

А. Е. БАЩАРИНОВ

Л. Т. ТУЧКОВ

В. М. ПОЛЯНОВ

Н. И. АНАНОВ

ИЗМЕРЕНИЕ  
РАДИОТЕПЛОВЫХ  
И ПЛАЗМЕННЫХ  
ИЗЛУЧЕНИЙ

А. Е. БАШАРИНОВ, Л. Т. ТУЧКОВ,  
В. М. ПОЛЯКОВ, Н. И. АНАНОВ

**ИЗМЕРЕНИЕ  
РАДИОТЕПЛОВЫХ  
И ПЛАЗМЕННЫХ  
ИЗЛУЧЕНИЙ  
В СВЧ ДИАПАЗОНЕ**

под редакцией

А. Е. БАШАРИНОВА, М. А. КОЛОСОВА



„СОВЕТСКОЕ РАДИО“ МОСКВА 1968

Башаринов А. Е., Тучков Л. Т., Поляков В. М., Ананьев Н. И.  
Измерение радиотепловых и плазменных излучений в СВЧ диапазоне. М.,  
Изд-во «Советское радио», 1968, 390 стр., т. 7200 экз., ц. 1 р. 63 коп.

В книге излагаются основные электродинамические и статистические расчеты спектральных и пространственных характеристик радиотеплового излучения газообразных сред и сред, ограниченных гладкими поверхностями. Развиваются представления о механизмах флюктуации интенсивности радиотеплового излучения.

Рассмотрение методики измерений СВЧ излучений проводится с учетом требований научных и прикладных исследований.

Приводятся иллюстративные материалы, характеризующие пространственные и спектральные показатели радиотеплового излучения наземных покровов и атмосферы. Уделяется внимание источникам искажений радиотепловых изображений и развивается теория фильтрации изображений. Значительная часть материала книги представляет обобщение опубликованных работ авторов.

Книга может быть использована научными работниками, инженерами, связанными с радиометрической техникой, а также студентами радиотехнических и радиофизических специализаций. Табл. 33, рис. 132, библи. 235 назв.

## Предисловие

Изучение космических радиоизлучений было начато в 1932 г. наблюдениями К. Янского. В 1937 г. Г. Ребером впервые было проведено изучение галактических излучений в СВЧ диапазоне. Интенсивные исследования позволили выявить излучение галактических областей, СВЧ излучение межзвездного газа, дискретных источников, в том числе излучение Солнца, планет, квазизвездных образований (квазаров) и др. По результатам радиоастрономических наблюдений можно судить о физических условиях в атмосферах и на поверхностях планет, о физике Солнца и физике источников космических излучений. Наблюдения собственного СВЧ излучения атмосферы Земли впервые были проведены в 1946 г. Р. Дайком. Подробные исследования селективных излучений атмосферных составляющих выполнены В. С. Троицким, С. А. Жевакиным и их сотрудниками, а также К. Толбером, А. Стрейтоном, Д. Хогом и др.

В связи с разработкой процессов нагрева плазмы и потребностями ее диагностики С. Брауном, Г. Бекефи начаты систематические исследования СВЧ излучений плазмы. Исследования СВЧ излучений коллективных колебаний плазмы проводились Я. Б. Файнбергом, И. Ф. Харченко, И. Ф. Березиным и др.

Успехи радиоастрономических и радиофизических исследований стимулировали применение СВЧ радиометрии для создания всепогодных СВЧ навигационных устройств, определяющих направления на светила; для измерения параметров антенн по СВЧ излучению естественных источников; для приборов радиояркостного картирования и др.

Наблюдение естественных излучений в СВЧ диапазоне в дополнение к измерениям в инфракрасном и оптическом диапазонах позволяет получать информацию о свойствах и состоянии излучающих объектов.

Систематическое изложение вопросов теории радиотеплового излучения было проведено С. М. Рытовым [1]. Радиоастрономические аспекты СВЧ радиометрии обстоятельно



изложены в монографиях И. С. Шкловского [27], В. В. Железнякова [10], С. А. Каплана [43] и др. Проблемы плазменных СВЧ излучений представлены в обзорных статьях Я. Б. Файнберга [183], С. Брауна и Г. Бекефи [147]. Прикладные стороны СВЧ радиометрии получили освещение в книгах А. Д. Кузьмина, А. Е. Саломоновича [36], Н. М. Цейтлина [37], А. Г. Николаева и С. В. Перцова [60].

В настоящей монографии систематизируются результаты исследований генерации и переноса естественных СВЧ излучений и приема СВЧ широкополосных сигналов в связи с проблемами распространения радиоволн, геофизики, радиометеорологии и физики плазмы. В монографии наряду с обобщением работ авторов и их сотрудников приводятся методически обработанные материалы теоретических и экспериментальных исследований, опубликованных до середины 1966 г.

Монография состоит из четырех частей, содержащих физические представления о механизмах СВЧ излучений, результаты исследований СВЧ излучений земных покровов, атмосферы и плазменных образований и вопросы приема и селекции сигналов.

В первой части рассматриваются основные физические представления об источниках радиотепловых и плазменных излучений, приводятся основные модели излучающих сред (излучающее полупространство, слоистые среды, среды с рассеянием и др.), даются представления о селективных СВЧ излучениях элементарных осцилляторов (молекул и атомов) и СВЧ излучениях пучков заряженных частиц.

Во второй части систематизируются материалы по СВЧ излучениям земных покровов и атмосферы. Выявляются особенности СВЧ излучений слоистых земных покровов, однородной и неоднородной атмосферы и приводятся экспериментальные характеристики СВЧ излучений земных покровов и атмосферы при различных метеорологических условиях. Оцениваются вариации интенсивности СВЧ излучения атмосферы и выявляется вклад составляющих, вызывающих вариации излучения.

В третьей части рассматриваются СВЧ спектры излучения равновесной и неравновесной плазмы, в том числе излучения неселективных и селективных составляющих. На примерах иллюстрируются возможности диагностики параметров плазмы по ее СВЧ излучению. Приводятся

экспериментальные данные, характеризующие особенности явлений переноса в неравновесной плазме.

Вопросы приема и выделения сигналов естественных шумовых СВЧ излучений излагаются в четвертой части. На примерах одномерных и двумерных радиоярких изображений выявляются особенности выделения сигналов естественных излучений при наличии некоррелированных и коррелированных шумов.

В заключение приводятся скелетные схемы радиометрических приемников различного функционального назначения и основные характеристики приемников для диапазонов от дециметровых до субмиллиметровых волн.

Материал разделов составлен А. Е. Башариновым (гл. I, IV, V, VII, IX, X—XIII), Л. Т. Тучковым (гл. II, III, VI), В. А. Поляковым (гл. VIII, XVI) и Н. И. Анановым (гл. XIV, XV). Редактирование проведено М. А. Колосовым (ч. I, II) и А. Е. Башариновым (ч. III, IV).

Широкий круг теоретических и экспериментальных аспектов, связанных с тематикой СВЧ радиометрии, обусловил многоплановость монографии. Изложение теоретических вопросов, как правило, проведено на элементарном уровне. В части экспериментальных материалов авторы стремились выделить результаты, иллюстрирующие области использования СВЧ радиометрии. Принятая структура книги при ограниченном объеме обусловила конспективность изложения отдельных разделов.

Авторы весьма признательны рецензентам проф. Т. В. Баженовой и канд. физ.-мат. наук А. С. Гурвичу за полезные критические замечания, способствовавшие улучшению рукописи, а также проф. М. Е. Жаботинскому, канд. физ.-мат. наук В. Я. Кислову и канд. техн. наук Б. А. Дубинскому за советы и пожелания, высказанные при обсуждении рукописи.

Авторы далеки от мысли, что имеющиеся недостатки ограничиваются указанными, и заранее благодарны за замечания и пожелания, которые следует направлять по адресу: г. Москва, Главпочтамт, п/я 693, издательство «Советское радио».

## Принятые обозначения

### 1. Универсальные обозначения

- $c$  — скорость распространения электромагнитных колебаний в вакууме;  
 $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$  эл. ст. ед. — заряд электрона;  
 $f$  — частота колебаний;  
 $h = 6,6252 \cdot 10^{-27}$  эрг·сек — постоянная Планка;  
 $k = 1,38 \cdot 10^{-16} \frac{\text{эрг}}{\text{град}}$  — постоянная Больцмана;  
 $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$  г — масса электрона;  
 $R^* = 109677,58 \text{ см}^{-1}$  — постоянная Ридберга для водорода;  
 $T$  — термодинамическая температура;  
 $Z$  — заряд ядра;  
 $\lambda$  — длина волны;  
 $\mu$  — приведенная масса ядра;  
 $\mu_B = 0,92 \cdot 10^{-20}$  эрг·гс $^{-1}$  — магнетон Бора;  
 $\sigma^* = 5,6 \cdot 10^{-8} \frac{\text{вт}}{\text{м}^2/\text{град}}$  — постоянная Стефана;  
 $\omega$  — круговая частота.

### 2. Обозначения, принятые в моделях излучения и распространения электромагнитных колебаний

- $A$  — относительная мощность рассеянного излучения (альbedo);  
 $A_f$  — излучательная способность твердых образцов;  
 $a$  — радиус капли (твердой частицы);  
 $\vec{B}$  — магнитная индукция;  
 $B_f$  — спектральная интенсивность, излучаемая источником с единичной площадки в единичном телесном угле (яркость источника);

$\vec{D}$  — электрическая индукция;  
 $D_{\Pi}$  — степень (коэффициент) поляризации излучения;  
 $d\Omega$  — элемент телесного угла;  
 $\vec{E}$  — напряженность электрического поля;  
 $\mathcal{E}$  — энергия электромагнитного излучения;  
 $\vec{F}$  — лоренцова сила;  
 $F_f$  — спектральная сила излучения;  
 $g(a, \lambda)$  — функция, характеризующая сечение ослабления частицы;  
 $\vec{H}$  — напряженность магнитного поля;  
 $\vec{I}$  — вектор электрического тока;  
 $\mathcal{I}_f$  — спектральная интенсивность потока излучения;  
 $\vec{j}$  — вектор плотности электрического тока;  
 $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  
 $k_x, k_y, k_z$  — проекции волнового вектора  $\vec{k}$ ;  
 $k^*$  — параметр рассеивающего слоя;  
 $L$  — толщина плазменного слоя;  
 $L_0$  — эффективная длина излучающего столба;  
 $l_T$  — характерный размер турбулентных образований в атмосфере;  
 $M$  — водность облака;  
 $n$  — показатель преломления;  
 $P$  — мощность излучения;  
 $p_0$  — атмосферное давление при нормальных условиях;  
 $p(H)$  — высотный профиль давления в атмосфере;  
 $p \left[ \frac{\text{мм}}{\text{час}} \right]$  — интенсивность дождя;  
 $p_f(\tau)$  — вероятность выхода кванта;  
 $Q$  — коэффициент энергетической трансформации при преобразовании плазменных волн;  
 $Q_0, Q_{\Pi}, Q_p$  — относительные сечения ослабления, поглощения и рассеяния;  
 $q_v$  — удельная влажность;  
 $q_f$  — показатель прозрачности;  
 $R$  — коэффициент отражения по мощности при зеркальном отражении ( $R_{12}, R_{23}$  — коэффициенты отражения по напряженности поля);

- $R_p, R_s$  — коэффициенты отражения при вертикальной и горизонтальной поляризации излучения;  
 $r$  — коэффициент отражения рассеивающей среды;  
 $r_\infty$  — коэффициент отражения рассеивающего слоя с большим интегральным поглощением;  
 $T_{cp}$  — средняя температура атмосферы (температура эквивалентной по радиояркости изотермической атмосферы);  
 $T_\lambda$  — радиояркостная температура;  
 $t_k$  — интервал корреляции турбулентных вариаций радиояркости;  
 $t_p$  — время релаксации дипольных молекул;  
 $t_{cp}$  — средняя длительность выбросов радиояркости облачного фона;  
 $u_f$  — удельная плотность излучения на единственный спектральный интервал;  
 $u_f^0$  — средняя энергия элементарного осциллятора;  
 $w$  — удельный вес капельной влаги;  
 $y(\theta_1, \theta_2)$  — индикатриса рассеяния на границе;  
 $z$  — зенитный угол;  
 $\alpha$  — погонный коэффициент ослабления;  
 $\alpha_f$  — показатель поглощения;  
 $\gamma$  — погонный коэффициент поглощения;  
 $\Gamma_f$  — интегральное поглощение в слое;  
 $\delta$  — угол потерь;  
 $\epsilon^* = \epsilon' + j\epsilon''$  — комплексная диэлектрическая проницаемость изотропной среды;  
 $\epsilon'_{ih}$  — компоненты тензора диэлектрической проницаемости неизотропной среды;  
 $\tilde{\zeta}(\theta, \varphi)$  — индикатриса рассеяния элементарного объема;  
 $\eta, \xi$  — косинусы углов падения луча;  
 $\Theta$  — угол между направлением зондирования и магнитным полем;  
 $\theta$  — угол скольжения луча;  
 $\theta^*$  — угол между направлением луча и нормалью;  
 $\vartheta$  — угол рассеяния при соударениях частиц;

- $\kappa_f$  — излучательная способность;  
 $\mu$  — магнитная проницаемость среды;  
 $\rho$  — волновое сопротивление среды;  
 $\rho = \frac{2\pi a}{\lambda}$  — геометрический параметр сферической частицы;  
 $\rho(H)$  — высотный профиль абсолютной влажности;  
 $\rho_{вз}$  — плотность воздуха;  
 $\rho(\eta, \zeta)$  — показатель углового распределения рассеянного излучения в обратном направлении;  
 $\sigma$  — проводимость изотропной среды;  
 $\sigma_{ik}$  — компоненты тензора проводимости не изотропной среды;  
 $\sigma_0, \sigma_n, \sigma_p$  — сечения ослабления, поглощения и рассеяния частицы, характеризующие эффекты дифракции электромагнитной волны на частице;  
 $\sigma(\eta, \zeta)$  — показатель углового распределения рассеянного излучения в прямом направлении;  
 $\tau_f$  — интегральное ослабление в направлении луча («оптическая толщина или оптическая глубина»);  
 $\Phi_f$  — спектральная плотность суммарного потока излучения;  
 $\Phi_\Sigma$  — полная мощность потока;  
 $\zeta$  — угол падения луча в плоскости, параллельной границе;  
 $\tilde{\omega}$  — коэффициент рассеяния;  
 $\tilde{\omega}_K$  — альбеда капли.

### 3. Спектроскопические обозначения

- $A_{nm}$  — вероятность спонтанного перехода с уровня  $n$  на уровень  $m$ ;  
 $a_\Lambda, q_\Lambda$  — постоянные  $\Lambda$ -удвоения;  
 $B_{nm}$  — вероятность индуцированного перехода с уровня  $n$  на уровень  $m$ ;  
 $B$  — вращательная постоянная;  
 $\mathcal{E}_n$  — энергия осциллятора на уровне  $n$ ;  
 $\mathcal{F}$  — квантовое число суммы орбитального и ядерного моментов;  
 $\hat{f}_{nm}^c$  — сила осциллятора;  
 $g_n$  — статистический вес  $n$ -го уровня;

- $I$  — квантовое число момента ядра;  
 $I_A, I_B, I_C$  — моменты инерции молекулы;  
 $J = |\vec{N} + \vec{J}|$  — квантовое число полного момента вращения молекулы;  
 $j$  — квантовое число полного момента электрона;  
 $l$  — квантовое число орбитального момента электрона;  
 $M$  — квантовое число собственного момента вращения;  
 $\hat{N}_n$  — число осцилляторов на уровне  $n$ ;  
 $N_n^*$  — пространственная плотность осцилляторов на уровне  $n$ ;  
 $\Theta$  — квантовое число проекции собственного момента вращения молекулы;  
 $S(f, f_0)$  — форма профиля линии;  
 $s$  — параметр насыщения;  
 $J$  — квантовое число момента электрона;  
 $\vec{J}$  — спиновый момент электрона;  
 $V_{nm}$  — вероятность безызлучательного перехода с уровня  $n$  на уровень  $m$ ;  
 $\gamma(f)$  — погонный коэффициент селективного поглощения;  
 $\Delta f_h$  — ширина линии поглощения;  
 $\Lambda$  — квантовое число проекции орбитального момента на ось молекулы;  
 $\mu_0$  — дипольный момент излучателя;  
 $\mu_{nm}$  — матричный элемент дипольного момента перехода;  
 $\xi_{nm}$  — коэффициент инверсности;  
 $\tau$  — время жизни состояния на данном энергетическом уровне;  
 $\Phi_{Fg}^A$  — функция, определяемая ориентацией главных осей молекулы относительно выбранной системы координат;  
 $\Omega$  — квантовое число проекции суммарного момента на ось молекулы.

#### 4. Обозначения при описаниях процессов в плазме

- $A_B$  — работа выхода;  
 $a$  — ускорение электрона;  
 $a^*, b^*, c^*$  — параметры неоднородн. плазменного слоя;

$b_e$  — подвижность электронов;  
 $D_{ii}$  — коэффициент амбиполярной диффузии;  
 $dQ_{\Sigma}$  — интегральная интенсивность черенковского излучения;  
 $dQ_f$  — спектральная плотность интенсивности излучения электрона;  
 $\mathcal{E}_i$  — энергия ионизации;  
 $F(v)$  — функция распределения частиц по скоростям;  
 $G(f)$  — фактор Гаунта;  
 $K_Z^s$  — константа равновесия Саха между  $Z$ -м и  $(Z-1)$ -м состояниями для частиц  $s$ -го типа;  
 $k_{ii}$  — постоянная, характеризующая скорость ионизации;  
 $l_0$  — длина свободного пробега электронов;  
 $N$  — число частиц в единице объема;  
 $N_e$  — электронная концентрация;  
 $N_i$  — концентрация ионов с зарядом  $Z=1$ ;  
 $N_s$  — концентрация частиц в пучке;  
 $N_Z^s$  — концентрация ионов  $s$ -го типа с зарядом  $Z$ ;  
 $\vec{r}$  — радиус-вектор частицы;  
 $r_0$  — эффективный радиус соударений;  
 $q_k$  — дифференциальное эффективное сечение рассеяния электронов на частицах типа  $k$ ;  
 $S$  — интеграл соударений;  
 $S_f$  — спектральная плотность мощности электромагнитного излучения;  
 $s$  — площадь поверхности плазменного образования;  
 $T_e$  — электронная температура;  
 $t_H$  — период обращения электрона по ларморовой окружности;  
 $V$  — объем плазменного образования;  
 $V_i$  — потенциал ионизации;  
 $\vec{v}$  — скорость частиц;  
 $v_a$  — скорость электронов;  
 $v_s$  — скорость частиц пучка;  
 $v_T$  — тепловая скорость электронов;  
 $v_{\perp}$  — составляющая скорости электрона, перпендикулярная направлению магнитного поля;



$\alpha_a$  — постоянная скорости активизации;  
 $\Lambda$  — радиус дебаевского экранирования;  
 $\nu_a$  — эффективная частота соударений электронов;  
 $\nu_{ei}$  — частота соударений электронов с ионами;  
 $\sigma_v$  — сечение возбуждения;  
 $\sigma_a$  — эффективное сечение рассеяния электронов;  
 $\sigma_{тр}$  — транспортное сечение рассеяния;  
 $\omega_0$  — плазменная частота;  
 $\omega_{и}, \omega_{пи}$  — ионные плазменные частоты основной плазмы и пучка;  
 $\omega_{иH}$  — ионно-циклотронная частота;  
 $\omega_c = 2\pi f_c$  — частота синхротронного излучения;  
 $\omega_H$  — циклотронная частота;  
 $\Phi_n$  — скорость активации;  
 $\Psi_n$  — скорость дезактивации.

## 5. Обозначения при статистическом описании сигналов, помех и приемных устройств

$D_a$  — диаметр антенной апертуры;  
 $F$  — фокусное расстояние оптической системы;  
 $G_y$  — коэффициент усиления по мощности каскадов до детектора;  
 $G_{нч}$  — коэффициент усиления по мощности каскадов после детектора;  
 $G(\Omega)$  — характеристика направленности антенны;  
 $G_s(\omega)$  — пространственный спектр сигнала;  
 $H(\omega_x, \omega_y)$  — передаточная функция фильтра;  
 $h_j(x, y)$  — весовая функция оптимального двумерного фильтра;  
 $K(\vec{u})$  — коэффициент правдоподобия;  
 $l$  — расстояние между элементами интерферометра;  
 $\mathcal{M}$  — минимально обнаруживаемое изменение спектральной плотности;  
 $m_2(\omega_x)$  — второй момент отображения Фурье-функции  $f(x)$ ;  
 $N$  — число элементов интерферометра;  
 $P_a$  — мощность принимаемого сигнала;  
 $P_{ш}$  — мощность шума;

- $P_F$  — условная вероятность неправильного решения при наличии только помех;  
 $P_D$  — условная вероятность правильного решения при наличии источника излучения;  
 $\|Q_{ik}\|$  — нормированные алгебраические дополнения элементов  $R_{ik}$ ;  
 $\|R_{ik}\|$  — матрица коэффициентов корреляции величин  $u_i$  и  $u_k$ ;  
 $R(t, \tau)$  — автокорреляционная функция случайного процесса;  
 $S(x, y)$  — функция пространственного распределения интенсивности источника излучения;  
 $T_a$  — антенная температура;  
 $T_{ш}$  — шумовая температура приемника;  
 $U$  — огибающая мгновенных значений напряжения;  
 $u(t)$  — мгновенное значение напряжения;  
 $W(u)$  — функция распределения напряжения;  
 $\gamma^2$  — отношение спектральных плотностей коррелированного и белого шума;  
 $\Delta F$  — полоса пропускания низкочастотного тракта;  
 $\Delta f$  — полоса пропускания высокочастотного тракта;  
 $\Delta\theta$  — ширина главного лепестка антенны;  
 $\eta$  — коэффициент полезного действия антенны;  
 $\kappa(P_D, P_F)$  — параметр разрешимости;  
 $\xi$  — коэффициент, характеризующий переплетение сигналов;  
 $\xi_a$  — коэффициент шумоподавления;  
 $\rho_0$  — коэффициент межэлементной корреляции;  
 $\sigma_u$  — эффективное значение напряжения;  
 $\tau_u$  — эффективное время существования импульсного сигнала;  
 $\Phi(\omega)$  — спектр интенсивности случайного стационарного процесса;  
 $\Phi_a(\omega)$  — спектр интенсивности антенного отклика;  
 $\Phi_n(x), \Psi_m(x)$  — координатные функции.

#### 6. Обозначения специальных функций и символов

$Ei(x) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-xy} dy}{y}$  — интегральная показательная функция;

$H_{l+1/2}(z)$  — функция Ганкеля полуцелого порядка;

$\mathcal{J}_{l+1/2}(z)$  — функция Бесселя полуцелого порядка;

$\mathcal{J}_n(z)$  — функция Бесселя  $n$ -го порядка;

$j = \sqrt{-1}$ ;

$\Gamma(x)$  — гамма-функция;

$\delta(x)$  — дельта-функция;

$\zeta_l(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} H_{l+1/2}(z)$ ;

$\Phi(\tau, \eta); \Psi(\tau, \eta)$  — функция Чандрасекара — Амбарцумяна;

$\Psi_l(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \mathcal{J}_{l+1/2}(z)$  — модифицированная функция Бесселя.

**ЧАСТЬ I**

**ПРИРОДА**

**ЕСТЕСТВЕННЫХ**

**СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ**

## ГЛАВА I

# ИСТОЧНИКИ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ В ЕСТЕСТВЕННЫХ УСЛОВИЯХ

### 1. РАВНОВЕСНЫЕ И НЕРАВНОВЕСНЫЕ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ

1.1. Рассмотрим участок сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона, охватывающий интервал длин волн от субмиллиметровых до дециметровых.

Источниками СВЧ излучений являются физические объекты, имеющие температуру, отличную от абсолютного нуля. В естественных условиях СВЧ излучения возникают в атмосфере и покровах Земли и планет; мощными источниками СВЧ излучений являются Солнце и космические образования (туманности, галактики, звезды и звездные скопления); поток заряженных частиц в магнитных полях; ионизированные облака и др. В лабораторных условиях источниками СВЧ излучений помимо приборов, используемых для генерации колебаний, являются разнообразные экспериментальные установки и технические устройства, такие, как нагреватели, устройства низкотемпературной плазмы, пламена, установки высокотемпературной плазмы и др.

СВЧ излучения возникают за счет разнообразных механизмов, основными из которых являются: тепловые (температурные) излучения; резонансные излучения атомов и молекул; тормозные и магнитно-тормозные излучения заряженных частиц; черенковские и переходные излучения и излучения, вызванные коллективными процессами в плазме.

В естественных условиях СВЧ излучение объектов, находящихся в твердой и жидкой фазах, имеет, как правило, тепловую природу; излучение газов и плазменных образований может содержать наряду с тепловой компонентой составляющие нетеплового происхождения.

1.2. В зависимости от состояния излучающего вещества излучение может иметь равновесный и неравновесный характер. Равновесное излучение характеризуется условием полного термодинамического равновесия излучения с веществом среды.

Условия равновесности включают: изотермичность объекта; экспоненциальное распределение населенности энергетических уровней (распределение Больцмана), максвелловское распределение скоростей частиц; распределение интенсивности излучения в соответствии с законом Планка. Эталоном источником равновесного излучения является абсолютно черное тело — объект, полностью поглощающий падающее излучение.

Характерной особенностью равновесного состояния является равенство поглощения и излучения энергии.

Однозначное определение температуры объекта возможно в условиях равновесного распределения энергии по различным степеням свободы.

В реальных условиях полное термодинамическое равновесие вещества и излучения, как правило, не имеет места. Рассмотрим характерные квазиравновесные состояния:

а) близкие к равновесным, когда вещество источника характеризуется термодинамическим равновесием по всем степеням свободы, а излучение имеет тепловое происхождение, однако термодинамическое равновесие вещества и излучения отсутствует;

б) когда вещество находится в состоянии частичного теплового равновесия, например в случае равновесного распределения энергии поступательного движения при отсутствии равновесного распределения энергии по энергетическим уровням; в случае двухтемпературной плазмы при различных электронной и ионной температурах; в случае неравномерно нагретой среды, находящейся в локальном термодинамическом равновесии и др;

в) состояние монохроматического лучистого равновесия с выравниванием поглощения и излучения на отдельных спектральных интервалах при отсутствии температурного равновесия в целом, возникающее в сильно разреженных средах, когда «время жизни» отдельных энергетических состояний делается сравнимым со средним интервалом между соударениями.

Случаи локального термодинамического равновесия, монохроматического лучистого равновесия, сепаратного теп-

лового равновесия по степеням свободы являются типичными квазиравновесными состояниями, когда при вычислениях радиотеплового излучения допустимо ограниченное использование закономерностей равновесного излучения. Как и в случае равновесного излучения, здесь происходит некогерентное суммирование интенсивностей отдельных излучателей.

Существенное отклонение от законов равновесного излучения возникает в системах с нарушенным тепловым равновесием, например в случаях инверсной населенности энергетических состояний, плазмы с немаксвелловским распределением скоростей частиц и др. Возникающие в этих состояниях нетепловые излучения имеют неравномерный по спектру и селективный характер, что сопровождается появлением когерентной компоненты.

## 2. ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛОВ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ

2.1. Терминология, характеризующая сигналы радиоизлучений, несколько отличается от терминологии, используемой в световом и инфракрасном диапазонах (см., например, [8]), что объясняется особенностями радиотехнических измерений, проводимых в сравнительно узком диапазоне частот и использующих методику спектральных измерений.

Рассмотрим показатели, характеризующие пространственную интенсивность потоков радиоизлучения, поляризационные свойства потоков и статистические свойства сигналов во времени.

Спектральная интенсивность потока излучения  $\mathcal{I}_f$  представляет величину мощности потока через единичную площадку на единицу частотного интервала. Единицей измерения является ян (в честь радиофизика К. Янского):  $1 \text{ ян} = 10^{-26} \text{ вт/м}^2 \cdot \text{гц}$ .

Яркость излучателя  $B_f$  — спектральная интенсивность, излучаемая источником с единичной площадки в единицу телесного угла. (В практической системе единица яркости выражается в  $\frac{\text{вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{гц} \cdot \text{стер}}$ ).

Спектральная сила излучения  $F_f$  — мощность, излучаемая источником в единичный телесный угол, в единичном

частотном интервале <sup>1)</sup>. (В практической системе единиц измеряется в  $\frac{вт}{гц \cdot стер}$ ).

Интенсивность излучения источника характеризуют также радиояркостной температурой и излучательной способностью. Радиояркостной температурой  $T_{я}$  называют температуру эквивалентного абсолютно черного тела, имеющего яркость, равную яркости наблюдаемого источника. Излучательной способностью  $\kappa_f$  источника равновесного излучения, нагретого до температуры  $T$ , называют отношение яркости источника к яркости абсолютно черного тела с температурой  $T$ :

$$\kappa_f = \frac{B_f(T)}{B_f^{АЧТ}(T)}. \quad (I.1)$$

С учетом поляризации излучение определяется двумя ортогональными компонентами. Поляризация излучения может иметь регулярный и хаотический характер. Регулярная поляризация излучения имеет линейный, эллиптический или круговой характер. При выборе поляризации приемной антенны в направлениях, соответствующих максимальной и минимальной интенсивности приема, может быть определена степень поляризации излучения:

$$D_{\Pi} = \frac{\mathcal{I}_{\max} - \mathcal{I}_{\min}}{\mathcal{I}_{\max} + \mathcal{I}_{\min}}. \quad (I.2)$$

2.2. Интенсивность излучения, принимаемого радиотелескопом, характеризуется антенной температурой. Антенной температурой называют выраженную в температурной шкале величину спектральной плотности излучения, выделяемого согласованной нагрузкой, в полосе  $\Delta f$ :

$$T_a = \frac{P_a}{k \Delta f}, \quad (I.3)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана.

Мощность излучения, принимаемого антенным устройством без потерь,

$$P_a = \frac{\lambda^2}{4\pi} \int_{4\pi} \mathcal{I}(\Omega) G(\Omega) d\Omega, \quad (I.4)$$

---

<sup>1)</sup> Яркость излучателя и спектральная сила излучения являются функциями направления.



где  $G(\Omega)$  — характеристика направленности антенны, нормированная условием  $\int_{4\pi} G(\Omega) d\Omega = 4\pi$ .

Мощность на согласованной нагрузке в антенном устройстве с учетом шумов антенны

$$P_a^* = P_a \eta + P_{\text{ша}}, \quad (I.5)$$

где

$$P_{\text{ша}} = T_0 (1 - \eta) \quad (I.6)$$

— мощность шумов антенны;  $T_0$  — температура окружающей среды;  $\eta$  — коэффициент полезного действия антенны.

2.3. Сигналы радиотеплового излучения и нетепловых излучений естественного происхождения представляют случайный процесс флуктуационного характера. Статистические свойства флуктуационных сигналов характеризуются многомерными функциями распределения мгновенных значений напряженности поля.

При приеме сигналов с полосой частот приемного устройства порядка нескольких процентов от среднего значения частоты в исследуемом спектральном интервале может быть выделена огибающая флуктуационного процесса. В этом случае в качестве основной характеристики используется многомерная функция распределения огибающей.

Одномерное распределение мгновенных значений сигналов в большинстве случаев имеет нормальный характер:

$$W(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_u} e^{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}}. \quad (I.7)$$

Одномерное распределение огибающей нормального случайного процесса подчиняется релеевскому закону:

$$W(U) = \frac{U}{\sigma_u^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma_u^2}}. \quad (I.8)$$

Флуктуационные процессы, стационарные за время наблюдения, характеризуются спектром мощности или автокорреляционной функцией. Временная автокорреляционная функция определяется как среднее по времени произведение мгновенных значений процесса, взятых со сдвигом на интервал  $\theta$ , т. е.

$$R(\theta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t) u(t + \theta) dt. \quad (I.9)$$

В стационарном случае корреляционная функция согласно теореме Винера — Хинчина связана со спектром интенсивности преобразованием Фурье:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R(\theta) e^{-j\omega\theta} d\theta, \\ R(\theta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\omega) e^{j\omega\theta} d\omega. \end{aligned} \right\} \quad (I.10)$$

По форме спектра различают селективные (узкополосные) и неселективные (широкополосные) сигналы. К селективным сигналам могут быть отнесены сигналы с шириной полосы до нескольких процентов от среднего значения.

В большинстве случаев приема неселективного теплового радиоизлучения спектральную интенсивность сигналов можно полагать постоянной в пределах полосы пропускания приемника; шумоподобные сигналы с постоянной спектральной интенсивностью рассматриваются как «белые» шумы.

Форма спектра и автокорреляционная функция сигнала на выходе приемного устройства зависят, разумеется, от частотных свойств СВЧ приемника.

### 3. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА

3.1. Основные физические закономерности теплового излучения развиты в классических работах Вина, Релея, Планка и Эйнштейна применительно к модели абсолютно черного тела.

Абсолютно черным телом (АЧТ) называют тепловой излучатель, полностью поглощающий падающее извне излучение и имеющий наибольшую по сравнению с другими тепловыми излучателями мощность теплового излучения при данной температуре. Объемная плотность мощности излучения абсолютно черного тела при температуре  $T$  на единицу спектрального интервала определяется формулой Планка

$$u_f(T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}, \quad (I.11)$$

где  $u_f^0 = \frac{hf}{e^{hf/kT} - 1} = hf\tilde{n}$  — средняя энергия элементарного осциллятора;

$\tilde{n} = \frac{1}{e^{hf/kT} - 1}$  — среднее число излучаемых квантов.

Яркость абсолютно черного излучателя в условиях (I.11) записывается как

$$B_f(T) = \frac{u_f(T) c}{4\pi} = \frac{2h}{c^2} \cdot \frac{f^3}{e^{hf/kT} - 1}. \quad (\text{I.12})$$

В волновой шкале (I.12) преобразуется к виду

$$B_\lambda(T) d\lambda = \frac{2c^2 h}{\lambda^5} \cdot \frac{d\lambda}{e^{hf/kT} - 1}. \quad (\text{I.13})$$

Участок спектра с наибольшей интенсивностью излучения определяется путем нахождения экстремума (I.13). Длина волны, соответствующая наибольшей интенсивности излучения, выражается формулой Вина

$$\lambda_{\text{макс}} [\mu\text{K}] \simeq \frac{3 \cdot 10^3}{T [^\circ\text{K}]}. \quad (\text{I.14})$$

В спектральных областях, где энергия кванта мала по сравнению с энергией тепловых флуктуаций осциллятора (т. е. при  $hf \ll kT$ ),

$$e^{hf/kT} \simeq 1 + \frac{hf}{kT} + \dots,$$

и (I.12) можно записать в виде

$$B_f(T) = \frac{2kTf^2}{c^2}. \quad (\text{I.15})$$

Спектральная сила излучения элемента поверхности изменяется пропорционально косинусу угла  $\varphi$  между нормалью к поверхности и направлением излучения, т. е.

$$F_f(\varphi) = B_f \cos \varphi. \quad (\text{I.16})$$

Соотношение (I.16) называют законом Ламберта.

Спектральная плотность потока излучения с единичной площадки в полусферу согласно (I.16)

$$\Phi_f = \int_{2\pi} F_f(\varphi) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_f \cos \varphi \sin \varphi d\varphi d\psi = \pi B_f. \quad (\text{I.17})$$

Полная мощность излучения с единицы поверхности АЧТ вычисляется путем интегрирования (I.17) по спектру:

$$\Phi_{\Sigma} = \int_0^{\infty} \Phi_f df = \sigma^* T^4, \quad (\text{I.18})$$

где

$$\sigma^* = 5,6 \cdot 10^{-8} \left[ \frac{\text{вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}^4} \right].$$

Выражение (I.18) представляет запись закона Стефана — Больцмана.

3.2. Энергия излучения АЧТ имеет естественные флуктуации, связанные со статистической природой излучения. Эффективное значение флуктуаций энергии определяется формулой Эйнштейна [32]

$$\overline{\delta \mathcal{E}^2} = kT \frac{d\mathcal{E}}{dT}, \quad (\text{I.19})$$

где  $\mathcal{E} = u_f V$  — энергия излучающего объема;  $V$  — излучающий объем;  $u_f$  определяется по формуле (I.11)

С учетом (I.11) (I.19) приводится к виду

$$\overline{\delta \mathcal{E}^2} = hf \mathcal{E} + \frac{c^3}{8\pi f^2 df} \frac{\mathcal{E}^2}{V} = \overline{\delta \mathcal{E}_1^2} + \overline{\delta \mathcal{E}_2^2}. \quad (\text{I.20})$$

Первое слагаемое (I.20) определяет вклад квантового механизма излучения. Относительные вариации интенсивности излучения, связанные с первым слагаемым, возрастают или при увеличении энергии квантов, или при уменьшении общей энергии излучений.

Второе слагаемое представляет вклад статистических вариаций при наложении волновых процессов.

Величина относительной интенсивности волновой составляющей флуктуации согласно (I.20) и (I.11) возрастает пропорционально среднему числу квантов элементарного осциллятора, т. е.

$$\frac{\overline{\delta \mathcal{E}_2^2}}{\overline{\delta \mathcal{E}_1^2}} = \frac{1}{e^{hf/hT} - 1} = \tilde{n}. \quad (\text{I.21})$$

#### 4. РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НЕЧЕРНЫХ ТЕЛ

4.1. Интенсивность потока теплового излучения нечерного тела всегда меньше интенсивности излучения АЧТ, нагретого до той же температуры.

Радиотепловое излучение однородных твердых тел и жидкостей в большинстве случаев не имеет интенсивных селективных компонент, и яркость излучателей слабо меняется по спектру.

Радиотепловое излучение газовых сред для большого числа компонент, в том числе для водорода, кислорода, паров воды и др., имеет резонансные составляющие в СВЧ диапазоне, что определяет селективный характер излучения.

В области частот, где справедливо соотношение Релея — Джинса, радиояркостьная температура собственного излучения источника, имеющего термодинамическую температуру  $T$ , согласно (I.1) и (I.15) определяется соотношением

$$T_{\pi} = \kappa_f T. \quad (I.22)$$

В отличие от АЧТ, излучение нечерных тел дополнительно к компоненте собственного излучения может иметь составляющую отраженного излучения, при этом

$$B_f^{\Sigma} = B_f^{(1)} + B_f^{(2)}, \quad (I.23)$$

где  $B_f^{(1)}$  — яркость, источника при отсутствии внешнего подсвета;  $B_f^{(2)}$  — яркость, создаваемая внешним подсветом.

Кажущаяся радиояркостьная температура источника согласно (I.15) и (I.23) имеет вид

$$T_{\pi}^* = \kappa_f T + r T_{\text{вн}}, \quad (I.24)$$

где  $r$  — коэффициент отражения по мощности;  $T_{\text{вн}}$  — радиояркостьная температура источника подсвета.

4.2. В равновесных условиях излучение нечерных тел подчиняется законам Кирхгофа, вытекающим из равенства поглощенного и излучаемого потоков:

а) яркость излучателя, нагреваемого внешним излучением, пропорциональна поглощательной способности и интенсивности падающего потока, а именно:

$$B_f^* = \alpha_f \mathcal{J}_f, \quad (I.25)$$

где  $\alpha_f$  — показатель поглощения;

б) при отсутствии внешнего излучения отношение яркости излучателя к поглощательной способности представляет функцию Планка

$$\frac{B_f^*}{\alpha_f} = B_f(T), \quad (I.26)$$

где  $B_f(T)$  определяется с помощью (I.12).

Условие (I.26) справедливо и при отсутствии равновесия вещества и излучения; для его выполнения необходимо равновесное по степеням свободы распределение энергии в веществе.

Применение закона Кирхгофа позволяет определить излучательную способность объекта при известных электродинамических характеристиках объекта (коэффициенте отражения по мощности и коэффициенте прозрачности). Например, в случае плоского слоя с произвольными границами

$$\mathcal{J}_{\Sigma} = \mathcal{J}_r + \mathcal{J}_{\alpha} + \mathcal{J}_q, \quad (\text{I.27})$$

где  $\mathcal{J}_{\Sigma}$  — интенсивность падающего потока;  $\mathcal{J}_r$  — интенсивность отраженного потока;  $\mathcal{J}_{\alpha}$  — интенсивность поглощаемого потока;  $\mathcal{J}_q$  — интенсивность проходящего излучения.

Преобразуя (I.27), имеем

$$r_f + \alpha_f + q_f = 1, \quad (\text{I.28})$$

где

$$r_f = \frac{\mathcal{J}_r}{\mathcal{J}_{\Sigma}}; \quad \alpha_f = \frac{\mathcal{J}_{\alpha}}{\mathcal{J}_{\Sigma}}; \quad q_f = \frac{\mathcal{J}_q}{\mathcal{J}_{\Sigma}}$$

— показатели отражения, поглощения и прозрачности соответственно.

Из (I.28) с учетом (I.25)

$$\kappa_f = 1 - r_f - q_f. \quad (\text{I.29})$$

Полагая, например, для поглощенного потока

$$\alpha_f = 1 - e^{-\tau_f}, \quad (\text{I.30})$$

где  $\tau_f$  — показатель интегрального поглощения, получаем

$$q_f = (1 - r_f) e^{-\tau_f}, \quad (\text{I.31})$$

$$\kappa_f = (1 - r_f) (1 - e^{-\tau_f}). \quad (\text{I.32})$$

В случае большого интегрального поглощения, когда  $\tau_f \gg 1$ ,

$$\kappa_f = 1 - r_f. \quad (\text{I.33})$$

При отсутствии отражений на границе  $r_f = 0$ , тогда

$$\kappa_f = 1 - e^{-\tau_f}. \quad (\text{I.34})$$

4.3. Антенная температура, фиксируемая радиометрическим приемным устройством, в условиях применимости закона Релея — Джинса выражается линейно через радиояркостную температуру окружающих объектов. Согласно (I.3) — (I.5) получаем

$$T_a = \frac{\eta}{4\pi} \int_{4\pi} T_{\pi}(\Omega) G(\Omega) d\Omega + T_0(1 - \eta). \quad (I.35)$$

Разделяя потоки излучения по главному и боковым лепесткам, имеем

$$T_a = \frac{\eta}{4\pi} \left[ \int_{\Omega_{\Gamma}} T_{\pi}(\Omega) G(\Omega) d\Omega + \int_{\Omega_{\delta}} T_{\pi}(\Omega) G(\Omega) d\Omega \right] + T_0(1 - \eta), \quad (I.36)$$

где  $\Omega_{\Gamma}$  — область телесных углов, занимаемая главным лепестком;  $\Omega_{\delta}$  — область телесных углов, занимаемая боковыми лепестками.

Преобразуя (I.36) путем вынесения за знак интеграла средних значений радиояркостных температур  $T_{\pi\Gamma}$  по главному лепестку и  $T_{\pi\delta}$  по боковым лепесткам, получаем

$$T_a = T_{\pi\Gamma}\eta(1 - \beta) + T_{\pi\delta}\eta\beta + T_0(1 - \eta). \quad (I.37)$$

4.4. Описание характеристик СВЧ излучений нечерных тел требует привлечения наряду с классическими квантовых представлений. Классические представления могут использоваться для анализа слабоселективных излучений, когда энергия кванта мала по сравнению с тепловой энергией элементарного осциллятора (I.15). Квантовые представления оказываются необходимыми при рассмотрении селективных излучений и излучений при низких температурах.

При анализе СВЧ излучений, как и в других разделах оптики, используются дискретные и непрерывные модели объектов. Дискретная модель представляет объект в виде совокупности элементарных источников. В простейшем случае, когда можно не учитывать взаимодействие вещества и излучения, результирующий поток определяется суперпозицией элементарных потоков.

Представление объекта в виде непрерывной среды позволяет использовать электродинамические методы и методы теории переноса излучения.

В случаях, когда использование приближения геометрической оптики невозможно, эффективным оказывается метод статистических усреднений полей микротоков, предложенный С. М. Рытовым [1].

При анализе радиотепловых излучений нечерных объектов необходимо учитывать большое число факторов, включая влияние формы, параметров границы, наличие многократных отражений, объемного рассеяния и т. д. Полный учет указанных факторов, как правило, представляет значительные математические трудности, потому целесообразно использовать идеализированные модельные представления. К простейшим моделям относятся модель в виде однородного излучающего полупространства, модель слоистой среды с гладкими границами, модель излучающего полупространства с шероховатыми границами, модели плоских слоистых сред с объемным рассеянием и др.

М. Л. Левиным и С. М. Рытовым [2] развита изящная теория расчета поля теплового излучения, представляющая обобщение закона Кирхгофа для объектов, имеющих произвольное соотношение размеров и длины волны. Ими показано, что применение электродинамической теоремы взаимности позволяет связать характеристики поля излучения с тепловыми потерями от дифракционных полей, образующихся при облучении объекта волнами, возбуждаемыми элементарными диполями в соответствующих точках пространства. Этот метод позволяет при расчетах полей теплового излучения использовать известные результаты решений электродинамических задач.

В случаях, когда размеры тел значительно превышают длину волны, возможно применение приближенных методов, таких, как закон Кирхгофа, уравнения переноса излучения и др., позволяющих упростить расчет.

4.5. Излучательная способность полупространства, заполненного веществом, непрозрачным в данном спектральном интервале, согласно (I.32) определяется соотношением (I.33). В случае гладкой границы показатель отражательной способности среды выражается соотношением Френеля (см. гл. II).

В силу преобладания интенсивности излучения вертикально поляризованной компоненты по сравнению с компонентой горизонтальной поляризации излучение оказывается поляризованным (см. гл. II). Степень поляризации излучения меняется от нулевого значения (при наблюдении



в направлении нормали) до максимального (при наблюдении вблизи брюстеровского или псевдобрюстеровского углов). Наблюдение угловой зависимости интенсивности и степени поляризации излучения может быть использовано для определения диэлектрической проницаемости излучающего вещества [10, 79].

В случае шероховатой границы излучение при выходе из среды испытывает рассеяние. При этом показатель поглощения в первом приближении может полагаться равным дополнению до единицы величины альbedo среды.

Наличие рассеяния приводит к сглаживанию угловой зависимости интенсивности и степени поляризации излучения, имеющих место для сред с гладкой границей. Учет явления деполяризации излучения за счет шероховатостей производится статистическими методами [14].

**4.6.** Излучение полупространства слоистой структуры с гладкими границами обладает особенностями, возникающими за счет суперпозиции прямого и отраженных потоков излучения. Так, при наблюдении в достаточно узком спектральном интервале (когда время корреляции колебаний на выходе анализатора превышает время запаздывания прямого и отраженного потоков) имеют место интерференционные явления, проявляющиеся при изменении толщины слоя или изменении длины волны.

Изменение отражательной способности при покрытии среды слоем с волновым сопротивлением, отличающимся от волнового сопротивления среды, приводит к изменению излучательной способности.

**4.7.** Перенос излучения в дисперсных средах, содержащих частицы, размеры которых сравнимы с длиной волны, сопровождается явлениями многократного объемного рассеяния. Поток проходящего излучения в этом случае состоит из ослабленного падающего потока и потоков, возникающих при многократном рассеянии.

Определение излучательной способности среды с объемным рассеянием производится путем решения уравнения переноса. При известных поглощательных и рассеивающих свойствах среды может быть использовано уравнение (I.28), связывающее истинную поглощательную и излучательную способности. Наблюдение спектров поглощения и излучения сред с объемным рассеянием позволяет при некоторых условиях получить данные о пространственной плотности и характерных размерах рассеивающих частиц.

4.8. Вариации интенсивности излучения нечерных тел, как правило, превышают вариации интенсивности АЧТ из-за нестабильности температуры и излучательной способности объекта, а также из-за влияния нестабильностей параметров среды, в которой происходит перенос излучения. Без учета вариаций при переносе, используя (I.21) и (I.22), получаем соотношение для вариации интенсивности излучения

$$\delta_{\pi}^2 = \delta_0^2 + T^2 \delta_{\kappa}^2 + \kappa^2 \delta_T^2 + T \kappa R(\kappa, T), \quad (I.38)$$

где  $\delta_0$  — вариация радиояркостности эквивалентного АЧТ;  $\delta_{\kappa}$  — вариация излучательной способности;  $\delta_T$  — вариация температуры объекта;  $R(\kappa, T)$  — функция корреляции вариации излучательной способности и температуры.

Наблюдение статистических характеристик вариаций интенсивности радиоизлучения может использоваться для получения сведений о характере процессов, ответственных за флуктуации в источнике; с другой стороны, следует учитывать мешающее действие вариаций интенсивности при радиометрических измерениях.

## 5. РЕЗОНАНСНЫЕ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

5.1. Как было отмечено выше, наряду с излучениями, интенсивность которых слабо меняется по спектру, в СВЧ диапазоне излучение нечерных тел может содержать узкополосные (селективные) составляющие резонансного характера. Селективное излучение элементарных осцилляторов (атомов и молекул) в СВЧ диапазоне связано с наличием дискретных энергетических состояний (уровней), имеющих сравнительно малые разности уровней  $\Delta \mathcal{E}$  (порядка сотых и тысячных долей электрон-вольт). Частота излучения определяется соотношением

$$f = \frac{\Delta \mathcal{E}}{h}. \quad (I.39)$$

Дискретные уровни с малой разностью энергий возникают в атомах при больших квантовых числах (например, у возбужденного водорода, ионизированного гелия и др.), а также за счет расщепления основных уровней при спин-орбитальных и магнитно-ядерных взаимодействиях вращающихся электронов, например, в нейтральном водороде.

СВЧ излучение молекул определяется переходами между вращательными уровнями (например, излучение паров воды, окиси углерода, окиси азота и др.), а также переходами между уровнями тонкой и сверхтонкой структуры (излучение кислорода, гидроксила) [12, 18, 19].

Ширина линий излучения определяется естественным размытием из-за конечной длительности времени излучения, доплеровским уширением из-за движений осцилляторов и затуханием из-за соударений осцилляторов между собой и с примесными частицами (см. гл. V). Ширина линий излучения зависит от природы осцилляторов и примесных частиц, их температуры и пространственной плотности.

Интенсивность излучения одиночного осциллятора определяется интенсивностью перехода. Интенсивность спонтанного излучения совокупности осцилляторов определяется их числом и населенностью уровня.

В естественных условиях, когда преобладают спонтанные процессы, излучения элементарных осцилляторов складываются некогерентно. В случаях, когда преобладает вынужденное излучение, сложения полей элементарных излучателей может оказаться когерентным. При учете реабсорбции (поглощения излучения) интенсивность излучения ограничивается и в равновесных условиях определяется законом Кирхгофа.

Форма линии излучения изменяется при большом интегральном поглощении и приближается к форме спектра излучения АЧТ.

В неравновесных условиях возможно значительное увеличение интенсивности излучения при инверсной населенности уровней.

Наблюдение спектра излучения и формы линии позволяет получить информацию о составе, давлении и температуре излучающей среды, а также о степени отклонения от равновесности процессов, ответственных за излучение.

## **6. ИЗЛУЧЕНИЕ ПЛАЗМЫ И ПОТОКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ**

**6.1.** Излучение потоков заряженных частиц связано с непрерывными изменениями их энергетических состояний, возникающих при кулоновских торможениях, при торможении в магнитном поле, в процессе явления Вавилова — Черенкова и др.

В зависимости от условий взаимодействия излучение может иметь когерентный и некогерентный характер. Некогерентное излучение возникает при отсутствии взаимодействия между излучающими частицами. Интенсивность некогерентного излучения совокупности частиц равна сумме интенсивностей излучений частиц. В качестве примера может быть приведено тормозное излучение.

При коллективных колебаниях частиц излучение приобретает когерентный характер; в этом случае фазовые сдвиги отдельных излучателей оказываются связанными, и интенсивность излучения превышает сумму интенсивностей полей независимых излучателей. Когерентное взаимодействие имеет место, например, при излучении плазменных колебаний, при вынужденных селективных излучениях и др. Плазменные колебания в СВЧ диапазоне проявляются в виде поперечных (электромагнитных) и продольных (электростатических) волн.

Возникающие в плазме поперечные электромагнитные колебания в соответствии с законами дифракции на границе формируют поле излучения в окружающем пространстве.

Продольные колебания непосредственно излучаться в свободное пространство не могут, поэтому для их излучения необходимо преобразование продольных колебаний в поперечные (например, путем трансформации продольных колебаний на границах; при рассеяниях на неоднородностях, отличающихся диэлектрической проницаемостью, и т. д.). Расчетные оценки показывают, что эффективность трансформации продольных плазменных колебаний в поперечные оказывается весьма малой (коэффициент трансформации составляет тысячные доли процента).

**6.2.** Рассмотрим энергетические и спектральные характеристики тормозного, магнитно-тормозного и специфических плазменных излучений.

Тормозное излучение заряженных частиц возникает при изменении скорости частиц в электростатических полях или при соударениях частиц. Мощность излучения электрона, движущегося с ускорением  $a$ , определяется известным соотношением (см., например, [13])

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{2e^2 a^2}{3c^3}, \\ P [\text{вт}] &= 5,7 \cdot 10^{-54} a^2 \left[ \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.40})$$

При однократном соударении излучаемая за время торможения энергия может быть представлена с помощью спектрального разложения

$$\Delta \mathcal{E} = \int P dt = \int S_f df, \quad (I.41)$$

где  $S_f = \frac{4}{3} \cdot \frac{e^2}{c^3} \overline{(\Delta v)^2}$  — спектральная составляющая при одиночном соударении;  $\overline{(\Delta v)^2}$  — составляющая квадрата ускорения.

Число соударений в единицу времени определяется через эффективное сечение соударений  $\sigma_0$ , т. е.

$$v = N \sigma_0 v, \quad (I.42)$$

где  $N$  — число частиц в единичном объеме.

Спектральная плотность интенсивности излучения электрона представляется в виде

$$dQ_f = S_f N \sigma_0 v df. \quad (I.43)$$

При соударении электрона, имеющего массу  $m$ , с заряженными частицами (заряд  $Z$ ) заметное изменение импульса движения происходит на расстоянии  $r_0$ , где выравниваются кинетическая и потенциальная энергии; это расстояние

$$r_0 = \frac{2Ze^2}{mv^2}. \quad (I.44)$$

Эффективное сечение соударений в этом случае оценивается соотношением

$$\sigma_0^+ \simeq \pi r_0^2 = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m^2 v^4}. \quad (I.45)$$

В равновесных условиях, когда эффективное значение скорости электронов определяется температурой системы, имеем

$$V_{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = 6,7 \cdot 10^3 \sqrt{T} \left[ \frac{м}{сек} \right], \quad (I.46)$$

$$dQ_f^+ \simeq \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6 N^+}{c^3 m^{1/2} k^{3/2} T^{1/2}} df \div N^+ T^{-1/2}. \quad (I.47)$$

Спектральная плотность интенсивности излучения электрона при соударении с нейтральными частицами согласно (I.42), (I.43) и (I.46) в равновесном случае имеет вид

$$dQ_f = \frac{16 \sqrt{2} e^2 k^{3/2} T^{3/2} N \sigma_0}{3c^3 m^{3/2}} df \div N T^{3/2}. \quad (I.48)$$

Эффективное сечение соударения электронов с незаряженными частицами на порядок меньше эффективного сечения соударения с ионами.

В квантовомеханическом приближении в выражение для спектральной интенсивности излучения вводится множитель, называемый фактором Гаунта и оцениваемый соотношением <sup>1)</sup> [13, 55]

$$G(f) = \frac{[dQ_f]_{\text{квант}}}{[dQ_f]_{\text{класс}}} = \frac{V^3}{\pi} \ln \frac{(V\mathcal{E} + V\mathcal{E} - hf)^2}{hf}, \quad (I.49)$$

где  $\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2}$  — энергия электрона.

При  $hf/\mathcal{E} \ll 1$

$$G(f) \simeq (V^3/\pi) \ln(4\mathcal{E}/hf).$$

Зависимость величины фактора Гаунта от отношения энергии кванта к энергии электрона приведены в табл. I.1.

Таблица I.1

| $hf/\mathcal{E}$ | 0,0001 | 0,001 | 0,01 | 0,1  | 0,2  | 0,5  | 0,7  | 0,9  |
|------------------|--------|-------|------|------|------|------|------|------|
| $G(f)$           | 5,9    | 4,6   | 3,31 | 2,01 | 1,61 | 0,97 | 0,68 | 0,36 |

Как следует из табл. I.1, в СВЧ диапазоне при температуре плазмы  $T > 10^5$  °К фактор Гаунта составляет заметную поправку и должен учитываться.

6.3. Магнитно-тормозное излучение возникает при движении электрона под углом к магнитному полю. При движении в плоскости, перпендикулярной силовым линиям магнитного поля, электрон перемещается по окружности, радиус которой определяется из условия равенства центробежной и лоренцевой сил, т. е.

$$r_H [\mu] = 4,6 \cdot 10^{-6} \frac{v [м/сек]}{H [ав/м]}, \quad (I.50)$$

где  $H$  — напряженность магнитного поля.

При наличии составляющей скорости вдоль магнитного поля траектория электрона имеет форму спирали. Период

<sup>1)</sup> Фактор Гаунта в форме (I.49) получен для нерелятивистских электронов в борновском приближении [13].

обращения электрона, определяющий величину циклотронной (гиромангнитной) частоты, зависит от величины напряженности поля, т. е.

$$t_H = \frac{2\pi r_H}{v} \text{ или } f_H [гц] = 3,5 \cdot 10^4 H [ав/м]. \quad (I.51)$$

Ускорение при движении в магнитном поле согласно (I.50) определяется в виде

$$a = \frac{v_{\perp}^2}{r_H} = 2\pi f_H v_{\perp}. \quad (I.52)$$

Средняя мощность излучения одного электрона

$$P [вт] = 2,8 \cdot 10^{-43} H^2 [ав/м] v_{\perp}^2 [м/сек]. \quad (I.53)$$

В равновесных условиях

$$\overline{v_{\perp}^2} = \frac{2}{3} \overline{v^2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{kT}{m}. \quad (I.54)$$

Спектр излучения содержит гармоники гиромангнитной частоты с шириной линии, определяемой соударениями и тепловым доплеровским размытием.

Релятивистские поправки, вводимые при увеличении скорости электронов, позволяют учесть изменение интенсивности излучения и характер распределения энергии излучения по спектру. Магнитно-тормозное излучение релятивистских электронов называют синхротронным излучением. С учетом релятивистской поправки гиромангнитная частота определяется соотношением

$$f_H [гц] = 3,5 \cdot 10^4 H [ав/м] \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (I.55)$$

или

$$f_H [гц] = 3,5 \cdot 10^4 H [ав/м] \frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}}, \quad (I.56)$$

где  $\mathcal{E}_0 = m_0 c^2 = 0,51 [Мэв]$  — энергия покоящегося электрона.

Синхротронное излучение имеет пространственную направленность вдоль траектории движения электрона с углом раствора конуса порядка  $\mathcal{E}_0/\mathcal{E}$  радиан. Пространственная направленность синхротронного излучения приводит к временной модуляции интенсивности, вследствие чего излучение приобретает импульсный характер и возрастает интенсивность гиромангнитных гармоник. Максимум интенсивности излучения концентрируется вблизи частоты,

обратной по величине длительности наблюдаемых импульсов и равной

$$f_c [гц] \simeq 6,2 \cdot 10^4 H [ас/м] \mathcal{E}^2 [Мэв]. \quad (I.57)$$

**6.4.** Плазменные излучения в СВЧ диапазоне могут включать равновесные и неравновесные составляющие.

Равновесное СВЧ излучение плазмы создается за счет тормозного и магнитно-тормозного излучений электронов, движущихся со скоростями теплового нагрева.

Согласно (I.47) и (I.48) спектральная интенсивность тормозного излучения единицы объема оптически тонкого слоя плазмы с пространственной плотностью заряженных частиц  $N^+ = N_e$  определяется соотношением

$$\mathcal{J}_f \doteq N_e^2 T^{-1/2} + k N N_e T^{3/2}, \quad (I.58)$$

где  $k$  — множитель, определяемый из (I.47) и (I.48).

Границы спектра частот тормозного излучения плазмы определяются электронной температурой и концентрацией плазмы. Интенсивность магнитно-тормозного излучения на гирорезонансной частоте без учета реабсорбции

$$\mathcal{J}_m [вт/м^3] = 12,5 \cdot 10^{-40} N_e [1/м^3] H^2 [ас/м] T. \quad (I.59)$$

Следует заметить, что относительный вес излучения гармоник гирорезонансной частоты в плазме выше, чем в свободном пространстве из-за поглощения колебаний основной частоты. Расчет показывает [10], что интенсивность излучения второй гармоники в плазме близка к интенсивности излучения гирорезонансной частоты.

Относительная интенсивность магнитно-тормозного и тормозного излучений оценивается соотношением

$$\zeta = \frac{\omega \sqrt{V}}{cv}. \quad (I.60)$$

В равновесной плазме имеет место некогерентное суммирование полей излучения элементарных источников.

**6.5.** При достаточно больших скоростях электронов излучение в плазме может возникать в условиях равномерного движения. Известно, что электроны, движущиеся в среде со скоростями, превышающими фазовую скорость распространения колебаний в этой среде, излучают электромагнитные колебания за счет механизма, открытого



С. И. Вавиловым и П. А. Черенковым (эффект Вавилова — Черенкова). Спектральная плотность интенсивности излучения в этом случае определяется соотношением

$$dQ_f = \frac{e^2 \omega}{v \varepsilon(\omega)}, \quad (I.61)$$

где  $\varepsilon(\omega)$  — диэлектрическая проницаемость среды;  $v$  — скорость электрона.

Спектр излучения ограничен снизу значением частоты, при которой диэлектрическая проницаемость сохраняет действительные значения (плазменная частота  $\omega_0$ )<sup>1)</sup>. Эта частота определяется как

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N_e}{m}. \quad (I.62)$$

Интегральная интенсивность черенковского излучения в интервале частот  $\omega_0 - \infty$

$$Q_\Sigma = \frac{e^2 \omega_0^2}{2v} \ln \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{v}{v_T} \right)^2 \right], \quad (I.63)$$

где  $v_T$  — эффективное значение тепловой скорости.

Сравнение (I.58) и (I.63) показывает, что интенсивность черенковского излучения на четыре-шесть порядков превышает интенсивность тормозного излучения. Излучение Вавилова — Черенкова возможно в условиях, когда скорость электронов превышает скорость теплового движения, т. е. в неравновесных условиях. Неравновесные излучения коллективных колебаний плазмы возникают при прохождении потоков заряженных частиц, а также на фронтах ударных волн и в других случаях нарушения равновесного режима.

В свободной плазме потоки электронов со скоростью, превышающей фазовую скорость, могут возбудить продольные колебания на частотах, близких к плазменной, за счет эффекта Вавилова — Черенкова.

В магнитно-активной плазме в зависимости от угла между направлениями магнитного поля и потока электронов возможно возбуждение продольных, поперечных и гибридных волн.

При продольном движении пучка электронов со скоростью, превышающей фазовую скорость  $v_\phi$  (т. е. в условиях аномального эффекта Допплера) в плазме возбуждаются

<sup>1)</sup> См. гл. VIII.

продольные колебания в областях резонансного взаимодействия, т. е. на частотах

$$\omega = \frac{l\omega_H}{1 - \frac{v}{v_\phi}}, \quad (I.64)$$

где  $l = 0, 1, 2, \dots$

При движении пучка электронов под углом к магнитному полю в плазме при  $v < v_\phi$  (т. е. в условиях нормального эффекта Доплера) возбуждаются гибридные волны на частотах, отличающихся на доплеровскую поправку от гармоник гирорезонансной частоты.

Эффекты излучения при взаимодействии пучков заряженных частиц рассматриваются в линейном [24] и нелинейном [31, 75] приближениях. Процесс возбуждения плазменных колебаний с интенсивностью, заметно превышающей интенсивность флюктуационных тепловых колебаний, сопровождается нелинейным взаимодействием среды и излучения, что вызывает появление дополнительных комбинационных компонент и перераспределение излучаемой энергии по спектру.

## ГЛАВА II

### РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Рассмотрим радиотепловое излучение однородной среды 2, заполняющей полубесконечное пространство в области отрицательных значений  $z$  и отделенной от среды 1 плоской

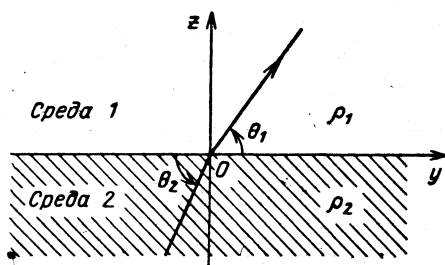


Рис. II.1. К определению потока излучения среды 2 в среде 1.

граничной поверхностью (рис. II.1). Анализ будем проводить применительно к диапазону сантиметровых и миллиметровых волн. Как известно, в СВЧ диапазоне практически все виды земных покровов и неметаллические объекты характеризуются малым тангенсом угла электрических потерь ( $\operatorname{tg} \delta < 1$ ), вследствие чего волновые сопротивления сред  $\rho$ , как и их относительные диэлектрические проницаемости  $\epsilon'$ , носят вещественный характер. Магнитные проницаемости сред будем считать равными, т. е.  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ . Поток излучения среды 2 лишь частично проникает в среду 1 через границу раздела 2—1, так как электрические свойства сред различны. Для определения потока радиотеплового излучения среды 2 в среде 1 найдем выражение для составляющей вектора Пойнтинга в направлении оси  $z$  в среде 1.

Пусть направление распространения потока радиотеплового излучения среды 2 лежит в плоскости  $yoz$  (рис. II.1) и составляет с поверхностью раздела, лежащей в плоскости  $xoy$ , угол скольжения  $\theta_2$ . Рассмотрим прохождение плоской электромагнитной волны из среды 2 в среду 1 в случае, когда электрический вектор лежит вдоль оси  $x$  (поперечная электрическая волна). В принятой системе координат составляющие векторов  $E_x$  и  $H_y$  падающей и отраженной волн в среде 2 и волны, прошедшей в среду 1, будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{2x} &= \rho_2 (Ae^{-jk_2z \sin \theta_2} - Be^{jk_2z \sin \theta_2}) e^{-jk_2y \cos \theta_2}, \\ \dot{H}_{2y} &= \sin \theta_2 (Ae^{-jk_2z \sin \theta_2} + Be^{jk_2z \sin \theta_2}) e^{-jk_2y \cos \theta_2}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.1})$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{1x} &= \rho_1 Ce^{-jk_1z \sin \theta_1} e^{-jk_1y \cos \theta_1}, \\ \dot{H}_{1y} &= \sin \theta_1 Ce^{-jk_1z \sin \theta_1} e^{-jk_1y \cos \theta_1}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.2})$$

где  $k_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_0} = 2\pi f / v_1$  — волновое число среды 1;  $k_2 = \omega \sqrt{\epsilon_2 \mu_0} = 2\pi f / v_2$  — волновое число среды 2;  $v_1$  и  $v_2$  — скорости распространения электромагнитной энергии в средах 1 и 2.

В выражениях (II.1) и (II.2) множитель  $e^{j\omega t}$  опущен.

Вдоль границы раздела сред 2 — 1, совпадающей со значением  $z = 0$ , в силу граничных условий  $\dot{E}_{1x} = \dot{E}_{2x}$  и  $\dot{H}_{1y} = \dot{H}_{2y}$ . Для того чтобы  $e^{-jk_1y \cos \theta_1} = e^{-jk_2y \cos \theta_2}$ , должно выполняться условие  $k_1 \cos \theta_1 = k_2 \cos \theta_2$  при любом  $y$ . Это возможно при

$$\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 = \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2, \quad (\text{II.3})$$

когда

$$\rho_2 (A - B) = \rho_1 C, \quad (\text{II.4})$$

$$(A + B) \sin \theta_2 = C \sin \theta_1. \quad (\text{II.5})$$

Выражение (II.5) представляет собой закон Снеллиуса. Умножив и разделив (II.4) на (II.5), получим

$$\rho_2 (A^2 - B^2) \sin \theta_2 = \rho_1 C^2 \sin \theta_1, \quad (\text{II.6})$$

$$\frac{\rho_2}{\sin \theta_2} \frac{A - B}{A + B} = \frac{\rho_1}{\sin \theta_1}. \quad (\text{II.7})$$

Из (II.7) можно найти выражение для коэффициента отражения:

$$R_{21\text{гор}} = \frac{B}{A} = \frac{\rho_{22\text{гор}} - \rho_{11\text{гор}}}{\rho_{11\text{гор}} + \rho_{22\text{гор}}}. \quad (\text{II.8})$$

В (II.8)  $\rho_{п1гор}$  и  $\rho_{п2гор}$  — приведенные волновые сопротивления сред 1 и 2 для электромагнитных излучений с горизонтальной поляризацией:

$$\rho_{п1гор} = \frac{\rho_1}{\sin \theta_1}, \quad \rho_{п2гор} = \frac{\rho_2}{\sin \theta_2}. \quad (II.9)$$

На основании (II.1) и (II.2) проекция вектора Пойнтинга на ось  $z$  для падающего потока радиотеплового излучения в среде 2

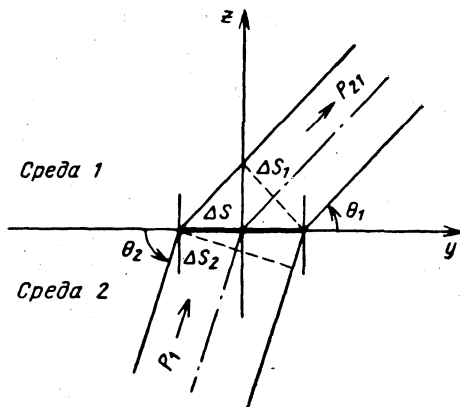


Рис. II.2. К оценке проекции площади  $\Delta S$  в направлении углов скольжения  $\theta_1$  и  $\theta_2$ .

и потока, прошедшего в среду 1, записывается в виде равенств

$$\left. \begin{aligned} P_{2z} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{E}_{2x} \times \dot{H}_{2y}] = \frac{1}{2} \rho_2 A_2^2 \sin \theta_2, \\ P_{21z} &= \frac{1}{2} C^2 \sin \theta_1. \end{aligned} \right\} \quad (II.10)$$

Последнее с учетом (II.6) приводится к виду

$$P_{21z} = \frac{1}{2} \rho_2 (A^2 - B^2) \sin \theta_2 = P_{2z} \left( 1 - \frac{B^2}{A^2} \right) = P_{2z} (1 - R_{21гор}^2).$$

Вектор Пойнтинга, как известно, характеризует количество энергии, проходящей через единичную площадку, перпендикулярную вектору, в единицу времени. Поэтому поток энергии радиотеплового излучения среды 2, проникающей в среду 1 через элементарную площадку  $\Delta S$  в плоскости раздела 2—1 (рис. II.2), определяется равенством

$$P_{21} \Delta S_2 \sin \theta_1 = (1 - R_{21гор}^2) P_2 \Delta S_1 \sin \theta_2,$$

в котором  $P_{21}$  и  $P_2$  — значения вектора Пойнтинга в направлении распространения потока в средах 1 и 2. Из построения рис. II.2 следует, что проекции площадки  $\Delta S$  в направлении углов скольжения  $\theta_1$  и  $\theta_2$  связаны соотношением  $\Delta S_1 \sin \theta_2 = \Delta S_2 \sin \theta_1$ , вследствие этого можно записать

$$P_{21} = (1 - R_{21\text{гор}}^2) P_2. \quad (\text{II.11})$$

Таким образом, поток радиотеплового излучения среды 2, проходящий в среду 1 через поверхность раздела 2—1, равен разности между падающим потоком излучения и обратно отраженным потоком. Можно показать, что выражение (II.11) справедливо и для вертикально поляризованной составляющей теплового радиоизлучения, когда коэффициент отражения от границы раздела 2—1 равен

$$R_{21\text{верт}} = \frac{\rho_{п2\text{верт}} - \rho_{п1\text{верт}}}{\rho_{п2\text{верт}} + \rho_{п1\text{верт}}}. \quad (\text{II.12})$$

Здесь

$$\rho_{п1\text{верт}} = \rho_1 \sin \theta_1; \quad \rho_{п2\text{верт}} = \rho_2 \sin \theta_2. \quad (\text{II.13})$$

Спектральная интенсивность потока радиотеплового излучения среды 2, падающего на границу раздела 2—1 под углом скольжения  $\theta_2$ , в общем случае определяется выражением

$$\mathcal{J}_f \simeq k \int_0^\infty T_2(z) e^{-\tau_2} \gamma_2(z) dz, \quad (\text{II.14})$$

в котором  $k$  — постоянная Больцмана;  $T_2$  — термодинамическая температура среды 2;

$$\tau_2 = 2 \cos \theta_2 \int_0^\infty \gamma_2(z) dz \quad (\text{II.15})$$

— оптическая глубина среды 2;

$$\gamma_2 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left[ \frac{\varepsilon_2' (\sqrt{1 + \text{tg } \delta_2} - 1)}{2} \right]^{1/2} [\text{неп} \cdot \text{м}^{-1}] \quad (\text{II.16})$$

— коэффициент поглощения электромагнитной энергии в среде 2;  $\lambda_1$  — длина волны в среде 1.

Для сред с  $\text{tg } \delta_2 \ll 1$

$$\gamma_2 = \frac{\pi \text{tg } \delta_2 \sqrt{\varepsilon_2'}}{\lambda_1} [\text{неп} \cdot \text{м}^{-1}].$$

Поглощение радиоволн

$$\gamma_2 [\text{дб} \cdot \text{м}^{-1}] = 8,7 \gamma_2 [\text{неп} \cdot \text{м}^{-1}]. \quad (\text{II.17})$$

Если излучающая среда является однородной и равномерно прогрета, а также при  $\tau_2 \gg 1$ , когда в пределах малой толщины слоя  $dz$  термодинамическую температуру среды 2 можно считать величиной постоянной,  $\mathcal{J}_f = kT_2$ . Яркостная температура радиотеплового излучения среды 2 в среду 1 в подобном случае определяется равенством

$$T_{н21} = T_2 (1 - R_{21}^2) = T_2 A_{21}, \quad (\text{II.18})$$

в котором  $A_{21}$  — коэффициент излучательной способности среды 2 в среду 1.

В том случае, когда для неровностей  $H_n$  поверхности раздела сред выполняется критерий шероховатости Релея, т. е.

$$H_n \leq \frac{\lambda_1}{16 \sin \theta_1}, \quad (\text{II.19})$$

коэффициент отражения  $R_{21}$  определяется выражениями (II.8) и (II.12), которые с учетом (II.9) и (II.13) могут быть записаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} R_{21\text{верт}} &= \frac{\rho_2 \sin \theta_2 - \rho_1 \sin \theta_1}{\rho_1 \sin \theta_1 + \rho_2 \sin \theta_2}, \\ R_{21\text{гор}} &= \frac{\rho_2 \sin \theta_1 - \rho_1 \sin \theta_2}{\rho_1 \sin \theta_2 + \rho_2 \sin \theta_1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.20})$$

Если тангенс угла потерь обеих сред мал и среды являются немагнитными, угол скольжения  $\theta_2$  при заданном значении  $\theta_1$  может быть вычислен с помощью закона Снеллиуса (II.3) через известные волновые сопротивления  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , связанные зависимостью

$$\rho_1 \cos \theta_2 = \rho_2 \cos \theta_1. \quad (\text{II.21})$$

В длинноволновой части сантиметрового диапазона некоторые виды излучающих сред могут обладать значительным тангенсом угла электрических потерь, вследствие чего волновое сопротивление  $\rho_2$  будет иметь комплексный характер, т. е.

$$\rho_2 = \rho'_2 + j\rho''_2,$$

$$\text{где} \quad \rho'_2 = \rho_2 \cos \varphi, \quad \rho_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta_2}}},$$

$$\rho''_2 = \rho_2 \sin \varphi, \quad \varphi = \arctg \left( \frac{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta} - 1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta} + 1} \right)^{1/2}.$$

При распространении потока электромагнитной энергии через плоскую границу, разделяющую поглощающую и непоглощающую среды, углы скольжения  $\theta_1$  и  $\theta_2$  связаны между собой преобразованным законом преломления Снеллиуса [39]:

$$\operatorname{ctg} \theta_2 = \frac{k_1 \cos \theta_1}{\operatorname{Re} \sqrt{\dot{k}_2^2 - k_1^2 \cos^2 \theta_1}}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \dot{k}_2 &= \omega \sqrt{\dot{\epsilon}_2 \mu} = \frac{\omega \mu_0}{\rho_2} = \\ &= \frac{\pi \sqrt{\epsilon_2}}{\lambda_1 \sqrt{2}} \left[ (\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_2} + 1) + j (\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_2} - 1) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

— комплексное волновое число излучающей среды;

$$\dot{\epsilon}_2 = \epsilon'_2 (1 + j \operatorname{tg} \delta_2)$$

— комплексная диэлектрическая проницаемость.

После несложных преобразований выражение для угла скольжения  $\theta_2$  в среде с потерями можно привести к следующему виду:

$$\operatorname{ctg} \theta_2 = \frac{\rho_2^2 \cos \theta_1 \operatorname{cosec} \left( \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\rho_1^2 \rho_2' \rho_2''}{\rho_1^2 \rho_2^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1} \right)}{[(\rho_1^2 \rho_2^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1) + 4\rho_1^4 (\rho_1' \rho_2'')^2]^{1/4}}. \quad (\text{II.22})$$

Равенство (II.22) при  $\operatorname{tg} \delta_2 \ll 1$  преобразуется в уравнение (II.21).

Из сравнения выражений (II.21) и (II.22) следует, что при неизменных соотношениях модулей волновых сопротивлений сред 1 и 2 угол скольжения  $\theta_2$  в среде с потерями всегда несколько превышает угол скольжения в среде без потерь. Значение угла скольжения  $\theta_2$  в среде с потерями увеличивается с ростом тангенса угла потерь и с ростом произведения модулей волновых сопротивлений поглощающей и непоглощающей сред, достигая наибольшего значения при  $\operatorname{tg} \delta_2 \gg 1$ , когда выражение (II.22) принимает вид

$$\operatorname{ctg} \theta_2 = \frac{\rho_2^2 \cos \theta_1 \operatorname{cosec} \left( \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\rho_2}{\rho_1^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1} \right)}{(2\rho_1^4 - 2\rho_1^2 \rho_2^2 \cos^2 \theta_1 + \rho_2^4 \cos^4 \theta_1)^{1/4}}.$$

На рис. II.3 показано семейство кривых  $\theta_2 = f(\theta_1, \rho_2)$ , построенных для  $\rho_1 = \rho_{\text{возд}} = 377 \text{ ом}$ . Из рассмотрения



графиков видно, что практически для всех значений волновых сопротивлений реальных сред изменением угла скольжения  $\theta_2$  за счет влияния потерь можно пренебречь

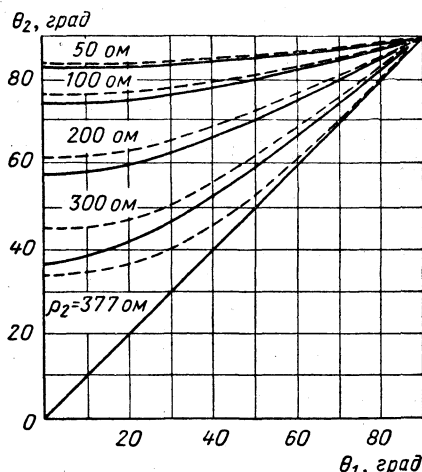


Рис. II.3. Изменение угла скольжения  $\theta_2$  в зависимости от величины угла скольжения  $\theta_1$ :

—  $\text{tg } \delta_2 \ll 1$ ; ---  $\text{tg } \delta_2 \gg 1$ .

даже при  $\text{tg } \delta_2 \gg 1$ . С учетом изложенного, выражения для приведенных сопротивлений излучающих сред можно на основании (II.21) преобразовать к виду

$$\rho_{\text{п2верт}} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \sqrt{\rho_1^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1}, \quad (\text{II.23})$$

$$\rho_{\text{п2гор}} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\sqrt{\rho_1^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1}}. \quad (\text{II.24})$$

Коэффициенты отражения (II.20) запишутся в следующем виде:

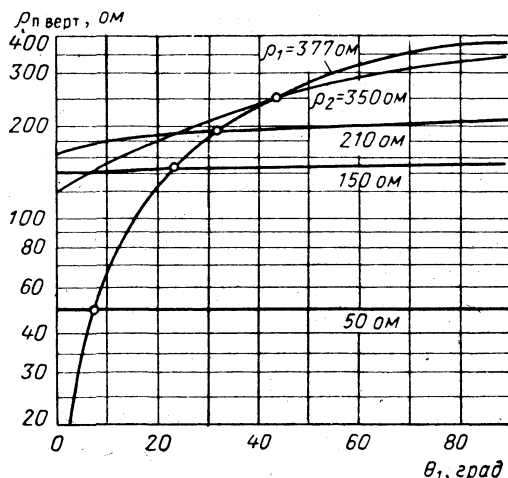
$$\left. \begin{aligned} R_{21\text{верт}} &= \frac{\rho_1^2 \sin \theta_1 - \rho_2 \sqrt{\rho_1^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1}}{\rho_1^2 \sin \theta_1 + \rho_2 \sqrt{\rho_1^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1}}, \\ R_{21\text{гор}} &= \frac{\rho_2 \sin \theta_1 - \sqrt{\rho_1^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1}}{\rho_2 \sin \theta_1 + \sqrt{\rho_1^2 - \rho_2^2 \cos^2 \theta_1}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.25})$$

Используя выражение для волнового сопротивления  $\rho = \sqrt{\mu_0/\epsilon'}$  и учитывая, что  $\epsilon'$  воздуха порядка 1, нетрудно

(II.25) привести к виду, часто встречающемуся в литературе:

$$\left. \begin{aligned} R_{21\text{верт}} &= \frac{\varepsilon'_2 \sin \theta_1 - \sqrt{\varepsilon'_2 - \cos^2 \theta_1}}{\varepsilon'_2 \sin \theta_1 + \sqrt{\varepsilon'_2 - \cos^2 \theta_1}}, \\ R_{21\text{гор}} &= \frac{\sin \theta_1 - \sqrt{\varepsilon'_2 - \cos^2 \theta_1}}{\sin \theta_1 + \sqrt{\varepsilon'_2 - \cos^2 \theta_1}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.26})$$

Выражения (II.26) носят название формул Френеля. Из (II.9) и (II.13), (II.23) и (II.24) видно, что приведенные сопротивления сред 1 и 2 для вертикально и горизонтально поляризованных составляющих электромагнитных



**Рис. II.4.** Зависимость приведенного волнового сопротивления  $\rho_{\text{н верт}}$  от угла скольжения  $\theta_1$  для вертикально поляризованного электромагнитного излучения.

излучений различным образом зависят от угла скольжения  $\theta_1$ . Из рассмотрения семейства графиков рис. II.4 видно, что каким бы волновым сопротивлением  $\rho_2$  ни обладала излучающая среда, при некотором значении угла скольжения  $\theta_1$  будет выполняться равенство

$$\rho_1 \sin \theta_1 = \rho_2 \sin \theta_2. \quad (\text{II.27})$$

Подобное явление объясняется следующим.

Все известные вещества в твердой и жидкой фазах в диапазоне радиоволн являются средами оптически более

плотными, чем воздух, и их волновые сопротивления имеют значения, меньшие волнового сопротивления воздушной среды. Вследствие этого в реальных средах при углах скольжения  $\theta_1 \neq 90^\circ$  всегда имеет место неравенство  $\theta_2 > \theta_1$ . Последнее усиливается с уменьшением волнового сопротивления  $\rho_2$  и угла скольжения  $\theta_1$  (рис. II.3). Наряду с этим при уменьшении волнового сопротивления  $\rho_2$  происходит снижение пределов изменения угла скольжения  $\Delta\theta_2$ , под которым поток радиотеплового излучения среды 2 проходит в среду 1. При  $\rho_2 \rightarrow 0$   $\Delta\theta_2$  также устремляется к нулю, а  $\theta_2$  становится равным  $90^\circ$ .

Поскольку пределы изменения углов скольжения  $\theta_2$  в излучающей среде всегда меньше пределов изменения угла скольжения  $\theta_1$  в воздухе, а также вследствие того, что область изменения угла скольжения  $\theta_2$  примыкает к  $\theta_2 = 90^\circ$ , приведенное волновое сопротивление воздушной среды для радиоизлучений с вертикальной поляризацией может быть как больше, так и меньше приведенного волнового сопротивления излучающей среды. Следовательно, существует угол скольжения  $\theta_1$ , при котором выполняется равенство (II.27). Совместное решение уравнений (II.21) и (II.27) позволяет найти значение угла скольжения

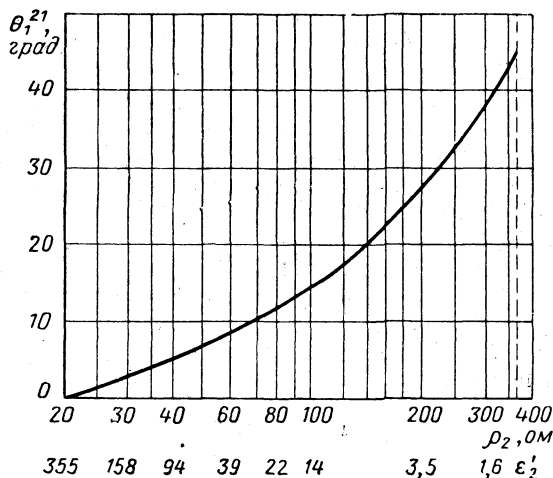
$$\theta_1^{21} = \arctg \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (\text{II.28})$$

Равенство приведенных волновых сопротивлений сред 1 и 2 в направлении угла скольжения  $\theta_1$  обеспечивает распространение вертикально поляризованной составляющей радиотеплового излучения среды 2 в среду 1 (и наоборот) без потерь на отражение от границы раздела сред 2—1, вследствие чего радиояркостьная температура  $T_{\text{я}21\text{верт}}$  среды с  $\text{tg } \delta_2 \ll 1$  при значении угла скольжения  $\theta_1^{21}$  оказывается равной ее термодинамической температуре, а коэффициент излучательной способности  $A_{21\text{верт}}$  достигает значения единицы. Угол скольжения  $\theta_1^{21}$ , при котором  $\rho_{\text{п}1\text{верт}} = \rho_{\text{п}2\text{верт}}$ , называется углом Брюстера. После несложного преобразования (II.28) приводится к виду

$$\theta_1^{21} = \arcsin \sqrt{1/(1 + \epsilon'_2)}.$$

Из графика рис. II.5 видно, что по мере приближения волнового сопротивления излучающей среды к значению  $\rho_2 = 377 \text{ ом}$ , угол скольжения  $\theta_1^{21}$  стремится к своему предельному значению  $\theta_{1\text{макс}}^{21} = 45^\circ$ . По мере удаления

угла скольжения от угла Брюстера в сторону больших или меньших значений ( $\theta_1 \geq \theta_1^{21}$ ) равенство (II.27) нарушается, и увеличивается различие между приведенными волновыми сопротивлениями сред 1 и 2. Это в соответствии с выражением (II.12) обуславливает рост коэффициента отражения  $R_{21\text{верт}}$  и уменьшение коэффициента излучательной способности  $A_{21\text{верт}}$ . Следует отметить, что в диапазоне



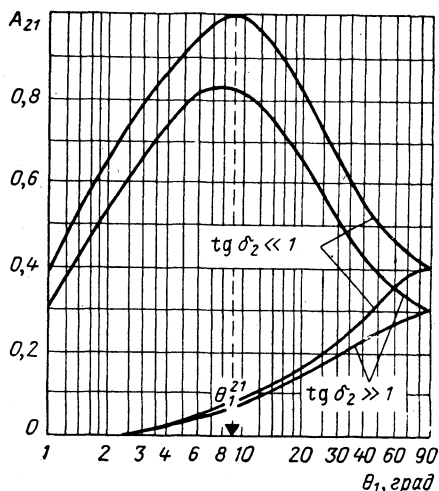
**Рис. II.5.** Зависимость угла Брюстера от волнового сопротивления излучающей среды при  $\rho_1 = 377 \text{ ом}$ ,  $\epsilon_1' = 1$ .

значений угла скольжения  $\theta_1 > \theta_1^{21}$  для приведенных волновых сопротивлений воздуха и излучающей среды выполняется неравенство  $\rho_{п1\text{верт}} > \rho_{п2\text{верт}}$ , тогда как в области углов скольжения  $\theta_1 < \theta_1^{21}$  справедливо неравенство  $\rho_{п1\text{верт}} < \rho_{п2\text{верт}}$ . Последнее с уменьшением угла скольжения  $\theta_1$  быстро усиливается, вследствие чего при малых значениях  $\theta_1$  коэффициент излучательной способности  $A_{21\text{верт}}$  уменьшается до нуля.

Угол Брюстера имеет место только при радиоизлучении сред с малым тангенсом угла потерь. Для сред с потерями, волновое сопротивление которых носит комплексный характер, отсутствует направление, где  $\rho_{п2\text{верт}}$  оказывается равным  $\rho_{п1\text{верт}}$ . Однако и в этом случае будет существовать

псевдобрюстеров угол, при котором коэффициент излучательной способности  $A_{21\text{верт}}$  достигает наибольшего значения, при этом  $A_{21\text{верт макс}}$  всегда меньше единицы.

Графики рис. II.6 и II.7 отражают результаты расчетов зависимости изменения коэффициента излучательной способности сред от угла скольжения  $\theta_1$  при  $\text{tg } \delta_2 \ll 1$  и  $\text{tg } \delta_2 \gg 1$ . При одинаковых модулях волновых сопротивлений



**Рис. II.6.** К оценке зависимости угла Брюстера от величины тангенса угла электрических потерь излучающей среды с  $\rho_2 = 50$  ом при  $\rho_1 = 377$  ом.

излучающих сред максимальное значение коэффициента излучательной способности у среды без потерь заметно больше, чем у среды с потерями. При этом направление, где  $A_{21\text{верт}}$  достигает наибольшего значения, с ростом  $\text{tg } \delta_2$  смещается в область углов скольжения  $\theta_1 < \theta_1^{21}$ .

Из рассмотрения графиков рис. II.8 следует, что с уменьшением угла скольжения  $\theta_1$  приведенные сопротивления растут тем быстрее, чем больше волновое сопротивление данной среды. Нетрудно видеть, что во всем диапазоне углов скольжения  $\theta_1 = 0 \div 90^\circ$  для приведенных волновых сопротивлений сред воздуха и излучающей среды всегда выполняется неравенство  $\rho_{п1\text{гор}} > \rho_{п2\text{гор}}$ , которое усиливается с уменьшением угла скольжения  $\theta_1$ . Подобная

зависимость  $\rho_{п1гор}$  и  $\rho_{п2гор}$  от угла скольжения  $\theta_1$  определяет характер изменения коэффициента излучательной способности  $A_{21гор}$  на рис. II.6 и II.7.

Радиотепловое излучение внутри однородной среды не имеет преимущественной поляризации, т. е. является неполяризованным. Вследствие различной зависимости при-

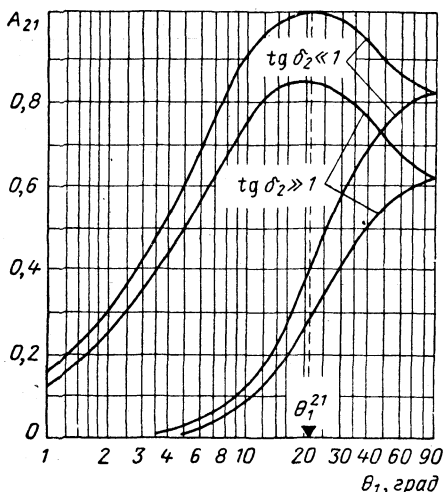


Рис. II.7. К оценке зависимости угла Брюстера от величины тангенса угла электрических потерь излучающей среды с  $\rho_2 = 150 \text{ ом}$  при  $\rho_1 = 377 \text{ ом}$ .

веденных волновых сопротивлений сред 1 и 2 от угла скольжения  $\theta_1$  радиотепловое излучение среды 2, регистрируемое в среде 1, при наличии плоской границы раздела сред 2—1 оказывается поляризованным для углов скольжения, отличных от  $90^\circ$ . При этом поляризационные свойства излучения среды 2 в среде 1 будут выражены тем ярче, чем больше различие волновых сопротивлений излучающей среды и воздуха. В практике радиотехнических измерений используют несколько методов, позволяющих оценить степень поляризации принимаемых колебаний.

Частично поляризованное излучение можно охарактеризовать двумя полностью поляризованными взаимно перпендикулярными компонентами, максимально различающимися по интенсивности. Компоненту с большей интенсивностью

называют максимальной (преобладающей), а компоненту с меньшей интенсивностью — минимальной. Из приведенных рассуждений следует, что у радиотеплового излучения среды 2, регистрируемого в среде 1, преобладающей компонентой является вертикально, а минимальной — горизонтально поляризованная составляющая излучения.

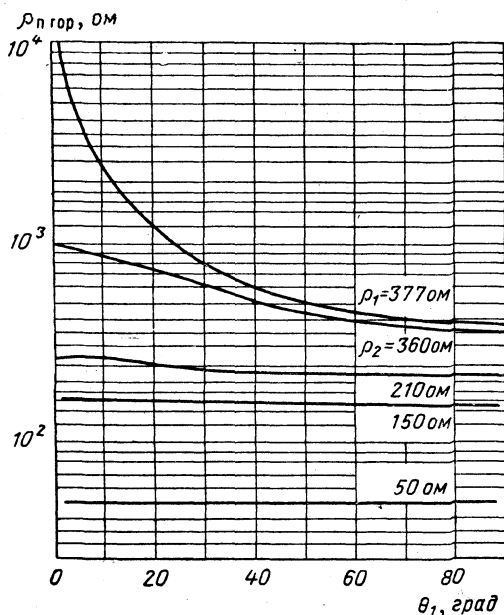


Рис. II.8. Зависимость приведенного волнового сопротивления  $\rho_{н\text{ гор}}$  от угла скольжения  $\theta_1$ .

Коэффициент поляризации  $D_{п}$  радиотеплового излучения однородной среды 2 в среде 1 может быть охарактеризован с помощью максимальной и минимальной компонент следующим отношением:

$$D_{п21} = \frac{T_{я21\text{верт}} - T_{я21\text{гор}}}{T_{я21\text{верт}} + T_{я21\text{гор}}} = \frac{A_{21\text{верт}} - A_{21\text{гор}}}{A_{21\text{верт}} + A_{21\text{гор}}} . \quad (\text{II.29})$$

Наряду с представлением частично поляризованного колебания в виде двух полностью и взаимно перпендикулярных поляризованных компонент находит применение метод разделения на полностью поляризованную и неполяризо-

ванную составляющие. Для радиотеплового излучения среды 2, регистрируемого в среде 1, уровень полностью неполяризованной компоненты  $T_n$  будет определяться яркостной температурой  $T_{я21гор}$ , а уровень полностью поляризованной компоненты  $T_p = T_{я21верт} - T_{я21гор}$  (рис. II.9).

Коэффициент поляризации в рассматриваемом случае может быть найден с помощью формулы

$$D_{п21} = \frac{T_p}{T_p + 2T_n} = \frac{T_{я21верт} - T_{я21гор}}{T_{я21верт} + T_{я21гор}}. \quad (II.30)$$

Из выражений (II.29), (II.30) и рис. II.9 следует, что радиотепловое излучение среды 2 при  $\theta_1 = 90^\circ$  неполяризо-

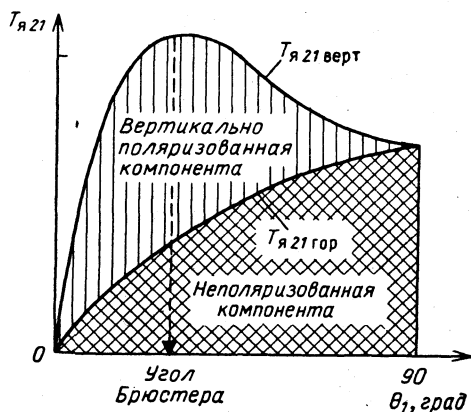


Рис. II.9. Представление частично поляризованного колебания в виде полностью поляризованной и неполяризованной составляющих.

вано ( $D_{п21} = 0$ ) и наибольшую степень поляризации имеет вблизи угла Брюстера.

В заключение оценим величину яркостной температуры среды 2 для излучений с круговой поляризацией. Ранее было показано, что радиотепловое излучение среды 2 может быть представлено в виде полностью поляризованной и неполяризованной составляющих. Как известно, антенна, обеспечивающая прием сигналов с правым или левым направлением вращения плоскости поляризации, как и антенна для приема горизонтально или вертикально поляризованных колебаний, принимает половину всей мощности неполяри-



зованного излучения нагретых объектов. Поэтому яркостная температура среды 2 для излучений с круговой поляризацией определяется равенством

$$T_{\text{я21кр}} = \frac{1}{2} (T_{\text{я21гор}} + T_{\text{я21верт}}).$$

К подобному результату нетрудно прийти при рассмотрении отклика антенны с круговой поляризацией на ортогонально поляризованные компоненты радиотеплового излучения среды 2.

## ГЛАВА III

### РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЫ

#### 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В практике радиометрических измерений имеют место случаи, когда радиотепловое излучение исследуемых объектов (среда 3 на рис. III.1) поступает в среду 1, где производится регистрация этих излучений, через прозрачную

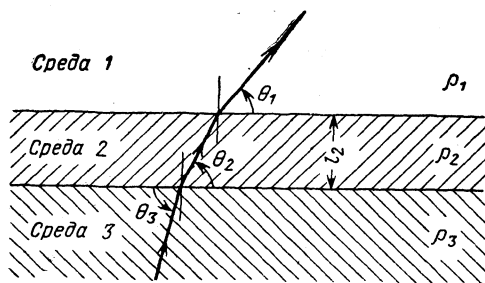


Рис. III.1. Ход луча в двухслойном образовании.

или полупрозрачную среду 2 с электрическими свойствами, отличными от свойств сред 3 и 1.

Прозрачные и полупрозрачные в СВЧ диапазоне покровы на поверхности излучающих объектов могут образовываться естественным путем и создаваться искусственно. Естественное образование прозрачных и полупрозрачных покровов с волновым сопротивлением  $\rho_2$ , отличающимся от волнового сопротивления излучающей среды  $\rho_3$ , может быть вызвано, например, выпадением осадков в виде снега и дождя, образованием ледяного покрова, высыханием и промерзанием верхнего слоя почвы и иными причинами. Указанные факторы приводят к тому, что земной покров, как правило, не является однородной средой. Поэтому при рассмотрении радиотеплового излучения реальных

земных покровов необходимо учитывать их слоистую структуру.

Рассмотрим радиотепловое излучение однородной среды с волновым сопротивлением  $\rho_3$ , заполняющей полубесконечное пространство, в среду 1 с волновым сопротивлением  $\rho_1$  через плоский слой полупрозрачной промежуточной среды 2 с волновым сопротивлением  $\rho_2$  (рис. III.1). Полагая,

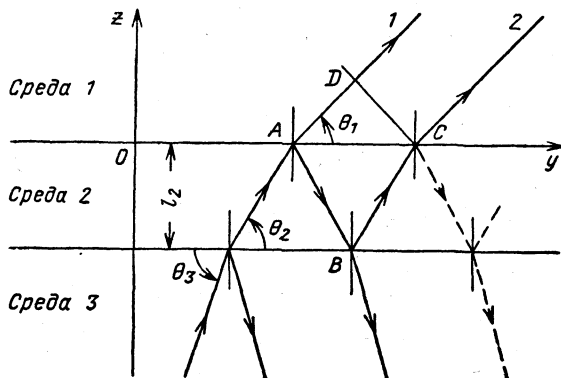


Рис. III.2. Формирование потока излучения.

что неровности на границах раздела сред 3—2 и 2—1 удовлетворяют критерию шероховатости Релея, найдем выражение для спектрального коэффициента излучательной способности горизонтально поляризованной составляющей среды 3

$$A_{f321\text{гор}} = 1 - R_{f321\text{гор}}^2. \quad (\text{III.1})$$

Пусть направление распространения потока радиотеплового излучения среды 3 лежит в плоскости  $yoz$  и составляет с поверхностью раздела сред 2—3, лежащей в плоскости  $xoy$ , угол скольжения  $\theta_3$  (рис. III.2). Будем считать, что из среды 3 в среду 1 через промежуточную среду 2 распространяется плоская электромагнитная волна, электрический вектор которой направлен по оси  $x$  (поперечная электрическая волна). В результате многократных отражений потока радиотеплового излучения среды 3 внутри промежуточного слоя 2 от границ раздела 2—1 и 2—3 в промежуточной и подстилающей средах будут существовать две результирующие волны — падающая и отраженная. В при-

нятой системе координат уравнения для составляющих векторов  $\dot{E}_x$  и  $\dot{H}_y$  падающей и отраженной волн в средах 2 и 3 и волны, прошедшей в среду 1, будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{3x} &= \rho_3 [Ae^{-jk_3(z+l_2)} \sin \theta_3 - Be^{jk_3(z+l_2)} \sin \theta_3] \times \\ &\quad \times e^{-jk_{3y} \cos \theta_3}, \\ \dot{H}_{3y} &= \sin \theta_3 [Ae^{-jk_3(z+l_2)} \sin \theta_3 + \\ &\quad + Be^{jk_3(z+l_2)} \sin \theta_3] e^{-jk_{3y} \cos \theta_3}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.2})$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{2x} &= \rho_2 (Ce^{-jk_2z} \sin \theta_2 - De^{jk_2z} \sin \theta_2) e^{-jk_{2y} \cos \theta_2}, \\ \dot{H}_{2y} &= \sin \theta_2 (Ce^{-jk_2z} \sin \theta_2 + De^{jk_2z} \sin \theta_2) e^{-jk_{2y} \cos \theta_2}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.3})$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{1x} &= \rho_1 Fe^{-jk_{1z} \sin \theta_1} e^{-jk_{1y} \cos \theta_1}, \\ \dot{H}_{1y} &= \sin \theta_1 Fe^{-jk_{1z} \sin \theta_1} e^{-jk_{1y} \cos \theta_1}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.4})$$

где  $k_3 = \omega \sqrt{\epsilon'_3 \mu_0} = \frac{2\pi f}{v_3}$  — волновое число среды 3;  $v_3$  — скорость распространения электромагнитной энергии в среде 3.

В выражениях для  $\dot{E}_x$  и  $\dot{H}_y$  множитель  $e^{j\omega t}$  везде опущен. В соответствии с методикой, принятой в [33], из (III.3), определим выходное сопротивление сред 2 и 1 со стороны среды 3 на границе раздела 2—3 (при  $z = -l_2$ ):

$$\begin{aligned} \rho_{\text{вх}21\text{гор}} &= \left( \frac{\dot{E}_{2x}}{\dot{H}_{2y}} \right)_{z=-l_2} = \frac{\rho_2}{\sin \theta_2} \times \\ &\times \frac{Ce^{jk_2 l_2} \sin \theta_2 - De^{-jk_2 l_2} \sin \theta_2}{Ce^{jk_2 l_2} \sin \theta_2 + De^{-jk_2 l_2} \sin \theta_2}. \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Согласно выражению (II.9), которое в принятой форме обозначения компонент поля  $\dot{E}_{2x}$  и  $\dot{H}_{2y}$  имеет вид

$$R_{21\text{гор}} = \frac{D}{C} = \frac{\rho_{\text{п}2\text{гор}} - \rho_{\text{п}1\text{гор}}}{\rho_{\text{п}2\text{гор}} + \rho_{\text{п}1\text{гор}}},$$

уравнение (III.5) записывается следующим образом:

$$\rho_{\text{вх}21\text{гор}} = \frac{\rho_{\text{п}1\text{гор}} \cos(k_2 l_2 \sin \theta_2) + j\rho_{\text{п}2\text{гор}} \sin(k_2 l_2 \sin \theta_2)}{\rho_{\text{п}2\text{гор}} \cos(k_2 l_2 \sin \theta_2) - j\rho_{\text{п}1\text{гор}} \sin(k_2 l_2 \sin \theta_2)} \rho_{\text{п}2\text{гор}}.$$

При  $z = -l_2$  отношение  $\dot{E}_{3x}/\dot{H}_{3y}$  должно быть также равно  $\dot{\rho}_{\text{вх}21\text{гор}}$ , т. е.

$$\left( \frac{\dot{E}_{3x}}{\dot{H}_{3y}} \right)_{z=-l_2} = \frac{\rho_3}{\sin \theta_3} \cdot \frac{A-B}{A+B} = \rho_{\text{п}3\text{гор}} \frac{A-B}{A+B} = \dot{\rho}_{\text{вх}21\text{гор}},$$

откуда

$$\dot{R}_{f321\text{гор}} = \frac{B}{A} = \frac{\rho_{\text{п}3\text{гор}} - \dot{\rho}_{\text{вх}21\text{гор}}}{\rho_{\text{п}3\text{гор}} + \dot{\rho}_{\text{вх}21\text{гор}}}.$$

Выражение для коэффициента отражения  $\dot{R}_{f321\text{гор}}$  после преобразований принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{R}_{f321\text{гор}} &= \frac{(\rho_{\text{п}1\text{гор}} + \rho_{\text{п}2\text{гор}})(\rho_{\text{п}3\text{гор}} - \rho_{\text{п}2\text{гор}}) e^{jk_2 l_2 \sin \theta_2} -}{(\rho_{\text{п}1\text{гор}} + \rho_{\text{п}2\text{гор}})(\rho_{\text{п}2\text{гор}} + \rho_{\text{п}3\text{гор}}) e^{jk_2 l_2 \sin \theta_2} +} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-(\rho_{\text{п}1\text{гор}} - \rho_{\text{п}2\text{гор}})(\rho_{\text{п}2\text{гор}} + \rho_{\text{п}3\text{гор}}) e^{-jk_2 l_2 \sin \theta_2}}{+(\rho_{\text{п}1\text{гор}} - \rho_{\text{п}2\text{гор}})(\rho_{\text{п}2\text{гор}} - \rho_{\text{п}3\text{гор}}) e^{-jk_2 l_2 \sin \theta_2}} = \\ &= \frac{R_{32\text{гор}} + R_{12\text{гор}} e^{-j2k_2 l_2 \sin \theta_2}}{1 + R_{12\text{гор}} R_{23\text{гор}} e^{-j2k_2 l_2 \sin \theta_2}} = \\ &= \frac{R_{32\text{гор}} + R_{21\text{гор}} e^{-j2k_2 l_2 \sin \theta_2}}{1 + R_{21\text{гор}} R_{32\text{гор}} e^{-j2k_2 l_2 \sin \theta_2}}. \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Равенство (III.6) справедливо для любого вида поляризации, поэтому в последующем индекс «гор» или «верт» у коэффициентов отражения и излучательной способности будем опускать.

Умножив  $\dot{R}_{f321}$  на величину сопряженную, найдем квадрат модуля коэффициента отражения

$$R_{f321}^2 = \frac{R_{21}^2 + R_{32}^2 + 2R_{21}R_{32} \cos(2k_2 l_2 \sin \theta_2)}{1 + R_{21}^2 R_{32}^2 \pm 2R_{21}R_{32} \cos(2k_2 l_2 \sin \theta_2)}, \quad (\text{III.7})$$

а затем и выражение для спектрального коэффициента излучения

$$A_{f321} = \frac{(1 - R_{21}^2)(1 - R_{32}^2)}{1 + R_{21}^2 R_{32}^2 \pm 2R_{21}R_{32} \cos(2k_2 l_2 \sin \theta_2)}. \quad (\text{III.8})$$

Из формул

$$R_{21} = \frac{\rho_{\text{п}2} - \rho_{\text{п}1}}{\rho_{\text{п}2} + \rho_{\text{п}1}}, \quad R_{32} = \frac{\rho_{\text{п}3} - \rho_{\text{п}2}}{\rho_{\text{п}3} + \rho_{\text{п}2}}.$$

следует, что знак плюс перед слагаемым  $2R_{21}R_{32} \times \cos(2k_2l_2 \sin \theta_2)$  в знаменателе (III.8) имеет место при соотношении приведенных волновых сопротивлений сред, удовлетворяющих неравенству

$$\rho_{п3} > \rho_{п2} > \rho_{п1}, \quad \rho_{п3} < \rho_{п2} < \rho_{п1}. \quad (\text{III.9})$$

Случаю

$$\rho_{п2} > \rho_{п3} > \rho_{п1}, \quad \rho_{п2} < \rho_{п3} < \rho_{п1} \quad (\text{III.10})$$

соответствует знак минус.

Как правило, промежуточная среда обладает потерями, т. е. является полупрозрачной средой. В этом случае коэффициенты отражения электромагнитной энергии от границ раздела сред 2—1 и 2—3

$$\dot{R}_{21} = R_{21}e^{j\varphi_{21}}, \quad \dot{R}_{23} = R_{23}e^{j\varphi_{23}} = -R_{32}e^{j\varphi_{32}}$$

и волновое число

$$k_2 = \alpha_2 - j\gamma_2$$

являются величинами комплексными.

Для неметаллических сред

$$\alpha_2 = \omega \sqrt{\epsilon_2 \mu_0} = \frac{2\pi f}{v_2},$$

$$\gamma_2 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left[ \frac{\epsilon_2' (\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta_2} - 1)}{2} \right]^{1/2}.$$

В случае, если  $\text{tg} \delta_2 \ll 1$ ,

$$\gamma_2 = \frac{\pi \text{tg} \delta_2 \sqrt{\epsilon_2'}}{\lambda_1}. \quad (\text{III.11})$$

Нетрудно видеть, что при  $\text{tg} \delta_2 = 0$   $\gamma_2 = 0$  и  $k_2 = \alpha_2$ .

Можно показать, что при комплексном характере волнового сопротивления промежуточной среды и равенстве термодинамических температур сред 2 и 3 ( $T_2 = T_3$ ) выражение (III.8) для спектрального коэффициента излучения принимает следующий вид

$$A_{f321} = \frac{(1 - R_{32}^2 e^{-2\tau_2})(1 - R_{21}^2)}{1 + R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2} \pm 2R_{21}R_{32} e^{-\tau_2} \cos(\varphi_{21} + \varphi_{23} + 2k_2 l_2 \sin \theta_2)}, \quad (\text{III.12})$$

где  $\tau_2$  определяется из (II.15).

Согласно (III.8) и (III.12) спектральный коэффициент излучения двухслойной среды осцилляторно зависит

от толщины полупрозрачного слоя  $l_2$ . При  $l_2 = \text{const}$  коэффициент излучения  $A_{f321}$  является осциллирующей функцией угла  $\theta$ .

Расчетные графики рис. III.3 иллюстрируют изменение спектрального коэффициента излучения в полосе частот  $\Delta f = 9 \div 11$  ГГц среды с  $\rho_3 = 50$  ом в зависимости от толщины  $l_2$  прозрачного слоя вещества с  $\rho_2 = 200$  ом. (Примерно такими волновыми сопротивлениями обладают

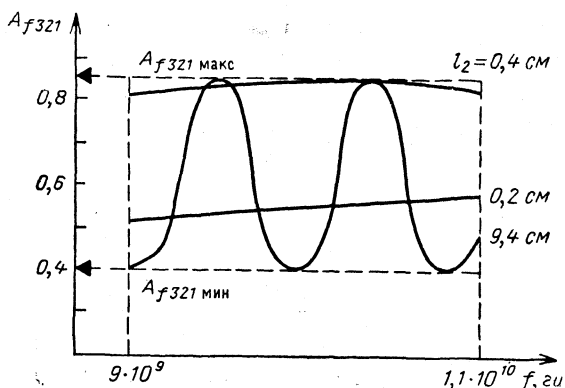


Рис. III.3. Зависимость спектрального коэффициента излучения двухслойного образования от частоты при  $\rho_2 = 200$  ом,  $\rho_3 = 50$  ом,  $\theta_1 = 90^\circ$ .

в СВЧ диапазоне пресная вода и пресный лед.) Из рис. III.3 видно, что с увеличением толщины прозрачного слоя распределение спектрального коэффициента излучения рассматриваемой двухслойной среды в полосе частот  $\Delta f = 2000$  МГц все более отличается от равномерного и при  $l_2 > v_2/2\Delta f$  огибающая  $A_{f321}$  содержит несколько периодов осцилляции. Из выражения (III.12) следует, что с увеличением оптической толщины полупрозрачного слоя амплитуда осцилляций  $A_{f321}$  будет уменьшаться. Это уменьшение амплитуды осцилляции спектрального коэффициента излучения обусловлено увеличением поглощения в среде 2 электромагнитной энергии суммарного потока излучения обеих сред, отраженной от границ раздела 2—1 и 2—3.

На рис. III.4 приведен график, отражающий изменение спектрального коэффициента излучения горизонтально поляризованной составляющей двухслойного образования

в зависимости от угла скольжения  $\theta_1$ . Как и в предыдущем случае, график рис. III.4 рассчитан для случая  $\rho_3 = 50$  ом и  $\rho_2 = 200$  ом.

Можно показать, что при изменении угла скольжения в пределах от 0 до  $90^\circ$  число экстремальных точек (максимумов и минимумов) у коэффициента излучательной способности  $A_{\theta 321}$  связано

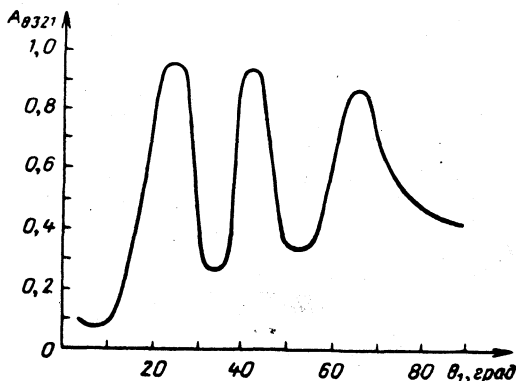


Рис. III.4. Зависимость спектрального коэффициента излучения от угла скольжения  $\theta_1$  при толщине слоя  $l_2 = 160$  см,  $\rho_2 = 200$  ом,  $\rho_3 = 50$  ом на  $f = 1$  Гц.

с параметрами сред 1 и 2 и длиной волны  $\lambda_1$  следующим уравнением:

$$n^2 + \frac{8l_2\rho_2}{\rho_1\lambda_1} n - \frac{16\rho_1^4 l_2^2}{\lambda_1^2 \rho_1^2 (\rho_1^2 - \rho_2^2)} = 0.$$

Как следует из рис. III.4, длительность периодов осцилляции  $A_{\theta 321}$ , выраженная в единицах угла скольжения  $\theta_1$ , в пределах диапазона изменения углов от 0 до  $90^\circ$  является величиной переменной. Это объясняется следующим. Из выражения (III.8) видно, что длительность периода осцилляции  $A_{\theta 321}$  при  $l_2 = \text{const}$  зависит от приращения угла  $\theta_2$ , являющегося функцией угла скольжения  $\theta_1$ , т. е.

$$\theta_2 = \arccos \frac{\rho_2}{\rho_1} \cos \theta_1. \quad (\text{III.13})$$

Существование подобной зависимости и определяет тот факт, что период осцилляции  $A_{\theta 321}$  оказывается наиболее коротким в средней части области изменений угла  $\theta_1$ . Бóльшая длительность периода осцилляции  $A_{\theta 321}$  в области углов скольжения, примыкающих к углу  $\theta_1 = 90^\circ$ , вызвана медленным изменением параметра  $l_2 \cos \theta_2$ . Уменьшением скорости изменения угла  $\theta_2$  по сравнению со скоростью изменения угла  $\theta_1$  объясняется бóльшая длительность периода осцилляции  $A_{\theta 321}$  в области малых углов скольжения.



Из графиков, приведенных на рис. III.3 и III.4, следует, что величина спектрального коэффициента излучения двухслойной (и многослойной) среды может изменяться в значительных пределах. Нетрудно видеть, что в случае приема радиотеплового излучения двухслойного образования с помощью радиометрического устройства с полосой пропускания СВЧ тракта и диаграммой направленности приемной антенны, не превышающих периодов осцилляции  $A_{f_{321}}$  и  $A_{\theta_{321}}$ , могут быть зарегистрированы радиояркие температуры, как впервые указал С. М. Рытов [1], отличные от значений температур, предопределяемых законом Планка.

Прием радиотеплового излучения осуществляется с помощью радиометрических устройств, для повышения флюктуационной чувствительности которых полосу пропускания  $\Delta f$  СВЧ тракта стремятся получить возможно большей. Отклик радиометрического приемника на радиотепловое излучение двухслойной среды существенно зависит от соотношения полосы пропускания СВЧ тракта и длительности периода осцилляции спектрального коэффициента излучения. Значение коэффициента излучения двухслойной среды в полосе частот  $\Delta f = f_{\max} - f_{\min}$  может быть вычислено с помощью выражения

$$A_{\Sigma 321} = \frac{1}{\Delta f} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} A_{f_{321}} df. \quad (\text{III.14})$$

Интегрируя (III.12), получаем

$$A_{\Sigma 321} = \frac{2(1 - R_{32}^2 e^{-2\tau_2}(1 - R_{21}^2))}{q(1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2})} \times \\ \times \left[ \arctg \left( S \operatorname{tg} \frac{q f_{\max}}{2} \right) - \arctg \left( S \operatorname{tg} \frac{q f_{\min}}{2} \right) \right]. \quad (\text{III.15})$$

Здесь  $q = 2k_2 l_2 \sin \theta_2$ . Параметр  $S$  в зависимости от соотношения приведенных волновых сопротивлений сред принимает одно из значений:

$$S = \frac{1 + R_{21} R_{32} e^{-\tau_2}}{1 - R_{21} R_{32} e^{-\tau_2}}$$

либо

$$S = \frac{1 - R_{21} R_{32} e^{-\tau_2}}{1 + R_{21} R_{32} e^{-\tau_2}}.$$

Выражение (III. 15) справедливо в предположении, что  $\varphi_{21}$  и  $\varphi_{23}$  в равенстве (III. 12) равны нулю. Как известно, в СВЧ диапазоне фазовым сдвигом  $\varphi_{21}$  и  $\varphi_{23}$  для всех реальных сред, включая морскую воду (рис. III. 5), можно пренебречь.

Нетрудно показать, что спектральный коэффициент излучения двухслойного образования осциллирует отно-

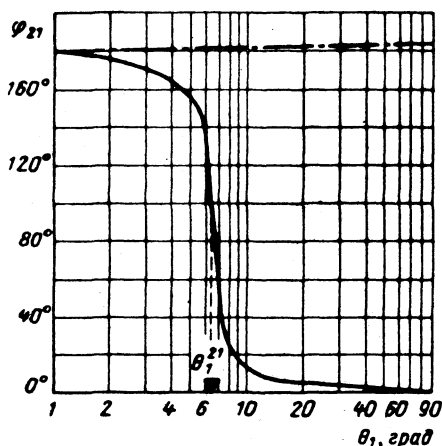


Рис. III.5. Зависимость фазы коэффициента отражения поверхности морской воды от угла скольжения на  $f = 5$  Гцц:

— вертикальная поляризация; - - - горизонтальная поляризация.

сительно среднего значения, определяемого уравнением

$$A_{f321} = \int_0^{2\pi} A_{f321} d\varphi = \frac{(1 - e^{-2\tau_2} R_{32}^2)(1 - R_{21}^2)}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2}}, \quad (\text{III.16})$$

к которому стремится  $A_{\Sigma 321}$  при усреднении большого числа осцилляций  $A_{f321}$ .

Как показано в [1],  $A_{\Sigma 321} = A_{321}$  в случае, если

$$\frac{\Delta f}{f} \gg \frac{\lambda_2}{l_2 \sin \theta_2}. \quad (\text{III.17})$$

Здесь  $\lambda_2$  — длина волны в полупрозрачном слое 2.

Выражение (III.16) для среднего коэффициента излучения двухслойной среды можно получить иным путем, если рассматривать радиотепловое излучение, поступающее в среду 1 через полупрозрачную среду 2, как суперпозицию следующих излучений (рис. III.6):

— излучения среды 3, проникающего в среду 1 через границу раздела 3—2, среду 2 и границу раздела 2—1,  
 — излучения среды 2, проникающего через границу раздела 2—1,

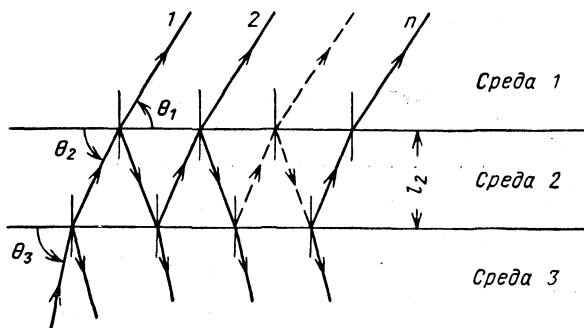


Рис. III.6. Схема формирования потока излучения в слоистой среде.

— излучений сред 3 и 2, вышедших из слоя промежуточной среды после многократных отражений от границ раздела 2—1 и 2—3.

Яркостную температуру радиотеплового излучения среды 3 в среде 1 можно представить в виде суммы следующих слагаемых:

$$\left. \begin{aligned} & T_3 (1 - R_{32}^2) (1 - R_{21}^2) e^{-\tau_2}, \\ & T_3 (1 - R_{32}^2) (1 - R_{21}^2) R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-3\tau_2}, \\ & \dots \dots \dots \\ & T_3 (1 - R_{32}^2) (1 - R_{21}^2) R_{21}^{2n} R_{32}^{2n} e^{-(2n+1)\tau_2}. \end{aligned} \right\}$$

Результирующая яркостная температура в рассматриваемом случае определяется равенством

$$\begin{aligned} T_{я31}^* &= T_3 (1 - R_{32}^2) (1 - R_{21}^2) e^{-\tau_2} \sum_{n=0}^{\infty} (R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2})^n = \\ &= \frac{T_3 (1 - R_{32}^2) (1 - R_{21}^2) e^{-\tau_2}}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2}}. \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

В приведенных выражениях  $R_{21}$  и  $R_{32}$  — коэффициенты отражения электромагнитной энергии от границ раздела сред 2—1 и 3—2;  $T_3$  — термодинамическая температура равномерно прогретой среды 3;  $\tau_2$  — оптическая глубина полупрозрачного слоя 2.

Наряду с потоком теплового радиоизлучения среды 3 в среде 1 существует поток теплового радиоизлучения среды 2.

Яркостная температура собственного радиотеплового излучения среды 2 в среде 1 складывается из составляющих

$$\left. \begin{aligned} & T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2), \\ & T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) R_{32}^2 e^{-\tau_2}, \\ & T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) R_{32}^2 R_{21}^2 e^{-2\tau_2}, \\ & T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) R_{32}^4 R_{21}^2 e^{-3\tau_2}, \\ & T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) R_{32}^4 R_{21}^4 e^{-4\tau_2}, \\ & T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) R_{32}^6 R_{21}^4 e^{-5\tau_2}, \\ & \dots \dots \dots \end{aligned} \right\}$$

Результирующее значение яркостной температуры радионизлучения среды 2 в среде 1 равно

$$\begin{aligned} T_{я21}^* &= T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) [1 + R_{32}^2 e^{-\tau_2} + \\ &+ R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2} + R_{21}^2 R_{32}^4 e^{-3\tau_2} + R_{21}^4 R_{32}^2 e^{-4\tau_2} + \\ &+ R_{21}^4 R_{32}^6 e^{-5\tau_2} + \dots] = T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) [1 + R_{32}^2 e^{-\tau_2} + \\ &+ (1 + R_{32}^2 e^{-\tau_2}) R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2} + (1 + R_{32}^2 e^{-\tau_2}) \times \\ &\times R_{21}^4 R_{32}^4 e^{-4\tau_2} + \dots + (1 + R_{32}^2 e^{-\tau_2}) R_{21}^{2n} R_{32}^{2n} e^{-2n\tau_2}] = \\ &= T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) (1 + R_{32}^2 e^{-\tau_2}) \sum_{n=0}^{\infty} (R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2})^n = \\ &= \frac{T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 - R_{21}^2) (1 + R_{32}^2 e^{-\tau_2})}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2}}. \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

Здесь  $T_2$  — термодинамическая температура среды 2.

Таким образом, суммарная яркостная температура излучения сред 2 и 3, регистрируемая в среде 1, определяется равенством  $T_{я321} = T_{я21}^* + T_{я31}^*$ , т. е.

$$T_{я321} = \frac{[T_3 (1 - R_{32}^2) e^{-\tau_2} + T_2 (1 - e^{-\tau_2}) (1 + R_{32}^2 e^{-\tau_2})] (1 - R_{21}^2)}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2}}. \quad (\text{III.20})$$

Термодинамическая температура промежуточных сред в естественных условиях изменяется в небольших пределах, поэтому в дальнейшем будем полагать, что термодинамические температуры сред 2 и 3 равны  $T_3$ . В этом случае суммарная температура излучения обеих сред, регистрируемая в среде 1, определится выражением

$$T_{я321} = \frac{T_3 (1 - R_{32}^2 e^{-2\tau_2}) (1 - R_{21}^2)}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2}} = T_3 A_{321}. \quad (\text{III.21})$$

При радиометрических измерениях в зависимости от толщины слоя  $l_2$  и величины коэффициента затухания  $\gamma_2$  оптическая глубина промежуточного слоя может быть очень малой ( $\tau_2 \ll 1$ ), иметь конечное значение и быть весьма большой ( $\tau_2 \gg 1$ ). Рассмотрим закономерности радиотеплового излучения двухслойной среды в зависимости от оптической глубины слоя 2. При этом будем исследовать закономерности изменения среднего значения яркостной температуры и среднего значения коэффициента излучения, определяемых выражением (III. 21). С целью упрощения термин «среднее значение» в последующем изложении будем опускать.

## 2. РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЫ ПРИ СЛАБОМ ПОГЛОЩЕНИИ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СЛОЕ

Найдем закономерности радиотеплового СВЧ излучения двухслойного образования, как и прежде полагая, что волновые сопротивления сред — величины вещественные. В том случае, когда  $T_2 = T_3$  и промежуточная среда радиопрозрачна, выражение (III. 21) принимает вид

$$T_{я321} = T_3 A_{321} = \frac{T_3 (1 - R_{21}^2) (1 - R_{32}^2)}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2}. \quad (\text{III. 22})$$

Из сравнения выражения (III. 22) с выражением

$$T_{я31} = T_3 A_{31} = T_3 (1 - R_{31}^2) \quad (\text{III. 23})$$

для яркостной температуры излучения среды 3 в среде 1 при условии отсутствия промежуточной среды следует, что наличие среды 2 между средами 1 и 3 вызывает изменение яркостной температуры, регистрируемой в среде 1, на величину, пропорциональную разности коэффициентов излучательной способности  $A_{31}$  и  $A_{321}$ .

Величины модулей коэффициентов отражений  $R_{21}$ ,  $R_{31}$  и  $R_{23} = R_{32}$ , входящих в выражения для коэффициентов излучательной способности  $A_{31}$  и  $A_{321}$ , определяются соотношениями волновых сопротивлений соответствующих сред и при  $\text{tg } \delta_2 \ll 1$  могут быть вычислены с помощью уравнений:

$$\begin{aligned} R_{21\text{верт}} &= \frac{\rho_{п2\text{верт}} - \rho_{п1\text{верт}}}{\rho_{п2\text{верт}} + \rho_{п1\text{верт}}}, \\ R_{21\text{гор}} &= \frac{\rho_{п2\text{гор}} - \rho_{п1\text{гор}}}{\rho_{п2\text{гор}} + \rho_{п1\text{гор}}}, \end{aligned} \quad (\text{III. 24})$$

$$R_{31\text{верт}} = \frac{\rho_{п3\text{верт}} - \rho_{п1\text{верт}}}{\rho_{п3\text{верт}} + \rho_{п1\text{верт}}}, \quad (III.25)$$

$$R_{31\text{гор}} = \frac{\rho_{п3\text{гор}} - \rho_{п1\text{гор}}}{\rho_{п3\text{гор}} + \rho_{п1\text{гор}}},$$

$$R_{32\text{верт}} = \frac{\rho_{п3\text{верт}} - \rho_{п2\text{верт}}}{\rho_{п3\text{верт}} + \rho_{п2\text{верт}}}, \quad (III.26)$$

$$R_{32\text{гор}} = \frac{\rho_{п3\text{гор}} - \rho_{п2\text{гор}}}{\rho_{п3\text{гор}} + \rho_{п2\text{гор}}}.$$

В выражениях (III.24) — (III.26)

$$\begin{aligned} \rho_{п1\text{верт}} &= \rho_1 \sin \theta_1; \quad \rho_{п2\text{верт}} = \rho_2 \sin \theta_2; \\ \rho_{п3\text{верт}} &= \rho_3 \sin \theta_3; \end{aligned} \quad (III.27)$$

$$\rho_{п1\text{гор}} = \frac{\rho_1}{\sin \theta_1}; \quad \rho_{п2\text{гор}} = \frac{\rho_2}{\sin \theta_2}; \quad \rho_{п3\text{гор}} = \frac{\rho_3}{\sin \theta_3}. \quad (III.28)$$

Если среды 1, 2, 3 являются немагнитными, углы скольжения  $\theta_2$  и  $\theta_3$  при заданном значении  $\theta_1$  и известных  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  и  $\rho_3$  могут быть вычислены с помощью закона Снеллиуса, т. е.

$$\rho_2 \cos \theta_1 = \rho_1 \cos \theta_2, \quad (III.29)$$

$$\rho_3 \cos \theta_2 = \rho_2 \cos \theta_3. \quad (III.30)$$

Путем совместного решения (III.29) и (III.30) нетрудно получить уравнение

$$\rho_3 \cos \theta_1 = \rho_1 \cos \theta_3. \quad (III.31)$$

Из (III.31) следует, что угол скольжения  $\theta_3$ , под которым радиотепловое излучение среды 3 через среду 2 распространяется в среду 1, не зависит от электрических свойств промежуточной среды и определяется только соотношением волновых сопротивлений сред 1 и 3. Вследствие существования подобной зависимости графики, отражающие изменения  $\rho_{п2\text{верт}}$  и  $\rho_{п2\text{гор}}$  при изменении угла  $\theta_1$  в воздухе, как и выражения (II.23) и (II.24), после соответствующей замены индексов оказываются справедливыми для приведенных сопротивлений среды 3.

На рис. III.7, III.8 и III.9 показаны зависимости приведенных волновых сопротивлений сред с  $\rho_1 = 377 \text{ ом}$  (волновое сопротивление вакуума),  $\rho_2 = \text{var}$  и  $\rho_3 = 150$  и  $350 \text{ ом}$  от угла скольжения  $\theta_1$ . Из рассмотрения кривых, отражающих изменение приведенных волновых сопротивлений сред для вертикально поляризованной составляющей электромагнитного излучения (рис. III.7 и III.8), следует, что независимо от соотношения волновых сопротивлений сред в некотором диапазоне углов скольжения выполняется неравенство

$$\rho_{п3\text{верт}} \geq \rho_{п2\text{верт}} \geq \rho_{п1\text{верт}}, \quad (III.32)$$

тогда как для остальных значений  $\theta_1$  оказывается справедливым неравенство

$$\rho_{п2\text{верт}} \geq \rho_{п3\text{верт}} \geq \rho_{п1\text{верт}}. \quad (III.33)$$

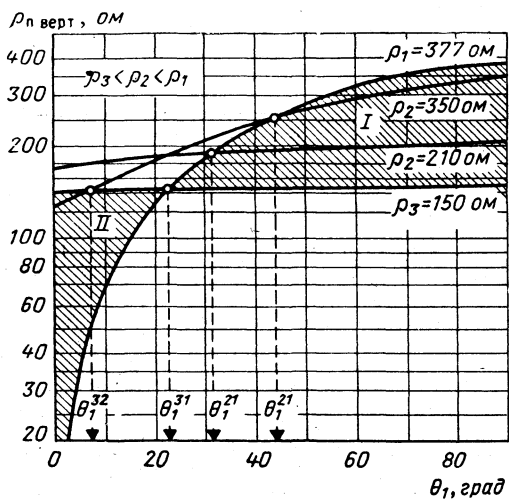


Рис. III.7. К определению углов Брюстера излучения двухслойного образования ( $\rho_1 = 377$  ом,  $\rho_3 = 150$  ом).

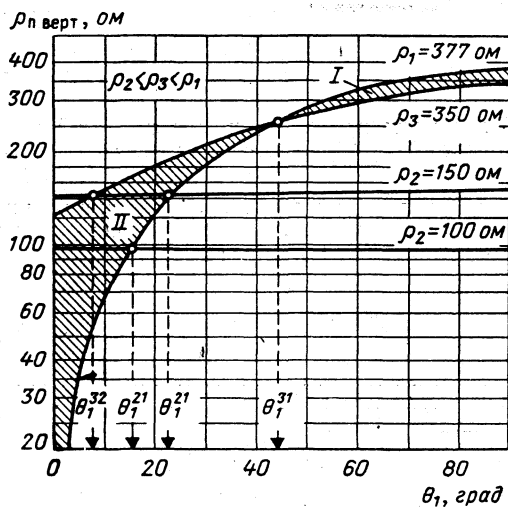


Рис. III.8. К определению углов Брюстера излучения двухслойного образования ( $\rho_1 = 377$  ом,  $\rho_3 = 350$  ом).

В отличие от рассмотренного выше случая соотношение между приведенными волновыми сопротивлениями сред для горизонтально поляризованной составляющей электромагнитного излучения

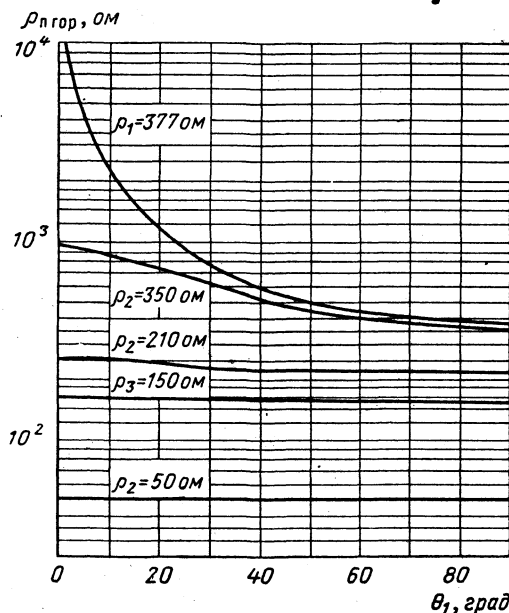


Рис. III.9. Зависимость приведенных сопротивлений  $\rho_{пгор}$  сред, образующих двухслойное образование, от угла скольжения  $\theta_1$ .

(рис. III.9) однозначно определяется значениями их волновых сопротивлений. Так, например, если для волновых сопротивлений сред 1, 2 и 3 выполняется неравенство

$$\rho_3 < \rho_2 < \rho_1 \quad (\text{III.34})$$

или

$$\rho_2 < \rho_3 < \rho_1, \quad (\text{III.35})$$

то для приведенных волновых сопротивлений  $\rho_{пгор}$  во всем диапазоне углов скольжения от 0 до 90° соответственно справедливы неравенства

$$\rho_{п3гор} < \rho_{п2гор} < \rho_{п1гор}$$

или

$$\rho_{п2гор} < \rho_{п3гор} < \rho_{п1гор}.$$

Можно показать, что, если приведенное волновое сопротивление оптически прозрачного слоя 2 удовлетворяет



неравенству (III. 33), происходит уменьшение излучательной способности среды 3 в среду 1 ( $A_{321} < A_{31}$ ). В самом деле, коэффициент излучательной способности  $A_{321}$  при  $\tau_2 \ll 1$  может быть представлен в виде произведения трех коэффициентов

$$A_{321} = A_{21} A_{32} B_{321}, \quad (\text{III. 36})$$

в котором  $A_{21} = 1 - R_{21}^2$  — коэффициент излучательной способности среды 2 в среду 1;  $A_{32} = 1 - R_{32}^2$  — коэффициент излучательной способности среды 3 в среду 2;  $B_{321} = \frac{1}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2}$  — коэффициент, учитывающий увеличение излучательной способности среды 3 в среду 1 за счет многократных отражений потока излучения в промежуточном слое 2.

Рассматривая выражения (III. 24) и (III. 25), можно видеть, что при выполнении неравенства (III. 33) для коэффициентов  $A_{21}$  и  $A_{31}$  выполняется условие  $A_{21} < A_{31}$ . Так как произведение

$$A_{32} B_{321} = (1 - R_{32}^2) / (1 - R_{21}^2 R_{32}^2)$$

всегда меньше единицы, то при  $\rho_{п2} > \rho_{п3} > \rho_{п1}$  или  $\rho_{п2} < \rho_{п3} < \rho_{п1}$  для коэффициентов излучательной способности выполняется неравенство  $A_{321} < A_{31}$ .

Уменьшение излучательной способности среды 3 в среду 1 за счет присутствия среды 2, для приведенного волнового сопротивления которой выполняется неравенство (III. 33), объясняется увеличением суммарной мощности потоков теплового радиоизлучения среды 3, отраженных от двух границ раздела 3—2 и 2—1, по сравнению с величиной потока, отраженного от одной границы раздела 3—1 (в случае отсутствия промежуточной среды). Подобное воздействие промежуточной среды на коэффициент излучательной способности среды 3 в среду 1 будем называть рассогласующим или затеняющим.

В том случае, когда радиотепловое излучение среды 3 распространяется в среду 1 через прозрачную среду 2 и при этом выполняется условие (III. 32), для коэффициентов излучательной способности оказывается справедливым неравенство  $A_{321} > A_{31}$ . Увеличение коэффициента излучательной способности среды 3 в среду 1 в присутствии среды 2, приведенное волновое сопротивление которой удовлетворяет неравенству (III. 32), обусловлено

согласованием среды 3 со средой 1 за счет воздействия промежуточной прозрачной среды. В результате проявления этого воздействия суммарная мощность потоков, отраженных от двух границ раздела сред 3—2 и 2—1, оказывается меньше мощности потока, отраженного от одной границы раздела сред 3—1, т. е. при отсутствии среды 2. Вследствие этого в случае выполнения неравенства (III. 32) промежуточная прозрачная среда играет роль согласующей. По аналогии с терминологией, принятой в оптике, подобное воздействие промежуточной среды следует назвать просветляющим.

Определим значение приведенного волнового сопротивления промежуточной среды, при котором достигается наилучшее согласование сред 1 и 3, когда коэффициент излучательной способности  $A_{321}$  принимает максимальное значение. Для этого выражение (III. 22) для  $A_{321}$  на основании уравнений (III. 24) и (III. 26) приведем к виду

$$A_{321} = \frac{16\rho_{п1}\rho_{п2}^2\rho_{п3}}{(\rho_{п2} + \rho_{п1})^2 (\rho_{п3} + \rho_{п2})^2 - (\rho_{п2} - \rho_{п1})^2 (\rho_{п3} - \rho_{п2})^2}.$$

Исследование полученного равенства на максимум показывает, что  $A_{321}$  достигает наибольшего значения при

$$\rho_{п2} = \sqrt{\rho_{п1}\rho_{п3}}. \quad (\text{III. 37})$$

Как известно из электродинамики, выполнение равенства (III. 37) является одним из условий, обеспечивающим в средах 1 и 3 режим бегущей волны при распространении электромагнитной энергии из среды 3 в среду 1 через среду 2 (или наоборот).

Таким образом, промежуточная оптически прозрачная среда оказывает просветляющее воздействие на радиотепловое излучение подстилающей среды в том случае, когда приведенные волновые сопротивления сред удовлетворяют неравенству (III. 32); при выполнении неравенства (III. 33) промежуточная среда будет играть рассогласующую роль.

Выявленные закономерности позволяют оценить характер воздействия промежуточной среды на вертикально и горизонтально поляризованные составляющие радиотеплового излучения подстилающей среды в зависимости от угла скольжения  $\theta_1$  при различных соотношениях волновых сопротивлений сред.

Рассмотрим эту зависимость для вертикально поляризованной составляющей. Из выражения (III. 27) следует, что крутизна кри-

вой, отражающей изменение приведенного волнового сопротивления от угла скольжения для электромагнитных излучений с вертикальной поляризацией, увеличивается с ростом волнового сопротивления сред. Поскольку среди других сред воздух обладает наибольшим волновым сопротивлением, кривые  $\rho_{\text{пверт}}(\theta_1)$  и  $\rho_{\text{пзверт}}(\theta_1)$  всегда будут пересекаться в точке, соответствующей углу скольжения

$$\theta_1^{21} = \arctg \frac{\rho_3}{\rho_1}. \quad (\text{III.38})$$

При этом в области углов  $\theta_1 > \theta_1^{21}$  (область I на рис. III.7 и III.8) для приведенных волновых сопротивлений сред 1 и 3 выполняется условие  $\rho_{\text{пверт}} > \rho_{\text{пзверт}}$ , а в области углов скольжения  $\theta_1 < \theta_1^{21}$  (область II) — условие  $\rho_{\text{пверт}} < \rho_{\text{пзверт}}$ . Нетрудно видеть, что среда 2 является просветляющей лишь в тех случаях, когда кривая  $\rho_{\text{пзверт}}(\theta_1)$  лежит между кривыми  $\rho_{\text{пверт}}(\theta_1)$  и  $\rho_{\text{пзверт}}(\theta_1)$ , т. е. в заштрихованных областях I и II на рис. III.7 и III.8.

Построения, выполненные на рис. III.7, показывают, что при  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  среда 2 выступает в качестве согласующей в области углов скольжения, лежащих в окрестности  $\theta_1 = 90^\circ$ . При этом начало участка согласования на оси абсцисс определяется углом Брюстера для вертикально поляризованной составляющей излучения среды 3, распространяющейся через среду 2 в среду 1 (и наоборот), равным

$$\theta_1^{21} = \arctg \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (\text{III.39})$$

Как уже указывалось, при угле Брюстера имеет место равенство приведенных волновых сопротивлений сред 1, 2:

$$\rho_1 \sin \theta_1 = \rho_2 \sin \theta_2, \quad (\text{III.40})$$

при этом угол  $\theta_1^{21}$  не может быть больше  $45^\circ$ .

Левее точки  $\theta_1^{21}$  на оси абсцисс лежит область значений углов скольжения, где промежуточная среда оказывает на радиотепловое излучение подстилающей среды рассогласующее воздействие. Границы участка, в пределах которого выполняется условие (III.33), определяются неравенством  $\theta_1^{32} < \theta_1 < \theta_1^{21}$ . Здесь

$$\theta_1^{32} = \arccos \sqrt{\frac{\rho_1^2}{\rho_2^2 + \rho_3^2}} \quad \text{при } \rho_2 \neq \rho_3 \quad (\text{III.41})$$

— угол Брюстера для вертикально поляризованной составляющей при распространении электромагнитного излучения из среды 3 в среду 2 (и наоборот). При угле скольжения  $\theta_1^{32}$  выполняется следующее равенство:

$$\rho_2 \sin \theta_2 = \rho_3 \sin \theta_3. \quad (\text{III.42})$$

Из анализа выражения (III.41) следует, что угол Брюстера может иметь место лишь при выполнении неравенства

$$\rho_2^2 + \rho_3^2 > \rho_1^2. \quad (\text{III.43})$$

Если это условие не выполняется, угол, под которым поток радиотеплового излучения среды 3 распространяется в среду 1

через оптически прозрачную среду 2, не достигает угла Брюстера, и промежуточная среда оказывает рассогласующее воздействие на излучение среды 3 в диапазоне углов скольжения от  $0^\circ$  до  $\theta_1^{32}$ . В том случае, когда волновые сопротивления сред удовлетворяют условию (III.43), на участке оси абсцисс  $0^\circ \div \theta_1^{32}$  промежуточная среда оказывается просветляющей. Графики рис. III.10 позволяют определить область существования угла Брюстера  $\theta_1^{32}$  при  $\rho_2 \neq \rho_3$ .

Таким образом, в том случае, когда волновые сопротивления сред удовлетворяют неравенству  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  и выполняется

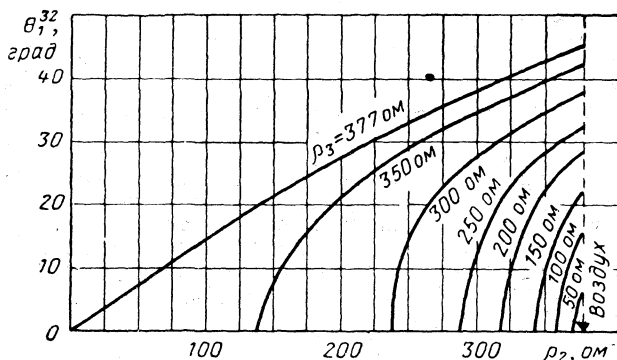


Рис. III.10. Зависимость угла скольжения  $\theta_1^{32}$  от соотношения волновых сопротивлений сред 2 и 3 при  $\rho_1 = 377$  Ом (воздух).

условие  $\rho_2^2 + \rho_3^2 > \rho_1^2$ , промежуточная среда является просветляющей для значений углов скольжения  $0^\circ \div \theta_1^{32}$ ,  $\theta_1^{31} \div 90^\circ$  и затеняющей при  $\theta_1^{32} < \theta_1 < \theta_1^{31}$ . Если условие (III.43) не выполняется, то просветляющее воздействие наблюдается от  $\theta_1^{31}$  до  $90^\circ$ , а затеняющее воздействие — от  $0^\circ$  до  $\theta_1^{31}$ . Построения рис. III.7 для  $\rho_2 = 350$  Ом и 210 Ом отражают соответственно первый и второй рассматриваемые случаи.

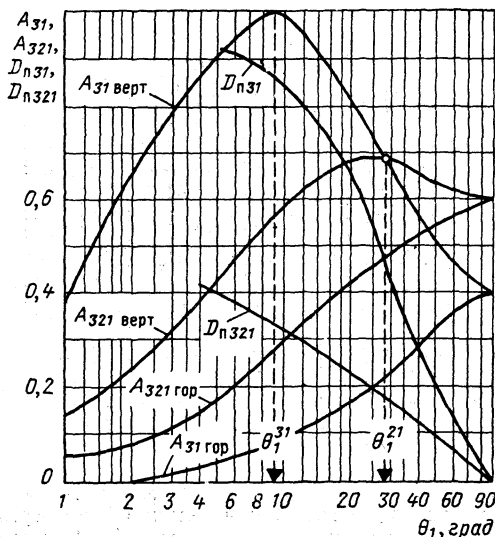
В случае, представленном на рис. III.11, условие (III.43) не выполняется, эффект согласования для вертикально поляризованной составляющей среды 3 наблюдается только на одном участке для углов  $\theta_1^{31} \div 90^\circ$ , а эффект рассогласования — в диапазоне углов  $0^\circ < \theta_1 < \theta_1^{31}$ . В результате согласующего воздействия коэффициент излучательной способности  $A_{321}$  верт при значениях угла скольжения  $\theta_1^{31} \div 90^\circ$  превышает коэффициент излучательной способности  $A_{31}$  верт, тогда как для  $0^\circ < \theta_1 < \theta_1^{31}$  справедливо обратное соотношение ( $A_{31}$  верт  $> A_{321}$  верт).

Как уже отмечалось, волновым сопротивлением, близким к 50 Ом, в СВЧ диапазоне обладает вода, волновым сопротивлением 210 Ом — пресный лед.

Графики рис. III.12 отражают закономерности изменения коэффициентов излучательной способности  $A_{321}$  верт и  $A_{31}$  верт при соотношении волновых сопротивлений сред, удовлетворяющих неравенству (III.43). В этом случае наблюдаются два участка,

где прозрачная промежуточная среда оказывает согласующее воздействие на радиотепловое излучение подстилающей среды и  $A_{321}$  верт оказывается больше  $A_{31}$  верт.

Перейдем к рассмотрению зависимости воздействия оптически прозрачной промежуточной среды на вертикально поляризованную составляющую радиотеплового излучения подстилающей среды при  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$ . В подобном случае промежуточная среда 2 всегда выступает в качестве рассогласующей в области углов



**Рис. III.11.** Графики зависимости коэффициента излучательной способности среды с  $\rho_3 = 50$  ом при наличии промежуточной среды с  $\rho_2 = 210$  ом ( $A_{321}$ ) и в случае ее отсутствия ( $A_{31}$ ) от угла скольжения  $\theta_1$  ( $\rho_1 = 377$  ом).

скольжения  $\theta_1^{31} \div 90^\circ$ . При невыполнении условия (III.43) область углов  $\theta_1$ , в которой среда 2 оказывается согласующей, лежит в пределах  $0^\circ \div \theta_1^{31}$ . Если  $\rho_2^2 + \rho_3^2 > \rho_1^2$ , то среда 2 оказывает согласующее воздействие при приеме излучений под углами  $\theta_1^{32} > \theta_1 > \theta_1^{31}$ . С уменьшением волнового сопротивления  $\rho_2$  угол скольжения  $\theta_1^{32}$  смещается в область меньших значений и при  $\rho_2^2 + \rho_3^2 = \rho_1^2$  обращается в нуль. Этим и объясняется тот факт, что при  $\rho_2^2 + \rho_3^2 < \rho_1^2$  минимальное значение угла  $\theta_1$ , при котором среда 2 начинает играть согласующую роль, равно нулю. Нетрудно видеть, что в случае выполнения условия (III.43) в диапазоне углов  $0^\circ \div \theta_1^{32}$ , среда 2 оказывает на излучение подстилающей среды рассогласующее воздействие.

Таким образом, при  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$  и выполнении условия  $\rho_2^2 + \rho_3^2 > \rho_1^2$  для вертикально поляризованной составляющей

излучения подстилающей среды промежуточная среда будет просветляющей для значений углов скольжения  $\theta_1^{21} \div \theta_1^{32}$  и затеняющей для значений углов скольжения  $0^\circ \div \theta_1^{32}$  и  $\theta_1^{21} \div 90^\circ$ . В случае, если  $\rho_2^3 + \rho_3^2 \leq \rho_1^2$ , просветляющее воздействие среды 2 наблюдается в области углов  $0^\circ \div \theta_1^{21}$ , а затеняющее воздействие имеет

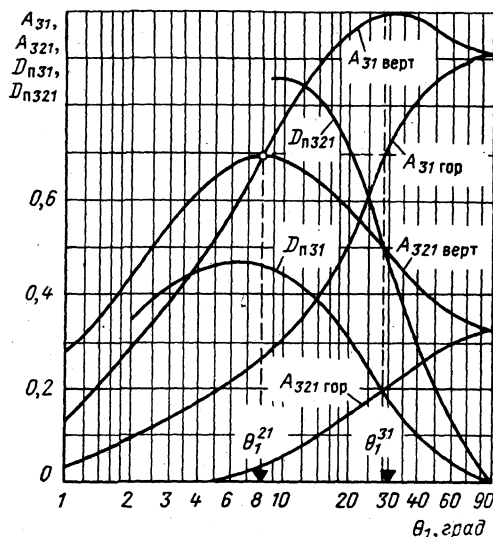


Рис. III.12. Графики зависимости коэффициента излучательной способности среды с  $\rho_3 = 150$  ом при наличии промежуточной среды с  $\rho_2 = 350$  ом ( $A_{321}$ ) и в случае ее отсутствия ( $A_{31}$ ) от угла скольжения  $\theta_1$  ( $\rho_3 = 377$  ом).

место при  $\theta_1^{21} \div 90^\circ$ . Графики рис. III.8 для  $\rho_2 = 150$  ом и 100 ом отражают соответственно первый и второй рассматриваемые случаи.

Поскольку в случае, когда  $\rho_3 = 350$  ом при наличии промежуточной среды с  $\rho_2 = 150$  ом, волновые сопротивления сред удовлетворяют неравенствам  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$  и  $\rho_2^3 + \rho_3^2 > \rho_1^2$ , для коэффициентов излучательной способности на рис. III.13 выполняются условия  $A_{321\text{верт}} > A_{31\text{верт}}$  при  $\theta_1^{21} < \theta_1 < \theta_1^{32}$  и  $A_{321\text{верт}} < A_{31\text{верт}}$  при остальных значениях угла скольжения.

Подобные графики построены и для  $\rho_2 = 50$  ом,  $\rho_3 = 210$  ом (рис. III.14), когда  $\rho_2^3 + \rho_3^2 < \rho_1^2$ . В соответствии с приведенными выше рассуждениями  $A_{321\text{верт}} < A_{31\text{верт}}$  в диапазоне углов скольжения  $\theta_1^{32} \div \theta_1^{21}$ , вне этой области  $A_{321\text{верт}} > A_{31\text{верт}}$ . Подобная закономерность изменения коэффициента излучательной способности будет наблюдаться, например, после образования на поверхности пресного льда тонкого слоя воды.

Вследствие монотонного характера кривых  $\rho_{п1\text{гор}}(\theta_1)$ ,  $\rho_{п2\text{гор}}(\theta_1)$ ,  $\rho_{п3\text{гор}}(\theta_1)$ , отражающих функциональную зависимость

приведенных волновых сопротивлений сред от угла скольжения, а также вследствие увеличения крутизны кривых в области малых значений  $\theta_1$  по мере роста величины волновых сопротивлений (рис. III.9) выполнение неравенства  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  обеспечивает согласующую роль промежуточной среды для горизонтально поля-

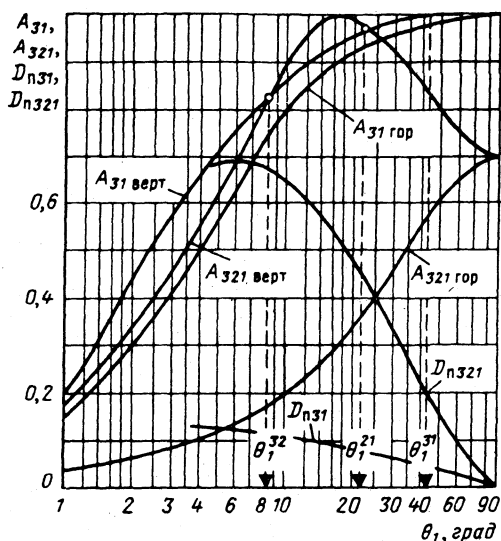


Рис. III.13. Графики зависимости коэффициента излучательной способности среды с  $\rho_3 = 350 \text{ ом}$  при наличии промежуточной среды с  $\rho_2 = 150 \text{ ом}$  ( $A_{321}$ ) и при ее отсутствии ( $A_{31}$ ) от угла скольжения  $\theta_1$  ( $\rho_3 = 377 \text{ ом}$ ).

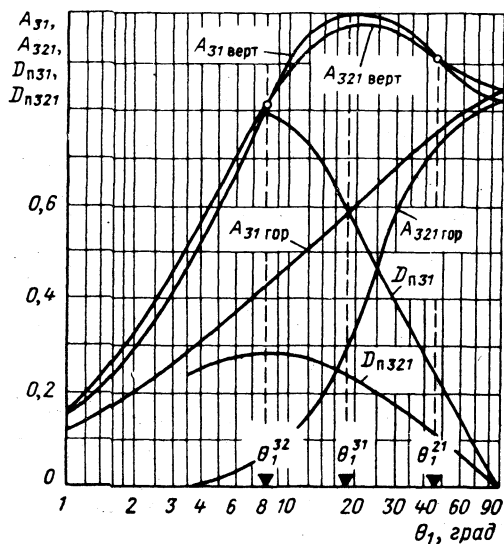
ризованной составляющей радиотеплового излучения среды 3 в среду 1 при всех значениях угла скольжения  $\theta_1$ . По тем же причинам промежуточная среда оказывается рассогласующей для всех значений угла  $\theta$  в случае, когда волновые сопротивления сред удовлетворяют неравенству  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$ .

Вследствие различного характера и степени воздействия прозрачного промежуточного слоя вещества на вертикально и горизонтально поляризованные составляющие теплового излучения подстилающей среды его образование сопровождается изменением поляризационных свойств излучения, регистрируемого в среде 1.

Изменение поляризационных свойств излучения (рис. III.11—III.14) проявляется в разной деформации кривых, отражающих зависимость коэффициентов излу-

чательной способности вертикально и горизонтально поляризованных составляющих излучения среды 2 от угла скольжения  $\theta_1$ , после образования прозрачного промежуточного слоя.

Как уже отмечалось, образование прозрачного слоя не изменяет характера зависимости коэффициента излучательной способности  $A_{гор}(\theta_1)$  подстилающей среды.



**Рис. III.14.** Графики зависимости коэффициента излучательной способности среды с  $\rho_3 = 210$  ом при наличии промежуточной среды с  $\rho_2 = 50$  ом ( $A_{321}$ ) и при ее отсутствии ( $A_{31}$ ) от угла скольжения  $\theta_1$  ( $\rho_3 = 377$  ом).

Коэффициент излучательной способности  $A_{321\text{ гор}}$ , как и  $A_{31\text{ гор}}$ , монотонно убывает с уменьшением угла скольжения  $\theta_1$ . Это объясняется тем, что множители  $A_{21\text{ гор}}$ ,  $A_{32\text{ гор}}$  в выражении (III. 36) представляют собой монотонные функции, которые обращаются в нуль при  $\theta_1 = 0^\circ$  и достигают наибольшего значения при  $\theta_1 = 90^\circ$ , а  $B_{321\text{ гор}}$  является слабоизменяющейся функцией угла скольжения  $\theta_1$ .

Ранее было показано, что характер воздействия промежуточного слоя вещества на радиотепловое излучение



подстилающей среды с горизонтальной поляризацией определяется только соотношением волновых сопротивлений сред 1, 2 и 3 и не зависит от угла скольжения  $\theta_1$ . Поэтому при выполнении условия  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  при всех значениях угла скольжения  $\theta_1$  для коэффициентов излучательной способности необходимо, чтобы выполнялось неравенство  $A_{321\text{гор}} > A_{31\text{гор}}$ . В случае  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$  коэффициенты излучательной способности удовлетворяют условию  $A_{321\text{гор}} < A_{31\text{гор}}$ .

Образование промежуточной прозрачной среды не вызывает также изменения характера кривой  $A_{\text{верт}}(\theta_1)$ . Как для функции  $A_{321\text{верт}}(\theta_1)$ , так и для функции  $A_{31\text{верт}}(\theta_1)$  характерно наличие максимума. Однако значения коэффициентов излучательной способности в максимуме и значение угла скольжения, при котором коэффициенты излучательной способности достигают наибольших значений, оказываются различными.

Как ранее отмечалось, эффект согласования для вертикально поляризованной составляющей радиотеплового излучения среды 3 в среду 1 через среду 2 проявляется лишь в определенной области значений угла скольжения, а для остальных значений  $\theta_1$  промежуточная среда является рассогласующей. При наличии слоя прозрачного вещества наибольшее значение коэффициента излучательной способности  $A_{321\text{верт}}$  никогда не достигает значения, равного единице, так как отсутствует такое значение угла скольжения  $\theta_1$ , при котором может иметь место равенство приведенных сопротивлений всех трех сред. Вследствие этого всегда будет наблюдаться частичное отражение вертикально поляризованной составляющей потока радиотеплового излучения среды 3 или от границы раздела 3—2 при выполнении равенства

$$\rho_{п1\text{верт}} = \rho_{п2\text{верт}},$$

или от границы раздела сред 2—1 при

$$\rho_{п2\text{верт}} = \rho_{п3\text{верт}}.$$

В общем случае, когда

$$\rho_{п1\text{верт}} \neq \rho_{п2\text{верт}} \neq \rho_{п3\text{верт}},$$

отражение потока радиотеплового излучения среды 3 происходит от обеих границ раздела.

На поляризационные свойства радиотеплового излучения среды 3 в среду 1 через среду 2 оказывает влияние также смещение (вдоль оси абсцисс на рис. III. 12 и III. 13) мак-

симума функции

$$A_{321\text{верт}} = A_{32\text{верт}} \cdot A_{21\text{верт}} \cdot B_{321\text{верт}} = \\ = \frac{4\rho_1\rho_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\rho_1 \sin \theta_1 + \rho_2 \sin \theta_2} \cdot \frac{4\rho_2\rho_3 \sin \theta_2 \sin \theta_3}{\rho_2 \sin \theta_2 + \rho_3 \sin \theta_3} B_{321\text{верт}} \quad (\text{III.44})$$

относительно максимума функции  $A_{31\text{верт}}(\theta_1)$ .

Покажем, что максимум коэффициента излучательной способности  $A_{321\text{верт}}$  при  $\rho_2^2 + \rho_3^2 < \rho_1^2$  приходится на область значений угла скольжения  $\theta_1$ , где кривая  $A_{321\text{верт}}(\theta_1)$  пересекается с кривой  $A_{31\text{верт}}(\theta_1)$ . С уменьшением угла скольжения  $\theta_1$  от  $90^\circ$  до  $0^\circ$  коэффициент излучательной способности  $A_{32\text{верт}}$  монотонно убывает, оставаясь меньше единицы, так как в случае выполнения условия  $\rho_2^2 + \rho_3^2 < \rho_1^2$  угол скольжения, под которым поток радиотеплового излучения среды 3 распространяется через среду 2 в среду 1, всегда меньше угла Брюстера  $\theta_1^{32}$ . Поскольку в соответствии с выражением (III.36)  $A_{21\text{верт}}(\theta_1)$  и  $B_{321\text{верт}}(\theta_1)$  при  $\theta_1^{21}$  принимают значения, равные единице, то, учитывая монотонный характер функции  $A_{32\text{верт}}$ , нетрудно видеть, что коэффициент излучательной способности достигает максимального значения в окрестности угла скольжения  $\theta_1^{21}$ , где согласно выражениям (III.40) и (III.44)

$$A_{321\text{верт макс}} \simeq \frac{4\rho_1\rho_3 \sin \theta_1 \sin \theta_3}{\rho_1 \sin \theta_1 + \rho_3 \sin \theta_3} = A_{31\text{верт}}|_{\theta=\theta_1^{21}}. \quad (\text{III.45})$$

Приведенное равенство оказывается тем более точным, чем меньше волновые сопротивления прозрачной и излучающей сред.

Из (III.38) и (III.39) следует, что при соотношении волновых сопротивлений сред, удовлетворяющих условию  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$ , для углов Брюстера выполняется неравенство  $\theta_1^{21} < \theta_1^{31}$ , тогда как при  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  — неравенство  $\theta_1^{31} < \theta_1^{21}$ . Это определяет тот факт, что абсцисса максимума коэффициента излучательной способности  $A_{321\text{верт}}$  смещена влево относительно максимума кривой  $A_{31\text{верт}}(\theta_1)$  в первом случае ( $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$ ) и вправо — во втором случае ( $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$ ). Если учесть, что  $A_{321\text{верт макс}}$  всегда меньше  $A_{31\text{верт макс}}$ , то становятся очевидными соотношения для  $A_{321\text{верт}}$  и  $A_{31\text{верт}}$ , приведенные в табл. III.1.

В табл. III. 1 приведены также соотношения для коэффициентов излучательной способности  $A_{321\text{гор}}$  и  $A_{31\text{гор}}$ .

Данные табл. III. 1 позволяют сделать следующий вывод. Образование на поверхности излучающей среды слоя веще-

Таблица III.1

| Значения угла скольжения $\theta_1$ | Соотношения $A_{321}$ и $A_{31}$ при условии $\rho_3^2 + \rho_2^2 < \rho_1^2$ |                                               |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
|                                     | $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$                                                    | $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$                    |
| $\theta_1 < \theta_1^{21}$          | $A_{321\text{верт}} < A_{31\text{верт}}$                                      | $A_{321\text{верт}} > A_{31\text{верт}}$      |
| $\theta_1 = \theta_1^{21}$          | $A_{321\text{верт макс}} = A_{31\text{верт}}$                                 | $A_{321\text{верт макс}} = A_{31\text{верт}}$ |
| $\theta_1 > \theta_1^{21}$          | $A_{321\text{верт}} > A_{31\text{верт}}$                                      | $A_{321\text{верт}} < A_{31\text{верт}}$      |
| $0^\circ < \theta_1 < 90^\circ$     | $A_{321\text{гор}} < A_{31\text{гор}}$                                        | $A_{321\text{гор}} > A_{31\text{гор}}$        |

ства с волновым сопротивлением, удовлетворяющим условиям

$$\rho_3 < \rho_2 < \rho_1, \quad \rho_3^2 + \rho_2^2 < \rho_1^2,$$

сопровождается ослаблением поляризационных свойств радиотеплового излучения подстилающей среды. При волновых сопротивлениях сред  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$ ,  $\rho_3^2 + \rho_2^2 < \rho_1^2$  наблюдается усиление поляризационных свойств.

Рассмотрим теперь изменение поляризационных свойств излучения двухслойной среды в случае, когда для волновых сопротивлений выполняется неравенство (III.43). Как уже указывалось, при выполнении (III. 43) угол скольжения, под которым поток радиотеплового излучения среды 3 распространяется через среду 2 в среду 1, может принимать значения, равные углу Брюстера. При  $\theta_1 = \theta_1^{32}$  для вертикально поляризованной составляющей коэффициент излучательной способности среды 3 в среду 2 достигает максимального значения ( $A_{32\text{верт}} = 1$ ).

В соответствии с ранее изложенным, в том случае, когда выполняется условие (III. 43), поток радиотеплового излучения подстилающей среды не будет испытывать отражения от границы раздела 3—2 при  $\theta_1 = \theta_1^{32}$ , а также при  $\theta_1 = \theta_1^{21}$  — от границы раздела 2—1. Графики, приведенные на рис. III. 10, могут быть использованы для оценки соотношений углов Брюстера  $\theta_1^{21}$  и  $\theta_1^{32}$ , так как при  $\rho_3 = 377 \text{ ом}$  (верхняя кривая) углы скольжения  $\theta_1^{32}$  вырождаются в углы скольжения  $\theta_1^{21}$ . Из рассмотрения семейства кривых рис. III. 10 с учетом этого замечания можно, в частности, сделать вывод о том, что независимо от соотношения волновых сопротивлений сред 2 и 3 угол скольжения  $\theta_1^{21}$  всегда больше  $\theta_1^{32}$ . Существование подобного соотношения между углами Брюстера в основном и определяет то, что максимум коэффициента излучательной способности

$A_{321\text{верт макс}}$  в рассматриваемом случае приходится на угол скольжения, который располагается между углами  $\theta_1^{32}$  и  $\theta_1^{21}$ .

Следует отметить, что при  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  угол скольжения  $\theta_1$ , при котором  $A_{31\text{верт}}$  принимает максимальное значение, лежит также между углами  $\theta_1^{32}$  и  $\theta_1^{21}$ , поэтому углы скольжения, соответствующие небольшим значениям коэффициентов  $A_{31\text{верт}}$  и  $A_{321\text{верт}}$  на рис. III.12, незначительно различаются между собой.

Вследствие того что коэффициент излучательной способности вертикально поляризованной составляющей среды 3 с образованием прозрачного слоя испытывает незначительные изменения, поляризационные свойства радиотеплового излучения среды 3 будут определяться в основном теми изменениями, которые испытывает коэффициент излучательной способности составляющей излучения с горизонтальной поляризацией. Поскольку при  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  для всех значений угла скольжения  $A_{321\text{гор}} > A_{31\text{гор}}$ , присутствие промежуточной среды обуславливает ослабление поляризационных свойств (рис. III.12). В случае выполнения неравенства  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$  поляризационные свойства радиотеплового излучения усиливаются как вследствие того, что  $A_{321\text{гор}} < A_{31\text{гор}}$ , так и из-за смещения максимума функции  $A_{321\text{верт}}(\theta_1)$  по оси абсцисс в сторону меньших значений угла  $\theta_1$  (рис. III.11).

На основании приведенных рассуждений можно сформулировать следующую закономерность изменения поляризационных свойств радиотеплового СВЧ излучения, распространяющегося через прозрачную промежуточную среду с волновым сопротивлением, отличающимся от волновых сопротивлений излучающей среды и среды, в которой осуществляется регистрация излучения. Поляризационные характеристики радиотеплового излучения, распространяющегося через прозрачный слой вещества, волновое сопротивление которого больше волнового сопротивления излучающей среды, но меньше волнового сопротивления среды, в которой производится прием этих излучений, становятся менее выраженными, т. е. при  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  происходит явление деполяризации ( $D_{п321} < D_{п31}$ ). В том случае, когда волновое сопротивление промежуточной среды удовлетворяет условию  $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$ , поляризационные свойства радиотеплового излучения среды 3 в среду 1 в присутствии промежуточной среды будут усиливаться ( $D_{п321} > D_{п31}$ ).

### 3. РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЫ ПРИ СИЛЬНОМ ПОГЛОЩЕНИИ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СЛОЕ

С увеличением толщины промежуточного слоя вещества, обладающего  $\gamma_2 \neq 0$ , этот слой становится все менее прозрачным для радиотеплового излучения подстилающей среды. В соответствии с законом Кирхгофа явление поглощения электромагнитной энергии в полупрозрачной среде сопровождается ее радиотепловым излучением. Поэтому радиояркая температура суммарного излучения подстилающей среды и полупрозрачного слоя с оптической толщиной  $\tau_2$  и термодинамической температурой  $T_2$  будет иметь две составляющие, т. е.

$$T_{я321} = T_{я31}^* + T_{я21}^*,$$

из которых  $T_{я31}^*$ , определяемая с помощью (III.18), обязана излучению слоя 3, а  $T_{я21}^*$  (III.19) обусловлена собственным радиотепловым излучением полупрозрачного слоя 2.

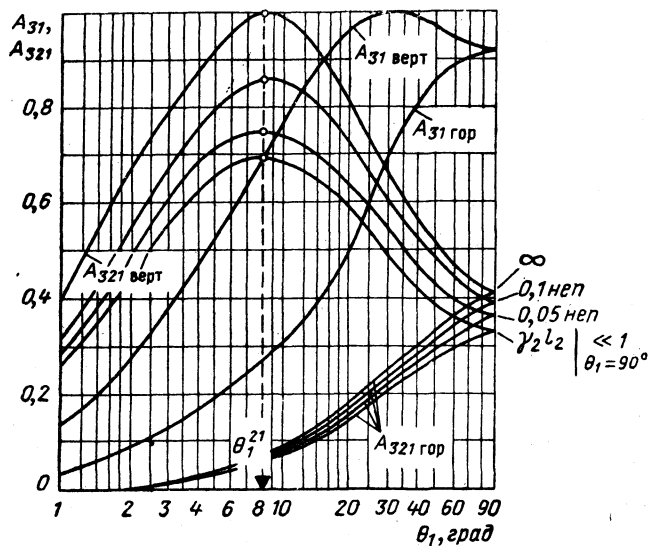
В случае равенства термодинамических температур обеих сред  $T_{я321}$  определяется выражением (III.21).

Из выражений (III.18), (III.19) следует, что с увеличением оптической толщины  $\tau_2$  полупрозрачного слоя уровень яркостной температуры составляющей, обязанной излучению среды 3, убывает, а составляющей излучения среды 2 — растет. Если оптическая толщина слоя 2 велика ( $\tau_2 \gg 1$ ), поток радиотеплового излучения подстилающей среды полностью поглощается в промежуточном слое ( $T_{я31}^* = 0$ ), и излучение, регистрируемое в среде 1, оказывается целиком обязанным слою 2. Естественно, что излучение подобного двухслойного образования подчиняется законам, присущим однородным однослойным средам, а радиояркая температура равна

$$T_{я321} = T_{я21} = T_2 (1 - R_{21}^2).$$

Как показало обсуждение, приведенное в § 2 этой главы, при  $\rho_3^2 + \rho_2^2 > \rho_1^2$  (III.43) изменения коэффициента излучательной способности среды 3, вызванные образованием прозрачного промежуточного слоя, не столь выражены, как при соотношении волновых сопротивлений сред, удовлетворяющих неравенству  $\rho_3^2 + \rho_2^2 < \rho_1^2$ . Поэтому в дальнейшем рассмотрим случай соотношения волновых сопротивлений, соответствующих последнему неравенству.

рис. 111.16 — для соотношения  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$ . Графики



слоя для случая  $\rho_1 = 377 \text{ ом}$ ,  $\rho_2 = 50 \text{ ом}$ ,  $\rho_3 = 210 \text{ ом}$ .

В подобном случае принимает следующий вид:

$$\tau_2 = 2\gamma_2 l_2 \operatorname{cosec} \theta_2. \quad (\text{III.46})$$

1. С увеличением оптической толщины полупрозрачного

этом максимальное значение коэффициента излучательной

способности  $A_{321\text{верт}}$  растет, приближаясь к значению, равному единице при  $\tau_2 \rightarrow \infty$ .

2. Значение угла скольжения  $\theta_1$ , при котором коэффициент излучательной способности достигает максимальной величины в пределах выполненных расчетов, не зависит от оптической толщины  $\tau_2$  промежуточного слоя 2.

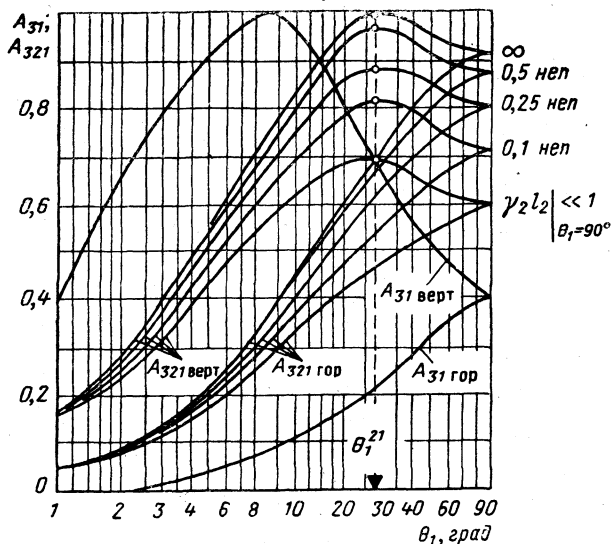


Рис. III.16. Зависимость коэффициента излучательной способности двухслойной среды от оптической толщины промежуточного слоя для случая  $\rho_1 = 377$  ом,  $\rho_2 = 210$  ом,  $\rho_3 = 50$  ом.

3. Поляризационные свойства радиотеплового излучения двухслойной среды являются слабовыраженной функцией  $\tau_2$ .

Рассмотрим особенности подобных явлений.

Вначале поясним причины, обуславливающие при уменьшении прозрачности слоя 2 смещение кривых  $A_{321\text{верт}}$  и  $A_{321\text{гор}}$  в сторону больших значений коэффициента излучательной способности. Вследствие частичного отражения потока радиотеплового излучения подстилающей среды от границы раздела с полупрозрачным слоем радиояростная температура среды 3 в среде 2 у границы раздела сред 3—2 всегда меньше термодинамической температуры  $T_3$ . Поэтому при равенстве термодинамических температур обеих сред ( $T_2 = T_3$ ) с ростом  $\tau_2$  увеличение яркостной температуры  $T_{я321}$  за счет излучения среды 2 заметно превышает снижение яркостной температуры, вызванное поглощением излучения под-

стиляющей среды. Подобный вывод можно также сделать из анализа выражения, определяющего зависимость приращения радиояркой температуры двухслойной среды от приращения  $\Delta\tau_2$  оптической толщины полупрозрачного слоя 2:

$$\Delta T_{я\ 321} = \frac{T_3 R_{32}^2 e^{-2\tau_2} (1 - R_{21}^2)}{1 - R_{32}^2 R_{21}^2 e^{-2\tau_2}} \cdot \frac{1 - e^{-2\Delta\tau_2}}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2(\tau_2 + \Delta\tau_2)}}. \quad (\text{III.47})$$

Действительно, поскольку  $R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2}$  в знаменателе выражения (III.47) меньше единицы, уменьшение величины  $e^{-2\Delta\tau_2}$ , вызванное ростом  $\Delta\tau_2$ , обусловит увеличение множителя  $\frac{1 - e^{-2\Delta\tau_2}}{1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2(\tau_2 + \Delta\tau_2)}}$

и как следствие — увеличение  $\Delta T_{я\ 321}$ .

Относительное постоянство угла скольжения  $\theta_1$ , при котором сечение кривых  $A_{321\text{ верт}}$  достигает максимального значения, можно объяснить следующими причинами. Выражение (III.45) для коэффициента излучательной способности  $A_{321\text{ верт}}$  при  $\tau_2 > 1$  по аналогии с выражением (III.36) может быть представлено в виде произведения трех коэффициентов:  $A_{321\text{ верт}} = A_{21\text{ верт}} A_{32\text{ верт}} B_{321\text{ верт}}$ , в котором

$$A_{21\text{ верт}} = 1 - R_{21}^2;$$

$$A_{32\text{ верт}} = 1 - R_{32}^2 e^{-2\tau_2};$$

$$B_{321\text{ верт}} = \frac{1}{1 - R_{21\text{ верт}}^2 R_{32\text{ верт}}^2 e^{-2\tau_2}}.$$

Как уже отмечалось, графики рис. III.15 и III.16 построены для соотношения волновых сопротивлений сред, удовлетворяющих условию  $\rho_2^2 + \rho_3^2 < \rho_1^2$ . Коэффициент  $A_{21\text{ верт}}$  в этом случае оказывается монотонно изменяющейся функцией угла скольжения  $\theta_1$ , крутизна которой падает с уменьшением волновых сопротивлений  $\rho_2$  и  $\rho_3$  и с ростом оптической толщины полупрозрачного слоя. Поскольку вследствие равенства приведенных сопротивлений сред 1 и 2  $A_{21\text{ верт}}(\theta_1)$  и  $B_{321\text{ верт}}(\theta_1)$  при значении угла скольжения  $\theta_1 = \theta_1^{21}$  достигают наибольшего значения (обращаются в единицу), максимум функции  $A_{321\text{ верт}}(\theta_1)$  приходится на область значений  $\theta_1$ , примыкающих к  $\theta_1^{21}$ , и равен этому углу при  $\tau_2 = \infty$ .

В заключение рассмотрим причины, обуславливающие слабую зависимость степени поляризации излучения двухслойной среды от прозрачности слоя 2. Из рис. III.15 и III.16 видно, что с увеличением оптической толщины полупрозрачного слоя наблюдается одновременный рост коэффициентов излучательной способности для горизонтально и вертикально поляризованных составляющих. При этом наблюдается преимущественный рост  $A_{321\text{ верт}}$ , который особенно заметно проявляется в области углов скольжения, примыкающих к значению угла Брюстера  $\theta_1^{21}$ . Поскольку приращения  $A_{321\text{ верт}}$  и  $A_{321\text{ гор}}$  имеют одинаковый знак, приращения числителя и знаменателя в выражении для коэффициента поляризации

$$D_{п321} = \frac{A_{321\text{ верт}} - A_{321\text{ гор}}}{A_{321\text{ верт}} + A_{321\text{ гор}}}$$

также имеют одинаковый знак, что обуславливает незначительное изменение величины  $D_{п321}$ .



Приведенные рассуждения в полной мере справедливы для случая, когда неровности на поверхностях раздела сред 3—2 и 2—1 удовлетворяют критерию шероховатости Релея. С увеличением размеров неровностей на поверхностях раздела будет наблюдаться рост коэффициентов излучательной способности  $A_{321\text{верт}}$  и  $A_{321\text{гор}}$  и снижение поляризационных свойств теплового радиоизлучения двухслойного образования. Однако до тех пор, пока поверхности раздела сред 3—2 и 2—1 не станут «матовыми», полупрозрачная промежуточная среда будет оказывать согласующее или рассогласующее воздействие на тепловое радиоизлучение подстилающей среды.

## ГЛАВА IV

### ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В РАССЕИВАЮЩИХ СРЕДАХ

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Перенос СВЧ излучения в рассеивающих средах, как, например, в капельных и твердофазных аэрозольных образованиях, сопровождается явлениями ослабления и рассеяния основного потока, а также формированием дополнительных потоков излучения. Теория переноса излучения подробно развита в монографиях [9, 33]. Применение уравнений теории переноса допустимо при выполнении ряда условий, к которым, в частности, относятся: медленность изменения параметров на интервалах, сравнимых с длиной волны, условие некогерентности взаимодействия рассеянных полей, имеющее место, когда расстояние между частицами превышает длину волны, и др.

Характеристиками среды, определяющими явления переноса, являются коэффициенты рассеяния и поглощения в элементарном объеме и пространственное распределение рассеянной радиации. Эти параметры определяются путем статистического усреднения и некогерентного суммирования парциальных полей рассеяния отдельных частиц.

Как показано в [84] на модели двух частиц малого размера, учет эффектов когерентного взаимодействия при расстояниях между центрами, сравнимых с длиной волны, приводит к увеличению рассеяния на величину порядка нескольких процентов. С учетом рассеяния уравнения, описывающие процесс переноса излучения для случаев плоскопараллельных слоев, могут быть представлены в виде

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta^* \frac{d\mathcal{I}_f(z, \theta^*, \varphi)}{dz} &= -\alpha \mathcal{I}_f(z, \theta^*, \varphi) + u_f(z, \theta^*, \varphi), \\ u_f(z, \theta^*, \varphi) &= \frac{\tilde{\omega}\alpha}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathcal{I}_f(z, \theta', \varphi') \times \\ &\times \bar{\xi}(\theta^*, \varphi, \theta', \varphi') \sin \theta' d\theta' d\varphi' + u_0, \end{aligned} \right\} \quad (IV.1)$$

где  $\mathcal{I}_f(z, \theta^*, \varphi)$  — спектральная интенсивность потока излучения;  $\alpha$  — погонный коэффициент ослабления;  $\tilde{\omega}$  — коэффициент рассеяния, определяющий долю энергии из общего количества энергии, поглощенной в единице объема (величину  $\tilde{\omega}$  называют также вероятностью выживания кванта);  $z$  — расстояние вдоль нормали (см. рис. IV.1);  $\theta^*$  — угол между направлением луча и нормалью;  $\varphi$  — угол в плоскости, параллельной границе раздела сред;  $u_0$  — интенсивность внутренних источников излучения на единицу объема;  $\tilde{\xi}(\theta^*, \varphi, \theta', \varphi')$  — индикатриса рассеяния, характеризующая угловое распределение излучения, рассеянного элементом объема  $d\Omega = \sin \theta^* d\varphi d\theta^*$ .

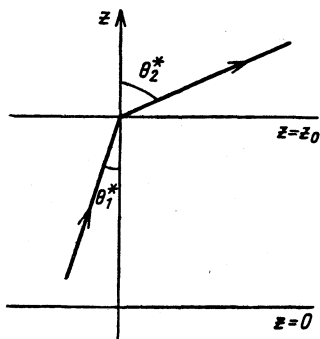


Рис. IV.1. Обозначения к модели рассеивающего слоя.

Решение (IV.1) зависит от формы индикатрисы рассеяния  $\tilde{\xi}(\Omega, \Omega')$ , характера распределения источников излучения и граничных условий. Полагая в дальнейшем, что индикатриса рассеяния  $\tilde{\xi}(\Omega, \Omega')$  симметрична относительно направления луча, имеем зависимость интенсивности потока излучения только от двух параметров  $z$  и  $\theta^*$ .

При отсутствии отражения на границе и объемных рассеяний ( $\tilde{\omega} = 0$ ) решение (IV.1) (для  $\theta^* = 0$  в отсутствие внешних источников) представляется как

$$\mathcal{I}_f(z) = \int_0^z u_0(y) e^{-\int_0^y \alpha(l) dl} dy. \quad (IV.2)$$

Влияние поглощения и рассеяния на границах среды учитывается с помощью граничных условий.

Рассмотрим типовые граничные условия.

1. При переходе границы двух плоских слоев при произвольном характере рассеяния связь интенсивности первичного потока  $\mathcal{I}_f'(\theta_1^*)$ , падающего под углом  $\theta_1^*$ , с интенсивностью вторичного потока  $\mathcal{I}_f''(\theta)_2^*$  определяется условием,

вытекающим из закона сохранения энергии, т. е.

$$\mathcal{J}_f''(\theta_2^*) \cos \theta_2^* = \frac{1}{2\pi} y(\theta_1^*, \theta_2^*) \mathcal{J}_f'(\theta_1^*) \cos \theta_1^*, \quad (\text{IV.3})$$

где  $y(\theta_1^*, \theta_2^*)$  — индикатриса рассеяния на границе слоя.

2. При изотропном рассеянии

$$y(\theta_1^*, \theta_2^*) = 2A(\theta_1^*) \cos \theta_2^*, \quad (\text{IV.4})$$

где

$$A(\theta_1^*) = \int \frac{\mathcal{J}_f''(\theta_2^*) \cos \theta_2^*}{\mathcal{J}_f'(\theta_1^*) \cos \theta_1^*} d\Omega$$

— отношение мощности рассеянного излучения к мощности падающего потока.

3. В случае зеркальной границы

$$y(\theta_1^*, \theta_2^*) = 2\pi \delta(\theta_2^* - \theta_{\text{зерк}}^*) R(\theta_1^*). \quad (\text{IV.5})$$

4. При отсутствии отражений на границе  $z = z_0$  слоя, расположенного на участке  $0 \leq z \leq z_0$ , граничное условие принимает вид

$$\mathcal{J}_f''(z_0, \theta^*) = 0 \quad \text{при} \quad \theta^* > \frac{\pi}{2}$$

или в другом обозначении  $\tilde{\mathcal{J}}_f(z_0) = 0$ .

Система (IV.1) может быть преобразована в интегральное уравнение относительно функции  $u_f$  удельной плотности излучения, т. е.

$$u_f(z, \theta^*, \varphi) = u_0 + \frac{\tilde{\omega}\alpha}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_{z_0}^z \tilde{\xi}(\theta^*, \varphi, \theta', \varphi') u_f(z', \theta', \varphi') \times \\ \times e^{-\alpha(z-z_0)} \frac{1}{\cos \theta'} \sin \theta' dz d\theta' d\varphi'. \quad (\text{IV.6})$$

Ядро интегрального уравнения (IV.6) существенно зависит от формы индикатрисы рассеяния частиц, на которую влияют соотношение размеров частиц и длины волны, форма частиц и диэлектрическая проницаемость материала.

В теории переноса излучения разработаны эффективные методы решения (IV.1) и (IV.6). Целесообразность использования того или иного метода определяется формой

индикатрисы рассеяния, величиной альbedo и видом граничных условий (см., например, [9]). Корректный учет влияния формы индикатрисы рассеяния в общих случаях представляет значительные расчетные трудности <sup>1)</sup>.

Оценки влияния формы индикатрисы рассеяния могут быть получены при использовании характерных моделей, к которым, например, относятся модели направленного, релеевского и квазиизотропного рассеяния. Использование модели резконаправленного рассеяния дает значительное упрощение благодаря возможности описывать процесс в одномерном приближении; модель изотропного рассеяния позволяет выразить решение через табулированные функции.

Статистический характер процессов многократного рассеяния позволяет применять для решения задач переноса излучения вероятностный метод. Определение интенсивности излучения производится в этом случае с помощью функции вероятности выхода кванта  $p_f(\tau)$ , зависящей от свойств среды и расстояния до границы раздела сред. Например, в одномерной модели выражение для интенсивности излучения источников с плотностью излучения  $u_f(\tau)$ , расположенных вдоль луча, может быть представлено в виде

$$\mathcal{J}_f(\tau_0) = \int_0^{\tau_0} p_f(\tau_0 - \tau) u_f(\tau) d\tau. \quad (IV.7)$$

Функция вероятности выхода кванта определяется с помощью интегрального уравнения [9].

## 2. ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

2.1. Представление процессов переноса излучения в одномерном приближении является удобным математическим приемом, позволяющим определить влияние локальных параметров на характеристики прозрачности, отражательной и излучательной способностей среды. Решение одномерной задачи переноса излучения известно (см. [9, 81]). Для удобства дальнейшего изложения представим характеристики переноса с помощью решения простого дифференциального уравнения. В случае однонаправленного

<sup>1)</sup> В [9] исследованы общие соотношения переноса излучения при разложении индикатрисы рассеяния по сферическим функциям.

рассеяния в прямом направлении обратный поток можно не учитывать и уравнения (IV.1) преобразовать к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mathcal{J}_f(z)}{dz} &= -\alpha\mathcal{J}_f(z) + u_f, \\ u_f &= \alpha\tilde{\omega}\mathcal{J}_f + u_0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.8})$$

Решение (IV.8) в отсутствие отражающей граничной поверхности и при  $u_0 = (1 - \tilde{\omega})\alpha T_0$  имеет вид

$$\mathcal{J}_f(\tau_0) = T_0 [1 - e^{-(1-\tilde{\omega})\tau_0}]. \quad (\text{IV.9})$$

В соответствии с законом Кирхгофа излучательная способность определяется величиной истинного поглощения  $\bar{\tau} = (1 - \tilde{\omega})\tau_0$ . При  $\bar{\tau} \gg 1$  яркостная температура совпадает с термодинамической  $T_0$ .

В случае симметричного направленного рассеяния уравнения переноса с учетом встречных потоков приобретают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{\mathcal{J}}_f}{dz} &= -\alpha\vec{\mathcal{J}}_f + u_f, \\ \frac{d\hat{\mathcal{J}}_f}{dz} &= \alpha\hat{\mathcal{J}}_f + u_f, \\ u_f &= \frac{\alpha\tilde{\omega}}{2}(\vec{\mathcal{J}}_f + \hat{\mathcal{J}}_f) + (1 - \tilde{\omega})\alpha T_0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.10})$$

Решение (IV.10) при отсутствии отражающей граничной поверхности имеет вид

$$\vec{\mathcal{J}}_f(\tau_0) = 2T_0 \sqrt{1 - \tilde{\omega}} \frac{1 - e^{-\sqrt{1 - \tilde{\omega}}\tau_0}}{(\sqrt{1 - \tilde{\omega}} + 1)(1 - \sqrt{1 - \tilde{\omega}} e^{-\sqrt{1 - \tilde{\omega}}\tau_0})}. \quad (\text{IV.11})$$

При большой оптической толщине слоя, когда  $\tau_0 \gg \frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{\omega}}}$ , имеем

$$T_{\text{я}} \doteq \mathcal{J}_f(\tau_0) \simeq 2T_0 \frac{\sqrt{1 - \tilde{\omega}}}{\sqrt{1 - \tilde{\omega}} + 1}. \quad (\text{IV.12})$$

Радиояркостная температура оптически «толстого» слоя отличается от термодинамической температуры из-за

рассеяния на границе. Представим (IV.12) в виде

$$T_{\pi} = T_0 (1 - r_{\infty}), \quad (\text{IV.13})$$

где  $r_{\infty}$  — коэффициент отражения оптически «толстого» слоя.

Сравнивая (IV.12) и (IV.13), можно получить

$$r_{\infty} = \frac{1 - \sqrt{1 - \tilde{\omega}}}{1 + \sqrt{1 + \tilde{\omega}}}. \quad (\text{IV.14})$$

Расчетные значения излучательной способности рассеивающего слоя для двух моделей индикатрисы рассеяния по (IV.9) и (IV.11) представлены в табл. IV.1.

Таблица IV.1

| $\tilde{\omega}$ | Излучательная способность $\eta_f$ |            |            |
|------------------|------------------------------------|------------|------------|
|                  | $\tau = 1$                         | $\tau = 2$ | $\tau = 3$ |
| 0,1              | 0,593                              | 0,834      | 0,932      |
|                  | 0,591                              | 0,831      | 0,915      |
| 0,3              | 0,503                              | 0,753      | 0,877      |
|                  | 0,497                              | 0,728      | 0,831      |
| 0,5              | 0,398                              | 0,632      | 0,776      |
|                  | 0,387                              | 0,601      | 0,714      |
| 0,8              | 0,181                              | 0,329      | 0,451      |
|                  | 0,170                              | 0,316      | 0,415      |

Примечание. В верхней части строки приведены показатели излучательной способности при однонаправленном рассеянии; в нижней части строки — показатели при симметричном рассеянии.

Сравнение данных табл. IV.1 показывает, что излучательная способность слоя при однонаправленном рассеянии во всех случаях превышает излучательную способность слоя, содержащего частицы с симметрично направленным рассеянием, однако это различие в излучательной способности для частиц с альбедо менее 0,5 не превышает 10%.

Вследствие пространственной независимости потоков излучения угловое распределение радиояркостности слоя определяется с помощью (IV.9) и (IV.11), в которых следует считать, что интегральное ослабление возрастает пропорционально секансу угла отклонения от нормали.

2.2. Показатели прозрачности и отражательной способности одномерной среды получены В. А. Амбарцумяном методом сложения слоев (см. [81]).

Зависимости, характеризующие коэффициенты пропускания и отражения, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} q(\tilde{\omega}, \tau_0) &= \frac{(1 - r_0^2) e^{-k^* \tau_0}}{1 - r_0^2 e^{-2k^* \tau_0}}, \\ r(\tilde{\omega}, \tau_0) &= \frac{1 - e^{-2k^* \tau_0}}{1 + r_0^2 e^{-2k^* \tau_0}}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.15})$$

где

$$r_0 = \frac{1 - \frac{\tilde{\omega}}{2}}{\frac{\tilde{\omega}}{2}} - \sqrt{\left(\frac{2 - \tilde{\omega}}{\tilde{\omega}}\right)^2 - 1};$$

$$k^* = \frac{\tilde{\omega}}{2} (1 - x) \frac{1 - r_0^2}{r_0};$$

$x$  — доля рассеянного излучения в прямом направлении.

Значения коэффициентов отражения в функции параметров слоя представлены в табл. IV.2. Как показывают

Таблица IV.2

| $\tau_0$ | Коэффициенты отражения слоя $r$ |           |           |                        |           |           |                        |           |           |
|----------|---------------------------------|-----------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|-----------|-----------|
|          | $\tilde{\omega} = 0,2$          |           |           | $\tilde{\omega} = 0,4$ |           |           | $\tilde{\omega} = 0,6$ |           |           |
|          | $x = 0$                         | $x = 0,2$ | $x = 0,5$ | $x = 0$                | $x = 0,2$ | $x = 0,5$ | $x = 0$                | $x = 0,2$ | $x = 0,5$ |
| 0,5      | 0,06                            | 0,05      | 0,03      | 0,12                   | 0,10      | 0,06      | 0,19                   | 0,16      | 0,11      |
| 1        | 0,08                            | 0,07      | 0,04      | 0,17                   | 0,15      | 0,10      | 0,27                   | 0,23      | 0,16      |
| 2        | 0,09                            | 0,08      | 0,05      | 0,20                   | 0,17      | 0,12      | 0,32                   | 0,28      | 0,20      |
| 3        | 0,10                            | 0,08      | 0,05      | 0,21                   | 0,18      | 0,12      | 0,33                   | 0,30      | 0,22      |

данные табл. IV.2, отражающая способность слоя возрастает с увеличением интегрального ослабления, альбедо частиц включений и доли  $(1 - x)$ , учитывающей рассеяние в обратном направлении. Оценочная формула для коэффициента отражения при  $\tau_0 \gg 1$  имеет вид

$$r \simeq \frac{(1 - x) \tilde{\omega}}{1 - (1 - x) \tilde{\omega}}. \quad (\text{IV.16})$$



Проходящий поток излучения содержит компоненты ослабленного прямого потока и потоков рассеяния. При увеличении интегрального ослабления в слое доля рассеянной компоненты в проходящем потоке увеличивается.

2.3. Собственная излучательная способность слоя без учета влияния отражающей граничной поверхности определяется на основании закона Кирхгофа в виде

$$\kappa_0 = 1 - q(\tilde{\omega}\tau_0) - r(\tilde{\omega}\tau_0). \quad (IV.17)$$

При  $x < 1$  вычисление  $\kappa_0$  может быть проведено с помощью (IV.14) и (IV.15). При  $x = 1$  величина излучательной способности согласно (IV.9) определяется как

$$\kappa_0 = 1 - e^{-(1-\tilde{\omega})\tau_0}. \quad (IV.18)$$

Значения излучательной способности в функции параметров слоя представлены в табл. IV.3.

Таблица IV.3

| $\tau_0$ | Излучательная способность $\kappa_0$ рассеивающего слоя |           |           |         |                        |           |           |         |                        |           |           |         |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|-----------|---------|------------------------|-----------|-----------|---------|------------------------|-----------|-----------|---------|
|          | $\tilde{\omega} = 0,2$                                  |           |           |         | $\tilde{\omega} = 0,4$ |           |           |         | $\tilde{\omega} = 0,8$ |           |           |         |
|          | $x = 0$                                                 | $x = 0,2$ | $x = 0,5$ | $x = 1$ | $x = 0$                | $x = 0,2$ | $x = 0,5$ | $x = 1$ | $x = 0$                | $x = 0,2$ | $x = 0,5$ | $x = 1$ |
|          |                                                         |           |           |         |                        |           |           |         |                        |           |           |         |
| 0,5      | 0,33                                                    | 0,33      | 0,33      | 0,33    | 0,26                   | 0,26      | 0,26      | 0,27    | 0,09                   | 0,09      | 0,09      | 0,09    |
| 1        | 0,54                                                    | 0,54      | 0,55      | 0,55    | 0,55                   | 0,44      | 0,44      | 0,45    | 0,17                   | 0,18      | 0,18      | 0,18    |
| 2        | 0,76                                                    | 0,76      | 0,78      | 0,80    | 0,64                   | 0,65      | 0,67      | 0,69    | 0,30                   | 0,31      | 0,32      | 0,33    |
| 3        | 0,84                                                    | 0,85      | 0,87      | 0,91    | 0,73                   | 0,75      | 0,78      | 0,80    | 0,38                   | 0,39      | 0,41      | 0,43    |

Влияние формы индикатрисы рассеяния сказывается на возрастании доли рассеяния в прямом направлении в виде увеличения излучательной способности слоя; однако это возрастание заметно проявляется при больших значениях интегрального ослабления. (При оптической глубине слоя  $\tau_0 < 1$  для частиц с альбедо менее 0,5 различие в излучательной способности за счет формы индикатрисы рассеяния не превышает 5%.)

### 3. ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ С ИЗОТРОПНЫМ РАССЕЯНИЕМ

3.1. Модель двумерного рассеяния позволяет по сравнению с одномерной более полно учесть влияние рассеянных потоков и определить угловое распределение

проходящего и отраженного излучений. Описание процессов двумерного рассеяния при слабой анизотропии в первом приближении может быть проведено с помощью модели сферической индикатрисы.

В качестве показателей прозрачности и отражающей способности двумерной полупрозрачной среды по аналогии с одномерной моделью используются коэффициенты яркости  $\sigma(\eta, \zeta)$  и  $\rho(\eta, \zeta)$ , характеризующие угловое распределение рассеянного излучения в прямом и обратном направлениях. В обозначениях, использованных на рис. IV.1,  $\eta = \cos \theta_2^*$ ,  $\zeta = \cos \theta_1^*$ . Коэффициенты яркости выражаются через функцию  $p(\tau, \eta, \tau_0)$ , характеризующую вероятность выхода под углом  $\arccos \eta$  кванта, поглощенного на глубине  $\tau$  через границу  $z = z_0$ , где  $\tau = \tau_0$  [9], т. е.

$$\sigma(\eta, \zeta, \tau_0) = \frac{1}{\eta \zeta} \int_0^{\tau_0} p(\tau_0 - \tau, \eta, \tau) e^{-\tau/\xi} d\tau, \quad (\text{IV.19})$$

$$\rho(\eta, \zeta, \tau_0) = \frac{1}{\eta \zeta} \int_0^{\tau_0} p(\tau, \eta, \tau_0) e^{-\tau/\xi} d\tau. \quad (\text{IV.20})$$

Коэффициенты яркости могут быть выражены через функции Чандрасекара—Амбарцумяна [9] в виде

$$\rho(\eta, \zeta) = \frac{\tilde{\omega}}{4} \frac{\Phi(\zeta)\Phi(\eta) - \Psi(\zeta)\Psi(\eta)}{\eta + \zeta}, \quad (\text{IV.21})$$

$$\sigma(\eta, \zeta) = \frac{\tilde{\omega}}{4} \frac{\Phi(\zeta)\Psi(\eta) - \Psi(\zeta)\Phi(\eta)}{\eta - \zeta}. \quad (\text{IV.22})$$

С помощью табулированных значений [83] легко определяются величины, характеризующие доли ослабленного и рассеянного излучений в потоке излучения, проходящего через слой.

Доля рассеянной компоненты в слое с изотропным рассеянием несколько превышает эту величину в слое с направленным рассеянием, однако различие может не учитываться при оптической глубине слоя в пределах единицы.

3.2. Рассмотрим интегральное уравнение переноса излучения в среде со сферической индикатрисой.

Уравнения переноса (IV.1) при замене переменной  $z$  на  $\tau$  принимают вид

$$\cos \theta^* \frac{d\mathcal{I}_f(\tau, \theta^*, \varphi)}{d\tau} = -\mathcal{I}_f(\tau, \theta^*, \varphi) + u_f(\tau, \theta^*, \varphi),$$

$$u_f(\tau, \theta^*, \varphi) =$$

$$= \frac{\tilde{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{\pi} \mathcal{J}_f(\tau, \theta', \varphi') \tilde{\xi}(\theta^*, \varphi, \theta', \varphi') \sin \theta' d\theta' + \\ + u_0(\tau, \theta^*, \varphi). \quad (\text{IV.23})$$

С учетом граничных условий

$$\mathcal{J}_f(0, \theta^*, \varphi) = 0 \quad \text{при} \quad \theta^* < \frac{\pi}{2},$$

$$\mathcal{J}_f(\tau_0, \theta^*, \varphi) = 0 \quad \text{при} \quad \theta^* > \frac{\pi}{2},$$

используя (IV.23), получаем соответственно

$$\mathcal{J}_f(\tau, \theta^*, \varphi) = \\ = \int_0^{\tau} u_f(\tau', \theta^*, \varphi) e^{-(\tau-\tau') \sec \theta^*} \sec \theta^* d\tau' \quad \text{при} \quad \theta^* < \frac{\pi}{2}, \quad (\text{IV.24})$$

$$\mathcal{J}_f(\tau, \theta^*, \varphi) = - \int_0^{\tau_0} u_f(\tau', \theta^*, \varphi) \times \\ \times e^{-(\tau-\tau') \sec \theta^*} \sec \theta^* d\tau' \quad \text{при} \quad \theta^* > \frac{\pi}{2}. \quad (\text{IV.25})$$

В случае сферической индикатрисы  $\tilde{\xi}(\theta^*, \varphi, \theta', \varphi') = \text{const}$ , подставляя (IV.24), (IV.25) в (IV.23), получаем интегральное уравнение

$$u_f(\tau) = \frac{\tilde{\omega}}{2} \left[ \int_0^{\tau} u_f(\tau') d\tau' \int_1^{\infty} e^{-(\tau-\tau')y} \frac{dy}{y} + \right. \\ \left. + \int_{\tau}^{\tau_0} u_f(\tau') d\tau' \int_1^{\infty} e^{-(\tau'-\tau)y} \frac{dy}{y} \right] + (1 - \tilde{\omega}) \alpha T_0. \quad (\text{IV.26})$$

**3.3.** Излучательная способность слоя с изотропно рассеивающими частицами в направлении нормали может быть определена с помощью функции  $\kappa_f(\tau_0)$ , удовлетворяющей интегральному уравнению

$$\kappa_f(\tau_0) = \alpha(1 - \tilde{\omega}) + \frac{\tilde{\omega}}{2} \int_0^{\tau_0} \kappa_f(\tau) Ei(|\tau_0 - \tau|) d\tau. \quad (\text{IV.27})$$

Ядро (IV.27) представляет интегральную показательную функцию

$$Ei(x) = \int_1^{\infty} e^{-xy} \frac{dy}{y}. \quad (\text{IV.28})$$

Общее решение задачи об излучательной способности слоя конечной оптической толщины, приведенное в [82], с использованием функций Чандрасекара — Амбарцумяна может быть записано следующим образом:

$$\kappa_f(\tau_0, \eta) = \frac{\Phi(\tau_0, \eta) - \Psi(\tau_0, \eta)}{1 - \frac{\tilde{\omega}}{2} [\alpha_0(\tau_0, \eta) - \beta_0(\tau_0, \eta)]}, \quad (\text{IV.29})$$

где

$$\Phi(\tau_0, \eta) = 1 + \frac{\tilde{\omega}}{2} \int_0^1 \frac{d\zeta}{\zeta} \int_0^{\tau_0} \Psi(\eta, \tau) \Psi(\zeta, \tau) d\tau,$$

$$\Psi(\tau_0, \eta) = e^{-\frac{\tau_0}{\eta}} + \frac{\tilde{\omega}}{2} \int_0^1 \frac{d\zeta}{\zeta} \int_0^{\tau_0} e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\zeta}} \Psi(\eta, \tau) \Phi(\zeta, \tau) d\tau;$$

$\alpha_0(\tau_0, \eta)$ ,  $\beta_0(\tau_0, \eta)$  — нулевые моменты функций  $\Phi(\tau_0, \eta)$ ,  $\Psi(\tau_0, \eta)$ .

Значения функций  $\Phi(\tau_0, \eta)$ ;  $\Psi(\tau_0, \eta)$ ;  $\alpha_0(\tau_0, \eta)$ ;  $\beta_0(\tau_0, \eta)$  протабулированы [83].

Характеристики излучательной способности слоя с изотропно рассеивающими частицами в функции интегрального ослабления представлены на рис. IV.2. Для сравнения на рис. IV.2 представлены характеристики излучательной способности слоя с частицами, вызывающими симметрично направленное рассеяние. Как следует из графиков рис. IV.2, излучательная способность слоя с изотропно рассеивающими частицами в направлении нормали превышает излучательную способность слоя с частицами, рассеивающими направленно, что

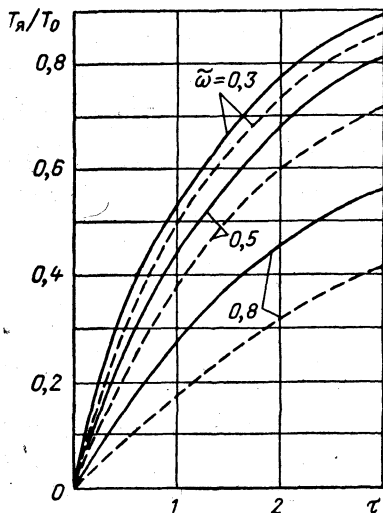


Рис. IV.2. Зависимость излучательной способности рассеивающего слоя от величины интегрального ослабления:

— для модели с изотропно рассеивающими элементами; - - - для модели с направленно рассеивающими элементами.

объясняется влиянием пространственной диффузии излучения. Различие излучательной способности слоев при изо-

тропном и направленном рассеянии не превышает 15% при величинах альбедо частиц, меньших 0,5; при возрастании альбедо частиц различие в излучательной способности становится более заметным.

Угловое распределение радиояркости изотермического слоя с изотропно рассеивающими частицами определяется с помощью (IV.29) при использовании таблиц [83].

Как видно из графиков рис. IV.3, угловое распределение радиояркости при изотропно рассеивающих частицах ока-

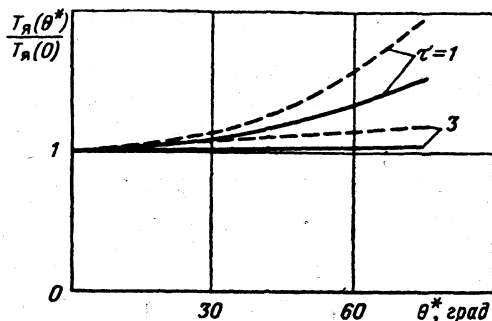


Рис. IV.3. Угловыяркостные характеристики рассеивающего слоя, приведенные к значениям в нормальном направлении, при  $\tilde{\omega} = 0,5$ : — — — для модели с направленно рассеивающими элементами; — — — для модели с изотропно рассеивающими элементами.

зывается близким к равномерному; влияние характера рассеяния частиц на угловое распределение радиояркости снижается при больших значениях оптической толщины слоя.

#### 4. ИЗЛУЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ЧЕРЕЗ ПОЛУПРОЗРАЧНЫЙ РАССЕИВАЮЩИЙ СЛОЙ

4.1. Рассмотрение модели поверхность — рассеивающий слой необходимо в задачах исследования уходящего потока излучения поверхности Земли и планет, покрытых плотным слоем атмосферы.

Интегральные уравнения и примеры, характерные для оптического диапазона, приведены в [9, 82]. Для модели изотропной индикатрисы рассеяния получены выражения в виде табулированных функций для коэффициентов яркости и излучательной способности модели поверхность — рассеивающий слой [82].

Рассматриваемый ниже операторный способ представления суммарного потока излучения позволяет в единообразной форме выразить составляющие потока при различных формах индикатрисы рассеяния. На примерах, характерных для СВЧ диапазона, получим зависимость излучательной способности от параметров модели.

4.2. Рассмотрим случай одномерной среды. Характеристиками слоя являются:

— величина интегрального ослабления;  
— функция пропускания  $q(\tau) = e^{-\tau} + \Delta_p(\tau)$ , учитывающая вклад ослабленной и рассеянной компонент излучения;

— коэффициент отражения  $r(\tau)$ , показывающий интенсивность рассеянного излучения в обратном направлении;

— собственная излучательная способность слоя  $\kappa_0(\tau) = 1 - q(\tau) - r(\tau)$ ;

— коэффициент отражения поверхности по мощности  $R$ .

В изотермическом случае потоки  $\mathcal{J}_{f\pi}$  и  $\mathcal{J}_{f0}$  излучения подстилающей поверхности слоя пропорциональны их излучательным способностям:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{J}_{f\pi}^* &= (1 - R) T, \\ \mathcal{J}_{f0}(\tau) &= \kappa_0(\tau) T. \end{aligned} \right\} \quad (IV.30)$$

Представим поток уходящего излучения  $\vec{\mathcal{J}}_{f\Sigma}$  поверхности и полупрозрачного слоя в виде суммы потоков прямого излучения  $\vec{\mathcal{J}}_{f0}$  слоя, ослабленного и рассеянного потоков излучений  $\vec{\mathcal{J}}_{f\pi}^*$  поверхности и рассеянного поверхностью противоизлучения  $\vec{\mathcal{J}}_{f0}^*$  слоя, т. е.  $\vec{\mathcal{J}}_{f\Sigma} = \vec{\mathcal{J}}_{f0} + \vec{\mathcal{J}}_{f\pi}^* + \vec{\mathcal{J}}_{f0}^*$ , или

$$\vec{\mathcal{J}}_{f\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau) = \vec{\mathcal{J}}_{f0}(\tilde{\omega}, \tau) + \vec{\mathcal{J}}_{f\pi}^*[q + qrR + qr^2R^2 + \dots] + \vec{\mathcal{J}}_{f0}^*R[q + qrR + \dots], \quad (IV.31)$$

где

$$\vec{\mathcal{J}}_{f\pi}^* = \mathcal{J}_{f\pi} [q + qrR + qr^2R^2 + \dots];$$

$$\vec{\mathcal{J}}_{f0}^* = \vec{\mathcal{J}}_{f0} R [q + qrR + qr^2R^2 + \dots].$$

Суммируя геометрические прогрессии (IV.31), получаем

$$\vec{\mathcal{J}}_{f\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau) = \vec{\mathcal{J}}_{f0}(\tilde{\omega}, \tau) + \vec{\mathcal{J}}_{f\pi} \frac{q(\tau)}{1 - r(\tau)R} + \vec{\mathcal{J}}_{f0}(\tilde{\omega}, \tau) R \frac{q(\tau)}{1 - r(\tau)R}. \quad (IV.32)$$

Эффективная излучательная способность системы поверхность — слой согласно (IV.30) и (IV.32) представляется в виде

$$\kappa_{\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau) = \kappa_0(\tilde{\omega}, \tau) + (1 - R) q_a(\tilde{\omega}, \tau) + R q_a(\tilde{\omega}, \tau) \kappa_0(\tilde{\omega}, \tau), \quad (\text{IV.33})$$

где  $q_a(\tilde{\omega}, \tau) = \frac{q(\tau)}{1 - r(\tau)R}$  — эффективный коэффициент пропускания системы с учетом вклада многократно отраженных потоков.

Расчетные значения величин эффективной излучательной способности для одномерного изотермического слоя при симметричном рассеянии ( $x = 0,5$ ), полученные с помощью (IV.33), представлены в табл. IV.4. Данные табл. IV.4

Таблица IV.4

| $\tau$ | Эффективная излучательная способность $\kappa_{\Sigma}$ модели подстилающей поверхности с рассеивающим слоем |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|        | $R = 0,3$                                                                                                    |                        |                        |                        | $R = 0,5$              |                        |                        |                        |
|        | $\tilde{\omega} = 0,1$                                                                                       | $\tilde{\omega} = 0,2$ | $\tilde{\omega} = 0,4$ | $\tilde{\omega} = 0,6$ | $\tilde{\omega} = 0,1$ | $\tilde{\omega} = 0,2$ | $\tilde{\omega} = 0,4$ | $\tilde{\omega} = 0,6$ |
| 0,5    | 0,86                                                                                                         | 0,84                   | 0,78                   | 0,72                   | 0,78                   | 0,78                   | 0,75                   | 0,60                   |
| 1      | 0,93                                                                                                         | 0,89                   | 0,82                   | 0,73                   | 0,89                   | 0,89                   | 0,86                   | 0,66                   |
| 2      | 0,96                                                                                                         | 0,93                   | 0,85                   | 0,75                   | 0,96                   | 0,96                   | 0,92                   | 0,72                   |
| 3      | 0,97                                                                                                         | 0,94                   | 0,87                   | 0,77                   | 0,97                   | 0,97                   | 0,94                   | 0,75                   |

показывают, что эффективная излучательная способность одномерной изотермической модели отражающей поверхности с рассеивающим слоем монотонно возрастает при увеличении интегрального ослабления в слое. Влияние интегрального ослабления в слое на излучательную способность возрастает при увеличении отражательной способности поверхности и снижении рассеивающей способности слоя.

4.3. В случае двумерной модели характеристиками слоя являются интегральное ослабление  $\tau$  и коэффициенты яркости  $\sigma(\eta, \zeta)$  и  $\rho(\eta, \zeta)$ , определяющие рассеянное излучение в прямом и обратном направлениях. Поверхность характеризуется функцией отражения  $R(\eta, \zeta)$ .

Введем линейные операторы  $L_{\sigma}$ ,  $L_{\rho}$  и  $L_R$ , описывающие трансформацию углового распределения отраженного и рас-

сеянного в прямом и обратном направлениях потоков излучения:

$$\left. \begin{aligned} L_{\sigma} \mathcal{J}_f(\xi) &= 2 \int_0^1 \sigma(\eta, \xi) \mathcal{J}_f(\xi) \xi d\xi, \\ L_{\rho} \mathcal{J}_f(\xi) &= 2 \int_0^1 \rho(\eta, \xi) \mathcal{J}_f(\xi) \xi d\xi, \\ L_R \mathcal{J}_f(\xi) &= \int_0^1 R(\eta, \xi) \mathcal{J}_f(\xi) \xi d\xi. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.34})$$

Интенсивность суммарного потока уходящего излучения двумерной модели, представленная в операторной форме, записывается аналогично (IV.31), т. е.

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{J}}_{f\Sigma}(\tau, \eta) &= \vec{\mathcal{J}}_{f0}(\tau, \eta) + \vec{\mathcal{J}}_{f\Pi}(\eta) e^{-\frac{\tau}{\eta}} + [L_{\sigma} + L_{\sigma}(L_R L_{\rho}) + \dots + \\ &+ L_{\sigma}(L_R L_{\rho})^n + \dots] \vec{\mathcal{J}}_{f\Pi}(\xi) + [L_{\sigma} + L_{\sigma}(L_R L_{\rho}) + \dots + \\ &+ L_{\sigma}(L_R L_{\rho})^n + \dots] L_R \vec{\mathcal{J}}_{f0}(\xi), \end{aligned} \quad (\text{IV.35})$$

где  $\vec{\mathcal{J}}_{f0}(\tau, \eta)$  — поток уходящего собственного излучения слоя;  $\vec{\mathcal{J}}_{f\Pi}(\xi)$  — поток излучения поверхности;  $\vec{\mathcal{J}}_{f0}(\xi)$  — поток собственного противоизлучения слоя.

Суммируя ряды операторов, получаем

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{J}}_{f\Sigma}(\tau, \eta) &= \vec{\mathcal{J}}_{f0}(\tau, \eta) + \frac{L_{\sigma}}{1 - L_R L_{\rho}} \vec{\mathcal{J}}_{f\Pi}(\xi) + \\ &+ \vec{\mathcal{J}}_{f\Pi}(\eta) e^{-\frac{\eta}{\tau}} + \frac{L_R L_{\sigma}}{1 - L_R L_{\rho}} \vec{\mathcal{J}}_{f0}(\tau, \xi). \end{aligned} \quad (\text{IV.36})$$

В изотермическом приближении эффективная излучающая способность системы поверхность — слой может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \kappa_{\Sigma}(\tau, \eta) &= \kappa_0(\tau, \eta) + L_{\sigma}^* \kappa_{\Pi}(\xi) + \\ &+ \kappa_{\Pi}(\eta) e^{-\frac{\eta}{\tau}} + L_{\sigma}^* L_R \kappa_0(\xi), \end{aligned} \quad (\text{IV.37})$$

где  $\kappa_{\Pi}(\xi)$  — излучательная способность поверхности в направлении  $\theta^* = \arccos \xi$ ;  $\kappa_0(\xi')$  — собственная излучательная способность слоя в направлении  $\theta' = \arccos \xi'$ .



Оператор

$$L_{\sigma}^* = \frac{L_{\sigma}}{1 - L_R L_{\rho}} \quad (\text{IV.38})$$

или

$$L_{\sigma} = L_{\sigma}^* - L_R L_{\rho} L_{\sigma}^*. \quad (\text{IV.39})$$

Из равенств (IV.38), (IV.39) получаем интегральное уравнение, определяющее функцию

$$\begin{aligned} \sigma_*(\eta, \zeta) = & \sigma(\eta, \zeta) + \\ & + 2 \int_0^1 \rho(\zeta, \eta') \eta' d\eta' \int_0^1 R(\eta', \zeta') \sigma_*(\eta, \zeta') \zeta' d\zeta'. \end{aligned} \quad (\text{IV.40})$$

Для поверхностей с ламбертовской индикатрисой рассеяния уравнение (IV.40) преобразуется с помощью интегрирования:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \sigma_*(\eta, \zeta) \zeta d\zeta = \\ & = \int_0^1 \sigma(\eta, \zeta) \zeta d\zeta + AC \int_0^1 \sigma_*(\eta, \zeta') \zeta' d\zeta', \end{aligned} \quad (\text{IV.41})$$

где  $A$  — альбеда поверхности;

$$C = 4 \int_0^1 \zeta d\zeta \int_0^1 \rho(\zeta, \eta') \eta' d\eta'. \quad (\text{IV.42})$$

Используя (IV.41) и (IV.42), можно записать

$$\int_0^1 \sigma_*(\eta, \zeta) \zeta d\zeta = \frac{1}{1 - AC} \int_0^1 \sigma(\eta, \zeta) \zeta d\zeta. \quad (\text{IV.43})$$

Частное решение (IV.43) записывается в виде

$$\sigma_*(\eta, \zeta) = \frac{1}{1 - AC} \sigma(\eta, \zeta). \quad (\text{IV.44})$$

Выражение для рассеянного потока противоишлучения может быть представлено в виде произведения двух интегралов, т. е.

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{J}}_{f0}^*(\tau, \eta) = & \int \int [\sigma_*(\eta, \eta') + e^{-\frac{\tau}{\eta}}] \times \\ & \times R(\eta', \zeta') \vec{\mathcal{J}}_{f0}(\tau, \zeta') \eta' \zeta' d\eta' d\zeta' = \end{aligned}$$

$$= 2A \int_0^1 [\sigma_*(\eta, \eta') + e^{-\frac{\tau}{\eta}} \eta' d\eta'] \int_0^1 \tilde{\mathcal{J}}_{f_0}(\tau, \zeta') \zeta' d\zeta'. \quad (\text{IV.45})$$

Преобразуем (IV.45) к виду

$$\tilde{\mathcal{J}}_{f_0}^*(\tau, \eta) = 2AS^*(\eta) \int_0^1 \tilde{\mathcal{J}}_{f_0}(\tau, \eta') \eta' d\eta',$$

где

$$S^*(\eta) = \frac{e^{-\frac{\tau}{\eta}}}{1-AC} + \frac{1}{1-AC} \int_0^1 \sigma(\eta, \eta') \eta' d\eta'.$$

**4.4.** Произведем количественную оценку излучения двумерной модели. Рассмотрим излучение поверхности с ламбертовской индикатрисой рассеяния через слой с частицами, имеющими сферическую индикатрису рассеяния. Суммарный поток излучения и эффективная излучательная способность системы в этом случае выражаются через табулированные функции, т. е.

$$\begin{aligned} \kappa_{\Sigma}(\tau, \eta) = & \kappa_0(\tau, \eta) + \\ & + \frac{(1-\tilde{\omega}) 2A(\alpha_1 - \beta_1)}{\left[1 - \frac{\tilde{\omega}}{2}(\alpha_0 - \beta_0)\right] (1-AC)} S(\eta) + \frac{1-A}{1-AC} S(\eta), \quad (\text{IV.46}) \end{aligned}$$

где

$$\kappa_0(\tau, \eta) = \frac{1-\tilde{\omega}}{1 - \frac{\tilde{\omega}}{2}(\alpha_0 - \beta_0)} [\Phi(\tau, \eta) - \Psi(\tau, \eta)];$$

$$\int_0^1 \kappa_0(\tau, \eta') \eta' d\eta' = \frac{1-\tilde{\omega}}{1 - \frac{\tilde{\omega}}{2}(\alpha_0 - \beta_0)} (\alpha_1 - \beta_1);$$

$$S(\eta) = e^{-\frac{\tau}{\eta}} + \int_0^1 \sigma(\eta, \eta') \eta' d\eta' = e^{-\frac{\tau}{\eta}} +$$

$$+ \left(1 - \frac{\tilde{\omega}}{2} \alpha_0\right) \Psi(\tau, \eta) + \frac{\tilde{\omega}}{2} \beta_0 \Phi(\tau, \eta);$$

$$\alpha_1 = \int_0^1 \Phi(\tau, \eta) \eta d\eta; \quad \beta_1 = \int_0^1 \Psi(\tau, \eta) \eta d\eta.$$

Функции Чандрасекара — Амбарцумяна  $\Phi(\tau, \eta)$  и  $\Psi(\tau, \eta)$  и их моментные функции подробно табулированы в [83]. Использование таблиц [83] позволяет с помощью (IV.46) произвести расчет излучательных характеристик двумерной модели с ламбертовской поверхностью и сферической индикатрисой. В табл. IV.5 в качестве примера приведены расчетные значения излучательной способности  $\kappa_{\Sigma}(\tau, \eta=1)$  изотропного рассеивающего слоя, ограниченного ламбертовской поверхностью, полученные с помощью (IV.46). Для сравнения приводятся соответствующие значения  $\kappa_{\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau)$  для одномерной поверхности с симметричным рассеянием, рассчитанные по (IV.33).

Таблица IV.5

| $\tau$ | $\kappa_{\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tau, 1)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tau, 1)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tau, 1)$ |
|--------|-----------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------|----------------------------|
|        | $\tilde{\omega} = 0, 2$                 |                            | $\tilde{\omega} = 0, 4$                 |                            | $\tilde{\omega} = 0, 6$                 |                            |
|        | $A = 0, 3$                              |                            |                                         |                            |                                         |                            |
| 0,5    | 0,84                                    | 0,91                       | 0,78                                    | 0,87                       | 0,72                                    | 0,81                       |
| 1      | 0,89                                    | 0,93                       | 0,82                                    | 0,88                       | 0,73                                    | 0,82                       |
| 2      | 0,93                                    | 0,95                       | 0,85                                    | 0,89                       | 0,75                                    | 0,82                       |

| $\tau$ | $\kappa_{\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tau, 1)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tau, 1)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tilde{\omega}, \tau)$ | $\kappa_{\Sigma}(\tau, 1)$ |
|--------|-----------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------|----------------------------|
|        | $\tilde{\omega} = 0, 2$                 |                            | $\tilde{\omega} = 0, 4$                 |                            | $\tilde{\omega} = 0, 6$                 |                            |
|        | $A = 0, 5$                              |                            |                                         |                            |                                         |                            |
| 0,5    | 0,75                                    | 0,87                       | 0,68                                    | 0,82                       | 0,60                                    | 0,75                       |
| 1      | 0,86                                    | 0,91                       | 0,77                                    | 0,86                       | 0,66                                    | 0,78                       |
| 2      | 0,93                                    | 0,91                       | 0,84                                    | 0,88                       | 0,72                                    | 0,79                       |

Данные табл. IV.5 показывают, что эффективная излучательная способность среды с изотропным рассеянием, ограниченной поверхностью с ламбертовским рассеянием, превышает излучательную способность одномерной модели на 10÷20% при равных коэффициентах отражения по мощности.

## ГЛАВА V

# СЕЛЕКТИВНЫЕ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ

### 1. МЕХАНИЗМЫ СЕЛЕКТИВНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Селективные излучения возникают в атомах и молекулах при энергетических переходах с верхних уровней на нижние. Теория молекулярных и атомных СВЧ спектров и экспериментальные спектроскопические результаты изложены в монографиях [17—19, 21, 22].

В СВЧ диапазоне ответственными за излучение являются следующие энергетические переходы:

- электронные атомные переходы между близкими уровнями при больших квантовых числах;
- переходы между молекулярными вращательными уровнями и вращательно-колебательными уровнями;
- переходы между атомными и молекулярными уровнями тонкой и сверхтонкой структуры.

Интенсивность спонтанных излучений совокупности осцилляторов определяется интенсивностью перехода (силой осциллятора) и населенностью излучающих уровней. Форма линий излучения зависит от температуры осцилляторов и их взаимодействия с окружающей средой. В равновесных условиях населенность энергетических уровней определяется больцмановским распределением, и согласно закону Кирхгофа имеется однозначная связь излучательной и поглощательной способностей.

Наблюдение селективных СВЧ излучений дает информацию об энергетических уровнях осцилляторов, их населенности и параметрах окружающей среды, взаимодействующей с осцилляторами.

### 2. ИНТЕНСИВНОСТЬ СЕЛЕКТИВНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ И ПОГЛОЩЕНИЙ

2.1. Интенсивность поглощений и излучений определяется вероятностями спонтанных и индуцированных переходов (коэффициентами Эйнштейна). Мощность излучения

при переходе с верхнего уровня  $n$  на нижний уровень  $m$  для совокупности излучателей без учета реабсорбции определяется соотношением

$$P = A_{nm} \hat{N}_n h f_{nm}, \quad (V.1)$$

где  $A_{nm}$  — вероятность спонтанного перехода;  $\hat{N}_n$  — число осцилляторов на верхнем уровне.

Коэффициент поглощения, характеризующий изменение интенсивности излучения на единицу пути, определяется разностью энергетических затрат при индуцированных переходах с нижних уровней на верхние и обратно:

$$\gamma = \frac{h f_{nm}}{c} B_{mn} (N_m - N_n), \quad (V.2)$$

где  $B_{mn} = B_{nm}$  — вероятность индуцированного перехода;  $N_m$  и  $N_n$  — пространственные плотности осцилляторов на уровнях  $m$  и  $n$ .

В равновесных условиях согласно закону Кирхгофа мощность излучения единицы объема может быть представлена в виде

$$P_0 = A_{nm} N_n h f_{nm} = \frac{h f_{nm}}{c} B_{mn} (N_m - N_n) B_f(T), \quad (V.3)$$

где  $B_f(T)$  — функция Планка [см. (1.12)].

2.2. Коэффициенты Эйнштейна, характеризующие интенсивность перехода, выражаются через величину  $\hat{f}_{nm}^c$ , называемую «силой осциллятора»:

$$A_{nm} = \frac{8\pi h f_{nm}^3}{c} \cdot \frac{g_m}{g_n} B_{mn}, \quad (V.4)$$

где  $g_n$  и  $g_m$  — статистические веса уровней  $n$  и  $m$ ;

$$B_{nm} \doteq \hat{f}_{nm}^c. \quad (V.5)$$

Сила осциллятора определяется через матричный элемент момента перехода, зависящий от характера перехода. В качестве примеров укажем на дипольные излучения, квадрупольные излучения и т. д. В классической модели интенсивность излучения колеблющегося заряда пропорциональна дипольному моменту излучателя, т. е.

$$P = \frac{e^2 \omega^4}{3c^3} a^2 = \frac{\omega^4}{3c^3} \mu_0^2, \quad (V.6)$$

где  $a$  — амплитуда колебаний;  $\mu_0$  — дипольный момент излучателя,

Матричный элемент перехода пропорционален дипольному моменту:  $\mu_{mn} = 2\mu_0$ .

Совокупность (V.1), (V.6) показывает связь квантовой и классической моделей излучения и поясняет физический смысл понятия вероятности перехода.

Обратная величина суммы вероятностей спонтанных переходов на нижние уровни характеризует «время жизни уровня» — параметр, определяющий естественное размытие спектральной линии.

### 3. НАСЕЛЕННОСТЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ

В равновесном состоянии населенность энергетических уровней пропорциональна произведению статистического веса  $g_n$  на больцмановский множитель. Функция распределения населенности

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} g_n e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}. \quad (\text{V.7})$$

Соотношение для коэффициента поглощения (V.2) в случае равновесного состояния при  $\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_m}{kT} \ll 1$  может быть представлено в виде

$$\gamma \simeq \frac{hf^2}{ckT} \cdot \frac{g_m}{g_n} N_m B_{mn}. \quad (\text{V.8})$$

Статистические веса состояний характеризуют степень вырождения и могут быть представлены в виде произведения весов, учитывающих факторы, определяющие данное энергетическое состояние. Причиной вырождения является симметрия в структуре, вызывающая наличие одинаковых энергетических уровней. Вырождение снимается при появлении внешних воздействий, нарушающих условие симметрии. Например, вырождение за счет энергетической эквивалентности состояний прямого и обратного вращения снимается во внешнем магнитном поле. Теория вырождения и расчеты статистических весов изложены в [17].

В неравновесном состоянии функция населенности может иметь произвольный характер, включая преимущественное заселение верхних уровней (инверсная населенность).

Изменение функций распределения населенности уровней может существенным образом трансформировать форму

огибающей вершин линий спектра излучения. При равновесной населенности огибающая вершин линий спектра излучения в условиях, когда можно пренебрегать эффектом насыщения и реабсорбцией, определяется значениями коэффициентов Эйнштейна и условиями взаимодействия осцилляторов с окружающей средой. Например, для водорода при переходах между соседними уровнями зависимость интенсивности излучения от частоты имеет характер, близкий к квадратичному (см. § 5 гл. V), интенсивность спектра вращательных переходов линейных и двухатомных молекул изменяется по закону, близкому к пятой степени от частоты (см. § 6 гл. V).

Одновременные измерения интенсивности нескольких линий спектра излучения в равновесных условиях могут быть использованы для определения параметров излучающей среды, а в неравновесном состоянии характеризуют отклонение от равновесного распределения населенности уровней.

#### 4. ФОРМА ЛИНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

4.1. Форма линии излучения совокупности осцилляторов без учета реабсорбции определяется следующими факторами: конечным временем излучения (естественное уширение); тепловым разбросом скоростей движения осцилляторов (доплеровское уширение); энергетическими обменами при соударениях осцилляторов между собой и с окружающими частицами (уширение за счет соударений). Величина естественного уширения обратно пропорциональна времени жизни данного энергетического уровня, т. е.

$$\Delta f_{\tau} \simeq \frac{1}{\tau} = \sum_{m < n} A_{nm}. \quad (V.9)$$

Допплеровское уширение определяется разбросом скоростей движения осцилляторов, зависящим от температуры среды:

$$V_{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (V.10)$$

Относительная величина уширения

$$\frac{2\Delta f_g}{f} \simeq 7,15 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{m}}. \quad (V.11)$$

Профиль линии за счет доплеровского уширения имеет колокольную форму [с коэффициентом, определяемым из условия нормировки  $\int_0^{\infty} S(f, f_0) df = 1$ ]:

$$S(f, f_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta f_g} e^{-\frac{(f-f_0)^2}{2\Delta f_g^2}}. \quad (\text{V.12})$$

Максимальное значение функции  $S(f, f_0)$  на резонансной частоте

$$S_{\text{макс}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta f_g}.$$

Уширение за счет соударений с частицами окружающей среды зависит от состава окружающей среды, концентрации частиц и температуры. Нетрудно видеть, что средняя частота соударений  $\nu_s$ , определяющая величину уширения, пропорциональна величине эффективного сечения соударения  $\sigma_s$ , концентрации взаимодействующих частиц  $N$ , эффективному значению скорости  $\sqrt{v_s^2}$ , т. е.

$$\nu_s = N \sigma_s \sqrt{v_s^2}, \quad (\text{V.13})$$

где

$$\sqrt{v_s^2} = \sqrt{\frac{2kT}{m_1 m_2} (m_1 + m_2)};$$

$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  — приведенная масса взаимодействующих частиц.

Форма линии, возникающая из-за соударений, различается в классической и квантовой моделях. Согласно классической модели Лоренца

$$S(f, f_0) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Delta f}{(f - f_0)^2 + (\Delta f)^2}, \quad (\text{V.14})$$

где

$$\Delta f = \frac{\nu_s}{2\pi}.$$

Максимальное значение  $S(f, f_0)$  на резонансной частоте

$$S_{\text{макс}}(f_0, f_0) = \frac{1}{\pi \Delta f}. \quad (\text{V.15})$$

Более поздняя формула Ван-Флека — Вайскопфа построена с учетом больцмановского распределения энергии взаимо-



действующих частиц и имеет вид

$$S(f, f_0) = \frac{f}{\pi f_0} \left[ \frac{\Delta f}{(f_0 - f)^2 + (\Delta f)^2} + \frac{\Delta f}{(f + f_0)^2 + (\Delta f)^2} \right]. \quad (\text{V.16})$$

Предложенная С. А. Жевакиным форма линии, основанная на кинетической модели [102], позволяет, по-види-

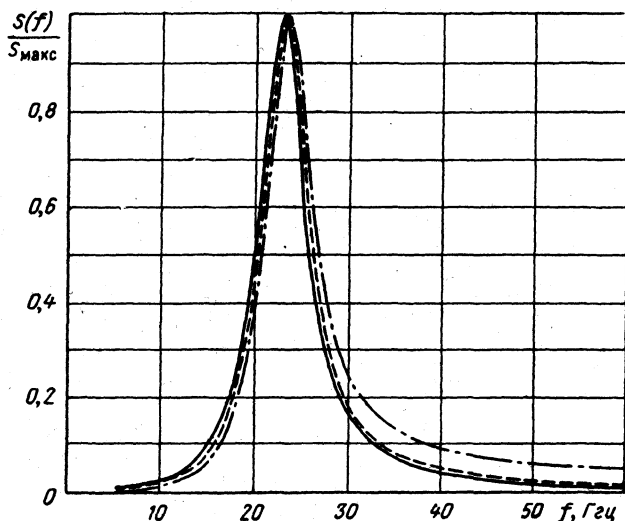


Рис. V.1. Формы профилей размытия линии из-за соударений [106]:  
— — — модель Лоренца; - - - модель Ван-Флека; ————— модель Жевакина.

мому, более корректно учесть взаимодействие при соударениях и приводит к значительным поправкам на «крыльях» линии:

$$S(f, f_0) = \frac{f^2}{\pi} \cdot \frac{4\Delta f}{(f_0^2 - f^2)^2 + 4f^2(\Delta f)^2}. \quad (\text{V.17})$$

На рис. V.1 [102] представлены формы профилей линий поглощения. В центральной части профили практически не различаются. Различие заметно сказывается на «крыльях».

В плазме механизмом, ответственным за уширение, является взаимодействие осцилляторов с заряженными частицами (электронами и ионами). Профиль линии поглощения может быть определен по (IV.14) — (IV.17) с учетом зависимости ширины линии от концентрации плазмы.

Учет уширения линии при одновременном воздействии нескольких факторов производится методом свертки. Например, при воздействии двух независимых факторов, обуславливающих профили линий в виде функций  $S_1(f, f_0)$  и  $S_2(f, f_0)$ , форма линии определяется в виде

$$S(f, f_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(x, f_0) S_2(f-x, f_0) dx. \quad (V.18)$$

Интенсивность излучения и коэффициент поглощения с учетом уширения при переходе между уровнями  $n$  и  $m$  согласно (V.1) и (V.2) записываются в виде

$$P_0(f) = A_{nm} N_n h f_{nm} S(f - f_{nm}), \quad (V.19)$$

$$\gamma(f) = \frac{h f_{nm}}{c} B_{nm} (N_m - N_n) S(f - f_{nm}). \quad (V.20)$$

Для естественных СВЧ излучений деформация формы профиля линии за счет эффекта насыщения, возникающего в условиях, когда скорость вынужденных переходов превышает скорость релаксации, в подавляющем числе случаев может не учитываться.

4.2. Учет влияния реабсорбции излучения изменяет форму линии. Интенсивность излучения однородного слоя толщиной  $L$  определяется формулой

$$\mathcal{I}(f) = \int_0^L P_0 e^{-\gamma x} dx = \frac{P_0}{\gamma} (1 - e^{-\tau(f)}), \quad (V.21)$$

где  $\tau = \gamma \cdot L$  — интегральное поглощение в слое.

При  $\tau \ll 1$  роль реабсорбции может не учитываться. В этом случае форма линии излучения слоя

$$\mathcal{I}(f) = P_0(f)L. \quad (V.22)$$

При  $\tau \gg 1$  линия расширяется и форма спектра излучения делается подобной форме спектра излучения черного тела.

4.3. В случаях пространственно меняющейся плотности форма линии поглощения и излучения отличается от формы профиля линии однородного слоя и зависит от распределения пространственной плотности осцилляторов и примесей, вызывающих соударения. Интегральное поглощение в среде с переменной плотностью представим в виде интеграла

вдоль направления визирования:

$$\tau(f) = \int_0^L \gamma(f, x) dx. \quad (V.23)$$

Рассмотрим случай трехслойной аппроксимации с убывающей плотностью осцилляторов, полагая, что  $N_1 > N_2 > N_3$  и что в первых двух слоях преобладает уширение за счет соударений, причем  $\Delta f_1 > \Delta f_2$ , а в третьем слое уширение определяется доплеровским тепловым разбросом, тогда

$$\tau(f) = \tau_1(f) + \tau_2(f) + \tau_3(f), \quad (V.24)$$

где

$$\tau_1(f) = \frac{hf_{nm}}{\pi c} B_{mn} \left( e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} - e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}} \right) \int_0^{L_1} \frac{N_1(x) \Delta f_1(x)}{(f - f_{nm})^2 + [\Delta f_1(x)]^2} dx;$$

$$\tau_2(f) = \frac{hf_{nm}}{\pi c} B_{mn} \left( e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} - e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}} \right) \int_{L_1}^{L_2} \frac{N_2(x) \Delta f_2(x)}{(f - f_{nm})^2 + [\Delta f_2(x)]^2} dx;$$

$$\tau_3(f) = \frac{hf_{nm}}{\sqrt{2\pi}} B_{mn} \left( e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} - e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}} \right) \int_{L_2}^{L_3} \frac{N_3(x)}{\Delta f_3(x)} e^{-\frac{(f - f_{nm})^2}{2[\Delta f_3(x)]^2}} dx.$$

Для области, удаленной от резонансной частоты, где  $(f - f_{nm}) \gg \Delta f_1$ ,

$$\tau_3(f) \ll \tau_2(f) \ll \tau_1(f)$$

и

$$\begin{aligned} \tau(f) &\simeq \tau_1(f) \simeq \\ &\simeq \frac{hf_{nm}}{\pi c} B_{mn} \left( e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} - e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}} \right) \frac{N_1 L_1 \Delta f_1}{(f - f_{nm})^2}. \end{aligned} \quad (V.25)$$

В резонансной области при  $(f - f_{nm}) < \Delta f_3$

$$\tau(f) = \frac{hf_{nm}}{\pi c} B_{mn} \left( e^{-\frac{\mathcal{E}_m}{kT}} - e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}} \right) \left[ \frac{N_1 L_1}{\Delta f_1} + \frac{N_2 (L_2 - L_1)}{\Delta f_2} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{N_3 (L_3 - L_2)}{\Delta f_3} \right]. \quad (V.26)$$

Резонансное излучение для областей 1 и 2 меняется обратно пропорционально изменению величины уширения:

$$\frac{\tau_2(f_{nm})}{\tau_1(f_{nm})} = \frac{N_2 (L_2 - L_1)}{N_1 L_1} \frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}. \quad (V.27)$$

Выражения (V.26), (V.27) показывают, что в резонансной

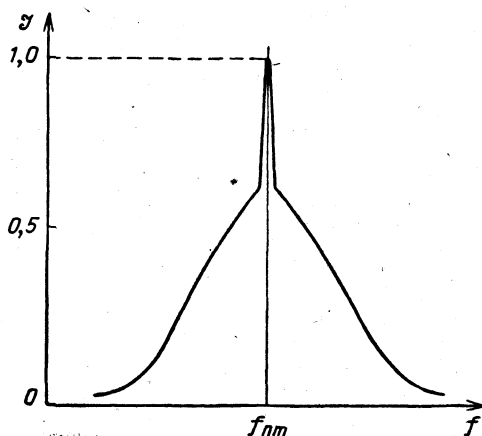


Рис. V.2. Схематическая форма суммарного профиля линии интегрального поглощения (излучения) неоднородного слоя.

области возрастает вклад в излучение слоев с малой плотностью осцилляторов, и вблизи резонансной частоты возникает выброс (рис. V.2).

## Б. АТОМНЫЕ СВЧ СПЕКТРЫ

5.1. Энергетические уровни атомов согласно квантовым представлениям вычисляются путем нахождения собственных значений оператора моментов.

Теория атомных спектров имеет наиболее простую форму для одноэлектронных атомов (водород и водородоподобные ионы). Состояния, соответствующие различным собственным значениям  $l = 0, 1, \dots, (n - 1)$  моментного оператора одноэлектронного атома, обозначаются буквами латинского алфавита (табл. V.1). Для  $n$ -го уровня состояния обозначаются как  $ns, np, \dots, nk, \dots$ .

Таблица V.1

| $l$                              | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|----------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Обозначения состояний электронов | $s$ | $p$ | $d$ | $f$ | $g$ | $h$ |

Многочастицинные атомы характеризуются сложной энергетической структурой, обусловленной взаимодействием электронов с ядром и между собой. Обозначение состояния многочастицинных атомов производится с помощью набора символов, характеризующих электронные конфигурации. Для атомов с  $N$  электронами состояние обозначается в виде  $n_1l_1, n_2l_2, \dots, n_Nl_N$ .

Спектры различаются в зависимости от вида внешних оболочек и характера их заполнения. Щелочные металлы характеризуются наличием одного  $s$ -электрона на внешней оболочке. Например, литий, заряд ядра которого  $Z = 3$ , в основном состоянии имеет конфигурацию

$$1s^22s. \quad (V.28)$$

Натрий ( $Z = 11$ ) имеет в основном состоянии конфигурацию

$$1s^22s^22p^63s. \quad (V.29)$$

Выделяется группа элементов с двумя  $s$ -электронами на внешней оболочке. В этой группе гелий ( $Z = 2$ ) имеет конфигурацию

$$1s^2. \quad (V.30)$$

Конфигурация основного состояния магния ( $Z = 12$ ) обозначается в виде

$$1s^22s^22p^63s^2. \quad (V.31)$$

Спектральные линии переходов обозначаются двумя символами, соответствующими верхнему и нижнему энергетическим уровням.

5.2. Энергетические уровни атомов водорода и водородоподобных ионов описываются соотношением

$$\mathcal{E}_n = \frac{\mu e^4 Z^2}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (\text{V.32})$$

где  $\mu$  — приведенная масса ядра.

Спектр переходов между уровнями  $n$  и  $m$  представляется в виде

$$f_{nm} = \frac{\mu e^4 Z^2}{2\hbar^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (\text{V.33})$$

Подставляя в (V.33) числовые значения в случае водорода, получаем спектр

$$f [\text{Mгц}] = 3,3 \cdot 10^9 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (\text{V.34})$$

Переходы, соответствующие линиям в СВЧ диапазоне, соответствуют большим значениям квантовых чисел  $n$  и  $m$  и возникают при ионизации водорода. Расчеты СВЧ спектров излучения ионизированного водорода впервые были выполнены Уайлдом [89] и Н. С. Кардашевым [90], см. также [91].

Вероятности спонтанных переходов определяются известным соотношением [11]

$$A_{nm} = \frac{1,6 \cdot 10^{10}}{n^3 m (n^2 - m^2)} [\text{сек}^{-1}]. \quad (\text{V.35})$$

Для переходов между близкими уровнями можно записать

$$A_{nn-\Delta n} \simeq \frac{8 \cdot 10^9}{n^5 \Delta n} [\text{сек}^{-1}]. \quad (\text{V.36})$$

Среди близких переходов наибольшую вероятность имеют переходы с  $\Delta n = 1$ . В этом случае согласно (V.34)

$$f_{nn-1} \simeq 6,6 \frac{10^9}{n^3} [\text{Mгц}]. \quad (\text{V.37})$$

Расстояние между линиями оценивается соотношением

$$\frac{\Delta f}{f} \simeq \frac{3}{n}. \quad (\text{V.38})$$

Примеры СВЧ линий перехода водорода, вычисленные по (V.37), приведены в табл. V.2.

Таблица V.2

| $n$      | 50   | 70   | 100 | 120  | 150  | 200  |
|----------|------|------|-----|------|------|------|
| $f$ , Гц | 52,7 | 19,2 | 6,6 | 3,82 | 1,95 | 0,82 |

В сантиметровом диапазоне содержится около нескольких десятков линий. В миллиметровом диапазоне расстояние между линиями по частоте составляет 5—10% от значения резонансной частоты. В дециметровом диапазоне расстояние между линиями сокращается до 1%.

При больших значениях квантовых чисел уширение линий за счет воздействия электрических полей вызывает слияние дискретного спектра с квазинепрерывным и переход в непрерывный спектр. Для водородной плазмы значение квантовых чисел, ограничивающих дискретный спектр, определяется соотношением Инглиса — Теллера

$$\lg n_{\text{макс}} \simeq 3,1 - \frac{\lg N}{7,5}, \quad (\text{V.39})$$

где  $N$  — концентрация протонов.

Интенсивность излучения на резонансной частоте определяется по формуле (V.19) с учетом уширения линии за счет взаимодействия с окружающими частицами и доплеровского размытия. Объемная интенсивность излучения линий с профилем в форме Лоренца имеет вид

$$P_0(f) = \frac{hf}{\Delta f} A_{nm} N_n. \quad (\text{V.40})$$

Полагая, что величина уширения линии за счет соударений с ионами не зависит от частоты, согласно (V.36), (V.37) получаем выражение для относительных значений интенсивности линий излучения на частотах  $f_{n, n-1}$  и  $f_{m, m-1}$ :

$$\frac{P_0(f_{n, n-1})}{P_0(f_{m, m-1})} \simeq \frac{N_n}{N_m} \left( \frac{m}{n} \right)^8 = \frac{N_n}{N_m} \left( \frac{f_{n, n-1}}{f_{m, m-1}} \right)^{\frac{8}{3}}. \quad (\text{V.41})$$

Спектры одноэлектронных ионов  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{++}$ ,  $\text{B}^{+++}$  вычисляются по (V.32) с учетом поправки на заряд и приведенную массу ядра. Для ионизированного гелия, например, оценочное соотношение имеет вид

$$f_{n, n-1} \simeq 26,4 \cdot 10^9 \frac{1}{n^3} [\text{МГц}]. \quad (\text{V.42})$$

Экспериментальные данные по наблюдениям СВЧ излучения водородных линий перехода при величинах квантовых чисел  $n$  порядка сотни в галактических областях НII получены Р. Л. Сороченко и Э. В. Бороздич.

**5.3.** Взаимодействие спинового момента  $\vec{s}$  электрона с орбитальным моментом  $\vec{l}$  сопровождается расщеплением уровней и появлением тонкой структуры термов. Собственное значение квадрата полного момента  $(\vec{j})^2 = (\vec{l} + \vec{s})^2$  составляет величину  $j(j+1)$ . При заданном значении  $l$  величина  $j$  определяется соотношением  $j = l \pm \frac{1}{2}$ . Состояние, соответствующее заполнению уровня  $n$ , при величине полного момента  $j$  обозначается как  $ns_j, np_j, \dots, nk_j$ . Правило отбора при переходе по квантовым числам определяется условием  $\Delta j = 0, \pm 1$ .

Для водородоподобных атомов величина расщепления зависит от номера уровня заряда ядра и состояния электрона. Расчетное соотношение для определения величины расщепления имеет вид

$$\Delta f = \frac{R^* \alpha^2 Z^4}{n^3 l(l+1)}, \quad (\text{V.43})$$

где

$$R^* = \frac{2\pi m e^4}{ch^3} \left[ \frac{1}{cm} \right];$$

$$\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc} \simeq \frac{1}{137} \text{ — постоянная тонкой структуры.}$$

В табл. V.2A приведены значения частот переходов тонкой структуры для второго, третьего и четвертого уровней атома водорода [22].

Таблица V.2A

| $n$              | 2     | 3    | 4    |
|------------------|-------|------|------|
| $f, \text{ Мгц}$ | 10750 | 3600 | 1330 |

Согласно (V.43) величина расщепления возрастает пропорционально четвертой степени заряда ядра и обратно пропорционально третьей степени номера уровня.

Расстояние между уровнями тонкой структуры ионизированного гелия в состоянии  $2p$  составляет  $14020 \pm \pm 100 \text{ Мгц}$  [12]; для лития —  $11\,400 \text{ Мгц}$  [19] и т. д.



Теория тонкой структуры атомных термов приведена в [12, 17, 22]. Дополнительное расщепление уровней, возникающее за счет магнитного взаимодействия орбитально-ядерных моментов, приводит к появлению сверхтонкой структуры термов. Так, например, сверхтонкая структура

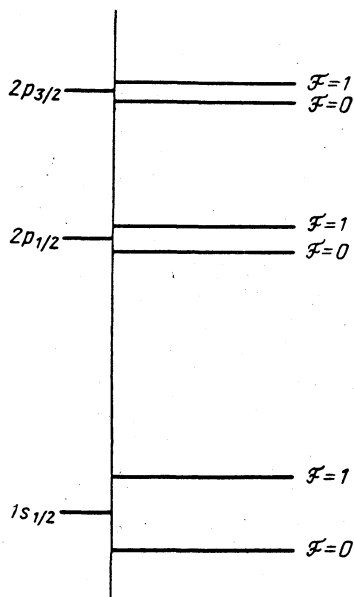


Рис. V.3. Схема энергетических уровней сверхтонкой структуры атома водорода в состояниях  $1s$  и  $2p$ .

уровней атома водорода возникает за счет взаимодействия магнитного квадрупольного момента  $I$  ядра с полным электронным моментом  $j$ , где  $\vec{j} + \vec{I} = \vec{F}$ .

Схема энергетических уровней атома водорода для состояний  $1s_{1/2}$ ,  $2p_{1/2}$ ,  $2p_{3/2}$  представлена на рис. V.3.

Для основного уровня водорода имеются магнитно-дипольные переходы. При разрешенных значениях величин  $j = 1/2$ ,  $I = 1/2$ ,  $F = 1$ ,  $F' = 0$  возникает расщепление на частоте  $\nu = 1420,4 \text{ МГц}$  ( $\lambda \sim 21 \text{ см}$ ) с вероятностью перехода  $B = 2,85 \cdot 10^{-15} \text{ сек}^{-1}$ . По результатам радиоастрономических наблюдений линии излучения водорода на волне  $21 \text{ см}$  получены важные данные о структуре облаков водорода в Галактике, их движении и температуре [27].

Сверхтонкое расщепление уровней имеет место в изотопе гелия (гелий-3), обладающего магнитным моментом ядра, равным магнитному моменту нейтрона. Линия перехода между уровнями сверхтонкого расщепления гелия-3 имеет частоту перехода около 8570 *Мгц* при величине вероятности перехода на три порядка выше, чем для указанной линии водорода [92].

## 6. МОЛЕКУЛЯРНЫЕ СВЧ СПЕКТРЫ

6.1. Энергетические уровни молекул определяются в первом приближении суммой энергии электронных, колебательных и вращательных состояний, т. е.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_э + \mathcal{E}_к + \mathcal{E}_{вр}.$$

Различие энергий электронных состояний характеризуется величинами порядка 1—10 эв, что соответствует спектру видимой и ультрафиолетовой областей. Энергии колебательных состояний различаются на величины порядка десятых и сотых долей электронвольт; колебательные переходы ответственны за излучение в инфракрасной области. Вращательные состояния, имеющие энергетические различия на величины порядка от сотых до десятитысячных долей электронвольт, создают переходы в областях инфракрасного и СВЧ диапазонов.

Структура энергетических уровней вращательных состояний зависит от геометрических свойств и степени симметрии молекулы; так, например, различаются плоские, линейные и объемные молекулы, молекулы типов симметричного и несимметричного волчков.

Кроме основных вращательных переходов, СВЧ излучение возникает за счет переходов на расщепленных вращательных уровнях. Расщепление вращательных уровней (тонкая структура) возникает вследствие взаимодействий вращательных, орбитальных, спиновых и ядерных движений. Состояние молекул с различной электронной энергией характеризуется квантованной величиной  $\Lambda$ , соответствующей значению проекции полного орбитального момента на ось молекулы. Значения квантованных чисел  $\Lambda$  обозначаются греческими буквами (табл. V.3).

При  $\Lambda \neq 0$  в зависимости от ориентации возможны два значения проекции, что приводит к двойному вырождению уровня ( $\Lambda$ -удвоению).

Таблица V.3

| Λ                                        | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------------------------------------------|---|---|---|---|---|
| Обозначения<br>молекулярных<br>состояний | Σ | Π | Δ | Φ | Γ |

Основным состоянием для большинства молекул является Σ-состояние. Величина магнитного момента в Σ-состоянии имеет значение порядка нескольких ядерных магнетонов (исключая парамагнитные молекулы O<sub>2</sub>, NO и другие, имеющие магнитный момент порядка магнетона Бора).

Мультиплетность состояний, возникающих за счет орбитально спиновых взаимодействий, отмечается индексом слева сверху: <sup>3</sup>Σ, <sup>2</sup>Π и т. д. Составляющие полного момента вдоль оси молекулы обозначаются с помощью нижнего правого индекса, например: <sup>3</sup>Π<sub>1/2</sub>, <sup>2</sup>Π<sub>3/2</sub> и т. д. Интенсивность спектральных линий согласно (V.6) определяется матричным элементом дипольного момента перехода |μ<sub>ij</sub>|, зависящего от дипольного момента молекулы μ<sub>0</sub>. Для большинства двух- и трехатомных молекул величина дипольного момента находится в пределах от десятых долей до нескольких единиц дебая. Матричный элемент дипольного момента определяется соотношением

$$|\mu_{nm}|^2 = |\mu_x|^2 + |\mu_y|^2 + |\mu_z|^2. \quad (V.44)$$

Компоненты матричного дипольного момента μ<sub>x</sub>, μ<sub>y</sub>, μ<sub>z</sub> выражаются через собственные волновые функции ψ<sub>n</sub>, ψ<sub>m</sub> и компоненты дипольного момента μ вдоль главных осей μ<sub>a</sub>, μ<sub>b</sub>, μ<sub>c</sub> [12]. Расчеты собственных волновых функций вращающихся молекул выполнены для ряда моделей осцилляторов в [12, 94].

Распределение населенности вращательных уровней с учетом вырождения в равновесном состоянии (рис. V.4) пропорционально коэффициенту вырождения и экспонентному множителю:

$$N_J \div (2J + 1) e^{-\frac{\mathcal{E}_J}{kT}}. \quad (V.45)$$

В качестве примеров ниже рассматриваются СВЧ спектры атмосферных составляющих, спектры молекул в газовой фазе и спектры компонент, возникающих в плазменных образованиях.

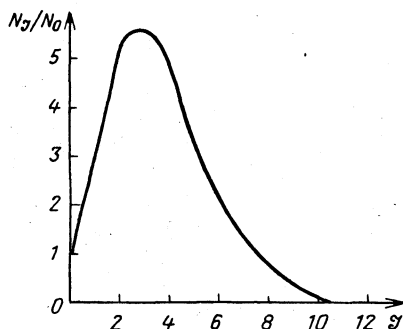


Рис. V.4. Примерный график распределения населенности вращательных уровней в равновесном состоянии.

## 7. СВЧ СПЕКТРЫ ДВУХАТОМНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ МОЛЕКУЛ

7.1. Молекулы линейной структуры, к которым, в частности, относятся двухатомные молекулы, характеризуются величиной момента инерции или вращательной постоянной  $B$ , обратной по величине моменту инерции.

Энергетические вращательные уровни определяются квантованием полного момента вращения молекулы:

$$\mathcal{E}_J = hB J(J+1), \quad (\text{V.46})$$

где  $B = \frac{h}{8\pi^2 I_M}$  — вращательная постоянная;  $I_M$  — момент инерции молекулы;  $J$  — квантовые числа ( $J = 1, 2, \dots, n$ ).

По правилу отбора  $\Delta J = \pm 1$ . В соответствии с правилом отбора вращательный спектр состоит из равноотстоящих линий и определяется соотношением

$$\nu_J = 2BJ. \quad (\text{V.47})$$

Матричный элемент дипольного момента, определяющий вероятности перехода  $J \rightarrow (J-1)$ , согласно [19] имеет вид

$$|\mu_J, J-1|^2 = \frac{1}{3} \mu_0^2 (J+1), \quad (\text{V.48})$$

где  $\mu_0$  — дипольный момент молекулы.

В равновесных условиях согласно (V.20) и (V.48) максимальное значение коэффициента поглощения на частоте резонанса оценивается величиной

$$\gamma_{\text{макс}} \left[ \frac{1}{\text{см}} \right] \simeq \frac{5,5 \cdot 10^{-17} \mu_0^2 f^3 [\text{Мгц}]}{\Delta f_1 [\text{Мгц}]}, \quad (\text{V.49})$$

где  $\mu_0$  — дипольный момент в дебаях;  $\Delta f_1$  — уширение линии при давлении 1 мм рт. ст.

Согласно оценке [19]  $\Delta f_1 \sim 10 \text{ Мгц}$  и (V.49) преобразуется к виду

$$\gamma_{\text{макс}} \left[ \frac{1}{\text{см}} \right] \simeq 5 \cdot 10^{-18} \mu_0^2 f^3 [\text{Мгц}]. \quad (\text{V.50})$$

Независимость коэффициента поглощения от давления объясняется обратной зависимостью величины  $\gamma$  от уширения линии.

Отношение максимальных значений интенсивностей излучения двух линий в области частот, где выполняется формула Релея — Джинса (1.15), в предположении о независимости уширения от частоты определяется в виде

$$\frac{P_0(f_2)}{P_0(f_1)} = \frac{f_2^3}{f_1^3}. \quad (\text{V.51})$$

В качестве примеров СВЧ вращательных переходов рассмотрим вращательные спектры молекул окиси углерода (CO) и закиси азота ( $\text{N}_2\text{O}$ ).

7.2. Вращательная постоянная  $B$  изотопа  $\text{C}^{12}\text{O}^{16}$  равна  $57897,75 \pm 0,13 \text{ Мгц}$  [12]. Значения частот вращательных переходов молекулы CO для  $J = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ , рассчитанные по формуле (V.47), приведены в табл. V.4.

Таблица V.4

| $J$              | 1       | 2       | 3       | 4       |
|------------------|---------|---------|---------|---------|
| $f, \text{ Мгц}$ | 115 794 | 231 588 | 347 382 | 463 176 |

Величина коэффициента поглощения CO по оценке (V.50) составляет от  $10^{-5} \frac{1}{\text{м}}$  в миллиметровом диапазоне и достигает  $10^{-3} \frac{1}{\text{м}}$  в субмиллиметровом диапазоне.

Линейная молекула  $N_2O$  имеет вращательную постоянную для изотопа  $N^{14}N^{14}O^{16}$ , равную  $B = 12561,66 \pm \pm 0,03$  Мгц [10].

Значения частот вращательных переходов  $N_2O$  для первых пяти квантовых чисел приведены в табл. V.5. Величина коэффициента поглощения  $N_2O$  по оценке (V.50)

Таблица V.5

| $J$       | 1      | 2      | 3      | 4       | 5       |
|-----------|--------|--------|--------|---------|---------|
| $f$ , Мгц | 25 123 | 50 246 | 75 369 | 100 492 | 125 615 |

в миллиметровом диапазоне составляет  $10^{-8} - 10^{-6} \frac{1}{m}$ .

Можно отметить использование гидрида циана (вращательная постоянная  $HC^{12}N^{14}$   $B = 44\,315,97 \pm 0,1$  Мгц) для генерации селективных микроволновых излучений (см. гл. X).

Характеристики вращательных спектров двухатомных и линейных молекул имеются в [12, 18, 19, 21].

7.3. Взаимодействие вращательных, орбитальных и спиновых моментов вызывает расщепление основных энергетических вращательных уровней. При учете орбитальных и спиновых движений квантовые числа момента вращения молекулы определяются в виде суммы

$$\vec{J} = \vec{N} + \vec{s}, \quad (V.52)$$

где  $N = 1, 2, 3, \dots$  — вращательные квантовые числа;  $s = \pm \frac{1}{2}$  — квантовые числа спиновых моментов.

Взаимодействие вращательных моментов  $\vec{J}$  с моментом  $\vec{I}$  ядра вызывает дополнительное расщепление с образованием сверхтонкой структуры:

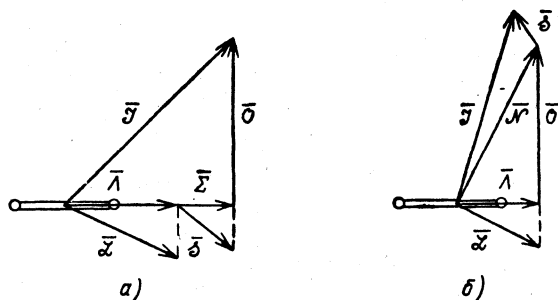
$$\vec{\mathcal{F}} = \vec{J} + \vec{I}, \quad (V.53)$$

где  $I = \pm \frac{1}{2}$ . В соответствии с правилом отбора  $\Delta \mathcal{F} = 0, \pm 1$ .

Расщепление вращательных уровней зависит от формы взаимодействия движений молекулы как целого и внутримолекулярных движений. Возможные формы взаимодействия вращательных, орбитальных и спиновых движений

для линейных молекул детально исследованы Гундом (см., например, [12, гл. 7; 18]). Гундом описаны пять идеальных случаев взаимодействия, условно обозначаемых (a), (b), (c), (d), (e). В дальнейшем будут использованы модели, соответствующие случаям (a) и (b) (рис. V.5), и случай промежуточной связи.

В случае (a) имеется сильное взаимодействие между векторами орбитального и спинного моментов и осью



**Рис. V.5.** Векторные диаграммы орбитальных, вращательных и спинных моментов для двухатомных молекул для случаев (a) и (b) по классификации Гунда.

молекулы. Суммарный момент относительно оси молекулы

$$\Omega = |\vec{\Lambda} + \vec{\Sigma}|, \quad (\text{V.54})$$

где  $\Lambda$  — проекция орбитального момента на ось молекулы;  $\Sigma$  — проекция спинного момента.

Проекция величины полного момента  $\Omega$  количества движения является целым числом при четном числе электронов и полуцелым числом, если число электронов нечетно.

В случае (b) имеется взаимодействие орбитального момента с осью молекулы; спинный момент  $\vec{S}$  слабо связан с осью молекулы и взаимодействует с суммарным вектором момента количества движения  $\vec{J}$ .

В случаях промежуточной связи возникает отрыв вектора спинного момента от оси молекулы и суммарного вектора момента  $\vec{J}$ . Взаимодействие момента  $\vec{S}$  собственного вращения молекулы с осевой проекцией орбитального момента  $\Lambda$  снимает вырождение, соответствующее двум различным ориентациям момента  $\Lambda$ , и вызывает  $\Lambda$ -удвоение.

Матричные элементы переходов между уровнями  $\Delta$ -удвоения согласно [12] описываются формулами

$$|\mu_{nm}|^2 = \frac{\mu_B^2 \Omega^2}{(\mathcal{J}+1)(2\mathcal{J}+1)} \text{ в случае (a),} \quad (\text{V.55})$$

$$|\mu_{nm}|^2 = \frac{\mu_B^2 \Lambda^2}{(\mathcal{J}+1)(2\mathcal{J}+1)} \text{ в случае (b).}$$

В качестве примеров СВЧ спектров тонкой и сверхтонкой структуры рассмотрим спектры молекул кислорода  $\text{O}_2$ , окиси азота  $\text{NO}$  и гидроксила  $\text{OH}$ .

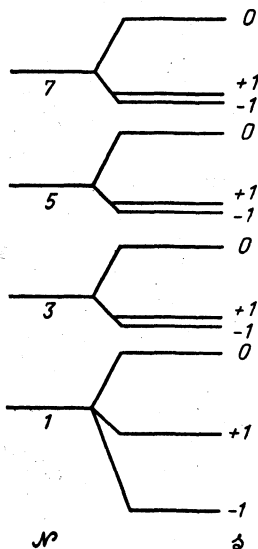


Рис. V.6. Схема тонкой структуры энергетических уровней молекулы кислорода в состоянии  $^3\Sigma$ .

7.4. СВЧ спектр молекулы кислорода ( $\text{O}_2$ ) имеет специфические особенности. Молекула кислорода не имеет электрического дипольного момента и благодаря наличию неспаренного электрода имеет значительный магнитный момент (порядка двух боровских магнетонов). Разрешенные линии вращательных переходов  $\Delta \mathcal{N} = \pm 2$  располагаются в субмиллиметровом диапазоне <sup>1)</sup>.

В основном состоянии структура термов молекулы кислорода является триплетной  $^3\Sigma$ . СВЧ спектр возникает за счет переходов между триплетными уровнями тонкой структуры (рис. V.6), образованной взаимодействием вращательного момента молекулы (квантовое число  $\mathcal{N}^2$ ) и электронного спина (квантовое число  $s$ ).

Квантовое число полного вращательного момента  $\vec{J} = \vec{\mathcal{N}} + \vec{s}$ . С учетом правил отбора  $\Delta \mathcal{J} = \pm 1$ ,  $\Delta \mathcal{N} = 0$  возникают две серии

линий перехода. Выборочные данные по частотам переходов  $\mathcal{J} - 1 \rightarrow \mathcal{J}$  и  $\mathcal{J} + 1 \rightarrow \mathcal{J}$  кислорода, соответственно обозначенные  $f_{\mathcal{N}-}$  и  $f_{\mathcal{N}+}$ , приведены в табл. V.6.

<sup>1)</sup> Данные расчета спектра поглощения кислорода в субмиллиметровом диапазоне приведены в [145].

<sup>2)</sup> Вращательное квантовое число  $\mathcal{N}$  иногда обозначают символом  $\mathcal{K}$  (см. [102], [103], [145]).



Таблица V.6

| $\mathcal{J}$                  | 1      | 3     | 5     | ... | 21    | ... | 49    |
|--------------------------------|--------|-------|-------|-----|-------|-----|-------|
| $f_{\mathcal{M}+}, \text{ Гц}$ | 56,26  | 58,44 | 59,59 |     | 64,67 |     | 72,09 |
| $f_{\mathcal{M}-}, \text{ Гц}$ | 118,74 | 62,48 | 60,30 | ... | 54,67 | ... | 47,44 |

Частоты переходов образуют группу линий в сравнительно узком интервале  $\Delta f \sim 10^{10}$  гц вблизи частоты  $f_1 \sim 61 \cdot 10^9$  гц и содержат одиночную линию  $f_2 = 118,74 \cdot 10^9$  гц.

Особенностью спектра поглощения кислорода, как показано в [95], является наличие резонансных и нерезонансных составляющих.

Согласно [102] коэффициенты поглощения для переходов на частотах  $f_{\mathcal{M}+}$  и  $f_{\mathcal{M}-}$  могут быть записаны в виде

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{\mathcal{M}+} &\equiv T^{-3} f^2 [S_{\mathcal{M}+}(f) \mu_{\mathcal{M}+}^2 + S_0(f) \mu_{\mathcal{M}0}^2] A_{\mathcal{M}}, \\ \gamma_{\mathcal{M}-} &\equiv T^{-3} f^2 (S_{\mathcal{M}-}(f) \mu_{\mathcal{M}-}^2 + S_0(f) \mu_{\mathcal{M}0}^2) A_{\mathcal{M}}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.56})$$

где  $S_{\mathcal{M}\pm}(f)$  — форма профиля линии;

$$S_0 = \frac{\Delta f_0}{f^2 + (\Delta f_0)^2};$$

$$\Delta f_0 \sim 0,6 \text{ Гц};$$

$$A_{\mathcal{M}} = e^{-\frac{Bhc\mathcal{M}(\mathcal{M}+1)}{kT}};$$

$B = 1,44 \text{ см}^{-1}$  — вращательная постоянная;

$$\mu_{\mathcal{M}+}^2 = 4\bar{\mu}_B^2 \frac{\mathcal{M}(2\mathcal{M}+3)}{(\mathcal{M}+1)(2\mathcal{M}+1)};$$

$$\mu_{\mathcal{M}-}^2 = 4\bar{\mu}_B^2 \frac{(\mathcal{M}+1)(2\mathcal{M}-1)}{(2\mathcal{M}+1)\mathcal{M}};$$

$$\mu_{\mathcal{M}0}^2 = 8\bar{\mu}_B^2 \frac{(\mathcal{M}^2 + \mathcal{M} + 1)(2\mathcal{M} + 1)}{\mathcal{M}(\mathcal{M} + 1)};$$

$\bar{\mu}_B$  — магнетон Бора.

Резонансная составляющая поглощения преобладает в области длин волн  $\lambda < 3 \text{ см}$ .

Механизм нерезонансного поглощения в кислороде до настоящего времени не имеет однозначного истолкования. К. С. Станкевичем [145] рассмотрена модель с нерезонансным поглощением, возникающим за счет взаимодействия межмолекулярных магнитных полей (спин-спиновое взаимодействие).

Детальные расчеты спектра поглощения в кислороде для атмосферных условий выполнены Ван-Флеком [95], С. А. Жевакиным и А. П. Наумовым [102] (см. гл. VII).

7.5. СВЧ спектр окиси азота имеет сложное строение и сравнимые величины переходов между уровнями тонкой и сверхтонкой структур. Окись азота (NO) — легкая молекула, имеет основное состояние  ${}^2\Pi_{1/2}$ . Вращательная постоянная NO составляет  $B = 51084,5$  Мгц, дипольный момент — 0,16 деб [12].

В состоянии  ${}^2\Pi_{1/2}$ , где магнитный момент NO достигает около двух боровских магнетонов, имеются уровни тонкой структуры из-за спин-вращательных взаимодействий.

Молекула NO имеет характер взаимодействия моментов, соответствующий по Гунду случаю связи (а), и обладает  $\Lambda$ -удвоением. Величина  $\Lambda$ -удвоения в основном состоянии  ${}^2\Pi_{1/2}$  составляет 355,1 Мгц. Зависимость частоты переходов между уровнями  $\Lambda$ -удвоения от вращательного квантового числа  $J$  для состояния  ${}^2\Pi_{1/2}$  с учетом характера связи приближенно описывается формулой Ван-Флека

$$f_J \simeq a_\Lambda \left( J - \frac{1}{2} \right), \quad (V.57)$$

где  $J = 1/2, 3/2, 5/2$  и т. д.;  $a_\Lambda = 355,1$  Мгц.

Взаимодействие вращательных моментов с моментом ядра вызывает дополнительное расщепление энергетических

Таблица V.7

| $\mathcal{F}$ | $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{5}{2}$ | $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ | $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ | $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$ | $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$ |
|---------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $f$ , Мгц     | 150176,54                             | 150198,85                             | 150218,89                             | 150225,75                             | 150245,69                             |
| $\mathcal{F}$ | $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$ | $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ | $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{5}{2}$ | $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ |
| $f$ , Мгц     | 150375,48                             | 150438,22                             | 150546,50                             | 150580,70                             | 150644,37                             |

уровней с образованием сверхтонкой структуры, наблюдаемое экспериментально [86, 87].

Расстояния между уровнями сверхтонкой структуры в состоянии  $^2\Pi_{1/2}$  определяются по экспериментальным данным для  $N^{14}O^{16}$  при  $J = 1/2 \rightarrow J = 3/2$  (табл. V.7).

Смещение частоты переходов  $\Lambda$ -удвоения NO при учете уровней сверхтонкой структуры достигает 100 МГц. Схема уровней  $\Lambda$ -удвоения представлена на рис. V.7. Подробные данные по результатам экспериментальных исследований структуры спектра поглощения  $N^{14}O^{16}$  вблизи частоты 150 ГГц приведены в [86, 87].

**7.6. Богатый спектр в СВЧ диапазоне имеет молекула гидроксила (ОН).** Гидроксил — легкий радикал с вращательной постоянной  $B = 565\,800$  МГц имеет спектр вращательных переходов в инфракрасном диапазоне. Электрический дипольный момент гидроксила составляет около 1,5 дебая. Основным состоянием гидроксила является  $^2\Pi$ . При малых вращательных числах характер взаимодействия моментов соответствует случаю промежуточной связи с отрывом вектора спинного момента от оси молекулы и суммарного вектора момента вращения. При больших вращательных числах характер взаимодействия моментов приближается к случаю (b) по Гунду. Молекула гидроксила имеет СВЧ спектр  $\Lambda$ -удвоения.

Расчет энергетических уровней  $\Lambda$ -удвоения для гидроксила производится с помощью формулы Ван-Флека [12]<sup>1)</sup>

$$f_N \simeq q_\Lambda N^* (N^* + 1), \quad (V.58)$$

где  $q_\Lambda = 1060$  МГц для  $N^* < 15$ .

<sup>1)</sup> См. [12, стр. 180, формула (7.18)].

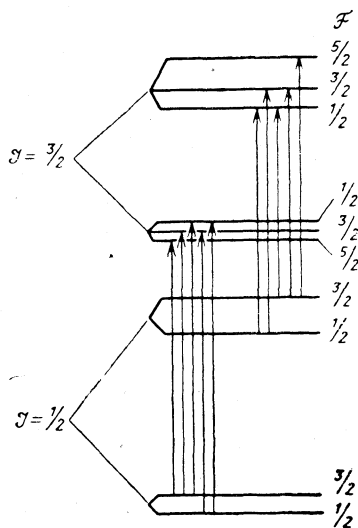


Рис. V.7. Схема  $\Lambda$ -удвоения энергетических уровней окиси азота NO в состоянии  $^2\Pi_{1/2}$ .

Взаимодействие вращательных моментов с моментом ядра приводит к образованию сверхтонкой структуры. Схема энергетических уровней для состояния  $^2\Pi_{3/2}$  приведена на рис. V.8.

На рис. V.9 приведена [12] зависимость значений частот спектра  $\Lambda$ -удвоения в функции вращательных чисел. Экспериментальные значения частот спектра  $\Lambda$ -удвоения для молекулы ОН по [96 и 97] приведены в табл. V.8.

Таблица V.8

| Электронное состояние                  | $^2\Pi_{1/2}$     |                   | $^2\Pi_{1/2}$     |                   | $^2\Pi_{3/2}$     |                   |
|----------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\mathcal{N}$                          | 2                 |                   | 3                 |                   | 1                 |                   |
| $\mathcal{J}$                          | $3/2$             |                   | $5/2$             |                   | $3/2$             |                   |
| $f$ , Гц                               | 7,76036           | 7,81992           | 8,13551           | 8,18894           | 1,665             | 1,667             |
| $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}'$ | $1 \rightarrow 1$ | $2 \rightarrow 2$ | $2 \rightarrow 2$ | $3 \rightarrow 3$ | $1 \rightarrow 1$ | $2 \rightarrow 2$ |
| Электронное состояние                  | $^2\Pi_{3/2}$     |                   | $^2\Pi_{3/2}$     |                   | $^2\Pi_{3/2}$     |                   |
| $\mathcal{N}$                          | 3                 |                   | 4                 |                   | 5                 |                   |
| $\mathcal{J}$                          | $7/2$             |                   | $9/2$             |                   | $11/2$            |                   |
| $f$ , Гц                               | 13,43462          | 13,44136          | 23,8265           | 23,81819          | 36,98347          |                   |
| $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}'$ | $3 \rightarrow 3$ | $4 \rightarrow 4$ | $5 \rightarrow 5$ | $4 \rightarrow 4$ | $5 \rightarrow 5$ |                   |

Оценка максимальной величины коэффициента резонансного поглощения на волне около 3 см по формуле (V.8) с учетом (V.55) составляет  $\gamma_{\text{макс}} = 1,4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{см}}$ .

Результаты экспериментальных микроволновых спектроскопических исследований гидроксила, приведенные

в [96], удовлетворительно согласуются с теоретическими данными. Частоты переходов между уровнями сверхтонкой

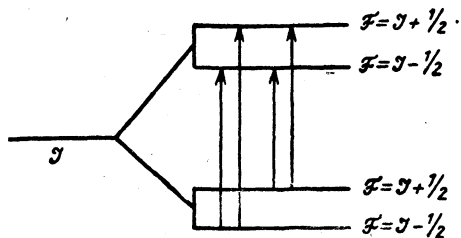


Рис. V.8. Схема  $\Lambda$ -удвоения энергетических уровней молекулы гидроксила в состоянии  $^2\Pi_{3/2}$ .

структуры исследованных переходов не превышают десятков мегагерц.

Радиоастрономические наблюдения галактических областей позволили обнаружить излучение молекулярного гидроксила на волне около 18 см, соответствующей переходам между линиями  $\Lambda$ -удвоения в основном состоянии.

При измерениях в областях HI обнаружена интенсивная неравновесная компонента с превышением яркостной температуры над термодинамической температурой области на шесть порядков при ширине линии, в три-четыре раза меньшей доплеровской [99, 100].

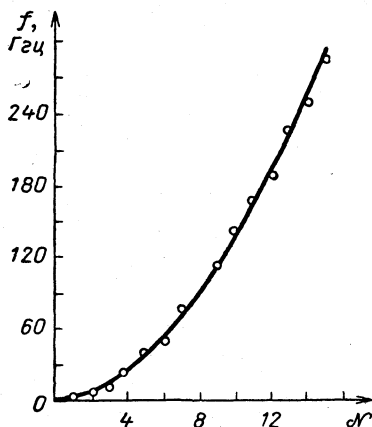


Рис. V.9. Зависимость частот переходов молекулы гидроксила между уровнями  $\Lambda$ -удвоения от вращательного числа  $M$  в состоянии  $^2\Pi_{3/2}$  [12].

## 8. СВЧ СПЕКТРЫ МОЛЕКУЛ ПЛОСКОГО И ОБЪЕМНОГО СТРОЕНИЯ

8.1. Вращательные спектры молекул плоского и объемного строения (типа симметричного и асимметричного волчков) имеют особенности, связанные с симметрией строения.

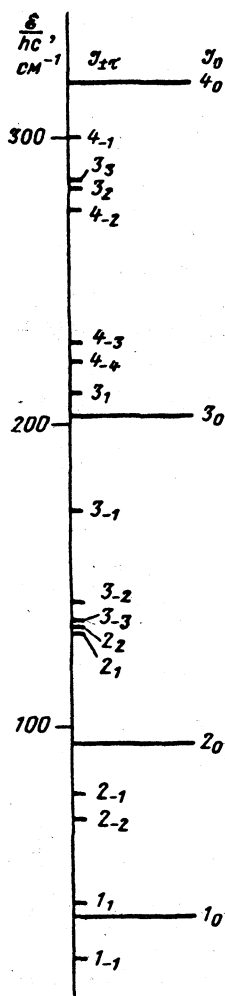


Рис. V.10. Схема энергетических уровней молекулы паров воды в основном колебательном состоянии.

Молекулы типа симметричного волчка характеризуются двумя вращательными постоянными. Без учета центробежных возмущений вращательный спектр молекул типа симметричного волчка можно представить (подобно вращательному спектру линейных молекул) в виде набора равноотстоящих линий. Учет центробежных возмущений приводит к смещению линии, а также расщеплению каждой линии перехода, связанной с  $J$ -м уровнем на  $(J + 1)$  компонент.

Молекулы типа асимметричного волчка характеризуются значениями трех вращательных постоянных и параметром асимметрии. Структуру асимметричного волчка имеют молекулы паров формальдегида  $\text{CH}_2\text{O}$ , паров воды  $\text{H}_2\text{O}$ , трехатомного кислорода  $\text{O}_3$  и др. Энергетические уровни молекул этого типа не имеют простого аналитического представления. Даже при небольшой асимметрии спектр резко отличается от набора равноотстоящих линий. Для каждого уровня  $J$  существуют  $2J + 1$  подуровней  $J_\tau$ , причем подуровни  $J_\tau$  и  $J'_\tau$  могут перекрываться.

По правилам отбора допускаются переходы  $\Delta J = 0, \pm 1$ , образующие соответственно Q, R и S ветви в спектре. Матричный элемент дипольного момента перехода  $J'_\tau \rightarrow J_\tau$  определяется [12] в виде

$$|\mu_{J_\tau \rightarrow J'_\tau}|^2 = \sum_{\tau_m = -J}^{\tau_m = +J} |J_\tau \tau_m| \mu_g |J'_\tau \tau'_m|^2. \quad (\text{V.59})$$

Матричные элементы определяются в функции параметра асимметрии и энергетических уровней, участвующих в переходах, с помощью таблиц, приведенных в [12, 94].

Например, в таблицах (приведенных в [12]) для переходов модели асимметричного волчка даны значения величины, называемой силой перехода, т. е.

$$^x S_{J J'} = (2J + 1) \frac{|\mu_{J \leftarrow J'}|^2}{\mu_B^2}. \quad (V.60)$$

8.2. Рассмотрим СВЧ спектр паров воды. Молекула водяного пара представляет несимметричный волчок с моментами инерции  $I_A = 1,00 \cdot 10^{-40} \text{ г} \cdot \text{см}^2$ ,  $I_B = 1,92 \cdot 10^{-40} \text{ г} \cdot \text{см}^2$ ,  $I_C = 3,01 \cdot 10^{-40} \text{ г} \cdot \text{см}^2$  и параметром асимметрии  $\chi = -0,436$ . Дипольный момент молекулы  $\text{H}_2\text{O}$  составляет  $1,94 \pm \pm 0,06 \text{ дебая}$ . Схема энергетических уровней молекулы паров воды по данным [98] представлена на рис. V.10; правило отбора имеет вид  $\Delta J = 0, \pm 1$ . Значения длин волн наиболее интенсивных СВЧ переходов в диапазоне  $\lambda > 300 \text{ мк}$  приведены в табл. V.9.

Таблица V.9

|                       |      |       |       |       |       |       |      |       |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| $\lambda, \text{ см}$ | 1,35 | 0,167 | 0,091 | 0,079 | 0,067 | 0,054 | 0,04 | 0,034 |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|

Вращательная функция распределения с учетом весов симметричного и антисимметричного состояний имеет вид

$$Q = \sum_{J=0}^{\infty} \sum_{\tau=-J}^{\tau=+J} [2 - (-1)^{\tau}] (2J + 1) e^{-\frac{\mathcal{E}(J, \tau)}{kT}}. \quad (V.61)$$

Матричный элемент дипольного момента перехода из состояния  $J, \tau$  в состояния  $J', \tau'$  согласно [82] с учетом спина ядра представляется в виде

$$|\mu_{J\tau \rightarrow J'\tau'}|^2 = [2 - (-1)^{|\tau|}] \mu_g^2 \Sigma_F \Sigma_g |\Phi_{Fg}^A|^2, \quad (V.62)$$

где множитель  $[2 - (-1)^{|\tau|}]$  учитывает ядерный спин;  $\mu_g$  — дипольный момент молекулы вдоль главной оси;  $\Phi_{Fg}^A$  — функции, определяемые ориентацией главных осей  $g$  молекулы относительно фиксированных осей  $F$ .

Для жесткого асимметричного волчка функции  $\Phi_{Fg}^A$ , зависящие от параметра асимметрии и значений энергетических уровней переходов, приведены в [61]. В расчетах СВЧ спектров поглощения учитываются переходы, вклад которых в суммарное поглощение составляет не менее  $10^{-3}$ . Согласно [105] при  $J \leq 12$  необходимо учитывать около

900 линий переходов, для которых сумма  $\sum_F \sum_g \Phi_{Fg}^A$  превышает  $10^{-6}$ .

Детальные расчеты спектров поглощения паров воды в атмосферных условиях выполнены С. А. Жевакиным и А. П. Наумовым [105, 106].

Молекулы паров воды помимо мономерного состояния могут образовывать молекулярные димеры. Свойства димерных молекул заметно отличаются от свойств мономеров. Например, дипольные моменты димеров вдвое превышают дипольные моменты мономеров. Расчеты вращательных спектров димеров паров воды в СВЧ диапазоне проведены С. А. Жевакиным и А. А. Викторовой [107].

Огибающая СВЧ спектра димеров имеет форму, подобную форме огибающей спектра мономеров. Вследствие заметного, по сравнению с мономерами, увеличения полуширины спектральных линий спектр поглощения димеров паров воды при атмосферном давлении имеет существенно более сглаженную структуру, чем спектр мономеров. Учет димерного поглощения в парах воды позволяет объяснить наличие наблюдаемой линии поглощения на частоте около 1475 Гц [107].



**ЧАСТЬ II**

**РАДИОТЕПЛОВОЕ  
ИЗЛУЧЕНИЕ  
ЗЕМНЫХ  
ПОКРОВОВ  
И АТМОСФЕРЫ**

## ГЛАВА VI

# РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗЕМНЫХ ПОКРОВОВ

### 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЗЕМНЫХ ПОКРОВОВ В СВЧ ДИАПАЗОНЕ

Для теоретических расчетов зависимости коэффициента излучательной способности различных земных покровов от угла скольжения  $\theta_1$  в общем случае необходимо располагать данными о величинах их комплексных волновых сопротивлений в заданном диапазоне частот или относительных диэлектрических проницаемостей  $\epsilon'_2$  и тангенсов углов электрических потерь  $\operatorname{tg} \delta_2$ .

Таблица VI.1

| Вид земной породы      | $\lambda_1, \text{ см}$ | $\epsilon'_2$ | $\operatorname{tg} \delta_2$                 | Литература |
|------------------------|-------------------------|---------------|----------------------------------------------|------------|
| Кварцевый песок        | 3,2                     | 2,25          | $1,24 \cdot 10^{-8}$                         | [109]      |
| Гранит                 | 3,2                     | 4,6           | $10^{-2}$                                    |            |
| Туф                    | 3,2                     | 1,8—4,7       | $7,2 \cdot 10^{-3}$ —<br>$2 \cdot 10^{-2}$   |            |
| Трахитовая лава        | 3,2                     | 2,8           | $1,3 \cdot 10^{-2}$                          |            |
| Пепел вулканический    | 3,2                     | 2,1—3,3       | $1,1 \cdot 10^{-2}$ —<br>$1,7 \cdot 10^{-2}$ |            |
| Сухой песчаный грунт   | 9                       | 2             | $1,5 \cdot 10^{-2}$                          | [111]      |
| Влажный песчаный грунт | 9                       | 24            | $2,5 \cdot 10^{-2}$                          |            |
| Бетон                  | 3,2                     | 6,25          | —                                            |            |
| Стекло                 | 5,5                     | 7,18          | $2 \cdot 10^{-3}$                            |            |

В табл. VI.1 приведены данные лабораторных измерений электрических параметров некоторых земных пород в диапазоне сантиметровых волн. Разброс значений  $\epsilon'_2$  и  $\operatorname{tg} \delta_2$  объясняется в основном различной плотностью испытываемых образцов, так как перед измерением их свойств

удалялась абсорбированная влага. Как показано в [109], в СВЧ диапазоне тангенс угла электрических потерь у земных пород практически не зависит от длины волны, и отношения  $\operatorname{tg} \delta_2/q$  и  $(\sqrt{\epsilon'_2} - 1)/q$  ( $q$  — плотность образца)

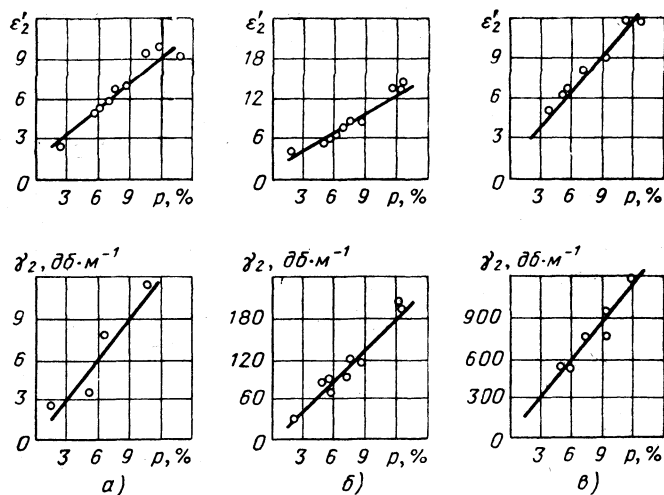


Рис. VI.1. Зависимость  $\epsilon'$  и  $\gamma$  песка от его влажности:

а)  $f = 500 \text{ МГц}$ ; б)  $f = 3 \text{ ГГц}$ ; в)  $f = 10 \text{ ГГц}$ .

с точностью  $\pm 15\%$  в первом случае и  $\pm 5\%$  во втором не зависят от плотности породы.

Представление о величине относительной диэлектрической проницаемости и коэффициенте поглощения песчаного и глинистого грунтов можно получить из графиков рис. VI.1, VI.2 [110]. Графики отражают зависимость электрических свойств песка и глины от их абсолютной влажности

$$p\% = \frac{p_{\text{влажн}} - p_{\text{сух}}}{p_{\text{сух}}} 100\%.$$

Из графиков рис. VI.3, рассчитанных для  $\theta_1 = 90^\circ$  при условии выполнения неравенства (II.19), следует, что с ростом влажности почвы величина коэффициента излучательной способности уменьшается. Можно показать, что подобная зависимость  $A_{21}(p)$  будет наблюдаться у горизонтально поляризованной составляющей радиотеплового

излучения почвы для углов скольжения  $0^\circ < \theta_1 < 90^\circ$ , а для вертикально поляризованной составляющей — для

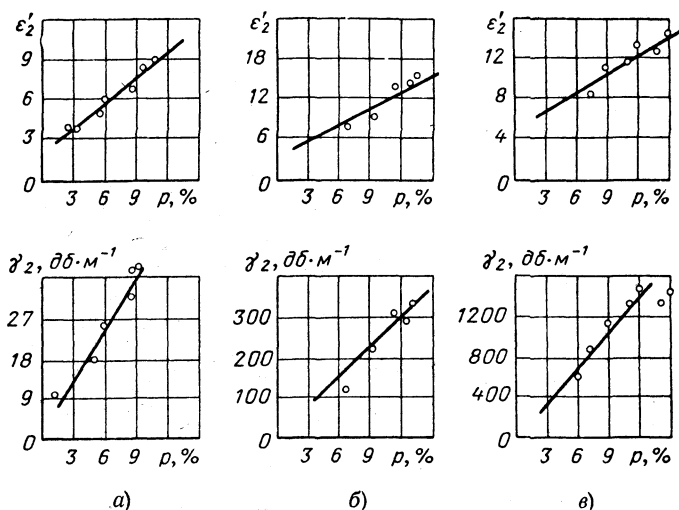


Рис. VI.2. Зависимость  $\epsilon'$  и  $\gamma$  глины от ее влажности:

а)  $f = 500 \text{ МГц}$ ; б)  $f = 3 \text{ ГГц}$ ; в)  $f = 10 \text{ ГГц}$ .

$\theta_1 > 45^\circ$ . На величину  $A_{21\text{верт}}(p)$  в диапазоне углов  $\theta_1^{21} < \theta_1 < 45^\circ$  сказывается рост коэффициента излучательной способности в области углов скольжения, примыкающих к углу Брюстера.

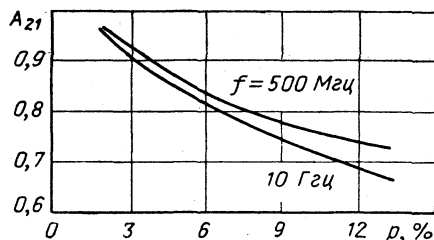


Рис. VI.3. Зависимость коэффициента излучательной способности песка от влажности при  $\theta_1 = 90^\circ$ .

На рис. VI.4—VI.7 приведены графики, иллюстрирующие изменение  $\epsilon'_2$  и  $\text{tg } \delta_2$  воды в зависимости от ее солёности и термодинамической температуры. Из рассмотрения

рис. VI.4—VI.7, построенных по данным, опубликованным в [40], следует, что в сантиметровом диапазоне волн относительная диэлектрическая проницаемость и тангенс электрических потерь пресной и соленой воды (соленость  $s =$

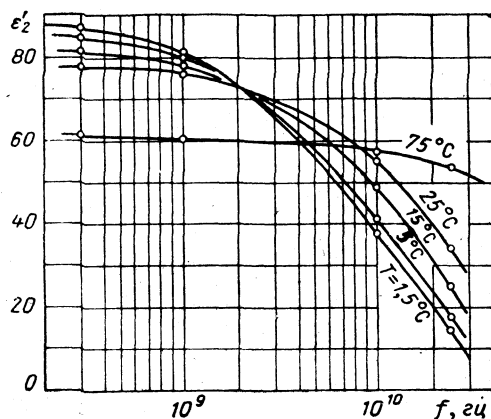


Рис. VI.4. Зависимость  $\epsilon_2'$  от частоты для пресной воды.

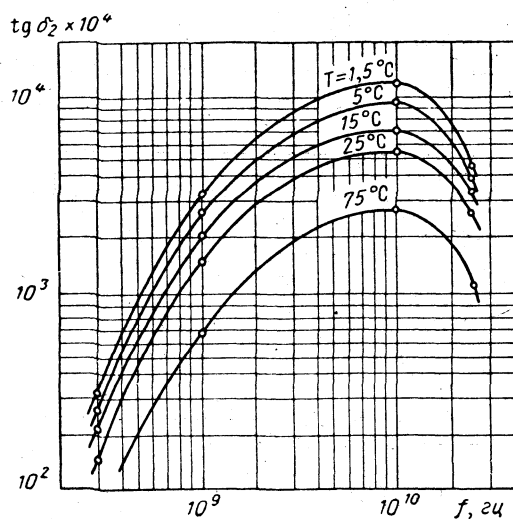


Рис. VI.5. Зависимость  $\operatorname{tg} \delta_2$  от частоты для пресной воды.

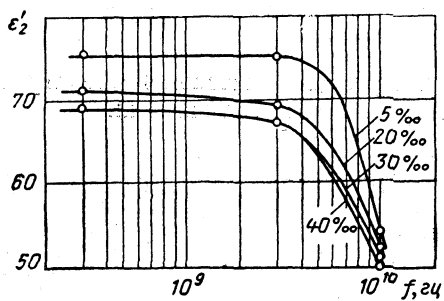


Рис. VI.6. Зависимость  $\epsilon_2'$  от частоты для соленой воды при  $T = 25^\circ \text{C}$ .

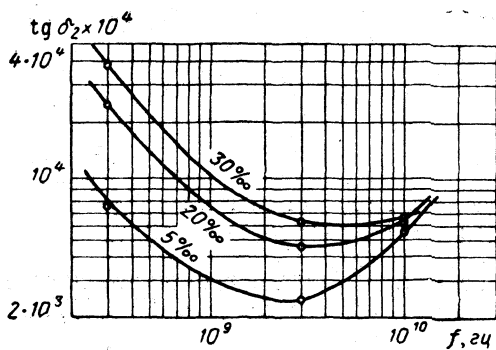


Рис. VI.7. Зависимость  $\text{tg} \delta_2$  от частоты для соленой воды при  $T = 25^\circ \text{C}$ .

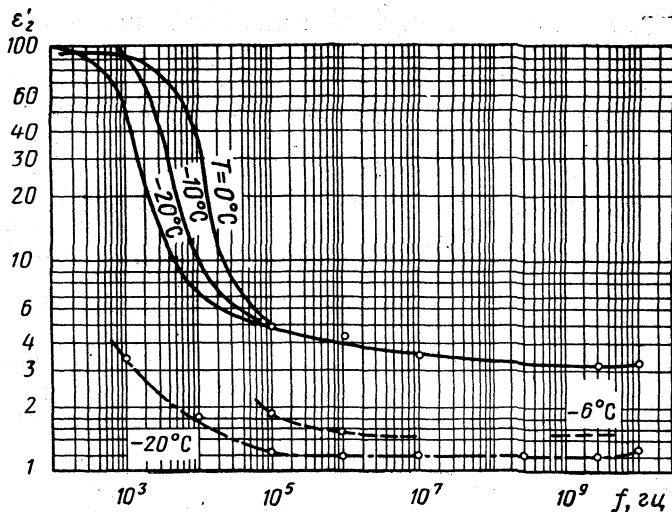


Рис. VI.8. Зависимость  $\epsilon_2'$  от частоты:  
 — для льда; — — — для свежеснежавшего снега после слабого дождя  
 при  $T = -6^\circ \text{C}$ ; - - - для свежеснежавшего снега при  $T = -20^\circ \text{C}$ .

$= 20^\circ/\infty$ ) при термодинамической температуре воды  $1,5^\circ\text{C}$  оказываются сравнимыми величинами.

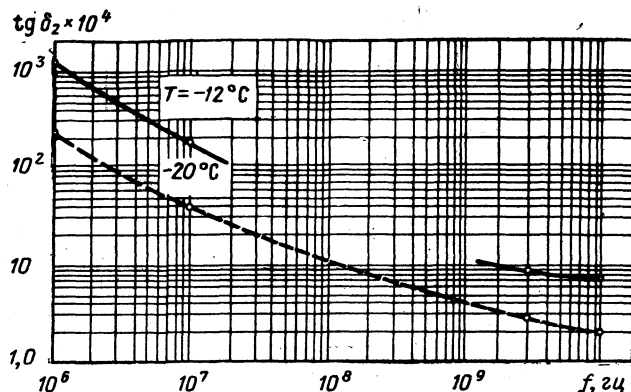


Рис. VI.9. Зависимость  $\text{tg } \delta_2$  от частоты:

— для льда; — — для снега.

Изменение  $\epsilon'_2$  и  $\text{tg } \delta$  снега и пресного льда в широком диапазоне частот показано на рис. IV.8, IV.9.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОВОГО СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ ОДНОРОДНЫХ СРЕД

В диапазоне сантиметровых, а тем более миллиметровых волн критерий шероховатости Релея выполняется лишь для очень немногих видов поверхностей. Из практики радиолокационных измерений известно, что понятие «ровная поверхность» в СВЧ диапазоне применимо для сантиметровых и более длинных волн при спокойной поверхности воды, асфальтированных и бетонированных покрытий и иных покровов подобного рода. В литературе (например, [50, 112]) приводятся некоторые результаты экспериментальных измерений радиояркостной температуры.

Характер изменения яркостной температуры различных поверхностей иллюстрируют рис. VI.10—VI.12.

Данные теоретических расчетов и экспериментальных измерений яркостной температуры радиоизлучения воды и бетона (рис. VI.11, VI.12) удовлетворительно совпадают лишь при  $\theta_1 = 90^\circ$  и оказываются различными для углов скольжения  $\theta_1 < 90^\circ$ .

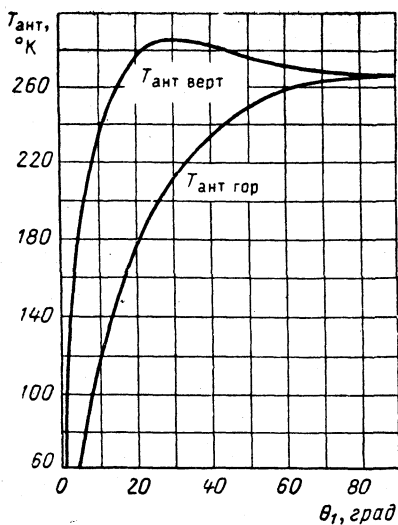


Рис. VI.10. Зависимость яркостной температуры песчаной почвы от угла скольжения  $\theta_1$  на частоте  $f = 2,3$  ГГц при  $\epsilon'_2 = 3$ ,  $T_2 = 287^\circ \text{K}$ .

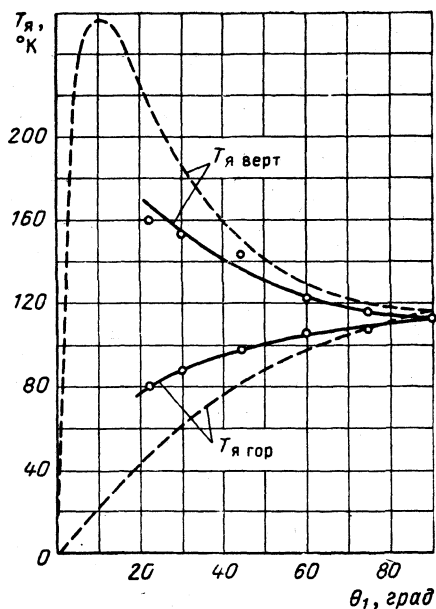


Рис. VI.11. Зависимость яркостной температуры пресной водной поверхности ( $\epsilon_2 = 38 - j38$ ) при  $T_2 = 260^\circ \text{K}$  и скорости ветра  $4 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$  от угла скольжения  $\theta_1$ :

— эксперимент; — — — расчет.



Коэффициент излучательной способности достигает наибольшего значения в случае, когда граничная поверхность принимает характер ламбертова излучателя, т. е. является в диапазоне радиочастот матовой. Излучение ламбертова

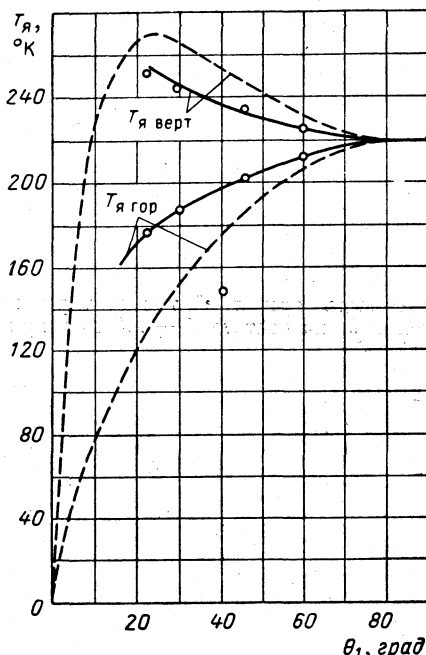


Рис. VI.12. Зависимость яркостной температуры идеально гладкой бетонированной поверхности от угла скольжения  $\theta_1$  на  $f = 10$  Гц: — эксперимент; — — расчет.

излучателя, как известно, является диффузным. При диффузном излучении кривые, отражающие изменение коэффициентов излучательной способности для горизонтально и вертикально поляризованных составляющих от угла скольжения, практически сливаются. Подобный закон изменения излучательной способности в сантиметровом и миллиметровом диапазонах волн является характерным для радиотеплового излучения леса и земного покрова с кустарником и травой.

Как следует из графиков рис. VI.13, построенных по данным экспериментальных измерений, яркостная температура радиоизлучения травяного покрова и леса незначительно отличается от их термодинамической температуры

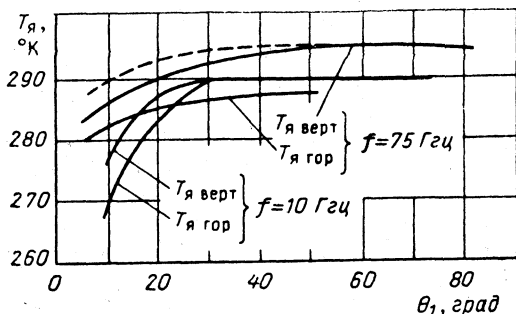


Рис. VI.13. Зависимость яркостной температуры от угла скольжения  $\theta_1$ :

— травяной покров; — — — лес.

и в диапазоне углов скольжения  $30-90^\circ$  практически не зависит от вида поляризации принимаемого излучения.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИОТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ СРЕД

Выходное напряжение радиометрического устройства при приеме излучений двухслойных образований является величиной, пропорциональной среднему значению  $A_{f321}$  и  $A_{\theta321}$  в пределах полосы пропускания СВЧ тракта приемного устройства и телесного угла главного лепестка приемной антенны. Поскольку в радиометрических устройствах применяются, как правило, остронаправленные антенны, влиянием  $A_{\theta321}$  на результаты измерения яркостной температуры радиоизлучения во всех практических случаях можно пренебречь.

На основании выражения (III.15) температура шума, регистрируемая радиометрическим устройством в случае приема излучений двухслойной среды,

$$T_{\Sigma 321} = \frac{2T_3(1-R_{32}^2 e^{-2\tau_2})(1-R_{21}^2)}{q(1-R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2})} \times \\ \times \left[ \arctg \left( S \operatorname{tg} \frac{qf_{\max}}{2} \right) - \arctg \left( S \operatorname{tg} \frac{qf_{\min}}{2} \right) \right]. \quad (\text{VI.1})$$

Выражение (VI.1) справедливо при условии, что коэффициент рассеяния антенны равен нулю и потери в антенно-фидерном тракте отсутствуют.

Из выражения (VI.1), определяющего значение регистрируемой радиометрической станцией (РМС) температуры шума, следует, что с увеличением толщины полупрозрачного слоя  $l_2$  пределы изменения  $T_{\Sigma 321}$  уменьшаются. Уменьшение амплитуды осцилляции выходного напряжения радиометрической станции вызывается, с одной стороны, увеличением поглощения отраженной от границ раздела сред 2—1 и 2—3 электромагнитной энергии суммарного

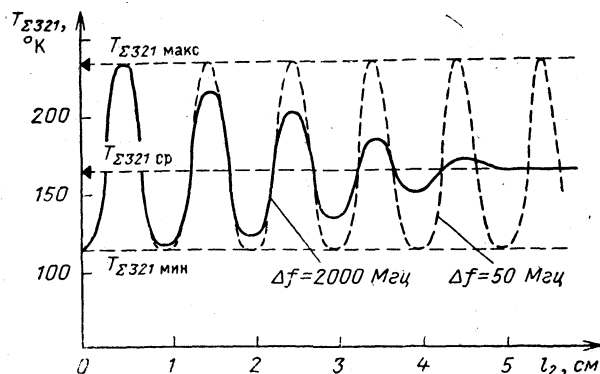


Рис. VI.14. Расчетная зависимость  $T_{\Sigma 321}$  от толщины полупрозрачного слоя вещества ( $\rho_2 = 210 \text{ ом}$ ) с малым коэффициентом затухания при приеме излучения среды с  $\rho_3 = 50 \text{ ом}$ ,  $T_3 = 270^\circ \text{ К}$  на  $f = 10 \text{ ГГц}$  при  $\rho_1 = 377 \text{ ом}$ ,  $\theta_1 = 90^\circ$ .

потока радиотеплового излучения обеих сред. С другой стороны, уменьшение пределов изменения  $T_{\Sigma 321}$  с ростом  $l_2$  происходит за счет увеличения числа периодов осцилляций  $A_{f321}$  и их усреднения в полосе пропускания СВЧ тракта радиометрической станции (рис. VI.14). Построения рис. VI.14 выполнены для случая регистрации излучения под углом скольжения  $\theta_1 = 90^\circ$  с помощью широкополосного и узкополосного приемных устройств. В случае использования узкополосного приемника закон изменения температуры  $T_{\Sigma 321}$  с увеличением  $l_2$  за счет усреднения осцилляций  $A_{f321}$  в полосе  $\Delta f$  аналогичен закону уменьшения амплитуды  $T_{\Sigma 321}$  в широкополосном приемнике, однако скорость спада амплитуды с увеличением  $l_2$  будет примерно в  $\Delta f_{\text{ш}}/\Delta f$

раз медленней. Это и объясняет тот факт, что на рис. VI.14 отсутствуют заметные изменения амплитуды осцилляций температуры шума  $T_{\Sigma 321}$  в узкополосном приемнике.

В отличие от рис VI.14, изменения амплитуды осцилляции на рис. VI.15 обусловлены в основном ростом затухания электромагнитной энергии в слое  $l_2$  вещества с волновым сопротивлением  $\rho_2 = 164e^{-j10^\circ}$  ( $\gamma_2 = 30 \text{ nep} \cdot \text{м}^{-1}$ ) и  $\rho_2 = 164e^{-j5^\circ}$  ( $\gamma_2 = 15 \text{ nep} \cdot \text{м}^{-1}$ ).

Примерно подобными электрическими свойствами обладает морской лед в сантиметровом диапазоне волн.

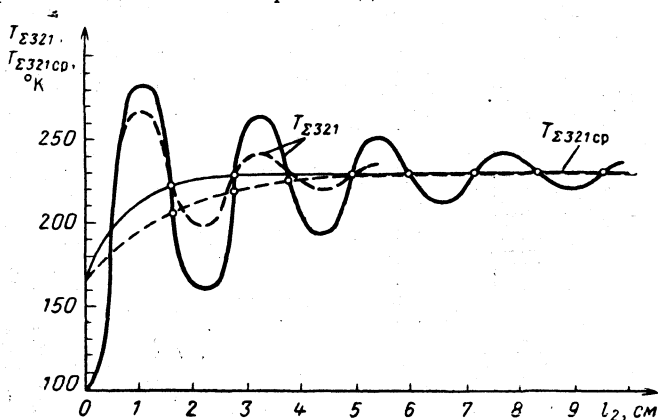


Рис. VI.15. Расчетная зависимость  $T_{\Sigma 321}$  от толщины полупрозрачного слоя вещества с большим коэффициентом затухания при  $T_2 = T_3 = 270^\circ \text{ K}$ ,  $f = 3 \text{ ГГц}$ ,  $\Delta f = 5 \text{ МГц}$ ,  $\theta_1 = 90^\circ$ : —  $\rho_2 = 164 e^{-j5^\circ}$  ( $\beta_2 = 15 \text{ nep} \cdot \text{м}^{-1}$ ); ----  $\rho_2 = 164 e^{-j10^\circ}$  ( $\beta_2 = 30 \text{ nep} \cdot \text{м}^{-1}$ ).

Экспериментальные измерения подтверждают выявленную закономерность изменения амплитуды выходного напряжения РМС в зависимости от параметров промежуточной среды [113]. На рис. VI.16 и VI.17 приведены осциллограммы выходного напряжения радиометрической станции с  $\Delta f = 1800 \text{ МГц}$  и  $\Delta f = 50 \text{ МГц}$  при приеме теплового излучения пресной воды через ледяной покров в процессе естественного увеличения его толщины в условиях низкой температуры окружающей среды. Увеличение длительности периодов осцилляции выходного напряжения РМС на обоих рисунках объясняется уменьшением скорости нарастания льда с увеличением его толщины.

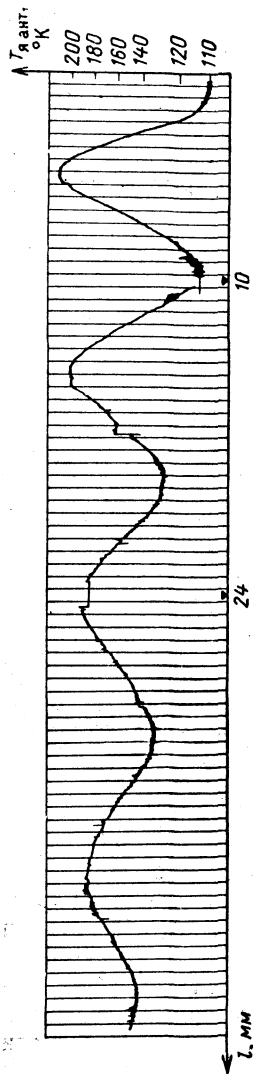


Рис. VI.16. Осциллограмма, отражающая зависимость выходного напряжения радиометрической станции с  $\Delta f = 1800$  Мгц от толщины ледяного покрова на поверхности пресной воды при  $f = 9$  Ггц,  $\theta_1 = 78^\circ$  и горизонтальной поляризации.

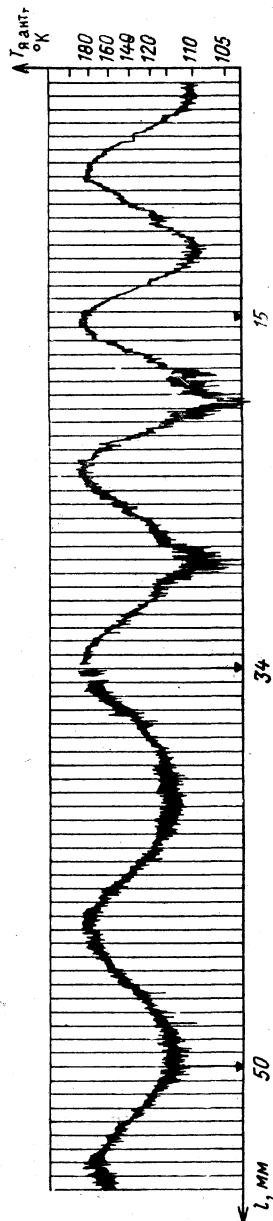
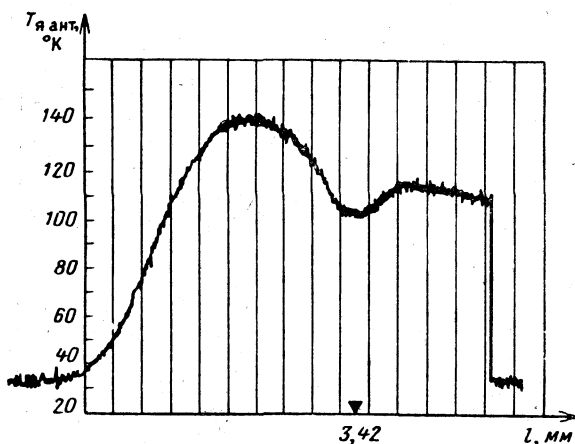


Рис. VI.17. Осциллограмма, отражающая зависимость выходного напряжения радиометрической станции с  $\Delta f = 50$  Мгц от толщины ледяного покрова на поверхности пресной воды при  $f = 9$  Ггц,  $\theta_1 = 78^\circ$  и горизонтальной поляризации.

Поскольку коэффициент затухания электромагнитной энергии в пресном льде составляет  $0,2\text{--}0,4 \text{ нп} \cdot \text{м}^{-1}$  [88], изменение амплитуды  $T_{\Sigma 321}$  и пропорционального ему выходного напряжения при измерении с помощью РМС, обладающей  $\Delta f = 1800 \text{ Мгц}$ ; обусловлено в основном эффектом усреднения интерференционных изменений спектрального коэффициента излучения в полосе пропускания.



**Рис. VI.18.** Осциллограмма, отражающая зависимость выходного напряжения радиометрической станции с  $\Delta f = 1800 \text{ Мгц}$  от толщины слоя пресной воды на поверхности металла при  $f = 9 \text{ Ггц}$ ,  $\theta_1 = 75^\circ$  и горизонтальной поляризации.

Следует отметить хорошее совпадение результатов расчетов (рис. VI.14) с данными экспериментальных измерений. Снижение пределов изменения выходного напряжения с ростом толщины льда при измерениях радиометром с  $\Delta f = 50 \text{ Мгц}$  можно объяснить как эффектом усреднения, так и ростом суммарного затухания электромагнитной энергии в толще льда.

Вследствие высокого значения коэффициента затухания электромагнитной энергии сантиметрового диапазона в пресной воде, измеряемого величиной  $300 \text{ нп} \cdot \text{м}^{-1}$ , уменьшение амплитуды осцилляций на рис. VI.18, VI.19 целиком обязано затуханию составляющих излучения внутри слоя воды. Отличие фазы осцилляций  $T_{\text{я ант}}$  рис. VI.18, VI.19 объясняется различным соотношением приведенных волно-

вых сопротивлений воды и органического стекла в первом случае, воды и металла — во втором.

Наряду с регистрацией изменения выходного напряжения радиометрической станции при приеме радиотеплового излучения воды была выполнена запись осцилляции выходного напряжения в процессе образования и последующего нарастания промерзшего слоя на поверхности влажного

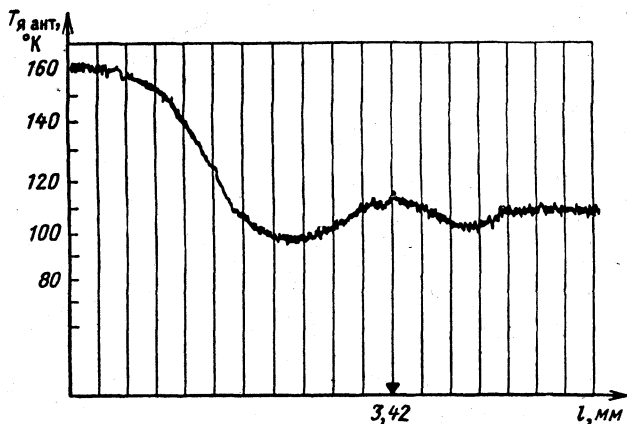


Рис. VI.19. Осциллограмма, отражающая зависимость выходного напряжения радиометрической станции с  $\Delta f = 1800 \text{ Мгц}$  от толщины слоя пресной воды на поверхности органического стекла при  $f = 9 \text{ Ггц}$ ,  $\theta_1 = 75^\circ$ .

песка (рис. VI.20). Быстрое уменьшение осцилляций на рис. VI.20 следует объяснить образованием на границе раздела сред замерзший — незамерзший песок неровностей, размеры которых сравнимы с длиной волны  $\lambda_2$  вследствие больших размеров отдельных песчинок. Средний размер песчинок при проведении опыта составлял 0,4—0,5 мм.

В соответствии с выражением (VI.1) амплитуда осцилляции  $T_{\Sigma 321}$  в случае приема радиотеплового излучения двухслойного образования может быть записана в виде следующего уравнения:

$$\Delta T_{\Sigma 321} = T_3 (1 - R_{21}^2) \left[ \frac{1 - e^{-2\tau_{2\max} R_{32}^2}}{(1 - R_{21} R_{32} e^{-\tau_{2\max}})^2} - \frac{1 - e^{-2\tau_{2\min} R_{32}^2}}{(1 + R_{21} R_{32} e^{-\tau_{2\min}})^2} \right],$$

где  $\tau_{2\text{макс}}$  и  $\tau_{2\text{мин}}$  — значения оптической толщины слоя 2 в соседних точках максимума и минимума  $T_{\Sigma 321}$ .

Для большинства реальных сред  $\tau_2$  за период осцилляции претерпевает крайне незначительное изменение. В этом случае

$$\Delta T_{\Sigma 321} = \frac{2T_3(1 - e^{-2\tau_2 R_{32}^2})(1 - R_{21}^2)R_{21}R_{32}e^{-\tau_2}}{(1 - R_{21}^2 R_{32}^2 e^{-2\tau_2})^2}. \quad (\text{VI.2})$$

Поскольку  $R_{21}$ ,  $R_{32}$  и  $\tau_2$  являются функциями  $\theta_1$ , то с изменением угла скольжения амплитуда осцилляции  $T_{\Sigma 321}$

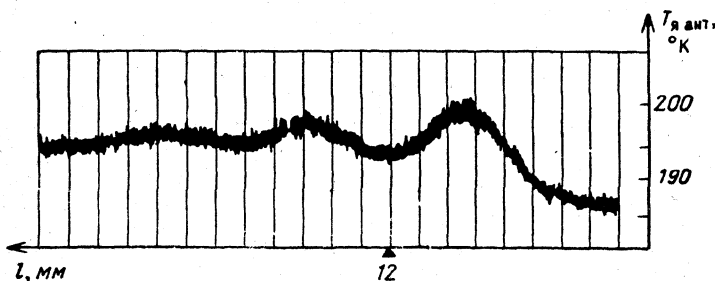


Рис. VI.20. Осциллограмма, отражающая зависимость выходного напряжения радиометрической станции с  $\Delta f = 1800 \text{ Мгц}$  от толщины промерзшего слоя песка при  $f = 10 \text{ Ггц}$ ,  $\theta_1 = 78^\circ$ , влажности песка 16%.

не будет оставаться постоянной величиной (рис. VI.21). Анализ кривых рис. VI.21 позволяет выявить некоторые особенности зависимости  $\Delta T_{\Sigma 321\text{гор}}$  и  $\Delta T_{\Sigma 321\text{верт}}$  от угла скольжения  $\theta_1$ . Из графиков, в частности, следует, что амплитуды осцилляций  $\Delta T_{\Sigma 321\text{гор}}$  и  $\Delta T_{\Sigma 321\text{верт}}$  равны при  $\theta_1 = 90^\circ$ . С уменьшением угла  $\theta_1$  амплитуда осцилляций  $\Delta T_{\Sigma 321\text{верт}}$  убывает и оказывается равной нулю при значении угла скольжения  $\theta_1^{21} = \arctg \rho_2 / \rho_1$ .

Как отмечалось, при  $\theta_1^{21}$  имеет место равенство приведенных волновых сопротивлений первой и второй сред ( $\rho_{п1\text{верт}} = \rho_{п2\text{верт}}$ ). В этом случае отсутствуют условия для интерференционных изменений величины  $A_{f321}$ , так как коэффициент отражения  $R_{21\text{верт}} = 0$ , и поток радиотеплового излучения подстилающей среды без потерь на отражения распространяется через промежуточную среду в среду 1.



Условия для возникновения интерференционных явлений также отсутствуют при равенстве приведенных сопротивлений сред 1 и 2 ( $\rho_{\text{пзврт}} = \rho_{\text{пзверт}}$ ), которое наблюдается при угле скольжения

$$\theta_1^{22} = \arccos \sqrt{\frac{\rho_1^2}{\rho_2^2 + \rho_3^2}} \quad \text{при} \quad \begin{matrix} \rho_2^2 + \rho_3^2 > \rho_1^2, \\ \rho_2 \neq \rho_3. \end{matrix}$$

Таким образом, если волновые сопротивления сред удовлетворяют неравенству  $\rho_2^2 + \rho_3^2 > \rho_1^2$ , то при приеме

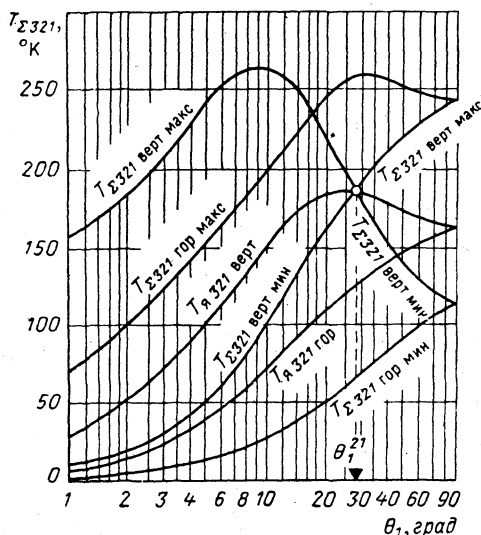


Рис. VI.21. Расчетная зависимость изменения первого периода осцилляции выходного напряжения радиометрической станции ( $f = 10 \text{ ГГц}$ ) от угла скольжения  $\theta_1$  в случае приема излучения среды с  $\rho_3 = 50 \text{ ом}$  через прозрачный слой вещества с  $\rho_2 = 200 \text{ ом}$ .

вертикально поляризованной составляющей излучения подстилающей среды осцилляции выходного напряжения исчезают при двух значениях угла скольжения:  $\theta_1^{21}$  и  $\theta_1^{32}$ .

В отличие от  $\Delta T_{\Sigma 321 \text{ верт}}$  по мере удаления от угла  $\theta_1 = 90^\circ$  осцилляции выходного напряжения РМС при приеме горизонтально поляризованной составляющей растут, достигая наибольшей амплитуды в области углов скольжения  $\theta_1^{21}$ . Следует отметить, что в этом случае максимальное значе-

ние выходного напряжения  $T_{\Sigma 321 \text{гор макс}}$  намного превышает  $T_{\Sigma 321 \text{верт макс}}$ , т. е. наблюдается отклонение от классической теории радиотеплового излучения, в соответствии с которой при  $\theta_1 < 90^\circ$   $T_{\text{я верт}}$  всегда больше  $T_{\text{я гор}}$ . Излом кривых  $T_{\Sigma 321 \text{верт макс}}(\theta_1)$  и  $T_{\Sigma 321 \text{гор макс}}(\theta_1)$  на рис. VI.21 объясняется изменением на  $180^\circ$  фазы сигнала, отраженного от границы раздела сред 2—1, при переходе угла скольжения из области  $\theta_1^{21} \div 90^\circ$  в область  $\theta_1^{21} \div 0^\circ$ .

Если среда 2 полупрозрачна, то  $\Delta T_{\Sigma 321}$  достигает минимума при псевдобрюстеровом угле. Вследствие комплексного характера волнового сопротивления полупрозрачной среды, которое исключает возможность равенства приведенных волновых сопротивлений сред 1 и 2, а также сред 2 и 3,  $\Delta T_{\Sigma 321}$  не может уменьшаться до значения, равного нулю.

На рис. VI.22 приведены осциллограммы, отражающие результаты экспериментальных измерений выходного напряжения радиометрической станции при приеме излучения пресной воды в процессе нарастания на ее поверхности льда. Из рис. VI.22 видно, что амплитуда осцилляций выходного напряжения при приеме горизонтально поляризованной составляющей под углом скольжения  $\theta_1 = 50^\circ$  не только в 2 раза больше амплитуды осцилляций при приеме вертикально поляризованной составляющей под тем же углом скольжения, но и заметно больше амплитуды осцилляций при приеме излучений под углом  $\theta = 78^\circ$ . Следует отметить хорошее совпадение результатов экспериментальных измерений с данными теоретических расчетов.

Рассмотрим некоторые результаты экспериментальных измерений поляризационных характеристик радиотеплового излучения двухслойных образований. Из сравнения кривых I и II рис. VI.23 видно, что согласующее воздействие ледяного покрова толщиной 7 см на вертикально поляризованную составляющую радиотеплового излучения воды проявляется при значениях угла скольжения  $\theta_1 = 20 \div 90^\circ$ . Ход кривых рис. VI.23 позволяет утверждать, что для углов  $\theta_1 < 20^\circ$  ледяной покров оказывает рассогласующее воздействие на излучение воды с вертикальной поляризацией. Для горизонтально поляризованной составляющей излучения воды пресный ледяной покров оказывает просветляющее воздействие во всем диапазоне углов скольжения  $\theta_1$ .

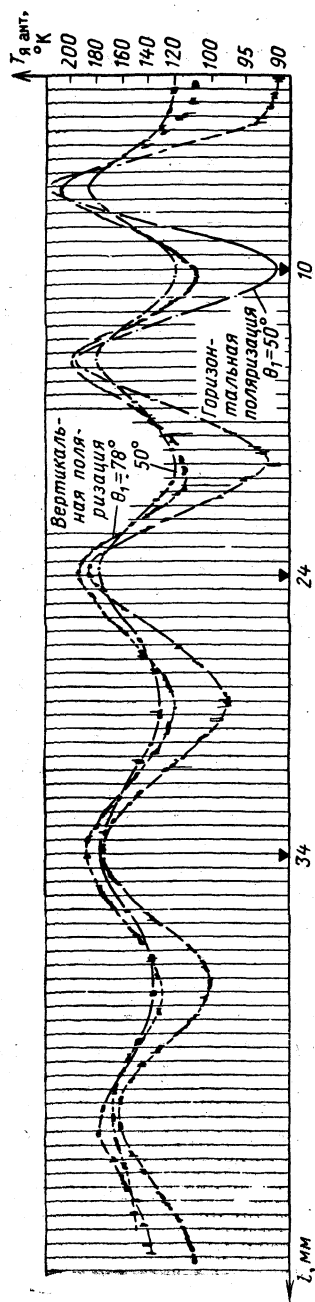
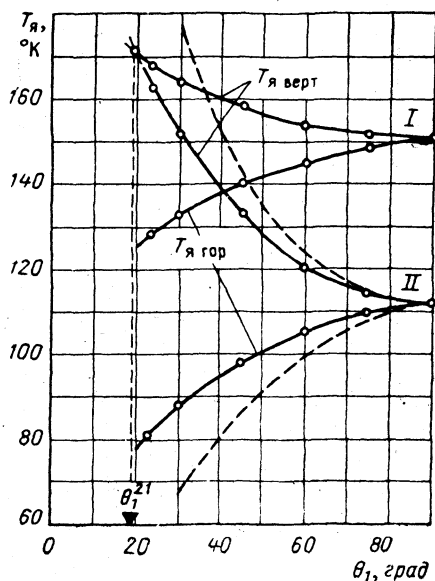


Рис. VI.22. Осциллограмма, отражающая зависимость изменения выходного напряжения радиометрической станции с  $\Delta f = 1800 \text{ МГц}$  от угла скольжения  $\theta_i$  при приеме излучения воды через толщу ледяного покрова при  $f = 9 \text{ ГГц}$ .

Графики рис. VI.23, отражающие результаты экспериментальных измерений, удовлетворительно совпадают с данными теоретических расчетов, полученными при определении зависимости коэффициента излучательной способности



**Рис. VI.23.** Экспериментальная зависимость яркостной температуры водной поверхности от угла скольжения  $\theta_1$  при  $f = 10$  ГГц: I — поверхность воды, покрытая слоем льда толщиной 7 см,  $T = 260^\circ$  К; II — открытая поверхность воды,  $T = 270^\circ$  К.

среды с  $\rho_3 = 50$  ом при распространении потока ее радиотеплового излучения в воздух через прозрачный слой вещества с  $\rho_2 = 210$  ом от угла скольжения  $\theta_1$  (рис. III.11).

Несколько меньшее значение угла  $\theta_1^{21}$ , полученное при экспериментальных измерениях, по сравнению с расчетным следует объяснить тем, что открытая поверхность воды в период измерения яркостной температуры была взволнована ветром. В результате волнения поляризационные характеристики радиотеплового излучения водной поверхности были несколько ослаблены. Это обусловило также тот факт, что кривые  $T_{я \text{ верт}}(\theta_1)$  и  $T_{я \text{ гор}}(\theta_1)$ , отражающие на рис. VI.23 результаты экспериментальных измерений, лежат между кривыми, построенными по данным теоретических расчетов (пунктирные кривые).

Экспериментальные измерения яркостной температуры бетонированной поверхности позволили зарегистрировать изменение поляризационных свойств ее излучения после образования снежного покрова (рис. VI.24). Измерения яркостной температуры осуществлялись с помощью радиометрической станции на лампах бегущей волны, у которой

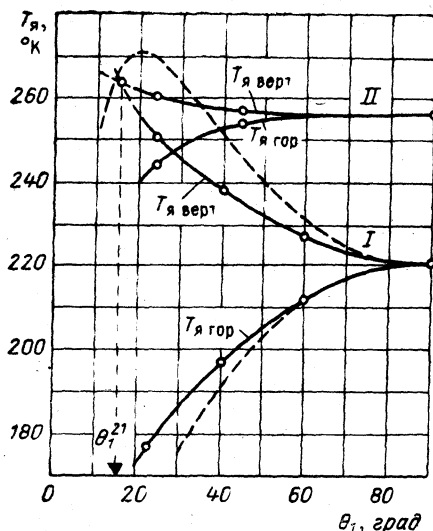


Рис. VI.24. Экспериментальная зависимость яркостной температуры бетонированной поверхности от угла скольжения  $\theta_1$  при  $f = 10$  Гц:

I — бетонированная поверхность, свободная от снега; II — бетонированная поверхность под слоем промерзшего снега толщиной  $2 \div 3$  см.

отношение  $\Delta f/f$  составляло примерно 0,3. Это обеспечивало сведение к минимуму влияния осцилляций  $A_{\Sigma 321}$  на уровень выходного напряжения.

В обоих рассмотренных случаях (рис. VI.23, VI.24) волновое сопротивление промежуточной среды, в роли которой выступал лед и снег, удовлетворяли условию  $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$ . Такое соотношение волновых сопротивлений обуславливает ослабление поляризационных свойств излучения подстилающей среды. Экспериментальные измерения, показывая, что образование на поверхности воды ледяного и на поверхности бетона снежного покровов сопровождается явлением деполяризации.

## ГЛАВА VII

### ПЕРЕНОС РАДИОТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

#### 1. СПЕКТРЫ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ В СВОБОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

1.1. Развитие радиоастрономических исследований и обнаружение Дайком радиотеплового излучения атмосферы в 1945 г. дали толчок к проведению исследований излучения и переноса СВЧ радиации в атмосфере. Помимо сведений о влиянии атмосферы на распространение радиоволн (радиопрозрачности) эти исследования позволяют получить данные о характере помех от радиоизлучения атмосферы, а также информацию о метеорологическом состоянии атмосферы.

При исследованиях атмосферы радиоастрономическими методами используются как наблюдения радиоизлучения внеземных источников, так и наблюдения собственного радиоизлучения атмосферы; результаты этих наблюдений в ряде случаев существенно дополняют друг друга. Особенности формирования и переноса излучения в свободной атмосфере и в атмосфере, содержащей гидрометеоры, определяют целесообразность их отдельного рассмотрения.

1.2. Процессы переноса СВЧ излучения в свободной атмосфере определяются содержанием кислорода и паров воды и высотным распределением основных метеопараметров (включая высотные зависимости давления, температуры, влажности и т. д.).

Используются несколько моделей свободной атмосферы с различными видами высотных профилей.

В экспоненциальной модели атмосферы высотные профили температуры описываются линейной функцией, а профили давления и влажности аппроксимируются экспонен-

циальными функциями, т. е.

$$\left. \begin{aligned} T(H) &= T_0 - \kappa H \text{ при } H < 11 \text{ км,} \\ T(H) &= T_{11} \text{ при } H > 11 \text{ км,} \end{aligned} \right\}^{1)} \quad (\text{VII.1})$$

$$\rho = \rho_0 e^{-\alpha_p H}, \quad (\text{VII.2})$$

$$\rho = \rho_0 e^{-H/H_v}, \quad (\text{VII.3})$$

где  $\kappa = \frac{dT}{dH} = 6,5 \frac{\text{град}}{\text{км}}$  — высотный градиент температуры;  $H_v$  — характеристическая высота паров воды;  $\rho$  — абсолютная влажность.

Модель временной стандартной атмосферы ВСА-60 [118] учитывает сезонные и широтные характеристики и определяет высотные зависимости температуры и плотности воздуха для широтных поясов в типовых сезонных условиях. В модели ВСА-60 давление и абсолютная влажность определяются соотношениями

$$p [\text{мм рт. ст.}] = 2,153 \cdot 10^3 \hat{\rho}_{вз} [g/cm^3] T, \quad (\text{VII.4})$$

$$\rho [g/m^3] = \frac{288,86 p q_v}{T (0,62197 + 0,37803 q_v)}, \quad (\text{VII.5})$$

где  $\hat{\rho}_{вз} [g/cm^3]$  — плотность воздуха;  $q_v [g/g]$  — удельная влажность.

Распределение удельной влажности в нормальных условиях согласно [129] может быть описано экспоненциальной функцией до высот порядка 16 км, т. е.

$$q_v(H) = \begin{cases} q_0 e^{-\alpha_0 H} & \text{при } 0 \leq H \leq 16 \text{ км,} \\ q_1 & \text{при } 16 < H < 75 \text{ км,} \end{cases} \quad (\text{VII.6})$$

где  $\alpha_0 = 0,48 \text{ км}^{-1}$ ;  $q_1 = 0,46197 \cdot 10^{-3}$ .

При аномальных распределениях влажности возможно возникновение слоев с повышенным по сравнению с (VII.6) содержанием влаги.

Относительное содержание кислорода в земной атмосфере, как показывают наблюдения, вплоть до высот порядка 100 км представляет практически постоянную величину, не зависящую от сезонных условий.

1.3. Радиояростная температура собственного радиолучения атмосферы, находящейся в условиях локального

<sup>1)</sup> В диапазоне высот 25 ÷ 100 км температурный профиль атмосферы недостаточно исследован.

термодинамического равновесия, согласно (IV.2) может быть записана как

$$T_{\pi}(f) = \int_0^{\infty} \gamma(H) T(H) e^{-\int_0^H \gamma(l) dl} dH, \quad (\text{VII.7})$$

где  $\gamma(H)$  — коэффициент поглощения.

Используя представления о средней температуре, равной температуре изотермической атмосферы с эквивалентной радиояркостью, (VII.7) можно представить в виде

$$T_{\pi}(f) = T_{\text{cp}}(f) \int_0^{\infty} \gamma(H) e^{-\int_0^H \gamma(l) dl} dH = T_{\text{cp}}(f) [1 - e^{-\tau(f)}], \quad (\text{VII.8})$$

где

$$T_{\text{cp}}(f) = \frac{\int_0^{\infty} \gamma(H) T(H) e^{-\int_0^H \gamma(l) dl} dH}{\int_0^{\infty} \gamma(H) e^{-\int_0^H \gamma(l) dl} dH};$$

$\tau(f)$  — интегральное поглощение в направлении луча.

С учетом вертикального профиля распределения температуры в тропосфере

$$T_{\text{cp}}(f) = T_0 - \Delta T(f),$$

где  $T_0$  — температура у поверхности земли;  $\Delta T(f) = 10 \div 30^\circ$  в зависимости от состояния атмосферы и интенсивности поглощения.

Поскольку в свободной атмосфере для длин волн, превышающих 8 мм, при зенитных углах более  $10^\circ$  величина интегрального поглощения  $\tau(f) \ll 1$ , (VII.8) аппроксимируется линейной зависимостью  $T_{\pi}(f) \simeq (T_0 - \Delta T) \tau(f)$ .

Поглощение в свободной атмосфере определяется селективными поглощениями в кислороде и парах воды. Дополнительными источниками поглощения существенно меньшей интенсивности являются имеющиеся в небольших количествах гидроксил, трехатомные молекулы кислорода и окись



азота (эти составляющие, однако, до настоящего времени в СВЧ диапазоне не получили экспериментального отождествления).

Характер процессов, ответственных за излучение, и форма линии существенно зависят от высоты излучающего слоя. На высотах, меньших 70 км, средний интервал между соударениями молекул составляет малую часть времени жизни возбужденных состояний, что соответствует выполнению условий локального термодинамического равновесия и позволяет считать соударения фактором, определяющим форму спектральных линий. На этих высотах давление превышает единицы миллибар; уширение линии поглощения паров воды за счет соударений, оцениваемое соотношением  $\Delta f [гц] \simeq 3 \cdot 10^9 p/p_0$ , составляет единицы мегагерц (и более) и значительно превышает величины доплеровского уширения, составляющего доли мегагерца. Времена релаксации  $t_{\text{и}}$ , имеющие порядок долей микросекунды, в этих условиях превышают значения интервала между соударениями, оцениваемого соотношением

$$t_c [\text{сек}] \simeq 3 \cdot 10^{-10} \frac{p_0}{p}. \quad (\text{VII.9})$$

На высотах, превышающих 50 км, имеет место радиационное равновесие, и форма линии обуславливается доплеровским уширением.

1.4. Расчеты СВЧ спектров поглощения в мономерах паров воды атмосферы, проведенные Ван-Флеком, были уточнены С. А. Жевакиным и Л. П. Наумовым путем описания формы линии поглощения с помощью решения кинетического уравнения (см. гл. V, § 3) и учета вклада поглощения от «крыльев» по всем вращательным переходам СВЧ диапазона [105, 106], т. е.

$$\gamma_{\text{в}}(f) \equiv p \rho f^2 \Sigma |\mu_{ij}|^2 f_{ij} (e^{-\mathcal{E}_i/kT} - e^{-\mathcal{E}_j/kT}) S(f, f_{ij}),$$

где  $|\mu_{ij}|^2$  определяется по (V.61); форма линии  $S(f, f_{ij})$  — по (V.17). Спектр поглощения в парах воды по данным С. А. Жевакина и А. П. Наумова [105, 106] представлен на рис. VII.1.

Ширина спектральной линии на высотах до 50 км определяется соударениями молекул паров воды с молекулами азота; погрешность из-за неучета влияния соударений молекул паров воды между собой, а также с молекулами кислорода и других газов, не превышает 10%. Соотношение

для полуширины спектральной линии перехода  $i \rightarrow j$  согласно [105] описывается полуэмпирической формулой

$$\left(\frac{\Delta f}{c}\right)_{ij} = 0,9 \left(\frac{\Delta f}{c}\right)_0 \frac{p}{760} \left(\frac{T}{300}\right)^{n_{ij}}, \quad (\text{VII.10})$$

где  $\left(\frac{\Delta f}{c}\right)_0 = 3 \cdot 10^{-2} \div 10^{-1} \left[\frac{1}{\text{см}}\right]$  — полуширина линии при нормальных условиях;  $n_{ij}$  — температурный коэффициент.

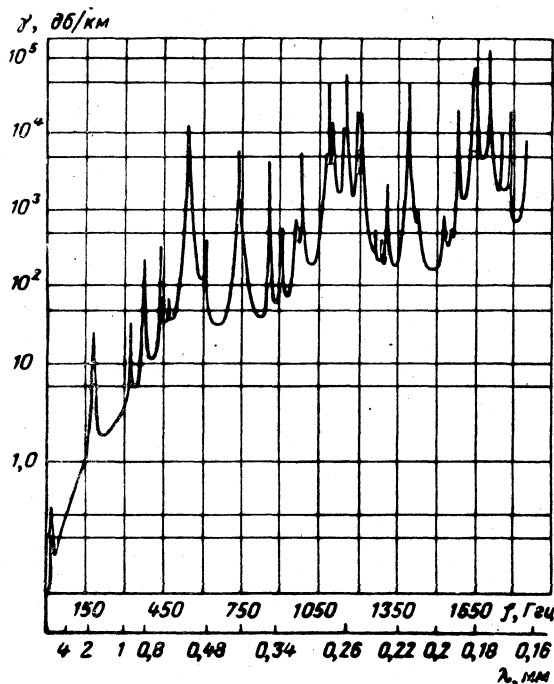


Рис. VII.1. Спектр погонного поглощения паров воды в атмосферных условиях [105].

Учет вклада поглощения от димеров (при относительной концентрации димеров  $10^{-3}$ ) приводит к заметным поправкам в областях спектральных интервалов с относительно малым поглощением, называемых «окнами». Высотная зависимость коэффициента поглощения определяется высотным распределением метеопараметров в принятой модели атмосферы. Считая, что высотные зависимости влажности и давле-

ния имеют экспоненциальный характер, для нерезонансной области можно записать

$$\gamma_{\text{в}}(H, f) = \gamma_{\text{в}}(0, f) \frac{\rho(H) \rho(0)}{\rho(0) \rho(0)} \simeq \gamma_{\text{в}}(0, f) e^{-H/H_{\text{в}}}, \quad (\text{VII.11})$$

где величина  $H_{\text{в}}$  характеризует эффективную высоту слоя паров воды (по данным [115]  $H_{\text{в}} \sim 2,1$  км).

Согласно (VII.11) интегральное поглощение в парах воды для нерезонансной области

$$\tau_{\text{в}}(f) = \int_0^{\infty} \gamma(H, f) dH = \gamma_{\text{в}}(0, f) H_{\text{в}}^*. \quad (\text{VII.12})$$

Величина  $H_{\text{в}}^*$  характеризует эквивалентную длину пути поглощения (ЭДП). При экспоненциальной высотной зависимости коэффициента поглощения величина эффективной высоты слоя совпадает с величиной ЭДП.

Вблизи резонансных частот характер высотной зависимости коэффициента поглощения меняется при выполнении условия  $|f - f_{ij}| < \Delta f$ . В диапазоне высот, где интервал между соударениями не превышает времени релаксации резонансного перехода, коэффициент поглощения записывается как

$$\gamma_{\text{вр}}(H, f) \simeq \gamma_{\text{вр}}(0, f) \frac{\rho(H) \rho(0)}{\rho(0) \rho(H)} \simeq \gamma_{\text{вр}}(0, f) e^{-H/H_{\text{вр}}^*}. \quad (\text{VII.13})$$

В резонансной области высотная зависимость  $\gamma_{\text{вр}}(H, f)$  при экспоненциальном профиле влажности имеет, как и в (VII.11), экспоненциальный характер.

Интегральное поглощение в парах воды для резонансной области

$$\tau_{\text{вр}}(f) \simeq \int_0^{\infty} \gamma_{\text{вр}}(H, f) dH = \gamma_{\text{вр}}(0, f) H_{\text{вр}}^*. \quad (\text{VII.14})$$

Значения ЭДП  $H_{\text{вр}}^*$  в резонансной области в зависимости от вертикального распределения паров воды в 2—3 раза превышают значение ЭДП  $H_{\text{в}}$  в нерезонансной области.

Из (VII.13), (VII.14) видно, что форма линий излучения паров воды в резонансной области зависит от высотного распределения влажности и вблизи резонансной частоты имеется выброс за счет увеличения ЭДП. Приведенные на рис. VII.2 зависимости изменения формы линии поглощения и излучения паров воды на волне 1,35 см показывают, что при селективных радиометрических наблюдениях прин-

ципально возможно оценивать аномальные распределения паров воды. Согласно (VII.14) интегральное поглощение на резонансной частоте может быть представлено в виде

$$\tau_{\text{в}}(f_{ij}) \simeq \gamma(0, f_{ij}) \frac{p(0)}{\rho(0)} \int_0^{\infty} \frac{\rho(H)}{\rho(H)} dH \simeq \tau_0(f_{ij}) + \Delta\tau(f_{ij}), \quad (\text{VII.15})$$

где

$$\tau_0(f_{ij}) = \gamma(0, f_{ij}) \frac{p(0)}{\rho(0)} \int_0^{\infty} \frac{\rho_0(H)}{\rho(H)} dH$$

— интегральное поглощение при нормальном распределении влажности  $\rho(H) = \rho_0(H)$ ;

$$\Delta\tau(f_{ij}) = \gamma(0, f_{ij}) \frac{p(0)}{\rho(0)} \int_0^{\infty} \frac{\Delta\rho(H)}{\rho(H)} dH$$

— дополнительное поглощение из-за аномального распределения водяных паров.

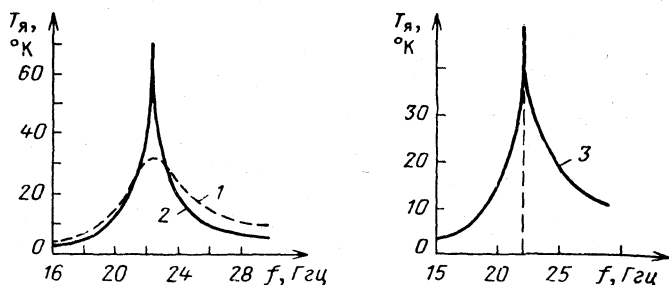


Рис. VII.2. Влияние вертикального профиля влажности на форму линии излучения паров воды земной атмосферы [108]:

1 — экспоненциальный профиль влажности; 2 — профиль с аномальным распределением; 3 — профиль по данным измерений в инфракрасном диапазоне.

Как следует из (VII.15), изменение интегрального поглощения чувствительно к вариациям распределения паров воды при малых значениях  $p(H)$ , т. е. в области достаточно больших высот.

Одновременные измерения интегрального поглощения в резонансной и нерезонансной областях позволяют оценить распределение паров воды в нижних слоях (при высотах менее 3 км) и верхних слоях (для высот более 10 км). По данным метеонаблюдений [128] получены оценки возмож-

ного разброса радиояркостных температур атмосферы на линии 1,35 см за счет вариаций температуры и влажности. Эффективные значения ожидаемых вариаций радиояркостной температуры согласно [128] составляют 5,5—11,5° К; при этом требуемые точности измерений радиояркостных температур для контроля влагосодержания должны быть не хуже 0,5—1° К.

1.5. Расчеты спектров поглощения в атмосферном кислороде, выполненные Ван-Флеком [95], уточнены С. А. Жевакиным и А. П. Наумовым [102, 103]. Спектр суммарного поглощения определяется суммой резонансных и нерезонансной составляющих (см. § 6 гл. V), т. е.

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{\kappa}(f) &= \left[ \sum_{\mathcal{M}} \gamma_{p, \mathcal{M}+}(f) + \gamma_{p, \mathcal{M}-}(f) \right] + \gamma_{\text{нр}}, \\ \gamma_{p, \mathcal{M}\pm}(f) &\equiv p T f^2 S_{\mathcal{M}\pm} \mu_{\mathcal{M}\pm}^2 e^{-\mathcal{E}_{\mathcal{M}\pm}/kT}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII.16})$$

Форма профиля линии  $S_{\mathcal{M}+}$  и  $S_{\mathcal{M}-}$  для резонансных составляющих соответствует уравнению (V.16). Размытие линии определяется соударениями молекул кислорода между собой и с молекулами азота. Величины, характеризующие уширение, по экспериментальным данным в диапазоне 58—62 ГГц могут быть описаны соотношениями

$$\Delta f_{\mathcal{M}\pm} \simeq 0,9 \alpha_{\mathcal{M}\pm} p \left( \frac{T}{300} \right)^{0,85}, \quad (\text{VII.17})$$

(где  $\alpha_{\mathcal{M}\pm}$  — коэффициент, зависящий от номера перехода и давления);

$$\Delta f_{\mathcal{M}\pm} \simeq 1,9 \cdot 10^{-3} p \left( \frac{760}{760+p} \right) \left( \frac{290}{T} \right)^{0,9}. \quad (\text{VII.18})$$

Форма профиля нерезонансной компоненты описывается уравнением

$$S_{\text{нр}}(f) = \frac{\Delta f_0}{f^2 + \Delta f_0^2}. \quad (\text{VII.19})$$

Величина параметра релаксации  $\Delta f_0$  в нормальных условиях по экспериментальным данным составляет 0,6 ГГц.

Расчетные данные [103] по спектрам поглощения в кислороде около частоты 60 ГГц при различных высотах над поверхностью Земли без учета зеемановского расщепления приведены на рис. VII.3, иллюстрирующем влияние давления на возможность разрешения отдельных линий. Следу-

ет отметить, что на высотах более 40 км могут быть разрешены линии зеемановского расщепления спектра кислорода в магнитном поле Земли, с величиной расщепления порядка единиц мегагерц [146].

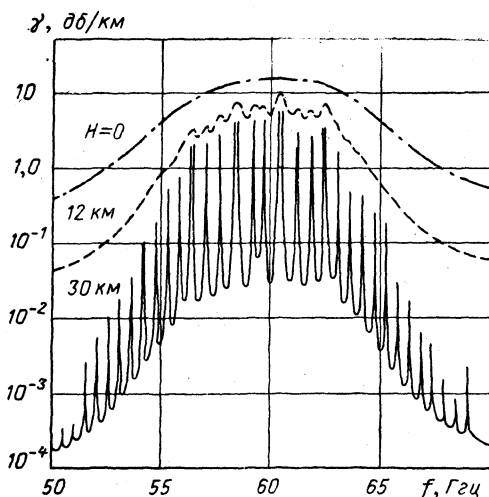


Рис. VII.3. Спектр погонного поглощения в атмосферном кислороде для различных высот подъема над поверхностью Земли [100].

Особенностью поведения нерезонансной составляющей спектра поглощения является нелинейный характер зависимости поглощения от давления, т. е.

$$\gamma_{\text{нр}} \simeq p T^{-3} f^2 \frac{\Delta f_0}{f^2 + \Delta f_0^2}. \quad (\text{VII.20})$$

Полагая  $\frac{\Delta f_0(p_1)}{\Delta f_0(p_0)} = \frac{p_1}{p_0}$ , можно получить зависимость поглощения от давления:

$$\frac{\gamma_{\text{нр}}(p_1)}{\gamma_{\text{нр}}(p_0)} \simeq \frac{p_1^2}{p_0^2} \quad (\text{VII.21})$$

<sup>1)</sup> Согласно расчетам нерезонансного поглощения в кислороде [145] зависимость поглощения от давления имеет кубический характер, т. е.  $\frac{\gamma_{\text{нр}}(p_1)}{\gamma_{\text{нр}}(p_0)} \simeq \frac{p_1^3}{p_0^3}$ .

В диапазоне  $1 \text{ см} < \lambda < 3 \text{ см}$  нерезонансное поглощение составляет не менее 35 % от общего поглощения в кислороде, а в диапазоне волн  $\lambda > 3 \text{ см}$  — определяет поглощение в кислороде.

Высотная зависимость коэффициента поглощения кислорода вне области резонансных переходов согласно (VII.1), (VII.16) записывается в виде

$$\gamma_K(H, f) = \gamma_K(0, f) \frac{p^2(H)}{p^2(0)} \simeq \gamma_K(0, f) e^{-H/H_K}, \quad (\text{VII.22})$$

где величина  $H_K$  характеризует эффективную высоту слоя кислорода, поглощающего СВЧ излучение вне области резонансных частот (по данным [116]  $H_K = 5,1 \div 5,3 \text{ км}$ ).

Согласно (1.9) интегральное поглощение в кислороде вне области резонансных частот

$$\tau_K(f) = \int_0^{\infty} \gamma_K(H, f) dH \simeq \gamma_K(0, f) H_K. \quad (\text{VII.23})$$

Вблизи точек резонансных переходов высотная зависимость коэффициента поглощения согласно [102] отличается от линейно-экспоненциальной, и эквивалентная длина пути может возрасти в 2—4 раза за счет поглощения в высоко-расположенных слоях. Например, при  $f = 63 \text{ Гц}$   $H_K^* = 21 \text{ км}$ .

Форма спектра радиояростной температуры атмосферы при наблюдении уходящего потока излучения в частотной области, где расположены линии перехода молекулярного кислорода, зависит согласно (VII.7) от вертикального распределения температуры атмосферы и высотного профиля коэффициента поглощения. Стабильность распределения кислорода по высоте позволяет использовать информацию о форме спектра уходящего излучения в частотной области около 60 Гц для определения высотного профиля температуры атмосферы на высотах 40—70 км [146].

1.6. Интегральное поглощение в свободной атмосфере для зенитного направления с учетом поглощения в парах воды и кислорода вне областей резонанса согласно (VII.11), (VII.16) определяется соотношением

$$\tau(f) = \gamma_v(\rho_0 p_0) \frac{\rho p}{\rho_0 p_0} H_v + \gamma_K(p_0) \left( \frac{p}{p_0} \right)^2 H_K^{-1}, \quad (\text{VII.24})$$

<sup>1)</sup> При учете составляющей поглощения димерами паров воды необходима квадратичная поправка, так как концентрация димеров изменяется как квадратичная функция влажности.

т. е. интегральное поглощение вне областей резонанса представляет линейную функцию влажности и квадратичную функцию давления.

Характеристики вклада составляющих интегрального поглощения кислорода и паров воды в СВЧ диапазоне для зенитного направления при нормальных атмосферных условиях и влажности  $\rho = 7,5 \text{ г/м}^3$  представлены в табл. VII.1.

Таблица VII.1

| $\lambda, \text{ см}$         | 0,6  | 0,8 | 1,2  | 1,6  | 2    | 3     | 6     | 10     |
|-------------------------------|------|-----|------|------|------|-------|-------|--------|
| $\tau_{\text{в}}, \text{ дб}$ | 0,08 | 0,1 | 0,25 | 0,12 | 0,04 | 0,009 | 0,002 | 0,0003 |
| $\tau_{\text{к}}, \text{ дб}$ | 1,5  | 0,2 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,045 | 0,035 | 0,032  |

В области длин волн 1—2 см при нормальной влажности в интегральном поглощении преобладает составляющая поглощения в парах воды. В области длин волн, превышающих 3 см, поглощение в свободной атмосфере определяется нерезонансным поглощением в кислороде. Интегральное поглощение при наблюдении в направлениях, отличающихся от зенитного, (при  $z < 85^\circ$ ), с учетом изменения длины пути луча аппроксимируется секансной зависимостью.

1.7. Радиометрические измерения поглощения СВЧ радиации внеземных источников и наблюдения собственного СВЧ излучения свободной атмосферы проводились в ряде работ зарубежных и отечественных исследователей. В. С. Троицкий, С. А. Жевакин и Н. М. Цейтлин провели наблюдения собственного радиоизлучения атмосферы при различных зенитных углах на волне 3,2 см [115]. Характеристики поглощения и собственного радиоизлучения свободной атмосферы на волне 8 мм при различных значениях влажности получены А. Е. Саломоновичем и О. М. Атаевым [117].

Коэффициент поглощения для длины волны 3,2 см [37], как видно из рис. VII.4, достаточно хорошо аппроксимируется линейной функцией влажности.

Подробные экспериментальные исследования поглощения и собственного радиоизлучения атмосферы в миллиметровом диапазоне проведены А. Г. Кисляковым [139], Толбертом и Стрейтоном [125], Хоггом и Крауфордом [141] и др.



Значения спектра коэффициента поглощения свободной атмосферы по расчетным и экспериментальным данным, приведенные С. А. Жевакиным и А. П. Наумовым к абсолютной влажности  $7,5 \text{ г/м}^3$ , представлены на рис. VII.5. Обращает на себя внимание хорошее соответствие расчетных и экспериментальных значений вблизи частот резонансного поглощения водяных паров и кислорода. В областях «окон» вдали от резонансных частот экспериментальные значения

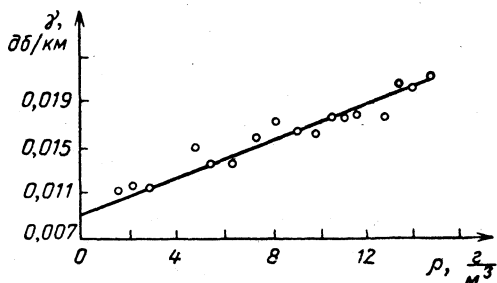


Рис. VII.4. Экспериментальная зависимость коэффициента поглощения от влажности [37].

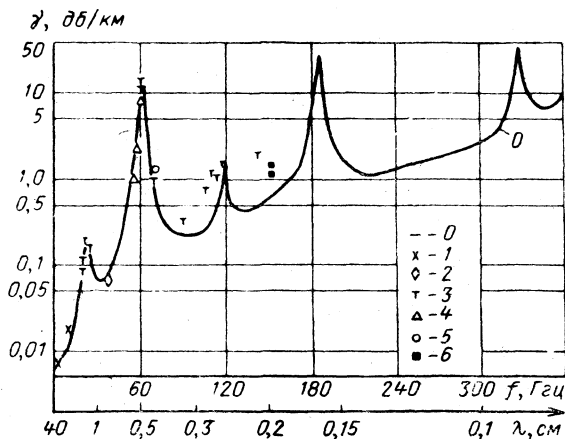


Рис. VII.5. Сопоставление расчетных и приведенных экспериментальных значений спектра поглощения в свободной атмосфере:  
 0 — расчетные значения; 1 — данные измерений [115]; 2 — данные измерений [117]; 3 — данные измерений [125]; 4 — данные измерений [141]; 5 — данные измерений [130]; 6 — данные измерений [131].

поглощения в миллиметровом диапазоне отличаются от расчетных на 2—3 дб.

Значения интегрального поглощения в дециметровом диапазоне, полученные при экспериментальных исследованиях в НИРФИ [144], заметно (в 3 раза) превысили расчетные нерезонансные поглощения в кислороде по Ван-Флеку [95]. С учетом спин-спиновых межмолекулярных взаимодействий К. С. Станкевичем [145] развита уточненная расчетная модель.

## 2. ПЕРЕНОС СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ В ОБЛАЧНЫХ ОБРАЗОВАНИЯХ

2.1. Спектры СВЧ поглощения и излучения, возникающие при переносе излучения в облачных образованиях, зависят от фазовой структуры облаков, их температуры и пространственной конфигурации.

По фазовому строению различаются капельные, ледяные и смешанные облака [44, 45]. Капельные слоистые (*St*) и слоисто-кучевые (*Sc*) облака образуются на высотах до 10 км и различаются величиной объемного содержания воды (водностью), вертикальным размером (мощностью), микроструктурой капелек и температурой. В зависимости от вида образования водность облака составляет от 0,1 г/м<sup>3</sup> до 3 г/м<sup>3</sup>. Мощность капельных облаков имеет значения от сотен метров, до одного — трех километров (мощность слоисто-дождевых и кучево-дождевых облаков может достигать 5—7 км). Микроструктура капельных облаков определяется распределением размеров капелек. Распределение размеров капелек в зависимости от высоты слоя имеет максимум в диапазоне 5—20 мк и охватывает диапазон от 1 до 40 мк. Форма капелек близка к сферической. Температура капельных облаков занимает диапазон от +30 до —40°С в зависимости от высоты и условий образования.

Смешанное строение возникает в слоисто-дождевых (*Nb*), высокослоистых (*As*) и высококучевых (*Ac*) облачных образованиях. Облака из кристалликов льда образуются на высотах до 20 км. Мощность кристаллических облаков достигает 0,5—0,7 км. Водность кристаллических облаков не превышает 0,1 г/м<sup>3</sup>.

2.2. Перенос СВЧ излучения в облаках сопровождается явлениями поглощения и рассеяния на отдельных капелях и дополнительным излучением капелек. При расчетах

поглощения и рассеяния энергии в отдельных каплях используются соотношения дифракционной теории.

Для капелек сферической формы соотношения, определяющие сечения  $\sigma_0$  ослабления, сечения  $\sigma_p$  рассеяния и сечения  $\sigma_\pi$  поглощения в виде размерных величин, имеют вид рядов, содержащих бесселевы функции и их производные [41, 42]:

$$\sigma_0 = \frac{\lambda^2}{2\pi} \operatorname{Im} \sum_{l=1}^{\infty} l(2l+1)(-1)^l (c_l - b_l), \quad (\text{VII.25a})$$

$$\sigma_p = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l^2(l+1)}{2l+1} [|c_l|^2 + |b_l|^2], \quad (\text{VII.256})$$

$$\sigma_\pi = \sigma_0 - \sigma_p, \quad (\text{VII.25в})$$

где

$$c_l = -j^{2l+1} \frac{2l+1}{l(l+1)} \frac{\psi_l(\rho) \psi'_l(m\rho) - m\psi'_l(\rho) \psi_l(m\rho)}{\zeta_l(\rho) \psi'_l(m\rho) - m\zeta'_l(\rho) \psi_l(m\rho)};$$

$$b_l = -j^{2l+1} \frac{2l+1}{l(l+1)} \frac{\psi'_l(\rho) \psi_l(m\rho) - m\psi_l(\rho) \psi'_l(m\rho)}{\zeta'_l(\rho) \psi_l(m\rho) - m\zeta_l(\rho) \psi'_l(m\rho)};$$

$$\psi_l(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \mathcal{Y}_{l+\frac{1}{2}}(z);$$

$$\zeta_l(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} H_{l+\frac{1}{2}}^{(2)}(z).$$

Величины относительных сечений ослабления, рассеяния и поглощения в безразмерной форме определяются из (VII.25):

$$Q_0 = \frac{\sigma_0}{\pi a^2}, \quad Q_p = \frac{\sigma_p}{\pi a^2}, \quad Q_\pi = \frac{\sigma_\pi}{\pi a^2}. \quad (\text{VII.26})$$

Расчеты сечения ослабления и рассеяния при не слишком малых значениях параметра  $\rho = \frac{2\pi a}{\lambda}$  требуют удержания десятка членов ряда и выполняются на ЭЦВМ. Примеры расчетов ослабления и рассеяния капелек приведены в упомянутых монографиях [41, 42], дополнительные расчеты величин  $Q_0$  и  $Q_p$  для СВЧ диапазона приведены в § 3 настоящей главы (см. ниже).

При значениях  $\rho \ll 1$  может быть использовано приближение в виде трехчленной суммы:

$$\sigma_0 \simeq \frac{\lambda^2}{2\pi} \rho^3 (C_1 + C_2 \rho^2 + C_3 \rho^3), \quad (\text{VII.27})$$

где

$$C_1 = \frac{6\varepsilon''}{(\varepsilon' + 2)^2 + (\varepsilon'')^2}; \quad (\text{VII.28})$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon''}{15} \left[ \frac{3[7(\varepsilon')^2 + 4\varepsilon' - 20 + 7(\varepsilon'')^2]}{[(\varepsilon' + 2)^2 + (\varepsilon'')^2]^2} + \frac{25}{(2\varepsilon' + 3)^2 + 4(\varepsilon'')^2 + 1} \right]; \quad (\text{VII.29})$$

$$C_3 = \frac{4}{3} \frac{(\varepsilon' - 1)^2 (\varepsilon' + 2)^2 + (\varepsilon'')^2 [2(\varepsilon' - 1)(\varepsilon' + 2) - 9] + (\varepsilon'')^4}{[(\varepsilon' + 2)^2 + (\varepsilon'')^2]^2}, \quad (\text{VII.30})$$

$\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$  — действительная и мнимая части величины диэлектрической проницаемости жидкости, образующей капельки.

Коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  принимают нулевые значения при отсутствии потерь в жидкости.

Доля рассеянного излучения для волн миллиметрового и сантиметрового диапазонов в облачных образованиях, когда  $\rho \ll 1$ , весьма мала и может не учитываться.

С учетом диэлектрических потерь сечение поглощения капелек согласно (VII.27) и (VII.28) может быть представлено в виде

$$\sigma_{\Pi} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \rho^3 C_1 = \frac{4\pi^2 a^3}{\lambda} \frac{6\varepsilon''}{(\varepsilon' + 2)^2 + (\varepsilon'')^2}. \quad (\text{VII.31})$$

Согласно дипольной теории Дебая действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости определяются в виде

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_{\infty}}{1 + y^2} + \varepsilon_{\infty}, \quad (\text{VII.32})$$

$$\varepsilon'' = \frac{\varepsilon_0}{1 + y^2} y, \quad (\text{VII.33})$$

где  $\varepsilon_0 = \varepsilon'_{\omega \rightarrow 0}$ ;  $\varepsilon_{\infty} = \varepsilon'_{\omega \rightarrow \infty}$ ;

$$y = \frac{\omega}{\omega_p} t_p;$$

$t_p$  — время релаксации дипольной молекулы;  $\omega_p$  — «резонансная частота» дипольной молекулы.

Частотные характеристики зависимости в СВЧ диапазоне действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости воды, находящейся при температуре  $+18^\circ \text{C}$  [41], приведены на рис. VII.6.

Температурные зависимости времени релаксации  $t_p$  и параметров  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_{\infty}$  изучены для диапазона температур выше точки таяния [14, 119]. Наиболее резкую температурную зависимость имеет время релаксации,

Температурная зависимость  $t_p$  по данным лабораторных экспериментов для интервала температур выше точки таяния с параболической экстраполяцией в область переохлаждения представлена на рис. VII.7.

Влияние температурной зависимости времени релаксации сказывается на изменении частотной зависимости диэлек-

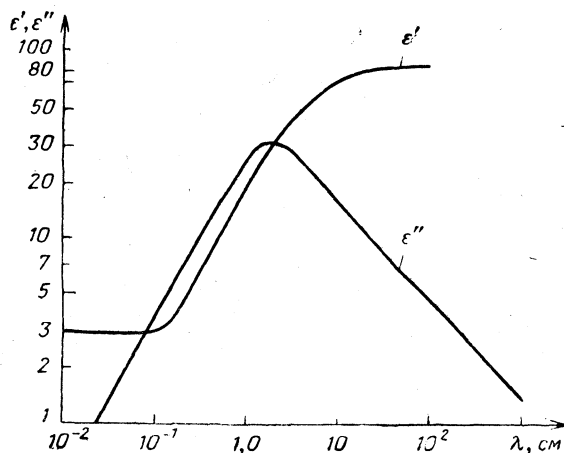


Рис. VII.6. Частотные зависимости действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости воды при  $T = +18^\circ \text{C}$ .

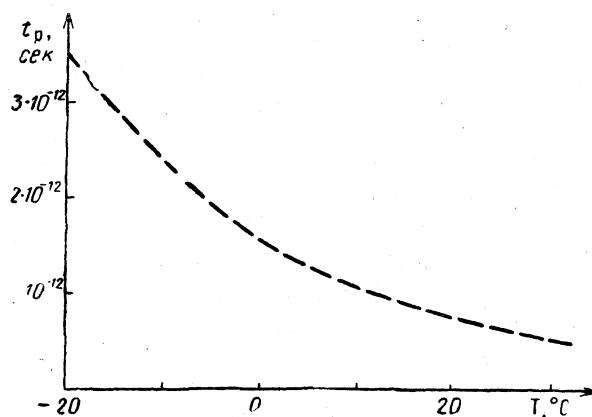


Рис. VII.7. Температурная зависимость времени релаксации молекул воды по параболической экстраполяции экспериментальных данных.

трической проницаемости воды и тем самым согласно (VII.31) влияет на форму спектра поглощения капельных облаков.

2.3. Величина ослабления СВЧ радиации в облаках определяется суммарным поглощением в каплях воды.

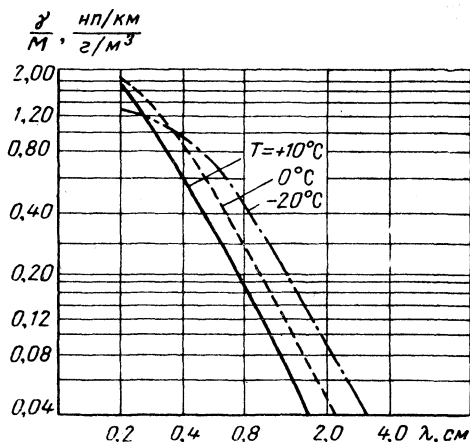


Рис. VII.8. Влияние температуры на форму нормированного спектра поглощения капельных облаков.

Учитывая, что поглощательная способность изменяется пропорционально полному содержанию капельной влаги, коэффициент поглощения можно представить в виде

$$\gamma = \bar{\sigma}_n \bar{N} = \sigma_n \frac{M}{W V_K}, \quad (\text{VII.34})$$

где  $\bar{N}$  — среднее число капель в единице объема;  $M$  — водность облака;  $W$  — удельный вес капельной влаги;  $V_K$  — средний объем капли.

Формула (VII.34) преобразуется к виду

$$\gamma \doteq \frac{M}{\lambda} C_1(\lambda), \quad (\text{VII.35a})$$

т. е. спектральная зависимость коэффициента поглощения определяется формой частотной зависимости  $C_1(\lambda)$ .

Согласно [14] при температуре  $+18^\circ\text{C}$  (VII.35a) аппроксимируется зависимостью

$$\gamma [\text{дб/км}] \simeq 0,41 \frac{M [\text{г/м}^3]}{\lambda^2 [\text{см}]}. \quad (\text{VII.35б})$$

Температура капелек существенно влияет на форму спектра нормированного коэффициента поглощения (рис. VII.8).

В случае кристаллических облаков величина коэффициента поглощения при эквивалентном водосодержании примерно на два порядка меньше поглощения в капельных облаках. Частотная зависимость коэффициента поглощения

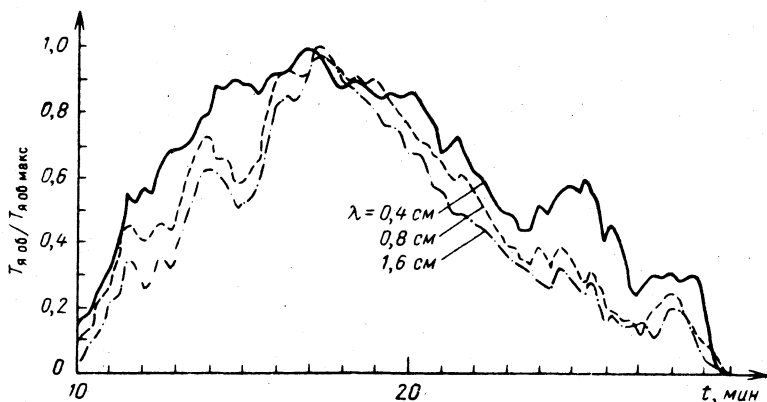


Рис. VII.9. Пример результатов одновременной регистрации интенсивности СВЧ излучения атмосферы (в относительных единицах) для  $z = 60^\circ$  при *Cu Cong* на трех частотах:

—  $T_{\text{я об макс}} = 160^\circ \text{ K}$ ; ---  $T_{\text{я об макс}} = 159^\circ \text{ K}$ ;  
- · -  $T_{\text{я об макс}} = 69^\circ \text{ K}$ .

при этом из-за слабой зависимости диэлектрической проницаемости льда от частоты в СВЧ диапазоне аппроксимируется в линейной форме, т. е.

$$\gamma_{\text{л}}(\lambda) \doteq \frac{M}{\lambda}. \quad (\text{VII.36})$$

При экспериментальных радиометрических исследованиях используется величина относительного интегрального поглощения  $\xi(\lambda_i, \lambda_h)$ , зависящая от фазового строения и температуры и не зависящая от водосодержания облака:

$$\xi(\lambda_i, \lambda_h) = \frac{\tau(\lambda_i)}{\tau(\lambda_h)} = \frac{C_1(\lambda_i)}{C_i(\lambda_h)} \frac{\lambda_h}{\lambda_i}. \quad (\text{VII.37})$$

Исследование относительных поглощений позволяет в удобной форме выявить температурную зависимость величины диэлектрической проницаемости,

Излучательная способность облачного образования  $\kappa_f$  в изотермическом приближении в области спектра, где рассеяние может не учитываться, определяется интегральным поглощением  $\tau_0$ :

$$\kappa_f = 1 - e^{-\tau_0}.$$

В указанных условиях радиояркостьная температура облака

$$T_{\pi} = T_0 (1 - e^{-\tau_0}),$$

где  $T_0$  — температура облачного образования.

2.4. Экспериментальное изучение переноса СВЧ излучений в облачных образованиях, так же как и в случае свободной атмосферы, проводится путем наблюдения внеземных источников и наблюдения собственного излучения облаков при различных зенитных углах в широком спектральном диапазоне. Пример регистрации изменения радиояркости при прохождении облака при наблюдениях на трех частотах представлен на рис. VII.9.

Как показали результаты измерений [123], спектр относительных поглощений в капельных облаках не зависит от структуры облака и только при температурах облака выше температуры таяния удовлетворительно аппроксимируется квадратичной зависимостью от частоты; в области переохлаждения наблюдается заметное отклонение от квадратичной зависимости.

Измерения спектра относительных поглощений в капельных облаках при различных температурах позволяют оценить изменение времени релаксации молекул воды. Результаты измерений относительных поглощений солнечной радиации на волнах 0,4 см, 0,8 см в капельных облаках в диапазоне температур  $\pm 10^\circ \text{C}$ , проведенных Б. Г. Кутуза [123], представлены на рис. VII.10. По данным измерений (рис. VII.10) получены оценки температурной зависимости времени релаксации молекул воды. В области температур выше точки таяния полученные оценки времени релаксации удовлетворительно согласуются с результатами лабораторных измерений, приведенными в [14]. В области переохлаждения величина времени релаксации возрастает и согласно экспериментальным данным при температуре  $-8^\circ \text{C}$  в 1,4 раза превышает время релаксации при температуре таяния.



Измерения величин интегрального ослабления помимо уточнения сведений об условиях распространения в различ-

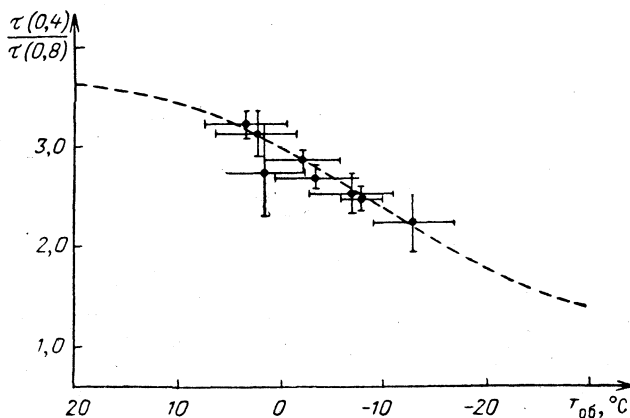


Рис. VII.10. Температурная зависимость относительных поглощений солнечной радиации в капельных облаках на волнах 0,4 см и 0,8 см: — — — расчет; · — эксперимент.

ных типах облачности позволяют получить данные о метеорологических параметрах облаков, в том числе оценки водозапаса и температуры облака [123].

### 3. ПЕРЕНОС СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ В АТМОСФЕРЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОСАДКОВ

3.1. Перенос СВЧ излучений в осадках из-за соизмеримости размеров частиц с длиной волны сопровождается явлением рассеяния, что значительно осложняет расчетную схему.

По фазовому строению различают капельные осадки (дожди) и осадки твердой фазы (град, снег) [44]. В капельных осадках размеры капель охватывают диапазон 0,05—6 мм. Форма капелек представляет сплюснутый сфероид и в первом приближении может быть принята сферической.

Интенсивность дождей характеризуется величиной объема воды, выпадающего на единицу поверхности в единицу времени, т. е.

$$\rho \left[ \frac{\text{мм}}{\text{час}} \right] = 15,1 \int_0^{a_{\text{макс}}} n(a) v(a) a^3 da, \quad (\text{VII.38})$$

где  $a$  — радиус капли;  $n(a)$   $[1/м^3]$  — число капель радиусом  $a$  в единичном объеме;  $v(a)$   $[м/сек]$  — скорость падения капель.

Интенсивность слабых морозящих дождей составляет доли  $1 мм/час$ ; сильные ливневые дожди обычно имеют интенсивность до  $40—60 мм/час$ . Размеры капелек, как правило, возрастают с увеличением интенсивности дождя. Распределение размеров капелек может быть охарактеризовано величиной доли общего объема воды  $m(a)$ , образованной каплями радиусом  $a$ :

$$m(a) = \frac{n(a) \frac{4\pi a^3}{3} v(a)}{\int_0^{\infty} n(a) \frac{4\pi a^3}{3} v(a) da} = \frac{1,51 n(a) v(a)}{p}. \quad (VII.39)$$

Функция распределения капель по размерам аппроксимируется с помощью гамма-распределения [142, 143].

Экспериментальные данные по распределению размеров капель в долях общего объема выпадающей влаги для дождей различной интенсивности, приведенные в [14], для иллюстрации представлены в табл. VII.2. Как показывают данные табл. VII.2, увеличение интенсивности дождя сопровождается возрастанием среднего размера и разброса размеров капелек.

Таблица VII.2

| Радиус<br>капли,<br>см | Доля капель данного размера от общего объема |                    |                   |                    |                  |                  |                   |                   |
|------------------------|----------------------------------------------|--------------------|-------------------|--------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
|                        | $p=0,25$<br>мм/час                           | $p=1,25$<br>мм/час | $p=2,5$<br>мм/час | $p=12,5$<br>мм/час | $p=25$<br>мм/час | $p=50$<br>мм/час | $p=100$<br>мм/час | $p=150$<br>мм/час |
| 0,025                  | 0,28                                         | 0,11               | 0,07              | 0,03               | 0,02             | 0,01             | 0,01              | 0,01              |
| 0,05                   | 0,50                                         | 0,37               | 0,28              | 0,12               | 0,08             | 0,05             | 0,04              | 0,04              |
| 0,075                  | 0,18                                         | 0,31               | 0,33              | 0,25               | 0,18             | 0,12             | 0,09              | 0,07              |
| 0,100                  | 0,03                                         | 0,14               | 0,19              | 0,25               | 0,24             | 0,20             | 0,14              | 0,12              |
| 0,125                  | 0,01                                         | 0,05               | 0,08              | 0,17               | 0,20             | 0,21             | 0,17              | 0,14              |
| 0,150                  | —                                            | 0,02               | 0,03              | 0,10               | 0,13             | 0,16             | 0,18              | 0,18              |
| 0,175                  | —                                            | —                  | 0,01              | 0,04               | 0,08             | 0,11             | 0,15              | 0,16              |
| 0,200                  | —                                            | —                  | 0,01              | 0,02               | 0,03             | 0,07             | 0,09              | 0,12              |
| 0,225                  | —                                            | —                  | —                 | 0,01               | 0,02             | 0,03             | 0,06              | 0,08              |
| 0,250                  | —                                            | —                  | —                 | 0,01               | 0,01             | 0,02             | 0,03              | 0,04              |
| 0,275                  | —                                            | —                  | —                 | —                  | 0,01             | 0,01             | 0,02              | 0,02              |
| 0,300                  | —                                            | —                  | —                 | —                  | —                | 0,01             | 0,01              | 0,01              |
| 0,325                  | —                                            | —                  | —                 | —                  | —                | —                | 0,01              | 0,01              |

Бест [120] предложил эмпирические формулы, описывающие распределение размеров капель и величину водности, в виде

$$F(a_0) = 1 - e^{-(a_0/a_0)^{n_0}}, \quad (\text{VII.40})$$

$$M = C_0 \rho^{f_0}, \quad (\text{VII.41})$$

где  $F(a_0)$  — доля водности с размером капель, не превышающим  $a_0$ ;  $a_0 = \alpha_0 \rho^{\beta_0}$  — эффективный размер капель;  $\rho$  и  $M$  — интенсивность и водность дождя.  $C_0, f_0, n_0, \alpha_0, \beta_0$  —

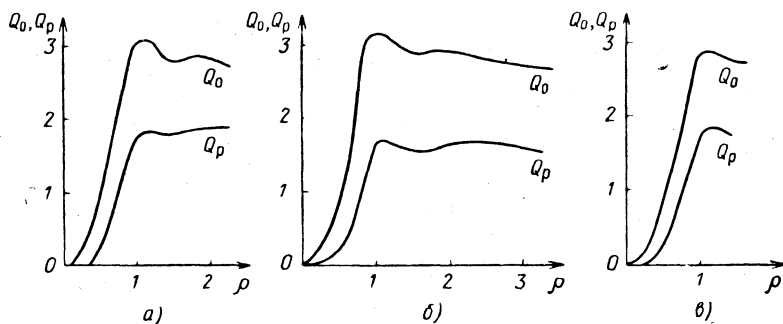


Рис. VII.11. Расчетные значения эффективных сечений ослабления и рассеяния в функции приведенного размера капель в СВЧ диапазоне при  $T = 10^\circ \text{C}$ :

а)  $\lambda = 0,82 \text{ см}$ ; б)  $\lambda = 0,41 \text{ см}$ ; в)  $\lambda = 1,57 \text{ см}$ .

параметры, средние значения которых, по данным Беста [120], составляют:  $C_0 = 67, f_0 = 0,846, n_0 = 2,25, \alpha_0 = 1,30, \beta_0 = 0,232$ .

Частицы осадков твердой фазы в виде снега и града имеют размеры от десятых долей до единиц миллиметра. В редких случаях размеры частиц града и хлопьев снега доходят до нескольких сантиметров. Плотность снеговых осадков составляет в среднем  $0,01 \text{ г/см}^3$ , плотность частиц града достигает  $1 \text{ г/см}^3$ .

3.2. Ослабление потока СВЧ излучения при распространении в слое дождевых осадков и излучательная способность дождевых образований определяются с учетом процессов поглощения и рассеяния энергии на отдельных капельках и взаимодействия рассеянных полей. Характеристики относительных сечений ослабления и рассеяния отдельных капелек в функции параметра  $\rho = \frac{2\pi a}{\lambda}$  для СВЧ диа-

пазона, полученные Б. Г. Кутуза и И. Я. Гущиной при расчетах с помощью (VII.25), (VII.26) на ЭЦВМ, приведены на рис. VII.11. (см. также [119]).

Ввиду отсутствия однозначной связи размеров капель с интенсивностью осадков, зависимости радиофизических параметров от интенсивности дождя также не являются однозначными, что приводит к необходимости использовать усредненные показатели. При расчетах средних значений удобно использовать вспомогательную функцию [14]

$$g(a, \lambda) = \frac{\sigma_0(a, \lambda)}{15,1 v(a) a^3}. \quad (\text{VII.42})$$

Используя (VII.42), можно записать среднее значение коэффициента ослабления

$$\bar{\gamma}(\lambda) = 15,1 \int_0^{\infty} g(a, \lambda) v(a) a^3 n(a) da, \quad (\text{VII.43})$$

где  $n(a)$  — число капелек в единице объема, радиус которых лежит в интервале  $a \div a + da$ .

Преобразование (VII.43) приводит к формуле

$$\bar{\gamma}(\lambda) [\text{дБ/км}] = 434 p [\text{мм/час}] \int_0^{\infty} g(a, \lambda) m(a) da. \quad (\text{VII.44})$$

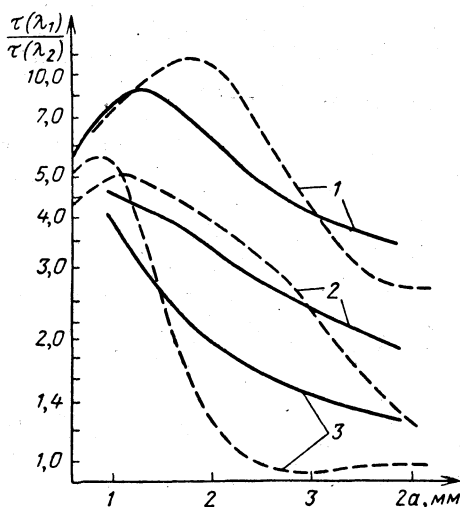
Расчетные значения ослабления при температуре  $18^\circ \text{C}$  с учетом распределения объемной доли по табл. VII.2 представлены в табл. VII.3<sup>1)</sup>.

Таблица VII.3

| Интен-<br>сивность<br>осадков,<br>мм/час | Погонное ослабление в слое дождя, дБ/км |                          |                          |                           |                          |                          |
|------------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
|                                          | $\lambda=0,3 \text{ см}$                | $\lambda=0,5 \text{ см}$ | $\lambda=1,0 \text{ см}$ | $\lambda=1,25 \text{ см}$ | $\lambda=3,0 \text{ см}$ | $\lambda=1,0 \text{ см}$ |
| 0,25                                     | 0,305                                   | 0,16                     | 0,037                    | 0,21                      | 0,062                    | —                        |
| 1,25                                     | 1,15                                    | 0,72                     | 0,23                     | 0,136                     | 0,016                    | 0,0004                   |
| 2,5                                      | 1,98                                    | 1,34                     | 0,49                     | 0,29                      | 0,038                    | 0,0007                   |
| 12,5                                     | 6,72                                    | 5,36                     | 2,73                     | 1,77                      | 0,285                    | 0,0036                   |
| 25                                       | 11,3                                    | 9,49                     | 5,47                     | 3,72                      | 0,656                    | 0,0072                   |
| 50                                       | 19,2                                    | 16,6                     | 10,7                     | 7,67                      | 1,46                     | 0,014                    |

<sup>1)</sup> Температурная зависимость ослабления в дожде учитывается с помощью коэффициента, значения которого приведены в [14]. Ослабление в условиях осадков твердой фазы при эквивалентном объемном содержании влаги оказывается примерно на два порядка меньше за счет снижения потерь при переходе в твердое состояние.

Форма характеристик относительного ослабления зависит от размеров капелек, их температуры и не зависит от толщины слоя (рис. VII.12) [124]. Характерной особенностью графиков рис. VII.12 является наличие экстремумов в резонансной области, где  $a_0 \simeq \frac{\lambda}{2\sqrt{\varepsilon}}$ , и монотонный



**Рис. VII.12.** Зависимость относительных сечений ослабления от среднего диаметра капли для полидисперсной (сплошные линии) и монодисперсной (пунктир) моделей [124]:

1)  $\lambda_1 = 1,6$  см,  $\lambda_2 = 3,3$  см; 2)  $\lambda_1 = 0,82$  см,  $\lambda_2 = 1,6$  см; 3)  $\lambda_1 = 0,41$  см,  $\lambda_2 = 0,82$  см.

характер зависимости величины относительного ослабления от размеров капелек при значениях диаметров капелек, превышающих резонансные значения. Графики рис. VII.12 показывают, что для полидисперсной модели без учета рассеянной компоненты экстремум, как и в случае монодисперсной модели, находится в резонансной области.

3.3. Интегральная прозрачность и излучательная способность дождевого слоя в большинстве случаев должны определяться с учетом вклада рассеянной компоненты. Рассеивающие свойства капелек характеризуются величиной альбеда капли  $\tilde{\omega}_K = Q_p/Q_0$  и формой индикатрисы рассеяния. Расчетные значения альбеда капли  $\tilde{\omega}_K$  по данным

о величинах рассеяния и ослабления, приведенным на рис. VII.11, представлены в табл. VII.4 в функции диаметра капелек и длины волны.

Таблица VII.4

| 2a, мм | Альбе́до капли $\tilde{\omega}_R$ |                  |                  |                  |
|--------|-----------------------------------|------------------|------------------|------------------|
|        | $\lambda=0,4$ см                  | $\lambda=0,8$ см | $\lambda=1,6$ см | $\lambda=3,2$ см |
| 0,6    | 0,18                              | 0,05             | 0,016            | 0,005            |
| 1,0    | 0,41                              | 0,13             | 0,045            | 0,020            |
| 2      | 0,56                              | 0,54             | 0,14             | 0,048            |
| 3      | 0,59                              | 0,60             | 0,47             | 0,057            |
| 5      | 0,62                              | 0,65             | 0,61             | 0,24             |

Форма индикатрисы рассеяния зависит от величины отношения диаметра капельки к длине волны. При значении отношения  $\rho = \frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1$  индикатриса имеет релеевский характер с симметричным рассеянием в прямом и обратном направлениях. При размерах капли, не слишком малых по сравнению с длиной волны, рассеяние приобретает направленный характер за счет большой концентрации энергии в обратном направлении <sup>1)</sup>. При направленном рассеянии в качестве модели первого приближения может рассматриваться одномерная модель (см. § 1 гл. III).

Приближенный учет влияния формы индикатрисы рассеяния на интегральное ослабление и излучательную способность слоя может быть произведен с помощью коэффициента  $\chi$  асимметрии индикатрисы, учитывающего долю рассеяния в прямом направлении. Величина коэффициента асимметрии  $\chi$  зависит от отношения размеров капли и длины волны (для СВЧ диапазона при  $a < \lambda$   $0 < \chi < 0,5$ ).

Полагая коэффициент рассеяния  $\tilde{\omega}$  элемента среды в первом приближении равным альбедо капелек  $\tilde{\omega}_R$ , относительную интенсивность проходящего излучения можно оценить с помощью соотношения (IV.14):

$$q(\tau) = \frac{\mathcal{I}(\tau)}{\mathcal{I}(0)} = \frac{(1-r_0^2)e^{-k\tau}}{1-r_0^2e^{-2k\tau}}, \quad (\text{VII.45})$$

<sup>1)</sup> Для капель больших размеров, когда  $\rho > 1$ , проявляется эффект Ми и индикатриса рассеяния вытягивается в прямом направлении.

где  $\tau$  — интегральное ослабление, *неп*;  $r_0$  и  $k$  определяются из (IV.14) с учетом того, что  $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_K$ .

Поток проходящего излучения содержит компоненты прямого ослабленного и рассеянного излучений, т. е.

$$\mathcal{J}(\tau) = \mathcal{J}(0) q(\tau) = \mathcal{J}(0) e^{-\tau} + \Delta \mathcal{J}_{\text{расс}}(\tau). \quad (\text{VII.46})$$

Вклад рассеянной компоненты зависит от рассеивающих свойств капелек и величины интегрального ослабления излучения. Величины потока рассеянного излучения в процентах относительно ослабленного потока приведены в табл. VII.5. Максимальное значение относительной вели-

Таблица VII.5

| $\tau$ | $\tilde{\omega}=0,1$ |         |       | $\tilde{\omega}=0,4$ |         |       |
|--------|----------------------|---------|-------|----------------------|---------|-------|
|        | $x=0$                | $x=0,5$ | $x=1$ | $x=0$                | $x=0,5$ | $x=1$ |
| 0,5    | 0,2                  | 2,6     | 5     | 1,5                  | 10,9    | 22    |
| 1      | 0,3                  | 5,1     | 10    | 4,6                  | 26      | 49    |
| 2      | 0,8                  | 10,4    | 22    | 13,3                 | 55      | 122   |
| 3      | 2                    | 18,4    | 35    | 24,6                 | 96      | 232   |

чины рассеянной компоненты достигается при индикатрисе с показателем  $x = 1$ , т. е. при рассеянии в направлении волнового вектора потока излучения. В этом случае

$$\frac{\Delta \mathcal{J}_{\text{расс}}(\tau)}{\mathcal{J}(\tau)} = \frac{e^{-(1-\tilde{\omega})\tau} - e^{-\tau}}{e^{-\tau}} = e^{\tilde{\omega}\tau} - 1. \quad (\text{VII.47})$$

Излучательная способность слоя дождевых осадков зависит от характеристик прозрачности и отражающих свойств слоя и в изотермическом приближении определяется в виде

$$\kappa_f(\tau) = 1 - q_f(\tau) - r_f(\tau), \quad (\text{VII.48})$$

где  $q_f(\tau)$ ,  $r_f(\tau)$  — показатели прозрачности и отражения для одномерной модели, вычисляются по (IV.14), (IV.15).

В случае модели изотропного рассеяния излучательная способность изотермического слоя определяется согласно (IV.29) в виде

$$\kappa_f(\tilde{\omega}, \tau, \eta) = \frac{\Phi(\eta, \tau) - \Psi(\eta, \tau)}{1 - \frac{\tilde{\omega}}{2}(\alpha_0 - \beta_0)} (1 - \tilde{\omega}). \quad (\text{VII.49})$$

Значения функций  $\Phi(\eta, \tau)$  и  $\Psi(\eta, \tau)$  и их моментов приведены в [83].

Расчетные оценки величин излучательной способности рассеивающего слоя в направлении нормали для одномерной модели и модели изотропного рассеяния (см. рис. IV.2 и табл. IV.3) показывают, что при значениях интегрального ослабления, не превышающих 3 *неп*, и величинах альбеда

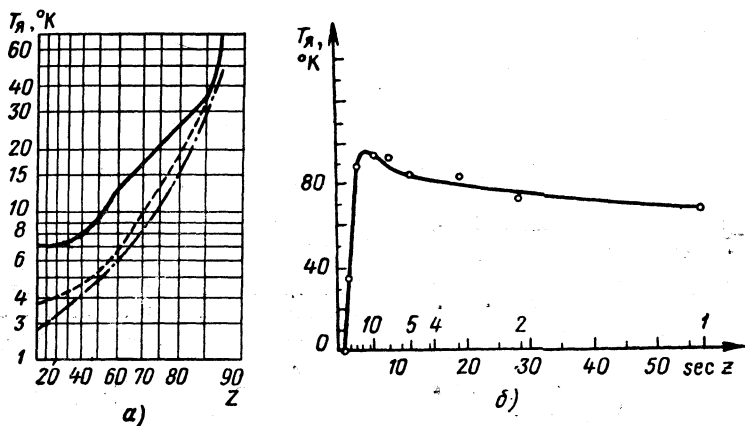


Рис. VII.13. Экспериментальные зависимости радиояркой температуры атмосферы от зенитного угла при выпадении дождевых осадков:

а)  $\lambda = 5$  см, — 18.V.60 г., 14 час 45 мин., интенсивность дождя у Земли 69,3 мм/час; - - - 18.V.60 г., дождя нет; - · - 7.X.60 г., 11 час, плотность паров воды 5 г/м³ [127]; б)  $\lambda = 3,2$  см, облака небольших размеров [115].

капелек до 0,5 различие в излучательной способности составляет не более 15%.

При осадках с интенсивностью менее 10 мм/час учет вклада рассеянной компоненты в миллиметровом диапазоне должен производиться во всех случаях, исключая слабые морозящие дожди. При осадках с интенсивностью более 10 мм/час влияние рассеянной компоненты заметно сказывается как в миллиметровом диапазоне, так и в коротковолновой части сантиметрового диапазона.

3.4. Результаты радиометрических наблюдений ослабления СВЧ радиации в дождевых слоях и измерений интенсивности СВЧ излучения дождя приведены в [115, 124, 127] (рис. VII.13 — VII.15).

При интенсивности дождя (рис. VII.14), превышающей 20 мм/час, зависимость интегрального ослабления от интен-



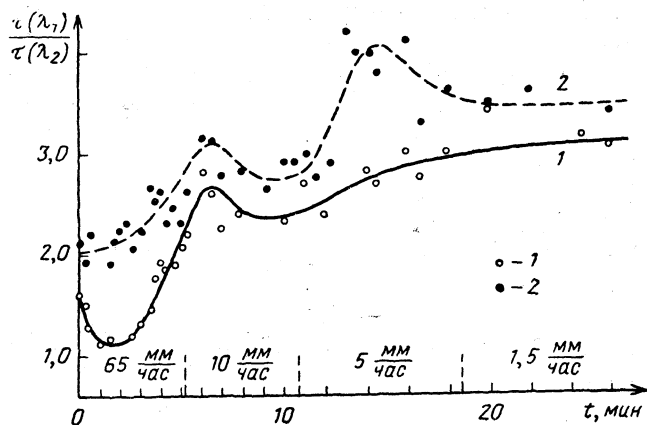


Рис. VII.14. Экспериментальная зависимость относительных величин интегральных ослаблений солнечной радиации в атмосфере от интенсивности дождя при прохождении грозового фронта (VI. 65 г.) [124]:

—  $\lambda_1 = 0,82$  см,  $\lambda_2 = 1,6$  см; — —  $\lambda_1 = 0,41$  см,  $\lambda_2 = 0,82$  см.

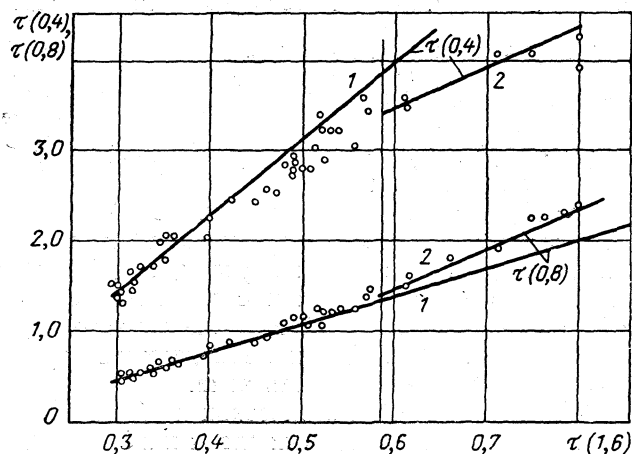


Рис. VII.15. Гистограммы величин интегральных ослаблений в атмосфере на двух волнах при различной интенсивности дождя, выпадающего из облаков № 10.IX.64 г. [124]:

1 — при средней интенсивности осадков; 2 — при интенсивных осадках.

сивности имеет явно выраженный нелинейный характер из-за рассеяния.

В согласии с расчетными оценками, в спектральном интервале, указанном на рис. VII.15, при увеличении интенсивности дождя величина относительного ослабления снижается за счет увеличения диаметра капелек.

#### 4. ВАРИАЦИИ АТМОСФЕРНОЙ РАДИОЯРКОСТИ

4.1. Исследования вариаций интенсивности радиотеплового излучения атмосферы представляют интерес как с точки зрения получения статистических сведений о характере атмосферных шумов, маскирующих радиоастрономические наблюдения <sup>1)</sup>, так и с точки зрения выявления статистических закономерностей флюктуационных локальных изменений метеопараметров атмосферы.

Статистические свойства вариаций радиоизлучения существенно зависят от состояния атмосферы: резко различаются условия наблюдения в безоблачной атмосфере и наблюдения в присутствии гидрометеоров; дополнительные вариации проявляются в зависимости от типа облачности, наличия осадков и т. д. В безоблачной атмосфере вариации интенсивности радиоизлучения вызываются турбулентными пульсациями локальных термодинамических параметров и имеют характер нормального флюктуационного процесса.

Теоретические исследования флюктуаций интенсивности радиоизлучения атмосферы, вызываемые турбулентными пульсациями термодинамических параметров, приведены в работах [132, 133, 134].

В атмосфере, содержащей облачные образования, к турбулентным пульсациям радиоизлучения добавляются вариации за счет изменения интегрального содержания капельной влаги при ветровом сносе облачных образований в поле зрения радиотелескопа.

Различия статистических свойств турбулентных флюктуаций интенсивности радиоизлучения и вариаций, связанных с перемещением гидрометеоров, могут быть положены в основу их экспериментального отождествления.

---

<sup>1)</sup> Влияние флюктуаций интенсивности радиоизлучения фона особенно заметно проявляется при обнаружении слабых источников радиоизлучения, в то время как при наблюдении интенсивных источников сказываются флюктуации интегрального поглощения.

4.2. Механизм пульсаций интенсивности радиоизлучения безоблачной атмосферы может быть представлен следующим образом. Турбулентные пульсации метеопараметров атмосферы (температуры и влажности) вызывают вариации интенсивности потоков собственного радиоизлучения за счет локальных изменений температуры и излучательной способности. Вариации интенсивности радиоизлучения всего излучающего столба определяются с учетом явления переноса излучения.

Оценки интенсивности флуктуаций радиоизлучения безоблачной атмосферы могут быть получены по данным величин вариаций метеопараметров. Величина вариаций радиояркостной температуры определяется суммой вариаций средней термодинамической температуры и вариацией излучательной способности  $\kappa_f$ :

$$\left(\frac{\delta T_{\text{я}}}{T_{\text{я}}}\right)^2 = \left(\frac{\delta T_0}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{\delta \kappa_f}{\kappa_f}\right)^2. \quad (\text{VII.50})$$

При малых значениях интегрального поглощения показатель излучательной способности примерно равен величине интегрального поглощения в столбе:

$$\kappa_f \simeq \int_0^{L_0} \gamma(f) dL, \quad (\text{VII.51})$$

где  $\gamma(f)$  — коэффициент поглощения свободной атмосферы; вне участков селективного поглощения определяется с помощью (VII.11) и (VII.22).

Значительное превышение длины излучающего столба по сравнению с характерным размером  $l_T$  турбулентных образований приводит к сглаживанию локальных вариаций, т. е.

$$\frac{\delta \kappa_f}{\kappa_f} \simeq \frac{\delta \gamma}{\gamma} \frac{1}{\sqrt{L_0/l_T}}, \quad (\text{VII.52})$$

где  $\delta \kappa_f$  — эффективное значение вариаций излучательной способности;  $\delta \gamma$  — эффективное значение вариаций коэффициента поглощения;  $L_0$  — эффективная длина излучающего столба;  $l_T$  — характерный размер турбулентных образований ( $l_T/L \sim 10^{-2} \div 10^{-1}$ ).

В сантиметровом диапазоне согласно оценкам, приведенным в [107], изменение радиояркостности определяется вариациями интегрального поглощения, обусловленными

локальными изменениями влажности, т. е.

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma} = \frac{\delta\rho}{\rho}. \quad (\text{VII.53})$$

Принимая для локальных изменений влажности оценку  $\delta\rho/\rho \simeq (1 \div 5) \cdot 10^{-2}$ , согласно (VII.50) можно получить оценку величины вариаций радиояркой температуры в сантиметровом диапазоне  $\delta T_{\text{я}}/T_{\text{я}} \simeq 10^{-3} \div 10^{-2}$ . В дециметровом диапазоне преобладает поглощение в кислороде; при адиабатическом характере локальных процессов согласно [134]

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma} \simeq \frac{3}{2} \frac{\delta T}{T}; \quad (\text{VII.54})$$

и при  $\delta T/T = (1 \div 5) \cdot 10^{-3}$  оценочное соотношение для дециметрового диапазона запишется как  $\delta T_{\text{я}}/T_{\text{я}} \simeq 10^{-4} \div 10^{-3}$ .

При изменении зенитного угла длина зондируемого столба меняется пропорционально секансу зенитного угла:

$$L_{\text{a}}(z) = L_{\text{a}}(0) \sec z, \quad (\text{VII.55})$$

где  $L_{\text{a}}(0)$  — длина столба в зенитном направлении.

С учетом (VII.52) уравнение (VII.50) приобретает вид

$$\frac{\delta T_{\text{я}}}{T_{\text{я}}} \simeq \frac{\delta\gamma}{\gamma} \frac{1}{\sqrt{\frac{L_{\text{a}}(0)}{l_{\text{T}}}} \sqrt{\sec z}}. \quad (\text{VII.56})$$

При углах, где  $\tau = \int_0^L \gamma dl \gg 1$ , соотношение (VII.50) может быть записано в виде

$$\left( \frac{\delta T_{\text{я}}}{T_{\text{я}}} \right)^2 = \left( \frac{\delta T_0}{T_0} \right)^2 + e^{-2\tau} (\delta\tau)^2. \quad (\text{VII.57})$$

Выражение (VII.57) показывает, что при значительном интегральном поглощении флуктуации радиояркой температуры определяются главным образом вариациями  $\delta T_0/T_0$  термодинамической температуры атмосферы.

Оценка корреляционного интервала флуктуации радиояркости может быть получена на основе представления о «замороженной» турбулентности в предположении, что причиной вариации яркости является ветровой перенос неоднородности. При наибольшем масштабе турбулентности с размером неоднородности  $L_0$  порядка 100 м, оценка величины

корреляции интервала  $t_k$  составляет величину порядка 10 сек (при ожидаемых значениях ветрового сноса  $v_b$  около 10 м/сек).

**4.3.** Вариации интенсивности радиоизлучения облачной атмосферы возникают за счет изменения излучательной способности при изменении интегрального содержания капельной влаги в излучающей области. В соответствии с (VII.36) спектральная зависимость интенсивности вариаций имеет приблизительно квадратичный характер. В миллиметровом диапазоне величина эффективного значения вариаций радиояркости достигает десятка градусов, в дециметровом диапазоне вариации излучения облаков оказываются сравнимыми с вариациями радиояркости за счет температурных пульсаций.

Временная корреляционная функция излучения облачной атмосферы может быть получена при рассмотрении процесса в виде последовательности одиночных выбросов случайной длительности с постоянным перепадом интенсивности. Для последовательности импульсов случайной длительности нормированная корреляционная функция имеет вид

$$r(\Delta t) = e^{-2\Delta t/t_{cp}}, \quad (\text{VII.58})$$

где  $t_{cp}$  — средняя длительность выброса, зависящая от размеров гидрометеоров и скорости ветрового сноса; величина  $t_{cp}$  в зависимости от вида облачности составляет 50—150 сек.

Угловая зависимость интенсивности радиояркости облаков представляет секансную функцию в диапазоне углов, где все поле зрения радиотелескопа занято гидрометеорным образованием. При частичном заполнении поля зрения секансная зависимость сглаживается.

**4.4.** Экспериментальные данные о вариациях радиояркостной температуры излучения облачной и свободной атмосферы содержатся в [135 — 137].

Наиболее полные данные о вариациях радиояркостной температуры излучения могут быть получены при одновременных измерениях флуктуаций радиояркостных температур непрерывно по спектру или в дискретных интервалах частот СВЧ диапазона. Распределение мгновенных значений интенсивности по спектру позволяет установить корреляционные связи вариаций радиояркостных температур в выбранных спектральных интервалах и получить информацию о вариациях термодинамических параметров вдоль луча

путем разделения вкладов эффективных излучающих областей. В частности, для разделения вкладов составляющих турбулентного механизма и составляющих от ветрового сноса гидрометеоров могут быть использованы угловые зависимости интенсивности флюктуаций.

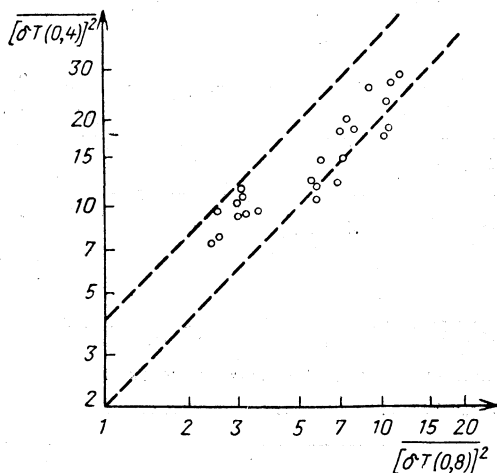


Рис. VII.16. Гистограмма вариаций радиоярких температур атмосферы при наличии облачности на волнах 0,41 и 0,82 см.

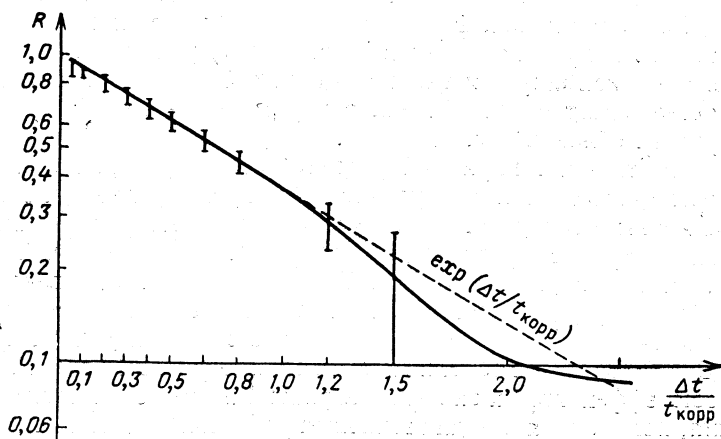


Рис. VII.17. Временная корреляционная функция вариаций радиояркости облачной атмосферы на волне 0,82 см.

Экспериментальные наблюдения вариаций радиояркости облачной атмосферы вследствие больших величин перепадов радиояркости характеризуются значительным превышением сигнала над шумами.

Сводные результаты изменения интенсивности вариаций радиояркости по данным [135, 136] представлены в табл. VII.6.

Таблица VII.6

| Зенит-<br>ный<br>угол,<br>град | Экспериментальные значения $\delta T$ , ° |                  |                  |                  |                        |
|--------------------------------|-------------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------------|
|                                | $\lambda=0,8$ см                          | $\lambda=1,6$ см | $\lambda=3,2$ см | $\lambda=6,6$ см | $\lambda=10,0$ см      |
| 60                             | 5,0—9,0 1)                                | —                | 0,3—0,5 4)       | 0,1—0,15 3)      | 0,1 4)                 |
| 80                             | 12,0—20,0                                 | 3,0—7,0 2)       | 1,0—2,0 2)       | —                | 0,13—0,18<br>0,15—0,25 |

1) Измерения радиотелескопа на РТ-22 при различной облачности в 1963 г.

2) Измерения на РТ-22 при интенсивной облачности в августе — сентябре 1964 г.

3) Отдельные измерения на Большом Пулковском радиотелескопе в январе 1964 г.

4) Измерения Радиоастрономической Обсерватории США в 1962 г. [135].

Рассеяние экспериментальных точек вариаций радиояркости (рис. VII.16) может быть объяснено влиянием температурной зависимости излучательной способности и нелинейными поправками в области больших поглощений.

Корреляционная функция измеренных вариаций радиояркости излучения облаков (рис. VII.17) удовлетворительно аппроксимируется экспоненциальной зависимостью, что подтверждает представления о характере вариаций радиояркости облаков [см. (VII.58)].

Наблюдения вариаций радиояркости свободной атмосферы оказываются затруднительными вследствие малости величины отношения сигнал/шум и требуют применения радиометров с чувствительностью порядка  $10^{-2}$  град/сек. В. П. Ласточкиным и К. С. Станкевичем [138] проведено наблюдение вариаций радиояркости свободной атмосферы на волне 3,2 см с помощью радиометра с чувствительностью 0,5 град/сек при времени сглаживания порядка 16 сек. Разность эффективных значений вариаций выходного напряжения, полученная ими для зенитных углов наблюдения 3 и 50° в градусном масштабе составляет  $\delta T = 0,04^\circ$ , что и дает оценку эффективного значения вариаций радиояркости.

## **ЧАСТЬ III**

# **СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ И НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ**



## ГЛАВА VIII

### РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ РАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ

#### 1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ РАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ

1.1. Плазму, параметры которой однозначно определяются температурой, единой для всех компонент, принято называть равновесной. Для такой плазмы населенность возможных энергетических состояний определяется уравнением Больцмана

$$\frac{N_n}{N_0} = \frac{g_n}{g_0} e^{-\frac{\mathcal{E}_n}{kT}}, \quad (\text{VIII.1})$$

здесь  $N_n$  — число частиц, находящихся в возбужденном состоянии с энергией  $\mathcal{E}_n$ ;  $N_0$  — число частиц, находящихся в основном состоянии;  $g_0$  и  $g_n$  — статистические веса, соответствующие основному и возбужденному состоянию;  $T$  — температура плазмы;  $k$  — постоянная Больцмана.

Для равновесной плазмы распределение свободных электронов по скоростям определяется функцией Максвелла

$$\mathcal{F}(v) = N_e \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}, \quad (\text{VIII.2})$$

где  $N_e$  — электронная концентрация;  $v$  — скорость электронов;  $m$  — масса электронов.

Электронная концентрация и степень ионизации равновесной плазмы определяются уравнением равновесия (см., например, [54])

$$\frac{N_e N_z^s}{N_{z-1}^s} = K_z^s, \quad (\text{VIII.3})$$

в котором  $N_z^s$  — концентрация  $s$ -х ионов с зарядом  $Ze$ ;  $e$  — заряд электрона;  $K_z^s$  — константа равновесия Саха, опре-

деляемая выражением

$$K_z^s = \frac{2g_z^s}{g_{z-1}^s} \left( \frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mathcal{E}_i}{kT}}, \quad (\text{VIII.4})$$

где  $g_z^s$  и  $g_{z-1}^s$  — статистические суммы для ионов и нейтральных частиц;  $\mathcal{E}_i$  — энергия ионизации.

Интенсивность излучения равновесной плазмы определяется формулой Планка для абсолютно черного тела [см. (1.12)].

Если отдельные участки плазмы находятся при различных температурах, но в каждом из этих участков имеет место равновесие, то принято говорить о локальном равновесии.

Описанное выше идеальное равновесие практически всегда отсутствует из-за отличия излучения от излучения абсолютно черного тела, диффузии заряженных частиц, конечной теплопроводности, а также ряда других процессов, имеющих место в плазме. Неблагоприятными для установления равновесия являются такие процессы, при которых энергия системы может либо возрастать, либо уменьшаться. Если такие процессы редки по сравнению с процессами обмена энергии, то нарушение равновесия будет незначительным. Основным процессом обмена энергии в холодной плазме является процесс соударения частиц, который должен учитываться при оценке неравновесности в первую очередь.

В качестве примера рассмотрим плазму, созданную путем воздействия электрического поля на газовую среду. К таким видам плазмы можно отнести электрические дуги, газоразрядные лампы, некоторые типы лабораторных плазменных установок. Так как подвижность электронов значительно превышает подвижность ионов, то можно в первом приближении предположить, что воздействие поля сказывается только на перемещении электронов. В своем движении электроны испытывают рассеяние при столкновении с тяжелыми частицами (ионами и нейтралами), что ведет к преобразованию кинетической энергии поступательного движения в тепловую. Полная нерегулярность направления скорости движения электронов, т. е. установление единой температуры  $T_e$  электронов, достигается уже после небольшого числа соударений.

Выравнивание температур  $T$  газа и  $T_e$  электронов происходит значительно медленнее, чем устанавливается  $T_e$ ,

так как при каждом соударении электрона с тяжелой частицей происходит передача только части кинетической энергии электрона. Эта часть энергии пропорциональна отношению удвоенной массы  $m$  электрона к массе  $m_0$  тяжелой частицы. Таким образом, для передачи энергии электрона тяжелой частице необходимо  $(2m/m_0)^{-1} \approx 10^4$  соударений, или при атмосферном давлении — промежуток времени порядка  $10^{-7}$  сек, а при пониженном давлении — еще более длительное время. В течение указанного времени электрон непрерывно получает энергию от поля. В результате в плазме устанавливается электронная температура  $T_e$ , которая превышает температуру  $T$  газа на такую величину, которая обеспечивает динамическое равновесие между энергией, получаемой электронами от поля, и энергией, отдаваемой электронами газу при столкновениях.

Так как интенсивность СВЧ излучения зависит главным образом от скорости движения электронов, то в двухтемпературной плазме излучение определяется электронной температурой  $T_e$ . Интенсивность излучения в случае максвелловского распределения электронов по скоростям мало отличается от интенсивности излучения равновесной плазмы с температурой  $T = T_e$ . Если энергия, излучаемая плазмой, мала по сравнению с внутренней энергией, то излучение слабо влияет на состояние плазмы, и можно считать равновесными и оптически тонкие слои плазмы.

1.2. Рассмотрим основные электромагнитные параметры равновесной плазмы. Эти параметры определяются степенью изменения характера движения частиц плазмы под действием электрических и магнитных сил поля.

Движение частиц в плазме характеризуется функцией распределения  $\mathcal{F}(t, \vec{r}, \vec{v})$ , определяющей среднюю по времени плотность частиц определенного вида в данной точке, в единичном интервале скоростей. Для плазмы без столкновений согласно теореме Лиувилля полная производная от функции распределения по времени равна нулю, т. е.

$$\frac{d\mathcal{F}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \vec{r}} \vec{v} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \vec{v}} \frac{\vec{F}}{m} = 0, \quad (\text{VIII.5})$$

где  $\vec{v}$ ,  $\vec{r}$  — скорость частицы и соответствующий ей радиус-вектор в момент времени  $t$ ;  $\vec{F}$  — сила, действующая на частицу;  $m$  — масса частицы.

Если в плазме имеют место столкновения между частицами, то полная производная от функции распределения по времени не равна нулю, а равна некоторой величине, которую принято называть интегралом соударений. В общем случае интеграл соударений для частиц  $i$ -го типа записывается как

$$S_i = \sum_{k=1}^n \iint (\mathcal{F}'_i \mathcal{F}'_k - \mathcal{F}_i \mathcal{F}_k) k_{ik} d\vec{k} d\vec{v}_k, \quad (\text{VIII.6})$$

где  $n$  — число типов частиц, из которых состоит плазма;  $\mathcal{F}_k$  — значение функции распределения для частиц  $k$ -го типа, покидающих в результате соударений рассматриваемый элемент фазового пространства;  $\mathcal{F}'_k$  — значение функции распределения для частиц  $k$ -го типа, поступающих в результате соударений в рассматриваемый элемент фазового пространства;  $\vec{v}$  — скорость частиц;  $\vec{k}$  — единичный вектор, направленный вдоль внешней биссектрисы угла между начальной и конечной скоростями сталкивающихся частиц;  $k_{ik} = \varphi[(\vec{v}_i - \vec{v}_k) \vec{k}]$  — скалярная функция от относительной скорости частиц  $i$ -го и  $k$ -го типов и вектора  $\vec{k}$ . Вид этой функции определяется законом взаимодействия частиц.

С учетом процессов соударения для частиц  $i$ -го типа (VIII.5) принимает вид

$$\frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial \vec{r}} \vec{v}_i + \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial \vec{v}} \frac{\vec{F}_i}{m_i} = S_i. \quad (\text{VIII.7})$$

Уравнение (VIII.7) принято называть кинетическим. В дискретной форме кинетическое уравнение может характеризовать распределение населенности по энергетическим уровням. Например, для  $n$ -го уровня уравнение (VIII.7) может быть представлено в виде

$$\frac{dN_n}{dt} = \Phi_n - \Psi_n, \quad (\text{VIII.8})$$

где  $\Phi_n$  — скорость активации  $n$ -го уровня;  $\Psi_n$  — скорость дезактивации  $n$ -го уровня.

Примеры расчетов населенности энергетических уровней приводятся в гл. IX, X.

В электромагнитном поле сила, действующая на заряженную частицу, определяется выражением

$$\vec{F} = eZ \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}\vec{H}] \right), \quad (\text{VIII.9})$$

где  $Z$  — заряд частицы;  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  — составляющие напряженности электромагнитного поля.

С учетом (VIII.9) кинетическое уравнение для плазмы принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \vec{r}} \vec{v} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \vec{v}} \frac{eZ}{m} \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}\vec{H}] \right) = S. \quad (\text{VIII.10})$$

Уравнение (VIII.10) характеризует движение частиц плазмы в электромагнитном поле, поэтому с его помощью можно определить электромагнитные параметры плазмы. В дальнейшем будем предполагать, что все частицы, за исключением электронов, неподвижны, поэтому как само кинетическое уравнение, так и входящие в него величины, включая интеграл соударений, характеризуют движение электронов. В связи с этим в уравнении (VIII.10) и далее индексы опускаются.

Выражение для плотности электрического тока в равновесной плазме выведем из кинетического уравнения, используя метод теории возмущения. Запишем функцию распределения электронов в виде суммы двух слагаемых

$$\mathcal{F}(\vec{v}) = \mathcal{F}_0(v) + \psi(\vec{v}). \quad (\text{VIII.11})$$

Первое слагаемое  $\mathcal{F}_0(v)$  представляет собой функцию распределения Максвелла, оно зависит лишь от величины скорости и определяет симметричную часть функции распределения. Второе слагаемое  $\psi(\vec{v})$  зависит как от направления, так и от величины скорости и определяет асимметричную часть функции распределения  $\mathcal{F}$ . Для однородной плазмы составляющие функции распределения согласно [152] могут быть представлены в виде

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}(\vec{v}) &= \mathcal{F}_0(v) + \frac{\vec{\mathcal{F}}_1(v) \cdot \vec{v}}{v}, \\ |\psi(\vec{v})| &\simeq |\vec{\mathcal{F}}_1(v)| \ll \mathcal{F}_0(v), \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.12})$$

где  $\vec{\mathcal{F}}_1(v) = \frac{\psi(\vec{v})}{v} \vec{v}$  — некоторая векторная функция.

Для неоднородной изотропной плазмы уравнение (VIII.12) справедливо при соблюдении неравенства

$$\left| \frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial z} \right| \gg \frac{\bar{v}}{\sqrt{\omega^2 + v_0^2}} \left| \frac{\partial^2 \mathcal{F}_1}{\partial z^2} \right|,$$

где  $z$  — координата, в направлении которой изменяется функция распределения;  $\bar{v}$  — средняя скорость движения электронов;  $v_0$  — эффективная частота соударений электронов (определение эффективной частоты будет дано ниже).

Учитывая, что при столкновении электронов с тяжелыми частицами (нейтральными молекулами и ионами) вследствие большой разности масс электрон теряет незначительное количество энергии, интеграл соударений для этого случая можно записать согласно [16] в виде

$$S_{em} + S_{ei} = (v_{em} + v_{ei}) \frac{\vec{\mathcal{F}}_1(v) \vec{v}}{v}, \quad (\text{VIII.13})$$

где  $S_{em}$  и  $S_{ei}$  — интегралы соударений, соответствующие случаям соударений с нейтральными молекулами  $m$  и ионами  $i$ ;  $v_{em}$ ,  $v_{ei}$  — частоты соударений, определяемые с помощью выражений

$$\left. \begin{aligned} v_m &= v_{em} = q_m(v) v N_m, \\ v_i &= v_{ei} = q_i(v) v N_i, \\ q_{m,i} &= 2\pi \int_0^\pi q_{m,i}(v, \vartheta) (1 - \cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.14})$$

где  $N_m$  и  $N_i$  — концентрация молекул и ионов соответственно;  $q_{m,i}(v, \vartheta)$  — дифференциальное эффективное сечение рассеяния для упругих соударений электронов с соответствующими частицами;  $\vartheta$  — угол рассеяния.

Подставляя (VIII.12), (VIII.13) в (VIII.10), после преобразований и упрощений получаем

$$\frac{\partial \vec{\mathcal{F}}_1}{\partial t} + \frac{e\vec{E}}{m} \frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial v} + \frac{e}{mc} [\vec{H} \vec{\mathcal{F}}_1] + (v_m + v_i) \vec{\mathcal{F}}_1 + \vec{S}_{1ee} = 0, \quad (\text{VIII.15})$$

где  $S_{ee} = \vec{S}_{1ee} \frac{\vec{v}}{v}$  — часть интеграла соударений, связанная с межэлектронными столкновениями.

Для изотропной плазмы член  $[\vec{H}\vec{\mathcal{F}}_1]$  является величиной второго порядка малости, поэтому, пренебрегая им и  $\vec{S}_{1ee}$ , кинетическое уравнение можно записать в виде

$$\frac{\partial \vec{\mathcal{F}}_1}{\partial t} + \frac{e\vec{E}}{m} \frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial v} + v(v) \vec{\mathcal{F}}_1 = 0, \quad (\text{VIII.16})$$

где

$$v(v) = v_i(v) + v_m(v).$$

Так как в переменном электрическом поле  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j\omega t}$ , решение уравнения (VIII.16) будем искать в виде  $\vec{\mathcal{F}}_1 = \vec{\mathcal{F}}_{10} e^{-j\omega t}$ ; тогда

$$\vec{\mathcal{F}}_1 = - \frac{e\vec{E} \frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial v}}{m[j\omega + v(v)]}. \quad (\text{VIII.17})$$

Выражение для плотности тока в плазме через микроскопические величины определяется в виде

$$\vec{j} = e \int \vec{v} \mathcal{F} d\vec{v} = e \int \vec{v} \psi(\vec{v}) d\vec{v}. \quad (\text{VIII.18})$$

Из (VIII.18) видно, что плотность тока определяется только асимметричной частью функции распределения.

Подставляя (VIII.17) в (VIII.18), можно получить [16]

$$\vec{j} = \frac{8e^2 N_e \vec{E}}{3 \sqrt{\pi} m} \left\{ \int_0^\infty \frac{v(u) u^4 e^{-u^2} du}{\omega^2 + v^2(u)} - j\omega \int_0^\infty \frac{u^4 e^{-u^2} du}{\omega^2 + v^2(u)} \right\}, \quad (\text{VIII.19})$$

где  $u = v \sqrt{\frac{m}{2kT}}$ .

1.3. Чтобы с помощью (VIII.19) определить диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  и проводимость  $\sigma$ , уравнение для плотности тока запишем через макроскопические величины:

$$\vec{j} = \left( \sigma + j\omega \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \right) \vec{E}. \quad (\text{VIII.20})$$

Приравнявая (VIII.19) и (VIII.20), можно получить выражения, определяющие макроскопические параметры  $\epsilon$  и  $\sigma$  через микроскопические [16]:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= 1 - \frac{32e^2 \sqrt{\pi} N_e}{3m} \int_0^\infty \frac{u^4 e^{-u^2} du}{\omega^2 + v^2(u)}, \\ \sigma &= \frac{8e^2 N_e}{3 \sqrt{\pi} m} \int_0^\infty \frac{v(u) u^4 e^{-u^2} du}{\omega^2 + v^2(u)}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.21})$$

Рассмотрим некоторые частные случаи применения выражений (VIII.21). В случае, когда зависимость частоты соударений от скорости электрона может не учитываться, уравнения (VIII.21) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= 1 - \frac{4\pi e^2 N_e}{m(\omega^2 + v^2)}, \\ \sigma &= \frac{e^2 N_e v}{m(\omega^2 + v^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.22})$$

При учете зависимости частоты соударения от скорости в предельных случаях может быть введено понятие эффективной частоты соударения  $v_\partial$ . Подстановка  $v_\partial$  в формулу (VIII.22) вместо  $v$  позволяет определить  $\varepsilon$  и  $\sigma$  в предельных случаях.

В случае, когда  $\omega^2 \gg v_\partial^2$ , имеем

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= 1 - \frac{4\pi e^2 N_e}{m\omega^2}, \\ \sigma &= \frac{e^2 N_e v_\partial}{m\omega^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.23})$$

Сравнивая (VIII.23) с (VIII.21) и подставляя значение  $v$  из (VIII.14) для случая соударения электронов с молекулами, можно записать [16]

$$v_{\partial m} = 8,3 \cdot 10^5 \pi r_0^2 N \sqrt{T}, \quad (\text{VIII.24})$$

где  $r_0$  — эффективный радиус соударения;

для случая соударения электронов с ионами

$$v_{\partial i} = \frac{5,5 N_i}{T^{3/2}} \ln \left( 220 \frac{T}{N_i^{1/3}} \right). \quad (\text{VIII.25})$$

Выражения для эффективных частот соударений с молекулами и ионами в низкочастотном случае, т. е. при  $\omega^2 \ll v_\partial^2$ , отличаются от (VIII.24), (VIII.25) лишь коэффициентами. Кроме того, в низкочастотном случае необходимо учитывать межэлектронные соударения, а также невыполнение равенства  $v_\partial = v_{\partial i} + v_{\partial m}$ , справедливого для высокочастотного случая. При произвольном соотношении между частотой и числом соударений для  $\varepsilon$  и  $\sigma$  справедливы следующие выражения [153, 154]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= 1 - K_\varepsilon \left( \frac{\omega}{v_\partial} \right) \frac{4\pi e^2 N_e}{m(\omega^2 + v_\partial^2)}, \\ \sigma &= K_\sigma \left( \frac{\omega}{v_\partial} \right) \frac{e^2 N_e v_\partial}{m(\omega^2 + v_\partial^2)}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.26})$$



где  $\nu_a$  — эффективная частота соударений, введенная для высокочастотного случая;  $K_e$  и  $K_\sigma$  — функции, различные для случаев соударения электронов с нейтральными молекулами и ионами; табулированы в [153, 154].

В случае, когда частота соударений с ионами соизмерима с частотой соударений с нейтральными частицами, формулы (VIII.26) не могут быть использованы. В этом случае  $\epsilon$  и  $\sigma$  могут быть вычислены только при  $\omega^2 \gg \nu_a^2$  [16].

1.4. Распространение электромагнитной энергии в плазме характеризуется такими ее параметрами, как показатель преломления, показатель поглощения, коэффициент отражения от границ и т. д. Эти параметры в равновесном случае однозначно определяются компонентами комплексной диэлектрической проницаемости, записываемой в виде

$$\dot{\epsilon} = \epsilon - j \frac{4\pi\sigma}{\omega} = \epsilon' - j\epsilon'' \quad (\text{VIII.27})$$

Показатель преломления<sup>1)</sup>, характеризующий фазовую скорость и длину волны в плазме, можно представить как [16]

$$n = \sqrt{\frac{1}{2} [\epsilon' + \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2}]} \quad (\text{VIII.28})$$

Показатель поглощения<sup>1)</sup> записывается в виде

$$\kappa_n = \sqrt{\frac{1}{2} [-\epsilon' + \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2}]} \quad (\text{VIII.29})$$

Коэффициент поглощения

$$\gamma = \frac{2\omega}{c} \kappa_n \quad (\text{VIII.30})$$

определяет изменение потока энергии. На пути  $\frac{1}{\gamma}$  поток изменяется в  $e$  раз.

При  $\sigma = 0$  и  $\epsilon > 0$

$$n = \sqrt{\epsilon}, \quad \kappa_n = 0 \quad (\text{VIII.31})$$

При  $\sigma = 0$  и  $\epsilon < 0$

$$n = 0, \quad \kappa_n = \sqrt{-\epsilon} \quad (\text{VIII.32})$$

Из (VIII.28) — (VIII.30) следуют некоторые выражения для предельных случаев, когда  $\sigma \neq 0$ .

<sup>1)</sup> Для того чтобы обеспечить вещественность  $n$  и  $\kappa_n$ , внутренний корень (VIII.28) и (VIII.29) всегда считают положительным.

При

$$|\varepsilon| \gg \frac{4\pi\sigma}{\omega} \quad (\text{VIII.33})$$

для  $\varepsilon > 0$  имеем

$$n \simeq \sqrt{\varepsilon}, \quad \kappa_{\pi} \simeq \frac{2\pi\sigma}{\omega \sqrt{\varepsilon}}, \quad (\text{VIII.34})$$

для  $\varepsilon < 0$  имеем

$$n \simeq \frac{2\pi\sigma}{\omega \sqrt{-\varepsilon}}, \quad \kappa_{\pi} \simeq \sqrt{-\varepsilon}. \quad (\text{VIII.35})$$

При

$$|\varepsilon| \ll \frac{4\pi\sigma}{\omega} \quad (\text{VIII.36})$$

имеем

$$n \simeq \kappa_{\pi} \simeq \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\omega}}. \quad (\text{VIII.37})$$

Коэффициент отражения по мощности от плазменного образования зависит от пространственного распределения заряженных частиц. Для однородной плазмы отражение имеет место только на границах, где существует резкий скачок электронной концентрации. В случае зеркального отражения плоской волны от плоской границы раздела однородной плазмы модуль коэффициента отражения  $|R|$  по мощности определяется из выражений [150]

$$\left. \begin{aligned} |R_s| &= \frac{(\cos \theta^* - A)^2 + B^2}{(\cos \theta^* + A)^2 + B^2}, \\ |R_p| &= \frac{(\varepsilon' \cos \theta^* - A)^2 + (\varepsilon'' \cos \theta^* - B)^2}{(\varepsilon' \cos \theta^* + A)^2 + (\varepsilon'' \cos \theta^* + B)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.38})$$

где  $|R_s|$  — модуль коэффициента отражения для случая, когда вектор электрической напряженности перпендикулярен плоскости падения;  $|R_p|$  — модуль коэффициента отражения для случая, когда вектор электрической напряженности параллелен плоскости падения;  $B$  и  $A$  — коэффициенты, определяемые выражением

$$\left. \begin{aligned} B \\ A \end{aligned} \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ V(\sin^2 \theta^* - \varepsilon')^2 + \varepsilon''^2 \pm (\sin^2 \theta^* - \varepsilon') \right]^{1/2};$$

$\theta^*$  — угол между направлением распространения электромагнитной волны и нормалью к поверхности раздела.

## 2. МЕХАНИЗМЫ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЫ

2.1. Основными механизмами СВЧ излучения равновесной изотропной плазмы являются:

а) резонансный механизм, связанный с энергетическими переходами молекул и ионов между вращательными уровнями и уровнями тонкой и сверхтонкой структуры (см. гл. V, X);

б) тормозной механизм, связанный со свободно-свободными переходами электронов (см. § 6 гл. I).

Тормозной механизм проявляется в результате взаимодействия электрона с силовыми полями молекул или ионов. Взаимодействие происходит кратковременно при сближении электрона с тяжелой частицей и проявляется в торможении электрона и переходе части кинетической энергии электрона в энергию электромагнитного излучения. Энергия электромагнитного излучения определяется в виде

$$\Delta \mathcal{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} P(t) dt, \quad (\text{VIII.39})$$

где  $P(t)$  — мощность излучения в момент времени  $t$ .

Мощность излучения в дипольном приближении определяется ускорением электрона в данный момент [см. (I.40)].

Спектральная плотность излучения определяется через Фурье-компоненту ускорения:

$$S_f = \frac{16\pi^2}{3} \frac{e^2}{c^3} a_f, \quad (\text{VIII.40})$$

где

$$a_f = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) e^{-j2\pi f t} dt. \quad (\text{VIII.41})$$

Если время взаимодействия электрона с рассеивающей частицей мало по сравнению с периодом излучаемых электромагнитных колебаний, что для радиочастот всегда справедливо, то можно считать, что рассеяние происходит «мгновенно», и тогда

$$\vec{a} = \Delta \vec{v} \delta(t),$$

где  $\delta(t)$  — дельта-функция;  $\Delta \vec{v}$  — изменение скорости при рассеянии.

Так как  $\int \delta(t) e^{-j2\pi ft} dt = 1$ , выражение для Фурье-компоненты ускорения может быть записано в виде

$$a_f = \frac{\Delta v}{2\pi}.$$

Если считать, что при рассеянии вектор скорости меняется только по направлению, оставаясь постоянным по величине, то

$$\Delta v = 2v \sin \frac{\vartheta}{2},$$

где  $\vartheta$  — угол рассеяния.

С учетом представленных выражений спектральная плотность интенсивности излучения

$$S_f = \frac{16}{3} \frac{e^2 v^2}{c^3} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (\text{VIII.42})$$

Усредняя (VIII.42) по углам рассеяния и умножая на эффективное сечение рассеяния  $\sigma_a$ <sup>1)</sup>, получаем интенсивность излучения  $dQ$  в интервале частот  $df$  из расчета на одну рассеивающую частицу и единичный поток электронов ( $N_e v = 1 \text{ м}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1}$ ):

$$\begin{aligned} dQ_f &= S_f \sigma_a df = \frac{8}{3} \frac{e^2 v^2}{c^3} \sigma_a (1 - \overline{\cos \vartheta}) df = \\ &= \frac{8}{3} \frac{e^2 v^2}{c^3} \sigma_{\text{тр}} df, \end{aligned} \quad (\text{VIII.43})$$

где  $\overline{\cos \vartheta}$  — средний косинус угла рассеяния;  $\sigma_{\text{тр}} = \sigma_a \times (1 - \overline{\cos \vartheta})$  — транспортное сечение рассеяния.

Транспортные сечения для случаев соударения электрона с ионами  $\sigma_{\text{тр}}^i$  и с нейтральными частицами  $\sigma_{\text{тр}}^0$  определяются выражениями [16]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\text{тр}}^0 &= \pi r_0^2, \\ \sigma_{\text{тр}}^i &= 2\pi \left( \frac{e^2}{mv^2} \right)^2 \ln \left( 1 + \frac{L_{\text{макс}}^2}{L_{\text{мин}}^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.44})$$

где  $r_0$  — эффективный радиус столкновения электрона с нейтральной частицей;  $L_{\text{макс}} = \frac{e^2}{mv^2} \text{ctg} \frac{\vartheta_{\text{мин}}}{2}$  — параметр, определяющий максимальное расстояние, на котором электрон

<sup>1)</sup> Определение эффективного сечения взаимодействия приводится в гл. IX.

еще испытывает взаимодействие с рассеивающей частицей;  $\theta_{\min}$  — минимальный угол отклонения при рассеянии;  $v$  — скорость электрона на бесконечном удалении от иона;  $L_{\min}$  — прицельное расстояние, на котором направление движения электрона изменяется на  $\pi/2$ .

Запись (VIII.44) предполагает, что ион ионизован однократно; если заряд иона равен  $eZ$ , то перед  $e^2$  появляется множитель  $Z$ .

Подставляя (VIII.44) в (VIII.43) и учитывая, что  $\left(\frac{L_{\max}}{L_{\min}}\right)^2 \gg 1$  [147], получаем:

для рассеяния на нейтральных молекулах

$$dQ_f^H = \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{e^2 v^2 r_0^2}{c^3} df; \quad (\text{VIII.45})$$

для рассеяния на однозарядных ионах

$$dQ_f^+ = \frac{32\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mv^2}\right)^2 \ln\left(\frac{L_{\max}}{L_{\min}}\right). \quad (\text{VIII.46})$$

Энергия, излучаемая электронами со скоростями, лежащими в интервале от  $v$  до  $v + dv$ , в одну секунду в интервале частот от  $f$  до  $f + df$  в единице объема плазмы с концентрацией ионов  $N_i$ , концентрацией нейтральных частиц  $N$  и электронной концентрацией  $N_e$ , определяется выражением

$$\Delta \mathcal{E}_f(v) = N N_e \mathcal{F}(v) v dv dQ_f^H + N_i N_e \mathcal{F}(v) v dv dQ_f^+, \quad (\text{VIII.47})$$

где  $\mathcal{F}(v)$  — функция распределения свободных электронов по скоростям.

Если в плазме присутствуют ионы и молекулы различных типов, то соответственно увеличивается число слагаемых в (VIII.47).

Интегрируя (VIII.47) по скоростям в интервале от  $v_{\min}$  до  $\infty$ , получаем выражение для энергии тормозного излучения единицы объема плазмы в 1 сек:

$$\mathcal{E}_f = \int_{v_{\min}}^{\infty} [N dQ_f^H + N_i dQ_f^+] N_e \mathcal{F}(v) v dv, \quad (\text{VIII.48})$$

где  $v_{\min} = \sqrt{\frac{2hf}{m}}$  — минимальная скорость электрона, при которой энергия электрона превышает энергию кванта  $hf$ .

Для равновесной плазмы, когда распределение по скоростям подчиняется закону Максвелла, интегрирование дает следующее выражение для энергии, излучаемой за счет рассеяния электронов на ионах [147]:

$$\mathcal{E}_f^+ = 6,85 \cdot 10^{-51} N_e N_i Z^2 T_e^{-1/2} G(f) df, \quad (\text{VIII.49})$$

где  $G(f)$  — фактор Гаунта [см. (I.49)].

В слабо ионизированной плазме основной вклад в тормозное излучение вносят столкновения электронов с нейтральными атомами и молекулами. Точный расчет интенсивности излучения для этого случая достаточно сложен, однако если считать нейтральные частицы твердыми шарами, то для электронов, обладающих не очень большой энергией (менее 4 эв), имеем [147]

$$\mathcal{E}_f \simeq 24,6 \cdot 10^{-62} N_e N T_e^{3/2} \Phi(D_e) df, \quad (\text{VIII.50})$$

где  $\Phi(D_e)$  — некоторая медленно меняющаяся функция, определяемая структурой атома или молекулы (например, для гелия величина этой функции равна единице).

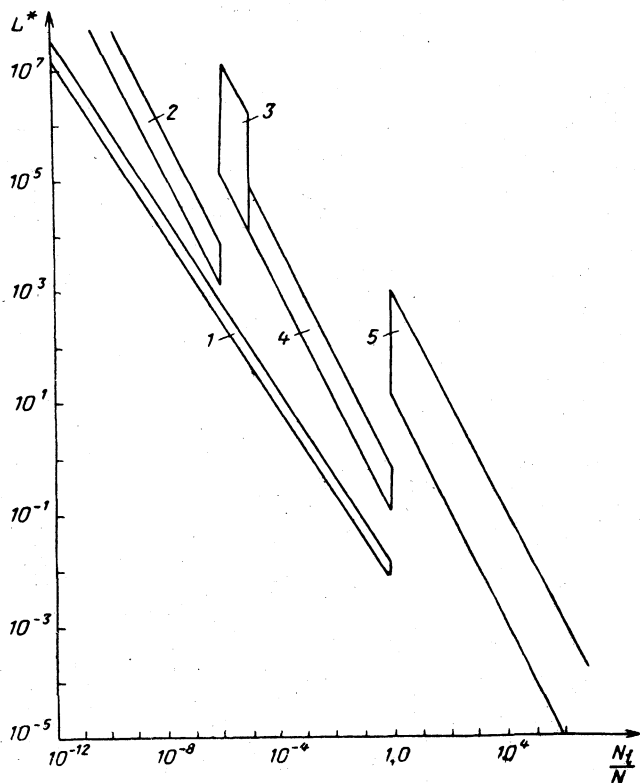
Отношение интенсивности излучения, обусловленной столкновениями электронов с ионами, к интенсивности, обусловленной столкновениями с нейтральными частицами, записывается в виде

$$L^* = \frac{[\mathcal{E}_f]_{ei}}{[\mathcal{E}_f]_{ei}} \simeq 10^{-9} T_e^2 \frac{N}{N_i}. \quad (\text{VIII.51})$$

Величина этого отношения для различных плазменных образований может изменяться в очень широких пределах. Из рис. VIII.1 видно, что в большинстве случаев для низкотемпературной плазмы излучение, обусловленное столкновением электронов с нейтральными частицами, является определяющим; наоборот, для горячей плазмы излучение, вызванное такими столкновениями, пренебрежимо мало.

2.2. Уравнения (VIII.49), (VIII.50) определяют величину мощности, излучаемой из единицы объема плазменного образования, при этом считается, что поглощение энергии в объеме отсутствует. Такое приближение справедливо для объектов с малой протяженностью и незначительным коэффициентом поглощения (оптически тонкие плазменные образования). Согласно (VIII.49), (VIII.50) интенсивность излучения таких объектов не зависит от частоты и растет прямо пропорционально протяженности объекта вдоль луча.

Учет поглощения энергии внутри излучающего плазменного образования существенно изменяет характеристику излучения. Интенсивность излучения поглощающего плаз-



**Рис. VIII.1.** Оценка вклада столкновений «электрон — ион» и «электрон — нейтрал» в суммарную интенсивность тормозного излучения:

1 — ионосферы; 2 — пламен углеводородных топлив; 3 — ударных волн в газах; 4 — газоразрядных приборов; 5 — установок для термоядерного синтеза и плазмы солнца.

менного образования возрастает не прямо пропорционально с увеличением протяженности, а экспоненциально приближается к интенсивности излучения абсолютно черного тела.

Согласно закону Кирхгофа коэффициент тормозного поглощения обратно пропорционален квадрату частоты.

Следовательно, с уменьшением частоты поглощение в излучающей области возрастает, и в интервале частот, где отражения на границе могут не учитываться, интенсивность излучения приближается к интенсивности излучения абсолютно черного тела.

### 3. ИНТЕНСИВНОСТЬ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗОТРОПНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ОБРАЗОВАНИЙ

3.1. При анализе СВЧ излучений плазменных образований может быть использована общая теория равновесного теплового излучения, разработанная в [1, 2].

Спектральные амплитуды напряженностей теплового электромагнитного поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  могут быть получены из уравнений электродинамики:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= jk_0 \vec{D} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}_e, \\ \text{rot } \vec{E} &= -jk_0 \vec{B} - \frac{4\pi}{c} \vec{j}_m, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.52})$$

где  $k_0 = \frac{\omega}{c}$  — волновое число среды;  $\vec{j}_e$  и  $\vec{j}_m$  — плотности сторонних случайных электрических и магнитных токов, созданных «внешними» источниками (тепловым движением).

Интенсивность теплового излучения может быть выражена в виде билинейной комбинации от напряженностей этого поля, т. е. она выражается через функционал от корреляционных функций случайных токов. Корреляционные функции случайных токов определяются с помощью флуктуационно-диссипационной теоремы и для среды с локальными материальными уравнениями  $\vec{D} = \hat{\epsilon} \vec{E}$ ;  $\vec{B} = \hat{\mu} \vec{H}$ , в которых  $\hat{\epsilon}$ ,  $\hat{\mu}$  — тензоры электрической и магнитной проницаемости, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \overline{j_{ej}(\vec{r}) j_{ek}^*(\vec{r}')} &= \\ &= -j \frac{\omega \mathcal{E}_0}{8\pi^2} [\epsilon_{jk}^*(\vec{r}) - \epsilon_{kj}(\vec{r})] \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \\ \overline{j_{mj}(\vec{r}) j_{mk}^*(\vec{r}')} &= \\ &= -j \frac{\omega \mathcal{E}_0}{8\pi^2} [\mu_{jk}^*(\vec{r}) - \mu_{kj}(\vec{r})] \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \\ \overline{j_{ej}(\vec{r}) j_{mk}^*(\vec{r}')} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.53})$$



где  $\mathcal{E}_0$  — средняя энергия осциллятора при температуре  $T$ ;  $j_{ej}$ ,  $j_{mk}$  и т. д. — компоненты векторов плотности сторонних токов;  $\delta(\vec{r}-\vec{r}')$  — дельта-функция.

Электродинамическая задача может быть решена как методом непосредственного суммирования составляющих поля [1], так и с помощью теоремы взаимности, позволяющей обобщить закон Кирхгофа, исключив ограничения, обусловленные соотношением между размерами тела и длиной волны [2].

3.2. Для определения интенсивности излучения изотермической плазмы может быть использовано обобщенное соотношение Кирхгофа

$$\mathcal{I}_f = \mathcal{I}_{f\text{АЧТ}} \alpha_f = \mathcal{I}_{f\text{АЧТ}} \kappa_f \quad \text{при} \quad \alpha_f = \kappa_f, \quad (\text{VIII.54})$$

где  $\mathcal{I}_{f\text{АЧТ}}$  — интенсивность излучения АЧТ;  $\alpha_f$  — поглощательная способность плазменного образования, определяемая как часть энергии, поглощаемой плазмой при падении на нее плоскополяризованной электромагнитной волны;  $\kappa_f$  — излучательная способность плазменного образования.

Аналитическое выражение для поглощательной способности согласно [155] имеет следующий вид:

$$\alpha_f = \text{Re} \frac{\sigma \int_V |\vec{E}|^2 dV}{\int_s \text{Re} [\vec{E}_i \vec{H}_i^*] ds}, \quad (\text{VIII.55})$$

где  $\sigma$  — проводимость плазмы на исследуемой частоте;  $V$  — объем плазменного образования;  $\vec{E}$  — напряженность электрического поля в различных точках объема;  $s$  — площадь поверхности плазменного образования;  $E_i$ ,  $H_i$  — электрическая и магнитная напряженности поля на поверхности плазменного образования.

Числитель (VIII.55) характеризует потери в плазменном образовании, определяемые электромагнитными свойствами плазмы, знаменатель — энергию падающей волны.

При определении спектральной интенсивности может быть использована связь между поглощательной способностью, отражательной способностью и прозрачностью плазмы (см. гл. I), т. е.

$$\mathcal{I}_f = \mathcal{I}_{f\text{АЧТ}} (1 - r_f - q_f), \quad (\text{VIII.56})$$

где  $r_f$  — отражательная способность плазмы;  $q_f$  — прозрачность плазмы.

В том случае, когда показатель преломления плазмы незначительно отличается от единицы, в плазменном образовании отсутствуют большие градиенты температуры

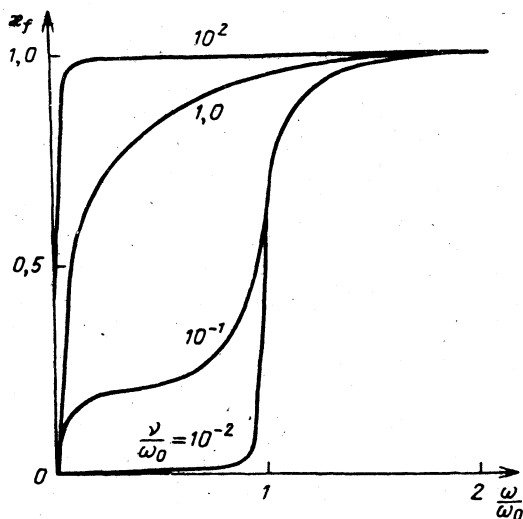


Рис. VIII.2. Расчетные спектральные характеристики излучательной способности плазменного полупространства при наблюдении перпендикулярно границе раздела.

и плотности, размеры плазмы значительно превышают длину волны, для определения спектральной интенсивности излучения могут быть использованы соотношения теории переноса излучения (см. гл. I). Тогда

$$\mathcal{I}_f = \int_0^L \mathcal{I}_{fA} e^{-\tau} d\tau, \quad (\text{VIII.57})$$

где  $\tau = \int_0^L \gamma_f dr$  — оптическая глубина плазменного образования в направлении зондирования;  $L$  — геометрическая толщина плазменного образования.

**3.3.** Рассмотрим излучение однородной изотермической плазмы, заполняющей бесконечное полупространство и ограниченной плоской поверхностью. В этом случае имеем

$$q_f = 0; \quad r_f = R; \quad \alpha_f = 1 - |R|, \quad (\text{VIII.58})$$

$$\mathcal{J}_f = \mathcal{J}_{f\text{АЧТ}} \left( 1 - \frac{|R_s| + |R_p|}{2} \right) = \mathcal{J}_{f\text{АЧТ}} (1 - |R|), \quad (\text{VIII.59})$$

где  $R_s$  и  $R_p$  — коэффициенты отражения для взаимно перпендикулярных поляризаций.

Из рис. VIII.2 видно, что при возрастании отношения эффективной частоты соударения к плазменной частоте  $\omega_0$  увеличивается спектральная область, в которой полупространство излучает как абсолютно черное тело; одновременно с этим уменьшается влияние плазменного резонанса на спектральную характеристику СВЧ излучения.

**3.4.** Рассмотрим однородный слой плазмы, ограниченный плоскими поверхностями. В этом случае должны учитываться интерференционные явления. Для распространения излучения перпендикулярно граничным поверхностям справедливы следующие выражения для расчета отражательной способности и прозрачности плазменного слоя [148]:

$$\left. \begin{aligned} q_f &= [(\mathcal{G}^2 + \mathcal{H}^2) (\text{sh}^2 \kappa_{\Pi} L + \sin^2 nL) + \\ &\quad + 2\mathcal{G} \text{ch} \kappa_{\Pi} L \cdot \text{sh} \kappa_{\Pi} L + \text{sh}^2 \kappa_{\Pi} L + \\ &\quad + \cos^2 nL - 2\mathcal{H} \sin nL \cdot \cos nL]^{-1}, \\ r_f &= [(\mathcal{F}^2 + \mathcal{M}^2) (\text{sh}^2 \kappa_{\Pi} L + \sin^2 nL)] q_f, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.60})$$

где  $n$ ,  $\kappa_{\Pi}$  определяются соответственно по (VIII.28), (VIII.29);  $L$  — толщина плазменного слоя;

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{G} &= \frac{n}{2} \left( \frac{1 + \kappa_{\Pi}^2 - n^2}{\kappa_{\Pi}^2 + n^2} \right); \quad \mathcal{H} = \frac{\kappa_{\Pi}}{2} \frac{(1 - \kappa_{\Pi}^2 - n^2)}{\kappa_{\Pi}^2 + n^2}; \\ \mathcal{F} &= \frac{n}{2} \left( \frac{1 - \kappa_{\Pi}^2 - n^2}{\kappa_{\Pi}^2 + n^2} \right); \quad \mathcal{M} = \frac{\kappa_{\Pi}}{2} \frac{(1 + \kappa_{\Pi}^2 - n^2)}{\kappa_{\Pi}^2 + n^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.61})$$

В районе плазменного резонанса (рис. VIII.3) наблюдается максимум равновесного излучения. На частотах ниже плазменной уменьшение коэффициента излучения обусловлено отражением, в результате чего значительная часть излучения не выходит за пределы плазменного слоя; спад на частотах выше плазменной наблюдается за счет уменьшения излучательной способности плазмы. Крутизна спада

излучательной способности на частотах ниже плазменной зависит только от отношения эффективной частоты соударений к плазменной частоте, в то время как крутизна спада на частотах выше плазменной зависит, кроме того, от толщины плазменного слоя.

Из рис. VIII.3 видно, что на спектральной характеристике имеют место осцилляции, величина которых уменьшается по мере роста отношения  $\frac{\nu}{\omega_0}$ . Эти осцилляции обусловлены интерференцией волн, отраженных от границ плазмен-

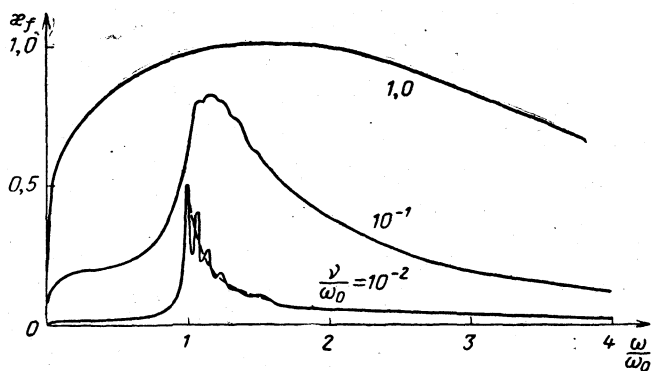


Рис. VIII.3. Расчетные спектральные характеристики излучательной способности однородного плазменного слоя толщиной  $L = 5\pi c/\omega_0$ , ограниченного плоскими поверхностями.

ного слоя. По мере уменьшения коэффициента отражения интенсивность осцилляций уменьшается.

Для того чтобы экспериментально обнаружить осцилляции на характеристике излучательной способности, необходимо использовать узкополосные приемные устройства. Ширина полосы таких приемников не должна превышать  $\Delta f < \frac{c}{4d}$ .

На рис. VIII.3 пунктиром представлена расчетная спектральная характеристика, полученная при использовании формул теории переноса. Из рисунка видно, что формулы теории переноса не учитывают интерференционных явлений. При проведении эксперимента интерференционные явления фиксируются в случае узкополосного приема. При широкополосном приеме излучения характеристики сглаживаются.

3.5. Рассмотрим СВЧ излучение слоя неоднородной плазмы. При этом будем считать, что неоднородность существует только в направлении зондирования, и использовать приближение геометрической оптики, дающее удовлетворительные результаты при не слишком больших градиентах неоднородности.

В случае неоднородной плазмы полное поглощение определяется интегральным выражением

$$\Gamma_f = \int_0^L \gamma_f(z) dz, \quad (\text{VIII.62})$$

в то время как для однородной плазмы  $\Gamma_f = \gamma_f L$ .

Сложность учета неоднородности связана с возникновением в неоднородной плазме дополнительных отражений. Эти отражения имеют место всегда, за исключением случая специальной зависимости  $\varepsilon(z)$  [16].

С помощью приближения геометрической оптики выражение для модуля коэффициента отражения по мощности записывается как [16]

$$|R| = \frac{\lambda^2}{64\pi^2} \left| \int_{z_1}^z \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{d}{dz} \left( \frac{dn}{dz} \right) e^{-2j \frac{\omega}{c} \int_{z_0}^z n dz} \right|^2, \quad (\text{VIII.63})$$

Из (VIII.63) для случая скачка производной показателя преломления  $\frac{dn}{dz}$  получим выражение модуля коэффициента отражения

$$|R| = \frac{\lambda^2}{64\pi^2} \frac{\left| \left( \frac{dn}{dz} \right)_2 - \left( \frac{dn}{dz} \right)_1 \right|^2}{n^4(0)}. \quad (\text{VIII.64})$$

Здесь скачок производной  $\frac{dn}{dz}$  происходит в точке  $z=0$ .

В ряде случаев неоднородность на границе и неоднородность в слое при отсутствии поглощения могут быть сведены к модели плавного слоя, диэлектрическая проницаемость которого характеризуется тремя параметрами:

$$\varepsilon(z) = 1 - a^* \frac{e^{b^*z}}{1 + e^{b^*z}} - c^* \frac{4e^{b^*z}}{(1 + e^{b^*z})^2}, \quad (\text{VIII.65})$$

где  $a^*$ ,  $b^*$  и  $c^*$  — произвольные вещественные коэффициенты.

Если  $a^* = 0$ , а  $c^*$  и  $b^*$  положительны, то это соответствует симметричному слою (рис. VIII.4, а).

Если  $c^* = 0$ , а  $a^*$  и  $b^*$  положительны, то получается модель «переходного» слоя (рис. VIII.4, б).

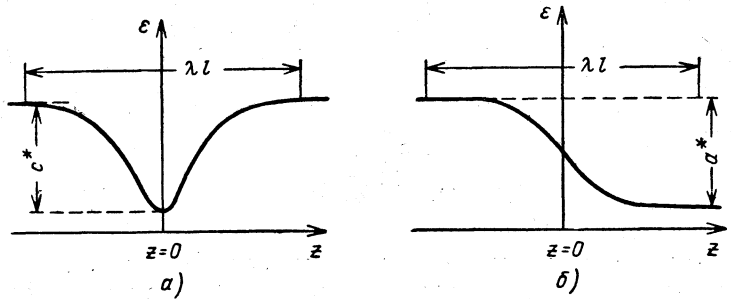


Рис. VIII.4. Пространственное распределение диэлектрической проницаемости:

а — в «симметричном» слое; б — в «переходном» слое.

Для слоя с тремя параметрами выражение для коэффициента отражения имеет вид [16]

$$|R| = \left| \frac{\Gamma(jl) \Gamma \left\{ \frac{1}{2} - d_2 - j \left[ \frac{1}{2} l (1 + \sqrt{1 - a^*}) + d_1 \right] \right\}}{\Gamma(-jl) \Gamma \left\{ \frac{1}{2} - d_2 + j \left[ \frac{1}{2} l (1 - \sqrt{1 - a^*}) - d_1 \right] \right\}} \times \right. \\ \left. \times \frac{\Gamma \left\{ \frac{1}{2} + d_2 - j \left[ \frac{1}{2} l (1 + \sqrt{1 - a^*}) - d_1 \right] \right\}}{\Gamma \left\{ \frac{1}{2} + d_2 + j \left[ \frac{1}{2} l (1 - \sqrt{1 - a^*}) + d_1 \right] \right\}} \right|^2, \quad (\text{VIII.66})$$

где  $\Gamma$  — гамма-функция;  $d_1, d_2$  определяются из условия

$$2(d_2 + jd_1) = \sqrt{1 - 4l^2 c^*};$$

$l = \frac{4\pi}{\lambda b^*}$  — коэффициент, характеризующий толщину слоя.

Для «симметричного» слоя (VIII.66) может быть переписано в виде

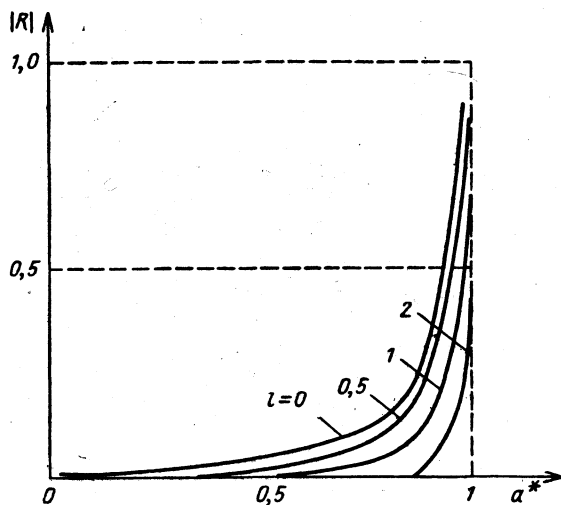
$$|R| = \frac{\text{ch}^2 \pi d_1}{\text{ch} \pi (d_1 + l) \text{ch} \pi (d_1 - l)}. \quad (\text{VIII.67})$$

Для «переходного» слоя коэффициент отражения (рис. VIII.5)

$$|R| = \frac{\text{sh}^2 \left[ \frac{\pi}{2} l (1 - \sqrt{1 - a^*}) \right]}{\text{sh}^2 \left[ \frac{\pi}{2} l (1 + \sqrt{1 - a^*}) \right]}. \quad (\text{VIII.68})$$

При  $l \rightarrow 0$  «переходный» слой стремится к слою с резкой границей раздела, рассмотренному ранее.

3.6. Экспериментальные исследования СВЧ излучения равновесных и квазиравновесных плазменных образований проводятся в работах [147, 160, 162]. Г. Бекефи, С. Браун и Д. Гиршфельд [147] измеряли излучения газоразрядных трубок (гелий, водород), помещенных в волноводный канал.



**Рис. VIII.5.** Зависимость коэффициента отражения «переходного» слоя от толщины и величины перепада диэлектрической проницаемости [16].

Измерения проводились с помощью супергетеродинного радиометрического приемника на волне 10 см.

Результаты одной из серий этих экспериментов при различных давлениях  $p$  газа представлены на рис. VIII.6. По горизонтальной оси отложена средняя концентрация электронов в газоразрядной трубке, по вертикальной — отношение измеренной мощности (скорректированной с учетом отражения) к излучению абсолютно черного тела. Из рис. VIII.6 видно хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных.

Линейный участок кривых при малых значениях электронной концентрации соответствует оптически тонкой плазме, нелинейный участок вблизи плазменной частоты

(электронная концентрация соответствует плазменной частоте 3000 МГц) — полупрозрачной плазме, участок насыщения — плазме, излучательная способность которой близка к излучательной способности абсолютно черного тела.

Так как метод расчета не учитывал интерференции и дифракционных явлений, можно было ожидать значи-

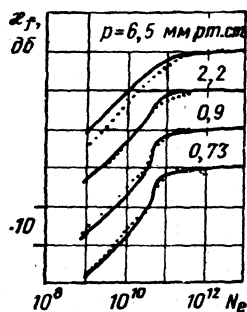


Рис. VIII.6. Зависимость спектрального коэффициента СВЧ излучения газоразрядной плазмы от концентрации электронов и давления: — расчет; . . . . . эксперимент.

тельных расхождений между экспериментальными и расчетными данными в зоне полупрозрачной плазмы, однако, как видно из рисунка, такого расхождения не наблюдалось. Это, по-видимому, объясняется плавным изменением электронной концентрации по радиусу трубки, что ведет к занижению коэффициента отражения по сравнению с расчетными оценками.

Исследование излучения горячей плазмы на установке «Альфа» в диапазоне 3—12 мм проводилось М. М. Ларионовым [162]. В связи с малыми частотами соударений спектральные характеристики СВЧ излучения указанной плазмы имеют очень узкий резонансный пик в области плазменной частоты.

Поэтому в большей части миллиметрового диапазона горячая плазма либо прозрачна, либо хорошо отражает. Если такая плазма находится в хорошо отражающей металлической оболочке, что имеет место в установке «Альфа», то за счет многократных отражений оптическая толщина плазмы возрастает во много раз. При этом вблизи плазменной частоты появляется область частот, в которой плазма излучает как абсолютно черное тело. При исследовании излучения в этой области были определены электронная температура и электронная концентрация для различных режимов работы установки «Альфа».

Измерения проводились с использованием приемников прямого усиления со сменными детекторными головками и волноводными фильтрами. При постоянной времени порядка 50 мксек чувствительность приемника составляла около 20 000° К. Калибровка аппаратуры осуществлялась



по газоразрядным шумовым генераторам четырех- и восьми-миллиметрового диапазонов.

Исследования СВЧ излучения газоразрядных трубок (пары ртути, аргон) при излучении в открытое пространство проведены А. А. Гиппиусом в диапазоне 0,8 см и Л. С. Павловой в диапазоне 0,8; 3 и 10 см. При проведении этих опытов давление в трубках составляло несколько десятков миллиметров ртутного столба при малой степени ионизации. Частота соударения электронов с нейтральными частицами намного превышала частоту соударений с ионами. Измерения проводились с помощью супергетеродинных приемников с чувствительностью в несколько градусов. Калибровка осуществлялась путем замены трубки с плазмой трубкой с нагретой сажей. Температура сажи контролировалась термopарами. Так как размеры и местоположение сажевого эталона совпадали с размерами и местоположением газоразрядной трубки, при калибровке были в значительной степени учтены дифракционные эффекты.

При измерениях уточнялась возможность радиометрического метода диагностики параметров низкотемпературной плазмы (электронной концентрации, эффективной частоты соударений, электронной температуры) по интенсивности СВЧ излучения в отдельных участках диапазона. Результаты измерений удовлетворительно совпали с данными, полученными другими методами.

При расчетах использовались выражения (VIII.56), (VIII.60).

Исследованию субмиллиметрового излучения плазмы с высокой электронной концентрацией посвящены работы М. Ф. Киммита, Г. Н. Хардинга, В. Робертса [57]. Исследования проводились на лабораторных плазменных установках с целью исследования параметров плазмы по собственному излучению. При измерениях использовались детекторные приемники субмиллиметрового диапазона (см. гл. XVI).

Из сравнения экспериментальных данных излучения дейтериевой плазмы, полученного на установке «Зета», с излучением абсолютно черного тела (рис. VIII.7) видно, что температура исследуемой плазмы не зависит от давления. В коротковолновой части спектра, где собственным поглощением можно пренебречь, интенсивность излучения практически не зависит от частоты. Согласно (VIII.49) при

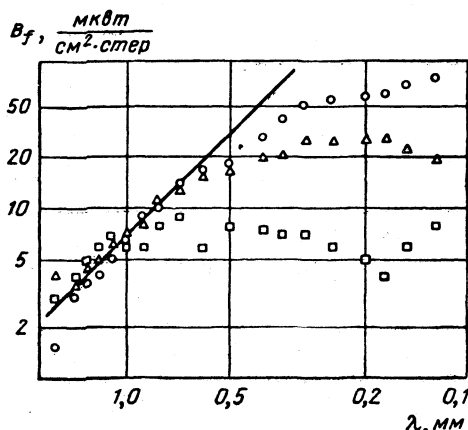


Рис. VIII.7. Спектральные характеристики интенсивности, микроволнового излучения дейтериевой плазмы [57]:  
 $\circ$  —  $p = 7 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.;  $\Delta$  —  $p = 5 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.;  $\square$  —  $p = 2 \times 10^{-3}$  мм рт. ст.; — АЧТ,  $T = 8 \cdot 10^4$  °К.

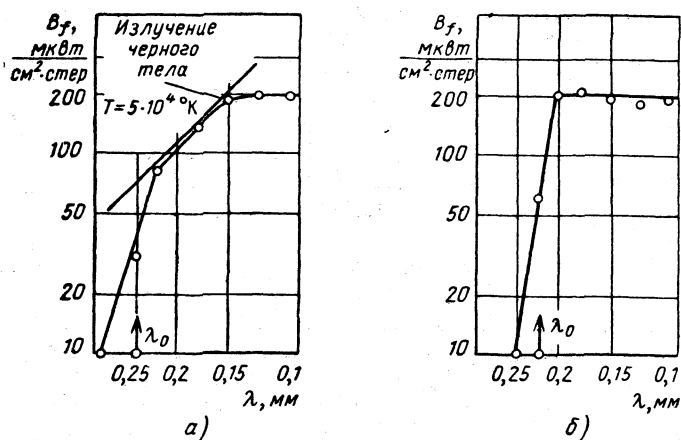


Рис. VIII.8. Спектральные характеристики микроволнового излучения плазмы с высокой электронной концентрацией:  
 а)  $N_2 = 1.8 \cdot 10^{16}$  эл/см<sup>3</sup>,  $T = 5 \cdot 10^4$  °К; б)  $N_e = 2.2 \cdot 10^{16}$  эл/см<sup>3</sup>,  $T = 2 \cdot 10^4$  °К.

полной ионизации интенсивность излучения в этой области пропорциональна  $N^2 T^{1/2}$ , а так как температура в рассматриваемом случае не зависит от давления, то интенсивность излучения должна быть пропорциональна квадрату

давления, что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Спектральные характеристики излучения плазмы с высокой электронной концентрацией (рис. VIII.8) использовались для определения параметров плазмы, при этом плазма считалась бесстолкновительной [57]. В том случае, когда электронная температура была не очень высока, интенсивность излучения достигала интенсивности излучения абсолютно черного тела на частотах выше плазменной (рис. VIII.8, а). За плазменной частотой происходило уменьшение излучательной способности, обусловленное отражением. При увеличении температуры интенсивность излучения плазмы не достигала интенсивности излучения абсолютно черного тела (рис. VIII.8, б). В первом случае были определены температура, электронная концентрация и размер плазменного образования, во втором — только две из перечисленных выше величин. Данные измерений удовлетворительно согласовывались с результатами, полученными другими методами.

#### 4. СВЧ ИЗЛУЧЕНИЕ ПЛАЗМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ПРИМЕСНЫЕ ТВЕРДЫЕ ЧАСТИЦЫ

4.1. Распространенным процессом, связанным с образованием плазмы, является процесс горения. При горении в плазму могут попадать различные твердые частицы углеводородных соединений. В связи с этим целесообразно исследовать влияние твердых частиц на спектр СВЧ излучения плазменного образования.

Следует предположить, что присутствие частиц в пламени может вызвать значительное увеличение электронной концентрации за счет термоэмиссии электронов с поверхности частиц [156]. Состояние системы в этом случае может быть описано уравнениями равновесия

$$\left. \begin{aligned} \sum_{z=-\infty}^{l_s} N_z^s &= N^s, \\ \sum_{s=1}^m \sum_{z=-\infty}^{l_s} N_z^s Z &= N_e, \\ \frac{N_e N_z^s}{N_{z-1}^s} &= K_z^s, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.69})$$

где  $N_Z^s$  — концентрация частиц типа  $s$  (молекул, ионов или твердых частиц) с зарядом  $Ze$ ;  $e$  — заряд электрона;  $l_s$  — число электронов в нейтральной частице  $s$ -го типа;  $m$  — число типов частиц;  $K_Z^s$  — константа равновесия.

Нижний предел  $-\infty$  означает, что учитывается захват электронов нейтральными частицами.

Согласно [156] можно полагать, что в качестве константы равновесия в случае ионизации макроскопических твердых частиц может использоваться константа равновесия Саха

$$K_Z^s = \frac{g_Z^s}{g_{Z-1}^s} 2 \left( \frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mathcal{E}_Z^s}{kT}}. \quad (\text{VIII.70})$$

В (VIII.70)  $g_Z^s = g_{Z-1}^s$ ;  $\mathcal{E}_Z^s$  в отличие от чистой плазмы — не потенциал ионизации, а работа выхода, необходимая для удаления электрона от частицы с зарядом  $(Z-1)e$ , т. е.

$$\mathcal{E}_Z^s = A_s + \frac{Ze^2}{a} + \frac{e^2}{2a}, \quad (\text{VIII.71})$$

где  $A_s$  — работа выхода;  $a$  — радиус частицы.

Введение твердых частиц с малой работой выхода может значительно изменить электронную концентрацию и, следовательно, оказать существенное влияние на спектр равновесного излучения путем сдвига резонансной частоты в сторону более высоких частот.

Влияние частиц на электронную концентрацию тем больше, чем больше их весовая концентрация и чем меньше их размеры [159].

Присутствие твердых частиц в плазме слабо влияет на эффективную частоту соударений электронов (рис. VIII.9).

4.2. Мелкие частицы интенсивно влияют на параметры плазмы и за счет этого изменяют спектральную характеристику СВЧ излучения. Крупные частицы могут, кроме того, изменить спектр СВЧ излучения за счет собственного излучения частиц в этом диапазоне.

Взаимодействие частиц с электромагнитным полем характеризуют эффективными сечениями рассеяния, поглощения и ослабления (см. гл. VII).

При диаметре частиц, значительно меньшем длины волны, и при не очень малых величинах показателя преломления

может быть использовано трехчленное приближение для определения сечения ослабления частиц (см. гл. VII):

$$\sigma_0 = \frac{\lambda^2}{2\pi} \rho^3 (C_1 + C_2 \rho^2 + C_3 \rho^3) \text{ при } \rho \ll 1, n\rho \ll 1, \quad (\text{VIII.72})$$

где

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{6 \cdot \epsilon''}{(\epsilon' + 2)^2 + \epsilon''^2}; \\ C_2 &= \frac{\epsilon''}{15} \left[ \frac{3(7\epsilon'^2 + 4\epsilon' - 20 + 7\epsilon''^2)}{[(\epsilon' + 2)^2 + \epsilon''^2]^2} + \frac{25}{(2\epsilon' + 3)^2 + 4\epsilon''^2} + 1 \right]; \\ C_3 &= \frac{4}{3} \frac{(\epsilon' - 1)^2 (\epsilon' + 2)^2 + \epsilon''^2 [(\epsilon' - 1)(\epsilon' + 2) - 9] + \epsilon''^4}{[(\epsilon' + 2)^2 + \epsilon''^2]^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.73})$$

Здесь  $\epsilon'$  и  $\epsilon''$  — компоненты комплексной диэлектрической проницаемости материала частиц.

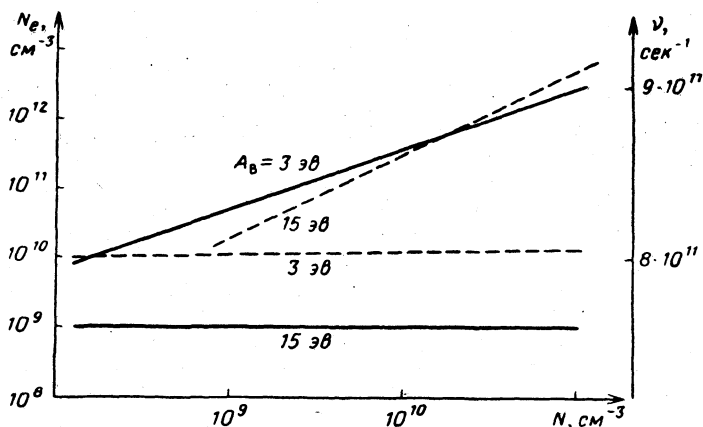


Рис. VIII.9. Влияние твердых частиц пламени углеводородного топлива на параметры плазмы: —  $N_e$ ; ---  $\nu$ .

Из (VIII.73) следует, что  $C_1$  и  $C_2$  обращаются в нуль при  $\epsilon'' = 0$ . Это указывает на то, что эти составляющие определяются главным образом поглощением.

С другой стороны, при  $\epsilon'' = 0$

$$C_3 = \frac{4}{3} \frac{(\epsilon' - 1)^2}{(\epsilon' + 2)^2}, \quad (\text{VIII.74})$$

и, следовательно,

$$\sigma_p = \frac{27}{3} \frac{\pi^5 a^6}{\lambda^4} \frac{(\varepsilon' - 1)^2}{(\varepsilon' + 2)^3}, \quad (\text{VIII.75})$$

т. е. получается формула релеевского рассеяния.

Таким образом, в данном приближении можно в явном виде разделить выражение для эффективного сечения ослабления на два слагаемых: эффективное сечение рассеяния и эффективное сечение поглощения, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\Pi} &= \frac{\lambda^2}{2\pi} \rho^3 (C_1 + C_2 \rho^2), \\ \sigma_p &= \frac{\lambda^2}{2\pi} C_3 \rho^6. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.76})$$

Рассмотрим случай сильного поглощения  $\varepsilon'' \gg \varepsilon'$ ;  $\varepsilon'' \gg 5$ .  
При этом

$$C_1 \simeq \frac{6}{\varepsilon''}, \quad C_2 \simeq \frac{\varepsilon''}{15}, \quad (\text{VIII.77})$$

$$\sigma_{\Pi} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \rho^3 \left( \frac{6}{\varepsilon''} + \frac{\varepsilon''}{15} \rho^2 \right). \quad (\text{VIII.78})$$

Учитывая, что  $\varepsilon'' = 60\sigma \left[ \frac{m\sigma}{m} \right] \lambda [m]$ , получаем выражение для эффективного сечения поглощения хорошо проводящей частицы

$$\sigma_{\Pi} [m^2] = \frac{4\pi^2 a^3 [m]}{\lambda^2 [m]} \left( \frac{1}{10\sigma \left[ \frac{m\sigma}{m} \right]} + 16\sigma \lambda^2 a^2 [m] \right). \quad (\text{VIII.79})$$

Расчеты эффективного сечения поглощения, выполненные по точным формулам, показывают, что при  $\rho \ll 0,3$  величина эффективного сечения изменяется монотонно, а затем начинает колебаться, причем амплитуда колебаний уменьшается с увеличением проводимости. В пламенах на СВЧ  $\rho < 0,3$ , а проводимость углеродо-графитовых частиц достаточно велика и составляет порядка  $10^5 \text{ мО/м}$ , поэтому в диапазоне СВЧ колебательный характер эффективного сечения не наблюдается.

4.3. Зная эффективные сечения поглощения, можно рассчитать излучательную способность системы независимых излучающих частиц:

$$\kappa_f = \sigma_{\Pi} N L, \quad (\text{VIII.80})$$

где  $L$  — размер области в направлении зондирования;  
 $N$  — объемная концентрация частиц.

На рис. VIII.10 представлены расчетные спектры излучательной способности пламени в предположении, что пламя состоит из плазмы с электронной концентрацией  $N_e$  и твердых частиц с весовой концентрацией  $Q$  [160]. Провалы на спектральных характеристиках связаны с зоной перехода

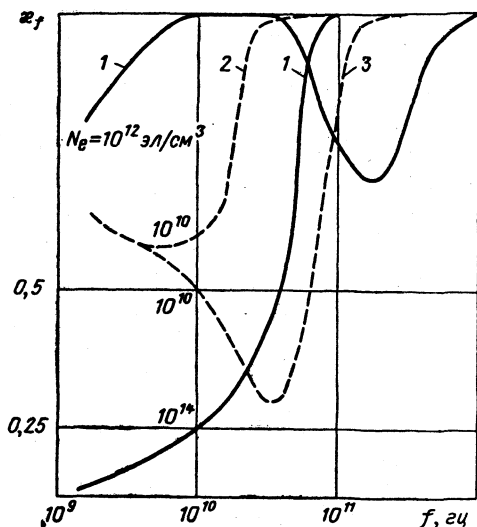


Рис. VIII.10. Спектральные характеристики излучательной способности однородного пламени при  $L = 1$  м,  $\sigma = 0,25 \cdot 10^6$  мо/м;  $\nu = 10^{11}$  сек $^{-1}$  (расчет):

1)  $a = 10$  мк,  $Q = 3 \cdot 10^{-4}$  г/см $^3$ ; 2)  $a = 100$  мк,  $Q = 5 \cdot 10^{-4}$  г/см $^3$ ; 3)  $a = 100$  мк,  $Q = 5 \cdot 10^{-5}$  г/см $^3$ .

из области интенсивного равновесного излучения плазмы в область интенсивного температурного излучения твердых частиц.

4.4. Экспериментальные исследования СВЧ излучения пламен проводились путем наблюдения излучения продуктов горения твердого топлива [160]. Интенсивность излучения измерялась с помощью радиометрических модуляционных приемников в диапазоне от 0,05 до 10 см. Аппаратура и антенны в сантиметровом и миллиметровом диапазонах калибровались по абсолютно черному телу, в коротковолновой части миллиметрового диапазона и в субмиллиметровом диапазоне калибровка осуществлялась по газоразрядной лампе и водяному эталону. Результаты наблюдений представлены на рис. VIII.11. Разброс экспериментальных

данных изображен стрелками, сплошными и пунктирными линиями представлены результаты расчета, проведенные на основе равновесной модели пламени, состоящего из слабо ионизированной плазмы и твердых углеродо-графитовых частиц.

Анализ полученных экспериментальных данных для пламени с неполным сгоранием топлива (рис. VIII. 11, а) поз-

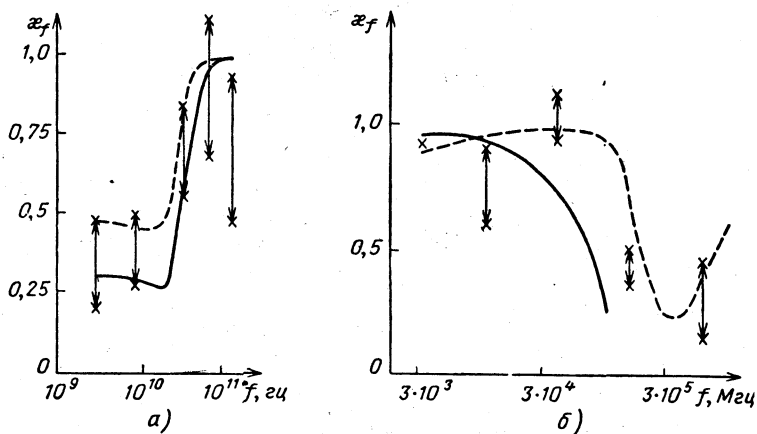


Рис. VIII.11. Спектральные характеристики СВЧ излучения пламен твердого топлива:

а) при неполном сгорании —  $N = 2 \cdot 10^{10}$  эл/см<sup>3</sup>,  $Q = 300$  г/м<sup>3</sup>; — — —  $N = 9 \cdot 10^{10}$  эл/см<sup>3</sup>,  $Q = 150$  г/м<sup>3</sup>; б) при относительно полном сгорании —  $N = 10^{11}$  эл/см<sup>3</sup>,  $Q = 0$ ; — — —  $N = 10^{12}$  эл/см<sup>3</sup>,  $Q = 10$  г/м<sup>3</sup>.

воляет разделить вклад излучения ионизированной компоненты и вклад излучения частиц твердой фазы. Аппроксимация экспериментальных результатов с помощью спектральных характеристик модели пламени без учета излучения частиц твердой фазы показывает, что приемлемое согласование расчетных и экспериментальных данных достигается при электронных концентрациях  $10^{13}$ — $10^{14}$  эл/см<sup>3</sup>, что по крайней мере на два порядка превышает возможные значения электронной концентрации для исследуемых пламен. С другой стороны, квадратичный характер спектра излучения модели, содержащей твердые частицы (без учета плазменной компоненты), не объясняет экспериментально полученную зависимость интенсивности излучения в сантиметровом диапазоне. Удовлетворительная аппроксима-



ция экспериментальных данных достигается при совместном учете вклада составляющих излучения твердой фазы и плазменной компоненты.

Для пламени с относительно полным сгоранием (рис. VIII.11, б) как размеры частиц, так и весовая концентрация твердой фазы были значительно меньше, чем в предыдущих измерениях, поэтому вклад излучения частиц оказался значительным только в субмиллиметровом диапазоне.

Результаты проведенных исследований показывают, что необходимо учитывать влияние частиц твердой фазы на спектральные характеристики излучения пламен твердых топлив.

## 5. ОСОБЕННОСТИ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

5.1. Постоянное магнитное поле существенно влияет на электромагнитные свойства равновесной плазмы. Это влияние определяется в первую очередь тем, что наряду с хаотическим движением электронов и ионов существует регулярная составляющая, связанная с вращением этих частиц вокруг силовых линий магнитного поля. Взаимодействие вращающихся частиц с электромагнитными полями вызывает, по сравнению с изотропной плазмой, дополнительные эффекты, некоторые из которых будут рассмотрены ниже.

5.2. Плазма, находящаяся в магнитном поле, существенно анизотропна. В связи с этим ее электромагнитные свойства характеризуются тензорными параметрами. Одним из основных параметров является тензор комплексной диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon'_{ik} = \varepsilon_{ik} - j \frac{4\pi\sigma_{ik}}{\omega}. \quad (\text{VIII.81})$$

Компоненты плотности тока и электрической индукции определяются через составляющие тензора (VIII.81):

$$j_i = \sigma_{ik} E_k, \quad (\text{VIII.82})$$

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k,$$

где по дважды встречающимся индексам производится суммирование от 1 до 3.

Вычисление компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости связано, как и в случае изотропной плазмы, с решением кинетического уравнения (VIII.15):

$$\frac{\partial \vec{\mathcal{F}}_1}{\partial t} + \frac{e \vec{E}}{m} \frac{\partial \vec{\mathcal{F}}_0}{\partial v} + \\ + \frac{e}{mc} [\vec{H}_0 \vec{\mathcal{F}}_1] + \nu(v) \vec{\mathcal{F}}_1 + \vec{S}_{1ee} = 0,$$

где  $\vec{H}_0$  — напряженность внешнего магнитного поля.

Однако в этом случае уже нельзя считать член  $[\vec{H}_0 \vec{\mathcal{F}}_1]$  малой величиной, как это делалось в случае изотропной плазмы.

Чтобы получить выражение  $\epsilon$  через микроскопические параметры, приравняем выражение для плотности полного тока  $\mathbf{j}_{ti} = e \int v_i \frac{\vec{\mathcal{F}}_1 \vec{v}}{v} dv$  к выражению для этого же тока, полученного из макроскопической теории для неизотропной среды:

$$\mathbf{j}_{ti} = j \frac{\omega}{4\pi} (\epsilon'_{ik} - \delta_{ik}) E_k. \quad (\text{VIII.83})$$

В том случае, когда ось  $z$  совпадает с направлением магнитного поля, выражения для компонент тензора диэлектрической проницаемости имеют вид [16]

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_{xx} \mp j \epsilon'_{xy} &= \epsilon'_{yy} \pm j \epsilon'_{yx} = \\ &= 1 - j \frac{32 \sqrt{\pi} e^2 N_e}{3m\omega} \int_0^\infty \frac{u^4 e^{-u^2} du}{j(\omega \mp \omega_H) + \nu(u)}, \\ \epsilon'_{zz} &= 1 - j \frac{32 \sqrt{\pi} e^2 N_e}{3m\omega} \int_0^\infty \frac{u^4 e^{-u^2} du}{j\omega + \nu(u)}, \\ \epsilon'_{xz} &= \epsilon'_{zx} = \epsilon'_{yz} = \epsilon'_{zy} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.84})$$

где  $\omega_H$  — циклотронная частота.

Если считать, что частота соударений не зависит от скорости, из (VIII.84) можно получить [16]:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_{xx} = \epsilon'_{yy} &= 1 - \frac{\omega_0^2 (\omega - j\nu_0)}{\omega [(\omega - j\nu_0)^2 - \omega_H^2]}, \\ \epsilon'_{xy} &= -\epsilon'_{yx} = \\ &= -j \frac{\omega_0^2 \omega_H}{\omega (\omega + \omega_H - j\nu_0) (\omega - \omega_H - j\nu_0)}, \\ \epsilon'_{xx} \mp j\epsilon'_{xy} &= \epsilon'_{yy} \pm j\epsilon'_{yx} = \\ &= 1 - \frac{\omega_0}{\omega^2 \mp \omega \omega_H - j\omega \nu_0}, \\ \epsilon'_{zz} &= 1 - \frac{\omega_0}{\omega^2 - j\omega \nu_0}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.85})$$

В большинстве практических случаев точность формул (VIII.85) достаточна.

Если исследуется излучение в направлении, составляющем угол  $\Theta$  с направлением магнитного поля, то выражение для определения показателя преломления имеет следующий вид [24]:

$$n_{\pm}^2 = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \quad (\text{VIII.86})$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$  для холодной равновесной плазмы записываются в виде

$$A = [\epsilon_{xx} \sin^2 \Theta + \epsilon_{zz} \cos^2 \Theta],$$

$$B = [(\epsilon_{xx}^2 - \epsilon_{xy}^2) \sin^2 \Theta + \epsilon_{xx} \epsilon_{zz} (1 + \cos^2 \Theta)],$$

$$C = \epsilon_{zz} (\epsilon_{xz}^2 - \epsilon_{xy}^2),$$

$\epsilon_{ik}$  определяется формулами (VIII.85).

Знак «+» в (VIII.86) соответствует волне, которую принято называть обыкновенной, знак «-» соответствует необыкновенной волне.

Рассмотрим два наиболее простых частных случая:  $\Theta = 0^\circ$ ,  $\Theta = 90^\circ$ .

В случае исследования излучения вдоль магнитного поля, т. е. когда  $\Theta = 0^\circ$ , выражение для комплексного

показателя преломления имеет вид [148]

$$\left. \begin{aligned} n_-^2 &= \left[ 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega} \frac{\omega - \omega_H}{v_0^2 + (\omega - \omega_H)^2} \right] - \\ &\quad - j \left[ \frac{\omega_0^2}{\omega} \frac{v_0}{v_0^2 + (\omega - \omega_H)^2} \right], \\ n_+^2 &= \left[ 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega} \frac{\omega + \omega_H}{v_0^2 + (\omega + \omega_H)^2} \right] - \\ &\quad - j \left[ \frac{\omega_0^2}{\omega} \frac{v_0}{v_0^2 + (\omega + \omega_H)^2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.87})$$

Два значения показателя преломления соответствуют двум типам волн с круговой поляризацией:

$n_-^2$  — показатель преломления для волны, вектор электрической напряженности которой вращается в том же направлении, в котором вращается отрицательно заряженная частица;

$n_+^2$  — показатель преломления для волны, вектор электрической напряженности которой вращается в ту же сторону, что и положительный заряд.

В случае исследования излучения перпендикулярно направлению магнитного поля, т. е. при  $\Theta = 90^\circ$ , для комплексного показателя преломления имеем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} n_0^2 &= \left( 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \right) - j \left( \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\frac{v_0}{\omega}}{1 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \right), \\ n_H^2 &= \left\{ 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)(\omega^2 - \omega_H^2 - \omega_0^2) + v_0^2 \omega^2}{[v_0^2 - (\omega^2 - \omega_H^2 - \omega_0^2)]^2 + v_0^2 \left[ 2\omega + \frac{\omega_0^2}{\omega} \right]^2} \right\} - \\ &\quad - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\omega v_0 \frac{(v_0^2 + \omega^2 + \omega_H^2 - \omega_0^2) + \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{[v_0^2 - (\omega^2 - \omega_H^2 - \omega_0^2)]^2 + v_0^2 \left( 2\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega} \right)^2}}{[v_0^2 - (\omega^2 - \omega_H^2 - \omega_0^2)]^2 + v_0^2 \left( 2\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.88})$$

где  $n_0^2$  — показатель преломления для волн, вектор электрической напряженности которых параллелен магнитному полю (обыкновенная волна);  $n_H^2$  — показатель преломления для волн, вектор электрической напряжен-

ности которых перпендикулярен магнитному полю (необыкновенная волна).

5.3. Под влиянием постоянного магнитного поля электрон движется с постоянным центростремительным ускорением  $\frac{v^2}{r_H}$ . Наличие постоянного ускорения связано с появлением излучения, называемого магнитно-тормозным или циклотронным. Интенсивность магнитно-тормозного излучения электрона можно получить, подставив в выражение (I.40) для дипольного излучения центростремительное ускорение [см. также (I.53)]:

$$P(t) = \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2}{c^3} \cdot \frac{v_{\perp}^4}{r_H^2}, \quad (\text{VIII.89})$$

где  $v_{\perp}$  — составляющая скорости электрона, перпендикулярная к магнитному полю;  $r_H = \frac{mvc}{eB}$  — радиус ларморовой окружности;  $B$  — напряженность магнитного поля.

Если не учитывать эффект столкновения и хаотическое движение, то магнитно-тормозное излучение в первом приближении является монохроматическим и происходит на циклотронной частоте (гирочастоте), определяемой угловой скоростью вращения электрона:

$$\omega_H = \frac{eB}{mc}, \quad (\text{VIII.90})$$

В отличие от тормозного излучения магнитно-тормозное излучение анизотропно и эллиптически поляризовано. Интенсивность излучения максимальна в направлении магнитного поля и уменьшается в два раза в направлении, перпендикулярном ему.

Интенсивность излучения в направлении  $\Theta$  в единицу телесного угла определяется выражением [147]

$$\mathcal{J}_f(\Theta) \doteq \frac{e^2 \omega_H^2}{8\pi c} \frac{N_e kT}{mc^2} (1 + \cos^2 \Theta), \quad (\text{VIII.91})$$

где  $\Theta$  — угол между направлением зондирования и направлением магнитного поля.

В циклотронном излучении отсутствует составляющая, вектор электрической напряженности которой параллелен магнитному полю.

В реальных условиях циклотронное излучение происходит в полосе частот, обусловленной расширением линии

излучения. Расширение линии может быть вызвано двумя причинами:

— столкновением электронов с атомами и ионами, в результате чего форма линии определяется лоренцовым выражением (см. гл. V)

$$\mathcal{J}_f \doteq \frac{\omega_0^2 \nu}{(\omega - \omega_H)^2 + \nu_0^2}, \quad (\text{VIII.92})$$

где  $\nu_0$  — эффективная частота столкновений электронов с атомами и ионами;

— доплеровским расширением, вызванным тепловым движением электронов.

Этот эффект в равновесных условиях ведет к гауссовой форме спектрального распределения интенсивности циклотронного излучения, т. е.

$$\mathcal{J}_f \doteq e^{-\frac{mc^2}{2kT} \left[ \frac{\omega - \omega_H}{\omega_H \cos \Theta} \right]^2}. \quad (\text{VIII.93})$$

Влияние первого фактора сказывается при больших давлениях, влияние второго — при больших электронных температурах.

5.4. Частотный спектр равновесного циклотронного излучения содержит наряду с основной частотой гармонические составляющие. Количество энергии, излучаемое в единицу времени на каждой гармонике, может быть представлено рядом по степеням  $v/c$  [151]. Для небольших отношений  $v/c$  мощность излучения достаточно точно можно характеризовать первым членом ряда:

$$\varepsilon_n \doteq 2(n+1) \frac{n^{2n+1}}{(2n+1)!} \cdot \frac{e^2}{c} \omega_H^2 \left( \frac{v}{c} \right)^{2n}, \quad (\text{VIII.94})$$

где  $n$  — номер гармоники.

Из (VIII.94) видно, что с ростом номера гармоники интенсивность излучения быстро падает. Однако в случае, когда циклотронная частота значительно ниже плазменной и поэтому сильно ослаблена, вклад излучения на гармониках циклотронной частоты может оказаться значительным.

5.5. Используя формулы (VIII.56), (VIII.60) для излучения плоского слоя изотропной плазмы и выражения (VIII.87), (VIII.88) для комплексной диэлектрической проницаемости плазмы, находящейся в магнитном поле, можно рассчитать спектральные характеристики излуча-

тельных способностей плоского слоя для различных типов волн (рис. VIII.12) [148].

Спектральная характеристика излучательной способности для обыкновенной волны при  $\Theta = 90^\circ$  не представлена, так как она совпадает с характеристикой излучатель-

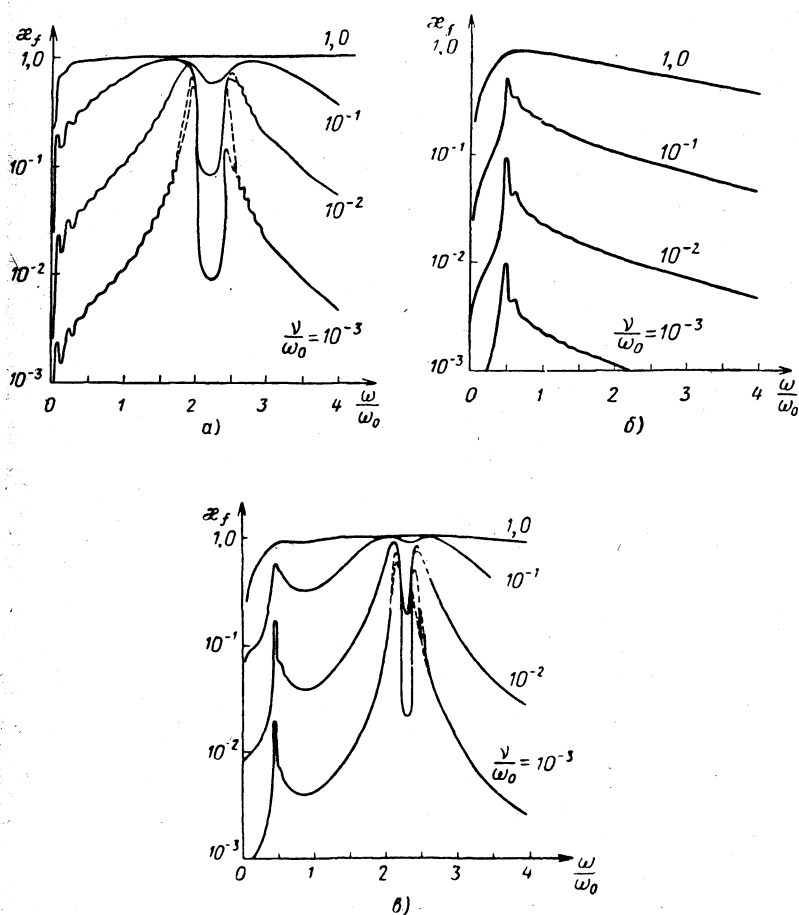


Рис. VIII.12. Спектральные характеристики излучательной способности плоского слоя плазмы толщиной  $L = 5\pi c/\omega_0$  в магнитном поле ( $\omega_H/\omega_0 = 2$ ):

а) необыкновенная волна при  $\Theta = 0^\circ$ ; б) обыкновенная волна при  $\Theta = 0^\circ$ ; в) необыкновенная волна при  $\Theta = 90^\circ$ .

ной способности для слоя изотропной плазмы (см. рис. VIII.3).

На спектральные характеристики излучения существенное влияние оказывают значительные отражения, возникающие вблизи гибридной частоты ( $\omega \approx 1 \div 1,25\omega_H$ ) (рис. VIII.12, а, в) и на частотах, меньших половины плазменной ( $\omega < 0,5\omega_0$ ) (рис. VIII.12, б). С этими отражениями связано образование провала на спектральных

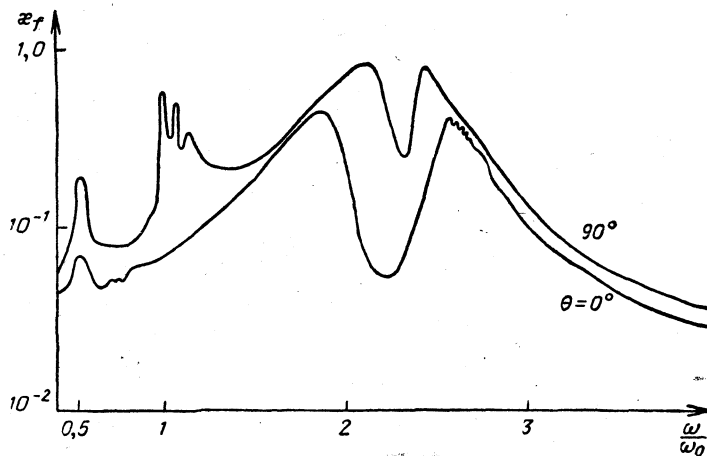


Рис. VIII.13. Спектральные характеристики излучательной способности плоского слоя в магнитном поле при  $\nu/\omega_0 = 10^{-2}$ ,  $\omega_H/\omega_0 = 2$  (качественная картина).

характеристиках излучения для необыкновенных волн в области циклотронной частоты. Отражениями объясняется и образование максимума в области частоты, равной половине плазменной.

При увеличении отношения  $\nu/\omega_0$  отражательные свойства слоя ухудшаются, резонансные свойства сглаживаются, а величина излучательной способности увеличивается за счет увеличения частоты соударений.

Осцилляции на спектральных характеристиках в области резонансов, как и в случае изотропной плазмы, связаны с интерференцией отраженных волн.

При случайной поляризации излучательная способность определяется как полусумма излучательных способ-



ностей соответствующих волн [148]:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_f &= \frac{1}{2} (\kappa_- + \kappa_+) \text{ при } \Theta = 0^\circ, \\ \kappa_f &= \frac{1}{2} (\kappa_0 + \kappa_n) \text{ при } \Theta = 90^\circ, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII. 95})$$

где  $\kappa_-$  и  $\kappa_+$  — излучательные способности для необыкновенной и обыкновенной волн соответственно при  $\Theta = 0^\circ$ ;  $\kappa_0$  и  $\kappa_n$  — излучательные способности для обыкновенной и необыкновенной волн соответственно при  $\Theta = 90^\circ$ .

Для обоих направлений зондирования спектральные характеристики излучения со случайной поляризацией имеют максимум с провалом вблизи гибридной частоты; увеличение излучательной способности при  $\omega \sim 0,5\omega_0$  обусловлено влиянием ионного резонанса; уменьшение последней при  $\omega < 0,5\omega_0$  связано с отражением на границе. Кроме того, при направлении зондирования, перпендикулярном магнитному полю, имеется максимум в районе плазменной частоты  $\omega = \omega_0$  (рис. VIII.13).

5.6. Экспериментальные исследования излучения равновесной плазмы в магнитном поле проводились Гиршфельдом и Брауном [147]. При изменении величины магнитного поля измерялась интенсивность излучения оптически тонкой газоразрядной гелиевой плазмы на частоте 3000 Мгц. При значении магнитного поля порядка 1000 гс наблюдался пик излучения. Величина пика превышала средний уровень тормозного излучения примерно в 20 раз.

Исследование излучения плазмы на гармониках циклотронной частоты проводилось Люстигом и др. [149]. При исследовании использовался специальный широкополосный микроволновый спектрометр, перестраиваемый в диапазоне 2—4 Ггц. Калибровка спектрометра осуществлялась по газоразрядному генератору шума. Напряженность магнитного поля во время опыта сохранялась постоянной и была равна 170 гс, что соответствовало циклотронной частоте 476 Мгц. В диапазон спектрометра попадали пятая — восьмая гармоники, они и были зафиксированы при эксперименте. Измерения проводились на газоразрядной трубке, наполненной аргоном. Плазма в трубке имела электронную концентрацию, соответствующую плазменной частоте 1 Ггц. При такой плазменной частоте основная циклотронная частота и ее первые гармоники были значительно ослаблены,

## ГЛАВА IX

# НЕРАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПЛАЗМЫ. СВЧ ИЗЛУЧЕНИЕ ПЛАЗМЫ В РЕЛАКСАЦИОННОМ СОСТОЯНИИ

### 1. ВИДЫ НЕРАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ ПЛАЗМЫ

1.1. В замкнутой системе при отсутствии внешних источников энергии имеет место равновесное состояние плазмы, характеризуемое больцмановским распределением населенности энергетических уровней, условием равновесной ионизации (в соответствии с формулой Саха) и максвелловским распределением скоростей<sup>1)</sup> (см. гл. VIII, § 1).

Воздействие на плазму внешних источников энергии может вызывать нарушение больцмановского распределения населенности и появление коллективных колебаний частиц (а также одновременное возникновение обоих видов неравновесности) как в релаксационных, так и в стационарных состояниях.

Источниками нарушения равновесного состояния плазмы являются внешнее излучение, потоки пронизывающих частиц, воздействие внешних электрических и магнитных полей, ударные волны, химические реакции и др. Важную роль в возникновении неравновесных состояний играют релаксационные процессы. Различие скоростей энергетических обменов в легких и тяжелых частицах приводит к особым видам неравновесных состояний, возникающих при релаксационных процессах.

1.2. Радиофизические свойства частично ионизированной равновесной плазмы могут быть охарактеризованы

<sup>1)</sup> Особенностью замкнутых систем согласно принципу детального равновесия является обязательное соответствие путей активации и дезактивации. Стационарные состояния замкнутых систем, при которых скорости активации и дезактивации выравниваются, являются равновесными состояниями.

В незамкнутых системах пути активации и дезактивации могут различаться и стационарные состояния не обязательно являются равновесными.

четырьмя параметрами: температурой частиц, концентрацией электронов и частотами соударений с атомами и ионами. Плазма может быть также охарактеризована составом газовых компонент, давлением и температурой.

В неравновесных условиях состояния плазмы могут иметь большое число специфических особенностей, в связи с чем параметрическое описание, пригодное в равновесном случае, оказывается недостаточным. В неравновесных условиях могут различаться значения температуры частиц разных сортов; может возникать аномальная населенность вращательных, колебательных и электронных энергетических уровней; возможно возникновение неравновесной ионизации, а также возникновение коллективных колебаний плазмы.

Особенности энергетических распределений при неравновесных состояниях проявляются в виде селективных излучений повышенной интенсивности, в способности плазмы усиливать внешние электромагнитные колебания, в аномальных явлениях переноса (например, снижения проводимости, возрастания скорости диффузии) и т. д.

Указанные эффекты существенно усложняют задачу параметрического описания плазменных состояний, что вызывает необходимость специальных исследований диагностики неравновесной плазмы.

## 2. КИНЕТИКА ВОЗБУЖДЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНОЙ НАСЕЛЕННОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ

2.1. Процессы изменения населенности энергетических уровней описываются с помощью кинетических уравнений, учитывающих одновременное воздействие активирующих источников и влияние процессов «стока населенности» (деактивации).

Кинетическое уравнение устанавливает связь скорости изменения населенности выбранного энергетического уровня со скоростями активации и дезактивации. В однокомпонентной плазме скорость изменения населенности дискретных энергетических уровней с учетом электронных ударов, ионизационных и рекомбинационных явлений, а также излучательных и безызлучательных переходов можно представить в виде

$$\frac{dN_n^*}{dt} = \Phi_n(N, N_m, N_e) - \Psi_n(N_n^*, N_e), \quad (\text{IX.1})$$

где  $\Phi_n(N, N_m, N_e)$  — скорость активации  $n$ -го уровня;  $\Psi_n(N_n^*, N_e)$  — скорость дезактивации  $n$ -го уровня;  $N$  — концентрация невозбужденных осцилляторов;  $N_n^*$  — концентрация возбужденных осцилляторов.

С учетом рекомбинации при двойных и тройных соударениях имеем:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n(N, N_m, N_e) &= N_e \sum_{m \neq n} N_m V_{mn} + \\ &+ N_e^3 B_{pn}^* + N_e^2 A_n^* + \sum_{m > n} N_m A_{mn}, \\ \Psi_n(N_n^*, N_e) &= N_e N_n^* \sum_{m \neq n} V_{nm} + \\ &+ N_e N_n^* B_{nn}^* + N_n^* \sum_{m < n} A_{nm}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX.2})$$

где  $V_{mn}$  — вероятность безызлучательного перехода между уровнями  $m$  и  $n$ ;  $A_n^*$  — вероятность «спонтанной» рекомбинации на уровень  $n$ ;  $B_{pn}^*$  — вероятность рекомбинации с образованием возбужденного уровня  $n$  при тройных соударениях;  $B_{nn}^*$  — вероятность ступенчатой ионизации с уровня  $n$ .

Без учета эффектов, связанных со ступенчатыми переходами, уравнение для населенности  $n$ -го уровня может быть представлено в виде

$$\frac{dN_n^*}{dt} = k_a N + \sum_{m \neq n} k_{am} N_m - k_d N_n^*, \quad (\text{IX.3})$$

где  $k_a$ ,  $k_{am}$  — коэффициенты, характеризующие скорость активации;  $k_d$  — коэффициент скорости дезактивации.

Скорость изменения электронной температуры определяется с учетом вклада внешней энергии  $\Delta \mathcal{E}_0$ , расходуемой на нагрев электронного газа, и потерь энергии  $\Delta \mathcal{E}_\Pi$  при столкновениях электронов с тяжелыми частицами и может быть представлена в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{3}{2} k N_e T_e \right) = \Delta \mathcal{E}_0 - \Delta \mathcal{E}_\Pi, \quad (\text{IX.4})$$

где  $\Delta \mathcal{E}_\Pi = \frac{3}{2} k \delta v (T_e - T_0)$ ;

$\delta$  — доля энергии, передаваемой при соударениях;  $T_0$  — температура тяжелых частиц.

В стационарном состоянии населенность дискретных энергетических уровней определяется из условий равенства скоростей активации и дезактивации. Стационарная электронная температура достигается при равенстве посту-

падающей внешней энергии и энергии, отдаваемой при соударениях. Условие стационарности соответствует нулевым значениям правых частей уравнений (IX.3), (IX.4) (см. § 2.4, 2.6 этой главы, а также § 1 гл. X).

**2.2.** Количественное описание энергетических переходов при элементарных процессах, возникающих при воздействии внешних источников активации, таких, как электронные удары, оптическое возбуждение, передача энергии при ударах тяжелых частиц (включая удары возбужденных частиц), удобно производить, исходя из представлений о сечениях взаимодействия, имеющих размерность площади и характеризующих энергетическую эффективность элементарных актов. Эффективное сечение взаимодействия атома с падающим пучком частиц определяется как отношение числа взаимодействовавших с атомом частиц к числу частиц на единицу поперечного сечения пучка. (Теория электронных и атомных соударений подробно рассмотрена в [49, 50]).

При соударениях электронов с атомами эффективное сечение взаимодействия имеет порядок  $10^{-18} \text{ см}^2$  и зависит от скорости электронов. (Примеры учета влияния скорости электронов см. в гл. X, § 1.)

Изменение населенности может происходить путем прямого и ступенчатого возбуждения. Прямые переходы достигаются за счет истощения основного уровня, при ступенчатых переходах происходит истощение промежуточных уровней. При возбуждении атомов от ударов тяжелых частиц сечение взаимодействия составляет  $(10^{-22} \div 10^{-20}) \text{ см}^2$ , т. е. на несколько порядков меньше сечения взаимодействия при электронных ударах.

Увеличение сечения взаимодействия имеет место при резонансных соударениях второго рода, когда возбужденный уровень активизирующей частицы имеет величину энергии, близкую к энергии возбуждения.

«Сток» населенности энергетических уровней (дезактивации) происходит при разного рода соударениях (например, при соударениях между частицами, включая резонансные соударения, соударения частиц со стенками и т. д.); излучательных и безызлучательных переходах; химических реакциях и т. д.

**2.3.** Неравновесные состояния плазмы в виде избыточного излучения проявляются в естественных и лабораторных условиях.

Приведем примеры неравновесных состояний, возникающих в лабораторных установках низкотемпературной и высокотемпературной плазмы. В установках с молекулярной и атомной плазмой состояние неравновесной населенности используется для создания усилительных и генераторных приборов вынужденного излучения. В магнитно-гидродинамических преобразователях эффекты, связанные с неравновесностью, проявляются в виде неравновесной ионизации и аномальной проводимости, что оказывает существенное влияние на эффективность преобразования. Эффекты коллективных колебаний плазмы используются для создания генераторов СВЧ колебаний и турбулентного нагрева горячей плазмы. В установках, содержащих высокотемпературную плазму, неравновесные состояния сопровождаются явлениями аномальной диффузии, наличием коллективных колебаний и т. д. (см. гл. XI).

В космических условиях наблюдаются всплески неравновесных СВЧ излучений плазмы (например, всплески излучения Солнца); неравновесные свечения планетных атмосфер, возбуждаемых потоками космических частиц; неравновесные излучения дискретных источников и другие явления.

В газоразрядных приборах, как правило, имеет место различная температура электронов и тяжелых частиц.

**2.4. Воздействие внешних электромагнитных полей** на плазменную среду сопровождается преимущественным нагревом электронного газа по сравнению с нагревом тяжелых частиц, вследствие чего образуется двухтемпературная среда.

Рассмотрим плазменную среду во внешнем постоянном электрическом поле. Стационарное состояние определяется условием равенства энергии нагрева электронного газа внешним полем и энергии, передаваемой тяжелым частицам при соударениях с электронами. Согласно (IX.4) соотношение для электронной температуры в стационарном состоянии может быть представлено в виде

$$\frac{3}{2} k \frac{2m_e}{m} \frac{N}{\tau_e} (T_e - T_0) = eN_e b_e E^2 \quad (\text{IX.5})$$

или

$$T_e = T_0 + \frac{eN_e v_e^2 m E^2}{3kN}, \quad (\text{IX.6})$$

где  $b_e = \frac{\sigma \tau_e}{m_e} = \frac{v_e}{E}$  — подвижность электронов;  $v_e$  — скорость

электронов во внешнем поле;  $\tau_e$  — среднее время между соударениями электрона с тяжелой частицей.

Различие электронной температуры и температуры тяжелых частиц согласно (IX.6) возрастает при увеличении подвижности электронов и увеличении массы тяжелых частиц. При  $E > E_{кр}$  возникает неустойчивость (гл. XI, п. 3.5).

Нагрев электронного газа возникает также при воздействии переменного электромагнитного поля. В стационарном режиме электронная температура в плазме при воздействии переменного электромагнитного поля определяется балансом энергетических затрат на нагрев электронного газа и энергии, передаваемой при соударениях с тяжелыми частицами. Согласно [16] условие баланса при  $\omega \gg \nu\delta$  (где  $\delta$  — доля энергии, передаваемой при соударениях электрона с тяжелой частицей) приводит к соотношению

$$T_e = T_0 + \frac{e^2 E^2}{3m_e k \delta (\omega^2 + \nu^2)}. \quad (\text{IX.7})$$

Превышение электронной температуры над температурой тяжелых частиц в случае воздействия постоянного и переменного электрических полей изменяется пропорционально квадрату постоянной составляющей или квадрату амплитуды колебаний напряженности электрического поля.

Резкое отличие электронной температуры от температуры тяжелых частиц сопровождается возрастанием электронной концентрации за счет явления неравновесной ионизации. Оценка величины электронной концентрации в двухтемпературной плазме может быть получена с помощью обобщенного уравнения Саха в форме, предложенной Монти и Неаполитано [158].

В плазме инертных газов, содержащих примеси легко ионизируемых частиц, нагрев электронов сопровождается зависимостью проводимости плазмы от плотности тока. Зависимость проводимости от плотности тока согласно Корреброку [157] может быть представлена в виде

$$\ln \sigma = \gamma \ln T_0 + \alpha \ln j + \text{const}, \quad (\text{IX.8})$$

где  $\alpha$  и  $\gamma$  являются функциями отношения энергии тяжелых частиц и электронов (при  $T_e > 1,1T_0$   $\alpha \simeq 0,8$ ). Расчетные оценки, полученные с помощью (IX.8), показывают, что величина проводимости в неравновесном состоянии может более чем на два порядка превышать значения,

соответствующие равновесным условиям, что подтверждается экспериментальными данными [157, 158].

2.5. Ограниченность поперечного размера газоразрядных трубок вызывает необходимость учета рекомбинаций на стенках.

Рекомбинации на стенках приводят в стационарном режиме к зависимости электронной температуры от попе-

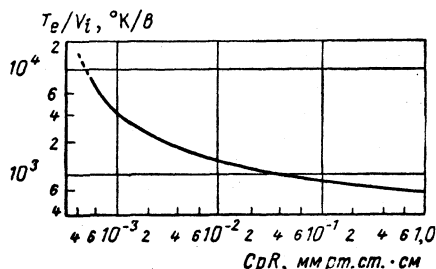


Рис. IX.1. Зависимость электронной температуры от параметров плазмы газового разряда [23].

речного размера трубки. Условие баланса процессов одноступенчатой ионизации и рекомбинации на стенках в стационарном режиме (см., например, [23]) имеет вид

$$\frac{e^x}{V_x} = 1,2 \cdot 10^7 (Cpr)^2, \quad (\text{IX.9})$$

где

$$x = \frac{eV_i}{kT_e};$$

$V_i$  — потенциал ионизации;  $C$  — параметр, зависящий от наполняющего газа;  $p$  — давление;  $R$  — радиус трубки.

Снижение электронной температуры при увеличении давления (рис. IX.1) объясняется увеличением частоты соударений.

Значения параметра  $C$  приведены в табл. IX.1.

Таблица IX 1

| Наполняющий газ | He                   | Ne                | Ar                | Hg                | N <sub>2</sub>     |
|-----------------|----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| $C$             | $5,35 \cdot 10^{-2}$ | $6 \cdot 10^{-3}$ | $4 \cdot 10^{-2}$ | $7 \cdot 10^{-7}$ | $10 \cdot 10^{-2}$ |



Увеличение произведения  $pR$  приводит к выравниванию электронной и ионной температур. Экспериментальные данные по исследованию СВЧ излучений в плазме газового разряда приведены в § 3 гл. VII.

### 3. РЕЛАКСАЦИЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ

3.1. Релаксационные процессы в молекулярной плазме имеют сложный характер и включают установление распределения скоростей частиц, установление населенности вращательных и колебательных уровней, установление диссоциации, ионизации и электронного возбуждения.

Характерные времена релаксаций для различных степеней свободы, как правило, заметно различаются, что облегчает их исследования. Согласно [13] при  $p \sim 0,1 \div 1$  атм характерные времена релаксационных процессов имеют значения:

— время установления скоростей частиц — порядка времени свободного пробега  $\tau_c = 10^{-11} \div 10^{-9}$  сек;

— время установления заселенности вращательных уровней  $\tau_{вр} = 10^{-8} \div 10^{-7}$  сек;

— время установления заселенности колебательных уровней  $\tau_k = (1 \div 20) \cdot 10^{-6}$  сек;

— времена диссоциации и ионизации  $\tau_d \sim \tau_i = 10^{-6} \div 10^{-3}$  сек;

— время релаксации  $\tau_m$ , доходящее до десятых долей секунды, возникает при заселении метастабильных уровней.

Таким образом, можно записать неравенство

$$\tau_c \ll \tau_{вр} \ll \tau_k \ll \tau_i \ll \tau_m.$$

Различие характерных времен релаксации позволяет в ряде случаев при изучении релаксаций на выбранной степени свободы не учитывать изменение остальных состояний и тем самым пренебрегать влиянием как более быстрых, так и более медленных процессов.

Медленно протекают процессы выравнивания температур между разнородными частицами, имеющими резкое различие масс, что приводит к возможности длительного двухтемпературного состояния плазмы.

3.2. Рассмотрим особенности релаксационного процесса ионизации газа при нагреве ударной волной [72, 73]. Процесс ионизации за фронтом ударной волны вызывается

главным образом электронно-атомными столкновениями. Образование необходимого количества «затравочных» электронов происходит в начальной стадии процесса; роль возможных факторов активации здесь играют атомные соударения и оптическое возбуждение. На участке, где можно не учитывать рекомбинации,

$$\frac{dN_e}{dt} = k_{\text{и}} N_e N. \quad (\text{IX.10})$$

Время установления ионизации обратно пропорционально концентрации нейтральных атомов и постоянной  $k_{\text{и}}$ , характеризующей скорость ионизации, т. е.

$$\tau_{\text{и}} \simeq \frac{1}{k_{\text{и}} N}. \quad (\text{IX.11})$$

Постоянная скорости ионизации определяется числом столкновений, приводящих к ионизации, т. е.

$$k_{\text{и}} = \hat{p} v_{\text{н}} e^{-\frac{\mathcal{E}_{\text{и}}}{kT_e}}, \quad (\text{IX.12})$$

где  $\mathcal{E}_{\text{и}}$  — энергия ионизации;  $\hat{p}$  — величина, зависящая от сечения ионизации;  $v_{\text{н}}$  — число столкновений, испытываемое атомом или молекулой в единицу времени;  $e^{-\frac{\mathcal{E}_{\text{и}}}{kT_e}}$  характеризует долю столкновений, приводящих к ионизации.

Характерные времена ионизации превышают единицы и десятки микросекунд, что позволяет полагать остальные процессы (помимо процессов диссоциации) установившимися.

**3.3.** При быстром охлаждении электронного газа в двух-температурной плазме, как показано в работах Л. И. Гудзенко, Л. А. Шелепина и др. [165, 166], могут возникать релаксационные процессы, сопровождаемые инверсным заселением верхних энергетических уровней.

В плотной плазме взаимодействие полей частиц вызывает размытие дискретных энергетических уровней и ограничение верхнего уровня (эффект Инглиса — Теллера). Значение  $n$  верхнего дискретного уровня определяется соотношением

$$\lg n \simeq \frac{23,3}{7,5} - \frac{\lg N_e}{7,5}, \quad (\text{IX.13})$$

где  $N_e$  [1/см<sup>3</sup>] — концентрация электронов плазмы.

Время перехода электронов из состояний непрерывного спектра в квазинепрерывный составляет  $\tau_0 \simeq 10^{-10} \div 10^{-11}$  сек. Время излучательного перехода на основной уровень имеет величину  $\tau_{\text{изл}} = 10^{-6} \div 10^{-7}$  сек.

Таким образом, время «стока» значительно превышает время заселения:

$$\tau_0 \ll \tau_{\text{изл}}, \quad (\text{IX.14})$$

что создает условия образования инверсной населенности релаксационного типа.

В качестве примера в [166] рассмотрена схема нагрева электронного газа электрическим полем со значительным отрывом электронной температуры от температуры частиц с последующим охлаждением электронного газа за счет соударений с примесными частицами, обладающими большой теплоемкостью.

#### 4. СВЧ ИЗЛУЧЕНИЕ ИОНИЗИРОВАННОГО ГАЗА ПРИ УДАРНОМ НАГРЕВЕ

4.1. При прохождении в газе ударных волн за фронтом волны возникает область нагретого газа с температурой от нескольких тысяч до десятков тысяч градусов в зависимости от природы газа, начального давления и скорости фронта ударной волны. Нагрев газа сопровождается релаксационными процессами заселения энергетических уровней атомов и молекул, а также процессами диссоциации и ионизации. В ряде случаев нагрев газа ударными волнами вызывает коллективные колебания частиц, возбуждаемых процессами дрейфа электронов и ионов из нагретой области (см. гл. XI).

При достаточно частых соударениях условия возбуждения коллективных колебаний не выполняются; при этом непрерывная и дискретная компоненты спектра СВЧ излучения ионизированного газа определяются соответственно степенью ионизации и населенностью энергетических уровней. При степени ионизации не более  $10^{-3}$ , когда процесс ионизации определяется электронно-атомными столкновениями, время установления ионизации определяется соотношением (IX.11). Величина времени установления ионизации достигает  $10-10^4$  мксек, т. е. на несколько порядков превышает время релаксации электронной температуры.

4.2. В процессе установления ионизации число электронов, участвующих в тормозном излучении, увеличивается, что вызывает рост интенсивности излучения. В общем случае величины электронной концентрации и радиояркости газовой температуры газа связаны сложной зависимостью [см. (VIII.66)]; для слабо отражающих слоев с малой величиной интегрального поглощения текущее значение радиояркости газовой температуры слоя может быть представлено в виде

$$T_{\text{я}} \simeq T_e (1 - e^{-\tau}) (1 - R), \quad (\text{IX.15})$$

где  $\tau = \gamma L$  — интегральное поглощение вдоль луча;  $R$  — коэффициент отражения.

При  $\frac{4\pi\sigma}{\omega} \ll \varepsilon$  имеем

$$\gamma \simeq \frac{4\pi\sigma}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad (\text{IX.16})$$

где

$$\sigma \text{ [мо/м]} = 2,8 \cdot 10^{-8} \frac{N_e v}{\omega^2 + v^2}.$$

При  $\omega > \omega_0 > v$ ,  $R \ll 1$  выражение (IX.15) записывается в виде

$$T_{\text{я}}(t) \doteq T_e \frac{N_e v}{\omega^2} \doteq T_e^{3/2} \frac{N_e(t) N}{\omega^2}. \quad (\text{IX.17})$$

Согласно (IX.17)

$$N_e(t) \doteq \frac{T_{\text{я}}(t) \omega^2}{T_e^{3/2} N}. \quad (\text{IX.18})$$

Линейный характер зависимости радиояркости от электронной концентрации реализуется в простейших случаях. В случаях, когда возрастание электронной концентрации приводит к заметному возрастанию отражательной способности слоя, интенсивность излучения в процессе установления ионизации может изменяться немонотонно.

4.3. Наблюдение излучения ударных волн в субмиллиметровом диапазоне было выполнено Т. Алленом, Мак-Уиртером и И. Спалдингом на установке с магнитным сжатием ударно-нагретого водорода [57, 163]. При длительности импульса излучения около 20 мксек с помощью спектрометра с приемным элементом на сурьмянистом индии было зарегистрировано излучение в интервале 100—250 мк. Определение электронной концентрации и электронной

температуры нагретого газа производилось по форме спектра интенсивности излучения плазмы по методике, аналогичной описанной в § 3 гл. VIII. Концентрация электронов в плазменных образованиях составляла около  $2 \cdot 10^{16} \frac{\text{эл}}{\text{см}^3}$ ; электронная температура достигала  $5 \cdot 10^4 \div 2 \cdot 10^5$  °К.

Наблюдения радиоизлучения ударно нагретого газа производились в воздухе и азоте за фронтом отраженной

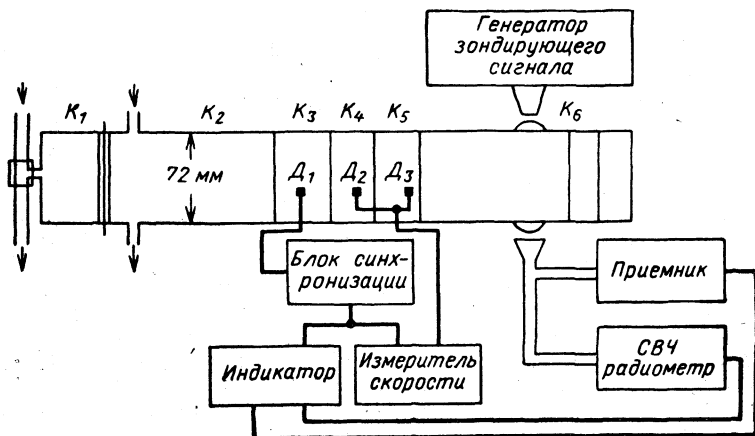


Рис. IX.2. Схема установки для измерения излучения плазмы в ударной трубе:

$K_1$  — камера высокого давления;  $K_2 \div K_5$  — секции камеры низкого давления;  $K_6$  — секция с радиопрозрачными стенками;  $D$  — пьезодатчики.

волны в ударной трубе и в аргоне за фронтом падающей и отраженной волн [161, 164].

Измерения интенсивности излучения производились с помощью супергетеродинного радиометра 8-мм диапазона в ударной трубе, описанной в [74, стр. 119] для диапазона чисел Маха  $M=4 \div 12$  (рис. IX.2).

При измерениях в азоте и в воздухе наблюдалась монотонная зависимость радиояркой температуры от скорости фронта ударной волны.

При измерениях в аргоне выявлен немонотонный характер зависимости радиояркой температуры от скорости фронта волны, связанный с возрастанием отражательной способности и соответствующим падением излучательной способности ионизированного аргона при значениях чисел Маха  $M > 5$  (рис. IX.3). Определенная по результатам

измерений температура электронного газа в условиях эксперимента оказалась близкой к температуре тяжелых частиц.

Осциллограмма интенсивности излучения в 8-мм диапазоне, характеризующая длительность установления ионизации,

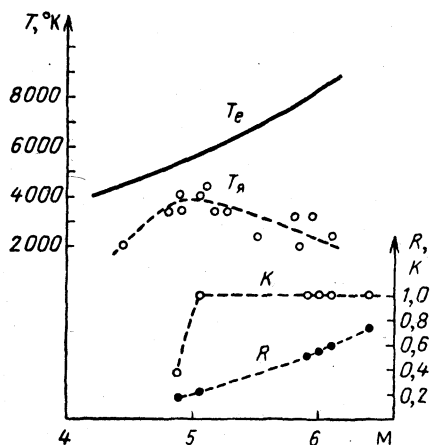


Рис. IX.3. Зависимость излучательной способности ударно нагретого аргона от скорости фронта ударной волны:

$T_я$ ,  $R$ ,  $K$  (коэффициент прохождения) — по эксперименту;  $T_e$  — по расчету.

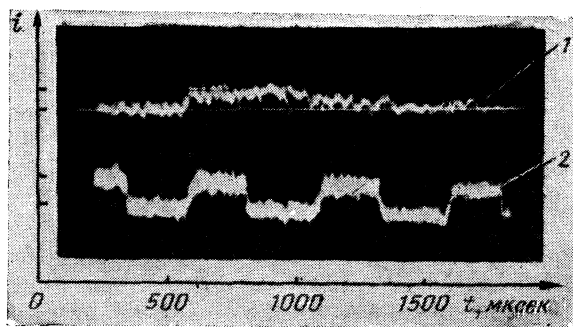


Рис. IX.4. Осциллограммы СВЧ излучения при ударном нагреве: 1 — излучение аргона; 2 — излучение эталонного источника.

зации, приведена на рис. IX.4. Измеренные значения времени релаксации оказались несколько ниже значений времени установления ионизации, полученных Печекон и Байроном [73].

## ГЛАВА X

### СЕЛЕКТИВНЫЕ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ

#### 1. ВОЗБУЖДЕНИЕ НЕРАВНОВЕСНОЙ НАСЕЛЕННОСТИ ДИСКРЕТНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ В ПЛАЗМЕ

1.1. Воздействие внешних активирующих факторов на частично ионизированную плазму приводит к появлению избыточной заселенности дискретных энергетических уровней элементарных осцилляторов (атомов и молекул), ответственных за селективное СВЧ излучение. К числу эффективно воздействующих активирующих факторов можно отнести электронные удары, резонансные соударения, оптическое возбуждение и реакции химических превращений. Детальное количественное описание процессов возбуждения при учете активирующих и деактивирующих факторов требует знания молекулярных констант и выполняется лишь в ограниченном числе случаев. Ниже будут рассмотрены некоторые особенности возбуждения избыточной заселенности дискретных уровней при электронных ударах и химических превращениях.

1.2. Рассмотрим особенности процессов возбуждения при электронных ударах.

Электронный удар является эффективным методом возбуждения благодаря сравнительно большой величине сечений возбуждения. Зависимость сечений возбуждения от скорости электрона  $\sigma_v^* = f(v)$  (функция возбуждения) имеет характерную форму (рис. X.1). При превышении порогового значения скорости зависимость имеет почти линейный характер до области максимального значения функции, достигаемого при величинах, в несколько раз превышающих пороговое значение.

При максвелловском и близком к нему распределении скоростей электронов достаточно удовлетворительной является аппроксимация сечения возбуждения линейно-ломаной функцией энергии электрона

$$\sigma_v^* \div v^2 - v_0^2 \quad \text{при} \quad v > v_0. \quad (X.1)$$

Более точной аппроксимацией является функция вида

$$\sigma_v^*(v) \doteq \frac{(v^2 - v_0^2)^{3/2}}{v_0 v^2}. \quad (\text{X.2})$$

При линейно-ломаной аппроксимации сечения возбуждения и максвелловском распределении скоростей для

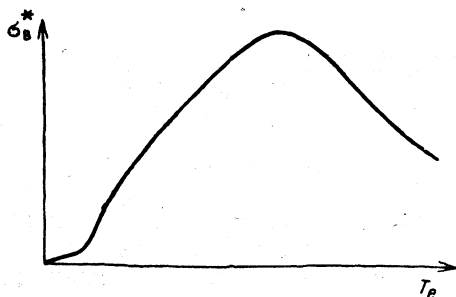


Рис. X.1. Зависимость сечения возбуждения от энергии электрона

оценки верхней границы постоянной скорости активации имеем

$$\alpha_a = \int_{v_0^*}^{\infty} \sigma_v^*(v) v f_e(v) dv = \bar{\sigma}_v^* \bar{v}_e^* \left( \frac{\mathcal{E}_0^*}{kT_e} + 2 \right) e^{-\frac{\mathcal{E}_0^*}{kT_e}}, \quad (\text{X.3})$$

где  $\bar{\sigma}_v^*$  — сечение возбуждения, соответствующее средней скорости электронов  $\bar{v}_e^*$ ;  $\mathcal{E}_0^*$  — пороговое значение энергии электронов.

При монокинетическом возбуждении

$$\alpha_a = \sigma_v^* \bar{v}_e^*. \quad (\text{X.4})$$

Выражения (X.3) и (X.4) характеризуют зависимость константы скорости возбуждения от электронной температуры.

В области электронных температур  $T_e < T_{e \text{ макс}}$  константа скорости возбуждения монотонно возрастает с ростом температуры, при дальнейшем увеличении электронной температуры ее рост прекращается.

Деактивация возбужденных уровней происходит за счет соударений с электронами и тяжелыми частицами, деактивации на стенках и при спонтанных излучательных переходах на нижние уровни. Суммарная скорость деактивации без учета ступенчатых переходов может быть



представлена в виде

$$\Psi_n = \beta_1 N_e N_n^* + \beta_2 N_n^* + \sum_{m < n} A_{nm} N_n^*, \quad (X.5)$$

где  $\beta_1$  — постоянная скорости дезактивации при соударениях с электронами (или тяжелыми частицами);  $\beta_2$  — постоянная скорости дезактивации при соударениях со стенками;  $A_{nm}$  — вероятности спонтанных переходов на нижние уровни.

В стационарном состоянии в условиях равенства суммарных скоростей активации и дезактивации можно записать

$$\alpha_a N_e N - \beta_1 N_e N_n^* - \beta_2 N_n^* - \sum_{m < n} A_{nm} N_n = 0. \quad (X.6)$$

Стационарная населенность возбужденного состояния согласно (X.6) определяется как

$$N_n^* = \frac{\alpha_a N_e N}{\beta_1 N_e + \beta_2 + \sum A_{nm}}. \quad (X.7)$$

При линейно-ломаной аппроксимации зависимости сечения возбуждения от энергии согласно (X.3) имеем

$$\alpha_a \simeq 2\bar{\sigma}_v^* \left( \frac{k}{m} T_e \right)^{1/2} e^{-\frac{\mathcal{E}_0^*}{kT_e}}. \quad (X.8)$$

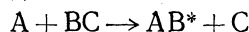
Согласно (X.7), (X.8) интенсивность излучения в области, где допустима линейно-ломаная аппроксимация, монотонно возрастает с увеличением энергии электронов возбуждающего пучка.

**1.3.** Наиболее распространенным способом электронного возбуждения является возбуждение при разряде на постоянном токе. Особенностью явления разряда на постоянном токе является зависимость электронной температуры от диаметра трубки и давления газа [см. (IX.9)]. Условие (IX.9) приводит к немонотонной зависимости числа возбужденных атомов от давления газа и диаметра трубки: увеличение диаметра трубки сопровождается ростом интенсивности излучения лишь в области малых значений диаметров; при превышении некоторого критического значения диаметра число возбужденных атомов падает.

Улучшение характеристик возбуждения может быть достигнуто возбуждением при ВЧ разряде, и в частности при циклотронном резонансе [178].

**1.4.** Важную роль в образовании возбужденных атомов и молекул в лабораторных и природных условиях играют

химические реакции. Энергия, освобождающаяся при экзотермических реакциях, может расходоваться на возбуждение колебательных и вращательных уровней, а также на увеличение температуры поступательного движения частиц. Схематическое изображение реакции с образованием возбужденных частиц может быть представлено в виде



или (X.9)

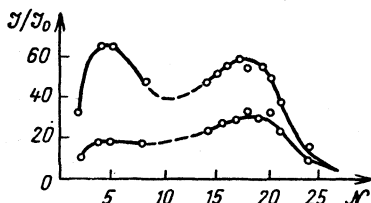
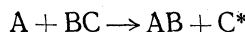


Рис. X.2. Зависимость интенсивности излучения возбужденного гидроксила от вращательного числа для переходов  $^2\Sigma \rightarrow ^2\Pi$  между одинаковыми номерами вращательных уровней в двух режимах.

Затягивание колебательных релаксационных процессов по сравнению с вращательными и поступательными релаксациями сопровождается превышением колебательной температуры над вращательной и поступательной

температурами и возникновением инверсной населенности на колебательных уровнях.

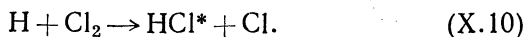
В качестве примеров химических реакций, вызывающих появление неравновесной населенности, могут быть приведены реакции диссоциации паров воды, реакции диссоциации трифторметана ( $CF_3J$ ), а также реакции образования соляной кислоты.

Экспериментальные данные о неравновесной населенности вращательных уровней молекулы гидроксила получены Бройда и Кане [169] при диссоциации паров воды с помощью высокочастотного разряда (рис. X.2). Первый экстремум интенсивности при малых вращательных уровнях на рис. X.2 соответствует условиям равновесной населенности; второй экстремум указывает на неравновесную населенность энергетических уровней гидроксила при высоких ( $N = 15 \div 20$ ) вращательных числах.

Наличие неравновесной населенности энергетических уровней гидроксила, возникающего в безэлектродном разряде, обнаружена также А. А. Ануфриевым, Л. В. Лесковым [170].

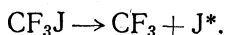
Излучение возбужденных молекул  $HCl$  наблюдалось Каспером и Пементилом [168] при взрывной реакции соединения водорода с атомами хлора, возникающими

при фотолизе:



Наблюдаемое импульсное излучение на волнах около 4 мк соответствовало переходам на колебательных уровнях.

Каспером [167] обнаружено излучение возбужденных атомов иода при диссоциации трифторметана:



## 2. СВЧ ИЗЛУЧЕНИЕ ПЛАЗМЫ С НЕРАВНОВЕСНОЙ НАСЕЛЕННОСТЬЮ

2.1. Наличие неравновесной населенности энергетических уровней вызывает селективное излучение с избыточной интенсивностью по сравнению с равновесным излучением.

Линии излучения в СВЧ диапазоне имеются в частично ионизированной плазме, содержащей водород, гелий, кислород, окиси азота, угарный газ, аммиак, пары воды, гидроксил, гидриды циана и другие компоненты.

Интенсивность излучения единицы объема при малой величине поглощения, когда можно пренебрегать реабсорбцией, определяется соотношением

$$\mathcal{I}_0 = hf_{nm}A_{nm}N_n^*, \quad (\text{X.11})$$

где  $N_n^*$  — объемная концентрация осцилляторов, находящихся в возбужденном состоянии.

Верхним пределом величины  $N_n^*$  является полная объемная концентрация частиц; нижним пределом — концентрация по условиям равновесной населенности. При электронном возбуждении величина  $N_n^*$  может быть определена с помощью (X.7).

Форма линии излучения без учета реабсорбции определяется уширением за счет соударений и за счет доплеровского размытия:

$$\mathcal{I}_0(f) = hf_{nm}A_{nm}N_n^* S(f - f_{nm}). \quad (\text{X.12})$$

Наличие инверсной населенности сопровождается увеличением доли вынужденного излучения с переходами на нижние уровни, в результате чего поглощение оказывается отрицательным. Погонный коэффициент усиления

(V.19) без учета скорости высвечивания имеет вид

$$\gamma(f) = B_{nm} \left( \frac{N_n}{g_n} - \frac{N_m}{g_m} \right) \frac{hf_{nm}}{c} S(f - f_{nm}). \quad (\text{X.13})$$

Максимальное значение погонного коэффициента усиления при доплеровском уширении согласно (V.19) и (V.12)

$$\gamma_{\text{макс}} \simeq \frac{A_{nm}\lambda^2}{4\pi\Delta f_{\text{д}}} \left( \frac{N_n}{g_n} - \frac{N_m}{g_m} \right). \quad (\text{X.14})$$

Высвечивание возбужденных уровней сопровождается эффектом насыщения количества возбужденных осцилляторов, и погонное усиление снижается. С учетом эффекта насыщения погонное усиление определяется в виде

$$\gamma_{\text{н}} = \frac{\gamma}{1 + \hat{s}\Pi}, \quad (\text{X.15})$$

где  $\Pi$  — поток мощности внешних колебаний;  $\hat{s}$  — параметр насыщения, определяемый как

$$\hat{s} = 1/\Pi_0, \quad (\text{X.16})$$

а  $\Pi_0$  — величина мощности внешних колебаний, при которой коэффициент усиления уменьшается вдвое.

С учетом реабсорбции интенсивность излучения слоя протяженностью  $L$  определяется в виде

$$\mathcal{I}_f = \int_0^L \mathcal{I}_0 e^{\gamma x} dx = \frac{\mathcal{I}_0(f)}{\gamma(f)} (e^{\tau_L(f)} - 1), \quad (\text{X.17})$$

где  $\tau_L = \gamma L$  — показатель интегрального усиления в слое.

Выражение (X.17) показывает зависимость формы линий излучения от интегрального усиления в слое.

При  $\tau_L \ll 1$  форма профиля линии излучения инверсной системы совпадает с профилем линии системы в равновесном состоянии.

При  $\tau_L \gg 1$  имеет место сужение линии, обостряющееся с возрастанием протяженности слоя.

При доплеровском размытии и колокольном характере частотной зависимости усиления величина сужения профиля на уровне  $1/e$  определяется из условия

$$\mathcal{I}_{f1} = \mathcal{I}_{f0} e^{-1}$$

или

$$\left[ \mathcal{I}_0 e^{-\left(\frac{\Delta f}{\Delta f_{\text{д}}}\right)^2} \right] e^{\tau_0} = \mathcal{I}_0 e^{\tau_0 - 1}, \quad (\text{X.18})$$

Преобразуя (X.18), можно получить

$$\Delta f \simeq \Delta f_d \frac{1}{V\tau_0}. \quad (\text{X.19})$$

Согласно (X.19) влияние неравновесности вызывает сжатие линии, пропорциональное корню из показателя усиления в среде. Из (X.19) следует, что при неравновесной населенности возникает также и деформация в характере распределения относительной интенсивности группы спектральных линий.

Изменение интенсивности излучения при распространении в плазме определяется с учетом эффектов поглощения и усиления энергии проходящей волны. Погонный коэффициент поглощения согласно (VIII.34) при  $4\pi\sigma/\omega \ll \epsilon$  может быть представлен выражением

$$\gamma \simeq 4\pi\sigma/\sqrt{\epsilon}. \quad (\text{X.20})$$

В зависимости от соотношения значений погонного поглощения по (X.20) и погонного усиления по (X.15) процесс распространения в плазме может сопровождаться ослаблением или нарастанием колебаний. Величина отрицательного селективного поглощения зависит от коэффициента инверсности  $\xi_{nm}$ , представляющего отношение разности населенности уровней в условиях неравновесной  $\Delta N_{nm}^*$  и равновесной  $\Delta N_{nm}$  населенностей:

$$\xi_{nm} = \frac{\Delta N_{nm}^*}{\Delta N_{nm}}. \quad (\text{X.21})$$

В неравновесных условиях  $\xi_{nm} < 1$ , при наличии инверсности  $\xi_{nm} < 0$ .

Согласно (X.13) и (X.21) коэффициент отрицательного селективного поглощения для выбранного перехода  $n \rightarrow m$  может быть представлен в виде произведения коэффициента поглощения в равновесных условиях на коэффициент инверсности:

$$\gamma = \gamma_p \xi_{nm}. \quad (\text{X.22})$$

Измерение коэффициента отрицательного поглощения  $\gamma$  и коэффициента инверсности  $\xi_{nm}$  может производиться как при наблюдениях прохождения колебаний с частотой  $f_{nm}$  от внешнего источника, так и при наблюдении спектра

собственного излучения плазмы. При измерении коэффициента инверсности путем регистрации собственного излучения оценка коэффициента отрицательного ослабления производится по величине отношения максимальной радиояростной температуры линии излучения к радиояростной температуре близко расположенных участков спектра (см., например, рис. X.3).

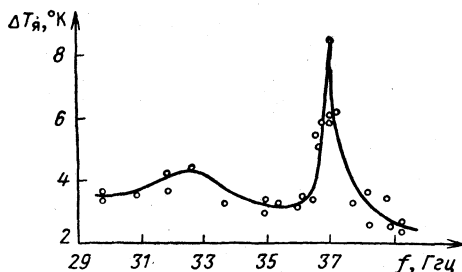


Рис. X.3. Спектр излучения пламени в диапазоне  $30 \div 40$  ГГц.

Другим способом оценки коэффициента отрицательного ослабления по картине спектра излучения является определение ширины линии излучения (см. гл. XI, § 3).

2.2. Селективное СВЧ излучение плазмы в пламенах наблюдалось в [171]. Измерения проводились в диапазоне  $30 \div 40$  ГГц при сгорании смесевых топлив, содержащих, например, метилгидрозин и четырехокись азота (диаметр пламени составлял 5 и 10 см) при атмосферном давлении и в условиях откачки в вакуумной камере. Для измерения использовался перестраиваемый радиометр с мазерным усилителем на входе. Радиометр с диапазоном перестройки мазера  $30-40$  ГГц имел двухканальный выход: широкополосный с полосой 50 МГц и узкополосный с полосой 10 МГц. Флюктуационная чувствительность радиометра составляла около  $0,2^\circ$  К. При измерениях в условиях атмосферного давления радиояростная температура в диапазоне перестройки оказалась неизменной.

При давлениях  $30 \div 5$  мм рт. ст. при сгорании смеси этилен — кислород спектр излучения имел селективный характер (рис. X.3). Максимум излучения на частоте около 37 ГГц соответствовал  $\Lambda$ -удвоению терма гидроксила OH при  $J = 11/2$  (см. табл. V.8). Измеренная интенсивность селективного излучения примерно на два порядка

превысила расчетные значения равновесного излучения, что позволило рассматривать результат как эффект неравновесного селективного излучения возбужденного гидроксила.

Эксперименты по созданию инверсной населенности и наблюдению вынужденных колебаний в субмиллиметровом диапазоне производились в плазме газового разряда, содержащего пары воды, водородные соединения циана

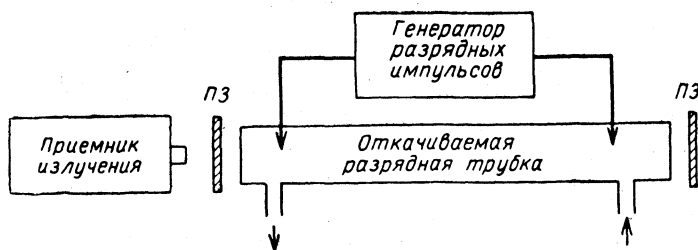


Рис. X.4. Схема установки для измерений вынужденного излучения паров воды в диапазоне 228 мк: ПЗ — полупрозрачные зеркала.

и другие соединения [172—177]. В экспериментах использовались помещенные в резонатор Фабри — Перо стеклянные трубки длиной несколько метров и диаметром порядка нескольких сантиметров (см. рис. X.4). При импульсном разряде в парах воды было зафиксировано вынужденное излучение на волнах 118 и 220 мк и др. [173, 177]; в гидриде циана — излучение на волне 337 мк и др.

Измерение интенсивности излучения производилось с помощью оптико-акустических приемников и приемников, основанных на явлении внутреннего фотоэффекта, описываемых в гл. XVI.

Наблюдаемая мощность излучения имела значения от нескольких единиц до десятков милливольт при импульсной мощности разряда порядка десятка киловатт. Ширина полосы линии излучения паров воды на волне 118 мк составляла около  $10^{-6}$ .

Проведенные эксперименты показали наличие релаксационного эффекта инверсной населенности в плазме паров воды и гидридов циана. Наряду с релаксационным СВЧ излучением на отдельных переходах обнаружено непрерывное вынужденное СВЧ излучение.

## ГЛАВА XI

### НЕРАВНОВЕСНЫЕ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ КОЛЛЕКТИВНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ ПЛАЗМЫ

#### 1. СВОЙСТВА КОЛЛЕКТИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАЗМЫ КАК ИСТОЧНИКА НЕРАВНОВЕСНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

1.1. В плазме с частицами, имеющими помимо теплового движения регулярную составляющую (т. е. при немаксвелловском распределении скоростей частиц), возникают условия возбуждения коллективных колебаний. Коллективные колебания электронов плазмы вызывают в дополнение к тормозному и магнитно-тормозному излучениям СВЧ излучение неравновесного характера, обладающее свойствами частичной когерентности.

Спектр и интенсивность излучений коллективных колебаний зависит от характера колебаний плазмы, от влияния граничных условий, внешних магнитных полей и т. д.

При отсутствии внешних магнитных полей в неограниченной плазме могут раздельно возникать продольные (электростатические) и поперечные (электромагнитные) высокочастотные колебания.

В магнитно-активной плазме возникающие колебания имеют, как правило, сложную структуру, и разделение продольных и поперечных колебаний возможно лишь в частных случаях, например, в случае прямых волн, распространяющихся вдоль или перпендикулярно направлению внешнего магнитного поля. При распространении под углом к магнитному полю (косые волны) разделение продольных и поперечных колебаний не имеет места.

1.2. Характерным примером системы с возбуждением коллективных колебаний является плазма, пронизываемая пучком заряженных частиц, имеющих среднее значение скорости, превышающее значение тепловой скорости частиц плазмы. Взаимодействие пучка частиц с плазмой вызы-



вает коллективные плазменные колебания за счет преобразования энергии поступательного движения пучка.

Основными эффектами, ответственными за возбуждение колебаний, являются эффект Вавилова — Черенкова и эффект циклотронного излучения с доплеровским смещением по спектру.

Черенковское излучение возникает в условиях, когда скорость движения электрона превышает фазовую скорость распространения колебаний в среде. Спектр колебаний при черенковском возбуждении может быть определен из условия резонансного взаимодействия, при котором возникает интенсивный обмен энергией между движущимся зарядом и распространяющейся волной. В случае изотропной плазмы сила взаимодействия волны и заряда может быть представлена в виде

$$\vec{F} = e \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_0 \vec{B}] \right\}, \quad (\text{XI.1})$$

где

$$\vec{B} = \frac{c}{\omega} [\vec{k} \vec{E}].$$

Преобразуя (XI.1), имеем

$$\vec{F} = e \left[ \vec{E} \left( 1 - \frac{\vec{k} \vec{v}_0}{\omega} \right) + \frac{\vec{k} (\vec{v}_0 \vec{E})}{\omega} \right]. \quad (\text{XI.2})$$

Резонансное взаимодействие между волной и частицей имеет место при условии, если величина  $F$  сохраняет в пространстве постоянное значение, что приводит к требованию постоянства фазы волны в системе координат, связанной с движущимся зарядом. При равномерном прямолинейном движении радиус-вектор заряда

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t. \quad (\text{XI.3})$$

Фаза волны

$$\Phi = \vec{k} \vec{r} - \omega t = \vec{k} \vec{r}_0 + (\vec{k} \vec{v}_0 - \omega) t. \quad (\text{XI.4})$$

Условие постоянства фазы  $\Phi = \text{const}$  достигается при  $\vec{k} \vec{v}_0 - \omega = 0$ , т. е. когда проекция скорости движения заряда на волновой вектор  $\vec{k}$  совпадает с фазовой скоростью волны:

$$\omega = k v_0 \cos(\widehat{\vec{k} \vec{v}_0}). \quad (\text{XI.5})$$

Уравнение (XI.5) определяет частоту черенковских колебаний в изотропной плазме при возбуждении движущимся зарядом.

В случае магнитно-активной плазмы при внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси  $Z$ , компоненты скорости движения заряда могут быть представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_{10} \cos(\omega_H t + \varphi_0), \\ v_y &= v_{10} \sin(\omega_H t + \varphi_0), \\ v_z &= v_{z0}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.6})$$

где  $\omega_H = \frac{eB_0}{mc}$  — электронно-циклотронная частота;  $\varphi_0$  — начальная фаза колебаний.

Пусть волна распространяется вдоль плоскости  $xz$  (волновой вектор имеет компоненты  $\vec{k} = \{k_x, 0, k_z\}$ ). В этом случае фаза волны в движущейся системе координат

$$\begin{aligned} \Phi &= \vec{k} \vec{r} - \omega t = \vec{k} \vec{r}_0 - (\omega - k_z v_z) t + \\ &+ \frac{k_x v_{\perp}}{\omega_H} [\sin(\omega_H t + \varphi_0) - \sin \varphi_0]. \end{aligned} \quad (\text{XI.7})$$

Используя разложение экспоненциальной гармонической функции

$$e^{jy \sin x} = \sum_{n=0}^{\infty} J_n(y) e^{jnx}, \quad (\text{XI.8})$$

можно получить

$$\begin{aligned} e^{j(\vec{k} \vec{r} - \omega t)} &= e^{j\vec{k} \vec{r}_0} \sum_{n=0}^{\infty} J_n\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_H}\right) \times \\ &\times e^{jn\varphi_0 - j\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_H} \sin \varphi_0 - j(\omega - n\omega_H - k_z v_z)t}, \end{aligned} \quad (\text{XI.9})$$

где  $k_{\perp}$ ,  $v_{\perp}$  — проекции волнового вектора и вектора скорости на плоскость  $xOy$ .

Фаза волны сохраняет постоянное значение в движущейся с зарядом системе координат при условии, что

$$\omega - n\omega_H - k_z v_{z0} = 0. \quad (\text{XI.10})$$

Согласно (X.10) спектр колебаний

$$\omega = \frac{n\omega_H}{1 - \frac{v_z \cos(\vec{k}\vec{H}_0)}{v_\phi}}, \quad (\text{XI.11})$$

где  $v_\phi$  — фазовая скорость распространения колебаний.

Спектр колебаний, возникающих в неізотропной плазме, содержит гармоники циклотронных частот, смещенные на доплеровские сдвиги, и частоту, удовлетворяющую условиям (XI.5) при  $n = 0$ <sup>1)</sup>.

1.3. Электромагнитные колебания, излучаемые плазмой в окружающее пространство, при возбуждении продольных и поперечных волн имеют различную природу в связи с особенностями преобразования поля внутри и на границах области плазмы.

Плазменные волны, содержащие поперечную компоненту поляризации, могут вызывать в окружающем пространстве электромагнитные колебания за счет прямого выхода энергии из плазмы в линейном приближении и за счет эффектов комбинационного рассеяния, возникающих при нелинейных взаимодействиях.

Продольные плазменные волны вызывают в окружающем пространстве электромагнитные колебания за счет нелинейных эффектов и эффектов рассеяния на внутренних неоднородностях плазмы, сопровождаемых появлением колебаний поля поперечной поляризации на основной и комбинационных частотах. В качестве примеров неоднородностей, вызывающих рассеяние и преобразование плазменных волн, можно указать: области плазмы, концентрация частиц в которых отличается от средней концентрации плазмы; границы слоев неоднородной плазмы; области с изменяющимися значениями диэлектрической проницаемости; области, занятые волнами высокой интенсивности, и др. Эффективность энергетической трансформации продольных колебаний плазмы в поперечные электромагнитные волны зависит от величины градиента диэлектрической проницаемости, соотношения размеров области неоднородности с длиной волны и других факторов.

При рассеянии на естественных неоднородностях плазмы флюктуационного происхождения на основной частоте

<sup>1)</sup> Учет дисперсионной зависимости  $v_\phi = v_\phi(\omega)$  приводит к дополнительной коррекции формы спектра возникающих колебаний.

коэффициент энергетической эффективности трансформации, как показано в [10], может быть представлен в виде

$$Q = \frac{4\pi e^4 N L_p}{3m^2 c^3 v_T}, \quad (\text{XI.12})$$

где  $N$  — концентрация частиц;  $L_p$  — характерный размер области рассеяния;  $v_T$  — тепловая скорость электронов.

Оценочные значения коэффициента трансформации на естественных неоднородностях составляют  $Q \simeq 10^{-4} \div 10^{-5}$  [10].

Нелинейная трансформация плазменных колебаний в поперечные электромагнитные волны возникает в условиях, когда интенсивность плазменных колебаний на два-три порядка превышает интенсивность тепловых.

Эффективность преобразования при распадных процессах может оказаться значительно выше эффективности трансформации при релеевском рассеянии на неоднородностях плазмы [29, 31, 75].

1.4. Возникновение и распространение колебаний в линейном приближении описывается дисперсионными соотношениями, связывающими величину и направление волнового вектора с частотой колебаний. Дисперсионные зависимости определяются совместным решением кинетических уравнений плазмы и уравнений электродинамики.

В условиях, когда силы теплового давления малы по сравнению с электромагнитными силами и можно пренебрегать потерями при соударениях, используется гидродинамическое приближение, и кинетические уравнения заменяются уравнениями магнитной гидродинамики.

Рассмотрим некоторые примеры дисперсионных уравнений.

а) Уравнение распространения плоских электромагнитных волн в неограниченной плазме имеет вид

$$k^2 \vec{E} - \vec{k} (\vec{k} \vec{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} + j \frac{4\pi\omega}{c^2} \vec{I}. \quad (\text{XI.13})$$

Вектор тока  $\vec{I}$  в плазме выражается через вектор электрического поля в принятом приближении с помощью магнито-гидродинамических уравнений [35]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}_m}{\partial t} &\doteq \frac{1}{\rho_{пл} c} [\vec{I} \vec{H}_0], \\ \frac{\partial \vec{I}}{\partial t} &= \frac{N_e e^2}{m} \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_m \vec{H}_0] - \frac{e}{mc} [\vec{I} \vec{H}_0] \right), \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.14})$$

где  $\vec{v}_m = \frac{mN_e \vec{v}_e + m_i N_i \vec{v}_i}{mN_e + m_i N_i}$  — вектор «массовой скорости»;  $\rho_{пл} = mN_e + m_i N_i$  — плотность заряженных частиц в плазме;  $m_i$ ,  $N_i$  — масса и концентрация ионов.

Исключая из (XI.13) с помощью (XI.14) вектор  $\vec{I}$ , можно получить дисперсионное уравнение.

При отсутствии внешнего магнитного поля имеем

$$\vec{I} = j \frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} \vec{E}, \quad (\text{XI.15})$$

$$k^2 \vec{E} - \vec{k} (\vec{k} \vec{E}) = \left( \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_0^2}{c^2} \right) \vec{E}. \quad (\text{XI.16})$$

Для продольных волн, т. е. при  $\vec{k} \parallel \vec{E}$ , имеем  $\vec{k} (\vec{k} \vec{E}) = k^2 \vec{E}$  и согласно (XI.16)

$$\omega^2 = \omega_0^2. \quad (\text{XI.17})$$

Для поперечных волн, т. е. при  $\vec{k} \perp \vec{E}$ , имеем  $\vec{k} (\vec{k} \vec{E}) = 0$  и согласно (XI.16)

$$k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_0^2. \quad (\text{XI.18})$$

При наличии внешнего магнитного поля для волн, поляризованных вдоль поля и распространяющихся перпендикулярно магнитному полю, дисперсионное уравнение совпадает с (XI.18).

б) Дисперсионное уравнение для колебаний в неограниченной изотропной плазме, содержащей несколько сортов частиц при наличии направленных пучков, согласно [29] имеет вид

$$k^2 = \sum \frac{\omega_i^2}{\left( \frac{\omega}{k} - v_i \right)^2 - v_{Ti}^2}, \quad (\text{XI.19})$$

где  $v_i$  — скорость  $i$ -го пучка;  $\omega_i$  — частоты плазменных колебаний частиц  $i$ -го сорта;

$$\omega_i^2 = \frac{4\pi N_i e^2}{m_i};$$

$v_{Ti}$  — скорости тепловых движений частиц  $i$ -го сорта;

$$v_{Ti}^2 = \frac{2kT_i}{m_i}.$$

в) В случае ограниченной плазмы форма дисперсионных уравнений изменяется с учетом граничных условий. Примеры дисперсионных уравнений для случаев ограни-

ченной плазмы в продольном магнитном поле приводятся в § 3 настоящей главы.

Критерии неустойчивости решений дисперсионных уравнений получены Стерроком [181].

Полагая решение в виде волновой функции  $e^{-j\omega t - jkx}$ , для комплексных значений  $\omega$  и  $k$  необходимое условие нарастания колебаний можно получить в виде  $\text{Im } \omega > 0$  для некоторых значений  $k$ . Это условие, однако, недостаточно, так как требуется анализ поведения волнового пакета при  $t \rightarrow \infty$ .

Согласно [181] следует различать абсолютную неустойчивость, характеризуемую условием нарастания возмущений в фиксированной точке пространства при  $t \rightarrow \infty$  и конвективную неустойчивость, характеризуемую нарастанием возмущений при  $x \rightarrow \infty$ .

Абсолютная неустойчивость имеет место, когда некоторым вещественным значениям  $k$  соответствуют комплексные значения  $\omega$  и всем вещественным значениям  $\omega$  — вещественные значения  $k$ .

Конвективная неустойчивость возникает в условиях, когда некоторым вещественным значениям  $k$  соответствуют комплексные значения  $\omega$  и некоторым вещественным значениям  $\omega$  — комплексные значения  $k$ . Распространение возмущений в этом случае может сопровождаться свободным прохождением, ослаблением или усилением колебаний.

Подробный анализ условий распространения при различных видах функции  $\omega = f(k)$  выполнен в [24].

1.5. Интенсивность плазменных колебаний, возникающих за счет воздействия пучка частиц, оценивается с помощью квазилинейного приближения, учитывающего снижение инкремента при развитии колебаний. Развитие колебаний в плазме вследствие энергетических обменов частиц и колебаний сопровождается диффузией отображающих точек в пространстве скоростей и падением средней скорости пучка.

В квазилинейном приближении рост интенсивности колебаний ограничивается образованием «плато» на функции распределения скоростей частиц (где  $df/dv = 0$ ).

Процесс формирования плато может быть представлен как результат двух конкурирующих эффектов — размытия и сдвига выброса на функции распределения за счет паде-

ния скорости пучка и образования провала в части плато, соответствующей медленным частицам пучка вследствие преобладающего торможения этих частиц [182].

Интенсивность колебаний может быть определена из условия баланса времени  $t_3$  затухания плазменных волн, вызванного кулоновскими соударениями, и величины эффективного инкремента  $t_H$ , определенного с учетом времени образования и распада плато [182]:

$$t_3 = t_H, \quad (XI.20)$$

где  $t_H = t_0 \frac{t_s}{t_{пл}}$ ;  $t_0$  — инкремент нарастания колебаний;  $t_s$  — время распада плато за счет соударения;  $t_{пл}$  — время образования плато за счет диффузии в пространстве скоростей.

Согласно [182] стационарные значения радиояркостной температуры излучения, вызываемого квазиогерентными колебаниями в системе плазма — пучок, определяются в следующем виде:

При отсутствии магнитного поля радиояркость поля продольных колебаний, рассеянного на естественных флуктуациях плотности,

$$T_H \approx 10^{-3} \frac{T^2 v_s N_s}{N_e}, \quad (XI.21)$$

где  $v_s$  — скорость пучка, см/сек;  $N_s$  — плотность частиц пучка, см<sup>-3</sup>;  $N_e$  — концентрация электронов в плазме, см<sup>-3</sup>.

При достаточно сильном магнитном поле, когда циклотронная частота значительно превышает частоту электронных плазменных колебаний, радиояркость

$$T_H \approx 3 \cdot 10^7 \frac{N_s H_0^2 T^{5/2}}{N_e^{5/2}}. \quad (XI.22)$$

Выражение (XI.22) позволяет оценить интенсивность селективного излучения вблизи циклотронной частоты с учетом (XI.12). Значение величин, входящих в (XI.21), (XI.22), следует принимать в единицах системы CGS.

## 2. ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ ПРИ ОТСУТСТВИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

2.1. В однородной плазме при отсутствии магнитного поля (изотропная плазма) возможно возникновение независимых продольных и поперечных колебаний.

Дисперсионная зависимость для поперечных колебаний согласно (XI.18) может быть представлена уравнением

$$\omega^2 = \omega_0^2 + c^2 k^2, \quad (XI.23)$$

где  $k = \frac{\omega}{v_\phi}$ .

Коэффициент преломления согласно (XI.23) имеет вид

$$n = \frac{c}{v_{\Phi}} = \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}. \quad (\text{XI.24})$$

Как следует из (XI.24), коэффициент преломления, а следовательно, и волновое число являются действительными числами в области частот выше плазменной

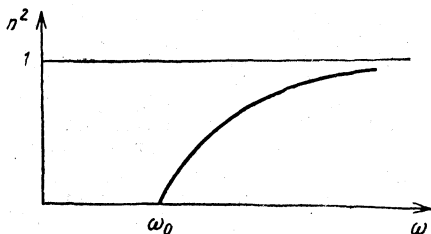


Рис. XI.1. Дисперсионная зависимость в изотропной неограниченной плазме.

(рис. XI.1). Поскольку во всей области действительных значений  $n < 1$ , фазовая скорость распространения поперечных волн превышает скорость света.

Дисперсионная зависимость для продольных колебаний с учетом тепловых движений электронов записывается в виде

$$\omega^2 = \omega_0^2 + v_T^2 k^2, \quad (\text{XI.25})$$

$$v_{\Phi} = v_T \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{v_T}{\sqrt{\epsilon}}. \quad (\text{XI.26})$$

Согласно (XI.26) фазовая скорость обращается в бесконечность при  $\omega = \omega_0$  и стремится к величине скорости теплового движения при  $\omega \gg \omega_0$ .

2.2. Рассмотрим возбуждение колебаний в неограниченной изотропной плазме.

Поскольку фазовая скорость поперечных электромагнитных колебаний в неограниченной изотропной плазме, как видно из (XI.24), превышает световую скорость, черенковское возбуждение поперечных колебаний в этом случае невозможно.



С другой стороны, фазовая скорость продольных колебаний  $v_\phi = v_T / \sqrt{\epsilon}$  ограничена, и, следовательно, при достаточно большой скорости пучка продольные колебания могут возбуждаться.

Полагая пучок электронов моноэнергетическим, согласно (XI.19) запишем дисперсионное уравнение в виде

$$\frac{\omega_0^2}{\omega^2 - k^2 v_T^2} + \frac{\omega_{п0}^2}{(\omega - k v_s)^2} = 1, \quad (\text{XI.27})$$

где  $\omega_0$  — плазменная частота среды;  $\omega_{п0}$  — плазменная частота пучка;  $v_T$  — тепловая скорость электронов плазмы;  $v_s$  — скорость пучка.

Уравнение (XI.27) имеет комплексные корни  $\omega = \omega(k)$  в случае, если  $v_s > v_T$ . Инкремент нарастания колебаний зависит от соотношения электронных концентраций  $N_e$  в плазме и  $N_{пе}$  в пучке [183]:

$$\text{Im}(\omega) \simeq \omega_0 \left( \frac{N_{пе}}{N_e} \right)^{1/3}. \quad (\text{XI.28})$$

При  $\frac{N_{пе}}{N_e} > 10^{-3}$  время развития неустойчивости оценивается соотношением

$$t_n \simeq \frac{2\pi}{\omega_0} \left( \frac{N_e}{N_{пе}} \right)^{1/3}. \quad (\text{XI.29})$$

Согласно оценке (XI.29) время нарастания колебаний на полтора-два порядка превышает период колебаний высокой частоты.

**2.3. Возможность существования медленных электромагнитных волн в ограниченной плазме** создает условия для черенковского возбуждения поперечных колебаний при  $v_s < c$ . Например, на рис. XI.2 приведены характерные дисперсионные зависимости для волновых процессов в плазменном цилиндре, ограниченном проводящей цилиндрической поверхностью, при условии, когда внешний радиус значительно превышает радиус плазменного цилиндра [188]. Параметром семейства является отношение радиуса цилиндра  $a$  к длине волны  $\lambda_0$  электромагнитных колебаний в свободном пространстве с частотой, равной плазменной. Замедление увеличивается с уменьшением параметра  $\xi = 2\pi a / \lambda_0$ . Например, при  $\xi = 1$  скорость распространения составляет не более 30 % от скорости света. При возрастании параметра  $\xi$  фазовая скорость прибли-

жается к скорости света, и распространение приобретает поверхностный характер.

2.4. Результаты экспериментальных исследований СВЧ излучений при взаимодействии пучка с плазмой в отсутствие магнитного поля приведены в [183—186].

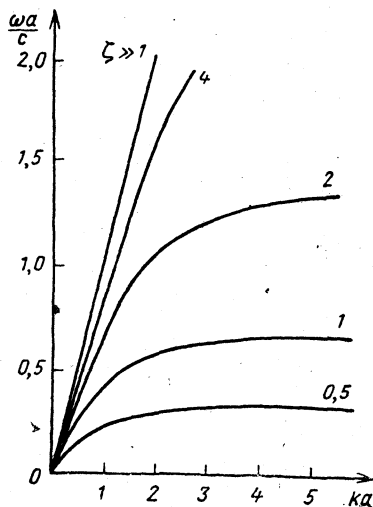


Рис. XI.2. Дисперсионная зависимость для плазменного цилиндра с радиусом  $a$  при отсутствии магнитного поля [188].

В 1957—1959 гг. А. Б. Файнбергом, И. Ф. Харченко и др. [185] обнаружено возбуждение продольных колебаний плазмы при прохождении немодулированного пучка электронов.

Р. А. Демирхановым и др. [186] также зафиксировано возбуждение продольных колебаний.

Усиление колебаний за счет взаимодействия пучка с плазмой наблюдались Филдом [187], а также В. Я. Кисловым, Э. В. Богдановым, З. С. Черновым [199].

### 3. СВЧ ИЗЛУЧЕНИЕ МАГНИТНО-АКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

Анизотропные свойства магнитно-активной плазмы проявляются в виде зависимости дисперсионных показателей от угла  $\Theta$  между направлением распространения волны

(направление волнового вектора) и направлением внешнего магнитного поля. Из-за громоздкости аналитических выражений [см. (VIII. 86)] [24] для характерных случаев удобно рассмотреть типовые зависимости в графической форме.

Изображение типовой дисперсионной зависимости для низкотемпературной плазмы, содержащей ионы одного

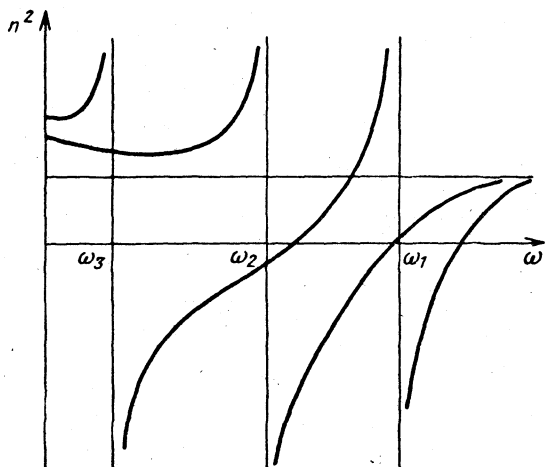


Рис. XI.3. Дисперсионные зависимости для неограниченной магнитно-активной плазмы.

типа, при  $0 < \Theta < \frac{\pi}{2}$  может быть представлено [24] в виде графика частотной функции показателя преломления, состоящего из пяти ветвей (рис. XI.3).

Значения частот аномальной дисперсии  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ , при которых показатель преломления неограниченно возрастает в зависимости от угла  $\Theta$ , приведены на рис. XI.4. Как видно из графиков рис. XI.4, частоты аномальной дисперсии  $\omega_1$  и  $\omega_2$  лежат в пределах

$$\left. \begin{aligned} \max(\omega_0, \omega_H) &\leq \omega_1 \leq \sqrt{\omega_0^2 + \omega_H^2}, \\ \omega_k &< \omega_2 < \min(\omega_0, \omega_H), \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.30})$$

$$\text{где } \omega_k = \sqrt{\frac{\omega_H^2 + \omega_{iH}^2}{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_H}\right)^2}}.$$

При произвольном направлении распространения (случай косых волн) колебания могут содержать одновременно продольную и поперечную компоненты электрического поля. Характерной особенностью дисперсионной зависимости косых волн магнитно-активной плазмы является двузначность, т. е. возможность существования для каждого направления двух волн, распространяющихся с различной скоростью. В интервале частот между  $\omega_1$  и  $\omega_2$  имеется область высокочастотных медленных волн, в которой

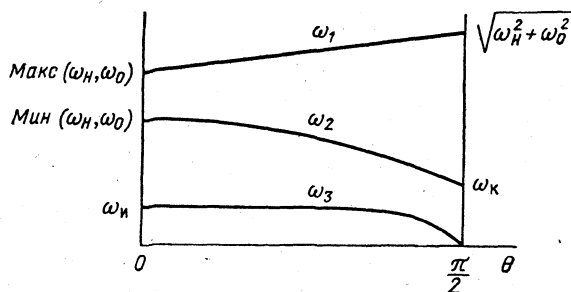


Рис. XI.4. Зависимость «резонансных» частот от угла между направлениями магнитного поля и волнового вектора.

величина показателя преломления  $n > 1$ . В области медленных высокочастотных волн возможно черенковское возбуждение высокочастотных колебаний. Колебания, распространяющиеся вдоль магнитного поля, могут быть разделены на продольные и поперечные волны. Показатель преломления продольных колебаний, распространяющихся в направлении магнитного поля, не зависит от величины напряженности магнитного поля и определяется соотношением (XI.26).

Не зависит от величины магнитного поля и показатель преломления поперечных колебаний, распространяющихся в плоскости, ортогональной направлению поля, при ориентации вектора  $\vec{E}$  вдоль магнитного поля.

Поперечные колебания, распространяющиеся вдоль магнитного поля, состоят из двух волн с круговой поляризацией прямого и обратного вращения, имеющих различные скорости распространения и называемых обыкновенными и необыкновенными волнами.

3.2. В магнитно-активной плазме колебания возбуждаются за счет явлений черенковского и магнитно-тормозного излучения.

Спектр наиболее интенсивных колебаний, возбуждаемых в неограниченной плазме электронным пучком со скоростью  $v_s$ , определяется из условия (XI.11) резонансного взаимодействия пучка и волн с учетом релятивистской поправки:

$$\omega_l = \frac{l\omega_H \sqrt{1-(v_s/c)^2}}{1 - \frac{v_{||}}{v_\phi} \cos(\vec{k}\vec{H}_0)}, \quad (\text{XI.31})$$

где  $v_{||}$  — проекция скорости пучка на направление магнитного поля;

$$l = \begin{cases} 0, 1, 2, \dots, n, \dots \\ -1, -2, \dots, -n, \dots \end{cases}$$

Случай  $l=0$  соответствует черенковскому возбуждению.

Из условия  $1 - \frac{v_{||}}{v_\phi} \cos(\vec{k}\vec{H}_0) = 0$  получаем

$$\omega_l = kv_{||} \cos(\vec{k}\vec{H}_0). \quad (\text{XI.32})$$

Случаи  $l \neq 0$  соответствуют магнитно-тормозному возбуждению.

При  $l > 0$  можно записать, что  $\frac{v_{||}}{v_\phi} \cos(\vec{k}\vec{H}_0) < 1$ .

Частоты  $\omega_l$  отличаются от гармоник гирочастот на величину доплеровской поправки и поправки, учитывающей дисперсионную зависимость  $v_\phi = v_\phi(\omega)$ . Проекция скорости пучка на направление магнитного поля не превышает фазовой скорости, т. е.

$$v_{||} < v_\phi, \quad (\text{XI.33})$$

что соответствует нормальному эффекту Доплера.

Согласно (XI.33) для возбуждения колебаний требуется начальная энергия поперечного движения электронов пучка относительно магнитного поля.

Возбуждение возможно также при  $l < 0$ , тогда

$$\frac{v_{||}}{v_\phi} \cos(\vec{k}\vec{H}_0) > 1. \quad (\text{XI.34})$$

При выполнении неравенства (XI.34) величина скорости пучка превышает фазовую скорость, что соответствует аномальному эффекту Допплера. Особенностью возбуждения при аномальном эффекте Допплера является увеличение энергии поперечных колебаний электронов пучка при излучении. В этом случае возможно возбуждение магнитно-тормозного излучения при отсутствии начальной поперечной энергии у электронов пучка.

**3.3.** Дисперсионное уравнение системы неограниченной плазмы, пронизываемой монокинетическим пучком, согласно [10] имеет вид

$$c^2 k^2 - \omega^2 n^2 - \omega_0^2 \frac{\omega - kv_{||}}{\omega - kv_{||} \pm \omega_H} + \omega_0^2 \frac{v_{\perp}}{2c} \frac{c^2 k^2 - \omega^2}{(\omega - kv_{||} \pm \omega_H)^2} = 0, \quad (\text{XI.35})$$

где  $n = c/v_{\phi}$ .

Уравнение (XI.35) является уравнением 4-й степени. Для случая, когда  $\omega_0 \ll \omega_H$ , путем введения переменной  $\delta = \omega - \omega_*$  (где  $\omega_* \rightarrow 0$  при  $\omega_0 \rightarrow 0$ ) получено приближенное выражение [10]

$$\delta \approx \omega_0^2 \omega_* \frac{1 - \frac{v_{||}}{c} n(\omega_*) - \left(\frac{v_{\perp}}{c}\right)^2}{\frac{d(\omega_*^2 n^2)}{d\omega_*}}.$$

Неустойчивые состояния в плазме возникают при условии

$$1 - \frac{v_{||}}{c} n(\omega_*) < \left(\frac{v_{\perp}}{c}\right)^2. \quad (\text{XI.36})$$

При  $\frac{v_{\perp}}{c} = 0$  условие (XI.36) соответствует возбуждению при аномальном эффекте Допплера.

При  $\frac{v_{\perp}}{c} > 0$  условие (XI.36) характеризует возбуждение при нормальном эффекте Допплера и записывается как

$$0 \leq 1 - \frac{v_{||}}{c} n(\omega_*) < \left(\frac{v_{\perp}}{c}\right)^2. \quad (\text{XI.37})$$

**3.4.** Дисперсионные зависимости для неизотропной плазмы ограниченных размеров за счет влияния граничных условий отличаются от зависимостей, выведенных для неограниченной плазмы.

Для случая плазменного цилиндра в продольном магнитном поле дисперсионное соотношение в квазистатическом приближении, справедливом для медленных волн,

имеет вид [187]

$$ka = \pm p_{nv} \left[ \frac{\omega (\omega^2 - \omega_H^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_H^2) (\omega^2 - \omega_0^2)} \right]^{1/2}, \quad (\text{XI.38})$$

где  $a$  — радиус столба плазмы;  $k = 2\pi/\lambda_\phi$  — постоянная распространения;  $p_{nv}$  — корни бесселевых функций.

В интервале частот, где  $\frac{d\omega}{dk} > 0$ , возможно распространение прямых волн; в интервалах, где  $\frac{d\omega}{dk} < 0$ , могут возникать обратные волны (рис. XI.5).

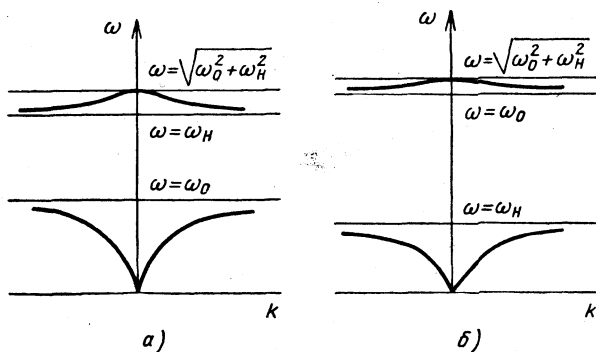


Рис. XI.5. Дисперсионные зависимости для цилиндрической магнитно-активной плазмы:

а)  $\omega_H > \omega_0$ ; б)  $\omega_H < \omega_0$ .

В областях медленных волн возможно длительное взаимодействие электронного пучка с волнами, что используется в устройствах генерации и усиления СВЧ колебаний [187].

Характер процессов возбуждения плазменных колебаний электронным пучком в цилиндрической системе, находящейся в продольном магнитном поле, может быть пояснен с помощью дисперсионного уравнения, полученного М. Ф. Горбатенко [213]:

$$1 - \frac{1}{u^2 - x^2} + \frac{\epsilon_n}{u^2 - (y - x)^2} + N'y^2 \left[ 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{\epsilon_n}{(y - x)^2} \right] = 0, \quad (\text{XI.39})$$

где

$$\epsilon_n = \left( \frac{\omega_{p0}}{\omega_0} \right)^2; \quad u^2 = \left( \frac{\omega_H}{\omega_0} \right)^2; \quad y = \frac{kv_s}{\omega_0};$$

$$N = \frac{a^2 \omega_0^2}{p_{nv} v_s}; \quad x = \frac{\omega}{\omega_0};$$

$a_{\text{п}}$  — радиус пучка;  $a$  — радиус столба плазмы, полагаем  $a_{\text{п}} = a$ ;  $\omega_{\text{по}}$  — плазменная частота пучка электронов;  $p_{nv}$  — корни бес-  
селевых функций;  $v_s$  — скорость пучка,

Как легко проверить, при снижении тока пучка до нулевого значения, т. е. при  $v_{\text{п}} = 0$ , уравнение (XI.39) переходит в (XI.38). Пример анализа системы плазма — пучок с помощью уравнения (XI.39) приведен ниже [190].

### 3.5. Экспериментальные исследования СВЧ излучений за счет коллективных колебаний, возбуждаемых элек-

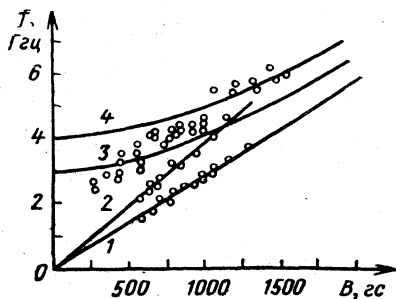


Рис. XI.6. Экспериментальные и расчетные зависимости спектра возбуждаемых колебаний от величины магнитного поля:

1 — расчетные значения  $f_H = eH/2\pi mc$ ; 2 — расчетные значения  $f = \sqrt{f_0^2 + f_H^2}$  при  $N = 1011$  1/см<sup>3</sup>; 3 — расчетные значения  $f = \sqrt{2} f_H$ ; 4 — расчетные значения  $f = \sqrt{f_0^2 + f_H^2}$  при  $N = 2 \cdot 1011$  1/см<sup>3</sup>; ○ — экспериментальные значения.

тронным пучком в магнитно-активной плазме, начаты Я. Б. Файнбергом, И. Ф. Харченко, А. К. Березиным и их сотрудниками в 1959—1960 гг.

Экспериментальные зависимости спектра излучения от величины напряженности магнитного поля при продольном возбуждении [185] представлены на рис. XI.6.

Как следует из рис. XI.6, значения частот возбуждаемых колебаний близки к значениям гибридных частот, т. е.  $f = \sqrt{f_0^2 + f_H^2}$  с учетом возможного разброса плазменных частот, имевшего место при проведении эксперимента.

Результаты подробной экспериментальной проверки характера колебаний, возникающих в ограниченной системе плазма — пучок в продольном магнитном поле, приведены в [190].

Дисперсионная диаграмма, соответствующая условиям эксперимента [190], приведена на рис. XI.7. Диаграмма



рис. XI.7 показывает, что возможно возбуждение колебаний на прямой волне в области плазменной частоты за счет эффекта Черенкова (область 1) и аномального эффекта Допплера (область 3), а также возбуждение колебаний на обратной волне в области электронной циклотронной частоты за счет эффекта Черенкова (область 2) и аномального эффекта Допплера (область 4). Наблюдаемые при

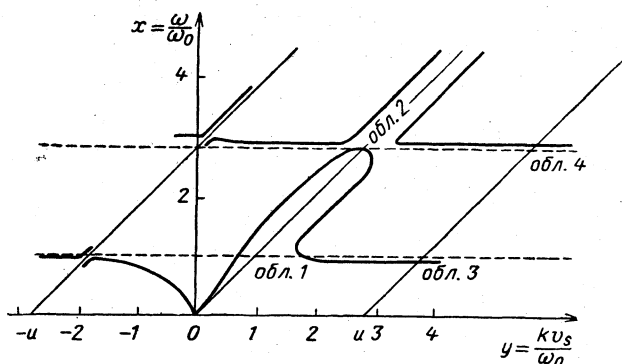


Рис. XI.7. Дисперсионная зависимость для цилиндрической магнитно-активной плазмы, пронизываемой аксиальным электронным пучком.

экспериментах значения спектра соответствовали области 1, где инкремент нарастания колебаний имеет наибольшую величину.

Эксперименты с наблюдением неравновесных СВЧ излучений на установках токового нагрева плазмы проводились Бернштейном и др. [192], Элиссом и др. [193], П. Н. Блиновым и Л. П. Закаловым [196], В. А. Супруненко, Я. Б. Файнбергом и др. [197], С. Д. Фанченко, Д. Д. Ивановым, Б. А. Демидовым [194, 195] и др.

Экспериментально обнаружено неравновесное СВЧ излучение в режимах увеличения тока «убегающих» электронов, т. е. электронов, имеющих большие скорости, когда энергия, приобретаемая электроном на длине свободного пробега, становится соизмеримой с тепловой энергией и превышает потери на соударения. Интенсивность тока «убегающих» электронов зависит от параметра  $\gamma$ , определяемого отношением действующего значения напряженности поля  $E$  к критической напряженности поля  $E_{кр}$ .

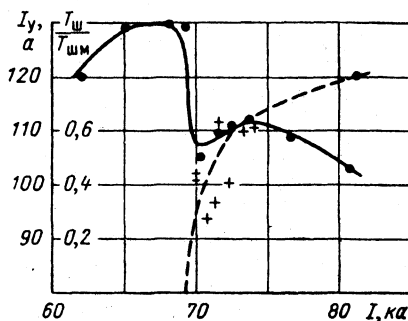
Для критической напряженности поля известна оценка [75]

$$E_{кр} \simeq \frac{e}{\Lambda^2}, \quad (XI.40)$$

где  $\Lambda = \frac{v_T}{\omega_0}$  — дебаевский радиус экранирования.

При значении параметра  $\gamma$  порядка единицы и более ток убегающих электронов приобретает заметную величину.

При регистрации СВЧ излучения возрастающей интенсивности обнаружено явление немоного возрастания



**Рис. XI.8.** Экспериментальные зависимости тока «убегающих» электронов и интенсивности СВЧ излучения плазмы от общего тока плазмы в продольном магнитном поле [209]:

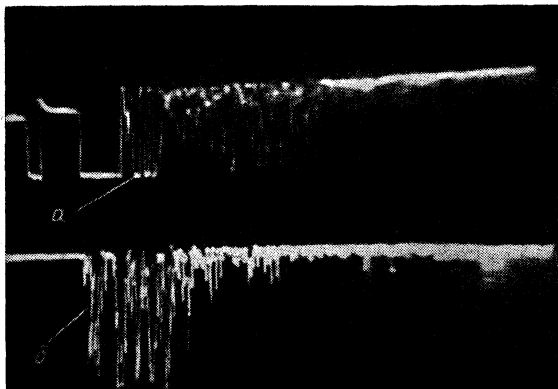
— ток убегающих электронов; — — — интенсивность СВЧ излучения (в относительных единицах).

тока убегающих электронов, возникающее за счет расхода энергии тока убегающих электронов на возбуждение колебаний (рис. XI.8). Возрастание тока убегающих электронов определялось по измерениям рентгеновского излучения и с помощью цилиндра Фарадея [209].

Экспериментальные исследования условий генерации СВЧ колебаний системы плазма — пучок в продольном магнитном поле приведены в работах В. Я. Кислова и Э. В. Богданова [47, 200, 201].

Н. А. Гороховым и Г. Г. Савельевым-Долговым в диапазоне 30—40 Гц наблюдалось спорадическое неравновесное излучение квазистационарной плазмы на установке типа «Токомак» при напряженностях поля, меньших критической [202].

Одновременные измерения интенсивности излучения неравновесной плазмы на нескольких частотах, расположенных в пределах и вне пределов области медленных волн, позволяют выявить процессы, ответственные за срыв генерации в схеме пучковой неустойчивости. К. П. Кирдяшевым и Ю. Г. Яременко наблюдались СВЧ излучения



**Рис. XI.9.** Осциллограммы излучения плазмы при возбуждении коллективных колебаний:

*а)* излучение на частоте  $10^3$  Мгц; *б)* излучение на частоте  $10^4$  Мгц.

при возбуждении плазмы электронным пучком на частотах  $10^3$  и  $10^4$  Мгц. Длительность импульса СВЧ излучения при этом оказалась меньше длительности импульса тока пучка.

Спорадические импульсы излучения на указанных частотах наблюдались с относительным сдвигом во времени (рис. XI.9). Полученная последовательность появления импульсов излучения на двух частотах связана с увеличением степени ионизации во время генерации мощных колебаний.

**3.6.** Специфические особенности процессов излучения, не получившие до настоящего времени полного модельного объяснения, наблюдаются в неизотропной плазме с немаксвелловским распределением скоростей электронов в диапазоне, охватывающем несколько гармоник циклотронных частот. В экспериментах Ландауэра [218], а впоследствии О. С. Павличенко, Л. А. Душиным, Ю. К. Кузнецовым и И. Ю. Адамовым [219] на установке с осциллирующими

электронами при изменении продольного магнитного поля получено излучение, имеющее селективный неравновесный характер. Показано, что «зубья» спектра связаны с частотами целых и полуцелых гирогармоник.

Ч. Уортоном<sup>1)</sup>, С. Дженсенom и Ф. Скоттом [221] при измерениях излучения плазмы с желобковой неустойчивостью на частотах около 10 и 35 Ггц при импульсном

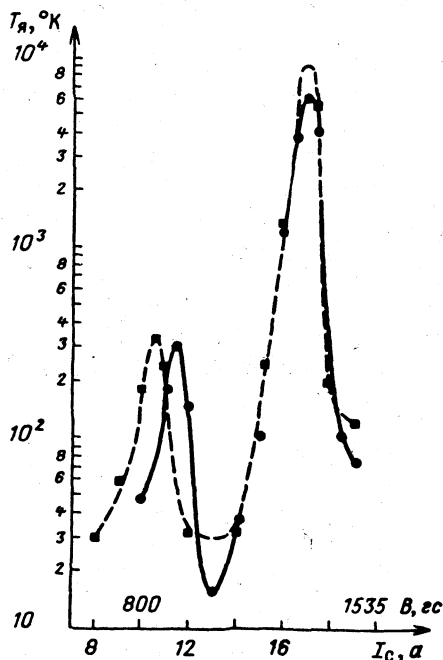


Рис. XI.10. Зависимость интенсивности излучения от величины магнитного поля:

—  $r = 5,5 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.; — —  $r = 6 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.

изменении продольного магнитного поля отмечено интенсивное излучение гирогармоник до 19-го номера и дополнительное спорадическое излучение.

Интенсивность излучения плазмы, возникающей при плазменно-пучковом разряде, измерялась на установке,

<sup>1)</sup> В русской транскрипции фамилия Wharton С. В. переводится также Вартон С. Б. (см. [63]).

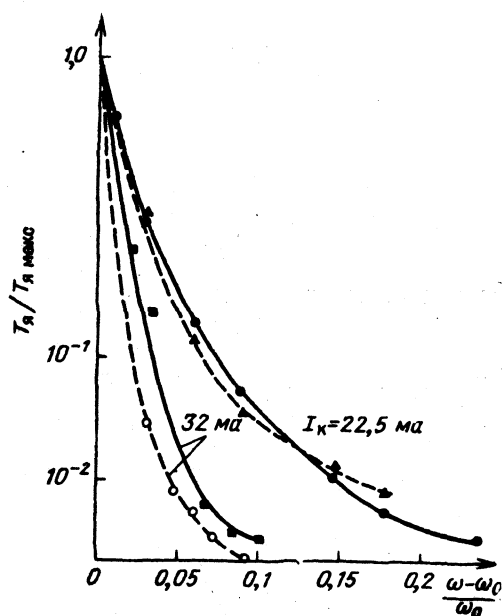


Рис. XI.11. Форма линии излучения 2-й гирогармоники (по оси ординат использован квадратично-экспоненциальный масштаб, соответствующий форме линии за счет доплеровского разброса):

—  $p=5,5 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.; — — —  $p=6 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.

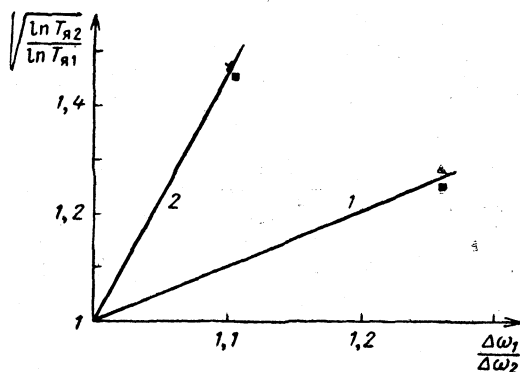


Рис. XI.12. Зависимость ширины линии гирогармоник от логарифма их интенсивности:

1 — гистограмма для 2-й гармоники; 2 — гистограмма для 3-й гармоники.

описанной в [201]. При переменном продольном магнитном поле обнаружено интенсивное селективное излучение на частоте около  $10^4$  МГц при значениях магнитного поля, соответствующих областям 2-й и 3-й и более высоких giroгармоник (рис. XI.10). Центры линий излучений оказались смещенными относительно значений магнитного поля, соответствующих giroгармоникам [222].

Форма линии излучения giroгармоник (рис. XI.11) отличалась от колокольной и имела пик вблизи центра линии.

Ширина пика изменялась при изменении режима установки. Диаграмма рис. XI.12 свидетельствует об уменьшении ширины линии с возрастанием интенсивности, что согласуется с механизмом уменьшения ширины линии в усиливающей среде [см. (XI.19)].

#### 4. ВОЗБУЖДЕНИЕ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ИОННЫМ ПУЧКОМ

4.1. Система плазма — ионный пучок имеет особенности, связанные с условиями взаимодействия ионного потока с квазинейтральной средой.

Рассмотрим случай свободной плазмы.

При скоростях ионного потока, сравнимых с тепловой скоростью ионов плазмы, можно ожидать возбуждения колебаний на частотах, близких к ионной плазменной частоте.

При скоростях ионного потока, сравнимых с тепловой скоростью электронов плазмы, возникают условия для возбуждения электростатических колебаний на частотах, близких к электронной плазменной частоте.

Дисперсионное уравнение системы согласно (XI.19) может быть представлено в виде

$$\frac{\omega_{и}^2}{\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 - v_{ти}^2} + \frac{\omega_{пи}^2}{\left(\frac{\omega}{k} v_s\right)^2 - v_{тпи}^2} + \frac{\omega_0^2}{\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 - v_t^2} = k^2, \quad (XI.41)$$

где  $\omega_{и}$  и  $\omega_{пи}$  — ионные плазменные частоты основной плазмы и пучка;  $v_{ти}$  и  $v_{тпи}$  — эффективные значения тепловой скорости ионов плазмы и пучка;  $v_t$  — эффективное значение тепловой скорости электронов.

Условия устойчивости системы, соответствующие требованию, при котором корни уравнения (XI.41) имеют действительные значения, получены в [29] для  $v_{ти} < v_s < v_t$ .

Преобразование условий устойчивости [29] показывает, что возбуждение колебаний возможно при

$$v_{ти} < v_s < v_{ти} \left[ 1 + \left( \frac{\omega_{пи}}{\omega_{и}} \right)^{2/3} \right]^{3/2}. \quad (XI.42)$$

Устойчивость системы при нарушении (XI.42) может быть объяснена значительным отрывом скорости пучка от тепловой скорости ионов. При дальнейшем увеличении скорости пучка возникают условия, при которых скорость пучка превышает тепловую скорость электронов, и при  $v_s > v_{т}$  могут возбуждаться продольные колебания на электронно-плазменной частоте.

Как показано в [206], моноэнергетические ионные пучки могут возбуждать электронные колебания и при скорости пучка, меньшей тепловой скорости электронов <sup>1)</sup>.

4.2. Экспериментальные исследования возбуждения колебаний при взаимодействии ионных пучков с плазмой приведены в работах М. Д. Габовича и др. [204, 205], при проведении которых были получены зависимости энергии колебаний от скорости пучка, подтверждающие условия устойчивости (XI.42).

Наблюдаемый спектр находился в области ионных плазменных частот.

Изменения значений частот колебаний в первом приближении описываются линейной зависимостью от скорости.

Экспериментально исследовалось влияние низкочастотных неустойчивостей плазмы на характер СВЧ излучений [211]. Низкочастотные неустойчивости возбуждались в не-изотропной плазме тлеющего разряда при значениях продольного магнитного поля, превышающих критические расчетные значения. Возбуждение низкочастотных колебаний плазмы сопровождалось увеличением интенсивности и расширением линий гирогармоник циклотронного СВЧ излучения.

## 5. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ПЛАЗМЕ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЛЕКТИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ

5.1. Показатели процессов переноса и связанные с ними характеристики взаимодействия плазмы с внешним элек-

<sup>1)</sup> В силу различия исходных допущений условия устойчивости, полученные в [29 и 206], непротиворечивы и дополняют друг друга.

ромагнитным полем в равновесной плазме определяются частотой соударений частиц.

Так, в изотропной плазме коэффициент амбиполярной диффузии  $D_{\perp}$  и проводимость  $\sigma$  определяются соотношениями

$$\left. \begin{aligned} D_{\perp} &= \frac{1}{3} l_0^2 \nu, \\ \sigma &= \frac{N_e e^2}{m} \cdot \frac{1}{\nu}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.43})$$

где  $\nu = N_e \sigma_3 \bar{v}$  — частота соударений в плазме с концентрацией  $N_e$  для частиц со скоростью  $\bar{v}$  при сечении соударений  $\sigma_3$ ;  $l_0$  — длина свободного пробега.

В неизотропной плазме проводимость приобретает тензорный характер. В направлении  $z$  вдоль магнитного поля проводимость определяется с помощью (XI.43), а в направлениях, ортогональных магнитному полю, сказывается эффект Холла:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz} &= \sigma, \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma}{1 + \left(\frac{\omega_H}{\nu}\right)^2}, \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} = \frac{\left(\frac{\omega_H}{\nu}\right) \sigma}{1 + \left(\frac{\omega_H}{\nu}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.44})$$

Коэффициент диффузии в неизотропной плазме в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, определяется соотношением

$$D_{\perp} = 2\nu r_H^2, \quad (\text{XI.45})$$

где  $r_H = \frac{m v c}{H e}$  — ларморовский радиус.

5.2. Развитие коллективных колебаний и связанных с ними стохастических процессов приводит к турбулентным движениям плазмы и сопровождается интенсивным взаимодействием электронного газа с плазменными волнами. Стохастические поля вызывают флуктуации плотности плазмы и интенсивные диффузионные потоки, приводящие к явлениям «аномальной» диффузии и проводимости.

Установление связей в закономерностях процессов переноса СВЧ радиации в неравновесной плазме и явлений аномального переноса частиц представляется весьма интересной задачей. При описании процессов аномального



переноса в турбулентной плазме используются соотношения, связывающие показатели переноса с величинами флуктуаций плотности и эффективной частоты соударений.

Модельные представления о влиянии флуктуаций плотности турбулентной плазмы на дрейфовую проводимость развиты в работах Е. П. Велихова [214]. Согласно [208] соотношение для дрейфовой проводимости в направлении, перпендикулярном магнитному полю, с учетом флуктуаций плотности при  $\omega_H/\nu > 1$  может быть представлено в виде суммы равновесной и неравновесной составляющих:

$$\sigma_{\perp} = -\frac{1}{4} \pi \left( \frac{\bar{N}_e}{B} \right) \left( \frac{\delta \bar{N}_e}{\bar{N}_e} \right)^2 - \frac{\nu}{\omega_H} \left( \frac{\bar{N}_e}{B} \right). \quad (\text{XI.46})$$

В равновесных условиях при  $\left( \frac{\delta \bar{N}_e}{\bar{N}_e} \right)^2 \ll \frac{\nu}{\omega_H}$  величина проводимости обратно пропорциональна квадрату напряженности магнитного поля.

При развитой турбулентности  $\left( \frac{\delta \bar{N}_e}{\bar{N}_e} \right)^2 \gg \frac{\nu}{\omega_H}$  величина проводимости меняется обратно пропорционально первой степени напряженности магнитного поля.

**5.3. Взаимодействие плазменных волн с электронным газом** может быть описано с помощью эффективной частоты соударений. Эффективная частота соударений  $\nu_{\text{ЭК}}$  при развитых коллективных колебаниях может на несколько порядков превышать частоту соударений за счет парных взаимодействий частиц. В рамках линейной теории возбуждения коллективных колебаний эффективная частота соударений оценивается величиной инкремента нарастания, обратной времени нарастания колебаний.

По оценкам, приведенным в [209], по соотношениям О. Бунемана [215], В. Д. Шапиро [207], описывающим развитие пучковой неустойчивости,

$$\nu_{\text{ЭК}} \sim 10^{-2} f_0, \quad (\text{XI.47})$$

где  $f_0$  — частота собственных колебаний плазмы.

По измеренным величинам длительности когерентных пакетов колебаний плазмы значения эффективной частоты соударений [216]

$$\nu_{\text{ЭК}} \simeq 10^{-1} f_0. \quad (\text{XI.48})$$

Согласно оценке Л. И. Рудакова для горячей плазмы

$$\frac{\nu_{\text{ЭК}}}{\nu} \simeq N_e \Lambda^3. \quad (\text{XI.49})$$

Эффект возрастания частоты соударений сопровождается увеличением коэффициента диффузии (явление аномальной диффузии), снижением проводимости по постоянному току, а также увеличением потерь при прохождении сигналов СВЧ колебаний.

Согласно [208] коэффициент диффузии при наличии коллективных колебаний определяется соотношением

$$D_{\text{и}} \simeq 2 \cdot 10^4 \frac{T_e [\text{эВ}]}{H [\text{кэ}]} \simeq \frac{1}{3} \hat{\alpha} v_{\text{H}} l_0, \quad (\text{XI.50})$$

где  $l_0$  — средняя длина пробега;  $v_{\text{H}}$  — ларморовский радиус;  $\alpha = 1/16$  — числовой коэффициент.

В отличие от случая, описываемого уравнением (XI.45), коллективные колебания вызывают зависимость коэффициента диффузии, обратно пропорциональную первой степени величины магнитного поля.

Оценки величин аномальной проводимости могут быть получены при подстановке в (XI.46) значений эффективных частот соударений в условиях развитых коллективных колебаний.

**5.4. Экспериментальная проверка характера зависимости проводимости от величины магнитного поля в неравновесной плазме** производилась Йошикава [208]. В измерениях использовалась газоразрядная установка с продольным магнитным полем. При достаточно большой величине магнитного поля измеренные значения поперечного сопротивления  $\Delta U_{\perp} / \Delta I_{\perp} = f(B)$  в соответствии с (XI.46) хорошо аппроксимировались линейной зависимостью.

В. А. Супруненко, Е. А. Сухомлиным и Н. И. Рева наблюдалось изменение проводимости плазмы при развитии коллективных взаимодействий в прямолинейном разряде, стабилизированном магнитным полем [209, 210]. При воздействии достаточно сильного электрического поля имело место падение тока «убегающих» электронов и возрастание интенсивности микроволнового излучения. Указанное явление объясняется возникновением коллективных колебаний и коллективных взаимодействий тока убегающих электронов с плазмой. Одновременно с наблюдением микроволновых излучений определялось сопротивление разряда путем измерения общего тока разряда и напряжения между электродами (рис. XI.13).

Экспериментальные данные величин проводимости плазмы использовались для оценки эффективной частоты

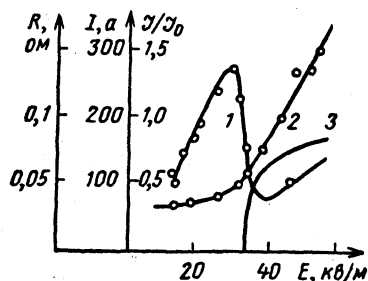


Рис. XI.13. Экспериментальная зависимость величины сопротивления плазмы и интенсивности СВЧ излучения от напряженности поля плазмы в условиях развития коллективных колебаний [210]: 1 — ток убегающих электронов; 2 — сопротивление плазмы; 3 — интенсивность СВЧ излучения плазмы.

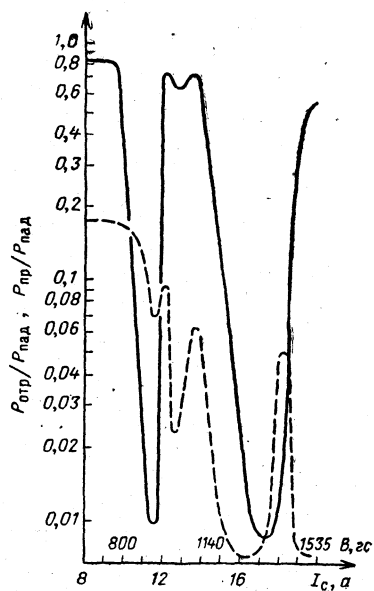


Рис. XI.14. Экспериментальные характеристики аномального циклотронного поглощения в плазменно-пучковом разряде при  $p = 5,5 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст;  $I_K = 22,5$  ма:

— — — показатель прозрачности; — — — показатель отражения.

соударений  $\nu_{\text{и}}$ , соответствующей результатам измерений, т. е.

$$\nu_{\text{и}} = 1,95 \frac{N_e e^2}{m \sigma}. \quad (\text{XI.51})$$

Эффективные значения частот соударений, определенные с помощью (XI.51), удовлетворительно совпадают с расчетными оценками частот соударений, полученными с помощью (XI.49).

5.5. Эффекты аномальных низких значений проводимости  $\sigma$  в условиях развития коллективных колебаний проявляются в виде аномального ослабления сигнала при СВЧ просвечивании плазмы.

Б. В. Галактионовым, К. А. Долматовой и М. М. Ларионовым [217] проводились измерения низкочастотной проводимости на установке «Альфа», показавшие аномально низкие значения проводимости.

В эксперименте А. И. Кислякова, М. М. Ларионова и В. В. Рождественского измерялись ослабления сигналов 4- и 8-мм диапазонов и спектр рассеянного излучения в турбулентной плазме [212]. С помощью контрольных измерений добротности разрядной камеры была оценена эффективная частота электронных соударений, обусловленная коллективными взаимодействиями. Величина эффективной

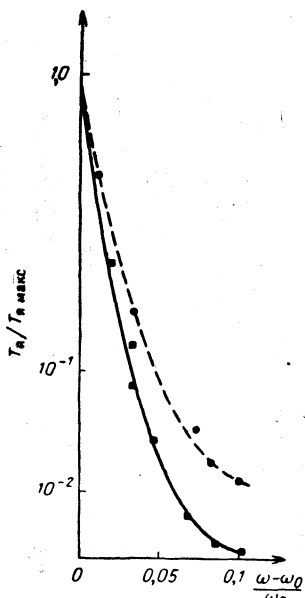


Рис. XI.15. Нормированные профили:

— — — линии излучения;  
— — — линии поглощения.

частоты соударений оказалась на порядок больше частоты кулоновских соударений. Размытие спектра принимаемого сигнала позволило авторам интерпретировать наблюдаемый аномальный результат как эффект рассеяния на флуктуациях плотности турбулентной плазмы. Измеренные величины ослаблений при давлении в камере порядка  $10^{-3}$  мм рт. ст. и значениях концентрации, вдвое меньших критической, достигали 20 дБ/м, что более чем на порядок превышает расчетные значения ослабления, полученные с помощью (VIII.27) с учетом влияния потерь из-за коллективных соударений.

При наблюдениях радиопрозрачности плазмы с немаксвелловским распределением скоростей электронов в областях вблизи гирогармоник обнаруживается аномальное ослабление зондирующего сигнала. Явление аномального селективного поглощения отмечено в экспериментах Ч. Уортона и др. [221].

В экспериментах, описанных в [222], радиопросвечивание производилось на частоте около  $10^4$  МГц на установке плазменно-пучкового разряда (где концентрация плазмы не превышала  $N_e \sim 10^{11}$  1 эл/см<sup>3</sup>) при изменении продольного магнитного поля. Экспериментальные характеристики радиопрозрачности и показателя отражения приведены на рис. XI.14.

Измеренные значения селективного ослабления на два-три порядка превысили расчетные значения, полученные по соотношениям равновесного циклотронного поглощения и тормозного поглощения с учетом потерь, обусловленных коллективными соударениями.

Для сравнения профили линий селективного ослабления и излучения приведены на рис. XI.15.

Приведенные экспериментальные данные количественно характеризуют возможные аномальные ослабления зондирующих сигналов в турбулентной плазме.

## **ЧАСТЬ IV**

# **ПРИЕМ ШУМОПОДОБНЫХ СИГНАЛОВ И ВЫДЕЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ**

## ГЛАВА XII

### СИГНАЛЫ И ПОМЕХИ ПРИ РАДИОМЕТРИЧЕСКОМ ПРИЕМЕ

#### 1. ВИДЫ ИНФОРМАЦИИ ПРИ РАДИОМЕТРИЧЕСКОМ ПРИЕМЕ

1.1. Измерения интенсивности, спектра, пространственного распределения источников и характера поляризации наблюдаемых СВЧ излучений позволяют получить разнообразную информацию о свойствах излучающих источников и особенностей сред, в которых происходит перенос излучения.

Использование результатов наблюдений тепловых и плазменных СВЧ излучений может быть проиллюстрировано следующими примерами:

- Определение температуры равновесных источников излучения по измерениям интенсивности СВЧ излучения (в частности, электронной температуры равновесной плазмы).

- Определение показателей поглощательной способности и оценка параметров среды при одновременных измерениях интенсивности СВЧ излучения в нескольких точках спектра. (Так, например, концентрация электронов и частота соударения плазменной среды могут оцениваться по форме спектра СВЧ излучения плазмы; содержание аэрозольных примесей в газах может определяться при наблюдении спектров излучения газовых сред).

- Определение состава излучающих компонент, температуры и плотности среды по измерениям селективных СВЧ излучений.

- Оценка значений диэлектрической проницаемости излучающей среды и степени шероховатости ее поверхности по данным поляризационных характеристик СВЧ излучений.

- Выявление источников активации среды и оценки отрицательного ослабления при наблюдениях неравновесных СВЧ излучений.

— Оценка времени релаксации в источнике при наблюдениях неустановившихся излучений.

Выделение полезной информации о свойствах источника излучения (или параметров среды, участвующей в переносе излучения) осуществляется, как правило, в два этапа.

На первом этапе производится первичная обработка, включающая обнаружение источников излучения, разрешение источников в поле зрения и оценку параметров потока излучения.

На втором этапе результаты оценки параметров потока излучения используются для определения свойств источника излучения (например, для определения интегрального содержания элементарных излучателей, интенсивности взаимодействия излучателей с окружающей средой, распределения температуры в среде и т. д.).

Определение свойств источника излучения по результатам измерения параметров потока излучения выполняется с помощью решения так называемой обратной задачи. При решении обратных задач в ряде случаев оказывается затруднительным получение однозначного решения, что приводит к математически некорректным постановкам, когда малые погрешности исходных данных вызывают существенные отклонения в определенных параметрах источника. В силу указанных обстоятельств решение обратной задачи в каждом отдельном случае может потребовать использования условий, ограничивающих возможный класс решений, и проведения оценок точности и надежности полученных решений.

Из-за разнообразия возможных ситуаций и возникающих при этом специфических трудностей единая методика решения обратных задач в настоящее время еще не получила достаточно полного развития, и в конкретных случаях привлекаются дополнительные функциональные зависимости и модельные представления (как, например, при анализе моделей планетных атмосфер по данным измерений СВЧ спектра радиояркости [10, 79]).

Некоторые примеры, характеризующие особенности приближенных решений обратной задачи, приведены в гл. VII—IX.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением примеров, связанных с первым этапом обработки радиометрической информации.



Ценность получаемой информации существенно зависит от качества воспроизведения радиоярких и поляризационных характеристик источников излучения, в том числе от детальности пространственного (углового) разрешения источников, точности измерения радиояркого рельефа. Причинами искажений радиояркого рельефа источника при наблюдении могут являться: влияние среды, где происходит перенос излучения, помехи от излучения фона дискретных источников; апертурные искажения, связанные с несовершенством антенной оптической системы, и искажения при прохождении сигналов в приемном тракте.

Ниже рассмотрим источники искажений апертурного типа и влияние помех. Принципы построения устройств наилучшего приема и селекции флюктуационных сигналов иллюстрируются примерами реализации схем радиометрических приемников.

## 2. МОДЕЛИ СИГНАЛОВ

2.1. Совокупность источников излучения, находящихся в поле зрения наблюдателя, может быть разделена на элементы, размеры которых определяются свойствами оптической (антенной) системы радиотелескопа. Наблюдаемые сигналы описываются в простых случаях с помощью одномерных и двумерных функций номеров элементов, а в сложных случаях при одновременном учете нескольких кадров — с помощью многомерных функций. Характеристиками сигналов в каждом элементе поля зрения являются интенсивность, коэффициент поляризации и форма спектра.

2.2. Для аналитического представления шумовых сигналов могут быть использованы дискретная и непрерывная формы. При непрерывном представлении сигнал отображается точкой в бесконечномерном пространстве. Использование непрерывной формы представления связано с аппаратом функционального анализа и приводит к сравнительно громоздким аналитическим операциям. При использовании дискретных представлений сигналы с ограниченным спектром отображаются точкой в пространстве с конечным числом измерений. Замена непрерывного представления дискретным позволяет в некоторой мере избежать трудностей, связанных с применением аппарата функционального анализа.

Дискретное представление временного процесса может быть получено с помощью ряда В. А. Котельникова (или аналогичных рядов). В соответствии с теоремой В. А. Котельникова функция  $u(t)$  в интервале  $(0, T)$ , имеющая спектр, ограниченный полосой  $\Delta f$ , может быть приближенно представлена в виде

$$u(t) \simeq \sum_{k=1}^n u_k \frac{\sin \pi (2\Delta f t - k)}{\pi (2\Delta f t - k)}, \quad (\text{XII.1})$$

где  $u_k$  — мгновенные значения  $u(t)$  в моменты

$$t_k \simeq 1/2\Delta f;$$

$$n = 2\Delta f T.$$

Согласно (XII.1) функция  $u(t)$  характеризуется совокупностью  $n$  значений, отстоящих друг от друга на величину  $\Delta t = 1/2\Delta f$ .

Двумерные пространственные функции  $u(x, y)$  с ограниченным пространственным спектром аналогичным образом могут быть представлены в виде матрицы значений  $u_{ik}$ , содержащей  $n = n_x n_y$  элементов:

$$\left. \begin{aligned} n_x &= 2\Delta f_x \Delta x, \\ n_y &= 2\Delta f_y \Delta y. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XII.2})$$

2.3. Статистические свойства шумовых сигналов, представленных в дискретной форме  $n$  значениями, полностью описываются  $n$ -мерной функцией распределения мгновенных значений напряжений. При допустимости нормальной аппроксимации  $n$ -мерная функция распределения имеет вид

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sigma_u^n \sqrt{\text{Det} \|R_{ik}\|}} \times \\ \times e^{-\frac{1}{2\sigma_u^2} \sum Q_{ik} u_i u_k}, \quad (\text{XII.3})$$

где  $\sigma_u$  — эффективное значение напряжения;  $\|R_{ik}\|$  — матрица коэффициентов корреляции величин  $u_i$  и  $u_k$ ;  $Q_{ik}$  — алгебраические дополнения элементов  $R_{ik}$ , нормированные на величину  $D = \text{Det} \|R_{ik}\|$ .

Выборочные значения, находящиеся на расстоянии  $\Delta t > \frac{1}{2\Delta f}$  (где  $\Delta f$  — ширина спектра сигнала), могут рас-

смазываются как независимые величины. В этом случае

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sigma^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum u_i^2}. \quad (\text{XII.4})$$

Переход к непрерывному представлению осуществляется путем замены (XII.3) функционалом вероятности

$$W[u(t)] \equiv e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \int_0^T \int_0^T u(t) u(\theta) Q(t, \theta) dt d\theta}, \quad (\text{XII.5})$$

где

$$\int_0^T R(t, \tau) Q(\tau, \theta) d\tau = \delta(t - \theta).$$

**2.4.** Сигналы флюктуационного типа удобно разделять на сигналы широкополосные и узкополосные.

К широкополосным сигналам могут быть отнесены сигналы с шириной полосы порядка нескольких десятков процентов от значения средней частоты. В модели сигнала типа «белый шум» предполагается равномерность спектра в пределах всей полосы.

Излучения с шириной полосы, не превышающей нескольких процентов, образуют класс узкополосных сигналов. Возникновение узкополосных сигналов возможно также в результате прохождения широкополосных флюктуационных колебаний через селективные цепи.

Наблюдение узкополосных сигналов сопровождается интерференционными явлениями, возникающими, когда различие запаздываний составляющих частот, соответствующих краям спектра, не превышает доли длины волны, например четверть длины волны (см. гл. III, VI, VIII). (В противоположном случае интерференционные явления «смазываются».)

### 3. УГЛОВОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ

**3.1.** Возможности разрешения отдельных источников излучения, определяющие степень пространственной детальности получаемых изображений, зависят от размеров оптической (антенной) системы и расстояния между источником излучения и приемной системой. В случаях наблюдения источников, находящихся в пределах зоны геометрии

ческой оптики (когда расстояние  $R$  не превышает десятых долей отношения квадрата размеров апертуры  $D_a$  к длине волны, т. е.  $R < 0,1 D_a^2/\lambda$ ) и в зоне Френеля (когда  $R \sim D_a^2/\lambda$ ), пространственное разрешение зависит от условий фокусировки и при наблюдении в сопряженной плоскости достигает величины порядка длины волны.

Пространственное разрешение удаленных источников, находящихся в волновой зоне (где  $R \gg D_a^2/\lambda$ ), при использовании апертуры фиксированных размеров зависит от расстояния до источника и оценивается величиной  $\delta \sim \frac{\lambda}{D_a} R$ .

**3.2.** Рассмотрим характер изображения источников, расположенных в волновой зоне.

Как отмечено выше (см. § 2 гл. 1), интенсивность принимаемых сигналов характеризуется величиной антенной температуры.

При одномерном разрешении отклик одноэлементной приемной системы на сигнал точечного излучателя, расположенного в направлении  $\theta$ , определяется формой диаграммы направленности  $G(\theta - \theta_0)$ , т. е.

$$T_a(\theta, \theta_0) = T_{я0} G(\theta - \theta_0), \quad \text{(XII.6)}$$

где  $\theta_0$  — направление ориентации электрической оси.

Отклик одноэлементной системы на сигнал протяженного источника с яркостной температурой  $T_{я}(\theta)$  описывается интегралом свертки

$$T_a(\theta_0) = \int T_{я}(\theta) G(\theta - \theta_0) d\theta. \quad \text{(XII.7)}$$

В силу линейности (XII.7) может быть представлено в спектральной форме

$$\Phi_a(\omega_\theta) = \Phi_{я}(\omega_\theta) \Phi_G(\omega_\theta), \quad \text{(XII.8)}$$

где

$$\Phi_a(\omega_\theta) = \int T_a(\theta_0) e^{-j\omega_\theta \theta_0} d\theta_0;$$

$$\Phi_{я}(\omega_\theta) = \int T_{я}(\theta) e^{-j\omega_\theta \theta} d\theta;$$

$$\Phi_G(\omega_\theta) = \int G(\theta) e^{-j\omega_\theta \theta} d\theta;$$

$\omega_\theta$  — частота пространственного спектра.

При перемещении электрической оси антенны антенная температура изменяется, при этом образуется радиояркост-

ное изображение источника. Согласно (XII.8) изображение радиояркостного распределения имеет пространственный спектр, отличающийся от спектра источника за счет ограниченности спектра оптической (антенной) апертуры. Возникающие при этом искажения называют апертурными искажениями.

Угловая разрешающая способность одноэлементных радиотелескопов при размерах приемного элемента, меньших половины длины волны, определяется размером апертуры  $D_a$ , т. е.

$$\Delta\theta = \lambda/D_a. \quad (\text{XII.9})$$

При размерах приемного элемента, превышающих длину волны, угловая разрешающая способность радиотелескопа  $\Delta\theta$  определяется величиной углового расстояния между источниками, при котором расстояние  $\Delta$  между соответствующими изображениями превышает размеры приемного элемента  $d$ . При этом условии угловая разрешающая способность записывается как

$$\Delta\theta \simeq \frac{d}{F}, \quad (\text{XII.10})$$

где  $F$  — фокусное расстояние оптической системы.

3.3. Высокая степень детализации радиояркостной картины может быть получена с помощью многоэлементного интерферометра.

Наблюдение интерференционной картины от источника шумоподобных сигналов при разнесенном приеме возможно при условии, что разность времени прихода сигналов не превышает временного интервала корреляции в излучении, т. е.

$$\Delta t < 1/2\Delta f, \quad (\text{XII.11})$$

где  $\Delta f$  — ширина спектра сигнала.

В двухэлементном интерферометре с базой  $D$  при условии (XII.11) отклик от точечного источника, находящегося в направлении  $(\theta - \theta_0)$  относительно нормали, описывается гармонической функцией разности времени запаздывания. Для достаточно удаленных источников разность времени запаздывания пропорциональна величине угла отклонения направления  $\theta$  на источник от направления нормали  $\theta_0$  к базе, и отклик записывается в виде

$$\Psi_{\theta_0}(\theta, kD) \simeq A \cos[kD(\theta - \theta_0)]. \quad (\text{XII.12})$$

Отклик двухэлементного интерферометра на излучение пространственно распределенного источника  $T_{\pi}(\theta)$  в принятом приближении имеет вид

$$\Psi_{\theta_0}(\omega_{\theta}) \simeq \int T_{\pi}(\theta) \cos[kD(\theta - \theta_0)] d\theta. \quad (\text{XII.13})$$

Выражение (XII.13) является Фурье-компонентой углового распределения яркости источника. Пространственная частота спектральной компоненты пропорциональна отношению  $D/\lambda$ , т. е.  $\omega_{\theta} = kD = 2\pi D/\lambda$ . Линейный набор двухэлементных интерферометров позволяет получить набор пространственных Фурье-компонент радиояркости источника.

Угловое распределение радиояркости источника определяется путем обратного Фурье-преобразования набора спектральных компонент:

$$T_{\pi}(\theta) = \int \Psi_{\theta_0}(\omega_{\theta}) e^{jhD\theta} d\omega_{\theta}.$$

Разрешающая способность линейного многоэлементного интерферометра  $\Delta\theta$  определяется диаграммой направленности линейной синфазной антенны

$$G(\theta) \doteq \frac{\sin^2 \left[ \frac{1}{2} Nkl \sin \theta \right]}{\sin^2 \left[ \frac{1}{2} kl \sin \theta \right]}, \quad (\text{XII.14})$$

где  $N$  — число элементов;  $l$  — расстояние между элементами интерферометра.

Ширина главного лепестка линейного интерферометра  $\Delta\theta$  согласно (XII.14) определяется в виде

$$\Delta\theta \simeq \frac{\pi}{Nkl}. \quad (\text{XII.15})$$

Разрешающая способность многоэлементной системы, соответствующая (XII.15), может быть достигнута путем приема требуемого набора компонент последовательно во времени, что реализуется в двухэлементном интерферометре с переменной базой.

Пространственное разрешение в многоэлементных системах достигается с помощью двух ортогонально расположенных интерферометров, креста Милса и др. [10].

## 4. ПОМЕХИ ПРИ РАДИОМЕТРИЧЕСКОМ ПРИЕМЕ

4.1. При приеме шумовых СВЧ излучений должны учитываться помехи естественного и промышленного происхождения и внутренние шумы приемных устройств.

Источниками внешних естественных помех в СВЧ диапазоне могут являться излучения земных покровов, атмосферы и космические излучения. Естественные помехи имеют характер распределенных в пространстве фоновых и дискретных излучений.

Примеры характеристик фоновых помех приводятся ниже (см. также [61]).

Помехи промышленного происхождения возникают за счет искровых разрядных устройств, электронной аппаратуры и других источников. Промышленные помехи имеют пространственно-локализованный характер. Показатели промышленных СВЧ помех и методы защиты от их воздействий требуют специального изучения и в дальнейшем не рассматриваются.

Внутренние шумы в радиометрических приемных устройствах обусловлены тепловыми шумами входных цепей и шумами усилительно-преобразовательных устройств (шумы смесителей, параметрических усилителей, ЛБВ, туннельных диодов и др.).

При модельных описаниях удобно разделять аддитивные помехи (помехи, добавляющиеся к сигналам) и мультипликативные помехи (помехи, вызывающие нелинейные искажения). Внутренние шумы и фоновые излучения являются примерами аддитивных помех. Мультипликативные помехи возникают в виде искажения сигналов в процессе переноса излучения (см. гл. XIV, § 2).

4.2. Помехи распределенных фоновых излучений характеризуются многомерной функцией распределения мгновенных значений радиояркости по области наблюдения (функция распределения радиояркости фонов, включающих излучения различной природы, может иметь несколько максимумов).

В условиях допустимости нормальной (гауссовой) аппроксимации вариаций радиояркости помехи могут характеризоваться средним значением радиояркости, эффективным значением вариации радиояркости и корреляционными показателями вариаций — пространственной (угловой) и временной функциями корреляции.

Когда пространственная (временная) однородность отсутствует, функции корреляции являются функциями двух аргументов. Например, угловая корреляционная функция радиояркости имеет вид

$$\overline{\delta T_{\text{я}}(\theta_1) \delta T_{\text{я}}(\theta_2)} = R(\theta_1, \theta_2) \quad (\text{XII.16})$$

где  $\theta_1, \theta_2$  — выбранные направления;  $\overline{\phantom{x}}$  — знак усреднения по времени.

В условиях пространственной (временной) однородности функция корреляции является функцией одного аргумента, тогда (XII.16) переписывается в виде

$$\overline{\delta T_{\text{я}}(\theta_1) \delta T_{\text{я}}(\theta_2)} = R(\theta_1 - \theta_2). \quad (\text{XII.17})$$

Многомерная функция распределения описывается выражением (XII.3).

Излучение фонов, содержащих однородные источники, характеризуется функцией распределения радиояркости одновершинного типа (функция распределения имеет одно максимальное значение).

4.3. В качестве примеров рассмотрим помехи фона, создаваемые излучением тропосферы и космических источников (помехи от излучения спокойной ионосферы в СВЧ диапазоне могут не учитываться). Представляет значительный интерес исследование помех от излучений полярной ионосферы, однако эти данные крайне ограничены [76].

Согласно представлениям, развитым в § 5 гл. VII, причиной вариаций радиояркости являются локальные вариации температуры и влажности. Среднее значение радиояркостной температуры однородной атмосферы в зенитном направлении является функцией влажности.

При значениях показателя поглощения порядка долей непера форма спектра излучения практически совпадает с формой спектра поглощения. При углах наблюдения  $z$ , отличающихся от зенитного, величины поглощательной  $\tau(z)$  и излучательной  $\kappa_f(z)$  способностей увеличиваются пропорционально  $\sec z$ .

Величины радиояркостной температуры охватывают диапазон от единиц градусов (для сантиметровых волн) до сотен градусов в миллиметровом диапазоне.

Вариации величин радиояркостной температуры составляют единицы процентов от среднего значения (см. § 5 гл. VII). Радиус пространственной корреляции вариаций



яркости достигает 50—200 м. Величина интервала временной корреляции, как правило, превышает 5—10 сек.

4.4. Излучение неоднородной атмосферы дает значительно более интенсивные вариации фона по сравнению с вариациями фона от излучения однородной атмосферы. Функция распределения радиояркости неоднородной атмосферы может иметь несколько вершин.

Экспериментальные данные об интенсивности вариации радиояркости, приведенные в табл. VII.7, показывают, что эффективные значения вариации радиояркости достигают десятков градусов на волне около 1 см. Изменение интенсивности вариации по спектру имеет в зависимости от частоты приблизительно квадратичный характер.

Временная функция корреляции вариации радиояркости аппроксимируется экспонентой <sup>1)</sup>. Величина интервала временной корреляции составляет 50—150 сек.

Радиус пространственной корреляции вариаций радиояркости охватывает интервал от нескольких сотен метров до нескольких километров.

4.5. Спектр интенсивности помех распределенных космических излучений [27] может быть аппроксимирован степенной зависимостью радиояркости от частоты, т. е.

$$T_{\text{я}}(f) = T_{\text{я}}(f_1) \left( \frac{f_1}{f} \right)^k, \quad (\text{XII.18})$$

где  $k = 2,5 \div 2,7$ .

При  $f = 10^3$  МГц  $T_{\text{я}}(f) = 0,3 \div 3^\circ \text{ К}$ .

Наиболее интенсивное излучение возникает в плоскости галактического экватора и в направлении на центр Галактики.

Дискретные источники излучений (Солнце, планеты, туманности и др.) также могут являться источниками помех с радиояркостью от единицы до десятков тысяч градусов. Как правило, радиояркость дискретных источников возрастает в дециметровом диапазоне.

4.6. Свойства внутренних шумов приемных устройств подробно описаны [77, 78] и в данном тексте рассматриваться не будут.

---

<sup>1)</sup> Экспоненциальный характер корреляционной функции соответствует предположению, что интенсивность излучения принимает одно из двух возможных значений при равномерно случайном характере распределения длительности наблюдаемого импульса излучения [67].

Собственные шумы в большинстве случаев могут быть представлены в виде стационарного нормального некоррелированного процесса:

$$W_{\text{ш}}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sigma^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n u_i^2}, \quad (\text{XII.19})$$

где  $n$  — число выборок случайного шумового процесса.

В некоторых случаях, однако, необходим учет корреляции флюктуаций, и для описания статистических свойств шумов может быть использовано распределение (XII.3)<sup>1)</sup>.

## 5. ОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ СВЧ СИГНАЛОВ ЕСТЕСТВЕННЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

5.1. Целью первичной обработки информации, получаемой при радиометрическом приеме, является обнаружение источников излучения, оценка параметров сигнала и разрешение близко расположенных источников.

При статистической формулировке задачи первичная обработка сводится к задачам выбора гипотез (обнаружение и разрешение) и задачам оценки. Статистически оптимальной называется обработка, состоящая из последовательности операций, обеспечивающих наилучшие результаты в условиях выбранного критерия.

Наиболее общим статистическим критерием является критерий минимизации среднего риска [64]. Решения, удовлетворяющие критерию минимизации ошибок, определяются с помощью метода максимального правдоподобия.

Аналитическое описание оптимальных операций обнаружения и разрешения сигналов существенно упрощается при использовании представлений сигналов и помех в дискретной форме.

5.2. Решение задач обнаружения и разрешения сигналов по методу максимального правдоподобия производится путем вычисления функций правдоподобия для ожидаемых видов сигналов и отбора функции правдоподобия,

<sup>1)</sup> В качестве примера можно привести свойства шумов фотопрототвплений, применяемых в приемниках в субмиллиметровом диапазоне (см. гл. XVI).

принимавшей максимальное значение. Функции правдоподобия гипотез  $S_1, S_2, \dots, S_l$  при данной реализации, выражаемой набором значений  $\vec{u} = u_1, u_2, \dots, u_n$ , представляют вероятность  $W_{s_k}(\vec{u})$  реализации, рассматриваемую как функцию  $S_k$ :

$$W_{s_1}(u_1, u_2, \dots, u_n), W_{s_2}(u_1, u_2, \dots, u_n), \dots \\ \dots, W_{s_l}(u_1, u_2, \dots, u_n).$$

Согласно теореме Байеса вероятности гипотез  $S_1, S_2, \dots, S_l$  при данной реализации  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  пропорциональны соответствующим функциям правдоподобия, т. е.

$$W_{\rightarrow}(S_k) = k W_{s_k}(u_1, u_2, \dots, u_n), \quad (\text{XII.20})$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности. Примеры вычисления функций правдоподобия с помощью (XII.20) приводятся ниже.

5.3. В задаче обнаружения одиночных сигналов функция правдоподобия имеет всего два значения, соответствующих вероятностям гипотез  $W_{\text{сш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)$  наличия и  $W_{\text{ш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)$  отсутствия сигнала. Решение о наличии сигнала в этом случае может приниматься при сравнении значений функций  $W_{\text{сш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)$  и  $W_{\text{ш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)$  между собой или путем сравнения их отношения с пороговым уровнем  $K_0$ .

Выражая коэффициент правдоподобия с помощью (XII.20), критерий обнаружения можно записать в виде неравенства

$$K(u_1, u_2, \dots, u_n) = \\ = \frac{W_{\text{сш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)}{W_{\text{ш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)} > K_0. \quad (\text{XII.21})$$

Полагая значения  $u_1, u_2, \dots, u_n$  независимыми случайными величинами, получим коэффициент правдоподобия

$$K(u_1, u_2, \dots, u_n) = \prod_{i=1}^n \frac{W_{\text{сш}}(u_i)}{W_{\text{ш}}(u_i)}. \quad (\text{XII.22})$$

При сравнении функций  $W_{\text{сш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)$  и  $W_{\text{ш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)$  в качестве анализируемой величины

может использоваться не только коэффициент правдоподобия, но и значения, получаемые при его монотонном преобразовании, например логарифм коэффициента правдоподобия, т. е.

$$\begin{aligned} \ln K(u_1, u_2, \dots, u_n) = \\ = \ln \frac{W_{\text{сш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)}{W_{\text{ш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)}. \end{aligned} \quad (\text{XII.23})$$

Обнаружение сигналов на фоне нормальных флуктуационных шумов (XII.21), как показано, например, в [64], эквивалентно выполнению операций, максимизирующих отношение сигнал/шум на выходе.

5.4. Оценка неизвестных параметров сигнала  $\alpha$  может производиться по максимуму апостериорной вероятности или по максимальному значению функции правдоподобия, т. е. из условия

$$\frac{d}{d\alpha} W_{s_\alpha}(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0. \quad (\text{XII.24})$$

При равномерном априорном распределении искомого параметра максимум апостериорной вероятности совпадает с максимумом функции правдоподобия, при этом оценка параметра  $\alpha$  по (XII.24) эквивалентна оценке  $\alpha$  по уравнению

$$\frac{d}{d\alpha} W_u[S(\alpha)] = 0. \quad (\text{XII.25})$$

Условие (XII.24) в большинстве случаев эквивалентно оценке параметра  $\alpha$  по центру тяжести наблюдаемого отклика [68]. Оценка по (XII.24) или (XII.25) является эффективной, т. е. обеспечивает минимальное среднеквадратичное значение погрешности.

В случаях, когда реализация строго оптимальных операций технически затруднена, используются приближенно оптимальные операции. Выполнение таких алгоритмов может производиться на базе техники дискретных и аналоговых устройств.

## ГЛАВА XIII

# ОБНАРУЖЕНИЕ И ВЫДЕЛЕНИЕ СИГНАЛОВ В ОДНОМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

### 1. МОДЕЛИ ОДНОМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Одномерные радиояркостные изображения возникают при непрерывном перемещении поля зрения радиотелескопа по одной координате за счет вращения антенной системы или за счет вращения Земли, при перемещении луча интерферометра, а также в процессе спектрального анализа СВЧ излучения. Одномерные изображения могут описываться как в дискретной, так и в непрерывной форме.

Число дискретных значений, необходимых для описания изображения, определяется шириной пространственного (временного) спектра сигнала и согласно (XII.1), (XII.2) записывается в виде

$$n = 2 (\theta_{\text{макс}} - \theta_{\text{мин}}) \Delta f_{\theta}, \quad (\text{XIII.1})$$

где  $\theta_{\text{макс}} - \theta_{\text{мин}}$  — длина рассматриваемого линейного (или временного) интервала;  $\Delta f_{\theta}$  — ширина пространственного (или временного) спектра.

Учитывая, что ширина углового спектра изображения, получаемого радиотелескопом,  $\Delta f_{\theta} \simeq D_a / \lambda$  (где  $\lambda / D_a$  — ширина главного лепестка диаграммы направленности антенны), имеем

$$n = \frac{2 (\theta_{\text{макс}} - \theta_{\text{мин}}) D_a}{\lambda}, \quad (\text{XIII.2})$$

где  $\theta_{\text{макс}} - \theta_{\text{мин}}$  — размер рассматриваемой зоны обзора.

Сигналы в одномерных изображениях могут описываться разрывными или плавными функциями.

Характерной моделью помех является нормальная однородная совокупность случайных величин с коэффициентом межэлементной корреляции  $R_{i,k}$ . Особый интерес представляет модель помех в виде совокупности с нулевой межэлементной корреляцией ( $\delta$ -корреляцией).

## 2. ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ В ОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

2.1. Рассмотрим особенности обнаружения сигнала в следующих типовых случаях:

— обнаружение сигнала одинаковой интенсивности, возникающего во всех элементах изображения, при отсутствии межэлементной корреляции помех;

— обнаружение сигнала неодинаковой интенсивности в элементах при отсутствии межэлементной корреляции помех;

— обнаружение сигнала на фоне помех с ненулевой межэлементной корреляцией.

2.2. В случае помех с нулевой междуэлементной корреляцией при наблюдении изображений с одинаковой ожидаемой интенсивностью сигнала во всех элементах функции правдоподобия гипотез об отсутствии и наличии сигнала могут быть представлены в виде

$$W_{\text{ш}}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi} \sigma_{\text{ш}})^n} e^{-\frac{1}{2} \sigma_{\text{ш}}^2 \sum_{i=1}^n u_i^2}, \quad (\text{XIII.3})$$

$$\begin{aligned} W_{\text{сш}}(u_1, u_2, \dots, u_n) &= \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n (\sigma_{\text{ш}}^2 + \sigma_{\text{с}}^2)^{n/2}} e^{-\frac{1}{2(\sigma_{\text{ш}}^2 + \sigma_{\text{с}}^2)} \sum_{i=1}^n u_i^2}, \end{aligned} \quad (\text{XIII.4})$$

где  $\sigma_{\text{ш}}$ ,  $\sigma_{\text{с}}$  — эффективные значения шумового и сигнального напряжений.

Согласно (XIII.3), (XIII.4) логарифм коэффициента правдоподобия преобразуется к виду

$$\begin{aligned} K(u_1, u_2, \dots, u_n) &= \frac{W_{\text{сш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)}{W_{\text{ш}}(u_1, u_2, \dots, u_n)} = \\ &= \ln \frac{(\sigma_{\text{ш}}^2 + \sigma_{\text{с}}^2)^{n/2}}{\sigma_{\text{ш}}^n} + \frac{\sigma_{\text{с}}^2}{2(\sigma_{\text{с}}^2 + \sigma_{\text{ш}}^2) \sigma_{\text{ш}}^2} \sum_{i=1}^n u_i^2. \end{aligned} \quad (\text{XIII.5})$$

Условие обнаружения согласно (XIII.5) имеет вид

$$U = \sum_{i=1}^n u_i^2 > U_0. \quad (\text{XIII.6})$$

Операция (XIII.6) представляет квадратичное сглаживание. При числе выборок  $n \gg 1$  результат преобразо-

вания (XIII.6) может быть аппроксимирован нормальным распределением. Функциональная схема оптимального устройства обнаружения представлена на рис. XIII.1.

Отношение сигнал/шум на выходе устройства, соответствующего схеме рис. XIII.1, определяется отношением

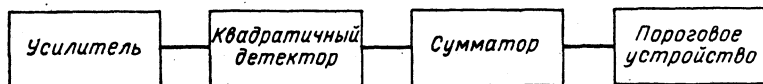


Рис. XIII.1. Дискретная модель оптимальной структурной схемы обнаружения шумовых сигналов.

приращения постоянной составляющей  $\Delta U$  к эффективно-му значению вариаций флюктуационной составляющей  $\sigma_U$  выходного напряжения.

При достаточно большом числе независимых значений ( $n > 10$ ) имеем

$$\left(\frac{с}{ш}\right)_{\text{вых}} = \frac{\Delta U}{\sigma_U} = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_{\text{ш}}^2 + \sigma_c^2} \sqrt{n} \simeq \frac{\Delta T_a}{T_{\text{ш}}} \sqrt{n}, \quad (\text{XIII.7})$$

где  $n$  — число используемых независимых выборочных значений;  $\Delta T_a$  — изменение антенной температуры от излучения источника сигнала;  $T_{\text{ш}}$  — шумовая температура приемного устройства.

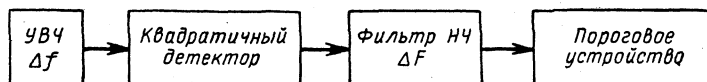


Рис. XIII.2. Аналоговая схема оптимальной структурной схемы обнаружения шумовых сигналов.

При непрерывном представлении сигнала и помехи аналоговая форма схемной аппроксимации (XIII.5) состоит из усилителя высокой частоты (УВЧ), квадратичного детектора и фильтра нижних частот (НЧ) (рис. XIII.2).

Учитывая, что для устройства, соответствующего схеме рис. XIII.2,  $n \simeq \Delta f / \Delta F$ , преобразуем (XIII.7) к виду

$$\left(\frac{с}{ш}\right)_{\text{вых}} \simeq \frac{\Delta T_a}{T_{\text{ш}}} \sqrt{\frac{\Delta f}{\Delta F}}, \quad (\text{XIII.8})$$

т. е. отношение сигнал/шум на выходе приемника, определяющее его чувствительность, возрастает пропорционально корню квадратному из отношения полос пропускания усилителя высокой частоты  $\Delta f$  и фильтра нижних частот  $\Delta F$ .

Из соотношения (XIII.8) видно противоречие между требованиями чувствительности и быстродействия при радиометрическом приеме.

2.3. Рассмотрим оптимальный алгоритм обнаружения протяженных источников, занимающих несколько разрешаемых элементов строки изображения, при отсутствии межэлементной корреляции помех.

Плотность вероятности напряжения  $U_i$  в элементах изображения в отсутствие и при наличии сигнала считаем распределенной по нормальному закону с нулевым и ненулевым средними значениями соответственно <sup>1)</sup>. Функции правдоподобия гипотез об отсутствии и наличии сигнала имеют вид

$$W_{\text{ш}}(U_1, U_2, \dots, U_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sigma_U^n} e^{-\frac{1}{2\sigma_U^2} \sum_{i=1}^n U_i^2}; \quad (\text{XIII.9})$$

$$W_{\text{сш}}(U_1, U_2, \dots, U_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sigma_U^n} e^{-\frac{1}{2\sigma_U^2} \sum_{i=1}^n (U_i - a_i)^2},$$

где  $a_i$  — ожидаемая интенсивность сигнала в  $i$ -м элементе строки.

Используя (XIII.9), можно получить выражение для логарифма коэффициента правдоподобия:

$$\begin{aligned} \ln K(U_1, U_2, \dots, U_n) &= \\ &= \frac{1}{\sigma_U^2} \sum_{i=1}^n U_i a_i + \text{const}. \end{aligned} \quad (\text{XIII.10})$$

Согласно (XIII.10) оптимальная операция представляет весовое суммирование напряжений  $U_i$  на элементах строки

<sup>1)</sup> Напряжения  $U_i$ , образующиеся согласно (XIII.6) при накоплении результатов наблюдения в соответствующих приемных каналах, могут быть аппроксимированы нормальными случайными величинами.



изображения. Выбирая порог обнаружения с учетом величины постоянной составляющей, получаем условие обнаружения в виде

$$\sum_{i=1}^n U_i a_i > U_0. \quad (\text{XIII.11})$$

При переходе к непрерывному представлению условие (XIII.11) заменяется на следующее:

$$\int U(x) a(x) dx > U_0, \quad (\text{XIII.12})$$

где  $a(x)$  — ожидаемая форма сигнала напряжения вдоль линии развертки.

Выражение (XIII.12) представляет запись операции корреляционной обработки. Реализация (XIII.12), как нетрудно показать, может быть достигнута с помощью фильтра, имеющего импульсную переходную характеристику, зеркальную по отношению к ожидаемой форме сигнала. Частотная характеристика такого оптимального фильтра  $H(\omega_x)$  выражается в виде произведения спектра, комплексно-сопряженного со спектром сигнала, и множителя  $e^{-j\omega_x x_0}$ , т. е.

$$H(\omega_x) = G_c^*(\omega_x) e^{-j\omega_x x_0},$$

где  $G_c(\omega_x)$  — пространственный спектр сигнала.

2.4. В случае обнаружения сигналов на фоне аддитивных помех с ненулевой межэлементной корреляцией алгоритм обнаружения усложняется.

В дискретном случае ожидаемую форму сигнала представим в виде вектора  $\vec{S} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  (где  $a_i$  — ожидаемые значения интенсивности в  $i$ -м элементе строки), а помехи — в виде однородной случайной совокупности величин с матрицей межэлементной корреляции  $\|R_{i,k}\|$  и единичной дисперсией. Выражения для функций правдоподобия в принятых условиях имеют вид

$$\begin{aligned} P_{\text{сш}}(U_1, U_2, \dots, U_n) = \\ = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{\text{Det} \|R_{i,k}\|}} e^{-\frac{1}{2} \sum Q_{i,k} (U_i - a_i) (U_k - a_k)} \end{aligned} \quad (\text{XIII.13})$$

$$P_{\text{ш}}(U_1, U_2, \dots, U_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{\text{Det} \|R_{i,k}\|}} e^{-\frac{1}{2} \sum Q_{i,k} U_i U_k},$$

где  $\|Q_{i,k}\|$  — матрица, обратная матрице межэлементной корреляции помех.

Согласно (XIII.13) логарифм коэффициента правдоподобия гипотезы о наличии сигнала представим в виде

$$\ln K(U_1, U_2, \dots, U_n) = \frac{1}{2} \sum \sum Q_{i,k} U_i a_k + \text{const.} \quad (\text{XIII.14})$$

Алгоритм (XIII.14) представляет операцию весового суммирования напряжения  $U_i$  по всем элементам  $i$  с перебором комбинаций  $i, k$  при  $Q_{i,k} \neq 0$ .

В качестве примера определим весовые коэффициенты  $Q_{i,k}$  в случае экспоненциальной зависимости коэффициентов межэлементной корреляции, т. е. когда

$$\|R_{i,k}\| = \|R_0^{i-k}\|, \quad (\text{XIII.15})$$

где  $R_0$  характеризует величину корреляции в смежных элементах. Матрица, обратная (XIII.15), согласно [53] имеет вид

$$\|Q_{i,k}\| = \frac{1}{1-R_0^2} \begin{vmatrix} 1 & -R_0 & 0 & \dots & 0 \\ -R_0 & (1+R_0)^2 & -R_0 & \dots & 0 \\ 0 & -R_0 & (1+R_0)^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -R_0 & \dots & 1 \end{vmatrix}. \quad (\text{XIII.16})$$

Для  $i$ -го элемента изображения имеется три весовых коэффициента, отличных от нуля:

$$Q_{i,i} = 1 + R_0^2, \quad Q_{i-1,i} = -R_0, \quad Q_{i,i+1} = -R_0.$$

При  $R_0 \rightarrow 1$  имеем  $Q_{i,i} \rightarrow 2$ ;  $Q_{i-1,i} = Q_{i,i+1} \rightarrow -1$ ; алгоритм (XIII.14) преобразуется к виду

$$\ln K = \frac{1}{2} [2U_i - (U_{i-1} + U_{i+1})]. \quad (\text{XIII.17})$$

Как следует из (XIII.16) и (XIII.17), оптимальный алгоритм обнаружения сигнала на фоне коррелированных помех содержит операции подавления помехи. Возможность подавления обуславливается наличием межэлементной корреляции помех.

2.5. При описании изображения непрерывной функцией  $U(x)$  алгоритмы обнаружения соответственно преобра-

зуются. Например, операции дискретного суммирования (XIII.14) при непрерывном представлении соответствует соотношение

$$V = \int_0^x \int_0^x k(x, y) U(x) a(y) dx dy, \quad (\text{XIII.18})$$

где  $a(y)$  — ожидаемое распределение интенсивности сигнала по строке;  $k(x, y)$  определяется решением интегрального уравнения

$$\int_0^x R(\xi, x) k(y, \xi) d\xi = \delta(x - y), \quad (\text{XIII.19})$$

где  $R(\xi, x)$  — функция корреляции помех по строке.

Пространственно-спектральная характеристика оптимального фильтра  $\Phi(\omega_x)$  определяется преобразованием Фурье. Выражение (XIII.18) с учетом (XIII.19) имеет вид

$$H(\omega_x) \doteq \frac{G_c^*(\omega_x)}{F_n(\omega_x) + T_{\text{ш}}} e^{-j\omega_x x_0}, \quad (\text{XIII.20})$$

где  $G_c^*(\omega_x)$  — комплексно-сопряженный спектр пространственного распределения радиояркости источника излучения;  $F_n(\omega_x)$  — спектральная плотность коррелированных помех;  $T_{\text{ш}}$  — спектральная плотность (температура) белых шумов.

Эффективность процедур обнаружения сигналов на фоне коррелированных помех на примерах представлений в дискретной и непрерывной формах рассматривается в гл. XV.

### 3. РАЗРЕШЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ

3.1. Разрешение (раздельный прием) сигналов источников излучения требуется при необходимости детального анализа радиояростной картины и, в частности, при определении числа источников излучения. Статистическая постановка задачи разрешения соответствует задаче выбора гипотезы о числе источников в полученном изображении.

Разрешение источников излучения при радиометрическом приеме может достигаться за счет углового разрешения, определяемого размерами антенной (оптической) системы; за счет разрешения по времени запаздывания при разнесенном приеме, а также за счет спектральных и поляризационных различий сигналов.

В случае полного разделения источников излучения, что имеет место при отсутствии перекрытия сигналов, надежность обнаружения любого источника не зависит от наличия других источников. При неполном разделении источников излучения возникают задачи определения наилучших процедур разрешения и выяснения надежности разрешения от величины отношения сигнал/шум.

3.2. В качестве примера рассмотрим задачу об угловом разрешении двух точечных источников излучения, направленных на которые различаются на угол, меньший размеров главного лепестка антенной системы радиотелескопа.

При перемещении поля зрения радиотелескопа по координате  $\theta$  распределение интенсивности сигналов по строке  $S(\theta)$  определяется формой главного лепестка антенной системы и угловым расстоянием между источниками:

$$S_1(\theta) = A_1 G(\theta - \theta_1),$$

$$S_2(\theta) = A_2 G(\theta - \theta_2),$$

где  $G(\theta)$  — форма главного лепестка антенны;  $\theta_1, \theta_2$  — углы, характеризующие направления на первый и второй источники излучения;  $A_1$  и  $A_2$  — неизвестные величины, зависящие от интенсивности источников излучения.

Наблюдаемые значения напряжения  $U(\theta)$  на выходе радиометра предполагаем распределенным по нормальному закону с единичной дисперсией, помехи считаем некоррелированными.

Логарифм функционала правдоподобия гипотезы о наличии двух точечных источников излучения с интенсивностями  $A_1$  и  $A_2$  в направлениях  $\theta_1$  и  $\theta_2$  имеет вид

$$\begin{aligned} \ln W[U(\theta)] = \\ = -\frac{1}{2} \int_0^{\theta_{\max}} [U(\theta) - A_1 G(\theta - \theta_1) - A_2 G(\theta - \theta_2)]^2 d\theta, \end{aligned} \quad (\text{XIII.21})$$

где  $\theta_{\max}$  — угловой размер зоны обзора.

В рассматриваемой модели задача разрешения источников решается аналогично [70] методом оценки величин  $A_1$  и  $A_2$ . Предполагаем, что каждый из источников излучения считается обнаруженным, если значения соответствующих оценок  $A_1^*$  или  $A_2^*$  величин интенсивности  $A$  и  $A_2$  превышают выбранные пороговые значения  $A_{01}$  и  $A_{02}$ . Оценки интенсивностей источников  $A_1^*$  и  $A_2^*$  определяются

по условию максимального правдоподобия с помощью решения системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W[U(\theta)]}{\partial A_1} &= 0, \\ \frac{\partial W[U(\theta)]}{\partial A_2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIII.22})$$

Согласно (XIII.21) и (XIII.22) имеем

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\theta_{\text{макс}}} [U(\theta) - A_1^* G(\theta - \theta_1) - A_2^* G(\theta - \theta_2)] \times \\ \times G(\theta - \theta_1) d\theta = 0; \\ \int_0^{\theta_{\text{макс}}} [U(\theta) - A_1^* G(\theta - \theta_1) - A_2^* G(\theta - \theta_2)] \times \\ \times G(\theta - \theta_2) d\theta = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIII.23})$$

Полагая условия нормировки в виде

$$\int_0^{\theta_{\text{макс}}} G^2(\theta - \theta_1) d\theta = 1, \quad \int_0^{\theta_{\text{макс}}} G^2(\theta - \theta_2) d\theta = 1$$

и обозначая коэффициент перекрытия откликов

$$\xi = \int_0^{\theta_{\text{макс}}} G(\theta - \theta_1) G(\theta - \theta_2) d\theta,$$

имеем решение системы (XIII.23):

$$\left. \begin{aligned} A_1^* &= \frac{1}{1 - \xi^2} \left[ \int_0^{\theta_{\text{макс}}} U(\theta) G(\theta - \theta_1) d\theta - \right. \\ &\quad \left. - \xi \int_0^{\theta_{\text{макс}}} U(\theta) G(\theta - \theta_2) d\theta \right], \\ A_2^* &= \frac{1}{1 - \xi^2} \left[ \int_0^{\theta_{\text{макс}}} U(\theta) G(\theta - \theta_2) d\theta - \right. \\ &\quad \left. - \xi \int_0^{\theta_{\text{макс}}} U(\theta) G(\theta - \theta_1) d\theta \right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIII.24})$$

В зависимости от соотношений величин оценок интенсивностей  $A_1^*$  и  $A_2^*$  и пороговых значений  $A_{01}$  и  $A_{02}$  возникают возможности четырех решений:

- когда результат наблюдения приводит к обнаружению обоих источников излучения;
- когда при наблюдении обнаруживается только первый источник;
- когда при наблюдении обнаруживается только второй источник;
- когда при наблюдении не обнаруживается ни одного источника.

Функциональная схема выделения (разрешения) сигнала первого источника приведена на рис. XIII.3.

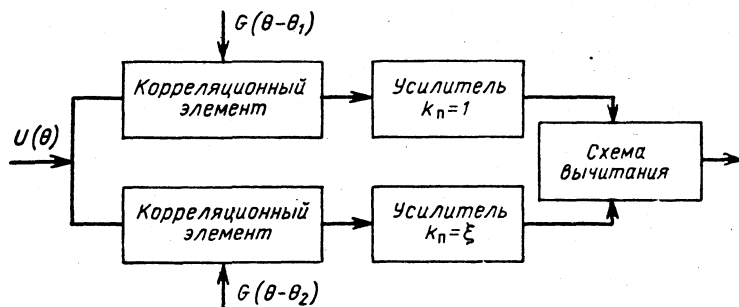


Рис. XIII.3. Аналоговая схема оптимального разрешения сигнала близко расположенных источников с выделением сигнала первого источника ( $k_n$  — масштабный коэффициент передачи).

Отметим различия в структуре устройств разрешения и обнаружения источников. Корреляционное устройство обнаружения источника строится согласно (XIII.12) на основании алгоритма

$$V = \int_0^{\theta_{\max}} U(\theta) G(\theta - \theta_1) d\theta.$$

Устройство оптимального выделения сигнала  $S_1(\theta)$  соответствует алгоритму

$$V_{A_1} \equiv \int_0^{\theta_{\max}} [G(\theta - \theta_1) - \xi G(\theta - \theta_2)] U(\theta) d\theta. \quad (\text{XIII.25})$$

Аналогично алгоритм оптимального выделения сигнала  $S_2(\theta)$  принимает вид

$$V_{A_2} = \int_0^{\theta_{\max}} [G(\theta - \theta_2) - \xi G(\theta - \theta_1)] U(\theta) d\theta. \quad (\text{XIII.26})$$

Для близко расположенных объектов коэффициент перекрытия  $\xi \rightarrow 1$  и (XIII.25) приобретает вид

$$V_{A_1} = \int_0^{\theta_{\max}} [G(\theta - \theta_1) - G(\theta - \theta_1 + \Delta\theta)] U(\theta) d\theta. \quad (\text{XIII.27})$$

Процедура разрешения, записанная в виде (XIII.27), соответствует формированию разностного напряжения, получаемого на выходе двух корреляционных устройств для ожидаемых положений источников, различающихся по направлению на величину  $\Delta\theta$ . Очевидно, что при отсутствии шумов разрешение сигналов возможно при сколь угодно малом различии направлений.

Структура алгоритма оптимального разрешения (XIII.25), (XIII.26) зависит от весового коэффициента  $\xi$ , характеризующего перекрытие сигналов  $S_1(\theta)$  и  $S_2(\theta)$ . При разрешении сигналов с неизвестным значением коэффициента перекрытия в интервале  $\xi_{\min} < \xi < \xi_{\max}$  алгоритм разрешения может строиться либо с расчетом на худший случай, когда  $\xi = \xi_{\max}$ , либо исходя из наиболее вероятного значения  $\xi$ .

Наличие аддитивного шума сопровождается появлением случайных составляющих, маскирующих полезный эффект, что вызывает случайные погрешности процедуры разрешения.

**3.3.** Рассмотрим характеристики надежности разрешения сигналов при наличии нормальных флуктуационных шумов.

В силу линейности процедуры оценки параметров  $A_i$  статистика оценки имеет нормальный характер:

$$W(A_i^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_i} e^{-\frac{1}{2} \frac{(A_i^* - \bar{A}_i^*)^2}{\sigma_i^2}}, \quad (\text{XIII.28})$$

где  $i = 1, 2$ .

Величины  $A_i^*$  вычисляются по (XIII.24) путем подстановки в него  $U(\theta) = A_i G(\theta - \theta_i) + U_{\text{ш}}(\theta)$  с последующим

усреднением. Среднее значение оценки, полученное по (XIII.24), имеет вид

$$\begin{aligned} \overline{A_1^*} = \frac{1}{1-\xi^2} \left[ \int_0^{\theta_{\max}} \overline{U(\theta) G(\theta-\theta_1)} d\theta - \right. \\ \left. - \xi \int_0^{\theta_{\max}} \overline{U(\theta) G(\theta-\theta_2)} d\theta \right], \end{aligned} \quad (\text{XIII.29})$$

или

$$\overline{A_1^*} = \frac{1}{1-\xi^2} (A_1 - \xi^2 A_1) = A_1.$$

Аналогичным путем нетрудно показать, что среднее значение оценки  $A_2^*$  равно величине  $A_2$ .

Величина дисперсии оценок определяется соотношением

$$\sigma_1^2 = \overline{(A_1^* - A_1)^2} = \frac{\sigma_U^2}{1-\xi^2}, \quad (\text{XIII.30})$$

где  $\sigma_U^2$  — дисперсия шумов на выходе радиометра.

Надежность обнаружения сигнала от  $i$ -го источника излучения характеризуется условной вероятностью  $P_D$  обнаружения источника на  $i$ -й позиции, когда  $i$ -й источник есть, т. е.

$$P_D = P_{A_1 \neq 0} (A_1^* > A_{01}) = 1 - \operatorname{erfc} x_1 - \operatorname{erfc} x_2, \quad (\text{XIII.31})$$

где

$$x_1 = A_1 \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\sigma_U^2}} + A_{01} \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\sigma_U^2}};$$

$$x_2 = A_1 \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\sigma_U^2}} - A_{01} \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\sigma_U^2}},$$

и вероятностью  $1 - P_F$  отрицательного решения, когда  $i$ -го источника нет:

$$1 - P_F = P_{A_1=0} (A_1^* < A_{01}) = 1 - \operatorname{erfc} x_3, \quad (\text{XIII.32})$$

где

$$x_3 = A_{01} \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\sigma_U^2}};$$

$$\operatorname{erfc} x = \frac{1}{2} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$



Согласно (XIII.31), (XIII.32) надежность разрешения зависит от величины  $\kappa = (A_i/\sigma_U) \sqrt{1-\xi^2}$ , т. е. от отношения сигнал/шум и коэффициента перекрытия разрешаемых сигналов.

**3.4. Операции (XIII.24) — (XIII.27) углового разрешения источников излучения, сигналы которых перекрываются за счет ограниченности апертуры антенны, представляют оптимальную апертурную коррекцию.** Сущность апертурной коррекции может быть пояснена с помощью представлений о пространственных спектрах (см. § 3 гл. XI).

Ограничение пространственного спектра сигналов источников излучения за счет фильтрующих свойств антенной системы вызывает относительное ослабление высокочастотных составляющих пространственного спектра и связанное с ним размытие изображения. Улучшение качества изображения в этих условиях может быть достигнуто за счет относительного усиления высокочастотных составляющих пространственного спектра, что и реализуется при выполнении операции (XIII.27).

Энергетические потери, возникающие при коррекции высокочастотных составляющих пространственного спектра (XIII.27), приводят к ухудшению отношения сигнал/шум по сравнению с отношением сигнал/шум, получаемым в результате операции обнаружения (XIII.11).

При больших отношениях сигнал/шум может быть достигнуто разрешение источников при заметном перекрытии сигналов. Например, возможно разрешение источников, угловое расстояние между которыми составляет доли от ширины главного лепестка приемной диаграммы радиотелескопа.

Зависимость возможностей разрешения целей от отношения сигнал/шум на входе устройства выделения сигнала определяется значением параметра разрешимости  $\kappa$  ( $P_D$ ,  $P_F$ ), при котором достигается надежность распознавания с показателями не хуже  $P_D$  и  $P_F$ . Требуемое отношение сигнал/шум в зависимости от параметра  $\kappa$  ( $P_D$ ,  $P_F$ ) и коэффициента перекрытия  $\xi$  согласно (XIII.31) и (XIII.32) имеет вид

$$\frac{c}{\sigma} = \frac{\kappa(P_D, P_F)}{\sqrt{1-\xi^2}}. \quad (\text{XIII.33})$$

Таблица XIII.1

|                                   |   |     |     |      |      |
|-----------------------------------|---|-----|-----|------|------|
| $\xi$                             | 0 | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,99 |
| $(c/\psi)_\xi / (c/\psi)_{\xi=0}$ | 1 | 1,7 | 2,2 | 3,2  | 7,1  |

В табл. XIII.1 приведены показатели, характеризующие запас в отношении сигнал/шум, необходимый для различения целей, при изменении коэффициента перекрытия сигналов  $\xi$ . Данные табл. XIII.1 показывают принципиальную возможность разрешения источников с весьма малым различием параметров сигналов за счет апертурной коррекции при наличии необходимого энергетического превышения сигнала.

#### 4. ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ

4.1. При наблюдениях шумовых сигналов оцениваются следующие параметры: интенсивность сигнала, направление на источник излучения, время запаздывания при разнесенном приеме, характер поляризации, центр тяжести и ширина спектра сигнала и др.

Оптимальная оценка параметров сигналов является не только самостоятельной задачей, но и важным этапом в решении так называемой обратной задачи, возникающей при использовании результатов радиометрических измерений для оценки параметров излучающей среды.

4.2. Рассмотрим оптимальную процедуру оценки интенсивности принимаемого сигнала.

При наблюдении  $n$  выборочных независимых значений нормального случайного сигнала с неизвестной интенсивностью  $\sigma_T^2$  многомерная функция распределения (вероятность реализации) имеет вид

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sigma_T^n} e^{-\frac{1}{2\sigma_T^2} \sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (\text{XIII.34})$$

Производя оценку неизвестной интенсивности  $\sigma_T^2$  по методу максимального правдоподобия и учитывая монотонный характер зависимости между функцией

$W(u_1, u_2, \dots, u_n)$  и ее логарифмом  $\ln W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ , запишем условие максимального правдоподобия в виде

$$\frac{d \ln W(u_1, u_2, \dots, u_n, \sigma_T)}{d\sigma_T} = 0. \quad (\text{XIII.35})$$

Согласно (XIII.34) и (XIII.35) имеем

$$\sigma_T^2 = T_{\text{сш}} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{n}. \quad (\text{XIII.36})$$

Сравнение (XIII.36) и (XIII.5) показывает, что алгоритмы обнаружения и оценки интенсивности содержат аналогичные операции.

Эффективное значение выходных флуктуаций для приемников с усилением до детектора при реализации (XIII.36)

в  $\sqrt{\frac{\Delta f}{\Delta F}} = \sqrt{n}$  раз меньше величины шумовой температуры. При этом эффективное значение погрешности оценки интенсивности имеет вид

$$\delta(\sigma_T^2) \simeq T_{\text{сш}} \sqrt{\frac{\Delta F}{\Delta f}} \simeq T_{\text{ш}} \sqrt{\frac{\Delta F}{\Delta f}} \text{ при } \Delta T_c \ll T_{\text{ш}}. \quad (\text{XIII.37})$$

**4.3. Оптимальная оценка направления на неподвижный источник излучения при перемещении луча антенны** реализуется при оценке по центру тяжести функции правдоподобия, т. е.

$$\frac{dW(u_1, u_2, \dots, u_n, \theta)}{d\theta} = 0. \quad (\text{XIII.38})$$

Оценка по (XIII.38) эквивалентна оценке по центру тяжести получаемого отклика.

Минимальное значение погрешности пеленгования источника шумового излучения может быть определено с помощью соотношений теории оценок параметров [68, 70]. Как показано в [68], минимальное значение эффективной погрешности  $\delta_x$  определения сдвига функции  $f(x)$  определяется величиной второго момента  $m_2(\omega_x)$  Фурье-отображения  $F(\omega_x)$  функции  $f(x)$  и отношением сигнал/шум на выходе приемного устройства, т. е.

$$\delta_x = \frac{1}{m_2(\omega_x)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{c}{\text{ш}}\right)_{\text{вых}}}, \quad (\text{XIII.39})$$

где

$$m_2(\omega_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_x^2 F(\omega_x) d\omega_x.$$

Согласно (XIII.39) соотношение для предельной точности оценки направления на источник с интенсивностью  $T_{\text{я}}$  для приемников с усилением до детектора представим в виде

$$\delta_\theta = \frac{1}{m_2(\omega_\theta)} \cdot \frac{T_{\text{ш}}}{T_{\text{я}}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta F}{\Delta f}}, \quad (\text{XIII.40})$$

где  $m_2(\omega_\theta)$  — второй момент Фурье-отображения функции углового распределения радиояркости <sup>1)</sup>.

При гауссовой аппроксимации формы главного лепестка антенны

$$m_2(\omega_\theta) = \frac{\sqrt{\pi}}{\Delta\theta_{0,46}}, \quad (\text{XIII.41})$$

где  $\Delta\theta_{0,46}$  — ширина главного лепестка на уровне 0,46 по мощности.

Подставив значение (XIII.41) в (XIII.40), получим

$$\delta_\theta = \frac{\Delta\theta}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{T_{\text{ш}}}{T_{\text{я}}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta F}{\Delta f}}. \quad (\text{XIII.42})$$

Увеличения точности пеленгования можно достигнуть при увеличении антенной апертуры и снижении шумовой температуры приемного устройства.

**4.4. Определение разности времени прихода шумовых сигналов при разнесенном приеме** реализуется с помощью корреляционной обработки и оценки разности времени прихода по центру тяжести функции корреляции. Аналогично (XIII.39) погрешность оценки положения центра тяжести функции корреляции на оси временных задержек имеет вид

$$\delta_{\Delta t} = \frac{1}{m_2(\omega)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{c}{\text{ш}}\right)_{\text{вых}}}, \quad (\text{XIII.43})$$

<sup>1)</sup> При угловых размерах источника излучения, малых по сравнению с угловым размером антенного луча, величина  $m_2(\omega_\theta)$  определяется формой диаграммы направленности.

где  $m_2(\omega)$  — второй момент энергетического спектра сигнала.

При гауссовой форме огибающей спектра сигнала ширина лепестка корреляционной функции  $\Delta t_{0,46}$  на уровне 0,46 и второй момент спектра связаны соотношением

$$m_2(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{\Delta t_{0,46}}. \quad (\text{XIII.44})$$

Согласно (XIII.43) и (XIII.8) погрешность определения разности времени прихода шумовых сигналов при разнесенном приеме зависит от соотношения величины сигнала и помехи на входе приемника и ширины полос пропускания высокочастотных и низкочастотных каскадов приемного устройства.

## ГЛАВА XIV

# ДВУМЕРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1. Двумерная фильтрация радиоярких изображений необходима для выделения слабого сигнала при наличии пространственных вариаций интенсивности радиоизлучения фона [136, 137]. Подобная задача имеет место, например, в радиоастрономии при наблюдении слабого источника излучения через облака.

Рассмотрим образованный на выходе радиометра после усреднения сигнала в низкочастотном фильтре радиояркий рельеф сектора пространства, сканируемого лучом антенны. Фильтрация может осуществляться в плоскости изображения, например на мозаике потенциалоскопа, или в дискретном виде при помощи цифровых устройств.

Радиояркий рельеф может быть получен также при помощи многоканальных радиометрических устройств. При этом каждому элементу мозаики изображения должен соответствовать свой радиометрический канал.

1.2. При рассмотрении последовательных кадров, представляющих развертку сектора сканирования в последовательные моменты времени, возникает задача трехмерной фильтрации, включающая обработку сигнала по двум пространственным координатам и по оси времени. При разделении пространственных и временных зависимостей фильтрация в пространстве и во времени выполняется отдельно в соответствующих последовательно соединенных устройствах.

### 2. ВЛИЯНИЕ СВОЙСТВ ФОНА НА СТРУКТУРУ ОПТИМАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ

2.1. Рассмотрим интегральные уравнения оптимальной фильтрации для непрерывной модели фона.

Оптимальное решающее устройство для выделения одного из  $k$  возможных сигналов включает в себя вычис-

литель функции правдоподобия для каждого из ожидаемых сигналов. Функционал правдоподобия может быть вычислен для случая, когда сигнальные образы, представленные в непрерывном виде, искажены мультипликативными и аддитивными пространственными шумами.

Рассмотрим функционал правдоподобия при непрерывном представлении результатов наблюдения. Результаты наблюдения радиояркого рельефа представим далее с учетом апертурных искажений, возникающих в антенной системе.

Разложение двумерных случайных процессов на дискретные последовательности, осуществляемое с целью получения выражений для многомерных распределений и отношения правдоподобия, может быть выполнено или по собственным функциям [223], или посредством дискретизации переменных по пространственным осям [224].

При разложении по собственным функциям искаженный помехой двумерный сигнал может быть представлен в следующем виде:

$$u(x, y) = \left\{ \begin{matrix} S_1(x, y) \\ \vdots \\ S_i(x, y) \\ \vdots \\ S_k(x, y) \end{matrix} \right\} m(x, y) + n(x, y) \quad \text{при} \quad \begin{cases} a \leq x \leq b, \\ c \leq y \leq d, \end{cases} \quad (\text{XIV.1})$$

где только один из  $k$  возможных сигналов  $S_j(x, y)$  присутствует в данном изображении  $u(x, y)$ ;  $m(x, y)$ ,  $n(x, y)$  — случайные функции мультипликативной и аддитивной составляющих шума.

Сигналы  $S_j(x, y)$  предполагаются детерминированными функциями пространственных переменных  $x, y$ . Случайные функции шума  $m(x, y)$  и  $n(x, y)$  предполагаются статистически независимыми и имеющими гауссово распределение со средними значениями  $m_0$ ,  $n_0$  и ковариациями  $R_m$ ,  $R_n$ , равными:

$$\left. \begin{aligned} R_m(x, x', y, y') &= E \{ [m(x, y) - m_0(x, y)] \times \\ &\quad \times [m(x', y') - m_0(x', y')] \}, \\ R_n(x, x', y, y') &= E \{ [n(x, y) - n_0(x, y)] \times \\ &\quad \times [n(x', y') - n_0(x', y')] \}, \\ m_0(x, y) &= E[m(x, y)], \quad n_0(x, y) = E[n(x, y)], \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIV.2})$$

где символ  $E$  означает операцию усреднения по элементу кадра.

Функция ковариации двумерного изображения  $u(x, y)$  в общем случае определяется соотношением

$$R_u(x, x', y, y') = R_n(x, x', y, y') + \\ + R_m(x, x', y, y') S_j(x, y) S_j(x', y'). \quad (\text{XIV.3})$$

Функционал правдоподобия  $P_j(u)$  численно равен условной плотности вероятности наблюдаемого изображения  $u(x, y)$  в предположении, что содержится один из возможных сигналов  $S_j(x, y)$ . Функционал правдоподобия  $P_j(u)$  может быть представлен в следующем виде [223]:

$$P_j(u) = \left[ \prod_{m, n=0}^{\infty} \left( \frac{\lambda_{mn}}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \exp [T_j(u)], \quad (\text{XIV.4})$$

где  $\lambda_{m,n}$  — собственные значения ортогонального разложения  $u(x, y)$  по функциям  $\Psi_m(x)$  и  $\Phi_n(y)$ , зависящие от ожидаемого сигнала  $S_j(x, y)$ ;  $T_j(u)$  — функционал, зависящий от характеристик регулярной и случайной составляющих сигнала и шума.

Ортогональное разложение двумерного изображения  $u(x, y)$  определяется следующим соотношением:

$$u(x, y) = m_0(x, y) S_j(x, y) + n_0(x, y) + \\ + \sum_{m, n=1}^{\infty} \alpha_{m, n} \Psi_m(x) \Phi_n(y) \text{ при } a \leq x \leq b, c \leq y \leq d, \quad (\text{XIV.5})$$

где

$$\alpha_{m, n} = \int_a^b \int_c^d [u(x, y) - m_0(x, y) S_j(x, y) - n_0(x, y)] \times \\ \times \Psi_m(x) \Phi_n(y) dx dy \quad (\text{XIV.6})$$

— коэффициенты разложения, удовлетворяющие следующим уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} E(\alpha_{m, n}) &= 0, \\ E(\alpha_{m, n} \alpha_{p, q}) &= \lambda_{m, n}^{-1} \delta_{m, p} \delta_{n, q}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIV.7})$$

в которых  $\delta_{i, j}$  — дельта-функция:

$$\delta_{i, j} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j, \\ 1 & \text{при } i = j. \end{cases}$$



Функции  $\Psi_m(x)$  и  $\Phi_n(x)$  являются решениями интегрального уравнения

$$\lambda_{m,n} \int_a^b \int_c^d R_u(x, x', y, y') \Psi_m(x') \Phi_n(y') dy' dx' = \Psi_m(x) \Phi_n(y) \quad (\text{XIV.8})$$

при  $a \leq x \leq b$ ,  $c \leq y \leq d$ .

Функционал  $T_j(u)$  может быть представлен в общем виде как

$$T_j(u) = -\frac{1}{2} \int_a^b \int_c^d \int_a^b \int_c^d [u(x, y) - m_0(x, y) S_j(x, y) - n_0(x, y)] \times \\ \times r_u(x, x', y, y') [u(x', y') - m_0(x', y') S_j(x', y') - \\ - n_0(x', y')], \quad (\text{XIV.9})$$

где  $r_u(x, x', y, y')$  — функция, обратная функции ковариации фона, определяемая из интегрального уравнения

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_u(x, x', y, y') r_u(x', x'', y', y'') dy' dx' = \\ = \delta(x - x'', y - y''), \quad (\text{XIV.10})$$

в котором

$$\delta(x - x'', y - y'') = 0 \text{ при } x \neq x'' \text{ и (или) } y \neq y'';$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y) dx dy = 1,$$

а функция ковариации сигнала и шума равна

$$R_u(x, x', y, y') = R_n(x, x', y, y') + \\ + R_m(x, x', y, y') S_j(x, y) S_j(x', y'). \quad (\text{XIV.11})$$

Из общего выражения (XIV.9) может быть получен алгоритм оптимальной пространственной фильтрации для случая аддитивной помехи, а также оптимальный алгоритм в случае присутствия мультипликативной помехи.

Преобразуем (XIV.9), разделив интегралы по переменным  $x, y$  и  $x', y'$ :

$$T_j(u) = -\frac{1}{2} \int_a^b \int_c^d [u(x, y) - m_0(x, y) S_j(x, y) - n_0(x, y)] \times \\ \times f(x, y) dy dx, \quad (\text{XIV.12})$$

где  $f(x, y)$  — функционал, определяемый из интегрального уравнения

$$\int_a^b \int_c^d R_u(x, x', y, y') f(x', y') dy' dx' =$$

$$= u(x, y) - m_0(x, y) S_j(x, y) - n_0(x, y),$$

при  $a \leq x \leq b, c \leq y \leq d$ , (XIV.13)

в котором  $R_u$  — функция пространственной корреляции случайных составляющих аддитивного и мультипликативного шумового фона (XIV.11).

Оптимальная обработка в этом случае носит билинейный характер. Характеристика фильтра, находящегося

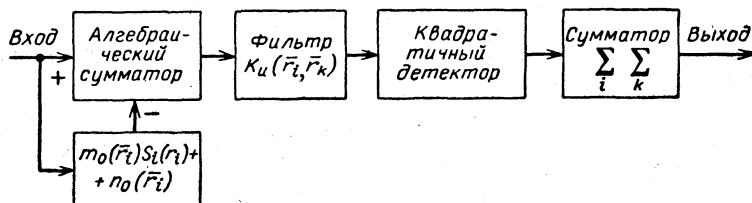


Рис. XIV.1. Фильтровая схема оптимальной билинейной обработки с квадратичным детектором.

в одном из перемножаемых каналов схемы корреляционного типа, описывается функцией  $r_u(x, x', y, y')$  (XIV.10).

Алгоритм (XIV.9) может быть реализован в фильтровой схеме с квадратичным детектором, представленной на рис. XIV.1.

2.2. В случае отсутствия мультипликативных шумов общие соотношения сильно упрощаются. В (XIV.1) среднее значение  $m_0(x, y) = 1$ , ковариация (XIV.12)  $R_m(x, x', y, y') = 0$ . При этом получаем

$$R_u(x, x', y, y') = R_n(x, x', y, y') \quad (\text{XIV.14})$$

не зависящим от номера  $i$ -го сигнала.

Оптимальная процедура обнаружения сигнала  $S_j(x, y)$  соответствует структуре логарифма функционала правдоподобия (XIV.9) и сводится к линейной фильтрации с последующим отбором сигнала, соответствующего каналу с наибольшим напряжением на выходе [223], т. е. может

быть описана следующим образом:

$$T_j[u(x_0, y_0)] = \int_a^b \int_c^d \left[ u(x_1, y_1) - n_0(x_1, y_1) - \right. \\ \left. - \frac{S_j(x_1 y_1)}{2} \right] h_j(x_0 - x_1, y_0 - y_1) dx_1 dy_1, \quad (\text{XIV.15})$$

где  $h_j(x, y)$  — весовая функция оптимального фильтра для обнаружения сигнала  $S_j$ , определяемая из интегрального уравнения

$$\int_a^b \int_c^d R_n(x - x_1, y - y_1) h_j(x_1, y_1) dx_1 dy_1 = S_j(x_0 - x, y_0 - y), \quad (\text{XIV.16})$$

в котором  $x_0$  и  $y_0$  определяют расположение сигнала в поле кадра.

Если область интегрирования достаточно велика по сравнению с областью корреляции, уравнение (XIV.16) может быть записано в следующем виде:

$$h_j(x_1, y_1) = \int_a^b \int_c^d r_n(x_1 - x, y_1 - y) S(x_0 - x, y_0 - y) dx dy, \quad (\text{XIV.17})$$

где  $r_n(x, y)$  — функция, обратная функции корреляции и определяемая из соотношения (XIV.10).

Если сигнал представляет собой  $\delta(x, y)$ -функцию, то оптимальный фильтр с весовой функцией

$$h(x_1, y_1) = r_n(x_1 - x_0, y_1 - y_0) \quad (\text{XIV.18})$$

наилучшим образом подавляет помеху и может быть назван оптимальным помехоподавляющим фильтром.

Из соотношений (XIV.15), (XIV.16) и (XIV.10) следует, что оптимальная фильтрация сигнала  $S_j(x, y)$  может быть выполнена в виде двух последовательных операций: подавления помехи и накопления по элементам разрешения сигнала, где  $S_j(x, y) \neq 0$ .

Оптимальный помехоподавляющий фильтр является двумерным и обладает весовой функцией сложной формы с неразделяющимися переменными. Однако с некоторым приближением помехоподавляющий фильтр может быть

заменен двумя одномерными дифференцирующими устройствами. Эффективность подобной замены оценим ниже по отношению сигнал/шум. В предположении гауссовых распределений шума этот параметр легко связывается с вероятностью ошибок [64].

Из соображений удобства рассмотрим процессы фильтрации на фоне коррелированных шумов в области, где координатами являются пространственные частоты. При синтезе характеристик оптимальных фильтров не будем учитывать <sup>1)</sup> условие физической реализуемости электрических фильтров. В этом случае получаются предельные соотношения, которые могут быть достигнуты при задержке сигнала в фильтре на время, превышающее интервал корреляции шума. Если при этом в уравнении (XIV.16) область интегрирования достаточно велика по сравнению с протяженностью сигнала и с интервалом корреляции помехи, то пределы интегрирования заменяются на бесконечные (от  $-\infty$  до  $+\infty$ ).

Интегральное уравнение оптимальной фильтрации (XIV.16) при интегрировании в бесконечных пределах преобразуется в частотную характеристику идеализированного оптимального фильтра следующего вида:

$$H_{\text{опт}}(\omega_x, \omega_y) = C \frac{G_s(\omega_x, \omega_y)}{F_{\Pi}(\omega_x, \omega_y) + T_{\text{ш}}} e^{-j(\omega_x x_0 + \omega_y y_0)}, \quad (\text{XIV.19})$$

где  $G_s(\omega_x, \omega_y)$  — двумерный спектр сигнала;  $F_{\Pi}(\omega_x, \omega_y)$  — спектр коррелированного шума;  $T_{\text{ш}}$  — спектральная плотность белого шума;  $C$  — постоянный коэффициент.

Реализация оптимального фильтра, описываемого уравнением (XIV.19), является сложной процедурой вследствие двумерности задачи и необходимости изменять частотную характеристику фильтра в зависимости от свойств спектра шума.

2.3. Рассмотрим модель дискретного представления результатов наблюдения. Исходные данные могут быть представлены в виде дискретной совокупности  $n$  значений величин, пропорциональных радиояркостным температурам, т. е.

$$\vec{u} = \{u(\vec{r}_1), u(\vec{r}_2), \dots, u(\vec{r}_n)\}, \quad (\text{XIV.20})$$

<sup>1)</sup> Для оптических фильтров этих ограничений не существует [223, 225].

где  $\vec{r}_i$  — координатный вектор  $i$ -го элемента (индекс пробегает  $n$  значений номеров элементов кадра), причем значение потенциала в  $i$ -м элементе разрешения кадра

$$u(\vec{r}_i) = S_j(\vec{r}_i) m(\vec{r}_i) + n(\vec{r}_i), \quad (\text{XIV.21})$$

где  $m(\vec{r}_i)$ ,  $n(\vec{r}_i)$  — реализация случайных функций мультипликативной и аддитивной помех соответственно,  $S_1(\vec{r}_i), \dots, S_j(\vec{r}_i), \dots, S_k(\vec{r}_i)$  — набор сигналов.

Тензор коэффициентов межэлементной корреляции случайных составляющих сигнала и шума равен

$$R_u(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = R_n(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + R_m(\vec{r}_1, \vec{r}_2) S_j(\vec{r}_1) S_j(\vec{r}_2), \quad (\text{XIV.22})$$

где

$$\left. \begin{aligned} R_n(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= E[n(\vec{r}_1) - n_0(\vec{r}_1)][n(\vec{r}_2) - n_0(\vec{r}_2)], \\ R_m(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= E[m(\vec{r}_1) - m_0(\vec{r}_1)][m(\vec{r}_2) - m_0(\vec{r}_2)] \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIV.23})$$

— функции корреляции случайных составляющих аддитивного и мультипликативного шумов соответственно.

При статистической однородности шумового поля тензор  $R_u(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  является однородным и симметричным.

В случае нормальных (аддитивных и мультипликативных) шумов функция правдоподобия имеет вид

$$P_j(\vec{u}) = \frac{1}{V_{(2\pi)^m \text{Det} \|R_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k)\|}} \exp[T_j^d(\vec{u})], \quad (\text{XIV.24})$$

где  $T_j^d(\vec{u})$  — квадратичная форма, определяемая как

$$\begin{aligned} T_j^d(\vec{u}) = & -\frac{1}{2} \sum_i \sum_k Q_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k) [u(\vec{r}_i) - m_0(\vec{r}_i) S_j(\vec{r}_i) - \\ & - n_0(\vec{r}_i)] [u(\vec{r}_k) - m_0(\vec{r}_k) S_j(\vec{r}_k) - n_0(\vec{r}_k)]; \end{aligned} \quad (\text{XIV.25})$$

$\|R_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k)\|$  — матрица составляющих тензора межэлементной корреляции (XVI.10), зависящая от выбранного порядка нумерации элементов;  $\|Q_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k)\|$  — матрица, обратная матрице  $\|R_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k)\|$  и определяемая из условия

$$\sum_k Q_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k) R_u(\vec{r}_k, \vec{r}_e) = \delta(\vec{r}_i, \vec{r}_e), \quad (\text{XIV.26})$$

где  $\delta(\vec{r}_i, \vec{r}_e)$  — дельта-функция.

Для случая дискретного представления квадратичная форма  $T_j^d(\vec{u})$  (XIV.25) имеет структуру, сходную с интегральной формой  $T_j(u)$  (XIV.9) для случая непрерывного представления пространственных сигналов. Оптимальная обработка может быть реализована в корреляционной схеме, осуществляющей перемножение сигналов на выходе двух каналов, в одном из которых установлен дискретный пространственный фильтр с откликом на  $\delta$ -функцию в виде матрицы  $\|Q_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k)\|$ , определяемой соотношением (XIV.26).

Характеристики фильтра выбираются в соответствии с корреляционными свойствами случайных компонент помехи и сигнала. Средние составляющие сигнала и помехи в соответствии с (XIV.25) вычитаются из входного сигнала. Задержка осуществляется на время, равное постоянной времени фильтра, а суммирование производится по всем элементам, содержащим сигнал.

Тот же алгоритм может быть реализован в схеме фильтрового типа с квадратичным детектором (рис. XIV.1). Характеристика фильтра в схеме с квадратичным детектором  $K_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k)$  связана с коэффициентами квадратичной формы  $Q_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k)$  соотношением

$$\sum_l K_u(r_k, r_l) K_u(r_l, r_i) = Q_u(r_i, r_k), \quad (\text{XIV.27})$$

представляющим интегральную сумму свертки.

Сравнивая корреляционную и фильтровую схемы, следует заметить, что последняя не критична к сдвигу сигнала в поле кадра. Рассмотренные фильтровая и корреляционная обработки включают операцию вычитания среднего значения сигнала.

Квадратичная форма логарифма функции правдоподобия (XIV.25) может быть развернута следующим образом:

$$\begin{aligned} T_j^d(u) = & -\frac{1}{2} \left\{ \sum_i \sum_k Q_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k) [u(\vec{r}_i) - n_0(\vec{r}_i)] \times \right. \\ & \times [u(\vec{r}_k) - n_0(\vec{r}_k)] + \sum_i \sum_k Q_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k) [u(r_i) - n_0(\vec{r}_i)] \times \\ & \times m_0(\vec{r}_k) S_j(\vec{r}_k) - \sum_i \sum_k Q_u(\vec{r}_i, \vec{r}_k) m_0(\vec{r}_i) S(\vec{r}_i) m_0(\vec{r}_k) S(\vec{r}_k) \left. \right\}, \end{aligned} \quad (\text{XIV.28})$$

где первое слагаемое описывает квадратичную обработку случайной составляющей сигнала и помехи; второе слагаемое — линейную обработку, выделяющую среднее значение сигнала; третье слагаемое характеризует среднюю энергию сигнала.

Блок-схема устройства фильтрового типа с выделением линейной обработки представлена на рис. XIV.2. Если среднее значение сигнала равно нулю, т. е.  $m_0(\vec{r}_k) = 0$ , то второй член уравнения (XIV.28), описывающий линейную фильтрацию, равен нулю. При этом задача сводится

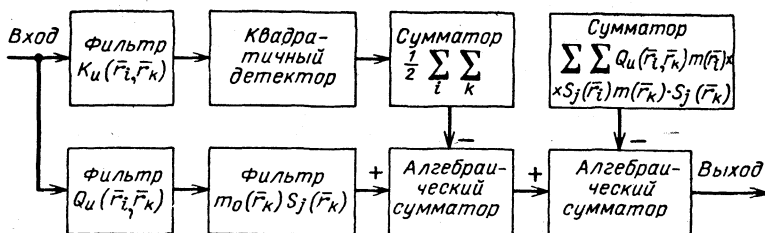


Рис. XIV.2. Фильтровая схема оптимальной билинейной обработки с выделением линейной обработки.

к обнаружению случайного пространственного сигнала. Подобная одномерная задача была рассмотрена в [64]. В случае сигнала известной формы без мультипликативных искажений квадратичный член уравнения (XIV.28) не несет полезной информации о сигнале и служит лишь для нормировки, в то время как второй член этого уравнения, представляющий линейную фильтрацию, характеризует всю необходимую обработку.

2.4. При нормальных аддитивных шумах с единичной дисперсией функция правдоподобия имеет вид

$$P_j(\vec{u}) = \frac{1}{V_{(2\pi)^m \text{Det} \parallel R_n(\vec{r}_i, \vec{r}_k) \parallel}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_i \sum_k Q_n(\vec{r}_i, \vec{r}_k) \times \right. \\ \left. \times [u(\vec{r}_i) - S_j(\vec{r}_i)] [u(\vec{r}_k) - S_j(\vec{r}_k)] \right\}, \quad (\text{XIV.29})$$

где  $\parallel R_n(\vec{r}_i, \vec{r}_k) \parallel$  — матрица составляющих тензора коэффициентов межэлементной корреляции, зависящая от выбран-

ного порядка нумерации элементов;  $Q_n(\vec{r}_i, \vec{r}_k)$  — элементы матрицы, обратной матрице  $\|R_n(\vec{r}_i, \vec{r}_k)\|$ ,  $n_0(\vec{r}_i) = 0$ .

В (XIV.29) суммирование производится по всем парным сочетаниям элементов кадра.

Логарифмируя (XIV.29) и выделяя операцию, зависящую от формы сигнала и наблюдаемых данных <sup>1)</sup>, оптимальную процедуру можно представить в виде линейного преобразования

$$H_j(\vec{u}) = \sum_i \sum_k Q(\vec{r}_i, \vec{r}_k) u(\vec{r}_i) S_j(r_k). \quad (\text{XIV.30})$$

При обнаружении сигнала  $S_j(r_k)$  известной формы, оператор (XIV.30) удобно представить в виде

$$H_j(\vec{u}) = \sum_k S_j(r_k) \sum_i Q(\vec{r}_i, \vec{r}_k) u(\vec{r}_i), \quad (\text{XIV.31})$$

где суммирование по индексу  $k$  соответствует обходу по контуру; а суммирование по индексу  $i$  — по элементам кадра, в которых  $Q(\vec{r}_i, \vec{r}_k) \neq 0$ .

Алгоритм (XIV.31) содержит операции подавления помех в точке (внутреннее суммирование) и накопления по контуру (внешнее суммирование). Согласно (XIV.29) весовые коэффициенты оператора подавления определяются свойствами матрицы межэлементной корреляции помех. Свойства весовых коэффициентов оптимального оператора помехоподавления определяются структурой тензора (XIV.22) межэлементной корреляции помех. Очевидно, что в общем случае составляющие тензора межэлементной корреляции зависят от порядка нумерации элементов кадра.

В случае, если составляющие тензора представить в виде произведения коэффициентов, зависящих от координатных сдвигов, могут быть получены явные выражения для весовых коэффициентов  $Q(\vec{r}_i, \vec{r}_k) = Q_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}$  [64]. В самом деле, при

$$R_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} = R_x(x_\alpha - x_\gamma) R_y(y_\beta - y_\delta) = R_{\alpha, \gamma}^* R_{\beta, \delta}^* \quad (\text{XIV.32})$$

<sup>1)</sup> Предполагается, что функции, описывающие анализируемую совокупность сигналов, нормированы.



из равенств

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\gamma} R_{\alpha, \gamma}^* Q_{\gamma, \kappa}^* &= \delta_{\alpha, \kappa}, \\ \sum_{\delta} R_{\beta, \delta}^{**} Q_{\delta, \varepsilon}^{**} &= \delta_{\beta, \varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIV.33})$$

следует, что

$$\sum_{\gamma, \delta} R_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} Q_{\gamma, \kappa}^* Q_{\delta, \varepsilon}^{**} = \delta_{\alpha, \kappa} \delta_{\beta, \varepsilon}. \quad (\text{XIV.34})$$

Согласно (XIV.32) алгебраическое дополнение элемента  $R_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}$  с учетом (XIV.33) имеет вид

$$Q_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} = Q_{\alpha, \gamma}^* Q_{\beta, \delta}^{**}. \quad (\text{XIV.35})$$

Соотношение (XIV.35) позволяет получить явные выражения для весовых коэффициентов при известных выражениях для матриц  $\|R_{\alpha, \gamma}^*\|$ ,  $\|R_{\beta, \delta}^{**}\|$ , характеризующих корреляционные связи при сдвигах в направлениях координатных осей<sup>1)</sup>.

2.5. Рассмотрим пример вычисления весовых коэффициентов.

В случае экспоненциальной зависимости коэффициентов межэлементной корреляции от координатных сдвигов

$$R_{\alpha, \gamma}^{**} = \rho_x^{|\alpha - \gamma|}, \quad (\text{XIV.36a})$$

$$R_{\beta, \delta}^{**} = \rho_y^{|\beta - \delta|}. \quad (\text{XIV.36б})$$

Соотношения для весовых коэффициентов записываются в виде произведений элементов матриц, обратных (XIV.36). Как известно (например, [64]), матрица, обратная (XIV.36a), имеет вид

$$Q_{\alpha, \gamma}^* = \frac{1}{1 - \rho_x^2} \begin{vmatrix} 1 & -\rho_x & 0 & \dots & 0 \\ -\rho_x & 1 + \rho_x^2 & -\rho_x & \dots & 0 \\ 0 & -\rho_x & 1 + \rho_x^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix}. \quad (\text{XIV.37})$$

Аналогичную форму имеет матрица, обратная (XIV.36б). При  $1 < \alpha < n$ ;  $1 < \beta < n$ , т. е. для всех элементов кадра, за исключением окаймляющих, получим выражения

<sup>1)</sup> Условие расщепления тензора весовых коэффициентов (XIV.35) без труда обобщается на  $n$ -мерный случай.

для весовых коэффициентов  $Q_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}$ , отнесенных к общему множителю  $\eta = 1/(1 - \rho_x^2)(1 - \rho_y^2)$ :

$$\left. \begin{aligned} Q'_{\alpha, \beta, \alpha, \beta} &= (1 + \rho_x^2)(1 + \rho_y^2), \quad Q'_{\alpha, \beta, \alpha \pm 1, \beta} = \\ &= -\rho_x(1 + \rho_y^2), \\ Q'_{\alpha, \beta, \alpha, \beta \pm 1} &= -\rho_y(1 + \rho_x^2), \quad Q'_{\alpha, \beta, \alpha \pm 1, \beta \pm 1} = \rho_x \rho_y, \\ Q'_{\alpha, \beta, \alpha \pm \varepsilon, \beta \pm \kappa} &= 0 \text{ при } |\varepsilon| > 1 \text{ и } |\kappa| > 1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIV.38})$$

Оператор (XIV.38) может быть представлен в виде 9-элементной матрицы весовых коэффициентов

$$\|Q_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}\| = \frac{1}{(1 - \rho_x^2)(1 - \rho_y^2)} \times \\ \times \left\| \begin{array}{ccc} \rho_x \rho_y & -\rho_y(1 + \rho_x^2) & \rho_x \rho_y \\ -\rho_x(1 + \rho_y^2) & (1 + \rho_x^2)(1 + \rho_y^2) & -\rho_x(1 + \rho_y^2) \\ \rho_x \rho_y & -\rho_y(1 + \rho_x^2) & \rho_x \rho_y \end{array} \right\|. \quad (\text{XIV.39})$$

При  $\rho_x \rightarrow 1$ ,  $\rho_y \rightarrow 1$ , опуская общий множитель в (XIV.39), можно записать матрицу асимптотически оптимальных значений

$$\|Q_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}\| \equiv \left\| \begin{array}{ccc} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array} \right\|, \quad (\text{XIV.40})$$

т. е. оптимальный алгоритм селекции при сильной корреляционной связи для обработки в точке  $(x_\alpha, y_\beta)$  имеет вид

$$\begin{aligned} L_{\alpha, \beta}(\vec{u}) &= u(x_\alpha, y_\beta) - \frac{1}{2} [u(x_{\alpha+1}, y_\beta) + u(x_{\alpha-1}, y_\beta) + \\ &+ u(x_\alpha, y_{\beta+1}) + u(x_\alpha, y_{\beta-1})] + \frac{1}{4} [u(x_{\alpha+1}, y_{\beta+1}) + \\ &+ u(x_{\alpha+1}, y_{\beta-1}) + u(x_{\alpha-1}, y_{\beta+1}) + u(x_{\alpha-1}, y_{\beta-1})]. \end{aligned} \quad (\text{XIV.41})$$

Особенностью оператора (XIV.39) являются его пространственная неизотропность, связанная с предположением о характере межэлементных корреляционных связей, принятом в соотношении (XIV.36). В тех случаях, когда функция корреляции фона носит изотропный характер, оптимальные операторы помехоподавления также изотропны.

Рассмотрим случай, когда переменные разделены, при гауссовой функции корреляции фона. В отдельных слу-

чаях пространственная функция корреляции фона может иметь форму гауссовой кривой. Элементы корреляционной матрицы в этом случае имеют следующий вид:

$$R_{i,j} = \rho_x^{i/2} \rho_y^{j/2}, \quad (\text{XIV.42})$$

где  $i, j$  — величины координатных сдвигов.

Отклик  $Q_{i,j,\alpha,\gamma}$  оптимального помехоподавляющего фильтра определяется структурой тензора пространственной двумерной функции корреляции. Отклик двумерного фильтра определяется произведением матриц откликов двух одномерных фильтров. Матрица одномерной функции корреляции может быть задана в следующем виде:

$$\|R_{\kappa,\lambda}\| = \begin{vmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \rho & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix}. \quad (\text{XIV.43})$$

Элементы матрицы (XIV.43) определяются как  $R_{\kappa,\lambda} = \rho^{(\kappa-\lambda)^2}$ . Матрица  $\|Q_{\kappa,\lambda}\|$ , обратная (XIV.43), с элементами  $Q_{\kappa,\lambda} = \frac{\text{Ad } \|R_{\kappa,\lambda}\|}{\text{Det } \|R_{\kappa,\lambda}\|}$  вычислялась на БЭСМ по стандартной программе при  $n=8$  для значений  $\rho=0,1; 0,3; 0,5; 0,8; 0,9; 0,95$ .

Структура отклика оптимального одномерного фильтра на  $\delta$ -функцию при разных  $\rho$  видна из табл. XIV.1; в предположении симметрии приводится лишь правая половина отклика.

Таблица XIV.1

| $\rho$ | $Q_0$ | $Q_1$   | $Q_2$  | $Q_3$    | $Q_4$  |
|--------|-------|---------|--------|----------|--------|
| 0,1    | 1     | -0,0077 |        |          |        |
| 0,2    | 1     | -0,0287 |        |          |        |
| 0,3    | 1     | -0,0635 |        |          |        |
| 0,4    | 1     | -0,114  | 0,011  |          |        |
| 0,5    | 1     | -0,184  | 0,0254 |          |        |
| 0,6    | 1     | -0,284  | 0,0526 | -0,00797 |        |
| 0,7    | 1     | -0,42   | 0,0945 | -0,0127  |        |
| 0,8    | 1     | -0,505  | 0,1065 | 0,000549 |        |
| 0,9    | 1     | -0,57   | 0,072  | 0,0308   |        |
| 0,95   | 1     | -0,84   | 0,48   | -0,172   | 0,0296 |

### 3. ПОДОПТИМАЛЬНЫЕ ФИЛЬТРЫ

3.1. Оптимальное подавление помехи в виде аддитивного фона требует применения сложных фильтров, характеристики которых зависят от таких параметров, как, например, отношение помеха/шум, коэффициент корреляции помехи в соседних элементах и др. Сложность оптимальных устройств помехоподавления вынуждает применять для этой цели неоптимальные устройства.

3.2. В дальнейшем рассмотрим некоторые подоптимальные дискретные фильтры.

а) Асимптотически оптимальный фильтр (при  $\rho \rightarrow 1$ ), являющийся подоптимальным для значений  $\rho < 1$ . Матрица отклика двумерного фильтра на  $\delta$ -функцию равна

$$\|Q_{i,j}\| = \left\| \begin{array}{ccc} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array} \right\|. \quad (\text{XIV.44})$$

б) Крестообразный фильтр, характеризующийся пятью весовыми коэффициентами, его матрица записывается в виде

$$\|Q_{i,j}\| = \left\| \begin{array}{ccc} 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 \end{array} \right\|. \quad (\text{XIV.45})$$

в) Фильтр «двойная разность», осуществляющий двойное вычитание по одной оси, описывается матрицей

$$\|Q_{i,j}\| = \left\| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\|. \quad (\text{XIV.46})$$

г) Фильтр, осуществляющий вычитание по одной оси, описывается матрицей

$$\|Q_{i,j}\| = \left\| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\|. \quad (\text{XIV.47})$$

д) Фильтр, осуществляющий сравнение со средним значением, имеет матрицу отклика

$$\|Q_{i,j}\| = \begin{vmatrix} -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & 1 & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \end{vmatrix}. \quad (\text{XIV.48})$$

3.3. При аналоговой обработке целесообразно рассмотреть следующие подоптимальные фильтры:

а) фильтр с разделяющимися переменными при оптимальной обработке по каждой из осей;

б) фильтр, составленный из согласованного фильтра и устройств дифференцирования по каждой из осей — «дифференцирование с разделением переменных»;

в) фильтр, составленный из согласованного фильтра и устройства пространственного дифференцирования.

Ниже рассмотрим сравнительную эффективность оптимального и подоптимальных фильтров, чтобы обеспечить обоснованный выбор подоптимальных фильтров в зависимости от требований к подавлению фона и допустимой сложности устройств.

#### 4. РЕАЛИЗАЦИЯ ДВУМЕРНЫХ ФИЛЬТРОВ

4.1. Оптимальные линейные двумерные фильтры могут быть осуществлены с помощью некогерентных оптико-механических систем, состоящих из сферических линз и пластин с переменной прозрачностью, пропорциональной значениям двумерной случайной функции и функции передачи двумерного фильтра. При взаимном механическом перемещении по двум координатам пластин с выбранной прозрачностью пространственная характеристика фильтра позволяет реализовать необходимый для осуществления фильтрации двумерный интеграл свертки [225].

4.2. При наличии точечного источника света может быть получена когерентная оптическая система, осуществляющая преобразование Фурье для случайной двумерной функции. В этом случае на одну из пластин наносится частотная характеристика фильтра, и простое перемножение функций яркости при прохождении светового потока через систему дает эффект двумерной фильтрации [177]. Таким образом, когерентная оптическая система двумер-

ной фильтрации, не требующая применения подвижных пластин, проще некогерентной оптико-механической системы, однако ее осуществление затруднено из-за необходимости иметь точечный источник света.

4.3. Процесс двумерной фильтрации, описываемый интегралом свертки

$$V(x_1, y_1) = \int \int u(x, y) h(x_1 - x, y_1 - y) dx dy \quad (\text{XIV.49})$$

может быть, как известно, представлен в дискретизированном виде, т. е.

$$V_{k,n} = \sum_i \sum_j u_{i,j} h_{k-i, n-j}, \quad (\text{XIV.50})$$

где  $u_{i,j}$  — элементы матрицы сигнала;  $h_{i,j}$  — элементы матрицы отклика фильтра обнаружения или сглаживающего фильтра;  $V_{k,n}$  — элементы матрицы сигнала после фильтрации.

При дискретном представлении фильтрация заключается во взвешенном поэлементном суммировании входного сигнала с весами, заданными элементами смещенной матрицы отклика фильтра. Эта обработка может быть легко выполнена при помощи элементов цифровой техники. При цифровой фильтрации возникает ряд дополнительных задач: определение величины потерь информации вследствие дискретизации непрерывных сигналов, определение допустимых упрощений формы отклика дискретного фильтра на  $\delta$ -функцию, выбор необходимой частоты пространственных выборок — и ряд других задач, связанных с реализацией цифровой фильтрации.

4.4. Двумерная фильтрация может быть осуществлена и в аналоговых системах. В случае разделения переменных в выражении для сигнала на выходе двумерного фильтра двумерная фильтрация может быть заменена последовательной двукратной одномерной фильтрацией при построчном развертывании изображения во взаимно перпендикулярных направлениях. В рассматриваемом случае условием разделения переменных в выражении, описывающем сигнал на выходе фильтра, является преобладание уровня флуктуаций фона над уровнем белого шума, а также разделение переменных в выражении для сигнала на входе. В случае, если переменные не разделяются, двумерная обработка аналоговой записи изображения, например, на потенциалоскопе может быть выполнена при одновре-

менном считывании записи с нескольких строк и с нескольких элементов вдоль каждой из строк при последующей совместной их обработке.

4.5. Для записи и запоминания двумерного изображения может быть применена потенциалоскопическая трубка — радихон, имеющая барьерную сетку; напряжение модуляции в этом случае подается на сигнальную пластину. В этой трубке используется равновесная запись и перезарядное считывание [80], причем выходные сигналы соответствуют не записанному потенциальному рельефу, а разности между входными сигналами в следующих один за другим периодах развертки мишени электронным лучом. Такая особенность трубки позволяет непосредственно реализовывать алгоритм подавления коррелированного фона, соответствующий «однократному вычитанию». Выходные сигналы этой трубки содержат полутона, пропорциональные разностям двух следующих один за другим потенциальных рельефов.

Потенциалоскопическая трубка — графekon, обычно используемая для преобразования радиолокационного изображения в телевизионное [80], также может быть использована для целей фильтрации радиоярких изображений на фоне пространственных коррелированных фонов. Графekon с двухсторонней мишенью содержит два электронных прожектора (записывающий и считывающий), расположенных в противоположных концах трубки, между ними располагается мишень, представляющая собой металлическую подложку в виде алюминиевой фольги, покрытую тонким слоем диэлектрика или полупроводника. Выходной сигнал графекона имеет положительную полярность и содержит полутона. Он представляет построчную телевизионную развертку изображения с четкостью до 600 строк. Подавление фона в этом случае производится при прохождении выходного сигнала через аналоговые помехоподавляющие дифференцирующие фильтры (например, дифференцирующие  $RC$ -цепочки), эффективность которых будет рассмотрена ниже.

## ГЛАВА XV

### ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДВУМЕРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

#### 1. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДИСКРЕТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

1.1. Рассмотрим прохождение помех в дискретном двумерном фильтре. Матрица сигнала подвергается линейному преобразованию

$$L_{\alpha, \beta}(\vec{u}) = \sum_i \sum_j u_{\alpha+i, \beta+j} Q_{i, j}, \quad (\text{XV.1})$$

осуществляемому в  $nm$ -мерном пространстве матрицей  $\|Q_{i, j}\|$  весовых коэффициентов дискретного фильтра.

Матрица  $\|Q_{i, j}\|$  полностью характеризует свойства фильтра. Помехоподавляющие свойства дискретного фильтра при коррелированной помехе определяются отношением эффективных значений помехи на входе и выходе или эффективным значением помехи на выходе при единичной мощности помехи на входе, т. е. нормированная дисперсия помехи на выходе

$$\sigma_{\text{вых}}^2 = R_{i=0, j=0}^{\text{вых}} = \sum_{\mu=-m}^m \sum_{\nu=-n}^n a_{\mu, \nu} R_{\mu, \nu}^{\text{вх}}, \quad (\text{XV.2})$$

где  $i, j, \mu, \nu$  — обозначения координатных сдвигов в предположении стационарности шумового процесса, причем  $i$  (или  $\mu$ ) равно  $\alpha - \gamma$ , а  $j$  (или  $\nu$ ) равно  $\beta - \delta$ ;  $R_{\mu, \nu}^{\text{вх}}$  и  $R_{i, j}^{\text{вых}}$  — функции корреляции помехи на входе и выходе фильтра, связанные зависимостью

$$R_{i, j}^{\text{вых}} = \sum_{\mu=-m}^m \sum_{\nu=-n}^n a_{\mu, \nu} R_{\mu+i, \nu+j}^{\text{вх}}. \quad (\text{XV.3})$$

В (XV.3)

$$a_{\mu, \nu} = \sum_{\alpha=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{\beta=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} Q_{\alpha, \beta} Q_{\alpha+\mu, \beta+\nu} \quad (\text{XV.4})$$



— коэффициенты матрицы  $\|a_{\mu, \nu}\|$ , получаемые при помощи интегральной суммы свертки весовых коэффициентов фильтра  $Q_{\alpha, \beta}$ .

Соотношения (XV.2), (XV.3) справедливы для фильтрации в трех измерениях (случай, когда рассматриваются последовательные во времени матрицы пространственного сигнала), а также для  $n$ -мерной фильтрации.

Так, в случае трехмерной фильтрации нормированная дисперсия помехи на выходе фильтра равна

$$\sigma_{\text{ВЫХ}}^2 = \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-l}^l \sum_{k=-n}^n R_{i, j, k} a_{i, j, k}, \quad (\text{XV.5})$$

где  $R_{i, j, k}$  — нормированная функция корреляции помехи на входе;

$$a_{i, j, k} = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_{\gamma} Q_{\alpha, \beta, \gamma} Q_{\alpha+1, \beta+j, \gamma+k} \quad (\text{XV.6})$$

— свертка весовых коэффициентов трехмерного фильтра.

Если учесть, что при разделении переменных

$$\left. \begin{aligned} R_{i, j, k} &= R_i R_j R_k, \\ a_{i, j, k} &= a_i a_j a_k, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.7})$$

то легко получается соотношение

$$\sigma_{\text{ВЫХ}}^2 = \sum_i \sum_j \sum_k R_i R_j R_k a_i a_j a_k = \sigma_1^2 \sigma_2^2 \sigma_3^2, \quad (\text{XV.8})$$

т. е. дисперсия помехи на выходе трехмерного фильтра равна произведению дисперсий на выходе трех одномерных фильтров.

Подобные соотношения имеют место и для величины коэффициента подавления, а также для функции корреляции на выходе трехмерного фильтра, т. е.

$$R_{i, j, k}^{\text{ВЫХ}} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} \sum_{p} R_{\mu, \nu, p}^{\text{ВХ}} a_{\mu+i, \nu+j, p+k} = R_i R_j R_k. \quad (\text{XV.9})$$

1.2. Вначале рассмотрим эффективность оптимальных и подоптимальных двумерных операторов помехоподавления для экспоненциальной модели фона с разделяющимися переменными, а затем рассмотрим гауссовы модели фона и влияние его изотропности на эффективность приведенных операторов.

Рассчитаем эффективность шумоподавляющих фильтров для экспоненциальной модели фона с разделением переменных. Будем предполагать, что матрицы весовых коэффициентов фильтров однозначно определяют соответствующие операторы (XV.1) и (XV.2). При воздействии шумов, характеризуемых тензором межэлементной корреляции (XIV.36), при  $\rho_x = \rho_y = \rho_0$  согласно (XV.5) коэффициент шумоподавления  $\xi_0 = \sqrt{\frac{\sigma_{вх}^2}{\sigma_{вых}^2}}$  для асимптотически оптимального оператора принимает вид

$$\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{L_{\alpha, \beta}^2(u)}} = \frac{1}{\sqrt{2,25 - 6\rho_0 + 5,5\rho_0^2 - 2\rho_0^3 + 0,25\rho_0^4}}. \quad (XV.10)$$

Эффективность асимптотически оптимального оператора (XIV.40) по сравнению с полностью оптимальным (XIV.39), построенным с учетом фактической величины параметра  $\rho_0$ , характеризуется данными табл. XV.1 и кривыми 1, 2

Таблица XV.1

| $\rho_0$                | 0    | 0,5   | 0,7   | 0,9     |
|-------------------------|------|-------|-------|---------|
| $\sigma_0^2$            | 1,0  | 0,359 | 0,112 | 0,01103 |
| $\sigma_1^2$            | 2,25 | 0,391 | 0,119 | 0,01103 |
| $\sigma_1^2/\sigma_0^2$ | 2,25 | 1,09  | 1,02  | 1,0     |

рис. XV.1. В первой и второй строках табл. XV.1 приведены квадраты эффективных значений шума на выходе оптимального и асимптотически оптимального фильтра (при единичном значении на входе), а в третьей строке дается их отношение. Результаты сравнения показывают, что асимптотически оптимальный фильтр эффективно подавляет шумы. Даже при  $\rho_0 = 0,5$  потери мощности составляют всего 9%, в то время как мощность шума при  $\rho_0 = 0$  возрастает всего лишь в 2,25 раза.

Некритичность эффективности асимптотически оптимального фильтра к величине интервала корреляции помехи позволяет предполагать подобную же некритичность

к форме огибающей функции корреляции при условии разделения переменных. При этом возможно эффективное подавление коррелированных шумов различных классов одним фильтром.

Сопоставим эффективность оптимальных операторов шумоподавления, реализуемых оптимальными фильтрами,

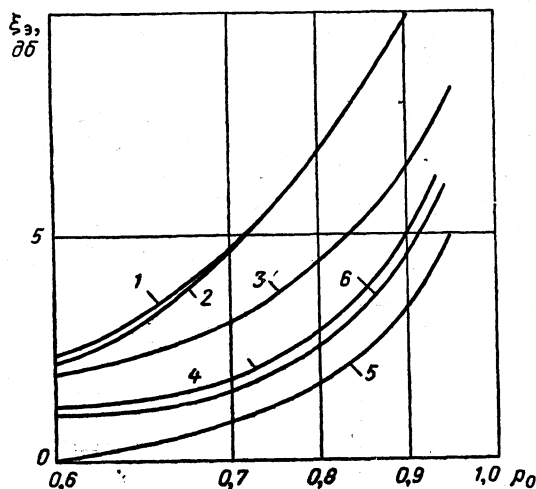


Рис. XV.1. Зависимость коэффициентов подавления шума от параметра  $\rho_0$  для различных типов фильтров:

1 — оптимального; 2 — асимптотического; 3 — крестообразного; 4 — двойной разности; 5 — разности; 6 — сравнения со средним.

и неоптимальных операторов, реализуемых подоптимальными фильтрами.

Соотношения для расчета коэффициентов подавления коррелированных шумов в одном оптимальном и пяти подоптимальных фильтрах при двумерной экспоненциальной функции корреляции приведены в табл. XV.2.

Расчетные значения коэффициентов подавления  $\xi_{\text{э}}$  (в децибелах), вычисленные по формулам табл. XV.2, приведены в табл. XV.3, где принято  $\xi_{\text{э}}, \text{дБ} = 10 \lg \xi_{\text{э}}$ .

По данным табл. XV.3 построены графики рис. XV.1. Эффективность подоптимальных фильтров, в частности крестообразного и образующего двойную разность, оказалась довольно высокой. Вместе с тем сложный фильтр «сравнение со средним» сравнительно мало эффективен,

Таблица XV.2

| Номер<br>филь-<br>тра | Тип фильтра                                                         | $\xi_0$                                                                                     |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                     | Оптимальный<br>фильтр                                               | $\frac{1}{\sqrt{\sum_i \sum_j a_{i,j} R_{i,j}^{BX}}}$                                       |
| 2                     | Асимптотический<br>оптимальный<br>фильтр (при $\rho_0 =$<br>$= 1$ ) | $\frac{1}{\sqrt{2,25-6\rho_0+5,5\rho_0^2-2\rho_0^3+0,25\rho_0^4}}$                          |
| 3                     | Крестообразный<br>фильтр                                            | $\frac{1}{\sqrt{1,25-2\rho_0+0,75\rho_0^2}}$                                                |
| 4                     | Фильтр «двойная<br>разность»                                        | $\frac{1}{\sqrt{1,5-2\rho_0+0,5\rho_0^2}}$                                                  |
| 5                     | Разностный фильтр                                                   | $\frac{1}{\sqrt{2-2\rho_0}}$                                                                |
| 6                     | Фильтр «сравнение<br>со средним»                                    | $\frac{1}{\sqrt{1,125-0,75\rho_0-\frac{11}{16}\rho_0^2+0,25\rho_0^3+\frac{1}{16}\rho_0^4}}$ |

Таблица XV.3

| Номер<br>фильтра | $\xi_0, \partial\delta$ |              |              |              |              |               |
|------------------|-------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
|                  | $\rho_0=0$              | $\rho_0=0,5$ | $\rho_0=0,7$ | $\rho_0=0,8$ | $\rho_0=0,9$ | $\rho_0=0,95$ |
| 1                | 0                       | 2,2          | 4,7          | 6,6          | 9,8          | 12,9          |
| 2                | -1,8                    | 2,0          | 4,6          | 6,6          | 9,8          | 12,9          |
| 3                | -0,5                    | 1,8          | 3,3          | 4,8          | 6,2          | 8,0           |
| 4                | -0,9                    | 1,0          | 2,3          | 3,3          | 4,8          | 6,5           |
| 5                | -1,5                    | 0            | 1,1          | 2,0          | 3,5          | 5             |
| 6                | -0,3                    | 1,1          | 2,2          | 3,1          | 4,7          | 6,1           |

Таблица XV.4

| Модель фильтра                           | Номер филь-тра | $\xi_0$ , дБ |                                                     |                                                     |                                                     |                                                     |                                                      |
|------------------------------------------|----------------|--------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
|                                          |                | $\rho_0=0$   | $\rho_0=\begin{smallmatrix} =0,5 \end{smallmatrix}$ | $\rho_0=\begin{smallmatrix} =0,7 \end{smallmatrix}$ | $\rho_0=\begin{smallmatrix} =0,8 \end{smallmatrix}$ | $\rho_0=\begin{smallmatrix} =0,9 \end{smallmatrix}$ | $\rho_0=\begin{smallmatrix} =0,95 \end{smallmatrix}$ |
| Гауссова функция. Разделение переменных  | 2              | -1,8         | 2,7                                                 | 6,7                                                 | 9,8                                                 | 15,2                                                | 20                                                   |
|                                          | 5              | -1,5         | 0                                                   | 1,1                                                 | 2,0                                                 | 3,5                                                 | 5,0                                                  |
|                                          | 6              | -0,26        | 1,3                                                 | 3,1                                                 | 5,4                                                 | 8,1                                                 | 13,5                                                 |
| Гауссова функция. Изотропный фон         | 2              | -1,8         | -0,5                                                | 0,3                                                 | 1,3                                                 | 2,7                                                 | 4,3                                                  |
|                                          | 5              | -1,5         | 0                                                   | 1,1                                                 | 2,0                                                 | 3,5                                                 | 5,0                                                  |
|                                          | 6              | -0,3         | 2,3                                                 | 4,84                                                | 7,66                                                | 8,67                                                | 9,7                                                  |
| Экспоненциальная функция. Изотропный фон | 2              | -1,8         | -0,4                                                | 0,7                                                 | 1,6                                                 | 3,0                                                 | 4,5                                                  |
|                                          | 5              | -1,5         | 0                                                   | 1,1                                                 | 2,0                                                 | 3,5                                                 | 5,0                                                  |
|                                          | 6              | -0,3         | 1,8                                                 | 3,2                                                 | 4,2                                                 | 5,9                                                 | 7,3                                                  |

так как он не учитывает пространственной неизотропности межэлементных корреляционных связей <sup>1)</sup>).

Как и следовало ожидать, все фильтры, кроме оптимального, увеличивают мощность некоррелированной помехи.

1.3. Рассмотрим также эффективность дискретных пространственных фильтров при следующих моделях фона: гауссовой функции корреляции для изотропного случая

<sup>1)</sup> Следует заметить, что при изотропной функции корреляции фильтр «сравнение со средним» наиболее эффективен. Однако его эффективность всего на  $1 \div 2$  дБ превышает эффективность крестообразного фильтра.

и случая разделения переменных, экспоненциальной функции для изотропного случая. Расчеты коэффициентов подавления в некоторых подоптимальных фильтрах для перечисленных стационарных моделей фона излучения атмосферы приведены в табл. XV.4. Соотношения для расчета эффективности соответствующих фильтров, полученные для рассматриваемых моделей фона, приведены в табл. XV.5. Разновидности пространственных фильтров

Таблица XV.5

| Модель фона                              | Номер фильтра | $\sigma_{\text{вых}}^2$                                                                                                      |
|------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Гауссова функция. Разделение переменных  | 2             | $2,25 - 6\rho_0 + 4\rho_0^2 + 1,5\rho_0^4 - 2\rho_0^5 + 0,25\rho_0^8$                                                        |
|                                          | 5             | $2 - 2\rho_0$                                                                                                                |
|                                          | 6             | $1\frac{1}{8} - \frac{3}{4}\rho_0 - \frac{7}{8}\rho_0^2 + \frac{3}{16}\rho_0^4 + \frac{1}{4}\rho_0^5 + \frac{1}{16}\rho_0^8$ |
| Гауссова функция. Изотропный фон         | 2             | $2\frac{1}{4} - 2\rho_0 - \frac{1}{4}\rho_0^4$                                                                               |
|                                          | 6             | $1\frac{1}{8} - 1\frac{5}{8}\rho_0 + \frac{1}{2}\rho_0^4$                                                                    |
| Экспоненциальная функция. Изотропный фон | 2             | $2\frac{1}{4} - 2\rho_0 - \frac{1}{4}\rho_0^2$                                                                               |
|                                          | 6             | $1\frac{1}{8} - 1\frac{5}{8}\rho_0 + \frac{1}{2}\rho_0^2$                                                                    |

в табл. XV.4, XV.5 обозначены номерами, соответствующими номерам в табл. XV.2.

Из сопоставления результатов, представленных в табл. XV.4, XV.3, можно заметить, что:

— помеха с гауссовой корреляцией подавляется, как правило, более эффективно, чем помеха с экспоненциальной корреляцией (при одинаковых  $\rho_0$ );

— при изотропных фонах «асимптотический» фильтр с разделением переменных становится неэффективным;

— наиболее эффективным в случае изотропного фона является фильтр «сравнение со средним»; достаточно высокую эффективность имеет в этом случае также простой разностный фильтр;

— замена полностью оптимальной операции шумоподавления асимптотически оптимальным оператором приводит при  $\rho_0 \geq 0,5$  к несущественным потерям;

— эффективность простых фильтров, образующих разность и двойную разность, достаточно высока при больших  $\rho_0$  независимо от типа модели фона.

Рассмотрение эффективности дискретных фильтров показывает возможность успешного подавления пространственно коррелированного фона в простых фильтрах независимо от их структуры, в то время как применение сложных фильтров требует наличия предварительной информации об изотропности фона. Форма кривой функции корреляции при этом менее существенна.

## 2. ЭФФЕКТИВНОСТЬ АНАЛОГОВЫХ ФИЛЬТРОВ

2.1. Рассмотрим эффективность подоптимальных фильтров и потери в отношении сигнал/шум при замене оптимального двумерного фильтра подоптимальным фильтром с разделяющимися переменными.

Эффект подавления коррелированной помехи в аналоговом фильтре оценивается по улучшению отношения сигнал/помеха в оптимальном (или подоптимальном) фильтре по сравнению с этим же отношением на выходе согласованного со спектром сигнала фильтра. Улучшение достигается путем учета в характеристике оптимального фильтра формы спектра помехи.

Отношение сигнал/шум (по мощности) на выходе оптимального фильтра (XIV.19) определяется соотношением

$$\frac{c}{\Pi_{\text{опт}}}(\gamma) = \frac{1}{4\pi^2 F_{\Pi}(0, 0)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G_s(\omega_x, \omega_y)|^2}{F_{\Pi}(\omega_x, \omega_y) + \frac{1}{\gamma^2}} d\omega_x d\omega_y, \quad (\text{XV.11})$$

где  $\gamma^2 = \frac{F_{\Pi}(0, 0)}{T_{\Pi}}$  — отношение спектральных плотностей коррелированного и белого шума;  $F_{\Pi}(0, 0)$  — спектральная плотность коррелированного шума при нулевых частотах.

При разделении переменных в частотной характеристике фильтра двумерная обработка сигнала может быть заменена последовательной обработкой сигнала в двух одномерных фильтрах. Фильтр с разделяющимися переменными аппроксимирует оптимальную процедуру в случае разделения переменных в спектрах сигнала и шума при значительном преобладании одного слагаемого в знаменателе (XIV.19) над другим [226].

Эффективность подоптимального фильтра с разделяющимися переменными будем определять как потери в отношении сигнал/помеха  $f(\gamma)$  при замене оптимального фильтра подоптимальным с разделяющимися переменными.

2.2. Сравним эффективность оптимального фильтра и фильтра с разделяющимися переменными:

$$H_{\text{разд}}(\omega_x, \omega_y) = H_1(\omega_x) H_2(\omega_y). \quad (\text{XV.12})$$

Произведем замену двумерного оптимального фильтра двумя последовательными одномерными фильтрами, частотные характеристики которых записываются в виде

$$H_1(\omega_x) = C_1 \frac{G_s^*(\omega_x)}{F_{\Pi}(\omega_x) + T_{1\Pi}} e^{-j\omega_x x_0}, \quad (\text{XV.13})$$

$$H_2(\omega_y) = C_2 \frac{G_s^*(\omega_y)}{F_{\Pi}(\omega_y) + T_{2\Pi}} e^{-j\omega_y y_0}, \quad (\text{XV.14})$$

где

$$G_s(\omega_x, \omega_y) = G_{s1}(\omega_x) G_{s2}(\omega_y); \quad (\text{XV.15})$$

$$F_{\Pi}(\omega_x, \omega_y) = F_{\Pi1}(\omega_x) F_{\Pi2}(\omega_y); \quad (\text{XV.16})$$

$$T_{\Pi} = T_{1\Pi} T_{2\Pi}; \quad C = C_1 C_2.$$

На выходе фильтра с разделением переменных отношение сигнал/шум запишется как

$$\frac{c}{\Pi}(\gamma) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G_s(\omega_x)|^2}{\frac{F_{\Pi}(\omega_x)}{F_{\Pi}(0)} + \frac{1}{\gamma}} d\omega_x \right) \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G_s(\omega_y)|^2}{\frac{F_{\Pi}(\omega_y)}{F_{\Pi}(0)} + \frac{1}{\gamma}} d\omega_y \right)}{J_1 J_2 + J_3 J_4}, \quad (\text{XV.17})$$



где

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G_s(\omega_x)|^2}{\left(\frac{F_{\Pi}(\omega_x)}{F_{\Pi}(0)} + \frac{1}{\gamma}\right)^2} F_{\Pi}(\omega_x) d\omega_x; \\
 J_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G_s(\omega_y)|^2}{\left(\frac{F_{\Pi}(\omega_y)}{F_{\Pi}(0)} + \frac{1}{\gamma}\right)^2} F_{\Pi}(\omega_y) d\omega_y; \\
 J_3 &= \frac{F_{\Pi}(0, 0)}{\gamma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G_s(\omega_x)|^2}{\left(\frac{F_{\Pi}(\omega_x)}{F_{\Pi}(0)} + \frac{1}{\gamma}\right)^2} d\omega_x; \\
 J_4 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G_s(\omega_y)|^2}{\left(\frac{F_{\Pi}(\omega_y)}{F_{\Pi}(0)} + \frac{1}{\gamma}\right)^2} d\omega_y; \\
 \gamma &= \frac{F_{\Pi}(\omega_x=0)}{T_{1\Pi}} = \frac{F_{\Pi}(\omega_y=0)}{T_{2\Pi}}; \quad \left. \begin{aligned} &F_{\Pi}(0, 0) = F_{\Pi}(\omega_x=0) F_{\Pi}(\omega_y=0). \end{aligned} \right\} \quad (XV.18)
 \end{aligned}$$

Задавшись формой спектров сигнала и помехи, можно вычислить потери при замене оптимального фильтра фильтром с разделяющимися переменными

$$f(\gamma) = \frac{\frac{c}{\Pi}(\gamma)}{\frac{c}{\Pi_{\text{опт}}}(\gamma)} \quad (XV.19)$$

в зависимости от нормированной мощности коррелированного шума  $\gamma^2$ .

В качестве примера рассмотрим функцию потерь  $f(\gamma)$  при раздельной обработке сигнала по двум переменным при гауссовых спектрах сигнала и помехи, т. е. когда

$$G_s(\omega_x) = A e^{-\alpha_1^2 \omega_x^2}, \quad G_s(\omega_y) = A e^{-\alpha_2^2 \omega_y^2}, \quad (XV.20)$$

$$F_{\Pi}(\omega_x) = B e^{-2\alpha_1^2 \omega_x^2 m_1^2}, \quad F_{\Pi}(\omega_y) = B e^{-2\alpha_2^2 \omega_y^2 m_2^2}, \quad (XV.21)$$

где  $m_1$  и  $\alpha_1 m_2 / \alpha_2$  представляют собой отношения полос энергетических спектров сигнала и шума вдоль осей пространственных частот  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ;  $A$ ,  $B$  — постоянные коэффициенты.

Результаты расчета функции  $f(\gamma)$  для различных корреляционных связей по осям в зависимости от нормированной величины интенсивности коррелированной помехи

приведены на рис. XV.2. Наихудшие условия разделения переменных имеют место при широкополосной помехе ( $m \geq 1$ ). При узкополосной помехе потери невелики и раздельная обработка допустима. Минимум функции  $f(\gamma)$  соответствует наиболее неблагоприятным значениям нормированной мощности коррелированной составляющей шума. С увеличением  $m_1$  и  $m_2$  минимальное значение  $f(\gamma)$  возрастает, приближаясь к единице (так, при  $m_1 = 10$ ,

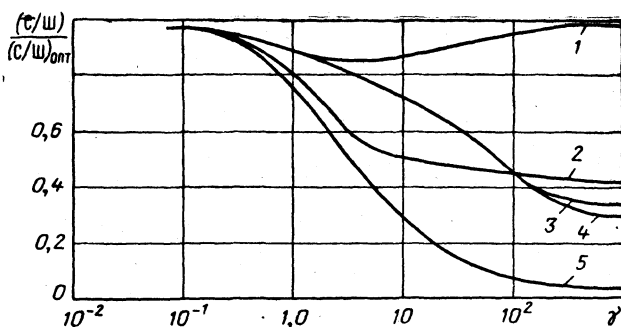


Рис. XV.2. Зависимость потерь в отношении сигнал/шум от нормированной величины интенсивности коррелированной помехи:

1)  $m_1 = 10$ ,  $m_2 = 20$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2$ ; 2)  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ,  $\alpha_1 = 5\alpha_2$ ; 3)  $m_1 = 5$ ,  $m_2 = 10$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2$ ; 4)  $m_1 = 5$ ,  $m_2 = 5$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2$ ; 5)  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2$ .

$m_2 = 20$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2$  минимум  $f(\gamma)$  равняется 0,84). При  $m_1$  и  $m_2$ , превышающих 20,  $f(\gamma)$  практически становятся равными единице при любых значениях  $\gamma$ .

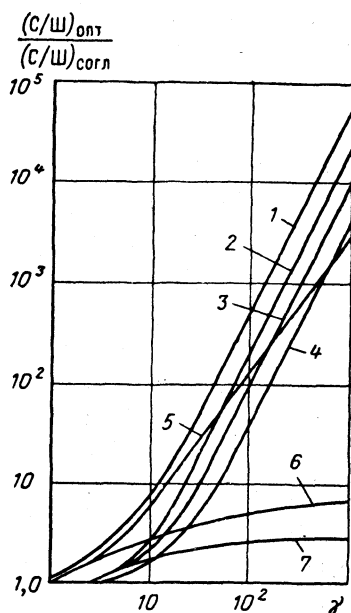
2.3. Рассмотрим эффективность оптимальной операции помехоподавления при коррелированной помехе, сравнивая отношение сигнал/шум на выходе оптимального и согласованного с формой спектра сигнала фильтров.

Согласованный фильтр имеет частотную характеристику, определяемую спектром сигнала, т. е.

$$\begin{aligned} H_{\text{согл}}(\omega_x, \omega_y) &= G_s^*(\omega_x, \omega_y) e^{-j(\omega_x x_0 + \omega_y y_0)} = \\ &= G_s^*(\omega_x) e^{-j\omega_x x_0} G_s^*(\omega_y) e^{-j\omega_y y_0}. \end{aligned} \quad (\text{XV.22})$$

Поскольку, как видно из (XV.22) и (XIV.19), оптимальная операция может быть представлена как последовательное соединение согласованного и помехоподавляющего фильтров, отношение  $\frac{c}{\text{ш}_{\text{опт}}}(\gamma) / \frac{c}{\text{ш}_{\text{согл}}}(\gamma) = K(\gamma)$  может слу-

жить характеристикой предельных возможностей улучшения отношения сигнал/шум за счет помехоподавляющего фильтра. Например, при гауссовых спектрах, описываемых



**Рис. XV.3.** Зависимость отношения сигнал/шум от нормированной величины интенсивности коррелированной помехи при замене согласованного фильтра оптимальным:

1)  $m_1 = 1, m_2 = 5, \alpha_1 = \alpha_2$ ; 2)  $m_1 = 5, m_2 = 10, \alpha_1 = \alpha_2$ ; 3)  $m_1 = 5, m_2 = 25, \alpha_1 = \alpha_2$ ; 4)  $m_1 = 10, m_2 = 20, \alpha_1 = \alpha_2$ ; 5)  $m_1 = 2, m_2 = 2, \alpha_2 = 5\alpha_1$ ; 6)  $m_1 = 1, m_2 = 1, \alpha_1 = \alpha_2$ ; 7)  $m_1 = 1, m_2 = 1, \alpha_2 = 5\alpha_1$ .

(XV.20), (XV.21), на выходе согласованного фильтра отношение сигнал/шум записывается в виде

$$\frac{с}{ш_{согл}}(\gamma) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{A^4}{B^2} \frac{\pi}{\frac{2\alpha_1\alpha_2^2}{(m_1^2+1)^{1/2}(\alpha_2^2+\alpha_1^2m_2^2)^{1/2}} + \frac{2\alpha_1\alpha_2}{\gamma^2}}. \quad (XV.23)$$

Нетрудно видеть (рис. XV.3), что коэффициент  $K(\gamma) = \frac{с}{ш_{опт}} / \frac{с}{ш_{согл}}$ , характеризующий подавление коррелированных шумов в оптимальном помехоподавляющем фильтре, растет с ростом мощности коррелированного шума  $\gamma^2$

и тем больше, чем более узкополосен шум. Так, при  $\gamma = 1000$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $m_1 = 5$ ,  $m_2 = 25$   $K \simeq 8 \cdot 10^3$ .

Частотная характеристика оптимального фильтра при коррелированных помехах имеет подъем в области высоких частот.

2.4. Приближением к оптимальной фильтрации является сочетание согласованного фильтра с помехоподавляющим фильтром, состоящим из дифференцирующих RC-цепочек.

Выигрыш в пороговом сигнале при дифференцировании выходного напряжения согласованного фильтра представляется в виде

$$\frac{\frac{c}{\overline{\text{Ш}}_{\text{согл+диф}}}}{\frac{c}{\overline{\text{Ш}}_{\text{согл}}}} = \frac{4}{\pi^2} (1 + m_1^2) (1 + m_2^2) \frac{\gamma^2 + (1 + m_1^2)^{1/2} (1 + m_2^2)^{1/2}}{\gamma^2 + (1 + m_1^2)^{3/2} (1 + m_2^2)^{3/2}} \quad (\text{XV.24})$$

в случае, если  $\alpha_1 = \alpha_2$ .

При двойном дифференцировании выигрыш в пороговом сигнале

$$\frac{\frac{c}{\overline{\text{Ш}}_{\text{согл+дв диф}}}}{\frac{c}{\overline{\text{Ш}}_{\text{согл}}}} = \frac{1}{9} (1 + m_1^2)^2 (1 + m_2^2)^2 \frac{\gamma^2 + (1 + m_1^2)^{1/2} (1 + m_2^2)^{1/2}}{\gamma^2 + (1 + m_1^2)^{5/2} (1 + m_2^2)^{5/2}}. \quad (\text{XV.25})$$

Численные значения коэффициента  $\frac{c}{\overline{\text{Ш}}_{\text{согл+диф}}} / \frac{c}{\overline{\text{Ш}}_{\text{согл}}}$  представлены на рис. XV.4. В некоторой области значений  $\gamma$  отношение сигнал/шум на выходе дифференцирующей цепочки возрастает, приближаясь к оптимальному значению (рис. XV.5). Дифференцирование эффективно при узких спектрах шума. С увеличением  $\gamma$  отношение  $\frac{c}{\overline{\text{Ш}}_{\text{согл+диф}}} / \frac{c}{\overline{\text{Ш}}_{\text{согл}}}$  перестает расти, и его предельное значение равно

$$\frac{4}{\pi^2} (1 + m_1^2) \left( 1 + \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2} m_2^2 \right). \quad (\text{XV.26})$$

При двойном дифференцировании предельная эффективность подавления узкополосного шума превышает эффективность подавления при однократном дифференцировании

и определяется как

$$\left. \frac{\frac{c}{\Psi_{\text{согл+дв диф}}}}{\frac{c}{\Psi_{\text{согл}}}} \right|_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{1}{9} (1 + m_1^2)^2 \left( 1 + \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2} m_2^2 \right)^2. \quad (\text{XV.27})$$

Следовательно, эффективное помехоподавление достигается при многократном дифференцировании (в особенности при небольших значениях  $m_1$  и  $m_2$ ).

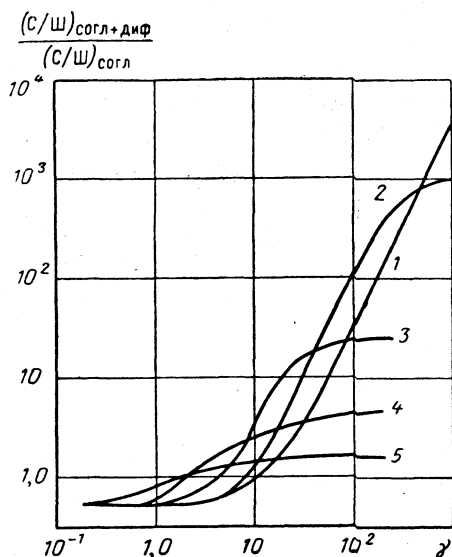


Рис. XV. 4. Зависимости эффективности подавления коррелированного шума от нормированной величины интенсивности коррелированной помехи при однократном дифференцировании:

1)  $m_1 = 10$ ,  $m_2 = 20$ ; 2)  $m_1 = 5$ ,  $m_2 = 10$ ; 3)  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 5$ ; 4)  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ; 5)  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 1$ .

Кроме рассмотренного выше помехоподавляющего фильтра с разделением переменных и фильтра, составленного из дифференцирующих  $RC$ -цепочек, может быть рассмотрено устройство изотропного пространственного дифференцирования. Выражение для выигрыша в отношении сигнал/помеха, получаемого за счет двукратного изотропно-

го <sup>1)</sup> дифференцирования для случая изотропных спектров сигнала и помехи записывается в виде

$$\frac{\frac{c}{\Psi_{\text{согл+дв диф из}}}}{\frac{c}{\Psi_{\text{согл}}}} = \frac{2}{3} (m^2 + 1)^2 \frac{\gamma^2 + (m^2 + 1)}{\gamma^2 + (m^2 + 1)^3} \quad (\text{XV.28})$$

при  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $m_1 = m_2$ .

При  $\gamma \rightarrow \infty$  выражение (XV.28) приобретает вид

$$\frac{\frac{c}{\Psi_{\text{согл+дв диф из}}}}{\frac{c}{\Psi_{\text{согл}}}} \Big|_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{2}{3} (m^2 + 1)^2, \quad (\text{XV.29})$$

и выигрыш возрастает с увеличением  $m$  как  $m^4$  (при  $m \gg 1$ ), в отличие от  $m^3$  в уравнении (XIV.27).

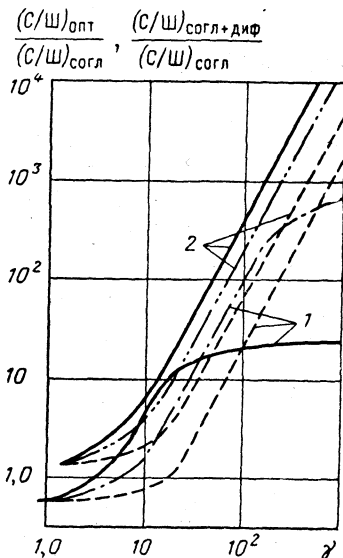


Рис. XV. 5. Сравнительная эффективность дифференцирования (1) и оптимальной фильтрации (2):

—  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 5$ ; ---  $m_1 = 10$ ,  $m_2 = 20$ ; - · -  $m_1 = 5$ ,  $m_2 = 10$ .

Таким образом, фильтрация двумерных пространственных сигналов при аддитивных узкополосных коррелиро-

<sup>1)</sup> Изотропный двумерный фильтр имеет частотную характеристику, обладающую свойством круговой симметрии.

ванных шумах в случае ( $m_1 \gg 1$ ,  $m_2 \gg 1$ ) в соответствии с результатами, представленными на графиках рис. XV.2, может быть осуществлена с небольшими потерями при помощи последовательности двух одномерных фильтров.

Отношение  $\frac{c}{\sigma_{\text{опт}}} / \frac{c}{\sigma_{\text{согл}}}$ , характеризующее подавление коррелированных шумов в оптимальном помехоподавляющем фильтре, растет с ростом нормированной мощности коррелированного шума  $\gamma^2$ , как следует из графиков рис. XV.3, достигая в реальных случаях (при  $\gamma^2 = 10 \div 100$ ) величины порядка 10—20 дБ (при  $m_{1,2} \gg 2$ ).

При оценке эффективности подоптимальных устройств пространственной фильтрации, состоящих из согласованного пространственного фильтра и дифференцирующих RC-цепочек, и определении возможностей их применения в конкретных случаях необходимо учитывать стремление коэффициента помехоподавления к определенному пределу, зависящему от типа фильтра и коэффициентов  $m$ ,  $\alpha$ . Эти пределы могут быть определены из уравнений (XV.24), (XV.25), (XV.28) и графиков рис. XV.4, XV.5.

Рассматривая сравнительную эффективность аналоговых фильтров, следует сделать заключение, что в подоптимальных дифференцирующих фильтрах потери невелики, если помехи можно считать узкополосными ( $m \gg 1$ ) или если применяется многократное дифференцирование.

## ГЛАВА XVI

### РАДИОМЕТРИЧЕСКАЯ АППАРАТУРА, ПРИМЕНЯЕМАЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛАБЫХ ШУМОВЫХ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ

#### 1. РАДИОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИЕМНИКИ. ИХ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ

1.1. При исследовании собственных излучений различных образований используются радиометрические приемники, позволяющие выделить слабый полезный сигнал на уровне интенсивных помех собственного шума входных цепей. Основным требованием, предъявляемым к радиометрам, является получение минимальных выходных флюктуаций, вызванных собственными шумами входных цепей и нестабильностью коэффициента усиления, при заданных значениях усиления и времени накопления. В большинстве случаев время накопления определяется длительностью исследуемых процессов и степенью нестабильности аппаратуры.

Структурная схема радиометра строится по принципу идеального приемника шумоподобных сигналов (см. § 2 гл. XIII). Для такого приемника выходное напряжение должно быть пропорциональным интегралу квадрата мгновенных величин огибающей входного сигнала за время его наблюдения:

$$U_{\text{вых}} = K \int_0^t u^2(t) dt. \quad (\text{XVI.1})$$

Согласно (XVI.1) для реализации идеального приемника необходимо выполнить операции усиления, квадратичного детектирования и интегрирования по времени.

Отношение сигнал/шум на выходе идеального приемника при температуре сигнала, много меньшей шумовой температуры приемника, и при  $hf \ll kT_{\text{ш}}$  определяется выра-



жением [228]

$$\frac{c}{ш} = \frac{\Delta T_c}{T_{ш}} \sqrt{\frac{\Delta f}{2\Delta F}}. \quad (XVI.2)$$

Здесь  $\Delta T_c$  — температурный контраст сигнала;  $\Delta f$  — эффективная ширина полосы высокочастотной части приемника до детектора, определяемая в виде

$$\Delta f = \frac{\left[ \int_0^\infty G_y(f) df \right]^2}{\int_0^\infty G_y^2(f) df}, \quad (XVI.3)$$

где  $G_y$  — коэффициент усиления по мощности каскадов до детектора.

Эквивалентная ширина полосы пропускания низкочастотной части приемника, включая интегратор, записывается в виде

$$\Delta F = \int_0^\infty \frac{G_{нч}(f)}{G_{нч}(0)} df, \quad (XVI.4)$$

где  $G_{нч}(f)$  — коэффициент усиления по мощности каскадов после детектора.

Величина  $T_{ш}$ , входящая в выражение (XVI.2), является шумовой температурой приемника и определяет мощность шума на выходе приемника

$$P_{ш\text{ вых}} \doteq (kT_{ш}\Delta f)^2. \quad (XVI.5)$$

Для случая использования идеального устройства, интегрирующего в течение всей длительности  $t_c$  сигнала, выражение (XVI.2) имеет вид

$$\frac{c}{ш} = \frac{\Delta T}{T_{ш}} \sqrt{\Delta f t_c}. \quad (XVI.6)$$

Если в качестве интегратора применяется RC-цепочка, XVI.2 переписывается в виде

$$\frac{c}{ш} = \frac{\Delta T_c}{T_{ш}} \sqrt{2\Delta f RC} \quad (XVI.7)$$

Радиометры характеризуются чувствительностью, определяемой значением антенной температуры на входе радиометра, при которой входное отношение сигнал/шум равно единице. Таким образом, выражение для чувствительности идеального радиометрического приемника может быть

записано как

$$\Delta T_{\text{мин}} = T_{\text{ш}} \sqrt{\frac{2\Delta F}{\Delta f}}. \quad (\text{XVI.8})$$

В квантовой области, когда  $hf \geq kT$ , чувствительность радиометрического приемника записывается в виде [234]

$$\Delta T_{\text{мин}} = \frac{hf}{k} \frac{1}{\ln \left[ 1 + \frac{2}{\left( 1 + \sqrt{\frac{2\Delta F}{\Delta f}} \operatorname{cth} \frac{hf}{kT} - 1 \right)} \right]} - T. \quad (\text{XVI.9})$$

При  $hf \simeq kT$  погрешность расчета по (XVI.8) по сравнению с (XVI.9) составляет около 20%. Из выражений (XVI.8), (XVI.9) ясно, что улучшение чувствительности может быть достигнуто уменьшением шумовой температуры приемника, расширением полосы пропускания по высокой частоте, сужением полосы пропускания по низкой частоте (увеличение времени интегрирования). Если первые два способа ограничены возможностями усилительных элементов (см. § 3), то увеличение времени интегрирования ограничено следующими факторами:

- а) длительностью исследуемого сигнала,
- б) необходимостью исследовать тонкую структуру сигнала,
- в) стабильностью работы приемного устройства.

## 2. СПОСОБЫ УМЕНЬШЕНИЯ ПАРАЗИТНОГО ВЛИЯНИЯ НЕСТАБИЛЬНОСТЕЙ УСИЛЕНИЯ

2.1. Стабильность работы радиометрического приемника определяется степенью постоянства коэффициента шума, полосы пропускания приемного устройства и коэффициента усиления. Если первые два параметра изменяются медленно и их влияние может быть учтено при обработке результатов измерения (например, учетом калибровочных записей), то изменение коэффициента усиления простым способом учесть не удастся. Применение усиленной стабилизации питания не дает желаемого результата. Например, приемник со стабилизацией питания, обеспечивающей разброс коэффициента усиления 0,1 дБ при усилении 100 дБ и шумовой температуре порядка нескольких сот градусов, имеет выходные флуктуации порядка нескольких градусов, превышая более чем на порядок потенциальную чувствительность.

Так как флуктуации на выходе, обусловленные изменением коэффициента усиления, не зависят от флуктуаций, вызванных шумами системы, то выражение для чувствительности с учетом этих изменений имеет вид

$$\Delta T_{\text{мин}} = T_{\text{ш}} \sqrt{\left(\frac{2\Delta F}{\Delta f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta G_y}{G_y}\right)^2}, \quad (\text{XVI.10})$$

где  $\Delta G_y$  — эффективное значение изменений коэффициента высокочастотного усиления по мощности;  $G_y$  — среднее значение преддетекторного коэффициента усиления по мощности.

При записи (XVI.10) предполагается, что постоянное напряжение, возникающее из-за шумов системы, компенсируется в первом каскаде усиления по низкой частоте,

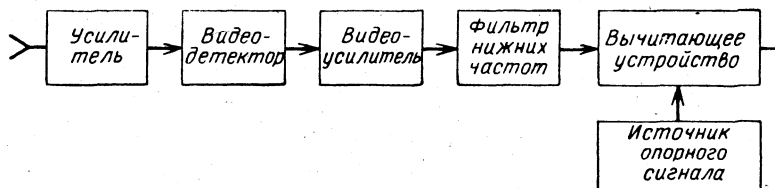


Рис. XVI. 1. Функциональная схема компенсационного радиометра.

и поэтому изменение коэффициента усиления последетекторных каскадов не влияет на чувствительность приемника.

В выражении (XVI.10) определяющую роль играет член  $\left(\frac{\Delta G_y}{G_y}\right)^2$ , поэтому во всех системах радиометров вопросу стабилизации коэффициента усиления уделяется особое внимание.

2.2. Простейшим типом радиометрических устройств является компенсационный радиометр (рис. XVI.1). Принципиально схема такого радиометра не отличается от схемы идеального приемника шумоподобных сигналов. Для компенсации постоянной составляющей выходного сигнала, обусловленной собственными шумами приемника, в схему вводится вычитающее устройство и источник компенсирующего (опорного) сигнала.

Чувствительность компенсационного радиометра без учета влияния флуктуаций коэффициента усиления определяется формулой (XVI.8).

Основным недостатком компенсационного радиометра является значительная подверженность влиянию флюктуаций коэффициента усиления. Для устранения этого недостатка предложен ряд схемных решений, значительно усложняющих радиометр и ухудшающих его потенциальную чувствительность. В целом недостатки компенсационного радиометра, связанные с нестабильностью, настолько существенны, что, несмотря на имеющиеся преимущества, такие приемники применяются для измерений сравнительно редко.

**2.3.** Рассмотрим некоторые основные свойства выходных флюктуаций, связанных с изменением коэффициента усиления.

Спектральная плотность флюктуаций коэффициента усиления быстро уменьшается с ростом частоты, и, следовательно, флюктуации коэффициента усиления сказываются в основном в низкочастотной части спектра сигнала.

Флюктуации коэффициента усиления проявляются в низкочастотной части приемника в виде модулирующего напряжения собственных шумов приемника, причем величина этих флюктуаций на выходе пропорциональна величине мощности входных шумов.

В настоящее время используют два пути уменьшения влияния флюктуаций коэффициента усиления.

а) Сдвиг спектра детектированного сигнала в область более высоких частот, где меньше сказывается влияние флюктуаций коэффициента усиления. Этот сдвиг достигается путем дополнительной временной модуляции сигнала, и поэтому приемники, реализующие этот метод, называются модуляционными.

б) Построение схем, исключающих появление постоянной составляющей за счет собственных шумов. Такие приемники носят название корреляционных.

**2.4.** Наибольшее распространение при исследованиях слабых излучений получили модуляционные радиометры, характеризующиеся надежностью работы и малой подверженностью влиянию флюктуаций коэффициента усиления.

Для сдвига спектра сигнала в таком радиометре (рис. XVI.2) применяется высокочастотный модулятор М. Избирательный видеоусилитель, стоящий за квадратичным детектором, пропускает сдвинутый спектр сигнала, оставляя вне полосы максимум спектра флюктуаций коэффициента усиления. Демодуляция сигнала производится синхрон-

ным детектором, на который как и на модулятор подается напряжение с генератора опорного напряжения. В таком модуляционном приемнике флюктуации выходного напряжения, обусловленные нестабильностью коэффициента усиления, пропорциональны разности температур антенны  $T_A$  и эквивалента  $T_э$ .

Если  $T_A = T_э$ , то такой приемник называют сбалансированным, и для него чувствительность определяется

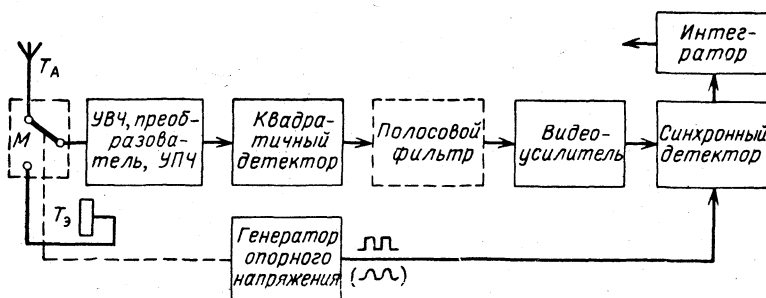


Рис. XVI. 2. Функциональная схема модуляционного радиометра.

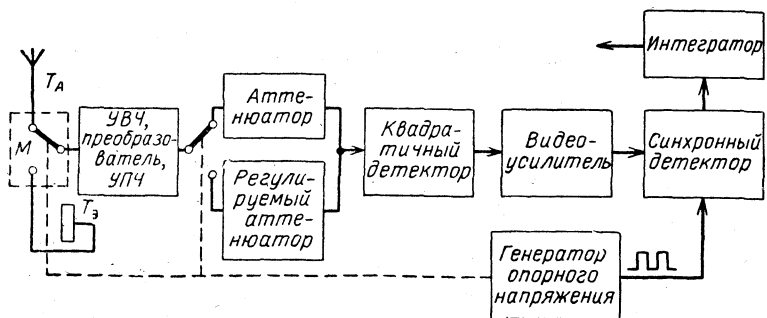
только шумами системы. В схеме рис. XVI.3, а балансировка осуществляется путем периодического изменения усиления синхронно с работой модулятора, а в схеме рис. XVI.3, б — путем уравнивания температуры  $T_э$  эталонного генератора с температурой  $T_A$  антенны (метод нулевой балансировки).

В модуляционном приемнике, если модуляция осуществляется меандром, сигнал поступает на вход только в течение половины времени наблюдения. Поэтому чувствительность такого приемника при демодуляции меандром в два раза хуже, чем у компенсационного (без учета флюктуаций коэффициента усиления), т. е.

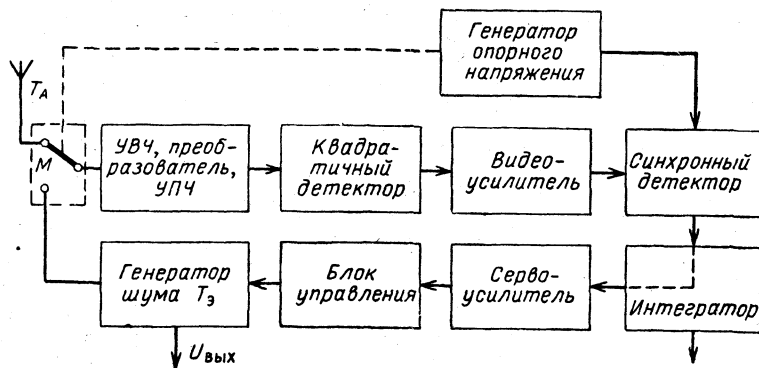
$$\Delta T_{\text{мин мод}} = 2T_{\text{ш}} \sqrt{\frac{2\Delta F}{\Delta f}}. \quad (\text{XVI.11})$$

Сравнение чувствительности модуляционного радиометра при различной форме напряжения модуляции и демодуляции сигнала с чувствительностью компенсационного приемника без учета флюктуации коэффициента усиления приведено в табл. XVI.1.

Для улучшения чувствительности модуляционного радиометра иногда используют двухканальный приемник со сложением сигналов (рис. XVI.4). В этом случае происходит сложение сигналов двух независимых наблюдений,



а



б

Рис. XVI. 3. Функциональные схемы сбалансированных радиометров: а — радиометр с переменным усилением; б — нулевой радиометр.

а чувствительность такого радиометра увеличивается в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению с чувствительностью при использовании одного приемника.

2.5. Второй метод уменьшения влияния флуктуаций коэффициента усиления осуществляется в корреляционном радиометрическом приемнике (рис. XVI.5). Как видно из схемы, корреляционный приемник состоит из двух высокочастотных приемников, на вход которых через

Таблица XVI.1

| Тип радиометра                                                           | $\Delta T_{\text{мин}}$      |
|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
|                                                                          | $\Delta T_{\text{мин комп}}$ |
| Компенсационный радиометр (рис. XVI.1)                                   | 1                            |
| Модуляционный радиометр (рис. XVI.2):                                    | 2                            |
| а) модуляция — меандр, демодуляция — меандр                              | $2\sqrt{2}=2,83$             |
| б) модуляция — синус, демодуляция — синус                                | $\pi/\sqrt{2}=2,22$          |
| в) модуляция — меандр, демодуляция — синус                               |                              |
| Двухканальный модуляционный радиометр со сложением сигнала (рис. XVI.4): |                              |
| а) модуляция — меандр, демодуляция — меандр                              | $\sqrt{2}=1,41$              |
| б) модуляция — меандр, демодуляция — синус                               | $\pi/2=1,57$                 |
| Корреляционный радиометр (рис. XVI.5)                                    | $\sqrt{2}=1,41$              |

специальное разделительное устройство подается сигнал. Напряжение  $u_c$  сигнала и  $u_{\text{ш}}$  шума с выхода приемников подается на умножитель, напряжение на выходе которого имеет вид

$$u_{\text{вых}} = u_c^2 + u_c(u_{\text{ш1}} + u_{\text{ш2}}) + u_{\text{ш1}}u_{\text{ш2}}. \quad (\text{XVI.12})$$

Если корреляция между шумовыми флуктуациями приемников отсутствует, то постоянная составляющая

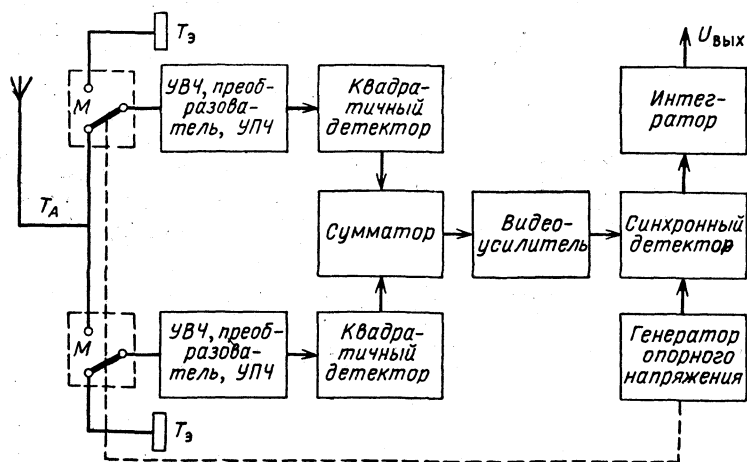


Рис. XVI. 4. Функциональная схема двухканального модуляционного радиометра со сложением сигналов.

выходного напряжения после усреднения содержит только квадрат напряжения сигнала. В этом случае флуктуации коэффициента усиления не влияют на выходное напряжение, и чувствительность такого приемника равна чувствительности двухканального модуляционного приемника со сложением сигналов.

При наличии в каналах коррелированной составляющей собственных шумов резко возрастает влияние флуктуаций коэффициента усиления. Для устранения этого влия-

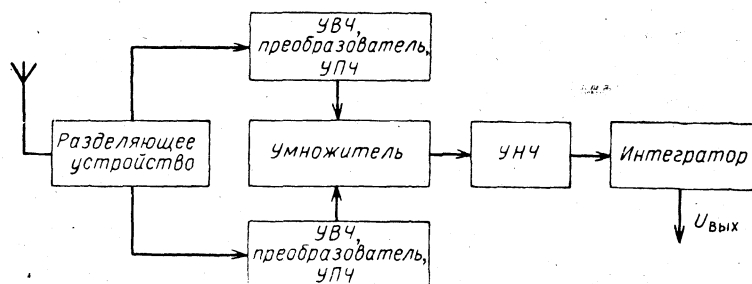


Рис. XVI. 5. Функциональная схема корреляционного радиометра.

ния применяют либо специальные фильтры в разделительном устройстве, либо (если это возможно по условиям эксперимента) отдельные антенны.

Существенным недостатком корреляционного приемника является влияние неидентичности фазово-частотных характеристик на отношение сигнал/шум. Флуктуации фазово-частотных характеристик вызывают дополнительные флуктуации на выходе приемника, аналогичные флуктуациям, вызванным нестабильностью коэффициента усиления.

### 3. ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ РАДИОМЕТРОВ ДЕЦИМЕТРОВОГО, САНТИМЕТРОВОГО, МИЛЛИМЕТРОВОГО И СУБМИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНОВ

3.1. Основным требованием, предъявляемым к радиометрам всех диапазонов, является максимальная чувствительность.

Если условия эксперимента не накладывают никаких дополнительных ограничений, то это требование может



достигаться уменьшением собственных шумов радиометра; расширением полосы пропускания по высокой частоте; устранением флюктуаций, связанных с нестабильностью параметров радиометра, и использованием максимально возможного времени накопления с учетом длительности процесса и стабильности параметров.

**3.2.** Собственные шумы радиометра и ширина полосы пропускания по высокой частоте определяются его первыми каскадами. Усилительные и преобразовательные элементы, применяемые во входных каскадах радиометра, обладают определенными шумовой температурой и полосой пропускания, поэтому для характеристики шумовых свойств этих элементов вводится коэффициент

$$Q_{\Pi} = \frac{\sqrt{\Delta f}}{\frac{T_{\Pi}}{T_0} + 1} = \frac{\sqrt{\Delta f}}{N_{\Pi}}, \quad (\text{XVI.13})$$

где  $\Delta f$  — эффективная полоса пропускания,  $\text{Гц}$ ;  $T_{\Pi}$  и  $T_0$  — шумовая температура и температура окружающей среды соответственно;  $N_{\Pi}$  — коэффициент шума.

Шумовые свойства усилительно-преобразовательных элементов изменяются по диапазону. Поэтому целесообразность применения тех или иных схем радиометров определяется исследуемым диапазоном волн. Ниже рассмотрены особенности применения следующих вариантов радиометров:

- супергетеродинный радиометр без усилителя высокой частоты (УВЧ);
- супергетеродинный радиометр без УВЧ с широкополосным усилителем промежуточной частоты;
- радиометры прямого усиления с УВЧ на ЛБВ;
- радиометры с параметрическими усилителями;
- радиометры с квантовомеханическими усилителями;
- радиометры с УВЧ на туннельных диодах;
- детекторные радиометры.

**3.3.** В дециметровом, сантиметровом и длинноволновой части миллиметрового диапазонов применяются супергетеродинные радиометры без УВЧ. Шумовая температура таких приемников определяется в основном потерями на преобразование и для частот, не превышающих  $10 \text{ ГГц}$ , составляет величину порядка  $600^\circ \text{ К}$ .

Если в дециметровом и сантиметровом диапазонах потери на преобразование примерно постоянны, то с пере-

ходом в миллиметровый диапазон они значительно возрастают, что вызывает повышение собственных шумов и ухудшение качества супергетеродинных радиометров.

На шумовую температуру супергетеродинного приемника в сантиметровом и миллиметровом диапазонах влияют шумы гетеродина. Одним из путей уменьшения этого вредного влияния является повышение промежуточной частоты, другим — применение балансных схем преобразования частоты.

Полоса пропускания супергетеродинного радиометра по высокой частоте определяется полосой пропускания усилителя промежуточной частоты (УПЧ). Для УПЧ с сосредоточенными постоянными на частотах до 100 МГц оптимальная полоса не превышает 50—60 МГц, так как дальнейшее ее расширение связано со значительным ухудшением шумовых качеств УПЧ и влиянием его шумов на шумы всего приемного тракта. Для расширения полосы пропускания без значительного ухудшения шумовых характеристик используют сверхвысокие промежуточные частоты с последующим повторным преобразованием частоты, что особенно эффективно в миллиметровом диапазоне волн. В качестве усилительных элементов по сверхвысокой промежуточной частоте используют лампы бегущей волны, туннельные диоды, параметрические усилители и т. д.

3.4. Применение усиления по высокой частоте при определенных условиях позволяет улучшить шумовые характеристики радиометров.

Целесообразность применения усилителя высокой частоты с полосой  $\Delta f_1$ , шумовой температурой  $T_1$  и коэффициентом усиления  $K$  по мощности перед радиометрическим приемником с полосой  $\Delta f_2$  и шумовой температурой  $T_2$  оценивается, исходя из следующих соображений.

При последовательном соединении двух четырехполосников шумовая температура определяется выражением

$$T_{12} = T_1 + \frac{T_2}{K}. \quad (\text{XVI.14})$$

Отсюда следует, что, если полоса пропускания УВЧ  $\Delta f_1 \geq \Delta f_2$ , применение УВЧ целесообразно при соблюдении неравенства

$$T_2 < (T_2 - T_1) K. \quad (\text{XVI.15})$$

Если  $\Delta f_1 < \Delta f_2$ , целесообразность применения УВЧ определяется неравенством

$$\sqrt{\frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}} > \frac{T_1}{T_2} + \frac{1}{K}. \quad (\text{XVI.16})$$

В качестве усилителей высокой частоты используются лампы бегущей волны (ЛБВ), квантовомеханические усилители (КМУ), параметрические усилители (ПУ), усилители на туннельных диодах (УТД).

Современные ЛБВ работают в сантиметровом диапазоне и длинноволновой части миллиметрового диапазона волн, ширина их полосы пропускания составляет 10—30 % от значения центральной частоты, шумовые температуры лежат в пределах 1000—4000°, а коэффициент усиления по мощности равен 20—30 дБ.

Основным преимуществом ЛБВ является широкополосность. Поэтому их использование в качестве усилителей высокой частоты оправдано в основном в приемниках прямого усиления, где полоса пропускания по высокой частоте ограничивается только полосой пропускания детектирующего устройства.

Основным недостатком ЛБВ является наличие громоздкой магнитной системы. В большинстве ЛБВ магнитное поле создается соленоидами, для питания которых требуются значительные мощности (порядка единиц киловатт); в этом случае система требует, как правило, дополнительного охлаждения. Применение постоянных магнитов значительно уменьшает габариты и потребление мощности, но возникающая при этом необходимость защиты лампы от посторонних магнитных полей вызывает значительные трудности.

Самые низкие шумовые температуры из существующих в настоящее время усилителей высокой частоты имеют квантовомеханические усилители (10—30° К). Ширина полосы пропускания этих усилителей, как правило, не превышает единиц процента от значения центральной частоты при величине коэффициента усиления по мощности 20—40 дБ. Диапазон рабочих частот квантовых усилителей определяется рабочим телом и напряженностью магнитного поля. Современные КМУ используются в дециметровом и сантиметровом диапазонах волн. Из-за сложности криогенной техники и громоздких магнитных систем применение КМУ ограничивается только теми случаями,

когда низкая шумовая температура усилителя может быть эффективно реализована, что возможно при достаточно малых шумовых температурах фона и антенны, а также при малых потерях в элементах фидерного тракта.

Значительное распространение для усиления высокой частоты в радиометрах получили параметрические усилители. Разработано несколько классов параметрических усилителей, отличающихся как по типу комбинационных частот, на которых происходит усиление, так и по особенностям построения резонаторных систем. Современные параметрические усилители работают в дециметровом, сантиметровом и миллиметровом диапазонах. Шумовая температура этих усилителей лежит в пределах от  $20^{\circ}\text{K}$  (при охлаждении диода и узкой полосе пропускания) до  $500^{\circ}\text{K}$  (при широкой полосе пропускания). Коэффициент усиления по мощности связан с полосой пропускания и колеблется в пределах  $10\text{--}30\text{ дБ}$  при полосах пропускания  $800\text{--}10\text{ МГц}$  соответственно. Недостатком параметрических усилителей является сложность приемного тракта и системы питания, связанная с необходимостью использования высокочастотной подкачки.

Использование в качестве УВЧ усилителей на туннельных диодах позволяет реализовать радиометр с малыми габаритами, весом и незначительным потреблением мощности источников питания. В настоящее время туннельные усилители работают в коротковолновой части дециметрового диапазона и в сантиметровом диапазоне. Полоса пропускания этих усилителей достигает до 15% от значения центральной частоты при коэффициенте усиления по мощности порядка  $20\text{ дБ}$ . Шумовая температура широкополосных усилителей составляет от нескольких сотен до тысяч градусов Кельвина.

3.5. В коротковолновой части миллиметрового диапазона, и особенно в субмиллиметровом диапазоне, усилители высокой частоты, гетеродины и смесители имеют шумовые характеристики, значительно уступающие аналогичным приборам сантиметрового диапазона. В связи с этим в коротковолновой части миллиметрового диапазона и в субмиллиметровом диапазоне широкое распространение получили детекторные приемники [229].

В качестве детекторов микроволнового излучения используются как детекторы с точечным контактом (только в миллиметровом диапазоне), так и тепловые детекторы

(болометры, бареттеры, оптико-акустические приемники) и фотодетекторы (с примесной фотопроводимостью и фотопроводимостью на свободных электронах).

Для тепловых детекторов характерны две особенности: их чувствительность в широком диапазоне не зависит от длины волны, а постоянная времени достаточно велика из-за тепловой инерции (см. табл. XVI.2).

В СВЧ диапазоне используются болометры с чувствительным элементом из углерода, германия или олова. Первые два работают при температурах порядка  $20^{\circ}\text{K}$ , а болометры из олова — при температуре  $3,7^{\circ}\text{K}$ . Таким образом, при работе с болометрами необходимо использовать жидкий гелий, что значительно усложняет детектирующее устройство.

В противоположность болометрам оптико-акустические приемники (ОАП), или, как их иначе называют, элементы Голея, работают при комнатной температуре. Их принцип работы основан на поглощении энергии газом, заключенным в небольшой замкнутой полости. Одна из стенок этой полости подвижна, она перемещается при изменении давления газа, нагревающегося под действием излучения. На внешней поверхности этой подвижной стенки нанесено зеркальное покрытие, которое отражает луч света, падающий затем на фотоэлемент. При изменении величины апертуры элемент Голея может быть использован в широком диапазоне от видимых до миллиметровых волн.

Основным преимуществом фотодетекторов является их малая инерционность при чувствительности несколько выше, чем у тепловых детекторов.

В диапазоне  $0,1\text{ мкм}$  и ниже используются главным образом тепловые детекторы, изготовленные из легированного германия, в то время как в диапазоне выше  $0,1\text{ мкм}$  используются фотодетекторы на основе сурьмянистого индия  $\text{JnSb}$  (рис. XVI.6). Как первые, так и вторые требуют охлаждения приемного элемента и, следовательно, применения криогенной техники. Общий вид приемного устройства с детектором на  $\text{InSb}$  представлен на рис. XVI.7. Фотодетекторы на основе  $\text{InSb}$  достаточно широкополосны и используются в диапазоне волн от  $0,1$  до  $8\text{ мкм}$  [230, 232]. Воздействие на детекторы не очень сильных магнитных полей несколько повышает их чувствительность особенно в области более коротких длин волн. При применении сильных магнитных полей начинает проявляться

фотопроводимость, связанная с циклотронным резонансным поглощением, что приводит к сужению полосы пропускания детектора; однако узкополосность детектора в данном случае не является недостатком, так как изменения величину магнитного поля, можно осуществлять их перестройку за счет изменения циклотронной частоты. Полоса пропускания таких детекторов не превышает, как правило,

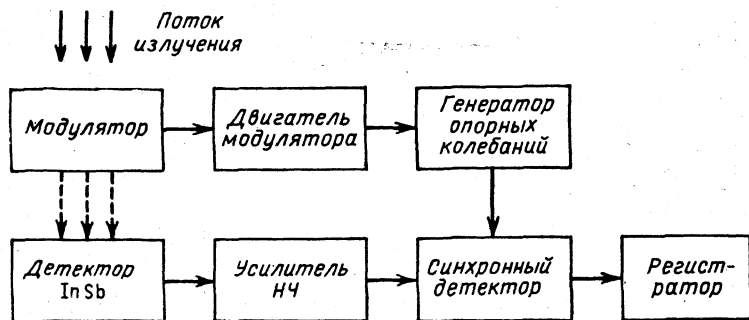


Рис. XVI. 6. Функциональная схема приемника с детектором на основе InSb.

10%. Параметры различных детекторов представлены в табл. XVI.2. Чувствительность приемников с детекторами, описанными выше, можно определить по формуле [227]

$$\Delta T_{\min} = \frac{\mathcal{M} \sqrt{\Delta F}}{k \Delta f}, \quad (\text{XVI.17})$$

где  $\mathcal{M}$  — минимально обнаруживаемое изменение мощности в *вт*, отнесенное к видеополосе в 1 *гц*;  $\Delta f$  и  $\Delta F$  — эффективные полосы пропускания высоко- и низкочастотного трактов.

Значение минимально обнаруживаемой мощности для различных видов детекторов приведено в табл. XVI.2.

На субмиллиметровых волнах ширина полосы пропускания приемника по высокой частоте ограничена условиями согласования. При расчетах можно полагать [227]

$$\Delta f = \frac{f}{3}, \quad (\text{XVI.18})$$

где  $f$  — частота сигнала.

Таблица XVI.2

| Тип детектора                                       | Рабочая температура $T, ^\circ\text{K}$ | $M, \frac{\text{вт}}{\text{гц}}$ | Постоянная времени, сек | $\Delta T_{\text{мин}}, ^\circ\text{K}$ при $\lambda = 1 \text{ мм}$ | Рабочий диапазон $\lambda, \text{мм}$ |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| ОАП                                                 | 300                                     | $2 \cdot 10^{-10}$               | 0,015                   | 145                                                                  | $< 5 \text{ мм}$                      |
| Угольный болометр                                   | 2,1                                     | $10^{-11}$                       | 0,010                   | 7,5                                                                  | Субмиллиметровый                      |
| Германиевый болометр                                | 2,15                                    | $5 \cdot 10^{-13}$               | $4 \cdot 10^{-4}$       | 0,4                                                                  | То же                                 |
|                                                     | 2,15                                    | $3 \cdot 10^{-12}$               | $10^{-4}$               | 2,0                                                                  | То же                                 |
| Болометр из сверхпроводящего олова                  | 3,7                                     | $3 \cdot 10^{-12}$               | 1,25                    | 2,0                                                                  | То же                                 |
| Широкополосный детектор на InSb в магнитном поле    | 1,5                                     | $2 \cdot 10^{-11}$               | $2 \cdot 10^{-7}$       | 3 <sup>1)</sup>                                                      | 0,2 мм                                |
|                                                     | 1,5                                     | $10^{-11}$                       | $2 \cdot 10^{-7}$       | 35 <sup>1)</sup>                                                     | 0,5 мм                                |
|                                                     | 1,5                                     | $5 \cdot 10^{-12}$               | $2 \cdot 10^{-7}$       | 4                                                                    | 1 мм                                  |
| Широкополосный детектор на InSb без магнитного поля | 4                                       | $10^{-12}$                       | $3 \cdot 10^{-7}$       | 0,7                                                                  | 0,5—8 мм                              |
| Детектор с циклотронным резонансом в германии       | 4                                       | $2 \cdot 10^{-12}$               | $5 \cdot 10^{-9}$       | 12,0 <sup>1)</sup>                                                   | Субмиллиметровый                      |
| Перестраиваемый детектор на InSb                    | 4                                       | $5 \cdot 10^{-11}$               | $10^{-6}$               | 12÷5 <sup>1)</sup>                                                   | 0,15—0,06 мм<br>Полоса 12%            |

1) Чувствительность рассчитана для длины волны, указанной в графе «рабочий диапазон».

Тогда чувствительность субмиллиметровых приемников можно определить как

$$\Delta T_{\text{мин}} = \frac{2,2 \cdot 10^{23} M \sqrt{\Delta F}}{f}. \quad (\text{XVI.19})$$

Результаты расчета чувствительности по (XVI.19) приведены в табл. XVI.2.

Отметим, что для создания модуляционного радиометра в субмиллиметровом диапазоне используются различного

рода механические прерыватели, так как существующие ферритовые устройства имеют в этом диапазоне значительные потери.

3.6. При исследованиях собственных СВЧ излучений особое внимание уделяется калибровке измерительной аппаратуры. Процесс калибровки можно разделить на два этапа: тепловую калибровку шкалы выходного прибора радиометрического приемника и калибровку антенной системы [36, 37].

При тепловой калибровке используются эталонные источники излучения с известной температурой. Такими источниками в сантиметровом и миллиметровом диапазонах могут являться волноводные согласованные нагрузки, находящиеся при различных температурах (температура окружающей среды, температура печи, температура жидкого азота и т. д.), и газоразрядные шумовые генераторы,

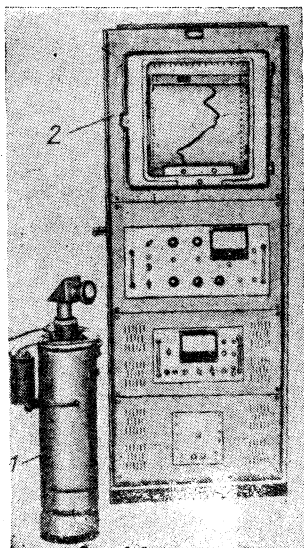


Рис. XVI. 7. Общий вид приемного устройства с детектором на InSb:

1 — криостат с образцом;  
2 — стойка с усилителем и регистратором.

встроенные в волновод. В субмиллиметровом диапазоне в качестве эталонных источников применяют водяные бани со стенками из материала с малым коэффициентом поглощения, а также газоразрядные лампы типа ПРК.

В сантиметровом и миллиметровом диапазонах в тех случаях, когда потери в тракте не очень сильно ухудшают чувствительность приемников, тепловые эталоны встраи-



ваются в радиометры. В субмиллиметровом диапазоне эталоны, как правило, выносные.

Погрешность тепловой калибровки определяется выражением

$$\delta T = \sqrt{(\delta \rho)^2 + (\delta T_r)^2 + (\delta T_x)^2}, \quad (\text{XVI.20})$$

в котором  $\delta \rho$  — ошибка при определении отношения показаний выходного прибора при измерении и калибровке;  $\delta T_r$  — ошибка при определении температуры горячего эталона;  $\delta T_x$  — ошибка при определении температуры холодного эталона.

При калибровке антенной системы производится либо измерение параметров антенны, и тогда применяются известные методы техники антенных измерений, либо калибровочное измерение по эталону известной температуры. Размеры эталона должны соответствовать размерам измеряемого объекта. Проводя измерения эталона и исследуемого объекта в одних и тех же условиях, по отношению показаний выходного прибора можно судить об интенсивности излучения.

#### 4. ОСОБЕННОСТИ ПРИЕМА КРАТКОВРЕМЕННЫХ СИГНАЛОВ

4.1. При приеме импульсных шумовых сигналов возникают специфические требования к радиометрической аппаратуре.

Длительность сигнала накладывает ограничения на полосу пропускания приемника по низкой частоте, т. е. на время интегрирования, на инерционность применяемых детекторов, на нижнюю границу частоты модуляции. С точки зрения оптимального обнаружения импульсного сигнала на фоне собственных флуктуаций радиометра целесообразно выбирать эффективную полосу по низкой частоте из условия

$$\Delta F = \frac{1 \div 1,5}{\tau_{\text{и}}}, \quad (\text{XVI.21})$$

где  $\tau_{\text{и}}$  — эффективное время существования импульсного сигнала.

Коэффициент в числителе (XVI.21) зависит от формы импульса.

При таком соотношении между полосой пропускания и длительностью сигнала напряжение на выходе прием-

ника успевает достигнуть установившегося значения и отношение сигнал/шум будет максимальным. Однако при исследовании тонкой временной структуры сигнала приходится выбирать полосу пропускания по низкой частоте в несколько раз шире полосы, определяемой выражением (XVI.21), что значительно ограничивает чувствительность радиометра.

При использовании модуляционных радиометров для исследования импульсных сигналов необходимо учитывать, что частота модуляции должна значительно превышать  $1/\tau_{\text{п}}$ . Это условие сравнительно легко удовлетворяется в сантиметровом диапазоне, для которого в настоящее время разработаны ферритовые модуляторы с частотой переключения порядка нескольких сотен мегагерц. В коротковолновой части миллиметрового диапазона, и тем более в субмиллиметровом диапазоне, эти модуляторы имеют значительные потери, а механические модуляторы не обеспечивают нужной частоты переключений. Следствие этого в указанных диапазонах импульсные процессы исследуются с помощью компенсационных методов.

В субмиллиметровом диапазоне и коротковолновой части миллиметрового диапазона исследование импульсных сигналов ограничивается также и инерционностью детектора излучения (см. табл. XVI.2). Тепловые детекторы не пригодны для исследования импульсных сигналов с длительностью порядка нескольких микросекунд.

Фотодетекторы на базе InSb и детекторы с использованием циклотронного резонанса в германии имеют достаточно малые постоянные времени, что позволяет применить их при исследовании импульсных процессов в субмиллиметровом диапазоне.

## 5. ПРИЕМНИКИ СЕЛЕКТИВНЫХ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ

5.1. При исследовании радиоизлучения с помощью радиометрических приемников необходимо учитывать, что приведенные в § 1 настоящей главы формулы для чувствительности справедливы в случае, когда спектр шумового сигнала шире или равен эффективной полосе радиометра по высокой частоте. Если ширина полосы спектра сигнала составляет долю от ширины полосы пропускания радиометра, то чувствительность радиометра ухудшается пропорционально отношению полос.

В том случае, когда измерения ограничиваются измерениями в отдельных точках диапазона (дискретные спектральные измерения и исследования узкополосных сигналов), применяются спектроанализаторы с одновременным и последовательным анализом.

При последовательном анализе находят применение радиометры с модуляцией частоты настройки приемного тракта и сравнения спектральных плотностей шума в разнесенных участках диапазона.

В качестве одного из методов спектрального анализа используются сравнения мощности шума в узкой полосе, настроенной на частоту спектральной линии, с мощностью шума в широкой полосе вне спектральной линии. Одной из таких модификаций является схема нулевого спектрального радиометра, предложенная Э. В. Бородзичем и Р. Л. Сороченко [231]. Принцип работы этой схемы основан на совместном использовании нулевого метода приема и дифференциального метода выделения спектральной составляющей на фоне постоянной спектральной плотности. При этом флуктуации гладкого спектра мало влияют на чувствительность радиометра.

В качестве усилителей высокой частоты в спектральных приемниках сантиметрового и миллиметрового диапазонов с успехом используются узкополосные квантовомеханические и параметрические усилители (часто перестраиваемые). В миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах для спектральных измерений применяются приемники с перестраиваемыми детекторами на  $\text{JnSb}$ . Перестройка этих детекторов осуществляется магнитным полем.

Для спектральных исследований в более широком диапазоне используются приемники с монохроматорами и интерферометрами. Чувствительные детекторы на  $\text{JnSb}$  позволили значительно повысить разрешающую способность монохроматоров и интерферометров [233, 235].

## Заключение

Результаты, полученные при измерениях естественных СВЧ излучений (частично приведенные в настоящей книге), показывают, что СВЧ радиометрия позволяет определять наблюдательные данные, важные для научных и прикладных задач.

Помимо успехов радиоастрономии могут быть отмечены результаты исследования атмосферных СВЧ излучений, метеорологические приложения СВЧ радиометрии, результаты исследования СВЧ излучений равновесной и неравновесной плазмы, использование измерений СВЧ излучений для плазменной диагностики, использование радиометрических измерений при антенных исследованиях, навигационные применения СВЧ радиометрии и др.

Развитие техники малошумящих усилителей создало условия для выделения слабых селективных сигналов и тем самым позволило наряду с исследованиями СВЧ излучения в широком спектре наблюдать резонансные СВЧ излучения. В качестве примеров можно привести результаты обнаружения селективных СВЧ излучений паров воды и кислорода в атмосфере Земли, СВЧ излучений водорода и гидроксила в галактических областях и др.

С другой стороны, проведение широкополосных измерений с высоким временным разрешением позволяет получать детальную информацию о развитии процессов во времени (например, наблюдение СВЧ излучений при релаксационных процессах).

Представляется несомненной перспективность измерений СВЧ излучений в дополнение к исследованиям излучений в световом и инфракрасном диапазонах.

Дальнейший прогресс СВЧ радиометрии в значительной степени будет определяться развитием техники высокочувствительного приема (в том числе в диапазонах миллиметровых и субмиллиметровых волн), созданием специализированных устройств регистрации и устройств обработки информации.

## Литература

1. Рытов С. М. Теория электрических флуктуаций и теплового излучения. Изд-во АН СССР, 1953.
2. Левин М. Л., Рытов С. М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. Изд-во «Наука», 1967.
3. Джеминсон Дж. и др. Физика и техника инфракрасных излучений. Пер. с англ., под ред. Н. В. Васильченко. Изд-во иностранной литературы, 1965.
4. Леонтович М. А. Введение в термодинамику. Гостехиздат, 1952.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. Т. Статистическая физика. Гостехиздат, 1961.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. Т. Теория поля. Физматгиз, 1962.
7. Леонтович М. А. Статистическая физика. Гостехиздат, 1961.
8. Брамсон М. А. Инфракрасное излучение нагретых тел. Изд-во «Наука», 1964.
9. Соболев В. В. Перенос излучения в атмосферах звезд и планет. Гостехиздат, 1956.
10. Железняков В. В. Радионизлучение Солнца и планет. Изд-во «Наука», 1964.
11. Кондратьев К. Я. Перенос длинноволнового излучения в атмосфере. Гостехиздат, 1950.
12. Таунс Ч., Шавлов А. Радиоспектроскопия. Пер. с англ., под ред. Н. А. Ирисовой и Б. А. Осиповой. Изд-во иностранной литературы, 1959.
13. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Ударные волны и тепловое излучение. Изд-во «Наука», 1966.
14. «Распространение ультракоротких радиоволн». Пер. с англ., под ред. Шиллерова Б. А. Изд-во «Советское радио», 1954.
15. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн. Гостехиздат, 1953.
16. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. Изд-во «Наука», 1967.
17. Ельяшевич М. А. Атомная и молекулярная спектроскопия. Физматгиз, 1962.
18. Герцберг Г. Спектры и строение двухатомных молекул. Пер. с англ., под ред. В. Н. Кондратьева. Изд-во иностранной литературы, 1949.
19. Горди В., Смит Т., Трамбаруло Р. Радиоспектроскопия. Пер. с англ., под ред. М. А. Жаботинского. Гостехиздат, 1955.
20. «Applied optics». Supplement two: Chemical laser. Publication of the optical society of America, 1965.
21. Wacker P., Mizushima M. a. o. Microwave spectral tables. Diatomic molecules. NBS Monog. 70, v. 1, 1964.
22. Собоelman И. И. Введение в теорию атомных спектров. Физматгиз, 1963.

23. Э н г е л ь А. Физика газового разряда. Пер. с англ., под ред. М. С. Иоффе. Физматгиз, 1959.
24. А х и е з е р А. И. и др. Коллективные колебания в плазме. Атомиздат, 1964.
25. С т и к с Т. Теория плазменных волн. Пер. с англ. А. А. Иванова и др. Атомиздат, 1965.
26. Э л л и с В., Б у к с б а у м С., Б е р с А. Волны в анизотропной плазме. Пер. с англ. Р. И. Ковтунова. Атомиздат, 1966.
27. Ш к л о в с к и й И. С. Космическое радиоизлучение. Гостехиздат, 1953.
28. С п и т ц е р А. Физика полностью ионизированного газа. Пер. с англ., под ред. М. Л. Левина. Изд-во «Мир», 1965.
29. В в е д е н о в А. А. Теория турбулентной плазмы. Изд. АН СССР, 1965.
30. «Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза», вып. 1—4. Изд-во АН УССР, 1962—1965.
31. «Вопросы теории плазмы», вып. 1—4. Под ред. М. А. Леонтовича. Атомиздат, 1962—1964.
32. Ш п о л ь с к и й Э. В. Атомная физика. Гостехиздат, 1949.
33. Ч а н д р а с е к а р С. Перенос лучистой энергии. Пер. с англ., под ред. Е. С. Кузнецова. Изд-во иностранной литературы, 1953.
34. Ф е г е л ь с о н Е. М. Радиационные процессы в слоистообразных облаках. Изд-во «Наука», 1964.
35. Ф р а н к - К а м е н е ц к и й А. Д. Лекции по физике плазмы. Атомиздат, 1964.
36. К у з ь м и н А. Д., С а л о м о н о в и ч А. Е. Радиоастрономические методы измерений параметров антенн. Изд-во «Советское радио», 1964.
37. Ц е й т л и н Н. М. Применение методов радиоастрономии в антенной технике. Изд-во «Советское радио», 1966.
38. Б р е х о в с к и х Л. М. Волны в слоистых средах. Изд-во АН СССР, 1957.
39. Н и к о л ь с к и й В. В. Теория электромагнитного поля. Изд-во «Высшая школа», 1964.
40. Х и п п е л ь А. Р. и др. Диэлектрики и их применение. Пер. с англ., под ред. Д. М. Казарновского. Изд-во иностранной литературы, 1959.
41. Ш и ф р и н К. С. Рассеяние света в мутной среде. Гостехиздат, 1961.
42. В а н - д е р - Х ю л с т Г. Рассеяние света малыми частицами. Пер. с англ., под ред. В. В. Соболева. Изд-во иностранной литературы, 1961.
43. К а п л а н С. А. Элементарная радиоастрономия. Изд-во «Наука», 1965.
44. Ш и ш к и н Н. С. Облака, осадки и грозовое электричество. Гидрометеорологическое изд-во, 1964.
45. В а л и т о в Р. А., П а л а т о в К. И., Ч е р н ы й Л. Е. Методы измерения основных характеристик флуктуационных сигналов. Изд-во ХГУ, 1961.
46. С т е п а н е н к о В. Д. Радиолокация в метеорологии (радиометеорология). Гидрометеорологическое изд-во, 1966.

47. Бернашевский Г. А. и др. Плазменные и электронные усилители и генераторы СВЧ. Изд-во «Советское радио», 1965.
48. «Колебания сверхвысоких частот в плазме» (сб. статей). Изд-во иностранной литературы, 1961.
49. «Атомные и молекулярные процессы». Пер. с англ., под ред. Л. М. Бибермана, В. А. Фабриканта. Изд-во «Мир», 1964.
50. Хастед Д. ж. Физика атомных столкновений. Пер. с англ., под ред. Н. В. Федоренко. Изд-во «Мир», 1965.
51. Зуев В. Е. Прозрачность атмосферы для видимых и инфракрасных лучей. Изд-во «Советское радио», 1966.
52. Bohm D. The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields, N.Y., 1949.
53. «Излучение и волны в плазме» (сб. статей). Атомиздат, 1963.
54. Финкельбурн В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. Пер. с нем., под ред. В. А. Фабриканта. Изд-во иностранной литературы, 1961.
55. Heald M., Wharton C. Plasma Diagnostic with Microwaves. Wiley, N. Y., 1965.
56. «Диагностика плазмы». Под ред. Константинова Б. П. Атомиздат, 1963.
57. Huddleston R., Leonard L. Plasma Diagnostic Techniques ed. Acad. Press. N.Y., 1965.
58. Русанов В. А. Современные методы исследования плазмы. Атомиздат, 1962.
59. Чернетский А. В., Зиновьев О. А., Козлов О. В. Аппаратура и методы плазменных исследований. Атомиздат, 1965.
60. Николаев А. Г., Перцов С. В. Пассивная радиолокация. Изд-во «Советское радио», 1964.
61. Schwedeman R., Laurie V. Tables of line strength. Pergamon Press, London — N. Y., 1956.
62. «Прикладная магнитная гидродинамика». Под ред. А. В. Губарева. Изд-во «Мир», 1965.
63. «Низкотемпературная плазма». (Труды Международного симпозиума по свойствам и применению низкотемпературной плазмы при XX Международном конгрессе по теоретической и прикладной химии.) Пер. с англ., под ред. И. Е. Шейдлина и др. Изд-во «Мир», 1967.
64. Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. Изд-во «Советское радио», 1960.
65. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Изд-во «Советское радио», 1966.
66. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. Изд-во «Советское радио», 1966.
67. Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1960.
68. Ширман Я. Д., Голиков В. Н. Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. Изд-во «Советское радио», 1963.
69. «Определение параметров случайных процессов» (сб. статей). Изд-во «Техника», 1962.
70. Хельстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов. Пер. с англ., под ред. И. Б. Кобзарева. Изд-во иностранной литературы, 1963.

71. О'Нейл Э. Введение в статистическую оптику. Пер. с англ., под ред. П. Ф. Паршина. Изд-во «Мир», 1966.
72. Ступченко Е. В., Лосев С. А., Осипов А. И. Релаксационные процессы в ударных трубах. Изд-во «Наука», 1965.
73. «Ударные трубы». Сб. статей, под ред. Х. А. Рахматуллина, С. С. Семенова. Изд-во иностранной литературы, 1962.
74. «Исследования по физической газодинамике» (сб. статей). Изд-во «Наука», 1966.
75. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме. Изд-во «Наука», 1967.
76. Чемберлен Дж. Физика полярных сияний и излучения атмосферы. Пер. с англ., под ред. В. И. Красовского. Изд-во иностранной литературы, 1963.
77. Ван-дер Зил А. Флюктуации в радиотехнике и физике. Пер. с англ., под ред. Л. С. Гуткина. Госэнергоиздат, 1958.
78. Бунимович В. И. Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах. Изд-во «Советское радио», 1961.
79. Кузьмин А. Д. Планета Венера. Изд-во АН СССР, 1966.
80. Супруга Н. П. Электронно-лучевые трубки с накоплением зарядов. Изд-во МО СССР, 1961.

#### Статьи к части I

81. Амбарцумян В. А. «Известия АН Арм. ССР», 1944, № 1, 2.
82. Соболев Н. Н. «Астрономический журнал», 1957, т. 34, № 3, стр. 337.
83. Soboty Y. *Astrophys. Journ. Supplem.* 1963, Ser. 72, VII, 441.
84. Lilleszter O. *Nature*, 1964, v. 202, № 4937, p. 1103.
85. Dicke R. *Rev. Scientific Inst.*, 1946, № 17.
86. Burrus C., Gordi W. *Phys. Rev.*, 1953, v. 92, № 6, p. 1437.
87. Gallaher J., Bedard F., Johnson C. *Phys. Rev.*, 1954, v. 93, № 4, p. 729.
88. Башаринов А. Е., Гущина П. Н., Зятицкий В. Л. «Радиотехника и электроника», 1967, т. 12, № 2, стр. 179.
89. Wild J. *Astrophys. Journ.*, 1952, v. 115, p. 206.
90. Кардашев Н. С. «Астрономический журнал», 1959, т. 36, № 8, стр. 838.
91. Сороченко Р. Л. Труды ФИАН им. П. Н. Лебедева, т. 28, стр. 90. Изд-во АН СССР, 1965.
92. Сюняев Р. А. «Астрономический журнал», 1966, т. 43, № 1, стр. 4.
93. Van-Vleck J. *Phys. Rev.*, 1947, v. 71, № 7, p. 425.
94. Cross P., Hainer R., King G. *Jorn. Chem. Phys.*, 1944, v. 12, p. 210.
95. Van-Vleck J. *Phys. Rev.*, 1947, v. 71, № 7, p. 413.
96. Dousmanis G., Sanders T., Townes C. *Phys. Rev.*, 1955, v. 100, № 6, p. 1735.
97. Ehrenstein G., Townes C., Stevenson M. *Phys. Rev. Lett.*, 1959, v. 3, № 1, p. 40.
98. Dennison D. *Rev. Mod. Phys.*, 1931, v. 3, № 2, p. 280.



99. Шкловский И. С. *Астрономический циркуляр* № 372, 1966, 1/VI.
100. Bargett A., Rogers A. *Nature*, 1966, v. 210, № 5032, p. 188.
101. Perkins F., Gold T., Solpeter E. *Astrophys. Journ*, 1966, v. 145, p. 361.
102. Жевакин С. А., Наумов А. П. «Радиотехника и электроника», 1965, т. 10, № 6, стр. 987.
103. Жевакин С. А., Наумов А. П. «Известия вузов», Радиофизика, 1966, т. 9, № 3, стр. 433.
104. Anderson R. S., Johnson C., Gordy W. *Phys. Rev.*, 1951, v. 83, p. 1061.
105. Жевакин С. А., Наумов А. П. «Известия вузов», Радиофизика, 1963, т. 6, № 4, стр. 674.
106. Жевакин С. А., Наумов А. П. «Радиотехника и электроника», 1964, т. 9, № 8, стр. 1327.
107. Жевакин С. А., Викторова А. А. ДАН СССР, 1966, т. 171, № 4, 5.
108. Bargett A., Chung V. *Jorn. Geoph. Res.*, 1962, v. 67, № 11, p. 4259.

#### Статьи к части II

109. Кротиков В. Д. «Известия вузов», Радиофизика, 1962, т. 5, № 6, стр. 1057.
110. Лещанский Ю. И., Ананских В. М., Лебедев Г. Н. Труды МФТИ, вып. 10. Оборонгиз, 1962.
111. Ford L., Oliver R. *Proc. Phys. Soc.*, 1946, v. 3, № 58, p. 327.
112. Giddis A. *Trans. IEEE CED*, 1964, № 1, p. 71.
113. Gunning W. A. *Jorn. of Appl. Phys.*, 1952, v. 23, № 6, p. 763. Зайцев В. А., Ломакин А. Н. Труды Аркт. Ант. НИИ, 1968, т. 284, стр. 84.
114. Гурвич А. С., Егоров С. А. «Известия АН СССР», Физика атмосферы и океана, 1966, т. 2, № 3, стр. 305.
115. Троицкий В. С., Жевакин С. А., Цейтлин Н. М. «Известия вузов», Радиофизика, 1958, т. 1, № 2, стр. 19.
116. Жевакин С. А., Наумов А. П. «Геомагнетизм и аэрономия», 1963, т. 3, № 4, стр. 666.
117. Саломонович А. Е., Атаев О. М. «Известия вузов», Радиофизика, 1960, т. 3, № 4, стр. 606.
118. Приложение № 2 к временной стандартной атмосфере (BCA-60). Изд. ЦАГИ, 1962.
119. Усиков А. Я., Герман В. Л., Ваксер И. Х. «Украинский физический журнал», 1961, т. 6, № 5, стр. 618.
120. Best A. *Quart. Journ. Meteor. Soc.*, 1950, v. 76, p. 16.
121. Gunn K., East T. *Quart. Journ. Meteor. Soc.*, 1954, v. 80, p. 522.
122. Рядов В. Я., Фурашов Н. И., Шаронов Г. А. «Радиотехника и электроника», 1964, т. 9, № 6, стр. 989.
123. Башаринов А. Е., Кутуза Б. Г. Труды 3-го Всесоюзного совещания по радиометеорологии. Гидрометиздат, 1967.
124. Кутуза Б. Г. Труды 3-го Всесоюзного совещания по радиометеорологии. Гидрометиздат, 1967.

125. Tolbert C., Straiton A., Britt O. *Jorn. Appl. Phys.*, 1959, v. 29, № 5, p. 776.
126. Tolbert C., Straiton A. *Proc. IRE*, 1961, v. 49, № 2, p. 649.
127. Хогг Д., Семплек Р. «Зарубежная радиоэлектроника», 1962, № 12, стр. 63.
128. Гурвич А. С., Тиме Н. С. «Известия АН СССР», Физика атмосферы и океана, 1966, т. 2, № 8, стр. 814.
129. Малкевич М. С., Самсонов Ю. В., Копрова Л. И. УФН, 1963, т. 80, стр. 93.
130. Wolf E., Kordeck R., Mondlock A. *Proc. IRE*, 1962, v. 50, № 4, p. 478.
131. Artman J., Gordon J. *Phys. Rev.*, 1954, v. 96, № 5, p. 1237.
132. Станкевич К. С. «Известия вузов», Радиофизика, 1960, т. 3, № 6, стр. 968.
133. Арманд Н. А. «Радиотехника и электроника», 1961, т. 6, № 12, стр. 1961.
134. Станкевич К. С., Бондарь Л. Н. «Известия вузов», Радиофизика, 1963, т. 6, № 4, стр. 669.
135. Orhang T. *Publ. Nat. Rad. Astronom. Obser.*, 1962, № 1, p. 14.
136. Ананов Н. И., Башаринов А. Е., Кирдяшев К. П., Кутуза Б. Г. «Радиотехника и электроника», 1965, т. 10, № 11, стр. 1941.
137. Кирдяшев К. П. «Радиотехника и электроника», 1965, т. 10, № 12, стр. 2105.
138. Ласточкин В. П., Станкевич К. С. «Известия вузов», Радиофизика, 1964, т. 7, № 5, стр. 789.
139. Кисляков А. Г. «Известия вузов», Радиофизика, 1966, т. 9, № 3, стр. 451.
140. Weger E. *Trans. IRE*, 1960, AP-8, № 4.
141. Hogg D., Crawford A. *Bell System. Techn. Journ.*, 1956, v. 35, № 4, p. 907.
142. Marshall T., Palmer W. *Jorn. Meteorol.*, 1948, v. 5, № 4, p. 165.
143. Полякова Е. А., Шифрин К. С., Труды главной геофизической обсерватории, 1957, вып. 68, стр. 92.
144. Дмитриенко Д. А. и др. «Известия вузов», Радиофизика, 1964, т. 7, № 5, стр. 817.
145. Станкевич К. С. «Известия вузов», Радиофизика, 1965, т. 8, № 1, стр. 98.  
Кисляков А. Г., Станкевич К. С. «Известия вузов», Радиофизика, 1967, т. 10, № 9—10, стр. 1244.
146. Meeks M., Lilley A., *Jorn. Geoph. Res.*, 1963, v. 68, № 6, p. 1683.

### Статьи к части III

147. Bekefi G., Brown S. *Amer. Journ. of Phys.*, 1961, v. 29, № 7, p. 404.
148. Bachinsky M. P. *Proc. IRE*, 1961, V. 49, № 12, p. 1846.
149. Lustig C., Mc Bee W., Kalisky A. *Rev. Scientific Instrum.*, 1964, v. 35, № 7, p. 829.

150. Schilling S. *Betrage Plasma Physiks*, 1965, Bd. 4, № 4, S. 273.
151. Schwinger J. *Phys. Rev.*, 1949, v. 75, p. 1912.
152. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В. *УФН*, 1960, т. 70, вып. 1, стр. 2.
153. Гуревич А. В. *ЖТФ*, 1960, т. 30, № 6, стр. 1112.
154. Гуревич А. В. *ЖЭТФ*, 1958, т. 35, № 2, стр. 392.
155. Левин М. Л. *ДАН СССР*, 1955, т. 102, № 1, стр. 53.
156. Айнбиндер А. Л. *«Журнал химической физики»*, 1957, т. 26, № 9, стр. 948.
157. Kerrebrock J. L. *AIAA, Journ.*, 1964, v. 2, № 6, p. 125.
158. Монти Р., Неаполитано Л. В сб. *«Низкотемпературная плазма»* (см. [63]). Изд-во «Мир», 1967.
159. Sodha M. S., Palumbo C. T. *Brit. Journ. Appl. Phys.*, 1965, v. 14, p. 175.
160. Башаринов А. Е., Поляков В. М. *«Радиотехника и электроника»*, 1967, т. 12, № 6, стр. 992.
161. Basharinov A. E., Poljakov V. M., Testov V. G. Rep. 4.4. 1.8 on VIII Conf. on Phenomena in ionized Gases, p. 426, Vienna, 1967.
162. Ларионов М. М. *ЖТФ*, 1964, т. 34, № 10, стр. 843.
163. Allen T., McWhirter R., Spalding I. *Nucl. Fus. Suppl.*, 1962, v. 1, p. 67.
164. Башаринов А. Е., Лобастов Ю. С., Тестов В. Г. *«Радиотехника и электроника»*, 1968, т. 13, № 3, стр. 552.
165. Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А. *ЖЭТФ*, 1963, т. 45, № 5 (11), стр. 1445.
166. Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А. *«Магнитная гидродинамика»*, 1965, № 3, стр. 57. Изд-во «Зинатне», Рига.
167. Pimentel G. *Scient. Am.*, 1966, v. 214, № 4, p. 32 (*«Зарубежная радиоэлектроника»*, 1966, № 10, стр. 58).
168. Kasper J., Pimentel G. *Phys. Rev. Lett.*, 1965, v. 14, № 10, p. 352.
169. Broida H., Kane W. *Phys. Rev.*, 1953, v. 89, № 5, p. 1053.
170. Ануфриев А. А., Лесков Л. В. *Спектроскопические исследования ВЧ безэлектродного разряда*. В сб. *«Физические проблемы спектроскопии»*, стр. 102. Изд-во АН СССР, 1962.
171. Repton B., Spreh K., Agrams R. *AIAA Journ.*, 1965, v. 3, № 12, p. 2225. (Реферат Экспресс — инф *«Радиолокация, телевидение, радиосвязь»*, № 12, стр. 8. Изд-во ВИНТИ, 1966).
172. Crocker A., Gebbie H., Kimmitt M., Mathias L., *Nature*, 1964, v. 201, № 4916, p. 250.
173. Mathias L., Crocker A. *Phys. Rev. Lett.*, 1964, v. 13, N 1, p. 35.
174. Gebbie H., Stone B., Findlay F. *Nature*, 1964, v. 202, № 4933, p. 685.
175. Mathias L., Crocker A., Wills M. *Electronics Lett.*, 1965, v. 1, № 2, p. 45.
176. Flesher G., Muller W. *Proc. IEEE*, 1966, v. 54, № 4, p. 543.
177. Akitt D., Jeffers W., Coleman P. *Proc. IEEE*, 1966, v. 54, № 4, p. 547.

178. Ahmed A., Kosher R. Proc. IEEE, 1964, v. 52, № 12, p. 1889.
179. Шафранов В. Д. В сб. «Вопросы теории плазмы», 1963, вып. 3, стр. 3.
180. Веденов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З., УФН, 1961, т. 73, стр. 701.
181. Sturrock P. Phys. Rev., 1958, v. 112, № 5, p. 1488.
182. Зайцев В. В., Каплан С. А. «Астрофизика», 1966, т. 2, вып. 2, Изд-во АН Арм. ССР.
183. Файнберг Я. Б. В сб. «Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза», 1963, вып. 2, стр. 83. Изд-во АН УССР.
184. Ахизер А. И., Файнберг Я. Б. ЖЭТФ, 1951, т. 21, стр. 1262.
185. Харченко И. Ф. и др. В сб. «Физика плазмы и проблемы управляемого синтеза», вып. 2, стр. 118. Изд-во АН УССР, 1963.
186. Демирханов Р. А., Геворков А. К., Попов А. Ф. ЖТФ, 1960, т. 30, стр. 305.
187. Boyd G., Field L., Gould R. Proc. Symp. Electron. Waveguid, 1958, v. 4, p. 367. (Пер. с англ. В сб. «Колебания СВЧ в плазме», стр. 334, Изд-во иностранной литературы, 1961).
188. Trivelpiece A., Gould R. Journ. Appl. Phys., 1959, v. 30, № 11, p. 1784.
189. Корнилов Е. А. и др. ЖТФ, 1965, т. 35, № 8, стр. 1372.
190. Березин А. К. и др. Взаимодействие пучков заряженных частиц с плазмой (сборник статей), стр. 7. Изд-во АН УССР, 1965.
191. Березин А. К., Березина Г. П., Болотин Л. И., Файнберг Я. Б. «Атомная энергия», 1963, т. 14, стр. 249.
192. Bernstein J., Frieman E., Kuksrud R., Rosenbluth M. Phys. of Fluids, 1960, v. 3, № 9, p. 413.
193. Ellis R., Goldberg L., Gorman J. Phys. of Fluids, 1960, v. 3, № 10, p. 468.
194. Фанченко С. Д. и др. ЖЭТФ, 1964, т. 46, стр. 497.
195. Иванов А. А., Рютов Д. Д. ЖЭТФ, 1965, т. 48, стр. 1366.
196. Блинов П. И., Закастов Л. П. «Атомная энергия», 1965, т. 19, стр. 233.
197. Супруненко В. А. «Атомная энергия», 1963, т. 14, стр. 343.
198. Адамов И. Ю. «Атомная энергия», 1964, т. 16, стр. 99.
199. Кислов В. Я., Богданов Э. В., Чернов З. С. «Радиотехника и электроника», 1960, т. 5, стр. 229.
200. Кислов В. Я., Богданов Э. В., «Радиотехника и электроника», 1960, т. 5, стр. 1974.
201. Богданов Э. В., Залогин Н. Н., Кислов В. Я. «VI Международный конгресс по СВЧ приборам». (Sixth Intern. Conf. on Microwave and Opt. Generation and Amplification, Cambridge, 1966.)
202. Горохов Н. А., Савельев-Долгов Г. Г. «Атомная энергия», 1966, т. 21, № 4, стр. 295.

203. Wanick R., Swanson D., Grannam R. Phys. Rev. Lett., 1965, v. 15, № 10, p. 444.
204. Габович М. Д., Кириченко Г. С., Койдан В. С. Взаимодействие пучков заряженных частиц с плазмой (сб. статей), стр. 44. Изд-во АН УССР, 1965.
205. Габович М. Д., Кириченко Г. С. ЖЭТФ, 1962, т. 42, стр. 1478.
206. Derfler H. Phys. of Fluids, 1964, v. 7, № 10, p. 1625.
207. Шапиро В. Д. ЖТФ, 1961, т. 31, стр. 522.
208. Yoshikawa S., Rose D. Phys. of Fluids, 1962, v. 5, № 3, p. 334.
209. Сухомлин Е. А. и др. В сб. «Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза», вып. 3, стр. 144. Изд-во АН УССР, 1963.
210. Сухомлин Е. А., Супруненко В. А., Рева Н. И. В сб. «Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза», вып. 4, стр. 212. Изд-во АН УССР, 1964.
211. Janzen G., Rauchle E. Rep. 4.4.1.4 on Conf. Phenomena in ionized Gases; Lauterer F. Rep. 4.4.1.3. on Conf. Phenomena in ionized Gases, p. 425, Vienna, 1967.
212. Кисляков А. И., Ларионов Н. М., Рождественский В. В. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. IAEA, Vienna, 1966, p. 549.
213. Горбатенко М. Ф. ЖТФ, 1963, т. 33, стр. 173, 1070.
214. Велихов Е. П. Всесоюзная конференция по физике низкотемпературной плазмы (тезисы докладов). Изд-во «Наукова думка», 1966.
215. Випетан О. Phys. Rev. Lett., 1959, № 1, p. 8.
216. Корнилов Е. М., Файнберг Я. Б., Ковпик О. Ф. ЖЭТФ, 1966, т. 3, стр. 147.
217. Галактионов Б. В., Долматова К. А., Ларионов М. М. ЖТФ, 1964, т. 34, стр. 1533.
218. Landauer G. Journ. Nucl. Energy, 1962, pt. C, № 4, p. 395.
219. Павличенко О. С. и др. ЖТФ, 1965, т. 35, № 8, стр. 1394.
220. Bernstein J. Phys. Rev., 1958, v. 109, p. 10.
221. Вартон С., Дженсен Т., Скотт Ф. В сб. «Низкотемпературная плазма» [63], стр. 111, Изд-во «Мир», 1967.
222. Basharinov A. E., Kislov V. J., Voronov G. M., Lukinov J. N. Rep. on VIII. Conf. on Phenomena in ionized Gases, Vienna, 1967.

#### Статьи к части IV

223. Wolf J., Thomas J. IRE. Conv. Rec., 1961, № 4, p. 155.
224. Башаринов А. Е., Ананов Н. И. «Радиотехника и электроника», 1964, т. 9, № 7, стр. 1119.
225. Cutrona L., Leith E., Palermo S., Parcello M. Trans. IRE, 1960, JT-6, № 3, p. 386. (Пер. с англ. «Зарубежная радиоэлектроника», 1962, № 10, стр. 327).
226. Ананов Н. И., Кирдяшев К. М. «Радиотехника и электроника», 1964, т. 9, № 7, стр. 1127.

227. Long M. W., Rivers W. K. Proc. IRE, 1961, v. 49, № 6, p. 1024.
228. Tiurl M. E. IEEE Trans., 1964, MIL-8, v. 4, № 3, p. 24.
229. Putley E. H. Proc. IEEE, 1963, v. 51, № 11, p. 1412.
230. Патли Е. УФН, 1966, т. 90, № 1, стр. 85.
231. Бородзич Э. В., Сороченко Р. Л. «Известия вузов», Радиофизика, 1963, т. 6, стр. 1167.
232. Выставкин А. Н. и др. «Радиотехника и электроника», 1963, т. 6, стр. 994.
233. Richards P. L. Journ. Opt. Soc. Am., 1964, v. 54, p. 1474.
234. Карлов Н. В., Чихачев Б. М. «Радиотехника и электроника», 1959, т. 4, стр. 1047.
235. Попов Е. И. «Приборы и техника эксперимента», 1966, № 4, стр. 145.

## Предметный указатель

Абсолютно черное тело (АЧТ) 22

Активации скорость 234

Альбе́до 28, 89

Аномальная проводимость плазмы 236, 282

Атмосферные СВЧ излучения 156, 165

Атомные СВЧ спектры 112—120

Болометры 365

Больцмана распределение 18, 191, 232

Брюстеровский угол 29, 47, 48

Вавилова — Черенкова эффект 255

Вина закон смещения 23

Возбуждение колебаний электронным пучком 261, 270

Вращательные энергетические уровни 120

Время жизни энергетического уровня 107

Вторичная обработка при радиометрическом приеме 282

Вынужденное СВЧ излучение 253

Газоразрядные приборы 192, 236, 238

Гидрометеоры атмосферные 155

Гиромагнитные гармоники — см. *Циклотронные гармоники*

Голея детектор 365, 367

Двумерная фильтрация 318

Дебаевский радиус экранирования 272

Дезактивации скорость 234

Детальное равновесие 232

Детекторы микроволнового излучения 364

Димерные молекулы паров воды 132, 159

Дисперсионное уравнение 258, 259

Диэлектрическая проницаемость 135, 169, 199, 219

Допплера эффект аномальный 37, 268, 271

— — нормальный 38, 267, 268

Допплеровское уширение 107

Естественное уширение линии 107

Заряженных частиц излучение 31

Зона волновая 292

— Френеля 292

Излучательная способность 26

— — плазменного слоя 210

Излучение АЧТ 22

Излучение Вавилова — Черенкова 31

— магнитотормозное 32

— многослойной среды 54

— резонансное 30

Индикатриса рассеяния элемента объема 87

Интегральное уравнение переноса излучения 88

Интеграл соударений 194

Интерференция излучения слоистых сред 29 — см. *Осцилляции коэффициента излучения*

Ионные пучки в плазме 276, 277

Квазилинейное приближение в теории плазменных неустойчивостей 260  
 Квазиравновесные состояния 18  
 Квантовое представление излучения 72  
 Квантовомеханические усилители 361, 363  
 Кинетическое уравнение 18  
 Кирхгофа законы 26, 28  
 Когерентное излучение 32  
 Колебания плазменные 254, 258, 261, 264  
 Колебательные энергетические уровни 109, 118  
 Коллективные колебания 32, 254  
 Корреляционная функция 21  
 — — вариаций радиояркости облаков 187  
 Коэффициент отражения 200  
 — поглощения 199  
 — полезного действия антенны 21  
 Коэффициенты Эйнштейна 105, 107  
 Линии излучения 107, 109, 112  
 Магнитно-гидродинамическое приближение 258  
 Магнитно-тормозное излучение 34, 254  
 Модель изотропного рассеяния 93, 95  
 Модели сигналов 289  
 Молекулярные СВЧ спектры 118  
 — — — гидроксид 127  
 — — — кислорода 124, 162  
 — — — окиси азота 126  
 — — — окиси углерода 121  
 — — — паров воды 130, 158  
 Момент вращения молекулы 120  
 Момент орбитальный 122, 123  
 Момент спиновой 122, 123  
 Мультиплетные состояния 119, 122  
 Населенность энергетических уровней 106

Неравновесные состояния 106, 232, 239  
 Низкотемпературная плазма 236

Обнаружение сигналов 302  
 Одномерное приближение в теории переноса излучения 89  
 Осцилляции коэффициента излучения 62, 144, 147  
 Отражение на границах раздела 42, 43, 57, 88  
 Оценка интенсивности шумовых сигналов 314  
 Оценка направления на источник излучения 315

Перенос излучения в плазме при коллективных колебаниях 277

Перенос излучения в атмосфере 155

Плазменные коллективные колебания 254, 255, 260, 261, 267

Первичная обработка при радиометрическом приеме 288

Планка закон излучения 22

Показатель преломления плазмы 199

— поглощения в плазме 199

Помехи при радиометрическом приеме 295

Равновесное СВЧ излучение 17

Радиометр компенсационный 355

— корреляционный 358

— модуляционный 356

Разрешение источников излучения 307

Рассеяние излучения в среде 87, 89, 93, 178, 179, 180

— излучения на границе 88, 142

Резонансные излучения — см. *Атомные СВЧ спектры, молекулярные СВЧ спектры*

Релаксация молекул воды 170  
 Релаксации при ударном нагреве 241



- Релаксации населенности вращательных уровней 239  
 — населенности колебательных уровней 239
- Саха константа равновесия 197  
 Сверхтонкая структура термов 117
- СВЧ спектры — см. *Атомные и молекулярные СВЧ спектры*
- СВЧ спектр мономеров паров воды 130  
 СВЧ спектр димеров паров воды 132
- Сечение взаимодействия 235  
 Сигналы СВЧ излучений 19  
 Сила осциллятора 115  
 Синхротронное излучение 35  
 Спектральная интенсивность потока излучения 19  
 Спектральная сила излучения 19  
 Спонтанное излучение 31, 104
- Температура электронов 192, 193, 236—239, 246  
 Температура радиояркая 25, 52, 63, 156, 173, 261  
 Температура антенная 72  
 Температурная зависимость времени релаксации молекул воды 170
- Тензор комплексной диэлектрической проницаемости 223
- Ток «убегающих» электронов 271
- Тормозное излучение электронов 32, 201
- Транспортное сечение рассеяния 202
- Трансформация плазменных колебаний в излучение 32, 257
- «Убегающие» электроны 271
- Угловое разрешение источников излучения 291
- Усилители колебаний высокой частоты 362, 363  
 Усилители колебаний низкой частоты 353, 355
- Уширение линии естественное 107  
 — — доплеровское 107  
 — — при соударениях 107
- Фактор Гаунта 34  
 Фильтры двумерные оптимальные 318, 323  
 — двумерные подоптимальные 332, 333  
 — одномерные оптимальные 305, 307
- Флюктуации коэффициента усиления 355, 357  
 — радиояркости атмосферы 184—188  
 — энергии 24
- Форма взаимодействия молекулярных движений по Гунду 122  
 — линии излучения 107, 108, 110
- Фотодетекторы 365, 367
- Функционал правдоподобия 308, 319, 320
- Функция правдоподобия 298, 299, 302, 304, 305, 315  
 — распределения скорости электронов 193
- Хинчина — Винера теорема 22
- Циклотронная частота 35, 227  
 Циклотронные гармоники 35, 38, 228, 231, 274, 275
- Частицы примесные 217
- Частоты соударений 196, 198
- Черенковское излучение 17
- Широкополосные сигналы 22, 291
- Шумовая температура 361, 362, 364
- Шумовое СВЧ излучение 295
- Шумовые флюктуации 359
- Шумы внутренние приемных устройств 295, 361
- Эйнштейна коэффициенты 104, 105
- Эквивалентная длина пути (ЭДП) 160

Электронная концентрация 11  
Электронные переходы 104  
Энергетические уровни осцилляторов 114, 245  
Эффективное сечение соударений 33

Явление Вавилова — Черенкова 31  
Ядерный магнетон 119  
Ядерный момент 128  
Яркость излучения 19  
Яркостные коэффициенты 99

## Содержание

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| Предисловие . . . . .          | 3 |
| Принятые обозначения . . . . . | 6 |

### Часть I

#### Природа естественных СВЧ излучений

|              |                                                                                                    |            |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Глава</b> | <b>I. ИСТОЧНИКИ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ В ЕСТЕСТВЕННЫХ УСЛОВИЯХ . . . . .</b>                   | <b>17</b>  |
|              | 1. Равновесные и неравновесные СВЧ излучения . . . . .                                             | 17         |
|              | 2. Характеристики сигналов СВЧ излучений . . . . .                                                 | 19         |
|              | 3. Тепловое излучение абсолютно черного тела . . . . .                                             | 22         |
|              | 4. Радиотепловое излучение нечерных тел . . . . .                                                  | 24         |
|              | 5. Резонансные СВЧ излучения атомов и молекул . . . . .                                            | 30         |
|              | 6. Излучение плазмы и потоков заряженных частиц . . . . .                                          | 31         |
| <b>Глава</b> | <b>II. РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ . . . . .</b>                                      | <b>39</b>  |
| <b>Глава</b> | <b>III. РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЫ . . . . .</b>                                    | <b>54</b>  |
|              | 1. Общие положения . . . . .                                                                       | 54         |
|              | 2. Радиотепловое излучение двухслойной среды при слабом поглощении в промежуточном слое . . . . .  | 65         |
|              | 3. Радиотепловое излучение двухслойной среды при сильном поглощении в промежуточном слое . . . . . | 81         |
| <b>Глава</b> | <b>IV. ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В РАССЕИВАЮЩИХ СРЕДАХ . . . . .</b>                                       | <b>86</b>  |
|              | 1. Постановка задачи. Основные уравнения . . . . .                                                 | 86         |
|              | 2. Перенос излучения в одномерной среде . . . . .                                                  | 89         |
|              | 3. Перенос излучения в среде с изотропным рассеянием . . . . .                                     | 93         |
|              | 4. Излучение поверхности через полупрозрачный рассеивающий слой . . . . .                          | 97         |
| <b>Глава</b> | <b>V. СЕЛЕКТИВНЫЕ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ . . . . .</b>                                                      | <b>104</b> |
|              | 1. Механизмы селективных излучений . . . . .                                                       | 104        |
|              | 2. Интенсивность селективных излучений и поглощений . . . . .                                      | 104        |
|              | 3. Насыщенность энергетических уровней . . . . .                                                   | 106        |
|              | 4. Форма линии излучения . . . . .                                                                 | 107        |
|              | 5. Атомные СВЧ спектры . . . . .                                                                   | 112        |
|              | 6. Молекулярные СВЧ спектры . . . . .                                                              | 118        |
|              | 7. СВЧ спектры двухатомных и линейных молекул . . . . .                                            | 120        |
|              | 8. СВЧ спектры молекул плоского и объемного строения . . . . .                                     | 129        |

## ЧАСТЬ II

### Радиотепловое излучение земных покровов и атмосферы

|                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Глава VI. РАДИОТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗЕМНЫХ ПОКРОВОВ</b>                 | 135 |
| 1. Электрические свойства земных покровов в СВЧ диапазоне                | 135 |
| 2. Экспериментальные измерения теплового СВЧ излучения однородных сред   | 140 |
| 3. Экспериментальные измерения радиотеплового излучения двухслойных сред | 143 |
| <b>Глава VII. ПЕРЕНОС РАДИОТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ</b>           | 155 |
| 1. Спектры СВЧ излучения и поглощения в свободной атмосфере              | 155 |
| 2. Перенос СВЧ излучений в облачных образованиях                         | 167 |
| 3. Перенос СВЧ излучений в атмосфере при наличии осадков                 | 174 |
| 4. Вариации атмосферной радиояркост                                      | 183 |

## ЧАСТЬ III

### СВЧ излучение равновесной и неравновесной плазмы

|                                                                                                  |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Глава VIII. РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ РАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ</b>                                             | 191 |
| 1. Основные электромагнитные параметры равновесной плазмы                                        | 191 |
| 2. Механизмы СВЧ излучения изотропной плазмы                                                     | 201 |
| 3. Интенсивность СВЧ излучения изотропных плазменных образований                                 | 206 |
| 4. СВЧ излучение плазмы, содержащей примесные твердые частицы                                    | 217 |
| 5. Особенности СВЧ излучения равновесной плазмы в магнитном поле                                 | 223 |
| <b>Глава IX. НЕРАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПЛАЗМЫ, СВЧ ИЗЛУЧЕНИЕ ПЛАЗМЫ В РЕЛАКСАЦИОННОМ СОСТОЯНИИ</b> | 232 |
| 1. Виды неравновесных состояний плазмы                                                           | 232 |
| 2. Кинетика возбуждения неравновесной населенности энергетических уровней                        | 233 |
| 3. Релаксация неравновесных состояний                                                            | 239 |
| 4. СВЧ излучение ионизированного газа при ударном нагреве                                        | 241 |
| <b>Глава X. СЕЛЕКТИВНЫЕ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ</b>                                   | 245 |
| 1. Возбуждение неравновесной населенности дискретных энергетических уровней в плазме             | 245 |
| 2. СВЧ излучение плазмы с неравновесной населенностью                                            | 249 |

|                                                                                                     |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Глава XI. НЕРАВНОВЕСНЫЕ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ КОЛЛЕКТИВНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ ПЛАЗМЫ</b> . . . . . | <b>254</b> |
| 1. Свойства коллективных колебаний плазмы как источника неравновесных излучений . . . . .           | 254        |
| 2. Возбуждение колебаний электронным пучком при отсутствии магнитного поля . . . . .                | 261        |
| 3. СВЧ излучение магнитно-активной плазмы при возбуждении колебаний электронным пучком . . . . .    | 264        |
| 4. Возбуждение плазменных колебаний ионным пучком . . . . .                                         | 276        |
| 5. Особенности процессов переноса в плазме при возбуждении коллективных колебаний . . . . .         | 277        |

#### Ч А С Т Ь I V

### П р и е м ш у м о п о д о б н ы х с и г н а л о в и в ы д е л е н и е и н ф о р м а ц и и

|                                                                                                                    |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Глава XII. СИГНАЛЫ И ПОМЕХИ ПРИ РАДИОМЕТРИЧЕСКОМ ПРИЕМЕ</b> . . . . .                                           | <b>287</b> |
| 1. Виды информации при радиометрическом приеме . . . . .                                                           | 287        |
| 2. Модели сигналов . . . . .                                                                                       | 289        |
| 3. Угловое разрешение источников СВЧ излучений . . . . .                                                           | 291        |
| 4. Помехи при радиометрическом приеме . . . . .                                                                    | 295        |
| 5. Оптимальные алгоритмы выделения информации при наблюдении СВЧ сигналов естественных излучений . . . . .         | 298        |
| <b>Глава XIII. ОБНАРУЖЕНИЕ И ВЫДЕЛЕНИЕ СИГНАЛОВ В ОДНОМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ</b> . . . . .                            | <b>301</b> |
| 1. Модели одномерных изображений . . . . .                                                                         | 301        |
| 2. Обнаружение сигналов в одномерных системах . . . . .                                                            | 302        |
| 3. Разрешение источников излучения . . . . .                                                                       | 307        |
| 4. Оценки параметров шумовых сигналов . . . . .                                                                    | 314        |
| <b>Глава XIV. ДВУМЕРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ</b> . . . . .                                                       | <b>318</b> |
| 1. Постановка задачи . . . . .                                                                                     | 318        |
| 2. Влияние свойств фона на структуру оптимальных фильтров . . . . .                                                | 318        |
| 3. Подоптимальные фильтры . . . . .                                                                                | 332        |
| 4. Реализация двумерных фильтров . . . . .                                                                         | 333        |
| <b>Глава XV. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДВУМЕРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ</b> . . . . .                                                      | <b>336</b> |
| 1. Эффективность дискретной фильтрации . . . . .                                                                   | 336        |
| 2. Эффективность аналоговых фильтров . . . . .                                                                     | 343        |
| <b>Глава XVI. РАДИОМЕТРИЧЕСКАЯ АППАРАТУРА, ПРИМЕНЯЕМАЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ СЛАБЫХ ШУМОВЫХ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЙ</b> . . . . . | <b>352</b> |
| 1. Радиометрические приемники. Их чувствительность . . . . .                                                       | 352        |
| 2. Способы уменьшения паразитного влияния нестабильностей усиления . . . . .                                       | 354        |
|                                                                                                                    | <b>389</b> |

|                                                                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3. Особенности построения радиометров дециметрового, сантиметрового, миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов . . . . . | 360 |
| 4. Особенности приема кратковременных сигналов . . . . .                                                                     | 369 |
| 5. Приемники селективных СВЧ излучений . . . . .                                                                             | 370 |
| З а к л ю ч е н и е . . . . .                                                                                                | 372 |
| Л и т е р а т у р а . . . . .                                                                                                | 373 |
| Предметный указатель . . . . .                                                                                               | 383 |

**ИЗМЕРЕНИЕ РАДИОТЕПЛОВЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ  
в СВЧ ДИАПАЗОНЕ**

Под редакцией

**А. Е. БАШАРИНОВА и М. А. КОЛОСОВА**

**Редактор И. И. Гинзбург**

**Худож. редактор В. Т. Сидоренко**

**Технический редактор Г. З. Шалимова**

**Корректоры Л. И. Кирильченко, З. Н. Ахмедова**

Сдано в набор 29/XII—67 г. Подписано в печать 27/V—68 г.  
Т08430 Формат 84 × 108<sup>1</sup>/<sub>2</sub>. Бумага машиномелованная  
Объем 20,58 усл. п. л. Уч.-изд. 20,157. Тираж 7200  
Изд-во «Советское радио», Москва.  
Главпочтамт, п/я 693

Зак. 40 Цена в переплете № 7 1 р. 63 к.  
Московская типография № 16  
Главполиграфпрома Комитета по печати  
при Совете Министров СССР  
г. Москва, Трехпрудный пер., 9.