	$Y_{11} \neq 0; \quad Y_{22} = 0$ $\Delta Y = k' \neq k$

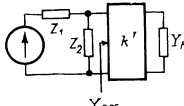
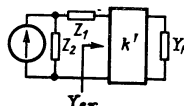
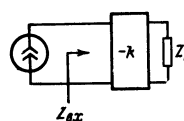
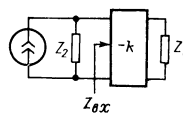
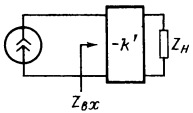
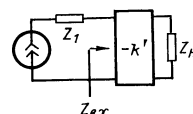
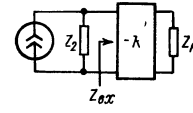
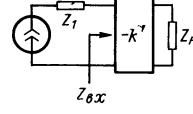
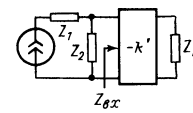
№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Y-параметров
7		$Y_{BX} = \frac{k'}{Y_H};$ $Z_1 = \frac{Y_{22}}{k};$ $k' = \frac{k}{1 - \frac{Y_{11}Y_{12}}{k}};$ $Z_2 = \frac{1 - \frac{Y_{11}Y_{22}}{k}}{Y_{11}}$	$Y_{11} \neq 0; \quad Y_{22} \neq 0$ $\Delta_Y = k$
8		$Y_{BX} = \frac{k'}{Y_H};$ $Z_1 = \frac{Y_{22}}{k'};$ $k' = k \left( 1 - \frac{Y_{11}Y_{22}}{k} \right);$ $Z_2 = \frac{1}{Y_{11}}$	$Y_{11} \neq 0; \quad Y_{22} \neq 0$ $\Delta_Y = k$

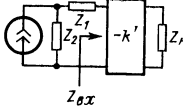
Таблица 1-6

Схемы замещения конвертора сопротивления

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
1		$Z_{BX} = -kZ_H$	$\Delta_Z = 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k$ $Z_{11} = \infty; \quad Z_{22} = \infty$
2		$Z_{BX} = -kZ_H;$ $Z_2 = -kZ_{22}$	$\Delta_Z = 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k$ $Z_{11} \neq \infty; \quad Z_{22} \neq \infty$

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
3		$Z_{BX} = -k'Z_H$	$\Delta Z = 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k' = -k$ $Z_{11} = \infty; \quad Z_{22} = \infty$
4		$Z_{BX} = -k'Z_H;$ $Z_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{22}}$	$\Delta Z \neq 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k$ $Z_{11} \neq \infty; \quad Z_{22} \neq \infty$
5		$Z_{BX} = -k'Z_H;$ $Z_2 = k'Z_{22}$	$\Delta Z = \infty; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k' \neq -k,$ $Z_{11} \neq \infty; \quad Z_{22} \neq \infty$
6		$Z_{BX} = -k'Z_H;$ $Z_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{22}}$	$\Delta Z = 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k'$ $Z_{11} = \infty; \quad Z_{22} = \infty$
7		$Z_{BX} = -k'Z_H;$ $Z_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{22}};$ $k' = k \left( 1 - \frac{\Delta Z}{Z_{11}Z_{22}} \right);$ $Z_2 = \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}}$	$\Delta Z \neq 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k$ $Z_{11} \neq \infty; \quad Z_{22} \neq \infty$



№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
8		$Z_{вх} = -k' Z_{н};$ $Z_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{22}} \frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta Z}{Z_{11} Z_{22}}\right)}$ $k' = \frac{k}{1 - \frac{\Delta Z}{Z_{11} Z_{22}}};$ $Z_2 = Z_{11}$	$\Delta Z \neq 0; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k$ $Z_{11} \neq \infty; \quad Z_{22} \neq \infty$

функцией (для реальных схем, работающих в диапазоне частот, на которых можно пренебречь емкостями переходов транзисторов,  $Z_{22}$  — положительное вещественное число), то эквивалентная схема реального конвертора представляет собой идеальный конвертор, параллельно входным зажимам которого присоединена отрицательная проводимость (табл. 1-6, № 2). Тогда, присоединяя параллельно входным зажимам реального конвертора положительную проводимость  $Y_K = 1/(kZ_{22})$ , получим скомпенсированный конвертор. Если же величина  $Z_{22}$  отрицательная, то скомпенсировать конвертор можно включением сопротивления параллельно нагрузочному.

Теперь рассмотрим случай, когда выполняются условия 2 и 3, а условие 1 нарушается, т. е.  $\Delta Z \neq 0$ . При этом

$$Z_{вх} = \frac{\Delta Z + Z_{11} Z_{н}}{Z_{22}} = \frac{\Delta Z}{Z_{22}} - k Z_{н},$$

и конвертор замещается эквивалентной схемой со включенным последовательно сопротивлением  $Z_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{22}} = \frac{1}{Y_{11}}$  (табл. 1-6, № 4). В схемах конверторов отрицательного импеданса величина  $Z_{22}$  может получиться отрицательной, так как при выполнении условий 2

$$\frac{\Delta Z}{Z_{22}} = \frac{-Z_{22}^2 - Z_{12} Z_{21}}{Z_{22}},$$

а с учетом выполнения условия 3 получим  $\Delta_Z/Z_{22} = -Z_{22}$ , так что  $Z_{вх} = -Z_{22} = -kZ_H$ . Поэтому для компенсации достаточно включить последовательно со входом компенсирующее сопротивление  $Z_K = Z_{22}$ . Если же величина  $Z_{22}$  отрицательна (т. е.  $\Delta_Z/Z_{22}$  — положительна), то для компенсации следует включить последовательно с нагрузочным сопротивлением компенсирующее сопротивление  $Z_K' = -1/(kZ_{22})$ .

Таким образом, компенсация достижима в любом случае.

Если же выполнены условия 1 и 3, но  $Z_{11} = -k'Z_{22}$ , причем  $k' \neq k$ , то мы имеем конвертор сопротивления, у которого фактор конверсии отличается от заданного и  $Z_{вх} = -k'Z_H$  (табл. 1-6, № 3). Как правило, для применений конвертора это отличие величины  $k'$  и  $k$  несущественно и никакой компенсации при этом не проводится. Это замечание мы учтем при дальнейшем изложении.

Теперь рассмотрим варианты, когда условия идеальности 1—3 конвертора нарушаются попарно и выполняется только одно условие.

Если выполнено условие  $\Delta_Z = 0$  (табл. 1-6, № 5), а  $Z_{11} = -k'Z_{22}$  и необходимо учитывать влияние  $Z_{22}$  вследствие сравнимости этого параметра с сопротивлением нагрузки, то

$$\begin{aligned} Z_{вх} &= \frac{Z_{11}Z_H}{Z_{22} + Z_H} = -\frac{k'Z_H Z_{22}}{Z_{22} + Z_H} = -k' \frac{1}{\frac{1}{Z_{22}} + \frac{1}{Z_H}} = \\ &= \frac{1}{-\frac{1}{k'Z_H} - \frac{1}{k'Z_{22}}} . \end{aligned}$$

Эти формы записи входного сопротивления показывают, что можно также получить компенсированный конвертор, у которого  $Z_{вх} = -k'Z_H$  либо включением проводимости  $-1/Z_{22}$  параллельно нагрузке при  $Z_{22}$  отрицательном, либо включением проводимости  $1/(k'Z_{22})$  параллельно входным зажимам конвертора.

При выполнении только условия 3, т. е. при  $Z_{22} \rightarrow \infty$ , получаем

$$Z_{вх} = \frac{\Delta_Z - k'Z_{22}Z_H}{Z_{22}} = \frac{1}{Y_{11}} - k'Z_H.$$

Отсюда видно, что и в этом случае можно получить компенсированный конвертор, включая последовательно со входным зажимом сопротивление  $-1/Y_{11}$ , если  $Y_{11}$  — отрицательная величина (правильнее было бы сказать «отрицательная вещественная функция»), либо включая последовательно с нагрузкой сопротивление  $1/(k'Y_{11})$ , если  $Y_{11}$  — положительная величина (табл. 1-6, № 6).

Отметим, что смысл компенсации в рассмотренных примерах сводится к следующему. Если эквивалентная схема приводит к конвертору, перед которым включены отрицательные сопротивления, то компенсирующие сопротивления включаются также перед конвертором, а если они положительны, то компенсирующие сопротивления включаются после конвертора, перед нагрузкой. При этом компенсация последовательного сопротивления осуществляется последовательно включаемым сопротивлением (либо во входной зажим конвертора, либо последовательно с нагрузкой), а компенсация параллельного сопротивления осуществляется подключением компенсирующего сопротивления либо параллельно входным зажимам конвертора, либо параллельно нагрузке.

Нетрудно предположить теперь, что когда выполняется только условие  $Z_{11} = -kZ_{22}$ , а  $\Delta_Z \neq 0$  и необходимо учитывать влияние  $Z_{22}$ , то схема конвертора приведет к четырехполюснику, перед которым включены два сопротивления (табл. 1-6, № 7 и 8). Расчет этих сопротивлений и нового коэффициента преобразования производится путем составления уравнения для входного сопротивления и приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях  $Z_n$ . Одно из этих сопротивлений, или оба могут быть отрицательными.

Из разбора предыдущих, более простых, случаев следует, что всегда сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  можно скомпенсировать. В зависимости от схемы приведения конвертора и знака получающихся паразитных сопротивлений  $Z_1$  и  $Z_2$  возможны шесть вариантов введения компенсирующих сопротивлений (табл. 1-7). При этом два из них оказываются некомпенсированными с помощью включения сопротивлений на входе и выходе четырехполюсника (рис. 1-2). Однако заметим, что в первом некомпенсируемом случае (рис. 1-2, а)  $Z_1 = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}}$ ;

Таблица 1-7

## Схемы включения компенсирующих сопротивлений

№ пп.	Схема включения	Схема приведения	Условия приведения
1		1-я	$Z_1 < 0; \quad Z_2 > 0$
2		2-я	$Z_1 > 0; \quad Z_2 < 0$
3		2-я	$Z_1 < 0; \quad Z_2 < 0$
4		1-я	$Z_1 < 0; \quad Z_2 < 0$
5		1-я	$Z_1 > 0; \quad Z_2 > 0$
6		2-я	$Z_1 > 0; \quad Z_2 > 0$

$Z_2 = kZ_{22} \left( 1 + \frac{\Delta Z}{kZ_{22}^2} \right)$  и величина  $\frac{\Delta Z}{kZ_{22}^2}$  мала по сравнению с единицей ( $k'$  обычно отличается от  $k$  на 1—5%), то при  $Z_1 > 0$  и  $Z_2 < 0$  должно быть  $Z_{22} < 0$  и  $\Delta Z < 0$ . Но тогда вместо первой эквивалентной схемы конвертора можно выбрать вторую (табл. 1-6, № 8), а для нее

$$Z_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{22} \left( 1 + \frac{\Delta Z}{kZ_{22}^2} \right)}$$

будет положительной величиной, и компенсация будет возможна при любом знаке сопротивления  $Z_2$ .

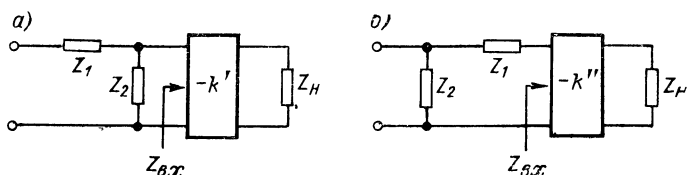


Рис. 1-2. Некомпенсируемые схемы приведения конверторов сопротивления: а —  $Z_1 > 0$ ,  $Z_2 < 0$ ,  $Z_{BX} = -k'Z_H$ ; б —  $Z_1 < 0$ ,  $Z_2 > 0$ ,  $Z_{BX} = -k''Z_H$

Таким же образом можно убедиться, что второй некомпенсируемый случай (рис. 1-2, б) при приведении к эквивалентной схеме рис. 1-2, а становится компенсируемым. Поэтому в дальнейшем будем всегда предполагать, что эквивалентная схема конвертора приведена к компенсируемому варианту. Для определения величины компенсирующих сопротивлений их располагают с надлежащей стороны четырехполюсника и составляют уравнение входного сопротивления. Затем, приравнявая коэффициенты при равных степенях  $Z_H$ , решают получившиеся уравнения относительно  $Z_{1к}$  и  $Z_{2к}$ .

Поясним сказанное расчетным примером. Пусть эквивалентная схема конвертора приведена ко второму варианту (рис. 1-3, а) причем  $Z_1 > 0$ ,  $Z_2 < 0$  и  $k' = \frac{k}{1 - \Delta Z / (Z_{11} Z_{22})}$ . Тогда, располагая одно из компенсирующих сопротивлений  $Z_{1к}$  перед четырехполюсником, а второе  $Z_{2к}$  после четырехполюсника, согласно рис. 1-3, б найдем, что  $Z_{1к} = Z_2 = Z_1$ ,

$$Z_{2к} = \frac{Z_1}{k'} = \frac{\Delta Z}{kZ_{22}} = -\frac{\Delta Z}{Z_{11}} = -\frac{1}{Y_{22}}.$$

Аналогичные выводы по вопросу компенсации конверторов проводимости можно получить, рассматривая функцию входной проводимости

$$Y_{\text{вх}} = \frac{\Delta Y + Y_{11} Y_{\text{н}}}{Y_{22} + Y_{\text{н}}} = -k Y_{\text{н}}.$$

Требования, предъявляемые к матрице  $Y$ -параметров конвертора, заключаются в следующем:

- 1)  $\Delta Z = 0$ ; 2)  $Y_{11} = -k Y_{22}$ ; 3)  $Y_{22} = \infty$  (или  $Y_{22} \gg Y_{\text{н}}$ ).

Рассматривая частные случаи нарушения этих условий, также можно прийти к выводу, что конверторы проводимости поддаются компенсации. Компенсация осу-

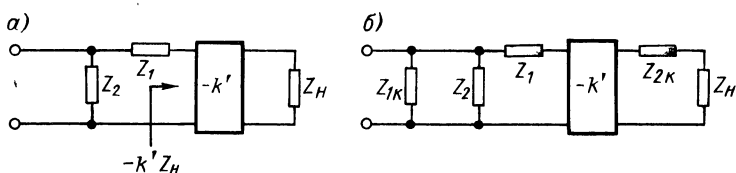


Рис. 1-3. К расчету компенсирующих сопротивлений: а — выбранная схема замещения; б — подключение компенсирующих сопротивлений

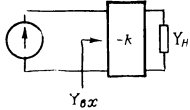
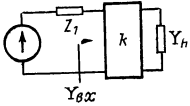
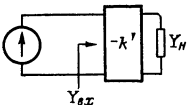
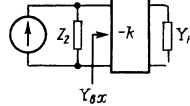
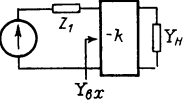
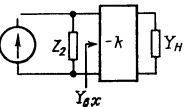
ществляется на тех же принципах, что и компенсация конверторов сопротивления, включением сопротивлений по схемам табл. 1-7. Здесь также можно выделить некомпенсируемые случаи, которые при переходе к другим эквивалентным схемам становятся компенсируемыми.

В табл. 1-8 представлены эквивалентные схемы, соответствующие различным случаям нарушения требований 1—3, предъявляемых к матрице  $Y$ -параметров идеального конвертора проводимости. Полученные результаты позволяют рассматривать только компенсированные конверторы, у которых  $Z_{\text{вх}} = -k'Z_{\text{н}}$  или  $Y_{\text{вх}} = -k'Y_{\text{н}}$ , причем величина  $k' = k + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — достаточно малая добавка.

**Отрицательные инверторы сопротивления и проводимости [отрицательные гираторы].** Как было отмечено, отрицательные инверторы сопротивления и проводимости не нашли широкого применения в практике синтеза электрических цепей. Однако для завершения общей теории, дадим кратную сводку свойств этих преобразователей.

Таблица 1-8

## Схемы замещения конвертора проводимости

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Y-параметров
1		$Y_{BX} = -k Y_H$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = -k$ $Y_{11} = \infty; Y_{22} = \infty$
2		$Y_{BX} = -k Y_H; Z_1 = \frac{1}{Y_{11}}$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = -k$ $Y_{11} \neq \infty; Y_{22} \neq \infty$
3		$Y_{BX} = -k' Y_H$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = -k'$ $Y_{11} = \infty; Y_{22} = \infty$
4		$Y_{BX} = -k Y_H; Z_2 = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}$	$\Delta Y \neq 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = -k$ $Y_{11} = \infty; Y_{22} = \infty$
5		$Y_{BX} = -k' Y_H; Z_1 = \frac{1}{Y_{11}}$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = -k'$ $Y_{11} \neq \infty; Y_{22} \neq \infty$
6		$Y_{BX} = -k' Y_H; Z_2 = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}$	$\Delta Y = 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = -k'$ $Y_{11} = \infty; Y_{22} = \infty$

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Y-параметров
7		$Y_{BX} = -k'Y_H; Z_1 = \frac{1}{Y_{11}}$ $k' = \frac{k}{1 - \frac{\Delta Y}{Y_{11}Y_{22}}};$ $Z_2 = \frac{Y_{22}}{\Delta Y} \left( 1 - \frac{\Delta Y}{Y_{11}Y_{22}} \right)$	$\Delta Y \neq 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = -k$ $Y_{11} \neq \infty; Y_{22} \neq \infty$
8		$Y_{BX} = -k'Y_H; Z_1 = \frac{Y_{22}}{Y_{12}Y_{21}}$ $k' = k \left( 1 - \frac{\Delta Y}{Y_{11}Y_{12}} \right); Z_2 = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}$	$\Delta Y \neq 0; \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = -k$ $Y_{11} \neq \infty; Y_{22} \neq \infty$

Таблица 1-9

Схемы замещения отрицательного инвертора сопротивления

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
1		$Z_{BX} = -\frac{k}{Z_H}$	$Z_{11} = 0; Z_{22} = 0$ $\Delta Z = -k$
2		$Z_{BX} = -\frac{k}{Z_H}; Z_2 = -\frac{k}{Z_{22}}$	$Z_{11} = 0; Z_{22} \neq 0$ $\Delta Z = -k$
3		$Z_{BX} = -\frac{k'}{Z_H}$	$Z_{11} = 0; Z_{22} = 0$ $\Delta Z = -k' \neq -k$



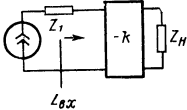
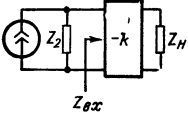
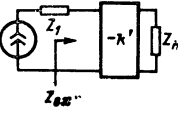
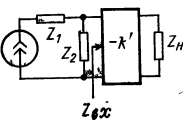
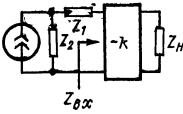
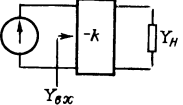
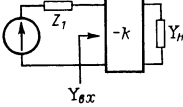
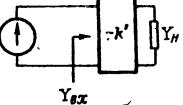
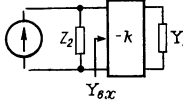
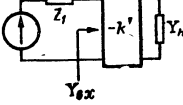
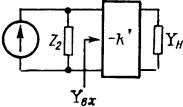
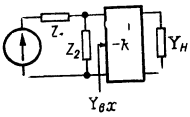
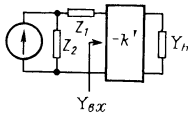
№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Z-параметров
4		$Z_{BX} = -\frac{k}{Z_H}; Z_1 = Z_{11}$	$Z_{11} \neq 1; Z_{22} = 0$ $\Delta_Z = -k$
5		$Z_{BX} = -\frac{k'}{Z_H}; Z_2 = -\frac{k'}{Z_{22}}$	$Z_{11} = 0; Z_{22} \neq 0$ $\Delta_Z = -k' \neq -k$
6		$Z_{BX} = -\frac{k'}{Z_H}; Z_1 = Z_{11}$	$Z_{11} \neq 0; Z_{22} = 0$ $\Delta_Z = -k' \neq -k$
7		$Z_{BX} = -\frac{k'}{Z_H}; Z_1 = Z_{11}$ $k' = k \left( 1 + \frac{Z_{11}Z_{22}}{k} \right);$ $Z_2 = -\frac{k'}{Z_{22}}$	$Z_{11} \neq 0; Z_{22} \neq 0$ $\Delta_Z = -k$
8		$Z_{BX} = -\frac{k'}{Z_H}; Z_1 = \frac{Z_{11}}{1 + \frac{Z_{11}Z_{22}}{k}}$ $k' = \frac{k}{1 + \frac{Z_{11}Z_{22}}{k}}; Z_2 = -\frac{k}{Z_{22}}$	$Z_{11} \neq 0; Z_{22} \neq 0$ $\Delta_Z = -k$

Таблица 1-10

## Схемы замещения отрицательного инвертора проводимости

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Y-параметров
1		$Y_{BX} = -\frac{k}{Y_H}$	$Y_{11} = 0; Y_{22} = 0$ $\Delta_Y = -k$
2		$Y_{BX} = -\frac{k}{Y_H}; Z_1 = -\frac{k}{Y_{22}}$	$Y_{11} = 0; Y_{22} \neq 0$ $\Delta_Y = -k$
3		$Y_{BX} = -\frac{k'}{Y_H}$	$Y_{11} = 0; Y_{22} = 0$ $\Delta_Y = -k' \neq -k$
4		$Y_{BX} = -\frac{k}{Y_H}; Z_2 = \frac{1}{Y_{11}}$	$Y_{11} \neq 0; Y_{22} = 0$ $\Delta_Y = -k$
5		$Y_{BX} = -\frac{k'}{Y_H}; Z_1 = -\frac{k'}{Y_{22}}$	$Y_{11} = 0; Y_{22} \neq 0$ $\Delta_Y = -k' \neq -k$
6		$Y_{BX} = -\frac{k'}{Y_H}; Z_2 = \frac{1}{Y_{11}}$	$Y_{11} \neq 0; Y_{22} = 0$ $\Delta_Y = -k' \neq -k$

№ пп.	Схема	Уравнения, определяющие параметры схемы	Условия, связывающие элементы матрицы Y-параметров
7		$Y_{BX} = -\frac{k'}{Y_H}; Z_1 = -\frac{Y_{21}}{k}$ $k' = \frac{k}{1 - \frac{Y_{11}Y_{22}}{k}};$ $Z_2 = \frac{1 + \frac{Y_{11}Y_{22}}{k}}{Y_{11}}$	$Y_{11} \neq 0; Y_{22} \neq 0$ $\Delta_Y = -k$
8		$Y_{BX} = -\frac{k'}{Y_H}; Z_1 = -\frac{Y_{22}}{k'}$ $k' = k \left( 1 + \frac{Y_{11}Y_{22}}{k} \right);$ $Z_2 = \frac{1}{Y_{11}}$	$Y_{11} \neq 0; Y_{22} \neq 0$ $\Delta_Y = -k$

Для отрицательных инверторов сопротивления ( $Z_{BX} = -kZ_H$ ) необходимо выполнить следующие требования для матрицы Z-параметров (табл. 1-9, № 1): 1)  $Z_{11} = 0$ ; 2)  $Z_{22} = 0$ ; 3)  $\Delta_Z = -k$ .

У отрицательных инверторов проводимости аналогичные требования выполняются для Y-параметров (табл. 1-10, № 1): 1)  $Y_{11} = 0$ ; 2)  $Y_{22} = 0$ ; 3)  $\Delta_Y = -k$ .

Нарушение этих условий приводит к появлению в эквивалентной схеме паразитных сопротивлений (табл. 1-9 и 1-10, № 2—8). Если получающиеся паразитные сопротивления отрицательны, то их легко компенсировать соответствующим подключением положительных сопротивлений со входной стороны преобразователя. Если же они положительные, то компенсация производится подключением сопротивлений с выходной стороны преобразователя, причем при этом последовательное сопротивление на входе компенсируется сопротивлением, подключенным параллельно нагрузке, и наоборот, параллельное положительное паразитное сопротивление преобразователя на входе компенсируется включением последовательно с нагрузкой компенсирующего сопротивления.

#### 1-4. Уравнения токов и напряжений на зажимах преобразователей

Мы рассмотрели требования, которые необходимо предъявить к матрице  $Y$ - и  $Z$ -параметров преобразователей. Требования эти очень жесткие, и, кроме того, из матриц не вытекает способа, реализующего эти условия.

Разберем уравнения, которым должны подчиняться токи и напряжения на зажимах преобразователей, а затем попытаемся обрисовать те схемные решения, с помощью которых можно выполнить условия, связывающие токи и напряжения на зажимах преобразователя.

Мы уже упоминали о том, что матрицы  $Z$ - и  $Y$ -параметров масштабных преобразователей и конверторов сопротивления и проводимости для идеальных четырехполюсников являются вырожденными. Поэтому описание таких преобразователей более удобно проводить с помощью других матриц параметров, сохранив систему  $Y$ - и  $Z$ -параметров для неидеальных преобразователей. В частности, наиболее подходящей системой для описания идеальных преобразователей всех типов является система  $A$ -параметров, так как по элементам  $A$ -матрицы, как мы увидим, легко определить коэффициенты передачи усилителей, входящих в схему преобразователя.

Рассматриваемые ниже уравнения переменных на зажимах преобразователя и являются ничем иным, как описанием его с помощью  $A$ -матрицы. В этом случае удобнее выбрать положительное направление выходного тока, направленным в нагрузку. Сделав эти предварительные замечания, вернемся к рассмотрению преобразователей.

Для масштабного преобразователя сопротивления входное сопротивление будет определяться формулой

$$Z_{вх} = U_1/I_1 = kZ_n.$$

С учетом сказанного  $Z_n = U_2/I_2$ , откуда  $U_1/I_1 = k U_2/I_2$ .

Видим, что уравнение имеет два основных решения:

$$U_1 = kU_2; \quad I_1 = I_2, \quad (1-1)$$

$$U_1 = U_2; \quad I_1 = \frac{1}{k} I_2. \quad (1-2)$$

Конечно, исходному уравнению может удовлетворять бесчисленное множество решений вида:

$$U_1 = k'U_2; \quad I_1 = k''I_2,$$

причем единственное условие, которому должны подчиняться постоянные  $k'$  и  $k''$ , заключается в том, чтобы  $k'/k'' = k$ . Но мы выделили решения (1-1) и (1-2), назвав их основными, потому что они указывают на способ реализации преобразователя.

Рассмотрим первое решение. Уравнения (1-1) описывают преобразователь с преобразованием напряжения. По ним видно, что, имея в своем распоряжении идеальный усилитель напряжения, можно попытаться реализовать преобразователь сопротивления, воспользовавшись тем свойством, что токи, текущие в выходных зажимах идеального усилителя напряжения, одинаковы (свойства идеальных усилителей рассмотрены в § 1-5). Напряжение  $U_1$  получается усилением напряжения  $U_2$ . Хотя эти рассуждения являются чисто качественными и более наглядное обоснование получается при привлечении к синтезу преобразователей теории графов [32], они показывают направление поиска при синтезе преобразователей и в известной степени поясняют, как возникли рассматриваемые ниже схемы преобразователей.

Уравнения (1-2) описывают масштабный преобразователь импеданса с преобразованием тока и показывают, что для его реализации необходим идеальный усилитель тока.

Если обратиться к масштабному преобразователю проводимости, для которого

$$Y_{вх} = I_1/U_1 = kY_n = kI_2/U_2,$$

то уравнение, связывающее переменные на его зажимах,  $I_1/U_1 = k I_2/U_2$  тоже имеет два основных решения

$$U_1 = U_2; \quad I_1 = kI_2, \quad (1-3)$$

$$U_1 = \frac{1}{k} U_2; \quad I_1 = I_2, \quad (1-4)$$

и здесь также различаются преобразователи проводимости с преобразованием тока и с преобразованием напряжения. Хотя внешне уравнения (1-1) и (1-4) и (1-2) и (1-3) попарно похожи между собой (эти пары отличаются лишь заменой  $k$  на  $1/k$  в одном из уравнений), реализа-

ция схем по этим уравнениям приводит к тому, что в одном случае необходимо, чтобы усиление было направлено от входных зажимов преобразователя к выходным, а в другом — от выходных ко входным. Это, как мы далее увидим, меняет условие абсолютной устойчивости на входных зажимах схемы. В зависимости от направления усиления преобразователь становится либо устойчивым при холостом ходе на входных зажимах (в этом случае мы будем иметь масштабное преобразование сопротивления), либо устойчивым при коротком замыкании на входных зажимах (в этом случае мы говорим о масштабном преобразовании проводимости).

Рассматривая уравнение конвертора сопротивления

$$Z_{\text{вх}} = U_1/I_1 = -kZ_{\text{н}} = -kU_2/I_2,$$

получим, что здесь также существуют два основных решения для переменных на зажимах:

$$U_1 = -kU_2; \quad I_1 = I_2, \quad (1-5)$$

$$U_1 = U_2; \quad I_1 = -\frac{1}{k} I_2. \quad (1-6)$$

Выражения (1-5) описывают конвертор с конверсией напряжения, а (1-6) — конвертор с конверсией тока. Для конвертора отрицательной проводимости:  $I_1/U_1 = -k I_2/U_1$ , и два основных решения описываются уравнениями

$$U_1 = -\frac{1}{k} U_2; \quad I_1 = I_2, \quad (1-7)$$

$$U_1 = U_2; \quad I_1 = -kI_2, \quad (1-8)$$

относящимися к конвертору с конверсией напряжения и тока соответственно.

Получим теперь основные решения для инверторов сопротивления и проводимости (гираторов). Рассматривая положительный инвертор сопротивления, получим  $U_1/I_1 = k I_2/U_2$ .

Так как постоянная  $k$  в этом случае имеет размерность квадрата сопротивления, то основные решения удобно записать в следующем виде:

$$U_1 = \sqrt{k} I_2; \quad \sqrt{k} I_1 = U_2, \quad (1-9)$$

$$U_1 = -\sqrt{k} I_2; \quad -\sqrt{k} I_1 = U_2. \quad (1-10)$$

Эти уравнения показывают, что схемы, соответствующие этим уравнениям, могут быть реализованы с помощью усилителей, коэффициент усиления которых имеет размерность сопротивления (ведь входной величиной здесь является  $I_1$ , и она будет определять все остальные величины в схеме гиратора).

Для положительного инвертора проводимости уравнение переменных на зажимах  $I_1/U_1 = k U_2/I_2$  имеет два основных решения

$$I_1 = \sqrt{k} U_2; \quad \sqrt{k} U_1 = I_2, \quad (1-11)$$

$$I_1 = -\sqrt{k} U_2; \quad -\sqrt{k} U_1 = I_2, \quad (1-12)$$

по которым видно, что эти устройства должны быть реализованы с помощью усилителей, коэффициент усиления которых имеет размерность проводимости.

Наконец, отрицательные инверторы сопротивления описываются следующими основными уравнениями:

$$U_1 = -\sqrt{k} I_2; \quad \sqrt{k} I_1 = U_2, \quad (1-13)$$

$$U_1 = \sqrt{k} I_2; \quad -\sqrt{k} I_1 = U_2, \quad (1-14)$$

а отрицательные инверторы проводимости уравнениями

$$I_1 = -\sqrt{k} U_2; \quad \sqrt{k} U_1 = I_2, \quad (1-15)$$

$$I_1 = \sqrt{k} U_2; \quad -\sqrt{k} U_1 = I_2, \quad (1-16)$$

показывающими, что они также реализуются с помощью усилителей типа «сопротивление» (1-13) и (1-14) или типа «проводимость» (1-15) и (1-16).

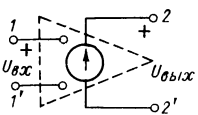
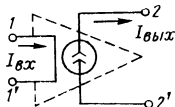
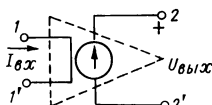
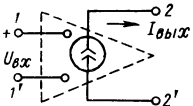
### **1-5. Идеальные усилители, предназначенные для синтеза схем преобразователей**

Идеальными усилителями мы будем называть такие усилители, у которых коэффициент передачи имеет заданное значение, а входные и выходные сопротивления или проводимости равны нулю или бесконечности. Выходной координатой идеального усилителя считается та величина, которая не меняется при изменении сопротивления нагрузки, а входной координатой является напряжение, если входное сопротивление бесконечно велико, или ток, если оно бесконечно мало. Свойства и основные характеристики идеальных усилителей отражены в табл. 1-11, откуда видно, что у идеального усилителя входные зажимы изолированы от выходных, благодаря чему при включении уси-

лителя в схему токи через зажимы 1 и 1' для усилителей с нулевым входным сопротивлением и через зажимы 2 и 2' у усилителей с нулевым выходным сопротивлением оказываются одинаковыми.

Таблица 1-11

Идеальные усилители и их основные свойства

№ п. п	Эквивалентная схема	Коэффициент передачи	Входные и выходные параметры
1		$K_U = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}$	$y_{\text{вх}} = 0;$ $r_{\text{вых}} = 0$
2		$K_I = \frac{I_{\text{вых}}}{I_{\text{вх}}}$	$r_{\text{вх}} = 0;$ $y_{\text{вых}} = 0$
3		$R_T = \frac{U_{\text{вых}}}{I_{\text{вх}}}$	$r_{\text{вх}} = 0;$ $r_{\text{вых}} = 0$
4		$G_T = \frac{I_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}$	$y_{\text{вх}} = 0;$ $y_{\text{вых}} = 0$

Коэффициент усиления усилителя считается положительным, если полярности токов и напряжений усилителя соответствуют указанным в табл. 1-11. Поэтому для решения вопроса о знаке коэффициента усиления необходима четкая ориентация входных зажимов относительно выходных. В схемах усилителей, реализуемых с помощью электронных приборов, зажимы 1 и 2 оказываются гальванически связанными. Это обстоятельство облегчает ориентацию входа относительно выхода, так как шина, соединяющая точки 1 и 2, принимается за общий отсчетный зажим, но, как мы увидим далее, приводит к существенным ограничениям выбора схем преобразователей, реализуемых с помощью реальных усилителей.



Отклонения величин  $r_{вх}$ ,  $U_{вх}$ ,  $r_{вых}$  и  $U_{вых}$  от нуля приводят к возникновению паразитных параметров усилителей. При работе усилителя в схеме преобразователя эти отклонения определяют вместе с коэффициентом усиления основные параметры эквивалентной схемы реального преобразователя.

## 1-6. Немостовые преобразователи сопротивления и проводимости

Мы видели, что преобразователи характеризуются парными уравнениями связи (1-1) — (1-16) между переменными на зажимах преобразователей. Выполнение уравнений связи обеспечивается либо за счет соотношений в схеме, включающей усилитель, охваченный глубокой отрицательной обратной связью (как это делается в ряде мостовых преобразователей, рассматриваемых ниже), либо за счет свойств идеальных усилителей для немостовых преобразователей. В масштабных преобразователях и конверторах одно из уравнений связи обеспечивается за счет коэффициента передачи, а второе — за счет идеальности входных и выходных параметров усилителя. В положительных и отрицательных инверторах немостового типа оба уравнения связи обеспечиваются за счет коэффициента передачи двух идеальных усилителей.

**Немостовые масштабные преобразователи сопротивления и проводимости.** На рис. 1-4 показаны простейшие масштабные преобразователи сопротивления (*а* и *в*) и проводимости (*б* и *г*). Выберем, например, схему рис. 1-4, *а*. Поскольку усилитель тока в этой схеме идеальный и его входное сопротивление  $r_{вх} = 0$ , то напряжение на входе четырехполюсника будет равно напряжению на нагрузке. С другой стороны, ток в нагрузке складывается из входного тока преобразователя и выходного тока усилителя. Так как коэффициент усиления по току выбран равным  $k=1$ , то, очевидно, для схемы рис. 1-4, *а* выполняются соотношения:  $U_1 = U_2$  и  $I_1 = \frac{1}{k} I_2$ , т. е. мы имеем преобразователь с преобразованием тока. Определим теперь  $Z$ -параметры этого четырехполюсника, присоединив к выходным зажимам источник тока, направленный внутрь четырехполюсника (рис. 1-5). Согласно требованиям, определенным для матрицы  $Z$ -параметров, масштабный преобразователь яв-

ляется вырожденным четырехполюсником, поэтому присоединим параллельно выходным зажимам сопротивление  $Z_0$ , а затем устремим его величину к бесконечности. Составляя уравнения полученного таким образом четырехполюсника, находим

$$U_1 = kZ_0 I_1 + I_2 Z_0; \quad U_2 = kZ_0 I_1 + I_2 Z_0,$$

откуда

$$[Z] = \begin{bmatrix} kZ_0 & Z_0 \\ kZ_0 & Z_0 \end{bmatrix}.$$

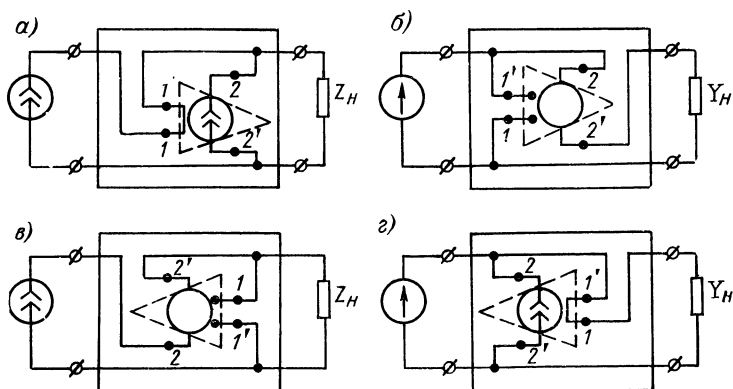


Рис. 1-4. Масштабные преобразователи сопротивления (а, в) и проводимости (б, г). Коэффициент усиления усилителей во всех схемах равен  $k-1$

Получается, что  $\Delta_Z = 0$  и  $Z_{11} = kZ_{22}$  при любом сопротивлении  $Z_0$ , так как  $Z_{22} = Z_0$ , то при  $Z_0 \rightarrow \infty$  будет выполнено и третье условие, предъявляемое к матрице  $Z$ -параметров идеального масштабного преобразователя сопротивления.

Предположим, что генератор тока, от которого подается управляющий сигнал, обладает отличной от нуля внутренней проводимостью  $Y_r$  (рис. 1-6). Теперь уже выходной ток усилителя не идет полностью в нагрузку, а часть его через проводимость  $Y_r$  ответвляется на вход усилителя, т. е. в схеме появляется обратная связь. Нетрудно подсчитать величину возвратной разности [6, 31]:

$$F = 1 + (k-1) \frac{Y_r}{Y_r + 1/Z_H}.$$

Величина возвратной разности при сохранении конечного усиления становится равной 1 либо при  $Y_r = 0$ , либо при  $Z_n = 0$ . При этом обратная связь, охватывающая усилитель тока, разрывается, что дает основание говорить о преобразователе, абсолютно устойчивом при холостом ходе на входных зажимах или при коротком замыкании на выходных.

В остальных случаях вопрос устойчивости должен решаться на основании изучения частотного поведения возвратной разности и применяемых для этого критериев устойчивости [6, 19, 31].

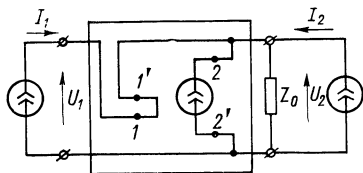


Рис. 1-5. Определение Z-параметров масштабного преобразователя сопротивления

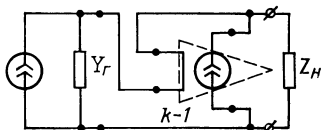


Рис. 1-6. Возникновение обратной связи, охватывающей усилитель, в схеме с преобразователем

Возникновение обратной связи при неидеальных задающих генераторах характерно для всех схем с преобразователями. Именно в таких условиях оказывается преобразователь, работающий, например, в схеме фильтра. Этот факт не следует упускать из виду при синтезе схем с любыми преобразователями, сопротивления и проводимости.

При необходимости следует учитывать паразитные параметры усилителя и определять полную эквивалентную схему преобразователя. Так, для рассматриваемой схемы масштабных преобразователей сопротивления (рис. 1-4, а) учет конечного  $r_{вх}$  и  $y_{вых}$  усилителя дает следующие уравнения узловых потенциалов для узлов 1 и 2 (рис. 1-7, а):

$$U_1 \frac{1}{r_{вх}} - U_2 \frac{1}{r_{вх}} = I_1,$$

$$- U_2 \frac{1}{r_{вх}} + U_2 \left( \frac{1}{r_{вх}} + y_{вых} \right) = I_2 + I_{вх} (k - 1),$$

или, так как  $I_{\text{BX}} = \frac{1}{r_{\text{BX}}} (U_1 - U_2)$ ,

$$\begin{cases} U_1 - U_2 = I_1 r_{\text{BX}}; \\ -U_1 k + U_2 (k + r_{\text{BX}} y_{\text{ВЫХ}}) = I_2 r_{\text{BX}}. \end{cases}$$

Решая эти уравнения относительно  $U_1$  и  $U_2$ , найдем:

$$U_1 = \frac{k + r_{\text{BX}} y_{\text{ВЫХ}}}{y_{\text{ВЫХ}}} I_1 + \frac{1}{y_{\text{ВЫХ}}} I_2,$$

$$U_2 = \frac{k}{y_{\text{ВЫХ}}} I_1 + \frac{1}{y_{\text{ВЫХ}}} I_2,$$

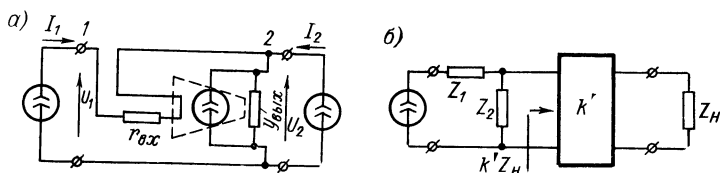


Рис. 1-7. Определение эквивалентной схемы масштабного преобразователя сопротивления: а — вычисление  $Z$ -параметров, б — эквивалентная схема ( $Z_1 = r_{\text{BX}}$ ,  $Z_2 = k/y_{\text{ВЫХ}}$ ,  $k' = k$ )

т. е. для этой схемы

$$Z_{11} = \frac{k + r_{\text{BX}} y_{\text{ВЫХ}}}{y_{\text{ВЫХ}}}; \quad Z_{12} = \frac{1}{y_{\text{ВЫХ}}}; \quad Z_{22} = \frac{1}{y_{\text{ВЫХ}}};$$

$$Z_{21} = \frac{k}{y_{\text{ВЫХ}}}; \quad \Delta_Z = \frac{r_{\text{BX}}}{y_{\text{ВЫХ}}}.$$

По этим параметрам можно вычислить элементы эквивалентной схемы преобразователя, воспользовавшись табл. 1-2. Выбирая, например, первый вариант эквивалентной схемы замещения (табл. 1-2, № 7), найдем:

$$Z_1 = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}} = r_{\text{BX}}; \quad Z_2 = \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{22}} = \frac{k}{y_{\text{ВЫХ}}};$$

$$k' = (k + r_{\text{BX}} y_{\text{ВЫХ}}) \left( 1 - \frac{r_{\text{BX}} y_{\text{ВЫХ}}}{y_{\text{ВЫХ}} r_{\text{BX}} + k} \right) = k.$$

Окончательная эквивалентная схема показана на рис. 1-7, б.

Аналогичный разбор можно провести и для остальных схем, показанных на рис. 1-4, и убедиться, что схема 1-4, б представляет масштабный преобразователь

проводимости с преобразованием напряжения, абсолютно устойчивый в режиме короткого замыкания входных зажимов и холостого хода выходных зажимов. На рис. 1-4, в показан преобразователь напряжения, а на рис. 1-4, з — масштабный преобразователь проводимости с преобразованием тока.

Присмотревшись более внимательно к четырехполюсникам рис. 1-4, видим, что на самом деле используются две структуры: одна с усилителем тока, другая с усилителем напряжения, при этом происходит только смена входных и выходных зажимов четырехполюсника. Однако при этом характер абсолютной устойчивости меняется на противоположный, преобразователь сопро-

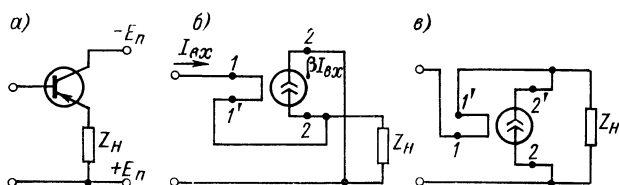


Рис. 1-8. Эмиттерный повторитель (а), его эквивалентная схема с идеальным транзистором (б) и приведение эквивалентной схемы (б) к виду масштабного преобразователя сопротивления (в)

тивления становится преобразователем проводимости и наоборот. В преобразователе сохраняется вид преобразуемой величины (ток или напряжение), но при этом множитель преобразования меняется на обратный. Так, если в схеме рис. 1-4, а поменять местами входные и выходные зажимы, то для сохранения абсолютной устойчивости следует источник тока заменить источником напряжения, а в уравнениях схемы рис. 1-4, а  $U_1 = U_2$ ;  $I_1 = \frac{1}{k} I_2$  индексы 1 и 2 поменять местами. Получим

$$U_2 = U_1; I_2 = \frac{1}{k} I_1, \text{ или } U_1 = U_2; I_1 = k I_2.$$

Эти уравнения определяют преобразователь проводимости с преобразованием тока (рис. 1-4, з), абсолютно устойчивый в режиме короткого замыкания входных зажимов. Смена вида абсолютной устойчивости при пе-

ремене мест нагрузки и генератора является свойством всех преобразователей.

**З а м е ч а н и е.** Существует ряд схем, в которых эффект преобразования импеданса либо находит практическое применение, либо учитывается при расчете параметров схем. Широко известен эмиттерный повторитель (рис. 1-8, а), обычно применяемый как развязывающий каскад. Если принять транзистор за идеальный усилитель тока с коэффициентом усиления  $\beta$ , (рис. 1-8, б), то эмиттерный повторитель можно представить в виде масштабного преобразователя сопротивления с преобразованием тока, коэффициент преобразования которого равен  $\beta + 1$  (рис. 1-8, в).

Эффект масштабного преобразования проводимости также известен. Так, если представить, что на рис. 1-4, б  $Y_n = j\omega C$ , то эта емкость оказывается включенной между входом и выходом усилителя и  $Y_{вх} = k j\omega C = j\omega C_{экв}$ , где  $C_{экв} = kC$ . Входная емкость увеличивается в  $k$  раз. Это явление также известно под названием эффекта Миллера.

**Немостовые конверторы сопротивления и проводимости.** На рис. 1-9 показаны конверторы отрицательного сопротивления (а, в) и проводимости (б, г), при этом в схемах а и г осуществляется конверсия тока, а напряжение на входных и выходных зажимах преобразователя оказывается одинаковым. В схемах б, в — происходит конверсия напряжения (ток, текущий через зажимы генератора и нагрузки, одинаков). По внешнему начертанию эти схемы похожи на масштабные преобразователи, но усилители, которые здесь используются, имеют положительный коэффициент усиления (гальванически соединены зажимы 1 и 2).

Основные особенности схем этого типа также удобно разобрать на отдельном частном примере. Будем рассматривать конвертор сопротивления с конверсией напряжения (рис. 1-9, в).

Найдем матрицу Z-параметров. Так как четырех-полюсник вырожденный, то присоединим параллельно выходным зажимам сопротивление  $Z_0$  (рис. 1-10, а) и запишем

$$\begin{cases} U_1 = (I_1 + I_2) Z_0 - (k + 1) (I_1 + I_2) Z_0, \\ U_2 = I_1 + I_2 Z_0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} U_1 = -k Z_0 I_1 - k Z_0 I_2, \\ U_2 = I_1 Z_0 + I_2 Z_0. \end{cases}$$

Из этих уравнений получаем  $Z$ -параметры преобразователя  $Z_{11} = -kZ_0$ ,  $Z_{12} = -kZ_0$ ,  $Z_{21} = Z_0$ ,  $Z_{22} = Z_0$ .

Видим, что в этом случае выполняются два условия идеальности:

$$\frac{Z_{11}}{Z_{22}} = -k, \quad \Delta_Z = 0.$$

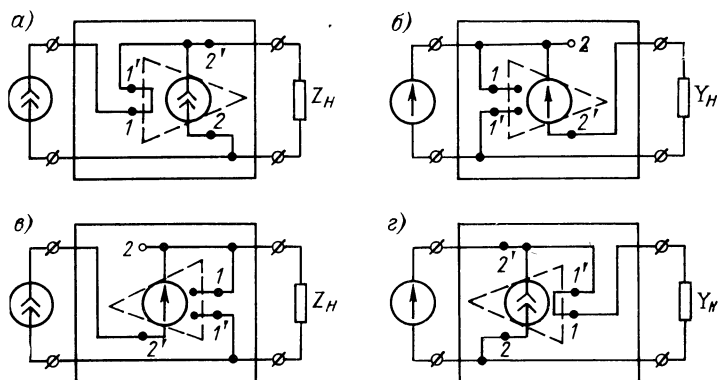


Рис. 1-9. Конверторы сопротивления (а, в) и проводимости (б, г). Коэффициент усиления усилителей во всех схемах равен  $k + 1$

Если же  $Z_0 \rightarrow \infty$ , то будут выполняться все условия идеальности для  $Z$ -матрицы конвертора сопротивления (табл. 1-6, № 1).

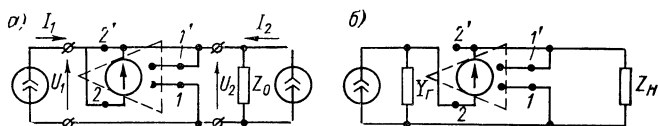


Рис. 1-10. Конвертор сопротивления: а — определение  $Z$ -параметров; б — возникновение положительной обратной связи, охватывающей усилитель

Ясно, что при желании можно учесть влияние паразитных параметров усилителя и произвести необходимую компенсацию, воспользовавшись табл. 1-7.

Если входной генератор тока имеет конечную, отличную от нуля внутреннюю проводимость  $Y_r$ ,

(рис. 1-10, б), то появляется охватывающая усилитель обратная связь. Величина возвратной разности

$$F = 1 - (k + 1) \frac{Z_{\text{н}}}{Z_{\text{н}} + \frac{1}{Y_{\text{г}}}} = \frac{1 - kZ_{\text{н}}Y_{\text{г}}}{1 + Z_{\text{н}}Y_{\text{г}}}.$$

Видно, что при вещественных  $Z_{\text{н}}$  и  $Y_{\text{г}}$  обратная связь будет положительной. Это возникновение положительной обратной связи в схемах с конверторами сопротивления и проводимости происходит всякий раз, когда между генератором и входом конвертора подключается произвольный четырехполюсник. Внутренняя структура любого конвертора обязательно включает в себя усилитель, и вопрос об устойчивости схемы с конвертором должен решаться на основе изучения функции возвратной разности усилителя.

По рис. 1-9 видно, что характер абсолютной устойчивости конвертора также меняется на обратный при перемене мест входных и выходных зажимов, при этом характер конвертируемой величины сохраняется, а величина самого фактора конверсии  $k$  заменяется на обратную.

**Немостовые инверторы проводимости и сопротивления (гираторы).** Обратимся к уравнениям (1-9) и (1-10), связывающим переменные на зажимах инвертора сопротивления, откуда следует, что для синтеза такого инвертора необходимо использовать усилитель, коэффициент передачи которого имеет размерность сопротивления. Для реализации инвертора проводимости необходим усилитель типа «проводимость». Действительно, используя последовательное соединение усилителей типа «сопротивление» (положительных или отрицательных) можно получить схемы гираторов сопротивления (рис. 1-11, а и в), а используя параллельное соединение двух усилителей типа «проводимость» (рис. 1-11, б, г), получим схемы гираторов проводимости. Изменение знака коэффициента усиления в схемах в и г по отношению к схемам а и б достигается здесь простым переключением входных зажимов усилителя. Указанные схемы гираторов состоят из двух гальванически развязанных частей. Такое исполнение может быть в реальных схемах достигнуто с помощью транс-



форматоров и, следовательно, не годится для применения в области инфранизких частот.

Однако это затруднение можно обойти и пользоваться усилителями с гальванической связью между входом и выходом, но включить в гиратор один усилитель с положительным коэффициентом, а другой — с отрицательным (рис. 1-12, *а* и *б*). Принципиальные схемы гираторов,

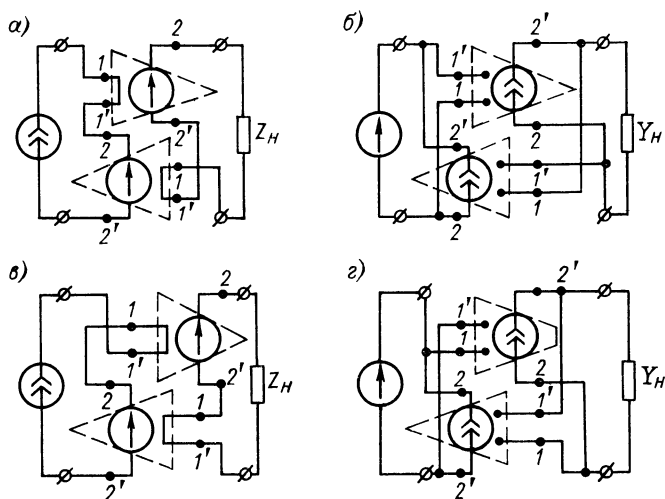


Рис. 1-11. Схемы гираторов сопротивления (*а*, *в*) и проводимости (*б*, *г*)

известных из литературы, выполнены по схемам рис. 1-12. Коэффициенты усиления усилителей, используемых в этих схемах, обозначим через  $R$  и  $G$  ( $-R$  и  $-G$ ), а так как эти величины характеризуют гиратор, то их часто называют соответственно сопротивлением и проводимостью гирации.

Гиратор рис. 1-12, *б* (большинство схем гираторов выполнено по этой схеме) описывается следующими двумя уравнениями:

$$I_2 = GU_1; \quad I_1 = GU_2.$$

Если поменять местами входные и выходные зажимы такого гиратора, то уравнения связи примут вид:

$$I_2 = -GU_1; \quad I_1 = -GU_2.$$

но основное уравнение гиратора  $Y_{\text{вх}} = G^2/Y_{\text{н}}$  останется неизменным.

В реальной схеме необходимо учитывать, что параметры усилителей, вообще говоря, могут быть различны

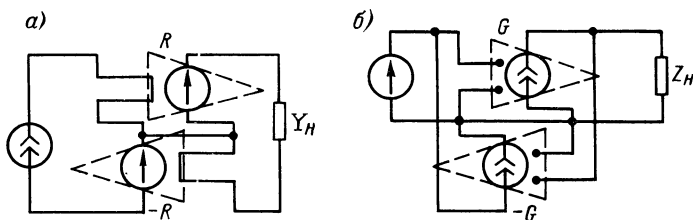


Рис. 1-12. Схемы гираторов, допускающие гальваническую связь между входом и выходом

как в отношении коэффициента усиления, так и в отношении входных и выходных проводимостей (рис. 1-13, а),

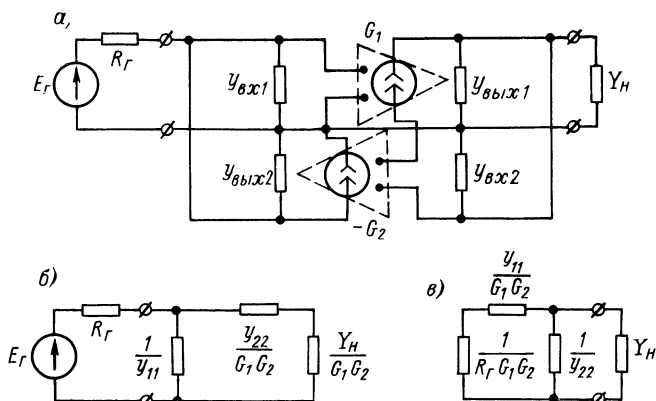


Рис. 1-13. Эквивалентная схема реального гиратора (а) и схемы замещения справа (б) и слева (в)

так что результирующий четырехполюсник характеризуется несимметричной матрицей  $Y$ -параметров:

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{\text{вх}1} + y_{\text{вых}2} & -G_1 \\ G_2 & y_{\text{вых}1} + y_{\text{вх}2} \end{bmatrix}.$$

Поэтому следует говорить о преобразовании нагрузки, подключенной справа и слева, и рассматривать

соответствующие эквивалентные схемы (рис. 1-13, б, в). Кроме того, если сопротивление генератора отлично от нуля, в схеме появляется петля обратной связи, включающая оба усилителя, нагрузку и внутреннее сопротивление генератора. Возвратная разность определяется формулой

$$F = 1 + \frac{G_1 G_2}{(Y_H + y_{\text{вых } 1} + y_{\text{вх } 2})(Y_G + y_{\text{вых } 2} + y_{\text{вх } 1})}.$$

Если усилители симметричны и идеальны, то  $F = 1 + \frac{G^2}{Y_H Y_G}$ . В этом случае возвратная разность равна единице либо при  $Y_H = \infty$ , либо при  $Y_G = \infty$ , поэтому схема рис. 1-13, а является абсолютно устойчивой при коротком замыкании входных или выходных зажимов.

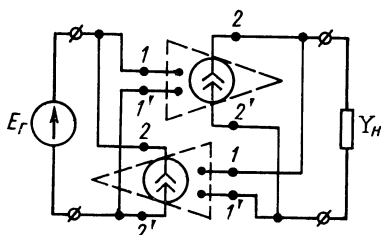


Рис. 1-14. Пример схемы отрицательного инвертора проводимости. Коэффициенты передачи усилителей равны  $G$  и  $-G$

**Немостовые отрицательные гираторы.** Как показывают уравнения отрицательного гиратора (1-13) — (1-16), при реализации отрицательных гираторов необходи-

мо использовать те же блок-схемы, что и для реализации положительных гираторов, но один из усилителей должен изменить знак своего коэффициента усиления на обратный. Те же соображения о гальванической увязке каскадов приводят к тому, что из всех возможных схем преобразователя можно рассматривать только одну (рис. 1-14), в которой коэффициенты усиления усилителей либо оба положительны, либо оба отрицательны.  $Y$ -матрица параметров идеального преобразователя имеет вид:

$$[Y] = \begin{bmatrix} 0 & G \\ G & 0 \end{bmatrix} \text{ либо } [Y] = \begin{bmatrix} 0 & -G \\ -G & 0 \end{bmatrix}.$$

Если сопротивление генератора отлично от нуля, то в схеме возникает петля обратной связи, при этом возвратная разность  $F = 1 - \frac{G^2}{Y_H Y_G}$ , т. е. в схеме имеется

положительная обратная связь, которая исчезает либо при  $Y_n = \infty$ , либо при  $Y_r = \infty$ , т. е. схема абсолютно устойчива при коротком замыкании входных либо выходных зажимов.

Возникновение глубокой положительной обратной связи в схемах с отрицательным гиратором при отсоединении генератора или нагрузки приводит к неустойчивости схемы и генерации автоколебаний. В этом также одна из причин, затрудняющих применение отрицательных гираторов.

### **1-7. Мостовые преобразователи сопротивления и проводимости**

Рассмотренные выше преобразователи использовали свойства входных и выходных цепей идеальных усилителей тока и напряжения с конечным усилением. Точность преобразования сопротивления или проводимости нагрузки в этих схемах зависит от совершенства исполнения усилителей, так как характеристика преобразователя непосредственно определяется передаточным коэффициентом последних. Это является недостатком рассмотренных схем.

Известно, что при работе операционных усилителей, охваченных отрицательной обратной связью, разность потенциалов между входными зажимами самого усилителя близка к нулю (и соответственно ток через входные зажимы тоже близок к нулю). Это свойство можно использовать для сравнения двух величин (токов или напряжений), включив операционный усилитель таким образом, чтобы при этом достигалось их равенство. Указанные полезные свойства операционных усилителей и привели к появлению мостовых схем преобразователей.

**Мостовые масштабные преобразователи сопротивления и проводимости.** Разберем, как осуществляется преобразование проводимости схемой 1-15, *а*. Можно пренебречь током, протекающим через делитель ( $R_1$ ,  $R_2$ ). Напряжение на средней точке делителя, в силу свойств усилителя, будет приблизительно равно напряжению на нагрузке, т. е.  $U_2 \approx \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_r$ . Это приближенное равенство выполняется тем точнее, чем выше коэффициент усиления  $G$  усилителя.

Ток в нагрузке  $I_2 \approx \frac{R_2}{R_1 + R_2} Y_H E_r$ , и этот ток при высокоомном делителе практически равен входному току преобразователя:

$$I_1 \approx I_2 \approx \frac{R_2}{R_1 + R_2} Y_H E_r.$$

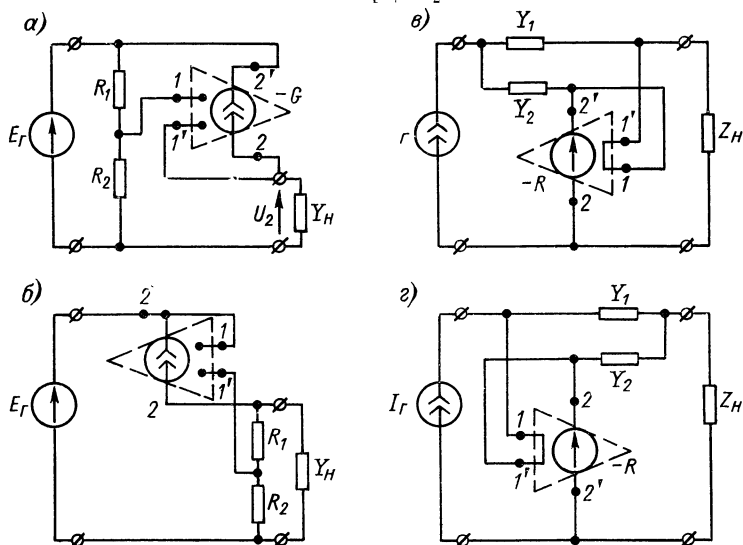


Рис. 1-15. Мостовые масштабные преобразователи сопротивления и проводимости

Определяя входную проводимость, найдем

$$Y_{\text{вх}} \approx \frac{I_1}{E_r} \approx \frac{R_2}{R_1 + R_2} Y_H = k Y_H,$$

где  $k = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$ .

Таким образом, эта схема осуществляет масштабное уменьшение проводимости. Точно так же можно показать, что для схемы рис. 1-15, б  $Y_{\text{вх}} \approx k Y_H$ , где  $k = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$ .

В обоих случаях делитель должен быть столь высокоомным, чтобы можно было пренебречь током, текущим через него.

Мы видим, что в схеме рис. 1-15, *а* сопротивления делителя  $R_1$ ,  $R_2$ , выходные зажимы усилителя и проводимость нагрузки образуют мост, в одну из диагоналей которого включены входные зажимы усилителя, а в другую — задающий генератор. В схеме рис. 1-15, *б* нагрузка и генератор поменялись местами. Это и объясняет происхождение названия «мостовые схемы».

Схемы, осуществляющие масштабное преобразование сопротивления, показаны на рис. 1-15, *в* и *г*. Рассмотрим, например, схему рис. 1-15, *г*. Токовый делитель  $Y_1$ ,  $Y_2$  в этой схеме должен обладать весьма малым сопротивлением. Тогда будет выполняться условие  $U_1 = U_2$ . Напряжение  $U_2$  вызывает ток в нагрузке  $I_2 = U_2/Z_n$ , часть которого  $I_2 \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2}$ , протекает через входные зажимы усилителя. Через эти же зажимы, но в противоположном направлении, протекает ток генератора. Так как в операционном усилителе ток, протекающий через входные зажимы усилителя, практически равен нулю, то мы имеем приближенное равенство

$$I_1 \approx I_2 \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} = \frac{U_2}{Z_n} \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} = \frac{U_1 Y_1}{Z_n (Y_1 + Y_2)},$$

откуда  $\frac{U_1}{I_1} = Z_n \frac{Y_1 + Y_2}{Y_1} = k Z_n$ , где  $k > 1$ .

Следовательно, эта схема действует как масштабный преобразователь сопротивления нагрузки с коэффициентом преобразования, большим единицы. Легко убедиться, что схема рис. 1-15, *г* действует, как преобразователь сопротивления, но с коэффициентом, меньшим единицы.

Схемы рис. 1-15, *а* и *б* абсолютно устойчивы при коротком замыкании входных и холостом ходе выходных зажимов. Это не противоречит ранее сделанным замечаниям об изменении характера устойчивости схемы при перемене местами генератора и нагрузки, так как здесь еще происходит и перекрещивание входных зажимов усилителя (в схеме *а* гальванически связаны точки 1' и 2, а в схеме *б* — точки 1 и 2'). Это замечание справедливо и для преобразователей сопротивления.

**Мостовые конверторы сопротивления и проводимости.** Усилители, передаточная функция которых имеет раз-

мерность сопротивления или проводимости, позволяя создать схемы мостового типа, которые будут являться моделями конверторов сопротивления и проводимости. Следует отметить, что большинство рабочих схем моделей конверторов отрицательного импеданса, описанных в литературе, построено по мостовому принципу, хотя и не во всех схемах можно выделить в явной форме усилитель с передаточной функцией указанной раз-

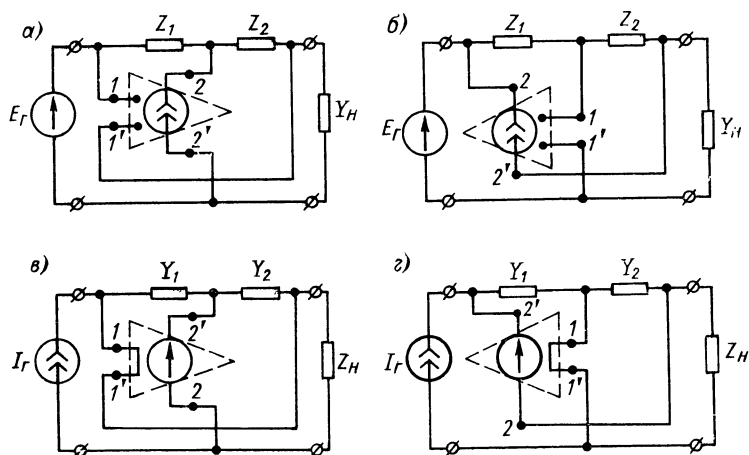


Рис. 1-16. Мостовые преобразователи сопротивления (а, б) и проводимости (в, г)

мерности. Во многих случаях используется неидеальность входной цепи усилителя, так что невозможно однозначно указать, является ли входной сигнал усилителя током или напряжением. На рис. 1-16 показаны некоторые из эквивалентных схем мостовых конверторов сопротивления и проводимости. При рассмотрении этих схем следует пользоваться тем фактом, что усилители включены в схему таким образом, что при установившемся состоянии входное напряжение и входной ток усилителей близки к нулю.

Возьмем, например, схему 1-16, а. При увеличении напряжения  $E_r$  возрастает потенциал на входном зажиме 1 усилителя. Выходной ток усилителя при этом направлен из зажима 2. Часть его, текущая по направлению к генератору  $E_r$ , образует входной ток преобразователя,

причем знак этого тока будет отрицательным, а другая часть является током нагрузки положительного направления. Сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  образуют токовый делитель. Учитывая сказанное, получаем

$$U_1 \approx U_2; \quad I_1 \approx -I_2 \frac{Z_2}{Z_1} \approx -\frac{1}{k I_2},$$

где  $k = Z_1/Z_2$ , следовательно, рассматриваемая схема является конвертором проводимости с конверсией тока. Второе уравнение легко получить, если учесть, что между любыми двумя точками цепи можно включить генератор, э. д. с. которого равна падению напряжения между ними; при этом величины токов в остальных частях схемы не изменятся.

Если учесть конечную передаточную проводимость усилителя, то для переменных на зажимах получаются уравнения:

$$U_1 \approx E_r;$$

$$U_2 = E_r \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \frac{\frac{G_T}{Y_H}}{1 + \frac{G_T}{Y_H} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}},$$

$$I_1 = -E_r G_T \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \frac{1}{1 + \frac{G_T}{Y_H} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}},$$

$$I_2 = E_r G_T \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \frac{1}{1 + \frac{G_T}{Y_H} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}}.$$

Из этих уравнений видно, что при идеальном генераторе напряжения в схеме существует отрицательная обратная связь, глубина которой пропорциональна величине нагрузочного сопротивления. Таким образом, свойства этого конвертора существенно зависят не только от свойств усилителя, использованного в конвертере, но и от нагрузки. Устойчивость схемы должна определяться на основании изучения возвратной разности

$$F = 1 + \frac{G_T}{Y_H} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}.$$



Хотя для мостовых конверторов фактор конверсии  $k$  не зависит от сопротивления нагрузки, рабочий диапазон конвертора определяется теми значениями частот, при которых отношение

$$G_T Z_H \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} : \left( 1 + G_T Z_H \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)$$

мало отличается от единицы.

Если конвертор используется в схеме фильтра, то в эквивалентной схеме необходимо учитывать сопротивление генератора. Тогда переменные на зажимах конвертора будут связаны уравнениями:

$$\begin{aligned} U_1 = E_r \frac{1 + \frac{G_T}{Y_H} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}}{1 + G_T \left( \frac{1}{Y_H} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} - Z_r \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)} = \\ = E_r \frac{1 + \frac{G_T}{Y_H} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}}{1 + \frac{G_T}{Z_1 + Z_2} (Z_1 Z_H - Z_2 Z_r)} ; \end{aligned}$$

$$U_2 = E_r \frac{G_T Z_H \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}}{1 + \frac{G_T}{Z_1 + Z_2} (Z_1 Z_H - Z_2 Z_r)} ;$$

$$I_1 = E_r \frac{G_T \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}}{1 + \frac{G_T}{Z_1 + Z_2} (Z_1 Z_H - Z_2 Z_r)} ;$$

$$I_2 = E_r \frac{G_T \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}}{1 + \frac{G_T}{Z_1 + Z_2} (Z_2 Z_H - Z_1 Z_r)} .$$

Из этих уравнений видно, что по-прежнему на зажимах конвертора выполняются соотношения:  $U_1 = U_2$ ;  $I_1 = -kI_2$ , где  $k = Z_1/Z_2$ , если только  $G_T$  велика.

Рабочий диапазон по-прежнему будет определяться теми частотами, на которых отношение

$$G_T Z_H \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} : \left( 1 + G_T Z_H \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)$$

мало отличается от единицы. Но возвратная разность, определяющая устойчивость схемы, теперь уже определяется уравнением

$$F = 1 + G_T \left( \frac{1}{Y_H} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_2 Z_T}{Z_1 + Z_2} \right).$$

При синтезе схем с конверторами отрицательного импеданса обычно употребляют конверторы, фактор конверсии которых равен единице. В этом случае необходимо положить  $Z_1 = Z_2$ .

Для вычисления паразитных параметров конвертора в схему необходимо ввести конечную входную и выходную проводимости усилителя.

По сути дела, рассмотренный конвертор отрицательного импеданса использует усилитель, охваченный двумя параллельными петлями обратной связи: отрицательной, замыкающейся через нагрузочное сопротивление, и положительной, замыкающейся через внутреннее сопротивление генератора. Если внутренне сопротивление генератора равно нулю, петля положительной обратной связи размыкается. Поэтому эта схема устойчива при коротком замыкании входных зажимов. Глубина же отрицательной обратной связи увеличивается при уменьшении проводимости нагрузки, т. е. устойчивость схемы увеличивается при размыкании выходных зажимов.

Если поменять местами входные и выходные зажимы конвертора, то схема станет абсолютно устойчивой при холостом ходе входных зажимов и коротком замыкании выходных, причем сохранится характер конверсии: будет обеспечено равенство напряжений на входных и выходных зажимах, а в уравнении, связывающем токи на входе и выходе, фактор конверсии заменится на обратный.

Подобным же образом можно убедиться, что схема 1-16, б представляет собой также конвертор проводимости, устойчивый при коротком замыкании на входных и холостом ходе на выходных зажимах, но с конверсией

напряжения. Рисунки 1-16, *в* и *г* изображают конверторы сопротивления с конверсией тока и напряжения.

**З а м е ч а н и е.** В схемах конверторов рис. 1-16 применяются операционные усилители, у которых входные зажимы изолированы от выходных. Имеющиеся в настоящее время операционные усилители имеют между указанными зажимами гальваническую связь, но схемы конверторов можно выполнить с применением этих усилителей, так как операционные усилители являются двухтактными, т. е. имеют два входных и выходных зажима, симметричных относительно земляной шины. При этом каждый из входов или выходов можно использовать и раздельно.

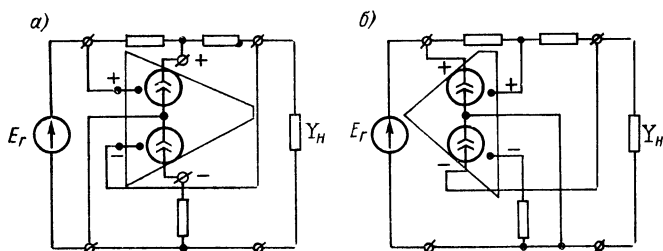


Рис. 1-17. Схемы конверторов проводимости с конверсией тока (*а*) и напряжения (*б*) на операционном усилителе

Переход к схемам конверторов на двухтактных усилителях показан на рис. 1-17. В этих схемах конверторов проводимости используются усилители с высоким входным сопротивлением, что соответствует выпускаемым в настоящее время образцам.

## Г л а в а   в т о р а я

### СХЕМЫ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ И ПРОВОДИМОСТИ

#### 2-1. Практические схемы транзисторных конверторов сопротивления и проводимости

Известны схемы конверторов сопротивления и проводимости, работающие как в определенном диапазоне частот [20, 45, 53], так и от постоянного тока [17, 53]. Рассмотрим группу конверторов сопротивления и проводимости, у которых в качестве усилителя используется дифференциальный каскад (рис. 2-1).

Схема рис. 2-1, *а* представляет собой конвертор с конверсией напряжения, безусловно устойчивый в режиме короткого за-

мыкания входных зажимов. Будем предполагать, что  $h_{21}^{\text{э}(\text{б})}$  — коэффициент усиления по току в схемах с общим эмиттером или общей базой — одинаков для всех транзисторов (индекс «э» или «б» указывает на соответствующую схему включения). В этой схеме напряжения на входе конвертора и на нагрузке являются входными сигналами для транзисторов  $T3$  и  $T4$ . Кол-

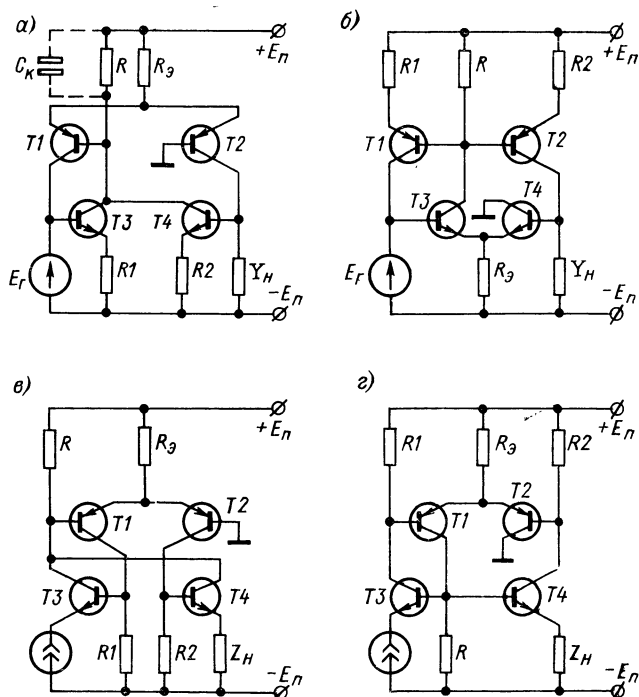


Рис. 2-1. Практические схемы конверторов проводимости (а, б) и сопротивления (в, г)

лекторный ток транзистора  $T3$  равен  $h_{21}^{\text{б}} \frac{E_{\Gamma}}{R_1} \approx \frac{E_{\Gamma}}{R_1}$ , коллекторный ток транзистора  $T4$  равен  $h_{21}^{\text{б}} \frac{U_{\text{н}}}{R_2} \approx \frac{U_{\text{н}}}{R_2}$ . Сумма этих токов подается в базовый вывод транзистора  $T1$  дифференциального усилителя каскада. Коэффициент усиления дифференциального каскада по току равен  $h_{21}^{\text{э}} \frac{R}{R + r_{\text{вх}}}$ , где  $r_{\text{вх}} = 2 \left[ \frac{h_{12}^{\text{б}}}{h_{22}^{\text{б}}} + \right.$

$$+ \frac{h_{12}^3}{h_{22}^3} (h_{21}^3 + 1) \Big] - \text{входное сопротивление дифференциаль-}$$

ного каскада. Выходными величинами этого каскада являются коллекторные токи транзисторов  $T1$  и  $T2$ , причем если один из них увеличивается, то другой уменьшается. При положительной полярности напряжения, поданного на базу транзистора  $T3$ , коллекторный ток транзистора  $T1$  увеличивается, т. е. увеличивается ток, противоположный направлению тока в генераторе  $E_r$ . Коллекторный ток транзистора  $T2$  при этом уменьшается, а на нагрузке возникает напряжение отрицательной полярности. При условии  $R_1 = R_2 = R_0$  в схеме будут выдержаны соотношения:  $E_r = U_1 \approx -U_2 = U_n$  и  $I_r = I_1 \approx I_2 = I_n$  (направление тока в нагрузке противоположно принятому положительному направлению отсчета тока).

Фактор конверсии этой схемы определяется выражением

$$k = \frac{h_{21}^3 + h_{21}^6 R Z_n}{h_{21}^3 h_{21}^6 Z_n + (R + r_{вх}) R_0} \approx 1 - \Delta k,$$

где

$$\Delta k = \frac{(R + r_{вх}) R_0}{h_{21}^3 h_{21}^6 R Z_n}.$$

При обычно используемых режимах транзисторов ( $I_k \approx 1 \text{ ма}$ ) нагрузочные сопротивления составляют единицы килоом. При этом можно считать, что погрешность  $\Delta k \approx 1/h_{21}^3$ , а при  $k = 1$  и относительная погрешность  $\delta k = \Delta k/k \approx 1/h_{21}^3$ .

Зависимость фактора конверсии от разброса параметров транзистора и от режима можно охарактеризовать чувствительностями фактора конверсии к изменениям соответствующих параметров. Наибольшее значение для оценки уходов фактора конверсии имеют чувствительность к изменению коэффициента усиления по току  $h_{21}^3$ :

$$S_{h_{21}^3}^k = \frac{\partial k}{\partial h_{21}^3} \frac{h_{21}^3}{k} = \frac{R_0 h_{21}^3 \left( R + 2 \frac{h_{12}^6}{h_{22}^6} + \frac{h_{12}^3}{h_{22}^3} \right)}{h_{21}^6 h_{21}^3 R Z_n + R_0 (R + r_{вх})}.$$

Схема, являющаяся конвертором проводимости (рис. 2-1), включает в себя дифференциальный усилитель, охваченный двумя петлями обратной связи: отрицательной через сопротивление нагрузки и положительной через внутреннее сопротивление генератора. Петля положительной обратной связи при идеальном генераторе оказывается разорванной.

В общем случае дифференциальный усилитель может быть многокаскадным. Если же транзисторы  $T3$  и  $T4$  отнести к усилителю, то можно считать, что мы рассматриваем дифференциальный усилитель с большим входным и большим выходным

сопротивлениями, который удобно характеризовать передаточной функцией, имеющей размерность проводимости,

$$G_T = \frac{h_{21}^6 h_{21}^3 R}{R_0 (R + r_{вх})}.$$

В общем случае усилитель должен быть скорректирован (для схемы рис. 2-1, а коррекция достигается подключением емкости  $C_K$  параллельно сопротивлению  $R$ ). При простейшей коррекции можно полагать передаточную функцию дифференциального усилителя по одному из каналов равной  $\frac{G_T}{1 + T_K p}$ , где  $T_K$  — постоянная времени корректирующей цепи усилителя.

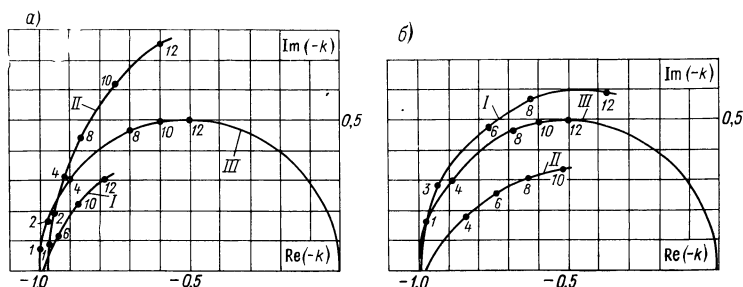


Рис. 2-2. Зависимость фактора конверсии от частоты (в килогерцах) а — для конверторов проводимости, б — для конверторов сопротивления

I — с конверсией тока; II — напряжения; III — теоретическая

Тогда фактор конверсии конвертора, построенного на основе такого дифференциального усилителя, определяется выражением:

$$k = \frac{G_T Z_H}{1 + \frac{G_T Z_H}{1 + T_K p}} = \frac{G_T Z_H}{G_T Z_H + 1} \frac{1}{1 + \frac{T_K}{G_T Z_H + 1} p}.$$

Так как обычно величина фактора конверсии измеряется при омической нагрузке, то на низких частотах она оказывается равной  $\frac{G_T R_H}{G_T R_H + 1}$ , а при изменении частоты годограф фактора конверсии опишет полуокружность (рис. 2-2) в комплексной плоскости. На рис. 2-1, б показан конвертор проводимости, но с конверсией тока. Действительно, в этом случае на вход дифференциального каскада подается разность напряжений генератора и нагрузки и эта разность усиливается дифференциальным каскадом. Выходное напряжение этого каскада снимается с сопротивления  $R$  и подается на базы транзисторов  $T1$  и  $T2$ . Если

сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  будут равны, то будут равны и коллекторные токи этих транзисторов. При положительной полярности напряжения, поданного на базу транзистора  $T3$ , его коллекторный ток будет возрастать, что соответствует отрицательному направлению тока, текущего через входной зажим конвертора. Коллекторный ток транзистора  $T2$  также будет увеличиваться, что соответствует положительному направлению тока в нагрузке. В установившемся состоянии при  $R_1 = R_2 = R_0$  переменные на зажимах конвертора будут связаны уравнениями  $I_1 \approx -I_2$  и  $U_1 \approx U_2$ .

Предполагая, что транзисторы  $T1$  и  $T2$  не нагружают дифференциальный каскад и  $R_1 = R_2 = R_0$ , можно получить, что фактор конверсии описывается формулой

$$k = \frac{h_{21}^6 h_{21}^3 R Z_H}{R_0 r_{вх} + h_{21}^6 h_{21}^3 R Z_H} \approx 1 - \frac{R_0 r_{вх}}{h_{21}^6 h_{21}^3 R Z_H},$$

где, по-прежнему,  $r_{вх} = 2 \left[ \frac{h_{12}^6}{h_{22}^6} + \frac{h_{12}^3}{h_{22}^3} (h_{21}^3 + 1) \right]$ .

Основными параметрами, влияющими на изменение фактора конверсии, и в этом случае является коэффициент усиления по току дифференциального усилителя и его входное сопротивление.

На рис. 2-1, а показана схема конвертора, устойчивого в режиме холостого хода на входных зажимах. При положительной полярности тока генератора напряжение на сопротивлении  $R$  также будет положительным. Это приведет к появлению напряжения отрицательной полярности на базе транзистора  $T3$  и положительной на базе транзистора  $T4$ . Так как эти напряжения практически равны напряжениям на зажимах генератора и нагрузке, то видно, что эта схема является конвертором сопротивления с конверсией напряжения, переменные на зажимах которого связаны уравнениями  $U_1 \approx -U_2$  и  $I_1 \approx I_2$ . Эти уравнения также получены при условии  $R_1 = R_2 = R_0$ . Величина фактора конверсии определяется формулой:

$$k = \frac{h_{21}^6 h_{21}^3 R R_0 Y_H}{R + r_{вх} + h_{21}^6 h_{21}^3 R R_0 Y_H} \approx 1 - \frac{R + r_{вх}}{h_{21}^6 h_{21}^3 R R_0 Y_H}.$$

Хотя в эти выражения входит  $Y_H$ , следует помнить, что полученная схема является конвертором сопротивления (согласно нашему определению).

Наконец, на рис. 2-1, б показана схема конвертора, устойчивого в режиме холостого хода, но с конверсией тока. Действительно, увеличение тока генератора приведет к появлению положительного потенциала на базе транзистора  $T1$  дифференциального каскада. Такой же потенциал будет и на базе транзистора  $T2$ . Это свидетельствует о том, что потенциал на базе транзистора  $T4$  отрицательный, и ток в нагрузке направлен противоположно принятому положительному направлению тока. Напряжение на входном зажиме генератора тока тоже полу-

чается отрицательным. Фактор конверсии для этой схемы определяется выражением

$$k = \frac{h_{21}^6 h_{21}^3 R R_0 Y_H}{r_{вх} + R_0 + h_{21}^6 h_{21}^3 R R_0 Y_H} \approx 1 - \frac{r_{вх} + R_0}{h_{21}^6 h_{21}^3 R R_0 Y_H}.$$

По-прежнему предполагается, что  $R_1 = R_2 = R_0$  и

$$r_{вх} = 2 \left[ \frac{h_{12}^6}{h_{22}^6} + \frac{h_{12}^3}{h_{22}^3} (h_{21}^3 + 1) \right].$$

Во всех приведенных выше схемах мы получили значение фактора конверсии несколько меньше единицы. При высоких коэффициентах усиления транзисторов этим отличием можно пренебречь и считать, что  $k \approx 1$ .

Однако в рассмотренных схемах можно получить величину фактора конверсии и отличающуюся от единицы. Возьмем, например, схему рис. 2-1, а. В силу свойств дифференциального каскада токи, текущие через нагрузку и генератор, будут связаны соотношением  $I_1 = I_2$ . Если пренебречь входным током

дифференциального каскада, то следует полагать, что  $\frac{E_r}{R_1} = -\frac{U_2}{R_2}$ , т. е.  $E_r = -U_2 \frac{R_1}{R_2}$ .

Отсюда

$$\frac{I_1}{E_r} = -\frac{I_2 R_2}{U_2 R_1} = -\frac{R_2}{R_1} Y_H = -k Y_H.$$

В зависимости от отношения величин  $R_2$  и  $R_1$  можно получить  $k > 1$ ,  $k = 1$  или  $k < 1$ .

В синтезе цепей, как правило, рассматриваются схемы конверторов, у которых  $k = 1$ . Однако иногда можно, используя конверторы с фактором конверсии, отличным от единицы, получить некоторые полезные свойства синтезируемой схемы, например выравнять значение емкостей и сопротивлений в схеме.

На рис. 2-2 а и б — показаны зависимости фактора конверсии рассмотренных схем от частоты (на графиках, как принято в литературе [20, 45], отложена величина —  $k$ ). Конверторы были изготовлены с применением низкочастотных транзисторов МП13Б и МП102 и скорректированы так, чтобы расчетная частота среза фактора конверсии составила 12 кГц. Величины сопротивлений в схеме были рассчитаны таким образом, чтобы обеспечить паспортный режим транзисторов ( $U_{к.э} \approx 5$  в,  $I_k \approx 1$  ма). Нагрузочное сопротивление выбиралось чисто омическим, равным 5 ком.

Изучение фактора конверсии показало, что при изменении температуры от 20 до 60°С он изменяется от 0,96 (величина, близкая к расчетной) до 0,99.



## 2-2. Практические схемы гираторов

Как было показано в § 1-6, большинство практических схем гираторов основано на реализации матрицы  $[Y]$ :

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{вх1} + Y_{вых2} & -G_1 \\ G_2 & Y_{вых1} + Y_{вх2} \end{bmatrix},$$

где  $Y_{вх1}$ ,  $Y_{вх2}$ ,  $Y_{вых1}$ ,  $Y_{вых2}$  — входные и выходные проводимости первого и второго усилителей, включенных встречно-параллельно один другому:  $-G_1$  и  $G_2$  — их коэффициенты усиления, имеющие размерность проводимости (проводимости гирации). Иногда в рассмотрение удобно вводить обратные величины  $R_1 = 1/G_1$  и  $R_2 = 1/G_2$ , называемые сопротивлениями гирации.

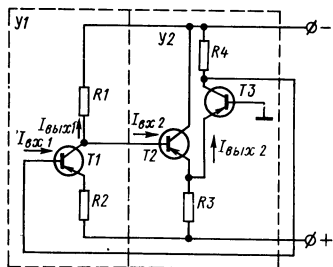


Рис. 2-3. Простейшая схема гиратора

Естественно, что при построении гиратора разработчик стремится реализовать матрицу идеального гиратора, т. е. обеспечить достаточно близкое приближение к нулю величин  $Y_{11} = Y_{вх1} + Y_{вых2}$ ,  $Y_{22} = Y_{вых1} + Y_{вх2}$  и обеспечить равенство  $-|G_1| = |G_2|$ .

Для выполнения этих требований каждый из усилителей должен иметь бесконечно большие входные и выходные сопротивления и равные по абсолютной величине коэффициенты усиления. Для исключения частотных ограничений в области нижних частот в усилителях не должно быть развязывающих, переходных или фильтрующих конденсаторов. Простейшая схема такого типа приведена на рис. 2-3.

Усилитель У1 представляет собой каскад, включенный по схеме с общим эмиттером, охваченный последовательной обратной связью по току. Входное сопротивление его при глубокой обратной связи стремится к величине  $R_2 h_{21}^3$ , выходное сопротивление — к величине  $R_1$ .

Выходной ток усилителя У1

$$I_{вых1} = -I_{вх1} \left( \frac{R_2}{R_1} + 1 \right) h_{21}^3.$$

Коэффициент усиления первого усилителя

$$G_1 = -\frac{I_{вых1}}{U_{вх1}} = -\frac{I_{вх1}}{U_{вх1}} (R_2 + R_1) h_{21}^3 \approx Y_{11,1} \left( \frac{R_2}{R_1} + 1 \right) h_{21}^3, \quad (2-1)$$

где  $Y_{11,1}$  — входная проводимость первого усилителя.

Усилитель У2 представляет собой двухтранзисторную схему, первым каскадом которой является эмиттерный повторитель, а вторым — коллекторный повторитель. Входная проводимость  $Y_{11,2}$  второго усилителя стремится к величине  $\frac{1}{R_3 h_{21}^3}$ , выходная проводимость — к величине  $\frac{1}{R_4}$ .

Так как  $I_{\text{вых}2} \approx I_{\text{вх}2} h_{21}^3$ , то коэффициент усиления второго усилителя

$$G_2 = \frac{I_{\text{вых}2}}{U_{\text{вх}2}} = \frac{I_{\text{вх}2}}{U_{\text{вх}2}} h_{21}^3 \approx Y_{11,2} h_{21}^3. \quad (2-2)$$

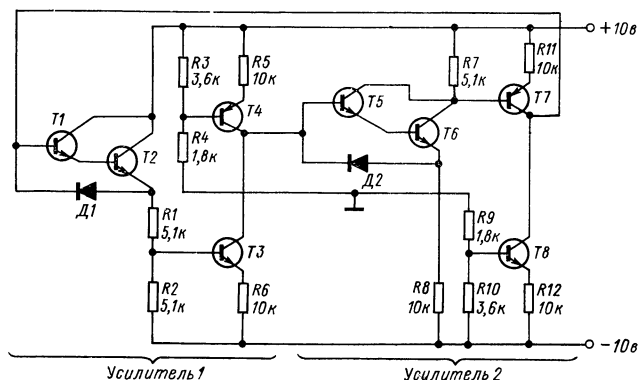


Рис. 2-4. Схема гиратора, предназначенного для работы в диапазоне инфранизких частот

$T1, T2, T3, T5, T6, T8$  — КТ301Е;  $T4, T7$  — МП116;  $D1, D2$  — Д105

Из рассмотрения выражений (2-1) и (2-2) следует, что  $Y_{11}$  принципиально не может быть равно нулю. Для выравнивания величин  $G_1$  и  $G_2$  обычно резистор  $R_3$  в нагрузке эмиттерного повторителя выполняют в виде делителя напряжения с коэффициентом деления, равным отношению  $\frac{R_1}{R_1 + R_2}$ .

Очевидно, что схема рис. 2-3 довольно далека от реализации матрицы идеального гиратора. Это объясняется недостаточно высоким коэффициентом усиления по току каждого усилителя и ограничением значений входной и выходной проводимости.

Для улучшения количественных показателей усилителей применяют сдвоенные эмиттерные повторители, токовые повторители и каскады с динамической нагрузкой [38, 39].

На рис. 2-4 приведена схема гиратора, предназначенная для аппаратуры, работающей в диапазоне низких и инфранизких частот. Особенность схемы состоит в относительно малом значении проводимости гирации  $G$ , что позволяет, в частности,

создавать эквиваленты индуктивности величиной в десятки и сотни тысяч генри.

Усилитель 1 с коэффициентом усиления —  $G$  выполнен на двоярном эмиттерном повторителе  $T1$ ,  $T2$  и каскаде с общим эмиттером  $T3$ , динамической нагрузкой которого является транзистор  $T4$ .

Усилитель 2 с коэффициентом усиления  $G$  выполнен на двоярных транзисторах  $T5$ ,  $T6$ , включенных по схеме с общим эмиттером и охваченных глубокой последовательной обратной связью по току. Второй каскад усилителя аналогичен первому, с той лишь разницей, что усилительный транзистор  $T7$  имеет противоположный транзистору  $T3$  тип проводимости.

Результаты расчета  $Y$ -параметров этой схемы сведены в табл. 2-1.

Из выражений для  $Y_{11}$  и  $Y_{22}$  следует, что для их уменьшения во входных и выходных каскадах усилителей целесообразно использовать транзисторы с достаточно высоким значением  $h_{21}^3$  и  $r_k = 1/h_{22}^6$ . Исходя из этого, в схеме рис. 2-4 были применены кремниевые транзисторы типа КТ301Е и МП116.

Проводимость гирации схемы можно определить по формуле

$$G = \sqrt{|Y_{12}| |Y_{21}|}.$$

Подставив в нее значения  $Y$ -параметров из табл. 2-1, получим

$$G = \left\{ \left[ \frac{h_{22}^6, T8 R_{11}}{h_{21}^3, T5 h_{21}^3, T6 R_7} - \frac{R_2 h_{21}^6, T3}{R_6 (R_1 + R_2)} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{h_{22}^6, T4 R_6}{h_{21}^3, T1 h_{21}^3, T2 R_2} - \frac{R_7 h_{21}^6, T7}{R_8 R_{11}} \right] \right\}^{1/2}. \quad (2-3)$$

Для того чтобы  $Y_{12} = Y_{21}$  в подкоренном выражении необходимо положить  $R_2 = R_7$ ,  $R_6 = R_{11}$ ,  $R_1 + R_2 = R_8$ .

Пренебрегая слагаемыми, имеющими в знаменателе произведения  $h_{21}^3, T5$ ,  $h_{21}^3, T6$ ,  $R_7$  и  $h_{21}^3, T1$ ,  $h_{21}^3, T2$ ,  $R_2$ , перепишем (2-3) в виде

$$G = \sqrt{\frac{R_2 h_{21}^6, T3 R_7 h_{21}^6, T7}{R_6 (R_1 + R_2) R_8 R_{11}}}. \quad (2-4)$$

Для дальнейшего упрощения анализа целесообразно дополнительно положить  $R_1 = R_2$  и  $R_6 = R_8$ . Обозначим  $R_6 = R_8 = R_{11} = R$  и подставим их в выражение (2-4). Получим

$$G = \frac{1}{2R} \sqrt{h_{21}^6, T3 h_{21}^6, T7}. \quad (2-5)$$

Таким образом, проводимость гирации является функцией коэффициентов усиления по току транзисторов  $T3$  и  $T7$ .

У-параметры схемы низкочастотного гиратора  
(рис. 2-5)

Гиратор	Усилитель 1	Усилитель 2
$Y_{11} = Y_{11,1} + Y_{22,2}$	$Y_{11,1} = \frac{1}{h_{21}^3, T_1 h_{21}^3, T_2 (R_1 + R_2)}$	$Y_{22,2} = h_{22}^6, T_8 h_{21}^6, T_7 + h_{22}^6, T_7 h_{21}^6, T_8$
$Y_{22} = Y_{22,1} + Y_{11,2}$	$Y_{22,1} = h_{22}^6, T_3 h_{21}^6, T_4 + h_{22}^6, T_4 + h_{21}^6, T_3$	$Y_{11,2} = \frac{1}{h_{21}^3, T_5 h_{21}^3, T_6 R_8}$
$Y_{21} = Y_{21,1} + Y_{12,2}$	$Y_{21,1} = -\frac{R_2 h_{21}^6, T_3}{R_6 (R_1 + R_2)}$	$Y_{12,2} = \frac{h_{22}^6, T_8 R_{11}}{h_{21}^3, T_3 h_{21}^3, T_6 R_7}$
$Y_{12} = Y_{12,1} + Y_{21,2}$	$Y_{12,1} = -\frac{h_{22}^6, T_4 R_6}{R_2 h_{21}^3, T_1 h_{21}^3, T_2}$	$Y_{21,2} = \frac{R_7 h_{21}^6, T_7}{R_8 R_{11}}$

Примечание. У-параметры каждого усилителя получены в предположении, что местная обратная связь в каждом каскаде достаточно глубока и что шунтирующее действие внутрикаскадных нагрузок незначительно по сравнению с выходным сопротивлением предыдущего каскада.

Дифференцируя (2-5) и переходя к конечным приращениям, найдем

$$\frac{\Delta G}{G} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta h_{21}^6, T_3}{h_{21}^6, T_3} + \frac{\Delta h_{21}^6, T_7}{h_{21}^6, T_7} \right) \approx \frac{\Delta h_{21}^6}{h_{21}^6} \approx \Delta h_{21}^6.$$

Температурный коэффициент изменения  $h_{21}^6$  не превышает для германиевых транзисторов  $10^{-4}^\circ \text{C}$ , для кремниевых транзисторов  $10^{-3}^\circ \text{C}$  — в области отрицательных температур и  $10^{-4}^\circ \text{C}$  — в области положительных температур. Следовательно, в случае применения кремниевых транзисторов ожидаемый уход величины проводимости гирации  $G$  в диапазоне температур  $-60 \div +70^\circ \text{C}$  не должен превышать для данной схемы соответственно  $-6\%$  и  $+0,5\%$ .

Из выражения (2-4) следует, что проводимость гирации  $G$  в данной схеме зависит от сопротивлений резисторов  $R_1, R_2, R_6, R_7, R_8, R_{11}$ . Поскольку значения этих резисторов находятся под квадратным корнем, для существенного изменения величины  $G$  следует одновременно менять сопротивления не менее двух резисторов (например,  $R_6$  и  $R_{11}$ ). Для сохранения режима схемы по напряжению необходимо также менять и сопротивле-

ния резисторов, включенных с ними последовательно (в данном случае  $R_5$  и  $R_{12}$ ). В схеме гиратора рис. 2-5 имеется возможность десятикратного изменения величины  $G$ , что позволяет, например, в случае реализации звена второго порядка создать перестраиваемый по диапазону фильтр [27]. Изменение величин резисторов  $R_6$ ,  $R_{11}$ ,  $R_5$ ,  $R_{12}$  можно осуществить и электронным путем, включив вместо них полевые транзисторы, управляемые по синусоидальному или линейному закону.

Стабильность схемы в значительной степени зависит от выбранного режима по постоянному току. Для указанных на рис. 2-4 номиналов резисторов достаточно хорошие температурные характеристики получены при величине сопротивления гирации  $R_g = 10$  ком. Результаты испытаний гиратора при различных величинах  $R_g$  в диапазоне температур  $-60 \div +100^\circ\text{C}$  иллюстрируются рис. 2-5, а, из которого видно, что изменение сопротивления гирации не превышает значений, полученных в результате анализа выражения (2-5).

Неидеальность входных и выходных проводимостей гиратора можно оценить величиной средней проводимости  $y_{cp} = \frac{Y_{11} + Y_{22}}{2}$ . Из приведенных на рис. 2-6, а зависимостей видно, что температурная стабильность сопротивления гирации  $R_g$  и  $y_{cp}$  выше у гираторов с меньшими значениями  $R_g$ . Частотные характеристики гиратора иллюстрируются рис. 2-5, б и 2-6, б. С увеличением  $R_g$  частотный диапазон в области верхних частот ограничивается. При этом значительно увеличивается и величина средней проводимости  $y_{cp}$ . Основной вариант гиратора (рис. 2-4) имеет следующие характеристики: отклонение величины  $R_g$  в диапазоне температур  $-60 \div +100^\circ\text{C}$  не более  $\pm 5\%$ ,  $y_{cp} = (0,1 - 0,3) \cdot 10^{-6}$  сим, полоса рабочих частот до 3—5 кГц.

Схема гиратора не требует настройки, питание схемы может осуществляться из двух симметричных источников питания напряжением  $\pm 10$  в или от одного источника питания. В последнем случае средняя точка делителей  $R_4$ ,  $R_8$  отключается от корпуса и заземляется одна из общих шин питания.

Практическое применение находит и схема гиратора, показанная на рис. 2-7, она построена на двух параллельно соединенных усилителях с малой входной и малой выходной проводимостями. Это обеспечивается применением эмиттерных повторителей (транзисторы  $T1$  и  $T6$ ) во входных каскадах и двухтактных каскадов с токовым выходом (транзисторы  $T4$  и  $T5$  в первом усилителе и  $T9$  и  $T10$  во втором) в последнем каскаде. Применение двухтактных каскадов позволяет расширить динамический диапазон гиратора. Выходная проводимость двухтактного каскада равна сумме выходных проводимостей двух каскадов, включенных по схеме с общим эмиттером. Поэтому входная и выходная проводимость гиратора определяется выражением

$$Y_{11} = Y_{22} = Y'_{\text{вых}} + Y''_{\text{вых}} + Y_{\text{вх}} = y_{cp},$$

где  $Y'_{\text{вых}}$ ,  $Y''_{\text{вых}}$  — выходные проводимости каскадов с общим

эмиттером,  $Y_{\text{вх}}$  — входная проводимость эмиттерного повторителя.

Выходная проводимость каскада с общим эмиттером на низких частотах является вещественной и определяется [1] через  $h$ -параметры транзистора и элементы схемы формулой

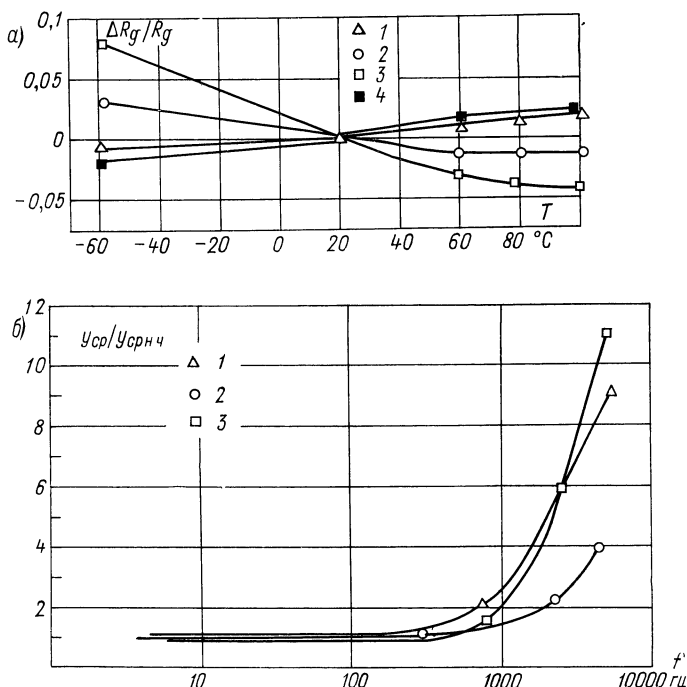


Рис. 2-5. Зависимость  $R_g$  от температуры (а) и от частоты (б)  
1 —  $R_g = 5$  ком; 2 —  $R_g = 10$  ком; 3 —  $R_g = 20$  ком; 4 —  $R_g = 40$  ком

$$Y_{\text{вых}} = \frac{h_{22}^3 \left( 1 + \frac{h_{11}^3}{R_r} + \frac{R_r}{R_3} \right)}{1 + \frac{h_{11}^3}{R_r} + R_3 \frac{1 + h_{21}^3}{R_r} + h_{22}^3 R_3 + \frac{h_{11}^3 h_{22}^3 R_3}{R_r}}, \quad (2-6)$$

где  $R_3$  — сопротивление в цепи эмиттера;  $R_r$  — сопротивление в цепи базы;  $h_{11}^3$ ,  $h_{21}^3$ ,  $h_{22}^3$  — параметры транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером.

В табл. 2-2 приведены значения выходных проводимостей каскадов с общим эмиттером, собранных на транзисторах МП42Б и МП38А.

Эти данные рассчитаны по формуле (2-6) с использованием усредненных параметров транзисторов, полученных для режимов, указанных в той же таблице. При вычислении параметров принято, что

$$R_3 = R_6 = R_7 = R_{13} = R_{14}; \quad R_1 = R_2 = R_5 = R_{10} = R_{11}.$$

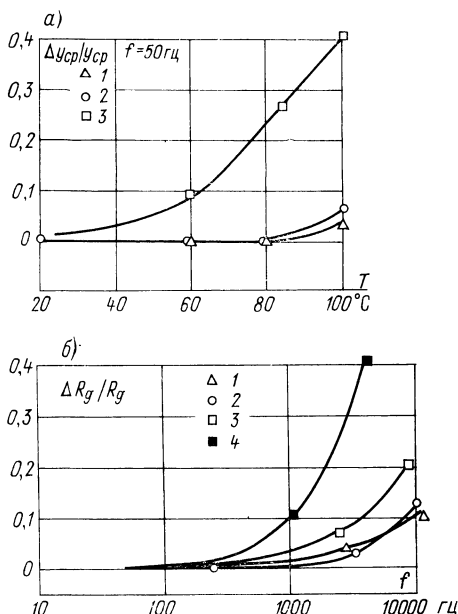


Рис. 2-6. Зависимость средней проводимости от температуры (а) и сопротивления гирации от частоты (б)

- 1 —  $R_g = 5 \text{ ком}$ ;  $y_{cp} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ сим}$ ;  
 2 —  $R_g = 10 \text{ ком}$ ;  $y_{cp} = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ сим}$ ;  
 3 —  $R_g = 20 \text{ ком}$ ;  $y_{cp} = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ сим}$ ;  
 4 —  $R_g = 40 \text{ ком}$

Все каскады усилителей, используемых в гираторах, охвачены обратными связями по постоянному току. Поэтому можно считать, что усиление каждого усилителя при отсоединенном другом усилителе не зависит от параметров транзисторов и можно полагать

$$G_1 = 2\lambda \frac{R_2}{R_3 R_6}; \quad G_2 = 2\lambda^2 \frac{R_{10}}{(R_9 R_{10}) R_{14}},$$

где  $\lambda = 0,96$  — усредненный коэффициент передачи эмиттерного повторителя (транзисторы  $T1$  и  $T6$ ) по напряжению.

Для симметричной работы гиратора должно быть выполнено условие  $G = G_1 = G_2$ , где  $G$  — проводимость гирации.

Важной характеристикой симметричного гиратора является величина  $Q_{\max} = \frac{G}{2y_{\text{ср}}}$ , определяющая максимально достижимую добротность эквивалентной индуктивности, получаемой при замыкании одной пары зажимов гиратора емкостью.

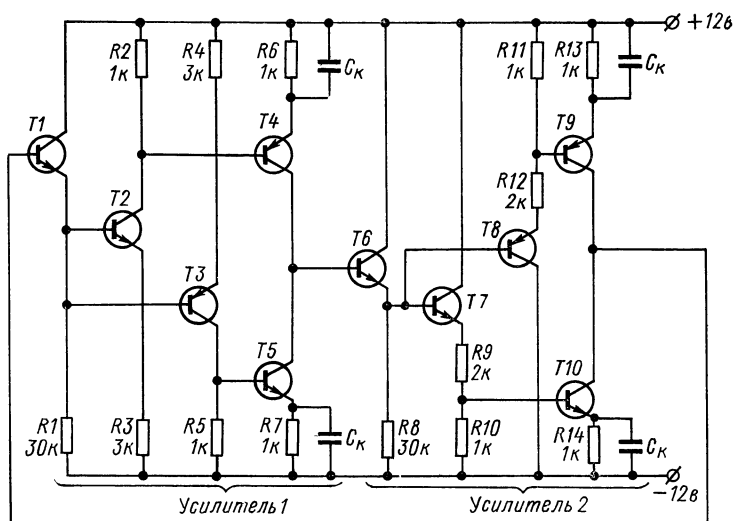


Рис. 2-7. Практическая схема гиратора, предназначенная для работы в звуковом диапазоне частот

$T1, T2, T5, T6, T7, T10$  — МП38А;  $T3, T8, T9$  — МП42Б

В табл. 2-3 приведены параметры гиратора, вычисленные при использовании данных табл. 2-2. Табл. 2-3 иллюстрирует зависимость основных параметров гиратора (проводимости гиратора  $G$  и максимальной добротности гираторного контура  $Q_{\max}$ ) от режима схемы (сопротивления  $R_3 = R_6 = R_7 = R_{13} = R_{14}$ ) и паразитного параметра  $y_{\text{ср}}$ .

На рис. 2-8 показан характер зависимости максимальной добротности  $Q_{\max}$  от сопротивления  $R_3$  при нормальной температуре ( $+20^\circ\text{C}$ ) и при повышенной ( $+50^\circ\text{C}$ ).

На рис. 2-9 показано, как меняется  $Q_{\max}$  с частотой. Рабочий диапазон гиратора оказывается сильно ограниченным, если не принимать специальной меры — введения корректирующей емкости в эмиттерной цепи выходных каскадов. Оптимальная корректирующая емкость  $C_k$  в схеме рис. 2-7 оказывается равной 120—130 пф. При этом рабочий диапазон частот гиратора расширяется до (10—20) кГц.



Таблица 2-2

**Параметры каскадов с общим эмиттером**  
 $U_k = 8 \text{ в}; R_r = 1,0 \text{ ком}$

Режим		Транзистор МП42Б				Транзистор МП38А			
$I_k, \text{ а}$	$R_3, \text{ ком}$	$h_{21}^3, \text{ ком}$	$h_{22}^3, \text{ сим}$	$h_{11}^3, \text{ ком}$	$Y_{\text{вых}}', \text{ сим}$	$h_{21}^3, \text{ ком}$	$h_{22}^3, \text{ сим}$	$h_{11}^3, \text{ ком}$	$Y_{\text{вых}}'', \text{ сим}$
5,35	0,75	75	$0,80 \cdot 10^{-4}$	0,60	$3,33 \cdot 10^{-6}$	120	$1,40 \cdot 10^{-4}$	0,50	$3,97 \cdot 10^{-6}$
2,16	1,8	72	$0,37 \cdot 10^{-4}$	1,09	$1,09 \cdot 10^{-6}$	96	$0,63 \cdot 10^{-4}$	1,35	$1,49 \cdot 10^{-6}$
2,00	2,0	71	$0,35 \cdot 10^{-4}$	1,16	$1,02 \cdot 10^{-6}$	94	$0,59 \cdot 10^{-4}$	1,40	$1,38 \cdot 10^{-6}$
0,85	4,7	65	$0,35 \cdot 10^{-4}$	2,30	$0,47 \cdot 10^{-6}$	75	$0,27 \cdot 10^{-4}$	2,50	$0,63 \cdot 10^{-6}$
0,49	8,2	60	$0,13 \cdot 10^{-4}$	3,45	$0,33 \cdot 10^{-6}$	68	$0,18 \cdot 10^{-4}$	3,65	$0,42 \cdot 10^{-6}$
0,36	11,0	57	$0,10 \cdot 10^{-4}$	4,50	$0,26 \cdot 10^{-6}$	65	$0,14 \cdot 10^{-4}$	4,30	$0,31 \cdot 10^{-6}$

Таблица 2-3

**Параметры гиратора (рис. 2-10)**  
 $R_r = 1 \text{ ком}$

$R_3, \text{ ком}$	$y_{\text{ср}}, \text{ сим}$	$G, \text{ сим}$	$Q_{\text{макс}}$
0,75	$7,82 \cdot 10^{-6}$	$8,54 \cdot 10^{-4}$	54,8
1,8	$3,09 \cdot 10^{-6}$	$3,46 \cdot 10^{-4}$	55,0
2,0	$2,87 \cdot 10^{-6}$	$3,20 \cdot 10^{-4}$	55,5
4,7	$1,60 \cdot 10^{-6}$	$1,36 \cdot 10^{-4}$	42,5
8,2	$1,25 \cdot 10^{-6}$	$0,78 \cdot 10^{-4}$	31,3
11,0	$1,08 \cdot 10^{-6}$	$0,58 \cdot 10^{-4}$	26,9

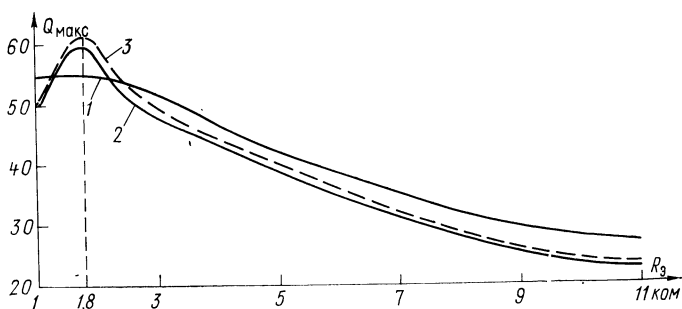


Рис. 2-8. Зависимость максимальной добротности гиратора от режима схемы

1 — расчетная; 2 — экспериментальная при  $t = +20^\circ \text{C}$ ; 3 — экспериментальная при  $t = +50^\circ \text{C}$

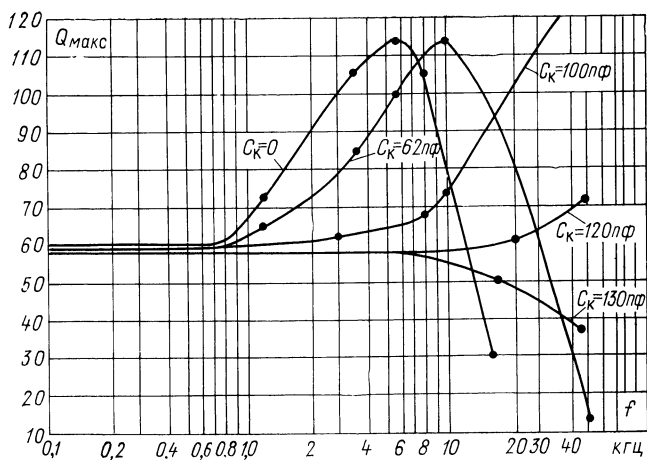


Рис. 2-9. Частотные характеристики максимальной добротности гиратора контура при  $R_3 = 1,8 \text{ k}\Omega$

## СИНТЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ И ПРОВОДИМОСТИ

### 3-1. Задача и метод синтеза $RC$ -схем с применением преобразователей

Применение преобразователей сопротивления и проводимости при синтезе активных схем ставит задачей преодолеть ограничения, налагаемые на входные и передаточные функции пассивных  $RC$ -схем.

Известно [3], что передаточная функция определяется как отношение между преобразованными по Лапласу выходной реакцией и входным воздействием. В зависимости от вида источника воздействия (источник тока или напряжения) и вида выходной реакции (ток или напряжение) это отношение может быть безразмерным, и тогда мы будем называть его передаточной функцией по напряжению  $T_U(p)$  или току  $T_I(p)$ , либо иметь размерность сопротивления для функции передаточного сопротивления  $Z_T(p)$  или проводимости для функции передаточной проводимости  $Y_T(p)$ .

В некоторых случаях реакция цепи отыскивается для той же пары зажимов, к которой подключен источник воздействия. Передаточные функции  $Z(p)$  и  $Y(p)$  в этом случае являются входными функциями цепи.

Передаточная функция любой линейной электрической цепи с постоянными и сосредоточенными параметрами может быть представлена дробно-рациональной функцией  $n$ -го порядка (порядок функции определяется высшей степенью числителя или знаменателя):

$$T(p) = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_0}. \quad (3-1)$$

Исследование устойчивости и стабильности схем, реализованных по таким передаточным функциям [13], показало, что их целесообразно проектировать на основе каскадно-развязанных схем второго или первого порядка. Передаточная функция в этом случае представ-

ляется в виде произведения  $T(p) = T_1(p) T_2(p) \dots T_i(p)$ , где каждая передаточная функция имеет числитель и знаменатель не выше второго порядка. В качестве синтезируемых схем при каскадно-развязанной реализации обычно используются двухполосники и простейшие четырехполосники. Двухполосники характеризуются только входной функцией. Нули и полюсы входной пассивной  $RC$ -функции расположены на отрицательной вещественной оси [3]. Основная цель включения преобразователя в пассивную  $RC$ -схему — вывести нули и полюсы в комплексную плоскость. При этом нули в общем случае могут быть вынесены и в правую часть комплексной плоскости. В ряде случаев может потребоваться получить входную функцию отрицательной.

Полюсы передаточной функции пассивного  $RC$ -четыреполосника также ограничены отрицательной вещественной осью. Для нулей такого ограничения не существует. Преобразователь, подключаемый к пассивной цепи, снимает ограничения на расположение полюсов.

При синтезе многополосников применение преобразователей позволяет преодолеть не только затруднения, связанные с расположением нулей и полюсов, но и выполнить условия активности и необратимости матрицы параметров [13].

Мы будем рассматривать преимущественно вопросы, связанные с синтезом  $RC$ -цепей по одной заданной описывающей функции (входной или передаточной). В таком случае процедура синтеза распадается на две стадии: 1) ищется подходящее разложение описывающей функции на некоторое число отдельных входных  $RC$ -функций (положительных и отрицательных); 2) осуществляется реализация полученного разложения подходящей конфигурацией схемы, при этом отрицательные входные  $RC$ -функции реализуются с помощью преобразователей, у которых в уравнении, связывающем входное сопротивление (проводимость) преобразователя и сопротивление (проводимость) нагрузки, имеется знак минус.

В дальнейшем изложении предполагается, что процедура синтеза  $RC$ -схемы по заданной входной функции и основные приемы синтеза  $RC$ -схем по заданной передаточной функции читателю известны [3, 8, 16, 29, 31].

Так как идеальные преобразователи неосуществимы, то завершением процедуры синтеза должна явиться проверка влияния паразитных параметров реальной схемы преобразователя на отклонение физически реализованной функции от заданной. С другой стороны, и процедуру синтеза надо стремиться построить таким образом, чтобы обеспечить более слабое влияние этих паразитных параметров на реализуемую функцию.

### 3-2. Реализация входных функций первого порядка с помощью преобразователей

Мы предполагаем, что в распоряжении проектировщика находится полный арсенал преобразователей сопротивления и проводимости. Следует сказать, что сужение выбора преобразователей каким-либо одним классом иногда приводит к сильному усложнению цепи, а иногда — к невозможности реализовать заданную функцию.

Если требуется реализовать входные функции нулевого порядка, то вопрос о применении преобразователей возникает обычно тогда, когда эти функции отрицательны. Применяя конвертор или отрицательный гириатор, можно получить заданное входное отрицательное сопротивление (рис. 3-1), взяв в первом случае  $R_n = -R_{вх}/k$  и во втором  $R_n = R_g^2/R_{вх}$ , где  $k$  — коэффициент конверсии,  $R_g$  — сопротивление гириации.

Мы указывали, что постоянная преобразования для инверторов сопротивления имеет размерность квадрата сопротивления, здесь и далее мы будем обозначать ее  $R_g^2$ , для инверторов проводимости соответствующее обозначение будет  $G^2$  без подстрочного индекса.

Входная функция цепи первого порядка в общем случае имеет вид

$$F(p) = \frac{ap + b}{cp + d} = \frac{a_1p + b_1}{p + c_1}.$$

Здесь, в силу условия устойчивости  $c_1 > 0$ , но помимо случаев, вызванных различными сочетаниями знаков коэффициентов  $a_1$  и  $b_1$ , необходимо учитывать взаимное расположение нуля и полюса функции  $F(p)$ .

Рассмотрим сначала случай, когда коэффициенты  $a$

и  $b_1$  положительны. Если  $c_1 < \frac{b_1}{a_1}$ , то функция  $\frac{a_1 p + b_1}{p + c_1}$  может быть реализована в виде входного сопротивления пассивной  $RC$ -цепи. Но чтобы при этих же условиях реализовать эту функцию в виде входной проводимости, необходимо применить инвертор сопротивления. При этом к выходным зажимам может быть присоединена либо вся  $RC$ -цепь, либо ее часть, а часть цепи может быть реализована перед входными зажимами инвертора. Но эта же функция  $F(p) = \frac{a_1 p + b_1}{p + c_1}$  при тех же условиях ( $c_1 < \frac{b_1}{a_1}$ ) может быть реализована и с помощью

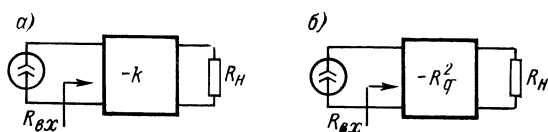


Рис. 3-1. Способы получения отрицательных входных функций нулевого порядка с помощью: а — конвертора  $R_{вх} = -kR_H$ ; б — отрицательного гиратора  $R_{вх} = -R_g^2/R_H$

конвертора проводимости, если ее представить в виде разложения

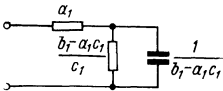
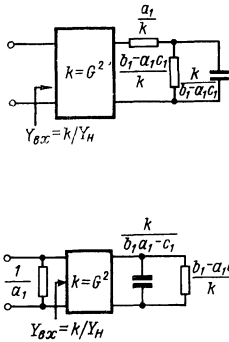
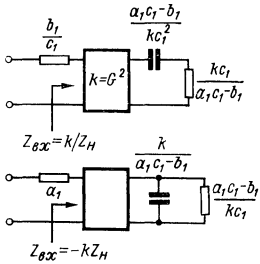
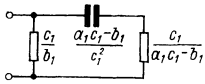
$$\frac{a_1 p + b_1}{p + c_1} = p \left[ \frac{a_1 p + b_1}{p(p + c_1)} \right] = \frac{b_1}{c_1} - \frac{(b_1 - a_1 c_1)}{c_1(p + c_1)}.$$

Для этого перед конвертором параллельно его зажимам должно быть включено сопротивление  $c_1/b_1$ , а после конвертора — последовательная  $RC$ -цепь, емкость в которой равна  $\frac{b_1 - a_1 c_1}{k c_1^2}$ , а сопротивление —  $\frac{k c_1}{b_1 - a_1 c_1}$ .

Если же  $c_1 > \frac{b_1}{a_1}$ , то функция  $F(p)$  может быть реализована в виде входной проводимости пассивной  $RC$ -цепи, а для реализации ее в виде функции входного сопротивления необходимо применить либо инвертор проводимости, либо конвертор сопротивления.

Таблица 3-1

Реализация функции  $F(p) = \frac{a_1 p + b_1}{p + c_1}$  при положительных коэффициентах  $a_1$ ,  $b_1$  и  $c_1$

Условие связи между коэффициентами	Входное сопротивление $Z(p) = F(p)$	Входная проводимость $Y(p) = F(p)$
$a_1 > 0$ $b_1 > 0$ $c_1 > 0$ $c_1 < \frac{b_1}{a_1}$		
$a_1 > 0$ $b_1 > 0$ $c_1 > 0$ $c_1 > \frac{b_1}{a_1}$		

Так как общее число схем, ведущих к реализации функции  $F(p) = \frac{a_1 p + b_1}{p + c_1}$ , оказалось довольно большим, то мы все варианты представим табл. 3-1. Если оба коэффициента  $a_1$  и  $b_1$  отрицательны, то удобно ввести обозначения  $a_2 = -a_1$ ,  $b_2 = -b_1$ ,  $c_2 = c_1$  и рассматривать реализацию функции  $F'(p) = -\frac{a_2 p + b_2}{p + c_2}$  при  $a_2 > 0$ ,  $b_2 > 0$ ,  $c_2 > 0$  (рис. 3-2).

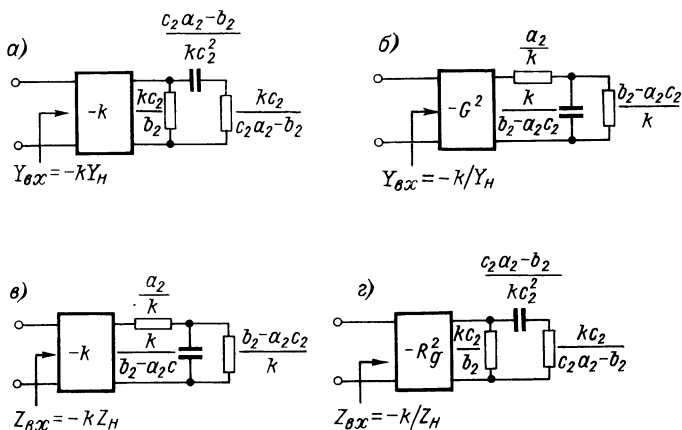


Рис. 3-2. Реализация функции  $F(p) = -\frac{a_2 p + b_2}{p + c_2}$  ( $a_2 > 0$ ,  $b_2 > 0$ ,  $c_2 > 0$ ) в виде входной проводимости (а, б) и входного сопротивления (в, г) цепи

Реализация осуществляется с помощью конвертора проводимости, если требуется выполнить функцию  $F'(p)$  в виде входной проводимости, а  $\frac{a_2 p + b_2}{p + c_2}$  можно реализовать в виде входной проводимости пассивной  $RC$ -цепи, т. е.  $c_2 > \frac{b_2}{a_2}$  (рис. 3-2, а). Если же  $c_2 < \frac{b_2}{a_2}$ , то  $\frac{a_2 p + b_2}{p + c_2}$  может быть реализована в виде сопротивления пассивной  $RC$ -цепи, а для того чтобы реализовать исходную функцию в виде входной проводимости активной



$RC$ -цепи, потребуется отрицательный инвертор проводимости (рис. 3-2, б). Если же заданную функцию  $F(p)$  необходимо реализовать в виде функции входного сопротивления и  $\frac{a_2 p + b_2}{p + c_2}$  является функцией входного сопротивления пассивной  $RC$ -цепи, то реализация может быть получена с применением конвертора сопротивления (рис. 3-2, в).

Наконец, если  $\frac{a_1 p + b_2}{p + c_2}$  — функция входной проводимости пассивной  $RC$ -цепи, и нам требуется, чтобы

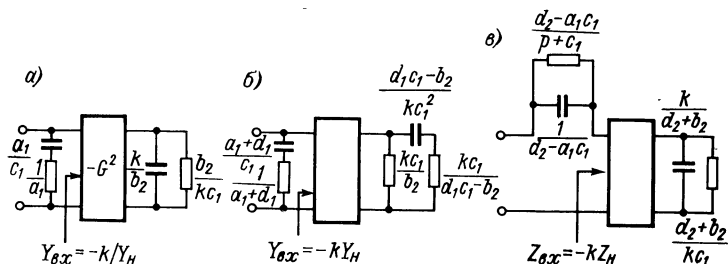


Рис. 3-3. Реализация функции  $F(p) = \frac{a_2 p + b_2}{p + c_1}$  ( $a_1 > 0, b_2 > 0, c_1 > 0$ ) в виде входной проводимости (а, б) и входного сопротивления (в) цепи

$F(p)$  была функцией входного сопротивления, необходимо включить в схему отрицательный инвертор сопротивления (рис. 3-2, з).

Теперь рассмотрим реализацию функции  $F(p) = \frac{a_1 p - b_2}{p + c_1}$ , где  $a_1$  и  $b_2$  — положительные числа. Если требуется реализовать эту функцию в виде входной проводимости, то рационально представить эту функцию в виде разности двух слагаемых:

$$F(p) = \frac{a_1 p}{p + c_1} - \frac{b_2}{p + c_1}.$$

Тогда первое слагаемое реализуется последовательной  $RC$ -ветвью, подключенной параллельно входным зажимам отрицательного инвертора проводимости, нагруженного параллельной  $RC$ -цепью (рис. 3-3, а). Но можно

поступить и следующим образом. Прибавим и вычтем в числителе дроби  $F(p)$  слагаемое  $d_1 p$ , такое, чтобы дробь  $\frac{d_1 p + b_2}{p + c_1}$  могла быть входной проводимостью пассивной  $RC$ -цепи (для этого должно быть выполнено условие  $d_1 > \frac{b_2}{c_1}$ ).

В этом случае для реализации может быть применен конвертор проводимости, но число пассивных элементов в схеме возрастает (рис. 3-3, б).

Если же эту функцию необходимо реализовать в виде входного сопротивления, то имеется только одна возможность — прибавить и вычесть в числителе дроби такое постоянное слагаемое  $d_2$ , чтобы ее можно было разбить на два слагаемых:

$$F(p) = \frac{a_1 p + d_2}{p + c_1} - \frac{d_2 + b_2}{p + c_1},$$

и дробь  $\frac{a_1 p + d_2}{p + c_1}$  была функцией входного сопротивления пассивной  $RC$ -цепи. Для этого  $d_2$  должно быть выбрано таким, чтобы выполнялось неравенство  $d_2 > a_1 c_1$ .

Далее, первое слагаемое можно реализовать как сопротивление пассивной  $RC$ -цепи, а используя конвертор сопротивления, можно второе слагаемое реализовать в виде входного сопротивления конвертора, нагруженного пассивной  $RC$ -цепью. Полная реализация функции  $\frac{a_1 p - b_2}{p + c_1}$  в виде входного сопротивления показана на рис. 3-3, в.

Наконец, разберем последний случай функции первого порядка

$$F(p) = \frac{-a_2 p + b_1}{p + c_1},$$

где  $a_2$ ,  $b_1$  и  $c_1$  — положительные числа. Реализация этой функции в виде входной проводимости активной  $RC$ -цепи может осуществиться только добавкой и вычитанием в числителе дроби слагаемого  $d_2 p$ :

$$F(p) = \frac{-a_2 p - d_2 p + d_2 p + b_1}{p + c_1} = \frac{d_2 p + b_1}{p + c_1} - \frac{(a_2 + d_2) p}{p + c_1}.$$

Теперь видно, что если выбрать коэффициент  $d_2$  таким, что будет выполняться неравенство  $c_1 > \frac{b_1}{d_2}$ , то дробь  $F(p)$  может быть реализована с применением конвертора проводимости, нагруженного последовательной  $RC$ -цепью, и параллельно входным зажимам которого также подключена пассивная  $RC$ -цепь (рис. 3-4, а).

При реализации функции  $\frac{-a_2 p + b_1}{p + c_1}$  в виде входного сопротивления существует две возможности. Первый

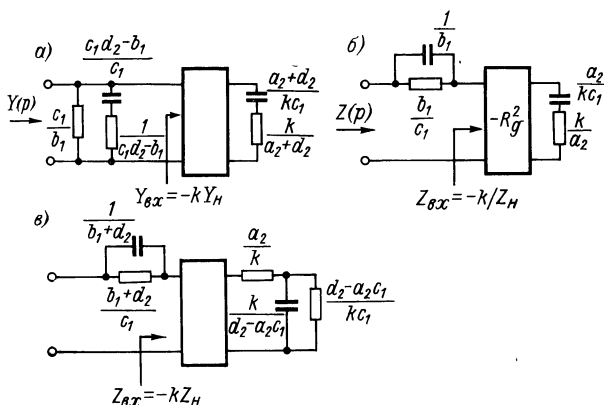


Рис. 3-4. Реализация функции  $F(p) = \frac{-a_2 p + b_1}{p + c_1}$  ( $a_2 > 0$ ,  $b_1 > 0$ ,  $c_1 > 0$ ) в виде входной проводимости (а) и входного сопротивления (б, в) в цепи

вариант реализации вытекает непосредственно из представления

$$F(p) = \frac{b_1}{p + c_1} - \frac{a_2 p}{p + c_1}$$

и осуществляется с применением отрицательного инвертора сопротивления (рис. 3-4, б). Другой вариант реализации осуществляется с применением конвертора сопротивления, и необходимое разложение функции  $F(p)$  осуществляется путем прибавления и вычитания слагаемого  $d_2$  в числителе функции:

$$F(p) = \frac{b_1 + d_2}{p + c_1} - \frac{a_2 p + d_2}{p + c_1}.$$

При этом величина слагаемого  $d_2$  должна быть выбрана такой, чтобы выполнялось неравенство  $\frac{d_2}{a_2} > c_1$ .

Полная реализация, требующая в этом случае большего числа элементов, осуществляется последовательным соединением пассивной  $RC$ -цепи и конвертора сопротивления, нагруженного пассивной  $RC$ -цепью (рис. 3-4, в).

### 3-3. Реализация передаточных функций первого порядка

Реализация передаточных функций осуществляется, как правило, с точностью до масштабного множителя. При этом предполагается, что при необходимости изменение размерности и знака передаточной функции может быть достигнуто каскадным включением в тракт передачи сигнала развязывающего усилителя, коэффициент передачи которого имеет требуемую размерность и знак. Это обстоятельство значительно облегчает процедуру синтеза четырехполюсника с заданной передаточной функцией.

Передаточное сопротивление четырехполюсника, состоящего из одной поперечной ветви (рис. 3-5, а), определяется этой ветвью  $Z_{12} = U_2/I_1 = Z$ .

Передаточная проводимость четырехполюсника, состоящего из одной продольной ветви (рис. 3-5, б), также определяется этой ветвью  $Y_{12} = I_2/U_1 = -Y$ .

Поэтому любая функция первого порядка может быть реализована, как передаточное сопротивление или передаточная проводимость цепи (в последнем случае с точностью до знака), если при этом воспользоваться методами синтеза входных функций, рассмотренными в § 3-2. Если мы будем проводить реализацию передаточной проводимости, то преобразователь, входящий в активный двухполюсник, окажется изолированным от общей шины между входными и выходными зажимами. Такая реализация оказывается неприемлемой, так как обычно источники питания преобразователей не являются автономными. Поэтому реализация заданной функции в виде передаточной проводимости используется лишь тогда, когда продольная ветвь будет пассивной  $RC$ -цепью.

Разработчик обычно прибегает к использованию преобразователей лишь тогда, когда заданная функция не может быть реализована пассивной цепью. Все функции первого порядка, нуль которых расположен в левой полуплоскости, могут быть реализованы в виде передаточных функций пассивных  $RC$ -це-

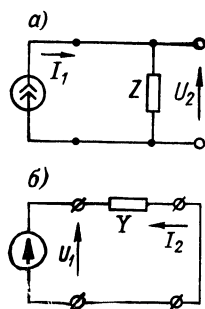


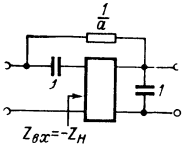
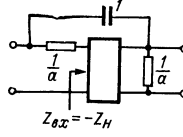
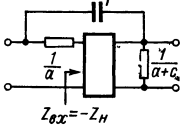
Рис. 3-5. Реализация передаточного сопротивления (а) и проводимости (б)

пей, причем те из них, для которых не выполняется условие Фялкова [3], только в виде передаточной проводимости [функции  $F(p) = ap$ ,  $F(p) = ap + b$ ] или передаточного сопротивления [функции  $F(p) = \frac{a}{p}$ ,  $F(p) = \frac{ap + b}{p}$ ]. Функции пер-

вого порядка  $F(p) = \frac{ap + b}{cp + d}$  с конечным нулем и полюсом, не расположенным в начале координат или в бесконечности, реализуется в виде передаточной функции лестничной цепи. При этом используется методика Гиллемина [8]. В [16] имеется обширная таблица возможных реализаций

Таблица 3-2

Реализация функций первого порядка с нулем в правой полуплоскости

Заданная функция	Схема реализации	Реализуемая функция
$F(p) = a_1 p - b_1$		$\frac{U_2}{U_1} = \frac{a - p}{a}$
$F(p) = \frac{a_1 p - b_1}{p}$		$\frac{U_2}{U_1} = \frac{p - a}{p}$
$F(p) = \frac{a_1 p - b_1}{p + c_1}$		$\frac{U_2}{U_1} = \frac{p - a}{p + c}$

Реализация функций первого порядка с нулем, расположенным в правой полуплоскости, может осуществляться пассивной неуравновешенной RC-цепью [3, 16]. Неуравновешенные реализации возможно осуществить лишь с применением преобразователей. При этом можно получить не только передаточное сопротивление, используя четырехполюсник с одной поперечной ветвью (рис. 3-5, а), которая в данном случае будет представлять собой активный двухполюсник, но и передаточную функцию по напряжению (табл. 3-2), если использовать структуру Янагисавы [52], с конвертором сопротивления, фактор конверсии которого равен единице.

### 3-4. Биквадратная функция

В общем случае передаточная функция второго порядка может быть представлена в виде

$$T(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}, \quad (3-2)$$

где  $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$  — вещественные коэффициенты. В таком виде ее называют биквадратной передаточной функцией.

Основные усилия разработчиков электрических цепей направлены на реализацию биквадратных функций с помощью различных активных устройств. Мы будем рассматривать построение биквадратных функций с помощью преобразователей сопротивления и проводимости. Тем самым охватывается широкий круг методов реализации, а с другой стороны, становится возможным осуществить единство рассмотрения всех этих методов.

Числитель выражения (3-2)  $N(p)$  определяет вид электрической цепи, знаменатель  $D(p)$  является характеристическим полиномом, определяющим форму и расположение на комплексной плоскости амплитудно-фазовой характеристики цепи. Обычно полином  $D(p)$  характеризуют добротностью  $Q$  и собственной частотой настройки  $\omega_0$ , которые выражаются через коэффициенты знаменателя следующим образом:

$$Q = \frac{\sqrt{b_0 b_2}}{b_1}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{b_0}{b_2}}.$$

Выражение (3-2) часто нормируют относительно коэффициента  $b_2$ :

$$T(p) = \frac{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{p^2 + b_1 p + b_0},$$

где  $a_2, a_1, a_0, b_1, b_0$  — новые коэффициенты, для простоты обозначенные так же, как и в выражении (3-2). В этом случае

$$\omega_0 = \sqrt{b_0}; \quad Q = \frac{\sqrt{b_0}}{b_1} = \frac{\omega_0}{b_1} = \frac{1}{2\xi},$$

где  $\xi = \frac{b_1}{2\omega_0}$  — так называемый коэффициент затухания.

Если биквадратная функция является передаточной, а не входной, то устройство, обладающее такой передаточной функцией, называют фильтром, и в зависимости от значений коэффициентов числителя выделяют:

- 1)  $T(p) = \frac{a_0}{p^2 + b_1p + b_0}$  — фильтр нижних частот (ФНЧ),
- 2)  $T(p) = \frac{a_2p^2}{p^2 + b_1p + b_0}$  — фильтр верхних частот (ФВЧ),
- 3)  $T(p) = \frac{a_1p}{p^2 + b_1p + b_0}$  — полосовой фильтр (ПФ),
- 4)  $T(p) = \frac{a_2p^2 + a_0}{p^2 + b_1p + b_0}$  — заграждающий фильтр (ЗФ).

Функцию общего вида (3-2) в литературе [48] иногда называют передаточной функцией частотно-избирательного звена.

Ниже будут рассматриваться способы реализации биквадратных функций (в основном передаточных функций фильтров) с помощью наиболее широко применяемых типов преобразователей сопротивления и проводимости.

Хотя положительность и вещественность коэффициентов знаменателя биквадратной передаточной функции гарантирует абсолютную устойчивость передаточной функции, так как при этом полюсы располагаются в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ , реальные устройства, включающие преобразователи, могут оказаться условно устойчивыми. При неустойчивости параметров преобразователя или появлении паразитных параметров полюсы передаточной функции реальной цепи могут переместиться в правую полуплоскость, что приведет к потере устойчивости цепи.

Рассматривая выше схемы преобразователей, мы, подчеркивали тот факт, что в основе каждого преобразователя лежит усилитель, охваченный через сопротивление нагрузки и генератора обратной связью. При реализации схемы с преобразователем роль этих сопротивлений играют входные сопротивления (или проводимости) пассивных  $RC$ -четырёхполюсников, включаемых по обе стороны от преобразователя. Эти параметры и должны определяться в процессе синтеза схемы с преобразователями, и они же определяют возвратную разность усилителя, частотное исследование которой должно дать ответ на вопрос об устойчивости схемы,

### 3-5. Синтез цепей второго порядка с применением масштабных преобразователей

При синтезе электрических цепей с применением масштабных преобразователей сопротивления и проводимости свойство масштабного изменения величины нагрузки, подключаемой к выходным зажимам преобразователя, как правило, не используется. Это свойство реализуется только в отдельных случаях, например для создания схемы замещения большой емкости с помощью масштабного преобразователя проводимости.

Обычно масштабный преобразователь используется следующим образом. Так как масштабный множитель входит только в одно из уравнений, связывающих переменные на зажимах преобразователя, то преобразователь стремятся выполнить так, чтобы коэффициент преобразования можно было считать бесконечно большим или, наоборот, бесконечно малым. Тогда одно из уравнений становится лишним, а второе показывает, что преобразователь вырождается в идеальный повторитель напряжения или повторитель тока. Методы синтеза передаточных функций с такими идеальными повторителями освещены в литературе [10, 26]. Выполним вывод передаточных функций схем с преобразователями в общем виде.

При синтезе схем с масштабными преобразователями используются две модели (рис. 3-6). В первой модели пассивный  $RC$ -пятиполюсник подключается перед преобразователем сопротивления, а вся модель реализует передаточную функцию по напряжению. Запишем уравнения переменных на зажимах пятиполюсника:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 + Y_{13}U_3, \\ I_2 &= Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 + Y_{23}U_3, \\ I_3 &= Y_{31}U_1 + Y_{32}U_2 + Y_{33}U_3. \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

Пусть напряжения и токи на зажимах преобразователя связаны уравнениями  $U_2 = k'U_3$ ;  $-I_3 = k''I_2$ . Подставив эти уравнения в (3-3), учитывая, что  $U_1 = E_r$ , перепишем исходные уравнения в виде:

$$I_1 = Y_{11}E_r + Y_{12}U_2 + \frac{Y_{13}}{k'}U_2,$$



$$I_2 = Y_{21}E_r + Y_{22}U_2 + \frac{Y_{23}}{k'} U_2,$$

$$-k''I_2 = Y_{31}E_r + Y_{32}U_2 + \frac{Y_{33}}{k'} U_2.$$

Домножая второе уравнение на  $k''$  и складывая его с третьим, получим

$$E_r(Y_{31} + k'Y_{21}) + U_2 \left[ \left( Y_{32} + \frac{Y_{33}}{k'} \right) + k'' \left( Y_{22} + \frac{Y_{23}}{k'} \right) \right] = 0,$$

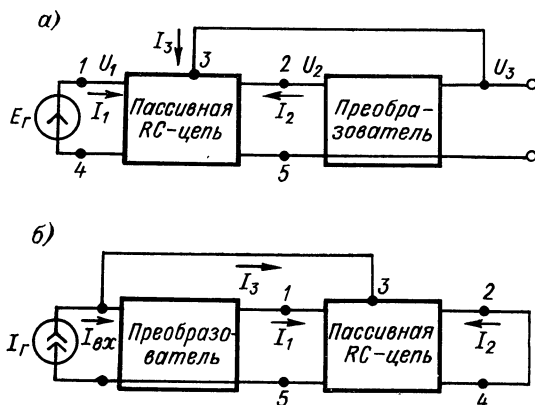


Рис. 3-6. Модели реализации схем с масштабными преобразователями: а — сопротивления, б — проводимости

откуда

$$T_U = \frac{U_2}{E_r} = -\frac{Y_{31}}{Y_{32} + Y_{33}} = \frac{N(p)}{D(p)}.$$

В идеальном масштабном преобразователе сопротивления  $k' = 1$  и  $k'' = 1/k$ . Если  $k \rightarrow \infty$ , то выражение передаточной функции принимает вид

$$T_U = -\frac{Y_{31}}{Y_{32} + Y_{33}} = \frac{N(p)}{D(p)}.$$

Для нахождения  $Y$ -параметров пятиполюсника по заданной передаточной функции необходимо числитель и знаменатель заданной передаточной функции разделить на полином  $q(p)$  степени, равной или на единицу

меньшей степени полинома знаменателя. Затем необходимо разложить полином знаменателя на разность двух полиномов  $D(p) = q_1(p) - q_2(p)$ , причем полином  $q_1(p)$  должен иметь отрицательные вещественные нули, и произвести отождествление:

$$N(p)/q(p) = -Y_{31}, \quad q_1(p)/q(p) = Y_{33}, \quad q_2(p)/q(p) = -Y_{32}.$$

При этом необходимо, чтобы в результате отождествления получилась совместимая система  $Y$ -параметров многополюсника. Сложность получения указанного разложения и дальнейшие трудности, возникающие при реализации получившейся системы, и приводят к тому, что при синтезе схем с масштабными преобразователями сопротивления и проводимости рассматривают частные виды преобразователей — повторитель напряжения и повторитель тока.

Повторитель напряжения является масштабным преобразователем сопротивления с преобразованием тока и коэффициентом преобразования  $k \rightarrow \infty$ . Так как для него  $Z_{вх} = \infty$  (и соответственно  $Y_{вых} = \infty$ ), а  $U_1 = U_2$ , то его можно рассматривать как идеальный единичный усилитель напряжения. На практике такой усилитель реализуется эмиттерным повторителем.

Аналогичные трудности возникнут, если мы будем рассматривать и вторую модель реализации цепей с масштабными преобразователями проводимости (рис. 3-6, б). Запишем снова уравнения пассивного трехполюсника в исходном виде, дополнив их уравнениями

$$I_r = I_3 + I_{вх}; \quad I_{вх} = k'' I_1; \quad U_3 = k' U_1.$$

Подставляя эти уравнения в исходные (3-3), получим

$$I_1 = U_1 Y_{11} + Y_{13} k' U_1,$$

$$I_2 = U_1 Y_{12} + Y_{23} k' U_1.$$

Умножая первое уравнение на  $k''$  и складывая его с третьим, получим

$$I_r = (k'' Y_{11} + Y_{13}) U_1 + (k' k'' Y_{13} + k' Y_{33}) U_1.$$

Определив из второго уравнения  $U_1$  и подставляя его в это уравнение, получим

$$T_I = -\frac{I_2}{I_r} = -\frac{Y_{12} + k' Y_{23}}{k'' Y_{11} + Y_{13} + (k' k'' Y_{13} + k' Y_{33})}.$$

Для масштабного преобразователя проводимости, коэффициент преобразования которого бесконечно велик, должно выполняться условие  $k' = 0$ ;  $k'' = 1$ . Тогда передаточная функция по току становится равной

$$T_I = - \frac{Y_{12}}{Y_{11} + Y_{13}}.$$

Задача разбиения этой передаточной функции и последующего отождествления оказывается аналогичной задаче реализации передаточной функции с масштабным преобразователем сопротивления, имеющим бесконечно большой коэффициент преобразования. Методы реализации здесь такие же, как и в схемах с единичным усилителем напряжения.

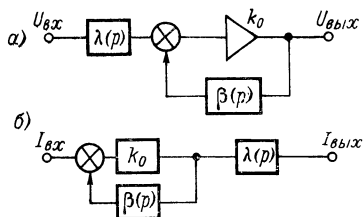


Рис. 3-7. Структурные схемы реализации с помощью единичных усилителей напряжения (а) и тока (б)

Реализацию биквадратных передаточных функций с помощью единичных усилителей напряжения и тока иногда удобнее рассматривать на основе структурных схем, показанных на рис. 3-7, но при этом наложить условие, что передаточные функции

$$\lambda(p) = \frac{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{p^2 + b_1 p + b_0} \quad \text{и} \quad \beta(p) = \frac{d_2 p^2 + d_1 p + d_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$$

имеют одинаковый трехчлен в знаменателе;  $\lambda(p)$  называют иногда передаточной функцией прямой передачи,  $\beta(p)$  — передаточной функцией обратной передачи.

Полагая  $k_0 = 1/k'$  для повторителей напряжения и  $k_0 = k''$  для повторителей тока, можем записать общее выражение передаточной функции с этими частными видами преобразователей:

$$T(p) = \frac{\lambda(p) k_0}{1 - k_0 \beta(p)} = \frac{(a_2 p^2 + a_1 p + a_0) k_0}{(1 - k_0 d_2) p^2 + (b_1 - k_0 d_1) p + (b_0 - k_0 d_0)}.$$

В табл. 3-3 показаны схемы реализации различных биквадратных передаточных функций с помощью масштабных преобразователей сопротивления с преобразованием тока и повторением напряжения. Включение преобразователя приводит к компенсации потерь, вно-

симых  $RC$ -цепями, при сохранении вида передаточной функции прямой передачи, определяемой пассивной  $RC$ -цепью. Передаточные функции цепей с двойным Т-образным мостом выведены при условии, что между элементами моста существуют соотношения  $m = R_2/R_1 = C_1/C_2$ ,  $n = R_3/R_1 = C_1/C_3$ , а сам мост настроен на частоту  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ . Эффект подключения масштабного

преобразователя к пассивной  $RC$ -цепи можно проследить, просматривая движение полюсов передаточных функций в комплексной плоскости при изменении величины  $k_0$  от нуля до единицы.

Следует заметить, что в цепях с двойным Т-образным мостом возможна генерация колебаний. Для этого проанализируем прямую передаточную функцию схемы (табл. 3-3, № 4) на частоте настройки. Она имеет вид:

$$\lambda(j\omega_0) = \frac{n + \frac{n}{m} - 1}{n + \frac{n}{m} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}}. \quad (3-4)$$

$\lambda(j\omega_0)$  равна нулю при условии  $n = \frac{m}{1+m}$ . При  $n < \frac{m}{1+m}$  функция  $\lambda(j\omega_0) < 0$ , т. е. сдвиг фаз равен  $180^\circ$  между входным и выходным напряжениями; при  $n > \frac{m}{1+m}$  функция  $\lambda(j\omega_0) > 0$ , т. е. сдвиг фаз равен нулю. Определим минимальное значение  $\lambda(j\omega_0)$ . Приравняв к нулю полный дифференциал выражения (3-4), получим  $m = + \frac{n}{0,414 - n}$  и, следовательно,

$$\lambda(j\omega_0)_{\min} = \frac{0,17n}{0,414 - 0,17n}.$$

Из этих соотношений видно, что при  $m \rightarrow \infty$   $n \rightarrow 0,414$  и  $\lambda(j\omega_0) \rightarrow 0,207$ . В случае симметричного двойного Т-образного моста  $m = 1$ ,  $n = 0,207$ ,  $\lambda(j\omega_0) = -0,0936$ .

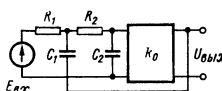
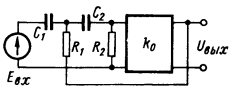
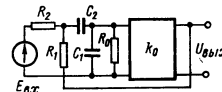
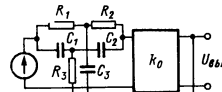
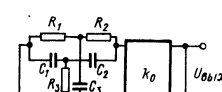
Для всех схем с двойным Т-образным мостом обратная передаточная функция  $\beta(j\omega_0) = 1 - \lambda(j\omega_0)$ . Следовательно, при  $n = \frac{m}{1+m}$  функция  $\beta(j\omega_0) = 1$ , а при  $n < \frac{m}{1+m}$  функция  $\beta(j\omega_0) > 1$ , достигая предельного

# Основные фильтрующие звенья и

№ пп.	Вид схемы	Передаточная функция
1	ФНЧ	$T_U(p) = \frac{k_0}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + [R_1 C_2 + R_2 C_2 + R_1 C_1 (1 - k_0)] p + 1}$
2	ФВЧ	$T_U(p) = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 k_0 p^2}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + [R_1 C_2 + R_1 C_1 + R_2 C_2 (1 - k_0)] p + 1}$
3	ПФ	$T_U(p) = \frac{R_0 R_1 C_2 k_0 p}{R_0 R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + A p + R_1 + R_2},$ <p>где</p> $A = R_1 R_2 C_2 + R_1 R_0 (C_1 + C_2) + R_0 R_2 [C_1 + C_2 (1 - k_0)]$
4	ЗФ	$T_U(p) = \frac{R_1^2 C_1^2}{R_1^2 C_1^2 p^2 + \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{n} + 1 \right) R_1 C_1 (1 - k_0) p + 1}$
5	Генератор	$T_U(p) \rightarrow \infty$

Таблица 3-3

## генератор с повторителем напряжения

$\omega_0, Q_3$	Условие устойчивости	Изображение схемы
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$ $Q_3 = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_2 + R_2 C_2 + R_1 C_1 (1 - k_0)}$	Всегда устойчива	
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$ $Q_3 = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_2 + R_1 C_1 + R_2 C_2 (1 - k_0)}$	То же	
$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_0 R_1 R_2 C_1 C_2}}$ $Q_3 = \frac{\sqrt{R_0 R_1 R_2 (R_1 + R_2) C_1 C_2}}{A}$	» »	
$\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1}$ $Q_3 = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + 1\right) (1 - k_0)}$	$n \geq \frac{m}{1+m}$	
$\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1}$ $Q_3 \rightarrow \infty$	$n < \frac{m}{1+m}$	

значения 1,207 при  $n \rightarrow 0,414$ . Для симметричного двойного Т-образного моста  $\beta$  может достигать 1,0936 при  $n = 0,207$ . Заметим, что  $\beta(j\omega_0)$  всегда положительна, так как  $\lambda(j\omega_0)$  меньше единицы, т. е. сдвиг фаз в петле обратной связи равен нулю при любых соотношениях между  $m$  и  $n$ .

Таким образом, даже если коэффициент  $k_0$  меньше единицы,  $k_0\beta(j\omega_0)$  может быть больше единицы, и в схеме возникнут незатухающие колебания на частоте  $\omega_0$ .

С помощью масштабных преобразователей сопротивления можно реализовать не только передаточные функции по напряжению, но и функции передаточного сопротивления и передаточной проводимости. Для реали-

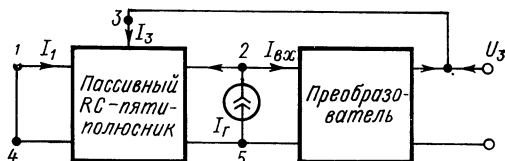


Рис. 3-8. Схема реализации функции передаточного сопротивления

зации функции передаточного сопротивления (рис. 3-8) достаточно, например, подключить источник тока между зажимами 2 и 5, а выходное напряжение по-прежнему снимать с зажима 3. В этом случае к уравнениям пассивного трехполюсника следует добавить уравнения

$$I_r = I_2 + I_{вх}; \quad I_{вх} = -k''I_3; \quad U_2 = k'U_3,$$

и положить  $U_1 = 0$ . Уравнения схемы с преобразователем в этом случае принимают вид:

$$I_1 = (Y_{12}k + Y_{13}) U_3,$$

$$I_r + k''I_3 = (Y_{22}k' + Y_{23}) U_3,$$

$$I_3 = (Y_{23}k' + Y_{33}) U_3.$$

Из этих уравнений получаем

$$Z_T = \frac{U_3}{I_r} = \frac{1}{Y_{22}k' + Y_{23} - k''(Y_{23}k' + Y_{33})}.$$

При  $k'' = 0$  и  $k' = 1$  выражение упрощается и принимает вид:

$$Z_T = \frac{1}{Y_{22} + Y_{23}},$$

и из этого выражения видно, что таким способом можно реализовать функции, у которых нули находятся на отрицательной вещественной оси и являются простыми (так как они совпадают с полюсами параметров пассивного  $RC$ -пятиполюсника);  $RC$ -пятиполюсник в данном случае вырождается в четырехполюсник, характеризующий только двумя параметрами  $Y_{22}$  и  $Y_{23}$ .

Более того, источник сигнала может быть подключен и к зажимам 3 и 5 многополюсника, причем выходной сигнал может сниматься с этих же зажимов. Действительно, подключим источник тока к зажиму 3, а в качестве выходного сигнала будем рассматривать напряжение на тех же зажимах. Учитывая, что в этом случае  $U_1 = 0$ ,  $U_2 = k'U_3$ ,  $I_\Gamma = I_3 - I_{\text{вых}}$ ,  $I_{\text{вх}} = -I_2$ ,  $I_{\text{вх}} = k''I_{\text{вых}}$ , уравнения переменных на зажимах трехполюсника принимают вид:

$$\begin{aligned} I_1 &= (Y_{12}k' + Y_{13}) U_3, \\ -k''I_{\text{вых}} &= (U_{22}k' + Y_{33}) U_3, \\ I_\Gamma + I_{\text{вых}} &= (Y_{32}k' + Y_{33}) U_3. \end{aligned}$$

Из этих уравнений

$$Z_{\text{вых}} = \frac{U_3}{I_\Gamma} = \frac{k''}{k''(Y_{23}k' + Y_{33}) + Y_{22}k' + Y_{23}}.$$

Пусть по-прежнему  $k' = 1$ ,  $k''$  — отличная от нуля вещественная величина. Тогда, если  $k''$  мало, можно приближенно считать, что

$$\frac{U_3}{I_\Gamma} \approx \frac{k''}{Y_{22} + Y_{23}}.$$

Для масштабного преобразователя сопротивления коэффициент

$$k'' = \frac{1}{k_I + 1},$$

где  $k_I$  — коэффициент усиления по току усилителя, вхо-

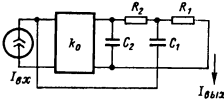
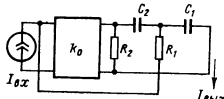
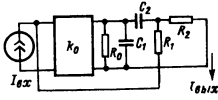
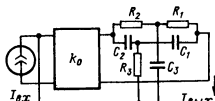


# Основные фильтрующие звенья

№ пп.	Вид схемы	Передаточная функция
1	ФНЧ	$T_I(p) = \frac{k_0}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + [R_1 C_2 + R_2 C_2 + R_1 C_1 (1 - k_0)] p + 1}$
2	ФВЧ	$T_I(p) = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 k_0 p^2}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + [R_1 C_2 + R_1 C_1 + R_2 C_2 (1 - k_0)] p + 1}$
3	ПФ	<p>где</p> $T_I(p) = \frac{R_0 R_1 C_2 k_0 p}{R_0 R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + A p + R_1 + R_2}$ $A = R_1 R_2 C_2 + R_0 R_1 (C_1 + C_2) + R_2 R_0 C_1 + R_0 R_2 C_2 (1 - k_0)$
4	ЗФ	$T_I(p) = \frac{(R_1^2 C_1^2 p^2 + 1)}{R_1^2 C_1^2 p^2 + \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + 1\right) R_1 C_1 (1 - k_0) p + 1}$

Таблица 3-4

на основе повторителей тока

$\omega_0, Q_3$	Изображение схемы
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$ $Q_3 = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_2 + R_2 C_2 + R_1 C_1 (1 - k_0)}$	
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$ $Q_3 = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_2 + R_1 C_1 + R_2 C_2 (1 - k_0)}$	
$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_0 R_1 R_2 C_1 C_2}}$ $Q_3 = \frac{\sqrt{R_0 R_1 R_2 C_1 C_2 (R_1 + R_2)}}{A}$	
$\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1}$ $Q_3 = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + 1\right) (1 - k_0)}$	

дящего в преобразователь. Этот усилитель может быть идеальным, и при этом параметр  $k''$  может быть отличным от нуля. Указанное положение существенно отличается синтез схем с преобразователями сопротивления от синтеза схем с идеальными усилителями конечного усиления. В последнем случае выходное сопротивление схемы не является функцией частоты, а реально получающаяся зависимость выходного сопротивления от частоты появляется лишь тогда, когда в рассмотрение вводится выходное сопротивление усилителя [10]. В то же время выходное сопротивление схемы с преобразователем будет иметь частотно-зависимый характер, даже если преобразователь выполнен с использованием идеального усилителя, но с конечным усилением.

Аналогичным образом можно рассмотреть и схемы с масштабными преобразователями проводимости. Реализация передаточных функций основных фильтрующих звеньев показана в табл. 3-4.

Таким образом, синтез схем с масштабными преобразователями является не прямым, а косвенным. Он сводится к тому, что задаются определенной, сравнительно простой конфигурацией многополюсника и анализируют получающуюся передаточную функцию. На основе анализа отбираются схемы, с помощью которых и осуществляется реализация заданной функции. Для передаточных функций стандартного вида отобранные конфигурации табулируются и полученные таблицы, включающие схемы и соотношения между элементами, являются основой для проектирования звеньев с масштабными преобразователями.

### **3-6. Синтез цепей второго порядка с применением конверторов сопротивления и проводимости**

Методы реализации биквадратной передаточной функции с применением конверторов сопротивления и проводимости предполагают соединение входа и выхода преобразователя с пассивными  $RC$ -четыреполюсниками. Соединение конвертора с этими четырехполюсниками может быть либо каскадным, либо каскадно-параллельным. В первом случае модель реализации иногда называют моделью Линвилла, во втором — моделью Янагисавы, по именам авторов, рассмотревших соответст-

вующие методы синтеза схем с конверторами [45, 52]. Процедура реализации заключается в сопоставлении передаточной функции модели с требуемой передаточной функцией цепи и последующем нахождении элементов цепи. Рассмотрим оба метода.

**Модель с каскадным соединением четырехполюсников.** Структурная схема модели представляет собой каскадное соединение пассивных  $RC$ -четырёхполюсников и включенного между ними конвертора (рис. 3-9). Модель с каскадным соединением четырехполюсников оказывается удобной для реализации функции передаточного сопротивления:

$$Z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0}.$$



Рис. 3-9. Структурная схема модели с каскадным соединением четырехполюсников

Если в модели используется конвертор с преобразованием напряжения, то

$$Z_{21} = \frac{Z_{21a}Z_{21b}}{Z_{22a} - kZ_{11b}}, \quad (3-5)$$

где  $Z_{21a}$ ,  $Z_{21b}$ ,  $Z_{22a}$ ,  $Z_{11b}$  — элементы  $Z$ -матриц  $RC$ -четырёхполюсников  $a$  и  $b$ , а  $k$  — коэффициент конверсии.

Если в модели включен конвертор с преобразованием тока, то получаем:

$$Z_{21} = \frac{kZ_{21a}Z_{21b}}{kZ_{11b} - Z_{22a}}. \quad (3-6)$$

Заданная передаточная функция приводится к одному из выражений (3-5) или (3-6) таким образом, чтобы каждому  $Z$ -параметру четырехполюсников  $a$  и  $b$  соответствовала бы функция, физически осуществимая пассивной  $RC$ -цепью.

Рассмотрим порядок синтеза биквадратной передаточной функции на примере конвертора с преобразова-

нием напряжения, причем для простоты коэффициент конверсии  $k$  будем полагать равным единице.

Имеем передаточную функцию модели

$$Z_{21} = \frac{Z_{21a}Z_{21b}}{Z_{22a} - Z_{11b}} \quad (3-7)$$

и некоторую передаточную функцию, которую необходимо реализовать

$$T(p) = \frac{N(p)}{D(p)}. \quad (3-8)$$

Выражение (3-8) делится на произвольный полином  $q(p)$ , корни которого должны быть простыми, действительными и отрицательными, а порядок равен порядку функции  $T(p)$ . Последний определяется наивысшей степенью полинома  $N(p)$  или  $D(p)$ . В случае биквадратной передаточной функции  $q(p) = M(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)$ , где  $M, \alpha_1, \alpha_2$  — произвольные величины.

Передаточная функция  $T(p) = \frac{N(p)}{q(p)} \frac{q(p)}{D(p)}$  сравнивается с выражением (3-7).

Полагаем

$$Z_{21a}Z_{21b} = N(p)/q(p),$$

а

$$Z_{22a} - Z_{11b} = D(p)/q(p).$$

В нашем случае полином  $D(p)$  является знаменателем биквадратной передаточной функции, т. е. имеет вид:  $D(p) = p^2 + b_1p + b_0$ .

Разлагаем  $\frac{D(p)}{q(p)}$  на простые дроби:

$$\frac{p^2 + b_1p + b_0}{M(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)} = \frac{1}{M} + \frac{A_1}{M(p + \alpha_1)} - \frac{A_2}{M(p + \alpha_2)}, \quad (3-9)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{\alpha_1^2 - b_1\alpha_1 + b_0}{\alpha_2 - \alpha_1}, \quad A_2 = \frac{\alpha_2^2 - b_1\alpha_2 + b_0}{\alpha_2 - \alpha_1}.$$

Для того чтобы  $A_1$  и  $A_2$  были положительными, принимаем  $\alpha_2 > \alpha_1$ . Относим положительные члены в разложении (3-9) к  $Z_{22a}$ , а отрицательные — к  $Z_{11b}$ , т. е. полагаем

$$Z_{22a} = \frac{1}{M} + \frac{A_1}{M(p + \alpha_1)}; \quad Z_{11b} = \frac{A_2}{M(p + \alpha_2)}.$$

Как указывалось в (3-4), вид полинома  $\dot{N}(p)$  определяет основные частные случаи реализуемой цепи второго порядка.

Данной моделью оказывается невозможно реализовать передаточное сопротивление заграждающего фильтра, если полином  $q(p)$  имеет второй порядок, так как при этом не удастся произвести такое отождествление составляющих разложения, чтобы не нарушалось условие Фиалкова для получающихся пар  $Z$ -параметров.

Если же выбрать полином  $q(p)$  третьей степени, то реализация каскадной моделью приведет к структуре с двойным  $T$ -образным мостом [40, 45] и избыточным количеством емкостей. Поэтому каскадная модель применяется для реализации ФНЧ, ФВЧ и ПФ. Отождествление разложения для каждого из этих случаев удобно провести самостоятельно.

В случае фильтра нижних частот  $N(p) = a_0$  и

$$Z_{21a}Z_{216} = \frac{a_0}{M(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}.$$

Так как параметры  $Z_{21}$  и  $Z_{11}$  (а также  $Z_{21}$  и  $Z_{22}$  должны иметь общие полюсы, то полагаем

$$Z_{21a} = \frac{a_0}{\gamma(p + \alpha_1)}; \quad Z_{216} = \frac{\gamma}{M(p + \alpha_2)}.$$

Здесь  $\gamma$  — произвольная постоянная, которая сокращается при перемножении параметров  $Z_{21a}$  и  $Z_{216}$ . Ее можно использовать для уменьшения числа элементов цепи. Действительно, положив  $\gamma = A_2$ , получим

$$Z_{116} = \frac{A_2}{M(p + \alpha_2)}; \quad Z_{216} = \frac{A_2'}{M(p + \alpha_2)}.$$

Эта пара параметров может быть реализована вырожденным четырехполюсником, состоящим из двух элементов. Для того чтобы уменьшить число элементов в четырехполюснике  $a$ , выберем постоянную  $M$  из условия

$$A_1/M = a_0/A_2.$$

Результаты расчета всех элементов схемы фильтра представлены в первом столбце табл. 3-5, а окончательная схема фильтра показана на рис. 3-10,  $a$ .

Элементы цепей, реализованных каскадной моделью

Элементы цепи	Передаточная функция цепи		
	$\frac{a_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\frac{a_2 p^2}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\frac{a_1 p}{p^2 + b_1 p + b_0}$
$R_1$	$\frac{a_0}{A_2 \alpha_1}$	$\frac{a_2}{\gamma} \left( \frac{l}{A_1} + 1 \right)$	$\frac{a_1}{A_2} \left( \frac{\alpha_1}{A_1} + 1 \right)$
$R_2$	$\frac{a_0}{A_1 A_2}$	$\frac{\alpha_2}{\gamma_0} \left( \frac{A_1}{l} + 1 \right)$	$\frac{\alpha_1}{A_1} \left( \frac{A_1}{\alpha_1} + 1 \right)$
$R_3$	$\frac{a_0}{A_1 \alpha_2}$	$\frac{a_2}{1 + \gamma} \left( \frac{A_2}{\gamma \alpha_2} + 1 \right)$	$\frac{a_1}{\alpha_2}$
$R_4$	—	$\frac{a_2}{1 + \gamma} \left( \frac{\gamma \alpha_2}{A_2} + 1 \right)$	—
$C_1$	$\frac{1}{R_1 \alpha_1}$	$\frac{1}{\alpha_1 (R_1 + R_2)}$	$\frac{1}{\alpha_1 (R_1 + R_2)}$
$C_2$	$\frac{1}{R_3 \alpha_2}$	$\frac{1}{\alpha_2 (R_3 + R_4)}$	$\frac{1}{R_3 \alpha_2}$

Здесь  $l = (1 + \gamma_0) \alpha_1$ .

Теперь рассмотрим фильтр верхних частот

$$T(p) = \frac{a_0 p^2}{p^2 + b_1 p + b_0}.$$

Снова разделим числитель и знаменатель на полином  $M(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)$ . Получим

$$Z_{21a} Z_{21b} = \frac{a_0 p^2}{M(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)},$$

что дает возможность записать

$$Z_{21a} = \frac{a_0 p}{\gamma(p + \alpha_1)}; \quad Z_{21b} = \frac{\gamma p}{M(p + \alpha_2)}.$$

Для разложения знаменателя получим

$$Z_{22a} - Z_{11b} = \frac{1}{M} + \frac{A_1}{M(p + \alpha_1)} - \frac{A_2}{M(p + \alpha_2)}. \quad (3-10)$$

Но в этом разложении невозможно положить  $\frac{A_2}{M(p + \alpha_2)}$

равным  $Z_{116}$ , так как для полученной пары параметров окажется, что  $Z_{216}(\infty) > Z_{116}(\infty)$  (нарушено условие вычета в бесконечности [3]), и соответствующий четырехполюсник будет нереализуемым. Поэтому в разложении (3-10) добавим и вычтем одинаковый член  $\gamma/M$  и тогда произведем отождествление:

$$Z_{22a} = \frac{1}{M} + \frac{A_1}{M(p + \alpha_1)} + \frac{\gamma}{M},$$

$$Z_{116} = \frac{A_2}{M(p + \alpha_2)} + \frac{\gamma}{M}.$$

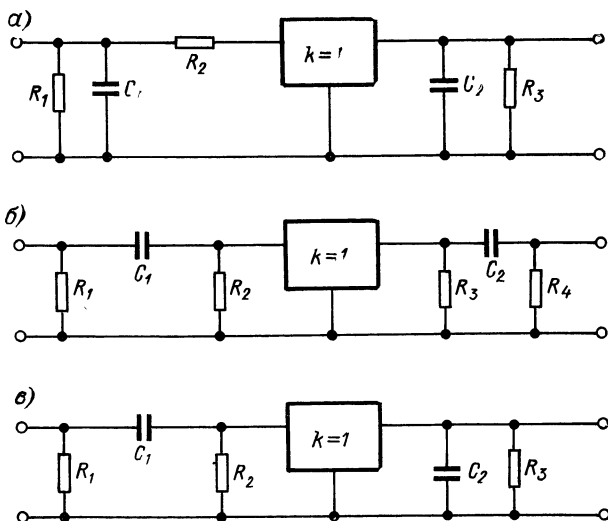


Рис. 3-10. Схемы реализации фильтров по каскадной модели: а — ФНЧ, б — ФВЧ, в — ПФ

Постоянную  $M$  можно теперь выбрать таким образом, чтобы  $Z_{22a}(\infty) = Z_{21a}(\infty)$ . Это приводит к равенству

$$\frac{1}{M} + \frac{\gamma}{M} = \frac{a_2}{\gamma}.$$

Откуда  $M = \frac{\gamma(1 + \gamma)}{a_2}$ . При этом структура цепи упрощается. Синтез каждого из четырехполюсников производится по методу Гиллемина [8].



Например, рассмотрим синтез четырехполюсника б. Выделим подготовительную ветвь (рис. 3-10, б):

$$R_3 = Z_{11б} (0) = \frac{A_2}{M\alpha_2} + \frac{\gamma}{M} = \frac{a_2}{1 + \gamma} \left( 1 + \frac{A_2}{\gamma\alpha_2} \right).$$

Проводимость остатка

$$Y_{\text{ост}} = \frac{1}{Z_{11б}} - \frac{1}{Z_{11б} (0)} = \frac{M\alpha_2 p}{(A_2 + \gamma\alpha_2)(\gamma p + A_2 + \gamma\alpha_2)}$$

и имеет нуль в начале координат. Следовательно, обратная величина имеет здесь полюс. Выделяя его, получим

$$\frac{1}{Y_{\text{ост}}} = \frac{1}{C_2 p} + R_2,$$

откуда получаем

$$R_4 = \frac{a_2}{1 + \gamma} \left( 1 + \frac{\gamma\alpha_2}{A_2} \right),$$

$$C_2 = \frac{1}{\alpha_2 (R_3 + R_4)}.$$

Аналогично производится и синтез четырехполюсника а. Расчетные соотношения для всех элементов фильтра даны во втором столбце табл. 3-5. Схема фильтра приведена на рис. 3-10, б. Для полосового фильтра  $T(p) = \frac{a_1 p}{p^2 + b_1 p + b_0}$ , и деление числителя и знаменателя на  $q(p) = M(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)$  позволяет записать соотношения:

$$Z_{22a} = \frac{1}{M} + \frac{A_1}{M(p + \alpha_1)}, \quad Z_{12a} = \frac{a_1 p}{\gamma(p + \alpha_1)},$$

$$Z_{11б} = \frac{A_2}{M(p + \alpha_2)}, \quad Z_{12б} = \frac{\gamma p}{M(p + \alpha_2)}.$$

Для того чтобы упростить структуру цепи, следует положить  $\gamma = A_2$  и  $M = A_2/a_1$ . Расчетные соотношения для элементов схемы в этом случае даны в третьем столбце табл. 3-5, а схема фильтра показана на рис. 3-10, в.

Схемы, реализованные по рассмотренному методу, являются каноническими только по числу используемых конденсаторов. Количество резисторов является избыточным, но зато в этих схемах легко учесть конечное сопротивление нагрузки и изменить характер источ-

ника сигнала (перейти от источника тока к источнику напряжения с конечным внутренним сопротивлением).

Особенность схем с конверторами — возможность усиления сигнала в самой схеме фильтра. Для случая с единичным усилением во всех формулах расчета элементов необходимо положить  $a_2 = b_2 = 1$ ,  $a_1 = b_1$ ,  $a_0 = b_0$ .

Сделаем несколько замечаний по поводу реализации фильтров на конверторах.

1) Разложение знаменателя биквадратной функции можно представить в виде

$$\frac{D(p)}{q(p)} = \frac{p^2 + b_1 p + b_0}{M(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)} = \frac{A(p) - kB(p)}{M(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)},$$

где  $A(p)$  и  $B(p)$  — полиномы второй степени, нули которых вещественные и неположительные.

Произвольный выбор полиномов  $A(p)$  и  $B(p)$  позволяет получать множество схем, реализующих с точностью до постоянного множителя заданную передаточную функцию и отличающихся друг от друга величиной и числом пассивных элементов. При этом зависимость характеристик передачи фильтра от изменения параметров пассивных и активных элементов для каждой из реализованных схем будет неодинаковой.

В [14, 43] определено оптимальное разбиение полинома  $D(p)$ , при котором зависимость характеристик фильтра от изменения параметров активного элемента оказывается минимальной.

Для полинома знаменателя  $D(p)$  второй степени указанное разбиение принимает вид

$$D(p) = (p + \sqrt{b_0})^2 - (2\sqrt{b_0} - b_1)p.$$

Отсюда следует, что делящий полином в этом случае имеет вид

$$q(p) = M(p + \sqrt{b_0})p.$$

Если снова рассмотреть реализацию фильтра нижних частот для которого  $T(p) = \frac{a_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$ , то с учетом указанного выбора делящего полинома для него получим

$$Z_{22a} = \frac{p + \sqrt{b_0}}{Mp}; \quad Z_{21a} = \frac{a_0}{\gamma p}; \quad Z_{11b} = \frac{2\sqrt{b_0} - b_1}{M(p + \sqrt{b_0})};$$

$$Z_{21b} = \frac{\gamma}{M(p + \sqrt{b_0})}.$$

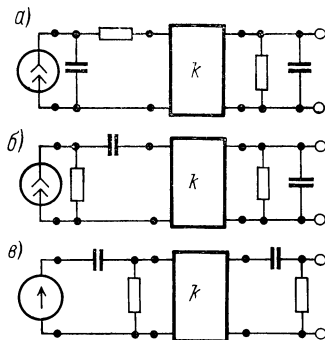
Полагая  $\gamma = 2\sqrt{b_0} - b_1$  и  $M = \frac{\sqrt{b_0}}{a_0} \gamma$ , найдем, что передаточное сопротивление  $Z_T(p) = T(p)$  в этом случае реализуется кано-

нической структурой (рис. 3-11, а), величины элементов которой равны

$$R_1 = \frac{a_0}{(2\sqrt{b_0 - b_1})\sqrt{b_0}}; \quad R_2 = \frac{a_0}{b_0};$$

$$C_1 = \frac{2\sqrt{b_0 - b_1}}{a_0}; \quad C_2 = \frac{\sqrt{b_0}}{a_0}.$$

Передаточное сопротивление полосового фильтра также удается реализовать схемой (рис. 3-11, б), положив в разложении



$$Z_{22a} = \frac{1}{M} \frac{p + \sqrt{b_0}}{p};$$

$$Z_{12a} = \frac{\alpha_0}{\gamma};$$

$$Z_{11б} = \frac{2\sqrt{b_0 - b_1}}{p + \sqrt{b_0}}; \quad Z_{12б} =$$

$$= \frac{\gamma}{M(p + \sqrt{b_0})}$$

и выбрав

$$\gamma = 2\sqrt{b_0 - b_1} \quad \text{и} \quad M = \frac{\gamma}{a_0} = \frac{2\sqrt{b_0 - b_1}}{a_0}.$$

Рис. 3-11. Реализация ФНЧ канонической структурой при оптимальном разложении знаменателя

Расчетные величины элементов в этом случае определяются формулами

$$R_1 = \frac{a_0}{2\sqrt{b_0 - b_1}}; \quad C_1 = \frac{2\sqrt{b_0 - b_1}}{a_0\sqrt{b_0}};$$

$$R_2 = \frac{1}{a_0\sqrt{b_0}}; \quad C_2 = a_0.$$

Однако, если мы попытаемся реализовать передаточное сопротивление звена фильтра верхних частот, сохранив оптимальное разложение знаменателя, мы убедимся, что невозможно получить совместимые пары параметров, удовлетворяющие условию Фиалкова.

Выход из этого затруднительного положения состоит в следующем. Возьмем конвертор с конверсией тока и рассмотрим

передаточную функцию по напряжению каскадного соединения четырехполюсников

$$T_U = \frac{Y_{21a}Z_{216}}{k - Y_{22a}Z_{116}} = - \frac{Y_{21a}Z_{216}}{Z_{116} - \frac{k}{Y_{22a}}}.$$

Пусть по-прежнему фактор конверсии равен единице. Деля числитель и знаменатель передаточной функции ФВЧ на  $q(p) = Mp(p + \sqrt{b_0})$ , можно будет записать

$$Z_{116} = \frac{p + \sqrt{b_0}}{Mp}; \quad Z_{216} = \frac{a_2}{\gamma};$$

$$\frac{1}{Y_{22a}} = \frac{2\sqrt{b_0} - b_1}{M(p + \sqrt{b_0})}; \quad -\frac{Y_{21a}}{Y_{22a}} = \frac{p\gamma}{p + \sqrt{b_0}}.$$

Из последних двух равенств можно записать систему совместимых параметров четырехполюсника  $a$

$$Y_{22a} = \frac{M(p + \sqrt{b_0})}{2\sqrt{b_0} - b_1}; \quad Y_{12a} = \frac{p\gamma}{2\sqrt{b_0} - b_1}.$$

Чтобы реализовать ФВЧ канонической структурой, необходимо положить  $\gamma = M$ , что, в свою очередь, можно выполнить при условии  $a_2 = 1$ . Тогда расчетные соотношения для схемы фильтра (рис. 3-11, в) будут иметь вид

$$R_1 = \frac{2\sqrt{b_0 - b_1}}{\gamma\sqrt{b_0}}; \quad R_2 = \frac{1}{\gamma};$$

$$C_1 = \frac{\gamma}{2\sqrt{b_0} - b_1}, \quad C_2 = \frac{\gamma}{\sqrt{b_0}},$$

где  $\gamma$  — произвольная постоянная величина.

Таким образом, каноническая реализация с выбранным типом конвертора возможна не для всех передаточных функций. В табл. 3-6 приведены выражения передаточных функций каскадного соединения и отмечены варианты фильтрующих звеньев, реализуемые канонически.

2) В этом параграфе, выполняя процедуру синтеза фильтров, для простоты мы полагали фактор конверсии равным единице. Получающиеся значения элементов являются функциями коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции и могут иметь значительный разброс своих расчетных значений. Это может оказаться неудобным при использовании фильтра. Однако, используя конверторы с фактором конверсии, отличающимся от единицы (получение заданного  $k$  рассматривалось в гл. 1), можно получить фильтр, у которого все сопротивления и емкости будут одинаковы.

Таблица 3-6

## Передаточные функции и возможность канонической реализации

Уравнения конвертора	Передаточная функция каскадного соединения	Реализация канонической схемой			
		ФНЧ	ФВЧ	ПФ	ЗФ
$U_1 = U_2$ $I_1 = -kI_2$	$Z_T = \frac{Z_{21a}Z_{21b}}{Z_{11b} - kZ_{22a}}$	Есть	Нет	Нет	Нет
	$Y_T = \frac{-Y_{21a}Y_{21b}}{Y_{22a} - kY_{11b}}$	Нет	Есть	Нет	Нет
	$T_I = \frac{-Z_{21a}Y_{21b}}{-1 + kZ_{22a}Y_{11b}}$	Есть	Есть	Есть	Нет
	$T_U = \frac{Y_{21a}Z_{21b}}{k - Y_{22a}Z_{11b}}$	Есть	Есть	Есть	Нет
$U_1 = -kU_2$ $I_1 = I_2$	$Z_T = \frac{Z_{21a}Z_{21b}}{-kZ_{11b} + Z_{22a}}$	Есть	Нет	Нет	Нет
	$Y_T = \frac{-Y_{21a}Y_{21b}}{-kT_{22a} + Y_{11b}}$	Нет	Есть	Нет	Нет
	$T_I = \frac{-Z_{21a}Y_{21b}}{k - Z_{22a}Y_{11b}}$	Есть	Есть	Есть	Нет
	$T_U = \frac{Y_{21a}Z_{21b}}{kZ_{11b}Y_{22a} - 1}$	Есть	Есть	Есть	Нет

Вернемся снова к реализации звена ФНЧ. С учетом фактора конверсии мы должны положить

$$Z_{22a} = \frac{1}{M} \frac{p + \sqrt{b_0}}{p}; \quad Z_{21a} = \frac{a_0}{\gamma p},$$

$$Z_{11b} = \frac{2\sqrt{b_0} - b_1}{Mk(p + \sqrt{b_0})}, \quad Z_{21b} = \frac{\gamma}{M(p + \sqrt{b_0})}.$$

$$\text{Если выбрать } k = \frac{2\sqrt{b_0} - b_1}{\sqrt{b_0}} \text{ и положить } \gamma = \frac{2\sqrt{b_0} - b_1}{k} =$$

$= \sqrt{b_0}$ , а  $M = \frac{a_0}{b_0}$ , то мы получим каноническую схему ФНЧ,

реализующего передаточное сопротивление, элементы которого  $R_1 = R_2 = a_0/b_0$ ,  $C_1 = C_2 = \sqrt{b_0/a_0}$ .

Поэтому можно изготовить конвертор с регулируемым фактором конверсии и с его помощью получать фильтрующие звенья разной добротности, включая одну и ту же пассивную «приставку» для всех фильтров, настроенных на заданную частоту.

**Каскадно-параллельная модель.** Структурная схема каскадно-параллельной модели показана на рис. 3-12. В этой схеме конвертор с конверсией тока каскадно соединен с пассивным  $RC$ -четыреухполосником, а параллельно этому соединению присоединен другой пассивный четырехполосник.

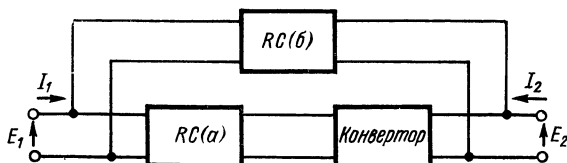


Рис. 3-12. Каскадно-параллельная модель для реализации передаточной функции

Запишем передаточную функцию по напряжению

$$T(p) = - \frac{Y_{21b} - kY_{21a}}{Y_{22b} - kY_{22a}}. \quad (3-11)$$

Эта формула и является основой для синтеза конверторных звеньев по каскадно-параллельной модели. Обычно для четырехполосников  $a$  и  $b$  выбирают упрощенную структуру в виде  $\Gamma$ -образных звеньев (рис. 3-13). Для таких четырехполосников

$$Y_{21a} = -Y_{1a}, \quad Y_{22a} = Y_{1a} + Y_{2a},$$

$$Y_{21b} = -Y_{1b}, \quad Y_{22b} = Y_{1b} + Y_{2b}.$$

С учетом этого можно записать (3-11) в виде:

$$T(p) = \frac{Y_{1b} - kY_{1a}}{Y_{1b} - kY_{1a} + Y_{2b} - kY_{2a}}.$$

Для данной модели можно рассмотреть в общем виде синтез структуры с биквадратной передаточной функцией. Снова для простоты положим, что фактор конверсии равен единице. Порядок синтеза сводится к следующему. Числитель и знаменатель передаточной функции  $T(p) = \frac{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$  делится на некоторый полином  $q(p)$  первого порядка  $q(p) = M(p + \alpha)$ , где  $M$  и  $\alpha$  — произвольные действительные положительные числа.

Учитывая, что  $k = 1$ , получим:

$$Y_{16} - Y_{1a} = \frac{N(p)}{q(p)}, \quad (3-12)$$

$$Y_{26} - Y_{2a} = \frac{D(p) - N(p)}{q(p)}. \quad (3-13)$$

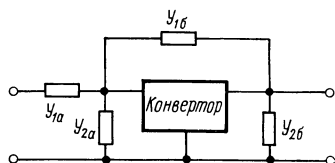


Рис. 3-13. Структура пассивных четырехполюсников в каскадно-параллельной модели

Разлагаем правые части этих выражений на простые дроби и относим положительные члены к  $Y_{16}$  и  $Y_{26}$ , а отрицательные — к  $Y_{1a}$  и  $Y_{2a}$ , предварительно разделив их на  $p$  и домножив на  $p$  после разложения,

$$p \left[ \frac{N(p)}{pq(p)} \right] = p \left[ \frac{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{Mp(p + \alpha)} \right] = \frac{a_2}{M} p + \frac{a_0}{M\alpha} + \frac{a_1}{M(p + \alpha)} - \frac{1}{M\alpha} \cdot \frac{a_2 \alpha^2 + a_0}{p + \alpha}. \quad (3-14)$$

Сравним выражения (3-12) и (3-14) и положим

$$Y_{16} = \frac{a_2 p}{M} + \frac{a_1 p}{M(p + \alpha)} + \frac{a_0}{M\alpha}, \quad (3-15)$$

$$Y_{1a} = \frac{1}{M} \left( a_2 \alpha + \frac{a_0}{\alpha} \right) \frac{p}{p + \alpha}. \quad (3-16)$$

Произведя аналогичные операции над (3-13), находим

$$Y_{26} = \frac{b_0}{M\alpha} + \frac{p}{M} + \frac{b_1 + a_2 \alpha + \frac{a_0}{\alpha}}{M} \frac{p}{p + \alpha}, \quad (3-17)$$

$$Y_{2a} = \frac{\frac{a_0}{M\alpha} + \frac{a_2 p}{M} + a_1 + \alpha + \frac{b_0}{\alpha}}{M} \frac{p}{p + \alpha}. \quad (3-18)$$

Выражения (3-15) — (3-18) действительно являются входными проводимостями пассивных  $RC$ -цепей. Поэтому при каскадно-параллельной модели мы можем реализовать биквадратную функцию общего вида в виде передаточной функции по напряжению схемы рис. 3-14. Значения элементов  $R$  и  $C$  этой схемы выражаются формулами:

$$C_1 = \left(a_2 + \frac{a_0}{\alpha^2}\right) C_7; \quad C_2 = a_2 C_7; \quad C_3 = \left(1 + \frac{a_1}{\alpha} + \frac{b_0}{\alpha^2}\right) C_7;$$

$$C_4 = a_2 C_7; \quad C_5 = \frac{a_1}{\alpha} C_7; \quad C_6 = \left(a_2 + \frac{b_1}{\alpha} + \frac{a_0}{\alpha^2}\right) C_7;$$

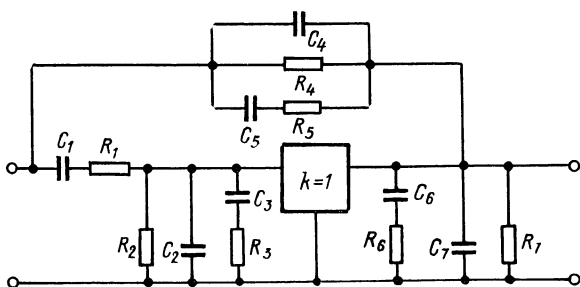


Рис. 3-14. Реализация биквадратной передаточной функции каскадно-параллельной моделью

$$R_1 = \frac{1}{C_1 \alpha}; \quad R_2 = \frac{\alpha}{a_0 C_7}; \quad R_3 = \frac{1}{C_3 \alpha}; \quad R_4 = \frac{\alpha}{a_0 C_7};$$

$$R_5 = \frac{1}{C_5 \alpha}; \quad R_6 = \frac{1}{C_6 \alpha}; \quad R_7 = \frac{\alpha}{b_0 C_7},$$

$C_7$  — произвольная величина.

Все частные случаи биквадратной передаточной функции получаются путем приравнивания нулю некоторых коэффициентов числителя  $N(p)$ . При этом отдельные элементы исчезают и схема несколько упрощается. Более значительного сокращения числа элементов можно достичь, если положить в соответствующих частных случаях  $a_0 = b_0$ ,  $a_1 = b_1$ ,  $a_2 = 1$ , т. е. строить цепи с единичным в полосе пропускания коэффициентом передачи. При этом справа и слева к преобразователю подключаются одинаковые элементы, которые можно исключить



из схемы. Дальнейший шаг к упрощению схем состоит в замене  $RC$ -цепей, состоящих из элементов  $R_3$  и  $C_3$  и  $R_6$  и  $C_6$ , присоединенных параллельно входным и выходным зажимам конвертора, одной цепью, присое-

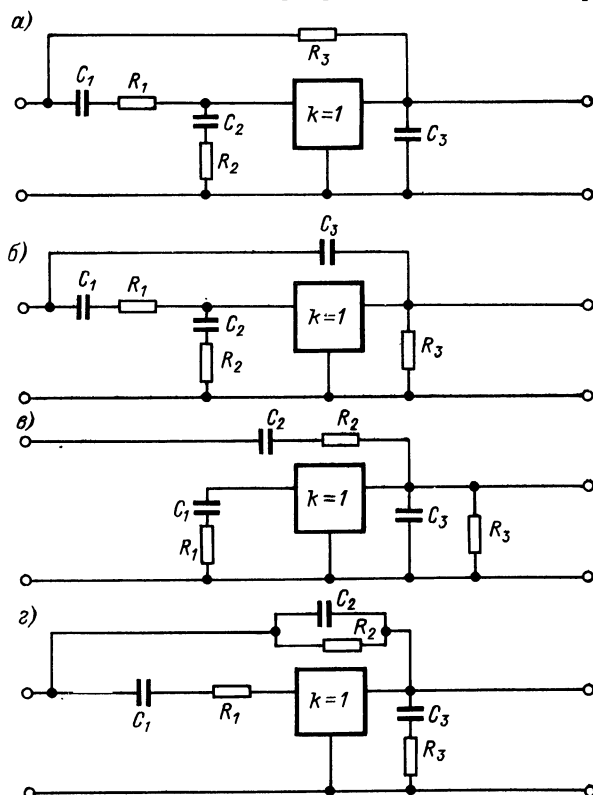


Рис. 3-15. Фильтрующие звенья, реализованные каскадно-параллельной моделью, а — ФНЧ, б — ФВЧ, в — ПФ, г — ЗФ

диненной либо на входе, либо на выходе. Такое приведение можно сделать, так как  $R_3C_3 = R_6C_6$ . С учетом всех этих упрощений получаем схемы, соответствующие различным фильтрующим звеньям [рис. 3-15, а, б, в, г (ФНЧ, ФВЧ, ПФ и ЗФ)].

Расчетные соотношения для элементов реализованных цепей для удобства сведены в табл. 3-7.

## Элементы цепей, реализуемые каскадно-параллельной моделью

Элементы цепи	Передаточная функция цепи			
	$\frac{b_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\frac{p^2}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\frac{b_1 p}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\frac{p^2 + b_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$
$R_1$	$\frac{1}{C_1 \alpha}$	$\frac{1}{C_1 \alpha}$	$\frac{1}{C_1 \alpha}$	$\frac{1}{C_1 \alpha}$
$R_2$	$\frac{1}{C_2 \alpha}$	$\frac{1}{C_2 \alpha}$	$\frac{1}{C_2 \alpha}$	$\frac{\alpha}{b_0 C_2}$
$R_3$	$R_1$	$\frac{1}{b_0 C_3}$	$\frac{\alpha}{b_0 C_3}$	$\frac{1}{C_3 \alpha}$
$C_1$	$\frac{b_0}{\alpha^2} C_3$	$C_3$	$\left(1 + \frac{b_0}{\alpha^2}\right) C_3$	$\left(1 + \frac{b_0}{\alpha^2}\right) C_2$
$C_2$	$\frac{\alpha - b_1}{\alpha} C_3$	$\frac{b_0 - b_1 \alpha}{\alpha^2} C_3$	$\frac{b_1}{\alpha} C_3$	Произвольная величина
$C_3$	Произвольная величина	Произвольная величина	Произвольная величина	$\frac{b_0}{\alpha} C_2$

Каскадно-параллельная модель позволяет проводить реализацию и неминимально-фазовых цепей. Рассмотренная ранее реализация передаточных функций первого порядка (§ 3-3) с нулем в правой полуплоскости производилась с помощью этой модели. Удобство модели заключается в том, что она содержит разность параметров как в числителе, так и в знаменателе. Это и позволяет выводить и нули и полюсы в любые точки комплексной плоскости. Естественно, что перемещать полюсы в правую полуплоскость нельзя по соображениям устойчивости.

### 3-7. Реализация схем с инверторами сопротивления и проводимости (гираторами)

Как и в конверторных цепях, методы реализации входных и передаточных функций с применением гираторов заключаются в подключении ко входу и выходу активного преобразователя пассивных  $RC$ -цепей. Мы определили, что входное сопротивление нагру-

женного гиратора и его нагрузочное сопротивление связаны соотношением  $Z_{вх} = R_g^2/Z_n$  (или же  $Y_{вх} = G^2/Y_n$ ). Если сопротивления  $Z_{вх}$  и  $Z_n$  подчиняются такому соотношению, то их называют обратными относительно  $R_g$  (соответственно проводимости  $Y_{вх}$  и  $Y_n$  обратны относительно  $G$ ) [29]. Поэтому гиратор, к которому подключена какая-либо схема, может быть заменен обратной схемой. Обратная схема должна быть, во-первых, дуальна исходной (т. е. источники тока заменяются на источники напряжения, последовательные соединения на параллельные и пр.), а, во-вторых, каждое сопротивление этой схемы является обратным соответствующему полному сопротивлению первоначальной схемы. Так, если в исходной схеме какая-либо ветвь представляла собой последовательное соединение сопротивления, емкости и проводимости с полным сопротивлением  $Z = R_1 + pL_1 + \frac{1}{pC_1}$ , то в обратной схеме вместо нее будет параллельное соединение проводимости, емкости и индуктивности. Полная проводимость этого соединения


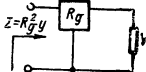

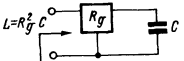

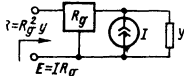
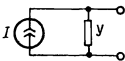
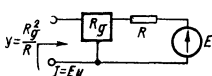
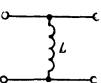
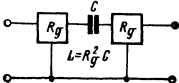
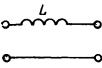
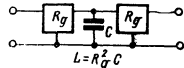
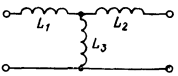
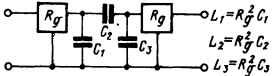
$$Y = G_1 + pC_2 + \frac{1}{pL_2},$$

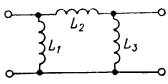
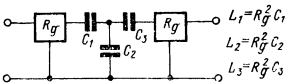
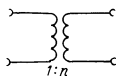
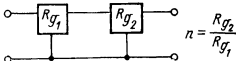
а параметры определяются выражениями:  $G_1 = R_1/R_g^2$ ;  $L_2 = C_1 R_g^2$ ,  $C_2 = L_1/R_g^2$ .

Обычно такое преобразование осуществляется с целью исключения цепей, содержащих индуктивности, при этом попутно происходит изменение конфигурации цепи. В табл. 3-8 показаны наиболее часто встречающиеся случаи преобразований, выполняемых с помощью гиратора [35, 37]. Простота реализации цепей со свойствами индуктивностей дает возможность использовать метод синтеза, применяемый для пассивных  $RLC$ -цепей, с заменой индуктивностей в  $LC$ -прототипе гиратором, нагруженным на емкость. Метод этот, называемый далее методом  $LC$ -прототипа, требует иногда избыточного числа элементов, особенно при реализации незаземленных индуктивностей. Другие методы построения основаны на использовании моделей, рассмотренных при конверторной реализации. Мы рассмотрим все эти методы также для реализации биквадратной функции

**Гираторные эквиваленты схем**

Таблица 3-8

№ п. п	Требуемая схема	Гираторная реализация
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

№ п. п	Требуемая схема	Гираторная реализация
8		 $L_1 = R_g^2 C_1$ $L_2 = R_g^2 C_2$ $L_3 = R_g^2 C_3$
9		 $n = \frac{R_{g2}}{R_{g1}}$

**Метод LC-прототипа.** Метод LC-прототипа основан на замене ветви с индуктивностью или группы ветвей

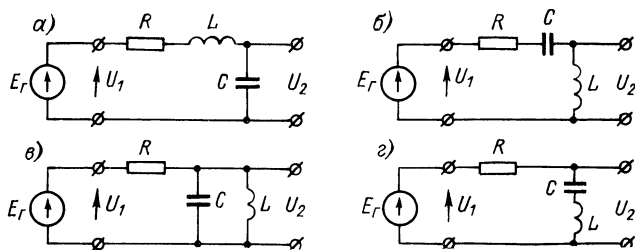


Рис. 3-16. RLC-прототипы фильтрующих звеньев: а — ФНЧ, б — ФВЧ, в — ПФ, г — ЗФ

с индуктивностью гиратором, к которому подключена емкость и соответствующие источники сигнала. На рис. 3-16 показаны простейшие RLC-прототипы основных фильтрующих звеньев, а их эквиваленты с гираторами приведены в табл. 3-9. Каждая схема рассчитана на работу от определенного источника сигнала (тока или напряжения). В случае необходимости изменения типа источника сигнала в схему цепи после источника сигнала включается дополнительный гиратор, осуществляющий дуальное преобразование. Проводимости  $Y_{11}$  и  $Y_{22}$  в эквивалентных схемах для учета неидеальности

входных и выходных параметров гиратора, элементы  $r_g$  и  $y_g$  учитывают неидеальность источников сигнала. Предполагается, что используется гиратор, состоящий из двух параллельно включенных усилителей, характеризующихся проводимостью  $G$ . Поэтому правильнее было бы говорить о проводимости гирации  $G$ , но в современной литературе принято оперировать сопротивлением  $R_g$ , имея в виду гиратор, состоящий из усилителей указанного типа.

Для более подробного анализа влияние неидеальности гиратора и источника сигнала на характеристики синтезированной цепи обратимся к табл. 3-9 и выпишем из нее выражения для эквивалентной добротности

$$Q_{\text{экв}} = \frac{R_g}{r_g} \frac{1}{1 + \frac{2R_g^2 y_{\text{ср}}}{r_g}}, \quad (3-19)$$

если источником сигнала в схеме является генератор напряжения, и

$$Q_{\text{экв}} = \frac{r_g}{R_g} \frac{1}{1 + 2y_{\text{ср}} r_g} \quad (3-20)$$

— для генератора тока. В обоих случаях проводимость  $y_{\text{ср}} = \frac{Y_{11} + Y_{22}}{2}$ , т. е. соответствует арифметическому среднему значению проводимостей  $Y_{11}$  и  $Y_{22}$ .

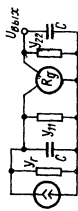
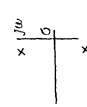
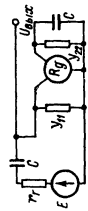
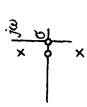
Если положить  $y_{\text{ср}} = 0$ , т. е. считать, что гиратор имеет нулевые величины входных и выходных проводимостей, то эквивалентная добротность становится максимальной и будет зависеть только от соотношения  $r_g$  и  $R_g$ , т. е.  $R_g/r_g = Q_{0 \text{ макс}}$  для источника напряжения и  $r_g/R_g = Q_{0 \text{ макс}}$  для источника тока.

Другой предельный случай может быть получен, если идеализировать источник сигнала, т. е. считать, что  $r_g = 0$  для источника напряжения и  $r_g = \infty$  для источника тока. При этом величина реализуемой добротности зависит только от параметров гиратора и поэтому она может служить его характеристикой. Назовем эту добротность  $Q_0$ . Независимо от вида источника

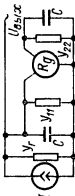

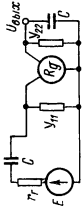

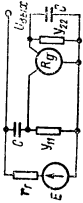
$$Q_0 = \frac{1}{2y_{\text{ср}} r_g}. \quad (3-21)$$

Таблица 3-9

## Гираторные эквиваленты простейших фильтров

№ п. п	Фильтр	Схема	Передаточная функция	Условие применения	Полусоно-ну-левое изобра-жение
1	ФНЧ		$T(p) = \frac{1}{p^2 C^2 R_g^2 + p C R_g^2 (y_r + 2y_{cp}) + 1}$ $Q_3 = \frac{r_r}{R_g} \frac{1}{1 + 2y r_r}$	$\frac{1}{y_r} \gg R_g$	
2	ФВЧ		$T(p) = \frac{p^2 C^2 R_g^2 + p C R_g^2 y_{cp}}{p^2 C^2 R_g^2 + p C (r_r + 2R_g^2 y_{cp}) + 1}$ $Q_3 = \frac{R_g}{r_r} \frac{1}{1 + \frac{2R_g^2 y}{r_r}}$	$r_r \gg R_g$	

Продолжение табл. 3-9

№ п. п.	Фильтр	Схема	Передаточная функция	Условие применения	Полусно-нулевое изображение
3	ПФ		$T(p) = \frac{R_g(pC + y_{гг})}{p^2 C^2 R_g^2 + p C R_g^2 (y_r + 2y_{гг}) + 1}$ $Q_3 = \frac{r_r}{R_g} \frac{1}{1 + 2y_r}$	$\frac{1}{y_r} \gg R_g$	
4	ПФ		$T(p) = \frac{R_g p C}{p^2 C^2 R_g^2 + p C R_g^2 (y_r + 2y_{гг}) + 1}$ $Q_3 = \frac{R_g}{r_r} \frac{1}{1 + \frac{2R_g^2 y}{r_r}}$	$r_r \ll R_g$	
5	3Ф		$T(p) = \frac{p^2 C^2 R_g^2 + 2p C R_g^2 y_{гг} + 1}{p^2 C^2 R_g^2 + p C (r_r + 2R_g^2 y_{гг}) + 1}$ $Q_3 = \frac{R_g}{r_r} \frac{1}{1 + \frac{2R_g^2 y_{гг}}{r_r}}$	$r_r \ll R_g$	



Используя принятые обозначения, выражения (3-19) и (3-20) можно переписать в общем виде:

$$Q_{\text{экв}} = \frac{Q_0}{1 + \frac{Q_0}{Q_{0\text{ макс}}}}$$

или

$$\frac{1}{Q_{\text{экв}}} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{0\text{ макс}}}.$$

В реальном случае ни источник сигнала, ни гиратор идеальными не являются. Поэтому целесообразно выяснить, имеется ли оптимальное значение  $R_g$ , при котором можно реализовать максимальное значение  $Q_{\text{экв}}$ . Если источник сигнала — генератор напряжения (3-19),  $R_g$  входит в числитель и знаменатель выражения  $Q_{\text{экв}}$  в разной степени. Минимизируя функцию

$$F(R_g) = \frac{r_g}{R_g} + 2y_{\text{ср}}R_g = \frac{1}{Q_{\text{экв}}},$$

получаем  $R_{g\text{ опт}} = \sqrt{\frac{r_g}{2y_{\text{ср}}}}$ , а подставляя эту величину в выражение (3-19), найдем

$$Q_{\text{экв. макс}} = \frac{1}{2\sqrt{2y_{\text{ср}}r_g}}. \quad (3-22)$$

При  $R_g = R_{g\text{ опт}}$  величины  $Q_0$  и  $Q_{0\text{ макс}}$  становятся равными:

$$Q_0 = Q_{0\text{ макс}} = \frac{1}{2y_{\text{ср}}r_g}. \quad (3-23)$$

Сравнивая (3-23) и (3-22), приходим к выводу, что в реальном случае величина максимально реализуемой добротности вдвое меньше предельного значения. Если же в схему подается сигнал от источника тока, то, как следует из выражения (3-20), для увеличения  $Q_{\text{экв}}$  необходимо  $R_g$  уменьшать. При этом падает величина реализуемой индуктивности, так как  $L_{\text{экв}} = R_g^2 C$ . Поэтому величина  $R_g$  в этом случае определяется путем компромиссного решения.

Рассмотрим теперь влияние неидеального гиратора на выбор величин емкостей  $C_1$  и  $C_2$ , подключаемых

справа и слева к преобразователю. На рис. 3-17 изображен полосовой гираторный фильтр, реализующий функцию передаточного сопротивления. В идеальном гираторе проводимости  $Y_{11}$  и  $Y_{22}$  равны нулю и добротность гираторного фильтра

$$Q = \frac{r_g}{\sqrt{\frac{L_{\text{ЭКВ}}}{C_1}}} = \frac{r_g}{R_g} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}.$$

Эквивалентная схема фильтра, составленная с учетом входной и выходной проводимостей гиратора, показана на рис. 3-17, б.

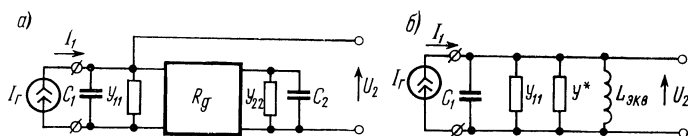


Рис. 3-17. Полосовой гираторный фильтр (а) и его эквивалентная схема (б)

Здесь

$$Y^* = \frac{Y_{22}}{R_g^2 (Y_{22}^2 + \omega^2 C_2^2)} \quad (3-24)$$

и

$$L_{\text{ЭКВ}} = \frac{(Y_{22}^2 + \omega^2 C_2^2) R_g^2}{\omega^2 C_2}. \quad (3-25)$$

Пренебрежем членом  $\omega^2 C_2^2$  по сравнению с  $Y_{22}^2$  и рассчитаем эквивалентную добротность на частоте настройки схемы:  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{R_g \sqrt{C_1 C_2}}$ .

Для этой частоты  $Y^* = Y_{22} C_1 / C_2$  и  $L_{\text{ЭКВ}} = R_g^2 C$ , а эквивалентная добротность цепи  $Q_{\text{ЭКВ}} = \frac{\omega_0 C}{Y_{11} + Y^*}$ .

Подставляя  $Y^*$  и  $\omega_0$ , получаем

$$Q_{\text{ЭКВ}} = \frac{1}{R_g} \frac{1}{Y_{11} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} + Y_{22} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}}. \quad (3-26)$$

Нетрудно показать, что  $Q_{\text{экв}} = Q_{\text{экв. макс}}$  при условии

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{Y_{22}}{Y_{11}}. \quad (3-27)$$

Обычно  $Y_{22}$  и  $Y_{11}$  равны и условие максимальной добротности принимает вид:  $C_2 = C_1$ .

Неидеальность гиратора, помимо ограничения величины добротности, вызывает смещение нулей передаточных функций, что легко проследить по табл. 3-9. В заграждающем фильтре смещение нулей приводит к уменьшению подавления сигнала в полосе задерживания. На частоте настройки при  $(j\omega_0)^2 C^2 R_g^2 = -1$  величина передаточной функции этой схемы принимает вид:

$$T(j\omega_0) = \frac{2R_g^2 y_{\text{ср}}}{r_r + 2R_g^2 y_{\text{ср}}}.$$

Используя принятые ранее обозначения, можно записать

$$T(j\omega_0) = Q_{\text{экв}}/Q_0, \quad (3-28)$$

откуда видно, что подавление тем выше, чем больше предельная добротность  $Q_0$ , т. е. чем ближе гиратор по своим входным и выходным параметрам приближается к идеальному преобразователю.

**Синтез с использованием каскадной модели.** Структурная схема модели представлена на рис. 3-18. Используя каскадное соединение четырехполюсников и гиратора, можно реализовать различные передаточные функции. Для этого надо получить такое разложение исходной биквадратной функции, чтобы его члены отождествлялись с параметрами четырехполюсников, входящих в выражение передаточной функции данного вида, и соответствовали физически реализуемым цепям. Для этого рассматривают следующие разложения передаточных функций.

#### *1. Разложение Шенон.*

При использовании разложения Шенон [51] предполагается, что каскадная модель служит для реализации передаточной функции по напряжению:

$$T(p) = -\frac{R_g Y_{21a} Z_{21b}}{Z_{11b} + R_g^2 Y_{22a}}. \quad (3-29)$$

Дальнейший синтез проводится путем деления числителя и знаменателя требуемой передаточной функции  $T(p)$  на вспомогательный полином  $q(p)$  с вещественными и отрицательными нулями. Полученный результат ставят в соответствие выражению (3-29). Так как выражение (3-29) имеет в числителе произведение, а в знаменателе сумму, передаточную функцию реализуемой цепи удобно представить в виде

$$T(p) = \frac{N(p)}{D(p)} \frac{\frac{N(p)}{q(p)}}{\frac{D(p)}{q(p)}} = \frac{R_g \frac{N_1(p)}{q_1(p)} \frac{N_2(p)}{q_2(p)}}{\frac{D_2(p)}{q_2(p)} + \frac{D_1(p)}{q_1(p)} R_g^2}. \quad (3-30)$$

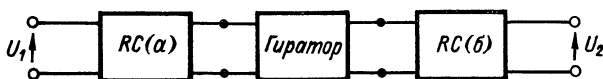


Рис. 3-18. Каскадная модель реализации передаточной функции

Очевидно, что  $q(p) = q_1(p) q_2(p)$  и

$$\frac{D(p)}{q(p)} = \frac{D_2(p)}{q_2(p)} + \frac{D_1(p)}{q_1(p)} R_g^2, \quad (3-31)$$

откуда

$$D(p) = D_2(p) q_1(p) + D_1(p) q_2(p) R_g^2. \quad (3-32)$$

Сравнивая (3-30) и (3-31), получаем

$$Y_{22a} = \frac{D_1(p)}{q_1(p)}; \quad (3-33)$$

$$Z_{11b} = \frac{D_2(p)}{q_2(p)}, \quad (3-34)$$

$D(p)$  является знаменателем биквадратной передаточной функции вида

$$D(p) = p^2 + b_1 p + b_0. \quad (3-35)$$

С другой стороны, как видно из (3-32),

$$D(p) = \gamma_1 A(p) + \gamma_2 B(p), \quad (3-36)$$

где в одну из постоянных  $\gamma_1$  или  $\gamma_2$  входит и  $R_g^2$ , определяемая преобразователем. Разложение должно быть таким, чтобы обеспечить наименьшую чувствительность, передаточной функции к изменению  $R_g^2$ . Это возможно, если обеспечена минимальная чувствительность к изменению  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Как показано в [43], это достигается, если

$$D(p) = \gamma_1(p + \alpha_1)^2 + \gamma_2(p + \alpha_2)^2, \quad (3-37)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \gamma_1, \gamma_2$  — постоянные, которые должны быть определены.

Приравниваем (3-35) и (3-37), получим

$$p^2 + b_1 p + b_0 = \gamma_1(p + \alpha_1)^2 + \gamma_2(p + \alpha_2)^2.$$

Раскрывая скобки и приравнявая коэффициенты при равных степенях  $p$  слева и справа, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \gamma_1 + \gamma_2 = 1; \\ \gamma_1 \alpha_1 + \gamma_2 \alpha_2 = \frac{b_1}{2}; \\ \gamma_1 \alpha_1^2 + \gamma_2 \alpha_2^2 = b_0. \end{cases} \quad (3-38)$$

Для определенности положим

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + s^2}; \quad \gamma_2 = \frac{s^2}{1 + s^2},$$

где  $s$  — произвольная величина, указывающая, что существует бесконечно большое число оптимальных разложений. Тогда, решая уравнения (3-38), получим

$$\alpha_1 = \frac{b_1}{2} \mp s \sqrt{b_0 - \left(\frac{b_1}{2}\right)^2}, \quad (3-39)$$

$$\alpha_2 = \frac{b_1}{2} \pm s \sqrt{b_0 - \left(\frac{b_1}{2}\right)^2}. \quad (3-40)$$

Для выполнения условий физической реализуемости четырехполосников  $a$  и  $b$  необходимо потребовать, чтобы  $\alpha_1 > \alpha_2$ . Поэтому в выражении (3-39) необходимо отбросить знак минус перед корнем, а в выражении (3-40) — знак плюс.

Учитывая, что  $b_0 = \omega_0^2$  и  $b_1 = 2\xi\omega_0$ , выражения для  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  примут вид:

$$\alpha_1 = \omega_0 \left( \xi + s \sqrt{1 - \xi^2} \right); \quad \alpha_2 = \omega_0 \left( \xi - \frac{1}{s} \sqrt{1 - \xi^2} \right).$$

Для нахождения полиномов  $D_1(p)$  и  $D_2(p)$ ,  $q_1(p)$  и  $q_2(p)$  сравним выражения (3-32) и (3-37) и положим

$$D_1(p) q_2(p) = \frac{\gamma_2}{R_g^2} (p + \alpha_2)^2,$$

$$D_2(p) q_1(p) = \gamma_1 (p + \alpha_1)^2,$$

откуда имеем

$$\begin{cases} D_1(p) = \frac{\gamma_2 \gamma_3}{R_g^2} (p + \alpha_2)^2; & q_2(p) = \frac{p + \alpha_2}{\gamma_3}; \\ D_2(p) = \gamma_1 \gamma_4 (p + \alpha_1); & q_1(p) = \frac{p + \alpha_1}{\gamma_4}, \end{cases} \quad (3-41)$$

где  $\gamma_3$  и  $\gamma_4$  — произвольные положительные постоянные.

Подставляя выражения (3-41) в (3-34) и (3-35), определяем параметры  $Y_{22a}$  и  $Z_{11b}$ :

$$Y_{22a} = \frac{D_1(p)}{q_1(p)} = \frac{\gamma_0 \gamma_2}{R_g^2} \frac{p + \alpha_2}{p + \alpha_1},$$

$$Z_{11b} = \frac{D_2(p)}{q_2(p)} = \gamma_0 \gamma_1 \frac{p + \alpha_1}{p + \alpha_2}.$$

Здесь  $\gamma_0 = \gamma_3 \gamma_4$ .

Для того чтобы реализовать эти четырехполосники, необходимо знать параметры  $Y_{21a}$  и  $Z_{21b}$ , которые находятся путем приравнивания числителей (3-31) и (3-32):

$$-R_g Y_{21a} Z_{21b} = \frac{N(p)}{q(p)} = \frac{N(p)}{q_1(p) q_2(p)}.$$

Из (3-41) находим

$$q_1(p) q_2(p) = \frac{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}{\gamma_3 \gamma_4} = \frac{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}{\gamma_0}.$$

Следовательно,

$$-R_g Y_{21a} Z_{21b} = \frac{N(p) \gamma_0}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}. \quad (3-42)$$

Хотя с помощью каскадного соединения четырехполюсников можно рассмотреть реализацию биквадратной функции общего вида, мы ограничимся только рассмотрением частных случаев, соответствующих основным фильтрующим звеньям.

а) Фильтр нижних частот (ФНЧ).

Имеем  $N(p) = a_0$ . Подставив  $N(p)$  в выражение (3-42), получаем

$$-R_g Y_{21a} Z_{21b} = \frac{a_0 \gamma_0}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}.$$

Пусть

$$-Y_{21a} = \frac{1}{R_g \gamma_5 (p + \alpha_1)}; \quad Z_{21b} = \gamma_0 \gamma_5 \frac{a_0}{p + \alpha_2}.$$

Мы получили выражения параметров четырехполюсников, зависящие от большого числа постоянных. Это число можно уменьшить до одной постоянной, если стремиться, во-первых, уменьшить число элементов в схеме, а во-вторых, синтезировать передаточную функцию не с точностью до постоянного множителя, как это обычно делается, а с выбранным множителем.

Начнем синтез с четырехполюсника б. Для него

$$Z_{11b} = \gamma_0 \gamma_1 \frac{p + \alpha_1}{p + \alpha_2}; \quad Z_{21b} = \gamma_0 \gamma_5 \frac{a_0}{p + \alpha_2}.$$

Синтезируем этот четырехполюсник лестничной структурой. Так как  $Z_{21b}$  удовлетворяет требованиям, предъявляемым к функции входного сопротивления, то реализуем в лестничной структуре параллельное плечо с сопротивлением  $Z_{21b}$ . Это приводит к появлению, (рис. 3-19, а) элементов

$$R_4 = \frac{\gamma_0 \gamma_5 a_0}{\alpha_2} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{1}{\gamma_0 \gamma_5 a_0} = \frac{1}{R_4 \alpha_2}.$$

Остаток

$$Z_{11b} - Z_{21b} = \frac{\gamma_0 \gamma_1 p + \gamma_0 \gamma_1 \alpha_1 - \gamma_0 \gamma_5 a_0}{p + \alpha_2}$$

реализуем последовательной ветвью. Если положить

$$\frac{\gamma_0 \gamma_1 \alpha_1 - \gamma_0 \gamma_5 a_0}{\gamma_0 \gamma_1} = \alpha_2,$$

т. е. выбрать  $\gamma_5 = \gamma_1 (\alpha_1 - \alpha_2)/a_0$ , то последовательная ветвь будет состоять из одного сопротивления  $R_3 = \gamma_0 \gamma_1$ .

Теперь рассмотрим синтез четырехполосника  $a$  по параметрам

$$-Y_{21a} = \frac{1}{R_g \gamma_2 (p + \alpha_1)}; \quad Y_{22a} = \frac{\gamma_0 \gamma_2}{R_g^2} \frac{p + \alpha_2}{p + \alpha_1}.$$

Воспользуемся лестничной структурой, так как  $Y_{21a}$  имеет только один нуль в бесконечности. Для реализации нуля достаточно, чтобы в параллельной ветви была емкость. Учитывая это условие, реализуем  $Y_{22a}$ . Так как

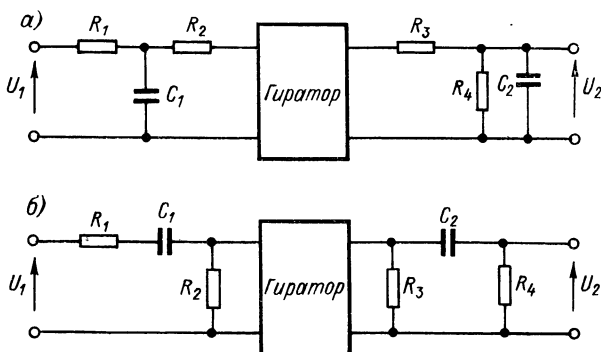


Рис. 3-19. Реализация каскадной моделью ФНЧ (а) и ФВЧ (б) по разложению Шенно

$Y_{22}(\infty) > Y_{22}(0)$ , то выделим последовательную ветвь (рис. 3-19, а)

$$R_2 = \frac{1}{Y_{22}(\infty)} = \frac{R_g^2}{\gamma_0 \gamma_2}.$$

Остаточное сопротивление

$$Z_{\text{ост}} = \frac{1}{Y_{22}(p)} - \frac{1}{Y_{22}(\infty)} = \frac{R_g^2 (\alpha_1 - \alpha_2)}{\gamma_0 \gamma_2 (p + \alpha_2)}$$

может быть реализовано параллельным соединением резистора  $R_1 = \frac{R_g^2 (\alpha_1 - \alpha_2)}{\gamma_0 \gamma_2 \alpha_2}$  и емкости  $C_1 = \frac{\gamma_0 \gamma_2}{R_g^2 (\alpha_1 - \alpha_2)}$ .

Полученная схема имеет передаточную проводимость

$$-Y_{12} = \frac{\alpha_2 \gamma_0 \gamma_2}{R_g^2 (p + \alpha_1)},$$



и для того, чтобы она была равна заданной, необходимо положить  $\gamma_0 = \frac{R_g}{\gamma_2 \gamma_5 \alpha_2}$ .

Таким образом, все элементы оказались выражены через одну постоянную  $s$ , входящую в  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  и коэффициенты передаточной функции ФНЧ.

б) Фильтр верхних частот (ФВЧ).

Имеем  $N(p) = a_2 p^2$ . Подставив  $N(p)$  в выражение (3-42), получаем

$$-R_g Y_{21a} Z_{21b} = \frac{a_2 \gamma_0 p^2}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}.$$

Положим

$$-Y_{21a} = \frac{p}{R_g \gamma_5 (p + \alpha_1)}; \quad Z_{21b} = \frac{\gamma_0 \gamma_5 a_2 p}{p + \alpha_2}.$$

Реализация четырехполосников  $a$  и  $b$  осуществляется лестничными структурами, так как  $-Y_{12a}$  и  $Z_{21b}$  имеют нули только в начале координат. При этом реализацию проводим по параметрам  $Y_{22a}$  и  $Z_{11b}$ , так, чтобы в последовательных ветвях были емкости. Для получения заданных  $-Y_{12a}$  и  $Z_{21b}$  необходимо положить  $\gamma_5 = \frac{\gamma_1}{a_2}$

$$\text{и } \gamma_0 = \frac{R_g \alpha_1}{\gamma_5 \gamma_2 (\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

Полная реализация фильтрующего звена показана на рис. 3-19, б, а элементы структуры определяются по формулам:

$$R_1 = \gamma_5 R_g; \quad R_2 = R_1 \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_2}; \quad C_1 = \frac{1}{R_1 \alpha_1};$$

$$R_3 = \gamma_0 \gamma_1 \frac{\alpha_1}{\alpha_2}; \quad R_4 = R_3 \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{\gamma_0 \gamma_1 \alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2};$$

$$C_2 = \frac{1}{R_4 \alpha_1} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\gamma_0 \gamma_1 \alpha_1^2}.$$

в) Полосовой фильтр (ПФ).

В этом случае  $N(p) = a_1 p$ , следовательно,

$$-R_g Y_{21a} Z_{21b} = \frac{a_1 \gamma_0 p}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}.$$

Здесь возможны два варианта разложения.

I вариант:

$$-Y_{21a} = \frac{1}{R_g \gamma_5 (p + \alpha_1)}; \quad Z_{21b} = a_1 \gamma_0 \gamma_5 \frac{p}{p + \alpha_2}.$$

Четырехполосник  $a$  имеет те же самые параметры, что и в фильтре нижних частот при сохранении значений элементов. Четырехполосник  $b$  по своим параметрам подобен четырехполоснику, подключаемому справа в ФВЧ при условии замены коэффициента  $a_2$  на  $a_1$ . Значения элементов при этом сохраняются.

II вариант:

$$-Y_{21a} = \frac{p}{R_g \gamma_5 (p + \alpha_1)}; \quad Z_{21b} = a_1 \gamma_0 \gamma_5 \frac{1}{p + \alpha_2}.$$

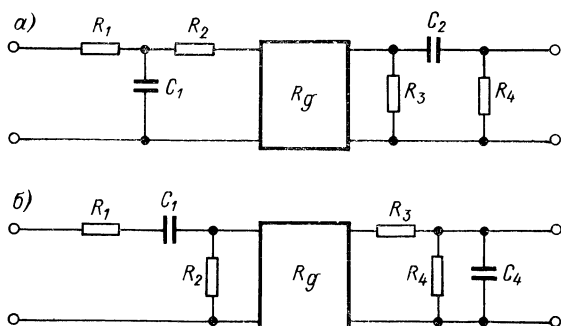


Рис. 3-20. Варианты реализации полосового фильтра в соответствии с разложением Шенон

Здесь четырехполосник  $a$  подобен аналогичному в ФВЧ, четырехполосник  $b$  соответствует аналогичному в ФНЧ при условии замены коэффициента  $a_0$  на  $a_1$ . Значения элементов также сохраняются. Оба варианта реализации приведены на рис. 3-20.

г) З а г р а ж д а ю щ и й ф и л ь т р (ЗФ).

$N(p) = a_2 p^2 + a_0$ , следовательно,

$$-R_g Y_{21a} Z_{21b} = \frac{(a_2 p^2 + a_0) \gamma_0}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}.$$

Положим

$$-Y_{21a} = \frac{a_2 p^2 + a_0}{p + \alpha_1}; \quad Z_{21b} = \frac{\gamma_0 \gamma_5}{p + \alpha_2}.$$

Четырехполосник  $a$  можно образовать из двух Т-образных схем, включенных параллельно. Для этого пред-

ставим —  $Y_{21a}$  и  $Y_{22a}$  в виде суммы двух слагаемых:

$$-Y_{21a} = -Y'_{21a} - Y''_{21a}; \quad Y_{22a} = Y'_{22a} + Y''_{22a},$$

где

$$-Y'_{21a} = \frac{a_2 p^2}{R_g \gamma_5 (p + \alpha_1)}, \quad (3-43)$$

$$-Y''_{21a} = \frac{a_0}{R_g \gamma_5 (p + \alpha_1)}, \quad (3-44)$$

$$Y'_{22a} = \frac{\gamma_0 \gamma_5}{R_g^2} (1 - m) \frac{p}{p + \alpha_1}, \quad (3-45)$$

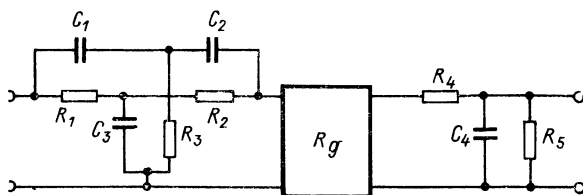


Рис. 3-21. Схема реализации заграждающего фильтра по разложению Шенон

$$Y''_{22a} = \frac{\gamma_0 \gamma_2}{R_g^2} \frac{mp + \alpha_2}{p + \alpha_1} \quad (3-46)$$

и  $0 \leq m < 1$ .

Таким образом, задача сводится к синтезу двух четырехполюсников  $a'$  и  $a''$ . Четырехполюсник  $a'$ , описываемый выражениями (3-43) и (3-45), представляет собой Т-образную схему с последовательным включением конденсаторов, а четырехполюсник, описываемый выражениями (3-44) и (3-46), — Т-образную схему с последовательным включением сопротивлений. Параллельное включение этих четырехполюсников приводит к двойному Т-образному мосту (рис. 3-21) с элементами (без вывода):

$$R_1 = \frac{\alpha^2}{(1 + s^2) a_0} \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - 1 \right) \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{1}{m} \right) R_g;$$

$$R_2 = \frac{R_1}{(1 - m) \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{1}{m} \right)}; \quad R_3 = \frac{R_1}{\left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} m - 1 \right)};$$

$$C_1 = C_3 = \frac{1}{2R_2\alpha_1}; \quad C_2 = \frac{m}{R_1\alpha_2}; \quad m = 1 - \frac{4\alpha_2\alpha_1\alpha_2}{\alpha_0}.$$

Четырехполюсник  $b$  синтезируется таким же образом, что и в схеме ФНЧ. Для него (рис. 3-21):

$$R_4 = \frac{R_g^2}{R_1 s^2} \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{1}{m} \right); \quad R_5 = R_4 \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - 1 \right); \quad C_4 = \frac{1}{R_5 \alpha_2}.$$

Сделаем некоторые дополнительные замечания по рассмотренному способу реализации передаточных функций.

1. Выполненные ранее расчетные формулы для цепей, соответствующих различным вариантам фильтрующих звеньев, можно существенно упростить, если рассматривать реализацию фильтров высокой добротности, для которых  $Q_0 \gg 1$ . В этом случае  $\xi = \frac{1}{2Q_0} \ll 1$  и выражения (3-39) и (3-40) для  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  принимают вид:

$$\alpha_1 = \omega_0 s, \quad \alpha_2 = \left( \xi - \frac{1}{s} \right) \omega_0. \quad (3-47)$$

Удобно ввести в рассмотрение величину  $t = \alpha_1/\alpha_2$ , входящую в формулы для вычисления ряда элементов.

При  $Q_0 \gg 1$  величина  $t = \frac{s}{\xi - 1/s}$  и при заданном коэффициенте затухания зависит только от  $s$ . Желательно выбрать такое  $s$ , при котором  $t = t_{\min}$ . В этом случае величина сопротивлений, шунтирующих вход и выход гиратора в рассматриваемых схемах, станет максимальной и роль их могут играть собственные проводимости гиратора. Чем меньше величина этих сопротивлений, тем с большими отклонениями от идеального гиратора отличается реальная схема преобразователя. Перепишем  $t$  следующим образом:  $t = 1 : \left( \frac{\xi}{s} - \frac{1}{s^2} \right)$ . Для минимизации  $t$  необходимо максимизировать знаменатель. Приравняв нулю его производную по  $s$ , имеем  $-\frac{\xi}{s^2} + \frac{2}{s^3} = 0$ , откуда

$$s = \frac{2}{\xi} = 4Q_0. \quad (3-48)$$

Расчетные значения элементов гираторных фильтров высокой добротности

Вид схемы	Элементы								
	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
ФНЧ	$\frac{R_g}{(4Q_0)^2}$	$\frac{R_g}{(4Q_0)^4}$	$(4Q_0)^2 R_g$	$(4Q_0)^4 R_g$	—	$\frac{(4Q_0)^3}{R_g \omega_0}$	$\frac{1}{(4Q_0)^3 R_g \omega_0}$	—	—
ФВЧ	$\frac{R_g}{(4Q_0)^2}$	$R_g$	$(4Q_0)^2 R_g$	$R_g$	—	$\frac{4Q_0}{R_g \omega_0}$	$\frac{1}{4Q_0 R_g \omega_0}$	—	—
ПФ (1-й вариант)	$\frac{R_g}{4}$	$\frac{R_g}{64Q_0^2}$	$64Q_0^2 R_g$	$4R_g$	—	$\frac{16Q_0}{R_g \omega_0}$	$\frac{1}{16Q_0 R_g \omega_0}$	—	—
ПФ (2-й вариант)	$\frac{R_g}{4}$	$4Q_0^2 R_g$	$\frac{R_g}{4Q_0^2}$	$4R_g$	—	$\frac{1}{Q_0 R_g \omega_0}$	$\frac{Q_0}{R_g \omega_0}$	—	—
3Ф	$R_g$	$\frac{R_g}{12,8Q_0^2}$	$\frac{R_g}{3,2Q_0^2}$	$R_g$	$(4Q_0)^2 R_g$	$\frac{1,6Q_0}{R_g \omega_0}$	$\frac{0,8Q_0}{R_g \omega_0}$	$\frac{1,6Q_0}{R_g \omega_0}$	$\frac{1}{4Q_0 R_g \omega_0}$

Теперь

$$\alpha_1 = 4Q_0\omega_0; \quad \alpha_2 = \frac{\omega_0}{4Q_0}; \quad t = (4Q_0)^2. \quad (3-49)$$

Введем следующие допущения: 1)  $t - 1 \approx t$ ; 2)  $1 + s^2 \approx s^2$ ; 3) синтезируемые цепи имеют единичный коэффициент передачи в полосе пропускания: для ФНЧ  $a_0 = \omega_0^2$ ; для ФВЧ  $a_2 = 1$ ; для ПФ  $a_1 = b_1 = \omega_0/Q_0$ ; для ЗФ  $a_0 = \omega_0^2$ .

Для заграждающего фильтра считать  $a_2 = 1$  нельзя, так как при этом параметр  $m$  оказывается отрицательным. Для того чтобы выполнить условие  $m > 0$ , необходимо положить  $a_2 \leq 1/4$ , например выбрать  $a_2 = 1/5$ , что и сделано в табл. 3-10. С учетом этих допущений, пользуясь выражениями для  $s$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $t$ , пересчитываем значения элементов для всех частных случаев биквадратной передаточной функции (табл. 3-10).

Мы уже отмечали, что особенностью разложения полинома в виде суммы двух полиномов является тот факт, что число таких разбиений неограничено, и все они приводят к оптимальным реализациям, у которых влияние сопротивления гирации на положение нулей полинома  $D(p)$  минимально. Однако выбранное разложение полинома знаменателя передаточной функции может оказаться неоптимальным с точки зрения числа пассивных элементов. К оптимальным структурам как по стабильности, так и по числу элементов приводит следующее разбиение полинома знаменателя:

$$D(p) = p^2 + b_1p + b_0 = \left(p + \frac{b_1}{2}\right)^2 + b_0 - \frac{b_1^2}{4}. \quad (3-50)$$

Это разложение можно рассматривать как частный случай (3-37), когда одна из величин  $\alpha_1$  или  $\alpha_2$  становится очень большой, так что в рассматриваемом диапазоне частот соответствующий член разложения можно считать постоянным. Поделив числитель и знаменатель передаточной функции (3-29) на полином  $q(p) = \sqrt{b_0} \left(p + \frac{b_1}{2}\right)$  и сравнив полученное выражение с (3-30), прихо-

дим к соотношениям

$$T(p) = -\frac{Y_{21a}Z_{12b}}{Y_{22a}R_g + \frac{Z_{11b}}{R_g}} = \frac{N(p)}{\sqrt{b_0}(p + b_1/2)} : \left[ \frac{p + b_1/2}{\sqrt{b_0}} + \frac{b_0 - b_1^2/4}{\sqrt{b_0}(p + \frac{b_1}{2})} \right].$$

Рассмотрим, например, реализацию ФНЧ. В этом случае  $N(p) = a_0$ . Полагаем

$$Y_{22a} = \frac{p + b_1/2}{R_g \sqrt{b_0}}; \quad -Y_{12a} = \frac{1}{\gamma_5 \sqrt{b_0}};$$

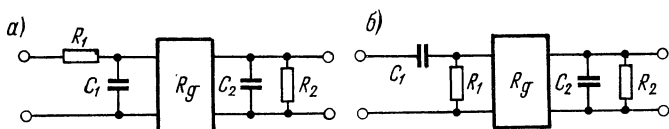


Рис. 3-22. Реализация ФНЧ и ПФ канонической структурой по разложению Шенно

$$Z_{11b} = R_g \frac{b_0 - b_1^2/4}{\sqrt{b_0}(p + \frac{b_1}{2})}; \quad Z_{21b} = \frac{\gamma_5 a_0}{\sqrt{b_0}(p + \frac{b_1}{2})}.$$

Выполним реализацию по параметрам  $Y_{22a}$  и  $Z_{11}$  следя за тем, чтобы в четырехполюснике  $a$  не было емкости в продольной ветви, а в четырехполюснике  $b$  была емкость в параллельной ветви. Полагая  $\gamma_5 = R_g(b_0 - \frac{b_1^2}{4})/a_0$ , получим (рис. 3-22, а) значения пассивных элементов:

$$C_1 = \frac{1}{R_g \sqrt{b_0}}; \quad R_1 = \frac{2R_g \sqrt{b_0}}{b_1};$$

$$C_2 = \frac{1}{R_g \left( \sqrt{b_0} - \frac{b_1^2}{4\sqrt{b_0}} \right)}; \quad R_2 = \frac{2R_g \left( \sqrt{b_0} - \frac{b_1^2}{4\sqrt{b_0}} \right)}{b_1}.$$

Постоянная  $a_0 = \frac{b_1 \left( b_0 - \frac{b_1^2}{4} \right)}{2 \sqrt{b_0}}$  устанавливается после завершения процесса синтеза.

Если добротность полюсов передачи ФНЧ намного превышает единицу, то значения пассивных элементов становятся равными:

$$R_1 = R_2 = 2R_g \frac{\sqrt{b_0}}{b_1}; \quad C_1 = C_2 = \frac{1}{R_g \sqrt{b_0}}.$$

Реализацию полосового фильтра также можно осуществить, сохраняя указанное разложение знаменателя, положив

$$Y_{22a} = \frac{p + \frac{b_1}{2}}{R_g \sqrt{b_0}}; \quad -Y_{12a} = \frac{p}{\gamma_5 \sqrt{b_0}};$$

$$Z_{11b} = R_g \frac{b_0 - \frac{b_1^2}{4}}{\sqrt{b_0} \left( p + \frac{b_1}{2} \right)}; \quad Z_{12b} = \frac{\gamma_5 a_1}{\left( p + \frac{b_1}{2} \right) \sqrt{b_0}}.$$

Все элементы фильтра определяются прежними формулами, но в схеме фильтра (рис. 3-22, б) элементы  $R_1$  и  $C_1$  меняются местами. При этом реализуется постоянная  $a_1 = \frac{b_0 - b_1^2/4}{\sqrt{b_0}}$ . Однако оптимальное разложение (3-50) не дает возможности реализовать канонической схемой передаточную функцию по напряжению ФВЧ и ЗФ.

## II. Разложение Горовица.

Разложение Горовица [43] применяется при реализации функции передаточного сопротивления.

$$Z_{21} = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{R_g Z_{21a} Z_{21b}}{Z_{22a} Z_{11b} + R_g^2}. \quad (3-51)$$

Это выражение по своей структуре аналогично (3-29). Дальнейший порядок синтеза такой же, как и в предыдущем случае. Делим числитель и знаменатель реализуе-



мой функции на вспомогательный полином  $q(p)$ :

$$\frac{N(p)}{D(p)} = \frac{N(p)}{q(p)} : \frac{D(p)}{q(p)}. \quad (3-52)$$

Знаменатель этого выражения приводим к виду

$$\frac{D(p)}{q(p)} = \frac{D_1(p)}{q_1(p)} \cdot \frac{D_2(p)}{q_2(p)} + R_g^2. \quad (3-53)$$

Очевидно, что

$$q(p) = q_1(p) q_2(p);$$

$$D(p) = D_1(p) D_2(p) + q_1(p) q_2(p) R_g^2.$$

Разлагаем  $D(p)$  [41]:

$$D(p) = \gamma_1(p + \alpha_1)^2 + \gamma_2(p + \alpha_2)^2.$$

Приравниваем результат разложения к (3-53), после чего полагаем:

$$\begin{aligned} D_1(p) D_2(p) &= \gamma_1(p + \alpha_1)^2; \\ q_1(p) q_2(p) R_g^2 &= \gamma_2(p + \alpha_2)^2. \end{aligned}$$

Вводим коэффициенты  $\gamma_3$  и  $\gamma_4$ , и при помощи их запишем

$$\left. \begin{aligned} D_1(p) &= \frac{\gamma_1}{\gamma_3}(p + \alpha_1); & q_1(p) &= \frac{\gamma_2(p + \alpha_2)}{R_g \gamma_4}; \\ D_2(p) &= \gamma_3(p + \alpha_1); & q_2(p) &= \frac{\gamma_4(p + \alpha_2)}{R_g}. \end{aligned} \right\} \quad (3-54)$$

Сравнивая (3-53) и (3-52), находим

$$Z_{22a} = \frac{D_1(p)}{q_1(p)}, \quad Z_{11b} = \frac{D_2(p)}{q_2(p)}. \quad (3-55)$$

Подставляя (3-54) в (3-55) и обозначая  $\gamma_4/\gamma_3 = \gamma_0$ , получаем

$$Z_{22a} = \frac{\gamma_0 \gamma_1 R_g (p + \alpha_1)}{\gamma_2 (p + \alpha_2)}; \quad Z_{11b} = \frac{R_g (p + \alpha_1)}{\gamma_0 (p + \alpha_2)}.$$

Остальные  $Z$ -параметры находятся путем приравнивания числителей выражений (3-51) и (3-52):

$$Z_{21a} Z_{21b} = \frac{R_g N(p)}{\gamma_2 (p + \alpha_2)^2}.$$

Схемы, синтезированные с помощью разложения Горовица, такие же, что и для разложения Шенои, и

обладают такой же стабильностью. Особенностью реализуемых схем является возможность произвольного выбора сопротивлений  $R_1$  во всех рассмотренных случаях. В то же время появляются ограничения на выбор коэффициентов числителя передаточной функции: для ФНЧ  $a_0 = (t-1)^2 \alpha_2^2 \gamma_1 R_g$ ; для ФВЧ  $a_2 = \gamma_1 R_g$ ; для ПФ  $a_1 = (t-1) \alpha_2 \gamma_1 R_g$ .

### III. Разложение Хазанова.

Этот метод предполагает реализацию цепей по известной передаточной проводимости [33]. Опуская предварительные выкладки, можно записать:

$$Y_{21} = \frac{Y_{21a} Y_{21b} R_g}{R_g^2 Y_{11b} Y_{22a} + 1}.$$

Применяя ту же процедуру разложения числителя и знаменателя требуемой передаточной функции, что и для двух ранее рассмотренных методов, можно записать результаты вычислений:

$$Y_{22a} = \frac{\gamma_0 \gamma_2 (p + \alpha_2)}{R_g \gamma_1 (p + \alpha_1)}; \quad Y_{11b} = \frac{p + \alpha_2}{R_g \gamma_0 (p + \alpha_1)};$$

$$Y_{21a} Y_{21b} = \frac{N(p)}{\gamma_1 R_g (p + \alpha_1)^2}.$$

Реализуемые схемы такие же, как и при разложении Шенон. Величина сопротивления  $R_1$  для всех схем выбирается произвольной, а коэффициенты числителя передаточной функции находятся по формулам: для ФНЧ

$$a_0 = \frac{\gamma_2 \alpha_2^2}{R_g}; \quad \text{для ФВЧ} \quad a_2 = \frac{\gamma_2}{R_g} \frac{(t-1)^2}{t^2}; \quad \text{для ПФ} \quad a_1 = \frac{\gamma_2}{R_g} \frac{(t-1)}{t} \alpha_2; \quad \text{для ЗФ} \quad a_0 = \frac{\gamma_2 \alpha_2^2}{R_g}; \quad a_2 = \frac{a_0}{b_0}.$$

**Синтез по модели с каскадно-параллельным соединением четырехполюсников.** Структурная схема этой модели соответствует рис. 3-12, но вместо конвертора в рассматриваемом случае включается гиратор. Поэтому ее также иногда называют схемой Янагисавы. Передаточная функция модели по напряжению

$$T(p) = -\frac{Y_{22a} Y_{21b} + G Y_{21a}}{Y_{22a} Y_{22b} + G^2}, \quad (3-56)$$

где  $G = 1/R_g$  — проводимость гирации.

Далее применим деление числителя и знаменателя передаточной функции на полином первого порядка вида  $q(p) = M(p + \alpha)$ , т. е.

$$T(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{N(p)}{q(p)} : \frac{D(p)}{q(p)}. \quad (3-57)$$

Для нахождения параметров  $Y_{22a}$  и  $Y_{22b}$  приравняем знаменатели выражений (3-56) и (3-57):

$$Y_{22a}Y_{11b} + G^2 = \frac{D(p)}{q(p)},$$

откуда

$$Y_{22a}Y_{22b} = \frac{D(p)}{q(p)} - G^2 = \frac{p^2 + b_1p + b_0}{M(p + \alpha)} - G^2.$$

Преобразуя это выражение, приводим его к виду

$$Y_{22a}Y_{22b} = \frac{p^2 + B_1p + B_0}{M(p + \alpha)}, \quad (3-58)$$

где  $B_1 = b_1 - MG^2$ ;  $B_0 = b_0 - M\alpha G^2$ .

Поскольку в левой части уравнения (3-58) стоит произведение, нули которого должны быть неположительными и вещественными, удобно положить  $B_0 = 0$ , т. е. выбрать  $M\alpha = b_0/G^2$ .

В этом случае

$$Y_{22a}Y_{22b} = \frac{p^2 + B_1p}{M(p + \alpha)}. \quad (3-59)$$

При этом должно быть  $B_1 \gg 0$ . Чтобы это выполнялось, необходимо выбрать  $\alpha > b_0/b_1$ .

Параметры  $Y_{21a}$  и  $Y_{21b}$  находятся путем приравнивания числителей (3-56) и (3-57):

$$-Y_{22a}Y_{21b} - GY_{21a} = \frac{N(p)}{M(p + \alpha)}. \quad (3-60)$$

Окончательное разложение выражений (3-59) и (3-60) на составляющие для определения  $Y$ -параметров четырехполюсников  $a$  и  $b$  удобно рассматривать для каждого частного случая биквадратной функции, соответствующего передаточной функции выбранного фильтрующего звена.

а) Ф и л ь т р н и ж н и х ч а с т о т ФНЧ

$N(p) = a_0$ . Пусть  $Y_{216} = 0$ , тогда можно положить

$$-Y_{21a} = \frac{a_0 R_g}{M(p + \alpha)}; \quad Y_{22a} = \frac{p + B_1}{M\gamma_0(p + \alpha)}; \quad Y_{226} = \gamma_0 p,$$

где  $\gamma_0$  — произвольная положительная постоянная.

Четырехполюсник *a* строится по двум параметрам  $Y_{21a}$  и  $Y_{22a}$ , а четырехполюсник *b* в этом случае является вырожденным и реализуется емкостью  $C_2 = \gamma_0$  (табл. 3-11, № 1), включаемой между выходными зажимами схемы.

Реализация четырехполюсника *a* производится лестничной структурой с емкостью в параллельном плече. При этом

$$R_1 = \frac{M\gamma_0(\alpha - B_1)}{B_1}; \quad R_2 = M\gamma_0; \quad C_1 = \frac{1}{M\gamma_0(\alpha - B_1)}.$$

Чтобы получить заданное значение проводимости  $-Y_{12a}$ , необходимо положить  $\gamma_0 = \frac{B_1}{a_0} G$ . Схема всего ФНЧ показана в табл. 3-11, № 1 со значениями элементов, выраженными через одну произвольную постоянную  $\alpha$ , коэффициенты передаточной функции и сопротивление гирации  $R_g$ . Границы для определения  $\alpha$  также вынесены в таблицу.

б) Ф и л ь т р в е р х н и х ч а с т о т ФВЧ.

$N(p) = a_2 p^2$ . Выражения (3-59) и (3-60) разложим следующим образом:

$$\begin{aligned} -Y_{21a} &= 0; \quad Y_{22a} = \frac{p}{M\gamma_0(p + \alpha)}; \\ -Y_{216} &= \gamma_0 a_2 p; \quad Y_{226} = \gamma_0(p + B_1). \end{aligned}$$

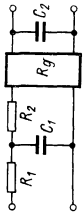
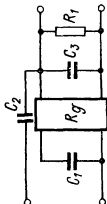
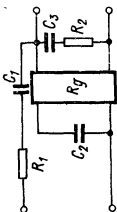
Четырехполюсник *a* является вырожденным и реализуется последовательной цепью (рис. 3-23), состоящей из сопротивления  $R_2 = M\gamma_0$  и емкости  $C_1 = \frac{1}{M\gamma_0\alpha}$ .

Четырехполюсник *b* можно реализовать Г-образной структурой, взяв  $C_2 = \gamma_0 a_2$ ;  $C_3 = \gamma_0(1 - a_2)$ ;  $R_1 = \frac{1}{\gamma_0 B_1}$ .

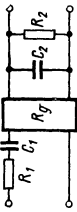
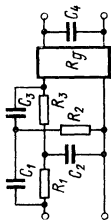
Количество элементов в схеме можно уменьшить, если положить  $\alpha \rightarrow \infty$  (табл. 3-11, № 2).

Таблица 3-11

## Реализация каскадно-параллельной моделью с вырожденным четырехполюсником

№ пп.	$T(p)$	Схема	Расчетные формулы	Условия для $\alpha$
1	$\frac{a_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$		$R_1 = \frac{b_0}{a_0} \left( 1 - \frac{b_1 \alpha - b_0}{\alpha^2} \right) R_g$ $R_2 = \frac{b_0}{a_0} \cdot \frac{b_1 \alpha - b_0}{\alpha^2} R_g$ $C_1 = \frac{\alpha}{R_1 (b_1 \alpha - b_0)}; \quad C_2 = \frac{b_1 \alpha - b_0}{a_0 \alpha R_g}$	$\frac{b_0}{b_1} < \alpha < \infty$
2	$\frac{a_2 p^2}{p^2 + b_1 p + b_0}$		$R_1 - \text{произвольная величина}$ $C_1 = \frac{b_1 R_1}{b_0 R_g^2}; \quad C_2 = \frac{a_2}{b_1 R_1}; \quad C_3 = \frac{1 - a_2}{b_1 R_1}$	$\alpha = \infty$
3	$\frac{a_2 p^2}{p^2 + b_1 p + b_0}$		$R_1 - \text{произвольная величина}$ $R_2 = R_1 \frac{a_2}{1 - a_2}$ $C_1 = \frac{b_1}{R_1 b_0}; \quad C_2 = \frac{a_2 R_1}{b_1 R_g^2}; \quad C_3 = \frac{b_1}{R_2 b_0}$	$\alpha = \frac{b_1}{b_0}$

Продолжение табл. 3-11

№ пп.	$T(p)$	Схема	Расчетные формулы	Условия для $\alpha$
4	$\frac{a_1 p}{p^2 + b_1 p + b_0}$		$R_1 = \frac{b_0}{\alpha a_1} R_g$ $R_2 = \frac{a_1 \alpha}{b_1 \alpha - b_0} R_g$ $C_1 = \frac{a_1 R_g}{b_0}; \quad C_2 = \frac{1}{R_g a_1}$	$\frac{b_0}{b_1} < \alpha < \infty$
5	$\frac{a_2 p^2 + a_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$		$R_1 = \frac{b_0}{a_0} \left[ 1 - \frac{b_1 \alpha - b_0}{\alpha^2 (1 - m)} \right] R_g$ $R_2 = \frac{b_2}{4a_2 \alpha^2} R_g; \quad R_3 = \frac{b_0}{a_0} R_g + R_1$ $C_1 = C_3 = \frac{1}{2R_2 \alpha}; \quad C_2 = \frac{R_1 + R_3}{\alpha R_1 R_2}$ $C_4 = \frac{b_1 \alpha - b_3}{a_0 \alpha R_g}; \quad m = 4a_2 \frac{b_1 \alpha - b_0}{a_0}$	$\frac{b_0}{b_1} < \alpha < \infty$

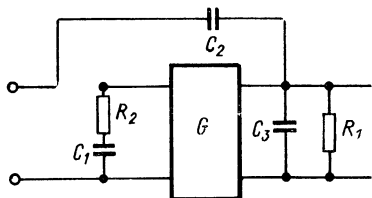
Другой вариант ФВЧ можно получить (табл. 3-11, № 3), если положить  $B_1 = 0$ , т. е.  $\alpha = b_0/b_1$ , тогда

$$\begin{aligned} -Y_{21a} &= 0; \quad Y_{22a} = \frac{1}{M\gamma_0\rho}; \\ -Y_{21b} &= \frac{\gamma_0 a_2 \rho}{\rho + \alpha}; \quad Y_{22b} = \frac{\gamma_0 \rho}{\rho + \alpha}. \end{aligned}$$

В обоих рассмотренных вариантах требуется полагать  $a_2 \leq 1$ .

в) Полосовой фильтр ПФ.

$N(\rho) = a_1 \rho$ . Разложение выражений (3-59) и (3-60) удобно представить в виде



$$Y_{21a} = \frac{a_1 R_g \rho}{M(\rho + \alpha)};$$

$$Y_{22a} = \frac{\rho}{M\gamma_0(\rho + \alpha)};$$

$$-Y_{21b} = 0;$$

$$Y_{22b} = \gamma_0(\rho + B_1).$$

Рис. 3-23. Реализация звена ФВЧ каскадно-параллельной моделью

Схема представлена в табл. 3-11, № 4.

г) Заграждающий фильтр ЗФ.

$N(\rho) = a_2 \rho^2 + a_0$ . Пусть  $-Y_{21b} = 0$  и  $Y_{22b} = \gamma_0 \rho$ , тогда

$$-Y_{21a} = \frac{R_g}{M} \frac{a_2 \rho^2 + a_0}{\rho + \alpha} \quad \text{и} \quad Y_{22a} = \frac{\rho + B_1}{\gamma_0 M(\rho + \alpha)}.$$

Разбивая  $Y_{21a}$  и  $Y_{22a}$  на два слагаемых, как это было сделано при реализации аналогичной передаточной функции по методу Шенон, получаем четырехполюсник  $a$  в виде двойного Т-образного моста (табл. 3-11, № 5).

При реализации фильтрующего звена каскадно-параллельной моделью мы стремились к такой ситуации, когда один из четырехполюсников вырожденный и характеризуется только одним параметром. Но можно проводить реализацию [21]; наложив другое ограничение: каждый из пассивных четырехполюсников должен иметь Г-образную структуру (рис. 3-24), и, кроме того, коэффициент  $k_2 = G^2$  преобразователя может быть установлен в соответствии с расчетом.

Передаточная функция тогда запишется следующим образом:

$$T(p) = \frac{U_2}{U_1} = - \frac{Y_{16} + G \frac{Y_{1a}}{Y_{1a} + Y_{2a}}}{Y_{16} + Y_{26} + \frac{G^2}{Y_{1a} + Y_{2a}}}, \quad (3-61)$$

где  $G$  — элемент матрицы проводимости гиратора:

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & \pm G \\ \mp G & 0 \end{bmatrix}.$$

Изменению знаков, как отмечалось в гл. 1, соответствует перемена мест входа и выхода гиратора.

Введем в биквадратную функцию множитель  $\gamma$ , т. е. будем рассматривать реализацию

$$T(p) = \gamma \frac{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{p^2 + b_1 p + b_0}. \quad (3-62)$$

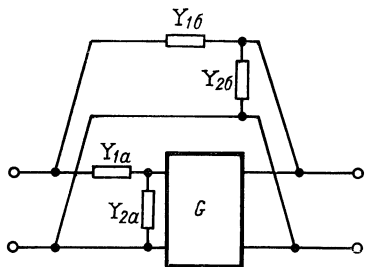


Рис. 3-24. Реализация биквадратной функции с выбором структуры пассивных  $RC$ -цепей

Это сделано для того, чтобы можно было выбрать делящий полином, соответствующий оптимальному разложению [43], и при этом реализовать передаточную функцию любого вида. Тогда, деля числитель и знаменатель (3-62) на  $p + b_1/2$ , запишем

$$T(p) = \frac{\gamma \frac{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{p + b_1/2}}{p + \frac{b_1}{2} + \frac{b_0 - b_1^2/4}{p + b_1/2}} = \frac{Y_{16} + G \frac{Y_{1a}}{Y_{1a} + Y_{2a}}}{Y_{16} + Y_{26} + G^2 \frac{1}{Y_{1a} + Y_{2a}}}.$$

Представляя числитель в виде

$$\gamma \frac{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{p + b_1/2} = \frac{2\gamma a_0}{b_1} + \gamma a_2 p + \frac{\gamma a_1 - \frac{2\gamma a_0}{b_1} - \gamma a_2 \frac{b_1}{2}}{p + b_1/2} p,$$



Таблица 3-12

Параметры элементов каскадно-параллельной модели с Г-образными пассивными цепями

$T(p)$	$\frac{\gamma}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\gamma \frac{p^2 + a_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\gamma \frac{p^2 - b_1 p + b_0}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\gamma \frac{p^2}{p^2 + b_1 p + b_0}$	$\gamma \frac{p}{p^2 + b_1 p + b_0}$
Ограничение $\gamma$	$4\gamma \leq b_1^2$	$4\gamma a_0 \leq b_1^2 \gamma < 1$	$4\gamma b_0 \leq b_1^2 \gamma < 1$	$\gamma \leq 1$	—
$Y_{16}$	$\frac{2\gamma}{b_1}$	$\gamma p + \frac{2\gamma a_0}{b_1}$	$\gamma p + \frac{2\gamma b_0}{b_1}$	$\gamma p$	0
$Y_{26}$	$p + \frac{b_1^2 - 4\gamma}{2b_1}$	$p(1 - \gamma) + \frac{b_1^2 - 4\gamma a_0}{2b_1}$	$p(1 - \gamma) + \frac{b_1^2 - 4\gamma b_0}{2b_1}$	$p(1 - \gamma) + \frac{b_1}{2}$	$p + \frac{b_1}{2}$
$G$	$-\frac{2\gamma}{b_1}$	$-\frac{2\gamma a_0}{b_1} - \gamma \frac{b_1}{2}$	$-\frac{3}{2} \gamma b_1 - \frac{2\gamma b_0}{b_1}$	$-\gamma \frac{b_1}{2}$	$\gamma$
$Y_{1a}$	$\frac{G^2}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}} p$	$\frac{G^2}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}} p$	$\frac{G^2}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}} p$	$\frac{G^2}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}} p$	$\frac{\gamma^2 p}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}}$
$Y_{2a}$	$\frac{b_1}{2} \frac{G^2}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}}$	$\frac{b_1}{2} \frac{G^2}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}}$	$\frac{b_1}{2} \frac{G^2}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}}$	$\frac{b_1}{2} \frac{G^2}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}}$	$\frac{\gamma^2 \frac{b_1}{2}}{b_0 - \frac{b_1^2}{4}}$

найдем параметры ветвей, входящих в четырехполюсники  $a$  и  $b$ :

$$Y_{16} = \gamma a_2 p + \frac{2\gamma a_0}{b_1}; \quad Y_{26} = p(1 - \gamma a_2) + \frac{b_1^2 - 4\gamma a_0}{2b_1};$$

$$Y_{1a} = \frac{G^2}{b_0 - b_1^2/4} p; \quad Y_{2a} = \frac{\frac{b_1}{2} G^2}{b_0 - b_1^2/4}.$$

Как видно из этих выражений,  $\gamma$  необходимо выбирать таким, чтобы  $\gamma a_2 \leq 1$ , а  $4\gamma a_0 \leq b^2$ . Расчетные соотношения сведены в табл. 3-12.

### **Сравнение различных методов реализации биквадратной передаточной функции с помощью гираторов.**

#### *1. Метод LC-прототипа.*

Метод позволяет использовать опыт, накопленный при проектировании пассивных  $RLC$ -фильтров. Он удобен при построении цепей с регулируемой полосой пропускания или фильтров со сканированием частоты настройки. В цепях, реализованных другими методами, осуществление подобных операций затруднено из-за необходимости изменения всех элементов схемы. Метод  $LC$ -прототипа уступает другим методам по стабильности добротности реализуемых цепей в зависимости от изменения сопротивления гирации. Этот метод является наиболее перспективным, так как можно наладить независимый выпуск эквивалентов индуктивностей, реализованных с помощью инверторов сопротивления и проводимости, для применения не только в фильтрующих цепях, но и в любых схемах.

*2. Методы, использующие каскадную модель.* Все схемы, кроме заграждающего фильтра, синтезированные по любому разложению (Шеной, Горовица, Хазанова), являются каноническими по числу используемых конденсаторов. Наличие параллельных входу и выходу гириатора сопротивлений в схемах фильтра верхних частот и полосового фильтра дает возможность снизить требования к преобразователю. Каждая схема начинается и кончается резисторами ( $R_1$  и  $R_4$  или  $R_5$ ), роль которых может выполнять внутреннее сопротивление источника сигнала и входное сопротивление последующего каскада (либо сопротивление нагрузки). Если функция передачи задается сопротивлением  $Z_{21}$  или проводи-

мостью  $Y_{21}$ , то величина  $R_1$  может быть выбрана произвольно, а, следовательно, реализуемая схема может работать от источника с любым внутренним сопротивлением. То же самое относится к сопротивлению нагрузки, так как величина  $R_4$  или  $R_5$  зависит от сопротивления  $R_1$ . Ограничивающим фактором является влияние параллельных резистивных цепей на режим гиратора по постоянному току.

При разложении по Шенноу величины всех элементов определяются однозначно. При произвольно выбранном  $R_1$  будет изменяться коэффициент передачи синтезируемой цепи в полосе пропускания.

К положительным свойствам всех разложений относится высокая стабильность добротности цепей при изменении  $R_g$ .

*3. Метод, использующий каскадно-параллельную модель.*

Метод допускает простой расчет элементов (при вырожденной структуре одного из четырехполюсников). По стабильности добротности звеньев он несколько уступает схемам, синтезированным по каскадной модели. Однако в методе имеется возможность исключить нестабильность добротности, если заранее известна нестабильность сопротивления гирации. По числу использованных элементов модель дает некоторую экономию по сравнению с каскадной моделью.

## Глава четвертая

### ФУНКЦИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И СТАБИЛЬНОСТЬ СХЕМ С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ И ПРОВОДИМОСТИ

#### 4-1. Функции чувствительности и их взаимосвязь

При точном соответствии расчетных и реальных значений элементов характеристики цепей реализуются точно. Однако при изготовлении цепи применяются схемные элементы со значениями, отличными от номинальных величин; в процессе эксплуатации электрическая схема подвергается воздействию различных де-

стабилизирующих факторов, что приводит к несоответствию расчетных и экспериментальных характеристик.

Для оценки степени отклонения реальных характеристик схемы от расчетных обычно применяют аппарат функций чувствительности. Чувствительности связывают между собой достаточно малые изменения значений элементов и вызванные этими изменениями отклонения характеристики цепи. Функции чувствительности дают возможность оценить влияние изменения элементов на точность реализации характеристик и тем самым, вместе с функциями цепи, определяют поведение схемы в целом.

В общем случае входная или передаточная функции реальной цепи зависят от случайных параметров:

$$F = F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m). \quad (4-1)$$

Соотношение, связывающее абсолютное изменение значения исследуемой функции цепи и абсолютное изменение ее схемного элемента, определяет абсолютную чувствительность функции цепи  $F$  по элементу  $\alpha_i$ :

$$\Delta F(\alpha_i, \Delta \alpha_i) = \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i \bigg|_{\substack{\Delta \alpha_1=0 \\ \vdots \\ \Delta \alpha_m=0}},$$

где  $S(F, \alpha_i) = \frac{\partial F}{\partial \alpha_i}$  — абсолютная чувствительность функции цепи  $F$  по элементу  $\alpha_i$ .

Используются также другие функции чувствительности, например полулогарифмические (полурелативные) функции чувствительности [7]:

$$\begin{aligned} S^F, \alpha_i &= \frac{\partial \ln F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)}{\partial \alpha_i} = \\ &= \frac{1}{F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)} \frac{\partial F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)}{\partial \alpha_i}, \\ S_F, \alpha_i &= \frac{\partial F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)}{\partial \ln \alpha_i} = \\ &= \alpha_i \frac{\partial F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)}{\partial \alpha_i} \end{aligned}$$

и логарифмические (относительные) функции чувствительности [31]:

$$S_{\alpha_i}^F = \frac{\partial \ln F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)}{\partial \ln \alpha_i} = \\ = \frac{\alpha_i}{F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)} \frac{\partial F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)}{\partial \alpha_i}$$

по элементу  $\alpha_i$ .

С помощью перечисленных функций чувствительности можно оценить поведение характеристики цепи при изменении каждого из элементов. На практике изменяются одновременно многие элементы. При этом изменения их относительно номинального значения сравнительно невелики. Учитывая это обстоятельство, представляется возможным воспользоваться методом линеаризации функции случайных аргументов. Используя разложение в ряд Тейлора функции  $F = F(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m)$  в окрестностях точки, определяемой элементами  $\alpha_{10}, \dots, \alpha_{i0}, \dots, \alpha_{m0}$ , и ограничиваясь величинами первого порядка малости, приходим к соотношениям

$$F_0 + \Delta F = F(\alpha_{10} + \Delta\alpha_1, \dots, \alpha_{i0} + \\ + \Delta\alpha_i, \dots, \alpha_{m0} + \Delta\alpha_m) = F(\alpha_{10}, \dots, \\ \alpha_{i0}, \dots, \alpha_{m0}) + \left. \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \right|_{\alpha_1=\alpha_{10}} \Delta\alpha_1 + \dots \\ \dots + \left. \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \right|_{\alpha_i=\alpha_{i0}} \Delta\alpha_i + \dots,$$

откуда находим абсолютное приращение функции

$$\Delta F = \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \Delta\alpha_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \Delta\alpha_i + \dots \\ \dots + \frac{\partial F}{\partial \alpha_m} \Delta\alpha_m = \sum_{i=1}^m \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \Delta\alpha_i.$$

В этом выражении подразумевается, что все производные и приращения взяты в окрестности точки, где  $F = F_0$ .

Для реальных цепей максимально допустимые значения  $\Delta\alpha_{i \text{ макс}}$  образуют технологические допуски элемен-

тов. Относительное приращение функции, выражаемое через функции относительных чувствительностей и относительные приращения элементов, выражается формулой

$$\frac{\Delta F}{F} = \sum_{i=1}^m S_{\alpha_i}^F \frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i}, \quad (4-2)$$

где  $m$  — число изменяющихся элементов.

Последняя формула справедлива при  $\Delta \alpha_i \ll \alpha_i$  и для любого закона распределения величин  $\frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i}$ . Если знаки изменения всех слагаемых одинаковы, то относительное приращение функции максимально, что соответствует задаче наихудшего случая. Формула (4-2) позволяет оценить относительное изменение характеристики цепи вследствие случайных технологических отклонений значений элементов от номинальной величины.

Функции чувствительности позволяют также определить изменение характеристик цепи при систематических отклонениях значений элементов (температурное воздействие, старение), при этом температура является, как правило, воздействием, учитываемым в первую очередь.

При колебаниях температуры окружающей среды значения каждого схемного элемента изменяются. Если значения элементов являются линейной функцией температуры, то зависимость изменения элемента от температуры может быть представлена в виде:

$$\alpha_i = \alpha_{i0} [1 + \lambda (t_2 - t_1)], \quad (4-3)$$

где  $t_1, t_2$  — значения температуры окружающей среды;  $\alpha_{i0}$  — величина элемента при  $t_1 = t_2$ ;  $\lambda$  — температурный коэффициент (ТК), определяемый как относительное изменение элемента при изменении температуры на  $1^\circ \text{C}$ .

Практика показывает, что изменение элемента с температурой нелинейно, поэтому следует эту функциональную зависимость аппроксимировать, по крайней мере, двумя прямыми: на участках — от нормальной температуры ( $t_1 = 20^\circ \text{C}$ ) до максимальной температуры ( $t = t_{\text{макс}}$ ) и от минимальной температуры ( $t = t_{\text{мин}}$ ) до нормальной температуры. За начальную тем-

пературу в формуле (4-3) целесообразно принимать нормальную температуру. С учетом высказанного приходим к функциональной зависимости элемента от температуры:

$$\alpha_i = \alpha_{i0} [1 + \lambda (t - 20)] = \alpha_{i0} (1 + \lambda \Delta t),$$

где  $\Delta t = t - 20$  — изменение температуры;  $\alpha_{i0}$  — значение элемента при нормальной температуре;  $\lambda$  — коэффициент пропорциональности.

Поскольку зависимость элемента от температуры аппроксимируется прямыми с разным наклоном, то полагаем  $\lambda = \lambda_1$  при  $\Delta t < 0$ ,  $\lambda = \lambda_2$  при  $\Delta t > 0$ . Функцию (4-1) можно записать иначе, учитывая зависимость элемента от температуры:

$$F = F[\alpha_1(t), \dots, \alpha_i(t), \dots, \alpha_m(t)].$$

Абсолютное приращение функции определится формулой:

$$\Delta F = \sum_{i=1}^m \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} \Delta t$$

или с учетом (4-3):

$$\Delta F = \sum_{i=1}^m \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \alpha_i \frac{\lambda \Delta t}{1 + \lambda \Delta t}.$$

Считая  $\lambda \Delta t \ll 1$ , находим абсолютное и относительное отклонение функции при изменении элементов, вследствие технологического допуска  $\Delta \alpha_i$  и температурного воздействия  $\Delta t$ :

$$\begin{aligned} \Delta F &= \sum_{i=1}^m \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i + \sum_{i=1}^m \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \alpha_i \lambda \Delta t, \\ \frac{\Delta F}{F} &= \sum_{i=1}^m S_{\alpha_i}^F \frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i} + \sum_{i=1}^m S_{\alpha_i}^F \lambda \Delta t = \\ &= \sum_{i=1}^m S_{\alpha_i}^F \left( \frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i} + \lambda \Delta t \right). \end{aligned}$$

Так как обычно допуски, температурные коэффициенты и диапазон рабочих температур заданы, то относительные чувствительности становятся основным ап-

паратом для оценки относительного изменения функции цепи.

Как для входной, так и для передаточной функции цепи  $F$  можно записать

$$F(p)|_{p=j\omega} = |F(j\omega)| \exp[j \arg F(j\omega)].$$

Тогда относительная чувствительность функции цепи по элементу  $\alpha_i$  определяется формулой:

$$S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = \frac{\partial \ln F(j\omega)}{\partial \ln \alpha_i} = \frac{\partial |F(j\omega)|}{\partial \alpha_i} \frac{\alpha_i}{|F(j\omega)|} + \\ + j \frac{\partial \arg F(j\omega)}{\partial \alpha_i} \alpha_i = S_{\alpha_i}^{|F(j\omega)|} + j S_{\arg F(j\omega), \alpha_i}.$$

Вещественная часть функции относительной чувствительности

$$\operatorname{Re} S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = S_{\alpha_i}^{|F(j\omega)|} = \frac{\partial |F(j\omega)|}{\partial \alpha_i} \frac{\alpha_i}{|F(j\omega)|} \quad (4.4)$$

представляет собой логарифмическую чувствительность модуля функции цепи, а мнимая часть функции относительной чувствительности

$$\operatorname{Im} S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = S_{\arg F(j\omega), \alpha_i} = \frac{\partial \arg F(j\omega)}{\partial \alpha_i} \alpha_i \quad (4.5)$$

— полулогарифмическую чувствительность фазы функции цепи.

Относительная чувствительность является функцией комплексного переменного  $p = j\omega$ :

$$S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = |S_{\alpha_i}^{F(j\omega)}| \exp j \arg S_{\alpha_i}^{F(j\omega)}$$

и характеризуется модулем и фазой. Модуль функции относительной чувствительности

$$S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = \sqrt{[S_{\alpha_i}^{|F(j\omega)|}]^2 + [S_{\arg F(j\omega), \alpha_i}]^2},$$

а фаза относительной чувствительности

$$\arg S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = \operatorname{arctg} \frac{S_{\arg F(j\omega), \alpha_i}}{S_{\alpha_i}^{|F(j\omega)|}}.$$

Относительная чувствительность позволяет вычислить влияние изменения элементов на амплитудную и фазовую характеристики исследуемой цепи в любой точке рассматриваемого диапазона частот.



Однако наряду с количественной оценкой часто интересуются некоторыми качественными показателями электрической цепи.

Для этого были введены [13] чувствительности нулей и полюсов передаточной и входной функции цепи

$$T(p) = \gamma \frac{\prod_{k=1}^n (p - z_k)}{\prod_{k=1}^m (p - p_k)}.$$

Чувствительность полюсов по отношению к элементу  $\alpha_i$  в абсолютной, полулогарифмической и логарифмической формах имеет вид:

$$\frac{\partial p_k}{\partial \alpha_i}; \quad \frac{\partial p_k}{\partial \ln \alpha_i}; \quad \frac{\partial \ln p_k}{\partial \alpha_i}; \quad \frac{\partial \ln p_k}{\partial \ln \alpha_i}.$$

Наиболее часто употребляемой величиной является

$$S_{p_k, \alpha_i} = \frac{\partial p_k}{\partial \ln \alpha_i} \approx \frac{\Delta p_k}{\Delta \alpha_i / \alpha_i} = \frac{\Delta \sigma_{p_k} + j \Delta \omega_{p_k}}{\Delta \alpha_i / \alpha_i}.$$

По аналогичным формулам вычисляются и чувствительности нулей, которые являются комплексными числами. Они позволяют получить представление о движении полюсов (нулей) функции цепи при изменении элементов. Такие оценки необходимы, когда рассматривают функции цепей, имеющие полюсы или нули вблизи оси  $j\omega$  (устойчивость высокодобротных активных фильтров, глубина минимума передаточной функции заграждающих фильтров).

Для комплексно-сопряженной пары полюсов нулей логарифмическая чувствительность определится соотношениями

$$S_{\alpha_i}^{p_k} = \frac{\partial p_k}{p_k} \frac{\alpha_i}{\partial \alpha_i} = \operatorname{Re} S_{\alpha_i}^{p_k} + j \operatorname{Im} S_{\alpha_i}^{p_k},$$

где

$$\operatorname{Re} S_{\alpha_i}^{p_k} = \frac{\sigma_k \partial \sigma_k + \omega_k \partial \omega_k}{\sigma_k^2 + \omega_k^2} \frac{\alpha_i}{\partial \alpha_i},$$

$$\operatorname{Im} S_{\alpha_i}^{p_k} = \frac{\sigma_k \partial \omega_k - \omega_k \partial \sigma_k}{\sigma_k^2 + \omega_k^2} \frac{\alpha_i}{\partial \alpha_i},$$

а

$$p_k = -\sigma_k + j\omega_k.$$

Относительные функции чувствительности и чувствительности нулей и полюсов связаны между собой соотношениями:

$$S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = S_{\alpha_i}^{\gamma} + \sum_{k=1}^m \frac{S_{z_k, \alpha_i}}{j\omega - z_k} - \sum_{k=1}^n \frac{S_{p_k, \alpha_i}}{i\omega - p_k},$$

где  $S_{\alpha_i}^{\gamma} = \frac{\partial \ln \gamma}{\partial \ln \alpha_i}$ ;  $S_{z_k} = \frac{\partial z_k}{\partial \ln \alpha_i}$ ;  $S_{p_k, \alpha_i} = \frac{\partial p_k}{\partial \ln \alpha_i}$ .

Другой путь оценки влияния погрешностей элементов на изменения характеристик цепи исходит из понятия покоеффициентной чувствительности передаточной функции [10]. Функция цепи является дробно-рациональной функцией оператора

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0}{p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0},$$

причем коэффициенты  $a_m, a_{m-1}, \dots, a_0, b_{n-1}, b_1, b_0$  — вещественные числа, являющиеся линейными функциями схемных элементов цепи

$$a_i = a_i(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m); b_i = b_i(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m).$$

Покоэффициентная чувствительность связывает изменение коэффициентов  $a_k$  и  $b_k$  с относительным изменением элемента  $\alpha_i$ :

$$S_{a_k, \alpha_i} = \frac{\partial a_k}{\partial \ln \alpha_i}; \quad S_{b_k, \alpha_i} = \frac{\partial b_k}{\partial \ln \alpha_i}.$$

Через покоеффициентные чувствительности можно выразить относительную чувствительность функции цепи. Для полинома числителя функции  $F(p)$  относительная чувствительность, выраженная через покоеффициентную чувствительность, определяется формулой:

$$S_{\alpha_i}^{N(p)} = \frac{\partial \ln M(p)}{\partial \ln \alpha_i} = \frac{1}{M(p)} \sum_{k=0}^m p^k S_{a_k, \alpha_i} = \frac{M_0(p)}{M(p)},$$

где коэффициенты полинома

$$M_{0(p)} = S_{a_m, \alpha_i} p^m + S_{a_{m-1}, \alpha_i} p^{m-1} + \dots + S_{a_0, \alpha_i}$$

являются покоеффициентными чувствительностями  $a_m, a_{m-1}, \dots, a_0$  по отношению к элементу  $\alpha_i$ . Соответственно, относительная чувствительность знаменателя

передаточной функции также может быть определена через покоеффициентную чувствительность

$$S_{\alpha_i}^{D(p)} = \frac{1}{D(p)} \sum_{k=0}^n p^k S_{b_k, \alpha_i} = \frac{D_0(p)}{D(p)},$$

где

$$D_0(p) = S_{b_n, \alpha_i} p^n + S_{b_{n-1}, \alpha_i} p^{n-1} + \dots + S_{b_0, \alpha_i}.$$

По приведенным формулам можно найти относительную чувствительность передаточной функции, определяемую как разность относительных чувствительностей числителя и знаменателя передаточной функции

$$S_{\alpha_i}^F = \frac{M_0(j\omega)}{M(j\omega)} - \frac{N_0(j\omega)}{N(j\omega)},$$

которые в свою очередь являются функциями покоеффициентных чувствительностей.

Важными характеристиками расположения пары сопряженных нулей или полюсов на комплексной плоскости является собственная частота и добротность пары, определяемая по формулам:

$$\omega_{0k} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} \text{ и } Q_k = \omega_{0k} / (2\sigma_k).$$

В схемах ФНЧ, ПФ и ФВЧ величины  $\omega_{0k}$  и  $Q_k$  являются характеристиками самих фильтрующих звеньев. Можно оценить влияние изменения элементов схемы на эти параметры, воспользовавшись понятиями функций чувствительности собственных частот и добротностей комплексно-сопряженных пар нулей и полюсов

$$S_{\alpha_i}^{\omega_{0k}} = \frac{\partial \omega_{0k}}{\omega_{0k}} \frac{\alpha_i}{\partial \alpha_i}; \quad S_{\alpha_i}^{Q_k} = \frac{\partial Q_k}{Q_k} \frac{\alpha_i}{\partial \alpha_i}.$$

При достаточно большом значении добротности ( $Q_k > 10$ ) можно установить связь между функциями чувствительности собственных частот и добротностей пар нулей и полюсов и чувствительностями нулей и полюсов передаточной функции:

$$S_{\alpha_i}^{\omega_{0k}} = \operatorname{Re} S_{\alpha_i}^{p_k}, \quad S_{\alpha_i}^{Q_k} = -2Q_k \operatorname{Im} S_{\alpha_i}^{(p)_k},$$

где  $S_{\alpha_i}^{p_k}(S_{\alpha_i}^{z_k})$  — логарифмические чувствительности полюсов и нулей.

Функции линейных цепей могут быть преобразованы к билинейной форме по отношению к переменному параметру:

$$F(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{N_1(j\omega) + \alpha_i N_2(j\omega)}{D_1(j\omega) + \alpha_i D_2(j\omega)}, \quad (4-6)$$

где  $N_1(j\omega)$ ,  $N_2(j\omega)$ ,  $D_1(j\omega)$ ,  $D_2(j\omega)$  — полиномы с действительными коэффициентами.

Относительная чувствительность функции цепи (4-6) по отношению к элементу  $\alpha_i$  определяется как разность относительных чувствительностей числителя и знаменателя функции:

$$S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = S_{\alpha_i}^{N(j\omega)} - S_{\alpha_i}^{D(j\omega)}, \quad (4-7)$$

где

$$S_{\alpha_i}^{N(j\omega)} = \alpha_i \frac{N_2(j\omega)}{N(j\omega)}; \quad S_{\alpha_i}^{D(j\omega)} = \alpha_i \frac{D_2(j\omega)}{D(j\omega)}.$$

Выражение (4-7) можно преобразовать и к другому виду:

$$S_{\alpha_i}^{F(j\omega)} = \frac{D_1(j\omega)}{D(j\omega)} - \frac{N_1(j\omega)}{N(j\omega)}.$$

Введенные выше функции чувствительности позволяют оценить степень влияния одного элемента схемы на ее характеристики. Практически на изменение характеристик оказывают влияние многие элементы. В этом случае используется понятие многоэлементной чувствительности. Например, полную чувствительность добротности по всем элементам, влияющим на добротность:

$$\Sigma_{Q_k} = \sum_{i=1}^l |S_{\alpha_i}^{Q_k}| = 2Q_k \sum_{i=1}^l |\operatorname{Im} S_{\alpha_i}^{p_k}|.$$

Формула

$$\Sigma_{\omega_{0k}} = \sum_{i=1}^l |S_{\alpha_i}^{\omega_{0k}}| = \sum_{i=1}^l |\operatorname{Re} S_{\alpha_i}^{p_k}|$$

определяет полную чувствительность резонансной частоты.

Полная чувствительность представляет собой выраженное в процентах максимально возможное измене-

ние добротности или резонансной частоты избирательной схемы при изменении всех элементов на 1%. Предполагается, что все элементы вызывают изменение в одном направлении (наихудший случай). При изменении всех элементов на  $m\%$  справедливы формулы:

$$\Delta Q_k = m \Sigma_{Q_k}, \quad \Delta \omega_{0k} = m \Sigma_{\omega_{0k}}.$$

Находят применение также среднеквадратичные критерии:

$$S_{\Sigma}^{|F(j\omega)|} = \sqrt{\sum_{i=1}^l (S_{\alpha_i}^{|F(j\omega)|})^2}$$

— среднеквадратическая чувствительность модуля передаточной функции и

$$S_{\arg F(j\omega), \Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^l (S_{\arg F(j\omega), \alpha_i})^2}$$

— среднеквадратичная чувствительность фазы передаточной функции.

Практическое использование формул для расчета максимального отклонения характеристик не всегда оправдано, так как они дают завышенные значения отклонения модуля и фазы функций цепи, которых практически никогда не бывает в реальной схеме. Более целесообразным является метод расчета, базирующийся на положениях теории вероятностей. Этот метод применим к случайным величинам, в частности, к отклонениям элементов от номинального значения внутри поля допусков. Знание законов распределения случайных величин и весовых функций, а ими являются функции чувствительности, характеризующих степень влияния элементов на характеристики схемы, позволяет с определенной вероятностью найти среднеквадратические отклонения характеристик схемы в зависимости от допусков на элементы. Полагая, что отклонения элементов подчиняются нормальному закону распределения с дисперсией, равной  $\sigma_i^2$ , можно определить дисперсию относительного изменения функции  $F$ :

$$\sigma^2 \left( \frac{\Delta F}{F} \right) = \sum_{i=1}^l (S_{\alpha_i}^F)^2 \sigma_i^2 \left( \frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i} \right).$$

При использовании в схеме однотипных элементов, имеющих нормальный закон распределения, можно полагать дисперсию для всех элементов одинаковой. Тогда

$$\sigma_{\Sigma} \left( \frac{\Delta F}{F} \right) = \sigma \left( \frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i} \right) \sqrt{\sum_{i=1}^l (S_{\alpha_i}^F)^2} = \sigma S_{\Sigma}^F.$$

Эти формулы — основа для расчета отклонений характеристик схемы, которые наблюдаются примерно у 68% схем.

#### 4-2. Оценка стабильности характеристик фильтра по функциям чувствительности

Пусть заданная передаточная функция  $T_U(p)$  фильтра нижних частот реализуется каскадным соединением через разделительные усилители звеньев с конверторами сопротивления.

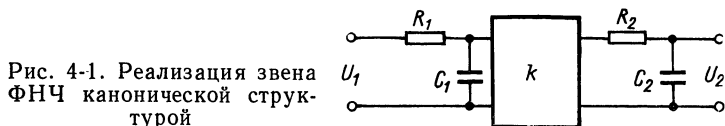


Рис. 4-1. Реализация звена ФНЧ канонической структурой

Каждый конвертор применяется в этом случае для реализации передаточной функции по напряжению второго порядка

$$T(p) = \frac{a_0}{p^2 + b_1 p + b_0}.$$

Если реализация осуществляется канонической структурой (рис. 4-1), а в знаменателе используется оптимальное разбиение полинома, то следует считать  $a_0 = b_0$ .

Вводя в выражение передаточной функции элементы схемы, запишем

$$T(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2 p^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 - k R_1 C_2) p + 1}.$$

Относительные функции чувствительности звена при этом определяются выражением  $S_{\alpha_i}^{T(j\omega)} = -S_{\alpha_i}^{D(j\omega)}$ , где под  $\alpha_i$  понимаются параметры  $k$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$  и  $C_2$ , влияющие на передаточную функцию звена. Производя соответствующие вычисления, находим

$$S_k^{T(j\omega)} = \frac{j k R_1 C_2 \omega}{1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 + j (R_1 C_1 + R_2 C_2 - k R_1 C_2) \omega};$$

$$S_{R_1}^{T(j\omega)} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 - j(R_1 C_1 - k R_1 C_2) \omega}{1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 + j(R_1 C_1 + R_2 C_2 - k R_1 C_2) \omega};$$

$$S_{C_1}^{T(j\omega)} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 - j R_1 C_1 \omega}{1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 + j(R_1 C_1 + R_2 C_2 - k R_1 C_2) \omega};$$

$$S_{R_2}^{T(j\omega)} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 - j R_2 C_2 \omega}{1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 + j(R_1 C_1 + R_2 C_2 - k R_1 C_2) \omega};$$

$$S_C^{T(j\omega)} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 - j(R_2 C_2 - k R_1 C_2) \omega}{1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 + j(R_1 C_1 + R_2 C_2 - k R_1 C_2) \omega}.$$

Для упрощения анализа этих формул предположим, что в схеме значения элементов выравнены, т. е.

$$R_1 = R_2 = 1, \quad C_1 = C_2 = 1/\sqrt{b_0}. \quad (4-8)$$

При этом, как показано ранее, коэффициент конверсии должен быть выбран  $k = 2 - \frac{b_1}{\sqrt{b_0}}$ .

С учетом (4-8) выражения для функций чувствительности упрощаются и их можно записать в виде

$$S_k^{T(j\omega)} = \frac{j(2\sqrt{b_0} - b_1)\omega}{b_0 - \omega^2 + j b_1 \omega};$$

$$S_{R_1}^{T(j\omega)} = S_{C_2}^{T(j\omega)} = \frac{\omega^2 + j(\sqrt{b_0} - b_1)\omega}{b_0 - \omega^2 + j b_1 \omega};$$

$$S_{C_1}^{T(j\omega)} = S_{R_2}^{T(j\omega)} = \frac{\omega^2 - j\sqrt{b_0}\omega}{b_0 - \omega^2 + j b_1 \omega}.$$

В соответствии с (4-4) чувствительности модуля передаточной функции звена по отношению к пассивным и активному элементам определяются по формулам:

$$S_k^{T(j\omega)} = \frac{b_1(2\sqrt{b_0} - b_1)\omega^2}{(b_0 - \omega^2)^2 + (b_1\omega)^2},$$

$$S_{R_1}^{T(j\omega)} = S_{C_2}^{T(j\omega)} = \frac{\omega^2(b_0 - \omega^2) + b_1(\sqrt{b_0} - b_1)\omega^2}{(b_0 - \omega^2)^2 + (b_1\omega)^2}, \quad (4-9)$$

$$S_{C_1}^{T(j\omega)} = S_{R_2}^{T(j\omega)} = \frac{\omega^2(b_0 - \omega^2) - b_1\sqrt{b_0}\omega^2}{(b_0 - \omega^2)^2 + (b_1\omega)^2}.$$

На рис. 4-2, а в качестве примера приведены графики чувствительности модуля передаточной функции к изменению коэффициента конверсии для звеньев баттервортовских фильтров четных порядков, у которых полюсы расположены ближе всего

к мнимой оси. Расчеты произведены по формулам (4-9) при условии, что  $b_0 = 1$ . На рис. 4-2, б и в показаны графики чувствительности модуля по отношению к пассивным элементам звена.

Отметим, что максимальная величина чувствительности модуля к изменению коэффициента конверсии ненамного (в полтора-два раза) превышает максимальные значения чувствительности к пассивным элементам. Это говорит о том, что в конверторных фильтрах следует принимать во внимание изменение и активного, и пассивных элементов [24].

Чувствительность модуля к коэффициенту конверсии максимальна на частоте  $\omega = \sqrt{b_0}$

$$S_{k \text{ макс}} |T(j\omega)| = \frac{2\sqrt{b_0}}{b_1} - 1 = 2Q - 1 \approx 2Q,$$

где  $Q$  — добротность комплексно-сопряженной пары полюсов передаточной функции.

Максимальное значение чувствительности модуля к изменению пассивных элементов  $R_1$  и  $C_2$  имеет место на частоте

$$\begin{aligned} \omega_{\text{макс1}} &= \sqrt{b_0} \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{Q} \sqrt{2 - \frac{1}{Q}}}{1 - \frac{1}{Q}}} = \\ &= \sqrt{b_0} \frac{\sqrt{Q - \sqrt{2 - \frac{1}{Q}}}}{\sqrt{Q - 1}}. \end{aligned}$$

Максимальное значение чувствительности модуля к изменениям элементов  $R_2$  и  $C_1$  будет при

$$\begin{aligned} \omega_{\text{макс2}} &= \sqrt{b_0} \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{Q} \sqrt{2 - \frac{1}{Q}}}{1 + \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q^2}}} = \\ &= \sqrt{b_0} \sqrt{\frac{Q + \sqrt{2 - \frac{1}{Q}}}{Q + 1 - \frac{1}{Q}}}. \end{aligned}$$

При реализации звена с высокой добротностью пары полюсов можно считать, что

$$\omega_{\text{макс1}} = \sqrt{b_0} \sqrt{1 - \frac{1,4142}{Q}}, \quad \omega_{\text{макс2}} = \sqrt{b_0} \sqrt{1 + \frac{1,4142}{Q}},$$



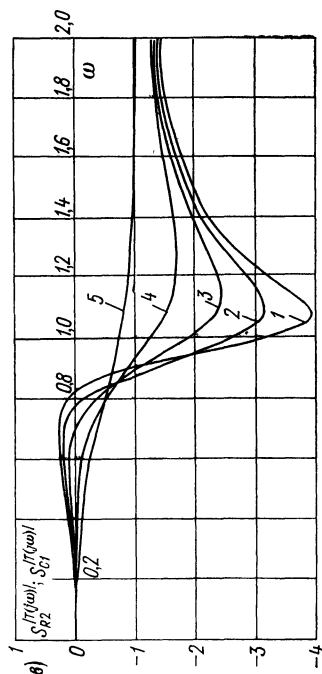
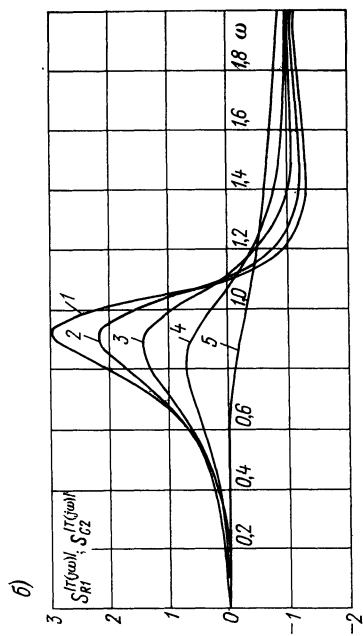
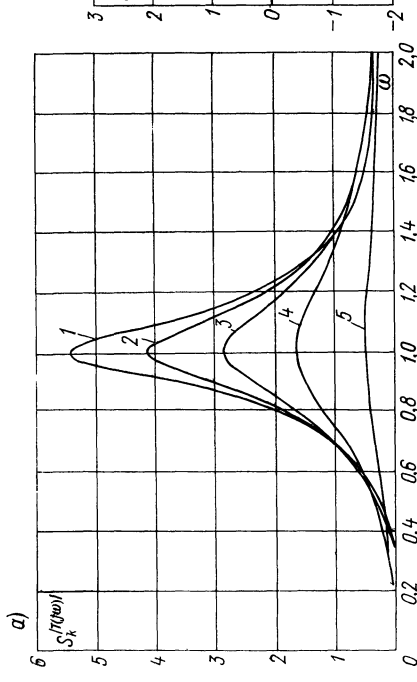


Рис. 4-2. Чувствительность модуля  $T(j\omega)$  звена ФНЧ к изменению: а — коэффициента конверсии; б — элементов  $R_1$  и  $C_2$ ; в —  $R_2$  и  $C_1$   
 1 —  $b_1 = 0.3129$ ; 2 —  $b_1 = 0.3902$ ; 3 —  $b_1 = 0.5176$ ; 4 —  $b_1 = 0.7654$ ; 5 —  $b_1 = 1.4142$

$$S_{R_1 \text{ макс}}^{|T(j\omega)|} = S_{C_2 \text{ макс}}^{|T(j\omega)|} \approx Q - 1, \text{ а } S_{R_2 \text{ макс}} = S_{C_1 \text{ макс}} \approx Q.$$

По полученным кривым удобно оценивать изменение в процентах модуля передаточной функции звена при соответствующую

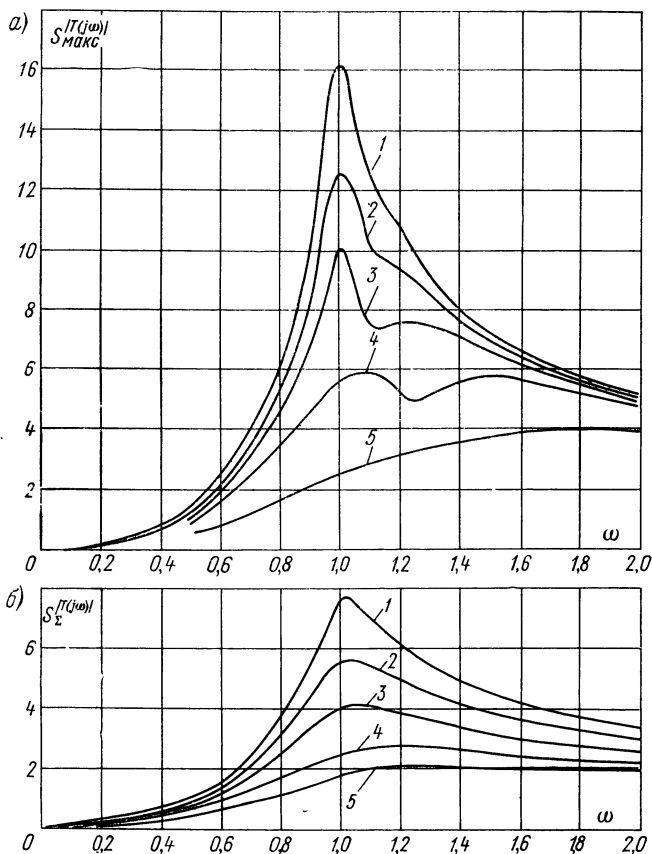


Рис. 4-3. Чувствительность модуля  $T(j\omega)$  звена ФНЧ:  
 а — для наихудшего случая; б — среднеквадратичная  
 1 —  $b_1 = 0,3129$ ; 2 —  $b_1 = 0,3902$ ; 3 —  $b_1 = 0,5176$ ; 4 —  $b_1 = 0,7654$ ;  
 5 —  $b_1 = 1,4142$

щем процентном изменении любого из указанных элементов.  
 На рис. 4-3, а приведены графики функции

$$S_{\text{макс}}^{|T(j\omega)|} = \left| \operatorname{Re} S_k^{T(j\omega)} \right| + 2 \left| \operatorname{Re} S_{R_1}^{T(j\omega)} \right| + 2 \left| \operatorname{Re} S_{R_2}^{T(j\omega)} \right|.$$

Тогда, если относительные отклонения всех элементов равны т. е.

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta R_1}{R_1} = \dots = \frac{\Delta \alpha}{\alpha},$$

то

$$\frac{\Delta |T(j\omega)|_{\text{макс}}}{|T(j\omega)|} = S_{\text{макс}}^{T(j\omega)} \frac{\Delta \alpha}{\alpha}.$$

Для того чтобы дать представление о том, насколько различаются оценки по наихудшему случаю и оценки по среднеквадратической чувствительности, на рис. 4-3, б приведены кривые

$$S_{\Sigma}^{|T(j\omega)|} = \sqrt{(S_k^{|T(j\omega)|})^2 + 2(S_{R_1}^{|T(j\omega)|})^2 + 2(S_{R_2}^{|T(j\omega)|})^2}.$$

При одинаковых характеристиках разброса всех элементов среднеквадратическое значение неустойчивости модуля передаточной функции будет определяться выражением

$$\sigma\left(\frac{\Delta |T(j\omega)|}{|T(j\omega)|}\right) = \sigma\left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right) S_{\Sigma}^{|T(j\omega)|}.$$

Фазовые чувствительности рассмотренного конверторного звена по пассивным и активному элементу можно найти по формулам (4-5):

$$S_{\arg T(j\omega), k} = \frac{(2\sqrt{b_0 - b_1})(b_0 - \omega^2)\omega}{(b_0 - \omega^2)^2 + (b_1\omega)^2};$$

$$S_{\arg T(j\omega), R_1} = S_{\arg T(j\omega), C_2} = \frac{(\sqrt{b_0 - b_1})(b_0 - \omega^2)\omega - b_1\omega^3}{(b_0 - \omega^2)^2 + (b_1\omega)^2};$$

$$S_{\arg T(j\omega), C_1} = S_{\arg T(j\omega), R_2} = -\frac{b_1\omega^3 + (b_0 - \omega^2)\sqrt{b_0 - b_1}\omega}{(b_0 - \omega^2)^2 + (b_1\omega)^2}.$$

Графики этих чувствительностей показаны на рис. 4-4, а, б и в. Для оценки изменения фазы передаточной функции при изменении всех элементов звена можно пользоваться или чувствительностью для наихудшего случая (рис. 4-5, а) или же среднеквадратической чувствительностью фазы (рис. 4-5, б).

Кривые чувствительности фазы для наихудшего случая определяются формулой

$$S_{\arg T(j\omega), \text{макс}} = |\operatorname{Im} S_k^{T(j\omega)}| + 2|\operatorname{Im} S_{R_1}^{T(j\omega)}| + 2|\operatorname{Im} S_{R_2}^{T(j\omega)}|,$$

по которой при одинаковых относительных изменениях всех элементов звена можно определить максимально возможное изменение фазы передаточной функции

$$\Delta \arg T(j\omega) = S_{\arg T(j\omega), \text{макс}} \frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i}.$$

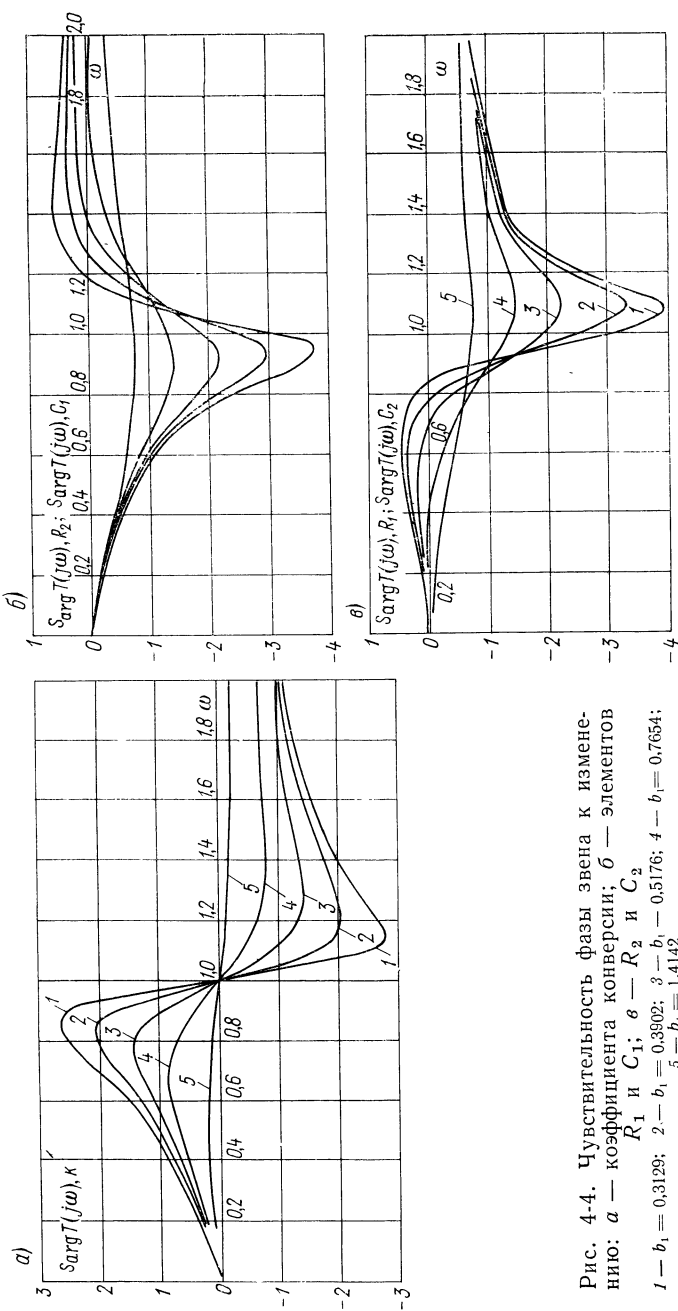


Рис. 4-4. Чувствительность фазы звена к изменению: а — коэффициента конверсии; б — элементов  $R_1$  и  $C_1$ ; в —  $R_2$  и  $C_2$ .  
 1 —  $b_1 = 0.3129$ ; 2 —  $b_1 = 0.3902$ ; 3 —  $b_1 = 0.5176$ ; 4 —  $b_1 = 0.7654$ ; 5 —  $b_1 = 1.4142$

Эта величина удобна для определения возможных границ разброса фазы, если  $\frac{\Delta\alpha_i}{\alpha_i}$  — допуск на  $i$ -й элемент и все допуски одинаковы.

Для оценки же наиболее вероятного разброса изменений фазы передаточной функции следует пользоваться среднеквадратической чувствительностью

$$S_{\arg T(j\omega), \Sigma} = \sqrt{S_{\arg T(j\omega), k}^2 + 2S_{\arg T(j\omega), R_1}^2 + 2S_{\arg T(j\omega), R_2}^2}$$

Если относительный разброс для всех элементов одинаков и его среднеквадратическое значение одинаково и равно  $\sigma$ , то величина  $3\sigma S_{\arg T(j\omega), \Sigma}$  определит границы разброса фазы, в которых будет заключаться изменение фазы 99,7% всех изготовленных схем звеньев при нормальном законе распределения.

Разобранный пример показывает, что всесторонняя оценка изменений модуля и фазы звена фильтра при изменениях элементов, входящих в фильтр, является весьма трудоемкой задачей, требующей большого объема вычислений, необходимых для построения всех кривых чувствительности. Этот объем резко возрастает, если необходимо определить изменения модуля и фазы сложного фильтра, состоящего из ряда простейших звеньев. В этих случаях для расчетов необходимо привлекать ЭВМ.

Иногда, особенно для полиномиальных фильтров, можно ограничиться расчетом функций чувствительности звена, передаточная функция которого имеет комплексно-сопряженную пару полюсов, наиболее близко расположенную к мнимой оси (звено с наивысшей добротностью пары). Для того чтобы представить, насколько такой подход справедлив, на рис. 4-6 показаны графики среднеквадратической чувствительности баттервортовских фильтров первых пяти четных порядков, реализация которых осуществляется каскадным соединением конверторных звеньев второго порядка через разделительные усилители. При расчете кривых предполагалось, что разделительные усилители идеальны и их параметры неизменны. Сопоставляя эти кривые с рис. 4-3, б, видим, что в данном случае оценка изменений модуля передаточной функции всего фильтра по изменению модуля звена с наивысшей добротностью (коэффициенты и выбраны таким образом, чтобы соответствовать этим звеньям) вполне удовлетворительна.

Для оценки изменения расположения полюсов передаточной функции  $T(p)$  следует вычислить полюсную чувствительность.

Так как  $p_{1,2} = \frac{-b_1 \pm j \sqrt{4b_0 - b_1^2}}{2}$ , то

$$S_{p, \alpha_i} = \frac{\frac{\partial p}{\partial \alpha_i}}{\frac{\alpha_i}{\alpha_i}} = \frac{\alpha_i}{2} \left( -\frac{\partial b_1}{\partial \alpha_i} \pm j \frac{2 \frac{\partial b_0}{\partial \alpha_i} - b_1 \frac{\partial b_1}{\partial \alpha_i}}{\sqrt{4b_0 - b_1^2}} \right).$$

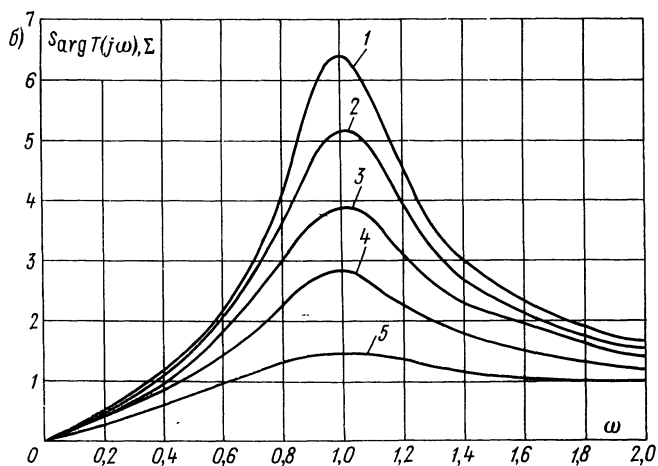
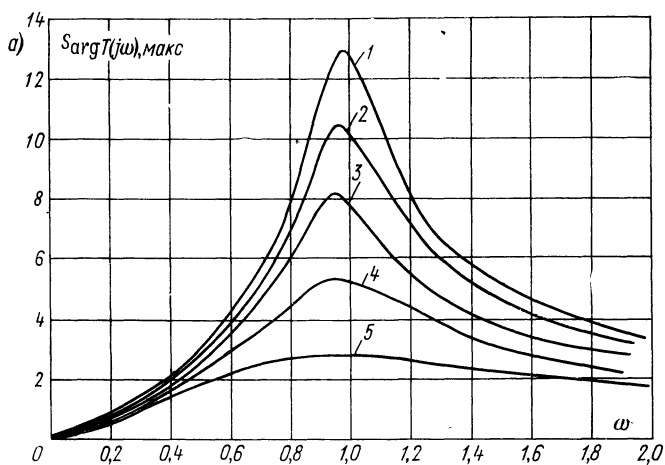


Рис. 4-5. Чувствительность фазы: а — для наихудшего случая; б — среднеквадратичная

1 —  $b_1 = 0,3129$ ; 2 —  $b_1 = 0,3902$ ; 3 —  $b_1 = 0,5176$ ; 4 —  $b_1 = 0,7654$ ;  
5 —  $b_1 = 1,4142$

С учетом значений элементов звена для полюса, лежащего во втором квадранте комплексной плоскости,

$$S_{p, k} = \frac{2\sqrt{b_0 - b_1}}{2} \left( 1 + j \frac{b_1}{\sqrt{4b_0 - b_1^2}} \right);$$

$$S_{p, R_1} = \frac{\sqrt{b_0}}{2} \left( 1 + j \frac{b_1 - 2\sqrt{b_0}}{\sqrt{4b_0 - b_1^2}} \right);$$

$$S_{p, R_2} = \frac{1}{2} \left( b_1 - \sqrt{b_0} - j \frac{2b_0 + b_1\sqrt{b_0} - b_1^2}{\sqrt{4b_0 - b_1^2}} \right);$$

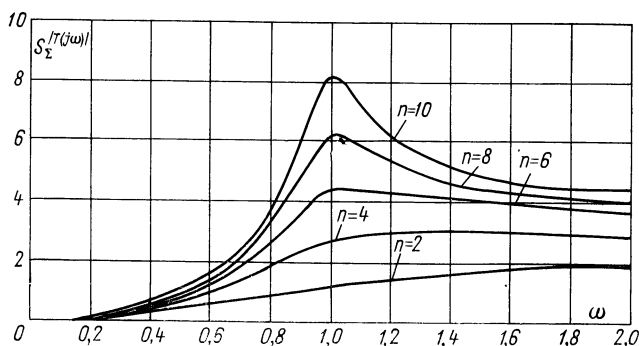


Рис. 4-6. Среднеквадратичная чувствительность модуля  $T(j\omega)$  баттервортовских ФНЧ ( $n$  — порядок фильтра)

$$S_{p, C_1} = S_{p, R_2}, \quad S_{p, C_2} = S_{p, R_1}.$$

Результаты расчетов полюсной чувствительности удобно представлять таблицей. Так, для рассматривавшихся выше звеньев получим табл. 4-1.

При выбранных значениях элементов фильтра и заданной передаточной функции величины полюсной чувствительности определяют векторы, в направлении которых движутся полюсы при положительном приращении рассматриваемого параметра. Их удобно представить векторной диаграммой, выбрав соответствующий масштаб (рис. 4-7).

С помощью полюсной чувствительности можно решить, например, такой вопрос, как определение максимального допуска на элемент фильтра, при котором схема фильтра сохраняет ус-

Таблица 4-1

**Величины полюсной чувствительности для конверторных  
звеньев ФНЧ**

Функция чувствительности	$b_1 = 0,3129$	$b_1 = 0,3902$
$S_{p, k}$	$0,844 + j \ 0,134$	$0,805 + j \ 0,16$
$S_{p, R_1}$	$0,5 - j \ 0,427$	$0,5 - j \ 0,41$
$S_{p, R_2}$	$-0,344 - j \ 0,561$	$-0,305 - j \ 0,549$
$S_{p, C_2}$	$0,5 - j \ 0,427$	$0,5 - j \ 0,41$
$S_{p, C_1}$	$-0,344 - j \ 0,561$	$-0,305 - j \ 0,549$

Функция чувствительности	$b_1 = 0,5176$	$b_1 = 0,7654$	$b_1 = 1,4142$
$S_{p, k}$	$0,741 + j \ 0,198$	$0,617 + j \ 0,463$	$0,293 + j \ 0,293$
$S_{p, R_1}$	$0,5 - j \ 0,383$	$0,5 - j \ 0,333$	$0,5 - j \ 0,207$
$S_{p, R_2}$	$-0,241 - j \ 0,583$	$-0,118 - j \ 0,588$	$0,207 - j \ 0,5$
$S_{p, C_2}$	$0,5 - j \ 0,383$	$0,5 - j \ 0,333$	$0,5 - j \ 0,207$
$S_{p, C_1}$	$-0,241 - j \ 0,583$	$-0,118 - j \ 0,588$	$0,207 - j \ 0,5$

Примечание. Все величины вычислены при условии  $b_0 = 1$ .

тойчивость. Записывая рассматриваемую передаточную функцию звена ФНЧ следующим образом:

$$T(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + (2-k)\omega_0 p + \omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2},$$

где  $\omega_0^2 = b_0$  и  $k = 2 - \frac{b_1}{\sqrt{b_0}}$ , видим, что схема теряет устойчивость, когда  $k = 2$ . При этом  $\Delta k_{\max} = \frac{b_1}{\sqrt{b_0}}$  и

$$\delta k_{\max} = \frac{\Delta k_{\max}}{k} = \frac{\frac{b_1}{\sqrt{b_0}}}{2 - \frac{b_1}{\sqrt{b_0}}} = \frac{b_1}{2\sqrt{b_0} - b_1} = \frac{\xi}{1 - \xi}, \quad (4-10)$$

где  $\xi$  — коэффициент относительного затухания звена.



Геометрическая картина расположения полюсов передаточной функции в комплексной плоскости  $p$  с интерпретацией величин  $\omega_0$  и  $\xi$  показана на том же рис. 4-7. Из формулы (4-10) можно найти предельную величину сектора вблизи мнимой оси, в котором не должны находиться полюсы передаточной функции для обеспечения устойчивости при заданном максимальном уходе коэффициента конверсии,

$$\arcsin \xi_{\min} = \arcsin \frac{\delta k_{\max}}{1 + \delta k_{\max}}.$$

При использовании фильтров с баттервортовскими и чебышевскими амплитудно-частотными характеристиками расположение пары полюсов, ближайшей к мнимой оси, определяется порядком фильтра (для чебышевских фильтров это справедливо при выбранной неравномерности характеристики в полосе пропускания фильтра). Поэтому для заданного ухода  $\delta k_{\max}$  можно

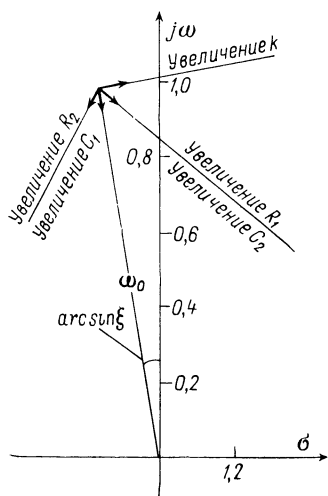


Рис. 4-7. Векторная диаграмма полюсной чувствительности и расположение полюсов в комплексной плоскости  
Все векторы изображают смещение полюса при возрастании соответствующего параметра на 10%

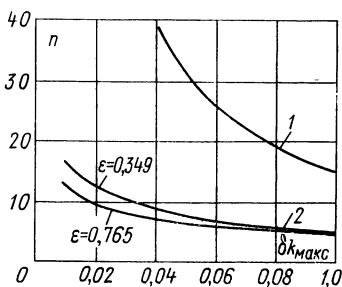


Рис. 4-8. Максимальный порядок устойчивости фильтра, реализуемого при заданном уходе фактора конверсии  
1 — баттервортовские фильтры; 2 — чебышевские фильтры

реализовать фильтры, порядок которых не выше некоторой определенной величины, являющейся функцией ухода.

Для баттервортовского фильтра положение пары полюсов, ближайшей к мнимой оси, определяется выражением [3, 23]:

$$p_{n,n-1} = \exp \left[ \pm j \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \right],$$

где  $n$  — порядок фильтра.

Из этого выражения и геометрической интерпретации следует, что для передаточной функции звена, реализующего эту пару полюсов,  $\arcsin \xi = \frac{\pi}{2n}$ , откуда  $\xi = \sin \frac{\pi}{2n}$ . Подставляя это выражение в уравнение (4-10), получим предельно допустимое значение отклонения коэффициента конверсии

$$\delta k_{\text{макс}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2n}}{1 - \sin \frac{\pi}{2n}}.$$

Решая это уравнение относительно  $n$ , находим максимальный порядок фильтра, реализующего устойчивым каскадным соединением звеньев второго порядка,

$$n = \frac{\pi}{2 \arcsin \frac{\delta k_{\text{макс}}}{1 + \delta k_{\text{макс}}}}.$$

Эта формула представлена кривой *a* на рис. 4-8. Учитывая, что допустимое отклонение  $\delta k_{\text{макс}}$  — величина относительно малая, для приближенной оценки можно пользоваться выражением

$$n = \frac{\pi}{2\delta k_{\text{макс}}}.$$

Для чебышевских фильтров (кривая *b* на рис. 4-8) ближайшая к мнимой оси пара комплексно-сопряженных полюсов определяется выражением [3, 23]:

$$p_{n,n-1} = -\sin \frac{\pi}{2n} \operatorname{sh} \left( \frac{1}{n} \operatorname{arcsch} \frac{1}{\varepsilon} \right) \pm \pm j \cos \frac{\pi}{2n} \operatorname{ch} \left( \frac{1}{n} \operatorname{arcsch} \frac{1}{\varepsilon} \right),$$

где по-прежнему  $n$  — порядок фильтра, а  $\varepsilon$  — неравномерность квадрата модуля передаточной функции в полосе пропускания.

Используя геометрическую интерпретацию, для этого случая получаем

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2n} \operatorname{cth}^2 \left( \frac{1}{n} \operatorname{arcsch} \frac{1}{\varepsilon} \right)}}.$$

Тогда предельно допустимое отклонение фактора конверсии выразится формулой

$$\delta k_{\text{макс}} = \frac{\xi}{1 - \xi} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2n} \operatorname{cth}^2 \left( \frac{1}{n} \operatorname{arcsch} \frac{1}{\varepsilon} \right)} - 1}.$$

Так как выразить  $n$  из этой формулы в явном виде невозможно, то более удобно задаваться порядком фильтра  $n$  и степенью неравномерности  $\epsilon$  и подсчитывать  $\delta k_{\text{макс}}$ , а затем представить графически. В результате получим максимально допустимый порядок устойчиво реализуемого чебышевского фильтра на конверторах при заданном отклонении коэффициента конверсии. Результаты для типовых неравномерностей [23] представлены кривыми  $b$  на рис. 4-8.

Как указывалось выше, при измерениях характеристик отдельных фильтрующих звеньев часто оперируют понятиями добротности и собственной частоты звена. Помимо оценок, введенных выше, изменения этих величин при изменении характеристики преобразователя, включенного в схему фильтрующего звена, можно вычислять и функции (точнее, величины) чувствительности добротности и собственной частоты по всем параметрам звена. Так как в рассматриваемом случае  $Q = \sqrt{b_0}/b_1$  и  $\omega_0 = \sqrt{b_0}$  то

$$S_{\alpha_i}^Q = \frac{\alpha_i}{Q} \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} = \alpha_i \left[ \frac{1}{2b_0} \frac{\partial b_0}{\partial \alpha_i} - \frac{1}{b_1} \frac{\partial b_1}{\partial \alpha_i} \right],$$

$$S_{\alpha_i}^{\omega_0} = \frac{\alpha_i}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial \alpha_i} = \frac{\alpha_i}{2b_0} \frac{\partial b_0}{\partial \alpha_i}.$$

Для рассматриваемого конверторного звена (рис. 4-1) с параметрами  $R_1 = R_2 = 1$ ;  $C_1 = C_2 = 1/\sqrt{b_0}$  и  $k = 2 - b_1/\sqrt{b_0}$ , учитывая, что

$$b_0 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad \text{и} \quad b_1 = \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 - k R_1 C_2}{R_1 R_2 C_1 C_2},$$

получим

$$S_k^Q = \frac{2\sqrt{b_0} - b_1}{b_1} = 2Q - 1;$$

$$S_{R_1}^Q = S_{C_2}^Q = \left( -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{b_0}}{b_1} \right) = \frac{2Q - 1}{2};$$

$$S_{R_2}^Q = S_{C_1}^Q = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{b_0}}{b_1} (1 - k) = \frac{1 - 2Q}{2};$$

$$S_k^{\omega_0} = 0; \quad S_{R_1}^{\omega_0} = S_{R_2}^{\omega_0} = S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}.$$

В этом случае величины чувствительности выражаются через добротность и собственную частоту звена, что очень удобно для предварительных подсчетов.

#### 4-3. Сравнение различных методов реализации биквадратных передаточных функций

При синтезе схемы с преобразователем сопротивления или проводимости числитель и знаменатель заданной биквадратной функции  $F(p)$  делится на полином с отрицательными вещественными нулями, после чего знаменатель функции  $F(p)$  представляется в виде суммы двух дробей, каждая из которых является функцией (входной или передаточной) пассивной  $RC$ -цепи, т. е.

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{q(p)}{D(p)} = \frac{\frac{N(p)}{q(p)}}{\frac{D_1(p)}{q_1(p)} + \frac{D_2(p)}{q_2(p)}}.$$

Способ разложения знаменателя определяет чувствительность полюсов реализуемой характеристики к изменению коэффициента преобразования идеального четырехполюсного преобразователя. Хотя чувствительность полюсов и не является исчерпывающей характеристикой качества активной цепи (тем более только в зависимости от коэффициента преобразования), мы видели, что она будет определяющей величиной для характеристики устойчивости схемы при воздействии дестабилизирующих факторов. В общем случае реализация числителя передаточной функции тоже зависит от коэффициента преобразования, так что числитель также влияет на характеристики активной схемы.

Вектор полюсной чувствительности определяет направление смещения полюса в комплексной плоскости  $p$  при изменении элемента схемы. Само же смещение более удобно выражать через изменение добротности и собственной частоты полюсов знаменателя рассматриваемой функции цепи  $F(p)$ . Если  $D(p) = p^2 + b_1p + b_0$ , то полюсы  $F(p)$  определяются по формулам:

$$p_{1,2} = -\frac{b_1}{2} \pm \sqrt{b_0 - \frac{b_1^2}{4}} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}},$$

где по-прежнему  $\omega_0 = \sqrt{b_0}$  и  $Q = \sqrt{b_0}/b_1$ , а изменение вещественной и мнимой частей полюса при изме-

нении добротности и собственной частоты полюса будут

$$\Delta \operatorname{Re} p = \frac{\omega_0}{2Q} \left( \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} \right),$$

$$\begin{aligned} \Delta \operatorname{Im} p &= \Delta \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} + \frac{\omega_0}{2Q^3} \frac{\Delta Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \approx \\ &\approx \omega_0 \left( \frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} + \frac{1}{2Q^2} \frac{\Delta Q}{Q} \right) \approx \Delta \omega_0. \end{aligned}$$

Величины же  $\Delta Q/Q$  и  $\Delta \omega_0/\omega_0$  при изменении элемента  $\alpha_i$  удобно вычислять через функции чувствительности:

$$\frac{\Delta Q}{Q} \approx S_{\alpha_i}^Q \frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i}; \quad \frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} \approx S_{\alpha_i}^{\omega_0} \frac{\Delta \alpha_i}{\alpha_i}.$$

Для сравнительной оценки схем с различными преобразователями, согласно [4] будем пользоваться функциями добротности и собственной частоты.

Если заданная функция  $F(p)$  реализуется с помощью масштабного преобразователя сопротивления или проводимости, то знаменатель этой функции представляется в виде суммы входной и передаточной функции пассивных RC-цепей, т. е.  $Z_{ii} + k'Z_{ij}$  или  $Y_{ii} + k''Y_{ij}$  (см. § 3-6).

Рассмотрим, например, второй вариант. Полином

$$D(p) = p^2 + b_1 p + b_0 = (p + a_1)(p + a_2) - k'p,$$

причем  $a_1 > 0$ ,  $a_2 > 0$ ,  $k'' > 0$  и  $b_1 = a_1 + a_2 - k''$ ,  $b_0 = a_1 a_2$ .

Делящий полином  $q(p)$  имеет вид  $q(p) = p + a_3$ , где  $a_1 < a_3 < a_2$ . При делении числителя и знаменателя на  $q(p)$  знаменатель  $F(p)$  представляется в виде

$$\frac{(p + a_1)(p + a_2) - k'p}{p + a_3} = Y_{ii} + kY_{ij}.$$

Величина  $k''$  характеризует масштабный преобразователь сопротивления полностью, так как  $k'$  бесконечно велико (в случае преобразователя проводимости полной характеристикой становится  $k'$ ). Величины добротности собственной частоты выражаются формулами:

$$Q = \frac{\sqrt{a_1 a_2}}{a_1 + a_2 - k_0 k''}, \quad \omega_0 = \sqrt{a_1 a_2}.$$

Тогда чувствительность добротности к изменению коэффициента определится формулой

$$S_k^Q = \frac{Qk''k_0}{\sqrt{b_0}} = \frac{k''k_0}{b_1}.$$

Минимальная чувствительность будет при минимально возможном  $k''k_0$ , но снижение  $k''k_0$  ограничивается величиной, при которой  $a_1$  и  $a_2$  остаются вещественными. Так как

$$a_1 = \frac{k_0k'' + b_1}{2} - \sqrt{\frac{(k_0k'' + b_1)^2}{4} - b_0};$$

$$a_2 = \frac{k_0k'' + b_1}{2} - \sqrt{\frac{(k_0k'' + b_1)^2}{4} - b_0},$$

то для того, чтобы  $a_1$  и  $a_2$  были вещественными числами, необходимо, чтобы

$$\frac{(k_0k'' + b_1)^2}{4} > b_0, \text{ т. е. } k''k_0 > \sqrt{4b_0} - b_1 = \omega_0 \left(2 - \frac{1}{Q}\right).$$

Таким образом, чувствительность добротности к изменению параметра  $k''$  стремится к величине  $S_k^Q > 2Q - 1$ . Собственная частота пары полюсов знаменателя при этом не зависит от активного элемента, поэтому  $S_k^{\omega_0} = 0$ .

При синтезе схем с конверторами сопротивления и проводимости знаменатель входной или передаточной функции представляется в виде разности двух однотипных входных функций пассивных  $RC$ -цепей, т. е. в виде  $Z_{ii} - kZ_{jj}$  или  $Y_{ii} - kY_{jj}$ , где  $k$  — коэффициент конверсии. При этом минимальная чувствительность полюсов к изменению коэффициента конверсии достигается, если

$$D(p) = p^2 + b_1p + b_0 = (p + a_1)^2 - kk_0p =$$

$$= p^2 + (2a_1 - kk_0)p + a_1^2$$

и выполняются условия  $a_1 > 0$  и  $k_0k > 0$ . Добротность в этом случае выражается формулой

$$Q = \frac{a_1}{2a_1 - kk_0} \text{ и } S_k^Q = \frac{k k_0}{2a_1 - kk_0} = 2Q - 1.$$

Собственная частота пары полюсов знаменателя также не зависит от коэффициента преобразования преобразователя, поэтому  $S_k^{\omega_0} = 0$ .

При синтезе схем с инверторами сопротивления и проводимости (гираторами) знаменатель синтезируемой функции представляется в виде суммы двух разнотипных входных функций пассивных  $RC$ -цепей, т. е.  $Z_{ii} + kY_{jj}$  или  $Y_{ii} + kZ_{jj}$ .

Оптимальное, в смысле полюсной чувствительности, разложение знаменателя передаточной функции имеет вид:

$$D(p) = p^2 + b_1 p + b_0 = A_0(p + a_1)^2 + B_0(p + a_2)^2 = \\ = (A_0 + B_0)p^2 + 2(A_0 a_1 + B_0 a_2)p + A_0 a_1^2 + B_0 a_2^2.$$

$$\text{Отсюда добротность } Q = \frac{\sqrt{(A_0 a_1^2 + B_0 a_2^2)(A_0 + B_0)}}{2(A_0 a_1 + B_0 a_2)}.$$

Учитывая, что должны выполняться условия

$$A_0 + B_0 = 1; \quad 2(A_0 a_1 + B_0 a_2) = b_1; \quad A_0 a_1^2 + B_0 a_2^2 = b_0,$$

найдем, что

$$a_1 = \frac{b_1}{2} \pm \sqrt{\frac{b_1^2}{4} + \frac{b_0 B_0}{A_0} - \frac{b_1^2}{4A_0}} = \\ = \frac{b_1}{2} \pm \sqrt{\frac{B_0}{4A_0}(b_0 - 4b_1^2)},$$

и для того, чтобы  $a_1$  было положительным числом, необходимо выполнить условие  $\frac{b_0 B_0}{A_0} < \frac{b_1^2}{4A_0}$ .

$$\text{Так как } \frac{b_0}{b_1^2} = Q^2, \text{ получим, что } B_0 < \frac{1}{4Q^2}.$$

При этом в выражении для  $a_1$  можно взять знак минус перед корнем. Тогда получим

$$|S_{A_0}^Q| = |S_{B_0}^Q| = \left| \frac{4Q^2 - 1}{8Q^2} \right| \times \\ \times \left| 1 - 2B_0 - 2\sqrt{B_0(1 - B_0)(4Q^2 - 1)} \right|.$$

При выборе знака плюс получим

$$|S_{A_0}^Q| = |S_{B_0}^Q| = \left| \frac{4Q^2 - 1}{8Q^2} \right| \times \\ \times \left| 1 - 2B_0 + 2\sqrt{B_0(1 - B_0)(4Q^2 - 1)} \right|.$$

Так как  $A_0$  (или  $B_0$ ) пропорциональна  $R_g^2$ , то такой же будет и чувствительность  $S_{R_g^2}^Q$ .

Если перед корнем взять знак минус, то, полагая

$$1 - 2B_0 = 2 \sqrt{B_0(1 - B_0)(4Q^2 - 1)} \quad (4-11)$$

и выбирая  $B_0 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{4Q^2 - 1}}{4Q}$  (так как при этом выполняется  $B_0 < \frac{1}{4Q^2}$ ), найдем, что  $S_{A_0}^Q = S_{B_0}^Q = 0$ .

Собственная частота в этом случае зависит от параметров преобразователя:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{A_0 a_1^2 + B_0 a_2^2}{A_0 + B_0}},$$

и чувствительность собственной частоты

$$S_{A_0}^{\omega_0} = \frac{\omega_0}{8Q^2} \frac{1 - 2B_0 + 4Q^2 - 2 \sqrt{B_0(1 - B_0)(4Q^2 - 1)}}{1 - B_0};$$

$$S_{B_0}^{\omega_0} = - \frac{\omega_0}{8Q^2} \frac{1 - 2B_0 - 4Q^2 - 2 \sqrt{B_0(1 - B_0)(4Q^2 - 1)}}{B_0}.$$

Если же выполнено условие (4-11), то

$$S_{A_0}^{\omega_0} = \frac{2Q\omega_0}{2Q + \sqrt{4Q^2 - 1}}; \quad S_{B_0}^{\omega_0} = \frac{2Q\omega_0}{2Q - \sqrt{4Q^2 - 1}}.$$

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Наиболее выгодными в отношении устойчивости являются схемы с инверторами сопротивления и проводимости. Их можно спроектировать так, что при изменении активного элемента будет меняться только собственная частота реализуемой пары полюсов.

2. Если частота настройки схемы не должна меняться при изменении элементов, то схема должна быть реализована с применением конверторов или масштабных преобразователей. При этом конверторная реализация может оказаться лучше, если элементы преобразователей меняются одинаковым образом.



## ПРИМЕНЕНИЕ СХЕМ С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ В АППАРАТУРЕ

### 5-1. Блок фильтрации сейсмического сигнала

Приведем пример рассчитанного блока фильтров в канале воспроизведения сейсмического сигнала. По условиям задания блок должен представлять собой каскадное соединение ФНЧ с регулируемой частотой среза и ФВЧ также с регулируемой частотой среза. Для реализации были выбраны баттервортовские фильтры пятого порядка.

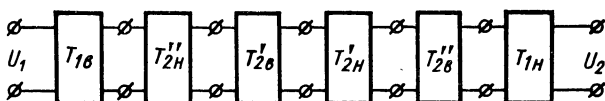


Рис. 5-1. Состав блока фильтров сейсмических сигналов

ФНЧ пятого порядка с частотой среза  $f_{0н}$  имеет передаточную функцию

$$T_{н}(p) = \frac{(2\pi f_{0н})^5}{(p + 2\pi f_{0н}) [p^2 + 0,618 \cdot 2\pi f_{0н} p + (2\pi f_{0н})^2] [p^2 + 1,618 \cdot 2\pi f_{0н} p + (2\pi f_{0н})^2]},$$

а его реализация должна осуществляться каскадным соединением звена первого порядка с передаточной функцией  $T_{1н}(p) =$

$= \frac{2\pi f_{0н}}{p + 2\pi f_{0н}}$  и двух звеньев второго порядка с передаточными функциями

$$T'_{2н}(p) = \frac{(2\pi f_{0н})^2}{p^2 + 0,618 \cdot 2\pi f_{0н} p + (2\pi f_{0н})^2},$$

$$T''_{2н}(p) = \frac{(2\pi f_{0н})^2}{p^2 + 1,618 \cdot 2\pi f_{0н} p + (2\pi f_{0н})^2}.$$

ФВЧ пятого порядка имеет передаточную функцию

$$T_{в}(p) = \frac{p^5}{(p + 2\pi f_{0в}) [p^2 + 0,618 \cdot 2\pi f_{0в} p + (2\pi f_{0в})^2] [p^2 + 1,618 \cdot 2\pi f_{0в} p + (2\pi f_{0в})^2]},$$

где  $f_{0в}$  — частота среза фильтра.

Его реализация производится каскадным соединением звеньев с передаточными функциями

$$T_{1в}(p) = \frac{p}{p + 2\pi f_{0в}};$$

$$T'_{2B}(p) = \frac{p^2}{p^2 + 0,618 \cdot 2\pi f_{0B}p + (2\pi f_{0B})^2};$$

$$T''_{2B}(p) = \frac{p^2}{p^2 + 1,618 \cdot 2\pi f_{0B}p + (2\pi f_{0B})^2}.$$

Решено было провести реализацию с применением конверторов отрицательного сопротивления или проводимости с конверсией тока. Синтез блока фильтров удобно начать со звена первого порядка ФВЧ, затем включить каскадно звенья второго порядка и закончить звеном первого порядка ФНЧ (рис. 5-1).

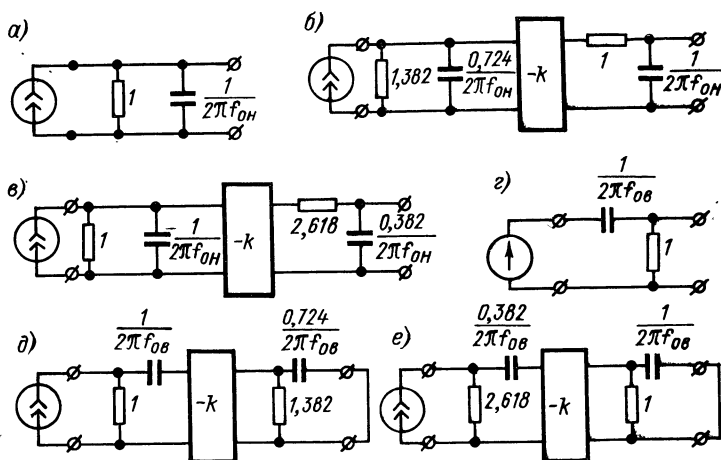


Рис. 5-2. Реализация звеньев фильтра: а —  $T_{1H}$ ; б —  $T'_{2H}$ ; в —  $T''_{2H}$ ; г —  $T_{1B}$ ; д —  $T'_{2B}$ ; е —  $T''_{2B}$

ФНЧ первого порядка реализуется передаточным сопротивлением  $Z_{T1H} = \frac{2\pi f_{0H}}{p + 2\pi f_{0H}}$ . Фильтр состоит из двух параллельных ветвей (рис. 5-2, а).

Реализацию функций  $T'_{2H}(p)$  и  $T''_{2H}(p)$  также произведем в виде передаточного сопротивления. При оптимальном разбеге знаменателя

$$\begin{aligned} Z'_{T2H} &= \frac{(2\pi f_{0H})^2}{p^2 + 0,618 \cdot 2\pi f_{0H}p + (2\pi f_{0H})^2} = \\ &= \frac{(2\pi f_{0H})^2}{(p + 2\pi f_{0H})^2 - 2\pi f_{0H} \cdot 1,382p}. \end{aligned}$$

Разделим числитель и знаменатель на  $q(p) = p(p + 2\pi f_{0H})$  и положим

$$Z_{22a} = \frac{2\pi f_{0H} \cdot 1,382}{p + 2\pi f_{0H}}; \quad Z_{116} = \frac{p + 2\pi f_{0H}}{p};$$

$$Z_{21a} = \frac{2\pi f_{0H} \cdot 1,382}{p + 2\pi f_{0H}}; \quad Z_{216} = \frac{2\pi f_{0H}}{p}.$$

В результате будет реализована передаточная функция

$$Z'_{T2H} = \frac{1,382 (2\pi f_{0H})^2}{p^2 + p0,618 \cdot 2\pi f_{0H} + (2\pi f_{0H})^2}.$$

Элементы фильтрующего звена показаны на рис. 5-2, б. Аналогичным способом, в виде передаточного сопротивления, реализуется и функция  $Z'_{T2H}$  (рис. 5-2, в). ФВЧ первого порядка реализуется схемой рис. 5-2, г. Ее передаточная функция по напряжению  $T_{U1B} = \frac{p}{p + 2\pi f_{0B}}$ . Реализацию функций  $T'_{2B}$  и  $T''_{2B}$

проведем в виде передаточных функций по току. Так как при использовании преобразователя с конверсией тока (табл. 3-6)

$$T_I = \frac{-Z_{21a} Y_{216}}{k Z_{22a} Y_{116} - 1},$$

то, записывая

$$T'_{I2B} = \frac{p^2}{p^2 + 0,618 \cdot 2\pi f_{0B} p + (2\pi f_{0B})^2} =$$

$$= \frac{p^2}{(p + 2\pi f_{0B})^2 - 2\pi f_{0B} \cdot 1,382 p}$$

и деля числитель и знаменатель полученного разложения на  $2\pi f_{0B} \cdot 1,382 p$ , приравняем

$$Y_{116} = \frac{p + 2\pi f_{0B}}{2\pi f_{0B} \cdot 1,382}; \quad -Y_{216} = \frac{p}{2\pi f_{0B} \cdot 1,382};$$

$$Z_{22a} = \frac{p + 2\pi f_{0B}}{p}; \quad Z_{21a} = 1.$$

Реализация фильтрующего звена показана на рис. 5-2, д. Аналогично  $T'_{I2B}$  соответствует передаточной функции по току схемы рис. 5-2, е.

Принципиальная схема фильтра показана на рис. 5-3. При соединении звеньев удобно поменять местами входные и выходные зажимы звеньев ФНЧ. Передаточное сопротивление каждого звена при этом меняет только знак. Расчетные сопротивления фильтрующих звеньев являются нормированными сопротив-

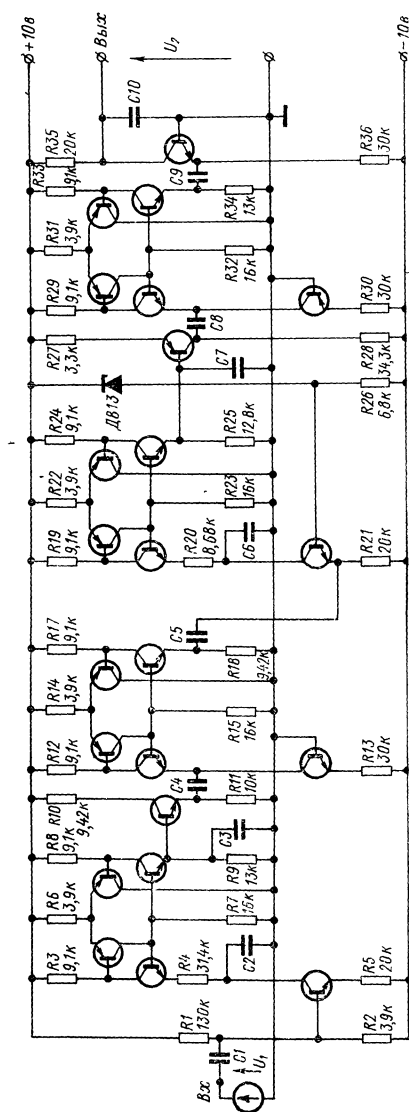


Рис. 5-3. Принципиальная схема блока фильтрации сейсмосигнала. Величина нормированных емкостей  $C_{1N} = 7,57 \text{ мкф}$ ;  $C_{2N} = 133 \text{ мкф}$ ;  $C_{3N} = 12,3 \text{ мкф}$ ;  $C_{4N} = 133 \text{ мкф}$ ;  $C_{5N} = 12,3 \text{ мкф}$ ;  $C_{6N} = 50,7 \text{ мкф}$ ;  $C_{7N} = 16,9 \text{ мкф}$ ;  $C_{8N} = 183 \text{ мкф}$ ;  $C_{9N} = 4,68 \text{ мкф}$ ;  $C_{10N} = 79,7 \text{ мкф}$  на частоту среза  $f_{0\text{н}} = f_{0\text{в}} = 1 \text{ гц}$

лениями. В блоке фильтрации они одновременно входят в цепи смещения транзисторов по постоянному току и определяют уровень нормировки сопротивлений в каждом каскаде. Величины емкостей для заданной частоты среза определяются по формуле  $C_i = C_{iN}/f_0$ .

Блок фильтров в полосе пропускания сигнала имеет усиление, равное 10 дБ. Фильтрация с одновременным усилением является характерным свойством фильтров на конверторах сопротивления и проводимости. Динамический диапазон блока в полосе пропускания составляет не менее 60 дБ.

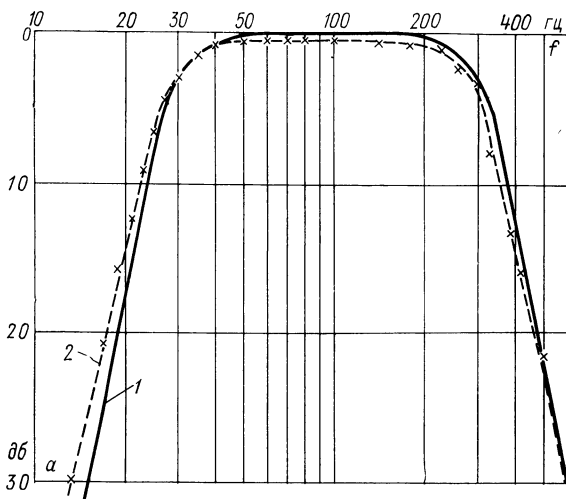


Рис. 5-4. Амплитудно-частотные характеристики широкополосного фильтра  
1 —  $t = +20^\circ\text{C}$ ; 2 —  $t = +60^\circ\text{C}$

На рис. 5-4 показаны экспериментальные характеристики блока, включенного на полосу пропускания 30—300 Гц, снятые при 20 и 60°С.

Приведенный пример показывает, что, хотя конверторные фильтры обладают неплохими электрическими характеристиками, их реализация связана с использованием больших емкостей. Это объясняется тем, что сопротивления фильтрующих звеньев одновременно входят в цепи смещения транзисторов по постоянному току и их максимальная величина ограничена минимально допустимыми рабочими токами транзисторов. В связи с этим уменьшение габаритов всей аппаратуры возможно либо при повышении питающего напряжения, либо при переводе рабочей точки транзисторов в область микротоков. В первом случае мы ограничены допустимым коллекторным напряжением транзистора, во втором — снижением коэффициента усиления транзи-

сторгов по току. Эти причины (а не нестабильность конверторов, как это принято считать) являются основными, ограничивающими применение конверторных фильтров в диапазоне инфранизких частот.

## 5-2. Фазо-частотный корректор тональной частоты

Известно, что высокоскоростная передача данных по каналам тональной частоты невозможна без применения специальной фазовой коррекции. Фазовые корректоры представляют собой каскадное соединение фазовых звеньев второго порядка, обеспечивающих заданную частотную характеристику фазы  $\varphi(\omega)$  или группового времени задержания  $t(\omega) = d\varphi(\omega)/d\omega$  [28].

Фазовые звенья обычно выполняются с применением конденсаторов и катушек индуктивности. В последнее время в литературе [25] рассмотрена возможность реализации фазовых звеньев без применения индуктивностей, на активных RC-схемах.

Рассмотрим фазо-частотный корректор, рассчитанный под усредненную в диапазоне 1200 ÷ 2400 гц характеристику группового времени задержания двух переприемных участков стандартного канала тональной частоты.

В результате графо-аналитического расчета, выполненного в соответствии с [28], было установлено, что передаточная функция корректора должна определяться выражением

$$T(p) = \frac{(p - \alpha_{n1}2\pi f_n)^2 + (X_{n1}2\pi f_n)^2}{(p + \alpha_{n1}2\pi f_n)^2 + (X_{n1}2\pi f_n)^2} \cdot \frac{(p - \alpha_{n2}2\pi f_n)^2 + (X_{n2}2\pi f_n)^2}{(p + \alpha_{n2}2\pi f_n)^2 + (X_{n2}2\pi f_n)^2} =$$

$$= \frac{(p - 0,347 \cdot 2\pi \cdot 1800)^2 + (0,826 \cdot 2\pi \cdot 1800)^2}{(p + 0,347 \cdot 2\pi \cdot 1800)^2 + (0,826 \cdot 2\pi \cdot 1800)^2} \times$$

$$\times \frac{(p - 0,351 \cdot 2\pi \cdot 1800)^2 + (1,267 \cdot 2\pi \cdot 1800)^2}{(p + 0,351 \cdot 2\pi \cdot 1800)^2 + (1,267 \cdot 2\pi \cdot 1800)^2},$$

где  $f_n = 1800$  гц — частота нормирования, равная средней частоте рабочего диапазона;  $\alpha_{n1}$ ,  $\alpha_{n2}$ ,  $X_{n1}$ ,  $X_{n2}$  — нормированные коэффициенты передаточной функции, через которые определяются нормированные значения элементов.

Передаточная функция корректора содержит две пары комплексно-сопряженных нулей и полюсов. Она может быть реализована каскадным включением двух фазовых контуров (рис. 5,5а), каждый из которых содержит по две индуктивности и три емкости (рис. 5-5, б). Нормированные значения элементов такого фазового контура определяются выражениями

$$l_{n1} = \frac{4\alpha_n}{\alpha_n^2 + X_n^2}; \quad l_{n2} = \frac{1}{4\alpha_n};$$

$$C_{n1} = \frac{X_n^2 - 3\alpha_n^2}{4\alpha_n(\alpha_n^2 + X_n^2)}; \quad C_{n2} = \frac{2\alpha_n}{\alpha_n^2 + X_n^2}.$$

Переход к действительным значениям элементов осуществляется по формулам [28]

$$L_i = \frac{R_0 l_{ni}}{2\pi j_n}; \quad C_i = \frac{C_{ni}}{R_0 2\pi f_n},$$

где  $R_0$  — величина нормирующего сопротивления.

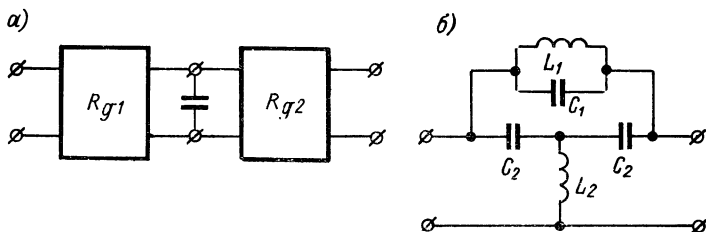


Рис. 5-5. Реализация передаточной функции фазового контура

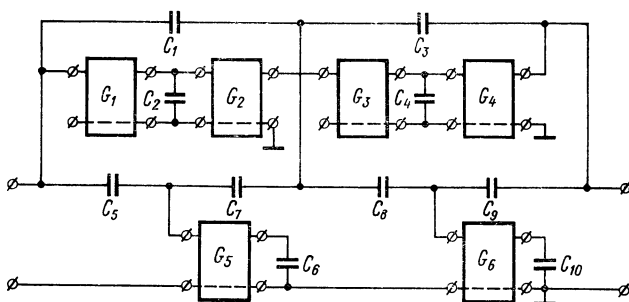


Рис. 5-6. Фазовый корректор с гираторами  $G_1 = G_2 = 1,135 \cdot 10^{-4}$  сим,  $G_3 = G_6 = 2,1 \cdot 10^{-4}$  сим;  $G_4 = 7,84 \times 10^{-5}$  сим;  $G_5 = 3,05 \cdot 10^{-4}$  сим;  $C_1 = C_2 = 0,071$  мкф;  $C_3 = C_4 = 0,0016$  мкф,  $C_5 = C_6 = C_7 = 0,0213$  мкф;  $C_8 = C_9 = C_{10} = 0,01$  мкф

Результаты расчета элементов LC-прототипа фазового корректора приведены ниже:

Контур	$L_1, \text{гн}$	$L_2, \text{гн}$	$C_1, \text{мкф}$	$C_2, \text{мкф}$
1	0,5507	0,2295	0,0071	0,0213
2	0,2587	0,2268	0,0016	0,01

Величина  $R_0$  принята равной 3,6 ком.

При переходе от LC-прототипа к фазо-частотному корректору на активных элементах воспользуемся табл. 3-8. Для имитации индуктивности, расположенной в поперечном плече схемы,

достаточно одного гиратора с емкостью, а при замене индуктивности продольного плеча используются два одинаковых гиратора с емкостью, включенной между ними (рис. 5-6). Эквивалентная индуктивность в обоих случаях вычисляется по формуле  $L_{\text{экв}} = C/G^2$ , где  $C$  — нагрузочная емкость;  $G$  — проводимость гиратора.

При реализации корректора применялись гираторы (см. рис. 2-7) с переменной проводимостью гирации, устанавливаемой величиной эмиттерных сопротивлений в выходных каскадах

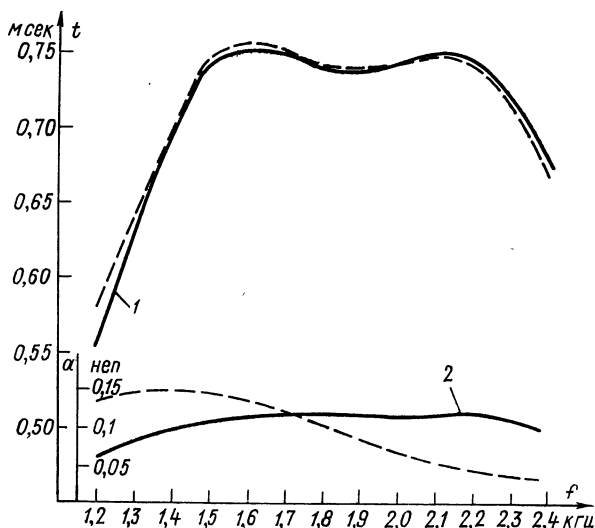


Рис. 5-7. Расчетные характеристики группового времени замедления (1) и затухания (2) корректора (штриховые — экспериментальные кривые)

гиратора. В схеме гиратора использовались транзисторы МП-38А и МП-42Б и резисторы с разбросом сопротивлений, равным 10%. Расчетные и измеренные характеристики корректора показаны на рис. 5-7. Расхождение экспериментальной и расчетной характеристик группового времени замедления не превышает 10  $\mu\text{сек}$ . Небольшое расхождение в характеристиках затухания фазового корректора (0,05 неп) объясняется тем, что добротности отдельных гираторов несколько отличаются друг от друга, а при расчете использовалось усредненное значение добротности контуров.

Таким образом, применение гираторов для имитации индуктивностей в фазовых корректорах позволяет воспользоваться хорошо разработанной методикой расчета  $LC$ -корректоров.



### 5-3. Простой полосовой фильтр для работы в инфранизком диапазоне частот

При построении фильтров в инфранизкочастотном диапазоне достижение высокой добротности обычно сопряжено с преодолением конструктивных и технологических трудностей, вызванных тем, что применение индуктивностей в таких фильтрах вообще исключено, а использование высококачественных конденсаторов в случае активных  $RC$ -цепей связано с возрастанием габаритов фильтров.

Малогабаритные электролитические конденсаторы имеют недопустимо большой ток утечки, увеличение же уровня сопротивлений частотно-зависимой цепи обычно связано с существенным усложнением электронной схемы активного элемента.

Если от схемы фильтра не требуется высокая стабильность частоты настройки и добротности, то эти трудности можно преодолеть при использовании «умножителя добротности», выполненного на основе масштабного преобразователя и гираторного эквивалента индуктивности.

Рассмотрим схему «умножителя добротности» на основе повторителя напряжения с параллельным  $LC$ -контуром в цепи положительной обратной связи (рис. 5-8). Пусть  $r$  — сопротивление утечки используемых конденсаторов. Функцию передаточного сопротивления можно выразить через элементы схемы рис. 5-8 следующим образом:

$$Z(p) = \frac{kL(r^2 + 2Rr + 2Rr^2Cp)p}{Rr^2LC^2p^3 + (r^3LC + 2RrLC - kr^2LC)p^2 + (rL + RL + 2Rr^2C - krL)p + r^2 + 2Rr}.$$

Значение частоты настройки схемы можно получить, предположив, что оно не зависит от сопротивления утечки  $r$ . Положим  $r \rightarrow \infty$ , тогда знаменатель передаточной функции  $Z(p)$  принимает упрощенный вид:

$$D(p) = RLC^2p^3 + (1 - k)LCp^2 + 2RCp + 1.$$

Составим определитель Рауса—Гурвица [19] для полинома  $D(p)$  и положим его равным нулю:

$$\begin{vmatrix} (1 - k)LC & RLC^2 \\ 1 & 2RC \end{vmatrix} = 0.$$

Получим условие  $1 - k = \frac{1}{2}$ , т. е.  $k = \frac{1}{2}$ , при котором определяется значение  $\omega_0$ . Подставив это значение в упрощенное характеристическое уравнение  $D(p) = 0$ , получим

$$(1 + 2RCp)(2 + LCp^2) = 0.$$

Мы видим, что характеристическое уравнение имеет два мнимых корня, определяющих частоту настройки  $\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{LC}}$ .

Покажем теперь, что при наличии сопротивления  $r$  можно получить сколь угодно высокую добротность. Проанализируем знаменатель передаточной функции  $Z(p)$  общего вида.

Для его определителя Рауса-Гурвица запишем условие генерации:

$$\begin{bmatrix} 2RrLC + (1-k)r^2LC & r^2 + 2Rr \\ Rr^2LC^2 & rL(1-k) + RL + 2r^2RC \end{bmatrix} \leq 0,$$

что при решении относительно  $R$  дает

$$R \leq \frac{r}{2} [1 - 2(1-k)] - \frac{3}{2} (1-k) \frac{L}{Cr}.$$

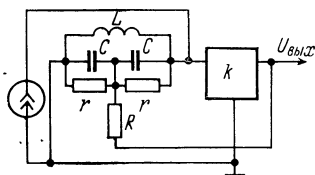


Рис. 5-8. Схема «умножителя добротности» с параллельным  $LC$ -контуром в цепи обратной связи

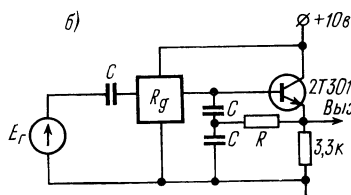
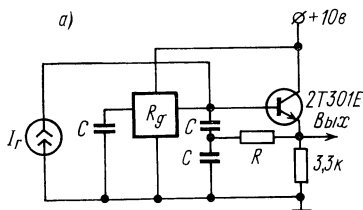


Рис. 5-9. Схему «умножителя добротности» параллельного (а) и последовательного (б) гираторного контура

При  $k = 1$  (идеальный повторитель напряжения) это выражение упрощается

$$R \leq \frac{r}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L}{Cr^2}}.$$

Гираторный эквивалент рассмотренного  $LC$ -прототипа осуществляется по табл. 3-9 путем замены индуктивности  $L$  гиратором, нагруженным на емкость  $C/2$ . На рис. 5-9 приведены схемы гираторных умножителей добротности с параллельным и последовательным контуром. Полученные для  $LC$ -прототипа выражения сохраняют силу и для приведенных схем при условии замены  $L$  на величину  $R_g^2 C/2$ , где  $R_g$  — сопротивление гирации.

Описанным способом были реализованы высокодобротные фильтры и генераторы, предназначенные для измерительной аппаратуры, работающей в диапазоне частот с нижним порогом 0,01  $\mu\text{ц}$ . В схемах использовались электролитические конденсаторы. Экспериментально определенные сопротивления утечки для них составляли сотни килоом. В схемах использовался гиратор (рис. 2-5) с  $R_g = 11 \text{ ком}$ . Добротность реализуемой на

нем эквивалентной индуктивности практически определяется величиной сопротивления утечки конденсатора, который подключен к левым зажимам гиратора. Умножение добротности за счет применения повторителя напряжения приводит к снижению ее стабильности в соответствующее число раз.

#### 5-4. Реализация заграждающих фильтров для подавления помехи частотой 50 гц

При реализации фильтров на основе каскадно-развязанных звеньев требуемая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) представляется в виде суммы отдельных ЛАЧХ звеньев второго порядка. Это удобно для приближенного

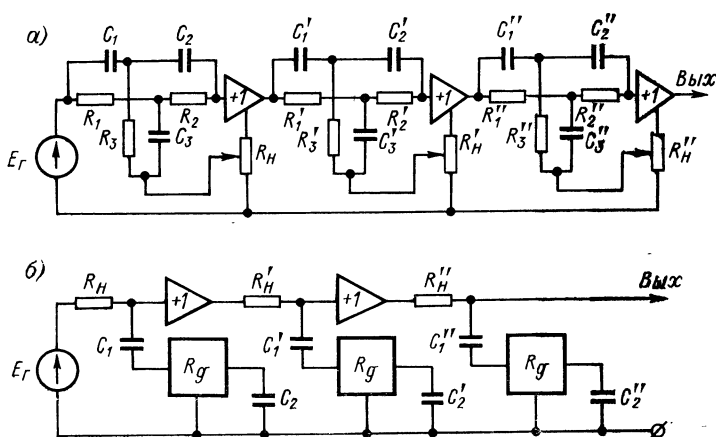


Рис. 5-10. Варианты реализации заграждающего фильтра 6-го порядка: а — на повторителях напряжения, б — на гираторах

подбора характеристик отдельных звеньев. Такой подход, в частности, был применен при построении заграждающего фильтра промышленной частоты, к которому были предъявлены следующие требования:

Полоса задерживания . . . . .	$50 \pm 2$ гц
Полоса пропускания . . . . .	от 0 до 35 гц и от 65 гц и выше
Неравномерность ЛАЧХ в полосе пропускания . . . . .	3 дб
Ослабление в полосе задерживания	30 дб

На стадии предварительного решения задачи аппроксимации было определено, что фильтр с указанными характеристиками может быть реализован каскадным соединением трех заграждаю-

ших звеньев второго порядка, настроенных на частоты  $f_{01} = 48$  гц,  $f_{02} = 50$  гц,  $f_{03} = 52$  гц. Передаточная функция каждого звена:

$$T_i(p) = \frac{p^2 + \omega_{0i}^2}{p^2 + 2\xi_i \omega_{0i} p + \omega_{0i}^2}.$$

Модуль амплитудно-частотной характеристики фильтра, нормированной относительно частоты 50 гц, имеет вид:

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{a_1 \omega}{0,9216 - \omega^2}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{a_2 \omega}{1 - \omega^2}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{a_3 \omega}{1,082 - \omega^2}\right)^2\right]}},$$

где  $a_1 = 2\xi_1 \omega_{01}$ ;  $a_2 = 2\xi_2 \omega_{02}$ ;  $a_3 = 2\xi_3 \omega_{03}$ .

Вычисление на ЭВМ по обычной программе дало следующие значения коэффициентов:  $a_1 = 0,208$ ,  $a_2 = 0,236$ ;  $a_3 = 0,230$ . Соответствующие значения добротностей звеньев составляют:  $Q_1 = 4,61$ ;  $Q_2 = 4,24$ ;  $Q_3 = 4,52$ .

Реализация данного фильтра была осуществлена на повторителях напряжения (табл. 3-3) и гираторах (табл. 3-9). В первом случае (рис. 5-10, а) в качестве RC-цепи используется 2Т-мост, во втором LC-прототип, состоящий из Г-образного звена с включением сопротивления в продольное плечо и последовательной LC-цепи в поперечное (рис. 5-10, б). Между звеньями включены развязывающие эмиттерные повторители. Применяя повторители напряжения, добротности звеньев устанавливают потенциометрами  $R_n$ ,  $R'_n$ ,  $R''_n$ , а для гираторной реализации величина добротности каждого звена устанавливается по приближенной формуле  $Q_i \approx R_n/R_g$ , где  $R_n$  — сопротивление последовательного резистора ( $R'_n$  и  $R''_n$  во втором и третьем каскадах).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрахамс Д., Каверли Д. Анализ электрических цепей методом графов. (Пер. с англ.) М., «Мир», 1967, 175 с. с ил.
2. Ахиезер Н. И. Элементы теории эллиптических функций. М., «Наука», 1970, 304 с. с ил.
3. Балабанян Н. Синтез электрических цепей. (Пер. с англ.) М.—Л., Госэнергоиздат, 1961, 409 с. с ил.
4. Белецкий А. Ф. Теоретические основы электропроводной связи. Ч. 3, М., Связьиздат, 1959, 391 с. с ил.
5. Бернштейн С. Н. Экстремальные свойства полиномов. Ч. 1, Л.—М., ОНТИ, 1937, 203 с. с ил.
6. Боде Г. Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью. (Пер. с англ.) М., Изд-во иностр. лит., 1948, 641 с. с ил.
7. Быховский И. Л. Основы динамической точности электрических и механических цепей. М., Изд-во АН СССР, 1958. 157 с. с ил.
8. Гиллемин Э. Л. Синтез пассивных цепей (Пер. с англ.) М., «Связь», 1970. 720 с. с ил.
9. Гончаров В. Л. Теория интерполирования и приближения функций. М.—Л., ОНТИ, 1934. 316 с.
10. Знаменский А. Е., Теплюк И. Н. Активные  $RC$ -фильтры. М., «Связь», 1970. 280 с. с ил.
11. Иваницкий А. М. Воробийенко П. П. Сравнение методов синтеза активных  $RC$ -фильтров — «Известия вузов. Радиоэлектроника», 1970, Т. 13, № 7, с. 859—868 с ил.
12. Ионкин П. А., Миронов В. Г., Соколов А. А. Гиратор и его применение — «Теоретическая электротехника», 1967, вып. 5 с. 3—15 с ил.
13. Калахан Д. Современный синтез цепей. М.—Л «Энергия», 1966. 192 с. с ил.
14. Кисляков И. С. Некоторые вопросы оптимального синтеза конверторных  $RC$ -фильтров.—«Труды учебных институтов связи», 1965, вып. 25, с. 165—172 с ил.
15. Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Ч. I, М., «Мир», 1967. 462 с. с ил.
16. **Корректирующие** цепи в автоматике. Сборник переводов. Под ред. М. З. Литвина-Седого, М., Изд-во иностр. лит., 1954. 519 с. с ил.

17. Куркин Ю. Л., Соколов А. А. Отрицательный импедансный конвертор на полупроводниковых триодах — «Электричество», 1959, № 9, с. 66—71 с ил.
18. Ланне А. А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей. М., «Связь», 1969, 294 с. с ил.
19. Луи де Пиан. Теория линейных активных цепей. (Пер. с англ.) М.— Л., «Энергия», 1967. 536 с. с ил.
20. Лурье Б. Я. Проектирование транзисторных усилителей с глубокой обратной связью, М., «Связь», 1965. 148 с. с ил.
21. Марейчев В. П. К вопросу о реализации передаточной функции второго порядка гираторной  $RC$ -схемой.— «Материалы НТК ЛЭИС», 1970, вып. 1, с. 36—40 с ил.
22. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. (Пер. с англ.) М., Изд-во иностр. лит., 1963, 619 с. с ил.
23. Персианов А. Ю., Филановский И. М. Определение устойчивых реализаций конверторных фильтров для заданного ухода фактора конверсии.— «Труды учебных институтов связи», 1967, вып. 40, с. 154—159 с ил.
24. Персианов А. Ю. Стабильность модуля передаточной функции конверторного  $RC$ -фильтра.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Теория проводной связи», 1969, вып. 2, с. 115—120 с ил.
25. Персианов А. Ю. Фазо-частотный корректор модема ТЧ на активных элементах.— «Материалы НТК ЛЭИС», 1971, вып. 2, с. 40—41 с ил.
26. Рыбин В. К., Филановский И. М. Избирательные цепи повышенной добротности для геофизической аппаратуры — «Геофизическая аппаратура», вып. 40, 1969, с. 85—93 с ил.
27. Рыбин В. К., Филановский И. М. Гираторные фильтры для низкочастотной геофизической аппаратуры.— «Геофизическая аппаратура», 1970, вып. 44, с. 134—137. с ил.
28. Сильвинская К. А., Голышко З. И. Расчет фазовых и амплитудных корректоров. М., «Связь», 1969. 115 с. с ил.
29. Стюарт Д. Теория и синтез электрических цепей. М., Изд-во иностр. лит., 1962. 518 с. с ил.
30. Тафт В. А. Основы методики расчета линейных электрических цепей по заданным их частотным характеристикам. М., Изд-во АН СССР, 1954. 235 с. с ил.
31. Траксел Д. Синтез систем автоматического регулирования, Пер. с англ. М., Машгиз, 1959. 614 с ил.
32. Филановский И. М., Персианов А. Ю. Сигнальные графы для схем активных фильтров.— «Известия вузов. Радиоэлектроника», 1970, Т. XIII, № 10 с. 1195—1198 с ил.
33. Хазанов Г. Л. Синтез активных  $RC$ -фильтров по заданной проводимости передачи — «Электросвязь», 1959, № 3, с. 63—72 с ил.
34. Хазанов Г. Л. К вопросу стабильности частотных характеристик активных  $RC$ -фильтров.— «Электросвязь», 1968, № 7, с. 13—19 с ил.
35. Цирельсон Д. А. Перспективы применения гираторов для миниатюризации фильтров и корректирующих цепей — «Электросвязь», 1970, № 5, с. 50—59 с ил.

36. **Bening F.** Negative Widerstande in elektronischen Schaltungen. Berlin, VEB Verlag, 1971. 248 s. s. mit ill.
37. **Boyce A. H.** A theoretical and practical study of active frers.— «The Marconi Review», 1967, v. XXX, No 165, p. 68—97 with ill.
38. **Butler F.** Gyrators — using direct — coupled transistor circuits.— «Wireless World», 1967, v. 73, No 2, p. 89—93 with ill.
39. **Fromberg C.** Gyrator for simulating inductance in microelectronic low — frequency circuits.— «Electronic Engineering», 1968, v. 40, No 479, p. 12—16 with ill.
40. **Gelluseun P.** Etude theorique de filtres a resistances et capacites.— «Cables and transmission», 1968, annee 22, No 12, p. 65—BB cites.— «Cables and transmission», 1968, annee 22, No 2, p. 65—100 avec ill.
41. **Holmes W. H.** A new method of gyrator RC-filter synthesis.— «Proc. IEEE», 1966, v. 54, No 10, p. 1459—1460 with ill.
42. **Horowitz I. M.** Optimization of negativ — impedance conversion methods of active RC synthesis.— «IRE Trans. CT», 1959, v. CT-6, No 3, p. 296—303 with ill.
43. **Horowitz I. M.** Optimum design of single — stage gyrator RC-filters with prescribed sensitivity.— «IRE Trans. CT», 1961, v. CT-8, No 2, p. 88—94 with ill.
44. **Kinariwala B. K.** Synthesis of active RC-networks.— «Bell System Technical Journal», 1959, v. 38, No 5, p. 1269—1316 with ill.
45. **Linville J. G.** Transistor negative — impedance converters.— «Proc. IRE», 1953, v. 41, No 6, p. 725—729.
46. **Linville J. G.** RC active filters.— «Proc. IRE», 1954, v. 42, No 3, p. 555—564 with ill.
47. **Merrill J. L.** Theory of the negative — impedance converter.— «Bell System Technical Journal», 1951, v. 30, No 1, p. 88—109 with ill.
48. **Moschytz G. S.** FEN filter design using tantalum and silicon integrated circuits.— «Proc. IEEE», 1970, v. 58, No 4, p. 39—56 with ill.
49. **Sheahan D. F., Orchard H. Y.** High quality transistorised gyrator.— «Electronics Letters», 1966, v. 2, No 7, p. 274—275 with ill.
50. **Sheahan D. F., Orchard H. Y.** Integratable gyrator u sing m. o. s. and bipolar transistors. — «Electronics Letters», 1966, v. 2, No 10, p. 390—391 with ill.
51. **Shenoi B. A.** Practical realization of a gyrator circuit and RC-gyrator filters.— «IEEE Trans. CT», 1965, v. CT-12, No 3, p. 374—380 with ill.
52. **Yanagisawa T.** RC active networks using current inversion types negative inpedance converters.— «IRE Trans. CT», 1957, v. CT-4, No 3, p. 140—144 with ill.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Глава первая. Классификация и свойства преобразователей сопротивления и проводимости . . . . .	7
1-1. Основные типы преобразователей . . . . .	—
1-2. Активные и пассивные преобразователи . . . . .	9
1-3. Эквивалентные схемы замещения преобразователей сопротивления и проводимости . . . . .	11
1-4. Уравнения токов и напряжений на зажимах преобразователей . . . . .	35
1-5. Идеальные усилители, предназначенные для синтеза схем преобразователей . . . . .	38
1-6. Немостовые преобразователи сопротивления и проводимости . . . . .	40
1-7. Мостовые преобразователи сопротивления и проводимости . . . . .	51
Глава вторая. Схемы преобразователей сопротивления и проводимости . . . . .	58
2-1. Практические схемы транзисторных конверторов сопротивления и проводимости . . . . .	—
2-2. Практические схемы гираторов . . . . .	64
Глава третья. Синтез электрических схем с применением преобразователей сопротивления и проводимости . . . . .	74
3-1. Задача и метод синтеза $RC$ -схем с применением преобразователей . . . . .	—
3-2. Реализация входных функций первого порядка с помощью преобразователей . . . . .	76
3-3. Реализация передаточных функций первого порядка . . . . .	83
3-4. Биквадратная функция . . . . .	85
3-5. Синтез цепей второго порядка с применением масштабных преобразователей . . . . .	87
3-6. Синтез цепей второго порядка с применением конверторов сопротивления и проводимости . . . . .	98
3-7. Реализация схем с инверторами сопротивления и проводимости (гираторами) . . . . .	113



<b>Глава четвертая. Функции чувствительности и ста-</b>	
<b>бильность схем с преобразовате-</b>	
<b>лями сопротивления и проводи-</b>	
<b>мости . . . . .</b>	<b>146</b>
4-1. Функции чувствительности и их взаимосвязь . . .	—
4-2. Оценка стабильности характеристик фильтра по	
функциям чувствительности . . . . .	157
4-3. Сравнение различных методов реализации би-	
квадратных передаточных функций . . . . .	171
<b>Глава пятая. Применение схем с преобразователями</b>	
<b>в аппаратуре . . . . .</b>	<b>176</b>
5-1. Блок фильтрации сейсмического сигнала . . .	—
5-2. Фазо-частотный корректор тональной частоты .	181
5-3. Простой полосовой фильтр для работы в инфра-	
низком диапазоне частот . . . . .	184
5-4. Реализация заграждающих фильтров для подав-	
ления помехи частотой 50 гц . . . . .	186
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>188</b>

ИГОРЬ МЕЕРОВИЧ ФИЛАНОВСКИЙ,  
АЛЕКСАНДР ЮРЬЕВИЧ ПЕРСИАНОВ,  
ВЛАДИМИР КОНСТАНТИНОВИЧ РЫБИН

# **СХЕМЫ С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ**

Редактор **Б. И. Леонова**  
Художественный редактор **Г. А. Гудков**  
Технический редактор **В. И. Ботикова**  
Корректор **А. Ф. Кузнецова**

Сдано в набор 9/VII 1973 г. Подписано к печати 4/X 1973 г. М-58055, Формат 84+108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Бумага типографская № 2. Усл. печ. л. 10,08. Уч.-изд. л. 10,09. Заказ № 1382. Тираж 10 000 экз. Цена 61 коп.

Ленинградское отделение издательства «Энергия». 192041, Ленинград, Марсово поле, 1.

Ленинградская типография № 4 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 196126, Ленинград, Социалистическая, 14.

**Цена 61 коп.**