Серия «Библиотека учителя»

П.У. Байрамукова, А.У. Уртенова

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

КУРС ЛЕКЦИЙ

Ростов-на-Дону
«Феникс»
2009

УДК 372.016:51
ББК 74.262.21
КТК 434
Б18

Байрамукова П.У.

Б18 Методика обучения математике в начальных классах : курс лекций / П.У. Байрамукова, А.У. Уртенова — Ростов н/Д : Феникс, 2009. — 299 с. : ил. — (Библиотека учителя).

ISBN 978-5-222-14153-3

Значительное место в данном пособии занимают вопросы, связанные с формированием творческого подхода к обучению математике, умения оценивать различные системы изложения материала с точки зрения педагогики, психологии, дидактики. Особое внимание в пособии уделяется привитию и оттачиванию профессиональных навыков и приемов работы, умению вести научно-исследовательскую деятельность.

Учебное пособие адресовано студентам и преподавателям факультетов подготовки учителей начальных классов педагогических вузов.

ISBN 978-5-222-14153-3

УДК 372.016:51
ББК 74.262.21

ВВЕДЕНИЕ

Одна из главных задач подготовки студентов к будущей профессиональной деятельности связана с формированием у студентов практических умений и навыков, составляющих основу технологии труда учителя. Настоящее учебное пособие ориентировано на творческое осмысление студентами теоретических знаний по методике преподавания математики.

Учебная дисциплина «Методика преподавания математики» относится к числу педагогических дисциплин и изучается студентами, уже получившими определенную философскую, педагогическую, психологическую, общедидактическую и математическую подготовку. Эти знания студентов систематически используются в курсе методики преподавания математики и находят свой выход в практике обучения школьников.

Учебное пособие адресовано студентам и преподавателям факультетов подготовки учителей начальных классов педагогических вузов. Пособие способствует глубокому усвоению программного учебного материала, развитию умений и навыков самостоятельной работы студентов, совершенствованию профессиональной подготовки будущих специалистов. Оно имеет также практическую ценность для учителей школ, лицеев, гимназий с целью повышения их профессионального мастерства и формирования творческого начала.

Значительное место в данном пособии занимают вопросы, связанные с формированием творческого подхода к обучению математике, умения оценивать различные системы изложения материала с точки зрения педагогики, психологии, дидактики. Особое внимание в пособии уделяется привитию и оттачиванию профессиональных навыков и приемов работы, умению вести научно-исследовательскую деятельность.

Пособие содержит достаточный список литературы, который поможет студенту подготовиться к семинарским занятиям по методике преподавания математики, к экзаменам, а также позволит студентам и учителям школ познакомиться с различными точками зрения по актуальным вопросам методики преподавания математики.

Мы попытались в данном учебном пособии обобщить необходимый материал. В основу данного пособия положены работы авторов Бантовой М.А., Бельтюковой Г.В. «Методика преподавания математики в начальных классах», Моро М.И., Пышкало А.М. «Методика обучения математике в 1–3 классах», Истоминой Н.Б. «Методика обучения математике в начальных классах», Белошистой А.В. «Методика обучения математике в начальной школе».

Лекционный курс составлен в соответствии с госстандартом по предмету «Методика преподавания математики»(см. Приложение 2).

В приложениях приведено содержание примерных контрольных работ, тематика курсовых работ по курсу, программа ГАИ (Государственных аттестационных испытаний).

Лекция 1
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ КАК УЧЕБНЫЙ ПРЕДМЕТ

Методика преподавания математики, её задачи и связь с другими науками

В настоящее время в период стремительного научно-технического прогресса, возросла роль математики, а поэтому приобрело большую общественную значимость математическое образование.

В связи с переходом начальных классов на новые программы по математике была разработана новая методическая система, которая предусматривает рациональные пути реализации новой программы. При разработке такой системы учитывалось все то ценное в обучении математике, что было уже накоплено ранее.

Чтобы успешно обучать математике учащихся начальных классов, начинающий учитель должен овладеть уже разработанной системой обучения математике, т.е. методикой преподавания математики в начальных классах и на этой основе приступить к творческой самостоятельной работе.

Методика преподавания математики рассматривает, прежде всего, задачи обучения младших школьников математике в общей системе их обучения и воспитания. В методике раскрывается содержание и построение начального курса математики, т.е. указывается, какой материал по математике изучается в начальных классах и почему отобран именно этот материал, на каком уровне изучается в начальных классах каждый отдельный вопрос курса, в каком порядке рассматриваются темы курса и почему этот порядок более рационален. В методике начального обучения математике раскрываются частные методы изучения каждого раздела курса и каждого вопроса в этом разделе, раскрываются также вопросы, как организовать учебную деятельность детей, чтобы получить наибольший эффект при обучении математике. Как известно обучение носит воспитывающий характер, следовательно, задача методики — вооружить учителя такими приемами обучения математике, которые способствовали бы воспитанию нового человека, человека современного общества, умственному развитию школьников, стимулировали бы их интерес к математике, развивали положительные черты характера.

Методика преподавания математики имеет очень тесные связи с другими предметами. Прежде всего, она органически связана со своей базовой наукой — математикой. На отбор содержания школьного курса математики всегда оказывал влияние уровень самой науки математики в соответствии с тем, какие идеи математики являются в тот или иной период времени ведущими, отбирается содержание материала и дается та или иная трактовка вводимых понятий. От того, какие математические идеи будут раскрываться в начальном курсе математики, зависят методы обучения математике. Для глубокого понимания методики и ее творческого применения в практике работы школы от учителя требуется хорошее знание курса математики и ознакомление с современной трактовкой главнейших математических понятий.

Методика преподавания математики очень тесно связана с педагогикой и педагогической психологией. При построении курса математики и отборе методов обучения математике, при установлении целей и задач обучения математике методика математики опирается на те общие закономерности обучения, которые раскрыты в педагогике и педагогической психологии. Осознанное усвоение методики математики и правильное использование ее на практике возможно только тогда, когда в каждом методическом приеме в системе упражнений учитель видит проявление педагогических и психологических закономерностей, когда учитель опирается на них при разработке каждого урока, использует их, добиваясь усвоения глубоких знаний каждым учеником.

Методика преподавания математики имеет много общего с другими методиками (методикой преподавания русского языка, рисования, трудовым обучением, и т.д.) в решении образовательных и воспитательных задач обучения младших школьников. Учителю очень важно учитывать это, чтобы правильно осуществлять межпредметные связи.

Методика преподавания математики исторически складывалась как обобщение передового опыта учителей. В настоящее время этот источник также используется, но основным стал другой источник: новые методы обучения математике являются результатом научного исследования, при этом учитываются новые направления в самой науке математике и достижения психолого-педагогических исследований. Результаты научного исследования сначала проверяются на практике в работе отдельных учителей, а затем методы, оказавшиеся эффективными, выделяются в массовую школу.

Начальный курс математики как учебный предмет в 1–4 классах

Обучение математике, так же как обучение любому другому учебному предмету в школе, должно решать образовательные, воспитательные и практические задачи.

Прежде всего, в процессе изучения математики учащиеся должны овладеть системой теоретических знаний, а также рядом умений и навыков, которые определяются программой. Обучение должно обеспечить овладение учащимися осознанными знаниями и на достаточно высоком уровне обобщения. Это может быть достигнуто в том случае, если обучение будет развивающим, т.е. будет обеспечивать достаточный уровень интеллектуального развития школьников, их познавательных интересов и способностей.

Именно в начальных классах школы, где берут начало такие математические понятия, как число, арифметические действия, система счисления, геометрическая фигура и др., школьник должен утвердиться в том, что «...математика имеет своим объектом отношения действительного мира, стало быть — весьма реальный материал». Поэтому очень важно правильно реализовать связь обучения математике с жизнью. С одной стороны, научить школьников распознавать в явлениях окружающей жизни математические факты и, с другой стороны, применять математику к решению конкретных практических задач, вооружить ученика практическими умениями, необходимыми каждому человеку повседневно, например: выполнить вычисление или измерение, произвести несложный расчет и т.п.

Обучение математике должно способствовать реализации задачи воспитания людей современного общества.

Обучение математике должно решать задачу формирования таких черт личности, как трудолюбие, аккуратность, всемерно способствовать развитию воли, внимания, воображения учащихся, стимулировать развитие интереса к математике. Необходимо сформировать у детей умение учиться, приемы работы над тем или иным материалом и привить навыки самостоятельной работы.

Обучение математике в начальных классах должно обеспечить надежную основу как в отношении знаний и умений учащихся, так и в отношении их развития для дальнейшего изучения математики в 5–11 классах.

Лекция 2
ПОСТРОЕНИЕ НАЧАЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Начальный курс математики, изучаемый в 1–4 классах школы является органической частью школьного курса математики. Это значит, курс математики для 5–11 классов — продолжение начального курса, а начальный курс — его исходная база. В соответствии с этим начальный курс математики включает в себя арифметику целых неотрицательных чисел и основных величин, элементы алгебры и геометрии.

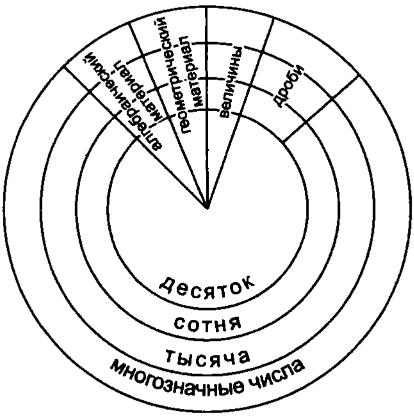
Начальный курс математики имеет свои особенности построения.

1 особенность. *Арифметический материал составляет главное содержание курса.* «Основой начального курса является арифметика натуральных чисел и основных величин. Кроме того, в него входят элементы геометрии и алгебраической пропедевтики, которые по возможности включаются в систему арифметических знаний, способствуя более высокому уровню усвоения понятий о числе, арифметических действиях и математических отношениях», т.е. элементы алгебры и геометрии не составляют особых разделов курса математики, а органически связываются с арифметическим материалом. Такая связь дает возможность, с одной стороны, раньше приобщить детей к идеям алгебры и геометрии, и с другой — достичь более высокого уровня усвоения младшими школьниками арифметических знаний.

2 особенность. *Материал начального курса вводится концентрически.* Сначала изучается нумерация чисел первого десятка, которая не подлежит десятичному расчленению, вводятся цифры для записи этих чисел, изучаются действия сложения и вычитания.

Затем рассматривается нумерация чисел в пределах 100, раскрывается понятие разряда, позиционный принцип записи чисел, которые подлежат десятичному расчленению, изучается сложение и вычитание двузначных чисел, вводятся два новых арифметических действия: умножение и деление. Далее изучается нумерация чисел в пределах 1000. Здесь рассматриваются три разряда (единицы, десятки, сотни), составляющие основу нумерации многозначных чисел, обобщаются знания об арифметических действиях, вводятся приемы письменного сложения и вычитания. Наконец, изучается нумерация многозначных чисел, рассматривается понятие класса, обобщается знание принципа поместного значения цифр, вводятся алгоритмы письменных вычислений. Таким образом, в курсе выделены четыре концентра: десяток, сотня, тысяча, многозначные числа. Одновременно и в тесной связи с рассмотрением нумерации и арифметических действий изучаются другие вопросы: величины, дроби, алгебраический и геометрический материал.

Выделение именно таких концентров объясняется особенностями десятичной системы счисления и арифметическими действиями.



Концентрическое расположение материала

3 особенность. *Вопросы теории и вопросы практического характера органически связываются между собой.* Многие вопросы теории вводятся индуктивно, а на их основе раскрываются вопросы практического характера. Например, распределительное свойство умножения вводится на основе обобщения частных фактов, после чего, используя это свойство, раскрывается прием умножения:

$15 \cdot 4=(10+5) \cdot 4=10 \cdot 4+5 \cdot 4=60$

При такой взаимосвязи хорошо усваиваются осознанные практические умения.

4 особенность. *Математические понятия, свойства, закономерности раскрываются в курсе в их взаимосвязи.* Это не только связь между арифметическим, алгебраическим и геометрическим материалом, но и так называемые внутренние связи между различными понятиями курса, свойствами, закономерностями. Так, при изучении арифметических действий раскрываются их свойства, связи и зависимости между их компонентами и результатами. Это дает возможность глубже раскрыть понятие арифметических действий, обладающих определенными закономерностями, обогатить детей функциональными представлениями. Такое построение обеспечивает более глубокое усвоение курса, так как учащиеся будут овладевать не только отдельными вопросами курса, но одновременно и связями между ними.

5 особенность. *Курс математики строится так, чтобы в процессе его изучения каждое понятие получило свое развитие.* Например, при изучении арифметических действий сначала раскрывается конкретный смысл, затем свойства действий, связи между компонентами и результатом арифметических действий. Подход к введению понятий соответствует возрастным возможностям младших школьников, обеспечивает доступность овладения математическим материалом.

6 особенность. Опыт показал, что *целесообразно рассматривать в сравнении сходные или связанные между собой вопросы.* В этом случае сразу же можно выделить существенное сходное и различное, а это предотвратит ошибки, которые допускают учащиеся, программа предусматривает сближение во времени изучения некоторых вопросов курса (например, действия сложения и вычитания вводятся одновременно), а также введение новых вопросов в сравнении со сходными, ранее изученными.

Таковы особенности построения начального курса математики.

Лекция 3
ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ НАЧАЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЕГО ИЗУЧЕНИЯ

Понятие о системе счисления раскрывается при концентрическом построении курса постепенно в процессе изучения нумерации натуральных чисел и арифметических действий над ними. При этом понятие разряда, класса, разрядной и классной единицы, разрядного числа находит свое развитие от концентра к концентру, т.е. постепенно вводятся новые разряды и классы, их название и в связи с этим рассматриваются название, запись и чтение чисел, их десятичный состав.

Арифметические действия

Арифметические действия занимают центральное место в начальном курсе математики. Это сложный и многогранный вопрос. Он включает раскрытие конкретного смысла арифметических действий, связей и зависимостей между компонентами и результатом действий и между самими действиями, а также формирование вычислительных навыков и умений, умений решать арифметические задачи.

Как и другие математические понятия, каждое арифметическое действие раскрывается на конкретной основе в процессе выполнения операций над множествами: сложение — на основе операции объединения множеств, не имеющих общих элементов; вычитание — на основе операции удаления части множества (подмножества); умножение — на основе операции объединения множеств одинаковой численности и деление на основе операции разбиения множества на ряд равночисленных непересекающихся множеств.

Арифметический материал включает нумерацию целых неотрицательных чисел и арифметические действия над ними, сведения о величинах, их измерении, о дробях, об именованных числах и действиях над ними. Изучение этого материала должно привести учащихся к усвоению системы математических понятий, а также к овладению твердыми и осознанными умениями и навыками.

Понятие натурального числа

Одним из центральных понятий начального курса является понятие натурального числа. Оно трактуется как количественная характеристика класса эквивалентных множеств. Раскрывается это понятие на конкретной основе в результате оперирования множествами и измерения величин (длина отрезка, масса, площадь и др.). Формирование понятия натурального числа не только в процессе счета предметов, но и в процессе измерения величин обогащает содержание этого понятия, позволяет с самого начала связать обучение с практической деятельностью детей, опереться на имеющиеся у них числовые представления. Этим объясняется знакомство с отрезком, единицами длины и измерением отрезков, начиная с изучения нумерации чисел первого десятка. При изучении нумерации натуральное число получает дальнейшее развитие: оно выступает как элемент упорядоченного множества или как член натуральной последовательности. В связи с рассмотрением свойств натуральной последовательности раскрывается количественное и порядковое значение натурального числа. При изучении арифметических действий натуральное число выступает в новом качестве — в качестве объектов, над которыми выполняются арифметические действия, таким образом, в курсе математики предусматривается постепенное развитие понятия натурального числа.

Число нуль и цифра 0

Число нуль трактуется в начальном курсе как количественная характеристика класса пустых множеств. Включение в начальный курс математики числа и цифры нуль позволяет расширить числовую область и создать надлежащие условия для овладения учащимися областью целых неотрицательных чисел. Нуль как число и как цифра вводится в 1 классе. Сначала нуль рассматривается как цифра, обозначающая на линейке начало отмеривания, затем вводится число нуль при вычитании вида: $2-2=0$, $3-3=0$. Далее нуль выступает как компонент действий первой ступени: $5+0$, $0+9$, $8-0$, а при изучении действий умножения и деления как компонент этих действий: 0×4, 3×0, 0×0, $0:4$. Здесь же рассматривается невозможность деления на нуль. Цифра нуль используется для обозначения отсутствия единиц какого-либо разряда или класса в записи числа (70, 3 000, 204, 3 702).

Наглядное представление о дроби

В целях подготовки к изучению систематического курса математики в начальном курсе дается наглядное представление о дроби. В 3 классе вводится понятие доли как одной из равных частей целого (круга, куска шпагата и др.), дается запись долей. Поскольку суть понятия доли очень ярко раскрывается при решении задач на нахождение доли числа и числа по его доле, то эти задачи включены в курс, изучаемый в 3 классе. В 4 классе вводится дробь как совокупность долей, запись дроби, преобразование и сравнение дробей на наглядной основе ($2/4=1/2$; $3/5<4/5$), задачи на нахождение дроби числа.

Одновременно с раскрытием конкретного смысла каждого арифметического действия вводится соответствующая символика (знаки действия) и терминология: названия действий, название компонентов и результатов действий. Здесь же начинается работа над понятием математического выражения, сначала рассматриваются простейшие выражения вида: 7+3, а позднее более сложные вида: 9–(2+3).

Свойства арифметических действий

Начальный курс математики включает ряд свойств арифметических действий. Это переместительное свойство сложения и умножения, распределительное свойство умножения и деления, а также свойства: прибавления числа к сумме, вычитания числа из суммы, прибавление суммы к числу, вычитание суммы из числа, прибавление суммы к сумме, вычитание суммы из суммы, умножение числа на сумму и суммы на число, деление суммы на число, умножение числа на произведение, деление числа на произведение.

Каждое из названных свойств раскрывается на основе практических операций над множествами или над числами, в результате чего учащиеся должны прийти к обобщению. Для усвоения свойств в курсе предусматривается система специальных упражнений, но главная сфера применения свойств — это раскрытие на их основе вычислительных приемов. Например, уже в 1 классе после изучения переместительного свойства сложения вводится прием перестановки слагаемых для случаев вида: 2+6; случаю 54–20 предшествует рассмотрение разных способов вычитания числа из суммы, на основе чего раскрывается вычислительный прием:

54–20=(50+4)–20=(50–20)+4=34

Опираясь на свойства арифметических действий, связь между результатами и компонентами действий и десятичный состав чисел, рассматриваются приемы вычислений почти для всех случаев, рассматриваемых в начальном курсе. Такой подход к изучению приемов вычислений обеспечивает, с одной стороны, формирование осознанных умений и навыков, так как учащиеся смогут обосновать любой вычислительный прием, а с другой стороны, при такой системе лучше усваиваются свойства действий и другие вопросы курса.

Система управлений для выработки вычислительных навыков

В начальном курсе математики предусматривается система упражнений, направленных на выработку у учащихся вычислительных навыков. Это тренировочные упражнения различного характера: решение отдельных примеров, заполнение таблиц, подстановка числовых значений букв и нахождение значений полученных выражений и т.п. В формировании навыков предусматривается разная степень их автоматизации: навыки сложения и умножения табличных случаев и обратные по отношению к ним случаи вычитания и деления должны быть доведены до полного автоматизма. Автоматизируется и выполнение отдельных операций, например, при сложении чисел 18 и 7 быстро выполняются операции: $18+(2+5)=(18+2)+5=20+5=25$.

Одновременно с изучением свойств арифметических действий и соответствующих приемов вычислений раскрывается на основе операций над множествами или над числами, связь между компонентами и результатами арифметических действий (например, если из суммы вычесть одно из слагаемых, то получится другое слагаемое), изменение результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов, (например, если одно из слагаемых увеличить на несколько единиц, а другое оставить без изменения, то сумма увеличится на столько же единиц).

Все названные вопросы, относящиеся к арифметическим действиям, рассматриваются в тесной связи друг с другом.

Элементы алгебры и геометрический материал

В связи с изучением арифметического материала вводятся элементы алгебры: на конкретной основе раскрываются понятия равенства, неравенства, уравнения, переменной.

Начиная с первого класса, рассматриваются числовые равенства и неравенства ($3=3$, $5=1+4$, $3<4$, $7+2>7$), которые от концентра к концентру усложняются. Их изучение непосредственно связывается с изучением арифметического материала и помогает более глубоко раскрыть его. Решаются уравнения с 3 класса. Решение уравнений выполняется на основе связи между компонентами и результатами арифметических действий.

Геометрический материал служит, главным образом, целям ознакомления с простейшими геометрическими фигурами и развитию пространственных представлений школьников. Поэтому в начальный курс математики, начиная с 1 класса, включены геометрические фигуры: прямые, кривые и ломаные линии, точка, отрезок прямой, многоугольники (треугольник, четырехугольник) и их элементы (вершины, стороны, углы); прямой угол, прямоугольник (квадрат), окружность, круг, центр, радиус круга. Учащиеся должны научиться различать эти фигуры, называть их и выполнять простейшие построения на клетчатой бумаге и на нелинованной с помощью линейки, угольника и циркуля. Кроме того, они должны овладеть умением находить длину отрезка, ломаной линии, периметр многоугольника, площадь прямоугольника. Курс математики предусматривает разнообразные задачи геометрического характера, направленные на формирование пространственных представлений учащихся. Все вопросы геометрии раскрываются на наглядной основе.

Понятие величины и идея измерения велечин

В тесной связи с изучением арифметического, алгебраического и геометрического материала раскрывается понятие величины и идея измерения величин. Ознакомление с такими величинами, как длина, масса, время, скорость, площадь, с единицами их измерения и с измерением величин выполняется практически и тесно связывается с формированием понятия числа, десятичной системы счисления и арифметических действий, а также с формированием понятия геометрической фигуры. Вследствие такой связи становится возможным вести обучение, опираясь на наглядные образы, связывая обучение с практической деятельностью детей.

Решение задач

Задачи являются теми упражнениями, с помощью которых, прежде всего, раскрываются многие вопросы начального курса математики. Например, с помощью решения задач раскрывается конкретный смысл арифметических действий, свойства действий, связи между компонентами и результатами арифметических действий и др. В «Объяснительной записке» к программе указывается: «Изучение арифметики натуральных чисел и нуля строится на системе целесообразных задач и практических работ. Это значит, что формирование каждого нового понятия всегда связывается с решением тех или иных задач, требующих применения или помогающих уяснить их значение». Таким образом, задачи являются средством связи обучения математике с жизнью, той сферой приложения математических знаний, которая позволяет обеспечить достаточно разнообразные жизненные ситуации для раскрытия разных сторон понятий. Кроме того, в процессе решения задач учащиеся овладевают практическими умениями и навыками, необходимыми им в жизни, знакомятся с полезными фактами, учатся устанавливать связи и зависимости между величинами, часто встречающимися в жизни. В начальный курс математики включены задачи несложной структуры с арифметическим и геометрическим содержанием.

Лекция 4–5
РАЗВИТИЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Развивающее обучение

Термин «развивающее обучение» активно используется в психологической, педагогической и методической литературе.

Так как изучением психического развития ребенка занимается психология, то при построении развивающего обучения методика несомненно должна опираться на результаты исследований этой науки. Развитие учащихся во многом зависит от той деятельности, которую они выполняют в процессе обучения.

Мыслительные операции

Мыслительная деятельность может быть репродуктивной и продуктивной. Они тесно связаны между собой, но в зависимости от того, какой вид деятельности преобладает, обучение оказывает различное влияние на развитие детей.

Репродуктивная деятельность характеризуется тем, что ученик получает готовую информацию, воспринимает ее, понимает, запоминает, затем воспроизводит. Основная цель такой деятельности — формирование у школьника знаний, умений и навыков, развитие внимания и памяти.

Продуктивная деятельность связана с активной работой мышления и находит свое выражение в таких мыслительных операциях, как анализ и синтез, сравнение, классификация, аналогия, обобщение. Эти мыслительные операции в психолого-педагогической литературе принято называть логическими приемами мышления или приемами умственных действий.

Включение этих операций в процесс усвоения математического содержания — одно из важных условий построения развивающего обучения, так как продуктивная (творческая) деятельность оказывает положительное влияние на развитие всех психических функций.

Анализ и синтез. Важнейшими мыслительными операциями являются анализ и синтез.

Анализ связан с выделением элементов данного объекта, его признаков или свойств. Синтез — это соединение различных элементов, сторон объекта в единое целое.

Способность к аналитико-синтетической деятельности находит свое выражение не только в умении выделять элементы того или иного объекта, его различные признаки или соединять элементы в единое целое, но и в умении включать их в новые связи, увидеть новые функции.

Формированию этих умений может способствовать: а) рассмотрение данного объекта с точки зрения различных понятий; б) постановка различных заданий к данному математическому объекту.

Для рассмотрения данного объекта с точки зрения различных понятий младшим школьникам при обучении математике можно предложить следующие задания:

1. Прочитай по-разному выражения 16–5 (16 уменьшили на 5; разность чисел 16 и 5; из 16 вычесть 5).

2. По какому правилу записан каждый ряд чисел (МИ1 с. 94, № 201):

а) 90, 70, 80, 60, 70, 50, 60, 40, 50...

б) 20, 50, 30, 60, 40, 70, 50, 80, 60...

3. Как по-разному можно назвать квадрат? (Прямоугольник, четырехугольник, многоугольник).

4. По какому правилу записан каждый ряд чисел:

а) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20;

б) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

1) Разбей числа каждого ряда на две группы так, чтобы в каждой были числа, похожие между собой.

2) Расположи числа в каждой группе в порядке возрастания.

3) Подбери из первого ряда пары чисел, разность которых равна 10. Выпиши эти пары.

4) Подбери из второго ряда пары чисел, разность которых равна 10. Выпиши эти пары.

Прием сравнения. Особую роль в организации продуктивной деятельности младших школьников в процессе обучения математике играет прием сравнения. Формирование умения пользоваться этим приемом следует осуществлять поэтапно, в тесной связи с изучением конкретного содержания. Целесообразно, например, ориентироваться на такие этапы:

— выделение признаков или свойств одного объекта;

— установление сходства и различия между признаками двух объектов;

— выявление сходства между признаками трех, четырех и более объектов.

Приведем примеры учебных заданий с использованием приема сравнения по учебнику Н.Б. Истоминой (МИ1):

1. Прочитай числа:

22, 88, 33, 55, 44, 66, 99, 77.

В чем сходство? Запиши числа в порядке убывания.

2. Поставь знаки «>» , «<», чтобы получились верные неравенства:

6+3 ... 10	6+6 ... 10
5+4 ... 10	5+6 ... 10
6+2 ... 10	6+7 ... 10
7+2 ... 10	7+8 ... 10
4+3 ... 10	4+9 ... 10

Чем похожи все неравенства в первом столбике? Чем похожи все неравенства во втором столбике?

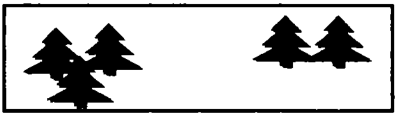
3. В чем сходство и различие текстов задач:

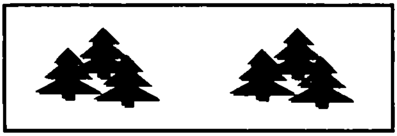
а) Коля поймал 2 рыбки, Петя — 6. На сколько больше поймал рыбок Петя, чем Коля?

б) Коля поймал 2 рыбки, Петя — 6. Во сколько раз больше поймал рыбок Петя, чем Коля?

В обучении младших школьников большая роль отводится выражениям, которые связаны с переводом «предметных действий» на язык математики. В этих упражнениях они обычно соотносят предметные объекты и символические. Например:

а) Какому рисунку соответствуют записи 3 • 2, 3+2?





б) Выполни рисунки, соответствующие данным записям: 3 • 7; 4 • 2+4 • 3; 3+7.

Показатель сформированности приема сравнения — умение детей самостоятельно использовать его для решения различных задач, без указания: «сравни..., укажи признаки..., в чем сходство и различие...».

Приведем примеры таких заданий:

1. Убери лишний предмет... (При выполнении его школьники ориентируются на сходство и различие признаков.)

2. Расположи числа в порядке возрастания:

15, 13, 18, 23, 10, 11, 17. (Для выполнения этого задания ученики должны выявить признаки различия данных чисел.)

3. Продолжи ряд чисел:

12, 23, 34, 45, 56, ...

11, 22, 33, 44, ...

Прием классификации. Умение выделять признаки предметов и устанавливать между ними сходство и различие — основа приема классификации. Предлагая задания учащимся на классификацию необходимо выполнять следующие условия:

1) ни одно из подмножеств не пусто;

2) подмножества попарно не пересекаются;

3) объединение всех подмножеств составляет данное множество.

Приведем примеры заданий на классификацию из учебника математики Н.Б. Истоминой МИ1:

1. Разбейте данные числа на две группы, чтобы в каждой оказались похожие числа:

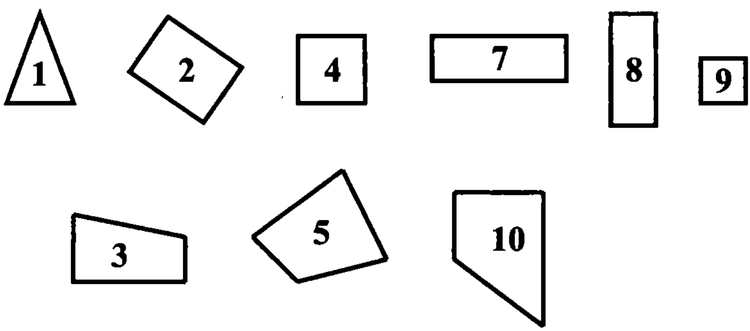
а) 33, 84, 75, 22, 13, 11, 44, 53 (в одну группу входят числа, записанные двумя одинаковыми цифрами, а в другую — различными);

б) 91, 81, 82, 95, 87, 94, 85 (основание классификации — число десятков, в одной группе чисел оно равно 8, а в другой — 9).

2. Разбейте данные выражения на две группы по какому-то признаку:

34+9, 45+20, 67+30, 65+9, 63+7, 26+7. (В первую группу входят выражении, где к двузначному числу прибавляем однозначное, во вторую — к двузначному числу прибавляем двузначное.)

3. Убери «лишнюю» фигуру. Чем похожи все остальные фигуры? Как можно назвать все эти фигуры? Разбей четырехугольники: а) с двумя прямыми углами (3 и 10); б) с тремя прямыми углами (таких нет); в) с четырьмя прямыми углами (2, 4, 7, 8, 9).



4. Какая пара «лишняя»:

2 и 12	1 и 11	6 и 16	8 и 18	7 и 17
4 и 14	3 и 13	5 и 15	10 и 20	9 и 19.

Прием аналогии. Понятие «аналогия» — сходство в каком-либо отношении между предметами, явлениями, понятиями, способами действий.

Для правильного умозаключения по аналогии необходимо выделить существенные признаки объектов, в противном случае вывод может оказаться неверным. Например, некоторые учащиеся пытаются применить способ умножения числа на сумму при умножении числа на произведение. Это говорит о том, что существенное свойство данного выражения — умножение на сумму, оказалось вне их поля зрения. Для использования аналогии необходимо иметь два объекта, один из которых известен, второй сравнивается с ним по каким-либо признакам. Отсюда применение приема аналогии способствует повторению изученного и систематизации знаний и умений.

Рассмотрим задания с применением приема аналогии из учебника МИ1:

1. Найдите значение выражений:

6+3	7+4	8+4
3+6	4+7	4+8

— Каким свойством вы воспользовались при выполнении задания? (Переместительным свойством сложения.)

— Подумайте: как установить, выполняется ли переместительное свойство для умножения?

(Учащиеся по аналогии записывают пары произведений и находят значение каждого, заменяя произведение суммой.)

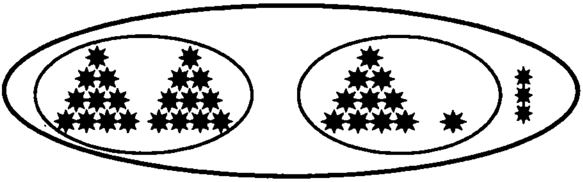
2. По какому правилу составлен каждый ряд чисел:

а) 90, 70, 80, 60, 70, 50, 60, 40, 50, ...

б) 20, 50, 30, 60, 40, 70, 50, 80, 60, ...

Запиши свои два ряда, используя то же правило.

3. Составь и запиши 3 выражения к данному рисунку.



Прием обобщения. Выделение существенных признаков математических объектов, их свойств и отношений — основная характеристика приема обобщения.

Приведем примеры заданий с использованием этого приема:

1. Найти значения выражений, заменив умножение сложением:

$3 \cdot 2$	$4 \cdot 2$	$3 \cdot 6$	$4 \cdot 5$	$5 \cdot 3$	$8 \cdot 4$
$2 \cdot 3$	$2 \cdot 4$	$6 \cdot 3$	$5 \cdot 4$	$3 \cdot 5$	$4 \cdot 8$

— Чем похожи и чем отличаются равенства в каждом столбике? (Множители одинаковые, они переставлены, произведения одинаковые.)

— Если множители переставить, то что можно сказать о произведении?

Вывод: «Если переставить, то произведение не изменится» или «От перестановки множителей значение произведения не изменится».

2. Сравните выражения, найдите общее в полученных неравенствах и сделайте соответствующие выводы:

$2+3 \ldots 2 \cdot 3$ $4+5 \ldots 4 \cdot 5$

$3+4 \ldots 3 \cdot 4$ $5+6 \ldots 5 \cdot 6$

Сравнив данные выражения и отметив закономерности: слева записана сумма, справа произведение двух последовательных чисел; сумма всегда меньше произведения большинство детей делают вывод: «сумма двух последовательных чисел всегда меньше произведения». Но это ошибочно, так как не учтены случаи:

$0+1 \ldots 0 \cdot 1$

$1+2 \ldots 1 \cdot 2$

Можно, подправив ответы детей, сделать правильное обобщение, в котором будут учтены определенные условия: «сумма двух последовательных чисел, начиная с числа 2, всегда меньше произведения этих же чисел».

3. Проверь, будет ли делиться каждое слагаемое на число 2, и сделай вывод:

(2+4):2=3

(4+4):2=4

(6+2):2=4

(6+8):2=7

(8+10):2=9

Вывод: Сумма делится на 2, каждое из слагаемых тоже делится на 2.

Способы обоснования истинности суждений. Непременным условием развивающего обучения является формирование у учащихся способности обосновывать (доказывать) те суждения, которые они высказывают. В практике эту способность обычно связывают с умением рассуждать, доказывать свою точку зрения.

Суждения бывают единичными: в них что-то утверждается или отрицается относительно одного предмета. Например: «Число 12 — четное; квадрат ABCD не имеет острых углов и т.д.».

Помимо единичных суждений различают суждения частные и общие. В частных что-то утверждается или отрицается относительно некоторой совокупности предметов из данного класса или относительно некоторого подмножества данного множества предметов. Например: «Уравнение $x-7=10$ решается на основе взаимосвязи между уменьшаемым, вычитаемым и разностью». В этом суждении речь идет об уравнении частного вида, представляющего собой подмножество множества всех уравнений, изучаемых в начальных классах.

В общих суждениях что-то утверждается или отрицается относительно всех предметов данной совокупности. Например:

«В прямоугольнике противоположные стороны равны». Здесь речь идет о любом, т.е. о всех прямоугольниках.

Поэтому суждение является общим, хотя в данном предложении слово «всех» отсутствует. Любое уравнение в начальных классах решается на основе взаимосвязи между результатами и компонентами арифметических действий. Это также общее суждение, так как охватывает всевозможные уравнения, встречающиеся в курсе математики начальных классов.

Предложения, выражающие суждения, могут быть различными по форме: утвердительными, отрицательными, условными (например: «если число оканчивается нулем, то оно делится на 10»).

Как известно, в математике все предложения, за исключением исходных, как правило, доказываются дедуктивно. Суть дедуктивных рассуждений сводится к тому, что на основе некоторого общего суждения о предметах данного класса и некоторого единичного суждения о данном объекте высказывается новое единичное суждение о том же объекте. Общее суждение принято называть общей посылкой, первое единичное суждение — частной посылкой, новое единичное суждение — заключением. Пусть, например, требуется решить уравнение: $7 \cdot x = 14$. Для нахождения неизвестного множителя используется правило: «Если значение произведения разделить на один множитель (известный), то получим другой (значение неизвестного множителя)».

Это правило (общее суждение) — общая посылка. В данном уравнении произведение равно 14, известный множитель 7. Это частная посылка.

Заключение: «нужно 14 разделить на 7, получим 2». Особенность дедуктивных рассуждений в начальных классах заключается в том, что они применяются в неявном виде, т.е. общая и частные посылки в большинстве случаев опускаются (не проговариваются), ученики сразу приступают к действию, которое соответствует заключению.

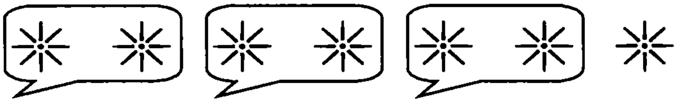
Поэтому, собственно, и создается впечатление, что дедуктивные рассуждения отсутствуют в курсе математики начальных классов.

Для сознательного выполнения дедуктивных умозаключений необходима большая подготовительная работа, направленная на усвоение вывода, закономерности, свойства в общем виде, связанная с развитием математической речи учащихся. Например, довольно длительная работа по усвоению принципа построения натурального ряда чисел позволяет учащимся овладеть правилом: «Если к любому числу прибавить 1, то получим следующее за ним число; если из любого числа вычтем 1, то получим предшествующее ему число».

Составляя таблицы $\square + 1$ и $\square - 1$, ученик фактически пользуется этим правилом как общей посылкой, выполняя тем самым дедуктивные рассуждения. Примером дедуктивных умозаключений в начальном обучении математике является и такое рассуждение: «$4<5$ потому, что 4 при счете называется раньше, чем 5». В данном случае общая посылка: если одно число называется при счете раньше другого, то это число меньше; частная посылка: 4 при счете называют раньше, чем 5; заключение: $4<5$.

Дедуктивные рассуждения имеют место в начальном курсе математики и при вычислении значений выражений. В качестве общей посылки выступают правила порядка выполнения действий в выражениях, в качестве частной посылки — конкретное числовое выражение, при нахождении значения которого учащиеся руководствуются правилом порядка выполнения действий.

Эксперимент обычно связан с применением наглядности и предметных действий. Например, ребенок может обосновать суждение $7>6$, выложив в одном ряду 7 кругов, под ним — 6. Установив между кругами первого и второго ряда взаимнооднозначное соответствие, он фактически обосновывает свое суждение (в первом ряду один круг без пары, «лишний», значит, $7>6$). Ребенок может обращаться к предметным действиям и для обоснования истинности полученного результата при сложении, вычитании, умножении и делении, при ответе на вопросы: «На сколько одно число больше (меньше) другого?», «Во сколько раз одно число больше (меньше) другого?». Предметные действия могут быть заменены графическими рисунками и чертежами. Например, для обоснования результата деления (ост.1) 7:3=2 он может использовать рисунок:



Для формирования у учащихся умения обосновывать свои суждения полезно предлагать им задания на выбор способа действия (при этом оба способа могут быть: а) верными, б) неверными, в) один верным, другой неверным.) В этом случае каждый предложенный способ выполнения задания можно рассматривать как суждение, для обоснования которого учащиеся должны использовать различные способы доказательств.

В большинстве случаев для обоснования истинности суждений в начальном курсе математики учащиеся обращаются к вычислениям и дедуктивным рассуждениям.

Измерение как способ обоснования истинности суждений обычно применяется при изучении величин и геометрического материала. Например, суждения: «синий отрезок длиннее красного», «стороны четырехугольника равны», «одна сторона прямоугольника больше другой» — дети могут обосновать измерением.

Взаимосвязь логического и алгоритмического мышления школьников. Умение последовательно, четко и непротиворечиво излагать свои мысли тесно связанные с умением представлять сложное действие в виде организованной последовательности простых действий называется алгоритмическим. Оно находит свое выражение в том, что человек, видя конечную цель, может составить алгоритмическое предписание или алгоритм (если он существует), в результате выполнения которого цель будет достигнута.

Под способностью алгоритмически мыслить понимается умение решать задачи различного происхождения, требующие составления плана действий для достижения желаемого результата. Алгоритмическое мышление является необходимой частью научного взгляда на мир; развития творческих способностей школьников.

Составление алгоритмических предписаний (алгоритмов) — сложная задача. Поэтому начальный курс математики не ставит своей целью ее решение. Но определенную подготовку к ее достижению он может и должен взять на себя, способствуя тем самым развитию логического мышления школьников.

Для этого, начиная с 1-го класса, нужно, прежде всего, учить детей «видеть» алгоритмы и осознавать алгоритмическую сущность тех действий, которые они выполняют. Начинать эту работу следует с простейших алгоритмов, доступных и понятных. Можно ставить алгоритм перехода улицы с нерегулируемым и регулируемым перекрестком, алгоритмы пользования различными бытовыми приборами, приготовления какого-либо блюда представить в виде последовательных операций (путь от дома до школы, от школы до ближайшей остановки автобуса и т.д).

Рассматривая такие инструкции, сам термин «алгоритм» можно не вводить, а говорить о правилах, в которых выделены пункты, указывающие на определенные действия, в результате выполнения которых решается поставленная задача.

Следует заметить, что сам термин «алгоритм» можно употреблять только условно, так как те правила и предписания, которые рассматриваются в курсе математики начальных классов, не обладают всеми свойствами, его характеризующими. Алгоритмы в начальных классах описывают последовательность действий на конкретном примере не в общем виде, в них находят отражение не все операции, входящие в состав выполняемых действий, поэтому их последовательность строго не определена. Например, последовательность действий при умножении чисел, оканчивающихся нулями, на однозначное число ($800 \cdot 4$) выполняется так:

1. Представим первый множитель в виде произведения однозначного числа и единицы, оканчивающейся нулями:

$$(8 \cdot 100) \cdot 4;$$

2. Воспользуемся сочетательным свойством умножения:

$$(8 \cdot 100) \cdot 4=8 \cdot (100 \cdot 4);$$

3. Воспользуемся переместительным свойством умножения:

$$8\ (100 \cdot)=8 \cdot (4 \cdot 100);$$

4. Воспользуемся сочетательным свойством умножения:

$$8\ (4 \cdot 100)=(8 \cdot 4) \cdot 100;$$

5. Заменим произведение в скобках его значением:

$$(8 \cdot 4) \cdot 100=32 \cdot 100;$$

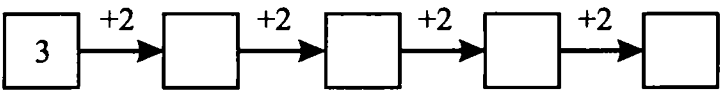
6. При умножении числа на 1 с нулями нужно приписать к числу столько нулей, сколько их во втором множителе:

$$32 \cdot 100=3200.$$

Для осознания детьми алгоритмической сути выполняемых ими действий нужно переформулировать данные математические задания в виде определенной программы.

Например, задание «найти 5 чисел, первое из которых равно 3, каждое следующее на 2 больше предыдущего» можно представить в виде алгоритмического предписания так:

1. Запиши число 3.
2. Увеличь его на 2.
3. Полученный результат увеличь на 2.
4. Повторяй операцию 3 до тех пор, пока не запишешь 5 чисел. Словесное алгоритмическое предписание можно заменить схематическим:



Это позволит учащимся более четко представить каждую операцию и последовательность их выполнения.

Алгоритм можно задать в виде таблицы.

Например, задание: «Запиши числа от 1 до 6. Каждое увеличь: а) на 2; б) на 3» — можно представить в такой таблице:

+	1	2	3	4	5	6
2						
3						

Например, правило проверки сложения можно сформулировать в виде алгоритмического предписания следующим образом. Для того, чтобы проверить сложение вычитанием, нужно:

1) из суммы вычесть одно из слагаемых;

2) сравнить полученный результат с другим слагаемым;

3) если полученный результат равен другому слагаемому, сложение выполнено верно;

4) в противном случае ищи ошибку.

Для формирования умения составлять алгоритмы нужно научить детей: находить общий способ действия; выделять основные элементарные действия, из которых состоит данное; планировать последовательность выделенных действий; правильно записывать алгоритм.

Таким образом, алгоритмические предписания можно задавать словесным способом, схемой и таблицей.

Действуя с конкретными математическими объектами и обобщениями в виде правил, дети овладевают умением выделять элементарные шаги своих действий и определять их последовательность.

Лекция 6–7
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НУМЕРАЦИИИ ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Формирование понятия натурального числа и нуля

При характеристике содержания и системы построения начального курса математики, говорилось, что работа, направленная на формирование у детей понятия о числе и арифметических действиях, ведется в течение всего начального обучения, и составляет основу всего курса.

Программа по математике включает целую систему специальной учебной работы по усвоению понятия числа как необходимого условия повышения теоретического уровня знаний учащихся 1–4 классов.

Программа определяет два уровня усвоения детьми теоретических знаний по математике:

1) уровень конкретных знаний или представлений;
2) уровень обобщенных знаний.

Усвоение понятия натурального числа учащимися должно быть доведено до уровня конкретных знаний.

Формирование определенной системы знаний о натуральном числе начинается с 1 класса и проходит ряд этапов.

Уже на первых уроках математики (подготовительный период), когда проверяются и систематизируются знания, приобретенные детьми до школы, делаются первые шаги по внесению в сознание первоклассников элементов научных основ о числе.

Прежде всего, доступно, на практической основе, четко раскрывается цель счета. В процессе счета дети осваивают последовательность числительных, отрабатывают технику счета. На конкретных множествах, состоящих из однородных и неоднородных элементов, первоклассники учатся правильно соотносить числительные с элементами множества; узнают, что результат счета не зависит от порядка, в котором пересчитывались предметы.

Счет — основной источник получения натурального числа в начальной школе. Считая, ученик действенно выделяет из окружающего его мира множества определенной численности. Процесс счета, таким образом, определяет числовые представления о множествах. Например, число 4 для ученика — это 1, 2, 3, 4. Теоретическая основа процесса счета далее несколько углубляется, и, в конечном счете, ученик начинает осознавать его как процесс установления взаимнооднозначного соответствия между элементами стандартной натуральной последовательности чисел с элементами данного множества.

На уроках подготовительного периода учащиеся должны усвоить, что на вопрос «сколько?» предметы можно считать в любом порядке, на вопрос «который по счету?» — в определенном. Порядковые отношения, порядковые значения чисел демонстрируются на дидактическом материале, применяются элементы драматизации.

Усвоение самих чисел и их отношений в отрезке натурального ряда (1–10) проводится путем установления взаимнооднозначного соответствия между элементами соответствующих множеств. В дальнейшем сравнение чисел осуществляется на основе порядковых отношений на отрезке натурального ряда: число, встречающееся при счете позднее, больше числа, которое встречается раньше, и, наоборот, число, которое встречается раньше, меньше числа, которое встречается позже.

Например, число 8 называют при счете после числа 7 и перед числом 9, значит, $8>7$, а $7<8$, $8>9$ и т.д.

Знакомство с печатной и письменной формой записи цифр дает возможность воспринимать число в виде зрительного образа. В этом смысле последовательность цифр 1, 2, 3, ..., 10 осознается учащимися как последовательность натуральных чисел от 1 до 10. Работа по соотнесению цифры и числа предметов как раз и преследует эту цель.

Например, классу показывают цифру — учащиеся поднимают соответствующие этому знаку число палочек, и, наоборот, демонстрируется числовая фигура — учащиеся показывают соответствующую этому множеству цифру.

Дальнейшее осознанное представление о числе формируется в процессе счета, с которым учащиеся к этому времени осваиваются. Упражнения в счете убеждают ученика в том, что при многократном пересчитывании элементов одного и того же множества счет всегда заканчивается на одном и том же члене стандартной последовательности слов, которые и характеризуют его численность. Уже на вводных уроках математики в 1 классе закладываются начальные элементы порядковых отношений: стоять перед, находиться между, следовать за, знакомят с порядковым значением чисел. По мере накопления знаний учащемуся становится доступно отношение меньше, которое устанавливает определенный порядок в конечном множестве натуральных чисел.

Устная и письменная нумерация чисел от 1 до 10 изучается совместно. В большинстве случаев знакомству подлежат сразу два последовательных числа. Такая методика положительно влияет на отработку навыков счета, помогает раскрыть структуру последовательности натуральных чисел и способствует более быстрому запоминанию цифр. Изучение каждого числа ведется в определенной последовательности.

1. Образование числа.

2. Отыскание единичных предметов и групп, которые характеризуются данным числом.

3. Упражнения в счете с целью закрепления количественных и порядковых отношений чисел в натуральном ряду.

4. Сравнение чисел по величине.

5. Ознакомление с печатной и письменной цифрой.

6. Работа по соотнесению цифры и числа предметов.

Образование числа из предыдущего путем присчитывания единицы и из последующего путем отсчитывания единицы весьма эффективно решает одновременно две задачи: рассматриваются порядковые отношения чисел (какое число предшествует данному, какое следует за ним) и раскрываются их количественные отношения (какое число меньше, какое больше данного).

Для обозначения количественных отношений натуральных чисел вводятся знаки: >, <,=. Упражнения в отыскании групп предметов, конкретизирующих данное число, проводятся в основном в пределах первого пятка. Сравнение двух чисел по величине с числами 1–5 проводится на дидактическом материале.

Систематическая работа проводится по запоминанию места числа в натуральном ряду. Например:

1. Назовите числа по порядку от 1 до 6, от 2 до 8, от 7 до 3.

2. Назовите числа, стоящие перед каждым из чисел: 6, 8, 10.

3. Назовите числа, стоящие в ряду после каждого из чисел: 5, 7, 9.

4. Назовите соседей числа 5 в ряду.

5. Назовите число, следующее за числом 4, предшествующее числу 6.

Основные свойства натурального ряда чисел, которые, по сути дела, сформулированы в свойствах отношения следовать за, рассматриваются практически, при решении примеров вида:

1.	3+1	5−1−1
	4−1	6+1+1
		10−1−1

2. Увеличить на 1 числа: 10, 13.

3. Уменьшить на 1 числа: 20, 17.

4. Выполнить сложение и вычитание на основе натуральной последовательности: 14+1, 40−1.

5. Какое число следует за числом 99? 999?

6. Устно: 99 999+1, 100 000−1.

Работа над понятием натурального числа в 1–4 классах строится с изучением целого комплекса других понятий. Система знаний о натуральном числе в последующих классах будет пополняться.

Изучая числа первого десятка, дети знакомятся с числом нуль. Понятие об этом числе дети получают, выполняя ряд упражнений в отсчитывании предметов по одному до тех пор, пока не останется ни одного. Затем вводится обозначение числа нуль цифрой. Учащиеся решают, например, такие задачи: «На ветке висела одна вишня, затем она упала. Сколько вишен осталось?»

Далее число нуль сравнивают с числом 1. Опираясь на решение задачи, выясняют, сколько вишен было, сколько упало, больше или меньше стало вишен после того, как одна вишня упала. Результат сравнения записывают: 0<1. На основе таких упражнений устанавливают, что в ряду чисел нуль должен стоять перед числом 1.

Методика изучения нумерации чисел по концентрам

Материал по нумерации изучается по концентрам. Всего выделяется четыре концентра: десяток, сотня, тысяча, многозначные числа.

Нумерация чисел в пределах 10

Выделение темы «Десяток» в особый концентр объясняется рядом причин. Десять — основание десятичной системы счисления, поэтому числа от 1 до 10 образуются в результате счета простых единиц. В связи с этим для обозначения каждого из чисел первого десятка применяется в устной речи особое слово, а на письме — особый знак.

Небольшие числа создают условия для раскрытия учащимися математических понятий. Опираясь на имеющийся у детей опыт, а также используя практические действия с предметами, можно сформировать такие понятия, как натуральное число, равенство и неравенство чисел, действия сложения и вычитания.

В теме «Десяток» начинается изучение многих вопросов, работа над которыми продолжается в последующих концентрах. Так, счет в пределах 10 — основа овладения счетом вообще, потому что другие разрядные единицы считают точно так же, как и простые единицы. Названия и обозначение чисел первого десятка служат исходными для названия и обозначения любых многозначных чисел. В изучении концентра «Десяток» выделяют три этапа: подготовительный период, изучение нумерации, изучение сложения и вычитания.

В подготовительный период учителю надо выявить запас математических знаний и умений у детей, поступивших в 1 класс, и подготовить их к работе над первой темой программы — нумерацией чисел в пределах 10.

Важно на этом этапе установить, умеет ли ребенок считать предметы и в каких пределах, понимает ли арифметический смысл терминов «больше», «меньше», «столько же», каков у него запас пространственных представлений (т.е. в какой мере он владеет понятиями «слева» — «справа», «вверху — внизу», «впереди — позади», «перед — после — между» и др.).

Главной заботой учителя в подготовительный период является формирование у детей определенных умений, необходимых для изучения нумерации чисел первого десятка. Прежде всего, важно отработать умение считать, поэтому упражнения в счете предметов включаются на каждом уроке подготовительного периода.

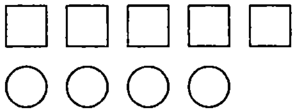
Упражняясь в счете, учащиеся с помощью учителя должны установить, что при счете нельзя пропускать предметы или сосчитывать один и тот же предмет несколько раз. К такому выводу они подойдут сами, сопоставляя правильный и неправильный счет предметов.

Считая предметы в различном порядке, учащиеся своими словами формулируют вывод о том, что результат счета не зависит от порядка счета.

Надо научить детей пользоваться при счете как количественными, так и порядковыми числительными, предлагая упражнения: «Считай так: 1, 2, 3, ...» или «Считай так: первый, второй, ...» Учащиеся постепенно должны усвоить, что если последний предмет оказался пятым при счете, то всего предметов 5, и, наоборот.

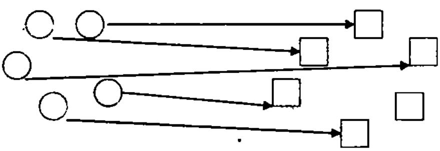
С первых же уроков подготовительного периода отрабатывается умение сравнивать численности множеств. С этой целью предлагаются детям такие задания: «Скажите, в какой стопке больше кругов, в левой или в правой?», «Установите, в каком ряду больше или меньше фигур». Чтобы ответить на вопросы, ученики устанавливают, что сравнить элементы множеств можно разными способами:

1. Установление взаимнооднозначного соответствия между элементами двух множеств.



Устанавливая предметы один под другим, дети делают вывод, что квадратов больше, чем кругов, а кругов меньше, чем квадратов.

2. Образование пар.



Сравнение множеств путем соотнесения предметов «один к одному» дает возможность уже в этот период устанавливать не только где больше, а где меньше предметов, но и на сколько больше, на сколько меньше. При выполнении этих упражнений, опираясь на наглядность, учитель должен каждый раз обращать внимание детей на взаимосвязь отношений «больше» и «меньше», например: если квадратов на 1 больше, чем треугольников, то треугольников на 1 меньше, чем квадратов.

Уже в подготовительный период включают упражнения на преобразование неравночисленных множеств в равночисленные и обратно. Например, дети установили, что яблок больше на 1, чем груш, а груш на 1 меньше, чем яблок. Учитель ставит вопросы: «Что надо сделать, чтобы яблок было столько, сколько груш?»

В подготовительный период учитель знакомит детей с учебником по математике, тетрадью, дидактическим материалом, линейкой.

При изучении нумерации чисел первого десятка учащиеся должны усвоить: во-первых, как образуется каждое число при счете из предыдущего числа и единицы, а также из следующего за ним числа и единицы; во-вторых, как называется каждое число и как оно обозначается печатной и письменной цифрой; в-третьих, на сколько каждое число больше непосредственно предшествующего ему и меньше непосредственно следующего за ним при счете числа; в-четвертых, какое место занимает каждое число в ряду чисел от 1 до 10, после какого числа и перед каким числом называют его при счете.

Нумерация чисел в пределах 100

Задача учителя при изучении этой темы — научить детей считать до 100, показать, как образуются числа из десятков и единиц, научить читать и записывать двузначные числа на основе твердого знания о том, что единицы пишутся на первом, а десятки — на втором месте, считая справа налево. Необходимо также добиться усвоения новых понятий и терминов: единицы первого и второго разряда, разрядное число, сумма разрядных слагаемых, однозначное и двузначное число.

В изучении нумерации выделяются две ступени: сначала изучается нумерация чисел 11–20, а затем чисел 21–100. Такой порядок изучения обусловлен тем, что названия чисел второго десятка образуются из тех же слов, что и названия разрядных чисел (20, 30, ..., 90). Однако слова «два», «три», и т.д. в числительных двена-дцать, три-на-дцать и т.д. обозначают число единиц, а в числительных два-дцать, три-дцать и т.д. обозначают число десятков (исключение «сорок» и «девяносто»). Кроме того, при написании только чисел второго десятка порядок называния составляющих их разрядных чисел и порядок записи не совпадают: сначала называются единицы (три-на-дцать), а пишется первым десяток (13), в то время как во всех остальных случаях чтение и запись разрядных чисел совпадают (23, 145, 1982 и т.д.). Эти особенности нумерации требуют того, чтобы числа второго десятка были рассмотрены отдельно. Но вместе с тем, нумерация двузначных чисел до 20 и свыше 20 принципиально сходна: устная и письменная нумерация этих чисел опирается на десятичную группировку единиц при счете и на принцип поместного значения цифр при записи чисел. Поэтому нумерация чисел от 10 до 20 и от 20 до 100 изучается в одном концентре.

Подготовительная работа к изучению нумерации чисел второго десятка проводится при повторении материала по теме «Десяток». С этой целью включаются упражнения в счете предметов с переходом через десяток (например, сколько учеников в первом ряду, во втором? Сколько всего учеников в классе? И т.п.), а также упражнения в счете групп предметов (например, сколько пар детей стоит у доски? Сколько на картинке пар лыж, пар обуви?)

Нумерация чисел в пределах 1 000

Задача учителя — научить детей считать предметы в пределах 1 000 (путем присчитывания по одному и используя группировку предметов в десятки и сотни). Необходимо научить детей называть, записывать и читать трехзначные числа. Дети должны понять образование этих чисел из сотен, десятков и единиц, а также усвоить названия разрядных единиц и их соотношение, уметь представлять число как сумму разрядных слагаемых, находить общее число единиц любого разряда в данном числе. Надо закрепить также знания учащихся о натуральной последовательности чисел.

Подготовительную работу к изучению нумерации целесообразно начинать заранее до перехода к концентру «Тысяча», систематически включая устные упражнения на повторение нумерации чисел первой сотни: 1) Сколько десятков в сотне? 2) Какое число состоит из 5 дес. и 7 ед.?

Кроме того, рекомендуется создать у детей интерес к «большим числам». Названия новых чисел должны зазвучать на уроках, прежде чем эти числа станут предметом специального изучения. С этой целью на заключительном этапе работы над первой сотней полезно выяснить, кто из детей умеет считать «дальше ста». Можно включить упражнения по называнию чисел, выходящих за пределы первой сотни. Например, предложить назвать еще 5–7 чисел в каждом ряду: а) 95, 96, 97, ...; б) 50, 60, 70, ...; в) 92, 94, 96, ... Это поможет учащимся осознать, что существуют числа больше 100, что они имеют сходство с числами, которые известны детям.

Нумерация многозначных чисел

Основная задача учителя — сформировать понятие о новой счетной единице — тысяче как единице второго класса; опираясь на понятие класса, научить читать и записывать многозначные числа; обобщить знания детей о нумерации целых неотрицательных чисел.

На этапе подготовки к изучению темы необходимо закрепить знания детей о соотношении известных им разрядных единиц, о десятичном составе трехзначных чисел, о натуральной последовательности чисел в пределах 1 000, о принципах записи трехзначных чисел.

Изучение нумерации многозначных чисел начинают с того, что повторяют, как можно получить тысячу. Присчитывая по одному, начиная, например, с числа 995, учащиеся выписывают ряд чисел до 1 000 включительно и устанавливают, что после наибольшего трехзначного числа идет первое, самое маленькое четырехзначное — 1000. Используя счеты, повторяют также образование разрядных единиц в результате группировки предшествующих, более мелких единиц (10 ед.=1 дес., 10 дес.=1 сот., 10 сот.=1 тыс.).

Основными наглядными пособиями являются счеты и нумерационная таблица (таблица разрядов и классов). Полезно эти пособия иметь не только для общеклассного, но и для индивидуального пользования.

Учитель поясняет, что тысячи можно считать, как простые единицы (1 тыс., 2 тыс., и т.д.) и группировать их в десятки и сотни. Дети используя счеты, ведут счет единиц тысяч (откладывая их на четвертой проволоке снизу) до 10 тысяч, которые заменяют 1 дес. тысяч (откладывают на пятой проволоке), затем считают десятки тысяч и, получив 10 десятков тысяч, заменяют их 1 сотней тысяч (откладывают на 6 проволоке), наконец, считают сотни тысяч до 10 и заменяют 10 сотен тысяч 1 миллионом (откладывают на 7 проволоке). Целесообразно образование новых разрядных единиц зафиксировать в записи:

10 ед. тыс.=1 дес. тыс.;

10 дес. тыс.=1 сот. тыс.;

10 сот. тыс.=1 млн.;

расположив ее столбиком рядом с предыдущими записями. Это поможет детям увидеть сходство в образовании и названиях разрядных единиц (10 ед.=1 дес., 10 ед. тыс.=1 дес. тыс.)

Затем идет работа с нумерационной таблицей, в которой обозначены названия всех разрядных единиц от единиц до сотен тысяч. Учитель дает пояснение о том, что единицы, десятки, сотни образуют 1 класс, или класс единиц, а единицы тысяч, десятки тысяч, сотни тысяч — 2 класс, или класс тысяч. Полезно затем сравнить первый и второй классы и установить их сходство и различие: в каждом классе по 3 разряда, единица каждого разряда в 10 раз больше предыдущей, но в 1 классе считают и группируют единицы, а во втором классе — тысячи.

Далее изучаются числа второго класса (круглые тысячи). Начать работу можно с изображения чисел на счетах. Дети вспоминают, где на счетах откладывают единицы, десятки, сотни (т.е. единицы первого класса), а где единицы тысяч, десятки тысяч, сотни тысяч (единицы второго класса). Сначала учащиеся обозначают на счетах числа первого класса (например, 7, 97, 697, 600), а затем числа второго класса(7 000, 47 000, 547 000). Аналогичная работа может быть проведена по нумерационной таблице, но основное внимание теперь надо обратить на особенности записи чисел второго класса; три нуля на конце обозначают отсутствие единиц первого, второго и третьего разрядов, т.е. отсутствие единиц первого класса (но не отсутствие самих разрядов или класса, как говорят иногда дети).

На этом этапе рассматривается также десятичный состав чисел второго класса: «Назовите число, в котором 3 сотни тысяч и 5 десятков тысяч. Сколько единиц каждого разряда в числе 782 тысячи?

В результате выполнения таких упражнений учащиеся придут к обобщению: числа второго класса образуются из тысяч точно так же, как числа первого класса из единиц; при чтении чисел второго класса добавляют слово «тысячи», а на письме пишут в классе тысяч, т.е. пишут цифрами на четвертом, пятом и шестом местах, считая справа налево.

На следующем этапе приступают к изучению нумерации многозначных чисел, состоящих из единиц первого и второго класса. Первые упражнения можно провести, используя нумерационную таблицу. Например, на нумерацию тысяч число 438 000. После выяснения значения трех нулей в записи этого числа к нему прибавляют число первого класса (127). Карточки с цифрами, обозначающими число первого класса, помещаются прямо на нули в записи числа второго класса. Это дает возможность наглядно иллюстрировать затем запись чисел с нулями (438 107, 438 120, 438 007). Аналогично рассматривается еще несколько многозначных чисел. Обратить внимание детей, что при записи чисел полезно отделять классы небольшим промежутком.

Далее учащиеся не только учатся записывать и читать многозначные числа в пределах миллиона, но и более подробно останавливаются на десятичном составе чисел, а также на их натуральной последовательности. Все эти вопросы рассматриваются во взаимосвязи. Например, названное учителем число 600 040 дети разбирают по составу «В этом числе 600 единиц второго класса и 40 единиц первого класса», объясняют запись и записывают «Пишу сначала 600 тысяч, так как отсутствуют сотни, на их месте пишу нуль, а затем пишу число 40». Полезно установить место этого числа в ряду чисел, т.е. называть число, которое при счете предшествует ему и которое следует за ним.

На следующем этапе переходят к закреплению знаний и умений учащихся.

Увеличение и уменьшение числа в 10, 100, 1 000 раз основывается на применении имеющихся у детей знаний о поместном значении цифр при записи чисел. Учитель организует наблюдения детей за изменением значения цифры при перемещении ее в записи числа, которое происходит, если приписать к числу или отбросить один, два, три нуля (5 и 50).

На следующем этапе работы, учащиеся знакомятся с нумерацией семи-, девятизначных чисел, что дается также в основном с целью закрепления и обобщения знаний о десятичной системе счисления и натуральном ряде чисел. Работа над этими числами строится по такому же плану, как и над четырех-, шестизначными числами.

На уроках по нумерации многозначных чисел важно использовать числовой материал, взятый из жизни, характеризующий развитие нашей страны, интересные числовые данные о животных и растениях и т.п. Большое воспитательное значение имеет сбор числового материала самими детьми. Расширить и углубить знания по нумерации можно на внеклассных занятиях (например, на тему «Как считали люди в далеком прошлом», «Числа-великаны» и др.).

Заканчивая работу над темой, целесообразно систематизировать знания детей по нумерации. С этой целью можно предложить учащимся охарактеризовать какое-либо данное многозначное число (например, 9 409). Обобщая ответы детей, учитель формулирует ряд заданий, которые следует написать либо на карточках каждому ученику, либо дать на большом плакате как общеклассное пособие. «Схема разбора числа» может иметь следующие задания.

1. Прочитайте число (9 409).
2. Назовите число единиц каждого разряда и каждого класса.
3. Назовите общее число единиц каждого разряда (9 409 единиц, 940 десятков, 94 сотни, 9 тысяч).
4. Замените число суммой разрядных слагаемых.
5. Назовите число, предшествующее при счете данному, и число, следующее при счете за данным.
6. Назовите наименьшее и наибольшее числа, которые имеют столько же разрядов, что и данное число (1 000, 9 999).
7. Укажите, сколько всего цифр понадобилось для записи данного числа и сколько среди них различных (всего 4 цифры, различных 3).
8. Используя все цифры данного числа, запишите наименьшее и наибольшее числа (4 099, 9 940).

Учащиеся читают задание по таблице вслух или про себя и выполняют его устно или письменно. Можно иногда предлагать не все, а часть заданий. «Схема разбора числа» помогает закреплять знания детей по основным разделам нумерации.

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

Лекция 8
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ В КОНЦЕНТРЕ «ДЕСЯТОК»

Сложение и вычитание в пределах 10

При изучении темы «Сложение и вычитание в пределах 10» необходимо обеспечить усвоение детьми рациональных вычислительных приемов сложения и вычитания в пределах первого десятка; сформировать прочные вычислительные навыки; добиться запоминания наизусть результатов сложения и вычитания, а также состава чисел из слагаемых. Кроме этого, учащиеся должны научиться решать простые задачи на сложение и вычитание различных видов (нахождение суммы, остатка, увеличение и уменьшение числа на несколько единиц, разностное сравнение, нахождение неизвестного слагаемого).

Изучение сложения и вычитания в пределах 10. Работу над этими действиями можно провести по такому плану:

I. Подготовительный этап: раскрытие смысла действий сложения и вычитания, запись и чтение примеров, случаи прибавить и вычесть 1, где результаты находятся на основе знания образования натуральной последовательности чисел.

II. Изучение приемов присчитывания и отсчитывания по одному и группами для случаев прибавить и вычесть 2, 3, 4.

III. Изучение приема перестановки слагаемых для случаев: прибавить 5, 6, 7, 8, 9. Таблица сложения и состава чисел из слагаемых.

IV. Изучение приема вычитания на основе связи сложения и вычитания для случаев вычесть 5, 6, 7, 8, 9.

Подготовительная работа к изучению сложения и вычитания начинается с первых уроков рассмотрения нумерации. При этом наряду со случаями по образованию чисел в натуральной последовательности ($a \pm 1$), как уже отмечалось, рассматриваются и другие случаи сложения и вычитания. Выполняя многократно операции над множествами при нахождении результатов этих действий, а также при решении задач, учащиеся уясняют, что операции объединения соответствует действие сложения, а операции удаления части множества — действие вычитания. Кроме того, обращается внимание детей на то, что, когда прибавляют, становится больше, чем было; когда вычитают, становится меньше.

К концу изучения нумерации учащиеся должны прочно усвоить способы образования любого числа первого десятка присчитыванием и отсчитыванием единицы и, используя этот прием (а не пересчитывание), свободно выполнять сложение и вычитание с единицей. Постепенно дети обобщают свои наблюдения и формулируют выводы: прибавить 1 к числу — значит назвать следующее за ним число; вычесть 1 из числа — значит назвать предшествующее ему число. На специально отведенном уроке приводят в систему все изученные случаи, под руководством учителя дети составляют таблицы «прибавить 1» и «вычесть 1» и затем заучивают их наизусть.

На втором этапе рассматривают случаи сложения и вычитания вида: $a \pm 2$, $a \pm 3$, и $a \pm 4$, результаты которых находятся присчитыванием или отсчитыванием.

Чтобы подчеркнуть, с одной стороны, сходство вычислительных приемов, а с другой стороны, противоположный характер действий сложения и вычитания, случаи «прибавить 2» и «вычесть 2» так же, как позднее случаи «прибавить 3» и «вычесть 3», затем «прибавить 4» и «вычесть 4», изучаются одновременно в сопоставлении друг с другом.

Работа над вычислительными навыками строится по такому плану:

1) знакомство с приемами сложения и вычитания.

2) упражнения в применении этих приемов и овладении вычислительными умениями;

3) составление таблиц и заучивание их, овладение вычислительными навыками.

Рассмотрим методику ознакомлений вычислительным приемом «прибавить и вычесть 2».

На подготовительном этапе (за 1–2 урока до изучения темы) рекомендуется научить детей решать примеры в два действия вида: 6+1+1, 9–1–1, чтобы дети закрепили умения прибавлять и вычитать единицу и накопили наблюдения: если прибавим (вычтем) 1 и еще 1, то всего прибавим (вычтем) 2. Вначале решение таких примеров иллюстрируют действиями с предметами, например: «Положите 4 синих квадрата, придвиньте 1 желтый квадрат. Сколько квадратов получилось? Придвиньте еще 1 желтый квадрат. Сколько квадратов получилось?»

Запишите пример: 4+1+1; объясните, как решаем такой пример (к 4 прибавить 1, получится 5; к 5 прибавить 1, получится 6). Так же рассматривается пример 7–1–1.

На уроке по ознакомлению с новыми приемами вычислений вначале также выполняют несколько подготовительных упражнений: дети решают примеры (8+1+1, 9–1–1 и т.п.) с пояснением каждого примера. Учитель ставит вопрос: «Если прибавили 1 и еще 1, то сколько всего прибавили (если вычли 1 и еще 1, то сколько всего вычли)?» Затем приступают к рассмотрению приема прибавления и вычитания числа 2.

Завершающим моментом в работе над каждым из приемов а ± 2, а ± 3, а ± 4 является составление и заучивание таблиц. Часть каждой таблицы составляется коллективно под руководством учителя, часть — самостоятельно. Одновременно с таблицами сложения и вычитания полезно составить таблицу состава чисел из слагаемых, например:

2+2=4

3+2=5

4+2=6

...

8+2=10 и т.д.

На этом этапе изучения сложения и вычитания учащиеся знакомятся с терминами: сложение, вычитание, слагаемое, сумма, а позднее с терминами — уменьшаемое, вычитаемое, разность. Сначала эти термины употребляет учитель (например, когда диктует примеры детям для устного счета), однако надо детей всемерно побуждать к употреблению этих новых слов, предлагая им читать примеры по-разному (при проверке самостоятельной работы), заполнять таблицы вида:

Слагаемое	7	5	3	2
Слагаемое	3	3	3	3
Сумма				

Полезно проследить попутно, как изменяется сумма (разность) — увеличивается или уменьшается и при каких условиях это происходит. Такие наблюдения будут служить конкретной базой для изучения в III классе вопроса об изменении результатов сложения и вычитания в зависимости от изменения одного из компонентов.

На следующем, третьем этапе изучают прием сложения для случаев «прибавить 5, 6, 7, 8, 9». При сложении в пределах 10 в этих примерах второе слагаемое больше первого (1+9, 2+7, 3+5, 4+6 и т.п.). Если при вычислениях применить перестановку слагаемых, то все эти случаи сведутся к ранее изученным вида: а+1, а+2, а+3, а+4. Чтобы применение приема перестановки было осознано детьми, целесообразно вначале раскрыть им суть переместительного свойства сложения.

Переместительное свойство сложения. В начальном курсе учащиеся знакомятся с коммутативностью сложения, называя её «переместительным свойством сложения». Для его разъяснения могут быть использованы действия с предметными множествами, сравнение числовых равенств, в которых переставлены слагаемые, сравнение суммы длин одинаковых отрезков.

При формировании у детей представлений о смысле сложения полезно предлагать им такие ситуации для предметных действий, при выполнении которых они сами подмечают закономерность, связанную с переместительным свойством сложения.

Например: «на одной тарелке 4 яблока, на другой — 3»; «сколько яблок на обеих тарелках?»; «на одной тарелке 3 яблока, на другой — 4»; «сколько яблок на обеих тарелках?».

Ученики выполняют схематический рисунок и записывают равенство, подсчитав количество яблок на двух тарелках.

○○○○ ••• $4+3=7$

•••• ○○○ $3+4=7$

Сравнивая рисунки и математические записи, дети подмечают, что количество яблок на двух тарелках не изменилось.

Свойство перестановки слагаемых (переместительное свойство сложении) используется в 1 классе при знакомстве с вычислительными приемами вида $a+5$, $a+6$, $a+7$, $a+8$ и $a+9$

В этих случаях второе слагаемое больше первого (поскольку рассматриваются случаи сложения в пределах 10). Применение при вычислениях перестановки слагаемых позволяет свести все эти случаи к ранее изученному материалу.

Например: $2+8=8+2=10$.

Перестановка слагаемых может рассматриваться как прием вычислений.

Этот вычислительный прием облегчает вычислительную деятельность и является общим приемом вычислений при сложении любых чисел.

Например: 12+346=346+12=358

На четвертом этапе изучается прием вычитания, основанный на связи сложения и вычитания для нахождения результатов в случаях «вычесть 5, 6, 7, 8, 9». Чтобы решить, скажем, пример 10−8, надо заменить число 10 суммой чисел 8 и 2 и вычесть из нее одно слагаемое — 8, получим другое слагаемое — 2. Для использования такого приема надо знать состав чисел из слагаемых, а также знать, как связаны между собой сумма и слагаемые. Подготовка к усвоению взаимосвязи между компонентами и результатом действия сложения проводится с самого начала работы над сложением и вычитанием. С этой целью предусматриваются специальные упражнения: по данному рисунку (1 большой мяч и 2 маленьких мяча) составить примеры на сложение и вычитание или же по одному и тому же рисунку составить задачу на сложение и задачу на вычитание; решить и сравнить пары примеров вида: 4+3 и 7−3.

Ознакомлению со взаимосвязью между компонентами и результатом действия сложения отводится специальный урок. Работу над новым материалом можно провести так.

— Положите на парту 5 красных и 4 синих кружка. Сколько всего кружков положили? (К 5 прибавить 4, получится 9 (записывают).)

— Прочитайте пример, называя числа при сложении. (Первое слагаемое 5, второе 4, сумма 9.)

— Отодвиньте в сторону 4 синих кружка. Сколько кружков у вас осталось? Как узнали? (Из 9 вычесть 4, получится 5 (записывают).)

— Прочитайте этот пример, называя числа так, как они назывались в первом примере. (Из суммы 9 вычли второе слагаемое 4, получили первое слагаемое 5.)

Аналогично рассматривают случай 9−5=4. Подобных упражнений надо выполнить достаточное количество, чтобы на основе своих наблюдений дети смогли сами сделать вывод: если из суммы вычесть первое слагаемое, получится второе слагаемое; если из суммы вычесть второе слагаемое, получится первое слагаемое.

Для закрепления знаний взаимосвязи между суммой и слагаемыми учащиеся выполняют такие упражнения: по данному примеру на сложение составляют два примера на вычитание и решают их (2+4=6, 6−4=, 6−2=2), с тремя данными числами составляют и решают четыре примера (4+5, 5+4, 9−4, 9−5), находят неизвестное число в уравнениях вида: $x+2=5$, $4+x=10$.

Знание взаимосвязи между компонентами и результатом действия сложения используется для нахождения результатов вычитания (случаи «вычесть 5, 6, 7, 8, 9»). На уроке, посвященном ознакомлению детей с этим приемом вычитания, прежде всего, повторяют состав чисел 6, 7, 8 и др., а также закрепляют знание изученной взаимосвязи.

Формирование понятий о числе нуль

В процессе изучения сложения и вычитания продолжается формирование понятия о числе нуль. В начале изучения действий включают такие случаи вычитания, когда вычитаемое равно уменьшаемому (2−2, 3−3 и т.д.). Опираясь на операции над множествами, на решение задач вида а−а (У девочки было 2 тетради, она отдала учителю 2 тетради. Сколько тетрадей осталось у девочки?), учащиеся постепенно усваивают понятие о числе нуль как характеристике численности пустого множества. В конце работы над темой «Десяток» включаются случаи сложения и вычитания с нулем: 8+0, 6−0. Решение таких примеров выполняется на данном этапе на основе соответствующих иллюстраций.

Заканчивается работа над «Десятком» повторением и закреплением изученного материала. Наибольшее значение приобретает в это время выработка беглости вычислений, поэтому на каждом уроке включаются разнообразные тренировочные упражнения, упражнения занимательного характера и игры.

Проверка действий сложения и вычитания.

После изучения действия сложения и вычитания дети знакомятся с правилами проверки результатов действий сложения и вычитания.

Сложение можно проверить вычитанием: 37+6=43. Проверка: 43−6=37.

Из суммы вычли одно слагаемое, получили другое слагаемое. Значит, сложение выполнено верно.

Данное правило применимо к проверке действия сложения в любом концентре.

Вычитание можно проверить сложением: 73−5=68. Проверка: 68+5=763.

К разности прибавили вычитаемое, получили уменьшаемое. Значит, вычитание выполнено верно.

Данное правило также применимо к проверке действия вычитания с любыми числами.

Также дети знакомятся с правилами взаимосвязи компонентов сложения и вычитания, которые являются обобщением представлений ребенка о способах проверки сложения и вычитания:

Если из суммы вычесть одно слагаемое, то получится другое слагаемое.

Если сложить разность и вычитаемое, то получится уменьшаемое.

Если из уменьшаемого вычесть разность, то получится вычитаемое.

Так как в начальной школе уравнения решаются с опорой на правило нахождения соответствующего неизвестного компонента равенства, учащиеся при решении уравнений, опираются на данные правила.

Например:

Решите уравнение $27-x=18$.

В уравнении неизвестно вычитаемое. Чтобы найти неизвестное вычитаемое, нужно из уменьшаемого вычесть разность: $x=37-18$, $x=9$.

Лекция 9
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ В КОНЦЕНТРЕ «СОТНЯ»

Сложение и вычитание в пределах 100

Основными задачами изучения темы «Сложение и вычитание в пределах 100» являются:

1. Знакомство с вычислительными приемами и формирование умения применять их при сложении и вычитании в пределах 100.
2. Закрепление навыков табличного сложения и вычитания в пределах 10.
3. Формирование навыков табличного сложения чисел в пределах 20.
4. Усвоение связи между компонентами и результатом действия вычитания.

Основой вычислительных приемов сложения и вычитания в пределах 100 является знание разрядного состава двузначного числа и умение представлять его в виде суммы разрядных слагаемых, знание свойств арифметических действий и навыки табличного сложения и вычитания чисел в пределах 10.

Сложение и вычитание круглых десятков

Сложение и вычитание круглых десятков (двузначных разрядных чисел) сводится к сложению и вычитанию однозначных чисел, которые выражают число десятков. Например, чтобы к 50 прибавить 30, достаточно к 5 десяткам прибавить 3 десятка, получится 8 десятков, или 80, а чтобы из 50 вычесть 30, достаточно из 5 десятков вычесть 3 десятка, получится 2 десятка, или 20. Объяснение решения двух-трех примеров сопровождается иллюстрацией и такой записью:

<u>70+20</u>	<u>60−40</u>
7 дес.+2 дес.=9 дес.	6 дес.−4 дес.=2 дес.
70+20=90	60−40=20

На последующих двух-трех уроках, ученики проговаривают объяснение вслух, а затем про себя. В результате упражнений у учащихся постепенно вырабатывается навык.

Свойство прибавления числа к сумме

Изучение каждого свойства строится примерно по одному плану:

1) используя наглядные пособия, надо раскрыть суть самого свойства;

2) научить детей применять его при выполнении различных упражнений учебного характера;

3) научить, пользуясь знанием свойства, находить рациональные приемы вычислений с учетом особенностей каждого конкретного случая.

Рассмотрим, как можно провести ознакомление детей со свойством прибавления числа к сумме.

Раскрывая суть свойства, надо показать детям, что число к сумме можно прибавлять различными способами:

1) вычислить сумму и к полученному результату прибавить число

$$(5+3)+2=8+2=10;$$

2) прибавить число к первому слагаемому и к полученному результату прибавить второе слагаемое

$$(5+3)+2=(5+2)+3=7+3=10;$$

3) прибавить число ко второму слагаемому и полученный результат сложить с первым слагаемым

$$(5+3)+2=(3+2)+5=5+5=10.$$

В таком же плане проходит работа и над другими свойствами. Однако по мере рассмотрения новых свойств увеличивается доля самостоятельного участия детей в «открытии» различных способов нахождения результата.

Усвоение свойств, которые дети формулируют в виде правил (и называют правилами), происходит в результате их применения при выполнении специальных упражнений. Это нахождение значений данных выражений разными способами и наиболее удобным способом, преобразование выражений, решение задач различными способами и др.

Как только будет усвоено свойство, можно переходить к изучению вычислительных приемов, основанных на соответствующем свойстве.

Методика работы над каждым вычислительным приемом строится примерно по одному плану: сначала ведется подготовка к ознакомлению с приемом, затем вводится прием и далее выполняются упражнения, направленные на формирование умения применять прием в разных конкретных условиях и на формирование вычислительного навыка.

Рассмотрим, как можно провести работу над приемами для случаев: 46+20 и 46+2, которые вводятся после усвоения учащимися свойства прибавления числа к сумме.

Запись: 46+20=(40+6)+20=(40+20)+6=66.

Постепенно дети овладевают указанной последовательностью операций: выполняют и называют их самостоятельно. Это обеспечивает в дальнейшем самостоятельное нахождение учащимися новых вычислительных приемов.

Подробное объяснение решения, которое дают учащиеся, надо постепенно сокращать. Например, уже на втором уроке наряду с подробным объяснением и развернутой записью дети объясняют решение примера 56+30 следующим образом: 56 — это 50 и 6, прибавлю 30 к 50, получится 80, да еще 6, получится 86. В дальнейшем объяснение еще сокращается: 50 и 30 — это 80, да 6, всего 86. Однако время от времени надо требовать подробного объяснения, иногда с развернутой записью, чтобы дети в случае затруднений всегда могли воспроизвести всю последовательность операций.

На последующих уроках рассматриваются случаи: 27+3 и 6+42, которые принципиально не отличаются от ранее рассмотренных, поэтому ученики сами дают объяснение. В первом случае — сумма единиц составляет десяток, его надо прибавить к десяткам; во втором случае надо слагаемые переставить местами (этот прием уже известен детям).

Как только будет усвоен вычислительный прием, необходимо проводить специальную работу по формированию вычислительных навыков. Навык вырабатывается в результате тренировки, поэтому на каждом уроке должны включаться примеры как для устной, так и для письменной работы.

Свойство вычитания числа из суммы

Одновременно с работой над формированием вычислительных навыков для рассмотренных случаев изучается свойство вычитания числа из суммы по такой же методике, как и свойство прибавления числа к сумме. Как только учащиеся усвоят его, вводятся сначала одновременно приемы для случаев: 57−30 и 57−3, а несколько позднее — прием для случая 60−3.

В качестве подготовки к раскрытию первых двух приемов предлагается решить наиболее удобным способом примеры вида: (60+8)−50 и (60+8)−5. Выполняя такие задания, учащиеся замечают, что здесь удобнее единицы вычитать из единиц, а десятки из десятков.

Новые приемы для случаев 57−30 и 57−3 раскрываются примерно так же, как аналогичные приемы сложения. При этом учащиеся должны под руководством учителя, но с большей долей самостоятельности дать пояснение в соответствии с ранее данным им планом.

Случай 60−3 отличается от предыдущего тем, что здесь уменьшаемое является разрядным числом и его нельзя заменить суммой его разрядных слагаемых.

Находя результат, удобнее уменьшаемое заменить суммой таких двух слагаемых, одно из которых 10. Такие слагаемые называют «удобными» (разрядные слагаемые тоже удобные). Чтобы научить детей выделять такие удобные слагаемые, предусматриваются специальные упражнения.

Во II классе после изучения свойств прибавления суммы к сумме и вычитания суммы из суммы вводятся приемы поразрядного сложения и вычитания двузначных чисел.

Умножение и деление в пределах 100

Эта тема включает ряд вопросов теории, на основе которой изучаются табличное умножение и деление, внетабличное умножение и деление, деление с остатком и особые случаи умножения и деления (с 1 и 0).

К табличному умножению относятся случаи умножения однозначных чисел на однозначные натуральные числа, результаты которых находят на основе смысла действия умножения (находят суммы одинаковых слагаемых): $8 \cdot 2$, $6 \cdot 3$.

Соответствующие этим примерам случаи деления также табличные: 16:2, 18:6.

К внетабличным случаям относят умножение и деление в пределах 100 двузначного числа на однозначное, умножение однозначного на двузначное, а также деление двузначного числа на двузначное: $12 \cdot 3$, 36:3, 36:12.

К особым случаям относят умножение и деление с числом 0, на 1.

В результате изучения умножения и деления в пределах 100 учащиеся должны усвоить: понятия о действиях умножение и деления, связь между компонентами и результатами действий умножения и деления, некоторые свойства действий; знать наизусть таблицу умножения и деления, усвоить ряд вычислительных приемов.

Сначала раскрываются соответствующие вопросы теории и на их основе изучается табличное умножение и деление, приемы умножения и деления с числом 10, внетабличное умножение и деление, деление с остатком, особые случаи табличного умножения и деления.

Табличное умножение и деление

Умножение рассматривается как нахождение суммы одинаковых слагаемых. Число, которое берется слагаемым — первый множитель; число, которое показывает, сколько одинаковых слагаемых — второй множитель. Конкретный смысл деления раскрывается путем соответствующих операций с множествами, при решении задач на деление по содержанию и на равные части.

Раскрывая конкретный смысл умножения, следует, прежде всего, расширить опыт учащихся в выполнении соответствующих операций над множествами. Предлагать задачи: 1) В 3 коробках лежат по 6 карандашей в каждой. Сколько всего карандашей в коробках? 2) В первой коробке 3 карандаша, во второй — 6, в третьей — 8. Сколько всего карандашей в коробках?

Подобные задачи полезно иллюстрировать предметами и рисунками, предлагать по данным рисункам составить задачи (примеры) на сложение.

Во 2 классе сумма одинаковых слагаемых заменяется произведением ($6+6+6=18$, $6 \cdot 3=18$). Выполняя эту операцию, дети знакомятся с действием умножения, знаком и записью умножения, устанавливают роль множителей.

Конкретный смысл деления раскрывается в процессе решения задач сначала на деление по содержанию, а потом на равные части.

1. Учительница раздала ученикам 12 тетрадей, по 3 тетради каждому. Сколько учеников получили тетради?

2. Марат разложил 12 карандашей в 4 коробки поровну. Сколько карандашей в каждой коробке?

В связи с этим учащиеся должны уметь выполнять по условию задачи операции над множествами;

понимать, что этим операциям соответствует действие деления; научиться записывать решение задач с помощью этого действия.

Учащиеся знакомятся с названиями компонентов и результатом действий умножения и деления: первый множитель, второй множитель, произведение, делимое, делитель, частное. Узнают, что «произведение», «частное» обозначают не только результат действия, но и соответствующее выражение 40 • 3.

Далее раскрывается переместительное свойство умножения. Знать это правило важно для усвоения действий умножения, а также знание этого свойства дает возможность почти вдвое сократить число случаев, которые необходимо запомнить наизусть.

Переместительное свойство умножения учащиеся могут «отрыть» сами — *от перестановки множителей произведение не изменяется.*

Выполнение упражнений: 7 • 6=42, 6 • 7=..., сравните выражения и поставьте вместо звездочек знак «>» «<» или «=»: 6 • 3 ... 3 • 6, вставьте вместо звездочек пропущенный знак действия: 7 • 2=2 • 7, вставьте пропущенное число: 2 • 3=3...

Переместительное свойство умножения записывается в общем виде с помощью букв: a • b=b • a.

Чтобы создать лучшие условия для изучения табличных случаев умножения и деления, раскрывается связь между компонентами и результатом действия умножения, а также обобщаются два вида деления. Опираясь на эти знания, учащиеся могут на основе каждого случая умножения получить соответствующие случаи деления: 7 • 3=21, то 21:7=3 и 21:3=7.

В связи с тем, что конкретный смысл действия деления раскрывался путем решения простых задач на деление по содержанию и на равные части, у учащихся может возникнуть неверное представление о действии деления: как будто существуют два различных действия деления. Поэтому очень важно показать детям, что независимо от того, делим ли по содержанию или на равные части, получим одинаковые частные, если делим одни и те же числа.

К обобщению двух видов деления учащиеся подводятся путем сравнения решений пар простых задач с одинаковыми числовыми данными на деление по содержанию и на деление на равные части. Например, предлагается решить такую пару задач:

1) 12 книг расставили на 4 полки поровну. Сколько книг на каждой полке?

2) 12 книг расставили на полки по 4 книги. Сколько потребовалось полок?

После записи решения и ответа каждой задачи устанавливается сходное и различное в задачах, решениях и ответах. Особое внимание обращается на одинаковые данные числа (12 и 4) и на одинаковые числа в ответах (3). После выполнения нескольких аналогичных упражнений ученики уясняют, что в обоих случаях при равных делимых и равных делителях получаются равные частные.

На этом же этапе изучаются приемы для случаев умножения и деления с числами 1 и 10. Раскрывая приемы, учащиеся будут применять только что полученные знания, а следовательно, лучше усвоят их. Кроме того, они овладеют рядом приемов, на основе которых будут быстро находить результаты, поэтому отпадает необходимость в заучивании этих результатов.

Сначала рассматривается случай умножения единицы на числа, большие единицы. Учащиеся решают ряд примеров, находят результат сложением: $1 \cdot 2=1+1=2$; $1 \cdot 3=1+1+1=3$ и т.д. Затем, сравнив в каждом случае результат с множителями, они приходят к выводу: при умножении единицы на любое число получается то число, на которое умножали. В дальнейшем аналогичные примеры решаются на основании этого правила.

Затем вводится правило умножения на 1: при умножении любого числа на 1 получается то число, которое умножали, например: $4 \cdot 1=4$, $12 \cdot 1=12$, $a \cdot 1=a$. Здесь невозможно использовать прием замены произведения суммой, на этом же основании нельзя опираться и на перестановку множителей. Поэтому надо просто сообщить детям это правило и в дальнейшем использовать его в вычислениях.

Деление на число, равное делимому (3:3=1), раскрывается на основе конкретного смысла деления: если, например, 3 карандаша разложить в 3 коробки поровну, то в каждой коробке окажется по одному карандашу. Рассуждая таким образом, ученики решают несколько аналогичных примеров: 4:4=1, 6:6=1 и т. п. При этом замечают, что при делении на число, равное делимому, в частном получается 1.

Деление на 1 вводится на основе связи между компонентами и результатом действия умножения; зная, что $1 \cdot 4 = 4$, найдем, что 4:1=4. Решив таким образом ряд примеров и сравнив их между собой, ученики делают вывод; при делении любого числа на единицу в частном получается это же число. Этим выводом они пользуются в дальнейшем при вычислениях.

При умножении 10 на однозначные числа ученики пользуются приемом: чтобы умножить 10 на 2, можно 1 десяток умножить на 2, получится 2 десятка, или 20. Умножая на 10, дети используют переместительное свойство умножения: чтобы 2 умножить на 10, можно 10 умножить на 2, получится 2 десятка, или 20. При делении используется знание связи между компонентами и результатом действия умножения: чтобы 20 разделить на 10, надо подобрать такое число, при умножении которого на 10 получится 20 — это 2; значит, 20:10 = 2. Так же находим, что 20:2 =10.

Знания о действиях умножения и деления, а также умения, полученные учащимися на первом этапе, являются основой изучения на втором этапе табличных случаев умножения и соответствующих случаев деления.

Табличное умножение и деление изучается совместно, т.е. из каждого случая умножения получают соответствующие случаи деления: если $5 \cdot 3=15$, то 15:5=3 и 15:3=5. Основой для этого служит знание учащимися связи между компонентами и результатом действия умножения.

Сначала рассматриваются все табличные случаи умножения и деления с числом 2, затем 3, 4 и т. д.

Табличные случаи умножения и деления с каждым числом изучаются примерно по одному плану.

После изучения всех таблиц умножения рассматриваются случаи умножения и деления с нулем.

Сначала вводится случай умножения нуля на любое число ($0 \cdot 5$, $0 \cdot 2$, $0 \cdot 7$). Результат учащиеся находят сложением ($0 \cdot 2=0+0=0$, $0 \cdot 3=0+0+0=0$). Решив ряд аналогичных примеров, ученики замечают, что при умножении нуля на любое число получается нуль. Этим правилом они в дальнейшем и руководствуются.

Если второй множитель равен нулю, то результат нельзя найти сложением, нельзя использовать и перестановку множителей, так как это новая область чисел, в которой переместительное свойство умножения не раскрывалось. Поэтому второе правило: «Произведение любого числа на нуль считают равным нулю» — учитель просто сообщает детям.

Затем оба эти правила применяются при выполнении различных упражнений на вычисления.

Деление нуля на любое число, не равное нулю (0:6), рассматривается на основе связи между компонентами и результатом умножения. Ученики рассуждают так: чтобы 0 разделить на 6, надо найти число, при умножении которого на 6 получится 0. Это нуль, так как $0 \cdot 6=0$. Значит, 0:6=0. В результате решения ряда аналогичных примеров ученики замечают, что при делении нуля на любое число, не равное нулю, частное равно нулю. В дальнейшем учащиеся пользуются этим правилом.

Как известно, делить на нуль нельзя. Этот факт сообщается детям и поясняется на примере: нельзя 8 разделить на 0, так как нет такого числа, при умножении которого на нуль получится 8.

Внетабличное умножение и деление

Случаи внетабличного умножения и деления изучаются в следующем порядке. Сначала рассматриваются *правила умножения числа на сумму и суммы на число.* Затем изучается умножение и деление чисел, оканчивающихся нулем, вводится умножение двузначного числа на однозначное и умножение однозначного числа на двузначное. Далее вводится правило деления суммы на число, на основе которого раскрывается прием деления двузначного числа на однозначное. Наконец, рассматривается деление двузначного числа на двузначное. При изучении этой темы вводится проверка умножения и деления.

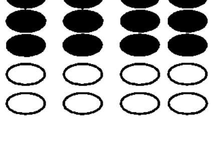
Рассмотрим сначала методику работы над свойствами произведения и частного, а затем перейдем к изложению методики изучения вычислительных приемов.

Методика изучения свойств умножения и деления суммы на число и умножения числа на сумму сходна с той, которая уже использовалась в I классе при раскрытии свойств прибавления числа к сумме, вычитания числа из суммы и др. Сначала проводится подготовительная работа, далее ученики знакомятся со свойством, после чего применяют его при выполнении различных упражнений. Позднее, пользуясь свойством, раскрывают приемы внетабличного умножения и деления.

Подготовкой к изучению свойства умножения числа на сумму будет хорошее знание конкретного смысла действия умножения и правил о порядке выполнения арифметических действий в выражениях без скобок.

При знакомстве со свойством умножения числа на сумму можно использовать такой прием. Учащиеся читают выражение $4 \cdot (3+2)$ и вычисляют его значение уже известным способом: $4 \cdot (3+2)=4 \cdot 5=20$.

Этот способ полезно еще раз пояснить с помощью рисунка:



Пользуясь этим же рисунком, ученики могут отыскать и другой способ: сначала узнаем, сколько черных кружков (4 • 3), потом сколько белых кружков (4−2), наконец, сколько всего кружков (4−3+4 • 2) Запись: 4 • (3+2)=4 • 3+4 • 2=20. В этом случае умножили число на каждое слагаемое и полученные результаты сложили. Сравнив полученные результаты при решении примера разными способами, учащиеся замечают, что они одинаковые. Далее ученики решают двумя способами примеры вида: 8 • (2+4), 10 • (6+4) и убеждаются, что каждый раз получаются одинаковые результаты. На этом основании они делают вывод, что умножать число на сумму можно разными способами, получая одинаковые результаты: можно вычислить сумму и умножить число на полученный результат, а можно умножить число на каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

Аналогично вводятся другие свойства — умножение суммы на число и деление суммы на число.

Усвоение правил умножения числа на сумму, умножения и деления суммы на число вплотную подводит учащихся к раскрытию приемов внетабличного умножения и деления.

Сначала вводятся *приемы для случаев умножения и деления чисел, оканчивающихся нулем*. Решение таких примеров сводится к умножению и делению однозначных чисел, выражающих число десятков. Например:

20 • 3	80:4
2 дес. • 3=6 дес.	8 дес.:4 дес.
20 • 3=60	80:4=20

При умножении однозначных чисел на круглые двузначные числа используется прием перестановки множителей (4 • 20=20 • 4).

Деление круглых двузначных чисел, на круглые двузначные выполняется способом подбора частного на основе связи между компонентами и результатом умножения. Например, чтобы 60 разделить на

20, надо подобрать такое число, при умножении которого на 20 получится 60. Сначала пробуем: 2 — мало, 3 — подходит, так как $20 \cdot 3=60$. Значит, $60:20=3$.

После изучения свойства умножения числа на сумму и суммы на число вводятся приемы, основанные на этих свойствах. *Приём умножения двузначного числа на однозначное* не требует особых разъяснений. Учащиеся могут самостоятельно отыскать способ решения новых примеров: $12 \cdot 4$, $12 \cdot 3$ — или же самостоятельно объяснить ход решения нового примера по развернутой записи его решения:

$12 \cdot 3=(10+2) \cdot 3=10 \cdot 3+2 \cdot 3=36$.

При умножении однозначного числа на двузначное используется правило умножения числа на сумму, например: $6 \cdot 12=6 \cdot (10+2)=6 \cdot 10+6 \cdot 2=72$. Можно использовать и переместительное свойство умножения: $6 \cdot 12=12 \cdot 6=72$.

Полезно сопоставить умножение двузначного числа на однозначное и умножение однозначного на двузначное, обратив внимание учащихся на большое сходство этих случаев умножения. Целесообразно также сравнить приемы умножения и сложения, например:

$3 \cdot 14=3 \cdot (10+4)=3 \cdot 10+3 \cdot 4=42$

$30+14=30+(10+4)=30+10+4=44$

При делении двузначного числа на однозначное пользуются правилом деления суммы на число. Этот случай внетабличного деления усваивается учащимися труднее, чем умножение двузначного числа на однозначное. При делении двузначного числа на однозначное встречаются разные группы примеров:

1) $46:2=(40+6):2=40:2+6:2=20+3=23$
2) $50:2=(40+10):2=40:2 +10:2=20+5=25$
3) $72:6=(60+12):6=60:6+12:6=10+2=12$

В первом примере (46:2) приходится делимое заменять суммой разрядных слагаемых (40+6), во втором (50:2) — суммой удобных слагаемых, которыми будут круглые числа (40+10), в третьем (72:6) — суммой двух чисел, одно из которых — круглое число, а другое — двузначное (60+12). Во всех примерах данные слагаемые будут удобными в том смысле, что при делении их на данный делитель получаются разрядные слагаемые частного. Именно нахождение удобных слагаемых часто затрудняет учащихся.

В целях подготовки к раскрытию нового приема полезно предлагать такие упражнения: выделять круглые числа до 100, которые учащиеся уже умеют делить на 2 (10, 20, 40, 60, 80), на 3 (30, 60, 90), на 4 (40, 80) и т. д.; представлять разными способами числа в виде суммы двух слагаемых, каждое из которых делится на данное число без остатка: например, 24 можно заменить такой суммой, каждое слагаемое которой делится на 2:20+4, 12+12, 10+14 и т.д.; решать разными способами примеры вида: (18+45):9.

После подготовительной работы сначала рассматриваются примеры первой группы, при решении которых приходится делимое заменять суммой разрядных слагаемых, например; 36:3=(30+6):3=30:3+6:3=12. Этот материал для детей является легким, а поэтому они могут сами установить способ решения новых примеров или дать объяснение по развернутой записи их решения.

Затем изучаются примеры второй группы, при решении которых приходится делимое заменять суммой удобных слагаемых, например:

30:2=(20+10):2=20:2+10:2=15

78:6=(60+18):6=60:6+18:6=13

Здесь подобрать удобные слагаемые труднее, чем в примерах первой группы. Поэтому следует уделить большое внимание замене делимого суммой удобных слагаемых и выбору самого удобного способа, Так, пример 42:3 может быть решен разными способами:

42:3=(30+12):3=30:3+12:3=14

42:3=(27+15):3=27:3+15:3=14

42:3=(24+18):3=24:3+18:3=14

42:3=(36+6):3=36:3+6:3=14 и др.

К самому удобному способу здесь надо отнести первый способ, так как при делении удобных слагаемых (30 и 12) получаются разрядные слагаемые частного (10+4=14).

Особенно трудными для учащихся являются примеры вида: 96:4. В таких случаях целесообразно заменить делимое суммой таких удобных слагаемых, первое из которых выражает наибольшее число десятков, делящееся на делитель: 96:4=(80+16):4.

К внетабличному делению относится также *деление двухзначного числа на двузначное*. В этом случае, как и при делении на круглые десятки, используется способ подбора частного, который основан на связи между компонентами и результатами действия умножения: подбирают частное, а затем его проверяют умножением. Так, при решении примера 81:27 ставится вопрос: на какое число нужно умножить 27, чтобы получить 81? (На число 3.) Значит, 81:27=3.

При делении двузначного числа на двузначное следует показать детям некоторые приемы подбора частного. Учащиеся сначала находят частное, подбирая числа по порядку: 2, 3, 4 и т.д. Постепенно число проб будет сокращаться, если учитель будет учить детей подбирать частное. При делении 90 на 15 после первой пробы (15 · 2=30) полезно сравнить числа 30 и 90. (Если 2 раза взять по 15, то получится 30, а нам нужно, чтобы получилось 90. Сколько же раз надо взять по 15? 2 раза, еще 2 раза и еще 2 раза, а всего 6 раз. Проверим: 15 · 6=90, значит, 90:15=6.)

Для формирования навыка подбора частного большое значение имеют также упражнения тренировочного характера и знание наизусть некоторых случаев внетабличного умножения.

В процессе изучения внетабличного умножения и деления вводится *проверка умножения и деления*.

Деление ученики проверяют умножением. Пример: 54:3=18. При проверке умножают полученное частное на делитель: 18 • 3=54. Получилось делимое. Если при умножении частного на делитель не получится делимое, значит, в вычислениях допущена ошибка.

Умножение проверяется делением. Пример: 24 • 4=96. Для проверки делим произведение на второй множитель (или первый): 96:4=24, 96:24=4). Получился первый множитель (второй). Если при делении произведения на один из двух множителей не получится другой множитель, значит, в вычислениях допущена ошибка.

Эти знания учащиеся применяют в различных упражнениях: при выполнении деления (умножения) и проверки решения умножением (делением).

Деление с остатком

Деление с остатком изучается в III классе после завершения работы над внетабличными случаями умножения и деления.

Работа над делением с остатком в пределах 100 расширяет знания учащихся о действии деления, создает новые условия для применения знаний табличных результатов умножения и деления, для применения вычислительных приемов внетабличного умножения и деления, а также своевременно готовит учащихся к изучению письменных приемов деления.

Особенностью деления с остатком по сравнению с известными детям действиями является тот факт, что здесь по двум данным числам — делимому и делителю находят два числа: частное и остаток.

Поэтому при изучении деления с остатком важно опираться на этот опыт детей и вместе с тем обогатить его. Полезно начать работу с решения жизненно практических задач. Например: «15 тетрадей раздай ученикам, по 2 тетради каждому. Сколько учеников получили тетради и сколько тетрадей осталось?»

«17 карандашей разложи в три коробки поровну. Сколько карандашей оказалось в каждой коробке и сколько карандашей осталось?»

Ученики раздают, раскладывают предметы и устно отвечают на поставленные вопросы. Наряду с этими заданиями проводится работа с дидактическим материалом и с рисунками. Делим 14 кружков по 3 кружка. Сколько раз по 3 кружка содержится в 14 кружках? (4 раза.) Сколько кружков остается? (2.) Вводится запись деления с остатком: 14 : 3 = 4 (ост. 2). Ученики решают несколько аналогичных примеров и задач, используя предметы или рисунки.

«Мама принесла 11 яблок и раздала их детям, по 2 яблока каждому. Сколько детей получили эти яблоки и сколько яблок осталось?» Ученики решают задачу с помощью кружков и могут расположить их так:

OO | OO | OO | OO | OO | O

Решение и ответ задачи записываются следующим образом:

11:2=5 (ост. 1).

Ответ: 5 детей и остается 1 яблоко.

Затем раскрывается соотношение между делителем и остатком, т.е. ученики устанавливают: если при делении получается остаток, то он всегда меньше делителя. Для этого сначала решаются примеры на деление последовательных чисел на 2, затем на 3 (4, 5). Например:

12:3=4

13:3=4 (ост. 1); 14:3=4 (ост. 2); 15:3=5.

16:3=5 (ост. 1); 17:3=5 (ост. 2); 18:3=6.

Учащиеся сравнивают остаток с делителем и замечают, что при делении на 2 в остатке получается только число 1 и не может быть 2 (3, 4 и т.д.), при делении на 3 остатком может быть число 1 или 2, при делении на 4 — только числа 1, 2, 3 и т. д. Сравнив остаток и делитель, дети делают вывод, что остаток всегда меньше делителя.

Чтобы соотношение это было усвоено, целесообразно предлагать упражнения, аналогичные следующим: Какие числа могут получиться в остатке при делении на 5, 7, 10? Сколько различных остатков может быть при делении на 8, 11, 14? Какой наибольший остаток может быть получен при делении на 9, 15, 18? Может ли при делении на 7 получиться в остатке 8, 3, 10?

Для подготовки учащихся к усвоению приема деления с остатком полезно предлагать следующие задания: Какие числа от 6 до 60 делятся без остатка на 6, 7, 9? Какое ближайшее к 47 (52, 61) меньшее число делится без остатка на 8, 9?

Раскрывая общий прием деления с остатком, лучше брать примеры парами; один из них на деление без остатка, а другой на деление с остатком, но примеры должны иметь одинаковые делители и частные, например:

18:3=6

19:3=6 (ост.1)

Далее решаются примеры на деление с остатком без примера-помощника.

В III и IV классах необходимо как можно больше включать разнообразных упражнений на все изученные случаи умножения и деления.

Лекция 10
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ В КОНЦЕНТРЕ «ТЫСЯЧА»

Основная задача темы — формирование навыков устных и письменных вычислений.

В концентре «Тысяча» изучаются сначала устные, а затем письменные приемы сложения и вычитания.

Устные приемы сложения и вычитания (260+120, 570+280), так же как и в пределах 100, опираются на свойства прибавления числа к сумме, суммы к числу, суммы к сумме, а также на соответствующие случаи вычитания.

При изучении сложения и вычитания в пределах 1000 широко опираются на знания и умения детей, сформированные при изучении темы «Сотня», часто используют приемы сравнения и аналогии.

Устные приемы сложения и вычитания в пределах 1000

Изучаются одновременно и рассматриваются в следующем порядке. На подготовительном этапе рассматриваются простейшие случаи, непосредственно связанные с применением знаний по нумерации вида: а) 700+40; 820+8; 948+40; 948–8; б) 789+1; 870–1; 699+1; в) 400+200; 800–200.

На 1 этапе раскрываются случаи, где сложение выполняется на основе правила прибавления суммы к числу, а вычитание — на основе правила вычитания суммы из числа.

Приемы сложения и вычитания, непосредственно связанные с применением знаний по нумерации, служат закреплению этих знаний и рассматривается в основном при изучении нумерации. Случаи 400+200, 800 — 500 сводятся к действиям над разными числами (4 сот.+2 сот.; 8 сот.–5 сот.). Такие вычисления закрепляют знания по нумерации и подготавливают детей к изучению более сложных случаев сложения и вычитания.

На первом этапе учащиеся сначала знакомятся с приемами сложения и вычитания вида: 540+300, 540+30.

540+30	540–300
54 дес.+3 дес.=57 дес.	54 дес.–30 дес.=24 дес.
540+30=570	540–300=240

Использование этого приема подготавливает детей к изучению приемов умножения и деления в пределах 1000, а также письменных приемов этих действий над многозначными числами.

Отдельно останавливаются на случаях вида:

560+ 40, 600–40.

560+40=(500+60)+40=500+(60+40)=500+100==600;

600–40=(500+100)–40=500+(100–40)=500+60==560.

(приходится заменять уменьшаемое суммой удобных слагаемых, выделяя одну сотню из общего числа сотен).

На втором этапе рассматриваются случаи сложения и вычитания, основанные на использовании правил прибавления суммы к числу и вычитания суммы из числа.

430+210=430+ (200+10)=(430+200)+10=640

540–430=540–(400+30)=(540–400)–30=110

Письменные приемы сложения и вычитания в пределах 1000

Данные приёмы раскрываются вслед за устными приемами. Усвоение письменных приемов сложения и вычитания трехзначных чисел является условием успешного применения их к числам любой величины.

Сначала изучают письменные приемы сложения, а затем вычитания.

В письменных вычислениях используются алгоритмы письменного сложения и вычитания — определенные правила, которые строго определяют содержание и порядок выполняемых операций. Сознательное применение алгоритма требует знания разрядного состава числа, усвоения соотношения разрядных единиц, а также прочного знания табличных случаев сложения и вычитания.

Рассмотрение случаев письменного сложения и вычитания строится по принципу «от простого к сложному». Сначала алгоритм сложения применяется для случаев сложения без перехода через разряд, затем с переходом через 1 разряд, через 2 разряда. Например:

$$+\begin{array}{r} 234 \\ 425 \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 235 \\ 425 \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 237 \\ 526 \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 453 \\ 371 \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 529 \\ 299 \\ \hline \end{array}$$

Аналогичный принцип соблюдается при использовании алгоритма вычитания. Например:

$$-\begin{array}{r} 469 \\ 246 \\ \hline \end{array} \qquad -\begin{array}{r} 540 \\ 126 \\ \hline \end{array} \qquad -\begin{array}{r} 542 \\ 126 \\ \hline \end{array} \qquad -\begin{array}{r} 909 \\ 714 \\ \hline \end{array} \qquad -\begin{array}{r} 512 \\ 126 \\ \hline \end{array}$$

Алгоритм — точное предписание, правило о выполнении в определенном порядке некоторой системы операций.

Умножение и деление в пределах 100

В концентре «Тысяча» рассматривают только устные приемы умножения и деления, при этом ограничиваются следующими случаями: 1) умножение и деление круглых сотен на однозначные числа;

2) умножение круглых десятков на однозначное число и соответствующие случаи деления.

Приемы вычислений в примерах первой группы сводятся к табличному умножению и делению круглых сотен:

<u>200 · 3</u>	<u>800:4</u>
2 сот. · 3=6 сот.	8 сот.:4=2 сот.
200 · 3=600	800:4=200

Решение примеров второй группы сводится к табличному умножению и делению круглых десятков. Пояснить решение примеров можно так:

<u>60 · 7</u>	<u>240:3</u>
6 дес. · 7=42 дес.	24 дес.:3=8 дес.
60 · 7=420	240:3=80

Вычислительный прием учащиеся могут дать сами. В случае затруднений надо включать упражнения на преобразование чисел, например: «Сколько всего десятков в числах 60, 90, 120, 240»?

Для выработки вычислительных навыков устного умножения и деления включаются разнообразные тренировочные упражнения, аналогичные упражнениям для сложения и вычитания.

В результате изучения действий над числами в пределах 1 000 учащиеся должны овладеть навыками устных вычислений, а также усвоить алгоритмы письменного сложения и вычитания. Кроме того, более прочными и более обобщенными должны стать их знания об арифметических действиях (смысл действий, свойства, взаимосвязь результатов и компонентов).

Лекция 11
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ В КОНЦЕНТРЕ «МНОГОЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА»

Сложение и вычитание многозначных чисел

При изучении темы «Сложение и вычитание многозначных чисел» основными задачами учителя являются обобщить и систематизировать знания учащихся о действиях сложения и вычитания, закрепить навыки устного сложения и вычитания, выработать осознанные и прочные навыки письменных вычислений.

Сложение и вычитание многозначных чисел изучаются одновременно.

Подготовительную работу к изучению темы начинают еще при изучении нумерации многозначных чисел: повторяют устные приемы сложения и вычитания и свойства действий, на которые они опираются (8 400+600, 9 800−700, 2 000−1 700, 740 000+160 000 и т.п.); повторяют письменные приемы сложения и вычитания трехзначных чисел; сложение и вычитание разрядных чисел с пояснениями (6 сот.+7 сот. =13 сот.=1 тыс. 3 сот.).

При ознакомлении с письменным сложением и вычитанием многозначных чисел учащиеся решают примеры, где каждый последующий включает в себя предыдущий, например:

$$+\begin{array}{r}752\\246\\\hline\end{array}\quad +\begin{array}{r}4\,752\\3\,246\\\hline\end{array}\quad +\begin{array}{r}54\,752\\43\,246\\\hline\end{array}\quad -\begin{array}{r}837\\425\\\hline\end{array}\quad -\begin{array}{r}6\,837\\2\,425\\\hline\end{array}\quad -\begin{array}{r}76\,837\\52\,425\\\hline\end{array}\quad -\begin{array}{r}376\,837\\152\,425\\\hline\end{array}$$

После решения таких примеров учащиеся делают вывод, что письменное сложение и вычитание многозначных чисел выполняют так же, как и письменное сложение и вычитание трехзначных чисел.

Далее случаи сложения и вычитания вводятся с нарастающей трудностью: постепенно увеличивается число переходов через разрядную единицу; включаются случаи вычитания, когда в уменьшаемом содержатся нули; изучается сложение и вычитание именованных чисел. Знакомясь с новыми случаями, дети сначала дают подробные пояснения вычислений. После того как дети усвоят прием вычисления, переходят к сокращенным пояснениям решения. Краткие пояснения способствуют выработке навыков быстрых вычислений.

Необходимо уделить внимание случаям вычитания, в которых последовательное раздробление высшего разряда выполняется неоднократно.

$$
\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 400\ 100 \\ \underline{205\ 708} \end{array}
\end{array}
$$

Из нуля единиц не можем вычесть 8 единиц. Берем 1 сотню (точку над сотнями) и раздробляем сотню в десятки. В 1 сотне 10 десятков, берем из 10 десятков 1 десяток. Раздробляем десяток в единицы (10 единиц). Из 10 единиц вычитаем 8, получается 2 единицы. Из 9 десятков вычитаем 0 десятков, получается 9 десятков. Из нуля сотен не можем вычесть 7 сотен. Берем 1 сотню тысяч, раздробляем ее в десятки тысяч, получаем 10 десятков тысяч, из них берем 1 десяток тысяч и раздробляем его в единицы тысяч и т.д.

Позднее приводим краткое сокращенное пояснение: берем 1 сотню, из 10 вычитаем 8 получится 2; из 9 вычитаем 0, получится 9; берем 1 сотню тысяч, из 10 вычитаем 7, получится 3; из 9 вычтем 5, получится 4; из 9 вычтем 0, получится 9; из 3 вычтем 2, получится 1; разность 194 392.

Как и в других случаях, для выработки навыков вычислений необходимо включать разнообразные упражнения. Следует как можно чаще предлагать задания: решить и выполнить проверку решения примеров одним из способов или реже двумя способами. Это помогает не только закрепить знания взаимосвязей между результатами и компонентами действий, но и способствует выработке вычислительных, навыков и воспитывает привычку контролировать себя.

При изучении сложения и вычитания многозначных чисел важно уделить внимание устным приемам выполнения этих действий, иначе, овладев письменными приемами вычислений, дети начинают применять их как для письменных, так и для устных случаев. С этой целью необходимо при решении примеров предлагать учащимся самим выбирать примеры, которые они могут решить устно (с записью в строчку), и лишь наиболее трудные примеры решать с помощью письменных приемов (с записью в столбик). В устных упражнениях следует систематически закреплять приемы устного сложения и вычитания 2-х, 3-х значных чисел, а также многозначных с применением приемов перестановки и группировки при сложении нескольких чисел, с использованием там, где уместно, приема округления одного из компонентов сложения и вычитания.

Вслед за изучением сложения и вычитания многозначных чисел приступают к сложению и вычитанию составных именованных чисел, выраженных в метрических мерах, так как приемы этих вычислений сходны. Умение выполнять действия над именованными числами необходимо для решения задач. Действия над составными именованными числами можно выполнять по-разному: либо сразу складывать (вычитать) единицы одинаковых наименований, начиная с низших, попутно выполняя соответствующие преобразования, либо сначала преобразовать данные числа в простые именованные числа с одинаковыми наименованиями, выполнить действия над ними как над отвлеченными числами и выразить полученный результат в более крупных единицах измерения. И тот и другой прием показывают учащимся.

$$+\begin{array}{r} 12\,647 \\ 5\,384 \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{l} 12\text{ т}\ \ 647\text{ кг} \\ 5\text{ т}\ \ 384\text{ кг} \\ \hline \end{array}$$

Второй способ вычислений над именованными числами проще, хотя и более громоздкий в записи — наиболее широко используется при решении примеров и задач. Чтобы сократить записи, преобразования именованных чисел можно выполнять устно и не записывать:

124 руб.–78 руб. 50 коп.=45 руб. 50 коп.

Вычисления именованных чисел, выраженных в мерах времени, сложнее, так как единицы времени находятся в недесятичных соотношениях. На это специально обращают внимание детей, предлагая им сравнить решение примеров (т.е. найти сходное и различное в приемах вычислений).

Умножение многозначных чисел

В процессе изучения сложения и вычитания многозначных чисел повторяют и закрепляют знания о действиях: названия компонентов и результатов действий, свойства, нахождение неизвестных компонентов, рассматривается вопрос об изменении суммы и разности при изменении одного из компонентов.

В процессе изучения умножения и деления многозначных чисел учащиеся должны усвоить основные устные и письменные приемы умножения и деления; овладеть соответствующими вычислительными умениями и навыками; расширить, углубить и систематизировать знания о действиях умножения и деления, их свойствах, о взаимосвязях между результатами и компонентами действий, об изменении произведения и частного при изменении одного из компонентов.

Приемы умножения и деления многозначных чисел существенно различны и значительно сложнее приемов сложения и вычитания многозначных чисел. Поэтому приемы умножения и деления многозначных чисел вводятся перемежаясь, при этом выделяются три этапа:

I этап — умножение и деление на однозначное число;

II этап — умножение и деление на разрядные числа;

III этап — умножение и деление на двузначное и трехзначное число.

На каждом из данных этапов сначала изучается умножение, а затем деление. Такой порядок изучения умножения и деления многозначных чисел создает благоприятные условия для усвоения как особенностей каждого действия, так и существующих связей между умножением и делением. Кроме того, перемежение вносит разнообразие в уроки математики, дает возможность решать задачи различных видов. Все это положительно влияет на усвоение многих вопросов программы.

На каждом этапе наряду с умножением или делением отвлеченных чисел изучается умножение или деление соответствующих именованных чисел. Например, после умножения на однозначное число отвлеченных чисел рассматривается умножение на это же число именованных чисел.

В умножении и делении многозначных чисел выделяют частные случаи. К частным случаям умножения относят случаи с нулями (нулем) в множителях: первый или второй множитель оканчивается нулями (87 600 · 4 и 376 · 240), нули в середине второго множителя (875 · 304), а также различные сочетания этих случаев (170 · 230; 1360 · 103). К частным же случаям деления относят случаи с нулями (нулем) в частном: частное оканчивается нулями (227 200:4=56 800); нули в середине частного (72 450:7=10 350).

Частные случаи вводятся постепенно, вслед за соответствующими общими случаями.

Умножение многозначных чисел на однозначное число. Подготовительная работа к изучению письменного умножения сводится к повторению и обобщению ранее изученного материала.

Прежде всего обобщаются знания учащихся о смысле действия умножения ($15 \cdot 3=15+15+15$; $a \cdot 4=a+a+a+a$).

Повторяются случаи умножения с единицей и нулем. Выполняя упражнения вида: $1 \cdot 12$, $1 \cdot a$, $14 \cdot 1$, $0 \cdot 15$, $0 \cdot k$, $13 \cdot 0$, $b \cdot 0$, учащиеся повторяют правила умножения чисел с единицей и нулем.

Рассматривается умножение разрядных чисел на однозначное: $400 \cdot 2$, $6000 \cdot 3$, $50000 \cdot 7$. Учащиеся могут сами предложить прием вычисления: 4 сот. $\cdot 2=$ $=8$ сот., $400 \cdot 2=800$.

Включается умножение двузначного числа на однозначное, при этом учащиеся повторяют правило умножения суммы на число:

$13 \cdot 4=(10+3) \cdot 4=10 \cdot 4+3 \cdot 4=52$.

Затем учащимся предлагается проверить, применимо ли известное им правило, если в сумме не два, а три, четыре и более слагаемых. Берутся упражнения с небольшими числами, например:

1) $(8+5+4) \cdot 3=17 \cdot 3=51$

2) $(8+5+4) \cdot 3=8 \cdot 3+5 \cdot 3+4 \cdot 3=24+15+12=51$.

Переход от устного умножения к письменному необходимо строить так, чтобы учащиеся осознали, что сущность вычислительного приема как при устном, так и при письменном умножении на однозначное число одна и та же: в обоих случаях используется правило умножения суммы на число, но письменное умножение начинается с низших разрядов, устное — с высших.

При ознакомлении учащихся с письменными приемами умножения лучше взять такой пример на умножение трех- или четырехзначного числа на однозначное, где были бы переходы через десяток или через сотню, т.е. где устно умножать трудно

$(418 \cdot 3=(400+10+8) \cdot 3=400 \cdot 3+10 \cdot 3+8 \cdot 3=1254)$.

Сначала учащиеся решают знакомым способом:

$418 \cdot 3 = (400+10+8) \cdot 3 = 400 \cdot 3+10 \cdot 3+8 \cdot 3 = 1200+30+24=1254$

Далее предлагается решить пример, переставив разрядные слагаемые

$418 \cdot 3 = (8+10+100) = 8 \cdot 3+10 \cdot 3+400 \cdot 3=24+30+1200=1254$

После этого учитель знакомит с письменным умножением на однозначное число: показывает новую запись столбиком и дает подробное объяснение решения.

Надо умножить 418 на 3. Записываем второй множитель под единицами первого множителя. Проводим черту. Слева ставим знак умножения «х». Начинаем письменное умножение с единиц. Умножаем 8 единиц на 3, получаем 24 единицы. Это 2 десятка и 4 единицы. 4 единицы пишем под единицами, а 2 десятка запоминаем. 1 десяток умножив на 3, получим 3 десятка, да еще 2 десятка, получим 5 десятков. Пишем их под десятками. 4 сотни умножаем на 3 получим 12 сотен. Это 1 тысяча и 2 сотни. 2 сотни пишем под сотнями и 1 тысячу пишем на месте тысяч. Произведение 1254.

Затем рассматриваются случаи с нулями в первом множителе.

$$\times\begin{array}{r} 4\;2\;3\;0\;0 \\ 6 \\ \hline \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 4\;2\;3\;\textit{сот} \\ 6\phantom{\;\textit{сот}} \\ \hline \end{array}$$

На данном этапе следует предлагать учащимся и умножение однозначных чисел на многозначные: $9 \cdot 136$, $4 \cdot 2836$, $7 \cdot 1230$. При решении таких примеров используется переместительное свойство умножения.

Вслед за умножением на однозначное число отвлеченных чисел дается умножение составных именованных чисел, выраженных в метрических мерах, например: 9 т 438 кг · 3, 7 км 438 м · 6.

Умножение на разрядные числа

После того как учащиеся твердо усвоят умножение на однозначное число, рассматриваются приемы умножения на 10, 100, 1000, а затем на круглые числа типа 40, 400, 4000.

При умножении на круглые числа (круглые десятки, сотни и тысячи) используется правило умножения числа на произведение

$(14 \cdot 60=14 \cdot (6 \cdot 10)=14 \cdot 6 \cdot 10=840)$.

Для знакомства с этим правилом учащимся предлагается вычислить разными способами значение выражения:

$16 \cdot (5 \cdot 2)=16 \cdot 10=160$

$16 \cdot (5 \cdot 2)=(16 \cdot 5) \cdot 2=80 \cdot 2=160$

$16 \cdot (5 \cdot 2)=(16 \cdot 2) \cdot 5=32 \cdot 5=160$

После устного умножения на круглые десятки и сотни вводится письменное умножение на эти числа, например: $973 \cdot 50=973 \cdot (5 \cdot 10)=973 \cdot 5 \cdot 10$.

Будем вычислять письменно.

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 973 \\ 50 \end{array} \\ \hline 48\,650 \end{array}$$

Число 973 сначала умножим на 5 и полученный результат умножаем на 10.

Умножение на круглые сотни и тысячи выполняется так же, как и умножение на круглые десятки.

Особого внимания заслуживают те случаи, в которых оба множителя оканчиваются нулями, например: $20 \cdot 30$, $400 \cdot 50$, $800 \cdot 70$, $4000 \cdot 60$ и т. д. Сначала при решении таких примеров учащиеся рассуждают следующим образом: чтобы умножить 300 на 50, надо 3 сотни умножить на 5, а затем полученное число умножить на 10, будет 150 сотен, или 15 000. Такие примеры записываются в строчку и решаются устно.

Аналогичным образом рассуждают ученики и при письменном умножении в том случае, когда оба множителя оканчиваются нулями.

Записывать такие примеры в столбик удобнее следующим образом:

$$\begin{array}{r} 7800 \\ \times \quad 30 \\ \hline 234000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3670 \\ \times \quad 20 \\ \hline 73400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1320 \\ \times \quad 400 \\ \hline 528000 \end{array}$$

Выполняя умножение, ученики замечают, что сначала они умножили число на однозначное, а затем к полученному произведению приписывают столько нулей, сколько их на конце множителей. На основе этого учащиеся формулируют правило: «Если множители оканчиваются нулями, производят умножение, не обращая внимания на эти нули, а затем приписывают к произведению столько нулей, сколько их на конце обоих множителей вместе». В дальнейшем при решении таких примеров ученики руководствуются правилом.

Умножение на двузначное и трехзначное число

Умножение на двузначное и трехзначное число рассматривается на основе правила умножения числа на сумму.

Полезно начать работу с устного умножения двузначного числа на двузначное.

$16 \cdot 12=16 \cdot (10+2)=16 \cdot 10+16 \cdot 2=160+32=192.$

Предлагается более сложный пример, дети убеждаются, что устно решить такой пример трудно. Учитель предлагает выполнить вычисления письменно:

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times \quad 37 \\ \hline 511 \\ + \; 219 \quad \end{array}$$

Чтобы умножить 73 на 37, надо сначала умножить 73 на 7, затем умножить 73 на 30 и полученные числа сложить.

Умножаем 73 на 7: 7 на 3 — 21; 1 пишем, 2 запоминаем; 7 на 7 — 49, да 2, получим 51, записываем. Получили 511 единиц (первое неполное произведение). Умножаем 73 на 30. 73 умножаем на 3 и полученное число на 10. Получается 2190 (второе неполное произведение). Складываем 511 и 2190, 2701 — результат.

После решения примеров необходимо обратить внимание на особенность второго неполного произведения: оно всегда оканчивается нулем. Поэтому его не пишут и второе неполное произведение начинают записывать под десятками.

После рассмотрения общих случаев умножения на двузначное и трехзначное число, включаются частные случаи: 230×36 (чтобы умножить 230 на 36, надо 23 десятка умножить на 36, получим десятки, их заменим единицами, приписав справа нуль); 532·406 (надо умножить 532 на 6, 532 умножить на 400 и полученные числа сложить. Первое неполное произведение 3 192, второе — 212 800, окончательный результат 215 992.

При объяснении случаев умножения необходимо добиться понимания вычислительного приема и выработки вычислительных навыков: своевременного, постепенного сокращения объяснений. Необходима продуманная система упражнений.

Деление многозначных чисел целесообразно давать параллельно с умножением, выделяя при этом следующие этапы: после умножения на однозначное число вводится деление на однозначное число; вслед за умножением на разрядные числа дается деление на разрядные числа, сразу же после изучения умножения на двузначное и трехзначное число изучается деление на двузначное и трехзначное число.

До начала изучения письменного деления следует провести подготовительную работу. Прежде всего учащиеся повторяют знания о действии деления: «Деление связано с умножением, разделить 54 на 18 — значит найти число, которое при умножении на 18 дает 54. Это число 3, значит, 54:18=3.

Большое внимание надо уделить повторению случаев деления с единицей и нулем: а : а = 1, а : 1 = а, 0 : а =0 и невозможности деления на нуль.

Алгоритм письменного деления складывается из многих операций: преобразование единиц одного разряда в единицы другого, сложение, умножение и др. Эти операции и должны явиться предметом внимания учащихся во время подготовительной работы.

По нумерации необходимо закрепить следующие умения: назвать число отдельных единиц каждого разряда (в числе 754 содержится 7 сотен, 5 десятков и 4 единицы); по названию единиц высшего разряда числа установить количество цифр, которыми обозначается данное число (высший разряд числа — сотни, они пишутся на третьем месте справа, значит, это число трехзначное); уметь преобразовывать, единицы одного разряда в единицы другого.

Из устных и письменных вычислений при подготовке к изучению письменного деления особое внимание надо уделить следующим вопросам:

1. В устные упражнения следует чаще включать деление с остатком, случаи внетабличного умножения и деления.

2. При изучении всех случаев письменного деления используется правило деления суммы на число.

Письменное деление на однозначное число

При изучении письменного деления на однозначное число ученики должны усвоить алгоритм деления — уметь образовывать неполные делимые, устанавливать число цифр частного, понимать смысл каждой вычислительной операции: неполное делимое делят на делитель, для того чтобы найти соответствующую цифру частного; найденную цифру частного умножают на делитель для того, чтобы узнать, сколько единиц соответствующего разряда разделили; полученное произведение вычитают из неполного делимого, для того чтобы узнать, сколько единиц этого разряда осталось разделить; проверяют, правильно ли найдена цифра частного.

При письменном делении на однозначное число учащиеся должны сначала выполнять подробную запись, сопровождая ее соответствующим объяснением.

Например:

```
_748 | 2
 6   |----
---- | 374
 _14
  14
 ----
  _8
   8
 ----
   0
```

1. Делю сотни: 7 сот. делю на 2, можно взять по 3 сот. В частном будет 3 сот.

Проверяю, сколько сотен разделилось: 3 сот. $\cdot$ 2= =6 сот. Нахожу остаток от деления сотен: 7 сот. — 6 сот.=1 сот.

2. Делю десятки: 1 сот.=10 дес. и еще 4 дес. — это 14 дес. 14 дес. делю на 2 — можно взять по 7. Записываю в частном 7 в разряде десятков. 7 дес. $\cdot$ 2=14 дес. Нахожу остаток: 14 дес.–14 дес.=0.

Десятки разделились все.

3. Делю единицы — единиц 8. 8 делю на 2, можно взять по 4. Проверяю: 4 $\cdot$ 2=8. Пишу в частном 4 в разряде единиц. Единицы разделились все: 8–8=0. Остатка нет. Деление закончено.

Ответ: 374.

Позднее объяснение и запись сокращаются.

В традиционном учебнике математики использован поэтапный подход к формированию письменного алгоритма деления:

1-й этап: рассматриваются случаи вида 794:2; 984:4 — первое неполное делимое однозначное;

2-й этап: рассматриваются случаи вида 376:4; 198:6 — первое неполное делимое двузначное;

3-й этап: рассматриваются случаи с нулями в частном (на конце или в середине);

4-й этап: рассматривается деление чисел, оканчивающихся нулями.

При делении многозначных чисел для самопроверки полезно заранее определить, сколько цифр должно получиться в записи частного. Выделение первого неполного делимого и определение его десятичного состава как раз и является приемом, позволяющим определить количество цифр частного. Например:

В случае деления 748:2 первое неполное делимое — 7 сотен, поскольку 7 сотен можно разделить на 2 так, чтобы в частном получились сотни. Следовательно, первой значащей цифрой частного будет цифра сотен, тогда в частном будут три цифры (сотни, десятки и единицы).

Во втором случае деления 456:8 первое неполное делимое — 45 десятков, следовательно первой значащей цифрой частного будет цифра десятков, тогда в частном будут две цифры (десятки и единицы).

На всех этапах изучения письменного деления целесообразно соблюдать один и тот же план рассуждения: 1) образование неполного делимого; 2) нахождение цифры частного; 3) умножение с целью узнать, сколько единиц соответствующего разряда уже разделили; 4) вычитание с целью узнать, сколько единиц соответствующего разряда осталось разделить; 5) проверка подбора цифры частного.

Необходимо уделять внимание частным случаям деления, когда при делении получаются нули на конце и в середине частного.

При делении вида 1850:5 первое неполное делимое 18 сотен, поскольку 18 сотен можно разделить на 5 так, чтобы в частном получились сотни. Следовательно, первой значащей цифрой частного будет цифра сотен, тогда в частном будет три цифры (сотни, десятки, единицы). Такое рассуждение поможет ребенку не терять нули в конце деления.

При объяснении случая 40160:80 рассуждения вида: 16 нельзя разделить на 80 так, чтобы в частном получились целые десятки, поэтому в разряде десятков частного ставим 0.

$$\begin{array}{r|l} -\,1850 & 5 \\ \cline{2-2} 15 & 370 \\ \hline -\,35 & \\ 35 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -\,40160 & 80 \\ \cline{2-2} 400 & 302 \\ \hline -\,16 & \\ 0 & \\ \hline -\,160 & \\ 160 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

65 325 разделить на 5; 6 десятков тысяч разделим на 5, возьмем по 1 десятку тысяч. В частном получится пятизначное число, 15 тысяч делим на 5 получим 3 тысячи; 3 сотни не делятся на 5 так, чтобы получились сотни, поэтому в частном на месте сотен пишем нуль; 32 десятка делим на 5, возьмем по 6 десятков; 25 единиц делим на 5, получится 5 единиц. Частное 13 065. Проверим: 13 065 • 5=65 325.

$$\begin{array}{r|l} 22527 & 6 \\ \cline{2-2} 45 & 3754 \\ \hline 32 & \\ \hline 27 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Рассматривается также письменное деление с остатком, например: 22 527 разделить на 6; 22 тысячи разделим на 6, возьмем по 3 тысячи. В частном будет четырехзначное число. 45 сотен разделим на 6, возьмем по 7 сотен; 32 десятка разделим на 6, возьмем по 5 десятков; 27 единиц разделим на 6, получится 4 единицы и в остатке 3 единицы. Частное 3754, остаток 3.

Одновременно с делением отвлеченных чисел рассматривается деление на однозначное число именованных чисел, выраженных в метрических мерах. При делении на однозначное число, а позднее на двузначное и трехзначное составное именованное число заменяется простым. Если же оба компонента выражены именованными числами, то необходимо данные числа выразить простыми именованными числами в одинаковых единицах. Затем выполнить действие над ними как над отвлеченными числами и выразить полученный результат в более крупных единицах измерения. Важно рассмотреть различные случаи деления именованных чисел: деление на отвлеченное число простых и составных именованных чисел, деление именованного числа на именованное.

Деление на разрядные числа. Сначала следует повторить случаи деления без остатка на 10, 100, 1000. Затем рассматриваются случаи деления с остатком на эти же числа.

Пусть требуется разделить 74 на 10. Выделим в делимом наибольшее число, которое делится на 10 без остатка. Это число 70; разделим его на 10, получим 7, а 4 единицы составят остаток. Запись: 74:10=7 (ост. 4).

Далее вводятся случаи деления на круглые десятки, сотни и тысячи (40, 400, 4000).

В подготовительной работе к изучению деления на круглые десятки вводится правило деления числа на произведение, чтобы на его основе раскрыть прием последовательного деления. После выполнения нескольких упражнений учащиеся формулируют правило: «Чтобы разделить число на произведение, можно найти произведение и разделить число на полученный результат, а можно разделить число на один из множителей и полученный результат разделить на другой множитель».

Правило деления числа на произведение используется для раскрытия приема деления на круглые десятки, сотни и тысячи.

Сначала вводятся устные случаи деления без остатка. Например, надо 240 разделить на 30. Заменим делитель произведением удобных, множителей 10 и 3. Запишем: 240:30=240:(10 · 3). Удобнее число 240 разделить сначала на первый множитель и полученный результат — на второй множитель. Получится 8. Запишем: 240:30=240:(10 · 3)=240:10:3=8.

Затем вводится деление на круглые десятки, сотни и тысячи с остатком. Рассмотрим пример:

$$
\begin{array}{r|l}
440 & 60 \\ \cline{2-2}
420 & 7 \\ \cline{1-1}
20\ (\text{ост.}) &
\end{array}
$$

Чтобы разделить 440 на 60, надо сначала разделить это число на 10, а затем 44 на 6, возьмем по 7. Узнаем, какое число разделили, для этого умножаем 7 на 60, получится 420. Узнаем, сколько осталось. Вычитаем... Осталось 20. Частное 7. Остаток 20.

Важно подготовить переход к делению многозначных чисел на круглые десятки. С этой целью следует заменить подробное объяснение приема последовательного деления более коротким. Когда ученики овладеют подробным объяснением, сокращаем его — говорим, что о делении на 10 говорить не будем, а будем делить про себя. Тогда объясняем так: чтобы разделить 440 на 60, достаточно 44 разделить на 6.

После деления на круглые десятки трехзначных чисел надо перейти к делению четырех-, пяти- и шестизначных чисел.

$$
\begin{array}{r|l}
12750 & 30 \\ \cline{2-2}
120 & 425 \\ \cline{1-1}
75 & \\
60 & \\ \cline{1-1}
150 & \\
150 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Делимое 12 750. Делитель 30. Первое неполное делимое 127 сотен, в частном будет 3 цифры. Разделим 127 сотен на 30, для этого делим на 10 и полученный результат на 3, берем по 4. Пишем 4 на месте сотен. Умножаем 30 на 4 и полученное число (120) вычитаем из 127, осталось 7 сотен. Второе неполное делимое 75 десятков разделим на 30, получится 2 десятка и т.д., частное 425.

Деление на двузначное и трехзначное число

При делении многозначных чисел на двузначное и трехзначное число пользуются правилом деления суммы на число. Для нахождения цифр частного пользуются приемом замены делителя круглым числом. Во всех предыдущих случаях не приходилось изменять делитель, а поэтому найденную цифру частного записывали сразу. При делении же на двузначное и трехзначное число, округлив делитель, получаем так называемую пробную цифру, которую надо проверять.

При ознакомлении с делением на двузначное число сначала решаются примеры на деление без остатка и с остатком трехзначных чисел, когда в частном получается двузначное число, например:

```
 552 |23          398 |32
 46  |24          32  |12
 ----             ----
  92               78
  92               64
 ----             ----
   0               14
```

Делимое 398. Делитель 32. Первое неполное делимое 39 десятков, в частном будет 2 цифры. Разделим 39 десятков на 32, берем по 1 десятку. Разделили 32 десятка, осталось 7 десятков. Второе неполное делимое 78 разделим на 32, берем по 2. Разделили 64, осталось 14. Частное 12. Остаток 14.

После этого включается решение аналогичных примеров на деление без остатка трех-, четырех-, пяти- и шестизначных чисел, когда в неполном делимом две цифры и когда в частном получаются единицы только высшего разряда, например: 720:24 (72 дес.: 24=3 дес.); 6400: 16 (64 сот.: 16=4 сот.); 51000:17 (51 тыс.: 17=3 тыс.).

Затем переходят к делению без остатка трехзначных чисел, когда цифру частного находят в результате одной пробы и когда в частном получается однозначное число. Здесь ученики знакомятся с приемом замены делителя круглым числом.

$$\begin{array}{r|l} 315 & 63 \\ \cline{2-2} 315 & 5 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Пусть надо 315 разделить на 63. Чтобы подобрать цифру частного, заменим делитель близким круглым числом 60 и будем делить так же, как делили на круглые десятки: разделим 315 на 10, и результат 31 разделим на 6, получим 5. Цифра 5 не окончательная, а пробная, потому что надо было 315 делить на 63, а не на 60. Цифру 5 проверим: умножаем 63 на 5 (устно), получаем 315. Значит, цифра 5 верна, записываем ее в частное. Вычитаем 315, получаем нуль. Частное 5.

Потом даются примеры на деление трехзначных чисел без остатка и с остатком, когда цифра частного находится в результате одной и более проб. Необходимо добиться, чтобы ученики овладели приемами подбора и проверки цифры частного. В таких случаях цифру частного находить трудно.

$$\begin{array}{r|l} 568 & 74 \\ \cline{2-2} 518 & 7 \\ \cline{1-1} 50 & \end{array}$$

Чтобы подобрать цифру частного, делим 568 на 70: сначала на 10, а затем 56 на 7, получим 8. Проверяем эту цифру: умножаем 74 на 8 ($70 \cdot 8=560$, $4 \cdot 7=28$, $568+28=588$). Оказывается, что цифра 8 не подходит, получилось больше. Уменьшим 8 на единицу. Возьмем 7. Проверяем таким же образом. Цифра 7 подходит. Разделили 518. Осталось 50. Частное 7. Остаток 50.

Пробная цифра частного проверяется устно, и в этом основная трудность деления на двузначное число.

После того как будут рассмотрены разнообразные случаи деления трехзначных чисел, можно переходить к делению любых четырех-, пяти- и шестизначных чисел. При этом наряду с общими случаями деления без остатка и с остатком включаются частные случаи.

Часто двузначный делитель в одних случаях округляют до ближайшего меньшего круглого числа, а в других — до ближайшего большего круглого числа в зависимости от того, к какому из указанных чисел делитель ближе. Так, делитель 63 округляют до 60, а делитель 67 до 70. К этому обязывает название приема — округление делителя.

Итак, при изучении деления многозначных чисел на двузначные учащиеся должны усвоить прием замены делителя круглым числом, научиться устно проверять пробную цифру частного, овладеть умением делить письменно многозначные числа на двузначные.

На данном этапе изучения деления, как и на предыдущих, одновременно с делением отвлеченных чисел дается деление именованных чисел, выраженных в метрических мерах. Здесь рассматриваются различные случаи деления на двузначное число: деление на отвлеченное число простых или составных именованных чисел (248 руб.:32,), деление именованных чисел на именованное — оба числа — простые или составные именованные числа 36 руб.:15 коп.; 8 дм 16 мм:6 см 8 мм, одно число составное, а другое простое именованное (57 руб. 60 коп.:48 коп.).

Во всех перечисленных случаях все сводится к замене составного именованного числа простым и к выполнению действия над соответствующими отвлеченными числами.

Каждый новый случай деления именованных чисел выполняется под руководством учителя. Рассмотрим некоторые из них:

28 руб. : 35=80 коп.

$$\begin{array}{r|l} 2800 & 35 \\ \cline{2-2} \underline{280} & 80\ (\text{коп.}) \\ 50 & \end{array}$$

Прием деления на трехзначное число аналогичен приему деления на двузначное, при этом делитель заменяется для нахождения цифр, частного круглыми сотнями; например, при делении на 643 делитель округляется до 600 и цифры частного находятся путем последовательного деления числа на 100 и на 6.

Пробная цифра частного проверяется устно, и в этом основная трудность деления на двухзначное и трехзначное числа. Если ребенок не овладеет приемами, облегчающими поиск и проверку пробных цифр частного, то это значительно осложняет весь процесс деления. Использование продуктивных вычислительных приемов при выполнении вычислительных приемов поможет детям в овладении осознанной вычислительной деятельностью.

Лекция 12
ТЕКСТОВАЯ ЗАДАЧА И ПРОЦЕСС ЕЕ РЕШЕНИЯ

Кроме различных понятий, предложений, доказательств в любом математическом курсе есть задачи. В обучении математике младших школьников преобладают такие, которые называют арифметическими, текстовыми, сюжетными. Эти задачи сформулированы на естественном языке (поэтому их называют текстовыми); в них обычно описывается количественная сторона каких-то явлений, событий (поэтому их часто называют арифметическими или сюжетными); они представляют собой задачи на разыскание искомого и сводятся к вычислению неизвестного значения некоторой величины (поэтому их иногда называют вычислительными).

Определение текстовой задачи

Текстовая задача — есть описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие и отсутствие некоторого отношения между его компонентами или определить вид этого описания. Рассмотрим, например, такую задачу: «Автомобиль выехал из пункта А со скоростью 60 км/ч. Через 2 часа вслед за ним выехал второй автомобиль со скоростью 90 км/ч. На каком расстоянии от А второй автомобиль догонит первый?».

В задаче описывается движение двух автомобилей. Как известно, любое движение характеризуется тремя величинами: пройденным расстоянием, скоростью и временем движения. В данной задаче известны скорости первого и второго автомобилей, известно, что они прошли одно и то же расстояние из пункта А до места встречи, количественную характеристику которого и надо найти. Кроме того, известно, что первый автомобиль был в пути на 2 ч больше, чем второй.

Составные части задачи:

1. Условие — то, что известно в задаче.
2. Вопрос — то, что надо узнать в задаче.
3. Решение — выполнение арифметических действий.
4. Ответ — результат полученного действия.

В задаче обычно не одно условие, а несколько элементарных условий. Они представляют собой количественные или качественные характеристики объектов задачи и отношений между ними. Требований (вопросов) в задаче может быть несколько. Они могут быть сформулированы как в вопросительной форме, так и в утвердительной форме. Условия и требования взаимосвязаны.

Систему взаимосвязанных условий и требований называют высказывательной моделью задачи.

Таким образом, чтобы понять какова структура задачи, надо выявить ее условия и требования, отбросив все лишнее, второстепенное, не влияющее на ее структуру. Иными словами, надо построить высказывательную модель задачи.

Чтобы получить эту модель, надо текст задачи развернуть, так как текст задачи, как правило, дается в сокращенном виде. Для этого можно перефразировать задачу, построить ее графическую модель, ввести какие-либо обозначения и т.д.

Кроме того, вычленение условий задачи можно производить с разной глубиной. Глубина анализа условий и требований задачи зависит главным образом от того, знакомы ли мы с видом задач, к которому принадлежит заданная, и знаем ли мы способ решения таких задач.

Пример 1. Сформулируйте условия и требования задачи: «Две девочки одновременно побежали навстречу друг другу по спортивной дорожке, длина которой 420 м.

Когда они встретились, первая пробежала на 60 м больше, чем вторая. С какой скоростью бежала каждая девочка, если они встретились через 30 с?»

В задаче речь идет о движении двух девочек навстречу друг другу. Как известно, движение характеризуется тремя величинами: расстоянием, скоростью и временем.

Условия задачи

1. Две девочки бегут навстречу друг другу.
2. Движение они начали одновременно.
3. Расстояние, которое они пробежали, — 420 м.
4. Одна девочка пробежала на 60 м больше, чем другая.
5. Девочки встретились через 30 с.
6. Скорость движения одной девочки больше скорости движения другой.

Требования задачи

1. С какой скоростью бежала первая девочка?
2. С какой скоростью бежала вторая девочка?

По отношению между условиями и требованиями различают:

а) определенные задачи — в них заданных условий столько, сколько необходимо и достаточно для выполнения требований;

б) недоопределенные задачи — в них условий недостаточно для получения ответа;

в) переопределенные задачи — в них имеются лишние условия.

В начальной школе недоопределенные задачи считают задачами с недостающими данными, а переопределенные — задачами с избыточными данными.

Например: «Возле дома росло 5 яблонь, 2 вишни и 3 березы. Сколько фруктовых деревьев росло возле дома?» — переопределенная задача.

Или «Из зала вынесли 12 стульев, потом еще 5. Сколько стульев осталось в зале?» — недоопределенная.

Ступени работы над задачей

Уточним теперь смысл терминов «решить задачу» и «решение задачи».

Решением задачи называют результат, т.е. ответ на требование задачи.

Решением задачи называют процесс нахождения этого результата, причем этот процесс рассматривают двояко: и как метод нахождения результата (например, говорят о решении задачи арифметическим способом) и как последовательность тех действий, которые выполняет решающий, применяя тот или иной метод (т.е. в данном случае под решением задачи понимается вся деятельность человека, решающего задачу).

Процесс решения задачи — это переход от условия задачи к ответу на ее вопрос. Ответ на вопрос задачи или вывод о выполнении требования — результат процесса решения задачи. Иногда результатом решения может быть вывод о невозможности получения ответа на вопрос задачи.

Процесс решения может осуществляться с осознанием каждого шага или свернуто, интуитивно. Будем считать задачу решенной, если в результате некоторых операций с информацией, данной в задаче словесно или в других знаковых системах, сформулирован ответ на вопрос задачи, соответствующий условию задачи.

Самый примитивный метод решения задачи — это метод проб и ошибок. При таком ходе решения ответ на вопрос задачи угадывается. Это самый непродуктивный метод, однако, он не только имеет право на существование, но и требует внимания и специального обучения. Угадывание ответа требует интуиции, без которого невозможно никакое решение.

В понимании процесса решения задачи важную роль играет различение следующих вопросов и ответов на них:

1. Что значит решить (решать) задачу?
2. Как можно решить (решать) задачу?

Ответ на первый вопрос характеризует смысл решения задачи. Этот смысл остается неизменным для любого вида задач, он не зависит от способа решения.

Решить (решать) задачу — значит осознанно научить учащихся устанавливать связи между данными и искомыми величинами, заданные условием задачи, на основе чего выбрать, а затем выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи, предусматривая постепенное усложнение задач. Чтобы добиться этого, учитель должен предусмотреть в методике обучения решению задач одного вида ступени, имеющие свои цели.

На 1 ступени учитель ведет подготовку к решению задач рассматриваемого вида — учит устанавливать связи между данными и искомыми величинами.

На 2 ступени — знакомство учащихся с решением задач — выбор соответствующих действий.

На 3 ступени — формирование умения решать задачи данного вида. Учащиеся на данной ступени должны научиться решать любую задачу рассматриваемого вида независимо от ее конкретного содержания, т.е. они должны обобщить способ решения задач этого вида.

На вопрос «Как решить (решать) задачу?» однозначного ответа нет и быть не может. Путей, методов, способов, приемов перехода от условия к вопросу, к выполнению требования любой задачи существует бесконечное множество.

Согласно позиции, имеющейся явно или неявно во многих методических пособиях для учителей начальных классов, решить задачу — это значит выполнить арифметические действия над числами, данными в задаче, и тем самым ответить на вопрос задачи. По этой же позиции способов решения задачи существует всего лишь несколько, причем учитель знает, какие способы рациональные, и обучает детей именно этим «хорошим», «удобным» способам, приемам.

Учитель с такой позицией, включая задачу в урок, заранее точно знает, как она должна быть решена детьми. Поэтому любое отклонение от намеченного пути в лучшем случае мягко и доброжелательно исправляется, и дети находят то решение и в том виде, как это задумано учителем. При этом детская мысль отвергается, подавляется. Кроме того, если ученик знает, что решение задачи возможно только в том виде, который показан учителем, то в случае, когда он по какой-то причине забыл его, ему ничего не остается делать, как отказываться от решения.

Учитель, допускающий многообразие путей, способов и форм решения, всегда заметит неординарный поворот мысли ребенка, поддержит его, и тогда на каждом уроке возможны открытия. У такого учителя учащиеся в большей мере рассчитывают на свою мысль, чем на память. Что значит один забытый путь в сравнении с бесконечным числом других возможных! Это очень сильная мотивационная посылка. Дети, принявшие ее, чувствуют силу своего ума, не боятся высказывать свое мнение, вносить свои предложения по ходу решения; им открыта возможность ощутить радость познания, радость понимания, удовольствия от умственной работы.

Методы и способы решения текстовых задач

Основными методами решения текстовых задач являются алгебраический и арифметический.

Решить задачу арифметическим методом — это значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами.

Одну и ту же задачу можно решить различными арифметическими способами. Они отличаются друг от друга логикой рассуждений, выполняемых в процессе решения задачи.

Рассмотрим это на конкретном примере:

Задача. Сшили 3 платья, расходуя на каждое по 4 м ткани. Сколько кофт можно сшить из этой ткани, если расходовать на одну кофту 2 м?

1 способ

1) $4 \cdot 3 = 12$ (м) — столько было ткани;

2) 12:2=6 (кофт) — столько кофт можно сшить из 12 м ткани.

2 способ

1) 4:2=2 (раза) — во столько раз больше идет ткани на платье, чем на кофту;

2) $3 \cdot 2=6$ (кофт) — столько кофт можно сшить.

Решить задачу алгебраическим методом — это значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение или систему уравнений.

Если для одной и той же задачи можно составить различные уравнения, то это означает, что данную задачу можно решить различными алгебраическими способами.

Задача. Свитер, шапку и шарф связали из 1 кг 200 г шерсти. На шарф потребовалась на 100 г больше, чем на шапку, и на 400 г меньше, чем на свитер. Сколько грамм шерсти израсходовали на каждую вещь?

Эту задачу можно решить тремя различными способами.

1 способ

Обозначим через x (г) массу шерсти, израсходованной на шапку. Тогда на шарф будет израсходовано $(x+100)$ г, а на свитер $((x+100)+400)$ г. Так как на все три вещи израсходовано 1 200 г, то можно составить уравнение.

$x+(x+100)+((x+100)+400)=1\ 200$

Выполнив преобразования, получим, что $x=200$. Таким образом, на шапку было израсходовано 200 г, на шарф — 300 г, так как 200+100=300, на свитер — 700 г.

2 способ

Обозначим через x (г) массу шерсти, израсходованной на шарф. Тогда на шапку будет израсходовано $(x-100)$ г, а на свитер — $(x+400)$ г. Поскольку на все три вещи израсходовано 1 200 г, то можно составить уравнение:

$x+(x-100)+(x+400)=1\ 200$

(решение)

3 способ

Обозначим через x (г) массу шерсти, израсходованной на свитер. Тогда на шарф будет израсходовано (x − 400) г, а на шапку — (x−400−100) г. Поскольку на все три вещи израсходовано 1 200 г, то можно составить уравнение:

$x+(x-400)+(x-400-100)=1\,200$

Выполнив преобразования, получим, что $x=700$. Таким образом, если на свитер израсходовано 700 г, то на шарф пошло 300 г, а на шапку — 200 г (700−400−100=200).

Кроме арифметического и алгебраического методов решения задач существуют еще практический и графический.

Рассмотрим применение этих методов на конкретном примере:

Задача. Рыбак поймал 10 рыб. Из них 3 леща, 4 окуня, остальные щуки. Сколько щук поймал рыбак?

Практический способ

Для ответа на вопрос задачи можно не выполнять арифметические действия, так как количество пойманных щук соответствует тем кругам, которые не обозначены (их 3).

Графический способ

Этот способ так же как практический, позволяет ответить на вопрос задачи, не выполняя арифметических действий.

Этапы решения задачи и приемы их выполнения

Решение любой задачи — процесс сложной умственной деятельности. Чтобы овладеть им, надо знать основные этапы решения задачи и некоторые приемы их выполнения.

Деятельность по решению задачи включает следующие основные этапы:

1. Анализ задачи.
2. Поиск плана решения задачи.
3. Осуществление плана решения задачи.
4. Проверка решения задачи.

Анализ задачи

Основное назначение этого этапа — понять в целом ситуацию, описанную в задаче; выделить условия и требования; назвать известные и искомые объекты, выделить все отношения (зависимости) между ними.

Производя анализ задачи, вычленяя ее условия, мы должны соотносить этот анализ с требованиями задачи. Известно несколько приемов, которые можно использовать при анализе задачи.

Разобраться в содержании задачи, вычленить условия и требования можно, если задать специальные вопросы и ответить на них:

- О чем эта задача, т.е. о каком процессе (явлении, ситуации) идет речь в задаче, какими величинами характеризуется этот процесс?
- Что требуется найти в задаче?
- Что обозначают те или иные слова в тексте задачи?
- Что известно в задаче о названных величинах?
- Что неизвестно?
- Что является искомым?

Рассмотрим, например, задачу: «По дороге в одном и том же направлении идут два мальчика. Вначале расстояние между ними было 2 км, но так как скорость идущего впереди мальчика 4 км/ч, а скорость второго — 5 км/ч, то второй догоняет первого. С начала движения и до того, как второй мальчик догонит первого, между ними бегает собака со скоростью 8 км/ч. От идущего позади мальчика она бежит к идущему впереди, добежав, возвращается обратно и так бегает до тех пор, пока мальчики не окажутся рядом. Какое расстояние пробежит за все это время собака?»

Воспользуемся указанным приемом.

1) О чем эта задача?

— Задача о движении двух мальчиков и собаки. Оно характеризуется для каждого из участников движения скоростью, временем и пройденным расстоянием.

2) Что требуется найти в задаче?

— В задаче требуется найти расстояние, которое пробежит собака за все время от начала движения, пока мальчики не окажутся рядом, т.е. второй не догонит первого.

3) Что в задаче известно о движении каждого из его участников?

— В задаче известно, что: а) мальчики идут в одном и том же направлении; б) до начала движения расстояние между мальчиками было 2 км; в) скорость первого мальчика, идущего впереди, 4 км/ч; г) скорость второго мальчика, идущего позади, 5 км/ч; д) скорость, с которой бежала собака, 8 км/ч; е) время движения, когда расстояние между мальчиками было 2 км, до момента встречи.

4) Что в задаче неизвестно? Что является искомым: число, значение величины, вид некоторого отношения?

— Искомым является значение величины — расстояние, которое пробежала собака за время от начала движения мальчиков до момента встречи?

Большую помощь в осмыслении задачи оказывает другой прием — перефразировка текста задачи. Это достигается в результате отбрасывания несущественной, излишней информации, замены описания некоторых понятий соответствующими терминами, и наоборот.

Особенно эффективно использование данного приема в сочетании с разбиением текста на смысловые части.

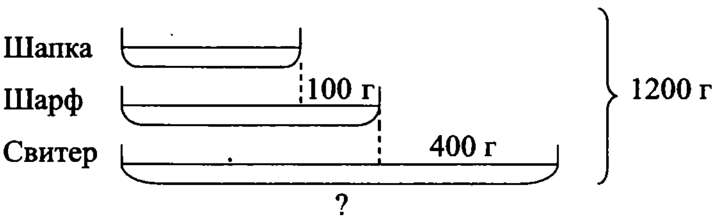
Результатом перефразировки должно быть выделение основных ситуаций.

Выше приведенную задачу можно перефразировать следующим образом: «Скорость одного мальчика 4 км/ч, а скорость догоняющего его второго мальчика 5 км/ч (это 1-я часть). Расстояние, на котором мальчики сблизились, 2 км (2-я часть.) Время движения мальчиков — это время, в течение которого второй мальчик догонит первого, т.е. в течение которого второй мальчик пройдет на 2 км больше, чем первый (3-я часть). Скорость, с которой бежит собака, 8 км/ч. Время движения собаки равно времени движения мальчиков до встречи (4-я часть). Требуется определить расстояние, которое пробежала собака».

Задачу можно записать с помощью таблицы такого вида:

Скорость	Время	Расстояние
1-й мальчик 4 км/ч	?	?
2-й мальчик 5 км/ч	? одинаковое	? на 2 км б. 1-го мальч.
Собака 8 км/ч	?	?

Построением схематического чертежа может быть завершен анализ задачи о массе шерсти, израсходованной на шапку, шарф и свитер. Для этого условимся массу шерсти, израсходованной на шапку, изобразить в виде отрезка произвольной длины. Тогда массу шерсти, израсходованной на шарф и свитер, можно изобразить так:



И таблица, и схематический чертеж являются вспомогательными моделями задачи.

После построения вспомогательной модели необходимо проверить:

1) все ли объекты задачи и их величины показаны на модели;

2) все ли отношения между ними отражены;

3) все ли числовые данные приведены;

4) есть ли вопрос(требование) и правильно ли он указывает искомое?

Поиск плана решения задачи

Назначение этого этапа: установить связь между данными и искомыми объектами, наметить последовательность действий.

Поиск плана решения задачи является трудным процессом, который точно не определен. Одним из наиболее известных приемов поиска плана решения задачи арифметическим способом является разбор задачи по тексту или по ее вспомогательной модели.

Разбор задачи проводится в виде цепочки рассуждений, которая может начинаться как от данных задачи, так и от ее вопросов.

При разборе задачи от данных к вопросу, решающий выделяет в тексте задачи два данных и на основе знания связи между ними определяет, какое неизвестное может быть найдено по этим данным и с помощью какого арифметического действия. Затем, считая это неизвестное данным, решающий вновь выделяет два взаимосвязанных данных, определяет неизвестное, которое может быть найдено по ним и с помощью какого действия и т.д., пока не будет выяснено, какое действие приводит к получению искомого в задаче объекта.

Проведем такой разбор по тексту задачи: «На поезде, который шел со скоростью 56 км/ч, турист проехал 6 ч. После этого ему осталось проехать в 4 раза больше, чем проехал. Каков весь путь туриста?»

Рассуждения ведем от данных к вопросу.

— Что показывает число 56? (Скорость поезда)

— Что показывает число 6? (Время, которое был в пути турист.)

— Зная эти две величины, что мы можем узнать? (Сколько км проехал турист на поезде за 6 часов.)

— Каким действием это мы узнаем? (Действием умножения.)

— Как мы запишем решение? (56 • 6)

— Что говорится еще в задаче о туристе? (Что ему осталось проехать еще в 4 раза больше, чем проехал.)

— Можем ли мы узнать это? (Да.)

— Как? Каким действием? (Действием умножения.)

— Как запишем решение? (336 • 4)

— Мы ответили на вопрос задачи? (Нет.)

— Почему? Что мы должны узнать? (Каков весь путь туриста.)

— Зная сколько км проехал турист за 6 ч и сколько ему осталось проехать мы можем узнать весь путь туриста? (Да.)

— Как? Каким действием? (Действием сложения.)

— Как это запишем? (336+1344)

— Так, каков весь путь туриста? (1680 км.)

При разборе задачи от вопроса к данным нужно обратить внимание на вопрос задачи и установить, что достаточно узнать для ответа на этот вопрос. Для чего нужно обратиться к условию и выяснить, есть ли необходимые данные. Если таких данных нет или есть только одно данное, то установить, что нужно знать, чтобы найти недостающее данное, и т.д. Потом составляется план решения задачи. Рассуждения при этом проводятся в обратном порядке.

Поиск плана решения задачи может проводиться по вспомогательной модели, выполненной при анализе задачи.

Покажем, как можно осуществить поиск плана решения задачи о массе шерсти, израсходованной на шарф, шапку и свитер, по схематическому чертежу.

По чертежу видно, на сколько больше израсходовали на свитер, чем, например, на шарф; если из всей массы шерсти вычесть 400 г, то мы узнаем, сколько бы всего израсходовали шерсти, если бы на свитер израсходовали столько же, сколько на шарф. Далее, если к этой массе шерсти прибавить 100 г, то мы узнаем сколько бы всего израсходовали шерсти, если бы на шапку израсходовали столько же, сколько на шарф. Разделив полученное число на 3, найдем массу шерсти, израсходованную на шарф. Вычтя из полученного результата 100 г, а затем прибавив к нему 400 г, найдем массу шерсти, использованную на шапку и на свитер.

Заметим, что поиск плана решения данной задачи по схематическому чертежу может быть проведен иначе, в результате мы получим различные арифметические способы ее решения.

Осуществление плана решения задачи

Назначение этого этапа — найти ответ на требование задачи, выполнив все действия в соответствии с планом.

Для текстовых задач, решаемых арифметическим способом, используются следующие приемы:

— запись по действиям (с пояснением, без пояснения, с вопросами);

— запись в виде выражения.

Для текстовых задач, решаемых алгебраическим способом, используются следующие приемы:

— в виде уравнения (неравенства) и его решения;

— через запись шагов составления уравнения, самого уравнения и его решения.

Рассмотрим это на примерах различных записей плана решения задачи: «На поезде, скорость которого 56 км/ч, турист проехал 6 ч. После этого ему осталось проехать в 4 раза больше, чем он проехал. Каков весь путь туриста?»

1. Запись решения по действиям с пояснением к каждому выполненному действию.

1) 56 · 6=336 (км) — турист проехал за 6 ч;

2) 336 · 4=1344 (км) — осталось проехать туристу;

3) 336+1344=1680 (км) — должен был проехать турист.

Если пояснения даются в устной форме (или совсем не даются), то запись будет следующей:

1) 56 · 6=336 (км)

2) 336 · 4=1344 (км)

3) $336+1344=1680$ (км)

2. Запись решения по действиям с вопросами:

1) Сколько километров проехал турист на поезде?

$56 \cdot 6=336$ (км)

2) Сколько километров осталось проехать туристу?

$336 \cdot 4=1344$ (км)

3) Сколько километров турист должен был проехать?

$336+1344=1680$ (км)

3. Запись решения в виде выражения.

Запись решения в этой форме осуществляется поэтапно. Сначала записываются отдельные шаги в соответствии с планом, затем составляется выражение и находится его значение. Так как обычно это значение записывают, поставив после числового выражения знак равенства, то запись становится числовым равенством, в левой части которого — выражение, составленное по условию задачи, а в правой — его значение, оно-то и позволяет сделать вывод о выполнении требований задачи.

Так, для рассматриваемой задачи эта форма записи имеет вид:

$56 \cdot 6$ (км) — расстояние, которое проехал турист на поезде за 6 ч

$56 \cdot 6 \cdot 4$ (км) — расстояние, которое осталось проехать туристу

$56 \cdot 6+56 \cdot 6 \cdot 4$ (км) — путь, который должен проехать турист

$56 \cdot 6+56 \cdot 6 \cdot 4=1680$ (км)

Пояснения к действиям можно не записывать, а давать их в устной форме.

Не следует путать такие понятия, как: решение задачи различными способами (практический, арифметический, алгебраический, графический); различные формы записи арифметического способа решения задачи (по действиям, выражением, по действиям с пояснением, с вопросами). И решение задачи различными арифметическими способами. В последнем случае речь идет о возможности установления различных связей между данными и искомыми, а следовательно, о выборе других действий или другой их последовательности для ответа на вопрос задачи.

Например: «У мальчика было 90 книг. 28 он поставил на первую полку, 12 — на вторую, остальные — на третью. Сколько книг на третьей полке?»

1 способ:

1) 90–28=62 (кн.) — на 2 и 3 полках.

2) 62–12=50 (кн.) — на 3 полке.

2 способ:

1) 90–12=78 (кн.) — на 1 и 3 полках.

2) 78–28=50 (кн.) — на 3 полке.

3 способ:

1) 28+12=40 (кн.) — поставил на 1 и 2 полки.

2) 90–40=50 (кн.) — на 3 полке.

Проверка решения задачи

Цель — установить правильность или ошибочность выполнения решения.

Приемы выполнения:

1. Составление и решение обратной задачи.

2. Установление соответствия между результатом и условиями задачи.

Для этого найденный результат вводится в текст задачи и на основе рассуждений устанавливается, не возникает ли при этом противоречия.

Проверим, используя данный прием, правильность решения задачи о движении туриста.

Мы установили, что турист должен был всего проехать 1680 км. Пусть теперь этот результат будет одним из данных в задаче. Далее, как известно, за 6 ч турист проедет 336 км (56·6=336) и ему останется проехать 1680 — 336=1344 (км). Согласно условию задачи это расстояние должно быть в 4 раза больше того, которое турист проехал на поезде за 6 ч. Проверим это, разделив 1344 на 336. Действительно, 1344:336=4. Следовательно, если найденный результат подставить в условие задачи, то противоречий с другими данными, а именно отношением «быть больше в 4 раза», не возникает. Значит, задача решена верно.

Заметим, что при использовании данного приема проверяются все отношения, имеющиеся в задаче, и если устанавливается, что противоречия не возникает, то делают вывод о том, что задача решена верно.

3. *Решение задачи другим способом.*

Пусть при решении задачи каким-то способом получен некоторый результат. Если ее решение другим способом приводит к тому же результату, то можно сделать вывод о том, что задача была решена верно.

Не следует также думать, что без проверки нет решения текстовой задачи. Правильность решения обеспечивается прежде всего четкими и логичными рассуждениями на всех других этапах работы над задачей.

4. *Прогнозирование результата (прикидка, установление границ ответа на вопрос задачи) и последующее сравнение хода решения с прогнозом.*

При несоответствии решение неверно. При соответствии решение может быть как верным, так и неверным.

Моделирование в процессе решения текстовых задач

Рассматривая процесс решения текстовой задачи, мы неоднократно использовали термин «модель», «моделирование».

Выше мы установили, что текстовая задача — это словесная модель некоторого явления (ситуации, процесса).

Чтобы решить такую задачу, надо перевести ее на язык математических действий, т.е. построить ее математическую модель.

Математическая модель — это описание какого-либо реального процесса на математическом языке.

Математической моделью текстовой задачи является выражение (либо запись по действиям), если задача решается арифметическим методом, и уравнение (либо система уравнений), если задача решается алгебраическим методом.

В процессе решения задачи четко выделяются 3 этапа математического моделирования:

1 этап — это перевод условий задачи на математический язык; при этом выделяются необходимые для решения данные и искомые и математическими способами описываются связи между ними;

2 этап — внутримодельное решение (т.е. нахождение значения выражения, выполнение действий, решение уравнения);

3 этап — интерпретация, т.е. перевод полученного решения на тот язык, на котором была сформулирована исходная задача.

Покажем это на примере решения задачи алгебраическим способом: «В одном вагоне электропоезда было пассажиров в 2 раза больше, чем в другом. Когда из первого вагона вышли 3 человека, а во второй вагон вошли 7 человек, то в обоих вагонах пассажиров стало поровну. Сколько пассажиров было в каждом вагоне первоначально?»

Обозначим через x первоначальное число пассажиров во втором вагоне. Тогда число пассажиров в первом вагоне — $2x$. Когда из первого вагона вышли 3 человека, в нем осталось $2x-3$ пассажира. Во второй вагон вошли 7 человек, значит, в нем стало $x+7$ пассажиров. Так как в обоих вагонах пассажиров стало поровну, то можно записать, что $2x-3=x+7$. Получили уравнение — это математическая модель этой задачи.

Следующий этап — решение полученного уравнения.

Третий этап — используем полученное решение, чтобы ответить на вопрос задачи: во втором вагоне было первоначально 10 человек, а в первом — 20 ($10 \cdot 2=20$).

Наибольшую сложность в процессе решения текстовой задачи представляет перевод текста с естественного языка на математический, т.е. 1 этап — математического моделирования. Чтобы облегчить эту процедуру, строят вспомогательные модели — схемы, таблицы и др. Тогда процесс решения задачи можно рассматривать как переход от одной модели к другой: от словесной модели к вспомогательной (схемы, таблицы, рисунки и т.д.); от нее — к математической, на которой и происходит решение задачи.

Такой подход к процессу решения задачи разделяют и психологи. Они считают, что процесс решения задачи есть сложный процесс поиска системы моделей и определенной последовательности перехода от одного уровня моделирования к другому, более обобщенному, что решение задачи есть процесс ее переформулирования. При этом используется такая операция мышления, как анализ через синтез, когда объект в процессе мышления включается во все новые связи и в силу этого выступает во все новых качествах. Главным средством переформулирования является моделирование.

Прием моделирования заключается в том, что для исследования какого-либо объекта (текстовой задачи) выбирают (или строят) другой объект, в каком-то отношении подобный тому, который исследуют. Построенный новый объект изучают, с его помощью решают исследование задачи, а затем результат переносят на первоначальный объект.

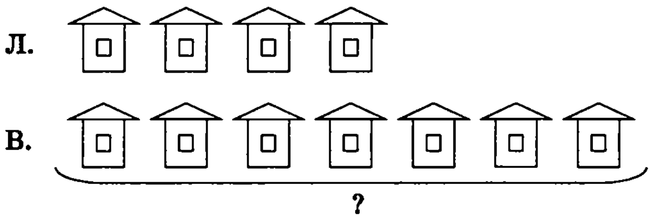
Модели бывают разные. Их можно разделить на схематизированные и знаковые по видам средств, используемых для их построения.

Схематизированные модели делятся на предметные (вещественные) и графические. Предметные модели текстовых задач обеспечивают физическое действие с предметами. Они могут строиться из каких-либо предметов.

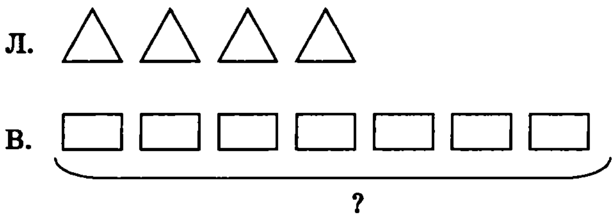
Графические модели используются для обобщенного, схематического воссоздания ситуации задачи. К графическим моделям следует отнести следующие виды:

1) рисунок;
2) условный рисунок;
3) чертеж;
4) схематический чертеж (или просто схема).

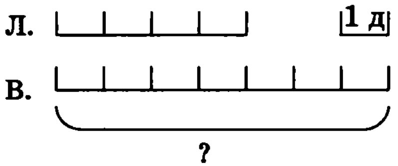
Посмотрим это на примере задачи: «Лида нарисовала 4 домика, а Вова на 3 домика больше. Сколько домиков нарисовал Вова?» Рисунок в качестве графической модели данной задачи имеет вид:



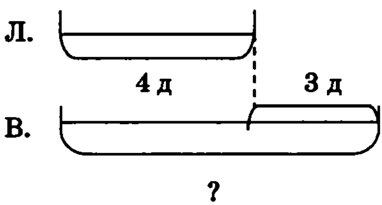
Условный рисунок



Чертеж как графическая модель:



Схематический чертеж (схема):



Знаковые модели могут быть выполнены как на естественном, так и на математическом языке. К знаковым моделям, выполненным на естественном языке, можно отнести краткую запись задачи, таблицы. Например:

Л. — 4 д.

В. — ? на 3 д. >

Таблица как вид знаковой модели используется главным образом тогда, когда в задаче имеется несколько взаимосвязанных величин, каждая из которых задана одним или несколькими значениями.

Знаковыми моделями текстовых задач, выполненными на математическом языке, является: выражение, уравнение, запись решения задачи по действиям. Поскольку на этих моделях происходит решение задачи, их называют решающими моделями. Остальные модели, все схематизированные и знаковые, выполненные на естественном языке, — это вспомогательные модели, которые обеспечивают переход от текста задачи к математической модели.

Не следует думать, что всякая краткая запись или чертеж, выполненные для данной задачи, являются ее моделями. Так как модель — это своеобразная копия задачи, то на ней должны быть представлены все ее объекты, все отношения между ними, указаны требования.

Рассмотрим процесс решения арифметическим методом текстовой задачи о пассажирах в двух вагонах.

Предварительный анализ задачи позволяет выделить ее объекты — это пассажиры в двух вагонах поезда. О них известно, что:

1) В первом вагоне в 2 раза больше пассажиров, чем во втором.

2) Из первого вагона вышли 3 пассажира.

3) Во второй вошли 7 пассажиров.

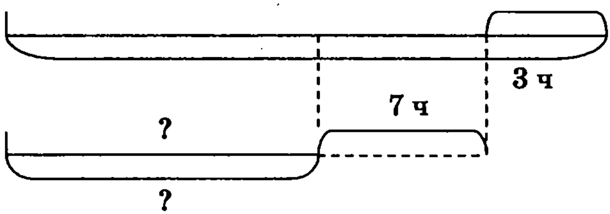
4) В первом и втором вагонах пассажиров стало поровну.

В задаче два требования:

1) Сколько пассажиров было первоначально в первом вагоне?

2) Сколько пассажиров было первоначально во втором вагоне?

Построим графическую модель данной задачи в виде схематического чертежа.



По схеме видно, что математическая модель данной задачи имеет вид:

7+3 — это число пассажиров во втором вагоне, а (7+3)×2 — это число пассажиров в первом вагоне.

Произведя вычисления, получаем ответ на вопрос задачи: во втором вагоне было 10 пассажиров, а в первом — 20 пассажиров.

Лекция 13
МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ СОСТАВНЫХ ЗАДАЧ

Определение простой и составной задач

Задача, для решения которой надо выполнить одно арифметическое действие, называется простой.

Простые задачи в системе обучения математике играют чрезвычайно важную роль. С помощью простых задач формируется одно из центральных понятий начального курса математики — понятие об арифметических действиях и ряд других понятий. Умение решать простые задачи является подготовительной ступенью овладения учащимися умением решать составные задачи, т.е. решение составной задачи сводится к решению ряда простых задач. При решении простых задач происходит первое знакомство с задачей и ее составными частями.

Задача, для решения которой надо выполнить несколько арифметических действий, связанных между собой, называется составной.

Понятие «составная задача». Формирование умений решать составные задачи

Составная задача включает в себя ряд простых задач, связанных между собой так, что искомые одних простых задач служат данными других. Решение составной задачи сводится к расчленению ее на ряд простых задач и последовательному их решению. Таким образом, для решения составной задачи надо установить ряд связей между данными и искомым, в соответствии с которыми выбрать, а затем выполнить арифметические действия.

Рассмотрим в качестве примера задачу: «На клумбе росло 5 роз, а пионов на 2 больше. Сколько всего цветов росло на клумбе?»

Эта задача включает две простые:

1. На клумбе росло 5 роз, а пионов на 2 больше. Сколько пионов росло на клумбе?

2. На клумбе росло 5 роз, а пионов 7. Сколько всего цветов росло на клумбе?

Как мы видим, число, которое было искомым в первой задаче, стало данным во второй. Последовательное решение этих задач является решением составной задачи: 1) 5+2=7; 2) 5+7=12.

Подготовительная работа к ознакомлению с составными задачами должна помочь учащимся уяснить основное отличие составной задачи от простой — ее нельзя решить сразу, т.е. одним действием, а для решения надо вычленить простые задачи, установив соответствующие связи между данными и искомым. С этой целью предусматриваются специальные упражнения:

1. Решение простых задач с недостающими данными (недоопределенные), например:

а) Таня вымыла глубокие и 4 мелкие тарелки. Сколько всего тарелок вымыла Таня?

б) На экскурсию поехали мальчики и девочки. Сколько всего детей поехало на экскурсию?

После чтения таких задач учитель спрашивает, можно ли узнать, сколько всего тарелок вымыла Таня, и почему нельзя. Далее подбирают дети числа и решают задачу.

Выполняя такие упражнения, ученики убеждаются, что не всегда можно сразу ответить на вопрос задачи.

2. Постановка вопроса к данному условию.

«Я скажу условие задачи, — говорит учитель, — а вы подумайте и скажите, какой можно поставить вопрос: «Для украшения школы ученики вырезали

10 красных флажков и 8 голубых». (Сколько всего флажков вырезали дети?)

3. Решение пар простых задач, в которых число, полученное в ответе на вопрос первой задачи, является одним из данных во второй задаче, например:

1) У девочки было 3 конфеты, а у мальчика на 4 больше. Сколько конфет у мальчика?

2) У девочки 3 конфеты, а у мальчика 7 конфет. Сколько всего конфет у детей?

Учитель говорит, что такие две задачи можно заменить одной: «У девочки 3 конфеты, а у мальчика на 4 больше. Сколько всего конфет у детей?»

4. Выработка умений решать простые задачи, входящие в составную.

Надо иметь в виду, что необходимым условием для решения составной задачи является твердое умение детей решать простые задачи, входящие в составную. Следовательно, до введения составных задач определенной структуры надо сформировать умение решать соответствующие простые задачи.

Первыми лучше включать задачи, при решении которых надо выполнить два различных арифметических действия: сложение и вычитание. При этом содержание задач должно позволять проиллюстрировать их.

В период ознакомления с составными задачами очень важно добиться различения детьми простых и составных задач. С этой целью надо чаще включать составные задачи в противопоставлении с простыми, выясняя каждый раз, почему одна из них решается одним действием, а другая — двумя. Полезно также предлагать упражнения творческого характера. Это, прежде всего, преобразование простых задач в составные и обратно. Например: «В зимние каникулы учащиеся отдыхают 10 дней, а в весенние на 2 дня меньше. Сколько дней отдыхают ученики в весенние каникулы?» Учитель предлагает изменить вопрос задачи так, чтобы задача решалась двумя действиями.

Задачи связанные с пропорциональными величинами

В начальных классах рассматривается решение задач, связанных с пропорциональными величинами: задачи на нахождение четвертого пропорционального, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестных по двум разностям, кроме того, специально рассматриваются задачи, связанные с движением.

Решение этих задач основывается на знании соответствующих связей между величинами: например, если известны цена товара, его количество, то можно найти стоимость, выполнив действие умножения.

Рассмотрим методику работы над этими задачами.

Задачи на нахождение 4-го пропорционального

В задачах на нахождение 4-го пропорционального даны 3 величины, связанные прямо или обратно пропорциональной зависимостью, из них 2 переменные и одна постоянная, при этом даны 2 значения одной переменной величины и одно из соответствующих значений другой переменной, а второе значение этой величины является искомым. Используя любые три величины, связанные пропорциональной зависимостью, можно составить 6 видов задач на нахождение 4-го пропорционального.

Подготовительная работа к решению задач на нахождение 4-го пропорционального должна предусмотреть ознакомление с величинами и связями между ними. Для введения задач на нахождение 4-го пропорционального необходимо ознакомить детей и с такими величинами, как цена, стоимость, скорость и др. Причем ознакомление с ними должно вестись одновременно с раскрытием связей между пропорциональными величинами. Например, при ознакомлении с величинами цена, количество, стоимость и связями между ними можно провести игру в «магазин»: на доску прикрепляют «товары»: тетради, блокноты, линейки и т.п., на которых обозначена цена.

«Сегодня будем играть в «магазин» и решать задачи про покупки...»

Для закрепления знания связей между величинами надо включать задачи с теми же величинами, например, «К началу учебного года ученик купил 10 тетрадей по 4 рубля и тетрадь для рисования за 6 рублей. Сколько всего денег уплатил ученик?» В этих случаях не следует требовать от учеников каждый раз объяснять выбор действия.

Так же тщательно проводится в 4 классе работа еще над двумя группами величин: а) скорость, время расстояние, б) длина прямоугольника, его ширина и площадь. Связи между величинами каждой из этих групп учащихся могут установить сами.

После проведенной подготовительной работы решение задач на нахождение 4-го пропорционального способом нахождения значения постоянной величины невызывает затруднений у учащихся. Поэтому при ознакомлении с решением задач очень важно правильно осуществлять руководство работой детей. Рассмотрим особенности работы над задачами этого вида.

Вначале лучше включать задачи с величинами: цена, количество, стоимость. Первые из рассматриваемых задач полезно иллюстрировать рисунком и выполнить краткую запись в таблице. Например, предлагается задача: «Ученик купил по одинаковой цене 6 тетрадей в линейку и 3 тетради в клетку. За тетради в линейку он уплатил 12 рублей. Сколько денег он уплатил за тетради в клетку?» После чтения задачи учитель выполняет на доске рисунок или пользуется готовым.

Затем под руководством учителя выполняется краткая запись:

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	6 т.	12 руб.
	3 т.	?

Полезно до решения задачи сделать прикидку, т.е. установить, какое число получится в результате решения: больше или меньше какого-либо из данных чисел, и объяснить почему.

Решим задачу поэтапно. Сначала проведем анализ, затем поиск решения, потом решение и проверку.

— О чем говорится в задаче?

— Что показывает число 6? А что показывает число 3?

— Что говорится о стоимости тетрадей в линейку?

— Что спрашивается в задаче? (Сколько денег заплатили за тетради в клетку?)

— Можем ли мы сразу ответить на вопрос задачи? (Нет.) Почему? (Нам неизвестно сколько стоит одна тетрадь.)

— Можем ли мы узнать, сколько стоит одна тетрадь? (Да.)

— Как мы узнаем? (Так как тетради в линейку и в клетку ученик купил по одинаковой цене, то мы можем узнать сколько стоит одна тетрадь в линейку, и это будет и ценой одной тетради в клетку.)

— Каким действием мы это узнаем? (Делением.)

— Как это запишем? (12:6=2 (руб.).)

— Зная цену одной тетради, можем ли мы узнать стоимость всех тетрадей в клетку? (Да.) Почему? (Потому что мы знаем количество тетрадей и цену одной тетради.)

— Каким действием мы это узнаем? (Умножением.)

— Как запишем? (2 · 3=6 (руб.))

— Мы ответили на вопрос задачи? (Да.)

— Так сколько денег заплатили за тетради в клетку? (6 рублей.)

Проверка решения выполняется способом составления и решения обратных задач и способом установления границ искомого.

Задачи на пропорциональное деление

Задачи такого типа вводятся в 4 классе. Эти задачи включают две переменные величины, связанные пропорциональной зависимостью, и одну или больше постоянных, причем даны две или более значений одной переменной и сумма соответствующих значений другой переменной: слагаемое этой суммы является искомым.

В начальных классах решаются задачи на пропорциональное деление только с прямо пропорциональной зависимостью величин.

Подготовкой к решению задач на пропорциональное деление надо считать твердое умение решать задачи на нахождение 4-го пропорционального.

При ознакомлении с задачами на пропорциональное деление лучше предлагать их не в готовом виде, а составить вместе с детьми из задач на нахождение 4-го пропорционального. Это поможет детям увидеть связи между задачами этих видов, что быстрее приведет учащихся к обобщению способа их решения.

Учащимся предлагается составить задачу по краткой записи:

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	6 т.	18 руб.
	5 т.	?

После решения задачи, составленной по данному условию, учитель записывает вместо вопросительного знака число, полученное в ответе (15 руб.). Затем он предлагает найти сумму чисел, которая показывает стоимость тетрадей (33 рубля), и составить задачу по новому условию:

<table>
<tr><th>Цена</th><th>Количество</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Одинаковая</td><td>6 т.</td><td rowspan="2">$\left.\begin{matrix}?\\ ?\end{matrix}\right\}$ 33 руб.</td></tr>
<tr><td>5 т.</td></tr>
</table>

Дети составляют задачу на пропорциональное деление, ставя два вопроса: «Сколько уплатил один покупатель?» и «Сколько уплатил второй покупатель?» Учитель поясняет, что эти два вопроса можно заменить одним: «Сколько денег уплатил каждый покупатель?» Условие задачи: «Два мальчика купили тетради по одинаковой цене. Первый купил 6 тетрадей, а второй — 5. Всего они уплатили 33 рубля. Сколько денег уплатил каждый мальчик? (Разбор задачи.)

Решение задачи записывается в форме отдельных действий с пояснением.

Далее включается решение готовых задач. В этом случае надо сначала расчленить вопрос задачи на два вопроса, затем выяснить, которое из искомых чисел должно быть больше и почему; далее перейти к составлению плана решения, ведя рассуждение от вопроса к числовым данным. Проверка решения выполняется способом установления соответствия между числами, полученными в ответе, и данными: надо сложить числа, полученные в ответе, и должно получиться число, данное в задаче.

Задачи на нахождение неизвестных по двум разностям также вводятся в 4 классе. Они включают две переменные и одну или несколько постоянных величин, причем, даны два значения одной переменной, а сами значения этой переменной являются искомыми.

Задачи на нахождение неизвестного по двум разностям

Методика работы по ознакомлению с задачами на нахождение неизвестных по двум разностям аналогична методике введения задач на пропорциональное деление: сначала можно предлагать задачи не в готовом виде, а составить их из задач на нахождение четвертого пропорционального, затем включать готовые задачи, а можно начать с готовых задач.

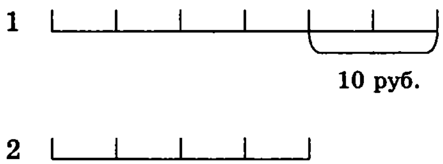
Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	1–6 м	?
	2–4 м	на 10 руб. > ?

Дети составляют такую задачу: «Два покупателя купили материю по одинаковой цене: первый — 6 метров ткани, второй — 4 метра. Первый покупатель уплатил на 10 рублей больше, чем второй. Сколько денег уплатил каждый покупатель?»

На доске и в тетрадях можно выполнить схему:

Выясняется, почему первый покупатель уплатил больше денег, чем второй; за сколько метров материи первый покупатель уплатил столько же денег, сколько второй; за какую материю уплатил он 10 рублей.

На чертеже появляется запись: (рисунок)



Теперь легко составить план решения и выполнить его. Решение записывается в форме отдельных действий сначала с записью пояснений, а позже пояснения формулируются устно:

1) $6-4=2$ (м) — материи можно купить за 10 руб.
2) $10:2=5$ (руб.) — цена материи
3) $5 \cdot 6=30$ (руб.) — уплатил первый покупатель
4) $5 \cdot 4=20$ (руб.) — уплатил второй покупатель

Проверка решения выполняется способом установления соответствия между числами, полученными в ответе, и данными в условии задачи: узнаем, действительно ли первый покупатель уплатит на 10 рублей больше, чем второй: $30-20=10$ — значит, можно считать, что задача решена правильно.

Задачи связанные с движением

Задачи, связанные с движением, т.е. задачи с величинами: скорость, время, расстояние, рассматриваются в 4 классе.

Подготовительная работа к решению задач, связанных с движением, предусматривает обобщение представлений детей о движении, знакомство с новой величиной — скоростью, раскрытие связей между величинами: скорость, время, расстояние. Сначала учащиеся знакомятся с понятием скорость. Учитель предлагает решить задачу. Например, такую: «Велосипедист проехал 24 км за 6 ч. Сколько километров он проезжал за 1 час?» В ходе решения выясняется, что велосипедист проезжал за 1 час 4 километра. Затем учитель сообщает детям, что «скорость — это расстояние, пройденное за единицу времени. Единицы измерения скорости обозначаются так: 4 км в час или 4 км/ч». Можно детям дать задание собрать и сделать таблицу скоростей различного транспорта, людей, животных, птиц и т.д. Затем, пользуясь этими таблицами составлять задачи и решать их. Такие задания будут развивать у учащихся творческое мышление. Потом предлагаются простые задачи, в ходе решения которых раскрываются связи между скоростью, временем и расстоянием.

Перед введением задач на движение можно провести экскурсию на улицу, чтобы показать детям виды движения и с какой скоростью движутся люди, транспорт и т.д.

В 4 классе вводятся задачи на встречное движение и движение в противоположных направлениях. Каждая из этих задач имеет три вида, в зависимости от данных и искомого:

1 вид — даны скорость каждого из тел и время движения, искомое расстояние.

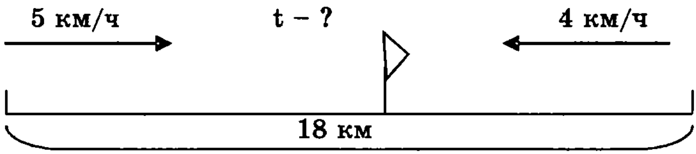
2 вид — даны скорость каждого из тел и расстояние, искомое — время движения.

3 вид — даны расстояние, время движения и скорость одного из тел, искомое — скорость другого тела.

Задачи на встречное движение двух тел

Задача 1. Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км. Скорость одного из них 5 км/ч, а другого — 4 км/ ч. Через сколько часов они встретились?

Решение: В задаче рассматривается движение навстречу друг другу двух пешеходов. Один идет со скоростью 5 км/ч, а другой — 4 км/ч. Путь, который они должны пройти, 18 км. Требуется найти время, через которое они встретятся, начав движение одновременно. Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть различными — схематический чертеж или таблица.



	Скорость	Время	Расстояние
1	4 км/ч	?	?
2	5 км/ч	?	?
		одинаковое	18 км

Поиск плана решения в данном случае удобно вести, рассуждая от данных к вопросу. Так как скорости пешеходов известны, можно найти их скорость сближения. Зная скорость сближения пешеходов и все расстояние, которое им надо пройти, можем найти время, через которое пешеходы встретятся. Запишем решение задачи по действиям:

1) 5+4=9 (км/ч)

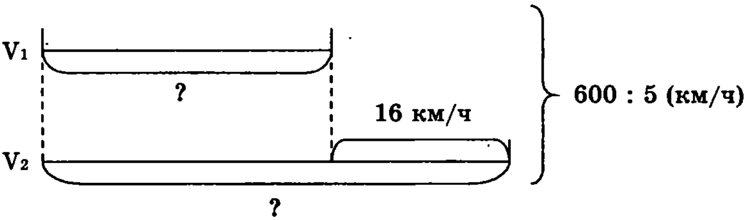
2) 18:9=2 (ч)

Таким образом, пешеходы встретятся через 2 ч от начала движения.

Задача 2. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 600 км, и через 5 ч встретились. Один из них ехал быстрее другого на 16 км/ч. Определите скорости автомобилей.

Решение: В задаче рассматривается движение навстречу друг другу двух автомобилей. Известно, что движение они начали одновременно и встретились через 5 часов. Скорости автомобилей различны — один ехал быстрее другого на 16 км/ч. Путь, который проехали автомобили, 600 км. Требуется определить скорости движения.

Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть различными: схематический чертеж или таблица.



	Скорость	Время	Расстояние
1	?	5 ч	? } 600 км
2	? на 16 км/ч больше	5 ч	?

Поиск плана решения задачи будем вести, рассуждая от данных к вопросу. Так как известно все расстояние и время встречи, можно найти скорость сближения автомобилей. Затем, зная, что скорость одного на 16 км/ч больше скорости другого, можно найти скорости автомобилей. При этом можно воспользоваться вспомогательной моделью в виде схематического чертежа.

Запишем решение задачи по действиям с пояснением:

1) 600:5=120 (км/ч) — это скорость сближения автомобилей.

2) 120−16=104 (км/ч) — это скорость сближения, если бы скорости автомобилей были одинаковыми и равными скорости первого.

3) 104:2=52 (км/ч) — скорость первого автомобиля.

4) 52+16=68 (км/ч) — скорость второго автомобиля.

Есть и другие арифметические способы решения данной задачи, вот два из них.

1) 600:5=120 (км/ч)
2) 120+16=136 (км/ч)
3) 136:2=68 (км/ч)
4) 68−16=52 (км/ч)
5) 52+16=68 (км/ч)

1) 16 · 5=80 (км)
2) 600−80=520 (км)
3) 520:2=260 (км)
4) 260:5=52 (км/ч)

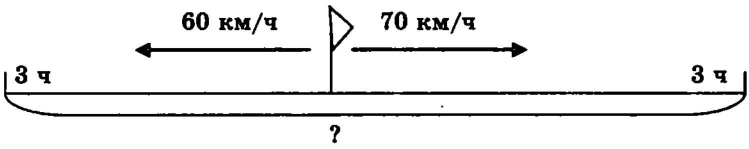
Задача на движение двух тел в противоположных направлениях

В таких задачах два тела могут начинать движение в противоположных направлениях из одной точки: а) одновременно; б) в разное время. А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время.

Задача 1. Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут эти поезда через 3 часа после выхода?

Решение. В задаче рассматривается движение двух поездов. Они выходят одновременно от одной станции и идут в противоположных направлениях. Известны скорости поездов (60 км/ч и 70 км/ч) и время их движения (3 ч). Требуется найти расстояние, на котором они будут находиться друг от друга через указанное время.

Вспомогательные модели, если они нужны, могут



<table>
<tr><th></th><th>Скорость</th><th>Время</th><th>Расстояние</th></tr>
<tr><td>1</td><td>60 км/ч</td><td>3 ч</td><td rowspan="2">$\left.\begin{matrix}?\\ ?\end{matrix}\right\}?$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>70 км/ч</td><td>3 ч</td></tr>
</table>

быть такими: схематический чертеж или таблица.

Чтобы ответить на вопрос задачи, достаточно найти расстояния, пройденные первым и вторым поездом за 3 ч, и полученные результаты сложить:

1) $60 \cdot 3 = 180$ (км)

2) $70 \cdot 3 = 210$ (км)

3) $180 + 210 = 390$ (км)

Можно решить эту задачу другим способом, воспользовавшись понятием скорости удаления:

1) $60 + 70 = 130$ (км/ч) — скорость удаления поездов.

2) $130 \cdot 3 = 390$ (км) — расстояние между поездами через 3 ч.

Основные выводы по текстовым задачам

Установили, что любая текстовая задача состоит из взаимосвязанных условий и требований.

Основными методами решения таких задач являются арифметический и алгебраический, а процесс решения задачи включает следующие основные этапы:

1) анализ;

2) поиск плана решения;

3) осуществление плана решения;

4) проверка.

Рассмотрены некоторые приемы выполнения этих этапов. Главный прием — это моделирование. Прежде всего, решить текстовую задачу — это значит построить ее математическую модель (выражение или уравнение). Но чтобы облегчить поиск математической модели, нужны модели вспомогательные. Они могут быть графическими (рисунок, условный рисунок, чертеж, схематический чертеж), знаковыми (краткая запись, таблица) и др.

Лекция 14
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Алгебраический материал изучается начиная с 1 класса в тесной связи с арифметическим материалом и геометрическим. Введение элементов алгебры способствует обобщению понятий о числе, арифметических действиях, математических отношениях и вместе с тем готовит детей к изучению алгебры в следующих классах.

Основными алгебраическими понятиями курса являются «равенство», «неравенство», «выражение», «уравнение». Определений данных понятий в курсе математики начальных классов нет. Учащиеся уясняют эти понятия на уровне представлений в процессе выполнения специально подобранных упражнений.

Программой по математике в 1–4 классах предусматривается научить детей читать и записывать математические выражения: ознакомить с правилами порядка выполнения действий и научить ими пользоваться при вычислениях, ознакомить учащихся с тождественными преобразованиями выражений.

При формировании у детей понятия математического выражения необходимо учитывать, что знак действия, поставленный между числами имеет двоякий смысл; с одной стороны, он обозначает действие, которое надо выполнить над числами (например, 6+4 — к 6 прибавить 4); с другой стороны, знак действия служит для обозначения выражения (6+4 — это сумма чисел 6 и 4).

В методике работы над выражениями предусматривается два этапа.

На первом из них формируется понятие о простейших выражениях (сумма, разность, произведение, частное двух чисел), а на втором — о сложных (сумма произведения и числа, разность двух частных и т.д.).

Знакомство с первым выражением — суммой двух чисел происходит в 1 классе при изучении сложения и вычитания в пределах 10.

Выполняя операции над множествами, дети прежде всего усваивают конкретный смысл сложения и вычитания, поэтому в записях вида 5+1, 6−2 знаки действий осознаются ими как краткое обозначение слов «прибавить», «вычесть». Это находит отражение в чтении (к 5 прибавить 1 равно 6, из 6 вычесть 2 равно 4). В дальнейшем понятия об этих действиях углубляются. Учащиеся узнают, что, прибавляя несколько единиц, увеличиваем число на столько же единиц, а вычитая — уменьшаем его на столько же единиц. Это также находит отражение в новой форме чтения записей (4 увеличить на 2 равно 6, 7 уменьшить на 2 равно 5). Затем дети узнают названия знаков действий: «плюс», «минус» и читают примеры, называя знаки действий (4+2=6, 7−3=4).

Ознакомившись с названиями компонентов и результатом действия сложения, учащиеся используют термин «сумма» для обозначения числа, являющегося результатом сложения.

Опираясь на знания детей о названиях чисел при сложении, учитель поясняет, что в примерах на сложение запись, состоящая из двух чисел, соединенных знаком «плюс», называется так же, как и число, стоящее по другую сторону от знака «равно» (9 сумма, 6+3 — тоже сумма). Наглядно изображается это так:

$$\underbrace{6+3}_{\text{сумма}}=\underbrace{9}_{\text{сумма}}$$

Чтобы дети усвоили новое значение термина «сумма» как название выражения, даются такие упражнения: «Запишите сумму чисел 7 и 2: вычислите, чему равна сумма чисел 3 и 4; прочитайте запись (6+3), скажите, чему равна сумма; замените число суммой чисел (9=?+?); сравните суммы чисел (6+3 и 6+2), скажите, какая из них больше, запишите со знаком «больше» и прочитайте запись». В процессе таких упражнений учащиеся постепенно осознают двоякий смысл термина «сумма»: чтобы записать сумму чисел, надо их соединить знаком «плюс»; чтобы найти значение суммы, надо сложить заданные числа.

Примерно в таком же плане идет работа над следующими выражениями: разностью, произведением и частным двух чисел. Однако теперь каждый из этих терминов вводится сразу и как название выражения, и как название результата действия. Умение читать и записывать выражения, находить их значение с помощью соответствующего действия вырабатывается в процессе многократных упражнений, аналогичных упражнениям с суммой.

При изучении сложения и вычитания в пределах 10 включаются выражения, состоящие из трех и более чисел, соединенных одинаковыми или различными знаками действий вида: 3+1+1, 4−1−1, 2+2+2.

Вычисляя значения этих выражений, дети в выражениях овладевают правилом о порядке выполнения действий в выражениях без скобок, хотя и не формулируют его. Несколько позднее детей учат преобразовывать выражения в процессе вычислений: например: 10−7+5=3+5=8. Такие записи являются первым шагом в выполнении тождественных преобразований.

Знакомство первоклассников с выражениями вида: 10−(6+2), (7−4)+5 и т.п. готовит их к изучению правил прибавления числа к сумме, вычитания числа из суммы и др., к записи решения составных задач, а также способствуют более глубокому усвоению понятия выражения.

Методика ознакомления учащихся с выражением вида: 10+(6−2), (7+4)+5 и т.п. готовит их к изучению правил прибавления числа к сумме, вычитания числа из суммы и др., к записи решения составных задач, а также способствуют более глубокому усвоению понятия выражения.

Методика ознакомления учащихся с выражением вида: 10+(6−2), (5+3)−1 может быть различной. Можно сразу учить читать готовые выражения по аналогии с образцом и вычислять значения выражений, поясняя последовательность действий.

Возможен и другой путь ознакомления детей с выражениями данного вида — составление этих выражений учащимися из заданного числа и простейшего выражения.

Умение составлять и находить значение выражений используется учащимися при решении составных задач, вместе с тем здесь происходит дальнейшее овладение понятием выражения, усваивается конкретный смысл выражений в записях решений задач. Полезно в этом плане упражнение: дается условие задачи, например, «У мальчика было 24 рубля. Мороженое стоит 12 рублей, а конфета — 6 рублей». Дети должны объяснить, что в этом случае показывают следующие выражения:

2 класс		3 класс	
24−12	12+6	12:6	12+6 · 2
24−6	24−(12+6)	24:12	24−6 · 3

Во втором классе вводятся термины «математическое выражение» и «значение выражения» (без определения). После записи нескольких примеров в одно действие учитель сообщает, что эти примеры иначе называются математическими выражениями.

По заданию учителя дети сами составляют различные выражения. Учитель предлагает вычислить результаты и поясняет, что результаты иначе называют значениями математических выражений. Затем рассматриваются и более сложные математические выражения.

В дальнейшем при выполнении различных упражнений сначала учитель, а затем и дети употребляют новые термины (запишите выражения, найдите значение выражения, сравните выражения и т.п.).

В сложных выражениях знаки действий, соединяющие простейшие выражения, также имеют двоякий смысл, что постепенно раскрывается учащимися. Например, в выражении 20+(34−8) знак «+» обозначает действие, которое надо выполнить над числом 20 и разностью чисел 34 и 8 (к 20 прибавить разность чисел 34 и 8). Кроме того, знак «плюс» служит для обозначения суммы — это выражение есть сумма, в которой первое слагаемое 20, а второе слагаемое выражено разностью чисел 34 и 8.

После того как дети ознакомятся во втором классе с порядком выполнения действий в сложных выражениях, приступают к формированию понятий суммы, разности, произведения, частного, в которых отдельные элементы заданы выражениями.

В дальнейшем, в процессе многократных упражнений в чтении, составлении и записи выражений, учащиеся постепенно овладевают умением устанавливать вид сложного выражения (в 2–3 действия). Значительно облегчает детям работу схема, которая составляется коллективно и используется при чтении выражений:

1) установить, какое действие выполняется последним;

2) вспомнить, как называются числа при выполнении этого действия;

3) прочитать, чем выражены эти числа.

Упражнения в чтении и записи сложных действий, заданные простейшими выражениями, помогают детям усвоить правила порядка действий.

Изучение правил порядка действий

Правила порядка выполнения действий в сложных выражениях изучаются во 2 классе, но практически некоторые из них дети используют еще в 1 классе.

Сначала рассматривается правило о порядке выполнения действий в выражениях без скобок, когда над числами производят либо только сложение и вычитание, либо только умножение и деление. Необходимость введения выражений, содержащих два и более арифметических действий одной ступени, возникает при знакомстве учеников с вычислительными приемами сложения и вычитания в пределах 10, а именно:

6+2	6+3	6+4
6+1+1	6+2+1	6+2+2

Аналогично: 6–1–1, 6–2–1, 6–2–2.

Так как для нахождения значений этих выражений школьники обращаются к предметным действиям, которые выполняются в определенном порядке, то они легко усваивают тот факт, что арифметические действия (сложение и вычитание), которые имеют место в выражениях, выполняются последовательно слева направо.

С числовыми выражениями, содержащими действия сложения и вычитания, а также скобки, учащиеся впервые встречаются в теме «Сложение и вычитание в пределах 10».

Когда дети встречаются с такими выражениями в 1 классе, например: 7–2+4, 9–3–1, 4+3–2; во 2 классе, например: 70–36+10, 80–10–15, 32+18–17; 4 · 10:5, 60:10 · 3, 36:9 · 3, учитель показывает, как читают и записывают такие выражения и как находят их значение (например, 4 · 10:5 читают: 4 умножить на 10 и полученный результат разделить на 5). К моменту изучения во 2 классе темы «Порядок действий» учащиеся умеют находить значения выражений этого вида. Цель работы на данном этапе — опираясь на практические умения учащихся, обратить их внимание на порядок выполнения действий в таких выражениях и сформулировать соответствующее правило. Учащиеся самостоятельно решают подобранные учителем примеры и объясняют, в каком порядке выполняли действия в каждом примере. Затем формулируют сами или читают по учебнику вывод: если в выражении без скобок указаны только действия сложения и вычитания (или только действия умножения и деления), то их выполняют в том порядке, в каком они записаны (т.е. слева направо).

Несмотря на то, что в выражениях вида $a+b+c$, $a+(b+c)$ и $(a+b)+c$ наличие скобок не влияет на порядок выполнения действий в силу сочетательного закона сложения, на этом этапе учащихся целесообразнее сориентировать на то, что сначала выполняется действие в скобках. Это связано с тем, что для выражений вида $a-(b+c)$ и $a-(b-c)$ такое обобщение неприемлемо и учащимся на начальном этапе довольно трудно будет сориентироваться в назначении скобок для различных числовых выражений. Использование скобок в числовых выражениях, содержащих действия сложения и вычитания, в дальнейшем получает свое развитие, которое связано с изучением таких правил, как прибавление суммы к числу, числа к сумме, вычитание суммы из числа и числа из суммы. Но при первом знакомстве со скобками важно нацелить учащихся на то, что сначала выполняется действие в скобках.

Учитель обращает внимание детей на то, как важно соблюдать это правило при вычислениях, иначе можно получить неверное равенство. Например, учащиеся объясняют, каким образом, получены значения выражений: $70-36+10=24$, $60:10\cdot3=2$, почему они неверны, какие значения в действительности имеют эти выражения.

Аналогично изучают порядок действий в выражениях со скобками вида: $65-(26-14)$, $50:(30-20)$, $90:(2\cdot5)$. С такими выражениями учащиеся также знакомы и умеют их читать, записывать и вычислять их значение. Объяснив порядок выполнения действий в нескольких таких выражениях, дети формулируют вывод: в выражениях со скобками первым выполняется действие над числами, записанными в скобках.

Рассматривая эти же выражения, нетрудно показать, что действия в них выполняются не в том порядке, в каком записаны; чтобы показать другой порядок их выполнения, и использованы скобки.

Следующим вводится правило порядка выполнения действий в выражениях без скобок, когда в них содержатся действия первой и второй ступени. Поскольку правила порядка действий приняты по договоренности, учитель сообщает их детям или же учащиеся знакомятся с ними по учебнику.

Чтобы учащиеся усвоили введенные правила, наряду с тренировочными упражнениями включают решение примеров с пояснением порядка выполнения их действий. Эффективны также упражнения в объяснении ошибок на порядок выполнения действий. Например, из заданных пар примеров предлагается выписать только те, где вычисления выполнены по правилам порядка действий:

$20+30:5=10$	$42-12:6=40$
$6\cdot5+40:2=50$	$20+30:5=26$
$42-12:6=5$	$6\cdot5+40:2=35$

После объяснения ошибок можно дать задание: используя скобки, изменить порядок действий так, чтобы выражение имело заданное значение. Например, чтобы первое из приведенных выражений имело значение, равное 10, надо записать его так: $(20+30):5=10$.

Особенно полезны упражнения на вычисление значения выражения, когда ученику приходится применять все изученные правила. Например, на доске или в тетрадях записывается выражение $36:6+3\cdot2$. Учащиеся вычисляют его значение. Затем по заданию учителя дети изменяют с помощью скобок порядок действий в выражении:

$36:6+3\cdot2$	$36:(6+3\cdot2)$
$36:(6+3)\cdot2$	$(36:6+3)\cdot2$

Интересным, но более трудным является обратное упражнение: расставить скобки так, чтобы выражение имело заданное значение:

72–24:6+2=66 72–24:6+2=6
72–24:6+2=10 72–24:6+2=69

Также интересными являются упражнения следующего вида:

1. Расставьте скобки так, чтобы равенства были верными:

25–17:4=2 3 • 6–4=6 24:8–2=4

2. Поставьте вместо звездочек знаки «+» или «–» так, чтобы получились верные равенства:

38*3*7=34 38*3*7=28
38*3*7=42 38*3*7=48

3. Поставьте вместо звездочек знаки арифметических действий так, чтобы равенства были верными:

12*6*2=4 12*6*2=70 12*6*2=24
12*6*2=9 12*6*2=0

Выполняя такие упражнения, учащиеся убеждаются в том, что значение выражения может измениться, если изменяется порядок действий.

Для усвоения правил порядка действий необходимо в 3 и 4 классах включать все более усложняющиеся выражения, при вычислении значений которых ученик применял бы каждый раз не одно, а два или три правила порядка выполнения действий, например:

90 • 8–(240+170)+190,
469 148–148 • 9+(30 100–26 909).

При этом числа следует подбирать так, чтобы они допускали выполнение действий в любом порядке, что создает условия для сознательного применения изученных правил.

Ознакомление с преобразованием выражений

Преобразование выражения — это замена данного выражения другим, значение которого равно значению заданного выражения. Учащиеся выполняют такие преобразования выражений, опираясь на свойства арифметических действий и следствия, вытекающие из них.

При изучении каждого правила учащиеся убеждаются в том, что в выражениях определенного вида можно выполнять действия по-разному, но значение выражения при этом не изменяется. В дальнейшем знания свойств действий учащиеся применяют для преобразования заданных выражений в равные им выражения. Например, предлагаются задания вида: продолжить запись так, чтобы знак «=» сохранился:

56−(20+1)=56−20...

(10+5)·4=10·4...

60:(2·10)=60:10...

Выполняя первое задание, учащиеся рассуждают так: слева из 56 вычитают сумму чисел 20 и 1, справа из 56 вычли 20; чтобы справа получилось столько же, сколько слева, надо справа еще вычесть 1. Аналогично преобразуются другие выражения, т.е., прочитав выражение, ученик вспоминает соответствующее правило и, выполняя действия по правилу, получает преобразованное выражение. Чтобы убедиться в правильности преобразования, дети вычисляют значения заданного и преобразованного выражений и сравнивают их.

Применяя знания свойств действий для обоснования приемов вычислений, учащиеся 2-4 классов выполняют преобразования выражений вида:

54+30=(50+4)+20=(50+20)+4=70+4=74

72:3=(60+12):3=60:3+12:3=24

16·40=16·(3·10)=(16·3)·10=540

Здесь также необходимо, чтобы учащиеся не только поясняли, на основе чего получают каждое последующее выражение, но и понимали, что все эти выражения соединены знаком «=», потому что имеют одинаковые значения. Для этого иногда следует предлагать детям вычислять значения выражений и сравнивать их. Это предупреждает ошибки вида:

75−30=70−30=40+5=45,

24·12=(10+2)=24·10 +24·2=288.

Учащиеся 2−3 классов выполняют преобразование выражений не только на основе свойств действий, но и на основе определений действий. Например, сумму одинаковых слагаемых заменяют произведением: 6+6+6=6 • 3, и наоборот: 9 • 4=9+9+9+9. Опираясь также на смысл действия умножения, преобразуют более сложные выражения: 8 • 4+8=8 • 5, 7 • 6−7=7 • 5.

На основе вычислений и анализа специально подобранных выражений учащихся 3 класса подводят к выводу о том, что если в выражениях со скобками скобки не влияют на порядок действий, то их можно не ставить: (30+20)+10=30+20+10, (10 • 6):4=10 • 6:4 и т.д. В дальнейшем, используя изученные свойства действий и правила порядка действий, учащиеся упражняются в преобразовании выражений со скобками в тождественные им выражения без скобок. Например, предлагается записать данные выражения без скобок так, чтобы их значения не изменились:

(65+30)−20	(20+4) • 3
96−(46+30)	(40+24):4

Объясняя решение первого из заданных выражений на основе правила вычитания числа из суммы, дети заменяют его выражениями: 65+30−20, 65−20+30, 30−20+65, поясняя порядок выполнения действий в них. Выполняя такие упражнения, учащиеся убеждаются, что значение выражения не меняется при изменении порядка действий только в том случае, если при этом применяются свойства действий.

Таким образом, знакомство школьников начальных классов с понятием выражение тесно связано с формированием вычислительных умений и навыков. В то же время введение понятия выражения позволяет организовать соответствующую работу по развитию математической речи учащихся.

Лекция 15
БУКВЕННАЯ СИМВОЛИКА, РАВЕНСТВА, НЕРАВЕНСТВА, УРАВНЕНИЯ

Методика ознакомления с буквенной символикой

В соответствии с программой по математике буквенная символика вводится в 3 классе (1–4).

Здесь учащиеся знакомятся с буквой а, как символом для обозначения неизвестного числа или одного из компонентов выражения при решении выражений вида: запиши вместо «окошечка» букву а. Найти значения суммы $a+6$, если $a=8$, $a=7$. Затем на последующих уроках знакомятся с некоторыми буквами латинского алфавита, обозначающими один из компонентов в выражении. С буквой x, как символом для обозначения неизвестного числа при решении уравнений вида: $a+x=в$, $x-c=d$ — знакомятся в 4 четверти в 3 классе.

Введение буквы как символа для обозначения переменной позволяет уже в начальных классах начать работу над формированием понятия переменной, раньше приобщить детей к математическому языку символов.

Подготовительная работа к раскрытию смысла буквы как символа для обозначения переменной проводится в начале учебного года в 3 классе. На этом первом этапе дети знакомятся с некоторыми буквами латинского алфавита (a, $в$, c, d, k) для обозначения переменной, т.е. одного из компонентов в выражении.

При введении буквенной символики для обозначения числовой переменной важную роль в системе упражнений играет умелое комбинирование индуктивного и дедуктивного методов. В соответствии с этим упражнения предусматривают переходы от числовых выражений к буквенным и, обратно, от буквенных выражений к числовым. Например, на доску вывешивается плакат с тремя карманами, на которых написано: «1 слагаемое», «2 слагаемое», «сумма». В процессе беседы с учениками учитель заполняет карманы плаката карточками с записанными на них числами и математическими выражениями:

5	0	5+0
13	20	13+20
41	41	41+41
1 слагаемое	2 слагаемое	сумма

Далее выясняется, можно ли еще составить выражения, сколько таких выражений можно составить. Дети составляют другие выражения и находят в них общее: одинаковое действие — сложение и различное — разные слагаемые. Учитель поясняет, что, вместо того, чтобы записывать разные числа, можно обозначить любое число, которое может быть слагаемым, какой-нибудь буквой, например а, любое число, которое может быть вторым слагаемым, например, *в*. Тогда сумму можно обозначить так: *а+в* (соответствующие карточки выставляются в карманы плаката).

Учитель поясняет, что *а+в* также математическое выражение, только в нем слагаемые обозначены буквами: каждая из букв обозначает любые числа. Эти числа называются значениями букв.

Аналогично вводится разность чисел как обобщенная запись числовых выражений.

Чтобы учащиеся осознали, что буквы, входящие в выражение, например, *в+с*, могут принимать множество числовых значений, а само буквенное выражение является обобщенной записью числовых выражений, предусматриваются упражнения на переход от буквенных выражений к числовым.

Учащиеся убеждаются, что, придавая буквам различные числовые значения, можно получить много, сколько угодно числовых выражений.

В таком же плане проводится работа по конкретизации буквенного выражения — разность чисел.

Далее в связи с работой над выражениями раскрывается понятие постоянной величины. С этой целью рассматриваются выражения, в которых постоянная величина фиксируется с помощью числа, например: $a \pm 12$, $8 \pm c$. Здесь, как и на первом этапе, предусматриваются упражнения на переход от числовых выражений к выражениям, записанным с помощью букв и цифр, и обратно. С этой целью на первых порах используются плакат с тремя карманами.

Заполняя карманы плаката карточками с записанными на них числами и математическими выражениями, учащиеся замечают, что значения первого слагаемого изменяются, а второго — не изменяются. Далее выясняется, что любое число, которое может быть значением первого слагаемого, можно обозначить какой-нибудь буквой, например, d.

Учитель поясняет, что второе слагаемое можно записать с помощью чисел, тогда сумму чисел можно записать так: $m+8$, и карточки вставляются в соответствующие карманы плаката.

Аналогичным образом можно получить математические выражения вида: $17 \pm a$, $b \pm 30$, а позднее — выражения вида: $7 \cdot в$, $c \cdot 4$, $a:8$, $48:d$.

В 4 классе проводятся упражнения вида: Найди значения выражения $a:в$, если

1) $a=3\ 400$ и $в=2$;

2) $a=2\ 800$ и $в=7$.

Когда учащиеся уясняют смысл буквенной символики, можно использовать буквы в качестве средства обобщения формируемых у них знаний.

Конкретной базой для использования буквенной символики как инструмента обобщения служат знания об арифметических действиях и те знания, которые формируются на их основе. К ним относятся понятия об арифметических действиях, их свойствах, о связях между компонентами и результатами действий, об изменении результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов и т.п.

Таким образом, использование буквенной символики способствует повышению уровня обобщения знаний, приобретаемых учащимися начальных классов, и готовит их к изучению систематического курса алгебры в следующих классах.

Числовые равенства, неравенства

Понятие о равенствах, неравенствах и уравнениях раскрывается во взаимосвязи. Работа над ними ведется с 1 класса, органически сочетаясь с изучением арифметического материала.

По новой программе ставится задача научить детей выполнять сравнение чисел, а также сравнение выражений с целью установления отношений «больше», «меньше», «равно»; научить записывать результаты сравнения с помощью знаков «$>$», «$<$», «$=$» и читать полученные равенства и неравенства.

Числовые равенства и неравенства учащиеся получают на основе сравнения заданных чисел или арифметических выражений. Первоначально у младших школьников формируются понятия только о верных равенствах и неравенствах ($5>4$, $6<7$, $8=8$).

Впоследствии, когда учащиеся накопят опыт работы над выражениями и неравенствами с переменной, после рассмотрения понятий истинного и ложного (верного и неверного) высказывания переходят к такому определению понятий равенства и неравенства, по которым любые два числа, два выражения, соединенные одним из знаков «больше», «меньше» называется неравенством. При этом различают верные и неверные равенства и неравенства. В 3 классе предлагаются такие упражнения: проверь, верны ли данные равенства (4 четверть):

$760-400=90 \cdot 4;$

$630:7=640:8.$

Но этих упражнений мало. В 4 классе предлагаются аналогичные упражнения и другие, вида: проверь, верны ли неравенства:

$478 \cdot 24<478 \cdot (3 \cdot 9);$

$356 \cdot 10 \cdot 6>356 \cdot 16.$

Ознакомление с равенствами и неравенствами в начальных классах непосредственно связывается с изучением нумерации и арифметических действий.

Сравнение чисел осуществляется сначала на основе сравнения множеств, которое выполняется, как известно, с помощью установления взаимно-однозначного соответствия. Этому способу сравнения множеств учат детей в подготовительный период и в начале изучения нумерации чисел первого десятка. Попутно выполняется счет элементов множеств и сравнение полученных чисел. В дальнейшем при сравнении чисел учащиеся опираются на их место в натуральном ряду: $9<10$, потому что при счете число 9 называют перед числом 10, и т.д.

Установленные отношения записываются с помощью знаков «>», «<», «=», учащиеся упражняются в чтении и записи равенств и неравенств.

Впоследствии при изучении нумерации чисел в пределах 100, 1000, а также нумерации многозначных чисел сравнение чисел осуществляется либо на основе сопоставления их по месту в натуральном ряду, либо на основе разложения чисел по десятичному составу и сравнения соответствующих разрядных чисел, начиная с высшего разряда.

Сравнение именованных чисел сначала выполняется с опорой на сравнение самих значений величин, а потом осуществляется на основе сравнения отвлеченных чисел, для чего заданные именованные числа выражаются в одинаковых единицах измерения.

Сравнение именованных чисел вызывает большие трудности у учащихся, поэтому, чтобы научить этой операции, надо систематически во 2–4 классах предлагать разнообразные упражнения:

1) 1 дм * 1 см

   2 дм * 2 см

2) Замените равным числом: 7 км 500 м=□ м

3) Подберите числа таким образом, чтобы запись была верна:

□ ч $<$ □ мин   □ см=□ дм и т.д.

4) Проверить верные или неверные равенства даны, исправьте знак, если равенства неверны:

4 т 8 ц=480 кг, 100 мин.=1 ч, 2 м 5 см=250 см

Переход к сравнению выражений осуществляется постепенно. Сначала в процессе изучения сложения и вычитания в пределах 10 дети длительное время упражняются в сравнении выражения и числа. Первые неравенства вида $3+1>3$, $3-1<3$ полезно получать из равенства ($3=3$), сопровождая преобразования соответствующими операциями над множествами.

В дальнейшем выражение и число учащиеся сравнивают, не прибегая к операциям над множествами: находят значение выражения и сравнивают его с заданным числом, что отражается в записях:

$5+3>5$	$2<7-4$	$7=4+3$
$8>5$	$2<3$	$7=7$

После знакомства с названиями выражений учащиеся читают равенства и неравенства так: сумма чисел 5 и 3 больше, чем 5.

Опираясь на операции над множествами и сравнение множеств, учащиеся практически усваивают важные свойства равенств и неравенств (если *а=в*, то *в=а*).

Сравнить два выражения — значит, сравнить их значения. Сравнение чисел и выражений впервые включается при изучении чисел в пределах 20, а затем при изучении действий во всех концентрах эти упражнения систематически предлагаются детям.

При изучении действий в других концентрах упражнения на сравнение выражений усложняются: более сложными становятся выражения, учащимся предлагаются задания вставить в одно из выражений подходящее число так, чтобы получить верные равенства или неравенства, составить из данных выражений верные равенства или верные неравенства.

Таким образом, при изучении всех концентров упражнения на сравнение чисел и выражений, с одной стороны, способствуют формированию понятий о равенствах и неравенствах, а с другой стороны, усвоению знаний о нумерации и арифметических действиях, а также выработке вычислительных навыков.

Методика ознакомления с неравенствами с переменной

Неравенства с переменной вида: $x+3<7$, $10-x>5$ вводятся в 3 классе. Сначала переменная обозначается не буквой, а «окошечком», затем обозначается буквой.

Термины «решить неравенство», «решение неравенства» не вводятся в начальных классах, поскольку во многих случаях ограничиваются подбором только нескольких значений переменной, при котором получается верное неравенство. Упражнения выполняются под руководством учителя.

Упражнения с неравенствами закрепляют вычислительные навыки, а также помогают усвоению арифметических знаний. Подбирая значения буквы в неравенствах и равенствах вида: $5+x=5$, $5-x=5$, $10 \cdot x=10$, $10 \cdot x<10$, учащиеся закрепляют знания особых случаев действий. Но самым важным является то, что работая с неравенствами, учащиеся закрепляют представление о переменной и подготавливаются к решению неравенств в 5 классе.

В соответствии с программой в 1–4 классах рассматриваются упражнения первой степени с одним неизвестным вида: $7+x=10$, $x \cdot (17-10)=70$.

Упражнения в начальных классах рассматриваются как верные равенства, решение уравнения сводится к отыскиванию того значения буквы (неизвестного числа), при котором данное выражение имеет указанное значение. Нахождение неизвестного числа в таких равенствах выполняется на основе знания связи между результатом и компонентами арифметических действий. Эти требования программы определяют методику работы над уравнениями.

Методика изучения уравнений

На подготовительном этапе к введению первых уравнений при изучении сложения и вычитания в пределах 10 учащиеся усваивают связь между суммой и слагаемыми. Кроме того, к этому времени дети овладевают умением сравнивать выражение и число и получают первые представления о числовых равенствах вида: 8=5+3, 6+4=10. Большое значение в плане подготовки к введению уравнений имеют упражнения на подбор пропущенного числа в равенствах вида: 4+□=6, 5−□=2. В процессе выполнения таких упражнений дети привыкают к мысли, что неизвестным может быть не только сумма или разность, но и одно из слагаемых.

Понятие об уравнении вводится в 3 классе. Решаются уравнения устно, способом подбора, т.е. детям предлагают простые уравнения вида: $x+3=5$. Для решения таких уравнений дети вспоминают состав чисел в пределах 10, в данном случае состав числа 5 (3 и 2), значит, $x=2$.

В 4 классе учитель показывает запись решения уравнения, опираясь на знания детей о связях между компонентами и результатом арифметических действий. Например, $6+x=15$. Нам неизвестно второе слагаемое, чтобы получить второе слагаемое надо из суммы вычесть первое слагаемое.

Запись решения: $6+x=15$ *Проверка:* $6+9=15$

$x=15-6$ $15=15$

$x=9$

Учащимся надо объяснить, что когда производим проверку, надо обязательно после подстановки вместо x полученного числа, найти значение полученного выражения.

Позже, на следующем этапе, уравнения решаются на основе знания правил нахождения неизвестного компонента. На каждый случай отводится отдельный урок.

Лекция 16
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Основные задачи изучения геометрического материала

Основной задачей изучения геометрического материала в 1–4 классах является формирование у учащихся четких понятий и представлений о таких фигурах, как точка, прямая линия, отрезок прямой, ломаная линия, угол, многоугольник, круг.

При этом система упражнений и задач геометрического содержания и методика работы над ними должны способствовать развитию пространственных представлений у детей, умений наблюдать, сравнивать, абстрагировать и обобщать.

Одной из задач обучения является выработка у учащихся практических умений измерения и построения геометрических фигур с помощью чертежных и измерительных инструментов и без них (измерить на глаз, начертить от руки и т.п.). Следует дать также первоначальное представление о точности построений и измерений.

Учитывая задачи, намеченные программой при изучении геометрического материала, следует широко использовать разнообразные наглядные пособия. Это демонстрационные, общеклассные модели геометрических фигур, требуются индивидуальные наглядные пособия.

Наиболее эффективными приемами изучения геометрического материала являются лабораторно-практические: моделирование фигур из бумаги, из палочек, из проволоки; черчение, измерение и др.

При обучении в школе необходимо опираться на имеющийся опыт детей, уточнять и обогащать их представления.

У учащихся 1–4 классов надо формировать четкие образы точки, прямой и кривой линий, отрезка прямой. Задача учителя — научить вычленять, называть и правильно показывать эти фигуры, изображать их на бумаге и на доске, обозначать с помощью букв. Дети должны научиться измерять и чертить отрезки заданной длины.

Важнейшую роль при изучении геометрического материала в начальных классах играют геометрические задания, специально направленные на развитие у младших школьников пространственных представлений и воображения, их речи и мышления, на формирование практических умений и навыков. К ним можно отнести задания на:

а) классификацию геометрических фигур;

б) деление фигур на части;

в) составление геометрических фигур заданной формы из других фигур;

г) вычленение фигур на чертеже сложной конфигурации;

д) распознавание фигур знакомых видов в окружающей обстановке;

е) выяснение геометрической формы предметов или их частей.

Ознакомление с точкой, прямой и кривой линиями, отрезком прямой

С точкой учащиеся знакомятся с первых шагов обучения в 1 классе. Учитель с помощью заданий: «Поставьте точку посередине клетки. Поставьте точку посередине левой стороны клетки и т.д.» — учит ориентироваться в клетке. Затем эти знания используются при письме цифр. При объяснении написания цифр, учитель говорит, где начинать писать и где заканчивать. Ставя точки в клетках, затем дети соединяют их линией и рисуют различные узоры по образцу, данному учителем.

После знакомства с прямой линией дети учатся ставить точки на прямой, проводить прямые линии через 1, 2, 3 заданные точки относительно прямой линии.

Когда происходит знакомство с элементами многоугольника, учащиеся узнают о том, что вершины многоугольников — это точки.

В 3 классе дети знакомятся с обозначением точек латинскими буквами. Учитель поясняет, что для различения точек на чертеже принято обозначать их заглавными латинскими буквами, например: *D, K, M, N, O, A* и т.д., которые пишутся около точки.

Формирование представлений о прямой линии у учащихся 1 класса происходит в процессе выполнения ими разнообразных упражнений. При этом прямую линию сопоставляют с кривой.

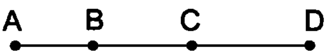
Дети должны научиться узнавать прямую линию, начерченную в любом положении на плоскости, отличать ее от кривой, уметь проводить прямые, используя линейку.

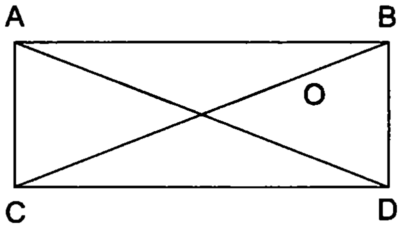
В процессе выполнения упражнений, дети знакомятся с некоторыми свойствами прямой, например, упражняясь в проведении линий через точки, дети обобщают свои наблюдения: через одну точку можно провести сколько угодно прямых или кривых линий; через две точки можно провести только одну прямую, а кривых сколько угодно.

С отрезком прямой учащиеся знакомятся также практически: отмечают на прямой две точки, и учитель поясняет, что эту часть прямой от одной точки до другой называют отрезком прямой, или кратко — отрезком, а точки — концами отрезка. Затем отрезок сравнивают с прямой и делают вывод, что отрезок ограничен, а прямая — не ограничена, мы изображаем на бумаге только части прямой. До измерения отрезков вводится понятие о равных и неравных отрезках. Разъясняется способ установления этих отношений (наложением). В дальнейшем после знакомства с см, дм, м и т.д. учащиеся выполняют большое количество упражнений в измерении и черчении отрезков, решают задачи с отрезками (на увеличение и уменьшение на несколько единиц, и т.д.)

Выделяя элементы многоугольников, учащиеся устанавливают, что стороны многоугольников — отрезки.

Когда учащиеся познакомятся с обозначением отрезков буквами, даются письменные упражнения, которые закрепляют умения выделять отрезки, являющиеся частями других отрезков, а также отрезки, составленные из других отрезков. Например, предлагают записать все отрезки, которые имеются на чертеже, записать отрезки с началом в точке О, измерить с помощью линейки и выписать равные отрезки.





Постепенно учащиеся осознают, что отрезок может быть общей стороной нескольких многоугольников, и, опираясь на это, выполняют упражнения на построение отрезков внутри многоугольников так, чтобы при этом образовались новые фигуры. Например, провести внутри пятиугольника один отрезок так, чтобы при разрезании получились треугольник и прямоугольник или два прямоугольника.

Такие упражнения развивают у детей воображение и пространственные представления, а также закрепляют геометрические понятия.

Многоугольник, угол, круг

Понятия об этих фигурах формируется у детей постепенно в течение всего начального обучения и в последних классах.

Первоначально, при изучении первого десятка, геометрические фигуры используются как дидактический материал. Опираясь на него, дети учатся считать, решать задачи, вычислять, составлять орнаменты, сравнивать и др. Попутно уточняются представления об отдельных фигурах, запоминаются их названия: круг, треугольник, квадрат.

Понятие многоугольника дается в 1 классе, с прямым углом учащиеся знакомятся во 2 классе, а с видами углов — в 4 классе, понятие круга и окружности дается в 3 классе.

При знакомстве с многоугольником вычленяют элементы многоугольников: стороны, углы, вершины, на моделях показывают стороны, углы и вершины. Рассматриваются различные виды треугольников (равносторонние и разносторонние, равнобедренные) в 3 классе.

Далее в таком же плане рассматривают четырехугольники, пятиугольники и т.д., приурочивая эту работу к изучению соответствующих чисел в пределах первого десятка. Выделяя элементы многоугольников, учащиеся подмечают связь между числом элементов и названием фигуры.

Знакомство с прямым углом лучше начать с практической работы. Ученики получают произвольные листы цветной бумаги, при этом их внимание обращается на то, что листы бумаги у всех различны по форме и размерам. Затем под руководством учителя они складывают листы сгибанием сначала вдвое, потом перегибают еще раз.

Учитель предлагает развернуть сложенный лист. Дети видят, что линии сгиба листа бумаги разделили его на четыре угла, у которых одна вершина — одна точка. Дети практически убеждаются в том, что все четыре угла равны между собой, так как при складывании листа бумаги по линиям сгиба углы совпадают.

Учитель сообщает, что эти углы называют прямыми. При этом подчеркивается, что, несмотря на различные формы листов и их размеры, получены равные углы. Это устанавливается практическим путем: с помощью наложения моделей прямых углов, взятых у разных учеников.

Пользуясь моделью прямого угла, учащиеся находят прямые и непрямые углы на окружающих предметах. В дальнейшем используют прямой угол чертежного треугольника. Для закрепления представления прямого угла включают специальные упражнения.

Понятие угла закрепляется в дальнейшем в процессе изучения многоугольников, например, при рассмотрении прямоугольника. В основе организации деятельности учащихся, направленной на формирование представлений о прямоугольнике и квадрате, лежат определения: прямоугольник — это четырехугольник, у которого все углы прямые, а квадрат — это прямоугольник с равными сторонами.

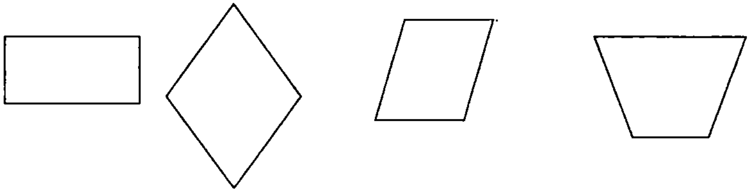
Использование родовых и видовых понятий способствует постепенному осознанию детьми, что любой квадрат есть прямоугольник и в то же время не всякий прямоугольник может быть квадратом.

Чтобы ученики увидели не только отличительные признаки прямоугольника и квадрата, но и их общие признаки, работу целесообразно проводить в двух направлениях: а) по вычленению существенных признаков прямоугольника (квадрата); б) по установлению связей между ними.

Вычленению существенных признаков прямоугольника (квадрата) способствуют специальные задания на распознавание геометрических фигур, их моделирование, вычерчивание.

Например, при ознакомлении школьников с прямоугольником используется метод практических работ в сочетании с методом беседы.

На доску прикрепляются четырехугольники.



— Как можно назвать эти геометрические фигуры? (Четырехугольники.)

— Почему так думаете? (Потому что каждая из этих фигур содержит по четыре угла, четыре вершины, четыре стороны.)

— Используя модель прямого угла, найдите среди этих четырехугольников четырехугольник, имеющий прямой угол. Учитель поясняет, что четырехугольники, у которых все углы прямые, называют прямоугольниками.

Выполнение заданий на распознавание геометрических фигур не только позволяет осознать существенные признаки фигуры, но и способствует формированию наглядно-образной обобщенности.

После того как учащиеся усвоят свойство противоположных сторон прямоугольника, из множества прямоугольников вычленяют квадраты — прямоугольники с равными сторонами.

Работа на уроке так и организуется, чтобы учащиеся увидели, что квадрат — это частный случай прямоугольника.

Большое значение для закрепления представлений о многоугольниках, а также для развития пространственных представлений в целом имеют задачи с геометрическим содержанием, которые включаются систематически, начиная с 1 класса. Это задачи на деление заданных фигур так, чтобы получившиеся части имели указанную форму; задачи на составление фигур новых из данных многоугольников; задачи на распознавание всевозможных геометрических фигур.

В процессе решения таких задач у детей формируется умение воспринимать многоугольник, составленный из частей, и в то же время видеть многоугольники, являющиеся частями другого многоугольника, вырабатывается наблюдательность, зоркость, умение мысленно конструировать геометрические фигуры.

В 3 классе учащиеся знакомятся с окружностью и кругом. Учатся чертить окружности с помощью циркуля, знакомятся с элементами окружности и круга — центром и радиусом. Все эти сведения усваиваются детьми в процессе практических упражнений.

Сопоставив круг с многоугольником, учащиеся устанавливают, что границей многоугольника является замкнутая ломаная линия, а границей круга — замкнутая кривая линия — окружность.

Чтобы учащиеся не смешивали круг и окружность, дают специальные упражнения, например: проведите окружность и раскрасьте круг, отметьте центр круга или окружности, а также точки, лежащие внутри круга, вне круга, на окружности.

Ломаная линия, длина ломаной линии, периметр многоугольника

Опираясь на понятие отрезка, учащиеся 1 класса знакомятся с понятием ломаной линии. Для этого по образцу, данному учителем, предлагают учащимся построить линию из палочек или бумажных полосок. Учитель дает название новой линии. Учащиеся чертят ломаные линии. Каждый раз дети подсчитывают, сколько отрезков содержит ломаная линия и сколько у нее звеньев. Так же с опорой на практические работы вводят понятия незамкнутой и замкнутой ломаной линии. Учащиеся строят из палочек ломаную линию, находят ее начало и конец (конец последнего отрезка). Учитель дает название такой ломаной — незамкнутая, а затем предлагает по образцу соединить начало и конец незамкнутой ломаной линии. Учащиеся сами догадываются, что такая ломаная линия называется замкнутой. При этом звенья соединяют так, чтобы они кроме вершин, не имели общих точек.

В процессе упражнений устанавливают связь между замкнутой ломаной линией и многоугольником, для которого ломаная линия является границей: замкнутая ломаная линия из трех звеньев ограничивает треугольник, из четырех звеньев — четырехугольник и т.д.

Затем во 2 классе учащихся знакомят с измерением ломаных линий, т.е. нахождением длины ломаной линии. Для того, чтобы найти длину ломаной линии нужно измерить длину каждого звена и сложить их все. Необходимо включить достаточное количество упражнений на нахождение длины незамкнутых и замкнутых ломаных линий, которые содержат различное число звеньев.

Понятие периметра многоугольника вводится в 3 классе. Учитель поясняет, что сумма длин сторон многоугольника называется его периметром. До введения понятия периметра многоугольника после знакомства с прямоугольником, квадратом и многоугольником даются различные упражнения:

1) Начерти в тетради прямоугольник со сторонами 6 см и 4 см. Покажи его противоположные стороны.

2) Узнай длину каждой стороны данного треугольника. Найди сумму длин всех его сторон.

Затем специально рассматривается нахождение суммы длин сторон равносторонних многоугольников, а также нахождение суммы длин сторон прямоугольника. Сумму длин сторон этих фигур дети находят сначала путем измерения их сторон и сложения полученных чисел. Но тут же обращается внимание на свойства этих фигур — равенство всех сторон или равенство противоположных сторон. Учащиеся делают вывод о возможности сократить измерения. Здесь учащиеся, кроме геометрических, закрепляют также и арифметические знания. Опираясь на чертеж, они подмечают, что можно поступить и по-другому: найти сумму длин смежных сторон, а затем умножить эту сумму на два.

В дальнейшем предлагаются упражнения вида:

1) Стороны прямоугольника 28 мм и 46 мм. Найди периметр.

2) Поставь в тетради точки, как показано на рисунке. Соедини их отрезками так, чтобы получился треугольник. Найди его периметр.

3) Длина прямоугольника 4 см, ширина — 3 см. Найди периметр.

Решаются обратные задачи.

В процессе выполнения таких упражнений формируется понятие периметра многоугольника и умение находить его, а также развиваются пространственные и геометрические представления.

Лекция 17
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ВАЖНЕЙШИХ ВЕЛИЧИН

Методика ознакомления с длиной отрезка и с единицами измерения длины

В начальных классах рассматриваются величины: длина, площадь, масса, емкость, время и другие. Учащиеся должны получить конкретные представления об этих величинах, ознакомиться с единицами их измерения, овладеть умениями измерять величины, научиться выражать результаты измерения в различных единицах, выполнять арифметические действия над именованными числами.

Каждая изучаемая величина — это некоторое обобщенное свойство реальных объектов окружающего мира. Упражнения в измерениях развивают пространственные представления, вооружают учащихся важными практическими навыками, которые широко применяются в жизни. Следовательно, изучение величин — это одно из средств связи обучения с жизнью.

Величины рассматриваются с 1 по 4 класс в тесной связи с изучением целых неотрицательных чисел и дробей: обучение измерению связывается с обучением счету; новые единицы измерения вводятся вслед за введением соответствующих счетных единиц; образование, запись и чтение именованных чисел изучается параллельно с нумерацией отвлеченных чисел; арифметические действия выполняются над отвлеченными и над именованными числами. Измерительные и графические работы как наглядное средство используются при решении задач. Таким образом, изучение величин способствует усвоению многих вопросов курса математики.

Первые представления о длине как свойстве предметов у детей возникают задолго до школы. К началу обучения в школе дети выделяют без ошибок линейную протяженность (длина, ширина, высота предметов, расстояние между ними). Они правильно устанавливают отношения: длиннее — короче, шире — уже, дальше — ближе и т.п., если различия в этом плане ярко выражены, а по другим свойствам предметы сходны.

Важным шагом в формировании понятия о линейной протяженности является знакомство с прямой линией и отрезком как «носителем» линейной протяженности, лишенным по существу других свойств. Сравнивая отрезки на глаз, дети получают представление о равных и неравных отрезках.

На следующем этапе происходит знакомство с первой единицей измерения отрезков — сантиметром. Для этого можно использовать мультфильм «38 попугаев» или предложить детям различные упражнения на сравнение длины предметов на глаз, где невозможно наложить один предмет на другой. В этом случае подводим детей к выводу, что нужно выбрать единицу измерения (такой единицей может быть, например, шаг)

В результате выполнения практической работы дети сами приходят к выводу о том, что результат измерения длины может меняться в зависимости от выбранной единицы измерения (например, от длины шага). В связи с этим удобно выбрать постоянную единицу длины.

Чтобы дети получили наглядное представление о сантиметре, следует выполнить ряд упражнений. Например, дать задание, чтобы они сами изготовили модели сантиметра, начертили отрезки длиной 1 см в тетрадях (по клеточкам), нашли, что ширина мизинца примерно равна 1 см.

Далее учащихся знакомят с измерением отрезков. Чтобы дети ясно поняли процесс измерения и что показывают числа, получаемые при измерении, целесообразно постепенно переходить от простейшего приема укладывания моделей сантиметра и их подсчета к более трудному — отмериванию. Только затем приступить к измерению способом прикладывания линейки. При работе с масштабной линейкой обращается внимание на правильность положения линейки при измерении. Следует научить детей выполнять округление результатов измерения.

Для формирования измерительных навыков включается система разнообразных упражнений. Это измерение и черчение отрезков; сравнение отрезков. Чтобы ответить на вопрос: на сколько сантиметров длиннее (короче) один отрезок от другого; увеличение и уменьшение их длины на несколько сантиметров.

Позднее, при изучении нумерации чисел в пределах 100, вводятся новые единицы измерения — дециметр, метр. Работа ведется аналогично той, что и при знакомстве с сантиметром. Затем устанавливают отношения между единицами измерения. Дети упражняются в измерении с помощью двух разных мерок и получают в результате составные именованные числа (например, длина крышки стола 4 дм 5 см и т.д.). С этого времени приступают к сравнению именованных чисел на основе сравнения соответствующих отрезков.

Затем рассматривают преобразования именованных чисел — замену крупных единиц мелкими (3 дм 5 см= = 35 см) и мелких единиц крупными (48 см=4 дм 8 см).

Далее знакомство с единицами измерения длины продолжается: дети знакомятся с миллиметром, а позднее с километром.

Введение миллиметра обосновывается необходимостью измерять отрезки, меньше 1 см. Наглядное представление о миллиметре дети получают, рассматривая деления на обычной масштабной линейке или на миллиметровой бумаге. Сразу же устанавливается, сколько миллиметров содержится в 1 см, и дети приступают к измерениям с точностью до миллиметра. Обращается внимание на то, что на линейке сантиметры обозначены длинными черточками, а миллиметры — короткими, но каждые 5 мм обозначены более длинными черточками, что облегчает измерение.

При знакомстве с километром полезно провести практические работы на местности, чтобы сформировать представление об этой единице измерения. Можно совершить экскурсию на улицу, пройти 1 км. Затем учитель дает задание учащимся составить таблицу расстояний между отдельными поселками. Потом этот материал используется на уроках при составлении задач.

При изучении единиц длины основной единицей измерения является метр (1 м). Все остальные единицы производные от метра: сантиметр составляет сотую долю метра (приставка санти означает сотая), дециметр — десятую долю метра, миллиметр — тысячную долю метра.

При изучении каждой новой единицы измерения длины дается соотношение и к концу изучения мер длины составляется и заучивается наизусть таблица:

1 м = 10 дм = 100 см

1 дм = 10 см = 100 мм

1 см = 10 мм

1 км = 1000 м

Методика ознакомления с массой и с единицами измерения массы

При изучении единиц массы можно придерживаться того же подхода: опираясь на те конкретные представления, которые есть у детей, обобщить и систематизировать их в ходе проведения практических работ. При этом этапы формирования представлений аналогичны тем, которые использовались при измерении длины: сравнение массы предметов по ощущению (тяжелее, легче на руке), выяснение отношения «тяжелее», «легче» с помощью инструмента — чашечных весов, а затем уже отвешивание и взвешивание груза с помощью весов и гирь (разновесов), когда выбрана единица измерения массы. Дети знакомятся сначала с килограммом, затем с граммом.

При знакомстве с единицами измерения массы можно провести экскурсию, где детям удастся познакомиться с различными видами весов, запомнить массу некоторых предметов (буханка хлеба, число яблок в килограммах и т.д.). При этом важно научить детей учитывать тару при взвешивании. Если состав класса достаточно сильный, можно познакомить с имеющими практическое значение понятиями «вес нетто» (вес груза без тары), «вес брутто» (вес груза вместе с тарой).

В 4 классе дети знакомятся с более крупными единицами измерения массы: центнером и тонной — и получают конкретные представления о том, какие предметы могут иметь ту или иную массу, знакомятся с соотношениями 1 ц = 100 кг, 1 т = 1000 кг, решают вопрос о том, массу каких предметов удобнее измерять в тех или иных единицах.

Новые единицы массы включаются в систему знаний об измерении величин, устанавливаются соотношения новых единиц с известными ранее. И, наконец, составляется таблица единиц массы и заучивается наизусть.

После введения разных величин (длина и масса) единицы длины и массы изучаются параллельно, во взаимосвязи друг с другом. Дети должны осознать, что единицы длины и массы относятся к метрической системе мер: 1 т = 10 ц, 1 ц = 100 кг, 1 см = 10 мм и т.д. Именно это позволяет рассматривать величины в тесной связи с изучением нумерации.

В 4 классе изучают и преобразование именованных чисел, выраженных в единицах измерения массы, а также сравнивают составные именованные числа и выполняют арифметические действия над ними. В процессе этих упражнений закрепляются знания таблицы единиц массы.

Начиная со 2 класса в процессе решения простых, а затем составных задач учащиеся устанавливают и используют взаимосвязь между величинами: масса, учатся вычислять каждую из величин, если известны значения двух других.

Формирование временных представлений у младших школьников. Единицы измерения времени

Наиболее трудны для детей временные представления. Поэтому большое значение приобретает формирование конкретных представлений о каждой единице времени на основе практических работ и решения задач. При изучении данной величины особое значение имеет наглядность (использование календарей, моделей часов, секундомера, «ленты времени»).

Первые представления о времени дети получают в дошкольный период. Смена дня и ночи, смена времен года, повторяемость режимных моментов в жизни ребенка — все это формирует временные представления.

Временные представления у первоклассников формируются, как и у дошкольников, прежде всего в процессе их практической (учебной) деятельности: режим дня, ведение календаря природы, восприятие последовательности событий при чтении сказок, рассказов, ежедневная запись в тетрадях даты работы — все это помогает ребенку увидеть изменения времени, почувствовать течение времени. Программа предусматривает в 1 классе знакомство детей с названиями дней недели и их последовательностью.

Начиная с 1 класса, необходимо приступить к сравнению знакомых, часто встречающихся в опыте детей временных промежутков. Например, что длится дольше: урок или перемена, учебная четверть или каникулы, что короче по времени: занятия ученика в школе или рабочий день родителей? Такие задания способствуют развитию чувства времени.

Знакомство с единицами времени способствует уточнению временных представлений детей. Знание количественных отношений единиц измерения помогает сравнивать и оценивать по продолжительности промежутки времени, выраженные в тех или иных единицах времени. Такие единицы времени, как месяц, год, сутки, час и минута, изучаются в 3 классе, а век и секунда — в 4 классе. Необходимо формировать у детей конкретные представления о каждой единице времени, добиваться усвоения их соотношений, научить пользоваться календарем и часами и с их помощью решать несложные задачи на вычисление продолжительности события, если известны его начало и конец, а также задачи, обратные данной.

Знакомя детей с месяцем и годом, учитель использует табель-календарь. По нему дети выписывают названия месяцев по порядку и количество дней в каждом месяце. Сразу же выделяют одинаковые по продолжительности месяцы, отмечают самый короткий месяц — февраль, и т.д.

Понятие о сутках раскрывается через близкие детям понятия о частях суток — утро, день, вечер, ночь. Кроме того, опираются на представления временной последовательности: вчера, сегодня, завтра. Дети устанавливают, сколько суток проходит со вчерашнего вечера до завтрашнего вечера, сколько суток прошло от начала недели до субботы, которые по счету сутки наступят, объясняют пословицу: «День и ночь — сутки прочь».

Следующими рассматриваются час и минута. Конкретные представления о соответствующих промежутках времени также формируются через практическую деятельность детей, через наблюдения. Чтобы ощутить время продолжительностью в 1 минуту, включают упражнения, с помощью которых дети узнают, что можно успеть сделать за 1 минуту. Уместно здесь объяснить смысл пословицы: «Минута час бережет».

Важным моментом на данном этапе является знакомство с часами. Чтобы дети научились устанавливать время по часам, можно проводить практические упражнения, используя модель часов. Даются разные формы чтения показаний часов. С помощью модели часов решаются задачи на определение продолжительности события, начала или конца его.

По ходу знакомства с очередной единицей времени нужно давать соотношение между единицами и заучить наизусть.

В 4 классе дети знакомятся с новыми единицами времени: секундой и веком. Сообщается, что секунда — еще меньшая единица измерения времени, чем минута. Хорошо, если дети сами проверят, сколько шагов можно сделать за 1 с, что за 10 с можно посчитать от 20 до 30 и т.п.

Век — более крупная единица измерения времени, чем год (век — 100 лет). Веками измеряются длительные периоды в истории стран, городов, жизнь некоторых деревьев и животных. Данный в учебнике чертеж (шкала веков) позволяет детям находить отрезки, обозначающие 1 век, 4 века, 20 веков и т.п. Для усвоения данной единицы времени полезны вопросы: какие годы находятся между черточками 19 век и 20 век? Какой сейчас год? А какой век?

Обобщением всей работы по изучению единиц измерения времени является составление таблицы соотношений между единицами времени с записью ее на классной доске и в тетрадях.

1 неделя=7 дней

1 сутки=24 часа

1 час=60 минут

1 минута=60 секунд

1 год=12 месяцев

1 месяц=30, 31 день — февраль=28, 29 — високосный год

1 век=100 лет

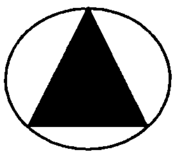
При изучении понятия год можно использовать сказку «12 месяцев».

В связи с изучением данной темы полезно провести внеклассное занятие, на котором поставить задачу — расширить знания детей о времени и его измерении, пробудить интерес у учащихся к этому материалу. Это могут быть рассказы о том, как человек измеряя время в далеком прошлом, о первых календарях и часах, и др.

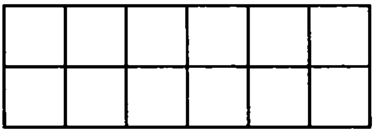
С площадью геометрической фигуры дети знакомятся в 4 классе.

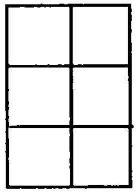
Прежде всего, площадь выделяется как свойство плоских предметов среди других их свойств. В процессе изучения геометрического материала у детей уточняются представления о площади как о свойстве плоских геометрических фигур. Более четким становится понимание того, что фигуры могут быть различными и одинаковыми по площади. В процессе решения задач с геометрическим содержанием учащиеся знакомятся с некоторыми свойствами площади. Они убеждаются, что площадь не изменяется при изменении положения фигуры на плоскости. Дети многократно наблюдают соотношение между всей фигурой и ее частями, упражняются в составлении различных по форме фигур из одних и тех же заданных частей.

Ознакомление с площадью проходит так: Учитель берет треугольник и круг, накладывает одну фигуру на другую и говорит: «В этом случае говорят, что площадь треугольника меньше площади круга или площадь круга больше площади треугольника».



Однако не всегда так легко установить, какая из двух фигур имеет большую площадь или они одинаковы по площади. Чтобы показать это учащимся, можно предложить им сравнить прямоугольник и квадрат, незначительно отличающиеся по площади: например: квадрат — 4·4 см, прямоугольник — 5·3 см. Сначала дети пытаются определить на глаз, затем способом наложения. Однако оба способа не помогают детям решить вопрос. Выслушав все ответы, учитель поворачивает другую сторону фигур и предлагает сосчитать, сколько одинаковых квадратов содержит каждая фигура. Так дети устанавливают, площадь какой фигуры больше, а какой меньше. На последующих уроках предлагается определить площадь фигур путем подсчета квадратов. Подсчитав количество квадратов, дети говорят, что площадь данной фигуры равна, например 6 квадратикам, 12 квадратикам, и т.д.





На следующем этапе учащихся знакомят с первой единицей измерения площади — квадратным сантиметром (кв. см или $см^2$). Выполняя конкретные упражнения, дети обнаруживают некоторое сходство и существенное различие между длиной отрезка и площадью: сантиметр — единица измерения длины; кв. см — единица измерения площади; длина отрезка — число сантиметров, которые содержатся в данном отрезке; площадь фигуры — число кв. см, содержащихся в этой фигуре.

В дальнейшем наглядное представление о кв. см и понятие площади фигур закрепляются. Включаются упражнения на нахождение площади фигур, разбитых на кв. см. Далее идет ознакомление учащихся с нахождением приближенной площади фигуры. Для этого используют палетку. Накладывая палетку на геометрическую фигуру, подсчитывают число целых и нецелых кв. см, которые в ней содержатся. Число нецелых квадратов делят на 2 и прибавляют к числу целых и получают приблизительную площадь геометрической фигуры.

На следующем этапе учащиеся знакомятся с приемом вычисления площади прямоугольника. В ходе выполнения по учебнику различных упражнений приходят к выводу: Чтобы найти площадь прямоугольника нужно длину умножить на ширину, или наоборот.

Далее включаются устные и письменные задания на вычисление площади прямоугольников.

Затем учащиеся знакомятся с кв. дм. Как и при введении кв. см, прежде всего, формируется наглядный образ новой единицы: дети вырезают ее модель из бумаги, чертят квадрат со стороной 1 дм в тетради, составляют фигуры из нескольких кв. дм. Устанавливается соотношение между кв. дм и кв. см. учащиеся сами вычисляют площадь квадрата со стороной 1 дм в кв. см и записывают: 1 кв. дм=100 кв. см.

На следующем этапе аналогично рассматривается кв.м. Обращается особое внимание на решение практических задач: измерение и вычисление площади пола в классе, коридоре, сравнение площадей помещений, имеющих одинаковую ширину и различную длину.

Наряду с решением задач на нахождение площади прямоугольника по длине и ширине решают обратные задачи на нахождение одной из сторон прямоугольника по известной площади и другой стороне. Устанавливается взаимосвязь между шириной, длиной и площадью прямоугольника: чтобы найти ширину прямоугольника, нужно площадь разделить на длину прямоугольника; чтобы найти длину прямоугольника, надо площадь разделить на ширину прямоугольника.

Лекция 18
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ДРОБЕЙ

В соответствии с программой по математике в начальных классах должна быть проведена подготовка к изучению дробей в 5 классе. Это значит, что в начальных классах надо создать конкретные представления о доле и дроби. С этой целью предусматривается в 3 классе ознакомить детей с долями, их записью; научить сравнивать дроби, решать задачи на нахождение дроби числа. Все названные вопросы раскрываются на наглядной основе.

Методика ознакомления с долями

Ознакомить детей с долями — значит сформировать у них конкретные представления о долях, т.е. научить детей образовывать доли практически. Например, чтобы получить одну четвертую долю круга, надо круг разделить на 4 равные части и взять одну такую часть.

Для формирования правильных представлений о долях надо использовать достаточное количество разнообразных наглядных пособий. Как показал опыт, наиболее удобными пособиями являются геометрические фигуры, вырезанные из бумаги; можно использовать рисунки фигур, выполненные на бумаге. Очень важно, чтобы пособия были не только у учителя, но и у каждого из учащихся. Правильные представления о долях, а позднее о дробях будут сформированы тогда, когда ученики будут своими руками получать, например, половину круга, квадрата и т.п., четверть отрезка и т.д.

Рассмотрим методику ознакомления детей с долями. У каждого из учащихся и у учителя по нескольку одинаковых кругов, прямоугольников. Учитель предлагает ученикам взять круг в руки и, совмещая края согнуть пополам. Затем, развернув, посмотреть, на сколько частей разделили круг (на два). Потом, согнув на две части, согнуть еще пополам, совмещая опять края. Развернуть и посмотреть, на сколько частей разделили теперь круг (на четыре). После проделанных упражнений учитель сообщает, что одна часть из всех равных частей это доля. Затем показывает запись доли. (1/2, 1/4, 1/8 и т.д.) В первом случае, когда делили круг пополам, получились две доли. Можно предложить закрасить одну часть и обозначить ее (1/2). Во втором случае получились четыре части, значит одна доля — это?

Для закрепления этих знаний и умений учащимся предлагаются различные упражнения из учебника. Это, прежде всего, упражнения в назывании и записи долей. Например, «Назовите и запишите, какая доля квадрата отрезана». Когда дети сами выполняют все упражнения практически, то они материал запоминают лучше. Можно учащимся предложить самим изобразить какую-либо долю отрезка и записать эту долю.

В каждом случае надо спрашивать, сколько всего долей в целом. Эффективным упражнением для формирования представлений о долях является сравнение долей одной и той же величины, которое выполняется чисто практически с помощью наглядных пособий. Например, предлагается сравнить доли 1/3 и 1/2 и поставить знак «>» или «<».

Решение задач на нахождение доли числа и числа по его доле

Решение задач на нахождение доли числа и числа по его доле также способствует формированию представлений о долях величины. В этом их основное назначение. Поэтому решение задач на нахождение доли числа и числа по его доле выполняется на наглядной основе.

Сначала вводятся задачи на нахождение доли числа. Для ознакомления с решением задач лучше предлагать задачи, которые можно легко проиллюстрировать. Например. Предлагается задача: «От полоски длиной 15 см отрезали 1/3 ее. Чему равна длина отрезанного куска полоски?».

15:3=5 (см) Ответ: 5 сантиметров.

При решении других задач достаточно воспользоваться чертежом: число изобразить отрезком, который учащиеся делят на заданное число равных частей, обозначают долю, после чего выполняют решение устно или письменно.

В дальнейшем задачи на нахождение доли числа должны включаться для устной и письменной работы. Следует больше включать заданий вида: сколько сантиметров в 1/2 м? в 1/4 м? Сколько минут в 1/2 ч? В 1/5 ч и т.д.

При изучении мер времени надо объяснить детям, почему принято говорить: «Половина второго», «Четверть третьего», «Без четверти семь».

При решении задач на нахождение числа по его доле вначале надо брать такие, чтобы их можно было непосредственно иллюстрировать, например: «Сережа отрезал от куска проволоки 4 см. Это 1/3 всего куска. Какой длины был кусок проволоки?»

Изобразим кусок проволоки, который отрезал Сережа.

— Какую часть всего куска составляет отрезанный кусок? (1/3)

— Как изобразить весь кусок? (Отложить таких еще два куска.)

— Почему? Начертите.

— Какой длины был кусок проволоки? (12 см)

— Как узнали? (4 · 3)

— Запись решения: 4 · 3=12 (см) Ответ: 12 сантиметров.

Далее задачи на нахождение числа по его доле и задачи на нахождение доли числа включаются вперемежку и предлагаются как для устного, так и для письменного решения.

В 3 классе рассматриваются только простые задачи на нахождение доли числа и числа по его доле, а в 4 классе эти задачи включаются в составные.

Методика ознакомления с дробями

Образование дроби, как и образование доли, рассматривается с помощью наглядных пособий. При объяснении понятия дроби учитель опирается на знания детей о доле. Вспоминают, что такое доля, как она образуется, как записывается. Затем, на основе выполнения различных упражнений, учитель показывает, как записывается дробь и, что обозначает каждое число, над чертой и под чертой.

Например, работу можно провести так.

Учитель предлагает такую работу:

— Разделите круг на 4 равные части.

— Как называют каждую такую часть?

— Покажите 3/4 доли. (Можно закрасить 3 части). Вы получили — дробь 3/4.

— Кто сможет записать эту дробь?

— Что показывает число 4? (На сколько равных частей мы разделили круг.)

— Что показывает число 3? (Сколько частей мы закрасили.)

Аналогичным образом учащиеся получают и записывают другие дроби, объясняя, что показывает каждое число.

Для сравнения дробей обычно используются иллюстрации с равными прямоугольниками. (Упражнения приведены в учебнике.)

Предлагаются специальные упражнения на сравнение дробей:

1) Вставьте пропущенный знак «>», «<» или «=».

3/8 ... 3/4;   4/5 ... 1   4/8 ... 1/2

2) Подберите такое число, чтобы равенство (неравенство) было верным:

5 /10=□/2; 3/8 >□/3; 1/ 2<□/4

Конкретный смысл дроби очень ярко раскрывается при решении задач на нахождение дроби числа. Решение этих задач, как и задач на нахождение доли числа, выполняется с помощью соответствующих наглядных пособий.

Например: «У монтера было 12 м провода. 2/3 всего провода он израсходовал. Сколько метров провода израсходовал монтер?»

Задачи на нахождение дроби числа должны предлагаться для устного и письменного решения. Несколько позднее этот вид задач должен включаться в составные задачи. Различные упражнения с дробями следует чаще включать для устных и письменных работ на протяжении всего учебного года.

Лекция 19
АНАЛИЗ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ПРОГРАММ И УЧЕБНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ. РАЗЛИЧНЫЕ КОНЦЕПЦИИ ПОСТРОЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Особенности комплектов учебников, рекомендованных общеобразовательным учреждениям

В российском начальном общем образовании сложилось широкое и устойчивое образовательное пространство. Около половины используемых в общеобразовательных учреждениях учебных программ по всем предметам, приходится на первую ступень — начальную школу.

Продолжают функционировать три государственные системы начального образования: традиционная, система Л.В. Занкова, система Д.Б. Эльконина—В.В. Давыдова. Наиболее активна в своем развитии и наполнении новыми программами и учебно-методическими комплектами (УМК) по всем учебным предметам традиционная система. Наряду с успешно развивающимися образовательными моделями «Начальная школа XXI века», «Школа 2000»—«Школа 2100», «Гармония» (в Федеральном перечне учебно-методических изданий, рекомендованных (допущенных) к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях на 2004/2005 учебный год выше упомянутые образовательные модели называются комплектами), появились и другие комплекты учебников.. Каждая система и комплекты обеспечены своими УМК по учебным предметам, включающим программы, учебники, дополнительные пособия для учащихся, методические руководства для учителя. Большая часть УМК имеет грифы «Допущено» (для новых программ, учебников и пособий) или «Рекомендовано» (для изданий, прошедших апробацию). Требование проведения через Федеральный экспертный совет новых программ и учебников, входящих в какой-либо комплект, становится все строже.

В системах Л.В. Занкова и Д.Б. Эльконина—В.В. Давыдова сохраняется строгое требование использования УМК данных систем. В комплектах (образовательных моделях) это требование не так жестко, скорее рекомендательно. В них допускается замена отдельных курсов по усмотрению педагогов.

В последние годы четко просматривается тенденция формирования комплектов (УМК) на базе издательств: «Вентана-Граф» издает комплект учебником модели «Начальная школа XXI века» (под ред. Н.Ф.Виноградовой), «Баласс» — «Школа 2000»... — «Школа 2100», «Ассоциация XXI век» — «Гармония» (под ред. Н.Б. Истоминой). Федеральный перечень учебно-методических изданий на следующий учебный год пополнился новыми комплектами. Издательство «Просвещение» выпускает комплект «Школа России» (под ред. А.А. Плешакова), издательство «Дрофа» — комплект «Классическая начальная школа», издательство «Академкнига/Учебник» — комплект «Перспективная начальная школа», издательство «АСТ-Астрель» — комплект «Планета знаний» (под ред. И.А. Петровой).

К 2004/2005 учебному году подготовлен и выпущен новый Федеральный перечень учебно-методических изданий для общеобразовательных учреждений. В нем представлены учебно-методические издания, имеющие грифы. Среди них 7 комплектов традиционной системы: «Школа России» (под ред. А.А. Плешакова), «Классическая начальная школа», «Начальная школа XXI века», «Школа 2000»... — «Школа 2100...», «Гармония», «Перспективная начальная школа», «Планета знаний» (под ред. И.А. Петровой). А также неукомплектованные учебно-методические издания, представленные в виде содержательных линий. Комплекты учебников системы Л.В. Занкова и Д.Б. Эльконина—В.В. Давыдова.

В результате в новом учебном году начальная школа получает девять сформированных комплектов учебников.

Особенности комплекта учебников «Гармония» (под редакцией Н.Б. Истоминой)

Учебно-методический комплект «Гармония» для четырехлетней начальной школы создан на кафедре методики начального обучения Московского государственного открытого педагогического университета им. М.А. Шолохова.

Входящие в комплект учебники, учебники-тетради и тетради с печатной основой являются результатом многолетнего научно-методического поиска путей совершенствования начального образования, который осуществлялся авторами комплекта: Н. Б. Истоминой, д.п.н., профессором; М.С. Соловейчик, к.п.н., профессором; Н.С. Кузьменко к.п.н., доцентом О.В. Кубасовой, к.п.н. доцентом; О.Т. Поглазовой, к.п.н., старшим преподавателем; Н.М. Конышевой, д.п.н.

В связи с этим первой особенностью комплекта «Гармония» является стремление преодолеть объективно сложившееся разделение традиционной и развивающих систем обучения на основе органичного соединения подтвердивших жизненность положений традиционной методики и новых подходов к решению методических проблем.

Вторая особенность комплекта находит выражение в том, что в комплекте нашли методическое воплощение основные направления модернизации школьного образования (гуманизация, гуманитаризация, дифференциация, деятельностный и личностно-ориентированный подход к процессу обучения).

Методическая интерпретация современных тенденций развития начального образования и их реализация в учебниках позволяет рассматривать каждый предметный учебно-методический комплект, входящий в «Гармонию», как модель учебного процесса, как источник интеллектуального и эмоционального развития ребенка, его познавательных интересов, умения общаться со взрослыми и сверстниками, возможно полно выражать свои мысли и чувства. Реализованные в учебниках методические подходы к организации учебной деятельности школьников создают условия для понимания ребенком изучаемых вопросов, для гармоничных отношений учителя с учеником и детей друг с другом, обеспечивают ситуации успеха за счет мер по целенаправленному преодолению трудностей обучения.

В числе этих мер следует назвать: 1) логику построения содержания курсов, нацеленных на усвоение понятий и общих способов действий, которая на доступном для младшего школьника уровне обеспечивает осознание им причинно-следственных связей, закономерностей и зависимостей в рамках содержания каждого учебного предмета; 2) способы, средства и формы организации учебной деятельности младших школьников; 3) систему учебных заданий, которая учитывает как особенности содержания учебных предметов, так и психологические особенности младших школьников и соблюдает баланс между логикой и интуицией, словом и наглядным образом, осознанным и подсознательным, догадкой и рассуждением.

Специфика содержания каждого учебного предмета находит отражение в его методической концепции и способах ее реализации.

В основу построения курса «Математика» положена методическая концепция целенаправленной и систематической работы по формированию у младших школьников приемов умственной деятельности: анализа и синтеза, сравнения, классификации, аналогии и обобщения в процессе усвоения математического содержания, предусмотренного программой.

Реализация данной концепции обеспечивается:

- тематическим построением курса, создающим условия для осознания школьниками связей между новыми и ранее изученными понятиями, для осуществления продуктивного повторения, для активного использования в процессе обучения приемов умственной деятельности;
- новым методическим подходом к изучению математических понятий, свойств и способов действий, в основе которого лежит установление соответствия между предметными, словесными, графическими (схематическими) и символическими моделями, их выбор, преобразование и конструирование, в соответствии с заданными условиями;
- новым методическим подходом к формированию вычислительных навыков и умений, который создает условия не только для повышения качества вычислительной деятельности младших школьников, но и для развития их мышления;
- новым методическим подходом к обучению младших школьников решению текстовых задач, в соответствии с которым дети знакомятся с текстовой задачей только после того, как у них сформированы те знания, умения и навыки, (навыки чтения, усвоение конкретного смысла действий сложения и вычитания, приобретение опыта в соотнесении предметных, словесных, схематических и символических моделей, знакомство со схемой как способом моделирования), которые необходимы им для овладения умениями решать текстовые задачи;
- включением в учебник диалогов между Мишей и Машей, с помощью которых детям предлагаются для

обсуждения варианты ответов, высказываются различные точки зрения, комментируются способы математических действий, анализируются ошибки. Диалоги помогают учителю не только привлечь учащихся к обсуждению того или иного вопроса, но и самому включиться в эту работу, заняв тем самым не контролирующую позицию, а помогающего детям и сотрудничающего с ними.

Структура учебников разработана в соответствии с блочно-тематическим принципом, что облегчает учителю тематическое планирование уроков на учебный год и четверть. Материалы учебников содержат в себе не только содержательную канву каждого урока, но и дают достаточно четкое представление о методике их организации.

Хорошо известно, что успех любого учебника в значительной мере зависит от готовности учителя стать единомышленником автора и методически грамотно, а возможно и творчески реализовать заложенную в учебнике систему. В связи с этим третьей особенностью комплекта «Гармония» является обеспечение взаимосвязи между подготовкой учителя в вузе и его профессиональной практической деятельностью. Авторы комплекта «Гармония» (Н.Б. Истомина, М.С. Соловейчик, Н.С. Кузьменко, О.В. Кубасова, Н.М. Конышева) одновременно являются авторами учебников и учебных пособий для вузов.

Тщательная проработка концептуальных идей во всех учебниках комплекта «Гармония» и оснащение их методическими рекомендациями, разъясняющими учителю эти идеи, позволяет рассматривать комплект «Гармония» как средство повышения уровня профессиональной компетентности учителя и формирования у него нового педагогического сознания, адекватного современным тенденциям развития начального образования. В этом заключается четвертая особенность учебно-методического комплекта «Гармония».

Учебно-методический комплект по математике для четырехлетней начальной школы (автор Н.Б. Истомина) удостоен премии Правительства РФ в области образования за 1999 год.

Особенности комплекта учебников «Начальная школа XXI века» (под редакцией Н.Ф. Виноградовой)

Ведущей идеей учебно-методического комплекта «Начальная школа XXI века» является реализация одного из возможных путей модернизации начального образования, раскрытие новых подходов к целям, содержанию и методике обучения младших школьников в начальной школе. Исходя из этого авторским коллективом созданы средства обучения для учащихся (учебники, рабочие тетради) и учителя (книги, методические рекомендации, поурочные планирования и др.).

В учебно-методическом комплекте реализован основной принцип обучения: начальная школа должна быть природосообразной, то есть соответствовать потребностям детей этого возраста (в познании, общении, разнообразной продуктивной деятельности), учитывать типологические и индивидуальные особенности их познавательной деятельности и уровень социализации.

Комплект учебников «Начальная школа XXI века» реализует в образовательном процессе право ребенка на свою индивидуальность. Все средства обучения содержат материал, который позволяет учителю учесть индивидуальный темп и успешность обучения каждого ребенка, а также уровень его общего развития. Во всех учебниках предусмотрено дополнительное учебное содержание, что позволяет создать достаточно высокий эрудиционный фон обучения, обеспечив, с одной стороны, снятие обязательности усвоения всех предъявленных знаний (ребенок может, но не должен это усвоить), а с другой стороны, дав возможность каждому работать в соответствии со своими возможностями.

Особое внимание авторы учебно-методического комплекта «Начальная школа XXI века» уделяют созданию особой эмоционально-положительной атмосферы обучения младших школьников, развитию учебной инициативы и самостоятельности. Методика обучения построена таким образом, что предоставляет каждому ребенку право на ошибку, на самооценку своего труда, самостоятельный анализ как процесса, так и результатов обучения (рубрика «Проверь себя», рекомендации учителю по формированию контролирующей деятельности школьников).

Обновление содержания курса «Математики» шло за счет обогащения его сведениями из различных математических дисциплин (арифметики, алгебры, геометрии, логики) с целью установления перспективы математического образования и формирования готовности к систематическому изучению алгебры и геометрии в основной школе. Принципом реализации деятельностного подхода было предъявление материала дискуссионного характера, когда учащиеся в процессе учебного диалога определяют способ построения учебной задачи, обсуждают алгоритм ее решения. Такой подход позволяет существенно повысить уровень математического образования школьников, развить их мышление и воспитать устойчивый интерес к занятиям математикой.

Особенности комплекта учебников «Школа 2000...» — «Школа 2100».

Учебно-методический комплект «Школа 2000...» — «Школа 2100» включает в себя:

1) учебники по математике для 1–4 классов начальной школы автора Л.Г. Петерсон, разработанные в рамках программы «Школа 2000»... под руководством

доктора физико-математических наук, профессора, заведующего Отделом математического образования РАО Г.В. Дорофеева;

В основу учебно-методического комплекта «Школа 2000...» — «Школа 2100» положены следующие педагогические принципы.

Личностно ориентированные принципы.

1. Принцип адаптивности.
2. Принцип развития.
3. Принцип психологической комфортности.

Культурно ориентированные принципы.

1. Принцип картины мира.
2. Принцип целостности содержания образования.
3. Принцип систематичности.
4. Принцип смыслового отношения к миру.
5. Принцип ориентировочной функции знаний.
6. Принцип опоры на культуру как мировоззрение и как культурный стереотип.

Деятельностно-ориентированные принципы.

1. Принцип обучения деятельности.
2. Принцип управляемого перехода от деятельности в учебной ситуации к деятельности в жизненной ситуации.
3. Принцип перехода от совместной учебно-познавательной деятельности к самостоятельной деятельности ученика (зона ближайшего развития).
4. Принцип опоры на предшествующее (спонтанное) развитие.
5. Креативный принцип, или принцип формирования потребности в творчестве и умений творчества.

Комплект учебников создан в едином методологическом, методическом, дидактическом и психологическом пространствах и имеют целью:

1) максимально учитывать психологические особенности определенного школьного возраста и личностные особенности каждого ученика;

2) формировать у школьника «целостную картину мира»;

3) интегрировать предметы не формально (под одну обложку), а через общие содержательные линии и показ межпредметных связей, специфических для предмета и общих для всех предметов;

4) «выучивать» ученика до необходимого уровня без использования дополнительных материалов «со стороны», даже в руках начинающего учителя;

5) обеспечить полностью не только методическими и дидактическими материалами, но и разными видами контролей и тестов по отслеживанию динамики обученности;

6) перевести учителей из авторитарности в режим «педагогики сотрудничества» и личностного общения;

7) дать при желании учителя и руководителей внутри общего учебника возможность определить для каждого ученика «собственную траекторию образования»;

8) открывать возможности изменения форм организации урока: от фронтальной до работы малыми группами и смешанных форм;

9) максимально использовать весь предыдущий педагогический и методический опыт учителя в новом образовательном алгоритме;

10) реализовать новую научную концепцию формирования гражданственности и патриотизма;

11) сделать обучение максимально комфортным, а следовательно, предохраняющим от перегрузок;

12) выращивать средствами предметов личность в «культуре достоинства», самостоятельную, способную на принятие решений и отвечающую за них. Личность, привыкшую к творческому подходу к жизни, существованию в условиях выбора, толерантную миру.

Курс математики «Школа 2000...» является непрерывным курсом для дошкольников, начальной и средней школы, реализующим поэтапную преемственность между всеми ступенями обучения на уровне методологии, содержания и методики.

Технология урока и система дидактических принципов, разработанные в программе «Школа 2000...», помогают учителю организовать самостоятельную учебно-познавательную деятельность детей, а управленцам — провести экспертную оценку деятельности педагогов в соответствии с целевыми требованиями Закона РФ «Об образовании» (1996 г.).

Курс обеспечивает разноуровневое обучение на основе принципа минимакса: содержание образования предлагается на творческом уровне (уровне «максимума»), а административный контроль его усвоения — на уровне стандарта («минимума»). Это означает, с одной стороны, что не предполагается выполнение детьми всех заданий из учебника, так курс обеспечивает индивидуальную образовательную траекторию для каждого ребенка, в том числе и для более подготовленных детей. С другой стороны, не предполагается повышения уровня административного контроля, так как это может привести к перегрузке детей и учителей.

Также этот курс включает и обучение информатике.

УМК «Информатика» (авт. А.В. Горячев и др.) Основная цель курса — развитие логического мышления. Безкомпьютерный и компьютерный варианты обучения. Курс обеспечен программой, учебниками-тетрадями «Информатика в играх и задачах» (1–4 кл.) и методическими рекомендациями к каждому.

Особенности комплекта учебников по системе Л.В. Занкова

Дидактическая система, ведущая цель которой оптимальное общее развития каждого школьника, разрабатывалась в процессе многолетнего педагогического эксперимента Л.В. Занковым и его учениками. В 60-е годы прошлого столетия была сформулирована концепция этого учения, включающая основную идею, принципы и типические свойства системы общего развития ребенка, которые и определяют особенности учебно-методического комплекта.

Общее развитие не подменяет понятие «всестороннее развитие». Речь идет об общем развитии психической деятельности, которое включает три линии развития психики ребенка — ум, волю, чувства, подчеркивая значимость таких сторон общего развития, как нравственное и эстетическое. Развитие мыслительной деятельности предполагает классификацию предметов и понятий, анализ условий задач и заданий, формулировку выводов. Формирование обобщений ориентируется как на индуктивный, так и на дедуктивный путь в зависимости от характера раскрываемых знаний. Знания, умения и навыки рассматриваются в Новой Дидактике как средство организации этого процесса.

При изучении общего психического развития особая роль отводилась и отводится изучению таких ее форм, как: анализирующее наблюдение, отвлеченное мышление, практические действия.

Основные требования к содержанию, методам, организационным формам, результативности системы, т.е. ее дидактические принципы отвечают ее основной идее: оптимальному уровню общего развития каждого ребенка. Положение Л.С. Выготского о том, что обучение должно идти впереди развития, конкретизируется требованием соблюдения меры трудности и звучит так: обучение на высоком уровне трудности с соблюдением меры трудности. Мера трудности определяется как необходимостью учета индивидуального подхода к общему развитию каждого ученика, так и базовым уровнем содержания начального образования. Ориентация на общее развитие всех детей требует согласования обязательного минимума с образовательной программой, рассчитанной и на развитие сильного и одаренного ученика. Характер трудности в основном очерчен глубиной программного содержания и способом его усвоения, следовательно, неразрывно связан с другими принципами — принципом ведущей роли теоретических знаний и быстрым темпом прохождения учебного материала. Последний принцип имеет не количественную, а качественную характеристику: не спешить, но и не топтаться на месте при закреплении знаний. У детей не должно возникать впечатления, что они воспроизводят пройденное, так как «знакомое» понятие рассматривается во взаимосвязи с другими и под другим углом зрения. Такая подача материала отвечает требованию осознания школьниками процесса учения.

Руководящая идея системы и ее дидактические принципы становятся достоянием каждодневной деятельности учителя и учения школьников благодаря хорошо разработанной методической системе обучения, которая рассматривается как единство, обладающее типическими для преподавания всех предметов свойствами. Это свойство многогранности, процессуальности, вариантности и свойство коллизий.

Реализация в учебном материале по разным предметам типических свойств методической системы в единстве с дидактическими принципами обеспечивает целостное развивающее воздействие на учащихся.

Учебный материал во всех учебниках представлен в таких формах, которые предполагают самостоятельную деятельность учащихся по открытию и усвоению новых знаний. Особое значение имеет организация учебного материала в различных формах сравнения, в том числе и для постановки проблемных задач. Учебники обеспечивают регулярность подобных заданий с учетом нарастания сложности характера учебного материала.

Учебный материал направлен на формирование мыслительной деятельности: умений — классифицировать предметы и понятия, путем формирования соответствующих операций (группировки словесных и наглядных объектов по одному признаку, совмещение двух, трех признаков), формулировать выводы, проводить анализ условий задач и заданий. Формирование обобщений ориентируется как на индуктивный, так и на дедуктивный путь в зависимости от характера раскрываемых знаний.

В структуре содержания учебников отражаются следующие этапы организации учебного процесса:

первый этап — система заданий поискового характера, ведущая к раскрытию определенной единицы усвоения понятия, правила, действия (система заданий может быть сориентирована как на индуктивный, так и на дедуктивный путь познания в зависимости от характера раскрываемых знаний);

второй — сличение результатов самостоятельной работы с вводимыми в учебниках определениями, правилами, описаниями действий;

третий — применение усваиваемых знаний в разнообразных условиях их проявления во взаимосвязи с ранее изученным.

Задачи первого адаптационного периода обучения детей по всем предметам — развить психофизиологические функции, необходимые для продуктивного обучения: слуховые, зрительные, речевые органы, мышцы руки, пространственную, временную, количественную ориентацию, фонетический слух и т.д.

В курс математики включены не только все основные вопросы базового содержания, но и вопросы, расширяющие его. Например, изучая натуральный ряд чисел в пределах миллиона, школьники открывают для себя закономерность последовательности их расположения на числовом луче, знакомятся с понятием «множество», для которого натуральные числа являются подмножествами (целые неотрицательные, дробные, целые, положительные и отрицательные числа), и приемом сравнения натуральных чисел с разным и одинаковым числом знаков и пр. Основной путь познания курса математики — индуктивный.

Учебник-тетрадь для 1-го класса состоит из 4-х частей, где дети выполняют большую часть заданий. Воспитание положительного мотива к изучению курса достигается не только путем включения детей в игровую деятельность (дополни, восстанови рисунок, выбери похожее, найди лишнее, пройди через лабиринт), но и путем формированием активной личностной позиции к математическим явлениям (предлагаются задания, имеющие несколько решений, бесконечное множество решений, не имеющие решения и пр.).

Особенности комплекта учебников по системе Д.Б. Эльконина — В.В. Давыдова

Содержание учебных предметов, прежде всего, должно способствовать формированию у младших школьников основ теоретического мышления. Последнее складывается в процессе выполнения учащимися учебной деятельности. Поэтому содержание учебных предметов в системе Д.Б. Эльконина—В.В. Давыдова разработано в соответствии с особенностями и структурой учебной деятельности школьников.

Учебный предмет в данной образовательной системе строится с учетом ряда логико-психологических положений, разработанных В.В. Давыдовым.

Усвоение знаний, носящих общий и абстрактный характер, предшествует знакомству с более частными и конкретными знаниями; последние выводятся учащимися из общего и абстрактного как из своей единой основы.

Знания, конституирующие учебный предмет или его основные разделы, усваиваются учащимися в процессе анализа условий их происхождения, благодаря которым они становятся необходимыми.

Учащиеся должны уметь, прежде всего, обнаруживать в учебном материале генетически исходное, существенное, всеобщее отношение, определяющее содержание и структуру объекта данных знаний.

Выявленное отношение учащиеся воспроизводят в особых предметных, графических или буквенных моделях, позволяющих изучать его свойства в чистом виде.

Учащиеся должны уметь конкретизировать генетически исходное, всеобщее отношение изучаемого объекта в системе частных знаний о нем, удерживаемых в таком единстве, которое обеспечивает мысленные переходы от частного к всеобщему и обратно.

Учащиеся должны уметь переходить от выполнения действий в умственном плане к выполнению их во внешнем и обратно.

Важной составляющей учебного предмета в системе Д.Б. Эльконина–В.В. Давыдова является особенный метод его освоения. Таким методом является решение детьми системы учебных задач.

Основным содержанием данного курса математики является формирование понятия действительного числа, которое является стержневым для всей школьной математики. Генетически исходным отношением, порождающим все виды действительного числа, является отношение величин, получаемое в результате измерения одной величины с помощью другой, принятой в качестве единицы (мерки). Натуральное число выступает исходной формой этого отношения, отражающей последовательное «укладывание» мерки в измеряемой величине, а также другие виды действительного числа дети получают при решении одной и той же задачи построения величины, равной заданной, меняются лишь условия этой задачи, что и определяет различия видов числа и способов его обозначения.

Такой подход к введению центрального математического понятия — понятия числа — обуславливает и принципиально другое построение программы — полное отсутствие концентров, характерных для традиционных программ начальной школы.

Особое место в курсе отведено текстовым задачам. Основной целью при их изучении является формирование рациональных способов анализа текстов, т.е. выделения математической структуры задачи (описываемых в тексте величин и связывающих их отношений) и ее моделирования с помощью специальных знаково-символических средств.

Комплект учебников «Перспективная начальная школа»

Комплект издается в изд. «Академкнига/Учебник»

Концептуально новый комплект, создаваемый при поддержке РАН РФ. Попытка разработать учебники нового поколения, позволяющие организовать максимально самостоятельную деятельность учащихся в условиях специально организованной педагогической поддержки, особенно в условиях сельских школ. Поэтому каждый предмет обеспечен учебником и тетрадью для самостоятельных работ. На сегодня изданы учебники и учебные пособия для 1 класса.

УМК «Математика» обеспечен учебником «Математика» (авт. А.Л. Чекин) и тетрадью для самостоятельных работ (авт. Е.П. Юдина).

Комплект учебников «Планета знаний» (Комплект издается в изд. «АСТ, Астрель»).

Новый комплект, который пока не обеспечен по всем предметам и классам начальной школы. Это попытка сочетать лучшие наработки традиционной начальной школы и потребности современной школы. Включает учебники и учебные пособия для 1 класса.

Математика

Современное математическое образование направлено на интеллектуальное развитие младших школьников, формирование культуры и самостоятельности их мышления.

УМК «Математика» (авт. С.И. Волкова, изд. «ИНОС»). Курс обеспечен программой, учебниками-тетрадями «Математика» для 1, 2 кл., дидактическим материалом «Вникни, вдумайся, реши!» для 1, 2 кл., тестами по математике для 2 кл.

УМК «Математика и конструирование (авт. С.И. Волкова, О.Л. Пчелкина, изд. «Просвещение»). Включает рабочие тетради «Математика и конструирование» (для 1–3 кл.) и методические пособия к ним.

УМК «Математика» (авт. В.Н. Рудницкая, Ю.Н. Макарычев, К.И. Нешков, А.М. Пышкало, изд. «Мнемозина»). Курс обеспечен учебниками-тетрадями «Математика» для подготовки детей к школе, 1, 2, 3 класса. Рабочая тетрадь для 2 класса. Дидактический материал «Математика» (авт. В.Н. Рудницкая, изд. «Дрофа») (для 1–4 кл.).

УМК «Математика» (авт. Н.Г. Салмина, В.А. Тарасов, изд. «Принт-Ателье»). Включает учебники-тетради и методические пособия к ним.

УМК «Математика» (Т.К. Жикалкина, Э.М. Бредихина, изд. «Дрофа»). Состоит из учебников-тетрадей «Математика» (для 1–3 кл.) Пособия для 4-го класса и новая программа разрабатываются, дидактический материал «Математика» (для 1–2 кл.).

Тетрадь для контрольных работ по математике для 2–4 классов (авт. В.Н. Рудницкая, изд. «Мнемозина»).

«Математика» 4 кл. Дидактический материал (авт. В.Н. Рудницкая, Т.В. Юдачева, изд. «Вентана-Граф»).

Комплект учебников «Школа России» (под ред. А.А. Плешакова, Комплект издается в изд. «Просвещение»).

Авторы учебных предметов комплекта хорошо известны учителям со времен советской школы. Их переработанные учебники сохраняют лучшие традиции начальной школы (формирование знаний и умений) и дополнены заданиями, развивающего характера.

УМК «Математика» (авт. М.И. Моро, С.И. Волкова и др.). Включает учебники «Математика» (1–4 кл.), рабочие тетради к учебнику, рабочие тетради «Для тех, кто любит математику» (2–4 кл.), «Карточки с математическими заданиями и играми» для 1–2 кл., 2–3 кл., 4 кл. Методическое пособие к учебнику «Математика». 2, 3 кл. (авт. М.В. Бантова и др.)

Сопоставительный анализ программ

Сопоставительный анализ всех пяти программ с программой традиционной школы показывает, что объем изучения нумерации и арифметических действий в них единый. Разница только в распределении тем по годам обучения. Программы Л.В. Занкова и «Гармония» не рассматривают задачу в 1 классе, но итоговый уровень сложности рассматриваемых в них задач (в 4 классе) одинаков.

Все альтернативные программы содержат значительно больший объем геометрического материала, чем традиционный учебник, при этом значимым отличием является работа с объемными телами и инструментами для построения фигур на плоскости (циркуль, угольник, транспортир).

Программы И.И. Аргинской и Э.И. Александровой содержат значительный по объему материал работы с дробями: первая — с обыкновенными, вторая — с десятичными, в том числе с процентами.

Программы Л.Г. Петерсон и В.Н. Рудницкой отличаются наибольшим уровнем насыщения курса математики начальной школы алгебраическим материалом и дробями (в том числе и процентами). Программа Л.Г. Петерсон также знакомит учеников начальных классов с элементами теории множеств, а программа В.Н. Рудницкой — с элементами формальной логики.

Программа и учебные пособия Н.Б. Истоминой являются наименее загруженными дополнительным к традиционному объему материалом и в целом наиболее близки к проекту нормативного документа, рассмотренного в данной лекции.

Очевидно, что для работы по упомянутым программам учитель начальных классов должен обладать достаточно глубокими знаниями математики, а также быть знакомым с тем, как нетрадиционное для начальной школы содержание (сложные уравнения, дроби, проценты, элементы теории множеств и логики и др.) рассматриваются в методике обучения математике в средней школе, чтобы учитывать требования преемственности обучения.

Возникает также закономерный вопрос: каков главный инструмент реализации развивающей функции обучения математике в той или иной альтернативной программе? Ответ на него не является однозначным: в системе Л.В. Занкова во главу угла ставится необходимость соблюдать дидактические принципы организации развивающего обучения и опора на систему проблемных ситуаций на уроке. В программах Л.Г. Петерсон, В.Н. Рудницкой и Э.И. Александровой основной «вес» развивающего потенциала связан с усложнением арифметической (системы счисления и дроби), алгебраической (уравнения) и формально-логической (элементы теории множеств и логики) линий содержательного наполнения программ. Это обусловлено значимым влиянием на эти системы взглядов В.В. Давыдова на ведущую роль теоретического мышления в развитии ребенка младшего школьного возраста. В программе Н.Б. Истоминой основная роль «двигателя развития» ребенка в процессе обучения математике отводится построению методической системы целенаправленного формирования приемов умственных действий (сравнения, обобщения, классификации, аналогии и др.). Такой подход позволяет без особых содержательных изменений традиционного объема в обучении математике младших школьников нацелить обучающий процесс на развитие таких способов познания ребенка (упомянутые приемы умственных действий определяют процесс познания индивида), которые становятся достоянием субъекта, характеризуя его интеллектуальный потенциал и познавательные способности.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Распределение по годам обучения программного материала по математике в альтернативных системах

Распределение программного материала по математике в системе Л.В. Занкова

В системе Л.В. Занкова для четырехлетней системы обучения использовались учебники И.И. Аргинской для трехлетней школы. Учитель самостоятельно распределял материал на более длительный срок обучения детей. Дополнительно к этим учебникам имеются тетради на печатной основе авторов Е.П. Бененсон и Л.С. Итиной.

Для четырехлетней начальной школы на сегодня существует комплект «учебник-тетрадь» для 1 класса вместо учебника — четыре тетради на печатной основе тех же авторов. Для 2 и 3 классов — учебник авторов И.И. Аргинской, Е.И. Ивановской и для 4 класса разрабатывается учебник этих же авторов (Самара, 2001).

Приведем ориентировочное программное распределение тем в этих пособиях, составленное на основе анализа этих учебников, сборника «Программы для начальных классов 1–3 по системе Л.В. Занкова» (М., 1998) и статьи И.И. Аргинской «Математика в системе общего развития» (Начальная школа: плюс — минус. 2000, № 4).

1 класс

Сравнение множеств. Взаимно-однозначное соответствие элементов. Знаки сравнения. Число как характеристика класса эквивалентных множеств. Число и цифра. Сравнение чисел.

Нумерация в пределах 100. Разрядный состав. Сложение и вычитание в пределах 10 и в пределах 20 (с переходом через десяток). Правила порядка выполнения действий в выражениях без скобок и со скобками. Переместительное и сочетательное свойства сложения.

Числовые равенства и неравенства. Верные и неверные равенства.

Длина отрезка. Сумма и разность отрезков. Многоугольники: треугольник, прямоугольник, квадрат, ромб. Треугольники равносторонние, разносторонние, равнобедренные.

Меры длины: сантиметр (см).

Знакомство с задачей в 1 классе не предполагается.

(Составлено по содержанию учебника-тетради — в 4 ч. Самара, 1999.)

2 класс

Нумерация в пределах 100. Сложение и вычитание в пределах 100. Умножение и деление. Таблицы умножения и деления в пределах 100. Особые случаи умножения и деления (с 0 и 1). Все случаи порядка выполнения действий (в выражениях без скобок с действиями одной и разных ступеней, со скобками и действиями всех видов). Уравнения с умножением и делением. Взаимосвязь компонентов действий умножения и деления. Деление с остатком.

Трехзначные числа.

Уравнения вида $(a+b)+x=c+e$ и др. Неравенства вида $a+x>b$, $x-a<b$ и т. п. Системы простых неравенств.

Длина отрезка. Длина ломаной. Многоугольники. Четырехугольники, прямоугольники. Периметр многоугольника. Прямоугольные и равнобедренные треугольники. Ромб.

Объемные тела: призма, пирамида, конус, цилиндр, шар. Основание, ребро, грань, вершина многогранника.

Масса: килограмм (кг). Сложение и вычитание масс.

Емкость: литр (л).

Время и его единицы измерения: сутки, неделя, год. Час и минута. Часы. Календарь.

Меры длины: сантиметр (см), метр (м), дециметр (дм), миллиметр (мм).

Умножение и деление величин на натуральное число.

Знакомство с задачей. Простые и составные задачи на все действия.

3 класс

Нумерация в пределах 1000.

Вычисления в пределах 1000: сложение и вычитание трехзначных чисел.

Разряды и классы: многозначные числа.

Внетабличное умножение и деление. Умножение и деление многозначных чисел на однозначное число.

Выражения с большим количеством действий и скобок. Неравенства вида $x-4>6$, $x:2<10$ и т. п. Системы простых неравенств.

Римская нумерация.

Уравнения (в том числе вида $(31+x)-18-23$).

Дроби: сравнение дробей, сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями. Приведение к общему знаменателю. Нахождение дроби от числа и числа по его дроби. Смешанные числа. Неправильные дроби.

Числовой луч. Координаты точки на числовом луче. Координаты целых и дробных чисел.

Углы и их градусная мера. Сложение и вычитание углов. Окружность, дуга и радиус окружности. Свойство диаметра.

Изображения объемных тел на плоскости. Проекции объемных тел. Развертки многогранников. Проекции многогранников.

Площадь прямоугольника. Меры площади: $см^2$, $мм^2$, $км^2$, $дм^2$, $м^2$. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда.

Длина: километр (км), миллиметр (мм). Масштаб.

Масса: тонна (т), центнер (ц).

Простые и составные задачи на все действия.

4 класс

Нумерация многозначных чисел: разряды и классы. Действия с многозначными числами. Выражения с большим количеством действий и скобок. Класс миллионов.

Точные и приближенные числа. Правило округления. Погрешность измерений.

Дроби: основное свойство дроби. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми и разными знаменателями. Умножение и деление дроби на натуральное число.

Положительные и отрицательные числа: запись, изображение на числовой прямой, сравнение. Координаты точки на числовой прямой.

Действия с именованными числами, содержащие несколько действий (3–6 действий).

Уравнения и неравенства разной степени трудности (в том числе с дробями, содержащих неизвестное в обеих частях и др.).

Степень: возведение в степень, основание степени, показатель степени. Таблицы степеней некоторых чисел.

Диагонали многоугольника. Свойство диагоналей прямоугольника. Классификации треугольников (по углам, по сторонам). Площадь прямоугольного треугольника. Площадь многоугольника. Площадь поверхности прямой призмы и пирамиды.

Объемные тела: проекции, развертки, изображения на плоскости. Объем параллелепипеда.

Меры объема: мм^3, см^3, км^3, дм^3. Объем произвольной прямой призмы. Составные задачи всех видов. Алгебраический способ решения задач (составление уравнения).

(Составлено по содержанию учебников авторов И.И. Аргинской, ЕМ. Ивановской (Самара, 2001).)

2. Распределение программного материала по математике в системе В.В. Давыдова

В системе В.В. Давыдова существует несколько вариантов учебников математики для начальных классов различных авторских коллективов: учебники А.М. Захаровой, Т.И. Фещенко; учебники В.В. Давыдова, С.Ф. Горбова, Г.Г. Микулиной, О.В. Савельевой.

Все эти комплекты учебников были разработаны для системы 1–3, в настоящее время идет работа по реорганизации этих учебников для системы 1–4. Наиболее распространен на сегодня учебник Э.И. Александровой, он включен в Федеральный перечень учебников для начальной школы.

Приведем программное распределение тем в пособиях Э.И. Александровой, составленное на основе анализа учебников, сборника «Программы для начальной общеобразовательной школы. Система Д.Б. Эльконина — В.В. Давыдова» (М., 2001) и статьи Э.И. Александровой «Особенности нового курса математики в начальной школе» (Начальная школа: плюс — минус, 2000, № 4).

1 класс

Сравнение предметов (по форме, цвету, материалу, длине, составу частей, массе, площади, объему). Периметр как длина «границы» любой плоской геометрической фигуры. Различия между прямой, лучом, отрезком. Ломаная. Угол.

Сравнение углов.

Сравнение величин. Буквенное обозначение величин. Знаки сравнения. Сравнение величин при помощи меры-посредника. Переход от действий с предметами к формулам и наоборот. Сложение и вычитание величин как переход от неравенства к равенству и наоборот. Знаки + и –. Текстовые задачи с буквенными данными. Скобки в буквенных выражениях. Переместительное и сочетательное свойство сложения в буквенном виде.

Выражения. Таблица сложения и вычитания однозначных чисел.

Различные меры при измерении одной величины. Стандартные меры величин (длина, площадь, объем, масса, угловой градус). Время, скорость, стоимость. Число как мера величины.

Римская нумерация.

Число как отношение величины к мере (функциональная зависимость).

Числовая прямая: начало отсчета, единичная мерка. Сравнение чисел на числовой прямой. Состав чисел первого десятка. Сравнение чисел. Решение примеров, уравнений и задач с заменой буквенных данных на числовые (в пределах 20). Связь между компонентами сложения и вычитания. Порядок действий в выражениях. Уравнения вида: $a+x-b$, $a-x-b$, $b-x-a$.

2 класс

Простые и составные мерки. Меточная форма числа. Числовая прямая. Числовые шкалы.

Сложение и вычитание чисел с помощью числовых шкал. Решение различных задач с заменой числовых данных на буквенные, порядок действий. Сложение и вычитание с переходом через десяток.

Многозначные числа. Разряд и класс. Позиционные системы счисления. Чтение и запись чисел в различных системах счисления.

Разрядный состав многозначных чисел. Изображение многозначных чисел на числовой прямой. Сравнение многозначных чисел. Действия с многозначными числами (кроме деления). Решение текстовых задач с многозначными числами.

3 класс

Умножение и деление. Компоненты умножения и деления и их взаимосвязь. Переместительное, сочетательное и распределительное свойство умножения. Таблица умножения и деления. Умножение на 0 и 1.

Многозначные числа: разряды и классы. Все действия с многозначными числами. Умножение и деление на 10, 100, 1000. Деление с остатком. Признаки делимости. Вычисления с помощью свойств умножения и деления. Умножение и деление многозначных чисел.

Текстовые задачи с многозначными числами. Уравнения на все действия с многозначными числами. Порядок действий.

4 класс

Письменные алгоритмы вычислений с многозначными числами.

Микрокалькулятор. Проверка действий с различными числами с помощью микрокалькулятора.

Десятичные дроби. Действия с десятичными дробями: сложение, вычитание, умножение на число, деление на число.

Решение и составление текстовых задач, уравнений и математических выражений с десятичными дробями. Нахождение дроби от числа и числа по его дроби. Проценты: запись в десятичных дробях. Нахождение процентов от числа и числа по его процентам. Оптовые и розничные цены, скидки, денежные вклады под проценты. Решение задач с сюжетами, связанными с реалиями жизни.

Именованные числа. Меры длины, массы, объема, площади. Деньги.

Время: век, год, час, мин, с. Действия с именованными числами.

Меры измерения углов: градус, мин, с, радиан. Число π. Транспортир.

Периметры различных фигур и способы их вычисления: прямоугольник, треугольник, трапеция и др. Длина окружности.

Площади геометрических фигур: прямоугольник, прямоугольный треугольник. Катет и гипотенуза в прямоугольном треугольнике. Площадь произвольного треугольника.

Нахождение площади любых геометрических фигур путем разбиения их на прямоугольники и треугольники. Площадь правильного «-угольника. Площадь круга. Текстовые задачи на нахождение площади и периметра.

Объемы геометрических тел: см^3, дм^3. Формула объема прямого параллелепипеда.

Задачи всех видов: на движение, на «куплю-продажу», на производительность и т.п. Алгебраический способ решения задач (уравнение).

3. Распределение программного материала по математике в системе «Гармония»

В системе «Гармония» авторами учебников по математике являются Н.Б. Истомина, И.Б. Нефедова. Разработаны и выпущены учебники для 1–4 классов начальной школы с соответствующими тетрадями на печатной основе. Программное распределение тем по годам обучения приводим по сборнику «Гармония». Учебно-методический комплект для четырехлетней начальной школы (Смоленск, 2001).

1 класс

Признаки предметов. Отношения. Число и цифра. Нумерация в пределах 100. Разрядный состав. Сложение и вычитание в пределах 10. Сложение и вычитание в пределах 100 вида: 89–7, 65–40 (без перехода через разряд). Компоненты сложения и вычитания, их взаимосвязь. Сравнение чисел: неравенства. Переместительное свойство сложения.

Числовой луч как опора для нахождения значений выражений (сложение и вычитание).

Точка. Линия (прямая, кривая). Отрезок. Длина отрезка. Сложение и вычитание отрезков. Луч. Ломаная (замкнутая и незамкнутая).

Единицы длины: см, дм. Единицы массы: кг.

Знакомство с задачей в 1 классе программой не предусмотрено.

2 класс

Задача. Простые и составные задачи на сложение и вычитание.

Угол (прямой, тупой, острый). Прямоугольник. Квадрат. Многоугольник. Окружность и круг.

Сложение и вычитание в пределах 20 с переходом через десяток.

Порядок действий. Скобки. Сочетательное свойство сложения. Сложение и вычитание в пределах 100 с переходом через разряд.

Нумерация в пределах 1000. Разрядный состав. Сложение и вычитание трехзначных чисел без перехода через разряд.

Умножение. Компоненты умножения и их взаимосвязь. Случаи умножения с 0 и 1. Табличное умножение (только для случаев с числами 9 и 8). Переместительное свойство умножения.

Единицы времени: ч, мин, с.

3 класс

Площадь фигуры. Единицы площади: квадратный сантиметр, квадратный дециметр, квадратный метр. Площадь и периметр прямоугольника.

Табличное умножение для всех оставшихся случаев. Умножение на 10. Сочетательное свойство умножения.

Деление. Компоненты деления и их взаимосвязь. Случаи деления с числами 1 и 0. Табличное деление. Умножение и деление на 10,100,1000.

Правила порядка выполнения действий.

Внетабличное умножение и деление.

Многозначные числа: разряд и класс.

Письменное сложение и вычитание.

Масса: г и кг. Длина: км, м, дм, см. Время: ч, мин, с.

Симметричные фигуры. Куб: грани, вершины, ребра. Развертка куба.

Составные задачи, в том числе на прямую и обратную пропорциональность.

4 класс

Письменное умножение и деление. Деление с остатком.

Действия с величинами: соотношение единиц, сложение и вычитание, умножение и деление величины на число.

Задачи на зависимость между величинами: движение, «купля-продажа» и т.п.

Уравнения. Решение задач составлением уравнения.

Буквенные выражения и их значения. Симметричные фигуры. Развертки геометрических тел. Доли и дроби. Сравнение дробей.

4. Распределение программного материала по математике в системе «Школа 2100»

В системе «Школа 2100» автором учебника математики является Л.Г. Петерсон. Разработан и выпущен учебно-методический комплект в виде «учебник-тетрадь» на печатной основе для 1–3 (1–4) классов начальной школы. Комплект представляет собой 12 тетрадей вида «учебник-тетрадь», которые могут быть распределены как на 3, так и на 4 года обучения. Программное распределение тем по годам обучения приводим по сборнику «Школа 2000»: Концепция и программы непрерывных курсов для общеобразовательной школы (М., 1997).

1 класс

Свойства предметов. Сложение и вычитание. Счет. Число и цифра. Однозначные и двузначные числа. Нумерация в пределах 100. Разрядный состав.

Табличное сложение и вычитание (в пределах 10). Компоненты сложения и вычитания и их взаимосвязь. Сложение и вычитание в пределах 100 без перехода через разряд. Сложение и вычитание в пределах 20 с переходом через десяток.

Точки и линии. Граница. Ломаная. Многоугольник.

Задача. Простые задачи на сложение и вычитание. Обратные задачи. Составные задачи на сложение и вычитание.

Величины и их измерение (длина, масса, объем): см, дм, кг, л.

Уравнения. Решение уравнений вида 90−х=20, 48−х=32 и т.п.

2 класс

Письменное сложение и вычитание. Сложение и вычитание в пределах 100 с переходом через разряд. Сочетательное свойство сложения.

Нумерация в пределах 1000. Сложение и вычитание трехзначных чисел.

Прямая. Луч. Отрезок. Ломаная. Длина ломаной. Периметр. Плоскость. Угол. Прямой угол. Острый и тупой угол. Прямоугольник. Квадрат. Площадь фигуры. Единицы площади. Площадь прямоугольника. Окружность и круг.

Объем фигуры. Единицы объема. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Умножение и деление. Случаи умножения и деления с 0 и 1. Таблицы умножения и деления. Взаимосвязь компонентов умножения и деления. Умножение и деление на 10 и 100. Внетабличное умножение и деление. Деление с остатком.

Числовые и буквенные выражения. Уравнения вида: $ax-b$, $a:x+b$, $x:a=b$.

Скобки. Порядок действий в выражениях без скобок и со скобками.

Составные задачи на все действия.

3 класс

Множество и его элементы: число элементов, обозначение, знак принадлежности, подмножество, пересечение и объединение множеств.

Многозначные числа: нумерация, сложение, вычитание.

Умножение и деление круглых чисел. Умножение и деление на однозначное число. Умножение на двузначное число. Умножение на трехзначное число.

Задачи на все действия. Задачи на движение, на «куплю-продажу», на работу и производительность. Формулы прямой и обратной пропорциональности.

Симметрия фигур.

Меры времени. Календарь.

Переменная. Высказывание. Равенство и неравенство. Уравнение.

4 класс

Множество решений неравенства. Строгие и нестрогие неравенства. Двойное неравенство.

Приближенные вычисления. Оценка суммы, разности, произведения, частного.

Деление на двузначное и трехзначное число.

Дроби. Сравнение дробей, нахождение числа по его дроби и дроби от числа. Проценты. Нахождение процентов от числа и числа по его процентам. Сложение и вычитание дробей. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа. Выделение целой части из неправильной дроби и запись смешанного числа в виде неправильной дроби. Сложение и вычитание смешанных чисел. Задачи на части, задачи на проценты.

Площадь прямоугольного треугольника. Единицы площади: ар, гектар.

Шкалы. Числовой луч. Координаты на луче. Расстояние между точками координатного луча. Координатный угол.

Действия над составными именованными числами.

Градусная мера углов. Развернутый угол. Смежные и вертикальные углы.

Круговые и столбчатые диаграммы. Графики движений.

5. Распределение программного материала по математике в системе «Начальная школа XXI века»

В системе «Начальная школа XXI века» авторами учебников математики являются Н.В. Рудницкая, Т.В. Юдачева. Разработаны и выпущены учебники для начальной школы 1–4 в сопровождении соответствующих тетрадей. Программное распределение тем по годам обучения приводим по сборнику «Программы четырехлетней начальной школы». Проект «Начальная школа XXI века» (М, 2001).

1 класс

Свойства предметов. Сравнение предметов. Отношения между предметами. Равночисленные множества предметов. Счет предметов. Число и цифра. Нумерация в пределах 20. Сложение и вычитание. Простые задачи на сложение и вычитание. Составные задачи в два и более действий.

Переместительное и сочетательное свойство сложения. Таблица сложения и вычитания в пределах 10. Таблица сложения и вычитания однозначных чисел в пределах 20 (с переходом через десяток).

Порядок выполнения действий в выражениях. Скобки. Умножение и деление.

Точка и линия. Отрезок. Длина отрезка: см, дм. Многоугольник. Куб. Цилиндр и конус. Пирамида. Симметрия. Ось симметрии.

Графа отношений между числами.

2 класс

Нумерация в пределах 100. Разрядный состав. Сложение и вычитание в пределах 100 без перехода через разряд.

Табличное умножение и деление. Умножение и деление с 0 и 1. Задачи на увеличение и уменьшение в несколько раз.

Компоненты действий сложения, вычитания, умножения и деления, их взаимосвязь.

Порядок действий в выражениях со скобками и без скобок.

Доли. Нахождение числа по его доле и доли от числа.

Луч. Взаимное расположение на плоскости лучей и отрезков. Их буквенное обозначение. Числовой луч. Координата точки. Многоугольник: вершины, стороны, углы. Периметр многоугольника. Окружность: радиус и диаметр. Угол: прямой и непрямой. Прямоугольник. Свойство противоположных сторон и диагоналей прямоугольника. Площадь прямоугольника.

Площадь фигуры: квадратный дециметр, квадратный сантиметр, квадратный метр.

Единицы длины: м, дм, см.

Переменная. Выражение с переменной и его значение. Задачи с переменной.

3 класс

Нумерация в пределах 1000. Сложение и вычитание в пределах 1000. Умножение и деление на 10, 100. Умножение круглых чисел. Умножение на однозначное число. Деление с остатком. Деление на однозначное число. Умножение и деление на двузначное число в пределах 1000 (23 · 40). Умножение и деление на двузначное число.

Порядок выполнения действий в выражениях со скобками, упрощение выражений (освобождение от «лишних» скобок). Правила порядка выполнения действий в выражениях без скобок, содержащих все действия.

Верные и неверные высказывания. Числовые равенства и неравенства. Переменная. Уравнение и его корень. Неравенство с переменной.

Ломаная и ее длина. Замкнутая и незамкнутая ломаная. Построение вписанных в окружность шестиугольников и треугольников. Прямая. Принадлежность точки прямой. Проведение прямой через одну и две точки.

Перпендикулярность. Кратчайшее расстояние от точки до прямой. Построение симметричных фигур (осевая симметрия). Параллельность. Свойство симметричности и транзитивности отношения параллельности.

Единицы длины: км, мм. Масса и ее единицы: кг, г, т. Емкость: л. Отмеривание с помощью литровой банки. Единицы времени: ч, мин, с, сут., неделя, год, век.

Решение составных задач. Задачи на движение, на «куплю-продажу» и т.п.

4 класс

Многозначные числа: разряд и класс. Сложение и вычитание многозначных чисел. Умножение и деление на двузначное и трехзначное число.

Градусная мера углов. Виды углов. Виды треугольников в зависимости от величины углов или длин сторон. Построение треугольников по трем элементам (двум сторонам и углу между ними; стороне и двум прилежащим углам, по трем сторонам). Построение прямоугольника с линейкой и транспортиром.

Многогранник: вершины, ребра, грани. Куб. Прямоугольный параллелепипед. Развертки многогранников. Объем куба: кубический сантиметр и кубический метр.

Координатный угол. Простейшие графики. Диаграммы. Таблицы.

Выражения с одной, двумя и тремя переменными и их значения.

Высказывание и его значение (истина, ложь). Составные высказывания (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация). Таблицы истинности высказываний. Логические возможности. Отношения, обладающие свойствами рефлексивности, транзитивности и симметричности.

Точные и приближенные значения величины. Измерения с заданной точностью. Округление. Погрешность.

Масштаб. План и карта.

Решение арифметических задач в 3—4 действия.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
ПРОГРАММА
«Методика обучения математике в начальных классах»

Стандарт

Методика преподавания математики как учебный предмет. Характеристика основных понятий начального курса математики и последовательность его изучения. Принципы построения курса математики в начальной школе. Развитие учащихся начальной школы в процессе изучения математики. Формирование вычислительных навыков. Методика обучения решению задач. Методика изучения алгебраического и геометрического материала. Методика работы над величинами. Анализ альтернативных программ и учебников по математике для начальной школы. Различные концепции построения начального курса математики.

Длительность курса: 108 часов.

Формы контроля: промежуточный контроль — индивидуальное собеседование, выборочная проверка конспектов и рабочих записей, экспресс контроль, письменные контрольные работы, коллоквиум.

Примечание: программа составлена на основе стандартов 2000 года по методике преподавания математики. Также были использованы материалы из «Программы двухступенчатой подготовки студентов педколледжей и педвузов по методике обучения математике» (Истомина Н.Б.) и программы «Методика преподавания математики» авт. В.Ф. Сибаева.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Перестройка школы в соответствии с идеями демократизации и гуманизации требует подготовки учителя, который сможет реализовать на практике эти идеи и творчески развить их.

При построении программы максимально учитывался сам процесс организации деятельности студентов по усвоению методических знаний и умений.

Реализация программы призвана выполнить мотивационную функцию, сформировать у будущего учителя правильные представления о методической деятельности, поставить перед ним те учебные задачи, на решение которых направлено изучение курса «Методика преподавания математики».

Учитывая сложную структуру методической деятельности, процесс формирования знаний и умений необходимо осуществлять поэтапно.

На первом этапе студентам важно овладеть умением ориентироваться в предметном содержании методической деятельности, т.е. научиться отвечать на следующие вопросы:

1. Какие математические понятия, законы, свойства и способы действий нашли отражение в начальном курсе математики?

2. В каком виде они предлагаются младшим школьникам?

3. В какой последовательности они изучаются?

4. В какой последовательности могут изучаться?

Формирование этого умения осуществляется в процессе изучения темы «Характеристика основных понятий начального курса математики и последовательность его изучения». Ее содержание включает теоретические сведения, конкретные примеры из практики обучения и задания для самостоятельной работы студентов, связанные с анализом учебников математики для начальных классов.

Выполняя эти задания, студенты знакомятся с содержанием начального курса математики, с логикой его построения, с различными видами упражнений, предлагаемых в учебниках математики для начальных классов, с той терминологией, которой пользуются дети, с наглядными пособиями, которые представлены в виде иллюстраций на страницах учебников.

В результате этой деятельности студенты получают представление об особенностях формирования математических понятий у младших школьников.

На втором этапе студенты овладевают умением организовать деятельность учащихся, направленную на изучение математических понятий, свойств и способов действий, таким образом, чтобы ее результатом явилось не только усвоение знаний, умений и навыков, но и развитие детей. Этот этап нашел отражение в теме «Развитие учащихся начальной школы в процессе изучения математики».

Третий этап представлен в теме «Методика обучения решению задач».

На этом этапе студенты рассматривают различные подходы к обучению младших школьников решению текстовых задач и овладевают методическими приемами организации их деятельности, направленной на формирование умений решать текстовые задачи.

Четвертый этап овладения приемами методической деятельности связан с формированием дидактических и методических умений планировать, проводить и анализировать урок математики. Этот этап нашел отражение в теме «Анализ альтернативных программ и учебников по математике для начальной школы».

Сформированность методических знаний и умений позволяет студентам осмыслить объект, предмет, задачи и методы методических исследований, использовать их при написании курсовых и дипломных работ. Этому этапу посвящена глава «Методика преподавания математики как учебный предмет».

Курсовые работы по методике обучения математике можно сочетать с рефератами, специальными творческими заданиями, связанными с разработкой уроков, упражнений, внеклассных занятий по математике.

Предложенная структура программы должна содействовать улучшению качества учебного процесса и помочь преподавателю и студенту в их совместной работе.

В дополнение к программе имеются учебно-методические видеофильмы, диски, тренажеры тестовых заданий, учебники и учебные пособия, дидактический материал для начальных классов, которые студенты анализируют при выполнении заданий для самостоятельной работы.

Курс методики реализуется через систему лекций, практическо-семинарских и лабораторных занятий, педагогическую практику студентов.

На лекциях сообщаются основные теоретические положения методики с опорой на результаты научных исследований, а также на передовой опыт учителей.

Содержание лекционного курса формируется и развивается с учетом полученных студентами при изучении соответствующих дисциплин знаний по психологии, педагогике и математике.

В процессе обучения у студентов формируются необходимые им профессионально-педагогические умения:

— организаторские, коммуникативные, прикладные и конструктивно-проектировочные.

Эти умения студенты приобретают на семинарских, практических и лабораторных занятиях по методике обучения математике.

Семинарские занятия являются продолжением лекций. Семинар (от лат. *seminarium* — рассадник) являлся первоначально формой обсуждения научных проблем учеными определенной области. Из сферы научной деятельности семинар постепенно вошел в учебный процесс и получил широкое распространение.[1]

В настоящее время в практике работы высших учебных заведений используются три типа семинарских занятий: фронтальный, семинар с подготовленными докладами и смешанный, или комбинированный.

[1] *Савин Н.В.* Методика преподавания педагогики. — М.: Просвещение, 1987.

Первый тип семинара предполагает работу всех студентов над темой и вопросами. Второй тип семинара предусматривает проведение работы вокруг нескольких докладов. Во время такой работы главное внимание уделяется подготовке докладов и содокладов, остальные участники семинара изучают основные источники по избранной проблеме. Третий тип семинара включает в себя комбинированные формы работы, т.е. некоторые вопросы разрабатывают все студенты, по другим готовятся доклады и сообщения.

В подготовке семинара участвуют и студенты, и преподаватель. От этого зависит успех проводимого занятия. Подготовка преподавателя заключается в выборе источников, разработке семинара, в овладении материалом. Если семинар проводится в форме докладов, то формулируются темы докладов, к каждой предлагается основная литература, с которой должны познакомиться все участники семинара.

Подготовка студентов к семинару включает ознакомление их с планом, распределение заданий между ними и оказание необходимой индивидуальной помощи. При подготовке к каждому семинарскому занятию студентам нужно изучить лекционный материал, рекомендованную литературу.

Назначением практических занятий является активное обучение студентов умениям и навыкам связывать теоретические знания с практической деятельностью[1]. Практические занятия позволяют проводить своеобразный тренинг, упражнять студентов в умении работать с «Типовой программой воспитания и обучения в начальных классах», с альтернативными учебниками по математике для начальных классов, анализировать собственные конспекты уроков по математике, рецензировать статьи, составлять аннотации на методические пособия и книги.

[1] Семинарские, практические и лабораторные занятия по дошкольной педагогике. — М.: Академия, 2000.

Своеобразие практических занятий состоит в характере задач, организации деятельности преподавателя и студентов.

Задачи практических занятий являются более узкими, прикладными. Деятельность преподавателя сводится в основном к показу тех или иных действий, организации их выполнения студентами, помощи в ходе их деятельности, подведению итогов.

На практических занятиях имеется возможность сочетания разнообразной деятельности студентов: фронтальной, групповой, занятий по парам индивидуальной. Это создает условия для работы с отдельными студентами, для отработки и закрепления разнообразных умений и навыков.

Лабораторные занятия, в отличие от семинарских и практических занятий, проводятся вне стен университета[1]. Они организуются в основном в школах. На факультете педагогики и методики начального образования в курсе методики обучения математике лабораторные работы проводятся с целью решения двух задач:

1) ознакомление студентов с новыми фактами, с новыми для них видами деятельности;

2) выработка у студентов определенных умений и навыков применения знаний к решению конкретных методических задач.

Лабораторные занятия по методике обучения математике приближают студентов к практике, повышают их познавательную активность, прививают практические умения и навыки. На этих занятиях студенты также выполняют учебно-исследовательскую работу нескольких типов: ознакомление с педагогическим процессом в начальных классах; анализ уроков, проведенных учителем или студентами; изучение развития, обучения и воспитания младших школьников; выявление их знаний и умений; наблюдение за поведением

[1] Семинарские, практические и лабораторные занятия по дошкольной педагогике. — М.: Академия, 2000.

учащихся в разных видах деятельности; анализ разных видов документации.

Чтобы студенты лучше ориентировались при выполнении заданий, им предлагаются вопросы для наблюдения, беседы и анализа, тесты, схемы анализа урока, нормы оценок знаний, умений и навыков по математике по разным видам работ.

Результаты выполненных заданий студенты записывают в дневниках или тетрадях, анализируют и обобщают во время лабораторного занятия. Собранные материалы используются при подготовке рефератов, курсовых, дипломных работ, а также на практических занятиях.

Таким образом, семинарские, практические и лабораторные занятия, способствуют углублению лекционного материала[1] по методике обучения математике, обеспечивают связь теории с практикой.

Лекции и другие виды занятий должны быть соответствующим образом оснащены наглядными пособиями и техническими средствами обучения (в том числе и используемыми в школе).

Важную роль в подготовке студентов играет педагогическая практика, самостоятельная работа в форме написания курсовых и дипломных работ, участие в работе спецкурсов и спецсеминаров, в научно-исследовательских кружках, в конкурсах студенческих работ, в научных конференциях и др. Некоторые вопросы курса могут быть предложены студентами для самостоятельного изучения с последующей проверкой их усвоения.

Преподавание курса «Методика преподавания математики» должно способствовать воспитанию у студентов интереса и любви к самостоятельному изучению методической литературы.

В курсе «Методика преподавания математики» рассматривается комплекс взаимосвязанных (математичес-

---

[1] Семинарские, практические и лабораторные занятия по дошкольной педагогике. — М.: Академия, 2000.

ких, психолого-педагогических и методических) вопросов, знание которых необходимо для успешной работы в качестве учителя начальных классов. В связи с этим в программу включены общие проблемы методики преподавания математики и ключевые вопросы методической подготовки будущих учителей. В курсе учитывается, что обучение математике в практике работы начальной школы осуществляется по альтернативным программам (технологии развивающего обучения Л.В. Занкова), и учебникам (М.И. Моро, В.В. Давыдов, С.И. Волкова, Н.Б. Истомина, Л.Г. Петерсон, П.М. Эрдниев, Т.К. Жикалкина, В.П. Гейдман). Важными особенностями методического курса начальной математики являются: ориентация студентов на развитие духовного потенциала личности школьника, его творческих способностей и интереса к предмету; связь с практикой, реальными проблемами окружающего мира; реализация преемственности между начальной и средней школой; формирование стиля математического мышления.

Основной задачей курса «Методика преподавания математики» является подготовка студентов к самостоятельной творческой деятельности по различным учебникам математики, формирование у будущих учителей продуктивного методического мышления для реализации на практике идей развивающего обучения младших школьников. Учитывая важное значение изучения основных понятий начального курса математики, уделяется внимание и вопросам возникновения и развития методической науки.

В процессе овладения методическими умениями в курсе предусматриваются самообразование, саморазвитие, самовыражение, самореализация и самопознание будущих учителей.

Методика преподавания математики

Учебно-тематический план

СПЕЦИАЛЬНОСТЬ: «03.12.00. — педагогика и методика начального образования»; «03.30.00. — родной язык и литература», «03.12.00. — педагогика и методика дошкольного образования»

№	Наименование разделов и тем	Всего в трудоемкости	В том числе аудиторных					Отчетность	Самост. раб.ст.
			Всего	Лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Индивид. занятия		
		220	108	48	48	12	54		112
	6 семестр		36	18	18		18	Зач.	
1.	Методика преподавания математики как учебный предмет			2	2				2
2.	Характеристика основных понятий начального курса математики и последовательность его изучения			2	2				6
3.	Принципы построения курса математики в начальной школе.			2	2				6
4.	Развитие уч-ся начальной школы в процессе изучения математики			4	2				8
5.	Формирование вычислительных навыков			8	10				14
	7 семестр		36	18	18		18	Экз.	
6.	Формирование вычислительных навыков			4	4				10
7.	Методика обучения решению задач			10	10				16
8.	Методика изучения алгебраического и геометрического материала			4	4				12

№	Наименование разделов и тем	Всего в трудоемкости	В том числе аудиторных					Отчетность	Самост. раб.ст.
			Всего	Лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Индивид. занятия		
	8 семестр		36	12	12	12	18	Экз.	
9.	Методика изучения алгебраического и геометрического материала			4	2				6
10.	Методика работы над величинами			4	4	4			14
11.	Анализ альтернативных программ и учебников по математике для начальной школы			2	4	4			10
13.	Различные концепции построения начального курса математики			2	2	4			10

СПЕЦИАЛЬНОСТЬ: «03.12.00. — педагогика и методика начального образования»; «03.32.00. — иностранный язык».

№	Наименование разделов и тем	Всего в трудоемкости	В том числе аудиторных					Отчетность	Самост. раб.ст.
			Всего	Лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Индивид. занятия		
		220	108						112
	5 семестр		54	18		36	18	Зач.	
1.	Методика преподавания математики как учебный предмет			2		2			2
2.	Характеристика основных понятий начального курса математики и последовательность его изучения			2		6			8
3.	Принципы построения курса математики в начальной школе			2		2			18
4.	Развитие уч-ся начальной школы в процессе изучения математики.			2		2			8
5.	Формирование вычислительных навыков			10		12			14
	6 семестр		54	18		36	18	Экз.	
6.	Методика обучения решению задач			8					16
7.	Методика изучения алгебраического и геометрического материала			4		12			12
8.	Методика работы над величинами					12			12

№	Наименование разделов и тем	Всего в трудоемкости	В том числе аудиторных					Отчетность	Самост. раб.ст.
			Всего	Лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Индивид. занятия		
9.	Анализ альтернативных программ и учебников по математике для начальной школы.			4		6			12
10.	Различные концепции построения начального курса математики			2		6			10

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Тема 1. Методика преподавания математики как учебный предмет

Характеристика курса методики преподавания математики в начальных классах. Предмет, задачи и цели изучения курса методики преподавания математики в вузе.

Данная тема выполняет мотивационно-ориентировочную функцию. Преподаватель дает общую характеристику курса методики и тех знаний и умений, которыми должны овладеть студенты, раскрывает на конкретных примерах суть методической работы учителя, использует для этой цели методические задачи.

В результате изучения этой темы студенты должны знать:

— предмет, задачи и цели изучения курса методики преподавания математики в вузе.

Тема 2. Характеристика основных понятий начального курса математики и последовательность его изучения

Математические понятия и способы действия, нашедшие отражение в начальном курсе математики, их содержание. Терминология и способы формирования понятий. Последовательность изучения понятий в начальном курсе математики.

Урок математики и его особенности. Требования к современному уроку.

Подготовка учителя к уроку. Отбор содержания, выбор методов, средств и организационных форм обучения (индивидуальных, групповых, коллективных) в соответствии с образовательными, воспитательными и развивающими задачами данного урока.

Проверка и оценка знаний, умений, навыков. Требования к ведению тетрадей. Домашние задания: организация, руководство и контроль.

Внеклассная работа по математике.

При изучении темы следует ориентироваться на принцип: минимум информации, которую студенту надо воспроизводить, максимум самостоятельной деятельности, направленной на анализ учебников математики для начальных классов. Не следует составлять конспекты уроков, лучше акцентировать внимание студентов на этапах формирования понятий (представлений) у младших школьников и на тех видах учебных заданий и их последовательности, которые нужно предложить учащимся для усвоения конкретных вопросов программы.

Основные понятия начального курса математики следует рассматривать в той последовательности, которая нашла отражение в стабильных школьных учебниках. Только в этом случае студенты смогут осознать логику построения курса и критически оценить ее с точки зрения взаимосвязи рассматриваемых понятий и видов учебных заданий.

В результате изучения этой темы студенты должны знать:

- какие математические понятия и способы действий нашли отражение в начальном курсе математики, и каково их содержание;
- в каком виде математические понятия предлагаются младшим школьникам (терминология и способы формирования понятий);
- какова последовательность изучения понятий и чем это обусловлено.

уметь:

- устанавливать связь нового материала с ранее изученными вопросами;
- подбирать или самостоятельно составлять различные учебные задания, выполнение которых будет

способствовать актуализации этих знаний, умений и навыков;

- использовать различные способы организации деятельности учащихся при выполнении этих заданий: устную фронтальную работу, письменную фронтальную работу, математический диктант, проверку домашнего задания, практическую работу, дидактические игры и игровые ситуации, самостоятельное повторение правил по учебнику, индивидуальный опрос учащихся;
- организовывать целенаправленное наблюдение школьников за различными математическими объектами с помощью заданий на сравнение, классификацию, обобщение;
- конструировать проблемные ситуации, ставить учебные задачи;
- четко формулировать цели проверки;
- подбирать или составлять самостоятельно различные проверочные задания в соответствии с этими целями;
- использовать различные методы проверки и выявлять причины допущенных учениками ошибок;
- обоснованно оценивать результаты выполнения учащимися заданий; организовывать работу по анализу и исправлению ошибок.

Темы контрольных работ

1. Написание план-конспекта по теме.
2. Методический анализ урока.
3. Разработка внеклассного занятия, сценария математического утренника.

Тема 3. Принципы построения курса математики в начальной школе

Дидактические принципы, в соответствии с которыми осуществляется построение системы начального обучения математике. Особенности построения начального курса математики. Основные принципы и методические подходы развивающего обучения, и возможности их использования в практике начального обучения математике (Л.В. Занков).

В результате изучения этой темы студенты должны знать:

- в соответствии с какими дидактическими принципами осуществляется построение системы начального обучения;
- особенности построения начального курса математики;
- основные принципы и методические подходы развивающего обучения;

уметь:

анализировать учебники по альтернативным системам обучения, с точки зрения развивающего обучения.

Тема контрольной работы: Анализ упражнений в стабильных учебниках математики с точки зрения развивающего обучения.

Тема 4. Развитие учащихся начальной школы в процессе изучения математики

Реализация основных положений теории учебной деятельности в процессе обучения младших школьников математике. Приемы умственных действий и их формирование у младших школьников при обучении математике: анализ, синтез, сравнение, аналогия, классификация, обобщение. Способы обоснования истинности суждений (измерение, вычисления, предметные действия, дедуктивные рассуждения). Развитие логического и алгоритмического мышления школьников.

В результате изучения этой темы студенты должны знать характеристику таких понятий как:

- знания, умения и навыки, суждения и умозаключения;
- развивающее обучение;
- логическое мышление;

- приемы умственных действий (операции мышления);
- алгоритмическое мышление;
- учебная деятельность;

уметь:

конкретизировать все эти понятия, используя содержание начального курса математики.

Тема контрольной работы: Формирование приемов умственных действий в процессе обучения младших школьников.

Тема 5. Формирование вычислительных навыков

Методика изучения нумерации целых неотрицательных чисел. Формирование понятия натурального числа и нуля. Методика изучения нумерации чисел по концентрам (Нумерация чисел в пределах 10. Нумерация чисел в пределах 100. Нумерация чисел в пределах 1000. Нумерация многозначных чисел).

Методика изучения арифметических действий. Общие вопросы методики изучения арифметических действий. Сложение и вычитание в пределах 10. Изучение сложения и вычитания в пределах 10. Проверка действий сложения и вычитания в пределах 10. Методика изучения арифметических действий в концентре «Сотня». Сложение и вычитание в пределах 100. Умножение и деление в пределах 100. Табличное умножение и деление. Внетабличное умножение и деление. Проверка умножения и деления. Деление с остатком. Методика изучения арифметических действий в концентре «Тысяча». Устные приемы сложения и вычитания в пределах 1000. Письменные приемы сложения и вычитания в пределах 1000. Умножение и деление в пределах 1000. Методика изучения арифметических действий в концентре «Многозначные числа». Сложение и вычитание многозначных чисел. Умножение многозначных чисел. Деление многозначных чисел.

В результате изучения этой темы студенты должны знать:

- методику изучения нумерации целых неотрицательных чисел;
- методику первичного ознакомления с арифметическими действиями (сложения, вычитания, умножения и деления);
- методику ознакомления учащихся со свойствами арифметических действий;
- устные приемы сложения и вычитания, умножения и деления по концентрам;
- письменные приемы сложения, вычитания, умножения и деления по концентрам.

уметь:

- разрабатывать план-конспекты по изучению арифметических действий;
- составлять проверочные и контрольные работы в конце изучения каждой темы;
- составлять индивидуальные карточки, перфокарты для учащихся по той или иной теме;
- применять наглядные пособия в ходе изучения той или иной темы;
- осуществлять дифференцированный подход к учащимся;
- подбирать и проводить дидактические игры.

Темы контрольных работ

1. Методика изучения арифметического материала (сложение и вычитание). Написание план-конспекта.
2. Методика изучения арифметического материала (умножение и деление). Составить 2 проверочные работы.
3. Составление индивидуальных карточек, перфокарт.

Тема 6. Методика обучения решению задач

Понятие «задача» в начальном курсе математики. Определение текстовой задачи. Ступени работы над задачей. Методы и способы решения текстовых задач. Этапы решения задачи и приемы их выполнения. Определение простой и составной задач. Ознакомление с составной задачей и формирование умений решать составные задачи. Методика работы над задачами, связанными с пропорциональными величинами.

В результате изучения этой темы студенты должны знать:

- понятие «задача» в начальном курсе математики;
- основные этапы работы над задачей;
- методы и способы решения текстовых задач;

уметь:

- распознавать простые и составные задачи, виды задач;
- проводить поэтапную работу над задачей;
- составлять схемы по условию задачи и по нему проводить анализ;
- показывать различные методы, способы и формы записи решения текстовых задач;
- подбирать и использовать наглядные пособия при решении задач.

Темы контрольных работ

1. Методика работы над текстовой задачей. (Показать основные этапы работы над задачей.)
2. Методика работы над задачами на пропорциональную зависимость (рассмотреть методы и способы решения и записи решения задач).

Тема 7. Методика изучения алгебраического и геометрического материала

Общие вопросы методики изучения алгебраического материала. Ознакомление с математическими выражениями. Изучение правил порядка действий. Ознакомление с преобразованием выражений. Методика ознакомления с буквенной символикой. Числовые равенства, неравенства. Методика ознакомления с неравенствами с переменной. Методика изучения уравнений.

Основные задачи изучения геометрического материала. Ознакомление с точкой, прямой и кривой линиями, отрезком прямой. Методика ознакомления с многоугольниками, углом, кругом, окружностью. Методика ознакомления с ломаной линией, длиной ломаной линии, периметром многоугольника.

В результате изучения данной темы студенты должны знать:

- понятие математического выражения и выражения с переменной, равенства и неравенства, уравнения;
- методику ознакомления с алгебраическим материалом;
- методику ознакомления с геометрическим материалом;
- какие геометрические фигуры рассматриваются в начальном курсе математики;

уметь:

- анализировать фрагменты уроков изучения алгебраического материала;
- подбирать, изготавливать и использовать наглядные пособия;
- составлять фрагменты уроков по изучению алгебраического, геометрического материала;
- производить элементарные геометрические построения;
- производить классификацию геометрических фигур по свойствам, по форме;
- составлять различные геометрические фигуры из заданных частей.

Темы контрольных работ

1. Методика изучения алгебраического материала. (Написание план-конспекта.)
2. Методика изучения геометрического материала. (Подбор дидактических игр.)

Тема 8. Методика работы над величинами

Общие вопросы методики изучения с младшими школьниками основных и некоторых производных величин. Изучение мер и формирование измерительных навыков как одно из направлений математического развития учащихся и их познавательных интересов. Величины, изучаемые в курсе математики начальных классов: длина, масса, емкость, площадь, объем, цена, количество, стоимость, скорость, время, расстояние. Методика формирования у детей представлений о массе и емкости, знакомство с единицами измерения и их соотношением. Методика изучения мер длины и формирования навыков измерения. Методика изучения темы «Площадь». Методика формирования у детей временных представлений, изучения мер времени и их соотношений, формирования соответствующих умений и навыков. Действия с величинами.

В результате изучения данной темы студенты должны знать:

- понятие величины;
- какие величины изучаются в начальном курсе математики: длина, масса, емкость, цена, время, скорость;
- методику ознакомления с каждой величиной;
- как производить действия над величинами;

уметь:

- составлять фрагменты уроков по изучению той или иной величины;
- подбирать, изготавливать и использовать наглядные пособия;
- проводить измерительные работы;
- производить действия над величинами.

Тема 9. Доли и дроби в курсе математики начальных классов

Общие вопросы методики ознакомления учащихся с дробями. Методика изучения долей. Обучение решению задач на нахождение доли числа и числа по его доле. Формирование у детей наглядных представлений о дроби. Сравнение долей и дробей. Обучение решению задач с дробями.

В результате изучения темы студенты должны уметь:

- образовывать доли;

- выделять долю из целого;
- решать задачи на нахождение доли числа и числа по его доле;
- изготавливать и использовать наглядные пособия;
- сравнивать дроби;
- решать задачи с дробями.

Темы контрольных работ

1. Методика ознакомления с величинами. (Написание план-конспекта.)

2. Доли и дроби. (Подбор дидактических игр. Изготовление наглядности.)

Тема 10. Различные концепции построения начального курса математики. Анализ альтернативных программ и учебников по математике для начальной школы

Краткий обзор систем обучения. Модель «Начальная школа 21 века» (научный руководитель профессор Н.Ф. Виноградова), «Школа 2000...» — «Школа 2100» (научный руководители академик А.А. Леонтьев и Л.Г. Петерсон), «Гармония» (научный руководитель профессор Н.Б. Истомина), система Л.В.Занкова и система Д.Б. Эльконина—В.В. Давыдова.

Цель: ознакомление с особенностями работы по альтернативным учебникам по математике для начальной школы.

В результате изучения этой темы студенты должны знать:

- какие альтернативные системы обучения математике в начальных классах есть;

Тема 11. Анализ альтернативных программ и учебников по математике для начальной школы

Содержание обязательного минимума образования по математике в начальной школе. Распределение по годам обучения программного материала по математике по альтернативным программам. Сравнительный анализ альтернативных программ.

Цель: проанализировать альтернативные программы и учебники по математике для начальной школы.

В результате изучения этой темы студенты должны знать:

- основные различия между альтернативными программами и учебниками по математике для начальной школы.

уметь:

- анализировать альтернативные программы и учебники по математике для начальной школы.

Тема контрольной работы: Анализ альтернативных программ и учебников по математике для начальной школы.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

При подготовке к практическим занятиям можно использовать следующие рекомендации:

1. Прочитайте внимательно задания и список литературы к данному занятию.
2. Изучите материал по учебным пособиям и записям лекций, используйте школьные учебники по математике.
3. Законспектируйте литературу по указанию преподавателя.
4. Выполните практические задания.
5. Проверьте себя: на какие вопросы вы ответили, на какие не нашли ответа.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3
ПРОГРАММА «ГОСУДАРСТВЕННЫЕ АТТЕСТАЦИОННЫЕ ИСПЫТАНИЯ»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Государственный экзамен по методике обучения математике в начальных классах является средством проверки теоретической и практической подготовки студентов к обучению математике младших школьников.

Общие вопросы методики обучения математике не включаются в качестве самостоятельных в программу государственного экзамена, но могут быть использованы в ответах на вопросы по частным методикам. Особенности отбора содержания государственного экзамена объясняются тем, что знания студентов по многим вопросам курса неоднократно проверялись в ходе текущих зачетов и экзамена.

На экзамене выпускники должны продемонстрировать знание вопросов, связанных с понятиями начального курса математики: натуральное число, операции над целыми неотрицательными числами, свойства этих операций; величины, их свойства и измерение. Они должны продемонстрировать знание содержания начального курса математики, методов, форм и средств обучения математике младших школьников. Свои ответы студенты должны иллюстрировать конкретными примерами, проявляя при этом умение использовать основную методическую литературу.

Приводя соответствующие примеры, выпускники должны обнаруживать необходимые практические умения: устанавливать цель, методический и математический смысл заданий, содержащихся в учебниках для начальных классов, применять теоретические знания к решению практических вопросов, а также умение решать задачи и безошибочно выполнять вычисления.

На государственном экзамене проверяется также умение выпускников грамотно, логично и доказательно излагать сущность вопроса, пользуясь научной терминологией и символикой.

При подготовке к госэкзамену студенты должны быть ознакомлены с его программой и требованиями к ответу.

На экзамене выпускники факультета могут использовать следующую литературу:

- типовую программу по математике для начальных классов общеобразовательной школы;
- программу по методике обучения математике;
- программу данного государственного экзамена; стабильные учебники по математике для начальных классов, дидактические материалы и наглядные пособия к урокам математики в начальных классах.

ВОПРОСЫ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ (ГОСЭКЗАМЕНУ)

1. Методика изучение нумерации чисел в пределах десятка.
2. Методика изучение нумерации чисел в пределах сотни.
3. Методика изучение нумерации чисел в пределах тысячи.
4. Методика изучение нумерации чисел в пределах миллиона.
5. Первоначальное ознакомление учащихся с действиями сложения и вычитания.

6. Методика обучения решению простых задач на вычитание.

7. Методика изучения устных приемов сложения и вычитания многозначных чисел.

8. Методика изучения письменных приемов сложения и вычитания многозначных чисел.

9. Ознакомление учащихся действием деления.

10. Методика обучения решению простых задач на умножение.

11. Методика обучения решению простых задач на деление.

12. Методика изучения устных приемов умножения.

13. Методика изучения устных приемов деления.

14. Методика формирования письменных приемов умножения.

15. Методика изучения деления с остатком.

16. Методика формирования письменных приемов деления.

17. Методика обучения решению составных задач.

18. Ознакомление учащихся со свойствами сложения, их применение при вычислениях.

19. Методика ознакомления с приемами вычитания, их применение при вычислениях.

20. Методика ознакомления со свойствами умножения, их применение при вычислениях

21. Методика ознакомления со свойствами деления, их применение при вычислениях

22. Методика формирования представлений о выражении.

23. Равенства и неравенства в начальном курсе математики.

24. Формирование представлений об уравнении. Методика обучения решению простейших уравнений.

25. Методика ознакомления учащихся с простейшими геометрическими фигурами (точкой, отрезком, ломаной, многоугольником, кругом, углом, прямоугольником).

26. Методика ознакомления учащихся с длиной отрезка, с единицами ее измерения.

27. Методика ознакомления учащихся с массой, с единицами ее измерения.

28. Методика ознакомления учащихся со скоростью, с единицами ее измерения.

29. Методика ознакомления учащихся с временем, с единицами ее измерения.

30. Методика формирования представлений о площади фигуры.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Общая характеристика

Контрольная работа — одна из форм проверки и оценки усвоенных знаний, получения информации о характере познавательной деятельности, уровня самостоятельности и активности студентов в учебном процессе, эффективности методов, форм и способов учебной деятельности. Различают контрольные аудиторные и домашние; текущие и экзаменационные; письменные, графические и практические; фронтальные и индивидуальные.

Отличительной чертой письменной контрольной работы является ее большая объективность по сравнению с устным опросом. Виды и характер письменных контрольных работ, их разнообразие зависят от содержания и специфики учебного предмета, уровня общего развития студентов.

Важно, чтобы система заданий письменных контрольных работ выявляла как знания студентов по определенной теме(разделу), так и понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей, умения самостоятельно делать выводы и обобщения, творчески использовать знания и навыки.

Из вышесказанного следует, что контрольная работа — это своеобразный письменный экзамен, который требует серьезной подготовки.

Контрольная работа по методике обучения математике включает 3 задания:

Разработка плана-конспекта урока по изучению нового материала по одной из тем курса математики начальных классов и его оформление.

Решение методической задачи, формулировка цели данного задания; составление аналогичных заданий.

Обучение решению задач, описание методики работы над конкретной задачей.

Варианты контрольной работы

Приступая к выполнению контрольной работы, выпишите из таблицы номера заданий 1—3 своего варианта. Определите тему каждого задания и ознакомьтесь с методическими указаниями.

Вариант	Задания		
	1	2	3
1	7	29	60
2	18	15	59
3	19	10	58
4	20	28	57
5	21	19	56
6	22	1	55
7	23	2	53
8	24	4	52
9	1	15	51
10	2	16	50
11	3	17	49
12	4	18	48
13	5	19	47
14	6	20	46
15	7	28	45
16	8	22	44
17	9	30	43
18	10	12	42
19	11	3	41
20	12	13	40

Вариант	Задания		
	1	2	3
21	13	14	39
22	15	9	38
23	16	10	37
24	50	7	36
25	51	5	35
26	27	8	34
27	29	6	33
28	30	17	32
29	31	19	31
30	32	21	30
31	33	22	29
32	34	25	28
33	35	26	27
34	36	27	26
35	37	24	25
36	38	23	24
37	39	1	23
38	40	18	22
39	41	15	21
40	42	29	20

Вариант	Задания		
	1	2	3
41	43	8	19
42	44	20	18
43	45	18	17
44	46	11	16
45	47	2	15
46	48	13	14
47	49	14	13
48	25	22	12
49	36	18	11
50	33	23	10
51	24	25	9
52	34	17	18
53	26	11	7
54	29	1	6
55	28	24	5
56	14	25	4
57	15	4	3
58	52	5	2
59	6	7	1
60	7	6	54

Задания к вариантам контрольной работы

ЗАДАНИЕ № 1. Написание плана-конспекта

Методические указания: Познакомьтесь с рекомендованной литературой и составьте план-конспект урока по изучению нового материала с учетом следующих этапов:

I. Организация класса.

II. Устный счет.

III. Работа над новым материалом.

1. Объяснение нового материала.
2. Первичное закрепление нового материала.

IV. Физминутка.

V. Работа над пройденным материалом.

1. Повторение и закрепление ранее изученного.
2. Самостоятельная работа.
3. Обобщение.

VI. Итог урока.

1. Задание на дом.
2. Оценка и мотивирование ответов.

Литература

1. Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах. — Под ред. М.И. Моро, А. М. Пышкало. — М., 1977.
2. *Бантова М.А., Бельтюкова Г.В.* Методика преподавания математики в начальных классах. — М., 1984.
3. *Истомина Н.Б.* Методика обучения математике в начальных классах. LINKA-PRESS, Москва, 1997.
4. *Истомина Н.Б.* Методические рекомендации к учебнику «Математика. 2 класс» (1, 3 кл.). М.: LINKA-PRESS, 1995.
5. *Истомина Н.Б.* Теоретические основы методики обучения математике в начальных классах. Изд-во «Институт практической психологии», 1996.

6. Истомина Н.Б., Нефедова И.Б., Кочеткова И.А. Математика в 1 (2, 3, 4) классе (учебники). М.: «Новая школа», 2004.

7. Моро М.И. Математика в 1 (2, 3, 4) классе. М.: Просвещение, 2005.

10. Программы и учебники математики начальной школы, принятые в республике, методические пособия для учителей, дидактические материалы для учащихся.

Задание 1. Написание плана-конспекта

1. Табличное сложение. (М. 1, ч. 2., с. 58–59.)
2. Слагаемые. Сумма. (М. 1, ч. 1, с. 78.)
3. Перестановка слагаемых. (М. 1, ч. 2, с. 14.)
4. Компоненты действия при вычитании. (М. 1, ч. 2, с. 27.)
5. Килограмм. (М-1, ч. 2, с. 34.)
6. Сантиметр. (М-1, ч. 1, с. 60.)
7. Решение задач в 2 действия. (М.1, ч. 2, с. 56.)
8. Табличное вычитание. (М.1, ч. 2, с. 72–73.)
9. Дециметр. (М.1, ч. 2, с. 47.)
10. Метр. (М.2, ч. 1, с. 13.)
11. Числа от 11 до 100 (устная нумерация.) (М. 2, ч. 1, с. 7.)
12. Число 0. (М. 1, ч. 1, с. 64.)
13. Увеличить. Уменьшить.(М. 1, ч. 1, с. 62.)
14. Ломаная линия. Звено ломаной. (М. 1, ч. 1, с. 38.)
15. Письменная сложение чисел в пределах 100 (М. 2, ч. 2, с. 10.)
16. Квадрат (М. 2, ч. 2, с. 30.)
17. Первоначальное ознакомление с умножением (М. 2, ч. 2, с. 40.) Ознакомление с делением. (М. 2, ч. 2, с. 50.)
18. Табличное умножение и деление. (М. 2, ч. 2, с. 68.)
19. Обратные задачи. (М. 2, ч. 1, с. 22.)
20. Час. Минута. (М. 2, ч. 1. с. 26.)
21. Периметр многоугольника. (М. 2, ч. 1, с. 36.)
22. Свойства сложения. (М. 2, ч. 1, с. 38–39.)

23. Сложение вида: 36+2, 36+20. (М. 2, ч. 1, с. 48.)

24. Вычитание вида: 36–2, 36–20 (М. 2, ч. 1, с. 49.)

25. Буквенные выражения. (М. 2, ч. 1, с. 64–65.)

26. Уравнение. (М. 2, ч. 1, с. 68–69.)

27. Площадь. Единицы площади. (М. 3, ч. 1, с. 68–69.)

28. Квадратный дециметр. (М. 3, ч. 1, с.78.)

29. Решение задач. (М. 3, ч. 1, с. 84.)

30. Единицы времени. Год. Месяц. Неделя. (М. 3, ч. 1, с. 91.)

31. Круг. Окружность. (М. 3, ч. 1, с. 94–95.)

32. Доли. (М. 3, ч. 1, с. 96–97.)

33. Внетабличное умножение и деление. (М. 3, ч. 2, с. 3.)

34. Умножение суммы на число. (М. 3, ч. 2, с. 5.)

35. Деление суммы на число. (М, 3, ч. 2, с. 11.)

36. Деление с остатком. (М. 3, ч. 2, с. 23.)

37. Нумерация чисел от 1 до 1000. (М. 3, ч. 2, с. 37.)

38. Сложение и вычитание (приемы устных вычислений.) (М. 3, ч. 2, с. 52.)

39. Приемы письменного сложения. (М. 3, ч. 2, с. 61.)

40. Приемы письменного вычитания. (М. 3, ч. 2, с. 64.)

41. Умножение (приемы устных вычислений.) (М. 3, ч. 2, с. 68.)

42. Деление (приемы устных вычислений.) (М. 3, ч. 2, с. 69.)

43. Единицы массы. Грамм. (М. 3, ч. 2, с. 73.)

44. Приемы письменного умножения. (М. 3, ч. 2, с. 80.)

45. Приемы письменного деления. (М. 3, ч. 2, с. 84.)

46. Свойства диагоналей прямоугольника. (М. 4, ч. 1, с. 17.)

47. Нумерация многозначных чисел. (М. 4, ч. 1, с. 22–23.)

48. Увеличение числа в 10, 100, 1000 раз. (М. 4, ч. 1, с. 29.)

49. Нахождение нескольких долей целого. (М. 4, ч. 1, с. 51.)

50. Единицы времени. Год. (М. 4, ч. 1, с. 59.)

51. Перестановка и группировка слагаемых. (М. 4, ч. 1, с. 66.)

52. Письменные приемы сложения и вычитания. (М, 4, ч. 1, с. 67.)

53. Частные случаи письменных приемов вычитания. (М. 4, ч. 1, с. 68.)

54. Нахождение неизвестного слагаемого. (М. 4., ч. 1, с. 69.)

55. Сложение и вычитание величин. (М. 4, ч. 1, с. 72–73.)

56. Умножение чисел, запись которых оканчивается нулями. (М. 4, ч.1, с. 82.)

57. Частные случаи деления многозначных чисел. (М. 4, ч. 1, с. 90.)

58. Скорость. Время. Расстояние. (М. 4, ч. 2, с. 5.)

59. Деление числа на произведение. (М. 4, ч. 2, с. 23.)

Задание № 2. Решение методических задач

Выполните задание. Сформулируйте цель заданий.

1. По какому правилу записан каждый ряд чисел:

а) 90, 70, 80, 60, 70, 50, 60, 40, 50, ...

б) 20, 50, 30, 60, 40, 70, 50, 80, 60, ...

Придумайте аналогичные 3 задания. Какова цель таких заданий?

2. По какому признаку можно разбить выражения на две группы?

54+6	37+3	69+1	62+6
78+2	26+2	34+5	75+5

Составьте аналогичные три задания. Какова цель таких заданий ?

3. По какому признаку можно разбить выражения на две группы? Какова цель таких заданий?

80–3	90–2	69–5	60–7
67–4	53–2	70–4	48–3

Составьте аналогичные три задания.

4. Можно ли утверждать, что значения выражений в каждой паре одинаковы?

29+1+6	46+4+5	57+3+5
29+7	46+9	57+8

Какое свойство сложения можно использовать для обоснования своего ответа?

Придумайте аналогичные три задания.

5. Запиши верные числовые равенства, используя только эти числа:

а) 16, 9, 7, 2 ;

б) 24, 5, 19, 14, 9 ;

в) 12, 3 , 2, 9, 5, 7.

Какова цель таких заданий?

Придумайте аналогичные три задания.

6. Назови «лишнее» число:

542, 813, 208, 375, 481, 299.

Какова цель такого задания?

Придумайте аналогичные три задания.

7. Назови «лишнее» число:

а) 222, 555, 666, 785, 333, 444;

б) 708, 903, 104, 230, 609, 401;

в) 375, 357, 367, 735, 753, 537.

Какова цель таких заданий.

Придумайте аналогичное задание.

8. По какому правилу записан каждый ряд чисел:

а) 123, 125, 127, 129, 131, ...

б) 812, 822, 832, 842, 852, ...

в) 389, 388, 387, 386, 385, ...

Какова цель таких заданий. Придумайте аналогичное задание.

9. По какому правилу записан каждый ряд чисел? Продолжи его:

300, 302, 304, 306, 308, ...

812, 810, 808, 806, 804, ...
600, 604, 608, 612, 616, ...
412, 409, 406, 403, 400, ...
700, 705, 710, 715, 720, ...

По какому признаку можно разбить ряды чисел на две группы?

Придумайте аналогичное задание.

10. Используя только данные числа, запиши шесть верных равенств, в которых значение суммы равно 70:

52, 40, 8, 25, 18, 7, 30, 63, 50, 62, 20, 45.

Какова цель задания?

Придумайте аналогичные три задания.

11. Можно ли утверждать, что значения выражений в каждой паре одинаковы?

47+30	38+25	80–3	43–20
40–37	39+24	80–4	42–19

Какова цель таких заданий?

Придумайте аналогичные два задания?

12. Найди «лишнее» выражение в каждом столбике:

104+104+104+104	240+240+240
208+208+208+208	160+160+160
306+306+306	170+170
120+120+120+120	107+107+107

Какова цель таких заданий?

13. Придумайте аналогичные три задания.

Назови все признаки, по которым похожи следующие выражения:

134+134+134+134
314+314+314+314
413+413+413+413
143+143+143+143

Запиши другие числовые выражения, которые имеют те же признаки.

Какова цель таких заданий?

Придумайте аналогичные три задания.

14. Для каждого выражения слева выбери такое выражение справа, которое имеет то же самое значение. Запиши полученные равенства.

$(13+19)\cdot 4$	$34+34+34+34+34+34+34$
$(54-20)\cdot 7$	$58+58+58$
$(90-32)\cdot 3$	$32+32+32+32$
$(30-7)\cdot 4$	$23+23+23+23$
$(36-7)\cdot 5$	$29+29+29+29+29$

Какова цель таких заданий?

Придумайте аналогичные два задания.

15. Разгадай правила, по которым записаны ряды чисел, и продолжи каждый ряд. Чем похожи и чем отличаются эти числовые ряды?

16, 24, 32, ...

$8\cdot 2$, $8\cdot 3$, $8\cdot 4$, ...

$2\cdot 8$, $3\cdot 8$, $4\cdot 8$, ...

Какова цель таких заданий?

Придумайте аналогичные три задания.

16. По какому признаку можно разбить ряды чисел на две группы:

12, 18, 24, 30, 36, ...

2, 6, 10, 14, 18, 22, ...

1, 7, 13, 19, 25, 31, ...

3, 7, 11, 15, 19, 23, ...

4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

3, 9, 15, 21, 27, 33, ...

Какова цель такого задания?

Придумайте аналогичные два задания.

17. Используя переместительное и сочетательное свойства умножения, запиши каждое выражение в виде произведения двух чисел:

$6\cdot 10\cdot 6$	$10\cdot 7\cdot 7$
$4\cdot 2\cdot 10$	$6\cdot 3\cdot 10$
$5\cdot 10\cdot 4$	$6\cdot 10\cdot 5$

Какова цель такого задания?

Придумайте аналогичные три задания.

18. Можно ли утверждать, что значения произведений в каждой паре одинаковы:

45 • 10	21 • 10	36 • 10
9 • 50	3 • 70	9 • 40

Какова цель таких заданий?

Придумайте аналогичные три задания.

19. Чем похожи выражения в каждом столбике? Как можно рассуждать при вычислении их значений:

630:7	360:90
810:9	480:80
540:6	270:90
720:8	160:20
560:7	450:90

Какова цель такого задания ?

Придумайте аналогичные три задания.

20. Догадайся! По какому признаку записаны выражения в каждом столбике:

29–8+24	72:9 • 3	84–9 • 8
32+9–7+14	48:6 • 7:8	54+6 • 3–72
64–7+16–8	27:3 • 2:6 • 9	8+7 • 8+63:9

Какова цель таких упражнений?

Придумайте аналогичные два задания.

21. По какому признаку можно разбить выражения на три группы? на две группы?

81–29+27	400+200+300–100	400+200+30–100
72:9 • 3	48:6 • 7:8	27:3 • 2:6 • 9
84–9 • 8	54+6 • 3–72:8	

Какова цель такого задания?

Придумайте аналогичные два задания.

22. Расставь порядок выполнения действий на каждой схеме:

а) □+□ : □+□ • □–□

б) □ • □+(□+□)–□

в) □:□+□–□–(□+□)

Выбери числовые выражения, которые соответствуют каждой схеме:

63:7+(20−5)−(9+6)
18+36:9+6 · 8−50
5 · (4+3)+19−10
(18+36):9+6 · 8−50
63:7+20−5−(9+6)
5 · 4+(3+19)−10
Какова цель таких заданий?
Придумайте аналогичные три задания.

23. Какие арифметические действия могут выполняться в указанном порядке?

$\square.\ .^{3}.\ \square.\ .^{1}.\ \square.\ .^{2}.\ \square$ $\qquad$ $\square.\ .^{3}.\ \square.^{2}.\ .\ (\square\ .^{1}.\ .\square)$

$\square.^{2}.\ .\square.^{3}.\ .\square.^{1}.\ .\square$ $\qquad$ $\square.^{2}.\ .\ (\square.^{1}.\ .\square)\ .^{3}.\ .\square$

Какова цель таких заданий?
Придумайте аналогичные три задания .

24. Догадайся! По какому правилу составлены выражения в каждом столбике:

7 · 4+18−9 · 3	86−7 · 3−49:7
28+18−9 · 3	86−21−49:7
28+18−27	86−21−7
46−27	65−7

Составь из данных выражений столбики по такому же правилу.

9 · 5−6 · 4:8 $\qquad$ 81:9+3 · 6−64:8

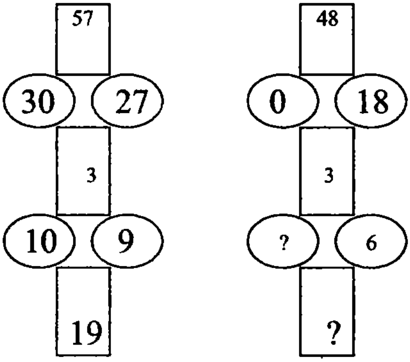
Какова цель таких заданий?

25. Можно ли, не вычисляя значений выражений, сказать, на сколько значение одного выражения в каждой паре больше или меньше другого:

(17+5) · 4	3 · 7+6 · 7	(34+6) · 8	8 · 9+7 · 9
(17+5) · 5	(3+6) · 6	(34+5) · 8	(8+6) · 9

Какова цель таких заданий?
Придумайте аналогичные три задания.

26. Разгадай правило и вставь пропущенные числа:



Какова цель таких заданий?
Придумайте аналогичные три задания.

27. Вставь пропущенные числа, чтобы получились верные равенства :

30 000+5 000+600+...+...=35 672

400 000+...+...+...+...+...=475 070

Какова цель таких заданий ? Придумайте аналогичные три задания ?

28. Можно ли, не выполняя деления «уголком», найти в каждом столбике выражение с наибольшим значением?

636 363:9	565 656:8
818 181:9	727 272:9
242 424:8	363 636:9
484 848:6	424 242:7
323 232:8	454 545:5

Какую закономерность вы заметили?
Какова цель таких упражнений?
Придумайте аналогичные три задания.

29. Не вычисляя значений выражений, разбей их на две группы:

18 144:756	19 920:83
10 116:12	52 140:395
93 177:609	27 744:68
24 660:548	11 999:13

Какова цель таких заданий?

Придумайте аналогичные три задания.

Задание 3. Решение задач

Покажите методику работы над данным видом задачи. Опишите каждый этап работы над задачей:

1. Ознакомление с содержанием задачи.
2. Поиск решения задачи.
3. Составление плана решения.
4. Запись решения задачи.
5. Проверка решения задачи.

Укажите, какие методические приемы работы над задачей используются на каждом этапе.

1. 94 книги расставили на три полки. На первую поставили книг столько же, сколько на вторую; а на третью на 4 книги больше, чем на первую. Сколько книг поставили на третью полку?

2. Товар массой 14 273 кг распределили на три машины. Масса товара на второй машине в 2 раза больше чем на первой. Какова масса товара на третьей машине, если масса товара на первой машине 3 876 кг?

3. Если рассаживать капусту по 44 штуки в каждом ряду, то получится 9 рядов, а если по 22 штуки, то 18 рядов. Какое количество рассады было заготовлено?

4. В двух хранилищах 99 890 кг картофеля. Когда из каждого хранилища взяли картофеля поровну, то в

первом осталось 32 500 кг, а во втором 45 390 кг. Сколько картофеля было в каждом хранилище?

5. В магазин привезли 26 коробок печенья. В каждой коробке по 54 пачки. Сколько денег выручит магазин, если цена пачки — 28 руб. 60 коп.?

6. Одна группа туристов заплатила за экскурсию в музей 5950 р., а другая — 7350 р. Какова цена одного билета, если во второй группе на 4 человека больше, чем в первой? Сколько туристов в каждой группе?

7. В оздоровительном лагере 364 человека. Мальчиков на 20 больше, чем девочек. Девочек разместили в комнаты по 4 человека, а мальчиков по 6 человек. Сколько комнат потребовалось, чтобы разместить всех детей?

8. В одном рулоне 7 м клеенки, в другом — 13 м. За второй рулон заплатили на 140 рублей больше, чем за первый. Сколько стоит один метр клеенки, если в первом и во втором рулоне она одинаковая?

9. В одном классе 27 учеников, а в другом на 6 учеников меньше. За билеты в цирк первый класс заплатил на 24 рубля больше, чем второй. Сколько заплатил за билеты каждый класс, если цена билетов была одинаковой?

10. Пять чайных сервизов стоят столько же, сколько три кофейных. Сколько стоит кофейный сервиз, если цена чайного 600 рублей?

11. В кассе зоопарка за день было продано 1482 билета. Детских билетов купили в 5 раз больше, чем взрослых. Сколько детей побывало в зоопарке?

12. Саша заплатил за тетради 26 руб. 25 коп, а Миша за такие же тетради заплатил 35 рублей. Саша

купил на 5 тетрадей меньше, чем Миша. Сколько тетрадей купил каждый мальчик?

13. В киоске продали одинаковое количество журналов и газет. За журналы выручили 14 040 рублей, за газеты 2925 рублей. Сколько стоит журнал, если цена газеты 25 рублей? На сколько журнал дороже газеты?

14. Для дома отдыха купили 58 настольных ламп и столько же торшеров. За торшеры заплатили на 34800 рублей больше, чем за лампы. Сколько стоит один торшер, если цена лампы 700 р.?

15. В два магазина привезли 354 кг мармелада. В первый привезли 35 коробок, во второй 24 такие же коробки. Сколько килограммов мармелада привезли в каждый магазин?

16. В столовую привезли 6 мешков муки, по 49 кг 500 г в каждом. Муку расходовали в течение 8 дней, каждый день поровну. После этого осталось 33 кг муки. Сколько килограммов муки расходовали каждый день? На сколько дней хватит оставшейся муки, если ее будут расходовать так же?

17. В прямоугольнике одна сторона на 8 м больше другой. Найди площадь прямоугольника, если его периметр равен 28 м.

18. Одна машинистка печатает за час 12 страниц, другая — 15. Сколько времени потребуется машинисткам, чтобы напечатать 162 страницы, если они будут работать вместе?

19. В магазин привезли коробки конфет по 450 г в каждой, и столько же коробок зефира по 300 г в каждой. Сколько килограммов зефира привезли в магазин, если коробки с конфетами весили 67 кг 500 г?

20. В швейной мастерской было 14 кусков материи по 30 м в каждом, и 6 кусков по 40 м в каждом. На пошив изделий израсходовали 280 м 45 см материи. Сколько материи осталось?

21. В двух зрительных залах 900 мест. В малом зале 10 рядов, а в большом 15 таких же рядов. Сколько мест в каждом зрительном зале? На сколько мест в одном зале больше, чем в другом?

22. Мастер может отштамповать 480 деталей за 4 часа, а ученику на выполнение этой работы потребуется времени в 3 раза больше. За сколько часов могут отштамповать 480 деталей мастер и ученик при совместной работе?

23. Макароны упаковали в одинаковые коробки. Масса 17 коробок на 32 кг больше, чем масса 9 коробок. Хватит ли 214 коробок для упаковки 970 кг макарон?

24. Скорость моторной лодки в 3 раза больше скорости лодки на веслах. За какое время моторная лодка пройдет 24 км, если на лодке с веслами это расстояние можно пройти за 6 часов? Какое расстояние пройдет моторная лодка за 5 часов?

25. Мотоциклисту нужно проехать 800 км. Он проехал 500 км по шоссе, а остальной путь проделал по проселочной дороге со скоростью 50 км/ч. Сколько времени он ехал по проселочной дороге? С какой скоростью мотоциклист ехал по шоссе, если на весь путь он затратил 11ч?

26. Туристы в первый день прошли на байдарках 24 км, двигаясь со скоростью 6 км/ч, а во второй день — 30 км с той же скоростью. Сколько всего часов они плыли на байдарках?

27. Из двух городов, расстояние между которыми 5 250 км, вылетели в 8 ч утра навстречу друг другу два самолета. Через 3 ч они встретились в пути. Один самолет летел со скоростью 850 км/ч. С какой скоростью летел второй самолет?

28. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу. Первый ехал со скоростью 15 км/ч. Второй проехал до встречи на 6 км больше, чем первый. С какой скоростью ехал второй велосипедист, если он встретился с первым через 3 часа?

29. Две моторные лодки отошли от пристани одновременно в противоположных направлениях. Через 3 ч расстояние между ними было 87 км. Найди скорость второй лодки, если скорость первой 14 км/ч.

30. От Москвы до Пскова 760 км. Поезд вышел из Москвы в 19 ч и шел со скоростью 60 км/ч. С какой скоростью прошел поезд остальной путь, если он прибыл в Псков в 9 ч утра, при этом 3 ч в пути он потратил на остановки?

31. Два вертолета вылетели одновременно в противоположных направлениях. Через 3 ч расстояние между ними было 930 км. На сколько скорость первого вертолета меньше скорости второго, если первый пролетел 450 км?

32. На спортивной базе живут 256 футболистов, а волейболистов на 56 меньше. Все спортсмены размещены в домах, по 24 человека в каждом. Сколько домов на спортивной базе?

33. Один трактор перевозит 192 бревна за 16 рейсов, другой — 162 бревна за 18 рейсов. За сколько рейсов, работая вместе, оба трактора могут перевезти 294 бревна?

34. В магазин привезли 1340 бутылок минеральной воды, по 20 бутылок в ящике, и столько же ящиков с фруктовой водой, по 10 бутылок в каждом. Сколько бутылок фруктовой воды привезли в магазин?

35. Свитер, шапку и шарф связали из 1 кг 200 г шерсти. На шарф потребовалось на 100 г шерсти больше, чем на шапку, и на 400 г меньше, чем на свитер. Сколько шерсти израсходовали на каждую вещь?

36. У двух девочек 99 вкладышей. На каждую страницу альбома Наташа наклеивала по 5 вкладышей, Вера — по 6. Сколько вкладышей в альбоме у каждой девочки, если количество страниц с вкладышами у них одинаково?

37. За четырехместные столики в кафе могут сесть столько же человек, сколько за шестиместные в столовой. Сколько столиков в кафе, если в столовой их 8?

38. В первых классах 93 человека, в третьих 85 человек, в четвертых 96 человек. В первых и вторых классах учится столько же учеников, сколько в третьих и четвертых. Сколько учеников во вторых классах?

39. В одном ящике было на 48 кг больше моркови, чем в другом. В первый ящик положили еще 35 кг, а во второй 57 кг. В каком ящике моркови больше и на сколько?

40. Видеокассета дороже аудиокассеты на 40 рублей. Шесть видеокассет стоят столько же, сколько 10 аудиокассет. Сколько стоит каждая кассета?

41. На одной пасеке с каждого улья получили по 60 кг меда, а на другой по 70 кг. Всего собрали с двух пасек 4 510 кг. Сколько меда получили с каждой пасеки, если на второй пасеке на 5 ульев больше?

42. В цирке 20 рядов, в каждом по 160 мест. На представление в одной кассе было продано 456 билетов, в другой на 167 больше. Сколько билетов осталось непроданными?

43. Ремонт школы выполняли каменщики, штукатуры и маляры. Каменщиков было столько же, сколько маляров. Каждый штукатур являлся и каменщиком. Сколько человек производили ремонт, если маляров было 7?

44. В двух вагонах поезда ехало 65 пассажиров. На станции из первого вагона вышли 3 человека, из второго в 4 раза больше. После этого в вагонах пассажиров стало поровну. Сколько пассажиров ехало в каждом вагоне до остановки поезда?

45. Длина комнаты прямоугольной формы 60 дм, ширина 30 дм, а высота стен 25 дм. Обоями оклеили площадь в 2 раза больше оставшейся. Какую площадь стен осталось оклеить?

46. В 9 ч утра два катера отошли от пристани в противоположных направлениях. В 14 ч расстояние между ними было 320 км. С какой скоростью шел первый катер, если скорость второго была 45 км/ч?

47. Из двух городов навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Скорость первого — 85 км/ч, второго — 70 км/ч. Поезда встретились через 5 ч. Найди расстояние между городами. Какое расстояние было между поездами за 2 ч до встречи?

48. Лодка плыла по течению 6 ч и 2 ч против течения, пройдя всего 50 км. С какой скоростью шла лодка против течения, если ее скорость по течению 7 км/ч?

49. В двух читальных залах было 48 человек. Когда в первый зал пришли еще 6 человек, а во второй — 8, то в обоих залах читателей стало поровну. Сколько человек было в первом читальном зале сначала?

50. В двух киосках было одинаковое количество журналов. Когда в первом киоске продали 5 журналов, то в нем осталось 123. Во втором киоске после продажи осталось журналов в 3 раза меньше, чем было. Сколько журналов продано во втором киоске?

51. За 3 пакета молока и 2 пачки творога заплатили 154 рубля. Сколько стоит пакет молока, если он дороже пачки творога на 2 рубля?

52. В четырех ящиках 92 кг груш. В первом — 20 кг, во втором столько же, сколько в третьем, а в четвертом на 6 кг больше, чем в первом. Сколько килограммов груш во втором ящике?

53. В четырех маленьких бочках 320 л воды. Сколько литров воды в шести больших бочках, если в каждой большой бочке на 60 л больше, чем в маленькой?

54. В мастерской из двух кусков материи сшили одинаковые палатки для туристов. В первом куске было 168 м материи, во втором — 120 м. Сколько палаток сшили из каждого куска, если известно, что из первого куска сшили на 4 палатки больше?

55. В один ларек привезли 25 ящиков с фруктами, в другой — 20 таких же ящиков. Сколько килограммов фруктов привезли в оба ларька, если в первый ларек привезли на 60 кг больше, чем во второй?

56. Из двух городов, расстояние между которыми 777 км, вышли навстречу друг другу два поезда. Первый поезд вышел на 3 ч раньше и шел со скоростью

75 км/ч. Поезда встретились через 4 ч после выхода второго поезда. С какой скоростью шел второй поезд?

57. Компьютерная игра состоит из трех этапов. Костя набрал на первых двух этапах 780 очков, на третьем в 3 раза меньше, чем на первом. Сколько всего очков набрал Костя, если на втором этапе он набрал на 240 очков больше, чем на первом?

58. Люда собрала 6 кружек черники, а Надя 8 стаканов. Масса черники у Люды и у Нади одинакова. Всего они собрали 2 кг 400 г. Сколько граммов черники в кружке и в стакане?

59. Одна машинистка печатает 10 страниц за час, а другая за 5 ч печатает столько же, сколько первая за 4 ч. Сколько страниц напечатают обе машинистки за 3 ч совместной работы?

Образец выполнения контрольной работы

Вариант 61 (53, 34, 61)

53 — План-конспект урока, связанный с изучением нового материала по теме «Письменное умножение на числа, оканчивающиеся нулями».

34 — Решить методическую задачу.

61 — Задача: «На ферме содержатся коровы, овцы, козы — всего 3 320 животных. Коров на 120 меньше, чем овец, и на 100 больше, чем коз. Сколько на ферме коз?»

1-е задание (53)

План-конспект урока математики в 4-м классе.

Тема: Письменное умножение на числа, оканчивающиеся нулями.

Цель: познакомить с приемом умножения на числа, оканчивающиеся нулями;

— развивать вычислительные навыки и умение решать задачи;

— воспитывать бережное отношение и любовь к окружающей среде.

Оборудование: индивидуальные карточки, таблица к задаче, комплект карточек «Математическое домино».

План — конспект

I. Организация класса.

Приветствие.

Наведение рабочего порядка.

II. Устный счет.

1. Решение примеров с развернутым объяснением: $16 \cdot 30$, $18 \cdot 40$, $12 \cdot 20$.

2. Дидактическая игра «Математическое домино» (цель: повторить табличные случаи умножения).

III. Работа над новым материалом.

1. Объявление цели урока.

— Ребята, сегодня мы научимся с вами письменно, т.е. в столбик, умножать на числа, оканчивающиеся нулями.

— Давайте попробуем решить пример:

$687 \cdot 20 = 687 \cdot (2 \cdot 10) = 687 \cdot 2 \cdot 10 =$

— Устно трудно умножить 687 на 20, поэтому мы будем такие примеры решать письменно, записывая их в столбик. При этом второй множитель записывается под первым так, чтобы нуль был справа от разряда единиц первого множителя:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 687 \\ 20 \end{array} \\ \hline 13\,740 \end{array}$$

Число 687 умножают на 2 и полученный результат умножают на 10.

2. Выполнение упражнения 639 с объяснением решения примеров.

3. Первичное закрепление.

Выполнение упражнения 640: примеры 1-го и 2-го столбика выполняются у доски с комментарием под руководством учителя, а 3-й и 4-й столбик учащиеся решают самостоятельно.

4. Решение задачи № 641.

«Для озеленения поселка купили саженцы: 200 кленов и 300 лип. Клен стоит 36 копеек, липа вдвое дороже. Сколько уплатили за все саженцы?»

1) чтение задачи.

2) разбор задачи:

— О чем говорится в задаче?

— Что спрашивается в задаче?

— Можем ли мы сразу ответить на вопрос задачи?

— Что надо знать для этого?

— Можем ли мы узнать, сколько заплатили за саженцы клена? Каким действием?

1)
$$\begin{array}{r} \times\ 36 \\ 200 \\ \hline 7\,200 \end{array}$$
7 200 копеек или 72 руб. заплатили за саженцы клена.

— Можем ли мы узнать, сколько заплатили за саженцы липы? Что надо знать для этого?

2) $36 \cdot 2 = 72$ копейки стоит один саженец липы.

— Как теперь узнать, сколько заплатили за все саженцы липы?

3)
$$\begin{array}{r} \times\ 72 \\ 300 \\ \hline 21\,600 \end{array}$$
21 600 копеек, или 216 руб., стоят саженцы липы.

— Зная стоимость саженцев клена и стоимость саженцев липы, можем ли мы узнать, сколько заплатили за все саженцы? Каким действием?

4)
$$\begin{array}{r} +\ 7200 \\ 21600 \\ \hline 28\,800 \end{array}$$
28 800 копеек, или 288 руб., заплатили за все саженцы.

Проверка задачи методом установки соответствия между искомым и данными.

IV. Физминутка.

V. Работа над пройденным материалом.

1. Работа по индивидуальным карточкам.
2. Устно: составить задачу по таблице и решить ее.

Скорость	Время	Расстояние
?	3 ч	12 км

3. Самостоятельная работа: выполнение № 644.

VI. Обобщение.

— Что нового мы узнали на уроке?

— Как мы производим умножение на числа, оканчивающиеся нулями?

VII. Итог урока.

1. Задание на дом: № 642, № 643.
2. Выставление и мотивирование оценок.

2-е задание (34)

34. Догадайся! По каким признакам можно выделит «лишнее» выражение в каждом столбике:

27:4	36:6	37:5
30:4	34:6	32:5
32:4	24:6	27:5
37:4	30:6	33:5

Какова цель таких заданий?

Придумай 2 аналогичных задания.

В первом столбике лишнее выражение — 32:4, т. к. во всех остальных выражениях частное с остатком.

Во втором — 34:6, т. к. во всех остальных выражениях частное без остатка.

В третьем — 33:5, т. к. во всех остальных выражениях в частном остаток

Цель данного задания: развивать вычислительные навыки; совершенствовать знание таблицы умножения и соответствующих случаев деления; закрепить умение производить деление с остатком.

Аналогичные задания:

Выделить «лишнее» выражение в каждом столбике:

36:6	56:8	42:7
48:8	24:12	25:5
94:18	72:9	36 :12
45:9	12:6	32:8

Выделите «лишнее» выражение в каждом столбике:

(45+6):2	(58–8):8
(54–8):7	(39–4):7
(37+5):6	(84+5):9

3-е задание (61)

«На ферме содержатся коровы, овцы, козы всего 3 320 животных. Коров на 120 меньше, чем овец, и на 100 больше, чем коз. Сколько на ферме коз?»

1. Ознакомление с содержанием задачи.

а) чтение задачи учителем (первое прочтение).

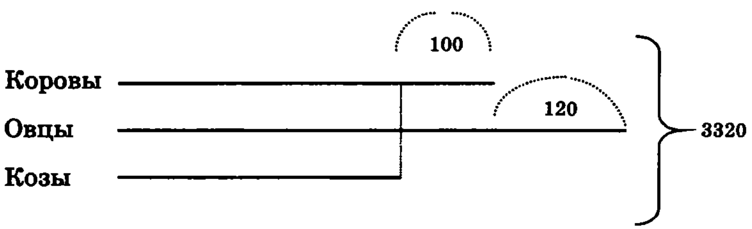
б) чтение задачи учащимися про себя (второе прочтение).

в) Кто может повторить задачу? (третье прочтение).

г) Выделите условие и вопрос задачи(четвертое прочтение).

2. Поиск решения задачи.

Анализ задачи можно провести по схеме:



— О чем говорится в задаче? (О том, что на ферме содержатся коровы, овцы, козы).

— Что показывает число 3 320? (Сколько всего животных было на ферме.)

— Что нам еще известно в задаче? (Что коров на 120 меньше, чем овец, и на 100 больше, чем коз).

— О чем спрашивается в задаче? (Сколько на ферме коз?)

— Что нужно сделать, чтобы ответить на вопрос задачи? (Нужно узнать, сколько было коров.)

3. Составление плана решения.

— Если коров на 120 меньше, чем овец, то что можно сказать об овцах?

(Что овец на 120 больше, чем коров?)

— Зная, что коров на 100 больше, чем коз, а овец на 120 больше, чем коров,

Что мы можем узнать? Используйте схему.

(На сколько овец больше, чем коз?)

4. Запись решения задачи.

— Как мы узнаем это?

120+100

— Что можно узнать следующим действием: 100+220?

(На сколько всего коров и овец больше, чем коз.)

— Теперь, зная, на сколько коров и овец вместе больше, чем коз, какое действие запишем? Используйте схему.

3 320−320

— Какой шаг следующий выполним?

3 000:3=1 000 (ж)

— Что мы узнали этим действием?

(Сколько было коз на ферме.)

— Мы ответили на вопрос задачи.

5. Проверка решения задачи может быть осуществлена следующим способом:

1). Установлением соответствия между числом, полученным в ответе и одним из данных в условии.

1 000+100=1 100 (кор.)

1 100+120=1 220 (ов.)

1 000+1 100+1 220=3 320 (жив.)

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

КУРСОВАЯ РАБОТА

Общая характеристика

Курсовая работа — это более глубокое и объемное исследование избранной проблемы учебного курса, чем реферат, доклад и контрольная работа. Ее написание также предусмотрено Примерным учебным планом по специальностям и рабочим планом вуза. Выполняется курсовая работа на заключительном этапе изучения учебной дисциплины.

К выполнению и оформлению курсовой работы, как и к другим научно-исследовательским работам, предъявляются определенные требования. Курсовая работа прежде всего должна отличаться актуальностью тематики, соответствовать современному состоянию отечественной и зарубежной науки. Студенту, работая над ней, следует:

— изучить и проанализировать научную, учебно-методическую литературу и периодику по проблеме исследования;

— изучить и проанализировать историю исследуемой проблемы, ее практическое состояние с учетом передового опыта учителей, а также личного опыта, приобретенного в процессе его педагогической деятельности;

— провести по мере необходимости опытно-экспериментальную работу или ее фрагмент по проблеме исследования, определив четко цели и методы исследования;

— обобщить результаты проведенных исследований, обосновывать выводы и дать практические рекомендации;

— оформить курсовую работу в соответствии с требованиями стандарта.

По объему курсовая работа должна занимать не менее 15–20 страниц печатного текста или 20–25 страниц рукописного текста.

В курсовой работе необходимо четко определить основные компоненты исследования. В качестве таких компонентов выступают: объект, предмет, проблема исследования, его цель и задачи.

Объектом методического исследования обычно является процесс обучения математике, в курсовой работе — это процесс обучения младших школьников определенному математическому содержанию.

Предмет исследования — это стороны, свойства и отношения объекта, исследуемые с определенной целью и в определенных условиях.

Проблема исследования тесно связана с совершенствованием предмета исследования, с разработкой мер, направленных на повышение его эффективности и качества.

Проблема исследования перерастает в его цель. Цель исследования подразделяется на ряд конкретных задач. При этом следует учитывать, что понятия цели и задачи относительны — задача одного исследования может стать целью другого.

Задачи исследования:

1. Выявление сущности исследуемого понятия;
2. Анализ программ и учебников математики для начальных классов с определенной целью;
3. Изучение состояния вопроса в практике работы школы;
4. Экспериментальная проверка предложенных мер;
5. Формулировка критериев их эффективности;
6. Разработка системы заданий, конспектов уроков, их фрагментов.

Выбрав определенную тему курса математики начальных классов, необходимо выделить математические понятия, которые учащиеся усваивают в процессе ее изучения, и раскрыть их математическую сущность. Выявление теоретических основ математических понятий темы — обязательный этап выполнения курсовой работы.

Последовательность выполнения курсовой работы

Чтобы эффективно справиться с курсовой работой, необходимо четко определить последовательность ее выполнения. Как мы это видим:

- определение совместно с преподавателем темы курсовой работы;
- подбор литературы справочников и других источников по теме исследования;
- изучение необходимой литературы и других источников по теме, фиксация на их основе нужной информации;
- обоснование актуальности темы курсовой работы;
- определение структуры курсовой работы;
- анализ литературы по теме исследования и грамотное изложение состояния изучаемого вопроса;
- поиск, анализ и обобщение педагогического опыта;
- написание введения и теоретической части курсовой работы;
- оформление практического раздела курсовой (расчеты, графики, таблицы, схемы, диаграммы и т.д.), если работа носит практический характер;
- подготовка и проведение эксперимента (его фрагмента), если работа носит опытно-экспериментальный характер;
- анализ результатов эксперимента, описание его формулировка выводов;
- написание заключения;
- составление списка используемой литературы;
- подготовка и оформление приложений;
- оформление титульного листа;
- представление работы руководителю;
- подготовка к публичной защите курсовой работы, если эта защита предусмотрена.

Темы курсовых работ

1. Использование элементов проблемного обучения на уроках математики в начальных классах при изучении темы «Сложение и вычитание многозначных чисел».

Примерное содержание. Характеристика проблемного обучения в психолого-педагогической и методической литературе. Использование элементов проблемного обучения при изучении темы «Сложение и вычитание многозначных чисел». Анализ математических понятий. Разработка фрагментов уроков, предусматривающая использование элементов проблемного обучения.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

2. Использование элементов проблемного обучения на уроках математики в начальных классах при изучении величин.

Примерное содержание. Характеристика проблемного обучения в психолого-педагогической и методической литературе. Использование элементов проблемного обучения при изучении величин. Анализ математических понятий. Разработка фрагментов уроков, предусматривающая использование элементов проблемного обучения. Оценка результатов наблюдений. Выводы.

3. Использование элементов проблемного обучения на уроках математики в начальных классах при изучении алгебраических понятий.

Примерное содержание. Характеристика проблемного обучения в психолого-педагогической и методической литературе. Использование элементов проблемного обучения при изучении алгебраических понятий. Анализ математического содержания данной темы. Разработка фрагментов уроков, предусматривающая использование элементов проблемного обучения.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

4. Использование элементов проблемного обучения на уроках математики в начальных классах при изучении нумерации.

Примерное содержание. Характеристика проблемного обучения в психолого-педагогической и методической литературе. Использование элементов проблемного обучения при изучении нумерации. Анализ математических понятий. Разработка фрагментов уроков, предусматривающая использование элементов проблемного обучения.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

5. Роль практических работ в процессе обучения внетабличному умножению и делению.

Примерное содержание. Актуальность темы. Взаимосвязь практического метода с другими методами обучения. Практические работы при обучении внетабличному умножению и делению. Анализ основных математических понятий. Разработка фрагментов уроков, на которых предусматривается проведение практических работ.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

6. Роль практических работ в процессе изучения геометрического материала.

Примерное содержание. Актуальность темы. Взаимосвязь практического метода с другими методами обучения. Практические работы при изучении геометрического материала. Анализ основных математических понятий. Разработка фрагментов уроков, на которых предусматривается проведение практических работ.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

7. Приемы активизации учащихся в процессе обучения решению текстовых задач.

Примерное содержание. Понятие «активная деятельность» в психолого-педагогической литературе. Приемы активизации учащихся на уроках математики в начальных классах, в частности при обучении решению задач. Задачи и содержание данной темы. Анализ основных математических понятий. Разработка фрагментов уроков, предусматривающих использование приемов активизации.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

8. Роль дидактических игр в активизации деятельности учащихся на уроках математики в начальных классах.

Примерное содержание. Понятие «активная деятельность» в психолого-педагогической литературе. Конкретизация темы курсовой работы. Ее задачи и содержание. Анализ основных математических понятий. Возможности использования дидактических игр на различных этапах урока. Фрагменты конспектов уроков по теме и их анализ с точки зрения активизации учащихся в процессе дидактических игр.

Сравнительный анализ результатов работы учащихся (с использованием дидактических игр и без них). Выводы.

9. Эстетическое воспитание на уроках математики в начальных классах.

Примерное содержание. Понятие об эстетическом воспитании и путях его реализации на уроках математики в начальных классах. Воспитательные возможности уроков математики. Анализ содержания программ, учебников, методов и средств обучения. Конкретизация темы курсовой работы. Анализ математических понятий. Фрагменты конспектов уроков.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

10. Использование приема сравнения при обучении математике в начальных классах.

Примерное содержание. Характеристика приема сравнения в психолого-педагогической литературе. Прием сравнения как составная часть различных методов обучения. Возможности его использования при изучении конкретной математической темы. Основные математические понятия. Фрагменты конспектов уроков, отражающие применение приема сравнения. Анализ заданий учебника, связанных с использованием этого приема.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

11. Внеклассная работа по математике в начальных классах.

Примерное содержание. Значение внеклассной работы по математике и формы ее проведения в начальных классах. Самостоятельная разработка нескольких тем для внеклассной работы, предусматривающая их взаимосвязь с изучением программного материала. Анализ основных математических понятий, включенных в темы внеклассных занятий.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

12. Возможности использования ТСО на уроках математики в начальных классах.

Примерное содержание. Общая характеристика ТСО, используемых на уроках математики в начальных классах. Конкретизация темы курсовой работы. Общая характеристика возможности использования ТСО на различных этапах урока. Фрагменты конспектов уроков. Сравнительный анализ обучения с использованием ТСО и без них.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

13. Средства наглядности и их использование в процессе обучения математике в начальных классах.

Примерное содержание. Значение средств наглядности в процессе обучения математике. Конкретизация темы курсовой работы. Ее задачи и содержание. Анализ основных математических понятий. Характеристика наглядных пособий и целесообразность их использования на различных этапах изучения материала. Фрагменты конспектов уроков. Сравнительный анализ обучения с использованием наглядных пособий и без них.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

14. Формы и методы проверки знаний, умений и навыков по математике в начальных классах.

Примерное содержание. Функции проверки знаний, умений и навыков. Формы и методы проверки. Конкретизация темы курсовой работы. Ее задачи и содержание. Анализ основных математических понятий. Фрагменты конспектов уроков, связанных с проверкой знаний, умений и навыков. Различные приемы проверки самостоятельных работ. Дифференцированные проверочные задания.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

15. Индивидуальный подход к учащимся в процессе обучения сложению и вычитанию в пределах 100.

Примерное содержание. Принцип индивидуального подхода в отечественной дидактике. Пути осуществления индивидуального подхода при изучении математики в школе. Методы, приемы и формы индивидуального подхода к учащимся при обучении сложению и вычитанию в пределах 100. Анализ основных математических понятий. Фрагменты конспектов уроков, отражающие приемы индивидуального подхода к учащимся.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

16. Формирование учебной деятельности в процессе решения простых задач.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Понятие «учебная деятельность». Формирование учебной деятельности в процессе решения простых задач. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

17. Формирование учебной деятельности в процессе решения составных задач.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Понятие «учебная деятельность». Формирование учебной деятельности в процессе решения составных задач. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

18. Формирование приемов умственных действий при изучении состава чисел в пределах 10.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Формирование приемов умственной деятельности в процессе изучения состава чисел до 10. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

19. Формирование приемов умственных действий при изучении нумерации двузначных чисел.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Формирование приемов умственной деятельности в процессе изучения нумерации двузначных чисел. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

20. Формирование приемов умственных действий при изучении темы «Площадь фигуры».

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Формирование приемов умственной деятельности в процессе изучения темы «Площадь фигуры». Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

21. Формирование приемов умственных действий при изучении деления с остатком.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Формирование приемов умственной деятельности в процессе изучения деления с остатком. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

22. Формирование приемов умственных действий при изучении смысла действий умножения и деления.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Формирование приемов умственной деятельности в процессе изучения смысла действий умножения и деления. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

23. Формирование приемов умственных действий при изучении геометрического материала.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Формирование приемов умственной деятельности в процессе изучения геометрического материала. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

24. Использование малых форм УНТ (устного народного творчества) на уроках математики в начальных классах.

Примерное содержание. Воспитательные возможности уроков математики. Взаимосвязь уроков математики с другими дисциплинами начальной школы. Использование малых форм устного народного творчества (пословицы, поговорки и т.д.) на уроках математики в начальной школе. Разработка фрагментов уроков с использованием предлагаемой методики.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

25. Развитие младших школьников в процессе обучения математике.

Примерное содержание. Понятие «развивающее обучение». Альтернативные методики обучения математике, их отличие от традиционной. Конкретизация темы курсовой работы. Анализ основных математических понятий темы. Ее задачи и содержание. Разработка фрагментов уроков по одной из альтернативных методик.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

26. Творческий подход при составлении текстовых задач в начальных классах.

Примерное содержание. Взаимосвязь уроков математики с другими дисциплинами начальной школы. Воспитательные возможности уроков математики. Составление текстовых задач на материале других школьных дисциплин. Конкретизация темы курсовой работы. Ее задачи и содержание. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

27. Формирование учебной деятельности в процессе решения составных задач на пропорциональную зависимость.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Понятие «учебная деятельность». Формирование учебной деятельности в процессе решения задач на пропорциональную зависимость. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

28. Формирование учебной деятельности в процессе решения составных задач на четыре арифметических действий.

Примерное содержание. Психолого-педагогические предпосылки изучения данного вопроса. Понятие «учебная деятельность». Формирование учебной деятельности в процессе решения составных задач на четыре арифметических действия. Анализ основных математических понятий.

Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

29. Формирование временных представлений у младших школьников.

Примерное содержание. Актуальность темы. Задачи и методы исследования. Формирование временных представлений у школьников разных возрастных групп. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

30. Использование дидактического оснащения при изучении темы «Величины. Измерение величин».

Примерное содержание. Роль дидактического оснащения в организации обучения теме «Величины. Измерение величин». Задачи и содержание данной темы. Анализ основных математических понятий. Возможность практической реализации материала. Фрагменты уроков, где применяется приводимая методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

31. Устный счет на уроках математики у детей шестилетнего возраста.

Примерное содержание. Задачи и содержание темы. Анализ основных математических понятий. Формирование навыков устного счета на уроках математики у детей 6-летнего возраста. Устный счет как этап урока математики. Применение устного счета на различных этапах урока. Фрагменты уроков, где применяется устный счет.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

32. Нестандартные уроки математики в начальной школе.

Примерное содержание. Урок как основная форма организации обучения. Требования, предъявляемые к современному уроку. Понятие «нестандартный урок». Возможность и целесообразность включения в учебный процесс нестандартных уроков математики в начальных классах. Примеры нестандартных уроков: урок-путешествие, урок-экскурсия, урок-сказка и т.д. Фрагменты конспектов нестандартных уроков математики.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

33. Магические квадраты на уроках математики в начальных классах.

Примерное содержание. Формирование логического мышления на уроках математики в начальных классах. Привитие интереса к изучению математики. Использование упражнений с магическими квадратами на уроках математики как одно из средств развития логического мышления. Применение магических квадратов при изучении конкретных математических тем. Анализ основных математических понятий. Фрагменты уроков, где применяются упражнения с магическими квадратами.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

34. Применение ЭВМ и микрокалькуляторов в обучении математике младших школьников.

Примерное содержание. Возможности применения ЭВМ и микрокалькуляторов на уроках математики в начальных классах при изучении конкретных математических тем. Конкретизация темы курсовой работы. Анализ основных математических понятий. Фрагменты конспектов уроков. Сравнительный анализ обучения с использованием ЭВМ и микрокалькуляторов и без них.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

35. Использование элементов историзма на уроках математики в начальных классах.

Примерное содержание. Воспитательные возможности уроков математики в начальных классах. Связь уроков математики с другими учебными дисциплинами и ее эффективное использование. Применение исторического материала на уроках математики: использование очерков из истории математики в разных странах с целью развития познавательного интереса; использование исторических данных при составлении текстовых задач. Фрагменты уроков или внеклассных занятий с применением исторического материала.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

36. Задачи-сказки на уроках математики в начальных классах.

Примерное содержание. Возрастные психологические особенности младших школьников. Привитие интереса к изучению математики посредством сказки. Задачи-сказки как одно из средств развития логического мышления младших школьников. Применение задач-сказок при изучении конкретной математической темы. Фрагменты уроков с применением задач-сказок.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

37. Формирование приемов самоконтроля в процессе обучения математике в начальных классах.

Примерное содержание. Функции самоконтроля. Формы и методы самоконтроля. Формирование приемов самоконтроля при изучении конкретной математической темы. Осуществление самоконтроля на разных этапах урока. Анализ основных математических понятий. Фрагменты уроков, где применяется данная методика.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

38. Учебник как основное средство обучения математике в начальных классах.

Примерное содержание. Общая характеристика учебников математики для начальных классов. Требования к отбору их содержания. Альтернативные учебники математики. Их краткая характеристика. Сравнительный анализ заданий из разных учебников по конкретной математической теме (их количество, содержание, последовательность).

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

39. Виды самостоятельных работ на уроках математики в начальных классах.

Примерное содержание. Значение самостоятельных работ в процессе обучения математике. Конкретизация темы курсовой работы с учетом ее задач и содержания. Анализ основных математических понятий. Цели и содержание самостоятельных работ на различных этапах изучения материала. Фрагменты конспектов уроков. Организация проверки. Работа над ошибками. Индивидуальный подход.

Оценка результатов наблюдений. Выводы.

40. Изучение геометрического материала в начальных классах.

Примерное содержание: Содержание и построение курса математики начальной школы. Изучение геометрического материала в начальной школе. Сравнительный анализ различных авторских методик с точки зрения использования геометрического материала. Формирование пространственных представлений посредством изучения геометрического материала. Фрагменты уроков с использованием геометрического материала.

Образец оформления титульного листа курсовой работы

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
Карачаево-Черкесский госуниверситет

Кафедра математики и методики ее преподавания

КУРСОВАЯ РАБОТА

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПОДХОД В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Выполнила: ст-ка 5 курса
Иванова И.В.
Научный руководитель:
доц. Петров А.А.

Карачаевск – 2007

Образец оформления плана курсовой работы

Тема: Индивидуальный поход к учащимся в процессе обучения сложению и вычитанию в пределах 100.

П Л А Н:

Введение. (Актуальность темы. Задачи и методы исследования.)

I. Принцип индивидуального подхода в отечественной дидактике.

II. Пути осуществления индивидуального подхода при изучении математики в начальной школе.

III. Методы, приемы и формы индивидуального подхода к учащимся при обучении сложению и вычитанию в пределах 100:

1. Задачи и содержание темы.
2. Анализ основных математических понятий.
3. Фрагменты конспектов уроков и их анализ.
4. Дифференцированные задания и их выполнении учащимися.
5. Индивидуальная работа с детьми.

Заключение.

Список литературы.

Оценка курсовой работы

Курсовое сочинение оценивается в два этапа. На первом из них рецензент ставит ориентировочную оценку и дает заключение о допуске или не допуске курсовой работы к защите.

Примерные требования к оценке курсовых работ Оценка «отлично» ставится в том случае, если в курсовом сочинении:

1. Получили отражение все вопросы примерного содержания темы.
2. Описана исследовательская работа.
3. Соблюдены все требования, предъявляемые к оформлению.
4. Материал изложен четко, логично, грамотно.

5. Использована рекомендованная литература, подобраны по теме и изучены статьи журнала «Начальная школа».

Оценка «хорошо» ставится, если:

1) не освещен какой-либо вопрос примерного содержания;

2) имеются недочеты в оформлении.

Если в курсовом сочинении не нашли отражения результаты исследовательской работы, нет четкости в изложении материала, не учтены требования, предъявляемые к введению, то работа оценивается на «удовлетворительно» или «неудовлетворительно» в зависимости от количества и серьезности допущенных в ней недочетов.

При подготовке ко второму этапу оценки курсовой работы — к ее защите рекомендуется учесть замечания рецензента по доработке.

На защите студент выступает с сообщением, в котором дается краткая характеристика задач курсовой работы, ее содержания, объекта, предмета и методов исследования, описываются полученные результаты, раскрываются возможности их практического использования в школе. После выступления он отвечает на вопросы и замечания рецензента и членов комиссии.

Заключительная оценка складывается из оценок рецензента и комиссии, оценивающей курсовую работу и выступление студента на защите.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Акимова М.К., Козлова В.Т.* Индивидуальность учащихся и индивидуальный подход. — М.: Знание, 1992. — 103 с.

2. Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах / Под ред. М.И. Моро, А.М. Пышкало. — М.: Педагогика, 1977. — С. 76.

3. *Аргинская И.И.* и др. Обучаем по системе Л.В. Занкова. М.: Новая школа, 1994.

4. *Артемов А.К.* Формирование обобщенных умений решать задачи. — Начальная школа, № 1, 1992.

5. *Бантова М.А.* Ошибки учащихся в вычислениях и их предупреждение // Начальная школа. — 1982. — № 8.

6. *Бантова М.А., Бельтюкова Г.В.* Методика преподавания математики в начальных классах. — М., 1984.

7. *Белокурова Е.Е.* Некоторые комбинаторные задачи в начальном курсе математики // Начальная школа. — 1992. — № 1.

8. *Белошистая А.В.* Методика обучения математике в начальной школе. — М.: Владос, 2005. — 455 с.

9. *Бельтюкова Г.В.* Методические ошибки при формировании у школьников вычислительных навыков // Начальная школа — 1980. — № 8. — С. 37–39.

10. *Богоявленский Д.Н., Менчинская Н.А.* Психология учения. Психологическая наука в СССР. — М. — 1960.

11. Большая Советская энциклопедия / Гл. ред. Б.А. Введенский. — М.: Большая Советская энциклопедия, 1954.

12. Большой энциклопедический словарь. Т. 2 / Гл. ред. Прохорова А.М. — М.: Советская Энциклопедия, 1991.

13. *Брызгалова С.И.* Проблемное обучение в начальной школе. — Калининград, 1998.

14. *Бутузов И.Д.* Дифференцированный подход к обучению учащихся на современном уроке. — Новгород, 1974.

15. Возрастная педагогическая психология / Под ред. Ф.В. Петровского. — М., 1986. — 464 с.

16. *Воронцова-Горошевская Г.А.* Для проверки вычислительных навыков // Начальная школа. — 1993. — № 10.

17. *Вьюнкова Ю.Н.* Педагогическая техника учителя, работающего по системе Л.В. Занкова // Начальная школа. — 1996. — № 9.

18. *Гальперин П.Я.* Метод, факты и теория в психологии формирования умственных действий и понятий. — М., 1996. — 246 с.

19. *Гальперин П.Я.* Методы обучения и умственное развитие ребенка. — М.: Изд-во МГУ, 1985. — С. 45.

20. *Гребенникова Н.Л.* Опоры-перфокарты в обучении решении задач // Начальная школа. — 1992. — № 7–8.

21. *Гусева В.И., Заварзина Л.Ф.* Формирование вычислительных навыков // Начальная школа. 1992. — № 7.

22. *Давыдов В.В.* Проблемы развивающего обучения. — М.: Знание, 1986.

23. *Давыдов В.В.* Психологические возможности младших школьников в усвоении математики. — М., 1969.

24. *Давыдов В.В.* Формирование учебной деятельности школьников. — М.: Педагогика, 1982.

25. *Данелич М.Е.* Вычислительная техника как средство обучения приемам вычислений в начальных классах // Начальная школа. — 1992. — № 1.

26. *Загорский А.Н.* Как упростить вычислительную работу на уроках математики // Начальная школа — 1992. — № 5.

27. *Занков Л.В.* Избранные педагогические труды. — М.: Педагогика, 1990.

28. *Занков Л.В.* О начальном обучении — Изд-во АПН РСФСР, 1963.

29. *Истомина Н.Б.* Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах. — М., 1985.

30. *Истомина Н.Б.* Индивидуальная форма работы // Начальная школа. — 1985. — № 7.

31. *Истомина Н.Б.* Математика 2 класс. — М.: Линка-Пресс, 2002.

32. *Истомина Н.Б.* Методика обучения математике в начальных классах. — М., 1992.

33. *Истомина Н.Б.* Теоретические основы методики обучения математике в начальных классах. — М.: Институт практической психологии, 1996.

34. *Истомина Н.Б., Латохина Л.Г., Шмырева Г.Г.* Практикум по методике преподавания математики в начальных классах. — М., 1986.

35. *Кабанова-Меллер Е.Н.* Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. — М.,1986.

36. *Касярум Е.И., Поздняков И.И., Позднякова И.И.* Решение задач различными способами как средство развития учащихся//Начальная школа. — 1992. — № 3.

37. *Клецкина А.А.* Организация вычислительной деятельности младших школьников в системе развивающего обучения математике / Сб. науч. тр. «Актуальные проблемы начального образования» — Отв. ред Н.Б. Истомина. — М.: РИЦ «Альфа» МГОПУ, 2002.

38. *Кондаков Н.И.* Логический словарь. — М.: Наука, 1971.

39. Краткий психологический словарь / Сост. Л.А. Карпенко. — М.: Политиздат, 1985.

40. *Крутецкий В.А.* Психология математических способностей. — М., 1968.

41. *Куланин Е.Д., Федин С.Н.* Математика: Тесты: Т Рабочая тетрадь. 1 класс. — М.: Рольф, 1999.

42. *Куничкова О.П., Уланова Н.Н.* Формирование вычислительных навыков в процессе игры // Начальная школа. — 1987. — № 2.

43. Курс общей, возрастной и педагогической психологии / Под ред. М.В. Гамезо. — М., 1982.

44. *Левенберг Л.Ш.* Рисунки, схемы и чертежи в начальном курсе математики. — М., 1978. — 220 с.

45. *Линева Р.М.* Работа над задачей в 1 классе // Начальная школа. — 1992. — № 7–8.

46. *Лошкарев К.А.* Формирование общеучебных умений и навыков школьников как составная часть целостного учебно-воспитательного процесса. — М., 1990.

47. *Лупарева Т.Г.* Игра-путешествие // Начальная школа. — 1997. — № 5.

48. *Лысенкова С.Н.* Методом опережающего обучения. М., 1988.

49. *Люблинская А.А.* Учителю о психологии младшего школьника. — М., 1977.

50. Математика: 1, 2, 3 кл. в таблицах и правилах / Авт.-сост. К.А. Тонанушко. — М.: Современный литератор, 2000.

51. *Матюхина М.В., Михальчик Т.С., Патрина К.Т.* Психология младшего школьника. — М., 1976. — 245 с.

52. *Моро М.И., Пышкало А.М.* Методика обучения математике в 1–3 классах. — М., 1978.

53. *Моро М.И., Бантова М.А.* Математика 2 класс. — М., 2000. — 120 с.

54. *Мухина В.С.* Шестилетний ребенок в школе. — М., 1990.

55. *Немов Р.С.* Психология. — М. Владос. — 1994..

56. *Никулина А.Д.* Формирование вычислительных умений и навыков // Начальная школа. — 1998. — № 11.

57. Обучение детей с шестилетнего возраста / Отв. ред. А.М. Пышкало. — М., 1987.

58. Педагогическая практика в начальной школе / Г.М. Коджаспирова и др. — М.: Академия, 2000.

59. Педагогический поиск / Сост. И.Н. Баженова. — М.: Педагогика, 1987.

60. *Перькова О.И., Сазанова Л.И.* Один из приемов организации работы по формированию навыков // Начальная школа. — 1992. — № 4.

61. *Петерсон Л.Г.* Программа по математике для трехлетней и четырехлетней начальной школы // Начальная школа. — 1996. — № 11.

62. *Петрова В.И.* Развитие мышления при решении задач // Начальная школа. — 1992. — № 1.

63. *Попова Н.М.* Шестилетние в школе и дома. — М.: Медицина, 1988.

64. Проверка вычислительных навыков: пособие для учителя. — Свердловск, 1994.

65. Программы общеобразовательных школ. Начальные классы (1–4) — М., 2001.

66. Психологический словарь / Под ред. В.В. Давыдова и др. — М., 1989.

67. *Рабунский Е.С.* Индивидуальный подход в процессе обучения школьников. — М., 1975.

68. *Рассудовская М.М., Грань Т.Н.* Организация учебной деятельности учащихся при решении текстовых задач // Начальная школа. — 1992. — № 5–6.

69. *Рубинштейн С.Л.* Основы общей психологии. — М., 1966. — С. 36.

70. *Рудакова Е.А., Царева С.Е.* Разбор задачи с использованием графических схем // «Начальная школа» — 1992. — № 11–12.

71. *Русанов В.Н.* Задачи, связанные с квадратом// Начальная школа. — 1990. — № 6. — С. 40–43.

72. *Салмина Н.Г.* Знак и символ в обучении. — М., 1988.

73. *Смолеусова Т.В.* Обучение студентов приему переформулировки задачи в курсе математики // Начальная школа. — 1990. — № 5.

74. Справочник школьника. 1–4 (1–3). Русский язык. Математика. Природоведение / под ред. О.Л. Соболевой. — М.: АСТ-ПРЕСС, 2000.

75. *Стойлова А.П.* Математика. — М.: Академия, 2000.

76. Теоретические основы методики обучения математике в начальных классах / под ред. Н.Б. Истоминой. — М.: Воронеж, 1996.

77. *Усова А.В., Бобров А.А.* Формирование у учащихся учебных умений. — М.: Знание, 1987. — 278 с.

78. *Фоменко М.В., Хаустова Н.Н.* Дифференциация в обучении математике // Начальная школа. — 1999. — № 2.

79. Формирование учебной деятельности школьников. / под ред. В.В. Давыдова, А.Л. Марковой. — М.: Педагогика, 1992.

80. *Фридман А.М.* Логико-психологический анализ школьных учебных задач. — М.: Педагогика, 1977. — 207 с.

81. *Чернова Л.И.* Постановка учебной задачи на уроках математики // Начальная школа. — 1990. — № 2.

82. *Шихалиев Х.-А. Ш.* Больше внимания учебным вычислениям на уроках математики // Начальная школа. — 1991. — № 8. — С. 34–36.

83. *Шклярова Т.В., Картунова Л.И.* Справочное пособие для начальных классов. — Рязань, РИИП, 1996. — 96 с.

84. *Эльконин Д.Б.* Психология обучения младшего школьника. — М.: Педагогика, 1974. — 234 с.

85. *Эрдниев П.М.* Взаимообратные действия в арифметике. — М., 1969.

86. *Эрдниев П.М.* Обучение математике в начальных классах. — М.: Столетие, 1995.

87. *Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П.* Программа обучения по УДЕ в начальной школе // Начальная школа. — 1994. — № 10.

88. *Эрдниев П.Н.* Обучение математике в начальных классах. — М., 1977.

Содержание

Учебное издание

П.У. Байрамукова, А.У. Уртенова

Методика обучения математике в начальных классах

Конспект лекций

Ответственный редактор	*Н. Казакова*
Технический редактор	*Г. Логвинова*
Корректор	*Л. Горбунова*
Верстка:	*Е. Аликберов*
Макет обложки:	*М. Сафиуллина*

Сдано в набор 01.06.2007 г. Подписано в печать 17.09.2008 г.
Формат 84x108 $^1/_{32}$. Бумага типографская № 2.
Гарнитура Школьная.
Тираж 3 000.
Заказ №808

Отпечатано с готовых диапозитивов в типографии ООО «КубаньПечать».
350059, г. Краснодар, ул. Уральская, 98/2.
Качество печати соответствует качеству предоставленных диапозитивов.

ООО «Феникс»
344082, г. Ростов-на-Дону, пер. Халтуринский, 80,
e-mail: kazakova-fenix@mail.ru, kazakova_nv@aaanet.ru
тел. (863) 261-89-60, тел./факс (863) 261-89-50

Издательство «Феникс»

Отдел оптовых продаж

344082, г. Ростов-на-Дону, пер. Халтуринский, 80
Контактные телефоны: (863) 261-89-53, 261-89-54,
261-89-55, 261-89-56, 261-89-57, факс 261-89-58

Начальник отдела Родионова Татьяна Александровна
e-mail: torg152@phoenixrostov.ru

Заместитель начальника отдела Мезинов Антон Николаевич
e-mail: torg151@phoenixrostov.ru

**Менеджер по продажам на территории Москвы,
Центра европейской части России и республики Казахстан**
Чермантеева Татьяна Степановна
e-mail: torg155@phoenixrostov.ru

Менеджер по продажам на территории Урала и Северо-Запада
Хомутецкая Екатерина Владимировна
e-mail: torg153@phoenixrostov.ru

**Менеджер по продажам на территории ближнего
и дальнего зарубежья**
Ярута Игорь Игоревич
e-mail: torg150@phoenixrostov.ru

Менеджер по продажам
Горбаченко Мария Павловна
e-mail: torg103@phoenixrostov.ru

Менеджер по продажам на территории Дальнего Востока
Штокалов Кирилл Гениевич
e-mail: kgs@phoenixrostov.ru

Менеджер по работе с бюджетными организациями
Франк Татьяна Викторовна
e-mail: ural@aaanet.ru

Библиотека учителя

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

КУРС ЛЕКЦИЙ