

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

1/2005

НАУЧНО - ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ДОС В СИСТЕМАХ  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЕ  
КОДИРОВАНИЕ

АЛГОРИТМЫ ТАКТОВОЙ  
СИНХРОНИЗАЦИИ

АДАПТИВНАЯ ОБРАБОТКА  
СИГНАЛОВ



ISSN 1684-2634



9 771684 263005 >

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал  
№ 1 (15)/2005

Издается с 1999 года  
Выходит четыре раза в год

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
Ю.Б. ЗУБАРЕВ

**ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:**  
В.В. ВИТЯЗЕВ, В.П. ДВОРКОВИЧ

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

Б.А. Бабаян, Ю.И. Борисов  
С.А. Грибачев, Г.В. Зайцев, Р.В. Зубарев,  
А.П. Кирпичников, М.И. Кривошеев,  
Н.А. Кузнецов, М.С. Куприянов, А.А. Ланнэ,  
В.Г. Мистюков, С.Л. Мишенков,  
А.А. Петровский, Ю.Н. Прохоров,  
А.Н. Соловьев, Ю.С. Сосулин,  
Н.Г. Харатишвили, В.В. Шахгильдян,  
Ю.С. Шинаков

**Адрес редакции:**

107241 Москва, Щелковское ш., 23А  
Тел.: (095) 290-9088  
Факс: (095) 290-9085  
E-mail: editor@dspa.ru  
<http://www.dspa.ru>

**Для писем:**  
129090 Москва, а/я 48.

**Издатель:**

КБ волоконно-оптических приборов  
Ответственный редактор: Д.А. Задворнов  
Дизайн и верстка: Е.Н. Юрлова

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – 82185

Подписано в печать 30.05.2005 .  
Формат 60×90/8.  
Гарнитура «Pragmatica C». Печать офсетная.  
Бумага мелованная. Печ.л. 7,0. Тираж 1000 экз.

Заказ № 61. Отпечатано в  
ООО «Типография Принтхаус»  
Москва, ул. Вавилова, вл. 9а, стр. 7,  
тел.: 132-7218, 105-0798.

Издание зарегистрировано в Министерстве  
Российской Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств  
массовых коммуникаций.  
Свидетельство о регистрации ПИ №77-1488  
от 14.01.2000

## В НОМЕРЕ:

Е.Б. Соловьев <i>Итерационный метод компенсации нелинейных искажений в каналах связи</i> .....	2
И.В. Каюков, В.Б. Манелис <i>Прием сигнала гибридной модуляции с дополнительным кодом</i> .....	9
М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, А.А. Смирнов <i>Эффективность алгоритмов декодирования в системах связи с многоуровневым пространственно-временным кодированием</i> .....	14
В.Б. Стешенко, А.В. Бумагин, А.В. Петров, Г.В. Шишкин <i>Демодулятор максимального правдоподобия, использующий межсимвольную фазовую связь и декодер Виттерби</i> .....	19
Анализ алгоритмов тактовой синхронизации, используемых для детектирования ЧМНФ-сигналов.....	26
Генрик Гардишян <i>Оптимизация обработки данных в реальном времени для систем VoIP</i> .....	36
В.И. Кошелев, В.А. Белокуров <i>Адаптивное обнаружение маневрирующих целей</i> .....	41
А.К. Пяткин <i>Оценка разрядности целочисленного вычислителя БПФ для заданного уровня соответствующих потерь в отношении сигнал/шум</i> .....	46
Международная научно-техническая конференция и выставка <i>«Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA'2005»</i> .....	50
С.В. Мушкаев <i>К вычислению квадратов и абсолютных значений на процессоре NM6403(L1879BM1)</i> .....	52

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – 82185

# Итерационный метод компенсации нелинейных искажений в каналах связи

**Е.Б. Соловьева**

## Введение

**Н**елинейные искажения в каналах связи порождают многие нежелательные эффекты и являются причиной ухудшения ряда показателей качества радиоэлектронных систем. Вызывая появление высших и интермодуляционных составляющих в реакции устройств, они снижают точность воспроизведения сигналов, помехозащищенность, разрешающую и пропускную способности в системах связи.

Использование традиционных методов борьбы с нелинейными искажениями, таких, как линейная инверсия, линеаризация характеристик отдельных нелинейных элементов и т.п., не всегда оказывается эффективным, что обусловлено повышением степени интеграции технических устройств и расширением области задач прецизионной обработки сигналов.

Наиболее эффективными способами подавления нелинейных искажений являются методы их компенсации, которые позволяют повысить качество технических устройств при заданном уровне развития технологии их производства. Интенсивное развитие методов компенсации идет в направлении создания универсальных процедур линеаризации, основанных на операторном подходе к синтезу компенсирующих устройств.

В статье рассматривается метод нелинейной компенсации, использующий итерационную процедуру для решения нелинейного операторного уравнения компенсатора. Данный метод выполняет «слепую» линеаризацию без применения «обучающего» сигнала для синтеза компенсатора. С помощью предложенного метода на различных классах модулированных сигналов осуществляется компенсация нелинейных искажений в спутниковом канале связи, описываемом отрезком ряда Вольтерры. Оценивается качество компенсации, а также влияние гауссовского шума, при-

Рассмотрен итерационный метод «слепой» линеаризации характеристик каналов связи. На его основе синтезирован нелинейный компенсатор искажений сигнала в спутниковом канале связи, модель которого описана усеченным рядом Вольтерры. Получена оценка точности компенсации в  $C$  и  $L_2$ -метриках. Исследовано влияние гауссовского шума на точность компенсации, выполнено сравнение итерационного метода компенсации с известными методами «слепой» линеаризации.

существующего в канале связи, на точность выполняемой линеаризации. Итерационный метод компенсации сравнивается с известными методами «слепой» линеаризации: инверсией высокого порядка [1,2], методами фиксированной точки [3] и корней уравнения Вольтерры [4].

## Задача нелинейной компенсации

Синтез нелинейного компенсатора состоит в построении его оператора, действующего на сигнал исходной искажающей системы (ИС) таким образом, чтобы оператор результирующей системы (каскадного соединения прекомпенсатора (или посткомпенсатора) и исходной системы) приближенно обладал свойством линейности.

Предлагаемый итерационный метод компенсации инвариантен к схеме подключения компенсирующего устройства, поэтому для определенности рассмотрения будем синтезировать посткомпенсатор.

При операторном подходе математическая формулировка задачи синтеза данного устройства состоит в следующем [1, 5]. Пусть  $X$  и  $Y$  – множества входных  $x(n)$  и выходных  $y(n)$  сигналов ИС. Исходную систему описывает нелинейный оператор  $H$ , устанавливающий однозначное соответствие между указанными множествами сигналов:

$$y(n) = Hx(n) = H_1x(n) + \sum_{k=2}^N H_kx(n) = y_1(n) + \sum_{k=2}^N y_k(n) \\ \forall x(n) \in X, \forall y(n) \in Y, \quad (1)$$

где  $H(p) = H_1(p) + \sum_{k=2}^N H_k(p)$ ,  $H_1(p)$  – линейный оператор, формирующий линейную составляющую  $y_1(p)$  выходного сигнала,  $H_k(p)$  – оператор порядка  $k$ , обуславливающий присутствие нелинейной составляющей  $y_k(p)$  степени  $k$  в выходном сигнале ИС.

Необходимо построить нелинейный оператор компенсатора, удовлетворяющий условию

$$\tilde{x}(n) = E y(n) = E H x(n) = T x(n), \quad (2)$$

где  $T$  – приближенно линейный оператор (рис. 1). Для простоты преобразований примем  $T \approx 1$ .

Конструктивность методов синтеза компенсаторов во многом зависит от выбора формы математической модели ИС. В качестве такой модели при «слепой» линеаризации, как правило, применяется усеченный ряд Вольтерры

$$y(n) = H x(n) = \sum_{k=1}^N \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=0}^{I_2} \dots \sum_{i_k=0}^{I_k} h_k(i_1, i_2, \dots, i_k) \prod_{r=1}^k x(n - i_r),$$

где  $h_k(i_1, i_2, \dots, i_k)$  – симметризованное ядро Вольтерры (многомерная импульсная характеристика ИС)  $k$ -го порядка.

### Итерационный метод нелинейной компенсации

Согласно равенству (2) выходной сигнал исходной (искажающей) системы в результирующем соединении (рис. 1) описывается операторным уравнением

$$y(n) \equiv H \tilde{x}(n). \quad (3)$$

На основе соотношения (3) получим равенство

$$\tilde{x}(n) \equiv \tilde{x}(n) + H_1^{-1}[y(n) - H \tilde{x}(n)] \equiv P \tilde{x}(n), \quad (4)$$

где  $P$  – некоторый нелинейный оператор.

Переход от уравнения (3) к (4) дает возможность оценить влияние инверсного оператора  $H_1^{-1}$  на точность восстановления сигнала.

Для упрощения математических преобразований переменную времени  $n$  в последующих выражениях данного раздела статьи будем опускать.

Оператор  $P$  в уравнении (4) задает итерационный процесс [6, 7]

$$\tilde{x}_j = P \tilde{x}_{j-1} = \tilde{x}_{j-1} + H_1^{-1}(y - H \tilde{x}_{j-1}), \quad j \geq 2. \quad (5)$$

Итерационная процедура (5) сходится к решению уравнения (4) начиная с некоторого номера итерации  $r$  при условии сжимаемости отображения  $P$ , т.е. при выполнении следующего неравенства [6, 7]:

$$\|P(\tilde{x}_j) - P(\tilde{x}_{j-1})\| < \|\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j-1}\|, \quad j-1 \geq r.$$

В малой окрестности решения ошибки приближения итерационного процесса (5) подчиняются примерно тем же законам, что и ошибки итерационных методов решения линейных уравнений [7]. В результате при достаточно хорошем начальном приближении итерационный процесс (5), преобразованный к виду

$$\tilde{x}_j = (1 - H_1^{-1}H)\tilde{x}_{j-1} + H_1^{-1}y,$$

сходится при условии [7]

$$\|1 - H_1^{-1}H\| < 1.$$

В качестве начального приближения итерационного процесса (5) используем решение уравнения

$$\tilde{x}_1 = H_1^{-1}y. \quad (6)$$

Для геометрической интерпретации итерационного метода (5), (6) выполним преобразование:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_j &= \tilde{x}_{j-1} + H_1^{-1} \left( H_1 x + \sum_{k=2}^N H_k x - H_1 \tilde{x}_{j-1} - \sum_{k=2}^N H_k \tilde{x}_{j-1} \right) = \\ &= (\tilde{x}_{j-1} - H_1^{-1} H_1 \tilde{x}_{j-1}) + H_1^{-1} \left( H_1 x + \sum_{k=2}^N H_k x - \sum_{k=2}^N H_k \tilde{x}_{j-1} \right) = \\ &= (\tilde{x}_{j-1} - H_1^{-1} \tilde{y}_{L,j-1}) + H_1^{-1} (y_L + y_H - \tilde{y}_{H,j-1}) = \\ &= (\tilde{x}_{j-1} - H_1^{-1} \tilde{y}_{L,j-1}) + H_1^{-1} (y - \tilde{y}_{H,j-1}), \end{aligned}$$

где  $\tilde{y}_{L,j-1} = H_1 \tilde{x}_{j-1}$ ,  $y_L = H_1 x$ ,  $y_H = \sum_{k=2}^N H_k x$ ,

$$\tilde{y}_{H,j-1} = \sum_{k=2}^N H_k \tilde{x}_{j-1}$$

$y = y_L + y_H$ .

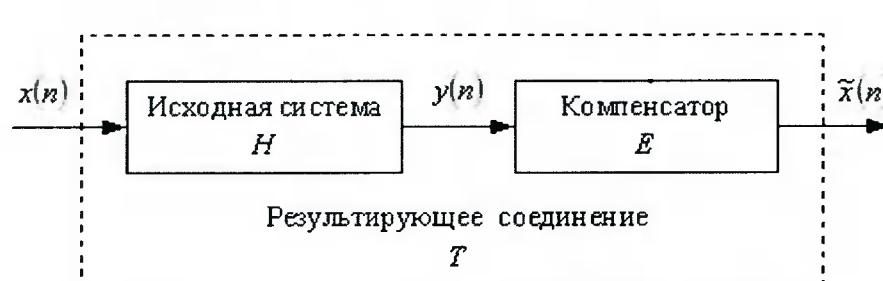


Рис. 1

В итоге, на каждом шаге итерационного процесса результат приближения к решению нелинейного операторного уравнения (4) имеет вид

$$\tilde{x}_j = \tilde{\tilde{x}}_j + \Delta_{j-1}, j \geq 2,$$

где  $\tilde{\tilde{x}}_j = H_1^{-1}(y - \tilde{y}_{H,j-1})$  – результат компенсации нелинейных составляющих сигнала  $y$  в выражении (1),  $\Delta_{j-1} = \tilde{x}_{j-1} - H_1^{-1}\tilde{y}_L$ ,  $j-1$  – погрешность линейной инверсии, обусловленная аппроксимацией линейного инверсного оператора  $H_1^{-1}$ .

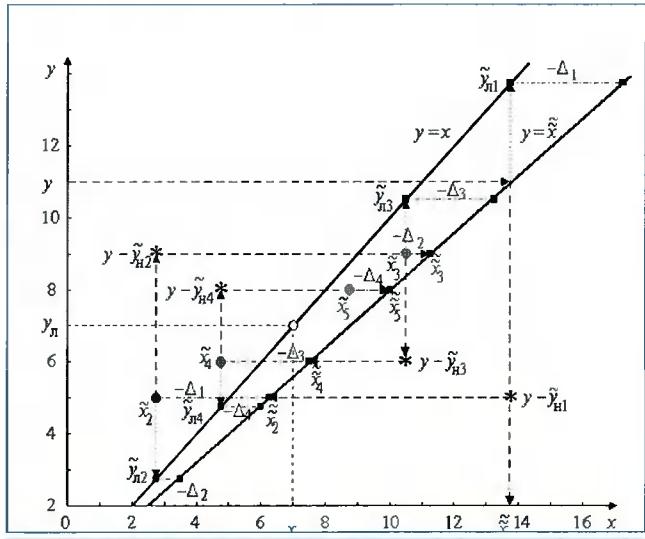


Рис. 2.

На рис. 2 представлена итерационная процедура поиска решения уравнения (4).

Анализ рис. 2 показывает, что на каждой итерации под влиянием слагаемого  $\Delta_{j-1}$  результат расчета  $\tilde{x}_j$  становится независимым от погрешности аппроксимации оператора  $H_1^{-1}$  линейного инверсного фильтра.

Отметим, что метод фиксированной точки [3] основан на следующей итерационной процедуре:

$$\tilde{x}_j = \tilde{\tilde{x}}_j, j \geq 2. \quad (7)$$

Поскольку в выражении (7) отсутствует погрешность линейной инверсии, приближения итерационного процесса (7) зависят от точности аппроксимации инверсного оператора  $H_1^{-1}$ . Таким образом, можно утверждать, что предложенный итерационный метод выполняет компенсацию более точно, чем метод фиксированной точки.

Достоинство итерационного метода по сравнению с методом корней уравнения Вольтерры заключается в возможности работы с широким классом сигналов, в то время как его аналог применим лишь для обработки сигналов с конечным числом состояний.

### Компенсация нелинейных искажений в спутниковом канале связи

Источниками нелинейных искажений в спутниковом канале связи являются нелинейные продукты работы усилителей мощности в ретрансляторе и земных станциях [8, 9].

Низкочастотная нелинейная модель усилителя имеет вид отрезка ряда Вольтерры [10, 11]

$$y(n) = \sum_{r=1}^R \sum_{i_1=0}^{l_1} \sum_{i_2=0}^{l_2} \dots \sum_{i_r=0}^{l_r} \sum_{i_{r+1}=0}^{l_{r+1}} \dots \sum_{i_{2r-1}=0}^{l_{2r-1}} \hat{x}(n-i_1)\hat{x}(n-i_2)\dots x(n-i_r) \times \\ \times \hat{x}^*(n-i_{r+1})\dots \hat{x}^*(n-i_{2r-1}) h_{2r-1}(i_1, i_2, \dots, i_r, i_{r+1}, \dots, i_{2r-1}),$$

где  $\bullet$  – обозначение комплексности,  $*$  – знак комплексного сопряжения.

Для математического удобства в рассматриваемых преобразованиях не учитываются процессы модуляции, смещающие спектр сигнала в частотную область конкретного канала связи, т.е. полосовые сигналы и системы представляются эквивалентными низкочастотными сигналами и системами [12].

Параметры нелинейной модели, описываемой оператором  $H = H_1 + H_3 + H_5$ , указаны в табл. 1 [10].

Линеаризуем модель канала связи на классе фазомодулированных сигналов (РМ-сигналов) с низкочастотным колебанием, представленным в комплексной форме:

Таблица 1. Ядра Вольтерры нелинейной модели спутникового канала связи

Линейная составляющая	Нелинейная составляющая	
	3-й степени	5-й степени
$h_1(0) = 1,22 + j0,646$	$h_3(0,0,2) = 0,039 - j0,022$	$h_5(0,0,0,1,1) = 0,039 - j0,022$
$h_1(1) = 0,063 - j0,001$	$h_3(3,3,0) = 0,018 - j0,018$	
$h_1(2) = -0,024 - j0,014$	$h_3(0,0,1) = 0,035 - j0,035$	
$h_1(3) = 0,036 + j0,031$	$h_3(0,0,3) = -0,040 - j0,009$	
	$h_3(1,1,0) = -0,01 - j0,017$	

$$\dot{x}(n) = \exp[j2\pi(i_n + 1/2)/M], i_n = 0, 1, \dots, M-1,$$

и сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (QAM-сигналов), содержащих низкочастотное колебание

$$\dot{x}(n) = i_n \cdot r e + j \times i_n \cdot i m,$$

где  $i_n \cdot re = (2i_n - 1 - MR)d$ ,  $i_n \cdot im = (2i_\lambda - 1 - MR)d$ ,  $i_n, i_\lambda = 1, 2, \dots, MR$ . Рассмотрим случаи 4- (M=4, 4-PM), 8- (M=8, 8-PM) позиционной фазовой модуляции и 16- (M=16, MR=4, d=0,25) позиционной квадратурной амплитудной модуляции (16-QAM).

Согласно данным табл. 1 частотная характеристика линейного инверсного фильтра имеет вид

$$H_1^{-1}(f) = \frac{1}{h_1(0) + h_1(1)e^{-j(2\pi/4)f} + h_1(2)e^{-j2(2\pi/4)f} + h_1(3)e^{-j3(2\pi/4)f}}, f = 0, 1, 2, 3.$$

Для компенсации нелинейных искажений в канале связи используем:

- итерационный метод [13]

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{x}}_j(n) &= \tilde{\dot{x}}_{j-1}(n) + H_1^{-1}[\dot{y}(n) - H \tilde{\dot{x}}_{j-1}(n)], j \geq 2, \\ \tilde{\dot{x}}_1(n) &= H_1^{-1}\dot{y}(n); \end{aligned} \quad (8)$$

- метод фиксированной точки [3]

$$\tilde{\dot{x}}_j(n) = H_1^{-1}\dot{y}(n) - H_1^{-1}[H_3 \tilde{\dot{x}}_{j-1}(n) + H_5 \tilde{\dot{x}}_{j-1}(n)],$$

$j \geq 2$ ,

при  $j=1$  действует выражение (8);

- инверсию высокого порядка [1,2]

$$\tilde{\dot{x}}(n) = H_1^{-1}\dot{y}(n) - H_1^{-1}H_3H_1^{-1}\dot{y}(n) - H_1^{-1}H_5H_1^{-1}\dot{y}(n);$$

- метод корней уравнения Вольтерры [4]

$$c_3(n)x^3(n) + c_2(n)\dot{x}^2(n) + c_1(n)x(n) + c_0(n) = 0,$$

$$\text{где } c_3(n) = h_5(0,0,0,1,1) [\dot{x}^*(n-1)]^2,$$

$$c_2(n) = h_3(0,0,2)\dot{x}^*(n-2) + h_3(0,0,1)\dot{x}^*(n-1) +$$

$$+ h_3(0,0,3)\dot{x}^*(n-3), c_1(n) = h_1(0),$$

$$c_0(n) = h_1(1)\dot{x}(n-1) + h_1(2)\dot{x}(n-2) + h_1(3)\dot{x}(n-3) +$$

$$+ h_3(3,3,0)\dot{x}(n-3)\dot{x}(n-3)\dot{x}^*(n) +$$

$$+ h_3(1,1,0)\dot{x}(n-1)\dot{x}(n-1)\dot{x}^*(n) - \dot{y}(n) - \text{линейную}$$

инверсию

$$\tilde{\dot{x}}(n) = H_1^{-1}\dot{y}(n).$$

Указанные методы дают погрешности компенсации, оцениваемые в равномерной и среднеквадратичной метриках по соответствующим формулам

$$\delta_{mj} = \max_{n \in [6; R]} \delta_j(n), \delta_j(n) = |\dot{x}(n) - \tilde{\dot{x}}_j(n)|,$$

$$\varepsilon_j = \frac{1}{R} \sqrt{\sum_{n=6}^R \delta_j^2(n)}, j \geq 1,$$

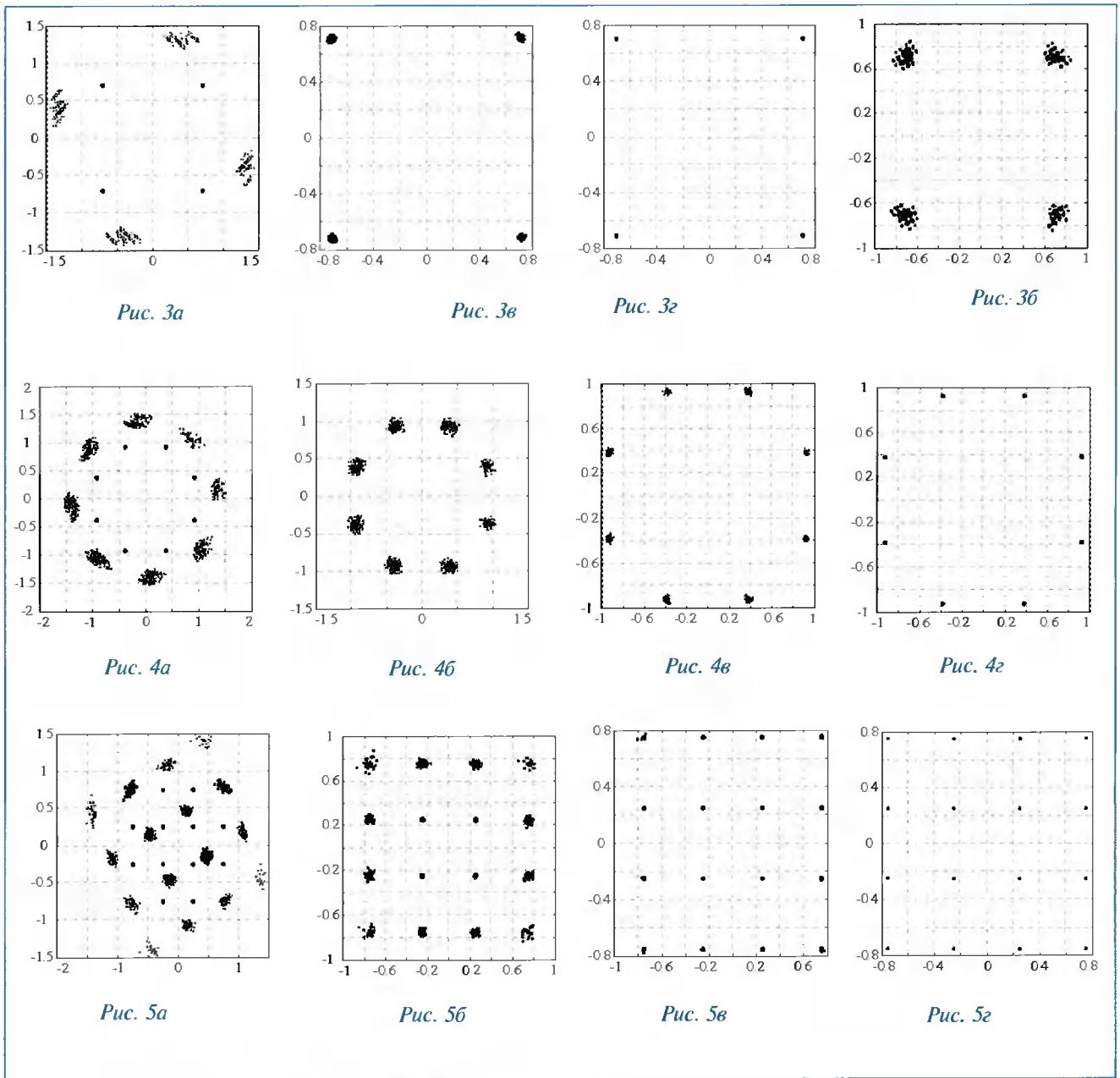
где  $R=50000$  – количество отсчетов модулирующего сигнала  $\dot{x}(n)$ .

В табл. 2 приведены значения погрешностей, полученные на 9-й итерации расчета ( $j=9$ ) для модуляции 4-PM, 8-PM, 16-QAM соответственно.

Наглядно результаты компенсации показаны на рис. 3–5. Для 4-PM на рис. 3а (на комплексной плоскости) изображен неискаженный сигнал  $\dot{x}(n)$  и сигнал с нелинейным искажением  $\dot{y}(n)$ , на рис. 3б–г – сигналы,

Таблица 2.

Погрешность	Линейная компенсация	Инверсия высокого порядка	Метод фиксированной точки	Метод корней уравнения Вольтерры	Итерационный метод
4-PM					
$\delta_{m9}$	0,1468	0,0468	0,0135	0,0089	0,0095
$\varepsilon_9 \times 10^{-5}$	31,537	7,1637	2,6074	0,7534	0,0242
8-PM					
$\delta_{m9}$	0,1550	0,0581	0,0141	0,0133	0,0137
$\varepsilon_9 \times 10^{-5}$	31,346	7,4063	2,6645	0,7676	0,0398
16-QAM					
$\delta_{m9}$	0,1491	0,0492	0,0131	0,0042	0,0013
$\varepsilon_9 \times 10^{-5}$	11,516	2,3611	1,7926	0,1797	0,0032



полученные линейной инверсией, инверсией высокого порядка и итерационным методом соответственно. Аналогичные сигналы для 8-PM показаны на *рис. 4*, для 16-QAM – на *рис. 5*.

Из табл. 2 и *рис. 3–5* видно, что более точную компенсацию нелинейных искажений сигналов с различными видами модуляции при разном количестве уровней сигналов обеспечивает итерационный метод (5), (6).

### Компенсация искажений в спутниковом канале связи при наличии шума

В условиях гауссовского шума модель канала связи имеет вид

$$\hat{y}(n) = H \hat{x}(n) + \xi(n),$$

где помеха  $\xi(n)$  – комплексный гауссовский процесс со среднеквадратичным отклонением

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{R} \sum_{n=1}^R |\xi(n)|^2} \quad (R=50\,000), \text{ определяемым из отношения сигнал/шум}$$

$$snr = 20 \lg \left( \sqrt{\sum_{n=1}^R |H \hat{x}(n)|^2} / \sqrt{\sum_{n=1}^R |\xi(n)|^2} \right) \text{дБ.}$$

Результаты оценки качества компенсации при действии гауссовой помехи для случая 8-PM представлены на *рис. 6а, б*, где соответственно показаны зависимости  $\xi_6(snr)$ ,  $\delta_{m6}^\xi(snr)$  ( $i=6$ ), полученные линейной инверсией (кривая 1), инверсией высокого порядка (кривая 2), методами фиксированной точки (кривая 3) и корней уравнения Вольтерры (кривая 4), итерационной процедурой (кривая 5).

На *рис. 7а, б* изображены аналогичные кривые для случая 16-QAM.

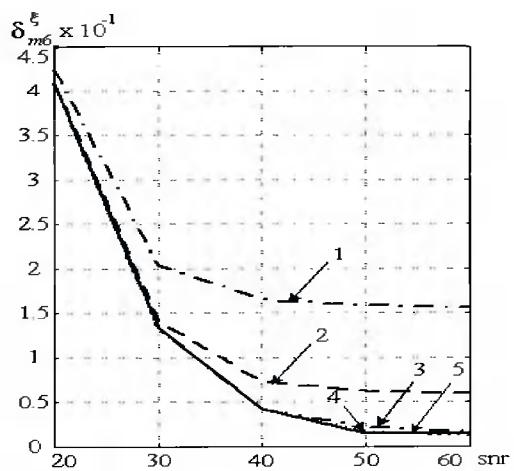


Рис. 6а

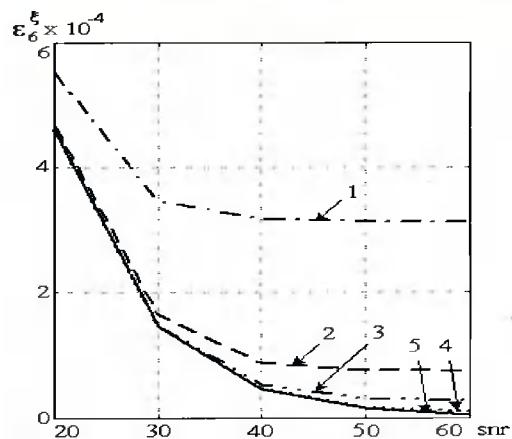


Рис. 6б

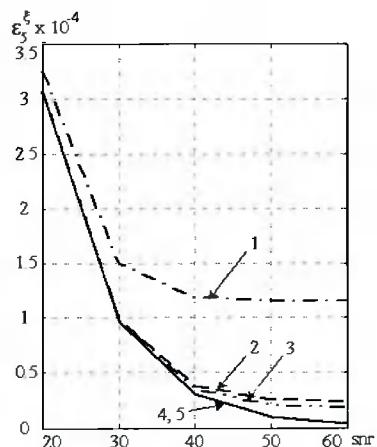


Рис. 6в

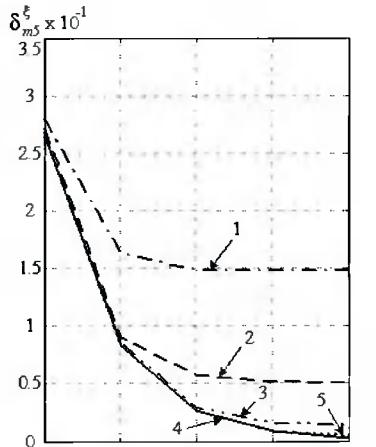


Рис. 7

Анализ рис. 6, 7 показывает, что при модуляции 8-PSK в условиях высокого и среднего уровня гауссовского шума методы итераций и корней уравнения Вольтерры дают одинаковое качество компенсации, более высокое по сравнению с другими методами компенсации. При низком уровне шума ( $snr=60$ ) в среднеквадратичной метрике итерационный метод ( $\epsilon_6 = 4,596 \cdot 10^{-6}$ ) превосходит по точности обработки другие методы компенсации (например, для метода корней уравнения Вольтерры – наиболее точного из остальных методов компенсации –  $\epsilon_6 = 8,940 \cdot 10^{-6}$ ). При модуляции 16-QAM лучшее качество обработки дают методы итераций и корней уравнения Вольтерры. Погрешности расчета, соответствующие этим методам, практически совпадают.

### Заключение

Таким образом, среди методов «слепой» линеаризации, применяемых для борьбы с нелинейными искажениями в спутниковом канале связи, предпочтительным является итерационный метод, поскольку он обеспечивает более высокий уровень подавления помех, чем его аналоги.

В условиях гауссовых помех с помощью рассмотренного метода достигается наивысшее качество компенсации по сравнению с результатами, полученными другими методами линеаризации.

Отметим, что итерационным методом можно обрабатывать сигналы с различными видами модуляции, как непрерывные, так и дискретные по состоянию.

## Литература

1. Schetzen M. Theory of pth-order inverses of nonlinear systems // IEEE Trans. CAS. 1976. Vol.23, № 5. P. 285–289.
2. On the convergence of Volterra filter equalizers using a pth-order inverse approach / Y. W. Fang, L. C. Jiao, X. D. Zhang, J. Pan // IEEE Trans. SP. 2001. Vol.49, № 8. P. 1734–1744.
3. Nowak R. D., Van Veen B. D. Volterra filter equalization: a fixed point approach // IEEE Trans. SP. 1997. Vol.45, № 2. P. 377–388.
4. Redfern A. L., Zhou G. T. A root method for Volterra systems equalization // IEEE Signal Processing Letters. 1998. Vol.5, №11. P. 285–288.
5. Данилов Л.В. Ряды Вольтерра-Пикара в теории нелинейных электрических цепей. М.: Радио и связь, 1987.
6. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Физматлит, 2000.
7. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.
8. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь / Пер. с англ. / Под ред. В.В. Маркова. М.: Связь, 1979.
9. Спутниковая связь и вещание: Справ. / Г.Б. Аскинази, В.Л. Быков, М.Н. Дьячкова и др. / Под ред. Л.Я. Кантора. М.: Радио и связь, 1988.
10. Park D. C., Jung Jeong T. K. Complex-bilinear recurrent neural network for equalization of a digital satellite channel // IEEE Trans. Neural Networks. 2002. Vol.13, №3. P. 711–725.
11. Benedetto S., Biglieri E., Daffara R. Modeling and performance evaluation of nonlinear satellite links – a Volterra series approach // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. 1979. Vol.15, № 4. P. 494–506.
12. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000.
13. Соловьева Е.Б., Смирнов К.В. Компенсация нелинейных искажений в каналах связи методом простых итераций // Цифровая обработка сигналов и ее применение: Сб. докл. 5-й Междунар. науч.-техн. конф., М., 12–14 марта 2003 / МЦНТИ. М., 2003.

## Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала "Цифровая обработка сигналов" просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

### 1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- Текст - текстовый редактор Microsoft Word на базе версии WINDOWS'95 или выше.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. ( шрифт 12 ). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается:
  - краткой аннотацией на русском и английском языках;
  - номером УДК;
  - сведениями об авторах ( Ф.И.О., организация, телефоны, электронная почта ).

### 2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные ( схемы, графики ) - желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растревые ( фотографии, рисунки ) - М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff.

**Справки по телефонам: (095) 290-90-88, (0912)96-10-95 или  
по электронной почте [info@dspa.ru](mailto:info@dspa.ru), [tor@rgpta.ryazan.ru](mailto:tor@rgpta.ryazan.ru)**

УДК 621.391

## Прием сигнала гибридной модуляции с дополнительным кодом

**И.В. Каюков, В.Б. Манелис**

### Введение

**В** связи с требованиями увеличения скорости передачи данных в последнее время большое внимание уделялось разработке спектрально эффективных, помехоустойчивых видов модуляции. В частности, относительно недавно была предложена гибридная модуляция с дополнительным кодом – CCK (complementary code keying) [1, 2]. CCK-модуляция представляет собой объединение M-позиционной ортогональной модуляции и K-позиционной дифференциальной фазовой модуляции. Кодовый сигнал подвергается фазовому сдвигу, который соответствует DPSK (differential phase-shift keying) символу. Такой вид модуляции был предложен для некогерентного обратного канала сотовой системы связи IS-95. В дальнейшем этот вид модуляции вошел в стандарт беспроводных локальных сетей IEEE 802.11b [3], что позволило увеличить скорость передачи данных с 1–2 Mbps до 5.5–11 Mbps. При приеме сигнала с CCK-модуляцией типичной является некогерентная обработка [1, 2]. В [4] показано, что когерентный прием CCK-сигнала обеспечивает некоторый выигрыш в помехоустойчивости по

Представлены алгоритмы некогерентного и когерентного приема сигнала гибридной модуляции с дополнительным кодом – CCK (complementary code keying). Получены аналитические выражения для вероятности битовой ошибки этих алгоритмов. Показано, что когерентная CCK-модуляция обеспечивает выигрыш в помехоустойчивости 1 dB по сравнению с традиционной некогерентной CCK-модуляцией. Результаты статистического компьютерного моделирования подтвердили точность полученных теоретических зависимостей.

сравнению с некогерентным приемом. Там же рассмотрено использование только дифференциальной фазовой модуляции. Заметим, что при когерентном приеме в качестве дополнительной модуляции целесообразно использовать не дифференциальную (DPSK), а более помехоустойчивую абсолютную фазовую модуляцию (PSK). Характеристики приема CCK-сигнала, где в качестве дополнительной используется как дифференциальная, так и абсолютная фазовая модуляция, найдены в [1], однако там рассмотрен только некогерентный прием при оценке бит ортогональной модуляции. Заметим также, что многие выражения в [1] являются приближенными.

Целью данной работы является разработка алгоритма когерентного приема CCK-сигнала при использовании абсолютной фазовой модуляции, получение точных выражений для характеристик помехоустойчивости разработанного алгоритма и их сравнение с характеристиками стандартного некогерентного приема.

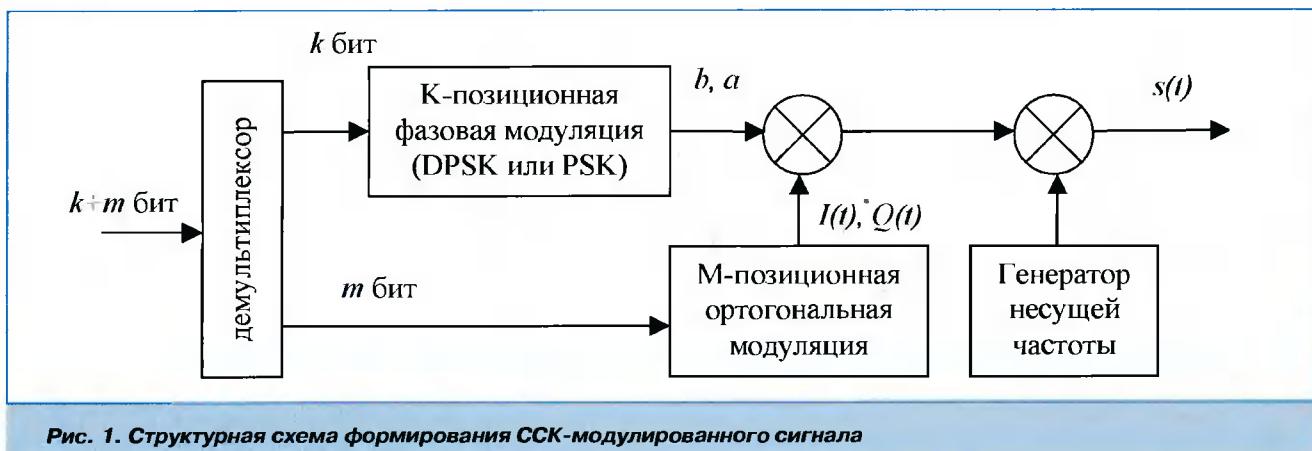


Рис. 1. Структурная схема формирования CCK-модулированного сигнала

## ССК-модуляция

Упрощенная схема формирования ССК-сигнала представлена на рис. 1.

Входной поток двоичных информационных символов (бит) делится на блоки по  $k+m$  бит в каждом, соответствующие одному ССК-символу.  $k$  бит символа используются для формирования параметров  $b, a$  К-позиционной фазовой модуляции (дифференциальной или абсолютной),  $K=2^k$ . Остальные  $m$  бит символа определяют расширяющую комплексную кодовую последовательность  $I(t), Q(t)$  из набора  $M=2^m$  комплексных ортогональных последовательностей. Комплексный символ фазовой модуляции  $b, a$  расширяется соответствующей комплексной кодовой последовательностью и переносится на несущую частоту.

Положим, что принимаемый сигнал представляет собой аддитивную сумму прошедшего через однолучевый канал ССК-сигнала  $s(t, A, \psi, I, Q, b, a)$  и белого гауссовского шума  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью мощности  $N_0$ ,

$$x(t) = s(t, A, \psi, I, Q, b, a) + n(t), \quad (1)$$

$$s(t, A, \psi, I, Q, b, a) = A [b I(t) \cos(\omega_0 t - \psi) + a Q(t) \sin(\omega_0 t - \psi)], \quad (2)$$

$A, \psi$  – амплитуда и фаза сигнала, приближенно постоянные в пределах длительности символа  $\Delta$ ,  $\omega_0$  – несущая частота,  $I(t), Q(t)$  – двоичные кодовые последовательности М-позиционной ортогональной модуляции,  $b, a$  – параметры символа, определяемые К-позиционной фазовой модуляцией (дифференциальной или абсолютной).

Необходимо по наблюдаемой реализации (1) оценить неизвестные информационные параметры ССК-сигнала.

## Некогерентный прием ССК-сигнала

Рассмотрим некогерентный прием ССК-сигнала с М-позиционной ортогональной модуляцией и

DQPSK. В этом случае предполагается, что амплитуда и фаза сигнала неизвестны. В соответствии с методом максимального правдоподобия номер неизвестной комплексной кодовой последовательности, который однозначно определяет  $m$  бит М-позиционной ортогональной модуляции, равен

$$\hat{n} = \arg \max \left\{ X_i^2 + Y_i^2, i = \overline{1, M} \right\}, \quad (3)$$

$$X_i = \int_{-\Delta}^{\Delta} x(t) [I_i(t) \cos(\omega_0 t) + Q_i(t) \sin(\omega_0 t)] dt, \\ Y_i = \int_{-\Delta}^{\Delta} x(t) [Q_i(t) \cos(\omega_0 t) - I_i(t) \sin(\omega_0 t)] dt, \quad i = \overline{1, M} -$$

сининфазная и квадратурная составляющие комплексных корреляционных откликов  $i$ -й комплексной кодовой последовательности.

Далее определяются мягкие решения неизвестных информационных параметров DQPSK  $b, a$

$$\hat{b} = X_n' X_n + Y_n' Y_n, \quad \hat{a} = X_n' Y_n - Y_n' X_n. \quad (5)$$

где  $(\cdot)'$  – обозначает соответствующий отклик предыдущего символа. Оценка информационных параметров DQPSK окончательно определяется по величинам (5) с учетом возможных значений комплексного символа DQPSK-модуляции (карта модуляции).

Упрощенная структурная схема некогерентной оценки информационных параметров ССК-сигнала приведена на рис. 2.

## Анализ некогерентного приема ССК-сигнала

Рассмотрим помехоустойчивость некогерентного приема ССК-сигнала с DQPSK. Вероятность битовой ошибки можно представить в виде взвешенной суммы вероятностей ошибки бит DQPSK-модуляции  $P_b^{(DQPSK)}$  и бит М-позиционной модуляции  $P_b^{(Mn)}$

$$P_b = \frac{2 \bar{P}_b^{(DQPSK)} + m \bar{P}_b^{(Mn)}}{2 + m}. \quad (6)$$



Рис. 2. Структурная схема некогерентного приема ССК-модулированного сигнала

Вероятность  $P_b^{(Mn)}$  связана с вероятностью ошибки определения номера комплексной кодовой последовательности  $P_s^{(Mn)}$  следующим соотношением [5]

$$P_b^{(Mn)} = P_s^{(Mn)} \frac{2^{m-1}}{2^m - 1}. \quad (7)$$

Вероятность  $P_s^{(Mn)}$  при некогерентном приеме определяется выражением [5]

$$P_s^{(Mn)} = \sum_{n=1}^{M-1} \frac{(-1)^{n+1} (M-1)!}{(n+1)!(M-1-n)!} \exp\left(-\frac{n z^2}{n+1}\right), \quad (8)$$

где  $z^2$  – отношение энергии символа к спектральной плотности мощности белого шума.

Вероятность ошибки бит DQPSK  $P_b^{(DQPSK)}$  зависит не только от отношения сигнала/шум, но и от вероятности ошибки определения номера комплексной кодовой последовательности  $P_s^{(Mn)}$  и имеет вид

$$P_b^{(DQPSK)} = (1 - P_s^{(Mn)})^2 \tilde{P}_b^{(DQPSK)} + P_s^{(Mn)} (1 - P_s^{(Mn)})/2, \quad (9)$$

где

$$\tilde{P}_b^{(DQPSK)} = Q_1(c, d) - \frac{1}{2} I_0(cd) \exp\left[-\frac{1}{2}(c^2 + d^2)\right], \quad (10)$$

$c = z\sqrt{(1-\sqrt{1/2})}, \quad d = z\sqrt{(1+\sqrt{1/2})}$

вероятность битовой ошибки DQPSK-модулированного сигнала.

На рис. 3 представлена кривая зависимости вероятности битовой ошибки  $P_b$  некогерентного приема ССК сигнала (использующего DQPSK-модуляцию и 4-позиционную ортогональную модуляцию) от отношения сигнал/шум на чип  $z_c^2$ , длительность кодовой последовательности – 8 чип. Для сравнения приведены также соответствующие кривые для DQPSK и сигнала 4-позиционной ортогональной модуляции [5]. Скорость передачи данных и занимаемая полоса частот для трех представленных видов модуляции выбирались равными. Вероятность битовой ошибки при некогерентном приеме ССК-сигнала была найдена также методом статистического компьютерного моделирования. Экспериментальная кривая хорошо совпадала с теоретической кривой. Из рис. 3 видно, что при некогерентном приеме гибридная ССК-модуляция обладает высокой спектральной эффективностью и превосходит по помехоустойчивости составляющие ее виды модуляции на 2÷3 дБ.

### Когерентный прием ССК-сигнала

Рассмотрим когерентный прием ССК-сигнала с M-позиционной ортогональной модуляцией и QPSK.

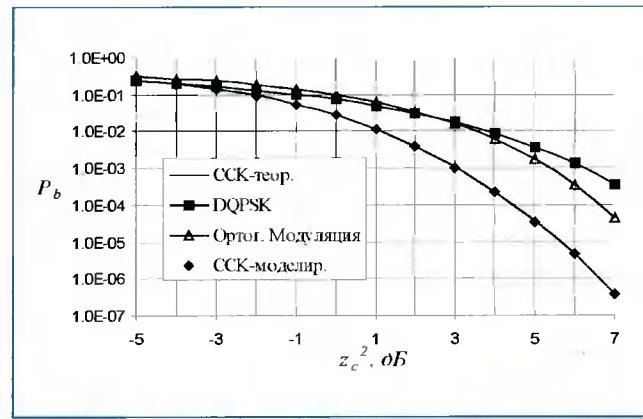


Рис. 3. Вероятность битовой ошибки при некогерентном приеме

В этом случае предполагается, что имеется оценка фазы сигнала. Такая оценка может быть получена при незначительных затратах одним из известных методов оценки канала [6–9].

Перепишем входной ССК-сигнал (2) в виде

$$s(t, \tilde{I}, \tilde{Q}) = A [\tilde{I}(t) \cos(\omega_0 t - \psi) + \tilde{Q}(t) \sin(\omega_0 t - \psi)], \quad (11)$$

где  $\tilde{I}(t) = bI(t)$ ,  $\tilde{Q}(t) = aQ(t)$ . Положим, что возможные значения комплексного символа QPSK-модуляции  $(b, a)$  равны  $(0, 1)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$ . Тогда соответствующие значения  $(\tilde{I}(t), \tilde{Q}(t))$  равны  $(I(t), 0)$ ,  $(0, Q(t))$ ,  $(-I(t), 0)$ ,  $(0, -Q(t))$ .

В соответствии с методом максимального правдоподобия неизвестные параметры ССК-символа определяются по максимальному элементу массива

$$(\hat{n}, \hat{b}, \hat{a}) = \arg \max \left\{ \pm \tilde{X}_i, \pm \tilde{Y}_i, \quad i = \overline{1, M} \right\}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i &= \int x(t) [\tilde{I}_i(t) \cos(\omega_0 t - \psi) + \tilde{Q}_i(t) \sin(\omega_0 t - \psi)] dt, \\ \tilde{Y}_i &= \int x(t) [\tilde{Q}_i(t) \cos(\omega_0 t - \psi) - \tilde{I}_i(t) \sin(\omega_0 t - \psi)] dt, \quad i = \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (13)$$

В соответствии с (12) номер неизвестной комплексной кодовой последовательности определяется индексом максимального элемента. Если максимальное значение в правой части (12) равно  $\tilde{X}_n$  в качестве оценки неизвестных параметров M-позиционной ортогональной модуляции принимаются биты  $n$ -й кодовой последовательности, а оценки параметров QPSK-модуляции равны  $b=1$ ,  $a=0$ , если максимальное значение равно  $-\tilde{X}_n$ ,  $b=-1$ ,  $a=0$ , если  $\tilde{Y}_n=b=0$ ,  $a=1$ , если  $-\tilde{Y}_n=b=0$ ,  $a=-1$ .

Упрощенная структурная схема когерентной оценки информационных параметров ССК-сигнала приведена на рис. 4.

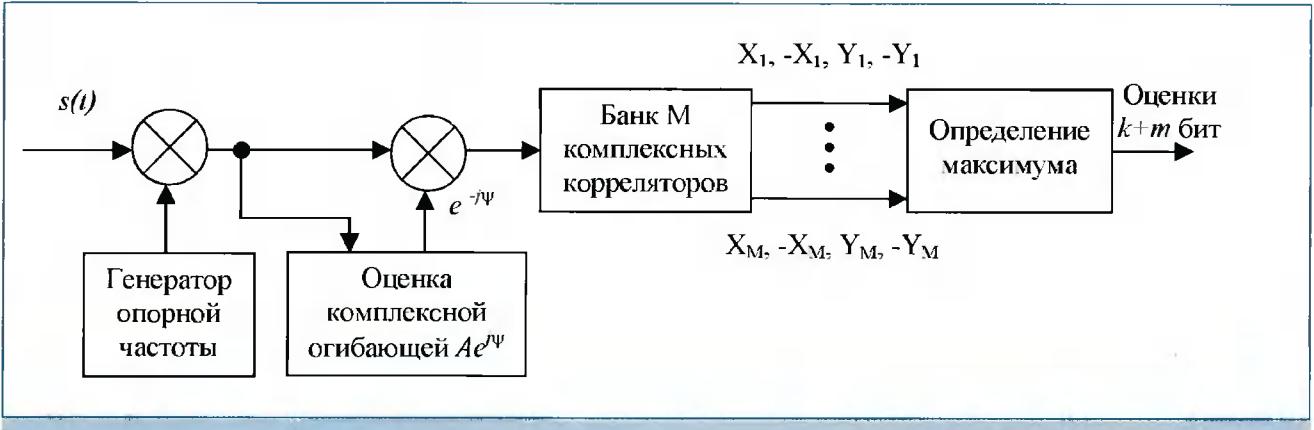


Рис. 4. Структурная схема когерентного приема ССК-сигнала

### Анализ когерентного приема ССК-сигнала

Рассмотрим помехоустойчивость когерентного приема ССК-сигнала с QPSK (12). Найдем вероятность правильного приема ССК-символа  $\beta_s$ . Для определенности без ограничения общности предположим, что передается первая кодовая последовательность и  $b=1, a=0$ . Тогда  $\tilde{X}_1=s+n_1, \tilde{Y}_1=n_2, \dots, \tilde{X}_M=n_{2M-1}, \tilde{Y}_M=n_{2M}$ , где  $s$  – детерминированная (сигнальная) компонента действительной части выходного сигнала коррелятора первой кодовой последовательности,  $n_1, n_2, \dots, n_{2M}$  – независимые гауссовские случайные величины с нулевыми средними и дисперсиями  $N_0/2$ . Функция плотности вероятности действительной части выходного сигнала коррелятора первой кодовой последовательности равна

$$p(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp \left[ -\left( \frac{r}{\sqrt{N_0}} - z \right)^2 \right] \quad (14)$$

Пренебрежем вероятностью того, что величина  $-\tilde{X}_j$  превысит  $\tilde{X}_j$  и все модули  $|\tilde{X}_j|, |\tilde{Y}_j|, j=\overline{2, M}$ . В этом случае вероятность  $\beta_s$  может быть представлена в виде

$$\beta_s = \int_0^{\infty} P(|n_2| < r, |n_3| < r, \dots, |n_{2M}| < r | r) p(r) dr, \quad (15)$$

где  $P(|n_2| < r, |n_3| < r, \dots, |n_{2M}| < r | r)$  – совместная вероятность того, что все модули  $|n_2|, |n_3|, \dots, |n_{2M}|$  меньше, чем  $r$ . Эта совместная вероятность усредняется по всем  $r$ . Модули шумовых компонент обусловлены наличием как положительных, так и отрицательных значений действительных и комплексных частей корреляторов в правой части (12). Так как  $n_j, j=\overline{2, 2M}$ , статистически независимы, то

$$P(|n_2| < r, |n_3| < r, \dots, |n_{2M}| < r | r) = [2\Phi(r\sqrt{2/N_0}) - 1]^{2M-1}, \quad (16)$$

где  $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp[-x^2/2] dx$ . С учетом (14), (16) вероятность ошибочного приема ССК-символа

$P_s = 1 - \beta_s$  равна

$$P_s = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} [2\Phi(y) - 1]^{2M-1} \exp[-(y-z)^2/2] dy. \quad (17)$$

В зависимости от оценки информационных параметров ССК-символа возможны следующие варианты. С вероятностью  $\beta_s$  оценка всех параметров осуществляется верно, и условные вероятности битовой ошибки QPSK-модуляции  $P_b^{(QPSK)}$  и  $M$ -позиционной модуляции  $P_b^{(Mc)}$  равны нулю. Если ССК-символ принят неверно, решение принимается равновероятно в пользу одного из  $2M-1$  модулей шумовых компонент. С вероятностью  $P_s/2M-1$  решение принимается в пользу модуля мнимой части коррелятора первой кодовой последовательности. В этом случае очевидно, условные вероятности  $P_b^{(QPSK)}=0.5, P_b^{(Mc)}=0$ . С вероятностью  $2(M-1)P_s/2M-1$  решение принимается не в пользу коррелятора первой кодовой последовательности. В этом случае условные вероятности  $P_b^{(QPSK)}=0.5, P_b^{(Mc)}=2^{m-1}/(2^m-1)$ . Безусловные вероятности битовой ошибки QPSK-модуляции и  $M$ -позиционной модуляции равны

$$\bar{P}_b^{(QPSK)} = \frac{P_s}{2}, \quad \bar{P}_b^{(Mc)} = \frac{2^m}{2^m-1} P_s. \quad (18)$$

Вероятность битовой ошибки ССК-сигнала можно представить в виде взвешенной суммы безусловных вероятностей битовой ошибки QPSK-модуляции  $\bar{P}_b^{(QPSK)}$  и  $M$ -позиционной модуляции  $\bar{P}_b^{(Mc)}$

$$P_b = \frac{2\bar{P}_b^{(DQPSK)} + m\bar{P}_b^{(Mc)}}{2+m} \quad (19)$$

На рис. 5 представлена кривая зависимости вероятности битовой ошибки  $P_b$  когерентного приема ССК-сигнала (использующего QPSK-модуляцию и 4-позиционную ортогональную модуляцию) от отношения сигнал/шум на чип  $z_c^2$ , длительность кодовой последовательности – 8 чип. Для сравнения приведены также соответствующие кривые для QPSK и ко-

герентного приема сигнала 4-позиционной ортогональной модуляции [5]. Скорость передачи данных и занимаемая полоса частот для трех представленных видов модуляции выбирались равными. Вероятность битовой ошибки при когерентном приеме CCK-сигнала была найдена также методом статистического компьютерного моделирования. Экспериментальная кривая хорошо совпала с теоретической кривой. Из рис. 5 видно, что и при когерентном приеме гибридная CCK-модуляция обладает высокой спектральной эффективностью и превосходит по помехоустойчивости составляющие ее виды модуляции приблизительно на 2 дБ.

На рис. 6 приведены сравнительные кривые помехоустойчивости некогерентной и когерентной CCK. Видно, что когерентный прием обеспечивает выигрыш в помехоустойчивости приблизительно 1 дБ.

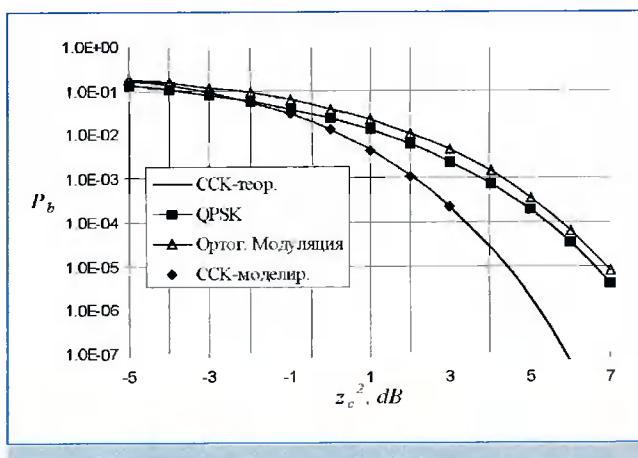


Рис. 5. Вероятность битовой ошибки при когерентном приеме

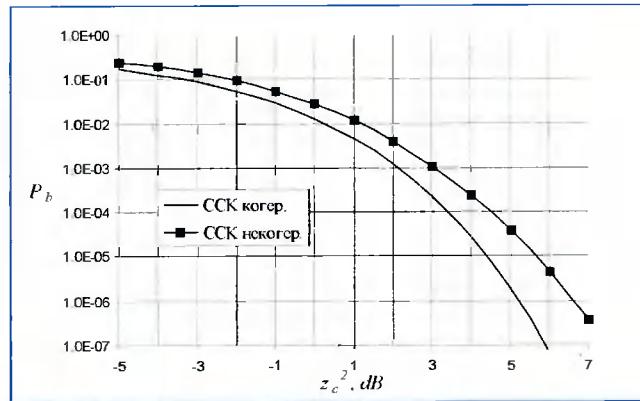


Рис. 6. Сравнение когерентной и некогерентной CCK

## Заключение

Таким образом, представлены алгоритмы некогерентного и когерентного приема CCK-сигнала. Получены аналитические выражения для вероятности битовой ошибки этих алгоритмов. CCK-модуляция обладает высокой спектральной эффективностью и существенно превосходит по помехоустойчивости составляющие ее виды модуляции. Показано, что когерентная CCK-модуляция, представляющая собой объединение К-позиционной абсолютной фазовой модуляции и М-позиционной ортогональной модуляции, обеспечивает выигрыш в помехоустойчивости по сравнению с традиционной некогерентной CCK-модуляцией. Результаты статистического компьютерного моделирования подтвердили точность полученных теоретических зависимостей. Полученные результаты позволяют обоснованно выбрать тип CCK-модуляции в зависимости от требований к помехоустойчивости и возможности получения точной оценки канала при незначительных затратах.

## Литература

1. K.D. Kammeyer, D. Nikolai. A New CDMA Concept using Hybrid Modulation with Noncoherent Detection. Proc. IEEE Fourth Symposium on Commun. and Vehicular Technology in the Benelux (SCVT'96), pp. 102–107, Gent, Belgium, October, 1996.
2. D. Nikolai, K.D. Kammeyer. BER Analysis of a Novel Hybrid Modulation Scheme for Noncoherent DS-CDMA Systems Proc. IEEE 8th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC-97), September 1997,
3. IEEE Std 802.11b, Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications: Higher-Speed Physical Layer Extension in the 2.4 GHz Band, 1999.
4. Cheol-Hee Park, Young-Hwan You, Min-Chul Ju, Jong-Ho Paik, Ki-Won Kwon, Jin-Woong Cho, Low-complexity channel estimator for high-rate personal area networks employing CCK modulation, ICC 2001 – IEEE International Conference on Communications, no. 1, June 2001 pp. 431–434
5. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ./Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь. 2000. – 800 с.
6. Гармонов А.В., Карпитский Ю.Е., Манелис В.Б., Савинков А.Ю. Алгоритмы квазикогерентного приема фазоманипулированных сигналов в канале с быстрым федингом // Цифровая обработка сигналов. – 2001, № 3, с. 2–8.
7. Каюков И.В., Манелис В.Б. Оптимальное соотношение информационной и пилот-компонент радиосигнала в сотовых системах связи // Радиотехника, 2002, №1, с. 108–112.
8. Каюков И.В., Манелис В.Б. Квазикогерентный прием многолучевого сигнала с прерывистым пилот-сигналом в мобильных системах связи // Цифровая обработка сигнала, 2003, №1. – с. 11–16.
9. Каюков И.В. Квазикогерентный прием многолучевого сигнала в мобильных системах связи с кодовым разделением каналов // Мобильные системы, 2003, № 8, с. 62–65, № 9, с. 19–23.

# Эффективность алгоритмов декодирования в системах связи с многоуровневым пространственно-временным кодированием

**М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, А.А. Смирнов**

## Введение

Развитие современных систем связи с многоуровневым пространственно-временным кодированием (BLAST-систем) требует разработки эффективных алгоритмов декодирования [1–7].

Целью работы является оценка эффективности различных алгоритмов декодирования символов в BLAST-системах.

Уравнение наблюдения в BLAST-системе имеет вид [1–3, 8]

$$\bar{y} = \sqrt{\frac{P_s}{N_{tx}}} \bar{H} \bar{s} + \bar{n}, \quad (1)$$

где  $\bar{y}$  –  $N_{rx}$ -мерный вектор комплексных наблюдений;  $\bar{s}$  –  $N_{tx}$ -мерный вектор комплексных символов, каждый элемент которого имеет нулевое среднее и единичную среднюю мощность и может принимать значения из ограниченного дискретного множества, определяемого комплексным созвездием  $S_{lab, const}$ ;  $\bar{H}$  –  $(N_{rx} \times N_{tx})$ -мерная матрица канала, каждый элемент которой является комплексной гауссовой случайной величиной с единичной мощностью и нулевым математическим ожиданием;  $\bar{n}$  –  $N_{rx}$ -мерный вектор комплексного гауссово-го шума наблюдений, с независимыми элементами, имеющими нулевое математическое ожидание и дисперсию  $2\sigma_n^2$ ;  $P_s$  – мощность сигнала. Дисперсия каждой квадратурной компоненты шума наблюдения определяется выражением

$$\sigma_n^2 = \frac{P_s}{2(E_b/N_0)M_{bit}N_{tx}},$$

где  $E_b/N_0$  – заданное отношение энергии одного бита к спектральной плотности мощности шума;  $M_{bit}$  – число бит информации, содержащихся в одном комплексном символе.

Следует отметить, что уравнение (1) приводится к виду [7]

Оценивается эффективность алгоритмов декодирования символов в системах связи с многоуровневым пространственно-временным кодированием, имеющих более простую реализацию, чем оптимальный алгоритм максимального правдоподобия. Показано, что использование сферического декодирования и метода динамического программирования позволяет существенно уменьшить объем вычислительных затрат при сравнительно небольшом ухудшении помехоустойчивости по отношению к методу максимального правдоподобия.

$$\bar{y}_t = \bar{H} \bar{u}_t + \bar{\eta}_t, \quad (2)$$

$$\text{где } \bar{y}_t = \begin{bmatrix} \text{real}(\bar{y}) \\ \text{imag}(\bar{y}) \end{bmatrix}, \bar{u}_t = \begin{bmatrix} \text{real}(s) \\ \text{imag}(s) \end{bmatrix}, \bar{H} = \begin{bmatrix} \text{real}(H) & -\text{imag}(H) \\ \text{imag}(H) & \text{real}(H) \end{bmatrix}, \bar{\eta}_t = \begin{bmatrix} \text{real}(n) \\ \text{imag}(n) \end{bmatrix}.$$

При этом все элементы, входящие в правую часть уравнения (2), имеют нулевые математические ожидания и дисперсии в два раза меньшие, чем их комплексные аналоги.

Используя QR-разложение матрицы  $\bar{H}$ , уравнение (2) можно записать в виде

$$\bar{Y} = L \bar{u} + \bar{\eta}, \quad (3)$$

где  $L$  – нижнетреугольная матрица размером  $(K \times N)$ ,  $\bar{u}$  –  $N$ -мерный вектор символов, каждый элемент которого может принимать любое значение из  $M$ -мерного множества  $S_{lab} = \{u^{(m)}; m=1, M\}$ ,  $K=2N_{rx}$ ,  $N=2N_{tx}$ ,  $M=2^{M_{bit}}$ . При этом элементы множества  $S_{lab}$  определяются видом модуляции:

1. QPSK:  $S_{lab} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1, 1\}$ .
2. 16QAM:  $S_{lab} = \frac{1}{\sqrt{10}} \{-3, -1, 1, 3\}$ .
3. 64QAM:  $S_{lab} = \frac{1}{\sqrt{42}} \{-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7\}$ .
4. 256QAM:  $S_{lab} = \frac{1}{\sqrt{170}} \{-15, -13, -11, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ .

Оптимальное оценивание вектора  $\bar{u}$  из уравнения (3) предполагает перебор всех возможных вариантов для поиска минимума функционала.

$$Z(\bar{u}) = \|\bar{Y} - Lu\|^2, \quad (4)$$

т.е.

$$\bar{u}^* = \arg \min_{\bar{u} \in S_{lab}} \|\bar{Y} - Lu\|^2. \quad (5)$$

Необходимо отметить, что минимизация функционала (4) соответствует минимизации функционала вида

$$V(s) = \left\| \bar{y} - \sqrt{\frac{P_s}{N_{tx}}} H s \right\|^2 \quad (6)$$

для исходного уравнения наблюдения (1). При этом оценка, минимизирующая функционал (6),

$$\bar{s}^* = \arg \min_{\bar{s} \in S_{lab, const}} \left\| \bar{y} - \sqrt{\frac{P_s}{N_{tx}}} H s \right\|^2, \quad (7)$$

связана с  $\bar{u}^*$  соотношением

$$\bar{s}^* = \bar{u}_{real}^* + j \bar{u}_{imag}^*,$$

где  $\bar{u}_{real}^* = [u_1^* \dots u_{N_{tx}}^*]^T$ ,  $\bar{u}_{imag}^* = [u_{N_{tx}+1}^* \dots u_{2N_{tx}}^*]^T$ .

Оценки вида (5) и (7) являются оптимальными оценками максимального правдоподобия (ML), нахождение которых требует  $M^N$  операций перебора.

Для сокращения количества операций был предложен ряд методов приближенного нахождения оптимальных векторов (5) и (7) [1–10].

Среди таких алгоритмов приближенного оценивания можно выделить так называемый Zero-Forcing (ZF) алгоритм, в котором ищется минимум функционала (4) при условии, что элементы вектора  $\bar{u}$  могут принимать любые действительные значения. В этом случае приближенная оценка вектора  $\bar{u}^*$  имеет вид [8]

$$\bar{u}_{ZF}^* = Q(\bar{u}_L, S_{lab}),$$

где  $Q(\bar{u}, S_{lab})$  – функция квантования или округления каждого элемента вектора  $\bar{u}$  к ближайшему значению из множества  $S_{lab}$ ,  $\bar{u}_L = (L^T L)^{-1} (L^T \bar{Y})$ .

Другой подобный алгоритм основан на линейном оценивании по критерию минимума СКО (MMSE) и последующем квантовании. В этом случае предполагается, что априорное распределение вектора  $\bar{u}$  является гауссовским. Тогда алгоритм оценивания описывается выражением [8]

$$\bar{u}_{MMSE}^* = Q((L^T L + 2\sigma_n^2 I)^{-1} L^T \bar{Y}, S_{lab}),$$

где  $I$  – единичная матрица.

Имеются ряд алгоритмов оценивания, основанных на итерационных процедурах с использованием различных методов подавления помех (Interfer-енсе Cancelling). Например, известный V-BLAST-алгоритм

[8], в котором алгоритмом ZF или MMSE сначала оценивается один элемент вектора  $\bar{u}$  с наилучшим качеством. Затем осуществляется компенсация этого элемента из общего уравнения (3). После этого оценивается следующий элемент и т.д.

Перечисленные алгоритмы обладают общим недостатком – низкой эффективностью оценивания оптимального вектора  $\bar{u}^*$ .

В последнее время в работах [1–3, 6–8] предложен так называемый алгоритм сферического декодирования (Sphere Decoding) или SD-алгоритм. Алгоритм SD выполняет оптимизацию функционала (4) рекурсивно. На каждом шаге рекурсии сохраняется значение нормы

$$C = \|L(\bar{u}_L - \bar{u}_C)\|$$

наилучшего вектора невязки, найденного ранее. При этом нет необходимости продолжать проверять векторы  $\bar{u}$ , которые могут быть только хуже, чем точка  $\bar{u}_C$ , и поэтому дальнейший поиск может осуществляться на сфере:

$$(\bar{u}_L - \bar{u})^T L (\bar{u}_L - \bar{u}) \leq C.$$

Последнее неравенство можно переписать следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^N L_{ij} (\bar{u}_{L,j} - \bar{u}_j) \right)^2 \leq C. \quad (8)$$

Подобное представление сферы позволяет рекурсивно оценивать все возможные комбинации символов. Поиск начинается с первого уровня  $i=1$ , при этом выбираются символы из множества  $S_{lab}$  и проверяется неравенство (8). Если символы удовлетворяют этому неравенству, то осуществляется переход на следующий  $i=i+1$  уровень, в противном случае – переход к следующему возможному символу на данном  $i$ -м уровне. Это продолжается до тех пор, пока не будет достигнут последний  $N$ -й уровень. Идея SD состоит в том, что как только неравенство (8) не выполняется для символа  $i$ -го уровня, то нет необходимости продолжать проверять это условие для уровней выше  $i$ -го. Когда достигается  $N$ -й уровень и получается комбинация символов  $\bar{u}_C$ , которая удовлетворяет условиям неравенства (8), вычисляется соответствующее значение нормы вектора невязки  $L(\bar{u}_L - \bar{u}_C)$  и сохраняется в  $C$ .

Основные проблемы, связанные с практической реализацией SD-алгоритма, заключаются в начальном выборе радиуса  $C$  и порядке, в котором символы на каждом уровне будут исследоваться. Эти две проблемы могут значительно ухудшить или улучшить эффективность алгоритма SD.

Другой подход к решению оптимизационной задачи (4) основан на использовании численных методов оптимизации. Однако классические методы локального поиска (методы Ньютона, квазиньютоновские, сопряженных градиентов и т.д.) разработаны для поиска экстремума функций на бесконечном множестве. Поэтому непосредственным применением этих методов к задаче с дискретными переменными, что имеет место в данном случае, ее, как правило, не решить.

Для решения этой задачи предлагается использовать метод динамического программирования [4], впервые изложенный в работах Беллмана для теории оптимального управления [5]. Этот метод относится к классу методов декомпозиции поиска экстремума, которые позволяют задачи большой размерности свести к последовательному решению ряда задач меньшей размерности.

В основе реализованного алгоритма лежит итерационный процесс, на каждом этапе которого находится вектор  $\bar{u}^{n+1}$  путем решения  $(N-I)$ -шаговой задачи динамического программирования. Так, на  $k$ -м шаге решения для всех  $u_k, u_{k+1} \in S_{tab}$  и фиксированных значений  $u_{k+2}^n, \dots, u_N^n$  вектора  $\bar{u}^n$  (вектора, полученного на предыдущем этапе) рассчитывается функция

$$\Omega_k(u_{k+1}) = \min_{u_k \in S_{tab}} Z(u_1(u_k), \dots, u_{k-1}(u_k), u_k, u_{k+1}, u_{k+2}^n, \dots, u_N^n),$$

где  $u_1(u_k), \dots, u_{k-1}(u_k)$  – так называемые функции оптимального соответствия, построенные на  $(k-1)$ -м шаге. Таким образом, на каждом шаге оптимизации рассматриваются все комбинации лишь двух переменных  $u_k$  и  $u_{k+1}$ , поскольку считается, что оптимальные значения  $k-1, k-2$  и т.д. переменных были определены на предшествующих шагах расчета.

Соотношения  $\Omega_k(u_{k+1}), k=1,2, \dots, N-I$  используются как рекуррентные для определения систем функций оптимального соответствия  $u_i(u_{k+i}), j=1,2, \dots, k$ . На последнем,  $(N-I)$ -м, шаге решения задачи динамического программирования с помощью построенной системы функций оптимального соответствия  $u_i(u_{k+i}), j=1,2, \dots, N-I$ , определяется вектор  $\bar{u}^{n+1}$ , такой, что  $Z(\bar{u}^{n+1}) \leq Z(\bar{u}^n)$ . Вектор  $\bar{u}^{n+1}$  используется в качестве исходного для следующего этапа итерационного процесса.

Практическая реализация данного алгоритма проводится на дискретном множестве  $S_{tab}$ , когда каждая из  $N$  переменных может принимать  $M$  задаваемых на сетке значений. Если итерационный процесс имеет  $N_s$  шагов, то необходимое число вычислений функционала  $Z(\bar{u})$  можно определить по следующей формуле:

$$N_Z = N_s(N-I)M^2.$$

Рассмотрим применение метода динамического программирования на примере минимизации функции трех переменных  $Z(u_1, u_2, u_3)$ .

Пусть задан начальный вектор  $\bar{u}^0 = [u_1^0, u_2^0, u_3^0]^T$  и число элементов множества  $S_{tab} M=4$

### I этап.

1-й шаг. На первом шаге строится сетка вида

$u_{11}$	$u_{21}$	$u_3^0$
$u_{12}$	$u_{22}$	$u_3^0$
$u_{13}$	$u_{23}$	$u_3^0$
$u_{14}$	$u_{24}$	$u_3^0$

Здесь  $u_{ij} = S_{tab}, j=1,4, i=1,4$ . Далее для каждого фиксированного значения  $u_{ik}, k=1,4$ , вычисляются значения целевой функции для всех значений  $u_l, l=1,4$ , т.е. в точках

$$Z_{kl} = Z(u_1, u_2, u_3^0), l=1,4, k=1,4.$$

При этом запоминаются такие значения  $u_l$ , при которых  $Z_{kl}$  достигают минимума, т.е. строится дискретная функция оптимального соответствия  $u_l(u_k)$ . Пусть для нашего примера она имеет вид:

$u_2$	$u_1$
$u_{21}$	$u_{14}$
$u_{22}$	$u_{12}$
$u_{23}$	$u_{11}$
$u_{24}$	$u_{13}$

2-й шаг. На втором шаге строится новая сетка с учетом дискретной функции оптимального соответствия  $u_l(u_k)$ . Для нашего примера она имеет вид:

$u_{14}$	$u_{21}$	$u_{31}$
$u_{12}$	$u_{22}$	$u_{32}$
$u_{11}$	$u_{23}$	$u_{33}$
$u_{13}$	$u_{24}$	$u_{34}$

Здесь  $u_{ik}, j=1,4$ . Теперь для каждого фиксированного значения  $u_{ik}, k=1,4$ , вычисляются значения целевой функции для всех значений  $u_l, l=1,4$  (с учетом соответствующих им оптимальных значений  $u_l(u_k)$ ), т.е. в точках

$$Z_{kl} = Z(u_1, u_{ik}, u_{2l}, u_{3k}), l=1,4, k=1,4.$$

Как и на предыдущем шаге, запоминаются такие значения  $u_2$  и соответствующие им значения  $u_1, (u_2)$ , при которых  $Z_k$  минимальны, т.е. строятся дискретные функции оптимального соответствия  $u_2, (u_3)$  и  $u_1, (u_3)$ . Пусть в нашем примере они имеют вид:

$u_3$	$u_2$
$u_{31}$	$u_{22}$
$u_{32}$	$u_{23}$
$u_{33}$	$u_{21}$
$u_{34}$	$u_{24}$

$u_3$	$u_1$
$u_{31}$	$u_{12}$
$u_{32}$	$u_{11}$
$u_{33}$	$u_{14}$
$u_{34}$	$u_{13}$

Таким образом, после  $(N-1)$ -го шага имеем следующую сетку переменных:

$u_{12}$	$u_{22}$	$u_{31}$
$u_{11}$	$u_{23}$	$u_{32}$
$u_{14}$	$u_{21}$	$u_{33}$
$u_{13}$	$u_{24}$	$u_{34}$

Теперь из оставшихся четырех векторов выбирается наилучший –  $\bar{u}'$ , в котором целевая функция меньше. Предположим, что в нашем примере это будет вектор:  $\bar{u}' = [u_{14}, u_{21}, u_{33}]^T$ .

Он и будет использован в качестве начального на следующем этапе итерационного процесса. Поиск завершается после  $N_S$  этапов.

Основным недостатком рассмотренного алгоритма является недостаточная точность определения экстремума, или большой интервал неопределенности. Его уменьшение напрямую связано с увеличением числа узлов сетки  $M$ , что приводит к значительному росту вычислительных затрат.

Другая возможность повышения эффективности метода динамического программирования заключается в модификации его таким образом, чтобы проводить решение задачи не в  $N_S$  этапов, а в  $N_k=N_S/N_L$  серий, где  $N_L=3, \dots, 5$  – количество этапов в серии. При этом в начале каждой серии выбирается новый начальный вектор, а полученный оптимальный сохраняется. Тем самым обеспечивается большая вероятность нахождения экстремума функционала (4).

В работе проведены статистическое моделирование и оценка эффективности рассмотренных алгоритмов декодирования символов в BLAST-системе. На рис. 1 приведены зависимости величины BER (Bit-Error Rate) от отношения  $E_b/N_0$  для BLAST-системы с использованием рассмотренных алгоритмов для случая  $N_{rx}=N_{tx}=8$  и QPSK-модуляции.

Полученные результаты позволяют следующие выводы. Во-первых, алгоритмы, основанные на линейных оценках, – ZF, MMSE и V-BLAST-алгоритмы – значительно проигрывают оптимальному алгоритму максимального правдоподобия (ML-алгоритму). Так, при уровне  $BER=0.01$  пропригрыш ML-алгоритму составляет 3, 7 и 15 дБ соответственно.

Во-вторых, эффективность SD-алгоритма и метода динамического программирования (DP-метода) с числом серий  $N_k=25$  и количеством этапов в серии  $N_L=5$  практически совпадает с эффективностью метода максимального правдоподобия. При этом если метод максимального правдоподобия требует перебора  $M^N=2^{16}=65536$  комбинаций, то модифицированный метод динамического программирования требует в этом случае перебора только  $N_Z=N_k N_L (N-1) M^2=25 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 2^2=7500$  комбинаций. Использование же предложенного метода динамического программирования с параметрами  $N_k=25$  и  $N_L=3$  требует перебора уже всего  $N_Z=4500$  комбинаций. При этом эффективность метода немного уступает эффективности метода максимального правдоподобия.

Таким образом, полученные результаты доказывают эффективность использования алгоритма сферического декодирования и метода динамического программирования при декодировании символов в системах связи с многоуровневым пространственно-временным кодированием.

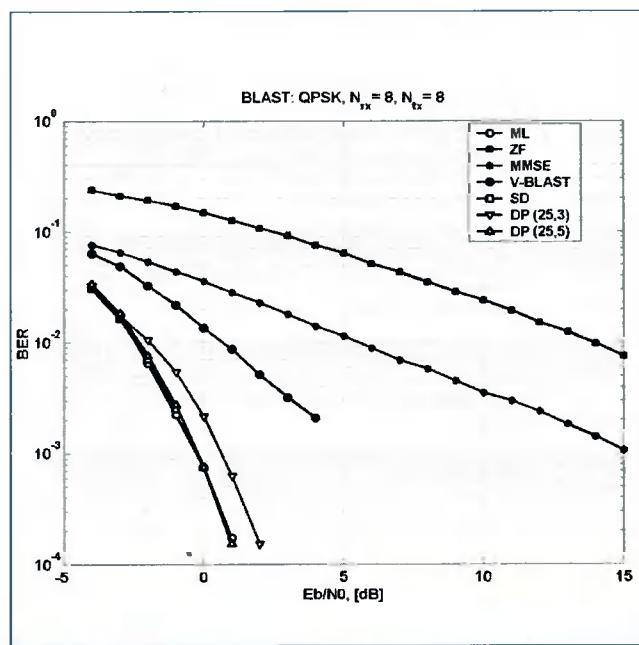


Рис. 1. Характеристики помехоустойчивости BLAST-системы для различных вариантов алгоритмов декодирования при  $N_{rx}=N_{tx}=8$  и QPSK-модуляции

## Литература

1. Viterbo E. Boutros J. 'A Universal Lattice Code Decoder for Fading Channels' IEEE Trans on IT VOL. 45, NO. 5, JULY 1999.
2. Agrell E., Eriksson T., Vardy A., Zeger K. 'Closest Point Search in Lattices' Submitted to the IEE Trans. on IT, 2000.
3. Luo J., Pattipati K., Willet P., Levchuk G. 'Fast Optimal and Sub-optimal Any-Time Algorithms for CDMA Multiuser Detection Based on Branch and Bound.'
4. Поповкин В.И., Маторин А.В. Синтез антенных решеток методом типа динамического программирования // Радиотехника и электроника, 1974. Т. 19. №10. С. 2029.
5. Bellman R. 'Dynamic Programming', Princeton University Press, Princeton, N.J., 1957.
6. Fincke U., Pohst M. 'Improved Methods for Calculating Vectors of Short Length in a Lattice, Including a Complexity Analysis', Mathematical Computations, vol. vol. 44, pp. pp. 463–471, 1985.
7. Damen M. O. 'Further Results on the Sphere Decoder', in Proceedings of ISIT, Washington, June 2001.
8. Wubben D., Bohnke R., Rinas J., Kuhn V., Kammeier K.D. 'Efficient Algorithm for Decoding Layered Space-Time Codes', IEEE Electronics Letters, vol. vol. 37, pp. pp. 1348–1350, Oct. 2001.

## Уважаемые коллеги !

Приглашаем вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» в 2005\2006 гг.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» выпускается на регулярной основе с 2000 года. Цель его издания – содействие развитию и широкому применению методов цифровой обработки сигналов (ЦОС) и современных информационных технологий реального времени в разработках отечественных ученых и специалистов. Журнал «Цифровая обработка сигналов» внесен в дополнительный Перечень периодических изданий, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора технических наук.

Просим вас выразить свое отношение к данному предложению по сотрудничеству с редакцией журнала. Желательно заранее сообщить ориентировочное название статей и их предполагаемый объем (максимальный объем – до 20 страниц для обзорных статей и до 12 страниц для оригинальных работ).

**При подготовке ваших предложений просим учесть, что предпочтение отдается статьям обзорного характера и работам, посвященным решению проблем эффективного проектирования и технической реализации систем ЦОС с применением сигнальных процессоров и ПЛИС, а также различным приложениям технологий обработки сигналов и изображений в реальном времени.**

По всем вопросам, связанным с требованиями и порядком предоставления материалов статей, обращайтесь на сайт журнала: [www.dsra.ru](http://www.dsra.ru).

Предварительные заявки и материалы работ на рецензирование и публикацию принимаются по E-mail: [tor@rgrrta.rayzan.ru](mailto:tor@rgrrta.rayzan.ru)

Ждем ваших предложений.

Зам. главного редактора, профессор

В.В. Витязев

УДК 621.396.96:621.396.26

## Демодулятор максимального правдоподобия, использующий межсимвольную фазовую связь и декодер Витерби

В.Б. Стешенко, А.В. Бумагин, А.В. Петров, Г.В. Шишкин

**Е**сли передаваемый сигнал обладает памятью, то есть сигналы, переданные на последовательных сигнальных интервалах, зависят между собой, то оптимальный детектор для повышения соотношения сигнал/шум на выходе должен учитывать эти взаимосвязи.

Рассматриваемый алгоритм основан на методе максимального правдоподобия и используется для детектирования последовательности символов путем поиска минимума евклидова расстояния траекторий (путей) на решетке, которая соответствует памяти переданного сигнала. В предыдущих статьях цикла показано: для ЧМНФ-сигналов возможно построение решетки фазовых состояний, число которых зависит от индекса модуляции  $h$ . Это обстоятельство позволяет использовать алгоритм Витерби для нахождения наиболее вероятного пути по решетке, удовлетворяющего критерию минимума евклидова расстояния.

Рассматриваются алгоритмы демодуляции ЧМНФ-сигналов, использующие критерий максимального правдоподобия и декодер Витерби. Анализируются пути, упрощающие схемотехническую реализацию декодера максимального правдоподобия. Приводятся функциональные и структурные схемы декодера и результаты моделирования тракта демодуляции с применением пакетов *System View* и *Visual Studio.NET 2003*, а также рекомендации по аппаратно-программной реализации.

Преобразование дерева фазовых состояний, благодаря их конечному числу, в регулярную структуру (решетку) позволяет при приеме очередного символа для выбора наиболее правдоподобной комбинации перебирать конечное фиксированное число возможных комбинаций путей на решетке. На рис. 1 приведена известная из литературы [1,2] функциональная схема демодулятора максимального правдоподобия с алгоритмом Витерби.

Евклидово расстояние (метрика) каждой из возможных комбинаций фазовых состояний (путей) согласно методу максимального правдоподобия рассчитывается на основании интеграла взаимной корреляции [2]:

$$CM_n(I) = \int_{-\infty}^{(n+1)T} y(t) \cos[\omega_c t + \varphi(t, I)] dt = CM_{n-1}(I) + \int_{-\tau}^{(n+1)T} y(t) \cos[\omega_c t + \theta(t, I) + \theta_n] dt, \quad (1)$$

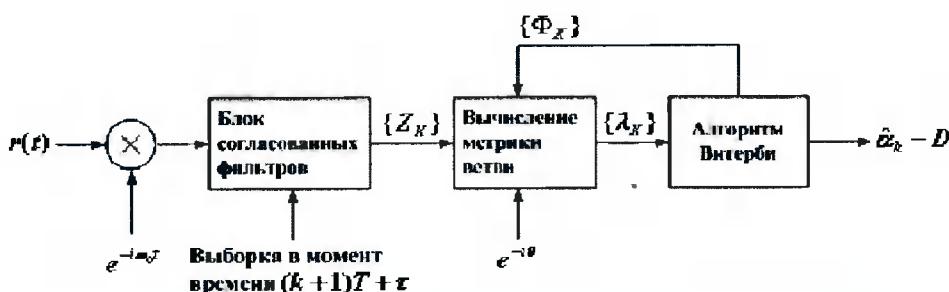


Рис. 1. Функциональная схема демодулятора максимального правдоподобия с алгоритмом Витерби

где  $y(t)$  – входной сигнал на интервале времени  $[nT, (n+1)T]$ ;  $CM_{n-1}(I)$  – метрики «выживших» согласно трактовке алгоритма Витерби путей до момента  $nT$ . Второе слагаемое в (1) представляет дополнительный прирост метрики, вносимый сигналом на рассматриваемом временном интервале:

$$v_n(I, \theta_n) = \int_{nT}^{(n+1)T} y(t) \cos[\omega_c t + \theta(t, I) + \theta_n] dt. \quad (2)$$

В общем случае имеется  $M^L$  возможных символьных последовательностей  $I = (I_1, \dots, I_{L-1})$  длиной  $L$  символов и  $p$  возможных состояний фазы  $\theta_n$  при приходе одного символа. Фазовая решетка может иметь число состояний не только равным  $p$  (при  $L=1$ ), но также включать ряд промежуточных фаз, число которых зависит от индекса модуляции  $h$  и определяется памятью канала  $L$ .

На каждом шаге вычисляется  $pM^L$  различных приращений метрик  $v_n(I, \theta_n)$ , которые используются для вычисления прироста метрик  $pM^{L-1}$  выживших последовательностей. Для каждой выжившей последовательности имеется  $M$  новых приращений. При этом на каждом шаге алгоритма Витерби отбрасывается  $(M-1)$  последовательность для каждого фазового состояния.

Для построения устройства демодуляции выражение (2) разложим как косинус суммы аргументов и разобьем интервалы интегрирования на непересекающиеся малые интервалы длительностью  $T_0$ , считая подынтегральную функцию медленно меняющейся [4]:

$$v_n(I, \theta_n) \approx \int_{nT}^{(n+1)T} y_c(t) \cos[\theta(t, I) + \theta_n] dt + \int_{nT}^{(n+1)T} y_s(t) \sin[\theta(t, I) + \theta_n] dt, \quad (3)$$

где  $y_c(t) = \int_{nT}^{t+T_0} y(t) \cos(\omega_c t)$ ,  $y_s(t) = \int_{nT}^{t+T_0} y(t) \sin(\omega_c t)$ . Преобразования (3) могут быть выполнены квадратурным устройством, представленным на рис. 2.

Согласно алгоритму (3), схема на рис. 2 состоит из квадратурного демодулятора, переносящего спектр

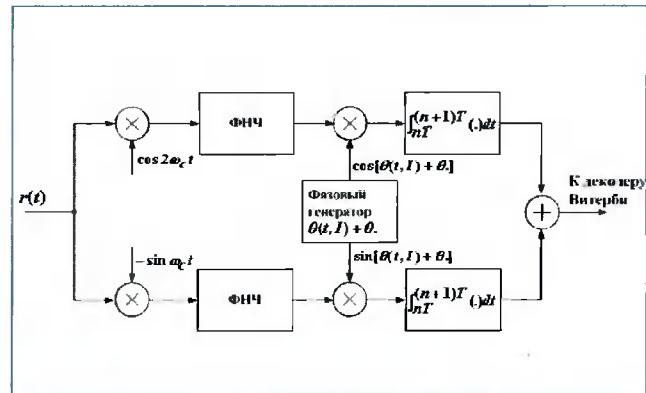


Рис. 2. Демодулятор ЧМНФ-сигналов, основанный на методе максимального правдоподобия и использующий алгоритм Витерби

сигнала на нулевую частоту, генератора фазовых траекторий, умножителей, интеграторов, сумматора, с выхода которого снимаются величины метрик, поступающие в декодер Витерби.

Анализируя фазовые свойства ЧМНФ-сигналов, можно сделать вывод, что структурная схема, представленная на рис. 2, может быть значительно упрощена. Известно, что фаза ЧМНФ-сигнала с подавленной несущей при межсимвольных переходах претерпевает положительное или отрицательное приращение на величину  $πh$ , причем знак приращения определяется полярностью перехода или переданным символом. Таким образом, для идентификации символа, принимаемого в данный момент времени, достаточно определить величину изменения фазы по времени на межсимвольном интервале.

Теоретически показано [6], что рабочие характеристики декодера Витерби мягких решений существенно не улучшаются (менее 0,1 дБ) при увеличении разрядности входных данных более 4 бит, что широко используется на практике. При разрядности входных данных в 1 бит имеет место жесткое решение, при котором достаточно определить только знак производной фазы на межсимвольном интервале.

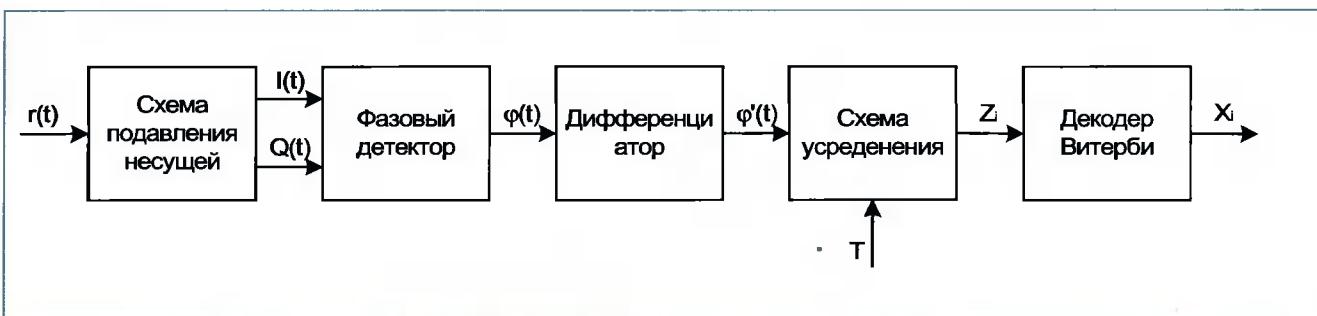


Рис. 3. Функциональная схема декодера максимального правдоподобия, использующего алгоритм Витерби.  $r(t)$  – входной сигнал на ПЧ;  $I(t), Q(t)$  – квадратурные компоненты сигнала;  $\phi(t)$  – фаза сигнала;  $Z_i$  – 4-битные входные данные декодера Витерби;  $X_i$  – выходной информационный символ;  $T$  – стробирующий импульс со схемы тактовой синхронизации

Тогда функциональная схема декодера максимального правдоподобия может быть выполнена в виде устройства, приведенного на рис. 3.

Подавление несущей необходимо для выделения из принимаемого ЧМНФ-сигнала фазового компонента, содержащего информацию о межсимвольных переходах. При преобразовании частот входного сигнала на нулевую ПЧ имеют место низкочастотные биения, вызванные неточностью центральной частоты опорных генераторов и достигающие величин сотен герц. Последние вносят значительные искажения в исследуемый фазовый портрет. Следовательно, необходимо использование адаптивной следящей схемы, сводящей биения к минимуму.

Процесс подавления несущей также наиболее целесообразно совместить с выделением квадратурных компонент  $I(t), Q(t)$ . Устройством, удовлетворяющим перечисленным выше требованиям, является стандартная синфазно-квадратурная схема (Костаса).

Цифровая процессорная реализация схемы требует значительных вычислительных затрат и ПЗУ большой емкости (при реализации управляемого синтезатора частоты). Следовательно, в разрабатываемом приемнике ЧМНФ-сигналов наиболее целесообразно использование внешнего аналогового квадратурного демодулятора с внешним ГУН, управляемым сигналом с ЦАП микроконтроллера. Входными сигналами АЦП микроконтроллера при этом являются две квадратуры входного сигнала на нулевой частоте. Частота дискретизации определяется только величиной эффективной шириной полосы спектра сигнала и является относительно низкой.

Возможен также вариант полностью цифровой реализации синфазно-квадратурной схемы подавления

несущей. При этом входной сигнал подается на промежуточной частоте, величина которой определяется эффективной шириной полосы спектра. Как отмечено выше, программная реализация данной схемы требует существенных вычислительных затрат по ряду причин: требуется относительно высокая частота дискретизации и, как следствие, скорость обработки каждого сигнального отсчета; значительно увеличивается число операций цифровой обработки на один отсчет.

Требования по быстродействию и разрядность АЦП микроконтроллера, реализующего цифровую часть схемы на рис. 4 значительно ниже, чем для полностью цифровой схемы. По предварительным оценкам, разрядность АЦП для дискретно-аналоговой схемы должна составлять 8 бит, для цифровой – 10...12 бит.

Остальные компоненты декодера максимального правдоподобия (рис. 3) реализуются программным путем и функционируют по стандартным алгоритмам, на данном этапе не требующим отдельного рассмотрения. Так как декодер максимального правдоподобия содержит схему выделения знака фазы, то элементы схемы (рис. 3), стоящие до интегратора, возможно использовать для отслеживания тактовой синхронизации принимаемых символов.

Рабочие характеристики алгоритма оптимального демодулятора с алгоритмом Виттерби определяются рядом параметров ЧМНФ-сигнала, в частности глубиной памяти, индексом модуляции. Последний параметр определяет число фазовых состояний решетки. Поэтому необходимо рассмотреть вопрос влияния данных параметров на рабочие характеристики демодулятора.

Предположим, что имеется два переданных сигнала,  $s_i(t)$  и  $s_j(t)$ , соответствующие двум фазовым траекториям на решетке  $\phi(t; I_i)$  и  $\phi(t; I_j)$ . При этом переданные последовательности  $I_i$  и  $I_j$  отличаются в одном первом переданном символе. Евклидово расстояние между двумя сигналами на временном интервале длиной  $NT$  определяется как [2]:

$$d_g^2 = \int_0^{NT} [s_i(t) - s_j(t)]^2 dt = \frac{2E}{T} \int_0^{NT} [1 - \cos(\phi(t; I_i) - \phi(t; I_j))] dt. \quad (4)$$

Из (4) следует, что евклидово расстояние между сигналами сводится к разности фаз между путями на решетке состояний. Минимальное евклидово расстояние выразится следующим образом [2]:

$$d_{\min}^2 = 2E_b \lim_{N \rightarrow \infty} \min_{I_i, I_j} \left\{ \frac{\log_2 M}{T} \int_0^{NT} [1 - \cos \phi(t; I_i - I_j)] dt \right\}.$$

В этом случае вероятность ошибки демодуляции:

$$P_M = K_{\delta_{\min}} Q \left( \sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2N_0}} \right).$$

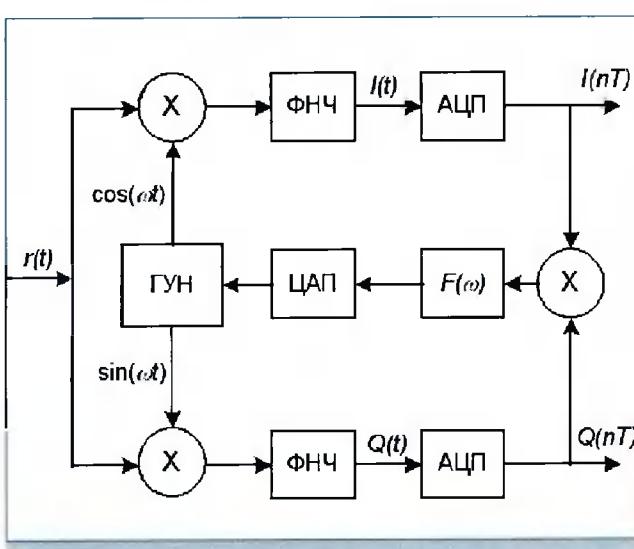


Рис. 4. Структурная схема дискретно-аналогового варианта схемы подавления несущей.  $F(w)$  – петлевой фильтр

Известно, что оптимальный индекс модуляции для двоичной ЧМНФ равен  $h=0,715$ , что дает выигрыш 0,85 дБ относительно модуляции с минимальным сдвигом фаз ( $h=0,5$ ), когда число интервалов наблюдения  $N=3$ . Евклидово расстояние обладает минимальными значениями при  $h=\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1$ . Данные индексы модуляции являются наихудшими с точки зрения рабочих характеристик демодулятора максимального правдоподобия. При удлинении корреляционной связи ( $L>1$ ) рабочие характеристики демодулятора значительно улучшаются. Известно [1,2], что при использовании демодулятора максимального правдоподобия с алгоритмом Витерби при выборе индекса модуляции из интервала  $0,5 < h < 1$  рабочие характеристики существенно не улучшаются при учете памяти сигнала выше  $L=2\ldots 3$ , что дает выигрыш в отношении сигнал/шум по сравнению с методами демодуляции без учета памяти до 3 дБ.

Алгоритм демодуляции ЧМНФ-сигналов реализуется следующим образом:

1. При подаче тестовой последовательности происходит инициализация декодера Витерби в начальное состояние (метрики путей на решетке  $CM_{n-1}(I)$  принимают максимально возможные значения).

2. При приеме очередного символа рассчитываются приращения метрик  $v_n(I, \theta_n)$  для каждого возможного пути на решетке (всего выполняется  $pM^L$  расчетов приращений метрик).

3. Производится вычисление накапливаемых метрик  $CM_n(I) = CM_{n-1}(I) + v_n(I, \theta_n)$  для каждого фазового состояния (сохраняются только  $pM^{L-1}$  «выживших» кодовых последовательностей, метрика которых обладает наименьшим значением).

4. На выход декодера выдается информационный символ, поступивший на декодер  $N$  тактов назад, из последовательности, имеющей минимальную метрику.

5. Переход к п. 2.

На практике установлено, что верхний порог глубины декодирования  $N$  при  $L=2$  выбирается не менее  $N=5pM^{L-1}$  [6]. Для расчета приращения метрик необходимо знание величины и полярности изменения фазы сигнала при приеме очередного символа. Схема, приведенная на рис. 3, вследствие генерации большого числа фазовых траекторий реализуется очень сложно. Последнюю можно значительно упростить, определяя только полярность (знак) приращения фазы при приеме очередного символа (в случае жестких решений), или дополнительно определять величину фазы, квантованную на  $2^q$  дискретных уровня (мягкое решение). На практике число  $q=2\ldots 4$ . Показано [6], что декодирование мягких решений дополнительно дает выигрыш около 1 дБ в отношении сигнал/шум.

Основное преимущество рассмотренного демодулятора состоит в использовании фазовых связей (памяти) у ЧМНФ-сигналов, что теоретически позволяет достичь выигрыша до 3...4 дБ в отношении сигнал/шум по сравнению с демодуляторами, не использующими данное свойство. В качестве ключевой решающей системы применяется хорошо отработанный и реализованный на практике алгоритм Витерби. Предложенная схема реализации демодулятора относительно слабочувствительна к ошибкам символьной синхронизации. Отслеживается только знак изменения фазы сигнала при рабочих характеристиках, присущих когерентным схемам.

Недостатки демодулятора заключаются в значительном росте вычислительных операций алгоритма Витерби при увеличении числа фазовых состояний решетки и глубины памяти сигнала  $L$ . Алгоритм требует постоянства и стабильности индекса модуляции  $h$ ; высокие рабочие характеристики алгоритма при приемлемой сложности реализации достигаются только при определенных значениях индекса модуляции.

Рассмотрим моделирование демодулятора максимального правдоподобия на основе алгоритма Витерби. Основное преимущество предлагаемого демодулятора по сравнению с некогерентной квадратурной схемой заключается в использовании свойства памяти ЧМНФ-сигнала, заключающееся в зависимости его текущего фазового состояния от  $L-1$  предыдущих. Теоретически [2] число  $L$  определяется длительностью импульсной характеристики формирующего фильтра на передающей стороне. Так, если на практике длительность импульсной характеристики не превышает  $3T$ , где  $T$  – длительность одного символа,  $L=3$ , т.е. учитывается два предыдущих состояния.

Если индекс частотной модуляции представляется как  $h=K/M$ , то в классическом алгоритме максимального правдоподобия на основе декодера Витерби на приемной стороне необходимо вычисление  $2^L M$  корреляционных интегралов входного сигнала на нулевой частоте с опорными сигналами с различными фазовыми состояниями, что требует сложной аппаратной реализации.

При переносе входного сигнала на промежуточную частоту имеет место проблема подавления низкочастотных биений (в данном случае до 2 кГц), обусловленных неточностью гетеродинов преобразователей частоты. Наличие указанных биений, как показали практические и теоретические исследования, искажает фазовую картину принимаемого сигнала и приводит к увеличению ошибки демодуляции.

Избежать указанного недостатка и сократить вычислительные затраты при реализации демодулято-

ра возможно путем исключения вычисления абсолютных значений фазы сигнала на очередном символьном переходе и определения только знака ее производной. Моделирование демодулятора с использованием алгоритма Витерби производилось в пакетах SystemView и Visual Studio.NET 2003 с написанием программ на языке C++. На рис. 5 показана модель входного тракта демодулятора, состоящая из квадратурного демодулятора с переносом спектра сигнала на нулевую частоту, гауссовых фильтров и фазового детектора.

Синфазная и квадратурная составляющие входного сигнала с квадратурного демодулятора подаются на гауссовые фильтры низкой частоты, для повышения помехоустойчивости согласованные с полосой передаваемого сигнала. Фазовый детектор вычисляет абсолютное значение фазы сигнала нулевой частоте на интервале  $[0; 2\pi]$  по формуле:

$$\phi = \operatorname{arg} \left( \frac{\operatorname{Im}(x(t))}{\operatorname{Re}(x(t))} \right), \quad \phi = \begin{cases} \phi, & \text{при } \phi \in [0, \pi/2], \\ \pi + \phi, & \text{при } \phi \in [\pi/2, 3\pi/2], \\ 2\pi + \phi, & \text{при } \phi \in [3\pi/2, 2\pi]. \end{cases}$$

Как видно из рис. 6, положительному уровню сигнала (единичному символу) соответствует возрастание фазы процесса на нулевой частоте. Отрицательному уровню, соответственно, – убывание. Вследствие постоянства величины изменения фазы от символа к символу отпадает необходимость отслеживания тек-

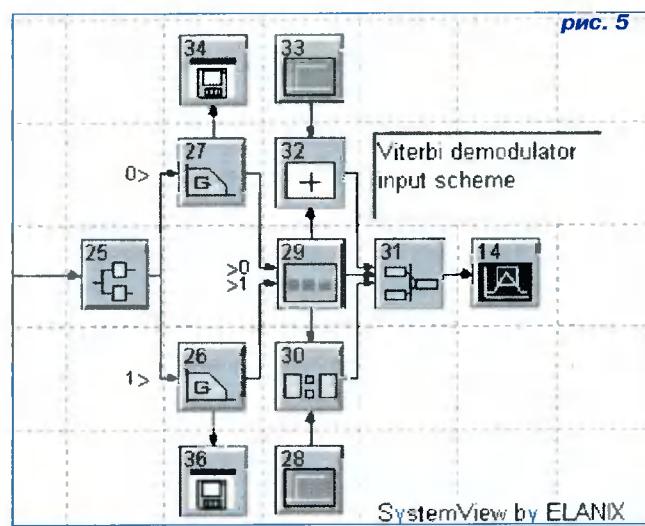


Рис. 5. Модель входного тракта демодулятора на основе алгоритма Витерби. 25 – квадратурный демодулятор; 26, 27 – гауссовые фильтры, настроенные на полосу модулирующего сигнала; 28–33 – фазовый детектор

ущего фазового состояния сигнала, а лишь только производной фазы на символьном интервале.

Как показано в [2], постоянство изменения фазы с точностью до знака от символа к символу справедливо только в случае  $L=1$ , то есть без учета памяти сигнала. Выше отмечено, что при  $L>1$  изменение фазы на текущем переходе определяется величинами изменения на  $L$  предыдущих, что используется для повышения помехоустойчивости демодулятора. Схема

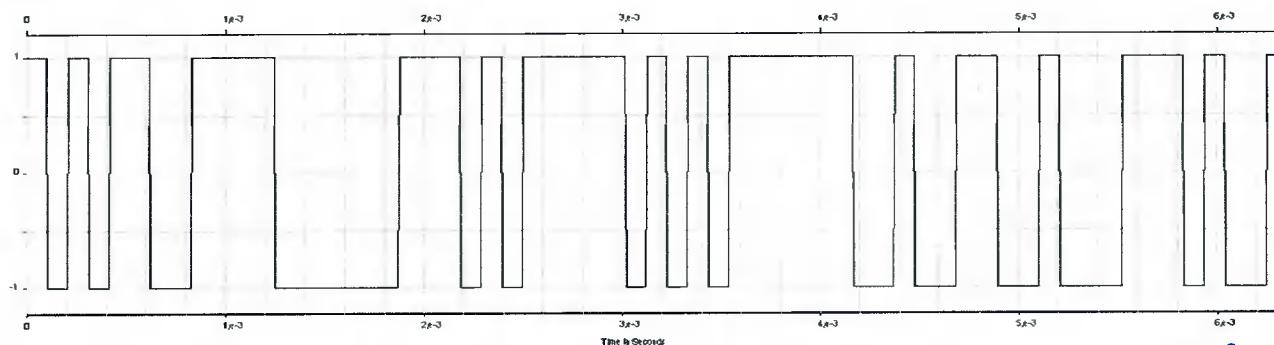


рис. 6а

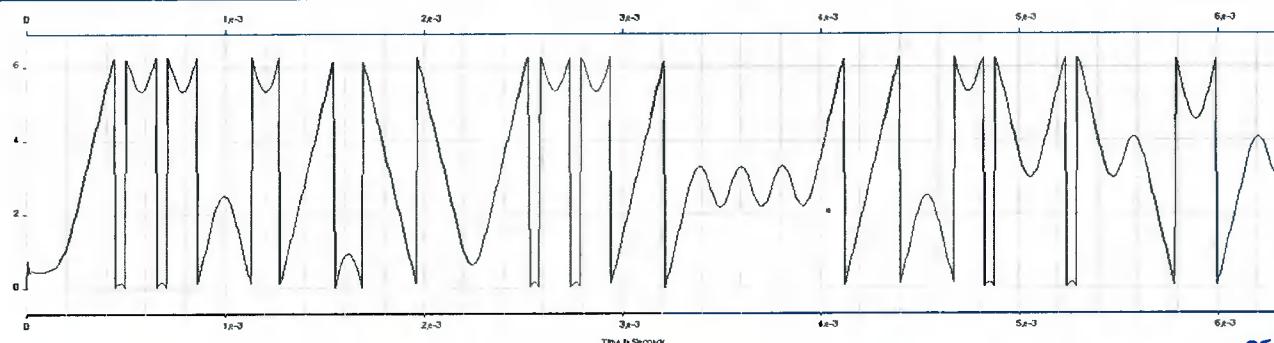


рис. 6б

Рис. 6 Выходной сигнал фазового детектора в отсутствие шумов (б) при исходном сигнале на передающем конце (а)

деления, используемая при вычислении фазы сигнала, подавляет паразитные биения, возникающие при преобразовании исходной частоты в нулевую. Кроме того, максимальная (согласно принятым требованиям) частота биений (2 кГц) не оказывает существенного влияния на фазовую траекторию сигнала на протяжении периода символа (в 5 раз большей частоты следования).

На рис. 7 представлена фазовая траектория сигнала на нулевой частоте с помеченными состояниями и решетчатая структура фазовых переходов.

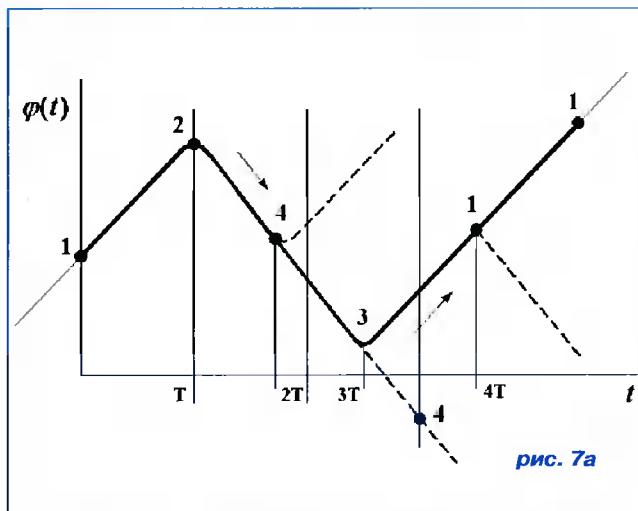


рис. 7а

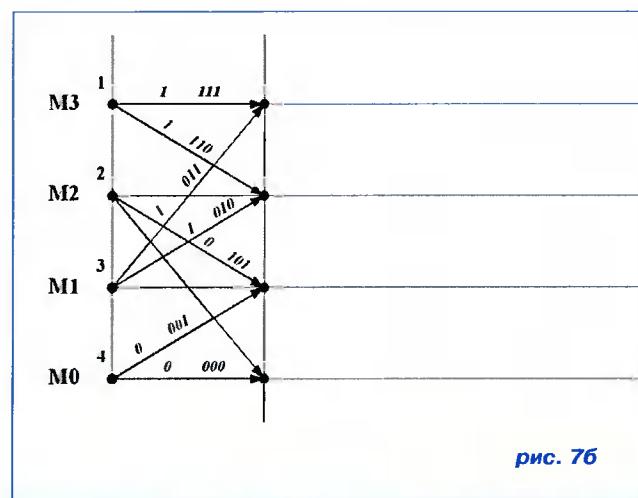


рис. 7б

**Рис. 7. Фазовая траектория сигнала на нулевой частоте с помеченными состояниями (а) и соответствующая решетчатая структура фазовых переходов (б) для  $L=3$**

Синтезированная решетчатая структура фазовых переходов положена в основу используемого стандартного алгоритма Витерби с четырьмя фазовыми состояниями для  $L=3$ . Теоретически показано [2], что увеличение длины памяти  $L>3$  не приводит к заметному улучшению рабочих характеристик демодулятора. На рис. 7 три символа, расположенные над путями решетки, являются кодом, поступающим в алгоритм

Витерби; символы на путях – декодируемая информация, помещаемая в память.

Алгоритм Витерби с жестким решением является стандартным, приведенным, например, в [6] и не требует специального рассмотрения. Глубина декодирования принята равной  $5L=15$  [2] и при процессорной реализации алгоритма Витерби не вызывает принципиальных изменений программы.

Демодулятор максимального правдоподобия с алгоритмом Витерби, включая фазовый детектор, реализован полностью программно на языке C++. Квадратурный демодулятор схемы, переносящий сигнал на нулевую частоту, и гауссовские фильтры реализованы в пакете SystemView. Обмен информацией производится через форматированные текстовые файлы. Частота дискретизации входного сигнала в схеме, включая квадратурный демодулятор, как и в случае некогерентного квадратурного демодулятора, принятая 153,6 кГц, то есть на один информационный символ выполняется 16 отсчетов АЦП. Модель АЦП – 12-битная. Схема деления выполнена программно; вычисление арктангенса – на основе постоянной памяти объемом 1 Кбайт. Приведенные данные могут корректироваться в процессе окончательного натурного моделирования демодулятора.

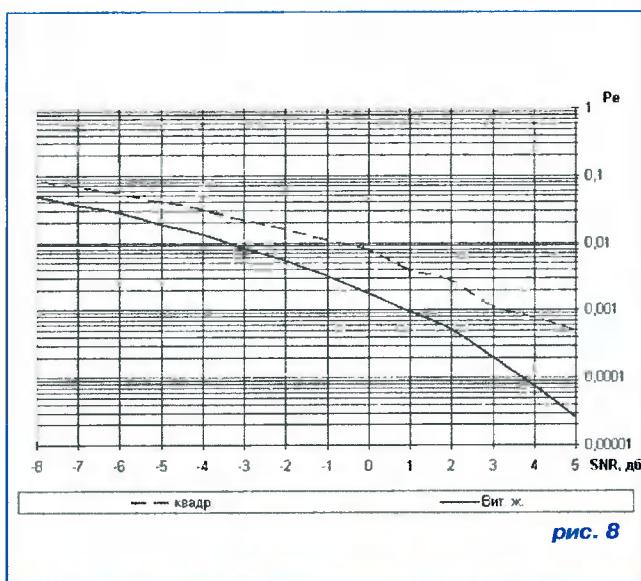
В ходе машинного моделирования рабочие характеристики демодулятора снимались для случая идеальной синхронизации. Исходные данные для тестирования:

- длина реализации – 4000 символов (64000 дискретных отсчетов);
- число реализаций для фиксированного ОСШ – 10;
- диапазон изменения ОСШ – +8...–8 дБ с шагом 1 дБ;
- номинальная вероятность символьной ошибки –  $5 \cdot 10^{-5}$ ;
- доверительная вероятность – 0,995.

Проведенный машинный эксперимент по моделированию некогерентного квадратурного демодулятора и анализу его рабочих характеристик показал, что при вероятности битовой ошибки 0.005 демодулятор сохраняет работоспособность вплоть до ОСШ – 1 дБ.

На рис. 8 приведен сравнительный график зависимости оценки вероятности битовой ошибки демодуляторов от ОСШ, построенный по экспериментальным данным.

На основании проведенных исследований и анализа рис. 8 можно сделать вывод о том, что при уровне вероятности битовой ошибки 0.005 демодулятор на основе алгоритма Витерби и анализа фазовых траекторий сигнала дает выигрыш в отношении сигнал/шум не менее 2.5 дБ по сравнению с некогерентным квадратурным демодулятором, что полностью согласуется с теоретическими предположениями.



**Рис. 8. Зависимость оценки вероятности битовой ошибки демодуляторов от ОСШ, построенный по экспериментальным данным,  $R_d=0,995$**

Аппаратную реализацию демодулятора на основе алгоритма Витерби удобно выполнить на базе мик-

роконтроллера MSP430F149 фирмы Texas Instruments, отвечающего требованиям быстродействия и микропотребления. Квадратурный преобразователь на нулевую частоту демодулятора предлагается выполнить аппаратно внешним отдельным устройством, без обратной связи.

Подавление паразитных биений при преобразовании частоты достигается посредством использования схемы деления при вычислении фазы сигнала и анализа относительных фазовых траекторий алгоритма демодулятора. Схема деления и вычисления арктангенса реализуется при использовании доступной постоянной памяти микроконтроллера объемом до 60 Кбайт. Частота дискретизации АЦП, как показали исследования, без существенных ухудшений рабочих характеристик демодулятора может быть понижена в 2 раза.

Анализ показал, что демодулятор на основе алгоритма Витерби легко реализуется программно на микроконтроллере выбранного семейства с запасом по производительности.

## Литература

1. Склар Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. : Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2003. – 1104 с.
2. Прокис Дж. Цифровая связь. : Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
3. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Мухин Н.П., Нахмансон Г.С. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов несущей псевдослучайной последовательностью. – М.: Радио и связь, 2003. – 640 с.
4. Маковеева М.М., Шинаков Ю.С. Системы связи с подвижными объектами. – М.: Радио и связь, 2002. – 440 с.
5. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь. : Пер. с англ. – М.: Связь, 1979. – 592 с.
6. Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. : Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
7. Fuqin Xiong Digital Modulation Techniques. : Artech House, Norwood, 2000.
8. H. Meyr, M. Moenclaey, S. Fechtel Digital Communication Receivers Synchronization, Estimation, Signal Processing.: John Wiley, 1997.
9. Peyton Z. Peebles Digital Communication Systems.: Prentice Hall, 1987.
10. Жодзишский М.И. Цифровые радиоприемные системы. Справочник. – М.: Радио и связь, 1990 – 208 с.
11. Бабенко И.П. Оптимальный некогерентный прием частотно-манипулированных сигналов с минимальным сдвигом, Радиотехника, 1992, №3.
12. Иванов М.А., Яковлев И.А. Тактовая синхронизация приемников дискретных сигналов с комбинированной ФЧМ, Радиотехника, 1988, №9.
13. Сиднев А.Н. Устройства тактовой синхронизации для высокоскоростных приемников, Радиотехника, 1992, №1.

# Анализ алгоритмов тактовой синхронизации, используемых для детектирования ЧМНФ-сигналов

**Стешенко В.Б., Бумагин А. В., Петров А.В., Шишкин Г.В.**

## Введение

В ряде случаев повышение надежности синхронизации достигается за счет введения избыточности в передаваемую последовательность данных (во временной области) путем, например, сверточного кодирования и/или (в частотной области) путем сопровождения основной частотной полосы, выделяемой под данные настроечными гармониками (плотными сигналами), в которых передается информация, используемая для временной и частотной синхронизации. Однако при этом, согласно классической теории информации, наряду с упрощением алгоритма синхронизации, наблюдается значительный проигрыш в энергетике канала.

Эффективность использования полосы схемами с модуляцией без разрыва фазы достигается за счет сглаживания передаваемого сигнала во временной области. Однако в результате данного обстоятельства [1] проявляется тенденция к «уничтожению» межсимвольных переходов, от которых зависит работа схем синхронизации.

Рассматриваются схемы тактовой синхронизации, использующие первоначальную настроечную последовательность. Исследуются схемы, которые обеспечивают поддержание синхронизации в условиях длительных (до 2 с) замораний, передачи до 500 одинаковых символов и критически низкого отношения сигнал/шум (8 дБ).

Известные символные синхронизаторы, реализуемые на практике, можно разделить на две группы [1,3]. К первой группе относятся разомкнутые схемы, выделяющие копию выходного тактового сигнала передатчика непосредственно из поступающего информационного потока. Ко второй группе относятся замкнутые синхронизаторы, подстраивающие локальный генератор тактовых импульсов к поступающему сигналу. Ниже рассмотрим схемы синхронизации перечисленных групп, пригодные для совместной работы с ЧМНФ-сигналами.

## Оптимальный разомкнутый синхронизатор

Рассмотрим оптимальный разомкнутый синхронизатор на основе критерия максимума апостериор-

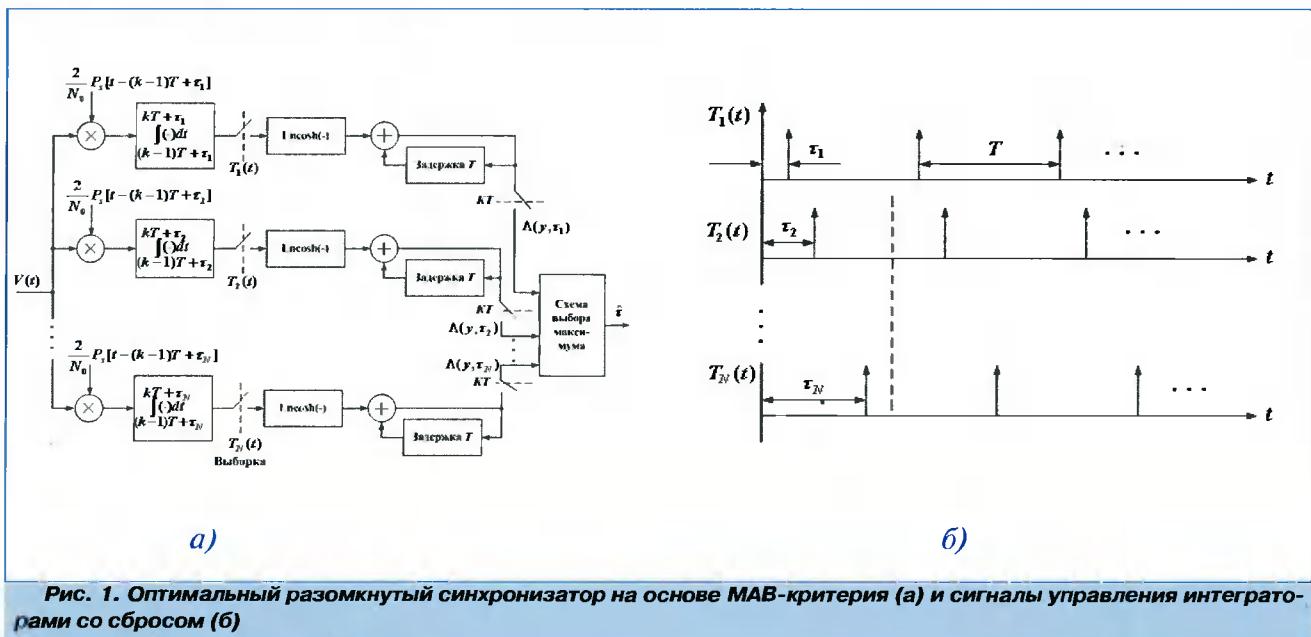


Рис. 1. Оптимальный разомкнутый синхронизатор на основе МАВ-критерия (а) и сигналы управления интеграторами со сбросом (б)

ной вероятности (МАВ). Оценка времени запаздывания  $\hat{\tau}$  в синхронизаторе данного типа основана на максимизации условной плотности распределения вероятностей  $f(\tau | y(t))$  временной задержки  $\tau$ :

$$f(\hat{\tau} | y(t)) = \max_{\tau} f(\tau | y(t)),$$

где  $y(t)$  – входная реализация.

Оценка времени запаздывания  $\hat{\tau}$  по критерию максимума апостериорной вероятности (МАВ) (опуская выкладки) является значением, максимизирующим выражение [3]:

$$f(Y, \tau) = \sum_{k=0}^K \ln \cosh \left( \frac{1}{N_0 T_k} \int y(t) P_s[t - (k-1)T - \tau] dt \right), \quad (1)$$

где  $N_0$  – интенсивность аддитивного белого гауссовского шума, присутствующего в канале;  $P_s[t]$  – копия реализации полезного сигнала в каждом интервале времени наблюдения  $T_k$ . Практическая реализация структурной схемы в соответствии с выражением (1) во временной области заключается в вычислении взаимной корреляции принятого сигнала  $y(t)$  с опорным сигналом  $P_s[t]$  в каждом временном интервале, вычислении логарифма гиперболического косинуса, накоплении полученных результатов по всем  $K$  временным интервалам и поиске оценки  $\hat{\tau}$ , максимизирующего накопленное значение. Для нахождения значения  $\hat{\tau}$  осуществляется квантование интервала времени наблюдения  $[-T/2, T/2]$  на  $N$  дискретов и поиск максимума функционала (1) по каждой позиции. Точность определения оценки запаздывания  $\hat{\tau}$  зависит от числа уровней квантования  $N$ .

Одним из возможных вариантов получения МАВ-оценки является использование оптимального синхронизатора на основе разомкнутого контура, структурная схема которого приведена на рис. 1. Рассматриваемый синхронизатор включает  $N$  параллельных каналов, каждый из которых содержит коррелятор, нелинейный элемент, линию задержки и сумматор. Программная реализация данного алгоритма требует высокопроизводительного вычислительного устройства, так как требуется выполнение  $N$  операций умножения на каждом периоде частоты дискретизации входного сигнала  $y(t)$ . В теоретическом плане рассмотренная оптимальная схема может служить эталоном для сравнения с квазиоптимальными синхронизаторами, реализуемыми более просто. Кроме того, данная схема не способна сохранять синхронизацию в условиях длительных замораживаний в канале и при передаче большого числа одинаковых символов. Как следствие этого, применение оптимальной схемы для тактовой синхронизации разра-

батываемого демодулятора ЧМНФ-сигналов не всегда целесообразно.

### Квазиоптимальный разомкнутый синхронизатор

Рассмотрим квазиоптимальное устройство синхронизации с нелинейным полиномиальным фильтром разомкнутого типа. Методика построения данного устройства заключается в замене в алгоритме (1) для оптимального синхронизатора корреляции на согласованную фильтрацию [3].

Качественным приближением согласованных фильтров для сигналов вида: положительного полупериода синусоиды

$$s(t) = \begin{cases} \sqrt{2E/T} \sin(\pi t/T), & t \in (0, T), \\ 0, & t \notin (0, T), \end{cases}$$

приподнятого косинуса

$$s(t) = \begin{cases} \sqrt{2E/3T}[1 - \cos(2\pi t/T)], & t \in (0, T), \\ 0, & t \notin (0, T), \end{cases}$$

прямоугольного импульса

$$s(t) = \begin{cases} \sqrt{E/T}, & t \in (0, T), \\ 0, & t \notin (0, T), \end{cases}$$

являются однополюсные низкочастотные  $RC$ -фильтры с соответствующими параметрами [3]. Функция  $\ln \cos(x)$  для малых значений входного сигнала путем разложения в ряд Тейлора аппроксимируется полиномами четных степеней, например квадратичным устройством. Суммирование в (1) сводится к усреднению во времени, которое может быть обеспечено путем применения полосового фильтра.

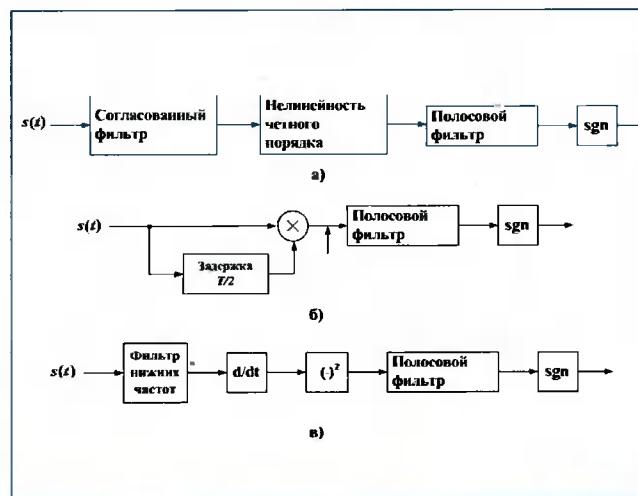


Рис. 2. Квазиоптимальные синхронизаторы разомкнутого типа

Существует несколько вариантов реализации данного алгоритма [1]. Однако принцип их функционирования схож и основан на узкополосной фильтрации предаваемого сигнала на частоте, соответствующей скорости передачи символов и нелинейной обработке с выделением тактовых импульсов. Схемы реализации приведены на рис. 2.

В первом варианте поступающий сигнал фильтруется согласованным фильтром, на выходе которого формируется автокорреляционная функция. Нелинейное устройство выполняет функцию выпрямителя, сигнал на выходе которого содержит спектральную составляющую на частоте следования тактовых импульсов, выделяемую полосовым фильтром, настроенным точно на центральную частоту тактового генератора. Сигнал с выхода фильтра подается на пороговое устройство, формирующее прямоугольные импульсы, фронты которых с точностью до постоянной ошибки совпадают с моментами символьных переходов.

Во втором варианте спектральная компонента на частоте следования тактовых импульсов формируется путем задержки входного сигнала на величину полупериода и последующего перемножения. Сигнал на выходе умножителя всегда будет положительным во втором полупериоде, но будет иметь отрицательную полуволну, если во входном сигнале  $s(t)$  произошла смена состояния. Как и в первом случае, необходимая спектральная компонента выделяется полосовым фильтром.

Последний вариант соответствует контурному детектору. Устройство содержит фильтр низких частот, дифференциатор, квадратичный детектор и полосовой фильтр с пороговым устройством. Фильтр низких частот (ФНЧ) устраниет широкополосный шум, который вносит значительные погрешности при дифференцировании сигнала. Дифференциатор отслеживает пики при переходах символов. Характеристики квазиоптимального синхронизатора можно регулировать за счет изменения полосы пропускания фильтра, настроенного на частоту следования символов.

Ниже приводятся краткие результаты анализа влияния параметров квазиоптимального разомкнутого синхронизатора на его рабочие характеристики [3].

В [1] отмечено, что для полосового фильтра, эффективно усредняющего  $K$  входных символов, при ширине полосы пропускания  $1/(KT)$  величина среднеквадратической ошибки синхронизации будет выражаться как

$$\epsilon = \frac{\sigma_\epsilon}{T} \approx \frac{0,411}{\sqrt{KE_b/N_0}}, \quad \text{при } \frac{E_b}{N_0} > 1, \quad K \geq 18,$$

где  $T$  – период передачи символа;  $E_b$  – энергия обнаруженного сигнала на бит;  $N_0$  – спектральная плотность мощности белого шума. Таким образом, при достаточно высоком отношении сигнал/шум все три рассмотренных варианта построения разомкнутой схемы обеспечат надежную синхронизацию.

Известно [1,2], что качество работы схемы при низких отношениях сигнал/шум мало зависит от полосы пропускания фильтра низких частот. При больших отношениях сигнал/шум качество синхронизации улучшается и становится в значительной степени зависимым от полосы пропускания фильтра. При этом рациональный выбор частоты среза ФНЧ определяется как  $f_c = I/T$ .

На качестве работы системы синхронизации также сказывается форма огибающей символьных импульсов, что является следствием работы корреляционного детектора. В [3], в результате анализа влияния формы огибающей, а следовательно и автокорреляционной функции импульсов на величину среднеквадратической ошибки синхронизации, установлено, что для малых значений  $\epsilon = \frac{\sigma_\epsilon}{T}$  автокорреляционная функция  $R(\epsilon)$  изменяется незначительно. Так как  $R(\epsilon)$  определяет отношение сигнал/шум на выходе коррелятора, то очевидна зависимость характеристик синхронизирующей решающей системы от огибающей сигнала на входе. Для фиксированного значения ошибки синхронизации наилучшие характеристики достигаются при использовании непрямоугольных импульсов.

В результате теоретического анализа разомкнутых квазиоптимальных синхронизаторов в [3] сделаны следующие выводы:

1. Разница в среднеквадратической ошибке синхронизации между квазиоптимальной системой с приподнятым косинусоидальным и полусинусоидальным импульсами и оптимальной системой не превышает 1 дБ.
2. Качество работы квазиоптимальной системы с прямоугольным импульсом может быть улучшено за счет использования в качестве нелинейного элемента жесткого ограничителя.
3. Для одинакового отношения сигнал/шум квазиоптимальная система с непрямоугольным импульсом требует приблизительно в два раза большего времени эффективной памяти, чем оптимальная (при использовании прямоугольных импульсов разница достигает до 10 раз).

Рассмотренные схемы квазиоптимальной синхронизации просты в реализации. По сравнению с замкнуты-

ми системами для установления синхронизации требуется минимальное время. Схемы хорошо работают при низких отношениях сигнал/шум и по своим характеристикам (как было отмечено выше) приближаются к оптимальным.

Основным недостатком разомкнутых квазиоптимальных синхронизаторов является наличие неустойчивой постоянной ошибки сопровождения синхронизации с ненулевым средним значением, обусловленной задержками при фильтрации сигнала [1]. При передаче длинного пакета одинаковых символов или при длительных замираниях устройство не способно поддерживать синхронизацию.

Таким образом, подводя итог рассмотрению алгоритмов разомкнутых схем синхронизации, можно сделать вывод, что использование последних наиболее эффективно совместно с замкнутыми системами, способными поддерживать синхронизацию при длительных замираниях в канале.

### Синфазно-среднефазные синхронизаторы замкнутого типа

Рассмотрим так называемое синфазно-среднефазное устройство со слежением за переходами двоичных символов.

Данный синхронизатор является устройством синхронизации со слежением за переходами двоичных символов замкнутого типа, в котором совмещаются операции детектирования и синхронизации. Детектор двоичных символов определяет, произошел ли переход двоичных символов, и если произошел, то какой именно (10 или 01). Эта информация о переходах далее используется для обеспечения правильности определения знака ошибки слежения. Устройство синхронизации используется при малых значениях отношения сигнал/шум и средних скоростях передачи информации. Также оно устойчиво работает при наличии относительно длинных интервалов времени между переходами двоичных символов и сохраняет синхронизацию при замираниях в канале.

Алгоритм работы синфазно-среднефазного устройства синхронизации является квазиоптимальным и получен из оптимального (по критерию максимума апостериорной вероятности) алгоритма замкнутого синхронизатора, техническая реализация которого значительно затруднена [3]:

$$\frac{d\Delta(Y, \tau)}{d\tau} = \sum_{k=0}^N \frac{2}{N_0} \left\{ \int_{t_k}^{t_k + T} y(t) \frac{P_s[t - (k-1)T - \tau]}{dt} dt \right\} \tanh \left\{ \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_k + T} y(t) \frac{P_s[t - (k-1)T - \tau]}{dt} dt \right\} = 0$$

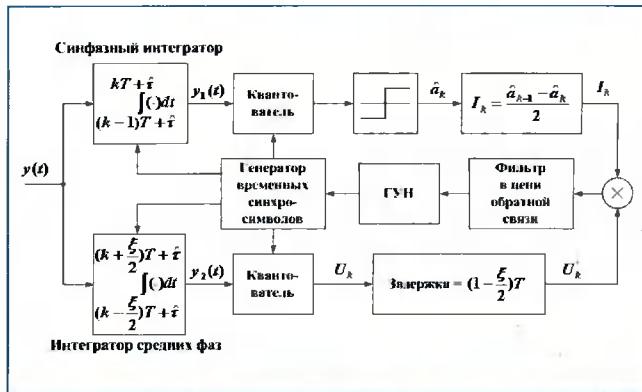


Рис. 3. Структурная схема синфазно-среднефазного устройства тактовой синхронизации

где  $y(t)$  – входной сигнал;  $P_s[t]$  – опорный сигнал из (1);  $\Delta(Y, \tau)$  – логарифмический функционал правдоподобия. Как можно наблюдать, оптимальный алгоритм замкнутого синхронизатора на каждом шаге осуществляет решение уравнения относительно ошибки синхронизации  $\tau$ , минимизируя логарифм отношения правдоподобия путем сведения производной последнего по времени к нулю.

Синфазно-среднефазная схема является двухканальной. Как синфазный канал, так и канал со сдвигом на половину тактового интервала – среднефазный канал используются для выработки величины, пропорциональной ошибке тактовой синхронизации. Можно провести аналогию между произведением синфазной и среднефазной последовательностей и произведением сигналов синфазного и квадратурного каналов в следящей системе восстановления несущей по схеме Костаса. Также можно провести аналогию между нелинейными устройствами тактовой синхронизации разомкнутого типа и устройствами восстановления несущей по методу удвоения частоты при приеме бинарных фазоманипулированных сигналов [5].

На рис. 3 представлена структурная схема устройства синхронизации рассматриваемого типа. В синфазном канале осуществляется определение полярности переходов двоичных символов через нуль. В канале со сдвигом на половину тактового интервала (среднефазном) определяется величина ошибки тактовой синхронизации [3].

Подача сигналов обоих каналов на умножитель обеспечивает правильность знака ошибки синхронизации. Сигнал ошибки среднефазного канала  $U_k'$  умножается на величину  $I_k = \pm I$ , если был обнаружен переход двоичных символов, или на величину  $I_k = 0$ , если переход не был обнаружен.

Решения относительно надлежащего значения подвержены влиянию ошибок тактовой синхрони-

зации. Сигнал с выхода умножителя подвергается фильтрации и далее используется для управления частотой генератора ГУН и работой интеграторов со сбросом. Если отношение сигнал/шум превышает наперед заданный пороговый уровень, то существует возможность повысить помехоустойчивость рассматриваемого устройства за счет уменьшения интервала интегрирования в среднефазном канале до  $T/4$ .

Полоса пропускания следящей системы должна соответствовать вероятностным характеристикам временных флуктуаций и интервалу синхронизации.

Преимуществом устройства тактовой синхронизации рассматриваемого типа является то, что на протяжении больших интервалов времени между переходами, обусловленных длинными последовательностями символов 0 или 1 (при условии, что ошибки в символах отсутствуют), воздействие шума не изменяет состояния следящей системы, то есть контур слежения удерживает последнюю правильную оценку. Это справедливо в предположении, что ошибки в двоичных символах отсутствуют, а следовательно,  $I_k=0$  в течение всего тактового интервала.

Предположим, что входной сигнал  $s(t)$  является случайной последовательностью импульсов  $P_s(t)$

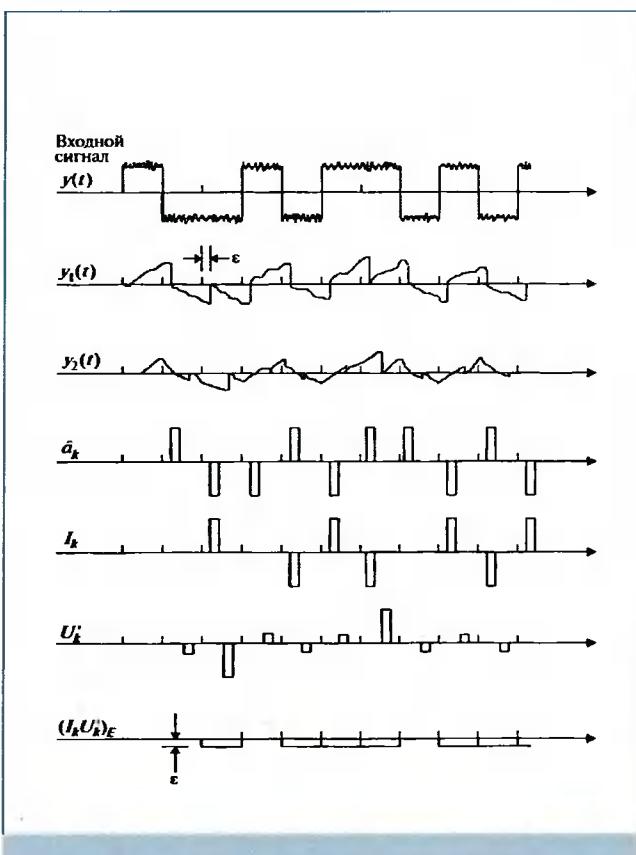


Рис. 4. Эпюры сигналов в характерных точках синфазно-среднефазного синхронизатора

прямоугольной формы с ошибкой тактовой синхронизации  $\tau$ :

$$s(t) = \sum_i \sqrt{P} a_k P_s [t - iT + \tau] + n(t), \quad (2)$$

где  $P$  – мощность сигнала;  $a_k$  – независимые случайные величины (символы),  $a_k \pm I$ ;  $n(t)$  – аддитивный белый гауссовский шум с односторонней спектральной плотностью мощности  $N_0$ . Верхняя ветвь, начиная с синфазного интегратора, интегрирует по одному символу, чтобы обеспечить оценку полярности текущего символа. В конце периода интегрирования (время одного символа) формируется выборка, которая квантуется до одного бита и запоминается как  $\hat{a}_k$  – оценка  $k$ -го символа. Для обнаружения переходов между двоичными символами используются решения, принятые в соседних тактовых интервалах, согласно алгоритму  $I_k = \frac{a_k - a_{k-1}}{2}$ .

Откуда следует, что если изменение полярности символов отсутствует, то  $I_k=0$ . Если  $\hat{a}_{k-1}=1$ ,  $\hat{a}_k=-1$ , то  $I_k=1$ ; при  $\hat{a}_{k-1}=-1$ ,  $\hat{a}_k=1$  –  $I_k=-1$ . Ширина временного окна устанавливается заранее, до начала интегрирования, и равна  $\xi T$ , где  $\xi \leq 1$ . Поскольку выходной сигнал интегратора средних фаз формируется на  $(1-\xi/2)T$  раньше выходного сигнала синфазного интегратора, то требуется задержка, равная  $(1-\xi/2)T$ , для выравнивания значений  $I_k$  и  $U_k$ .

На рис. 4. представлены эпюры сигналов, иллюстрирующие работу синхронизатора для типичной входной двоичной последовательности [3].

Обычно на практике умножение сигнала, поступающего с выхода интегратора среднефазного канала на  $I_k=\pm 1$ , 0, и последующая узкополосная фильтрация реализуются проще, если сначала осуществляется его квантование при не менее чем трех двоичных разрядах на отсчет. Информация о знаке напряжения на выходе среднефазного канала обеспечивает «жесткое» решение по каждому символу, а трехразрядное квантование – мягкое решение, которое может использоваться далее также в декодере Виттерби или в других схемах, обеспечивающих декодирование мягких решений [6]. В данном примере, когда ошибка тактовой синхронизации отсутствует, сигнал на выходе фазового детектора равен нулю. Характеристика фазового детектора считается линейной, вплоть до значения ошибки  $\epsilon$ , равного  $T/2$ .

К положительным сторонам синфазно-среднефазной синхронизации, как показал проведенный анализ на основе предположений и математических зависимостей, представленных в [5], следует отнести:

1. Достигается высокая точность синхронизации.
2. Оценка ошибки синхронизации сопровождается извлечением информации о межсимвольных переходах, что может быть использовано для улучшения рабочих характеристик демодулятора.
3. Устройство способно поддерживать надежную синхронизацию при наличии длительных замерзаний в канале и передаче длинных пакетов одинаковых символов.

Недостатки алгоритма заключаются в относительно высокой (по сравнению с разомкнутыми методами) сложности технической реализации. Кроме того, ошибка синхронизации прямо пропорциональна ширине временного окна  $T^\zeta$  и мощности шума  $N_0$ , которая, в свою очередь, определяет зону захвата следящей системы, что свидетельствует о затрудненности захвата синхронизации по переходам при больших отношениях сигнал/шум. Потенциальная проблема повышения точности синхронизации заключается в неидеальности используемых интеграторов. В условиях малых отношений сигнал/шум при подаче большого количества одинаковых символов будут иметь место ошибки в определении полярности переходов  $I_k$  и, как следствие, уход синхронизации.

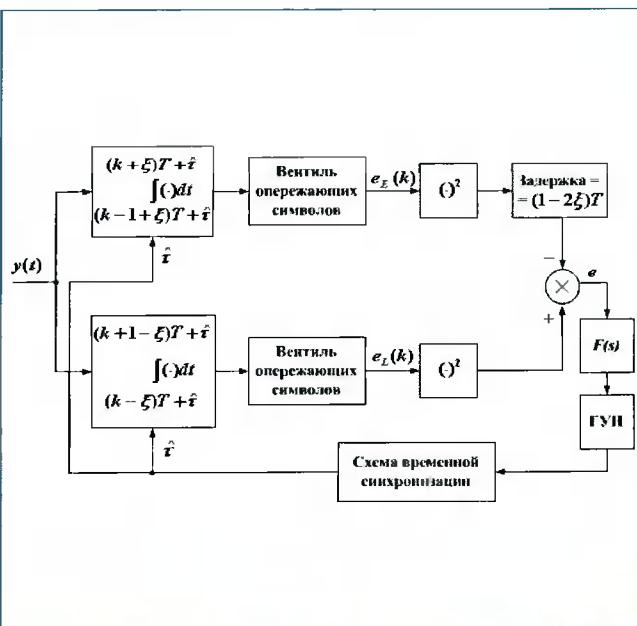


Рис. 5. Структурная схема синхронизатора с опережающим и запаздывающим стробированием

В целом рассмотренный алгоритм хорошо технически отработан и применялся для символьной синхронизации в телеметрическом приемнике ЧМНФ-сигналов. По рабочим характеристикам данная схема превосходит другие квазиоптимальные решения.

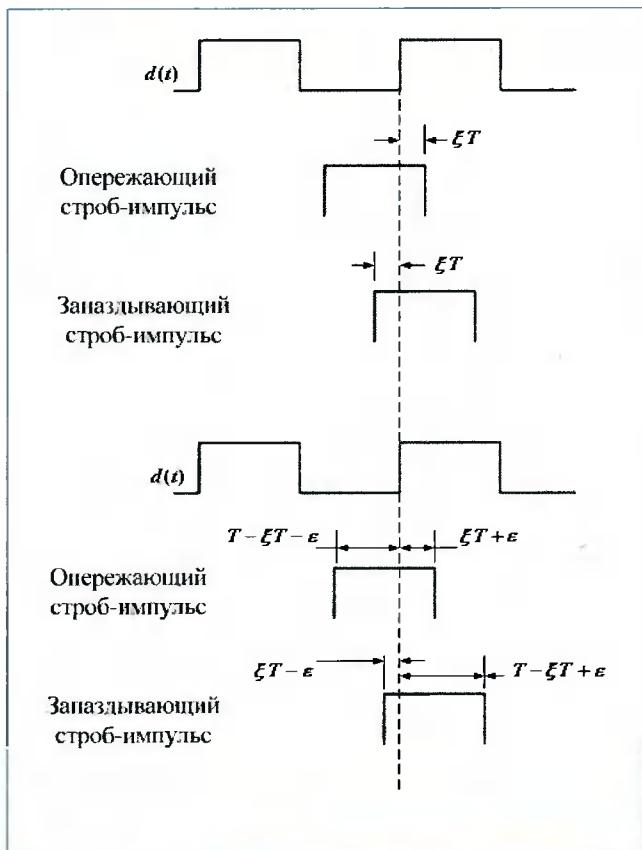


Рис. 6. Форма сигналов в синхронизаторе с опережающим и запаздывающим стробированием а) без ошибки смещения; б) с ошибкой смещения

Решить проблему поддержания синхронизации при передаче длинных пакетов одинаковых символов возможно путем введения в передаваемую информационную последовательность периодической известной синхропосылки.

### Синхронизаторы замкнутого типа с опережающим и запаздывающим стробированием

Устройство тактовой синхронизации с опережающим и запаздывающим стробированием также является вариантом реализации оптимального замкнутого синхронизатора. Синхронизация осуществляется путем фазовой автоподстройки частоты локального генератора к частотной составляющей сигнала, соответствующей скорости передачи символов.

Структурная схема синхронизатора приведена на рис. 5.

Устройство состоит из двух каналов, каждый из которых включает в себя интегратор, вентиль опережающих символов и квадратичное устройство (которое может быть заменено схемой вычисления абсолютного значения). Канал запаздывающего

стробирования содержит линию задержки. Выходные сигналы каналов поступают на сумматор. На выходе сумматора формируется оценка задержки, которая через контурный фильтр с передаточной функцией  $F(s)$  подается на управляемый генератор. Схема временной синхронизации управляет интеграторами обоих каналов.

При наличии ошибки синхронизации  $\epsilon = \tau - \hat{\tau}$  интегралы по опережающему и запаздывающему интервалу не равны, и, следовательно, можно отследить появление ошибок рассогласования по схеме, приведенной на рис. 6.

На рис. 6.  $\xi T$  – время при опережении и запаздывании.

При идеальной синхронизации оба периода стробирования попадают в интервал передачи символа. В этом случае результаты интегрирования в обоих каналах будут идентичными и разность соответствующих сигналов будет равна нулю. Следовательно, если устройство синхронизировано, то оно стабильно, и нет тенденции к самопроизвольному выходу из синхронизации. При запаздывании в синхронизации (рис. 6б) энергия, накопленная в интеграторах каналов, будет различна и пропорциональна величине ошибки  $\xi T + \epsilon - (\xi T - \epsilon) = 2\epsilon$ , что приведет к ненулевому значению на выходе сумматора и коррекции частоты управляющего генератора. При опережении – поменяется знак рассогласования.

Анализ эффективности данной схемы показывает, что в линеаризованном варианте величина дисперсии ошибки синхронизации при  $\xi = 1/4$  определяется зависимостью [3]:

$$\sigma_{\epsilon}^2 \approx \frac{5}{8} \frac{N_0 B_L T^2}{P}, \quad (3)$$

где  $P$  – мощность сигнала;  $B_L$  – эффективная шумовая полоса в цепи обратной связи. Дисперсия относительной ошибки синхронизации определяется из выражения:

$$\frac{\sigma_{\epsilon}}{T^2} = \frac{5}{8} \frac{B_L T}{R}, \quad (4)$$

где  $R = PT/N_0$ .

Сравнивая выражения (3), (4) с результатами оценки среднеквадратичной ошибки синхронизации, полученными для устройства синфазно-среднефазной синхронизации, можно показать, что рабочие характеристики контура с опережающим и запаздывающим стробированием потенциально хуже рабочих характеристик синфазно-среднефазного устройства, рассмотренного выше. Вместе с тем, анализируя

алгоритм работы устройства с опережающим и запаздывающим стробированием, можно сделать вывод, что если передается длинный пакет одинаковых символов (т.е. переходов нет), то рассогласование на выходе сумматора равно нулю и синхронизация поддерживается по последнему принятому переходу. Однако при практической реализации имеет место влияние конечности ошибки интегрирования в обоих каналах и, как следствие, постепенный уход ошибки на выходе сумматора от нулевого значения, т.е. постепенный уход синхронизации.

Рассмотренный алгоритм относительно просто реализуется цифровым путем и обладает потенциально высокой точностью синхронизации. Преимущества схемы также заключены в теоретической возможности удержания синхронизации при длительных замираниях в канале и длинных пакетах одинаковых символов.

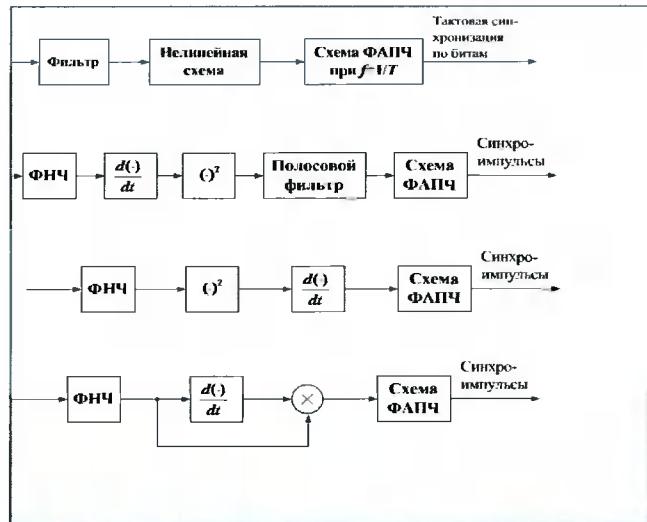


Рис. 7. Структурные схемы субоптимальных систем синхронизации с ФАПЧ

При практической реализации алгоритма имеют место (как у следящей системы) проблемы захвата синхронизации в условиях интенсивных помех. Кроме того, при малых отношениях сигнал/шум наблюдается уход синхронизации. Рабочие характеристики классификатора потенциально хуже, чем у синфазно-среднефазной схемы, однако аппаратная реализация проще.

Основной недостаток рассмотренных ранее разомкнутых синхронизаторов заключается в принципиальной невозможности удерживания синхронизации в отсутствие фазовых переходов между символами, т.е. либо во время длительных замираний в канале, либо в процессе передачи длительного пакета одинаковых символов [1]. В то же время данные схемы хорошо ра-

ботают при малых отношениях сигнал/шум, не требуют захвата синхронизации и просты в реализации.

Замкнутые следящие системы способны поддерживать синхронизацию при исчезновении фазовых переходов между символами на короткое время. Синфазно-среднефазный синхронизатор также выдает решение о полярности перехода (с 0 на 1 или др.), что может в значительной степени улучшить характеристики демодулятора. В то же время при малых отношениях сигнал/шум, как показано выше, значительно повышается дисперсия ошибки синхронизации и уменьшается вероятность захвата слежения [3]. Техническая реализация замкнутых квазиоптимальных систем значительно сложнее разомкнутых.

Альтернативным решением может быть использование комбинированных схем, включающих в себя положительные стороны разомкнутых и замкнутых синхронизаторов. Реализация подобных синхронизаторов значительно проще.

### Комбинированная субоптимальная синхронизация

На рис. 7. представлено четыре варианта комбинированной субоптимальной схемы синхронизации, содержащей подсистему фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ).

Схемы, приведенные на рис. 7, представляют последовательное соединение квазиоптимальной разомкнутой системы с нелинейностью четного порядка (квадратичного устройства) со схемой ФАПЧ. Разомкнутая часть схемы формирует гармонику на основной и кратных частотах передачи символов ( $f = n/T$ ,  $n=1,2,\dots$ ). Схема ФАПЧ используется для слежения за поступающим сигналом и обеспечения синхронизации с потоком данных.

Базовым уравнением, лежащим в основе работы данных схем, является функционал правдоподобия [2]:

$$\frac{d\Lambda(\tau)}{dt} = \sum_n I_n \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t y(t) P_s(t-nT-\tau) dt = \sum_n I_n \frac{d}{dt} [y_n(\tau)] = 0, \quad (5)$$

где  $P_s(\cdot)$  – копия сигнала на приемном конце (опорный сигнал);  $y(t)$  – входной сигнал;  $I_n$  – информационный символ.

Решение уравнения (5) приводит к петлевой схеме. Суммирование производится в петлевом фильтре. Схемы чувствительны к параметрам фильтров и реализуются в цифровом виде.

Основные преимущества рассмотренной схемы синхронизации заключаются в устойчивости захвата синхронизации по отношению к приведенной мощности шума на входе приемника. Наличие локального управляемого генератора в контуре

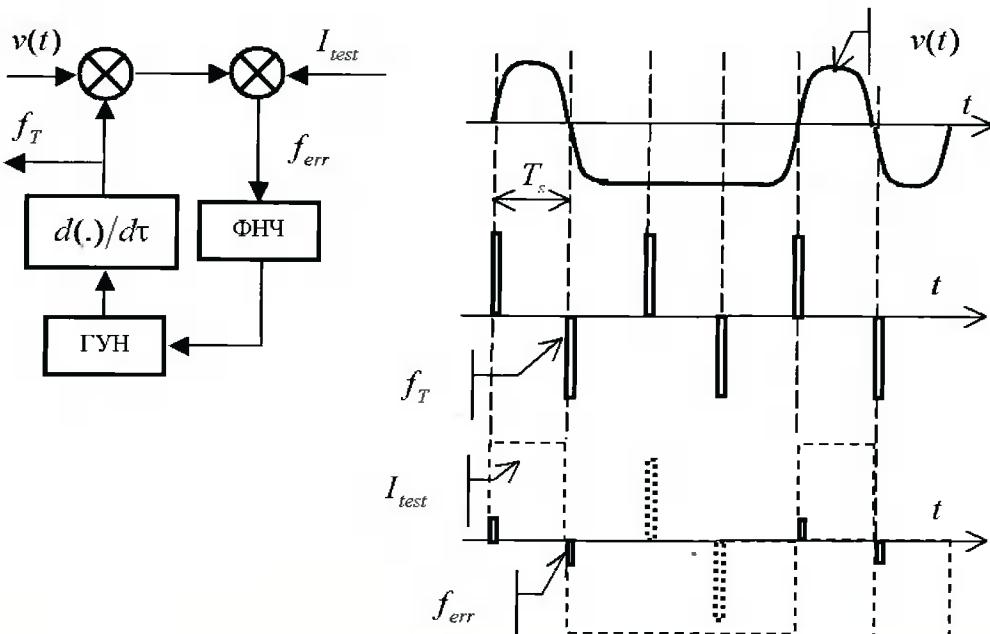


Рис. 8. Функциональная схема и временные диаграммы, поясняющие функционирование таймируемой схемы ФАП

ФАПЧ позволяет осуществлять синхронизацию при замираниях в канале и передаче длинных пакетов одинаковых символов. Отсутствует дрейф синхронизации, присущий замкнутым схемам, рассмотренным выше, так как в схему ФАПЧ включен один интегратор.

Недостатки схемы заключаются в неустранимой ошибке синхронизации, присущей разомкнутым квазиоптимальным системам и обусловленной задержками при фильтрации сигнала на входе. В общем случае схемы демонстрируют средние рабочие характеристики при невысокой сложности реализации и могут быть использованы в качестве схем тактовой синхронизации в приемниках ЧМНФ-сигналов.

Еще одним из вариантов реализации комбинированных субоптимальных схем синхронизации является использование таймируемой схемы ФАП. Функциональная схема и временные диаграммы, поясняющие функционирование таймируемой схемы ФАП, приведены на рис. 8.

Отсутствие тактовой частоты в спектре информационной последовательности может быть компенсировано локальным воспроизведением на приемном конце короткого информационного отрезка (тестовой последовательности). Передача коротких тестовых последовательностей широко практикуется в цифровых системах связи с пакетной передачей данных для тестирования условий прохождения высокочастотного сигнала по эфиру с целью определения необходимого уровня мощности передатчика, для настройки эквалайзера приемника с целью выравнивания частотной характеристики радиоканала, для настройки шифраторов и т.п. Любая из этих тестовых последовательностей может быть использована для тактовой синхронизации приемника. Поскольку синхронизация по тестовой последовательности является принципиально ограниченной во времени, то ее основой является таймируемая схема ФАПЧ (рис. 8).

Входным сигналом  $v(t)$  для схемы тактовой синхронизации является принимаемый информационный сигнал, в котором, в отличие от сигнала тактовой частоты, возможна передача подряд нескольких одинаковых символов. Поэтому интегрированный результат перемножения тактовой частоты управляемого генератора и информационного сигнала может содержать большую накопленную ошибку, отражающую не расхождение фаз принятого и опорного сигналов, а просто результат сложения тактовых импульсов, умноженных на постоянную амплитуду нескольких подряд передаваемых импульсов в информационном сигнале. Для

удаления влияния последовательности одинаковых импульсов на работу петли ФАПЧ производится наложение выходного сигнала петлевого перемножителя на заранее известную принимаемую последовательность  $I_{test}$ . В результате все тактовые импульсы, которые попадают в область постоянного значения информационной последовательности (показаны пунктиром), удаляются и на вход управляемого генератора приходит сигнал ошибки  $f_{err}$ , содержащий только те тактовые импульсы, которые проходят в момент прохождения фронта импульсов информационного сигнала и, следовательно, несут информацию о возможном фазовом рассогласовании времени прихода тактового и информационного импульсов.

Реализация алгоритма может иметь несколько вариантов. Например, возможно применение простого стробирования системы ФАП, разрешая работу последней на время приема тестовой последовательности. Идентификация тестовой последовательности с выработкой строба может осуществляться путем применения, например, знакового коррелятора, использующего в качестве опорного сигнала локально генерируемую тестовую последовательность.

Основной недостаток данного алгоритма заключается в том, что за время передачи тестовой синхропоследовательности, в условиях малых отношений сигнал/шум на входе, система ФАПЧ может не успеть захватить синхронизацию.

## Заключение

В результате анализа алгоритмов, пригодных для тактовой синхронизации ЧМНФ-сигналов, можно сделать следующие выводы:

1. Для поддержки тактовой синхронизации ЧМНФ-приемников в условиях замираний и при передаче длинных пакетов одинаковых символов реализуемая схема должна предусматривать локальный тактовый генератор.

2. В качестве алгоритмов символьной синхронизации, благодаря высоким рабочим характеристикам и свойству отслеживания знака межсимвольных переходов, целесообразно использовать «синфазно-среднефазную» замкнутую схему.

3. Альтернативой данной схеме может служить субоптимальная комбинированная система с нелинейностью и ФАПЧ, обладающая более простой реализацией. Синхронизация может осуществляться как по межсимвольным переходам, так и дополнительно по тестовой последовательности путем использования таймируемой ФАПЧ.

## Литература

1. Склляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение.: Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2003. – 1104 с.
2. Прокис Дж. Цифровая связь.: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
3. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А. Е., Мухин Н.П., Нахмансон Г.С. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов несущей псевдослучайной последовательностью. – М.: Радио и связь, 2003. – 640 с.
4. Маковеева М.М., Шинаков Ю.С. Системы связи с подвижными объектами. – М.: Радио и связь, 2002. – 440 с.
5. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь.: Пер. с англ. – М.: Связь, 1979. – 592 с.
6. Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. : Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
7. Fuqin Xiong Digital Modulation Techniques. : Artech House, Norwood, 2000.
8. H. Meyr, M. Moenecclaey, S. Fechtel Digital Communication Receivers Synchronization, Estimation, Signal Processing.: John Wiley, 1997.
9. Peyton Z. Peebles Digital Communication Systems.: Prentice Hall, 1987.
10. Жодзишский М.И. Цифровые радиоприемные системы. Справочник. М.: Радио и связь, 1990. – 208 с.
11. Бабенко И.П. Оптимальный некогерентный прием частотно-манипулированных сигналов с минимальным сдвигом, Радиотехника, 1992, №3.
12. Иванов М.А., Яковлев И.А. Тактовая синхронизация приемников дискретных сигналов с комбинированной ФЧМ, Радиотехника, 1988, №9.
13. Сиднев А.Н. Устройства тактовой синхронизации для высокоскоростных приемников, Радиотехника, 1992, №1.

**8-я Международная Конференция и Выставка  
ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ  
Март 2006 г., Москва, Россия  
The 8th International Conference and Exhibition  
DIGITAL SIGNAL PROCESSING AND ITS APPLICATIONS**

**ОРГАНИЗАТОРЫ**

- Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
- IEEE Signal Processing Society
- Российская секция IEEE
- Отделение информатики, вычислительной техники и автоматизации РАН
- Институт радиотехники и электроники РАН
- Институт проблем управления РАН
- Институт проблем передачи информации РАН
- ФГУП НИИ Радио
- АО "AUTEX Ltd."

**ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ**

- Теория сигналов и систем
- Теория и методы ЦОС
- Цифровая обработка и передача многомерных сигналов
- Цифровая обработка речевых и звуковых сигналов
- Цифровая обработка изображений
- ЦОС в системах телекоммуникаций
- ЦОС в радиотехнических системах
- ЦОС в системах управления
- Цифровая обработка измерительной информации
- Нейрокомпьютерная обработка сигналов и изображений
- Цифровое телерадиовещание
- ЦОС в системах защиты информации
- Проектирование и техническая реализация систем ЦОС
- Проблемы подготовки специалистов в области ЦОС

Заявки и тексты (тезисы) докладов должны быть представлены в одном экземпляре (на русском и английском языках) с указанием сведений об авторах (Ф.И.О., должность, место работы, почтовый адрес для переписки, телефон, факс, e-mail) на диске (3.5 дюйма, Word 7.0), распечатке на принтере или переданы по электронной почте.

ДОКЛАДЫ, включенные в Программу конференции, будут опубликованы в Трудах конференции на русском и английском языках до начала ее работы.

Объемы представляемых докладов: на русском языке – до 3 стр., на английском языке – до 1 стр. (шрифт 12).

**СРОКИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДОКЛАДОВ**

15 октября 2005	15 декабря 2005	15 февраля 2005
Тексты докладов	Извещение авторов о приеме докладов в программу	Рассылка приглашений

**ДОКЛАДЫ ДОЛЖНЫ НАПРАВЛЯТЬСЯ В ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ ПО АДРЕСУ:**

Российское НТОРЭС им. А.С. Попова, 103031 Москва, К-31, Рождественка, 6/9/20, стр. 1

Тел. (095) 921-1639 (Мусянков Михаил Иванович), 921-0610, 921-7108

Факс: (095) 921-1639 E-mail: [nto.popov@mtu-net.ru](mailto:nto.popov@mtu-net.ru)

Более подробную информацию о конференции и выставке можно найти на нашем сайте: [www.dsra.ru](http://www.dsra.ru)

# Оптимизация обработки данных в реальном времени для систем VoIP

**Генрик Гардишян**

## Введение

Одним из основных компонентов технологии VoIP являются системы обработки звуковых данных на базе специальных цифровых сигнальных процессоров (DSP). Среди наиболее распространенных задач обработки звуковых данных можно отметить компрессию голосового сигнала, генерацию и распознавание тоновых сигналов, подавление различных нежелательных составляющих, например эхо-сигналов [1]. Для подобных систем одним из важнейших параметров является пропускная способность, которую можно определить как максимальное количество поддерживаемых каналов данных при соблюдении режима реального времени. Здесь под каналом данных подразумевается поток голосовых данных между двумя абонентами и связанный с ним некоторый набор задач по обработке данного потока. Особую роль в задаче увеличения пропускной способности играет вопрос оптимального управления и использования системных ресурсов [2]. В общем случае известные подходы к управлению задач можно разделить на следующие две группы:

1. Управление с жестким сохранением режима реального времени, где для каждой задачи заранее резервируются ресурсы с учетом максимальной нагрузки конкретной задачи.

2. Управление с мягким сохранением режима реального времени, то есть в системе допускается кратковременное нарушение режима реального времени.

Однако первый подход, как правило, характеризуется неполным использованием системных ресурсов, что приводит к уменьшению пропускной способности системы, а при втором подходе возможно ощутимое снижение качества обработки и дестабилизация системы в моментах пиковой нагрузки.

Предлагается усовершенствованный подход для обеспечения режима реального времени в системах обработки звуковых данных, передаваемых через IP-сети. Подход основан на динамическом регулировании времени выполнения некоторых распространенных задач обработки звуковых данных за счет допустимого снижения качества обработки в моменты пиковой нагрузки. Исследованы зависимости качества обработки от времени выполнения для распространенных алгоритмов CELP-кодеров и эхо-подавления, реализуемых на базе адаптивных фильтров и рассматриваемого подхода. Приведена обобщенная схема представления и управления подобными задачами, а также алгоритм поиска оптимальных модификаций. Представлены результаты разработки на цифровых сигнальных процессорах TMS320 фирмы Texas Instruments (США).

Кратко представим подход, который в большинстве случаев позволяет избежать выше указанных проблем, следующим образом. Существует некоторый тип задач, для которых возможна модификация алгоритмов с целью динамического сокращения потребляемых ресурсов за счет снижения качества обработки. Далее, в моментах пиковой нагрузки и возможного нарушения режима реального времени для указанных задач алгоритмы динамически заменяются менее ресурсоемкими вариантами. В итоге улучшается средний показатель качества за счет сохранения режима реального времени. В данной работе представлены некоторые группы подобных задач и усовершенствованный подход к модификации соответствующих алгоритмов.

## Модель

Представим систему обработки голосовых сигналов для VoIP-задач в виде  $N$  каналов данных, входным  $I_k$  и выходным  $O_k$ -интерфейсами и множеством задач  $\Omega_k = \{\omega_{k1}, \omega_{k2}, \dots, \omega_{kI_k}\}$  для каждого канала (рис. 1).

Обработка каналов происходит по некоторому системному периоду  $P$ , то есть каждые  $P$  секунд с входных интерфейсов принимаются пакеты данных, последовательно обрабатываются активными задачами данного канала и поступают на выходной интерфейс. В общем случае для каждого периода задачи описываются

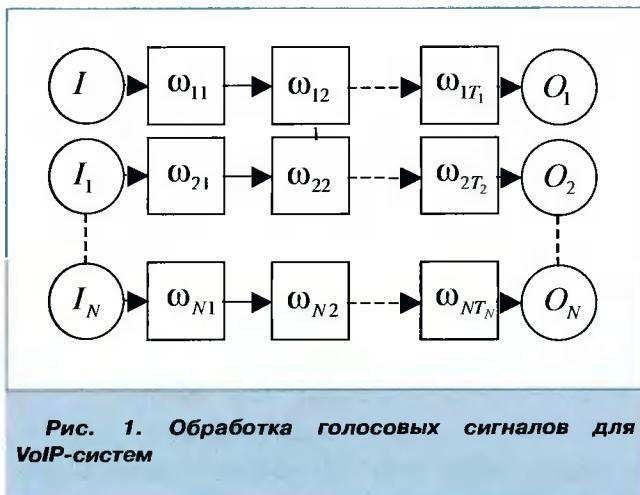


Рис. 1. Обработка голосовых сигналов для VoIP-систем

ются следующим набором параметров:  $\omega_{ki} = \{C_{ki}, Q_{ki}\}$ , где  $C_{ki}$  – время выполнения задачи в течение текущего периода;  $Q_{ki}$  – показатель качества обработки данной задачи. Здесь учитываем, что качество обработки для различных задач измеряется по разным критериям, например, для кодеров принято оценивать качество по индексу PESQ MOS, а для алгоритма эхо-подавления – по уровню остаточного эхо-сигнала в децибелах. Для оценки качества обработки задач по единому критерию величина  $Q_{ki}$  показывает отношение текущего значения величины, характеризующей качество обработки данной задачи, к возможному максимальному значению данной величины для данного канала и задачи. Кроме того, введем такие понятия, как  $C_{maxki}$  – максимальное значение  $C_{ki}$  для данной задачи и  $C_{avgki}$  – соответственно среднее значение  $C_{ki}$  всего сеанса активности. Подобный пример распределения задач во времени представлен на рис. 2.

Здесь имеем: системный период  $P=10$  мс; количество каналов  $N=2$ ; две активные задачи для первого канала со средним временем выполнения:  $C_{avg00}=3.2$  мс,  $C_{avg01}=2.1$  мс и одну активную задачу для второго канала

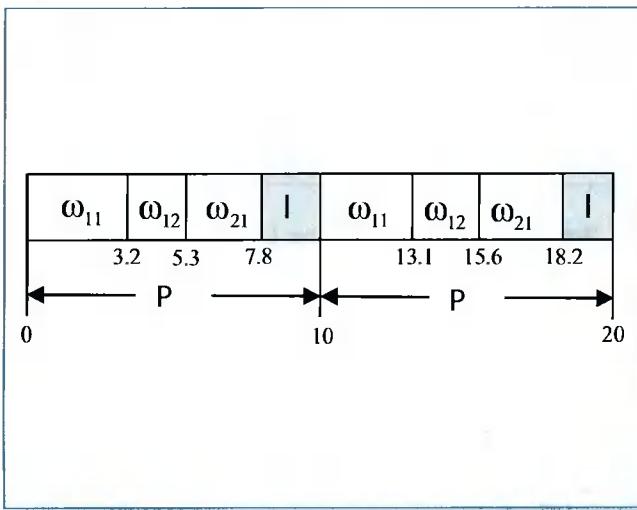


Рис. 2. Пример распределения задач во времени

ла со средним временем выполнения  $C_{avg00}=2.5$  мс. Временной интервал  $I$  показывает свободные ресурсы данного периода.

Потребление системных ресурсов определяется следующими выражениями:

$$U = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{T_k} C_{ki} , \quad (1)$$

$$U_{\max} = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{T_k} C_{\max ki} , \quad (2)$$

$$U_{\text{avg}} = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{T_k} C_{\text{avg} ki} , \quad (3)$$

где  $U$  – текущая загруженность системы, а  $U_{\max}$  и  $U_{\text{avg}}$  соответственно максимально возможная и средняя загрузка для данного набора каналов и задач. Для гарантированной работы системы в режиме реального времени необходимо выполнение следующего условия:

$$U_{\max} < P. \quad (4)$$

Однако выполнение условия (4) часто необоснованно ограничивает пропускную способность системы, и эффективней резервирование ресурсов по среднему показателю:

$$U_{\text{avg}} < P. \quad (5)$$

Проблема состоит в некоторой вероятности нарушения режима реального времени в отдельных периодах. Представим группу задач, динамической модификацией алгоритмов которых можно практически устраниć вероятность подобных нарушений. Среди алгоритмов обработки звуковых данных выделим компрессию голосового сигнала по методу CELP [3] и различные задачи на базе адаптивных фильтров, например алгоритмы подавления нежелательного эхо-сигнала или распознавания тоновых сигналов. Кратко опишем основные характеристики CELP-кодеров и адаптивных фильтров на соответствующих примерах стандарта ITU-T G.729 [3] и алгоритма эхо-подавления [4]. Общая схема работы ITU-T G.729-кодера представлена на рис. 3.

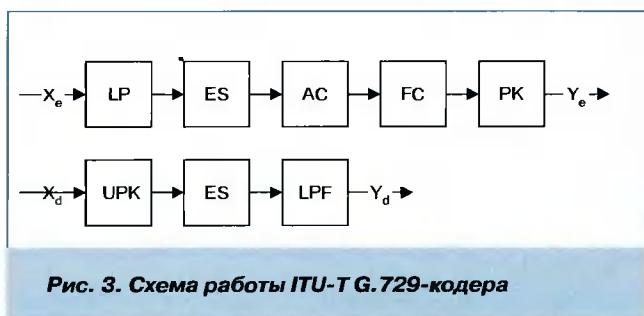


Рис. 3. Схема работы ITU-T G.729-кодера

Здесь  $X_e$  и  $X_d$  – входные потоки для кодера и декодера соответственно. Для кодера LP – блок линейного предсказывания, где определяются основные форманты данного голосового фрагмента и формируется соответствующий фильтр. В блоке ES вычисляется сигнал возбуждения. Далее сигнал возбуждения моделируется в виде так называемых адаптивной (блок AC) и фиксированной (блок FC) кодовых таблиц. Выходной пакет данных пакуется в блоке РК и представляется в виде сигнала  $Y_e$ . Ресурсы, затрачиваемые на поиск кодовых таблиц, в целом для разных алгоритмов составляют от 60% до 80% от всех необходимых ресурсов для CELP кодеров. Алгоритм декодера заключается в распаковке входных данных, реконструкции сигнала возбуждения и фильтра линейного предсказывания и получении выходного сигнала  $Y_d$  путем соответствующей фильтрации сигнала возбуждения. Для оценки качества работы кодера принимают  $Y_e = X_d$  и вычисляют PESQ\_MOS для сигналов  $X_e$  и  $Y_d$ .

Типичный адаптивный фильтр для задачи эхоподавления представлен на рис. 4.

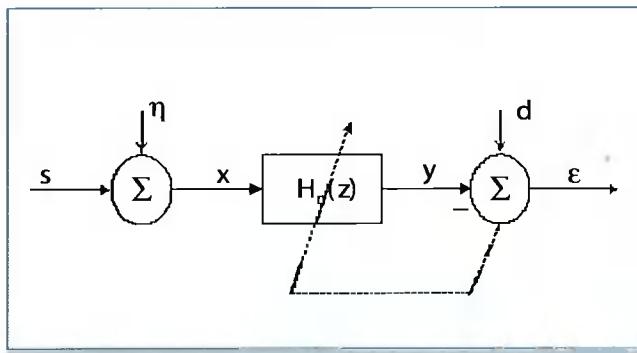


Рис. 4. Типичный адаптивный фильтр эхоподавления

Здесь  $s$  – сигнал с дальнего конца;  $\eta$  – помехи данного канала;  $x$  – результирующий сигнал, поступающий на вход фильтра;  $d$  – эталонный сигнал (в этом случае входной сигнал с голосового порта);  $y$  – выходной сигнал и  $\varepsilon$  – ошибка адаптации. Адаптация КИХ-фильтров по наиболее распространенному алгоритму LMS [4] происходит согласно следующему выражению:

$$a_k(i+1) = a_k(i) + \mu \cdot grad_i, k = \{0..T\} ,$$

где  $a_k$  – коэффициенты фильтра;  $\mu$  – постоянная адаптации;  $grad$  – градиент погрешности;  $T$  – порядок фильтра. В общем случае, если адаптация происходит не для каждого отсчета входного сигнала, получим следующее выражение:

$$a_k(i+1) = \begin{cases} a_k(i) + \mu \cdot grad_i, & i \bmod n = 0 \\ a_k(i), & i \bmod n \neq 0 \end{cases} ,$$

где  $n$  – период адаптации. В качестве основных параметров, определяющих потребление ресурсов адаптивного фильтра, можно принять порядок фильтра и скорость адаптации.

Учитывая особенности указанных задач, рассмотрим следующие модификации алгоритмов: Для CELP-кодеров возможно использование предыдущих значений адаптивной и фиксированной кодовых таблиц для текущего фрагмента, а для алгоритма эхо-подавления возможно уменьшение порядка фильтра и увеличение периода адаптации. Итак, имеем  $N=2$  алгоритмов, для каждого из которых возможны  $M=2$  модификации. В общем случае это можно представить следующим образом:

$$Q_{nm} = FQ_{nm}(L_{nm}),$$

$$C_{nm} = FC_{nm},$$

где  $FQ_{nm}$  и  $FC_{nm}$  – соответствующие функциональные зависимости качества обработки и времени выполнения модификации  $m$  для алгоритма  $n$  при некотором множестве  $L_{nm}$  управляющих параметров. Обозначим модификации следующим образом:  $M_{00}$  – использование предыдущего значения адаптивной кодовой таблицы для CELP-кодеров;  $M_{01}$  – использование предыдущего значения адаптивной кодовой таблицы для CELP-кодеров;  $M_{10}$  – уменьшение порядка фильтра в алгоритме эхоподавления;  $M_{11}$  – увеличение периода адаптации в алгоритме эхоподавления.

Разделим множество  $L_{nm}$  на параметры, определяющие входной сигнал  $LS_{nm}$  и параметры, связанные с конкретной модификацией конкретного алгоритма  $LC_{nm}$ . Среди параметров входного сигнала  $LS_{nm}$  наиболее значимым при малой ресурсоемкости вычисления является мощность сигнала  $E$ . Определим множество  $LC_{nm}$  следующим образом:

Таблица 1

Модификация	Множество $LC_{nm}$
$M_{00}$	0, 1
$M_{01}$	0, 1
$M_{10}$	$T_{max} - kH_T$ , $k = \{0, K_{10}\}$
$M_{11}$	$N_{min} + kH_N$ , $k = \{0, K_{11}\}$

Значения 0 и 1 параметров  $LC_{00}$  и  $LC_{01}$  означают соответственно отключение и активизацию модификаций  $M_{00}$  и  $M_{01}$ ;  $T_{max}$  – максимальное значение порядка адаптивного фильтра;  $H_T$  – соответствующий шаг уменьшения порядка;  $K_{10}$  – количество шагов для модификации  $M_{10}$ ;  $N_{min}$  – минимальный период адаптации;  $H_N$  – соответствующий шаг увеличения порядка и  $K_{11}$  – количество шагов для модификации  $M_{11}$ . Кроме того, вместо величины  $C_{nm}$  удобней рассматривать соответствующее сокращение времени выполнения при применении данной мо-

дификации, которую обозначим  $C_{nm}^{-1}$ . В итоге для  $K$  значений управляющих параметров  $LC_{nm}$  для  $M$  модификаций  $N$  алгоритмов получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} Q_{nmk} &= FQ_{nm}(E, LC_{nm}(k)), k = \overline{0, K_{nm}}, \\ C_{nmk}^{-1} &= FC_{nm}(LC_{nm}(k)), k = \overline{0, K_{nm}}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $K_{nm}$  – число значений управляющих параметров  $LC_{nm}$ .

Экспериментальным путем были получены следующие интерполяционные многочлены для функций (7):

$$\begin{aligned} Q_{nmk} &= \sum_{i=0}^{R_{nmk}} a_{nmki} E^i, \\ C_{nmk}^{-1} &= \{C_{nm1}^{-1}, C_{nm2}^{-1}, \dots, C_{nmK_{nm}}^{-1}\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $a_{nmk}$ ,  $b_{nmk}$  и  $R_{nmk}$  – соответствующие коэффициенты и степень многочленов, аппроксимирующих функции зависимости качества для значения управляющего параметра  $LC_{nm(k)}$ . При этом функцию  $C_{nm}^{-1}$  можно определить в виде соответствующего множества  $K_{nm}$  значений.

## Алгоритм

Опишем пошаговое выполнение алгоритма поиска оптимальных модификаций.

1. В начале каждого периода формируется список активных задач для каждого канала, после чего проверяется возможное нарушение режима реального времени, согласно выражению (1). Обозначим перезагрузку системы  $U_{ovl}$ :

$$U_{ovl} = U - P.$$

2. При вероятном нарушении происходит поиск списка каналов и задач, модификация алгоритмов которых позволит сохранить режим реального времени при минимальном ухудшении качества обработки. Для этой цели вычисляются выражения (8) для конкретных значений уровня входного сигнала и пары «качество, время выполнения» сортируются по ухудшению качества. Из полученного списка последовательно получаем модификации задач, для которых выполняется следующее условие:

$$\sum_n \sum_m C_{nm}^{-1} > U_{ovl}, \quad (9)$$

где  $n$  и  $m$  – индексы в списке «качество, время выполнения».

3. Далее полученное подмножество задач сортируем по увеличению величины  $C_{nm}^{-1}$  и последовательно отображаем задачи, если при этом сохраняется условие (9).



Рис. 5. Алгоритм поиска оптимальных модификаций

4. Окончательный список задач модифицируется и передается диспетчеру задач для выполнения. Диаграмма пошагового выполнения алгоритма представлена на рис. 5.

## Результаты

Подход был апробирован для алгоритмов компрессии голоса по стандарту ITU-T G.729 и алгоритма эхоподавления по схеме адаптации LMS. Указанные алгоритмы были реализованы на базе цифровых сигнальных процессоров TMS36711 и TMS35502 фирмы Texas Instruments. Для получения аппроксимирующих функций использован пакет Matlab 7.0. На рис. 6 приведены зависимости качества обработки (8) от мощности сигнала для следующих модификаций:

- $M_{00}$  – для стандарта ITU-T G.729 сохранение адаптивной кодовой таблицы включено.
- $M_{01}$  – для стандарта ITU-T G.729 сохранение фиксированной кодовой таблицы включено.
- $M_{10}$  – порядок адаптивного фильтра для алгоритма эхоподавления сокращен на 30%.
- $M_{11}$  – период адаптации фильтра для алгоритма эхоподавления увеличен на 50%.

В ходе работы системы был исследован коэффициент отношения используемых и резервируемых ресурсов при условии жесткого сохранения режима реально-

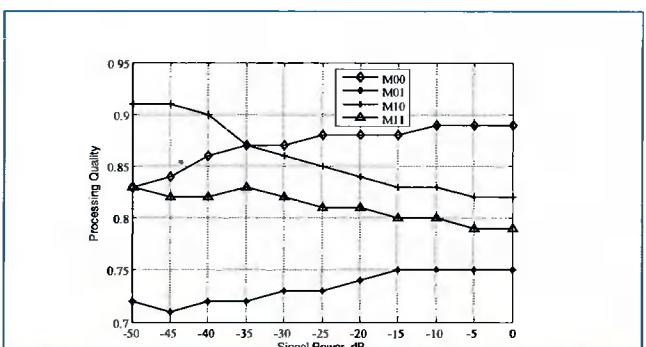


Рис. 6. Зависимость качества обработки от мощности сигнала

го времени. Полученные результаты для системы с резервированием ресурсов по максимуму (A1) и системы с использованием предложенного подхода (A2) представлены на рис. 7.

## Заключение

Использование предложенного подхода позволяет улучшить отношения используемых и резервируемых ресурсов при условии жесткого сохранения режима реального времени, при одновременном обеспечении качества обработки передаваемых данных. Для систем обработки звуковых данных с поддержкой 16 и более каналов удается повысить пропускную способность в среднем на 20%.

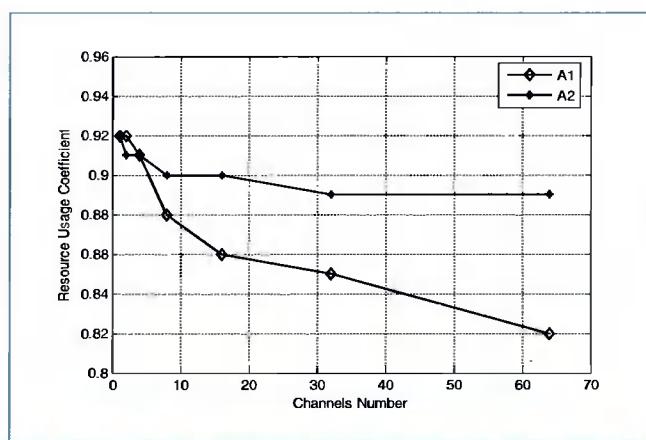


Рис. 7. Коэффициент отношения используемых и резервируемых ресурсов в зависимости от количества каналов

## Литература

1. Kester W., Mixed-signal and DSP Design Techniques - Newnes, 2002–368 p.
2. Nasser Kentarnavaz, Mansour Keramat, Digital Processing System Design: Using the Tms320c6000, Prentice Hall, 2000–273 p.
3. ITU-T Recommendation G.729, Coding of speech at 8 kbit/s using Conjugate-Structure Algebraic-Code-Excited Linear-Prediction (CS ACELP) – 1996
4. Digital Voice Echo Canceller Implementation on the TMS320C5x, Telecommunications Applications with the TMS320C5x DSPs, Texas Instruments, 1994, p. 189–202, Literature number: SPRA033.
5. ITU-T Recommendation P.862, Perceptual evaluation of speech quality (PESQ), an objective method for end-to-end speech quality assessment of narrowband telephone networks and speech codecs, 02/2001.

### Уважаемые читатели!

Со II полугодия 2005 г. вы можете подписываться на наш журнал в любом отделении связи. Подписной индекс издания по каталогу ОАО «Роспечать» – 82185.

Кроме того, сохраняется возможность оформить подписку непосредственно в редакции. Для этого необходимо заполнить подписной лист и отправить его по факсу (095) 290-9085 или по электронной почте [info@dspb.ru](mailto:info@dspb.ru)

#### Подписной лист

Наименование организации \_\_\_\_\_

ИНН \_\_\_\_\_

Почтовый адрес \_\_\_\_\_

Контактное лицо \_\_\_\_\_

Телефон, факс, электронная почта \_\_\_\_\_

#### Банковские реквизиты

Наименование банка \_\_\_\_\_

Р/с \_\_\_\_\_ Город \_\_\_\_\_

К/с \_\_\_\_\_ БИК \_\_\_\_\_

Справки по телефонам: (095) 290-9088, 290-9085

или по электронной почте: [info@dspa.ru](mailto:info@dspa.ru)

УДК 621.396.96

## Адаптивное обнаружение маневрирующих целей

**В.И. Кошелев, В.А. Белокуров**

Проблема обнаружения маневрирующих целей возникла с появлением у современных летательных аппаратов (ЛА) свойств сверхманевренности. Это приводит к тому, что при выполнении ЛА различных маневров (перестроение из предбоевого порядка в боевой за минимальный интервал времени, вертикальный маневр с набором высоты и другие) отраженный сигнал приобретает дополнительную модуляцию по линейному закону, что приводит к снижению отношения сигнал/шум в канале обнаружения при обработке в многоканальной системе доплеровской фильтрации импульсно-доплеровской (ИД) РЛС и, как следствие, к снижению дальности обнаружения [1]. Рассмотрим влияние эффекта совместного маневрирования цели и носителя на потери в пороговом отношении сигнал/шум. Результаты исследований представлены на рис. 1 для следующих параметров:  $N=256$ ,  $F=10^{-3}$ , где  $N$  – число импульсов в пачке,  $F$  – вероятность ложной тревоги:

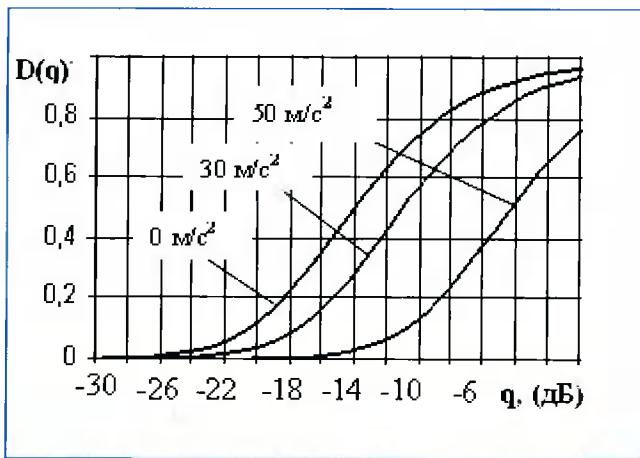


Рис. 1. Влияние радиального ускорения цели на характеристики обнаружения

Из рис. 1 видно, что при радиальном ускорении цели  $a=50 \text{ м}/\text{с}^2$  потери в пороговом отношении сигнал/шум составят 10 дБ при  $D=0,5$ . Это является следствием того, что спектр отраженного сигнала при наличии радиального ускорения «размывается» по скоростным каналам, причем чем больше ускорение

Рассмотрен синтез алгоритма обнаружения сигнала, отраженного от маневрирующей цели. Проведен сравнительный анализ эффективности предлагаемого алгоритма с оптимальным по числу требуемых вычислительных операций на реализацию, а также по пороговому отношению сигнал/шум.

цели, тем в большем числе каналов по скорости присутствует сигнал.

Зондирующий сигнал представляет собой когерентную пачку радиоимпульсов. В качестве модели сигнала цели на входе устройства обработки примем модель нормального распределения с параметрической априорной неопределенностью доплеровской фазы сигнала  $\varphi_c$  и его первой производной  $\varphi'_c$  (высшие производные  $\varphi''_c$  считаем равными нулю). Входной процесс является аддитивной смесью флюктуирующих по амплитуде отражений от маневрирующей цели и внутреннего шума приемника (некоррелированной составляющей). При этом совместная функция правдоподобия при гипотезе  $H1$  (сигнал есть) имеет вид:

$$P(U|H1) = (2\pi)^{-N} [\det(R^{cw})]^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{j,k}^N W_{jk}^{cw} V_j V_k^*\right), \quad (1)$$

где  $W^{cw}$  – матрица, обратная корреляционной матрице  $R^{cw}$  с элементами:

$$R_{j,k} = q \rho_{j,k}^c \exp(i((j-k)\varphi_c + (j^2 - k^2)\varphi'_c/2)) + \delta_{j,k}, \quad (2)$$

где  $q$  – отношение сигнала к аддитивной составляющей шума по мощности,  $\rho^c$  – коэффициент межпериодной корреляции сигнала,  $\varphi_c$  – доплеровское межпериодное изменение фазы сигнала,  $\varphi'_c$  – изменение фазы сигнала за счет ускорения,  $\sigma_w^2$  – дисперсия шума,  $V_j$  – элементы сигнальной выборки.

Достаточная статистика при дружных флюктуациях сигнала имеет вид:

$$\xi(\varphi_c, \varphi'_c) = V^T Q V^*, \quad (3)$$

где  $V$  – вектор входной выборки,  $Q$  – матрица обработки.

Формула (3) определяет оптимальный алгоритм обработки, в соответствии с которым необходимо осуществить суммирование попарных произведений

$V$  и  $V^*$  с весами, определяемыми корреляционной матрицей сигнала с априорно неизвестными параметрами  $\varphi_c$ ,  $\dot{\varphi}_c$ . Отметим, что данный алгоритм реализует потенциальные возможности по обнаружению маневрирующей цели. При дружных флюктуациях отраженного сигнала статистику (3) можно представить в виде:

$$\xi(\varphi_c, \dot{\varphi}_c) = V^T S^*, \quad (4)$$

где  $S$  – вектор опорного сигнала. Усредним достаточную статистику (4) по скорости в пределах канала по скорости и по ускорению в пределах канала по ускорению, тогда статистика (4) будет иметь вид:

$$\xi(m, p) = \sum_{j=0}^{N-1} (V_j \exp(-i \frac{1}{2} j^2 \dot{\varphi}_p)) \exp(-ij \varphi_m), \quad (5)$$

где  $\dot{\varphi}_p = \frac{\Delta \dot{\varphi}_{\max}}{M-1} p$  – настройка  $p$ -го канала по ускорению;  $\Delta \dot{\varphi}_{\max}$  – диапазон измерения ускорения;  $M$  – число каналов по ускорению;  $\varphi_m$  – настройка  $m$ -го канала по скорости. Структурная схема оптимального алгоритма представлена на рис. 2:

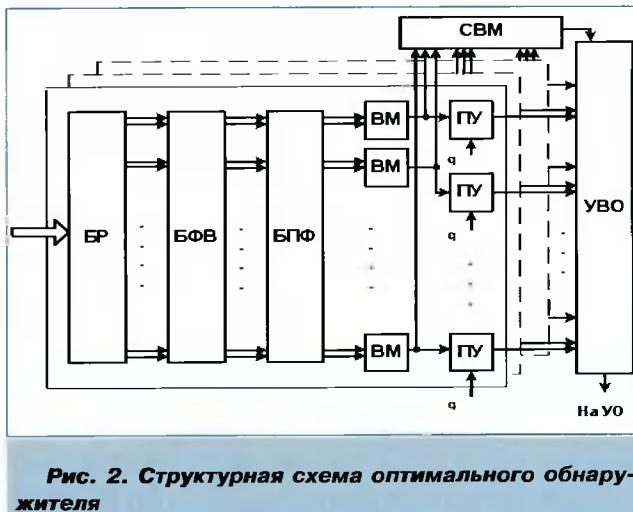


Рис. 2. Структурная схема оптимального обнаружителя

На рис. 2: БР – буферный регистр, БФВ – блок фазовращателей; БПФ – блок вычисления быстрого преобразования Фурье; ВМ – вычислитель модуля; ПУ – пороговое устройство; УВО – устройство вторичной обработки; СВМ – схема выбора максимума;  $q$  – порог обнаружения.

При технической реализации оптимальный алгоритм может вызывать затруднения ввиду значительного роста общего числа каналов обнаружения (каналов дальности, скорости, ускорения). При типовых значениях параметров зондирующего квазинепрерывного сигнала: длительность импульса 1 мкс, период повторения импульсов 160 кГц, время когерентного накопления пачки импульсов 100 мс, число каналов

по дальности 6, диапазон однозначно измеряемой дальности 940 м, число каналов по скорости 800, по ускорению – 30, то есть общее число каналов 144000. Поэтому актуальна задача синтеза более простых квазиоптимальных алгоритмов.

В рамках реализации традиционных многоканальных обнаружителей можно выделить подход [2], заключающийся в разбиении исходной сигнальной выборки на более короткие сегменты, вычислении корреляционных сумм в узлах сетки гексагонального типа и сравнении их с порогом обнаружения. Недостатком этого способа является значительное число затрачиваемых вычислительных ресурсов на реализацию и, кроме того, сильная зависимость выигрыша в вычислительных операциях от числа каналов по скорости (при увеличении числа каналов по скорости, то есть увеличении разрешающей способности по частоте, выигрыш существенно снижается).

Другое решение, также в рамках многоканальных по скорости и ускорению обнаружителей, представленное в работе [3], заключается в разбиении сигнальной выборки на сегменты, выделении каналов процессора БПФ, в которых находится сигнал, вычислении модуля и некогерентном накоплении этих моделей. Данный подход требует также значительных вычислительных затрат на реализацию. Кроме того, потери в пороговом отношении сигнал/шум зависят от номера канала по ускорению.

В данной работе синтезируется одноканальный адаптивный алгоритм совместного обнаружения и получения одноканальных оценок скорости и ускорения цели. Применим к решаемой задаче представленный в [4] метод выделения слабого флюктуирующего сигнала на фоне шумов, известный как метод накопления мультипликаций. Преобразуем достаточную статистику (3) к виду:

$$\begin{aligned} \xi(\varphi_c, \dot{\varphi}_c) = & \sum_{j=0}^{N-1} |V_j|^2 + \sum_{d=1}^{N-1} (\exp(-i\varphi_c) \sum_{j=0}^{N-1-d} V_{j+1} V_j^* \exp(-id(j+\frac{d}{2})\dot{\varphi}_c)) + \\ & + \exp(i\varphi_c) \sum_{j=0}^{N-1-d} V_{j+1} V_j^* \exp(id(j+\frac{d}{2})\dot{\varphi}_c). \end{aligned} \quad (6)$$

где  $d$  – номер поддиагонали матрицы обработки.

Модифицируем в (4) матрицу обработки, сохранив в ней только наддиагональные и поддиагональные элементы, что соответствует квазиоптимальной когерентной обработке. В результате получим статистику в виде:

$$\begin{aligned} \xi(\varphi_c, \dot{\varphi}_c) = & 2 \operatorname{Re}(\exp(-i\varphi_c) \sum_{j=0}^{N-2} V_{j+1} V_j^* \exp(-i(j+\frac{1}{2})\dot{\varphi}_c)) = \\ = & \cos(\varphi_c) \operatorname{Re}(\sum_{j=0}^{N-2} V_{j+1} V_j^* \exp(-i(j+\frac{1}{2})\dot{\varphi}_c)) + \sin(\varphi_c) \operatorname{Im}(\sum_{j=0}^{N-2} V_{j+1} V_j^*) \end{aligned} \quad (7)$$

Дальнейшие преобразования алгоритма обработки связаны с принятым методом преодоления априорной неопределенности параметров скорости  $\varphi_c$  и ус-

корения  $\hat{\phi}_c$ . В данной работе рассматривается адаптация по скорости и по ускорению.

Система уравнений для совместной оценки скорости и ускорения, при точке отсчета скорости в середине пачки (при этом дисперсии оценки скорости и ускорения статистически независимы [5]), имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{d\xi(\phi_c, \phi'_c)}{d\phi_c} \Big|_{\phi=\hat{\phi}} = 0 \\ \frac{d\xi(\phi_c, \phi'_c)}{d\phi'_c} \Big|_{\phi'=\hat{\phi}'} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

После подстановки в (7) оценки параметра  $\phi_c$  выражение (7) будет иметь вид:

$$\xi(\phi_c, \phi'_c) = \cos(\phi_c) \operatorname{Re}(X) + \sin(\phi_c) \operatorname{Im}(X), \quad (9)$$

$$\text{где } X_m = \sum_{j=0}^{N-2} V_{j+1} V_j^* \exp(-i(j+\frac{1}{2})\hat{\phi}'_c).$$

Продифференцировав первое уравнение системы (8), с учетом (9), получим алгоритм оценки скорости:

$$\hat{\phi} = \operatorname{arctg}(\operatorname{Im}(X) / \operatorname{Re}(X)), \quad (10)$$

$$\text{где } X = \sum_{j=0}^{N-2} V_{j+1} V_j^* \exp(-i(j+\frac{1}{2})\hat{\phi}'_c); \hat{\phi}'_c - \text{оценка радиального ускорения цели, полученная из второго уравнения системы (8).}$$

Решение второго уравнения системы (8) относительно  $\hat{\phi}'_c$  не удается получить в явном виде, поэтому представляется интересным рассмотреть эмпирическую оценку радиального ускорения. Функция плотности распределения мультиPLICATION существенно отличается от нормальной, но при накоплении, в силу Центральной предельной теоремы, сумму мультиPLICATION можно аппроксимировать нормальным законом распределения [6]. Данное замечание является основой для получения эмпирической оценки ускорения, так как функция плотности распределения суммы двойных мультиPLICATION в силу Центральной предельной теоремы нормализуется. Тогда оценку ускорения можно представить в виде:

$$\hat{\phi}' = \operatorname{arctg}(\operatorname{Im}(Y) / \operatorname{Re}(Y)), \quad (11)$$

где  $Y = \sum_{j=0}^{N-3} S_{j+1} S_j^*$ ,  $S_j = V_j + iV_j^*$  – двойная мультиPLICATION. Отметим, что для определения производных дальности 3-го и более высоких порядков можно также ввести тройные мультиPLICATIONи.

После преобразований достаточная статистика (6) примет следующий вид:

$$\xi(\phi_c, \phi'_c) = \left| \sum_{j=0}^{N-2} V_{j-1} V_j^* \exp(-i(j+\frac{1}{2})\hat{\phi}'_c) \right| \geq q. \quad (12)$$

В соответствии с (12) обнаружитель содержит канал оценки ускорения и канал обнаружения и оценки скорости. Определенная в первом канале оценка ускорения используется в канале обнаружения и оценке скорости для формирования статистики (12), сравниваемой с порогом обнаружения.

Структурная схема обнаружителя представлена на рис. 3.

На рис. 3 БР – буферный регистр, БФВ – блок фазо-вращателей, Н – накопитель, ВМ – вычислитель модуля, ПУ – пороговое устройство, ФП1 – функциональ-

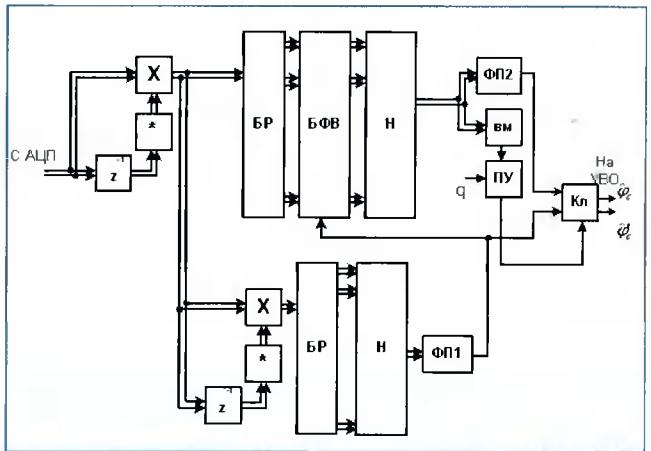


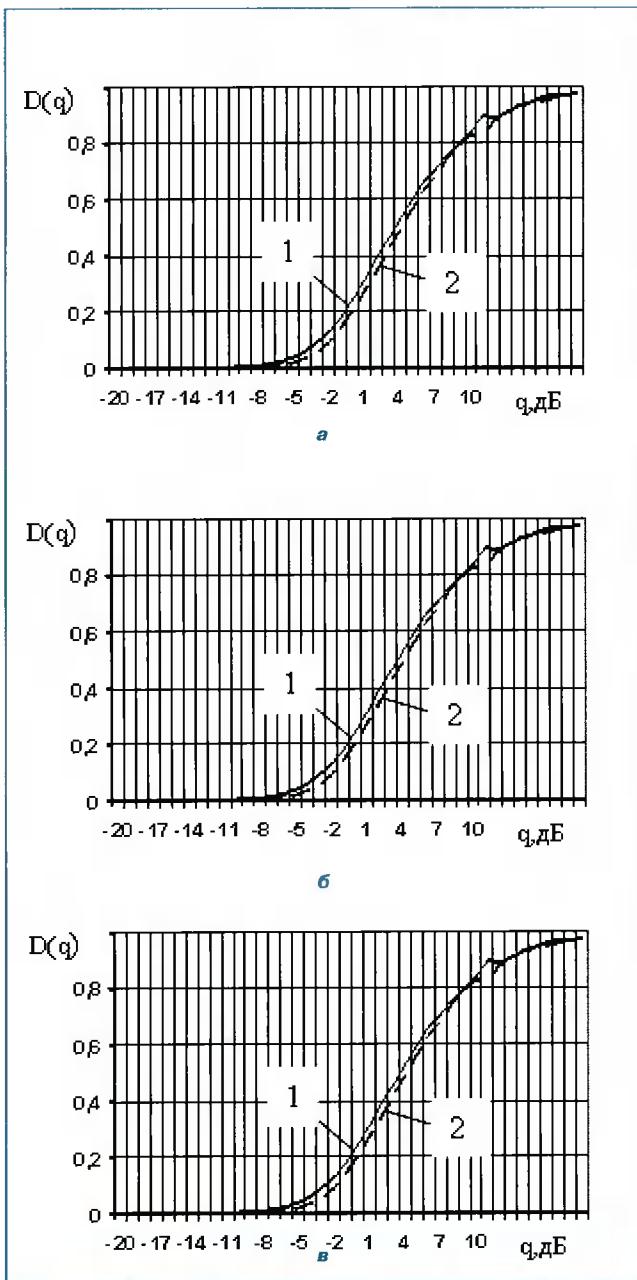
Рис. 3. Структурная схема обнаружителя маневрирующей цели

ный преобразователь, осуществляющий вычисление выражения (11). Причем диапазон измерения ускорений, соответствующих реальным возможностям современных ЛА, выраженный в долях  $\pi$ , значительно меньше, чем  $\pi$ , поэтому ФП1 вычисляет арктангенс с диапазоном значений  $[-\pi/2, \pi/2]$ . ФП2 – функциональный преобразователь, вычисляющий расширенный арктангенс в выражении (10).

Определим потери в пороговом отношении сигнал/шум предлагаемого алгоритма, а также выигрыш предлагаемого алгоритма по сравнению с оптимальным по числу затрачиваемых на реализацию вычислительных операций.

Для определения эффективности предлагаемого алгоритма по сравнению с многоканальным (рис. 2) было проведено статистическое моделирование методом экстремальных статистик [7] при следующих параметрах: число повторений опытов – 5000, вероятность ложной тревоги, приходящаяся на систему обработки, –  $F=10^{-4}$ , флюктуации пачки – дружные. Результаты статистического моделирования представлены на рис. 4:

Рис. 4а соответствует следующим параметрам:  $N=1024$ ,  $M=20$ ,  $N_r=200$ , рис. 4б:  $N=128$ ,  $M=10$ ,  $N_r=64$ , рис. 4в:  $N=512$ ,  $M=20$ ,  $N_r=256$ , кривые 1,4,5 соответст-



**Рис. 4. Характеристики обнаружения**

вуют многоканальному алгоритму, кривые 2,3,5 – адаптивному.

Определим затрачиваемые на реализацию вычислительные ресурсы. Затраты будем определять в числе элементарных операций (ЭО) С, в качестве которых выступают операции сложения и умножения

Для реализации обнаружителя, реализующего оптимальный алгоритм *рис. 2*, необходимо отсчеты сигнальной выборки умножить на компенсирующие множители, определяемые настройкой канала по ускорению, и осуществить накопление полученных отсчетов в процессоре БПФ.

Для реализации умножения на компенсирующие множители требуется  $6N$  ЭО, для реализации  $N$  точечного БПФ –  $5(N)\log_2 N$  ЭО. При числе каналов по ус-

корению  $M$  суммарные вычислительные затраты составят:

$$C_1 = M(5N \log_2 N + 6N).$$

Для реализации предлагаемого обнаружителя необходимо  $6(N-1)$  ЭО для реализации операций в БФВ,  $2(N-1)$  ЭО для реализации накопления в канале обнаружения,  $2(N-2)$  ЭО для реализации накопления в канале оценки ускорения (значения арктангенсов в выражениях (10) и (11) для всевозможных значений скорости и ускорения будут храниться в памяти):

$$C_2 = 6(N-1) + 2(N-2) + 12.$$

Кроме того, реализация многоканального алгоритма требует вычисления модуля комплексного числа на выходе каждого канала БПФ, для сравнения с порогом обнаружения. Для вычисления модуля комплексного числа требуется 3 ЭО. Таким образом, суммарные вычислительные затраты на реализацию многоканального обнаружителя составят:

$$C_3 = C_2 + 3N_v M,$$

а на реализацию предлагаемого алгоритма:

$$C_4 = C_2 + 3.$$

Результаты сравнения представлены в табл. 1, где  $M$  – число каналов по ускорению,  $N_v$  – число каналов по скорости:

Таблица 1

	$N=128$ $N_v=64$ $M=10$	$N=512$ $N_v=256$ $M=10$	$N=1024$ $N_v=200$ $M=20$
Выигрыш	43	52	110
$C_3/C_4$			

Анализ результатов статистического моделирования показывает, что предлагаемый алгоритм уступает оптимальному по пороговому отношению сигнал/шум при равенстве числа каналов по скорости. При уменьшении числа каналов по скорости до значения половины числа импульсов в пачке, что характерно для режимов ВЧПИ и СЧПИ, потери в пороговом отношении сигнал/шум снижаются в среднем до 2,5 дБ. Для режимов СЧПИ – близки к НЧПИ. При параметрах  $N=1024$ ,  $M=20$ ,  $N_v=200$  адаптивный алгоритм выигрывает в пороговом отношении сигнал/шум на величину порядка 0,5 дБ.

## Литература

1. Артемьев А.И. Способ повышения дальности обнаружения воздушных объектов за счет увеличения времени накопления специально формируемого при накоплении сигнала // Вопросы Радиоэлектроники, Серия «Общие вопросы радиоэлектроники», 1994, №4, с. 25–43.
2. Патент № 2154837 по заявке 99113134/09 от 1999.06.16, опубл. 2000.08.20. Способ обнаружения линейно-частотно-модулированного сигнала с неизвестными параметрами. Аганин А.Г., Богданов А.В., Голубенко В.А., Киселев В.В., Лапердин В.Д., Меркулов В.И., Иванов Ю.Л., Рязанцев К.В.
3. US WO0184178, Publication date 2001-11-08. Dual detection processing for detecting signals with high acceleration uncertainty, LOCKHEED CORP (US).
4. Охрименко А.Е., Тосев И.Т. Анализ характеристик обнаружения систем междупериодной обработки // Радиотехника и электроника, 1972, №1, с. 67–75.
5. Обработка сигналов в многоканальных РЛС / А.П. Лукошкин, С.С. Каринский, А.А. Шаталов и др.; Под ред. А.П. Лукошкина. — М.: Радио и связь, 1983. — 328 с.
6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Радио и связь, 1989. — с. 656.
7. Лихарев В.А. Цифровые методы и устройства в радиолокации. М.: Сов. радио, 1973. — с. 456.

### НОВЫЕ КНИГИ

**Айфичер Э. С., Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический подход, 2-е издание:Пер. с англ. —**

М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. — 992 с., ил.

Данная книга предназначена в первую очередь для практиков – инженеров-электронщиков, программистов, людей, занимающихся техникой связи, вычислительными и электронными устройствами. Хотя теоретические основы и изложены в необходимом объеме, основной акцент все же делается на практической разработке современных цифровых устройств, которые можно будет использовать в военной сфере и биомедицине, телекоммуникациях и проигрывателях компакт-дисков, обработке изображений и цифровом телевидении. Для более полного освоения излагаемого материала в книге подробно разбираются примеры, приводится справочная информация и предлагаются задачи для самостоятельного решения.

Данную книгу можно использовать как учебник при подготовке прикладных специалистов.

**Ковалгин Ю.А., Вологдин Э.И. Цифровое кодирование звуковых сигналов. —**

СПб.: КОРОНА-принт, 2004.- 240 с., ил.

Рассматриваются традиционные и новейшие методы кодирования звуковых сигналов радиовещания и телевидения, основанные на учете статистики звукового сигнала и психологии слухового восприятия. Наибольшее внимание уделено алгоритмам компрессии цифровых аудиоданных группы MPEG (стандарты ISO/IEC 11172-3, 13818-7 AAC, 14496-3), алгоритму компрессии A\52, гибридным методам кодирования звуковых сигналов. Они получили самое широкое распространение в новейших системах цифрового радиовещания и звукосопровождения телевидения (DAB, DRM, ATSC Dolby AC-3), в современной каналообразующей аппаратуре доставки звуковых сигналов от студий к радиопередающим станциям, в аппаратуре радиомониторинга эфира радиостанций, в Internet-вещании.

Книга предназначена студентам высших учебных заведений, а также широкому кругу читателей, интересующихся новейшими цифровыми технологиями вещания.

**Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы: Справочник \ Под ред. чл.-кор. РАН Ю.Б. Зубарева. —**

М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 126 с., ил.

Систематически изложены методы и описаны характеристики различных алгоритмов помехоустойчивого кодирования. Рассмотрены методы многопорогового декодирования для блочных и сверточных кодов, которые имеют технологические преимущества перед другими алгоритмами коррекции ошибок и могут найти применение в различных областях связи, обеспечивая высокие характеристики декодирования.

# Оценка разрядности целочисленного вычислителя БПФ для заданного уровня соответствующих потерь в отношении сигнал/шум

**А.К. Пяткин**

**С**интез целочисленных вычислителей быстрого преобразования Фурье (БПФ), производимый, в частности, на основе программируемых логических интегральных схем (ПЛИС), неизбежно приводит к необходимости решения проблем, связанных с квантованием обрабатываемого сигнала и коэффициентов преобразования.

Исследования проблем квантования в вычислителях БПФ с получением соответствующих оценок для ошибок квантования производились ранее [1,2]. Однако в некоторых случаях, например при реализации тракта цифровой согласованной фильтрации сигналов в РЛС, требуются специализированные методики для оценки необходимой разрядности представления операндов, которые учитывали бы влияние их ограничения в виде соответствующих потерь в отношении сигнал/шум.

Мощным способом анализа реальных аналоговых или цифровых систем обработки сигналов является линейное приближение исследуемого объекта [3]. Целесообразность ограничения рамками «линейной парадигмы» для решения рассматриваемой задачи подкрепляется не только тем, что БПФ первоначально (без учета конечных разрядностей), является линейным преобразованием, но и фактом обязательного присутствия внешнего шума на входе вычислителя.

Источником шума, например, в тракте цифровой согласованной фильтрации РЛС, может являться малошумящее аналоговое приемное устройство [4], на фоне шума которого производится обнаружение полезных эхо-сигналов с предельно малой энергией. Качественно роль внешнего шума состоит в линеаризации цифрового тракта согласованной (линейной) фильтрации – от аналого-цифрового преобразователя (АЦП) [4] и узлов округления (или усечения) сигна-

*Рассматриваются общие принципы оценки влияния конечной разрядности вычислителя БПФ на уровень соответствующих потерь в отношении сигнал/шум. На основе рассмотренных принципов получены зависимости требуемой разрядности представления коэффициентов, а также промежуточных результатов обработки для одной из возможных архитектур целочисленного вычислительного ядра БПФ – «бабочки» по основанию 2, при заданных уровнях средних или максимальных потерь в отношении сигнал/шум в результате проведения вычислений.*

ла на выходах умножителей и сумматоров, в том числе в составе реального целочисленного вычислителя БПФ [5], до квадратурного детектора на выходе тракта цифровой согласованной фильтрации. Наличие шума приводит к существенному уменьшению влияния нелинейных элементов реального аналого-цифрового тракта обработки.

Использование линейной модели значительно облегчает анализ реальных систем, в частности, для вычислителя БПФ позволяет исследовать влияния конечных разрядностей на потери в отношении сигнал/шум на основе следующих принципов:

- раздельно исследовать влияние конечной разрядности промежуточных результатов БПФ и конечной разрядности коэффициентов;
- производить «пересчет» шума квантования коэффициентов БПФ, проявляющегося из-за конечной разрядности коэффициентов [1], в аддитивную шумовую добавку к выходному спектру;
- производить «пересчет» шума квантования промежуточных результатов БПФ на каждом этапе вычисления [1], проявляющегося из-за округления (или усечения) промежуточных результатов, в аддитивную шумовую добавку к выходному спектру.

Как уже отмечалось в [5], шум квантования коэффициентов приводит к появлению соответствующего шума в выходном спектре, который увеличивает суммарную дисперсию шума и, соответственно, мешает обнаружению слабых гармоник на фоне мощных. Причем среднеквадратическое значение данного шума пропорционально амплитуде входного сигнала и,

соответственно, достигает максимума при амплитуде близкой к уровню ограничения АЦП.

Для этого случая, в рамках линейной модели, а также в предположении, что статистические характеристики рассматриваемого аддитивного шума не зависят от номера частного канала в выходном спектре, были получены следующие теоретические оценки уровня средних:

$$\bar{p}_R \left( M - R, \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} \right) \geq 10 \lg \left( 1 + \frac{4^{M-R-1}}{3 \left( \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} \right)^2} \right) [\text{дБ}], \quad (1)$$

и максимальных потерь (для случая округления коэффициентов при их синтезе) в отношении сигнал/шум из-за конечной разрядности коэффициентов БПФ:

$$p_R \left( M - R, \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} \right) \leq 10 \lg \left( 1 + \frac{4^{M-R-1}}{\left( \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} \right)^2} \right) [\text{дБ}], \quad (2)$$

где  $R$  – разрядность коэффициентов БПФ [бит],

$M$  – разрядность входного сигнала [бит],

$\frac{\sigma_{\text{вх}}}{h}$  – отношение среднеквадратического значения шума к шагу квантования на входе вычислителя БПФ, причем  $\frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} > 0,5$ .

На рис. 1 приведены результаты эмпирического исследования влияния конечной разрядности коэффициентов БПФ на потери в отношении сигнал/шум путем проведения модельного эксперимента [5] с прямым расчетом потерь. Рассматривались случаи, когда  $R=M$  и когда  $R=M-1$ , т.е. при уменьшении разрядности коэффициентов на 1 бит (база БПФ  $N=1024$ ). Для сравнения сплошной линией показаны соответствующие теоретические кривые потерь, полученные с помощью формулы (1).

Дисперсия шума в выходном спектре рассчитывалась по реализации, состоящей из 800 отсчетов. Разрядность входного комплексного сигнала (разрядности реальной и мнимой части)  $M=11$  бит. Амплитуда входного сигнала, взаимодействующего с шумом квантования коэффициентов, составляет 98% от максимальной амплитуды, определяющейся разрядностью  $M$ .

Разрешая (1) и (2) относительно  $R$ , получим следующие соотношения для теоретической оценки разрядности коэффициентов БПФ при заданном уровне соответствующих средних:

$$R \left( M, \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h}, p_R \right) \geq M - 1 - \log_2 \left( \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} \sqrt{3 \left( 10^{\frac{p}{10}} - 1 \right)} \right) [\text{бит}], \quad (3)$$

и максимальных потерь [дБ] в отношении сигнал/шум:

$$R \left( M, \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h}, p_R \right) \geq M - 1 - \log_2 \left( \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} \sqrt{10^{\frac{p}{10}} - 1} \right) [\text{бит}]. \quad (4)$$

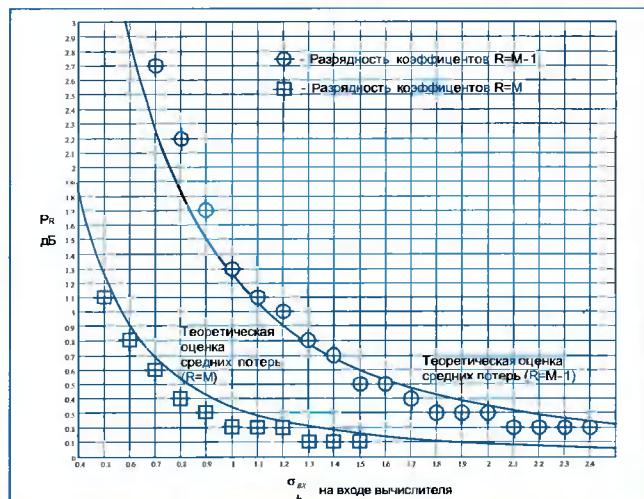


Рис. 1. Результаты модельного эксперимента влияния конечной разрядности коэффициентов БПФ на потери в отношении сигнал/шум

Исследование влияния конечной разрядности промежуточных результатов БПФ на потери в отношении сигнал/шум связано с конкретной архитектурой вычислительного ядра БПФ [1,6] и, в частности, со способом масштабирования промежуточных результатов.

Для определенности рассмотрим вычислительное ядро на основе «бабочки» по основанию 2 с масштабированием (сдвигом на 1 бит вправо) на каждом этапе вычисления БПФ [5]. Для данной архитектуры разрядность промежуточных результатов (совпадающая с разрядностью выходного спектра):

$$F = I + M + \Delta M + B, \quad (5)$$

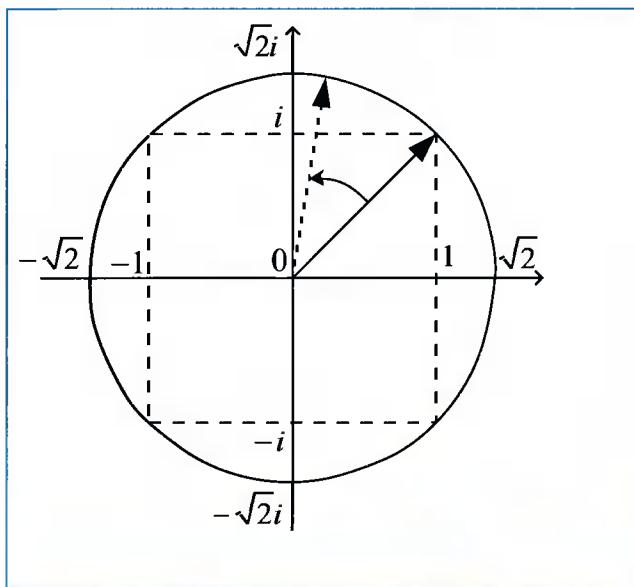
где  $\Delta M$  – увеличение эффективной разрядности в результате когерентного накопления (согласованной фильтрации) энергии гармоник входного сигнала при вычислении БПФ, причем для комплексного входного сигнала  $\Delta M \approx 1,7 \lg(N)$ , где  $N$  – база БПФ (табл. 1),  $B$  – «шумовые биты» спектра, количество которых определяет относительный уровень шума квантования промежуточных результатов [5].

Таблица 1.

Зависимость увеличения эффективной разрядности от базы преобразования

N	64	128	256	512	1024	2048	4096
$\Delta M$	3	4	4	5	5	6	6

Дополнительный разряд в (5) реализуется путем добавления старшего бита во входной сигнал. Благодаря этому учитывается возможное увеличение амплитуды реальной или мнимой части преобразуемого комплексного сигнала в  $\sqrt{2}$  раз в результате умножения на поворачивающий множитель (коэффициент БПФ) (рис. 2). Тем самым полностью исключается возможность переполнения в ходе проведения вычислений при любом виде входного сигнала в рамках разрядной сетки, определяемой  $M$ .



**Рис. 2. Увеличение амплитуды реальной или мнимой части комплексного входного сигнала в результате умножения на поворачивающие множители**



**Рис. 3. Диаграмма битов входного сигнала и выходного спектра**

На рис. 3 показана диаграмма битов входного (реальной или мнимой части) сигнала и выходного спектра (реальной или мнимой части) [5], представленных в дополнительном коде.

Можно показать, что для рассматриваемой архитектуры амплитуда гармоники входного сигнала, после проведения сдвига (рис. 3), численно равна соот-

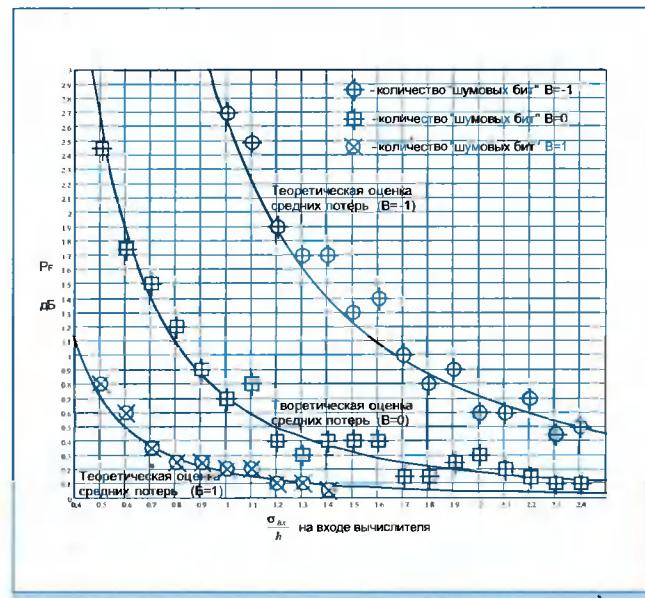
ветствующей амплитуде в выходном спектре и среднеквадратическое значение входного шума (в ходе проведения вычислений) уменьшается в  $\sqrt{2}$  раз (на 3 дБ) на каждом этапе. С учетом этого в рамках линейной модели, а также в предположении о некоррелированности шумов квантования на различных этапах вычисления были получены следующие теоретические оценки уровня средних:

$$P_F\left(B, \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h}\right) \cong \sum_{k=0}^{\log_2(N)-1} 10 \lg \left( 1 + \frac{1}{12 \cdot 2^k \cdot \left( \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} \cdot 2^B \right)^2} \right) \quad [\text{дБ}], \quad (6)$$

и максимальных потерь (для случая усечения промежуточных результатов) в отношении сигнал/шум из-за конечной разрядности промежуточных результатов БПФ:

$$P_F\left(B, \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h}\right) \leq \sum_{k=0}^{\log_2(N)-1} 10 \lg \left( 1 + \frac{1}{2^k \cdot \left( \frac{\sigma_{\text{вх}}}{h} \cdot 2^B \right)^2} \right) \quad [\text{дБ}]. \quad (7)$$

На рис. 4 приведены результаты эмпирического исследования влияния конечной разрядности промежуточных результатов БПФ на потери в отношении сигнал/шум путем проведения модельного эксперимента [5] с прямым расчетом потерь. Рассматривались случаи, когда  $B=-1$ ,  $B=0$  и  $B=1$ , т.е. при изменении разрядности на 1 бит (база БПФ  $N=1024$ ). Для сравнения сплошной линией показаны соответствующие теоретические кривые потерь, полученные с помощью формулы (6). Дисперсия шума в выходном спектре рассчитывалась по реализации, состоящей из 800 отсчетов.



**Рис. 4. Результаты модельного эксперимента влияния конечной разрядности промежуточных результатов БПФ на потери в отношении сигнал/шум**

Аналитическое решение уравнений (6) и (7) относительно «шумовых бит»  $B$  не представляется возможным. Тем не менее с помощью графиков семейства функций (6) или (7) (рис. 4), для известного  $\frac{\sigma_{bx}}{h}$  и заданного  $R_F$  или  $p_F$  можно найти минимальное значение  $B$ , а соответственно и требуемой разрядности  $F$ .

На рис. 5 приведены результаты эмпирического исследования одновременного влияния как конечной разрядности коэффициентов, так и промежуточных результатов на суммарные потери в отношении сигнал/шум. Рассматривались случаи, когда  $B=1$ ,  $R=M$  и  $B=2$ ,  $R=M+1$  (база БПФ  $N=1024$ ). Для сравнения

сплошной линией показаны соответствующие теоретические кривые средних потерь, полученные с помощью формул (1) и (6), а пунктирной линией - кривая максимальных потерь, полученная с помощью формул (2) и (7) для случая  $B=2$ ,  $R=M+1$ . При этом за средние суммарные потери принималась величина

$$p = p_R + p_F,$$

а за максимальные

$$p = p_R + p_F.$$

Дисперсия шума в выходном спектре рассчитывалась, как и ранее, по реализации спектрального шума, состоящей из 800 отсчетов.

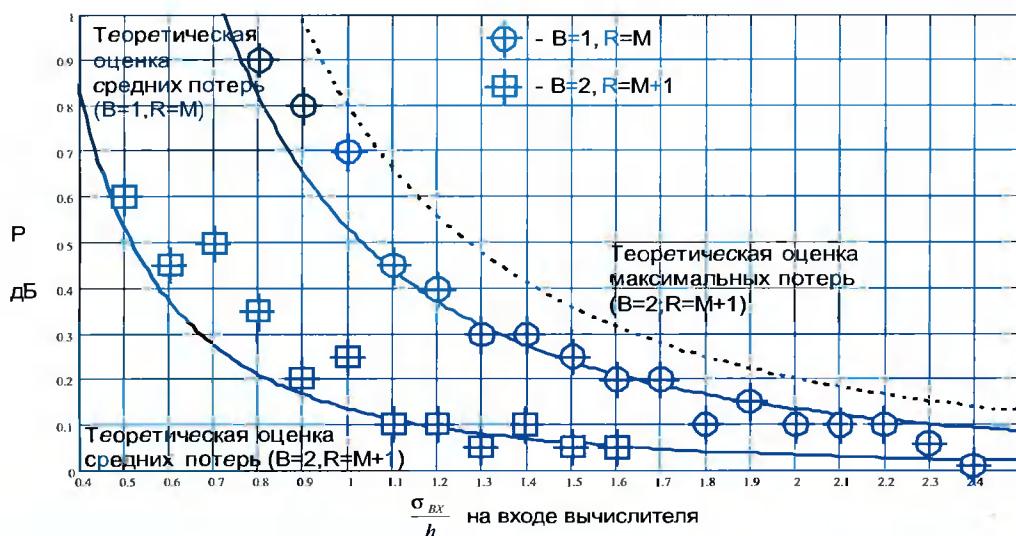


Рис. 5. Результаты модельного эксперимента влияния конечной разрядности вычислителя БПФ на суммарные потери в отношении сигнал/шум

## Литература

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978.
  2. Welch P.D. «A Fixed Point Fast Fourier Transform Error Analysis», IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, AU-17, №2.
  3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Сов. радио, 1969.
  4. Бобров Д.Ю., Доброжанский А.П., Зайцев Г.В., Маликов Ю.В., Цыгин И.Б. Цифровая обработка сигналов в многофункциональных РЛС. Ч 1.— Цифровая обработка сигналов, №4, 2001.
  5. Пяткин А.К., Никитин М.В., Реализация на ПЛИС быстрого преобразования Фурье для алгоритмов ЦОС в многофункциональных РЛС. — Цифровая обработка сигналов, №3, 2003.
  6. Пяткин А.К. Построение последовательно-параллельных вычислительных систем БПФ на ПЛИС. — Цифровая обработка сигналов, №1, 2004..
- Evaluation of widths for integer-valued Fast Fourier Transformer under specified appropriate signal/noise loses.
- A.K. Pyatkin
- The common principles of widths evaluations for FFT under specified appropriate signal/noise loses are considered. The relationships of widths under specified average and maximum loses, for some FFT core, are proposed.

# **Международная научно-техническая конференция и выставка «Цифровая обработка сигналов и ее применение — DSPA'2005»**

16 – 18 марта 2005 г. в Москве состоялись 7-я Международная научно-техническая конференция и выставка «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA'2005», организованные Российским НТОРЭС имени А.С. Попова и компанией AUTEK Ltd. совместно с IEEE Signal Processing Society, Институтом радиотехники и электроники РАН, Институтом проблем управления РАН, Институтом проблем передачи информации РАН, ФГУП НИИ Радио, Российской секцией IEEE. В работе конференции и выставки приняли участие более 1300 человек.

На конференции было заслушано 177 докладов, по материалам которых изданы Труды Конференции в 2-х томах на русском и английском языках общим объемом – 536 стр.

Работа Конференции проходила по десяти секциям:

- теория сигналов и систем (руководители – д.т.н., проф. Шинаков Ю.С.; д.т.н., проф. Немировский М.С.);
- теория и методы цифровой обработки сигналов (руководители – д.т.н., проф. Ланнэ А.А.; д.т.н., проф. Брюханов Ю.А.);
- обработка сигналов в системах телекоммуникаций (руководители – д.т.н., проф. Прохоров Ю.Н., д.т.н., проф. Артемьев М.Ю.);
- обработка сигналов в радиотехнических системах (руководители – д.т.н., проф. Сосулин Ю.Г.; к.т.н., проф. Сперанский В.С.);
- обработка и передача изображений (руководитель – д.т.н., проф. Дворкович В.П.);
- обработка измерительной информации (руководитель – к.т.н., проф. Скачко Ю.В.);
- проектирование и техническая реализация систем ЦОС (руководитель – д.т.н., проф. Витязев В.В.);
- цифровое радиовещание (руководитель – к.т.н., доцент Зелевич Е.П.);
- цифровая обработка многомерных сигналов (руководитель – д.т.н., проф. Миронов В.Г.);

– нейрокомпьютерная обработка сигналов и изображений (руководитель – д.т.н., проф. Галушкин А.И.).

Одновременно с Конференцией компанией AUTEK Ltd. была организована Выставка новых информационных технологий реального времени и инструментальных средств ЦОС. В работе Выставки приняли участие: AUTEK Ltd., «Альтернатив Солюшнз Альт-С», ООО «Альтоника», Белорусский государственный университет, ЗАО «Инструментальные системы», ИПУ РАН, «Компэл», «Л-Кард», ООО «Лаборатория автоматизированных систем (AC)®», НТЦ «Модуль», МЭИ (ТУ) – Кафедра электрофизики, PCB Technology, ООО МНТЦ «Радиоэлектронные информационные системы», ООО «Растр Технолоджи», РНТОРЭС им. А.С. Попова, ООО НПО «Роста», ЗАО «Скан Инжиниринг Телеком», «Центр АЦП», ГУП НПЦ «Элвис», ЗАО «Электронные технологии и метрологические системы – ЗЭТ».

В дни работы Конференции и Выставки состоялись семинары по новым разработкам в области DSP, которые посетили около 800 человек:

- ЗАО «Невод»: «Процессор обработки сигналов АП-10» и «Классификатор гидроакустических шумящих источников».
- «SPIRIT»: «Технологии / продукты / решения «SPIRIT DSP».
- ГУП НПЦ «ЭЛВИС»: «Отечественные серии сигнальных контроллеров «Мультикор», преобразователей частоты «Мультифлекс», элементов системного сопряжения «Мультикор-конструктор» разработки ГУП НПЦ «ЭЛВИС», программное обеспечение, отладочные средства и модули обработки сигналов».
- «Круглый стол DSPA». Доклады:
- Белорусский государственный университет. Центр информационно-измерительных систем: «Виртуальные средства измерений AURIS»;
- ЗАО «Инструментальные системы»: «Принципы построения автономных высокопроизво-

дительных модулей ЦОС производства ЗАО «Инструментальные системы»;

- ООО «РАСТР ТЕХНОЛОДЖИ»: «Видеопроцессоры реального времени»;

- ООО «Лаборатория автоматизированных систем (AC)@»: «Организация обработки данных в комплексе автоматизации экспериментальных и технологических установок ACTest»;

- НТЦ «Модуль»: «БИС 1879ВА1Т. Универсальная связная машина (терминал) мультиплексного канала обмена по ГОСТ Р 52070–2003 (ГОСТ 26765.52–87) /MIL-STD-1553В»;

- ЗАО «Электронные технологии и метрологические системы – ЗЭТ»: «Применение сигнального процессора BF в цифровой обработке вибраакустической информации»;

- ООО НПО «РОСТА»: «Масштабируемые системы обработки цифровой информации на базе ПЛИС XILINX».

- ЗАО «Скан Инжиниринг Телеком»: «Модули цифровой обработки сигналов и телекоммуникаций фирмы «СКАН ИНЖИНИРИНГ ТЕЛЕКОМ».

- ANALOG DEVICES, Inc. – AUTEX Ltd.: «Сигнальные процессоры, микроконтроллеры, про-

граммное обеспечение и отладочные средства ANALOG DEVICES».

- ЗАО «Инструментальные системы»: «Современные средства сбора и цифровой обработки сигналов производства ЗАО «Инструментальные системы».

- «Альтернатив Солюшнз Альт-С»: «САПР Synopsys для проектирования и прототипирования СБИС и систем на кристалле».

Информационную поддержку Конференции и Выставки обеспечивали журналы: «Цифровая обработка сигналов», «Датчики и системы», «Компоненты и технологии», «Радиотехника», «Современная электроника», «Схемотехника», «HiT: Разработки в электронике», «Chip News», «Электроника: НТБ», «Электронные компоненты», «Электросвязь»; издательства: «Горячая линия – Телеком», ИТЦ «Мобильные коммуникации».

Следующая, 8-я Конференция и Выставка DSPA'2006 состоятся в марте 2006 г. в Москве, в здании ИПУ РАН, м. «Калужская». Следите за объявлениями на сайтах [www.autex.ru](http://www.autex.ru) и [www.dspsa.ru](http://www.dspsa.ru).



В рамках 7-й Международной выставки и конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA'2005», 17 марта, состоялся однодневный специализированный семинар ANALOG DEVICES, Inc. - AUTEX Ltd. по DSP-продукции ANALOG DEVICES. Семинар имел насыщенную программу и привлек внимание около 450 участников.

Вели семинар представитель ANALOG DEVICES Алексей Соловьев и руководитель AUTEX Ltd. Алексей Кирпичников. С сообщением о новых процессорах семейства Blackfin и средствах разработки устройств с портируемым ядром операционной системы uLinux на базе этих процессоров выступил специалист ANALOG DEVICES по встраиваемому программному обеспечению Michael Hennerich (перевод – Алексей Соловьев и Юрий Бочаров).

Ведущие семинар представители компаний ANALOG DEVICES Inc. и AUTEX Ltd. помимо данных по DSP-компонентам представили также обзор наиболее перспективных микросхем из других семейств изделий, производимых ANALOG DEVICES, а также ответили на многочисленные вопросы слушателей.

В качестве раздаточных материалов участники получили CD с материалами ANALOG DEVICES по тематике DSP & Embedded Processing, подготовленные специально для этого семинара и содержащие в том числе Visual DSP++ (Release 4.0) и документацию по uLinux, а также книги ADSP-BF533 Blackfin Processor Hardware Reference и Blackfin Processor Instruction Set Reference.

В офисе AUTEX Ltd. еще некоторое время можно будет получить эти материалы. Также приглашаем на консультации всех, у кого появились дополнительные вопросы. Презентация прошедшего семинара размещена на сайте [www.autex.ru](http://www.autex.ru).

Такие семинары проводятся на регулярной основе уже более 11 лет.

По информации <http://www.autex.ru>

# К вычислению квадратов и абсолютных значений на процессоре NM6403(Л1879ВМ1)

**С.В. Мушкаев**

## Введение

**В** цифровой обработке сигналов и изображений очень часто возникает задача вычисления квадрата или модуля над элементами массива. И проблема эффективной реализации даже таких элементарных с точки зрения математики операций в прикладных задачах остается довольно актуальной. Связано это прежде всего с тем, что, как правило, эти операции сопряжены с рядом других действий и в совокупности задача распараллеливания и распределения аппаратных ресурсов процессора может иметь несколько вариантов решений, выбор которых не всегда является тривиальным. Цель данной статьи состоит в том, чтобы по возможности расширить спектр таких решений, а также рассмотреть подходы, позволяющие на их базе строить собственные быстрые алгоритмы.

## 1 Алгоритмы вычисления модуля на процессоре NM6403

В данном разделе предлагается несколько вариантов вычисления модуля на векторном процессоре. Каждый вариант задействуют различные ресурсы векторного сопроцессора и требует разного времени вычисления.

Очень часто на практике вычисление модуля входит в более сложное арифметическое выражение, например такое, как мера сходства  $SAD = \sum_{i=0}^{n-1} |x_i - y_i|$ , и в зависимости от требуемых ресурсов векторного узла и специфики задачи бывает удобно использовать либо тот, либо другой вариант вычисления модуля. Ниже рассматривается преимущества и недостатки трех вариантов вычисления модуля.

В данной статье рассматриваются вопросы реализации базовых операций: модуля и квадрата целых чисел при векторной обработке массивов данных на процессоре NM6403(Л1879ВМ1). Предлагаются некоторые нестандартные способы и подходы к их вычислению. Приводится пример быстрого варианта взятия модуля, в котором время вычисления модуля на процессоре NM6403 достигает минимального предела и составляет 1 такт на 8 байт. К рассматриваемым вариантам приводятся короткие поясняющие фрагменты программ с векторными инструкциями процессора. В приведенных примерах демонстрируются возможности процессора при работе с данными малой разрядности: 1, 2 и 4 бита. .

### 1.1 Вариант 1

Наиболее простой и часто используемый на практике способ вычисления модуля состоит из 4 векторных инструкций:

```
rep l data=[ar0]    with 0-data;
rep l [ar6],ram=afifo with activate afifo;
rep l data=[ar0] with mask afifo,data,ram;
rep l [ar6]=afifo.
```

Смысл этих инструкций состоит в определении знака аргумента, с помощью которого маскируется либо аргумент, либо минус-аргумент. В математическом виде это означает:

$\text{abs}(x) = (\text{sign}(-x) \wedge x) \vee (\text{sign}(-x) \wedge -x)$ ,  
где  $\text{sign}()$  – логическая функция активации (activate):

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Если входные и выходные данные располагаются на разных шинах памяти процессора (Local и Global Bus) [2], то в цикле первая и последняя инструкция блока будут выполняться параллельно и время обработки одного 64р. слова составит 3 такта. Заметим, что в каждом 64р. слове может быть упаковано несколько чисел меньшей разрядности, для кото-

рхых модуль вычисляется одновременно. Так, в случае байтовой упаковки время вычисления модуля в пересчете на один байтовый элемент составляет 3/8 такта.

## 1.2 Вариант 2

Данный вариант реализуется с помощью векторного умножителя, что позволяет записать действие в 3 инструкции:

```
rep 1 ram=[ar0] with activate data;
rep 1           with vsum afifo,ram,ram;
rep 1 [ar6]=afifo;
```

(при этом в матрицу весов векторного умножителя предварительно должен быть загружен инвертирующий множитель  $-1$ ).

Здесь также сначала производится выделение знака аргумента, в зависимости от которого аргумент пройдет либо через умножающий вход с коэффициентом  $-1$ , либо без изменений через суммирующий. В математическом виде это означает:  $\text{abs}(x) = (\text{sign}(-x) \wedge x) \cdot (-1) + (\text{sign}(-x) \text{abs}(x))$ .

Если входные и выходные данные располагаются на разных шинах памяти процессора (Local и Global Bus), то в цикле первая и последняя инструкция блока будут выполняться параллельно и время обработки одного 64р. слова составит 2 такта.

## 1.3 Вариант 3

Вычисление абсолютного значения без операций ветвления можно также вычислить на базе операции «Исключающего ИЛИ» с помощью следующих выражений [1]:

$$|x| = (x \otimes \text{sign}(x)) - \text{sign}(x) \quad (2)$$

$$|x| = (x + \text{sign}(x)) \oplus \text{sign}(x) \quad (3)$$

$$|x| = x - (2x \wedge \text{sign}(x)) \quad (4)$$

По скорости все они уступают предыдущему варианту, поскольку требуют не менее 3 тактов.

## 1.4 Вариант 4

Формулу 2 можно упростить, удалив из нее последнее слагаемое. Полученная в результате формула  $|x| = \text{sign}(x) \oplus x$  математически уже не соответствует определению модуля. Для отрицательных чисел она отличается от модуля на единицу:

$$\text{abs}'(x) = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x-1 & , x < 0 \end{cases}$$

Однако данное обстоятельство на практике имеет большие преимущества:

1. Не возникает ошибка переполнения при взятии модуля от наименьшего отрицательного числа. Так, для байтовых чисел  $\text{abs}'(-128) = 127$ , а не  $-128$ , как это происходило бы во всех предыдущих вариантах. Во многих задачах, например по обработке изображений, ошибка в модуле на единицу не имеет существенного значения и ей можно пренебречь. В результате, при программировании исчезает необходимость предотвращать возможное переполнение, что позволяет работать в более узкой разрядной сетке.

2. Модуль вычисляется максимально быстро – за 1 процессорный такт на одно 64р. слово. Для реализации данного метода достаточно двух векторных инструкций, выполняющихся параллельно:

```
rep 1 data=[ar0] with activate data xor data;
rep 1 [ar6]=afifo;
```

3. Не требуется изменять или использовать матрицу весовых коэффициентов. Это особенно важно в случае дальнейшего суммирования модулей.

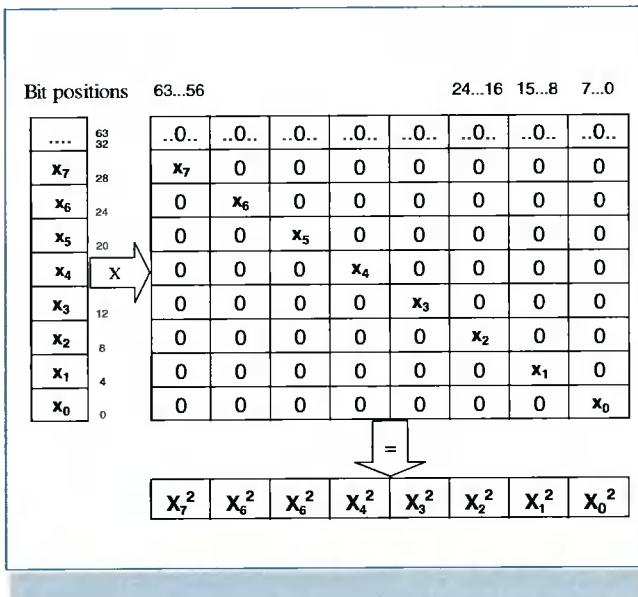
## 2 Алгоритмы возведения в квадрат элементов вектора

Приведем два варианта возможного вычисления квадратов элементов вектора. Для простоты в качестве примера разрядность исходных примем равной 4 битам, а для результата – 8 битам.

### 2.1 Способ 1 – «через диагональную загрузку»

Данный способ является наиболее очевидным и состоит в загрузке элементов вектора в матрицу весовых коэффициентов по диагонали, как показано на рис. 1.

Подготовку диагональной матрицы наиболее выгодно производить на скалярном ядре. В этом случае подготовку можно осуществлять на фоне загрузки предыдущей порции диагональной матрицы в теневую матрицу весовых коэффициентов и практически без затрат дополнительного времени. Так как сам процесс умножения вектора на весовую матрицу происходит за один такт, основное время вычисления будет определяться именно временем загрузки матрицы коэффициентов.



**Рис. 1. Алгоритм вычисления квадратов через диагональную загрузку элементов вектора в матрицу весовых коэффициентов**

## 2.2 Алгоритм быстрого вычисления квадрата

Предлагаемый алгоритм не требует диагонального преобразования данных и загрузки их в матрицу весовых коэффициентов и может успешно использоваться при вычислении квадратов чисел малой разрядности или сумм квадратов на процессоре NM6403.

Допустим, имеется 4-разрядное число со знаком:  $x$ , представляемое в бинарной записи как  $x = scba$ , где  $a, b, c$  – биты,  $a.s$  – знак. Тогда  $x = -8s + 4c + 2b + a$ .

Представим  $x^2$  следующим образом:

$$\begin{aligned} x^2 &= -(x \cdot (-x)) = -(scba \cdot (-scba)) = \\ &= -(scba \cdot (scba + 1)) = \\ &= -(scba + scba \cdot \overline{scba}) \\ &\quad scba \cdot scba = \\ &= (-8s + cba) \cdot (-\overline{8s} + \overline{cba}) = \\ &= -8s \cdot \overline{cba} - 8s \cdot cba + cba \cdot \overline{cba} = \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &= -8s(sss \oplus cba) + cba \cdot \overline{cba} \\ cba \cdot \overline{cba} &= (4c + ba)(4\bar{c} + \bar{ba}) = \\ &= 4c \cdot \bar{ba} + 4\bar{c} \cdot ba + \bar{ba} \cdot ba = \end{aligned} \quad (6)$$

$$= 4(cc \oplus ba) + \bar{ba} \cdot ba \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \bar{ba} \cdot ba &= (2\bar{b} + \bar{a})(2b + a) = \\ &= 2\bar{b} \cdot a + 2b \cdot \bar{a} = 2(2b \oplus a) . \end{aligned} \quad (8)$$

Выполняя последовательно обратную подстановку, получим

$$\begin{aligned} -x^2 &= x \cdot (-x) = scba \cdot (-scba) = \\ &= scba - 8(sss \oplus cba) + 4(cc \oplus ba) + 2(b \oplus a) , \end{aligned} \quad (9)$$

или

$$\begin{aligned} x^2 &= 8(sss \oplus cba) - \\ &- 4(cc \oplus ba) - 2(b \oplus a) - scba \end{aligned} \quad (10)$$

Подобные рассуждения можно использовать для разложения квадратов чисел большой разрядности. В случае 5-разрядного  $x = sdcbba$  выражения для  $x^2$  выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} x^2 &= 16(ssss \oplus dcba) - sdcbca - \\ &- 8(ddd \oplus cba) - 4(cc \oplus ba) - 2(b \oplus a) . \end{aligned} \quad (11)$$

Из формулы (11) можно получить выражения для квадрата положительного 4-разрядного числа  $x = dcba$ , подставляя в (11)  $s = 0$ :

$$x^2 = 15dcba - 8(ddd \oplus cba) - 4(cc \oplus ba) - 2(b \oplus a) . \quad (12)$$

### 2.2.1 Реализация быстрого алгоритма.

#### Вариант А

Непосредственная запись формулы (10) терминах операций, аппаратно поддерживаемых процессором NM6403, дает следующее выражение:

$$\begin{aligned} x^2 &= 8(0sss \oplus 0cba) - 4(00cc \oplus 00ba) - \\ &- 2(000b \oplus 000a) - scba = \\ &= 8((sign(scba) \oplus scba)) - \\ &- 4((sign(cba) \oplus scba) \wedge 0011) - \\ &- 2((sign(ba) \oplus scba) \wedge 0001) - scba , \end{aligned} \quad (13)$$

где согласно (1)  $sign(scba) = ssss$ ,  $sign(cba) = 0bbb$  и т.д.

На процессоре это выражение вычисляется за 11 процессорных тактов на 1 длинное слово. Т.е. каждое 4-разрядное число возводится в квадрат и сохраняется в 8р. слове результата за 11/16 такта.

```
f1cr=08888888h;
rep 1 data=[ar0++] with activate data xor data;
rep 1 [ar6++]=afifo;
```

```
f1cr=0cccccccch;
rep 1 data=[ar0++] with activate data xor data;
rep 1 vsum ram, afifo;
```

```
rep 1 data=[ar0++] with vsum ram, shift data, data;
rep 1 [ar6++]=afifo;
```

```
rep 2 data=[ar6++] with vsum ,ram, data,0;
rep 2 data=[ar6++] with data + afifo;
rep 2 data=[ar6++] with vsum ,data,afifo;
rep 2 data=[ar6++] with vsum ,data,afifo;
rep 2 [ar5++]=afifo;
```

## 2.2.2 Реализация быстрого алгоритма.

### Вариант В

Данный вариант не использует операцию «исключающего ИЛИ» (XOR) в явном виде, а основывается на том свойстве, что побитовое сложение двух чисел эквивалентно операции XOR.

Архитектура процессора NM6403 позволяет выбрать произвольное разбиение 64р. слова на составляющие элементы вплоть до 1-разрядных слов, что позволяет выполнять функцию XOR через суммирование в каждом разряде.

Имея матрицу с 1-разрядными столбцами и 1-разрядными строками и загружая единичные биты в соответствующие ячейки, мы получаем возможность суммировать биты из разных разрядов по функции XOR. На рис. 2 показан пример вычисления «Исключающего ИЛИ» бита  $b_0$  с каждым из битов  $b_1$ ,  $b_2$  и  $b_3$  с записью результатов в соответствующие позиции. В нулевую позицию бит  $b_0$  проходит без изменений.

Возможность произвольного разбиения матрицы позволяет реализовать подобную схему на процессоре NM6403. Следует заметить, что в отличие от вертикального разбиения, где минимальная ширина столбцов может равняться одному биту, минимально возможная ширина строк составляет 2 бита. Это несколько ограничивает возможности процессора при манипуляции с отдельными битами, поскольку доступными становятся лишь биты на четных позициях. Однако данная проблема решается с помощью указания в векторной инст-

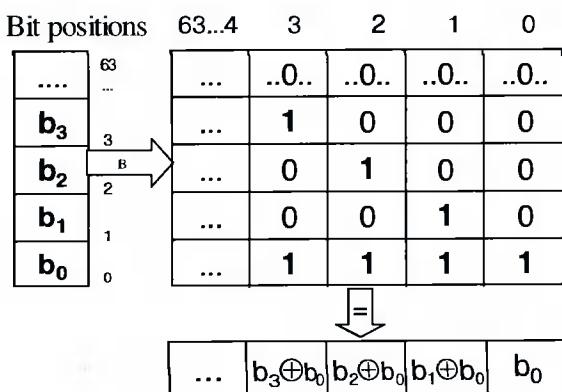


Рис. 2. Пример вычисления «исключающего ИЛИ» бита  $b_0$  с тремя соседними битами

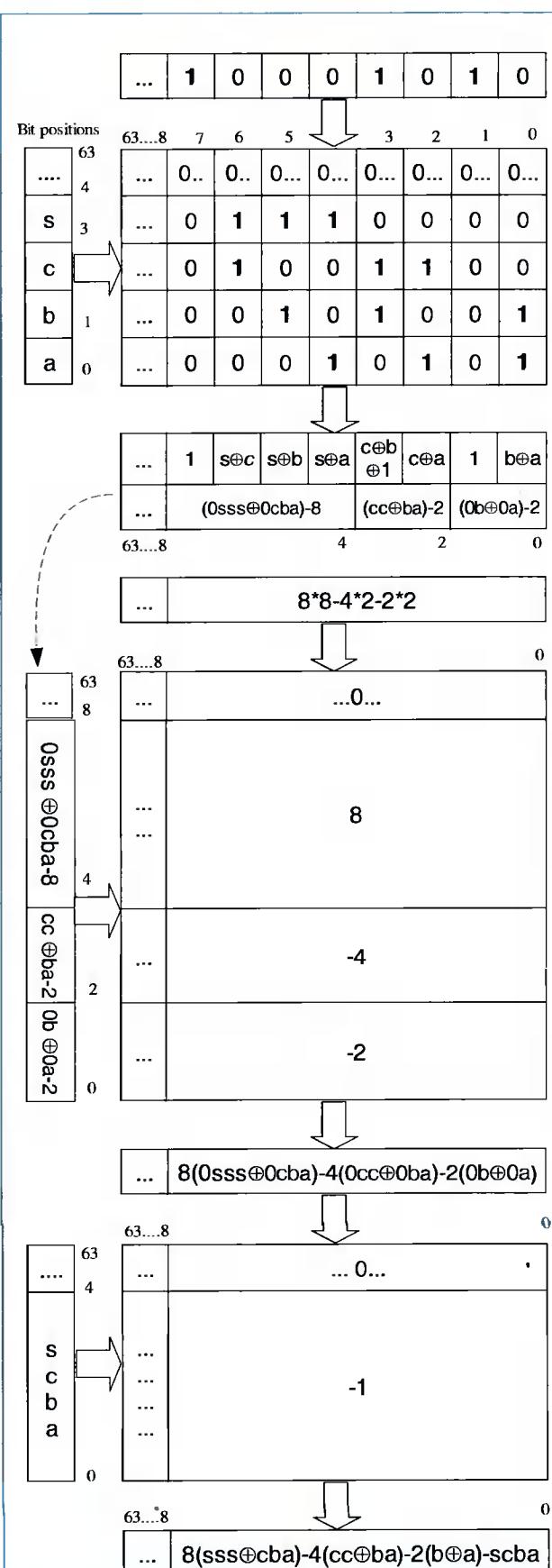


Рис. 3. Алгоритм вычисления  $x2$  с помощью векторного умножителя

риации 1-разрядного циклического сдвига shift[2], что позволяет обратиться и к нечетным битам. В итоге указанная выше схема реализуется в два прохода: на первом суммируются четные биты, на втором – нечетные. Для упрощения схемы эти шаги не рассматриваются, а сразу предполагается, что матрица может разбиваться на 1-разрядные строки.

В результате вся схема вычисления квадрата 4-разрядного числа осуществляется, как показано на рис. 3, и требует 4 такта на каждые 8 чисел результата, т.е. 0.5 такта на одно число.

На первом шаге производится выделение необходимых пар битов и суммирование их по функции XOR. Суммирование битов дает 2- и 4-разрядные слова на выходе. При таком суммировании слова оказываются беззнаковыми. Для перевода их в числа со знаком необходимо инвертировать старший бит путем добавки к результату слова 10001010<sub>b</sub>. На втором шаге полученные слова умножаются на соответствующие множители и компенсируется добавка, внесенная на первом шаге. На третьем шаге через вычитание числа sbsa формируется окончательный результат.

Для чисел большей разрядности можно применять формулы приближенного вычисления квадратов, выводя их по вышеприведенной схеме и используя только наиболее значимые слагаемые.

Также для приближенных расчетов квадратов чисел, корней и тригонометрических функций удачное применение на процессоре NM6403 находят методы из семейства алгоритмов под общим название CORDIC, или иначе известное под названием «цифра за цифрой».

### 3 Выводы

Рассмотренные выше способы демонстрируют высокую эффективность процессора NM6403 при вычислении модуля над элементами массива. Приведенный способ «неполного» взятия модуля позволяет достичь предельно возможной скорости его вычисления на процессоре NM6403, равной 1 такту на одно 64-разрядное слово. При работе с упакованными данными меньшей разрядности производительность повышается в соответствующее число раз. При этом гарантируется отсутствие переполнения, что позволяет дополнительно сужать разрядную сетку. Данные обстоятельства делают этот способ особенно привлекательным при обработке изображений, где погрешность младшего бита не играет особой роли.

Способ точного вычисления модуля уступает по скорости и составляет два такта на одно 64-разрядное слово.

Способы поэлементного возведения в квадрат значительно более трудоемкие, чем модуль, однако в ряде задач их можно заменить на приближенные методы. В статье рассмотрен один из таких способов, позволяющий возводить в квадрат числа малой разрядности (8 и меньше) менее чем за такт.

Предложенные способы позволяют более эффективно использовать ресурсы процессора NM6403 и могут найти успешное применение в задачах корреляционного анализа, фильтрации, поиска соответствия, сжатия изображений и т.п.

### Литература

- [1] Генри Уорен. Алгоритмические трюки для программистов
- [2] НТЦ Модуль. NeuroMatrix NM6403. Описание языка ассемблера.