

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

4/2005

НАУЧНО - ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

НЕЛИНЕЙНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

БАНКИ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

КОМПРЕССИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

ПЛИС И ЦСП: НОВЫЕ РАЗРАБОТКИ

ISSN 1684-2634



9 771684 263005 >

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал  
№ 3 (16)/2005

Издается с 1999 года  
Выходит четыре раза в год

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
Ю.Б. ЗУБАРЕВ

**ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:**  
В.В. ВИТЯЗЕВ, В.П. ДВОРКОВИЧ

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Б.А. Бабаян, Ю.И. Борисов  
С.А. Грибачев, Г.В. Зайцев, Р.В. Зубарев,  
А.П. Кирпичников, М.И. Кривошеев,  
Н.А. Кузнецов, М.С. Куприянов, А.А. Ланнэ,  
В.Г. Мистюков, С.Л. Мишенков,  
А.А. Петровский, Ю.Н. Прохоров,  
А.Н. Соловьев, Ю.Г. Сосулин,  
Н.Г. Харатишвили, В.В. Шахгильдян,  
Ю.С. Шинаков

## Адрес редакции:

107241 Москва, Щелковское ш., 23А  
Тел.: (495) 290-9088  
Факс: (495) 290-9085  
E-mail: editor@dspa.ru  
http://www.dspa.ru

## Для писем:

129090 Москва, а/я 48.

## Издатель:

КБ волоконно-оптических приборов  
Ответственный редактор: Д.А. Задворнов  
Дизайн и верстка: Е.Н. Юрлова

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – **82185**

Подписано в печать 22.03.2006 .  
Формат 60×90/8.

Гарнитура «Pragmatica C». Печать офсетная.  
Бумага мелованная. Печ.л. 7,0. Тираж 1000 экз.

Заказ № 61. Отпечатано в  
ООО «Типография Принтхаус»  
Москва, ул. Вавилова, вл. 9а, стр. 7,  
тел.: 132-7218, 740-16-67.

Издание зарегистрировано в Министерстве  
Российской Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств  
массовых коммуникаций.  
Свидетельство о регистрации ПИ №77-1488  
от 14.01.2000

© КБ ВП, 2005

## В НОМЕРЕ:

*Соловьева Е.Б.*

**Компенсация нелинейных искажений сигналов  
в каналах связи методом расщепления .....2**

*С.Н. Кириллов, С.В. Зорин*

**Проектирование банков фильтров на  
основе теории кратномасштабного анализа .....9**

*Кудряшов Б.Д., Поров А.В.*

**Скалярные квантователи  
для случайных величин, имеющих  
обобщенное гауссовское распределение ..... 16**

*В.И. Гадзиковский*

**Метод расчёта шумов квантования  
векторных цифровых фильтров .....24**

*Батлук А.В., Чобану М.К.*

**Исследование применения банков фильтров  
для сжатия изображений .....29**

*Бартенев В.Г., Бартенев М.В.*

**Анализ эффективности многоканального устройства  
с адаптивным порогом на модуле ЦОС «STAMP» ..... 41**

*Н.А. Андреев, М.В. Марочкин, В.Ю. Рыбаков*

**Модуль цифровой обработки  
радиолокационного сигнала МОС ЗС0001 .....45**

*С.В. Витязев*

**Новые разработки dsp компаний  
TEXAS INSTRUMENTS и ANALOG DEVICES .....49**

*В.Б. Стешенко*

**ПЛИС семейства Stratix II фирмы Altera –  
элементная база перспективных систем  
обработки сигналов .....54**

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – **82185**

УДК 621.396.4

## Компенсация нелинейных искажений сигналов в каналах связи методом расщепления

Соловьева Е. Б.

### Введение

Одним из способов борьбы с нелинейными искажениями сигналов является линеаризация характеристики исходной (искажающей) системы. Для простоты преобразований полагаем, что линейные искажения в исходной системе отсутствуют. Линеаризация достигается при компенсации нелинейных искажений, выполняемой нелинейным компенсатором (НК), каскадно подключенным ко входу или выходу исходной системы.

Исходную систему и НК можно описать операторами, известными математическими формами которых являются: функциональный ряд Вольтерры [1, 2, 3], многочлен расщепленных сигналов [4], нелинейная авторегрессионная модель [5, 6]. Параметры указанных математических моделей определяются в результате решения задачи аппроксимации на множествах входных и выходных сигналов. Таким образом, операторное уравнение НК формируется в процессе "обучения" устройства.

Операторные методы синтеза НК относятся к классу методов адаптивной линеаризации, в отличие от рассмотренных в [7, 8] итерационных методов, выполняющих "слепую" линеаризацию исходной системы (без "обучения" компенсатора). Операторные методы универсальны, поскольку не зависят от физической природы и компонентного описания источника нелинейных искажений.

В статье синтез НК выполняется на основе теории расщепления сигналов. Модель НК строится на классе сигналов с квадратурной амплитудной (амплитудно-фазовой) модуляцией. Конструктивность модели иллюстрируется примером компенсации нелинейных искажений сигналов в спутниковом канале связи

Предложен метод синтеза нелинейных компенсаторов в каналах связи, основанный на построении нелинейных операторов в виде многочленов расщепленных сигналов на классе искаженных выходных сигналов канала связи. Качество компенсации оценено на примере устранения нелинейных искажений сигналов в цифровом спутниковом канале связи, моделируемом усеченным рядом Вольтерры. Исследовано влияние гауссовского шума на точность компенсации.

(КС). При этом оценивается точность компенсации и способность модели НК сохранять свои свойства при гауссовской помехе в КС.

### Задача компенсации нелинейных искажений сигналов КС.

На основе операторного представления нелинейных систем задача компенсации нелинейных искажений сигналов КС формулируется следующим образом. Пусть нелинейный оператор  $H$  устанавливает однозначное соответствие между множествами входных  $x_M(t)$  и искаженных выходных  $y_M(t)$  сигналов КС. Необходимо построить оператор НК для исключения нелинейных искажений сигналов. Каскадное соединение КС и НК образует результирующую систему (рис. 1), описываемую операторным уравнением

$$\tilde{x}_M(t) = F[y_M(t)] = F[H[x_M(t)]] \approx x_M(t)$$

Синтез оператора НК конструктивен, если во входном сигнале компенсатора в явном виде присутствуют линейная и нелинейная составляющие. Данное



Рис. 1

свойство наблюдается при описании соотношения вход-выход КС усеченным рядом Вольтерры [1, 2, 3]

$$y_M(t) = \sum_{k=1}^P y_{M,k}(t) = \sum_{k=1}^P H_k[x_M(t)] \quad (1)$$

где  $y_{M,k}(t)$  – составляющая степени  $k$  выходного сигнала КС,  $H_k[x_M(t)]$  – функционал Вольтерры  $k$ -й степени – многомерный интеграл

$$H_k[x_M(t)] = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty h_k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{r=1}^k x_M(t - \tau_r) d\tau_r,$$

$h_k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k)$  – ядро Вольтерры  $k$ -го порядка ( $k$ -мерная импульсная характеристика). Модель Вольтерры (1) дает аналитическую форму выходного сигнала КС с раздельным описанием степенных составляющих, каждая из которых связана с воздействием и параметрами КС.

Входной сигнал КС – амплитудно-фазовое модулированное колебание с несущей частотой  $\omega_0$ ,

$$x_M(t) = |\dot{x}(t)| \cos(\omega_0 t + \arg(\dot{x}(t))) = \frac{1}{2} (\dot{x}(t) e^{j\omega_0 t} + \dot{x}^*(t) e^{-j\omega_0 t}) \quad (2)$$

где  $\dot{x}(t)$  – низкочастотная комплексная составляющая воздействия, \* – знак комплексного сопряжения.

При воздействии (2) выходной сигнал модели (1) КС на несущей частоте  $\omega_0$  имеет вид

$$y_M(t) = e^{j\omega_0 t} \sum_{k=1}^P \int_0^\infty \dots \int_0^\infty h_{2k-1}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \tau_{k+1}, \dots, \tau_{2k-1}) \dot{x}(t - \tau_1) \dot{x}(t - \tau_2) \dots \dot{x}(t - \tau_k) \dot{x}^*(t - \tau_{k+1}) \dots \dot{x}^*(t - \tau_{2k-1}) \prod_{r=1}^{2k-1} d\tau_r + e^{j\omega_0 t} \sum_{k=1}^P \int_0^\infty \dots \int_0^\infty h_{2k-1}^*(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \tau_{k+1}, \dots, \tau_{2k-1}) \dot{x}^*(t - \tau_1) \dot{x}^*(t - \tau_2) \dots \dot{x}^*(t - \tau_k) \dot{x}(t - \tau_{k+1}) \dots \dot{x}(t - \tau_{2k-1}) \prod_{r=1}^{2k-1} d\tau_r,$$

где

$$h_{2k-1}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \tau_{k+1}, \dots, \tau_{2k-1}) = \frac{(2k-1)!}{k!(k-1)!} h_{2k-1}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \tau_{k+1}, \dots, \tau_{2k-1}) \times \times e^{-j\omega_0 \tau_1} e^{-j\omega_0 \tau_2} \dots e^{-j\omega_0 \tau_k} e^{j\omega_0 \tau_{k+1}} \dots e^{j\omega_0 \tau_{2k-1}}$$

Многомерной комплексной импульсной характеристикой  $h_{2k-1}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \tau_{k+1}, \dots, \tau_{2k-1})$  КС соответствует смещенная на частоту  $\omega_0$  многомерная частотная характеристика  $H_{2k-1}(\omega_0 + \omega_1, \omega_0 + \omega_2, \dots, \omega_0 + \omega_k, -\omega_0 + \omega_{k+1}, \dots, -\omega_0 + \omega_{2k-1})$ .

Анализ выражения (3) показывает, что модулированный выходной сигнал КС с несущей частотой  $\omega_0$  содержит комплексную низкочастотную составляющую

$$\dot{y}(t) = \sum_{k=1}^P \int_0^\infty \dots \int_0^\infty h_{2k-1}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \tau_{k+1}, \dots, \tau_{2k-1}) \dot{x}(t - \tau_1) \dot{x}(t - \tau_2) \dots \dot{x}(t - \tau_k) \dot{x}^*(t - \tau_{k+1}) \dots \dot{x}^*(t - \tau_{2k-1}) \prod_{r=1}^{2k-1} d\tau_r \quad (4)$$

В дальнейшем для удобства математических преобразований будем обрабатывать лишь низкочастотные составляющие модулированных сигналов, тем самым, исключим из рассмотрения процессы модуляции, смещающие спектры сигналов на частоту конкретного КС.

При переходе к цифровым КС низкочастотный комплексный входной сигнал  $\dot{x}(n)$  становится позиционным [9], а низкочастотный комплексный выходной сигнал КС, согласно (4), описывается выражением

$$\dot{y}(n) = \sum_{k=1}^P \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=0}^{I_2} \dots \sum_{i_k=0}^{I_k} \sum_{i_{k+1}=0}^{I_{k+1}} \dots \sum_{i_{2k-1}=0}^{I_{2k-1}} h_{2k-1}(i_1, i_2, \dots, i_k, i_{k+1}, \dots, i_{2k-1}) \times \times \dot{x}(n - i_1) \dot{x}(n - i_2) \dots \dot{x}(n - i_k) \dot{x}^*(n - i_{k+1}) \dots \dot{x}^*(n - i_{2k-1}),$$

где  $n$  – нормированное дискретное время. Выражение (5) является дискретной низкочастотной моделью Вольтерры цифрового КС.

В данной работе для синтеза НК применяется теория расщепления сигналов [4]. Согласно этой теории НК представляет каскадное соединение расщепителя (P) и нелинейного безынерционного преобразователя (НБП) (рис. 2).

Оператор  $F_S$  расщепителя преобразует скалярный выходной сигнал  $\dot{y}(n)$  КС в векторный сигнал

$$\vec{y}_s(n) = F_S[\dot{y}(n)] = [\dot{y}_{s1}(n), \dot{y}_{s2}(n), \dots, \dot{y}_{sm}(n)]^T,$$

где  $T$  – знак транспонирования, таким образом, чтобы векторные сигналы не пересекались, не касались и не обращались в ноль на множестве их определения.

Оператор  $F_N$  НБП отображает векторный сигнал  $\vec{y}_s(n)$  в скалярный сигнал  $\tilde{x}(n)$ . Для описания оператора  $F_N$  используем многомерный многочлен.

$$\tilde{x}(n) = F_N[\vec{y}_s(n)] = \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=0}^{I_2} \dots \sum_{i_m=0}^{I_m} c(i_1, i_2, \dots, i_m) [\dot{y}_{s1}(n)]^{i_1} [\dot{y}_{s2}(n)]^{i_2} \dots [\dot{y}_{sm}(n)]^{i_m}$$

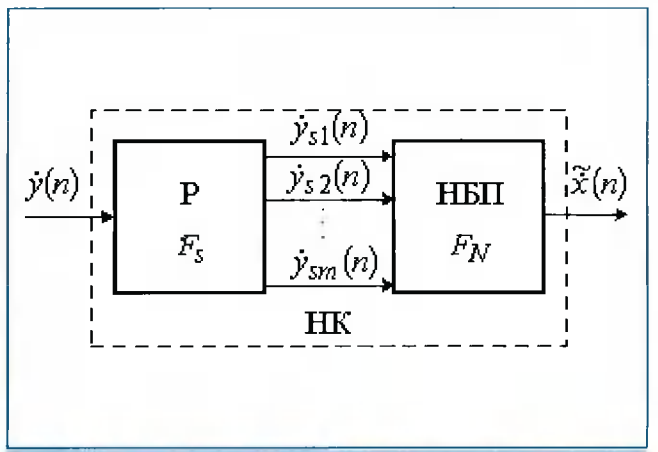


Рис. 2

## Синтез математической модели НК методом расщепления

В рамках теории расщепления синтез НК состоит в построении операторов  $F_s$  и  $F_N$ .

Построим оператор  $F_s$  расщепителя на классе низкочастотных сигналов  $\dot{y}(n)$  из выражения (5), представленных в виде

$$\begin{aligned} \dot{y}(n) &= \sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_1(i_1) \dot{x}(n-i_1) + \\ &+ \sum_{k=2}^P \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=0}^{I_2} \dots \sum_{i_k=0}^{I_k} \sum_{i_{k+1}=0}^{I_{k+1}} \dots \sum_{i_{2k-1}=0}^{I_{2k-1}} \dot{h}_{2k-1}(i_1, i_2, \dots, i_k, i_{k+1}, \dots, i_{2k-1}) \dot{g}_{2k-1}(n) = \\ &= \dot{y}_1(\dot{x}, n) + \dot{y}_{2P-1}(\dot{g}_3, \dot{g}_5, \dots, \dot{g}_{2P-1}, n), \end{aligned} \quad (6)$$

где базисные функции

$$\begin{aligned} \dot{g}_{2k-1}(n) &= \dot{x}(n-i_1) \dot{x}(n-i_2) \dots \dot{x}(n-i_k) \dot{x}(n-i_{k+1}) \dots \dot{x}(n-i_{2k-1}), \\ k &= 2, 3, \dots, P \text{ сформированы произведениями при линейных параметрах } \dot{h}_{2k-1}(i_1, i_2, \dots, i_k, i_{k+1}, \dots, i_{2k-1}), \quad k=2, 3, \dots, P \\ &\text{полинома (5); } \dot{y}_1(\dot{x}, n) \text{ – результат линейной свертки} \\ \dot{y}_1(n) &= \sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_1(i_1) \dot{x}(n-i_1); \end{aligned} \quad (7)$$

$\dot{y}_{2P-1}(\dot{g}_3, \dot{g}_5, \dots, \dot{g}_{2P-1}, n)$  – нелинейная составляющая сигнала  $\dot{y}(n)$ , образованная суммой степенных ( $k \geq 2$ ) слагаемых полинома.

Воздействие КС и базисные функции полинома (6) принадлежат множествам  $\dot{x}(n) \in G_x$ ,  $g_3(n) \in G_{g_3}$ ,  $g_5(n) \in G_{g_5}$ , ...,  $g_{2P-1}(n) \in G_{g_{2P-1}}$ .

На основе свойства позиционности сигнала  $\dot{x}(n)$  можно утверждать, что множества  $G_x$ ,  $G_{g_3}$ ,  $G_{g_5}$ , ...,  $G_{g_{2P-1}}$  не пересекаются, т. е.  $G_x \not\subset G_{g_3} \not\subset G_{g_5} \not\subset \dots \not\subset G_{g_{2P-1}}$ . Тогда, для однозначного преобразования сигнала  $\dot{y}(n)$ , описываемого выражением (6), в выходной сигнал  $\dot{\tilde{x}}(n) \approx \dot{x}(n)$  НК необходимо расщепить сигнал  $\dot{y}(n)$  по переменной  $\dot{h}_1(n)$  лишь в точках множества  $G_x$ , а не во всех точках множества  $G_x \times G_{g_3} \times G_{g_5} \times \dots \times G_{g_{2P-1}}$  (т. е. не расщеплять сигнал  $\dot{y}(n)$  по переменным  $\dot{h}_{2k-1}(i_1, i_2, \dots, i_k, i_{k+1}, \dots, i_{2k-1})$ ,  $k=2, 3, \dots, P$ ).

Отметим, что переменная  $\dot{h}_1(n)$  рассматривается при фиксированном моменте времени  $n$ .

Поскольку  $(G_{g_3} \times G_{g_5} \times \dots \times G_{g_{2P-1}}) \not\subset G_x$ , нелинейная составляющая  $\dot{y}_{2P-1}(\dot{g}_3, \dot{g}_5, \dots, \dot{g}_{2P-1}, n)$  из множества  $G_{g_3} \times G_{g_5} \times \dots \times G_{g_{2P-1}}$  не зависит от переменной  $\dot{h}_1(n)$ . Следовательно, для расщепления сигнала  $\dot{y}(n)$  по  $\dot{h}_1(n)$  на множестве  $G_x$  достаточно расщепить сигнал  $\dot{y}_1(n)$ , описываемый выражением (7), по переменной  $\dot{h}_1(n)$  на множестве  $G_x$ . Таким образом, существует связь: если  $\exists F_s[\dot{y}_1(n)]$ , то  $\exists F_s[\dot{y}(n)]$ . (8)

Сформулируем утверждение 1 и рассмотрим его доказательство.

**Утверждение 1.** Векторные сигналы

$$\vec{\dot{y}}_s(n) = F_s[\dot{y}_1(n)] = [\dot{y}_1(n), \dot{y}_1(n-1), \dots, \dot{y}_1(n-I_1)]^T \quad (9)$$

расщеплены по переменной  $\dot{h}_1(n)$  на множестве  $G_x$ .

Расщепление в форме (9) означает, что в каждой точке множества  $G_x$  векторные сигналы различны при разных значениях переменной  $\dot{h}_1(n)$ , т. е. система уравнений

$$\begin{cases} \sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_{1a}(i_1) \dot{x}(n-i_1) = \sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_{1b}(i_1) \dot{x}(n-i_1) \\ \sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_{1a}(i_1) \dot{x}(n-1-i_1) = \sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_{1b}(i_1) \dot{x}(n-1-i_1) \\ \dots \\ \sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_{1a}(i_1) \dot{x}(n-I_1-i_1) = \sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_{1b}(i_1) \dot{x}(n-I_1-i_1) \end{cases}$$

имеет решение

$$\dot{h}_{1a}(i_1) = \dot{h}_{1b}(i_1), \quad i_1 = 0, 1, \dots, I_1. \quad (10)$$

**Доказательство**

Представим указанную систему уравнений в виде

$$[\dot{X}(n)] \Delta \vec{H}_1 = \vec{0}, \quad (11)$$

где матрица

$$[\dot{X}(n)] = \begin{bmatrix} \dot{x}(n) & \dot{x}(n-1) & \dots & \dot{x}(n-I_1) \\ \dot{x}(n-1) & \dot{x}(n-2) & \dots & \dot{x}(n-I_1-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{x}(n-I_1) & \dot{x}(n-I_1-1) & \dots & \dot{x}(n-I_1-I_1) \end{bmatrix} = \quad (12)$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{x}_1(n) & \dot{x}_2(n) & \dots & \dot{x}_M(n) \\ E^1[\dot{x}_1(n)] & E^1[\dot{x}_2(n)] & \dots & E^1[\dot{x}_M(n)] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ E^{I_1}[\dot{x}_1(n)] & E^{I_1}[\dot{x}_2(n)] & \dots & E^{I_1}[\dot{x}_M(n)] \end{bmatrix},$$

$E^h[\dot{x}_l(n)] = \dot{x}_l(n-h)$ ,  $h=1, 2, \dots, M$ ,  $M=I_1+1$ ,  $i_1=0, 1, \dots, I_1$ ; вектор  $\Delta \vec{H}_1 = [\Delta \dot{h}_1(0), \Delta \dot{h}_1(1), \dots, \Delta \dot{h}_1(I_1)]^T$ ,  $\Delta \dot{h}_1(i_1) = \dot{h}_{1a}(i_1) - \dot{h}_{1b}(i_1)$ ,  $i_1=0, 1, \dots, I_1$ ; вектор  $\vec{0} = [0, 0, \dots, 0]^T$ .

При условии

$$\det[\dot{X}(n)] \neq 0, \quad (13)$$

где  $\det[\dot{X}(n)]$  – определитель матрицы  $[\dot{X}(n)]$ , уравнение (11) имеет решение  $\Delta \vec{H}_1 = \vec{0}$ , из которого следует равенство (10), характеризующее расщепленность векторных сигналов (9) на множестве  $G_x$  по переменной  $\dot{h}_1(n)$ .

Покажем, что условие (13) действительно выполняется. Определитель  $\det[\dot{X}(n)]$  – определитель Казоратти. Следовательно, сигналы  $\dot{x}_l(n)$ ,  $l=1, 2, \dots, M$  – решения линейного однородного разностного уравнения [10]

$$\sum_{i_1=0}^{I_1} \dot{h}_1(i_1) \dot{x}(n-i_1) = 0, \quad (14)$$

описывающего некоторую линейную дискретную систему. Линейное однородное разностное уравнение (14) допускает не более  $M=I_1+1$  ( $\dot{x}_l(n)$ ,  $l=1, 2, \dots, M$ ) линейно независимых на множестве  $G_x$  решений. Линейная независимость сигналов  $\dot{x}_l(n)$ ,  $l=1, 2, \dots, M$  равносильна требованию (13). Таким образом, условие (13) выполняется.

Тем самым, утверждение 1 доказано.  
Сформулируем следующее утверждение.

**Утверждение 2.** Векторные сигналы

$$\vec{y}_s(n) = F_s[y(n)] = [y(n), y(n-1), \dots, y(n-I_1)]^T \quad (15)$$

расщеплены по переменной  $\dot{h}_i(n)$  на множестве  $G_x$ .

Утверждение 2 справедливо на основе соответствия (8) и утверждения 1.

Таким образом, расщепитель НК (рис. 2) реализуем в виде линии задержки (рис. 3), число элементов которой определяется согласно утверждению 2.

Синтезируем оператор  $F_N$  блока НБП в НК (рис. 2). На выходе НБП необходимо получить низкочастотный комплексный сигнал  $\tilde{x}(n)$ , используемый далее для восстановления модулированного сигнала  $\tilde{x}(n)$  с несущей частотой  $\omega_0$ . Данное условие выполняется, если базисные функции полинома НБП аналогичны базисным функциям дискретной низкочастотной модели Вольтерры (5) КС. В итоге, многомерный полином НБП имеет вид

$$\tilde{x}(n) = \sum_{k=1}^p \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=0}^{I_2} \dots \sum_{i_k=0}^{I_k} \dots \sum_{i_{2k-1}=0}^{I_{2k-1}} \tilde{c}_{2k-1}(i_1, i_2, \dots, i_k, i_{k+1}, \dots, i_{2k-1}) \times y(n-i_1) y(n-i_2) \dots y(n-i_k) y^*(n-i_{k+1}) \dots y^*(n-i_{2k-1}) \quad (16)$$

Выражение (16) является нелинейной дискретной низкочастотной моделью НК.

Параметры модели (16) НК находятся в результате решения задачи аппроксимации

$$\| \hat{x}(n) - \tilde{x}(n) \| \rightarrow \min_{\xi} \quad (17)$$

в среднеквадратичной метрике.

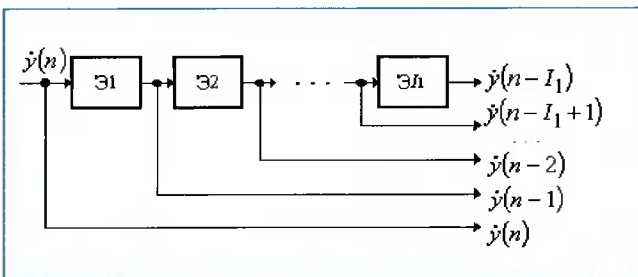


Рис. 3

На основе рассмотренного метода расщепления синтезируем компенсатор для борьбы с нелинейными искажениями сигналов цифрового спутникового КС.

**Компенсация нелинейных искажений сигналов цифрового спутникового КС**

Параметры низкочастотной модели Вольтерры (5) спутникового КС указаны в табл. 1 [11, 12].

Согласно линейной составляющей в табл. 1 и утверждению 2, расщепитель НК содержит 3 элемента задержки, а модель НК описывается многочленом (16) при  $I_1=3$ .

Нелинейная компенсация выполнялась на классе низкочастотных сигналов с 64-позиционной квадратурной амплитудной модуляцией, формируемых из выражения

$$\dot{x}(n) = i_{n\_re} + j \times i_{n\_im} \quad ,$$

где  $i_{n\_re} = (2i_n - 9)d$ ,  $i_{n\_im} = (2i_n - 9)d$ ,  $i_n, i_r = 1, 2, \dots, 8$ ,  $d = 0, 1$ .

Результаты компенсации представлены на рис. 4.

На рис. 4, а, б, в изображены точечные (1192 значения) выходные сигналы КС, линейного компенсатора (ЛК) и НК 5-го порядка соответственно. Жирными точками на рис. 4 обозначен низкочастотный входной сигнал  $\dot{x}(n)$  КС.

Для оценки качества компенсации вычислялись следующие погрешности:

- равномерная  $\delta(n) = \tilde{x}(n) - \dot{x}(n)$ ,  $n \in [Q_n, Q]$ ,
- абсолютная  $\delta_a(n) = |\delta(n)|$ ,  $n \in [Q_n, Q]$ ,
- максимальная абсолютная  $\delta_m = \max_{n \in [Q_n, Q]} |\delta_a(n)|$ ,
- среднеквадратичная

$$\varepsilon = \frac{1}{Q - Q_n} \sqrt{\sum_{n=Q_n}^Q \delta_a^2(n)}$$

при  $Q_n=7$ ,  $Q=5000$ .

Таблица 1. Параметры модели Вольтерры цифрового спутникового КС

Линейная составляющая	Нелинейная составляющая	
	3-й степени	5-й степени
$\dot{h}_1(0) = 1,22 + j0,646$	$\dot{h}_3(0,0,2) = 0,039 - j0,022$	$\dot{h}_5(0,0,0,1,1) = 0,039 - j0,022$
$\dot{h}_1(1) = 0,063 - j0,001$	$\dot{h}_3(3,3,0) = 0,018 - j0,018$	
$\dot{h}_1(2) = -0,024 - j0,014$	$\dot{h}_3(0,0,1) = 0,035 - j0,035$	
$\dot{h}_1(3) = 0,036 + j0,031$	$\dot{h}_3(0,0,3) = -0,040 - j0,009$	
	$\dot{h}_3(1,1,0) = -0,01 - j0,017$	

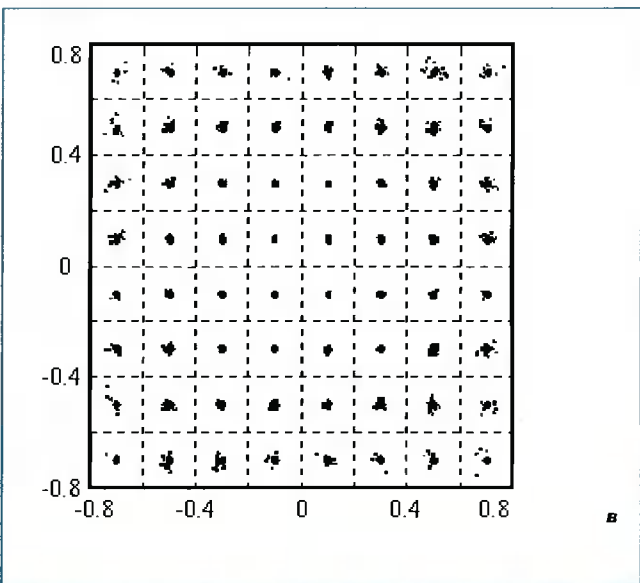
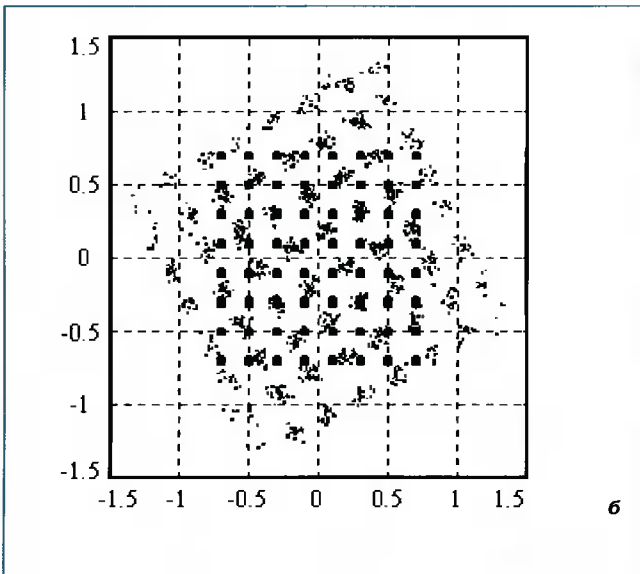
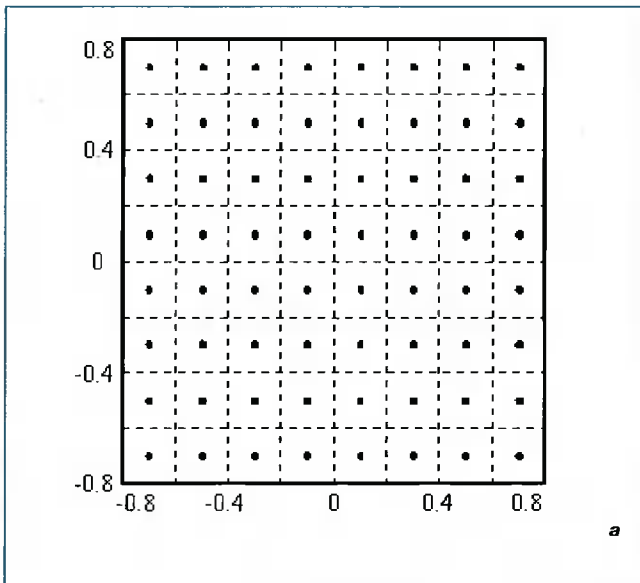


Рис. 4

Равномерные погрешности  $\delta(n)$ ,  $n \in [Q_n, 1191]$ , полученные ЛК и НК 5-го порядка, показаны на рис. 5, а, б соответственно.

На рис. 6, а, б изображены зависимости абсолютной погрешности  $\delta_d(n)$ . Кривые 1 соответствуют линейной компенсации, кривые 2 – нелинейной компенсации 3-го (рис. 6, а) и 5-го (рис. 6, б) порядков.

Значения погрешностей  $\delta_m$ ,  $\epsilon$ , а также число параметров ( $G$ ) модели НК, полученные при разной степени нелинейности модели компенсатора, приведены в табл. 2.

Анализ рис. 4, 5, б и табл. 2 показывает, что с увеличением порядка НК погрешность компенсации уменьшается (достигает наименьшего значения при НК 5-го порядка), а модель компенсатора усложняется. Отметим, что на сложность модели НК влияет степень ее нелинейности и размер вектора расщепленных сигналов.

### Нелинейная компенсация при действии гауссовской помехи в КС

Влияние гауссовской помехи на выходной сигнал КС описывает выражение

$$\dot{y}_g(n) = \dot{y}(n) + \xi(n), \quad (18)$$

где  $\dot{y}(n)$  – низкочастотный комплексный выходной сигнал КС, формируемый моделью Вольтерры (5),  $\xi(n)$  – узкополосный комплексный гауссовский процесс со

среднеквадратичным отклонением  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{R} \sum_{n=1}^R |\xi(n)|^2}$ , определяемым из отношения сигнал/шум

$$snr = 20 \lg \left( \sqrt{\sum_{n=Q_n}^Q |\dot{y}(n)|^2} / \sqrt{\sum_{n=Q_n}^Q |\xi(n)|^2} \right) \text{ дБ.}$$

Искаженный гауссовской помехой сигнал  $\dot{y}_g(n)$  обрабатывается низкочастотной моделью НК

$$\tilde{x}(n) = \sum_{k=1}^P \sum_{i_1=0}^{l_1} \sum_{i_2=0}^{l_2} \dots \sum_{i_k=0}^{l_k} \sum_{i_{k+1}=0}^{l_{k+1}} \dots \sum_{i_{2k-1}=0}^{l_{2k-1}} \dot{c}_{2k-1}(i_1, i_2, \dots, i_k, i_{k+1}, \dots, i_{2k-1}) \times \dot{y}_g(n-i_1) \dot{y}_g(n-i_2) \dots \dot{y}_g(n-i_k) \dot{y}_g^*(n-i_{k+1}) \dots \dot{y}_g^*(n-i_{2k-1}) \quad (19)$$

Вектор  $\vec{c}$  параметров модели (18) находится путем решения задачи (17) в метрике  $L_2$ .

Для компенсации нелинейных искажений сигналов цифрового спутникового КС, описываемого выраже-

Таблица 2.

Погрешности $\delta_m$ и $\epsilon$ , число параметров модели НК			
$\delta_m, \epsilon$ $G$	Линейная модель	Нелинейная модель	
		3-й степени	5-й степени
$\delta_m \times 10^{-2}$	8,14	2,63	1,19
$\epsilon \times 10^{-3}$	22,03	6,99	3,94
$G$	4	44	244

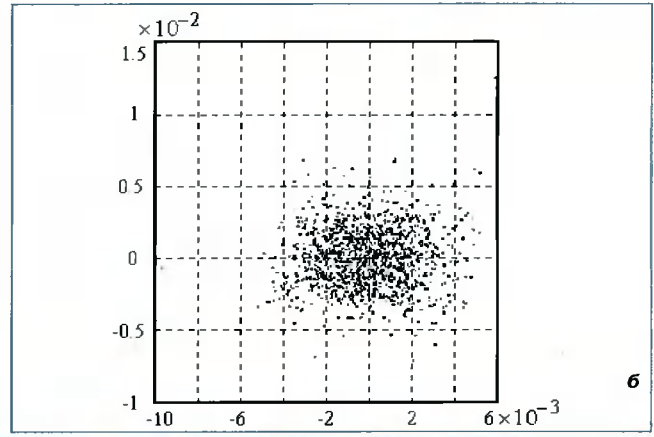
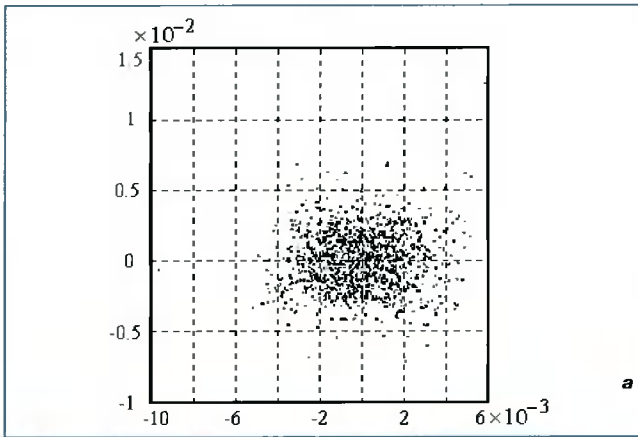


Рис. 5

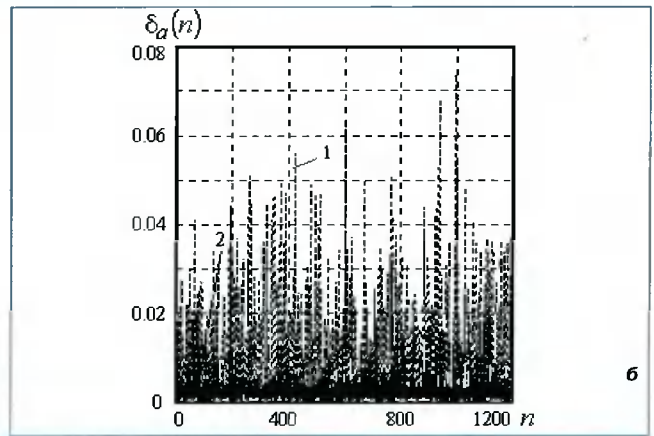
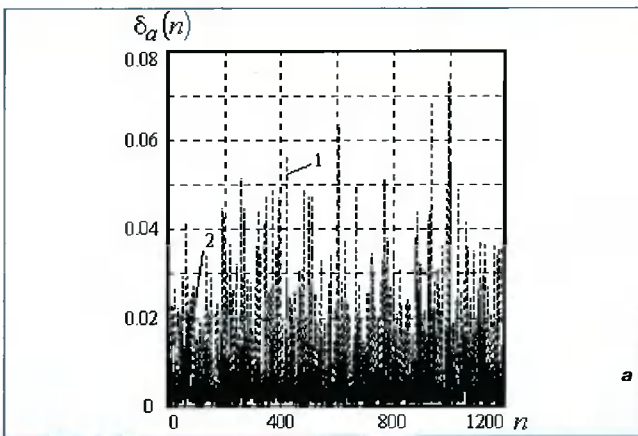


Рис. 6

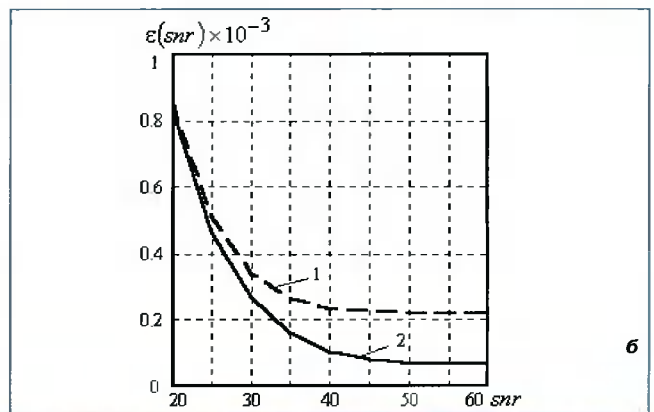
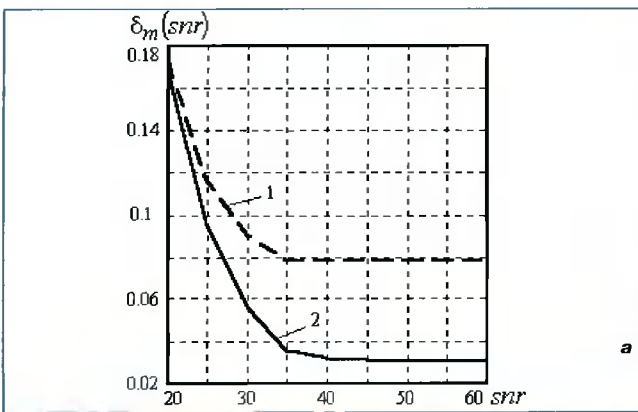


Рис. 7

нием (18) с учетом модели (5) и с параметрами из табл. 1, была построена модель (19) НК при  $I_f=3$ ,  $R=5000$ ,  $Q_n=7$ ,  $Q=5000$  и  $snr$ , принимающим значения 20, 30, 40, 50, 60 дБ.

Результаты компенсации нелинейных искажений сигналов КС с гауссовской помехой при 64-позиционной квадратурной амплитудной модуляции входных сигналов КС представлены на рис. 7 и в табл. 3.

На рис. 7, а, б изображены зависимости  $\delta_m(snr)$  и  $\epsilon(snr)$  соответственно. Кривые 1 получены при линейной компенсации, кривые 2 – при нелинейной компенсации 5-го порядка.

В табл. 3 указаны погрешности  $\delta_m$  и  $\epsilon$  нелинейной компенсации при разной степени нелинейности модели НК и различных значениях  $snr$ .

Из рис. 7 и табл. 3 видно, что при различных значениях  $snr$  нелинейная компенсация более эффективна, чем линейная компенсация. Точность компенсации повышается с увеличением степени нелинейности модели НК.

### Заключение

Предложенный метод компенсации нелинейных искажений сигналов КС основан на теории расцепле-



**Таблица 3. Погрешности  $\delta_m$  и  $\epsilon$  нелинейной компенсации при действии гауссовского шума в КС**

snr, дБ	$\delta_m$		$\epsilon \times 10^{-4}$	
	НК 3-го порядка	НК 5-го порядка	НК 3-го порядка	НК 5-го порядка
20	0,169	0,167	8,239	8,232
25	0,098	0,095	4,668	4,668
30	0,062	0,056	2,695	2,683
35	0,045	0,035	1,638	1,605
40	0,038	0,032	1,114	1,053
45	0,035	0,031	0,889	0,802
50	0,033	0,031	0,803	0,703
55	0,033	0,031	0,775	0,669
60	0,033	0,031	0,767	0,657

ния сигналов. Он применяется для построения операторного уравнения, описывающего соотношение вход-выход НК. Достоинства рассмотренного метода заключаются в следующем:

- адаптация метода к классу входных сигналов НК (обоснованный выбор вектора расщепленных сигналов) упрощает математическую модель (уменьшает размерность многомерного многочлена) НК по сравнению с общей моделью компенсатора в форме усеченного ряда Вольтерры;
- степень нелинейности характеристики НК не ограничивает область применения полинома расщепленных сигналов. В силу свойства сходимости усеченный ряд Вольтерры является моделью компенсатора лишь в режиме слабой его нелинейности;
- полином расщепленных сигналов содержит линейно-входящие параметры, поэтому решение задачи аппроксимации является глобальным оптимумом, формирующим вектор оптимальных значений параметров указанной модели.

Отмеченные свойства предложенного метода нелинейной компенсации использованы для борьбы с нелинейными искажениями сигналов в цифровом спутниковом КС, описываемом моделью Вольтерры. Показано, что свойства рассмотренного метода компенсации сохраняются при действии в КС гауссовской помехи.

### Список литературы

Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. – М.: Наука, 1976.

Данилов Л.В. Ряды Вольтерра-Пикара в теории нелинейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1987.

Schetzen M. The Volterra and Wiener theories of non-linear systems. – N.Y.: Wiley, 1980.

Ланнэ А.А. Нелинейные динамические системы: синтез, оптимизация, идентификация. – Л.: ВАС, 1985.

Chen S., Billings S.A. Representations of non-linear systems: the NARMAX model // Int. J. Control. 1989. Vol.49, № 3. P.1013–1032.

Peyton Jones J.C., Billings S.A. Recursive algorithm for computing the frequency response of a class of non-linear difference equation models // Int. J. Control. 1989. Vol.50, № 5. P.1925–1942.

Соловьева Е.Б. Синтез нелинейных эквалайзеров методом простых итераций // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2004. – Т.47, №11. – С. 61–70.

Соловьева Е.Б. Итерационный метод компенсации нелинейных искажений в каналах связи // Цифровая обработка сигналов. – 2005. – №11. – С. .

Прокис Дж. Цифровая связь / Пер. с англ.; Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000.

Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1983.

Benedetto S., Biglieri E., Daffara R. Modeling and performance evaluation of nonlinear satellite links – a Volterra series approach // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. 1979. Vol.15, № 4. P.494–506. .

Benedetto S., Biglieri E. Nonlinear equalization of digital satellite channels // IEEE Journal on selected areas in communications. 1983. Vol.1, № 1. P.57–62.

УДК 621.391.2

## Проектирование банков фильтров на основе теории кратномасштабного анализа

С.Н. Кириллов, С.В. Зорин

### Особенности теории банков фильтров и вейвлетного анализа.

Алгоритмы, полученные на основе теории вейвлет-анализа (ВА) и теории банков фильтров находят широкое применение в задачах обработки нестационарных случайных процессов (СП). Теории проектирования алгоритмов ВА и банков фильтров возникли независимо [1, ..., 4], но принципы обработки сигналов, предполагаемые этими теориями, имеют много общего и основываются на похожих алгоритмах.

Развитие теории ВА и обобщение её фундаментальных понятий привело к тому, что теорию банков фильтров считают составной частью теории ВА [5]. В ряде работ алгоритмы ВА и банки фильтров рассматриваются совместно [6, ..., 8], а в других работах по банкам фильтров указывается их взаимосвязь с теорией ВА [3, 5, 8].

Однако, если теория ВА оперирует с непрерывными функциями и функциональными пространствами, то теория банков фильтров – с дискретными последовательностями отсчетов обрабатываемого сигнала. В случае синтеза вейвлетных функций (ВФ) при ограничении на длительность основным требованием является её гладкость, а в случае банков фильтров – близость амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) фильтров к идеальным прямоугольным при ограничении на длительность импульсной характеристики (ИХ).

Результаты теории банков фильтров успешно применялись для построения непрерывных алгоритмов ВА: так в [6, 10, 11] получены ВФ, разложение по которым может быть эффективно реализовано на основе рекурсивных фильтров; в [12, 13] проведено обобщение разложений банками фильтров на случай непрерывных функций и введено понятие кратномасштабного анализа (КМА) кратности, отличной от двух.

Однако НЧ и ВЧ фильтры, реализующие разложение по ВФ, полученным с использованием КМА, час-

*Предложены методы построения системы банков фильтров с бесконечной длительностью импульсной характеристики, имеющей аналитическую форму записи. По сравнению с известной системой банков фильтров Шеннона предложенная система в среднем выигрывает по уровню боковых лепестков амплитудно-частотной характеристики на 17 дБ, по уровню подавлению сигнала в зоне заграждения на 10 дБ и по дисперсии ошибки восстановления на 15 дБ. При этом конкретный выигрыш зависит от количества фильтров в системе и относительной ширины переходной полосы.*

то не могут быть эффективно использованы в тех задачах, которые успешно решаются с помощью банков фильтров. Это объясняется тем, что обычно банки фильтров синтезируются по какому-либо критерию близости АЧХ к идеальным прямоугольным. В то время как фильтры, реализующие разложение по ВФ, получаются опосредованно, а непосредственное построение происходит для непрерывных функций. Кроме того, построение ВФ в большинстве случаев выполняется на основе КМА кратности два, что при необходимости разбиения частотного диапазона обрабатываемого сигнала на большее, чем два число подполос, требует последовательного разбиения частотного диапазона парой одних и тех же фильтров. Такая процедура эквивалентна однократному применению некоторой системы банков фильтров. Но при этом оказывается, что параметры АЧХ фильтров, выделяющих центральную часть частотного диапазона обрабатываемого сигнала, гораздо ниже, чем у АЧХ фильтров, выделяющих краевые части, в смысле близости к идеальным прямоугольным [14].

Существующие методы синтеза систем банков фильтров основываются на численных методах оптимизации и, следовательно, сопряжены с высокими вычислительными затратами. По этой причине в блоке памяти радиотехнического устройства хранятся уже предварительно полученные значения отсчетов ИХ соответствующих фильтров, которые не могут быть заново рассчитаны или изменены в процессе работы устройства. Однако, когда в ходе работы радиотехнического устройства изменяются характеристики обрабатываемых сигналов или требования к

качеству обработки, целесообразно иметь возможность расчета параметров банков фильтров в соответствии с новыми условиями функционирования.

Таким образом, цель работы заключается в синтезе систем банков фильтров, имеющих аналитическую форму записи импульсных характеристик, которые обеспечивают произвольное число частотных диапазонов, заданную ширину переходных участков, а также требуемую близость АЧХ фильтров в полосе прозрачности к идеальной прямоугольной.

### Представление функций в локальных тригонометрических базисах

Для представления функции, принадлежащей  $L^2(0,1)$ , возможно использовать одну из четырех форм тригонометрических базисов [15]:

1.  $\varphi_0^n(\omega) = \sqrt{2} \sin((2n+1)\pi\omega/2)$ , где  $n=0,1,\dots$
2.  $\varphi_1^n(\omega) = \sqrt{2} \sin(n\pi\omega)$ , где  $n=1,2,\dots$  (1)
3.  $\varphi_2^n(\omega) = \sqrt{2} \cos((2n+1)\pi\omega/2)$ , где  $n=0,1,\dots$
4.  $\varphi_3^n(\omega) = 1$ ,  $\varphi_4^n(\omega) = \sqrt{2} \sin(n\pi\omega)$ , где  $n=1,2,\dots$

Так как базисные функции из первой системы нечетны относительно точки 0 и четны относительно точки 1 [15], то базисная система имеет полярность  $(-,+)$  на интервале  $(0,1)$ . Аналогично, вторая, третья и четвертая системы имеют полярности  $(-,-)$ ,  $(+,-)$  и  $(+,+)$ , соответственно. Если разбить ось частот последовательностью  $\{\mu_k\}$ ,  $k \in Z$ , где  $Z$  – множество целых чисел и  $\mu_{k+1} > \mu_k$ , на интервалы  $I_k = (\mu_k, \mu_{k+1}]$  и на каждом из них использовать свой базис  $\{\varphi_m^n((\omega - \mu_k)/|I_k|)\}$ , где  $m=0,1,2,3$ , то вся совокупность функций образует полный ортогональный базис в  $L^2(\mathbb{R})$  [15].

Однако при этом базисные функции не являются гладкими и имеют разрывы в точках  $\{\mu_k\}$ ,  $k \in Z$ . Для устранения этого недостатка используют гладкие ЛТБ, предложенные Кофманом и Мейером [15]. Если последовательность колоколообразных функций  $\{\tau_k(\omega)\}$ , определенных на интервалах  $J_k = (\mu_k - \nu_k, \mu_{k+1} + \nu_{k+1})$ ,  $\mu_k + \nu_k < \mu_{k+1} - \nu_{k+1}$ ,  $k \in Z$ , удовлетворяет равенству  $\sum_{k \in Z} (\tau_k(\omega))^2 = 1$ , то система функций  $\tau_k(t) \varphi_m^n((\omega - \mu_k)/|I_k|)$  образует полный ортогональный базис в пространстве  $L^2(\mathbb{R})$ . При этом базисные функции, относящиеся к смежным интервалам, должны иметь противоположную полярность в общей точке.

### Условия кратномасштабного анализа кратности M

КМА кратности  $M$  пространства  $L^2(\mathbb{R})$  называется его анализ на основе последовательности вложенных друг в друга замкнутых подпространств  $\dots \subset V^1 \subset V^0 \subset V^{-1} \subset \dots$ , для которой выполняются следующие условия [10]:

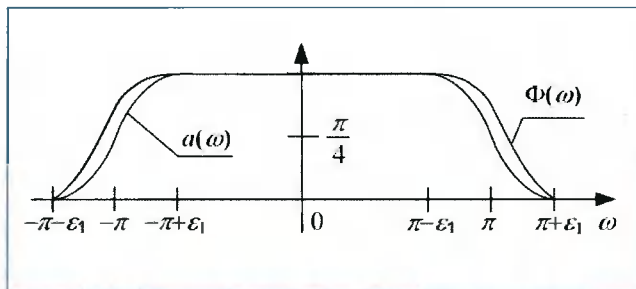


Рис. 1 – Вид функций  $a(\omega)$  и  $\Phi(\omega)$

а)  $\bigcup_{l \in Z} V^l = L_2(\mathbb{R})$ , б)  $\bigcap_{l \in Z} V^l = \{0\}$  (т.е. одно из подпространств пусто), в)  $f(t) \in V^l \Rightarrow f(Mt) \in V^{l+1}$  г) Существует функция  $\varphi(t) \in V^0$ , называемая скейлинг функцией (СФ), такая, что множество её сдвигов  $\varphi(t-n)$ ,  $n \in Z$ , образует ортонормированный базис пространства  $V^0$ .

Определим пространство  $V^0$  на основе СФ  $\varphi(t)$ , преобразование Фурье которой имеет вид  $\Phi(\omega) = \sin(a(\omega))$ . При этом функция  $a(\omega)$  должна удовлетворять следующим условиям:

$$a(\omega) = \pi/2 - a(2\pi - \omega); a(\pi) = \pi/4, |\omega| \in [0, \pi - \varepsilon]; \quad (2)$$

$a(\omega) = 0, |\omega| \in [\pi + \varepsilon, \infty); a(\omega) \geq 0, \omega \in \mathbb{R}, \mathbb{R}$  – множество действительных чисел.

Выполнение свойств а), б), в) и г) обеспечивается ограничениями, накладываемыми на СФ  $\varphi(t)$ , а вложенность подпространств будет иметь место в случае выполнения условия  $\varepsilon \leq (M-1)\pi/(M+1)$ . Далее будем предполагать, что функция  $a(\omega): |\omega| \in (\pi - \varepsilon, \pi + \varepsilon]$  выбрана на таком образом, чтобы обеспечить гладкость функции  $\Phi(\omega)$ . Смысл равенств (2) поясняется рисунком 1.

### Обобщение вейвлетных функций класса Мейера на случай кратномасштабного анализа произвольной кратности

Обозначим через  $W^l = V^{l+1}/V^l$  дополнение пространства  $V^l$  до пространства  $V^{l+1}$ , т.е.  $V^{l+1} = V^l \cup W^l, V^l \cap W^l = \{0\}$  и определим полную систему ортогональных базисных функций в пространстве  $W^l$ . Для этого достаточно получить систему функций для пространства  $W^0$ , а системы для других подпространств могут быть получены посредством масштабирования.

Базисным функциям  $\varphi_n(t) = \varphi(t-n)$  пространства  $V^0$  в частотной области соответствуют функции  $\Phi_n(\omega) = \Phi_0(\omega) \exp(i\omega n) = \alpha_n^0(\omega) + j\beta_n^0(\omega)$ , где

$$\alpha_n^0(\omega) = \Phi_0(\omega) \cos(\omega n), \beta_n^0(\omega) = \Phi_0(\omega) \sin(\omega n). \quad (3)$$

При этом действительная и мнимая части преобразования Фурье образуют гладкие ЛТБ на интервале оси частот  $J_\sigma = [0, \pi)$  с полярностями  $(+,+)$  и  $(-,-)$ , соответственно. Аналогично, базисным функциям

$\varphi'_n(t) = \varphi(Mt - n)$  пространства  $V$  в частотной области соответствуют функции  $\Phi'_n(\omega) = \Phi_\rho(\omega/M) \exp(i\omega n/M) = \alpha_{1,n}^0(\omega) + j\beta_{1,n}^0(\omega)$ , где

$$\alpha_{1,n}^0(\omega) = \Phi_\rho(\omega/M) \cos(\omega n/M), \beta_{1,n}^0(\omega) = \Phi_\rho(\omega/M) \sin(\omega n/M) \quad (4)$$

которые образуют гладкие ЛТБ, на интервале оси частот  $J'_0 = [0, M\pi + M\epsilon]$  с полярностями (+,+) и (-,-), соответственно.

Для определения базисных функций пространства  $W^0$  интервал оси частот  $I'_0 = [0, M\pi]$  разобьем на подынтервалы  $I_k = [k\pi, (k+1)\pi]$ . Интервалы для определения колоколообразных функций зададим как  $J_k = [k\pi - \epsilon_k, (k+1)\pi + \epsilon_{k+1}]$ ,  $k=0, 1, \dots, M-1$ . При этом для последовательности  $\epsilon = \{\epsilon_k\}$ ,  $k=0, 1, \dots, M$ , должны выполняться условия  $\epsilon_0=0$ ,  $\epsilon_m=M\epsilon_1$  и  $k\pi + \epsilon_k \leq (k+1)\pi - \epsilon_{k+1}$ ,  $k=0, 1, \dots, M-1$ . Колоколообразные функции в частотной области определим как:

$$\tau_k(\omega) = \sin(a_k(\omega)), \quad k=0, 1, \dots, M$$

$$a_k(\omega) = \begin{cases} \tilde{a}_k(\omega - k\pi), & \omega \in J_k^1; \tilde{a}_{k+1}((k+1)\pi - \omega), & \omega \in J_{k+1}^1; \\ \pi/2, & \omega \in [k\pi + \epsilon_k, (k+1)\pi - \epsilon_{k+1}]; 0, & \text{иначе;} \end{cases} J_k^1 = [k\pi - \epsilon_k, k\pi + \epsilon_k], \quad (5)$$

при этом  $a_\rho(\omega) = a(\omega)$ , а функции  $\tilde{a}_k(\omega)$  имеют область определения  $[-\epsilon_k, \epsilon_k]$  и удовлетворяют условиям:

$$\tilde{a}_k(\omega) \geq 0, \tilde{a}_k(\omega) + \tilde{a}_k(-\omega) = \pi/2, \quad k=0, 1, \dots, M-1, \tilde{a}_M(\omega) = \tilde{a}_0(\omega/M). \quad (6)$$

Выбор такого представления колоколообразных функций обусловлен относительной простотой их аналитической формы записи, а также тем, что оно задает достаточно широкий класс возможных решений в рассматриваемой далее вариационной задаче.

Так как действительная и мнимая части преобразования Фурье сдвигов СФ  $\varphi(t)$  образуют локальные тригонометрические базисы на интервале оси частот  $J_0$  с полярностями (+,+) и (-,-), соответственно, то для представления действительных частей преобразования Фурье функций, принадлежащих пространству  $W^0$ , воспользуемся продленными четным образом на отрицательную полуось частот гладкими ЛТБ с полярностью (-,+)

$$\alpha_n^k(\omega) = \sqrt{2} \tau_k(|\omega|) \sin((2n+1)(|\omega| - k\pi)/2) / \sqrt{\pi}, \quad (7)$$

а для представления мнимых частей – гладкими ЛТБ с полярностью (+,-), продленными нечетным образом на отрицательную полуось:

$$\beta_n^k(\omega) = \text{sign}(\omega) \sqrt{2} \tau_k(|\omega|) \cos((2n+1)(|\omega| - k\pi)/2) / \sqrt{\pi}. \quad (8)$$

Тогда функции, преобразование Фурье которых имеет вид:

$$\gamma_n^k(\omega) = \alpha_n^k(\omega) + i\beta_n^k(\omega), \quad (9)$$

образуют полный ортогональный базис в пространстве  $W^0$  [15].

Равенство (9) может быть преобразовано к виду:

$$\gamma_n^k(\omega) = \tau_k(|\omega|) \exp(-i(2n+1)\omega/2) (-1)^n \theta_k(\omega), \quad (10)$$

где  $\theta_k(\omega) = i \exp(ik\pi/2), \omega \geq 0; -\exp(-ik\pi/2), \omega < 0$ . Нетрудно заметить, что  $\theta_{4k+1}(\omega) = -1, \theta_{4k+2}(\omega) = -i \text{sign}(\omega), \theta_{4k+3}(\omega) = 1, \theta_{4k+4}(\omega) = i \text{sign}(\omega)$ . Так как изменение знака у части базисных функций не приводит к нарушению свойства полноты и ортогональности, то от выражения (10) перейдем к системе:

$$\gamma_n^{2k+1}(\omega) = \tau_{2k+1}(|\omega|) \exp(-i(2n+1)\omega/2)$$

$$\gamma_n^{2k+2}(\omega) = i \text{sign}(\omega) \tau_{2k+2}(|\omega|) \exp(-i(2n+1)\omega/2), \quad (11)$$

где  $k=0, 1, \dots$ . Такой переход обеспечивает возможность аналитического представления базисных функций во временной области. Взяв обратное преобразование Фурье от функций  $\gamma_n^k(\omega)$  (11), получим ортогональную систему функций в пространстве  $W^0$ :

$$\Gamma_n^k(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_n^k(\omega) \exp(i\omega t) d\omega = \Gamma^k\left(t - \frac{2n+1}{2}\right), \quad (12)$$

где  $\Gamma^{2k+1}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_{2k+1}(\omega) \cos(\omega t) d\omega$ ,  $\Gamma^{2k+2}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_{2k+2}(\omega) \sin(\omega t) d\omega$ . Пусть  $\Gamma_n^0(t) = \Gamma_n^0(t-n) = \varphi(t-n)$ . При этом функции  $\Gamma_n^k(t)$ ,  $k=1, 2, \dots, M-1$ ,  $n \in Z$ , образуют ортогональный базис в пространстве  $W^0$ , т.е. в случае ВА кратности  $M$  существует одна СФ  $\Gamma^0(t) = \varphi(t)$  и  $M-1$  ВФ  $\Gamma^k(t)$ ,  $k=1, 2, \dots, M-1$ . В силу свойств КМА сдвиги СФ  $\varphi(t)$ , а также сдвиги и сжатия в  $M$  раз  $M-1$  ВФ  $\Gamma^k(t-1/2)$ ,  $k=1, 2, \dots, M-1$ , образуют ортонормированный базис в  $L^2(\mathbf{R})$ .

Таким образом, произведено обобщение ВФ класса Мейера на случай ВА произвольной кратности, которое далее используется для синтеза банков фильтров.

### Эквивалентные соотношения обобщенных вейвлетных функций класса Мейера и характеристик банков фильтров

Известно [12], что переход от коэффициентов разложения некоторой функции в пространстве  $V^1$  к коэффициентам разложения в пространствах  $W^0$  и  $V^0$  может быть осуществлён с помощью системы банков фильтров. При этом коэффициенты ИХ  $k$ -го фильтра могут быть определены как скалярное произведение:  $h_i^k = (\varphi^1(t), \Gamma_i^k(t))$ ,  $i \in Z$  (13)

Учитывая, что скалярное произведение двух функций можно осуществлять как в частотной, так и во временной областях, нетрудно показать, что коэффи-

коэффициенты ИХ фильтров связаны со СФ и ВФ соотношениями:

$$h_i^0 = \Gamma^0(i/M), \quad h_i^k = \Gamma^k(0.5 + i/M), \quad k=1, 2, \dots, M-2; \quad (14)$$

$$h_i^{M-1}(-1)^i \bar{h}_i^0 \quad \text{где} \quad \bar{h}_i^0 = \Gamma^0((i+2-M)/M).$$

При этом АЧХ фильтров анализа будут иметь вид:

$$|H_k(\omega)| = \sqrt{M} \tau_k(M|\omega|), \quad k=0, 1, \dots, M-2; \quad |H_{M-1}(\omega)| = \sqrt{M} \sin(a'_{M-1}(M|\omega|)), \quad (15)$$

$$a'_{M-1}(\omega) = \begin{cases} \pi/2, & \omega \in [(M-1)\pi + \varepsilon_{M-1}, M\pi]; \\ 0, & \omega \notin [(M-1)\pi - \varepsilon_{M-1}, M\pi]; \\ \tilde{a}_{M-1}(\omega - (M-1)\pi), & \omega \in [(M-1)\pi - \varepsilon_{M-1}, (M-1)\pi + \varepsilon_{M-1}] \end{cases}$$

где функция  $\tilde{a}_{M-1}(\omega)$  определена ранее в равенстве (5).

На рис. 2 представлены функции  $a_k(\omega)$ ,  $\tau_k(\omega)$ , а также АЧХ фильтров  $|H_k(\omega)|$ ,  $k=0, 1, \dots, M-2$ , для  $M=3$ ,  $\varepsilon_k = \pi/6$ . Как следует из рис. 2, параметр  $\varepsilon_k$  определяет ширину переходной зоны между полосой заграждения фильтра и полосой пропускания, при этом ширина этой полосы может быть определена как:  $(\varepsilon_k f_d)/(\pi M)$ .

### Синтез оптимальных колоколообразных функций

Колоколообразные функции  $\tau_k(\omega)$  являются в соответствии с (12) амплитудными спектрами Фурье ВФ  $\Gamma^k(t)$ . Одним из существенных требований, предъявляемых к ВФ, является локализация во временной области, которую можно охарактеризовать эффективной длительностью:

$$\Delta_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \Gamma^k(t)^2 dt. \quad (16)$$

Нетрудно показать, что квадрат эффективной длительности ВФ может быть выражен через функции  $\tilde{a}_k(\omega)$  как:

$$\Delta_t^2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon_1}^0 \left( \frac{d\tilde{a}_k(\omega)}{d\omega} \right)^2 d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\varepsilon_2} \left( \frac{d\tilde{a}_{k+1}(\omega)}{d\omega} \right)^2 d\omega. \quad (17)$$

Кроме того, ВФ должны иметь высокую частотную локализацию, то есть обеспечивать при обработке стационарных участков СП малую ошибку восстановления. Для характеристики степени частотной локализации ВФ предположим, что на вход системы банка фильтров поступает нормированный к единице стационарный СП со спектром, равномерно распределенным в нормированном к частоте дискретизации диапазоне частот  $I_k^s = [\pi/M, 2\pi/M]$ , т.е.  $H_s(\omega) = M$ ,  $\omega \in I_k^s$ . Для представления СП будем использовать коэффициенты с выхода только  $k$ -го фильтра. Дисперсия ошибки восстановления в этом случае будет равна:

$$D_k = 1 - \frac{1}{M} \frac{1}{\pi} \int_{\omega \in I_k^s} H_s(\omega) |H_k(\omega)|^2 d\omega. \quad (18)$$

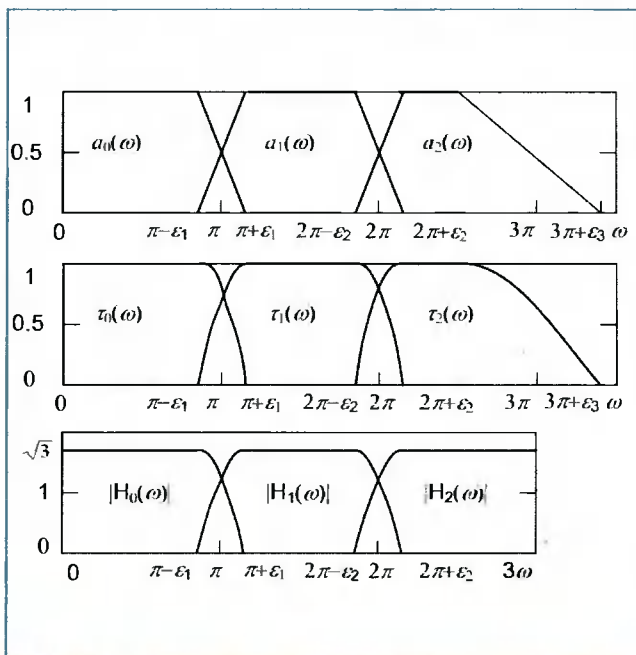


Рис. 2 – Зависимости АЧХ фильтров, амплитудного спектра ВФ и порождающих функций

После ряда несложных преобразований выражения (18) получим:

$$D_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon_k}^0 \sin^2(\tilde{a}_k(\omega)) d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\varepsilon_{k+1}} \sin^2(\tilde{a}_k(\omega)) d\omega. \quad (19)$$

Таким образом, система банков фильтров, оптимальная по критериям минимума дисперсии ошибки восстановления (19) и эффективной длительности (17), может быть получена посредством минимизации функционалов:

$$F_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon_k}^0 \left( \frac{d\tilde{a}_k(\omega)}{d\omega} \right)^2 d\omega + A_k^L \frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon_k}^0 (\sin(\tilde{a}_k(\omega)))^2 d\omega, \quad (20)$$

$k=0, 1, \dots, M-1$ , где  $A_k^L$  – множители Лагранжа. Функции  $\tilde{a}_k(\omega)$ , минимизирующие функционалы  $F_k$ , являются решениями нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2}{d\omega^2} \tilde{a}_k(\omega) - A_{1,k}^L \sin(2\tilde{a}_k(\omega)) = 0, \quad (21)$$

где  $A_{1,k}^L = A_k^L/2$ , при граничных условиях:

$$\tilde{a}_k(-\varepsilon_k) = 0, \quad \tilde{a}_k(0) = \pi/4 \quad (22)$$

Параметры  $\varepsilon_k$  определяют ширину переходной зоны между полосой пропускания фильтра и полосой заграждения, а множители Лагранжа  $A_k^L$  позволяют задавать предпочтение между малой эффективной длительностью и небольшой ошибкой восстановления. Решение дифференциального уравнения (21) может быть получено в численном виде.

**Построение банков фильтров с аналитической формой записи**

Предположим, что требование малой дисперсии ошибки восстановления несущественно, тогда можно положить множители Лагранжа в системе дифференциальных уравнений (21) равными нулю. При этом система дифференциальных уравнений примет вид:

$$\frac{d^2}{d\omega^2} \tilde{a}_k(\omega) = 0 \quad (23)$$

с граничными условиями (22):  $\tilde{a}_k(-\varepsilon_k) = 0, \tilde{a}_k(0) = \pi/4$ . В этом случае решение системы уравнений (23) равно:

$$\tilde{a}_k(\omega) = \pi(\omega - \varepsilon_k) / 4\varepsilon_k, \quad \omega \in [-\varepsilon_k, \varepsilon_k]. \quad (24)$$

При использовании функций  $\tilde{a}_k(\omega)$  (2.4) выражение для СФ будет иметь вид:

$$\Gamma_{\varepsilon_k}^0(t) = \left( \left( \frac{-\xi_1}{t^2 - \xi_1^2} \right) \cos((\pi + \varepsilon_1)t) + \left( \frac{-\xi_1^2}{t^2 - \xi_1^2} \right) \sin((\pi - \varepsilon_1)t) \right) / \pi. \quad (25)$$

ВФ для нечетных и четных значений  $k$  соответственно равны

$$\Gamma_{\varepsilon_k, \varepsilon_{k+1}}^k(t) = \left( \frac{-\xi_k}{\pi(t^2 - \xi_k^2)} \right) \cos((k\pi - \varepsilon_k)t) + \left( \frac{\xi_k^2}{\pi(t^2 - \xi_k^2)} \right) \sin((k\pi + \varepsilon_k)t) + \left( \frac{-\xi_{k+1}^2}{\pi t(t^2 - \xi_{k+1}^2)} \right) \sin(((k+1)\pi - \varepsilon_{k+1})t) + \left( \frac{-\xi_{k+1}}{\pi t(t^2 - \xi_{k+1}^2)} \right) \cos(((k+1)\pi + \varepsilon_{k+1})t), \quad (26)$$

$$\Gamma_{\varepsilon_k, \varepsilon_{k+1}}^k(t) = \left( \frac{-\xi_k}{\pi(t^2 - \xi_k^2)} \right) \sin((k\pi - \varepsilon_k)t) + \left( \frac{-\xi_k^2}{\pi t(t^2 - \xi_k^2)} \right) \cos((k\pi + \varepsilon_k)t) + \left( \frac{\xi_{k+1}^2}{\pi t(t^2 - \xi_{k+1}^2)} \right) \cos(((k+1)\pi - \varepsilon_{k+1})t) + \left( \frac{-\xi_{k+1}}{\pi(t^2 - \xi_{k+1}^2)} \right) \sin(((k+1)\pi + \varepsilon_{k+1})t), \quad (27)$$

где  $\xi_k = \pi/4\varepsilon_k$ . В целях сравнения с предложенными банками фильтров будем использовать известные банки фильтров на основе ВФ Шеннона [16], которые можно рассматривать как частный случай предложенного класса ВФ, когда колоколообразная функция вырождена в прямоугольную. При этом СФ представляет собой интерполирующую СФ Котельникова:

$$\Gamma_{sh}^0(t) = \sin(\pi t) / \pi t, \quad (28)$$

а ВФ для нечетных и четных частотных поддиапазонов соответственно равны:

$$\Gamma_{sh}^k(t) = \sin((k\pi + \pi/2)t) \sin(\pi t/2) / \pi t, \quad (29)$$

$$\Gamma_{sh}^k(t) = \cos((k\pi + \pi/2)t) \sin(\pi t/2) / \pi t.$$

**Сравнение предложенных банков фильтров с известными банками фильтров на основе вейвлетной функции Шеннона**

При решении практических задач в случае использования банков фильтров с бесконечной длительностью ИХ приходится ограничивать ее длительность конечным числом отсчетов. При этом система банков фильтров утрачивает такие свойства как: нулевой уровень боковых лепестков, бесконечный коэффициент подавления сигнала в полосе заграждения, более того, нарушается условие точного восстановления. Тем не менее, при увеличении длительности ИХ эти параметры приближаются к идеальным. Однако крайне медленная скорость спада ИХ в случае банков фильтров на основе ВФ Шеннона ( $\sim 1/t$ ) приводит к значительной длительности ИХ, обеспечивающей приемлемые показатели системы банков фильтров. Более того, уровень боковых лепестков при увеличении длительности ИХ в случае банков фильтров на основе ВФ Шеннона практически не изменяется и составляет около 21 децибела. При этом значительная длительность ИХ обуславливает большую задержку при обработке и высокие вычислительные затраты, что неприемлемо при обработке динамичных нестационарных СП. Все эти факторы приводят к тому, что банки фильтров на основе ВФ Шеннона редко используются при решении практических задач.

Значения отсчетов ИХ в случае предложенного семейства банков фильтров убывают как  $1/t^2$ , что следует из равенств (25, ..., 27). Это обеспечивает более высокие характеристики системы банков фильтров при ограниченной длительности ИХ. Проведем сравнение предложенных банков фильтров и банков фильтров на основе ВФ Шеннона при ограниченных длительностях ИХ.

Для характеристики предложенного семейства банков фильтров и его сравнения с известными бан-

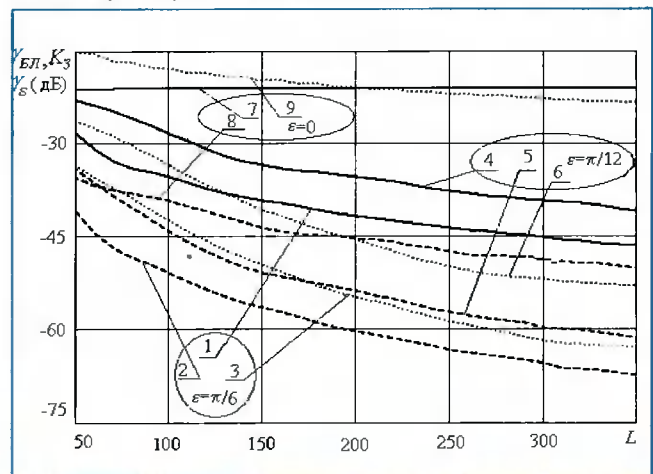


Рис. 3 – Зависимости характеристик банков фильтров

ками фильтров на основе ВФ Шеннона воспользуемся следующими параметрами: уровнем боковых лепестков ( $\gamma_{БЛ}$ ) АЧХ, коэффициентом подавления сигнала в зоне заграждения ( $K_s$ ), а также относительной дисперсией ошибки восстановления сигнала ( $\gamma_s$ ).

Коэффициент подавления сигнала в полосе заграждения определим через мощность сигнала, выраженную в логарифмическом масштабе, на выходе одного из фильтров системы при подаче на его вход СП единичной мощности, спектральная функция мощности которого постоянна в полосе заграждения и равна нулю в оставшемся частотном диапазоне, т.е.  $H_s(\omega) = \{S_0, \omega \in \Omega_p; 0, \omega \notin \Omega_p$ , где  $\omega_p$  – полоса заграждения,  $K_p = 10 \log \int_{\omega \in [0, \pi]} |H_k(\omega)|^2 d\omega / (M\pi)$ , где  $H_k(\omega) = \sum_{i=0}^{L-1} h_k(i) \exp(-i\omega)$ .

Степень реализации условия точного восстановления при ограничении длительности ИХ, будем характеризовать дисперсией ошибки восстановления, выраженной в логарифмическом масштабе, для СП, представляющего собой белый шум с мощностью, равной единице:  $\gamma_s = 10 \log D_s$ , где  $D_s = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} (s(i) - \hat{s}(i))^2}{\sum_{i=0}^{L-1} s(i)^2}$ ,  $L$  – длительность реализации обрабатываемого СП.

На рис. 3 представлены зависимости уровня боковых лепестков  $\gamma_{БЛ}$  (сплошные линии), коэффициента подавления сигнала в полосе заграждения  $K_s$  (штриховые линии), а также дисперсии ошибки восстановления  $\gamma_s$  (пунктирные линии) от длительности ИХ  $L$  при числе фильтров  $M=5$  в системе банка для следующих значений параметра, характеризующего ширину переходной полосы:  $\varepsilon = \pi/6$  (кривые 1,2,3);  $\varepsilon = \pi/12$  (кривые 4,5,6), а также  $\varepsilon = 0$  (кривые 7,8,9), соответствующие использованию банков фильтров на основе

ВФ Шеннона. Анализ приведенных зависимостей показывает, что предложенное семейство банков фильтров обеспечивает выигрыш по всем трем показателям, при этом выигрыш возрастает с увеличением длительности ИХ  $L$ . Так для  $\varepsilon = \pi/12$  при значении  $L=100$  выигрыш по уровню боковых лепестков составляет 7.2 дБ, по коэффициенту подавления – 5.0 дБ, по дисперсии ошибки восстановления – 15.6 дБ, а при  $L=200$  выигрыши соответственно равны: 14.4, 8.3 и 24.9 дБ. Увеличение относительной допустимой ширины переходной полосы также приводит к повышению показателей системы. Отметим, что уровень боковых лепестков в случае банков фильтров на основе ВФ Шеннона остается практически постоянным и составляет около 21 дБ, а в случае предложенной системы банков фильтров уменьшается.

Таким образом, предложена система банков фильтров с бесконечной длительностью ИХ, имеющая аналитическую форму записи и позволяющая гибким образом разбивать частотный диапазон обрабатываемого сигнала в соответствии с требуемым числом частотных поддиапазонов и шириной переходных участков. По сравнению с известной системой банков фильтров Шеннона предложенная система в среднем выигрывает по уровню боковых лепестков АЧХ на 17 дБ, по уровню подавлению сигнала в зоне заграждения на 10 дБ и по дисперсии ошибки восстановления на 15 дБ. При этом конкретный выигрыш зависит от количества фильтров в системе, относительной ширины переходной полосы, а также от длительности усеченной импульсной характеристики.

## Литература

1. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. М.: Радио и связь. 1993.
2. Зайцев А.А. Методы построения банков цифровых фильтров: тематический обзор // Цифровая обработка сигналов, №1, 2003. С. 2–10.
3. Крот А.М., Кудрявцев В.О. Теория анализа и синтеза банк фильтров и их применение. // Зарубежная радиоэлектроника, Успехи современной радиоэлектроники, 1999. №2. С. 3-17.
4. Gopinath R. A., Burrus C.S. A Tutorial Overview of Filter Banks, Wavelets and Interrelations // IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS – 1993, Chicago, Illinois, USA, May 3-6, V. 1, P 104-107
5. Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1999. 132 с.
6. Vetterli M., Kovacevic J. Wavelets and Subband Coding, Prentice-Hall, 1995. 490 p.
7. Goswami J.C., Chan A.K. Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications. – New-York: John Wiley & Sons, 1999. – 306 p.
8. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. СПб.: Изд-то ВУС, 1999. 204 с.
9. Nguyen T.Q. A Tutorial on Filter Banks and Wavelets // International Conference on Digital Signal Processing, Cypress, June 95.
10. Herly C., Vetterli M. Wavelets and recursive filter banks. // IEEE Transactions on signal processing, 1993. V. 41. No. 8. P. 2536-2556.
11. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Реализация алгоритмов вейвлет-анализа на основе рекурсивных фильтров. Радиотехника. 2002. № 3 С. 33-37.
12. Gopinath R. A., Burrus C.S. Wavelets and Filters Banks. // In C. K. Chui editor. Wavelets: A

Tutorial in Theory and Applications. Acad. Press. 1992. P. 603–654.

13. Steffen P., Heller P.N., Gopinath R.A., Burrus C.S. Theory of M-band wavelet bases // IEEE Trans. Signal Processing. 1993. Dec. Vol. 41, P. 3497–3511.

14. Wickerhauser M.V. Lectures on wavelet packet algorithms, Dept. of Mathematics, Washington University, St. Louis, Nov. 1991. 75 p.

15. Ausher P., Weiss G., Wickerhauser M.V. Local sine and cosine Bases of Coifman and Meyer and the Construction of

Smooth Wavelets. // Boston.: Wavelets – A Tutorial in Theory and Application, C.K. Chui (ed.) Academic Press, 1992. P. 237–256.

16. Jawerth B., Sweldens W. An Overview of Wavelet Based Multiresolution Analysis // SIAM Rev. – 1994, V.36, N.3, P. 377–41.

17. Vaidyanathan P.P. Theory and design of M-channel maximally decimated quadrature mirror filters with arbitrary M, having perfect reconstruction property. // IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1987. V. ASSP-35. No. 4. P. 476–492.

## ПАМЯТИ И.В. ПРАНГИШВИЛИ

Российская наука, коллектив Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН понесли тяжелую, невозполнимую утрату. 28 февраля 2006 г. на 76 году жизни скончался директор Института с 1987 г., заслуженный деятель науки и техники России, академик АН Грузии, академик ряда международных и зарубежных академий Прангишвили Ивери Варламович.

Ивери Варламович был выдающимся Ученым, известным специалистом в области теории процессов и систем управления, информатики и вычислительной техники. Он опубликовал более 400 печатных работ, включая 15 монографий, был автором научного открытия и более 40 изобретений.

Ивери Варламович всегда совмещал напряженную научную работу с большой научно-организационной работой, являясь председателем Учёного Совета Института проблем управления. С 1992 г. Ивери Варламович – член Бюро Отделения проблем машиностроения, механики и процессов управления, а с 2002 г. – член Бюро Отделения энергетики, машиностроения, механики и процес-



сов управления Российской академии наук. С 1995 г. возглавлял Научный совет Отделения РАН по теории управляемых процессов и автоматизации. Он был вице-президентом Международной Инженерной академии, заместителем председателя Национального комитета по автоматическому управлению, главным редактором журналов “Датчики и системы”, “Проблемы управления”, а также председателем редакционной коллегии журнала «Автоматизация в промышленности» и членом редколлегий ряда центральных научных журналов. Под научным руководством Прангишвили И.В. защищено более 30 докторских и кандидатских диссертаций.

За большие достижения в научной и производственной деятельности Ивери Варламович был награждён двумя орденами Трудового Красного знамени, Орденом Дружбы, Орденом Чести и многими медалями.

Проведя всю научную жизнь в России и будучи настоящим патриотом - россиянином, Ивери Варламович никогда не терял связи со своей Родиной – Грузией, многие годы являясь Президентом Общества «Грузины в России», вел работу со многими научными коллективами Грузии, в 1979 г. был избран действительным членом Академии наук Грузии, а с 1980 г. являлся вице-президентом Академии наук Грузии.

В коллективе Института Ивери Варламович всегда пользовался огромным доверием, уважением и любовью. Два главных принципа определяли стиль его работы с коллективом: открытость и прозрачность. Он всегда был открыт ко всем предложениям и пожеланиям, с которыми к нему приходили сотрудники, внимательно и вдумчиво их анализировал в беседах с коллегами, моделируя все возможные последствия. Принимая решения, влияющие на судьбу, как отдельного сотрудника, так и Института в целом, Ивери Варламович всегда открыто представлял их коллективу.

*Светлая память о Прангишвили И.В. навсегда сохранится в наших сердцах.*



УДК 621.391

## Скалярные квантователи для случайных величин, имеющих обобщенное гауссовское распределение

Кудряшов Б.Д., Поров А.В.

### Введение

Задачи повышения точности квантования и уменьшения его сложности весьма актуальны в связи с применением в разнообразных алгоритмах сжатия аналоговой информации. Интерес к обобщенному гауссовскому распределению вероятностей обусловлен тем, что многочисленные экспериментальные исследования убеждают в применимости распределений этого класса для описания моделей случайных величин в задачах кодирования аудио и видео информации. В данной статье мы остановились на задаче скалярного квантования, поскольку во многих приложениях применение векторного квантования нецелесообразно из-за ограничений на сложность реализации. Приведенные ниже результаты убеждают в том, что низкая сложность – не единственный аргумент в пользу скалярного квантования. Во многих ситуациях соотношение между ошибкой и скоростью скалярного квантования весьма близко к теоретически достижимому пределу.

Подробный обзор результатов в области скалярного квантования приведен в работах [1,2]. Прежде чем перечислить основные известные результаты в этой области, дадим необходимые определения и обозначения.

Пусть  $f(x)$  обозначает плотность распределения вещественной случайной величины  $x$ . Квантователь задает отображение  $y=Q(x)$  множества значений случайной величины  $x$  на дискретное (конечное или счетное) множество *аппроксимирующих значений*  $Y=\{y\}$ . Если заданы распределение  $f(x)$  и квантование  $Q(x)$ , то определены вероятности

$$p(y) = \int_{x:Q(x)=y} f(x)dx,$$

энтропия

$$H(Y) = -\sum_y p(y) \log p(y)$$

и среднеквадратическое искажение

Решается задача эффективного скалярного квантования для случайных величин, распределенных по обобщенному гауссовскому закону. В качестве критерия точности рассматривается среднеквадратическая ошибка. Для этого класса случайных величин приведены нижние и верхние границы достижимой ошибки при заданной энтропии аппроксимирующего множества. Преложается способ квантования, сложность которого примерно такая же, как и сложность равномерного скалярного квантования, а достижимая ошибка близка к теоретическому пределу во всем диапазоне скоростей кодирования.

$$D(Q) = E[(x - Q(x))^2].$$

Из теории кодирования источников без потерь известно, что при использовании кодов переменной длины (например, при использовании арифметического кодирования) скорость кода источника с вероятностями букв  $\{p(y)\}$  может быть сделана сколь угодно близкой к  $H(Y)$ . Функция

$$R_s(D) = \inf_{Q:D(Q) \leq D} H(Y) \quad (1)$$

представляет собой нижнюю границу скорости кода для случайной величины  $x$  при заданном искажении  $D$ . Мы будем называть эту функцию функцией «скорость-искажение» при скалярном квантовании.

Задача данной работы – вычислить  $R_s(D)$  для рассматриваемого класса источников и предложить квантование, для которого зависимость между скоростью-ошибкой была близка к функции  $R_s(D)$ .

Нижней границей для  $R_s(D)$  является теоретико-информационный предел, который часто называют функцией «скорость-искажение»  $R(D)$ , а в отечественной литературе эта функция называется  $\epsilon$ -энтропией источника и обозначается  $H(\epsilon)$ . Нам будет удобнее использовать для этой величины обозначение  $H(D)$ . Для последовательности независимых одинаково распределенных величин

$$H(D) = \min_{f(y|x): E[(x-y)^2] \leq D} I(X;Y), \quad (2)$$

где  $I(X;Y)$  обозначает среднюю взаимную информацию между  $X=\{x\}$  и  $Y=\{y\}$  при заданном совместном распределении вероятностей  $f(x,y)=f(x)f(y|x)$ .

В качестве верхних границ для  $R_s(D)$  можно принять характеристики конкретных квантователей. Наиболее часто применяемым на практике и наиболее изученным квантователем является равномерный скалярный квантователь. Забегая вперед, отметим важный результат, впервые установленный Кошелевым В.Н. [3] (1963 г.), позже Задором [4] (1966 г.), Гишем и Пирсом [5] (1968 г.). При достаточно большой скорости (при малой ошибке квантования) имеют место неравенства

$$H(D) \leq R_s(D) \leq H(D) + \beta,$$

где

$$\beta = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\pi e}{6} \approx 0,2546. \quad (3)$$

Из этих неравенств следует, что при фиксированной (достаточно маленькой) ошибке потенциальный выигрыш по скорости неравномерного скалярного квантования (и даже векторного) квантования не превышает 0,255 бита на один отсчет. Тем не менее, при относительно низких скоростях кодирования совершенствование скалярного квантования остается актуальной задачей.

Заметим, что в рамках задачи, решаемой в настоящей статье, равномерный квантователь Кошелева, обеспечивающий избыточность  $\beta=0,2546$  бит при малой ошибке, не является удовлетворительным решением. Дело в том, что для описания границ квантования достаточно указать один параметр – шаг квантования, но для описания множества аппроксимирующих значений требуется указать, вообще говоря, бесконечное число параметров, поскольку в качестве аппроксимирующих значений предполагается выбор «центров тяжести» квантов.

Известно несколько алгоритмов построения неравномерных квантователей. Минимальная ошибка при заданном числе квантов обеспечивается при использовании алгоритма Макса-Ллойда (ML) [6,7]. Минимальная ошибка при заданной энтропии достигается с помощью квантователя ECSQ (Entropy Constrained Scalar Quantization) [8-10]. Недостатки ECSQ – высокая сложность построения квантователя и самой операции квантования. Помимо этого, для описания квантователя необходимо указать все границы квантов и аппроксимирующие значения.

В данной работе рассматривается еще один подход к построению неравномерного скалярного квантователя. Его важным преимуществом является то, что он описывается малым числом параметров. При квантовании номера квантов вычисляются с помощью операций деления и округления, т.е. практически с той же сложностью, что и для равномерного квантования.

В разделе 2 описывается класс моделей источников и подсчитываются границы функции  $R_s(D)$  для этих источников. В разделе 3 приведено описание алгоритма построения квантователей и оценки их эффективности, полученные с помощью расчетов и статистического моделирования. В разделе 4 обсуждаются вопросы применения при неизвестной или неполностью известной статистике источника

### Модель источника и границы функции «скорость-искажение» при скалярном квантовании

Предположим, что источник порождает случайную величину, плотность распределения вероятностей которой имеет вид

$$f(x) = \frac{\alpha \eta(\alpha, \sigma)}{2\Gamma(1/\alpha)} \exp \left\{ -(\eta(\alpha, \sigma)|x - m|)^\alpha \right\} \quad (4)$$

где  $m, \sigma$  – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение,  $\alpha$  – параметр распределения,  $\Gamma(\cdot)$  – гамма функция, а значения функции  $\eta(\alpha, \sigma)$  вычисляются по формуле

$$\eta(\alpha, \sigma) = \sigma^{-1} \left[ \frac{\Gamma(3/\alpha)}{\Gamma(1/\alpha)} \right]^{1/2}.$$

Параметр  $\alpha$  характеризует экспоненциальную скорость убывания хвостов плотности. На рис. 1 приведены графики функции плотности вероятности (ФПВ) обобщенного гауссовского распределения с различными параметрами  $\alpha$ . Заметим, что значениям  $\alpha=1, 2$  соответствуют распределение Лапласа и нормальное распределение.

Поскольку аналитическая форма функции «скорость-искажение» для большинства распределений вероятностей неизвестна, в качестве ее нижней границы часто используют границу Шеннона (см. [1, 2])

$$H(D) \geq H_0(X) - \frac{1}{2} \log_2(2\pi e D) = H_{st}(D), \quad (5)$$

где  $D$  – среднеквадратичная ошибка,  $H_0(X)$  – относительная энтропия источника, вычисляемая по формуле:

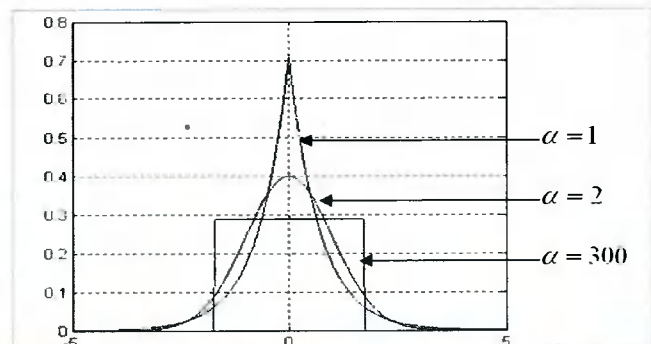


Рис. 1. ФПВ обобщенного гауссовского распределения



$$H_0(X) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log_2 f(x) dx \quad (6)$$

При заданных параметрах  $\alpha$  и  $\sigma$  относительная энтропия обобщенного гауссовского распределения имеет вид [7]:

$$H_0(X) = - \log_2 \left[ \frac{\alpha \eta(\alpha, \sigma)}{2\Gamma(1/\alpha)} \right] + 1/(\alpha \ln 2) \quad (7)$$

Из (5) и (7) следует граница Шеннона для обобщенного гауссовского распределения

$$H_{Sh}(D) = - \log_2 \left[ \frac{\alpha \eta(\alpha, \sigma)}{2\Gamma(1/\alpha)} \right] + 1/(\alpha \ln 2) - \frac{1}{2} \log_2(2\pi e D) \quad (8)$$

Граница Шеннона  $H_{Sh}(D)$  совпадает с функцией «скорость-искажение»  $H(D)$  для гауссовской случайной величины, т.е. при  $\alpha=2$ . При других значениях  $\alpha$  разность  $H(D) - H_{Sh}(D)$  может быть довольно большой. Приближенные значения функции  $H(D)$  можно получить, используя алгоритм Блейхута [11]. Кривые  $H(D)$  на приведенных ниже графиках получены именно таким способом.

Определенная соотношением (1) функция  $R_s(D)$  скорости квантования с ошибкой  $D$ , по сути, является нижней границей характеристик произвольного квантователя.

Без потери общности квантователь по критерию минимума среднеквадратической ошибки может быть описан с помощью функции  $Q(x)$  вида

$$Q(x) = a_i, \text{ если } x \in [b_{i-1}, b_i], i=0, 1, 2, \dots$$

Параметры  $a_i, b_i, i=0, 1, 2, \dots$  называются соответственно аппроксимирующими значениями и границами квантов. В работах [8-10], посвященных построению ECSQ, при заданных плотностях распределения и заданной конечной мощности множества квантованных значений  $|Y|=M$  оптимальные совокупности  $\{a_i, b_i, i=0, 1, 2, \dots\}$  найдены с помощью метода множителей Лагранжа как решение задачи (1) на условный экстремум. Нижняя грань по параметру  $M$  достижимых с помощью ECSQ скоростей кодирования совпадает с  $R_s(D)$ . Поэтому на приведенных ниже (рис. 2,3) графиках под  $R_s(D)$  понимаются кривые, полученные в работе [10].

Перейдем к рассмотрению известных верхних границ эффективности скалярного квантования. На практике часто используется равномерное скалярное квантование. Равномерный скалярный квантователь (РСК) задается единственным параметром – шагом квантования  $d$ . При квантовании значения  $x$  выходом квантователя с шагом  $d$  является аппроксимирующее значение

$$y = Q(x) = d \times \left\lfloor \frac{x}{d} \right\rfloor \quad (9)$$

где квадратные скобки означают округление до ближайшего целого числа. Аппроксимирующими значениями в данном случае являются числа  $\{\dots -d, 0, d, 2d, \dots\}$ , границами квантов числа  $\{\dots -3d/2, -d/2, d/2, 3d/2, \dots\}$ . Достоинствами РСК являются простота реализации и простота описания.

Характеристики РСК можно улучшить, сохранив сложность квантования без изменения. Для этого положим

$$y = Q(x) = a_i, \text{ при } i = \left\lfloor \frac{x}{d} \right\rfloor \quad (10)$$

Значения  $a_i$ , минимизирующие дисперсию ошибки, вычисляются по формуле [6,7]

$$a_i = \frac{m_i}{p_i}, \quad (11)$$

$$\text{где } m_i = \int_{b_i}^{b_{i+1}} x f(x) dx, \quad (12)$$

$$p_i = \int_{b_i}^{b_{i+1}} f(x) dx, \quad (13)$$

$$b_i = \left( i + \frac{1}{2} \right) d, \quad i = \dots -1, 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

Квантователь, описываемый формулами (10)-(14), называют оптимальным равномерным скалярным квантователем (ОРСК). Именно для него вычислена асимптотическая оценка избыточности (3).

Функции «скорость-искажение» для РСК и ОРСК на графиках обозначены как  $R_{USQ}(D)$  и  $R_{OUSQ}(D)$  соответственно. Для распределения Лапласа и гауссовского распределения ( $\alpha=1$  и  $\alpha=2$ ) функции  $R_{USQ}(D)$  и  $R_{OUSQ}(D)$  могут быть подсчитаны точно, для остальных значений они могут быть получены моделированием.

Наша задача – построение алгоритма квантования, имеющего невысокую сложность, описываемого малым числом параметров и для которого зависимость  $R(D)$  удовлетворяет неравенствам

$$HSh(d) \leq H(D) \leq R_s(D) \leq R(D) \leq R_{OUSQ}(D) \leq R_{USQ}(D) \quad (15)$$

При этом из работы Бергера [8] известно, что для источника Лапласа (т.е. при  $\alpha=1$ ) имеет место равенство

$$R_s(D) = R_{OUSQ}(D),$$

а из результатов работ [3-5] следует, что для некоторого  $D_0$

$$R_{OUSQ}(D) \leq H_{Sh}(D) + \beta \text{ при } D < D_0,$$

где  $\beta$  вычисляется по формуле (3).

Графики функций, представленных в цепочке неравенств (15), показаны на рис.2 для нескольких значений параметров обобщенного гауссовского рас-

пределения  $\alpha$ . Граница Кошелева показана на графиках пунктиром. На *рис. 3* показаны сравнительные характеристики квантователя Макса-Ллойда, равномерного и оптимального равномерного квантователя и квантователей, рассматриваемых в следующем разделе. Анализ графиков приводит к следующим выводам.

1. Для обобщенного гауссовского распределения с параметром  $\alpha \in [0.25, 2]$  граница Шеннона  $H_{Sh}(D)$  практически совпадает с функцией «скорость-искажение»  $H(D)$  при  $H(D) \gg H_{Sh}(D) > 2,5$  бит на отсчет.
2. При значениях параметра  $\alpha \in [0.25, 2]$  и скорости квантования выше 2.5 бит на отсчет характеристики РСК и ОРСК практически совпадают, и избыточность близка к асимптотической оценке Кошелева (3) 0,255 бит на отсчет.
3. При скорости квантования ниже 2 бит на отсчет асимптотическая оценка Кошелева является плохим ориентиром при оценке эффективности квантования. В этом диапазоне скоростей возможен существенный выигрыш неравномерного или оптимального равномерного скалярного квантования по сравнению с равномерным квантованием.
4. Оптимальное равномерное скалярное квантование весьма близко по своим характеристикам к оптимальному скалярному квантованию. Его недостаток – большое количество параметров, требуемых для его описания.

### Квантователи с расширенной нулевой зоной

В данном разделе мы изучаем свойства параметрического семейства квантователей, которые называют квантователями с расширенной нулевой зоной. Выберем в качестве множества границ квантов «базового» квантователя следующее подмножество точек числовой решетки с фиксированным шагом  $\lambda$ :

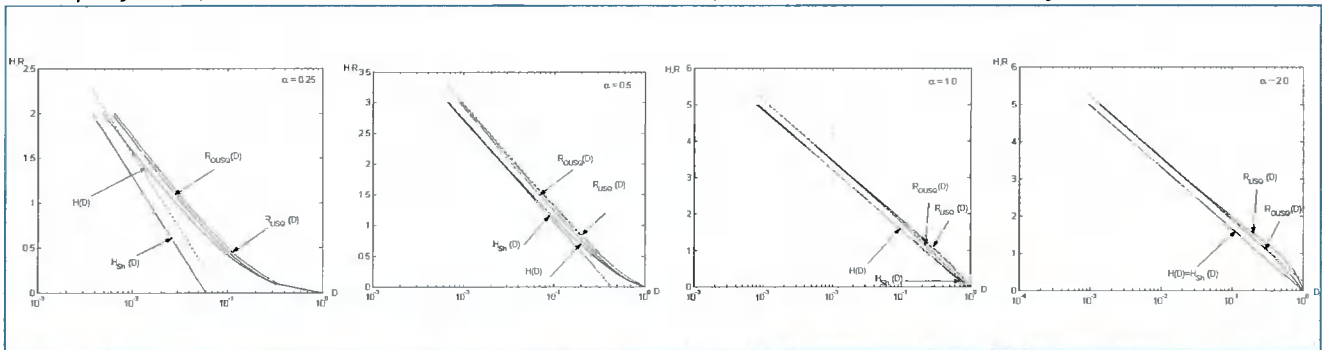
$$B(j, \lambda) = \{\pm \lambda 2^j, \pm \lambda(2^j + 1), \pm \lambda(2^j + 2), \dots\}, j=0, 1, \dots, \lambda > 0, (16)$$

Шкала  $B(0, \lambda)$  соответствует равномерному квантованию. Примеры шкал квантования при параметрах  $j \geq 0$  и  $\lambda = 1$  показаны на *рис. 4*.

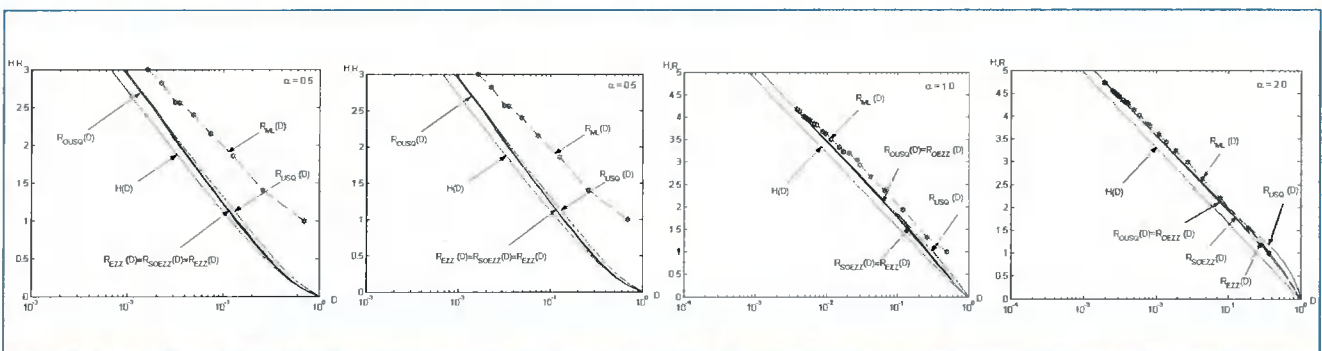
Рассмотрим теперь вопрос о выборе аппроксимирующих значений. В дальнейшем под квантователем с расширенной нулевой зоной (КРНЗ, EZZ) мы будем понимать квантователь с границами вида (16) и аппроксимирующими значениями в серединах квантов.

Помимо этого рассматриваются квантователи (16), но с оптимальными аппроксимирующими значениями, подсчитанными по формулам (11-13). Такие квантователя называются оптимальными квантователями с расширенной нулевой зоной (ОКРНЗ, OEZZ).

Понятно, что при одинаковой скорости ошибка ОКРНЗ будет меньше ошибки КРНЗ, но КРНЗ описывается двумя параметрами  $(j, \lambda)$ , а ОКРНЗ – бесконечным числом параметров. Поэтому мы рассматриваем еще один квантователь – субоптимальный КРНЗ



**Рис. 2. Границы эффективности скалярного квантования для различных параметров обобщенного гауссовского распределения**



**Рис. 3. Характеристики некоторых скалярных квантователей**

(СОКРНЗ, SOEZZ). В субоптимальном квантователе только аппроксимирующие значения, соответствующие младшему (ближайшему к нулю) положительному и отрицательному квантам вычисляются по формулам (11)-(13). Остальные аппроксимирующие значения размещаются в серединах квантов.

Пусть задана нормированная плотность обобщенного гауссовского распределения с некоторым параметром  $\alpha$ . Изменяя в (16) параметр  $\lambda$ , для каждого из квантователей при каждом  $j$  можно построить график «скорость-искажение». Нижняя огибающая этих функций по значениям  $j$  дает функцию «скорость-искажение» для заданного класса квантователей и одновременно позволяет определить область предпочтительного применения шкалы с заданным индексом  $j$ .

В соответствии с результатами, приведенными в разделе 2, область скоростей, при которых в принципе возможен выигрыш по сравнению с РСК, весьма ограничена. Поэтому неудивительно, что небольшого набора значений параметра  $j$  достаточно для покрытия всего диапазона скоростей. В табл. 1 показана область предпочтительного использования шкал вида  $B(j, \lambda)$  для различных распределений вероятностей и различных квантователей.

Энергетический выигрыш квантования измеряется в децибелах и вычисляется по формуле

$$G = 10 \log_{10} \frac{\sigma^2}{D} \text{ (дБ)}, \quad (17)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия источника, а  $D$  – ошибка квантования. Без потери общности положим  $\sigma^2=1$ . Тогда максимально достижимый выигрыш  $G_{max}(R)$  при заданной скорости  $R$  вычисляется по формуле

$$G_{max}(R) = -10 \log_{10} D_0,$$

где  $D_0$  – корень уравнения

$$H(D_0) = R.$$

Для конкретного квантователя можно подсчитать зависимость  $D(R)$  как функцию обратную функции скорость-искажение  $R(D)$  и вычислить соответствующий энергетический выигрыш

$$G(R) = -10 \log_{10} D.$$

В качестве характеристики квантователя удобнее рассматривать потери энергетической эффективности  $L(R) = G_{max}(R) - G(R)$

данного квантователя по сравнению с эффективностью теоретически оптимального квантователя для данного источника.

Графики функций  $L(R)$  для различных распределений вероятностей и различных квантователей приведены на рис. 5. Для гауссовского и лапласовского распределений данные получены с помощью расчетов, для двух других распределений – с помощью модели-

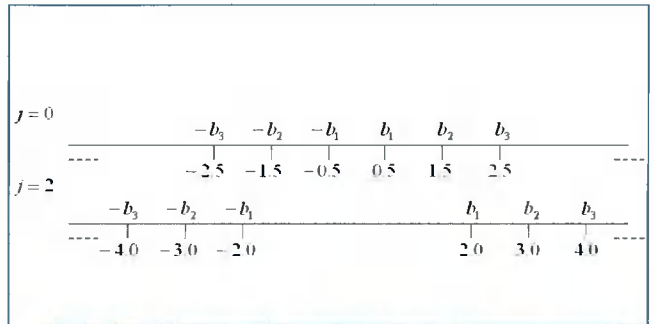


Рис. 4. Графическое представление параметрического набора шкал

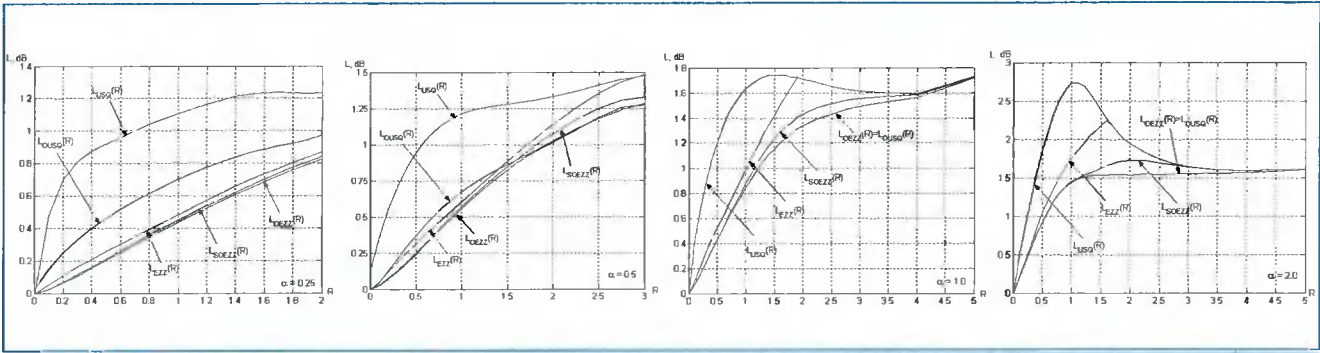
Таблица 1. Ширина нулевой зоны в зависимости от скорости и параметра распределения

Индекс $j$	Тип квантователя	Нижние границы диапазонов скоростей			
		$\alpha=0.25$	$\alpha=0.5$	$\alpha=1.0$	$\alpha=2.0$
0	EZZ	>3.00	2.75	1.90	1.70
	OEZZ	>3.00	2.00	0.08	0.20
	SOEZZ	>3.00	1.50	0.00	0.00
1	EZZ	0.06	0.06	0.30	0.50
	OEZZ	0.06	0.02	0.00	0.00
	SOEZZ	0.04	0.00	0.00	0.00
2	EZZ	0.02	0.00	0.00	0.00
	OEZZ	0.00	0.00	0.00	0.00
3	EZZ	0.00	0.00	0.00	0.00

рования. Полученные результаты убеждают в том, что при всех распределениях вероятностей рассматриваемого класса характеристики, близкие к предельно достижимым, могут быть получены с помощью СОКРНЗ, т.е. квантователя, описываемого относительно небольшим числом параметров (шаг квантования  $\lambda$ , номер шкалы  $j$ , аппроксимирующее значение для младшего ненулевого кванта). Выигрыш СОКРНЗ по сравнению с обычным равномерным квантованием при скорости порядка 1 бит на отсчет может превышать 0.5 дБ, а проигрыш по сравнению с оптимальным скалярным квантованием находится в пределах 0...0.05 дБ.

### Адаптивное квантование

В предыдущих разделах задача квантования решалась в предположении о том, что модель источника известна. При кодировании мультимедиа информации более распространенной является ситуация, когда последовательность кодируемых данных образует нестационарный случайный процесс. В этих случаях, как правило, последовательность данных разбивается на блоки, и передаваемая о каждом блоке закодированная информация сопровождается вспомогательной информацией об источнике. Цель передачи вспомогательной информации – повысить эффективность кван-



**Рис. 5. Потери энергетического выигрыша для некоторых скалярных квантователей при различных параметрах обобщенного гауссовского распределения**

тования и кодирования. Более точно, требуется при изменении статистических характеристик источника поддерживать требуемую ошибку квантования при минимальной скорости, либо минимизировать ошибку квантования при заданных ограничениях на скорость.

Дополнительная информация возможна двух видов: статистические характеристики источника и параметры наилучшего квантователя. Мы по-прежнему предполагаем, что модель источника может быть описана обобщенным гауссовским законом с неизвестными дисперсией и параметром  $\alpha$ . Рассматриваемый ниже подход основан на том, что, как показано в предыдущем разделе, описание «почти оптимального» квантователя требует задания лишь небольшого числа параметров.

**Алгоритм квантования:**

1. Оценить параметр  $\alpha$ .
2. Выбрать номер квантователя  $j$  и шаг квантования  $\lambda$  в соответствии с требуемой ошибкой (или скоростью) и с учетом  $\alpha$ .
3. Вычислить оценку аппроксимирующего значения  $a_j$  (как среднее арифметическое модулей значений, попавших в младший ненулевой квант).
4. В качестве дополнительной информации передаются  $j$  и квантованные значения параметров  $\lambda$  и  $a_j$ .

В свою очередь оценка параметра  $\alpha$  может быть вычислена как решение нелинейного уравнения [12]:

$$\frac{\sigma^2}{E^2[|x|]} = \frac{\Gamma(1/\alpha)\Gamma(3/\alpha)}{\Gamma^2(2/\alpha)}, \tag{18}$$

в котором  $\sigma$  – оценка дисперсии кодируемой последовательности,  $E[|x|]$  – оценка первого абсолютного момента.

Приведем пример эффективного использования описанного алгоритма. Рассматривается кодер аудио сигналов, основанный на кодировании коэффициентов модифицированного косинусного преоб-

зования [13]. В качестве кодируемых образцов выбраны типичный речевой сигнал и музыкальный фрагмент. В обоих случаях частота дискретизации равна 44 кГц, а длина кадра – 2048 отсчетов. В силу перекрытий кадров каждому кадру соответствует  $N=1024$  спектральных коэффициента.

Отдельно рассматривается диапазон частот от 500 до 1500 Гц. Этому диапазону соответствуют 46 спектральных коэффициентов одного кадра. Обработка происходит следующим образом. Для приведения к единому уровню громкости значения коэффициентов спектра  $(x_1, \dots, x_N)$  нормализуются делением на коэффициент

$$c_1 = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N x_j^2}{N}}$$

и затем для приведения к единичной дисперсии производится дополнительная нормировка внутри полосы делением на величину

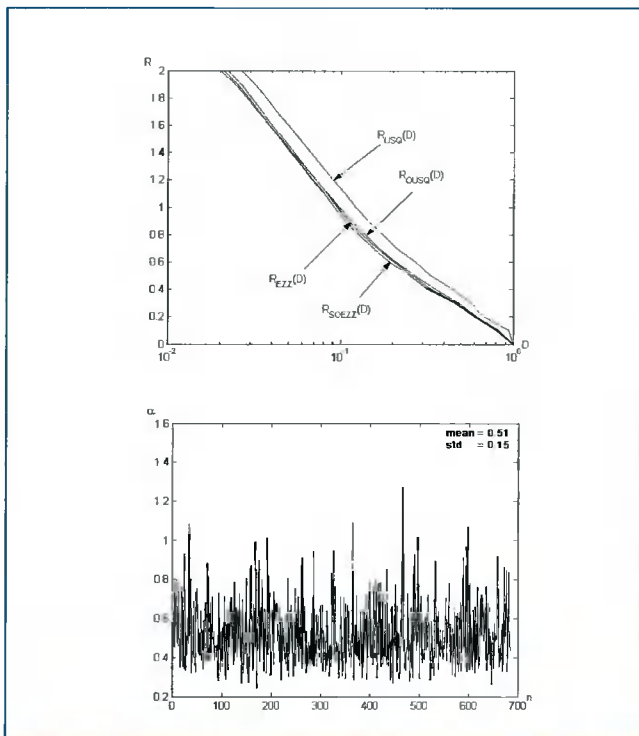
$$c_2 = \sqrt{\frac{\sum_{j=a}^b x_j^2}{b-a}},$$

где через  $\alpha$  и  $\beta$  обозначены границы полосы.

Рассматривались четыре способа квантования: равномерное и оптимальное равномерное (USQ, OUSQ), с расширенной нулевой зоной и субоптимальное квантование с расширенной нулевой зоной (EZZ, SOEZZ). Для каждого способа на каждом из  $M$  кадров подсчитывалась ошибка квантования  $D_i$ ,  $i=1, \dots, M$ , при фиксированной скорости кодирования  $R$ . Для рассматриваемого диапазона частот типичные средние битовые затраты не превышают 2 бит на отсчет, поэтому рассматривались значения  $R$  в диапазоне от 0 до 2 бит. Среднее значение искажения  $D$  при заданной скорости  $R$  вычислялось усреднением по всем кадрам

$$D = \frac{\sum_{i=1}^M D_i}{M}.$$

Результаты моделирования квантователей представлены на рис. 7 и 8. На этих рисунках показаны также оцененные по формуле (18) значения параметра



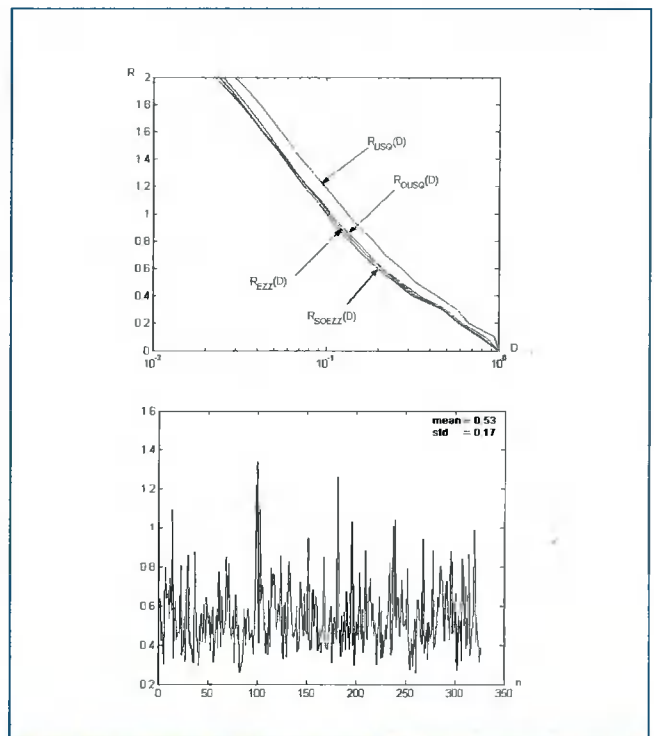
**Рис. 7. Характеристики квантователей и параметры распределений для речевого образца**

тра  $\alpha$  обобщенного гауссовского распределения. Примечательно, что распределения вероятностей существенно отличаются от наиболее часто рассматриваемых моделей гауссовского или экспоненциального распределения.

Представленные на рисунках значения скорости не учитывают затрат на передачу дополнительной информации о параметрах квантователей. Дело в том, что точный учет этой составляющей затрат потребовал бы детального анализа возможных способов эффективного кодирования служебной информации. Вместе с тем, во всех случаях требуются одинаковые затраты на передачу нормирующих множителей и шага квантования. Для методов USQ и EZZ никакой другой информации не требуется.

Метод OUSQ требует передачи достаточно большого количества дополнительных данных, а именно, – аппроксимирующих значений для всех квантов, имеющих ненулевую оценку вероятности в данном кадре. С учетом этих затрат OUSQ заметно проиграет другим конкурирующим алгоритмам квантования. В то же время, для SOEZZ небольшой выигрыш по сравнению с EZZ достигается передачей всего одного дополнительного параметра. Эти затраты можно считать пренебрежимо малыми.

Результаты моделирования, приведенные на рис. 7 и 8, показывают, что оптимизация квантователя по приведенному выше алгоритму позволяет получить выигрыш по скорости кодирования порядка 0.2 бита



**Рис. 8. Характеристики квантователей и параметры распределений для музыкального образца**

на отсчет по сравнению с наиболее часто применяемым равномерным скалярным квантованием.

## Заключение

При квантовании обобщенно-гауссовских случайных величин характеристики оптимального равномерного квантования весьма близки к характеристикам оптимального по энтропии скалярного квантователя. Поэтому процедура квантования практически во всех случаях может быть реализована достаточно просто – как деление с округлением. В то же время, с точки зрения практического применения оба квантователя обладают общим недостатком – большое число описывающих их параметров. Это обстоятельство затрудняет их применение в случаях, когда требуется адаптация (подстройка) квантователя к изменяющимся статистическим характеристикам источника.

Рассмотренный в работе класс квантователей предусматривает подстройку квантователя только за счет изменения ширины нулевой зоны и одного аппроксимирующего значения. Показано, что рассматриваемые квантователи близки по своим характеристикам к оптимальным квантователям. Расчеты и моделирование для модели обобщенного гауссовского распределения и для реальных потоков данных показывают, что квантователи этого типа весьма перспективны для использования в системах сжатия мультимедиа информации.

## Список литературы

1. R.M. Gray, D.L. Neuhoff. "Quantization," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-44, pp. 2325 -2383, Oct. 1998.
2. Berger T., Gibson J., "Lossy source coding," IEEE Trans. Inform. Theory, v. 44, No 6, pp. 2702-2703, Oct, 1998.
3. Кошелев В.Н. Квантование с минимальной энтропией. Проблемы передачи информации. Т.14, стр.151-156, 1963.
4. P. Zador "Topics in the asymptotic quantization of continuous random variables," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-28, pp. 139 -149, March, 1982.
5. H. Gish, J.N. Pierce, "Asymptotically efficient quantizing", IEEE Trans. Inform. Theory, v.14, No 5, pp. 676-683, Sept., 1968.
6. S. P. Lloyd, "Least squares quantization in PCM," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-28, pp. 129- 137, Mar. 1982.
7. J. Max, "Quantizing for minimum distortion," IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-6, pp. 7-12, Mar. 1960.
8. T. Berger, "Optimum quantizers and permutation codes," IEEE Trans. Inform. Theory, v. IT-18, No 6, pp. 759-765, November, 1972.
9. P. No11, R. Zelinski, "Bounds on quantizer performance in the low bit-rate region," IEEE Trans. Commun., vol. COM-26, pp.300-304, Feb. 1978.
10. Farvardin N., Modestino J.W., "Optimum quantizer performance for a class of non-Gaussian memoryless Sources", IEEE Trans. Inform. Theory, v. IT-30, No 3, pp. 485-497, May, 1984.
11. Blahut R. E., "Computation of Channel Capacity and Rate-Distortion Functions", IEEE Trans. Inform. Theory, 18, No 4, pp. 460-473, Jul., 1972.
12. Sharifi K. and Leon-Garcia A., "Estimation of Shape Parameter for Generalized Gaussian Distributions in Subband Decompositions of Video", IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology, 5(1), pp. 52-56, Febr., 1995.
13. T. Painter, A. Spanias, Perceptual Coding of Digital Audio, Proceedings of the IEEE, vol. 88, No. 4, pp. 451-513, April, 2000.

## НОВЫЕ КНИГИ

**Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов. 2-е изд. – СПб.: Питер, 2005. – 751 с.: ил.**

Представляет собой базовый курс по цифровой обработке сигналов. Изложены основы теории дискретных сигналов и систем. Рассмотрены методы спектрального анализа и фильтрации дискретных сигналов, алгоритмы синтеза дискретных фильтров, влияние эффектов квантования и конечной точности вычисления на работу цифровых устройств, а также методы модуляции, применяемые для передачи цифровой информации. Материал изложен так, чтобы наглядно продемонстрировать сущность алгоритмов, их взаимосвязь и области применения.

Теоретические сведения сопровождаются примерами реализации обсуждаемых алгоритмов с помощью системы MATLAB и ее пакетов расширения Signal Processing, Communications и Filter Design.

Допущена в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов «Информатика и вычислительная техника», преподавателей, научных работников, программистов, а также всех, кто интересуется компьютерной обработкой сигналов.

**Основы цифровой обработки сигналов: курс лекций / Авторы: А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева / Изд. 2-е испр. и перераб. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005. – 768 с.: ил.**

В книге, написанной на базе курса лекций, читаемых студентам ГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, изложены теоретические основы цифровой обработки сигналов: способы описания дискретных и цифровых сигналов и систем во временной, Z- и частотной областях, включая дискретное и быстрое преобразования Фурье, а также систем в пространстве состояний; основные методы и особенности синтеза цифровых линейных и адаптивных фильтров; понятия многоскоростных систем ЦОС. Отдельные главы посвящены введению в проблемы передачи параметров линейного предсказания и принципам нелинейной обработки сигналов.

Книга содержит большое количество иллюстраций и примеров; рассмотрены основы моделирования дискретных сигналов и систем в программной среде MATLAB. Второе издание дополнено рядом новых разделов и лекций: дискретизация относительно узкополосных сигналов; фазовые звенья и др.

Для студентов вузов и специалистов в области цифровой обработки сигналов.

**Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений / М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.**

Монография раскрывает базовые понятия и методологию компьютерной обработки изображений, дает основы для дальнейшего изучения этой многогранной и быстро развивающейся области. Является одним из наиболее популярных, известных в мире и полных учебников в области теории и методов цифровой обработки видеoinформации.

Рассмотрены все основные направления обработки и анализа изображений, включая основы теории восприятия и регистрации видеoinформации, методы фильтрации, вейвлет-преобразования, улучшения, восстановления и сжатия черно-белых и цветных изображений. Обсуждаются также вопросы сегментации, распознавания образов, описания и представления деталей, морфологического анализа изображения. Все разделы сопровождаются большим количеством примеров и иллюстраций.

Книга рассчитана на научных работников и профессиональных программистов, специалистов по компьютерному дизайну, студентов и преподавателей.



## Метод расчёта шумов квантования векторных цифровых фильтров

В.И. Гадзиковский

Одномерные векторные стационарные рекурсивные линейные ЦФ простой структуры описываются линейными разностными уравнениями вида [1]

$$y[n] = \sum_{k=0}^M a_k x[n-k] - \sum_{k=1}^N b_k y[n-k], \quad (1)$$

где  $x[n]$  и  $y[n]$  – отсчёты входного и выходного  $R$ -координатных векторных сигналов соответственно;  $a_k$  ( $k=0, M$ ) и  $b_k$  ( $k=1, N$ ) – матричные коэффициенты ЦФ (матрицы размерности  $R \times R$ ).

В координатной форме алгоритм фильтрации (1) можно записать следующим образом:

$$y_i[n] = \sum_{k=0}^M \sum_{l=1}^R a_{k,l} x_l[n-k] - \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^R b_{k,l} y_l[n-k], \quad i = \overline{1, R}. \quad (2)$$

Матрица передаточных функций  $H(z)$  векторного ЦФ имеет размерность  $R \times R$ , элементы которой определяются отношением  $Z$ -преобразования сигнала на  $i$ -м выходе к  $Z$ -преобразованию сигнала на  $l$ -м входе при нулевых начальных условиях и отсутствии сигналов на остальных входах [1]:

$$H_{il}(z) = \frac{Z\{y_i[n]\}}{Z\{x_l[n]\}} \Big|_{\text{Нулевые начальные условия}}, \quad i, l = \overline{1, R}. \quad (3)$$

Структурная схема рекурсивного векторного ЦФ, описываемого уравнением (1), изображена на рис. 1,

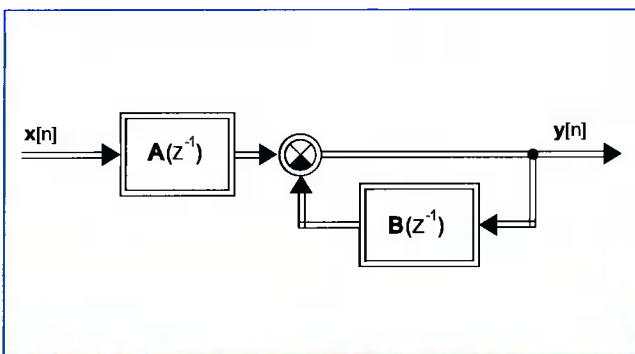


Рис. 1. Структурная схема рекурсивного векторного ЦФ простой структуры

Рассматриваются линейные модели шумов квантования векторных цифровых фильтров и метод расчёта вектора выходного шума при вероятностном подходе. По результатам анализа определяется необходимая разрядность операционных устройств DSP.

где матрицы  $A(z^{-1})$  и  $B(z^{-1})$  размерности  $R \times R$  определяются выражениями

$$A(z^{-1}) = \sum_{k=0}^M a_k z^{-k}; \quad B(z^{-1}) = \sum_{k=1}^N b_k z^{-k} \quad (4)$$

Матрица передаточных функций  $H(z)$  векторного ЦФ выражается через матрицы  $A(z^{-1})$  и  $B(z^{-1})$  следующим образом [1]:

$$H(z) = [I + B(z^{-1})]^{-1} A(z^{-1}), \quad (5)$$

где  $I$  – единичная матрица размерности  $R \times R$ . Операция обращения матрицы означает, что рекурсивный векторный ЦФ имеет обратные связи. У нерекурсивных векторных ЦФ обратные связи отсутствуют, следовательно,  $B(z^{-1}) = 0$ , где  $0$  – нулевая матрица размерности  $R \times R$ .

С учётом шумов квантования стационарный линейный рекурсивный векторный ЦФ простой структуры описывается символическим разностным уравнением [1]

$$\tilde{y}[n] = [I + B(z^{-1})]^{-1} A(z^{-1}) (x[n] + e_0[n]) + [I + B(z^{-1})]^{-1} \gamma[n]. \quad (6)$$

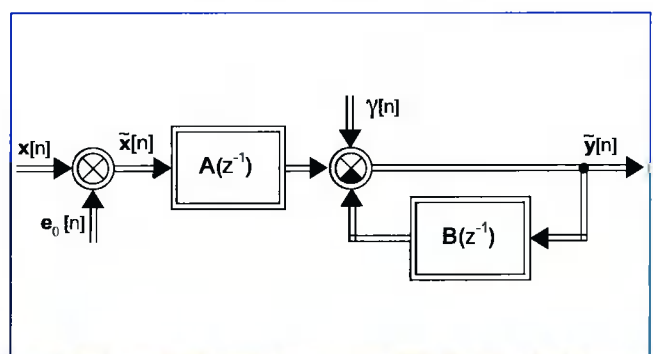


Рис. 2. Структурная схема рекурсивного векторного ЦФ простой структуры с учётом шумов квантования

Его структурная схема приведена на рис. 2, где  $e_d[n]$  –  $R$ -координатный вектор внешних шумов квантования, возникающих в результате аналого-цифрового преобразования входных аналоговых сигналов, т.е. поступающих на вход ЦФ извне;  $\gamma_r[n]$  –  $R$ -координатный вектор собственных (внутренних) шумов квантования, приведённых к входу матричного сумматора. Эти шумы возникают в результате квантования результатов умножения квантованных сигналов на квантованные коэффициенты ЦФ, т.е. обусловлены работой самого ЦФ. Знак  $\sim$  «тильда» над символом векторного сигнала означает, что координаты вектора являются квантованными.

ЦФ сложной структуры образуются соединением фильтров (блоков) простой структуры. Применяют три типа соединений: каскадное (последовательное), параллельное и соединение с обратной связью. При этом по известным матрицам передаточных функций блоков и способам их соединения требуется определить матрицу передаточных функций ЦФ сложной структуры. Необходимо иметь в виду следующие два обстоятельства [1]:

- операции перемножения и сложения матриц имеют смысл только в том случае, когда размерности перемножаемых или суммируемых матриц согласованы;
- операция перемножения матриц некоммукативна, поэтому имеет существенное значение порядок следования перемножаемых матриц.

Обобщённая линейная шумовая модель векторного ЦФ сложной структуры (схема Л. Джексона), являющаяся модификацией скалярного варианта ЦФ [1, 3], изображена на рис. 3, где использованы следующие обозначения [1]:

- $\gamma_r[n]$  ( $r = \overline{1, L}$ ) –  $R$ -координатный вектор эквивалентных шумов квантования, приведённых к входу  $r$ -го

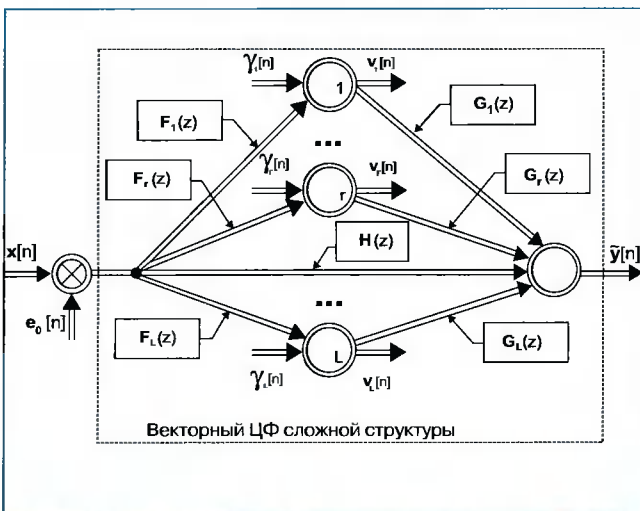


Рис. 3. Обобщённая линейная шумовая модель векторного ЦФ сложной структуры (схема Л. Джексона)

матричного сумматора, т.е. шумов квантования результатов умножения сигналов на весовые коэффициенты в умножителях, подключённых к его входам;

- $v_r[n]$  ( $r = \overline{1, L}$ ) –  $R$ -координатный вектор сигналов на выходе  $r$ -го матричного сумматора;
- $H(z)$  – матрица передаточных функций ЦФ (от входа до выхода) размера  $R \times R$ ;
- $G_r(z)$  ( $r = \overline{1, L}$ ) – матрица передаточных функций (размера  $R \times R$ ) части ЦФ от входа  $r$ -го матричного сумматора до выхода фильтра;
- $F_r(z)$  ( $r = \overline{1, L}$ ) – матрица передаточных функций (размера  $R \times R$ ) части ЦФ от входа фильтра до выхода  $r$ -го матричного сумматора.

Схему Л. Джексона (см. рис.3) можно описать символическими линейными разностными уравнениями, в которых используются мгновенные значения отсчётов шумов квантования [1]:

$$\begin{cases} \tilde{y}[n] = H(z) (x[n] + e[n]) + \sum_{r=1}^L G_r(z) \gamma_r[n]; \\ v_r[n] = F_r(z) x[n], \quad r = \overline{1, L}. \end{cases} \quad (7)$$

Первое уравнение в системе (7) отображает процессы прохождения сигнала и шумов квантования на выход ЦФ, а второе – процессы прохождения входного сигнала на выходы элементарных блоков (матричные сумматоры в схеме Л. Джексона) ЦФ сложной структуры.

Уравнения (7) позволяют получить расчётные формулы для определения необходимой разрядности вычислителя (DSP).

На основе детерминированного подхода к анализу из (7) получаем максимальные по модулю оценки сигналов [1]:

$$\begin{cases} Y_{max} \leq H_{\infty} X_{max}; \\ V_{r,max} \leq F_{r,\infty} X_{max}, \quad r = \overline{1, L}, \end{cases} \quad (8)$$

где  $H_{\infty}$  и  $F_{r,\infty}$  ( $r = \overline{1, L}$ ) – квадратные матрицы размера  $R \times R$ , элементы которых составлены из норм в пространстве  $L_{\infty}$  элементов соответствующих матриц комплексных частотных характеристик  $H(e^{j\omega T})$  и  $F_r(e^{j\omega T})$  ( $r = \overline{1, L}$ ):

$$\begin{cases} (H_{\infty})_{i,l} = \|H_{i,l}(e^{j\omega T})\|_{\infty} = \max_{\omega} |H_{i,l}(e^{j\omega T})|; \\ (F_{r,\infty})_{i,l} = \|F_{r,i,l}(e^{j\omega T})\|_{\infty} = \max_{\omega} |F_{r,i,l}(e^{j\omega T})|, \quad i, l = \overline{1, R}, \quad r = \overline{1, L}; \end{cases} \quad (9)$$

$X_{max}$ ,  $Y_{max}$  и  $V_{r,max}$  ( $r = \overline{1, L}$ ) –  $R$ -координатные векторы, составленные из максимальных по модулю оценок координат векторов  $x[n]$ ,  $y[n]$  и  $v_r[n]$ , ( $r = \overline{1, L}$ ), входящих в матричные линейные разностные уравнения (7):

$$\begin{cases} X_i = \max_n |x_i[n]|; \quad Y_i = \max_n |y_i[n]|; \\ V_{r,i} = \max_n |v_{r,i}[n]|, \quad i = \overline{1, R}, \quad r = \overline{1, L}. \end{cases} \quad (10)$$

Максимальные по модулю оценки сигналов на выходах умножителей на весовые коэффициенты (т.е. во внутренних точках элементарных блоков при прямой форме реализации) векторного ЦФ сложной структуры определяются следующими выражениями [1, 2]:

$$\begin{cases} V_{B_{rk,i}} = V_{r,i} |b_{rk,i}|, & k = \overline{1, N_r}; \\ V_{A_{rm,i}} = V_{r,i} |a_{rm,i}|, & m = \overline{0, M_r}, \end{cases} \quad i, l = \overline{1, R}, \quad r = \overline{1, L}. \quad (11)$$

Здесь  $V_r (r = \overline{1, L})$  – вектор, координаты которого являются максимальными по модулю оценками координат вектора  $v_r[n]$  на выходе  $r$ -го матричного сумматора, т.е. сумматора, выход которого подключён к  $r$ -му блоку ЦФ сложной структуры, в частности, это может быть вектор входных сигналов, максимальные по модулю оценки координат которого образуют вектор  $X_{max}$  [см. (11)];  $N_r$  и  $M_r (r = \overline{1, L})$  – количество векторных элементов задержки в цепях обратной связи и прямой передачи сигналов соответственно  $r$ -го элементарного блока векторного ЦФ сложной структуры.

Выбирая наибольшее значение из максимальных по модулю оценок координат векторных сигналов на входе и выходе ЦФ, на выходах матричных сумматоров [см. (8) и (10)], а также из оценок (11), можно записать

$$V = \max_{r,k,m,i,l} \{X_r, Y_r, V_{B_{rk,i}}, V_{A_{rm,i}}\}, \quad r = \overline{1, L}, k = \overline{1, N_r}, m = \overline{0, M_r}, i, l = \overline{1, R}. \quad (12)$$

Полученные результаты позволяют рассчитать число разрядов  $S_{II}$  регистров DSP, необходимое для представления кодов целых частей отсчётов сигналов векторного ЦФ сложной структуры. Для этого следует воспользоваться следующими формулами [2]

- для входных регистров<sup>2</sup>

$$S_{II_{BX}} = \text{int}(\log_2 X); \quad (13)$$

- для регистров операционных устройств DSP

$$S_{II} = \text{int}(\log_2 V), \quad (14)$$

где

$$X = \max_i X_i = \max_i (\max_n |x_i[n]|), \quad i = \overline{1, R}. \quad (15)$$

Полученные оценки (10) и (11) максимальных уровней сигналов в векторных ЦФ сложной структуры можно использовать для расчёта масштабирующих множителей [1], которые обычно вводятся для предупреждения переполнения разрядной сетки DSP в случае чисто дробного представления чисел с фиксированной точкой.

На основе вероятностного подхода к анализу из (7) получаем оценки математических ожиданий и дисперсий выходных шумов  $L$  квантования ЦФ [1]:

$$m_y = m_{y_{внеш}} + m_{y_{соб}} = H_m m_{e_0} + \sum_{r=1}^L G_{m_r} m_{\gamma_r}; \quad (16)$$

$$D_y = D_{y_{внеш}} + D_{y_{соб}} = H_D D_{e_0} + \sum_{r=1}^L G_{D_r} D_{\gamma_r}, \quad (17)$$

где  $m_{e_0}$ ,  $D_{e_0}$ ,  $m_{\gamma_r}$ ,  $D_{\gamma_r}$ ,  $m_{\gamma_r}$ ,  $D_{\gamma_r} (r = \overline{1, L})$  –  $R$ -координатные векторы, составленные соответственно из математических ожиданий и дисперсий координат векторов шумов квантования  $e_0[n]$ ,  $e_{\gamma_r}[n]$  и  $\gamma_r[n]$ , ( $r = \overline{1, L}$ ), входящих в векторно-матричные линейные разностные уравнения (8), описывающие обобщённую линейную шумовую модель векторного ЦФ сложной структуры (см. рис. 4);  $H_m$ ,  $H_D$ ,  $G_{m_r}$  и  $G_{D_r} (r = \overline{1, L})$  – квадратные матрицы размера  $R \times R$ , элементы которых определяются из соответствующих элементов матриц комплексных частотных характеристик  $H(e^{j\omega T})$  и  $G_{D_r}(e^{j\omega T}) (r = \overline{1, L})$  векторного ЦФ сложной структуры следующим образом:

$$H_{m_{il}} = |H_{il}(e^{j\omega T})|_{\omega=0}, \quad i, l = \overline{1, R}; \quad (18)$$

$$H_{D_{il}} = \|H_{il}(e^{j\omega T})\|_2^2 = \left[ \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} |H_{il}(e^{j\omega T})|^2 d\omega \right], \quad i, l = \overline{1, R}; \quad (19)$$

$$G_{m_{r,i}} = |G_{r,i}(e^{j\omega T})|_{\omega=0}, \quad i, l = \overline{1, R}, \quad (r = \overline{1, L}); \quad (20)$$

$$G_{D_{r,i}} = \|G_{r,i}(e^{j\omega T})\|_2^2 = \left[ \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} |G_{r,i}(e^{j\omega T})|^2 d\omega \right], \quad i, l = \overline{1, R}, \quad r = \overline{1, L} \quad (21)$$

Примем следующие допущения, справедливые при реализации ЦФ на сигнальных процессорах DSP:

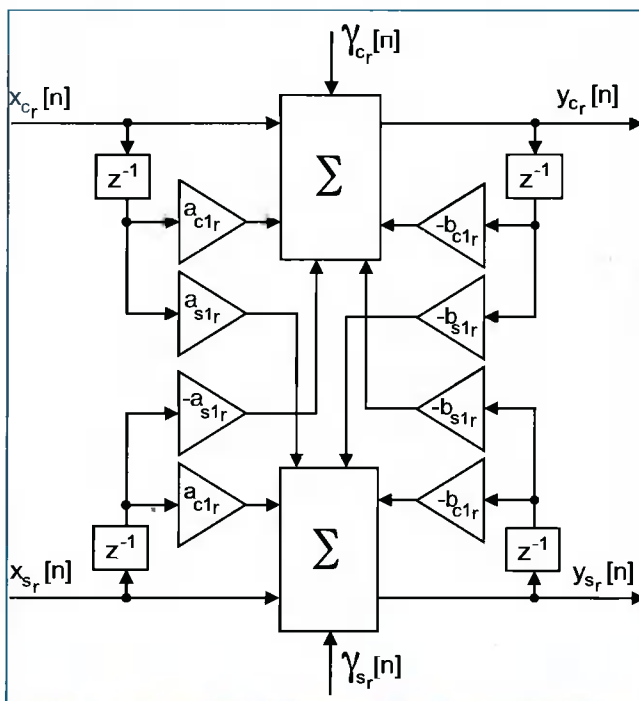


Рис. 4. Структурная схема блока первого порядка комплексного ЦФ с учётом шумов квантования

- Число разрядов  $S_{ДВХ}$  при квантовании всех компонент входного векторного сигнала  $x[n]$  одинаково.
- Число разрядов  $S_{Д}$  при квантовании результатов умножения сигналов на квантованные весовые коэффициенты во всех блоках и во всех каналах ЦФ одинаково.

При этом векторы  $m_{e0} = 0$  и  $m_{yr} = 0$  ( $r = \overline{1, L}$ ) при квантовании по методу округления, а также по методу усечения с представлением чисел в прямом и обратном кодах;

$$m_{e0i} = \frac{-Q_0}{2} = \frac{-2^{-S_{\max}}}{2}, \quad i = \overline{1, R}; \quad (22)$$

$$m_{yri} = \frac{-Q}{2} R(M_r + N_r + 1) = \frac{-2^{-S_n}}{2} R(M_r + N_r + 1), \quad i = \overline{1, R}, r = \overline{1, L} \quad (23)$$

при квантовании по методу усечения с представлением чисел в дополнительном коде [1].

Аналогично для координат векторов дисперсий  $D_{e0}$  и  $D_{yr}$  шумов квантования получим

$$D_{e0i} = \frac{Q_0^2}{\chi_2} = \frac{2^{-2S_{\max}}}{\chi_2}, \quad i = \overline{1, R}; \quad (24)$$

$$D_{yri} = R(M_r + N_r + 1) \frac{Q^2}{\chi_2} = R(M_r + N_r + 1) \frac{2^{-2S_n}}{\chi_2}, \quad i = \overline{1, R}, r = \overline{1, L} \quad (25)$$

где коэффициент  $\chi_2$  принимает значения [1]

$$\chi_2 = \begin{cases} 12 & \text{при округлении и усечении} \\ & \text{(дополнительный код);} \\ 3 & \text{при усечении} \\ & \text{(прямой и обратный коды).} \end{cases} \quad (26)$$

Используя модели (24) и (25) векторов  $D_{e0}$  и  $D_{yr}$  ( $r = \overline{1, L}$ ), из векторно-матричной формулы (17) получим выражения для векторов внешней  $D_{y_{\text{внешн}}}$  и собственной  $D_{y_{\text{соб}}}$  составляющих шумов квантования на выходе векторного ЦФ сложной структуры [1]:

$$D_{y_{\text{внешн}}} = H_D D_{e0} = \frac{2^{-2S_{\max}}}{\chi_2} H_D \mathbf{1}; \quad (27)$$

$$D_{y_{\text{соб}}} = \sum_{r=1}^L G_{Dr} D_{yr} = \frac{2^{-2S_n}}{\chi_2} \sum_{r=1}^L R(M_r + N_r + 1) G_{Dr} \mathbf{1}, \quad (28)$$

где  $\mathbf{1}$  –  $R$ -координатный вектор, все координаты которого равны единице.

При вероятностном подходе к расчёту разрядности операционных устройств ЦФ в техническом задании (ТЗ) на проектирование обычно задаются следующие показатели [2]:

- значение динамического диапазона входных сигналов (в децибелах)
- $$Д = 20 \lg(X_{m_{\max}}/X_{m_{\min}}), \quad (29)$$

где  $X_m$  – амплитуда синусоидального входного сигнала;

- отношение сигнал/шум (в децибелах) на выходе ЦФ при входном сигнале, соответствующем нижней границе динамического диапазона:

$$Ш = 10 \lg(P_c/P_w) |_{P_c=P_{c_{\min}}} \quad (30)$$

При этом величина допустимой мощности шумов квантования на выходе ЦФ определяется выражением [2]

$$P_{w_{\text{доп}}} = D_{y_{\text{доп}}} = \frac{X^2 A_0^2}{2} 10^{-(Д+Ш)/10} \quad (31)$$

где  $A(\omega T) \approx A_0$  ( $\omega \in [\omega_{\text{н1}}, \omega_{\text{н2}}]$ ).

Допустимую мощность шумов квантования на выходе ЦФ следует разделить на две составляющие, обусловленные внешними и собственными шумами:

$$P_{w_{\text{доп}}} = P_{w_{\text{внешн}}} + P_{w_{\text{соб}}} \quad (32)$$

Обычно это распределение производится с помощью коэффициента, определяющего долю  $P_{w_{\text{внешн}}}$  в  $P_{w_{\text{доп}}}$ :

$$\begin{cases} P_{w_{\text{внешн}}} = D_{y_{\text{внешн}}} = \beta P_{w_{\text{доп}}}; \\ P_{w_{\text{соб}}} = D_{y_{\text{соб}}} = (1 - \beta) P_{w_{\text{доп}}}, \end{cases} \quad (33)$$

где  $\beta = 0,8 - 0,9$ .

После вычисления векторов  $D_{y_{\text{внешн}}}$  и  $D_{y_{\text{соб}}}$  следует выбрать их наибольшие координаты:

$$(D_{y_{\text{внешн}}})_{\text{max}} = \max_i (D_{y_{\text{внешн}}})_i = \frac{2^{-2S_{\max}}}{\chi_2} \max_i \left[ \sum_{l=1}^R \|H_{li}(e^{j\omega T})\|_2^2 \right], \quad i = \overline{1, R} \quad (34)$$

$$(D_{y_{\text{соб}}})_{\text{max}} = \max_i (D_{y_{\text{соб}}})_i = \frac{2^{-2S_n}}{\chi_2} \max_i \left[ \sum_{r=1}^L R(M_r + N_r + 1) \sum_{l=1}^R \|G_{rli}(e^{j\omega T})\|_2^2 \right], \quad i = \overline{1, R}, \quad (35)$$

а по ним с учётом (33) определить разрядность представления дробной части чисел во входных регистрах и в регистрах операционных устройств векторного ЦФ сложной структуры [2]:

$$S_{\text{вн}} = \text{int} \left\langle \frac{1}{2} \log_2 \left\{ \frac{1}{\chi_1 \beta P_{w_{\text{доп}}}} \max_i \left[ \sum_{l=1}^R \|H_{li}(e^{j\omega T})\|_2^2 \right] \right\} \right\rangle, \quad i = \overline{1, R}; \quad (36)$$

$$S_n = \text{int} \left\langle \frac{1}{2} \log_2 \left\{ \frac{R}{\chi_2 (1 - \beta) P_{w_{\text{доп}}}} \max_i \left[ \sum_{r=1}^L (M_r + N_r + 1) \sum_{l=1}^R \|G_{rli}(e^{j\omega T})\|_2^2 \right] \right\} \right\rangle \quad (37)$$

$i = \overline{1, R}$

Формулы (13), (14), (36) и (37) полностью решают задачу расчёта разрядности операционных уст-

роиств DSP для векторных ЦФ сложной структуры при вероятностном подходе (для ЦФ простой структуры в соответствующих формулах следует положить  $L=1$ ).

*Пример.* В качестве примера рассмотрим расчёт разрядности операционных устройств ЦФ для УПЧ телевизионного приёмника, реализуемого по квази-параллельной схеме, который синтезирован в [4].

ЦФ имеет каскадную структуру с передаточной функцией в нуль-полюсном представлении (каскадная реализация)

$$H(z) = K \frac{\prod_{i=1}^{14} (1 - z_{0i} z^{-1})}{\prod_{i=1}^{14} (1 - z_{pi} z^{-1})} = K \frac{\prod_{i=1}^{14} (1 - \rho_{0i} e^{j\varphi_{0i}} z^{-1})}{\prod_{i=1}^{14} (1 - \rho_{pi} e^{j\varphi_{pi}} z^{-1})} = \prod_{i=0}^{14} H_i(z),$$

где  $H_0(z) = K$ .

Скалярный комплексный ЦФ эквивалентен двухкоординатному векторному вещественному ЦФ (условия эквивалентности получены в [1]). В рассматриваемом случае элементарными блоками являются звенья первого порядка (рис. 4).

Расчётная схема шумовой модели двухкоординатного векторного ЦФ изображена на рис. 5. Матрица передаточных функций ЦФ размера  $2 \times 2$  имеет следующий вид:

$$H(z) = \prod_{i=0}^{14} H_{14-i}(z) = \prod_{i=0}^{14} [I + B_{14-i}(z^{-1})]^{-1} A_{14-i}(z^{-1}) I K,$$

где  $I$  – единичная матрица размера  $2 \times 2$ .

Из неё формируем матрицы парциальных передаточных функций  $F_r(z)$ ,  $G_r(z)$  ( $r = \overline{0, 14}$ ) согласно расчётной схеме (см. рис. 5), а затем заменой аргумента  $z$  на  $e^{j2\pi W}$ , где  $W = f/f_d$  нормированная частота дискретизации, получаем матрицы соответствующих комплекс-

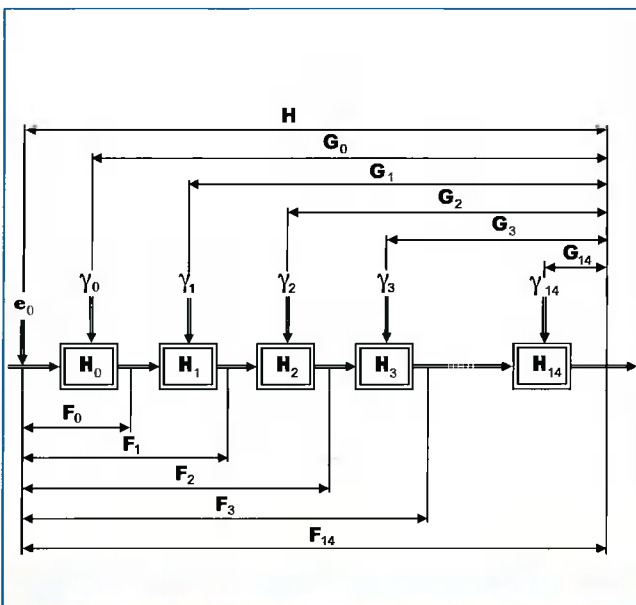


Рис. 5. Расчётная схема шумовой модели рекурсивного векторного ЦФ 14-го порядка

ных частотных характеристик  $H(e^{j2\pi W})$ ,  $F_r(e^{j2\pi W})$ ,  $G_r(e^{j2\pi W})$  ( $r = \overline{0, 14}$ ).

Далее следует составить матрицы, элементы которых являются нормами в пространстве  $L_\infty$  элементов матриц  $H(e^{j2\pi W})$ ,  $F_r(e^{j2\pi W})$ , ( $r = \overline{0, 14}$ ) и квадратами норм в пространстве  $L_2$  элементов матриц  $H(e^{j2\pi W})$ ,  $G_r(e^{j2\pi W})$  ( $r = \overline{0, 14}$ ), т.е. матрицы  $H_\infty$ ,  $F_{r\infty}$ ,  $H_D$ ,  $G_{D_r}$  ( $r = \overline{0, 14}$ ), входящие в формулы (8) и (17) [см. также выражения (9), (19) и (21)].

Задаваясь максимальными уровнями входных сигналов  $X_c = \max_n |x_c[n]| = 1$ ,  $X_s = \max_n |x_s[n]| = 1$ , по формулам (10)–(15) получаем число разрядов, требуемое для представления кодов целой части чисел:  $S_{II} = 1$ ,  $S_{BX_{II}} = 0$ .

Для динамического диапазона входного сигнала  $D = 40$  дБ и отношения сигнал/шум на выходе ЦФ при входном сигнале, соответствующем нижней границе динамического диапазона,  $M = 40$  дБ, при  $\beta = 0,85$  по формулам (29)–(37) определяем число разрядов, требуемое для представления дробной части чисел:  $S_{D} = 21$ ,  $S_{BX_{D}} = 12$ .

Таким образом, разрядность входных регистров  $S_{BX} = 1 + S_{II_{BX}} + S_{D_{BX}} = 13$ , а разрядность операционных устройств DSP  $S = 1 + S_{II} + S_{D} = 23$  (старший разряд используется для представления знака числа), поэтому реализовать комплексный ЦФ для УПЧ телевизионного приёмника можно на сигнальном процессоре DSP, разрядность которого  $S \geq 23$ .

Кроме разрядности  $S$ , выбор DSP должен осуществляться с учётом требуемой тактовой частоты, которая определяется, во-первых, частотой дискретизации  $f_d$  ЦФ, во-вторых, количеством элементарных арифметических операций при вычислении одного отсчёта выходного сигнала, в-третьих, числом тактов процессора, необходимых для выполнения элементарных операций умножения, сложения и пересылки данных из регистра в регистр. Эти вопросы рассматриваются в монографии [4].

## Литература

1. Гадзиковский В.И. Теоретические основы цифровой обработки сигналов. – М.: Радио и связь, 2004. – 344 с.
2. Гадзиковский В.И. Основы теории и проектирования цифровых фильтров: Учебное пособие для радиотехн. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1996. – 256 с.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
4. Гадзиковский В.И. Методы проектирования цифровых фильтров. – М.: Радио и связь, (в печати). – 434 с

УДК 621.397.2

## Исследование применения банков фильтров для сжатия изображений

**Батлук А.В., Чобану М.К.**

### Введение

**Д**анная работа посвящена исследованию многоскоростных систем, применяемых для сжатия неподвижных изображений. Их важнейшей составной частью являются разделимые или неразделимые банки фильтров, реализующие вейвлет разложение двумерных сигналов. Для построения декомпозиции (разложения) изображения сейчас достаточно широко стали применяться также лифтинг-схемы.

Одной из важнейших предпосылок для существенного сжатия изображения является получение качественного разложения сигнала. Поэтому важно определить, какие банки фильтров наиболее применимы именно для задач сжатия изображений. В работе проводится исследование применения различных разделимых и неразделимых банков фильтров, некоторые из которых получены с помощью лифтинг-схемы, для сжатия двумерных сигналов – неподвижных изображений. Предложены методы построения новых неразделимых фильтров.

### Банки фильтров

Многоскоростные системы, основанные на применении банков фильтров (БФ), являются эффективным средством представления сигнала для последующей обработки и сжатия с целью хранения и/или передачи. Примерами таких систем могут служить: дискретное вейвлет преобразование, представленное как итеративная фильтрация низкочастотного выхода многоканального банка фильтров; стандарт сжатия изображений JPEG, основанный на 8x8 дискретном косинусном преобразовании, по сути являющийся 8-канальным ортогональным БФ с линейной фазой; а также новый стандарт сжатия JPEG2000, работающий с блоками различного размера, основанный на

*Предложены методы построения новых неразделимых фильтров – ортогональных и биортогональных. Проведено сравнение результатов обработки изображений, полученных с помощью разделимого и неразделимого разложения, включая использование лифтинг-схемы. Результаты исследований показали, что применение лифтинг-схемы по сравнению с традиционными неразделимыми фильтрами Бернштейна дает заметное преимущество как по качеству сжатых изображений, так и по общему времени, затрачиваемому на разложение и восстановление изображения.*

двухканальном банке фильтров, реализующем вейвлет преобразование.

Существует большое разнообразие многомерных (ММ) банков фильтров – КИХ и БИХ, имеющих свойство точного восстановления сигнала (ТВС) или почти точного восстановления, ортогональных и биортогональных. Они получили в настоящее время широкое применение в различных областях – при сжатии изображений и видео, в компьютерной томографии, в телевидении высокой четкости и др.

Помимо набора фильтров в многоскоростную систему обработки сигналов входят также дециматоры (в банке анализа) и интерполяторы (в банке синтеза). Ниже речь пойдет о децимации и матрицах децимации. Все понятия и теоретические выкладки, касающиеся интерполяторов в банке синтеза, могут быть получены аналогично [1, 2].

После проведения многоканальной фильтрации исходного сигнала (изображения), т.е. разделения его на субполосы, требуется произвести децимацию результата фильтрации – уменьшение количества отсчетов в исходном сигнале в заданное число раз.

Если обозначить матрицу децимации через  $D$ , то модуль определителя  $m = |\det D|$  – это отношение частот следования отсчетов исходного и продецимированного сигналов. Число каналов для полностью продецимированных сигналов равно  $m$ . Элементы матрицы децимации  $D$  должны быть целыми числами.

Пусть строка  $[n_1, n_2]$  – это координаты отсчетов исходного, недецимированного сигнала. Тогда для получения координат отсчетов, которые останутся по-

сле децимации исходного сигнала, нужно умножить эту строку координат на матрицу децимации.

В двумерном разделимом (сепарабельном, приводимом) случае матрица децимации имеет диагональный вид, например  $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Получающиеся в результате разложения сигнала субполосы имеют прямоугольную форму (см. рис. 1).

В данном случае число каналов разделимого БФ равно  $|\det D| = 4$ .

Координаты отсчетов сигнала, которые остаются после проведения прямоугольной децимации, равны:

$$\begin{bmatrix} n_1 & n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2n_1 & 2n_2 \end{bmatrix}$$

Результат прямоугольной децимации можно наблюдать на рис. 2. Черным цветом обозначены точки, остающиеся после разделимой децимации.

Одним из вариантов неразделимой (несепарабельной, неприводимой) децимации может быть «шахматная» матрица [1, 2]:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Число каналов в этом случае равно  $|\det D| = 2$ . Координаты отсчетов сигнала, которые остаются после проведения шахматной децимации:

$$\begin{bmatrix} n_1 & n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 + n_2 & n_1 - n_2 \end{bmatrix}$$

Поэтому выборка отсчетов происходит в шахматном порядке (см. рис. 3).

Получающиеся в результате неразделимой фильтрации и последующей неразделимой шахматной децимации субполосы на нечетных уровнях разложения имеют ромбовидную форму, на четных уровнях – прямоугольную форму. Это связано с тем, что выполняется равенство  $D^2 = 2 \cdot I$ , где  $I$  – единичная матрица. Субполоса, имеющая форму ромба, может быть преобразована в прямоугольник. За счет уменьшения числа отсчетов в 2 раза, изображение в субполосе исказится – оно будет «сплюснуто» по горизонтали (см. рис. 4).

Поэтому на нечетных уровнях разложения наблюдается некоторое геометрическое искажение субполосы. Однако для иерархического алгоритма сжатия [3], применяемого в данной работе для кодирования изображения с потерями, это не имеет принципиального значения.

### Разделимые и неразделимые банки фильтров

В разделимом случае фильтр является произведением двух фильтров, каждый из которых зависит от одной из двух переменных – горизонтальной и верти-

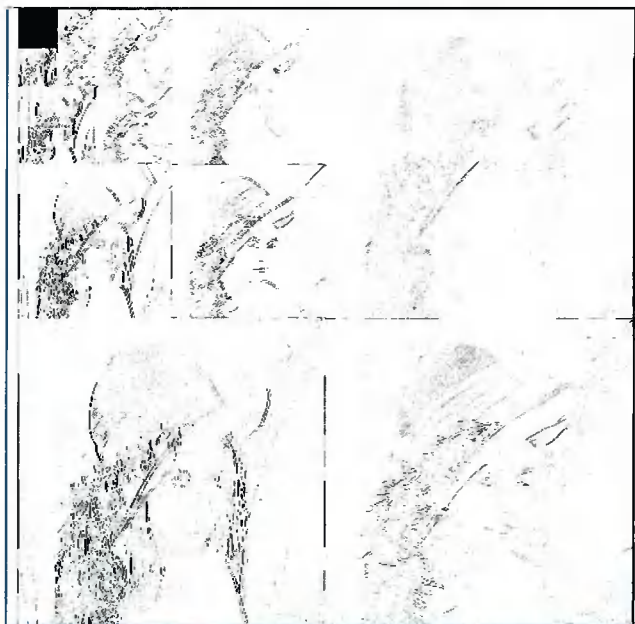


Рис. 1. Субполосы сигнала после фильтрации при разделимой матрице децимации.

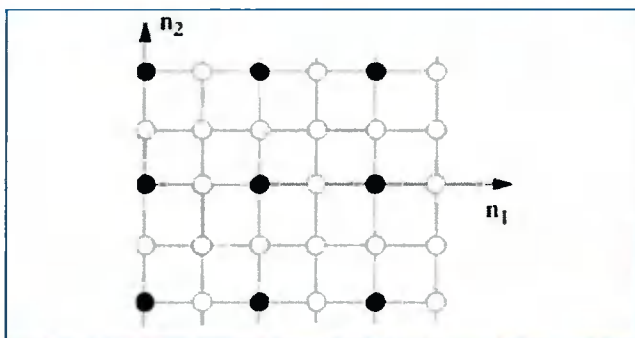


Рис. 2. Разделимая децимация.

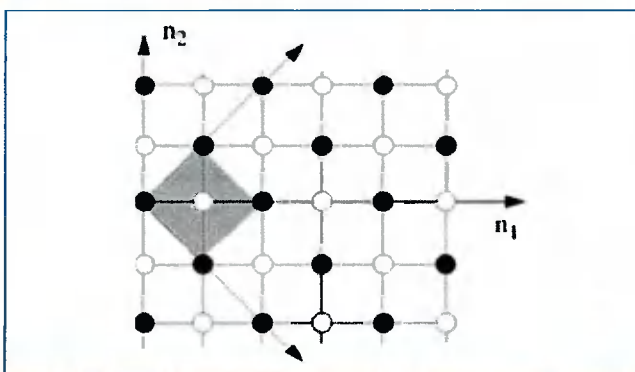


Рис. 3. Шахматная решетка. Неразделимая децимация

кальной. В неразделимом варианте зависимость от координат имеет общий вид.

В настоящее время имеется довольно много результатов синтеза одномерных и, соответственно, разделимых (иногда называемых традиционными) двумерных банков фильтров. Значительно меньше известно о неразделимых фильтрах. К тому же такие фильтры значительно сложнее синтезировать. Рассмотрим преимущества и недостатки обоих типов банков фильтров.



Рис. 4. Результат неразделимой децимации и фильтрации

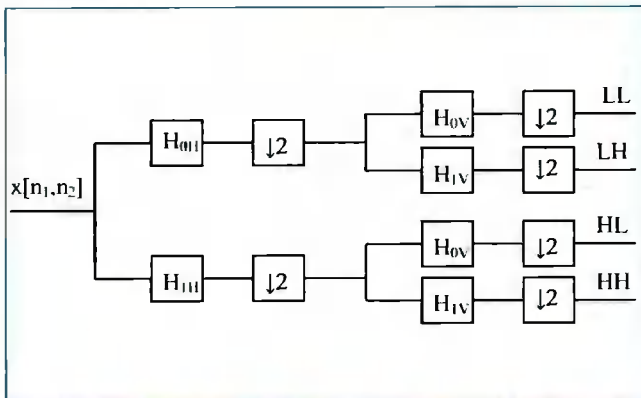


Рис. 5. Разделимый 4-канальный БФ.

**Разделимые банки фильтров**

При двумерной многоскоростной обработке изображений зачастую используются разделимые фильтры, то есть фильтрация производится по каждому измерению в отдельности – сначала по горизонтали, затем по вертикали. Основная причина применения разделимых операций – богатый арсенал одномерных фильтров, простота их синтеза и реализации. Разделимый двумерный фильтр может быть представлен в виде произведения двух одномерных фильтров, каждый из которых зависит только от одной из двух переменных – горизонтальной и вертикальной. Таким образом, в случае двумерного сигнала мы имеем дело с 4-канальным БФ (см. рис. 5).

Существуют несколько типов разделимых БФ: ортогональные, например, фильтры Добеши (*db* – их обозначение в MATLAB), биортогональные (например, *bior*, *rbio* и др.). Способы синтеза одномерных банков

фильтров, используемых в разделимых системах, хорошо известны [4,5]. Например, *dbN* – это одномерный ортогональный фильтр Добеши порядка *N*. Подробную информацию о данном семействе банков фильтров, так же, как и о других семействах, можно получить с помощью команды *waveinfo* в среде MATLAB.

Импульсная характеристика  $h_{ok}$  низкочастотного фильтра *dbN* вычисляется, исходя из следующих соотношений. Пусть  $P(y) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1+k} \cdot y^k$ , где  $C_N^k = \frac{N!}{K!(N-K)!}$ , – биномиальные коэффициенты.

$$\text{Тогда } |H_0(\omega)|^2 = \left( \cos^2 \left( \frac{\omega}{2} \right) \right)^N \cdot P \left( \sin^2 \left( \frac{\omega}{2} \right) \right), \text{ где } H_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^{2N-1} h_{0k} e^{-i k \omega}.$$

**Неразделимые банки фильтров. Области применения неразделимых банков фильтров**

В случае обработки изображений применение неразделимых БФ для фильтрации и последующей шахматной децимации является более естественным и предпочтительным, т.к. изображение по своей природе является неразделимым двумерным (*2-D*) сигналом. Поэтому вполне естественно было бы использовать для его фильтрации неразделимые *2-D* банки фильтров, а для децимации и интерполяции – неразделимые матрицы децимации.

Неразделимые БФ имеют лучшие характеристики, чем их разделимые аналоги (представляющие собой произведение одномерных БФ по каждому из измерений). Число степеней свободы у неразделимых БФ также намного больше, а значит больше и возможностей для оптимизации. Действительно, если рассмотреть *2-D* КИХ фильтр с носителем *KxL*, то в неразделимом случае число степеней свободы равно *KL*, а в разделимом случае всего лишь *K+L*.

Наряду с задачами сжатия двумерных сигналов известны многие другие области удачного и предпочтительного применения неразделимых БФ.

В томографии двумерные разделимые вейвлеты, которые строятся на основе разделимых БФ, задают прямоугольное деление частотной плоскости, что не всегда является подходящим при предположении о радиальных полосах частот в изображениях [6].

Применение неразделимого мультиразрешения в томографии в двумерном случае позволяет учитывать геометрию системы путем ромбовидного деления частотной плоскости, что более подходит для случая радиальных полос частот сигнала. Местная томография, использующая неразделимые базисы, показала существенное увеличение пикового отношения сигнал/шум (PSNR). Другим успешным применением неразделимых вейвлетов является их использование в *3-D* вращательной ангиографии [7].





В некоторых случаях желательно использовать неразделимую децимацию, чтобы получить полезные  $2-D$  вейвлет-представления. Например, неразделимые ортонормальные вейвлет базисы могут использоваться для распознавания текстур и фрактального анализа [8]. Выбор неразделимых фильтров для разложения имеет существенное влияние на результат характеристики текстуры. В [9, 10] показано, что неразделимые вейвлеты инвариантны к вращению изображения текстуры. Именно поэтому классификация и результаты сегментации лучше при использовании неразделимых симметричных вейвлетов.

Считается, что одним из главных недостатков неразделимой фильтрации является ее высокая вычислительная сложность. В проведенных исследованиях, а также в [11] показано, что вообще-то это не соответствует действительности. В реальности сложность вычисления зависит от многих факторов. Среди прочих можно упомянуть размер сигнала, который требуется обработать, носитель вейвлета (размер КИХ фильтра), архитектура вычислительной системы и другие. Например, при сравнении на многопроцессорных системах алгоритмов на основе свертки для различных распределений, разделимые вейвлет фильтры оказались наиболее эффективны для распределения блоков при относительно коротких фильтрах. Но для неразделимых фильтров распределение блоков более эффективно, если размер изображения оказывается большим. Важно отметить, что результаты в [11] (полученные для Intel Paragon) зависят от параметров архитектуры. Наблюдается значительное влияние параметров архитектуры (например, отношения скорости вычислений к скорости передачи данных) на относительную производительность алгоритмов.

Алгоритм на основе свертки, использующий распределение блоков, работает быстрее, чем алгоритмы, использующие распределение строк, также как и в случае разделимых вейвлет фильтров. Однако, в отличие от разделимого случая, с увеличением размера носителя вейвлета время выполнения алгоритмов на основе свертки растет быстрее, чем время выполнения для БПФ-алгоритмов. Например, относительно большое время запуска для передачи сообщения на Intel Paragon (40-45 мсек) неблагоприятно влияет на характеристики операции транспонирования матрицы, требуемой для разделимых  $2-D$  дискретных вейвлет алгоритмов, использующих распределение строк. Результаты могут быть различны для машины с очень низким временем запуска сообщения.

В области телевидения высокой четкости, при преобразовании между прогрессивным и чересстрочным видео, при оценке параметра движения широко

используются трехмерные неразделимые фильтры [12]. Использование трехмерной согласованной фильтрации приводит к неразделимым фильтрам, которые дают самое большое улучшение SNR среди всех линейных фильтров, в случае, когда пространственные характеристики объекта известны.

Что касается БИХ фильтров, то в [13] отмечено, что необходимо использовать широко известные преимущества частотных характеристик неразделимых БИХ фильтров. Их другим преимуществом является низкая вычислительная сложность.

## Неразделимые фильтры

### Неразделимые фильтры Невайла

Теоретической основой фильтров Невайла является лифтинг-схема – относительно новый метод конструирования вейвлетов. Она позволяет создавать вейвлеты во временной области, не используя преобразование Фурье [14]. Кроме того, лифтинг-схема позволяет конструировать биортогональные вейвлеты и имеет ряд преимуществ перед классической схемой вейвлет-преобразования [15].

Лифтинг-преобразование включает в себя три этапа: разделение (split), предсказание (predict) и обновление (update) (рис. 6).

Не ограничивая общности вопроса, для наглядности рассмотрим одномерный дискретный сигнал  $x(k)$ . Обозначим отсчеты этого исходного сигнала через  $\lambda_{0,k}=x(k)$ ,  $k \in Z$ .

Основной задачей является поиск представления сигнала меньшим числом коэффициентов. Рассмотрим каждый из этапов лифтинг-схемы более подробно.

#### Этап разбиения

На данном этапе происходит простое разделение исходной последовательности на четные и нечетные отсчеты. При децимации на два число коэффициентов исходного сигнала  $x(k)$  в каждом канале уменьшается в два раза (в нижнем канале остаются только его четные отсчеты). Теперь необходимо оценить, какая дополнительная информация потребуется, чтобы восстановить из новой полученной последовательности  $\{\lambda_{0,k}\}$  исходную последовательность  $\{\lambda_{1,k}\}$ . Обозначим эту дополнительную информацию через  $\{\gamma_{1,k}\}$ . Чем меньшие значения будут иметь коэффициенты  $\{\gamma_{1,k}\}$ , тем более эффективно можно закодировать сигнал.

#### Этап предсказания

Далее необходимо получить обратимую схему восстановления исходной последовательности  $\{\lambda_{0,k}\}$  с

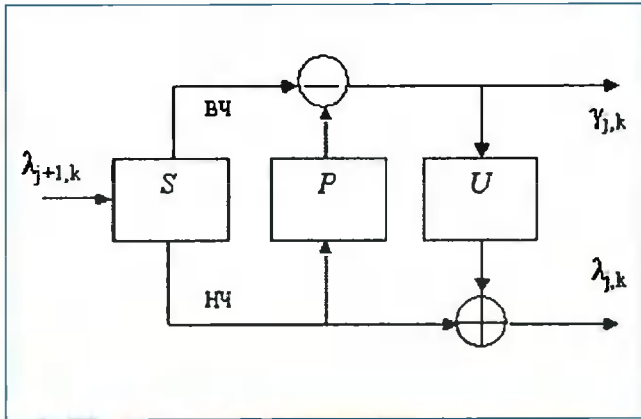


Рис. 6. Лифтинг-схема: разделение, предсказание и обновление.

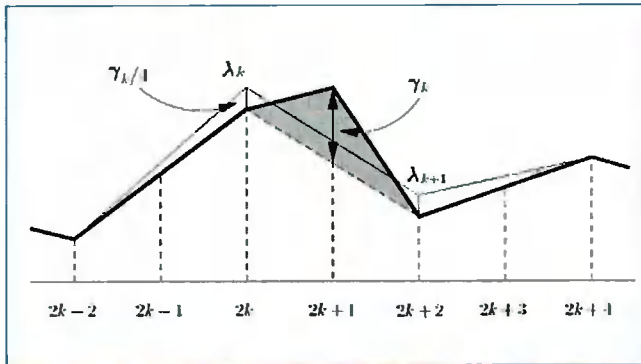


Рис. 7. Геометрическая интерпретация шагов предсказания и обновления.

помощью прорецимированной последовательности  $\{\lambda_{-l,k}\}$ . Четные отсчеты исходной последовательности могут быть сразу найдены как  $\lambda_{0,2k} := \lambda_{-l,k}$ . Попытаемся найти или предсказать нечетные отсчеты  $\{\lambda_{0,2k+1}\}$  при помощи последовательности  $\{\lambda_{-l,k}\}$ , основываясь на корреляции между соседними отсчетами в исходной последовательности.

Необходимо найти независимый от содержимого последовательностей оператор предсказания  $P$ , такой что

$$\lambda_{0,2k+1} = P(\lambda_{-l,k}).$$

Вид оператора предсказания зависит от используемой модели сигнала и отражает его корреляционные связи. Как правило, не существует возможности точного предсказания  $\{\gamma_{-l,k}\}$ , основанного на  $\{\lambda_{-l,k}\}$ . Однако  $P(\lambda_{-l,k})$  может быть очень близок к  $\{\lambda_{0,2k+1}\}$ . Тогда можно заменить вейвлет-коэффициенты  $\{\gamma_{-l,k}\}$  разностью между последовательностью  $\{\lambda_{0,2k+1}\}$  и  $P(\lambda_{-l,k})$ .

$$\gamma_{-l,k} = \lambda_{0,2k+1} - P(\lambda_{-l,k}).$$

Вейвлет-коэффициенты теперь показывают, насколько исходный сигнал не соответствует модели, на основе которой построен оператор предсказания  $P$ . В терминах частотного наполнения вейвлет-коэф-

фициенты отражают высокие частоты, присутствующие в исходном сигнале, в то время как коэффициенты  $\{\lambda_{-l,k}\}$  отражают низкие частоты [4]. Далее последовательность  $\{\lambda_{-l,k}\}$  (НЧ выход системы) разбивается на  $\{\lambda_{-2,k}\}$  и  $\{\gamma_{-2,k}\}$ , затем  $\{\gamma_{-2,k}\}$  заменяется разностью между  $\{\gamma_{-2,k}\}$  и  $P(\lambda_{-2,k})$ . Таким образом, после выполнения  $N$  итераций мы получаем разложение исходного сигнала на  $N+1$  уровней.

В качестве модели предсказания можно использовать полином заданного порядка. При этом требуется построить интерполяционный полином. Подходящим алгоритмом для этого является алгоритм Невайла [14].

### Этап обновления

Допустим, что с помощью фильтров Невайла (в качестве оператора предсказания) были получены вейвлет-коэффициенты. Рассмотрим низкочастотную часть  $\{\lambda_{-l,k}\}$ . Пусть исходный сигнал состоит из  $2^n+1$  отсчетов:  $\{\lambda_{0,k} | 0 \leq k < 2^n\}$ . Осуществим итерацию НЧ выхода системы и получим окончательное разложение исходного сигнала. Оно будет состоять из ВЧ вейвлет-коэффициентов  $\{\gamma_{j,k} | -n \leq j < -1, 0 \leq k < 2^{n+j}\}$  и из двух НЧ коэффициентов  $\lambda_{-n,0}$  и  $\lambda_{-n,1}$ . Два последних НЧ коэффициента – это первый  $\lambda_{0,0}$  и последний  $\lambda_{0,2^n}$  отсчеты исходного сигнала. При этом появляется существенное наложение спектров. Эта проблема решается на третьем этапе – этапе обновления – коэффициенты  $\lambda_{-l,k}$  «поднимаются» с помощью вейвлет-коэффициентов  $\gamma_{-l,k}$ . По сути, с использованием уже вычисленных вейвлет-коэффициентов требуется найти функцию, обеспечивающую сохранение некоторых свойств сигнала  $\lambda$  на всех уровнях разложения [4]. Эта функция будет иметь порядок, зависящий от четного числа  $\tilde{N}$ , которое называется числом действительных (первичных) нулевых моментов. Чем выше порядок этой функции, тем меньше будет в получившемся преобразовании эффект наложения.

На рис. 7 представлена геометрическая интерпретация шагов предсказания и обновления для случая  $N=2$  (линейная интерполяция) и  $\tilde{N}=2$  [17].

Исходный сигнал нарисован жирной линией. Вейвлет-коэффициент  $\gamma_k$  рассчитывается как разность истинного нечетного отсчета исходного сигнала и среднего арифметического двух соседних четных отсчетов (предсказание). Это ведет к потере площади под графиком равной  $\gamma_k/2$  (она закрашена серым цветом). Чтобы сохранить среднее значение отсчетов, то есть характеристику, о которой говорилось выше, требуется перераспределить потерянную площадь при помощи поднятия значений четных отсчетов (обновление). Обновленные коэффициенты  $\lambda_k$  нарисованы тонкой линией. Подъем коэффи-

циентов  $\lambda_k$  осуществляется на значение  $\gamma_k/4$  (четверть вейвлет-коэффициента). Теперь площади под жирной и под тонкой линией равны (для простоты мы считали, что вейвлет-коэффициенты  $\gamma_{k-1}$  и  $\gamma_{k+1}$  равны нулю).

Перенос алгоритма лифтинга на случай двумерных сигналов заключается в выполнении преобразования по строкам и столбцам, в силу того, что преобразование является разделимым. Однако, как будет показано ниже, лифтинг-схема может быть применена и для случая неразделимой фильтрации.

#### Лифтинг-схема и полифазное представление

Лифтинг-схему можно представить в виде классического 2-канального банка фильтров со свойством точного восстановления сигнала (рис. 8) [14]:

По внешнему виду такое представление очень похоже на полифазную реализацию [1,2,4]. Полифазная матрица для банка анализа равна

$$P_p = \begin{bmatrix} H_{00} & H_{01} \\ H_{10} & H_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & U \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-U \cdot P & U \\ -P & 1 \end{bmatrix}.$$

Полифазная матрица для банка синтеза получается путем нахождения присоединенной матрицы по отношению к матрице  $P_p$  (знак \* означает транспонирование, комплексное сопряжение и замену  $z_i \rightarrow \bar{z}_i^1$ ):

$$P_p^{*-1} = \begin{bmatrix} F_{00} & F_{01} \\ F_{10} & F_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & P^* \\ -U^* & 1-U^* \cdot P^* \end{bmatrix}.$$

Исходя из этих матриц, можно найти традиционные НЧ и ВЧ фильтры анализа и синтеза  $H_0, H_1, F_0, F_1$ . Операторы  $P$  и  $U$  определяются в соответствии с теоремой из [14]. Пусть  $\tilde{N} \leq N$ . Тогда можно построить БФ с  $\tilde{N}$  первичными нулевыми моментами и  $N$  вторичными (дуальными) нулевыми моментами следующим способом: в качестве оператора предсказания следует выбрать фильтр Невайла  $P^N$  порядка  $N$ , реализующий аппроксимацию в точке с координатой  $\tau = D^{-1}t$ . Для шахматной матрицы децимации точка, в которой производится интерполяция (предсказание) отсчета, это  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  (см. рис. 9).

Рассмотрим подробнее неразделимые двумерные (2-D) фильтры Невайла. Так же, как и в одномерном случае, шаги предсказания и обновления задаются с помощью фильтра Невайла порядка  $N$ , только теперь уже 2-D фильтра. Аналогично одномерному случаю может выбираться и количество соседних отсчетов, используемых для предсказания в точке  $\tau$ . Только теперь положение этих отсчетов на решетке дискретизации представляет собой кольцо заданного радиуса. Если используется по одному отсчету с каждой стороны, то радиус равен 1, если по 2, то радиус ра-

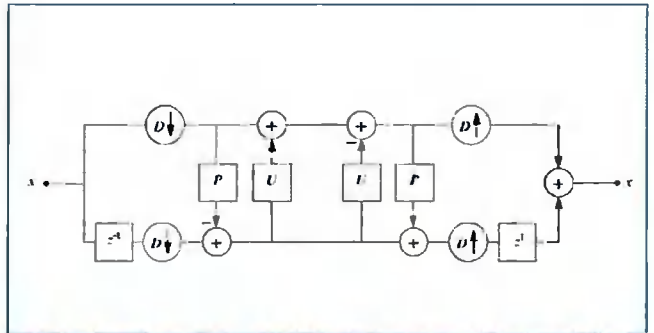


Рис.8. Представление лифтинг-схемы в виде 2-канального банка фильтров.

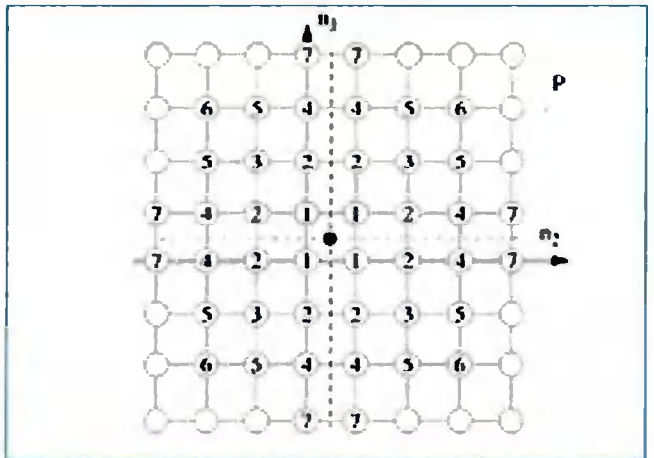


Рис.9. 2-D интерполяция для фильтра P с различными порядками.

вен 2 и т.д. (см. рис. 9). Для расчета коэффициентов фильтра  $P$  для каждого из порядков (с соответствующим радиусом кольца) используется алгоритм Бурарона [18,19]. Результат расчета импульсных характеристик фильтров представлен в [14] и на рис. 10-13, для числа отсчетов фильтра  $U$ , равного 24.

#### Неразделимые банки фильтров на основе полиномов Бернштейна

Полином Бернштейна позволяет найти передаточные характеристики фильтров, которые имеют следующие свойства [1,2,20,21,22]:

- имеют конечную импульсную характеристику;
- используются в 2-канальных системах;
- являются неразделимыми;
- обладают линейной фазой;
- имеют гладкость степени  $N$  для  $H_0(z)$  и гладкость степени  $(N+M)$  для  $H_1(z)$ .

Для синтеза БФ используется двумерный полином Бернштейна [1,2,21]:

$$H(x,y) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N C_N^i C_N^j f\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}\right) \cdot x^i (1-x)^{N-i} y^j (1-y)^{N-j}.$$

Оператор Бернштейна, действующий на функцию  $f(\frac{i}{N}, \frac{j}{N})$  в области  $[0,1] \times [0,1]$ , определен для 2-D случая как  $B_N f(x,y) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N f\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}\right) \cdot b_{i,j}^N(x,y)$

$$H_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{256} & 0 & \frac{1}{256} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{128} & 0 & -\frac{1}{32} & 0 & \frac{3}{128} & 0 \\ \frac{1}{256} & 0 & -\frac{11}{128} & \frac{1}{8} & -\frac{11}{128} & 0 & \frac{1}{256} \\ 0 & -\frac{1}{32} & \frac{1}{8} & \frac{27}{32} & \frac{1}{8} & -\frac{1}{32} & 0 \\ \frac{1}{256} & 0 & -\frac{11}{128} & \frac{1}{8} & -\frac{11}{128} & 0 & \frac{1}{256} \\ 0 & \frac{3}{128} & 0 & -\frac{1}{32} & 0 & \frac{3}{128} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{256} & 0 & \frac{1}{256} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Рис. 10. Низкочастотный фильтр банка анализа.

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{32} & 0 & \frac{1}{32} & 0 \\ \frac{1}{32} & 0 & -\frac{5}{16} & 0 & \frac{1}{32} \\ 0 & -\frac{5}{16} & 1 & -\frac{5}{16} & 0 \\ \frac{1}{32} & 0 & -\frac{5}{16} & 0 & \frac{1}{32} \\ 0 & \frac{1}{32} & 0 & \frac{1}{32} & 0 \end{bmatrix}$$

Рис. 11. Высокочастотный фильтр банка анализа.

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{32} & 0 & \frac{1}{32} & 0 \\ \frac{1}{32} & 0 & -\frac{5}{16} & 0 & \frac{1}{32} \\ 0 & -\frac{5}{16} & -1 & -\frac{5}{16} & 0 \\ \frac{1}{32} & 0 & -\frac{5}{16} & 0 & \frac{1}{32} \\ 0 & \frac{1}{32} & 0 & \frac{1}{32} & 0 \end{bmatrix}$$

Рис. 12. Низкочастотный фильтр банка синтеза

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{256} & 0 & -\frac{1}{256} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{128} & 0 & \frac{1}{32} & 0 & -\frac{3}{128} & 0 \\ -\frac{1}{256} & 0 & \frac{11}{128} & \frac{1}{8} & \frac{11}{128} & 0 & -\frac{1}{256} \\ 0 & \frac{1}{32} & \frac{1}{8} & -\frac{27}{32} & \frac{1}{8} & \frac{1}{32} & 0 \\ -\frac{1}{256} & 0 & \frac{11}{128} & \frac{1}{8} & \frac{11}{128} & 0 & -\frac{1}{256} \\ 0 & -\frac{3}{128} & 0 & \frac{1}{32} & 0 & -\frac{3}{128} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{256} & 0 & -\frac{1}{256} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Рис. 13. Высокочастотный фильтр банка синтеза

где  $b_{i,j}^N(x,y) = C_N^i C_N^j x^i (1-x)^{N-i} y^j (1-y)^{N-j}$

Для получения передаточной характеристики ФНЧ  $H_0(z)$  нужно

осуществить преобразования  $x = \frac{1 - \cos \omega_1}{2}$  и  $y = \frac{1 - \cos \omega_2}{2}$

и подставить функцию  $f\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}\right) = \begin{cases} 1, & i+j < N-1; \\ 0.5, & i+j = N; \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$

Тогда

$$H_0(z_1, z_2) = \frac{1}{2^{2N}} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N g_{i,j} C_N^i C_N^j (1+z_1)^{i+j} (1-z_1)^{2i} (1+z_1)^{2j} (1-z_1)^{2(N-i)} (1+z_2)^{i+j} (1-z_2)^{2i} (1+z_2)^{2j} (1-z_2)^{2(N-j)}$$

где  $g_{i,j} = \begin{cases} 1, & i+j < N; \\ 0.5, & i+j = N; \\ 0, & i+j > N. \end{cases}$

Функция  $g(i,j)$  отлична от нуля только на половине ее квадратного носителя (в треугольной области). Таким образом, фильтр  $H_0(z)$  является полуполосным (half-band). Линией симметрии является диагональ квадратного носителя. Именно  $g(i,j)$  позволяет аппроксимировать опорную область ФНЧ, имеющую форму ромба, с помощью полинома Бернштейна. При этом из-за симметрии полученный неразделимый фильтр обладает свойством линейности фазы.

Теперь можно записать выражение для передаточной характеристики  $H_1(z)$ . Для этого выразим  $H_{0l}(z^{D_0})$  через  $H_0(z)$  ( $N$  и  $M$  – степени гладкости фильтров):  $H_{0l}(z^{D_0}) = z_l^{-1} (H_0(z) - 0,5)$ .

Тогда  $H_l(z) = -z_l^{-1} + 2(z_l^{-1} (H_0^M(z) - 0,5)) H_0^N(z)$ ,

или  $H_l(z) = -z_l^{-1} (2(H_0^M(z) - 0,5) H_0^N(z) - 1)$ . Затем можно найти фильтры банка синтеза:  $F_0(z) = H_l(z)$  и  $F_1(z) = -H_0(z)$ .

Данный метод позволяет синтезировать двумерные (2D), трехмерные (3D) и четырехмерные (4D) биортогональные БФ для 2-канальных многоскоростных систем. В [20-23] приведены примеры расчета импульсных и частотных характеристик данных фильтров.

### Ортогональные четырехканальные неразделимые фильтры

Данный метод позволяет построить ортогональные БФ для двумерных 4-канальных многоскоростных систем. Примерами подобных БФ могут служить фильтры, обозначаемые  $Kq.Nw$ , где  $q$  – число двумерных матриц вращения  $R_w$ , используемых при синтезе этих фильтров, а  $w$  – степень гладкости полученных фильтров.

Рассматриваемый подход состоит в построении каскадных форм, гарантирующих структурно ортогональность и линейность фазы. Каскадная форма позволяет уменьшить число неизвестных параметров. Их расчет осуществляется при решении нелинейной задачи обеспечения заданной гладкости. Такой каскад не полный, т.е. не любой ортогональный БФ с линей-



ной фазой (ЛФ) может быть описан этой каскадной формой.

Полифазная матрица будет равна [21,23]:

$$H(z_1, z_2) = \mathbf{R}_1 \mathbf{W} \prod_{i=2}^K \mathbf{D}(z_1, z_2) \mathbf{P} \mathbf{W} \mathbf{R}_1 \mathbf{W} \mathbf{P}, \text{ где}$$

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \beta_i & -\sin \beta_i \\ 0 & 0 & \sin \beta_i & \cos \beta_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}(z_1, z_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_1 z_2 \end{bmatrix}.$$

Тогда четыре фильтра банка анализа будут равны

$$H_j(z_1, z_2) = H_{j,0}(z_1^2, z_2^2) + H_{j,1}(z_1^2, z_2^2)z_1 + H_{j,2}(z_1^2, z_2^2)z_2 + H_{j,3}(z_1^2, z_2^2)z_1 z_2, \quad j = 0 \dots 3,$$

Фильтры  $H_0$  и  $H_1$  являются симметричными, а  $H_2$  и  $H_3$  – антисимметричными. Каждый фильтр имеет ЛФ и импульсную характеристику квадратной формы размером  $2K \times 2K$ . Полученный БФ ортогонален. Это означает, что входной сигнал представляется на ортогональном базисе. Для заданного  $K$  остается подобрать углы  $\alpha_1 \dots \alpha_k$  и  $\beta_1 \dots \beta_k$ . Необходимо получить максимально плоские фильтры из условия равенства нулю производных  $\frac{\partial^{k+i} H_j}{\partial z_1^k \partial z_2^i} = 0$  на граничных частотах  $(1,1), (1,-1), (-1,1)$  и  $(-1,-1)$ . Уравнения для определения неизвестных углов могут быть получены в системе MAPLE или другой символьной системе с помощью матричного представления, приведенного выше. Однако для  $K \gg 6$  и  $N \gg 4$  генерация уравнений занимает несколько часов, а для  $K \gg 8$  – это вообще невозможно сделать. Предлагается работать с комплексными матрицами размером  $2 \times 2$  вместо действительных матриц размером  $4 \times 4$ . При этом можно заменить линейное преобразование в  $\mathbf{R}^4$  на линейное преобразование в  $\mathbf{C}^2$ . Эффективно используя базисы Грёбнера (в том числе функцию понижения в процессе упрощения), можно получить более выгодную формулировку задачи. В данном случае предлагается такая замены переменных, после которой получается система уравнений, которую можно разделить на две идентичные подсистемы и далее решать уже только одну подсистему [21,23].

В результате получаются решения, которые все еще могут иметь свободные параметры. Оптимизация частотной характеристики среди огромного числа полученных фильтров состоит в выборе максимально гладких фильтров в соответствии с определенным критерием. Были рассмотрены два критерия [23].

1. Частотная избирательность. Критерий состоит в минимизации энергии низкочастотного фильтра вне полосы пропускания  $[-a, a] \times [-a, a], 0 < a < \pi$ .
2. Уплотнение энергии. Рассматривается уплотнение энергии для заданного класса сигналов.

В [21,23] построены соответствующие вейвлет функции.

Сравнительные тесты и результаты использования описанных ранее БФ для получения разложения изображения и его последующего сжатия представлены ниже.

### Сравнение различных банков фильтров

#### Условия проведения исследования и постановка задачи

Кодирование изображений осуществлялось с помощью иерархического алгоритма SPIHT [3, 24,25]. В этом случае требуется, чтобы в субполосах последних уровней разложения было сосредоточено как можно больше энергии сигнала. Тогда для кодирования этого изображения потребуется меньшее число бит.

Исследования проводились с использованием 62 разделимых фильтров (включая db, bioг и др.), 6 неразделимых фильтров Бернштейна [1,2], неразделимого ортогонального фильтра K5.N3 [21], а также 4 неразделимых фильтров Невайла, полученных с помощью лифтинг-схемы.

Для исследования разделимых и неразделимых банков фильтров были использованы программы FilterBank и NonSeparable, написанные в Signaland Research Team в МЭИ (ТУ) в среде MATLAB. Для реализации разложения с использованием лифтинг-схемы была написана программа в среде MATLAB, с такими же входными параметрами (количество уровней разложения, используемый банк фильтров, битрейт и исходный сигнал), как и у двух вышеназванных программ.

Необходимо подчеркнуть, что все результаты получены при моделировании в программе MATLAB. Поэтому реализация тех же многоскоростных систем на сигнальном процессоре или на СБИС может привести к совершенно иным выводам о быстродействии таких систем.

Полученные при помощи этих фильтров разложения изображений на вейвлет коэффициенты далее кодировались при помощи алгоритма SPIHT. При этом задавалось число бит на пиксел (или битрейт).

Так как результаты сжатия с использованием одного и того же фильтра сильно различались для разных изображений, для проведения исследования была

создана большая библиотека разнотипных разноразмерных изображений в формате BMP [26].

### Методика анализа полученных результатов

При анализе результатов было поставлено несколько целей: во-первых, надо было из всего многообразия выбрать несколько лучших фильтров в каждом классе (разделимые, неразделимые) и сравнить их между собой; во-вторых, требовалось установить, существуют ли какие-либо зависимости между параметрами сжатия.

При анализе полученных при сжатии изображений результатов использовалось несколько критериев:

1. Объективные критерии качества восстановленных после сжатия изображений:

- a. PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) – максимальное отношение сигнал-шум;
- b. MSE (Mean Square Error) – среднеквадратическая ошибка, где

$$MSE = \frac{\sum_{i,j=1}^N [a_{i,j} - b_{i,j}]^2}{P_{ix}}, \quad RMSE = \sqrt{MSE}, \quad PSNR = 20 \cdot \log_{10} \frac{255}{RMSE},$$

где  $a$  – исходное изображение,  $b$  – восстановленное сжатое изображение,  $P_{ix}$  – число пикселей в изображении.

2. Критерий времени. Оценивалось время, необходимое для декомпозиции и последующего восстановления изображений для различных фильтров.

При анализе большого объема результатов всегда необходим объективный критерий или характеристика для того, чтобы правильно оценить даже незначительные различия в двух изображениях и затем отсортировать полученные результаты.

Выбор второго критерия обоснован следующими соображениями. Различные фильтры имеют различную длину, различную степень гладкости и, следовательно, для вычисления свертки с различными фильтрами требуется произвести различное количество операций (умножения, сложения и т.д.). Следовательно, в зависимости от выбора фильтра на декомпозицию (и последующее восстановление) изображения будет затрачено различное время. Анализ затрачиваемого времени производился средствами среды MATLAB с помощью системного таймера компьютера (P4 2400 МГц/ ОЗУ 512 МБ). Данный критерий являлся больше индикативным и требовался для того, чтобы примерно оценить различия во времени, затрачиваемом на разложение и восстановление сигнала при использовании того или иного фильтра.

Сначала производилось сжатие каждого изображения с использованием алгоритма SPIHT для за-

данного числа уровней разложения (количества итераций НЧ ветви системы), при размере последней субполосы не менее 4x4 или 8x8 (в зависимости от типа фильтра), для различных битрейтов и различных фильтров одного типа (разделимых или неразделимых). Далее результаты сортировались в порядке убывания значения PSNR. По результатам сортировки и после анализа всех использованных изображений было выбрано несколько лучших фильтров, которые устойчиво показывали хорошие результаты вне зависимости от типа сжимаемого изображения.

На этом этапе выяснилось, что делимые фильтры, занимающие с 1-го по 20-е места в общей классификации, отличаются друг от друга по PSNR не более, чем на 0,5-1 дБ в зависимости от исходного изображения. Такая разница практически неразличима глазом и, следовательно, все фильтры, находящиеся в этом интервале различия PSNR, могут быть равноправно использованы при сжатии, так как дают примерно одни и те же результаты. Значит, требуется выбрать некоторый набор лучших фильтров, которые будут подходить для различных типов сжимаемых изображений. Для выбора таких фильтров используется критерий времени. Теперь среди лучших по PSNR фильтров надо выбрать самые быстрые фильтры – фильтры с наименьшим общим временем разложения и восстановления.

Далее с учетом предыдущих результатов в каждом классе были выбраны несколько фильтров, имеющих высокие значения PSNR для различных изображений и работающих за приемлемое время. В конечном итоге было проведено сравнение лучших делимых фильтров с неразделимыми фильтрами (включая фильтры Невайла) и сделаны соответствующие выводы.

### Результаты исследования и примеры сжатых изображений

Ниже представлены наиболее характерные примеры, соответствующие средним показателям, полученным в ходе исследования. В начале приведены данные исследований с использованием для оценки результатов критерия максимального PSNR. Анализ статистики производился по всему множеству изображений, и эти результаты отражают средние показатели.

Для случая исследования делимых фильтров, а также ортогонального четырехканального (с делимой децимацией) неразделимого фильтра K5.N3, наилучшие показатели в среднем по всем изображениям приведены в *табл. 1*. Здесь и далее названия

фильтров взяты из программ, представленных в MATLAB и разработанных в SignalLand Research Team.

Важно, что отличия в результатах между 1-м и 12-м местами очень незначительны – в среднем от 0,4 до 0,7 дБ в зависимости от использованного изображения (в данном случае значения PSNR приведены для ч/б изображения flower512B.bmp при сжатии в 8 раз). Поэтому на первое место выходит критерий времени.

В табл. 2 приведены суммарные значения времени разложения и восстановления для разделимых фильтров, которые показали приемлемые результаты по критерию PSNR (без учета времени на работу самого алгоритма сжатия, которым можно пренебречь по сравнению с общим временем разложения и восстановления). Данные результаты получены при разложении ч/б изображения размером 512x512. Даже на относительно небольшом изображении уже заметна существенная разница: первый фильтр осуществляет процесс разложения и восстановления в 2 раза быстрее последнего при том, что дает такое же качество сжатого изображения. Отсюда можно сделать вывод, что среди разделимых фильтров лучшими являются первые пять-шесть фильтров, входящих в эту таблицу. Именно с ними и будут сравниваться неразделимые фильтры Бернштейна и фильтры, полученные при помощи лифтинг-схемы.

Для неразделимых фильтров Бернштейна по общему времени разложения и восстановления были получены результаты, приведенные в табл. 3.

По данным табл. 3 хорошо видно, что неразделимая фильтрация занимает больше времени, чем разделимая.

В табл. 4 приведены результаты, полученные при сжатии с использованием фильтров Бернштейна (цветное изображение 512x512 bridge512C.bmp).

Динамика изменения значения PSNR при увеличении порядка фильтра слабо выражена (увеличение PSNR на 0,6 дБ у фильтра 2bern8 по сравнению с 2bern1). При этом общее время разложения и восстановления увеличивается почти в 33 раза.

Аналогичные результаты приведены в Таблице 5 для неразделимых фильтров Невайла (для ч/б изображения flower512B.BMP ).

Результаты сжатия приведены в табл. 6:

Как видно, здесь наблюдается такая же ситуация, как и с неразделимыми фильтрами Бернштейна –

**Таблица 1. Разделимые фильтры. Критерий PSNR.**

Результат	Фильтр	PSNR, дБ
1	2bior6.8	39,506
2	2bior4.4	39,436
3	2sym8	39,128
4	2coif5	39,127
5	2coif4	39,104
6	2sym4	39,085
7	2coif3	39,074
8	K5.N3	39,047
9	2sym9	39,046
10	2sym7	39,025
11	2rbio1.5	38,995
12	2rbio1.3	38,985

**Таблица 2. Разделимые фильтры. Критерий времени.**

	Фильтр	Время, сек
1	2rbio1.3	1,65
2	2rbio1.5	1,94
3	2sym4	2,25
4	2bior4.4	2,34
5	2sym6	2,81
6	2sym7	3,12
7	2bior6.8	3,14

**Таблица 3. Неразделимые фильтры Бернштейна.**

	Фильтр	Время, сек
1	2bern1	2,64
2	2bern2	6,42
3	2bern3	12,39
4	2bern4	21,05
5	2bern5	32,46
6	2bern6	47,00
7	2bern7	65,20
8	2bern8	86,58

**Таблица 5. Неразделимые фильтры Невайла.**

**Критерий времени**

	Фильтр	Время, сек
1	Neville2	6,39
2	Neville4	15,56
3	Neville6	29,44
4	Neville8	52,60

**Таблица 6. Неразделимые фильтры Невайла.**

**Критерий PSNR**

Сжатие в 80 раз

Фильтр	Neville2	Neville4	Neville6	Neville8
PSNR, дБ	27,675	27,681	27,693	27,695

**Таблица 7. Сравнение фильтров.**

	Фильтр	PSNR, дБ	Время, сек
1	2bior6.8	34,6347	3,141
2	2bern4	32,91	21,05
3	Neville4	33,7609	15,56

**Таблица 4. Неразделимые фильтры Бернштейна. Критерий PSNR**

Сжатие в 240 раз

Фильтр	2bern1	2bern2	2bern3	2bern4	2bern5	2bern6	2bern7	2bern8
PSNR, дБ	23,5907	23,9372	24,0371	24,0115	24,1046	24,12	24,15	24,19

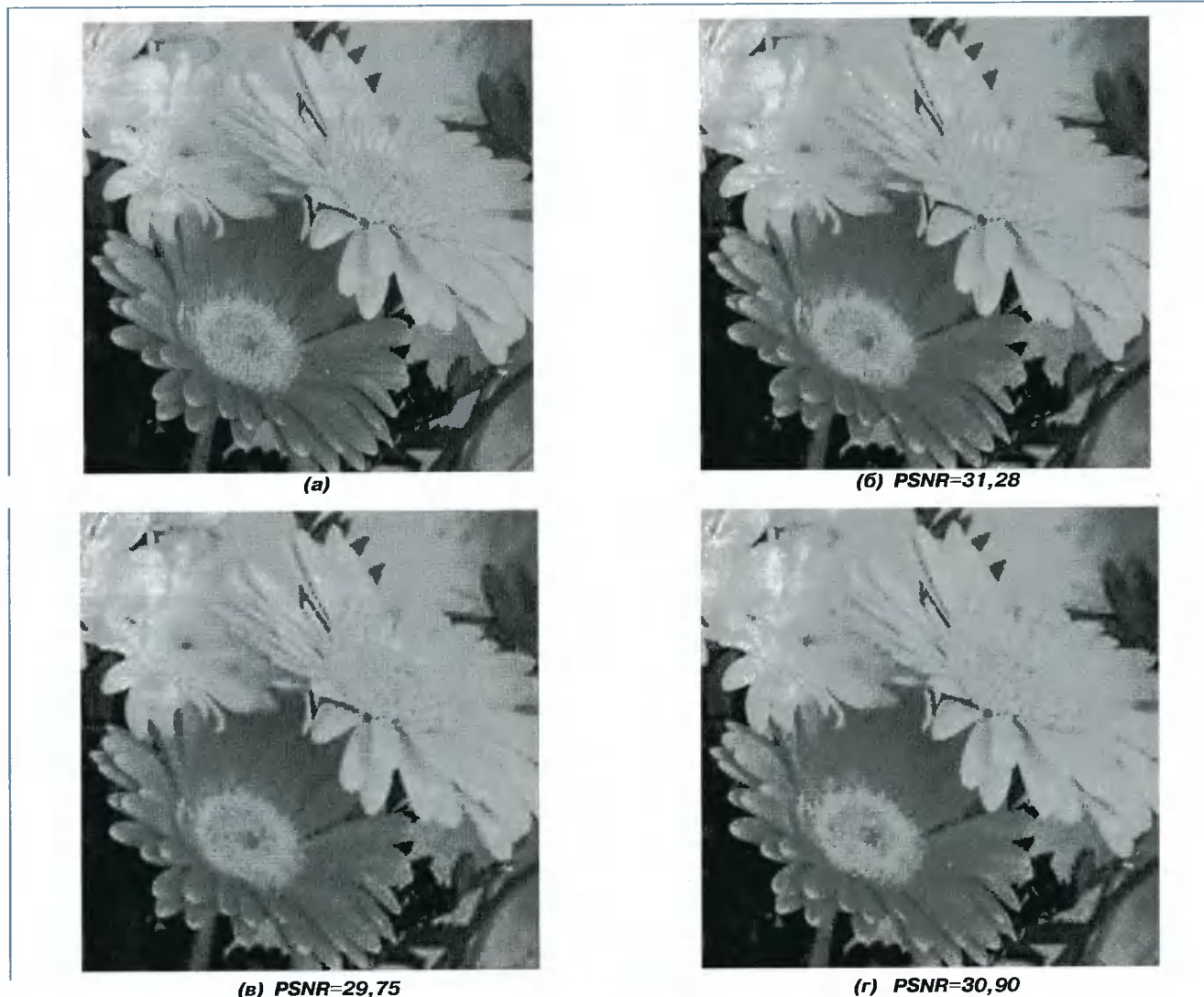


Рис. 14. Исходное изображение *flower512B.bmp* (а), Сжатие в 16 раз: б) *2bior4.4*; а) *2bern4*; г) *Neville4*.

увеличение порядка фильтров не ведет к существенному увеличению PSNR (особенно на малых битрейтах), поэтому целесообразнее всего из этих фильтров использовать фильтр Невайла 4-го порядка Neville4 (т.к. он является наиболее приемлемым с точки зрения качества сжатого изображения и времени, затраченного на разложение и восстановление сигнала).

Для сравнения проведем сжатие этого же изображения с использованием фильтров *2bior6.8* и *2bern4*. В Таблице 7 представлены сводные результаты для одного и того же битрейта и для изображения размером 512x512 *flower512C.bmp*. Для других изображений и битрейтов относительное положение фильтров в таблице не меняется.

На рис. 14 изображение *flower512B.bmp* сжато с использованием фильтров *2bior6.8*, *2bern4* и *Neville4* с одним и тем же битрейтом, равным 0.5 (показаны фрагменты изображения):

### Заключение

Исходя из данных табл. 7 видно, что в задаче сжатия изображений с применением метода пространственно упорядоченных иерархических деревьев разделимые фильтры в целом более эффективны, особенно по показателю общего времени, затрачиваемого на разложение и восстановление сигнала. Также видно, что неразделимые фильтры, полученные с применением лифтинг-схемы, показали неплохие результаты. По сравнению с неразделимыми фильтрами Бернштейна в среднем выигрыш составляет более 1 дБ по качеству восстановленного после сжатия изображения, а также почти в 1,5 раза по общему времени разложения и восстановления.

Таким образом, применение лифтинг-схемы для неразделимой фильтрации оказалось вполне оправданным, так как она дает лучшие результаты в сравнении с неразделимыми фильтрами, полученными на основе по-



линомов Бернштейна, как по качеству сжатых изображений, так и по общему времени, затраченному на декомпозицию и восстановление изображения.

Необходимо отметить, что сделанные выводы верны при реализации многоскоростной системы в МАТ-

ЛАБе. Реализация на сигнальных процессорах или специализированных СБИС требует дополнительного анализа и учета всех особенностей архитектуры вычислительной системы, размеров сигнала, фильтров и др.

### Список использованной литературы

1. Чобану М.К. Многомерные многоскоростные системы и многомерные вейвлет-функции. Часть 1. Теория // Вестник МЭИ, 2003. №2, стр. 75-82
2. Чобану М.К. Многомерные многоскоростные системы и многомерные вейвлет-функции. Часть 2. Синтез // Вестник МЭИ, 2003. №3, стр. 69-78
3. Черников А., Чобану М. Современный метод сжатия изображений на базе вейвлет-преобразования и иерархического алгоритма кодирования. // Цифровая обработка сигналов, 2005, 2(16), сс. 40-49.
4. В.И. Воробьев, В.Г. Грибунин, "Теория и практика вейвлет-преобразования", Военный университет связи, Санкт-Петербург, стр. 7-27, 90-103, 1999
5. Ingrid Daubechies Ten Lectures on Wavelets. CBMS-NSF Regional Conf. Series in Appl. Math.. Philadelphia, PA: Soc. Ind. Appl. Math., vol. 61, pages 181-184, 1992
6. S. Bonnet, F. Peyrin, F. Turjman, and R. Prost, "Tomographic reconstruction using nonseparable wavelets", IEEE Trans. Image Proc., vol. 9, no. 8, pp. 1445-1450, August 2000.
7. S. Bonnet, F. Peyrin, F. Turjman, and R. Prost, "Nonseparable wavelet-based conebeam reconstruction in 3-D rotational angiography", IEEE Trans. Medical Imaging, vol. 22, no. 3, pp. 360-367, March 2003.
8. Y. Meyer, Ondelettes et fonctions splines, Sem. Equations aux Derivees Partielles edition, December 1986.
9. J.-W. Wang, C.-H. Chen, and J.-S. Pan, "Genetic feature selection for texture classification using 2-D non-separable wavelet bases", IEICE Trans. Fundament., vol. E81-A, no. 8, pp. 1635-1644, 1998.
10. J.-S. Pan and J.-W. Wang, "Texture segmentation using separable and non-separable wavelet frames", IEICE Trans. Fundament., vol. E82-A, no. 8, pp. 1463-1674, 1999.
11. J. Patel, A. Khokhar, and L. Jamieson, "Scalability of 2-D wavelet transform algorithms: Analytical and experimental results on MPPs", IEEE Trans. Signal Proc., vol. 48, no. 12, pp. 3407-3419, December 2000.
12. F. Mujica, J.-P. Leduc, R. Murenzi, and M. Smith, "A new motion parameter estimation algorithm based on the continuous wavelet transform", IEEE Trans. Image Proc., vol. 9, no. 5, pp. 873-888, May 2000.
13. S. Basu, "Multidimensional causal, stable, perfect reconstruction filter banks", IEEE Trans. Circ., Syst. I: Fundamental Theory and Applications, vol. 49, no. 6, pp. 832-842, June 2002.
14. Jelena Kovacevic and Wim Sweldens, "Wavelet Families of Increasing Order in Arbitrary Dimensions", IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 9, No. 3, March pages 1-17, 2000
15. Wim Sweldens "Wavelets and The Lifting Scheme: A 5 Minute Tour", pages 1-4
16. J. Stoer and R. Bulirsch, Introduction to Numerical Analysis, New York: Springer-Verlag, 1980
17. Ingrid Daubechies and Wim Sweldens, "Factoring Wavelet Transforms into Lifting Steps", J. Fourier Anal. Applicat., vol. 4, no. 3, pages 247-269, 1998
18. C. de Boor and A. Ron, "On multivariate polynomial interpolation," Constr. Approx., vol. 6, pp. 287-302, 1990.
19. C. de Boor and A. Ron, "Computational aspects of polynomial interpolation in several variables," Math. Comput., vol. 58, pp. 705-727, 1992.
20. M. Tchobanou and V. Mironov. Design of multi-dimensional filter banks. In Proc. The 2nd International Workshop on Multi-dimensional (MD) Systems NDS-2000, pages 183-188, Zielona Gora, Poland, 2000
21. Tchobanou M.K., Bolshakova O.V. Synthesis of orthogonal and biorthogonal multidimensional filter banks. 2004 International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing, SMMSP'2004 September 11-12, 2004, Vienna, Austria
22. O. Bolshakova, "Synthesis of four-dimensional filter banks by application of Bernstein polynomials", in Proc. Fifth Intern. Conf. and Exhib. - Digit. Sign. Proc. and its Applic. - DSPA-2003, Moscow, 2003, MPEI, vol. 1, p. 278.
23. Tchobanou M.K., Bolshakova O.V. Synthesis of two-dimensional filter banks and wavelet functions. International conference "Wavelets and Splines" July 3-8, 2003, St. Petersburg, Russia, p. 95-96
24. Said A., Pearlman W. A new, fast, and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees, IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology, pages 243-250, №3, 1996
25. Черников А.В., Волков М.В., Чобану М.К. Аппаратная и программная реализация алгоритма сжатия изображений SPIHT, Труды Международной конференции «Информационные средства и технологии», Том 3, стр. 15-17, 2004
26. <http://compression.photofile.ru>

Академику Кобзареву Ю.Б. в год его 100 летия со дня рождения посвящается

УДК 621.396.96

## Анализ эффективности многоканального устройства с адаптивным порогом на модуле ЦОС «STAMP»

Бартенев В.Г., Бартенев М.В.

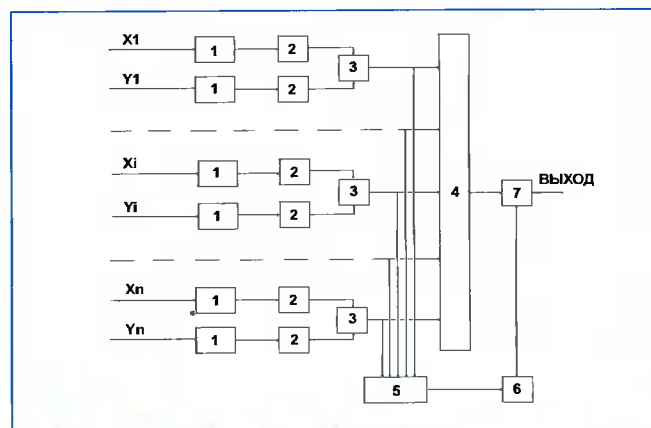
**Р**ассматривается многоканальная схема объединения пространственных, частотных или временных каналов с адаптивным порогом [1], программно реализованная на модуле ЦОС «STAMP». Величина порога в многоканальном устройстве формировалась пропорциональной нормированной сумме сигналов на выходе каналов. При этом в отличии от ранее рассмотренных адаптивных алгоритмов, использующих классифицированную выборку наблюдений, когда максимальный сигнал исключался из этой суммы, в статье анализируется и адаптивное устройство работающее с неклассифицированной выборкой наблюдений. Структурная схема анализируемого устройства изображена на *рис. 1*

Оценка эффективности многоканального адаптивного устройства производилась по вероятностным характеристикам. Данная схема объединения каналов может найти применение в системах с автоматическим съемом информации, к которым предъявляется одно из важнейших требований - обеспечение постоянства уровня ложных тревог. Именно применение управляемого порога, реагирующего на изменение интенсивности воздействующих шумов в каждом канале позволяет решить данную задачу. В целях уменьшения материальных затрат на проведение испытаний адаптивного устройства применялось полунатурное моделирование, при котором с помощью имитатора сигналов, роль которого выполнял персональный компьютер, формировались воздействующие на модуль ЦОС сигналы. Результат обработки отображался на мониторе персонального компьютера в виде характеристик обнаружения.

Поступающая на вход многоканальной схемы аддитивная смесь сигнала и шума математически модели-

*Приводится пример анализа эффективности сложного цифрового устройства, реализованного на модуле ЦОС, на который подавались моделируемые воздействия, формируемые персональным компьютером. Этим достигались две цели: проверка правильности реализованного на модуле ЦОС алгоритма и его эффективность.*

ровалась на компьютере в предположении, что в каждом из  $N$  каналов имеется по два квадратурных подканала. Квадратурные составляющие каждого канала детектируются квадратичными детекторами и суммируются, образуя квадраты огибающих сигналов. Именно эти сигналы в виде 16-разрядных кодов и подавались на плату с сигнальным процессором. В сигнальном процессоре с помощью схемы отбора максимальной амплитуды выделялся полезный сигнал, действующий в одном из каналов. Сигнал канала, имеющего максимальную амплитуду, подавался на пороговое устройство, уровень отсечки которого пропорционален с коэффициентом  $\alpha$  нормированной



**Рис. 1** Структурная схема многоканального адаптивного устройства: 1 – квадратурные каналы, 2 – схемы возведения в квадрат, 3 – сумматоры, 4 – схема отбора по максимуму, 5 – сумматор, 6 – умножитель 7 – схема сравнения.

сумме входных сигналов, действующих на входе схемы максимального отбора. При этом в сумму мог войти максимальный сигнал (неклассифицированная выборка), а мог и исключаться из суммируемых сигналов (классифицированная выборка).

Оценка эффективности производилась в три этапа. На первом этапе аналитически были вычислены значения нормированного порога для требуемой вероятности ложной тревоги на выходе устройства объединения каналов. Считая каналы идентичными и независимыми друг от друга, а квадратурные составляющие шума на входе распределенными по нормальному закону с дисперсией  $\sigma_n^2$  и нулевым средним, вероятность ложной тревоги  $P_{FA}$  на выходе рассматриваемой системы с неклассифицированной выборкой представим в виде:

$$P_{FA} = P(Z_1 > \alpha Z_S) + P(Z_2 > \alpha Z_S) + \dots + P(Z_N > \alpha Z_S) + P(Z_1 u Z_2 > \alpha Z_S) - P(Z_1 u Z_3 > \alpha Z_S) - \dots - P(Z_{N-1} u Z_N > \alpha Z_S) + \dots + P(Z_1 u Z_2 u \dots u Z_N > \alpha Z_S) = NP_1 - \frac{N(N-1)}{2!} P_2 + \frac{N(N-1)(N-2)}{3!} P_3 + \dots + P_N \quad (1),$$

где:

$Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  – квадраты огибающих сигналов,

$Z_S = Z_1 + \dots + Z_N$  – сумма сигналов, подаваемая на адаптивный порог,

$\alpha$  – коэффициент пропорциональности, определяющий вероятность ложной тревоги,

$P_1, P_2, \dots, P_N$  – вероятность превышения порога сигналом одного, двух, ...  $N$  каналов, соответственно.

Вероятность превышения порога в одном канале

$$P_1 = P(Z_1 > \alpha Z_S) = \int_0^\infty dZ_S \int_0^\infty dZ_N \dots \int_0^\infty dZ_2 \int_0^\infty dZ_1 P(Z_1, \dots, Z_N, Z_S) dZ_1 \quad (2)$$

где:

$P(Z_1, \dots, Z_N, Z_S)$  – совместное распределение квадратов огибающих  $N$  каналов и их суммы.

С учетом того, что  $P(Z_i) = \frac{1}{2\sigma_n^2} e^{-\frac{Z_i}{2\sigma_n^2}}$  и  $Z_S = Z_1 + \dots + Z_N$ , (2) можно переписать следующим образом

$$P_1(Z_1 > \alpha Z_S) = \int_0^\infty dZ_S \int_0^{\alpha Z_S} dZ_{N-1} \dots \int_{\alpha Z_S}^{Z_S - Z_2 - \dots - Z_{N-1}} \frac{1}{(2\sigma_n^2)^N} e^{-\frac{Z_S}{2\sigma_n^2}} dZ_1 = (1 - \alpha)^{N-1} \quad (3)$$

Аналогично, вероятность превышения порога для любого числа каналов

$$P_k(Z_1 u Z_2 u \dots u Z_k > \alpha Z_S) = (1 - k\alpha)^{N-1} \quad (4)$$

В общем случае выражение для вероятности ложной тревоги (для данного случая объединения каналов с управляемым порогом) имеет вид:

$$P_{FA} = \sum_{k=1}^N C_N^k (-1)^{k+1} (1 - k\alpha)^{N-1} \quad (5)$$

Дальнейшее упрощение выражения (5) получается, если учесть, что для интересующих значений вероятности ложной тревоги значения  $\alpha$  лежат в диапазоне  $>0,5$  и  $<1$ , для которых:

$$P_{FA} = N(1 - \alpha)^{N-1} \quad (6)$$

В таблице 1 приведены значения нормированного порога для разных вероятностей ложных тревог ( $p$ ) и разного числа каналов  $N=4, 8, 16, 32$ .

Вероятность ложной тревоги на выходе адаптивной системы с классифицированной выборкой:

$$P_{FA} = \int_0^\infty \int_{\alpha z_s}^\infty \omega(z_m, z_s) dz_m dz_s \quad (7)$$

Учитывая, что огибающая максимальной выборки и сумма для данного случая – независимые случайные величины, выражение (7) принимает вид:

$$P_{FA} = \int_0^\infty \omega(z_s) \int_{\alpha z_s}^\infty \omega(z_m) dz_m \quad (8)$$

Здесь: распределение максимальной выборки

$$\omega(z_m) = \frac{N}{2\sigma_n^2} (1 - e^{-z_m/2\sigma_n^2})^{N-1} e^{-z_m/2\sigma_n^2} \quad (9)$$

а распределение суммы для классифицированной выборки

$$\omega(z_s) = \frac{z_s^{N-2} e^{-z_s/2\sigma_n^2}}{\Gamma(N-1)(2\sigma_n^2)^{N-1}} \quad (10)$$

С учетом (9) и (10), выражение для вероятности ложной тревоги

$$P_{FA} = \int_0^\infty \frac{z_s^{N-2} e^{-z_s/2\sigma_n^2} dz_s}{\Gamma(N-1)(2\sigma_n^2)^{2(N-1)}} \int_{\alpha z_s}^\infty \frac{N}{2\sigma_n^2} (1 - e^{-z_m/2\sigma_n^2})^{N-1} \quad (11)$$

После взятия интегралов получим

$$P_{FA} = 1 - \sum_{k=0}^N \frac{N!(-1)^k}{(N-k)!k!(1 - \alpha k)^{N-1}} \quad (12)$$

В таблице 2 приведены значения нормированного порога  $d = \alpha(N-1)$  для разных вероятностей ложных

Таблица 1

p / N	4	8	16	32
$10^{-1}$	2.8	3.68	4.56	5.44
$10^{-3}$	3.74	5.67	7.6	9.104
$10^{-5}$	3.944	6.842	9.824	12.24

Таблица 2

p / N	4	8	16	32
$10^{-1}$	6.19	5.6	5.76	6.17
$10^{-3}$	41.4	18.1	13.5	12.22
$10^{-5}$	204.6	41.2	23.75	19.11

тревог и разного числа каналов  $N=4,8,16,32$  (классифицированная выборка).

На втором этапе данные аналитические расчеты были подтверждены полунатурным моделированием. Однако, прежде чем перейти к рассмотрению полунатурного моделирования, остановимся более подробно на устройстве модуля ЦОС «STAMP» (рис.2). Это новейшее средство проектирования встраиваемых систем на базе процессора семейства Blackfin ADSP-BF533. В основу процессоров семейства Blackfin заложена так называемая микросигнальная архитектура (Micro Signal Architecture – MSA), созданная совместными усилиями фирм Analog Devices и Intel. Развитие семейства велось, с одной стороны по пути повышения производительности процессоров, а с другой – по пути снижения стоимости кристалла. Сигнальный процессор ADSP-BF533, используемый в модуле ЦОС «STAMP», работает на частоте 600 МГц и способен осуществлять 1,2 миллиарда операций умножения–накопления в секунду (1.2GMACS). Модуль ЦОС собран на плате, на которой кроме процессора ADSP-BF533 установлены 128 Мбайт SDRAM, 4 Мбайт FLASH ЗУ, контроллер Ethernet, порт RS-232, разъемы для подключения к интерфейсным узлам сигнального процессора, отладочный порт JTAG. Вместе с платой модуля ЦОС поставляется компакт-диск, содержащий полезную документацию, в том числе принципиальную схему модуля ЦОС, чертежи разводки платы модуля, а также набор инструментальных программных средств GNU Compiler Collection и исходный код импортируемого ядра uClinux 2.6.x. Благодаря удачному сочетанию высокой производительности, низкой стоимости, удобству подключения плат расширения (АЦП и ЦАП), наличию сетевых средств, возможностям быстрой загрузки и отладки, модуль ЦОС «STAMP» может эффективно использоваться в разрабатываемой аппаратуре как готовый узел, применение которого существенно сократит время проектирования систем цифровой обработки сигналов.

В нашем случае моделируемые сигналы и коды программы подавались на модуль ЦОС через сетевой интерфейс.

Итак, задача второго этапа полунатурного эксперимента состояла в проверке правильности запрограммированного алгоритма путем расчета вероятности ложной тревоги, используя нормированные пороги из таблиц 1 и 2 для разного числа каналов. Для этого на модуль ЦОС подавались моделируемые 16-разрядные выборки шума и на выходе компаратора подсчитывалось число превышений адаптивного порога. При выборке моделируемых отсчетов шума равной 5000 получено отличное совпадение аналити-

ческих расчетов и результатов моделирования для числа каналов  $N=4-32$  и вероятности ложной тревоги 0,1 для классифицированной и неклассифицированной выборки.

На третьем этапе полунатурно рассчитывались характеристики обнаружителя имитируемого полезного сигнала со случайной начальной фазой и нефлюктуирующей амплитудой, действовавшего в одном из каналов. Число выборок сигнала и шума составляло также 5000.

Для оценки потерь в цифровом многоканальном устройстве за счет введения адаптивного порога и конечной разрядной сетки, используемой для реализации исследуемых алгоритмов, просчитывались характеристики обнаружения системы с фиксированным порогом на персональном компьютере. Нормированные пороги для моделирования рассчитывались аналитически для задаваемых вероятностей ложных тревог по формуле [2]:

$$d = -2 \ln(1 - (1 - P_{FA}^{-n})^N) \quad (13)$$

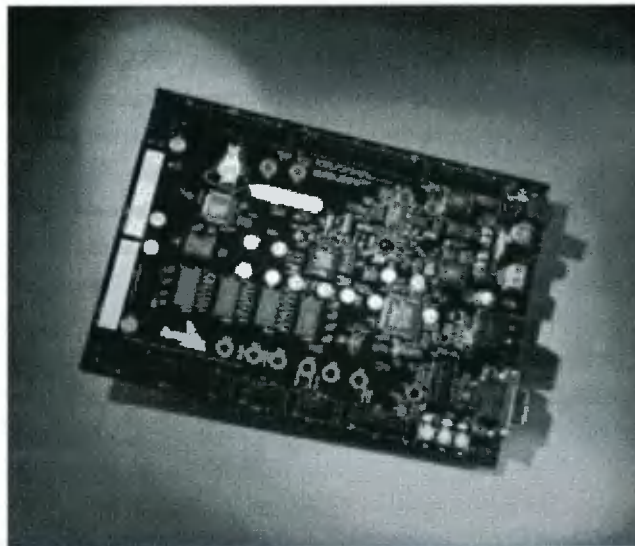


Рис.2 Модуль ЦОС «STAMP» с сигнальным процессором ADSP-BF533: внешний вид и схематическое размещение основных элементов на плате.

Таблица 4

p / N	4	8	16	32
$10^{-1}$	3 / 2.3	1.5 / 1.2	0.8 / 0.7	0.6 / 0.5
$10^{-3}$	7 / 6.6	3 / 3	1.4 / 1.4	0.85 / 0.7
$10^{-5}$	12 / 11.7	4.75 / 4.7	2.2 / 2.2	1.0 / 1.0

Таблица 3.

p / N	4	8	16	32
$10^{-1}$	7.3	8.673	10.05	11.435
$10^{-3}$	16.59	17.974	19.36	20.746
$10^{-5}$	25.784	27.85	28.57	29.957

В таблице 3 приведены нормированные пороги для  $N=4,8,16,32$ .

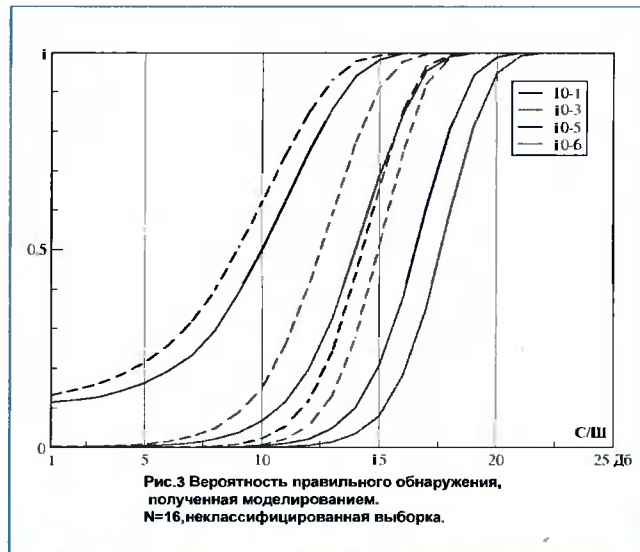
Вероятность правильного обнаружения рассчитывалась методом статистического моделирования на персональном компьютере.

На рис.3 в качестве примера представлены характеристики обнаружения, для неклассифицированной выборки для числа каналов  $N=16$  и разной вероятности ложной тревоги (сплошные линии адаптивное устройство, пунктир - устройство с фиксированным порогом).

Сравнение двух систем реальной на DSP и идеальной показывает, что потери в обнаружении сигнала для системы с регулируемым порогом заметно уменьшаются с ростом числа каналов и при их числе равном 32 они не превышают 1 дБ для вероятности ложной тревоги  $10^{-1} - 10^{-5}$ .

Потери в пороговом сигнале для сравниваемых систем при вероятности ложных тревог  $10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}$  и вероятности правильного обнаружения 0,5 для сигнала со случайной начальной фазой и постоянной амплитудой приведены в таблице 4. (числитель неклассифицированная выборка/знаменатель классифицированная выборка).

Таким образом, используя методику полунатурного моделирования, удалось не только качественно проверить правильность работы запрограммированного на модуле ЦОС адаптивного многоканального устройства, которое в дальнейшем легко может быть перенесено в конкретный тракт цифровой обработки, но и количественно оценить эффективность устройства по характеристикам обнаружения, наиболее полно характеризующих его показатели. Дополнительные потери при переходе от классифицированной



**Рис.3** Пример результата полунатурного моделирования многоканального адаптивного устройства, работающего с неклассифицированной выборкой.

ной выборки к неклассифицированной при формировании адаптивного порога практически незаметны, чем опровергается мнение о необходимости предварительной классификации шумовых выборок с целью устранения влияния полезного сигнала на уровень порога, а значит и неоправданного усложнения адаптивного устройства.

## Литература

1. Бартенев В.Г., Шлома А.М. О нормировании при инвариантном обнаружении сигналов на фоне помех. Радитехника. - 1983. Т.38, №2. - С. 17.
2. Бартенев В.Г., Медведев В.Н. Цифровые методы обработки радиолокационных сигналов. - М. ИПК МРП. 1987.

## Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

### 1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- Текст – текстовый редактор Microsoft Word на базе версии WINDOWS'95 или выше.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается:
  - краткой аннотацией на русском и английском языках;
  - номером УДК;
  - сведениями об авторах (Ф.И.О, организация, телефоны, электронная почта).

### 2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) – желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) – М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff.

Справки по телефонам: (495) 290-90-88, (4912)96-10-95 или по электронной почте info@dspa.ru, or@rgta.ryazan.ru

УДК 681.323

## Модуль цифровой обработки радиолокационного сигнала МОС ЗС0001

*Н.А. Андреев, М.В. Марочкин, В.Ю. Рыбаков*

### Введение

Модуль обработки сигналов МОС ЗС0001 предназначен для решения задач цифровой сигнальной обработки радиолокационной информации в составе специализированных вычислительных комплексов. Структура модуля, сочетающая высокую производительность четырех вычислительных устройств на основе ЦПОС ADSP-TigerSHARK фирмы Analog Devices и гибкость устройства ввода-вывода данных, позволяет реализовать широкий спектр алгоритмов обработки цифровых сигналов, включая цифровую фильтрацию и двумерную обработку изображений.

Конструктивное исполнение модуля обеспечивает его использование в условиях жестких внешних воздействий.

### Общее техническое описание

Модуль обработки сигналов МОС ЗС0001 выполнен на основе печатной платы в конструктиве "Евромеханика формфактор ЗУ", с кондуктивным теплосъемом, краевой металлизацией и креплением в корпусе теплопередающими клиньями.

Функциональная схема модуля обработки сигналов ЗС0001 приведена на *рис. 1*. На функциональном уровне модуль ЗС0001 включает следующие основные части:

- четыре цифровых сигнальных процессора ADSP-TS101SAB2-100 фирмы Analog Devices;
- устройство управления вводом-выводом (УУВВ) на основе ПЛИС APEX II фирмы Altera;
- энергонезависимую FLASH-память, предназначенную для хранения файла конфигурации ПЛИС;
- энергонезависимую FLASH-память, предназначенную для хранения программ ЦПОС;
- последовательный цифровой интерфейс LVDS, обеспечивающий ввод данных по 8 линиям производительностью 560 Мбит каждая;

*Представлено устройство цифровой обработки сигналов, реализованное на основе микросхем ЦПОС ADSP-TS101 фирмы Analog Devices в виде модуля в конструктиве "Евромеханика ЗУ". Рассмотрены назначение, технические характеристики, состав, функциональные связи и элементная база модуля. Описано системное и тестовое программное обеспечение, средства разработки и отладки программ.*

- последовательный цифровой интерфейс LVDS, обеспечивающий вывод данных по 8 линиям производительностью 560 Мбит каждая;
- интерфейс с шиной CompactPCI, поддерживающий спецификацию интерфейса PCI версии 2.2 для 32-разрядной шины с тактовой частотой 33 МГц.

Буферы модуля поддерживают 3,3 В сигнальное окружение шины CompactPCI

Архитектура аппаратно-программных средств модуля ЗС0001 позволяет интегрировать в составе вычислительного комплекса до 6 модулей обработки сигналов.

Максимальная производительность модуля ЗС0001 при частоте тактового сигнала ЦПОС 300 МГц составляет:

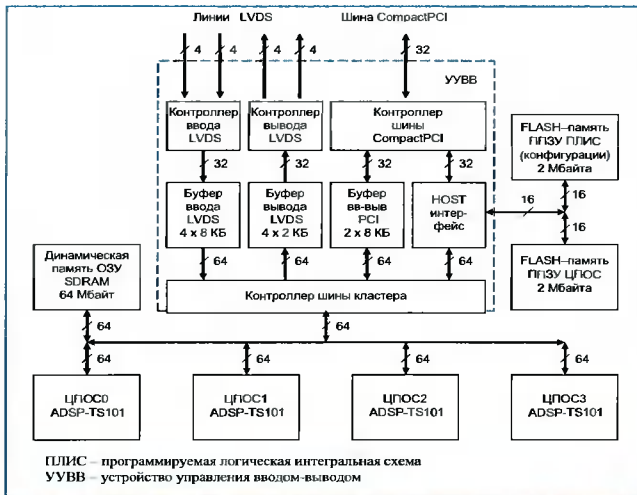
- для операций с фиксированной запятой - 9600 MIPS (миллионов операций в секунду);
- для операций с плавающей запятой - 7200 MFLOPS (миллионов операций с плавающей запятой в секунду).

Конструктивное исполнение модуля ЗС0001 и выбор элементной базы обеспечивают работоспособность модуля в составе вычислительного комплекса с внешним обдувом корпуса, при внешних воздействиях:

- повышенная рабочая температура плюс 60°C;
- пониженная рабочая температура минус 50°C.

### Вычислительное устройство

Вычислительное устройство модуля ЗС0001 построено на основе четырех микросхем цифрового сигнального процессора фирмы Analog Devices ADSP-TS101SAB2-100, обеспечивающих обработку данных в формате с фиксированной и плавающей запятой.



**Рис. 1. Функциональная схема модуля обработки сигналов 3C001**

Цифровые сигнальные процессоры объединяет в группу (кластер) внешний интерфейс шины кластера, представляющий собой 64-разрядную шину с тактовой частотой 100 МГц

На шине кластера расположены:

- синхронная динамическая SDRAM память ОЗУ объемом 8 Мх64-разрядных слов;
- ПЛИС устройства управления вводом-выводом.

ПЗУ программ ЦПОС объемом 1Мх16-разрядных слов выполнено на микросхеме 16-разрядной FLASH-памяти EPC16Q1100.

### Устройство управления вводом-выводом

В состав устройства управления вводом-выводом входят следующие функциональные устройства:

- устройство управления вводом данных с линий LVDS;
- устройство управления выводом данных на линии LVDS;
- контроллер PCI Plug&Play;
- устройство управления обменом данными между шиной PCI и шиной кластера через двухбанковый буфер обмена интегрированного в ПЛИС двухпортового ОЗУ объемом 2х8 Кбайт;
- устройство управления обменом данными между шиной PCI и ЦПОС через HOST интерфейс;
- контроллер синхронного динамического ОЗУ SDRAM памяти.

Устройство управления вводом-выводом имеет следующие связи:

- 64-разрядная синхронная шина кластера для связи с ЦПОС и синхронным динамическим ОЗУ SDRAM;
- 16-разрядная шина интерфейса FLASH-памяти;
- 2 канала ввода последовательного интерфейса LVDS, каждый канал включает линию синхронизации и 4 линии данных;

- 2 канала вывода последовательного интерфейса LVDS, каждый канал включает линию синхронизации и 4 линии данных;
- 32-разрядная системная шина интерфейса CompactPCI для связи с управляющим процессором, графическим контроллером или другими модулями обработки сигналов.

### Последовательный цифровой интерфейс ввода данных с линий LVDS

Последовательный цифровой интерфейс LVDS обеспечивает ввод данных с 8 линий LVDS. По каждой линии данных LVDS информация передается кадрами, кадр представлен последовательностью из 10 бит. Кадр сопровождается сигналом синхронизации, передаваемым по линии синхронизации LVDS. Частота сигнала синхронизации кадров составляет 56 МГц, что обеспечивает скорость передачи по каждой из линий данных LVDS 560 Мбит/с. 8 младших бит кадра используются для передачи данных, два старших бита используются для управления и синхронизации.

Модуль 3C001 имеет четыре канала ввода данных с линий LVDS. Каналы ввода LVDS разделяются на две группы. Каждая группа каналов LVDS имеет свой сигнал синхронизации, что позволяет осуществлять ввод данных от двух различных устройств (например, от аналого-цифрового преобразователя и другого модуля 3C001).

Канал ввода LVDS содержит две линии данных. По каналу LVDS передается информация представляющая собой 32-разрядные слова. Два младших байта 32-разрядного слова передаются по линии с меньшим номером, старшие два байта передаются по линии канала с большим номером. Скорость передачи данных по каналу составляет 28 миллионов 32-разрядных слов в секунду.

Данные с канала ввода LVDS записываются в буфер. Буфер ввода LVDS является двухбанковым буфером размером 2х4096 байт. Синхронизация записи в буфер ввода LVDS производится сигналом частотой 56 МГц, синхронизация чтения из буфера на шину кластера - сигналом частотой 100 МГц.

Контроллер канала ввода LVDS может выполнять функции ведомого или ведущего устройства на шине кластера. Программирование регистров контроллера канала ввода LVDS выполняет один из ЦПОС.

### Последовательный цифровой интерфейс вывода данных на линии LVDS

Последовательный цифровой интерфейс LVDS обеспечивает вывод данных на 8 линий LVDS. Ско-

рость передачи по каждой из линий данных LVDS 560 Мбит/с. Представление данных в каналах ввода и вывода LVDS аналогичны.

Модуль 3C001 имеет четыре канала вывода данных на линии LVDS. Каналы вывода LVDS разделяются на две группы. Каждая группа каналов LVDS имеет свой сигнал синхронизации, что обеспечивает возможность работы групп в различных режимах или с различными приемниками данных. Каналы вывода LVDS обеспечивают связь с одним или двумя модулями 3C001.

Контроллер канала вывода LVDS может выполнять программируемый вывод блоков данных в канал LVDS или ретрансляцию данных с канала ввода LVDS, а также функции ведомого или ведущего устройства на шине кластера. Программирование регистров контроллера канала вывода LVDS выполняет один из ЦПОС.

### Интерфейс шины CompactPCI

Контроллер PCI Plug&Play, интегрированный в ПЛИС устройства управления вводом-выводом, поддерживает режимы ведомого Slave и ведущего Master устройства на шине PCI.

Основные технические характеристики интегрированного контроллера PCI:

- тип 0 конфигурационного указателя пространства;
- три базовых адресных регистра: два базовых адресных регистра пространства ввода-вывода для общих регистров управления PCI, контроллера ПДП и HOST интерфейса и один базовый адресный регистр для пространства памяти двухпортового синхронного статического ОЗУ буфера обмена шины кластера и шины PCI;
- поддержка команд Configuration Read, Configuration Write, I/O Read, I/O Write, Memory Read, Memory Write, Memory Read Multiple;
- передача 32-разрядных данных, поддержка блочной передачи с линейным возрастающим порядком адресации;
- поддержка операций Target Abort, Target Retry, Target Disconnect.

### HOST интерфейс

HOST интерфейс интегрирован в ПЛИС устройства ввода-вывода и обеспечивает доступ внешнего управляющего (HOST) процессора через мост PCI - шина кластера к устройствам, отображаемым на адресное пространство шины кластера, включая внутренние регистры и внутреннюю память ЦПОС, внешнее динамическое ОЗУ, FLASH-память конфигурационного ПЗУ ПЛИС и FLASH-память программ ЦПОС.

### Инициализация и тактовые сигналы

Инициализация модуля 3C001 включает:

- 1 Формирование сигналов начальной установки УУВВ и ЦПОС.
- 2 Конфигурацию ПЛИС УУВВ.
- 3 Запись кода программы ЦПОС во FLASH-память.
- 4 Загрузку и запуск программы ЦПОС.

Сигналы начальной установки модуля 3C001 формируются:

- при подаче напряжения питания модуля;
- по сигналу начальной установки шины CompactPCI;
- программно по команде от HOST процессора.

Конфигурация ПЛИС производится в одном из режимов:

- из PC через загрузочный кабель SET-JTAG;
- из конфигурационной FLASH-памяти при подаче напряжения питания.

Запись кода программы ЦПОС во FLASH-память модуля может производиться из PC через кабель SET-JTAG или через HOST интерфейс с шины CompactPCI.

Поддерживаются следующие режимы загрузки и запуска программы ЦПОС:

- посредством HOST интерфейса с шины CompactPCI;
- из FLASH-памяти модуля при подаче напряжения питания;
- из PC посредством внутрисхемного эмулятора через JTAG интерфейс ЦПОС.

Первичными тактовыми сигналами модуля являются:

- опорный сигнал тактового генератора ЦПОС частотой 100 МГц;
- сигнал внешней тактовой синхронизации шины LVDS частотой 56 МГц;
- тактовой сигнал шины CompactPCI частотой 33 МГц

### Электропитание модуля

Электропитание модуля 3C001 осуществляется от напряжения +5 В, подаваемого через разъем шины CompactPCI. Потребляемый модулем ток не более 2,5 А.

Вторичные DC/DC преобразователи электропитания модуля позволяют получить напряжения: +1,2 В для питания ядер ЦПОС ADSP-TS101; +1,5 В для питания ядра ПЛИС УУВВ; +3,3 В для питания интерфейсных схем модуля.

### Программное обеспечение

Программное обеспечение модуля 3C001 включает следующие компоненты:

- системную библиотеку функций управления устройствами модуля;
- тестовое программное обеспечение для проверки работоспособности устройств модуля;



- драйвер интерфейса PCI для операционной системы реального времени MCBC-P;
- тестовое программное обеспечение для проверки обмена данными между управляющим процессором и модулем ЗС001 по интерфейсу PCI.

### Поддержка разработки приложений

Система проектирования VisualDSP++ версии 3.0 для семейства ADSP TigerSHARK фирмы Analog Devices позволяет разрабатывать и отлаживать с помощью интегрированного программного симулятора приложения ЦПОС.

Использование VisualDSP++ совместно с внутрисхемным JTAG эмулятором ADDS-HPPCI-ICE обеспечивает автономную отладку мультипроцессорных (для нескольких ЦПОС) приложений на базе модуля ЗС001.

Разработанная программа удаленного отладчика обеспечивают отладку встроенных приложений одного или нескольких модулей ЗС001 в составе вычислительного комплекса, имеющего системную шину Compact-PCI.

### Заключение

Представленный модуль обработки сигналов МОС ЗС001 имеет высокую производительность и малые габариты. Функциональные связи и структура каналов ввода-вывода модуля позволяют принимать оцифрованный поток данных по четырем позиционным каналам от РЛ приемника, распределять поступающий поток данных между несколькими модулями МОС. Модуль обеспечивает параллельную обработку данных как сигнальными процессорами одного модуля, так и несколькими модулями МОС. Управление модулем МОС выполняется модулем управляющего процессора по шине CompactPCI. Возможно формирование и непосредственная выдача модулем МОС изображения на модуль графического контроллера в режиме ПДП по шине CompactPCI.

Модуль МОС предназначен для использования в составе малогабаритных вычислительных комплексов бортовых РЛС, объединяющих в едином конструктивном блоке устройства аналого-цифрового преобразования и обработки радиолокационной информации, а также устройства управления блоками РЛ комплекса.

## Уважаемые коллеги !

Приглашаем вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» в 2006 г.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» выпускается на регулярной основе с 2000 года. Цель его издания – содействие развитию и широкому применению методов цифровой обработки сигналов (ЦОС) и современных информационных технологий реального времени в разработках отечественных ученых и специалистов. Журнал «Цифровая обработка сигналов» внесен в дополнительный Перечень периодических изданий, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора технических наук.

Просим вас выразить свое отношение к данному предложению по сотрудничеству с редакцией журнала. Желательно заранее сообщить ориентировочное название статей и их предполагаемый объем (максимальный объем – до 20 страниц для обзорных статей и до 12 страниц для оригинальных работ).

***При подготовке ваших предложений просим учесть, что предпочтение отдается статьям обзорного характера и работам, посвященным решению проблем эффективного проектирования и технической реализации систем ЦОС с применением сигнальных процессоров и ПЛИС, а также различным приложениям технологий обработки сигналов и изображений в реальном времени.***

По всем вопросам, связанным с требованиями и порядком предоставления материалов статей, обращайтесь на сайт журнала: [www.dsra.ru](http://www.dsra.ru).

Предварительные заявки и материалы работ на рецензирование и публикацию принимаются по E-mail: [tor@rgta.rayzan.ru](mailto:tor@rgta.rayzan.ru)

Ждем ваших предложений.  
Зам. главного редактора, профессор

В.В. Витязев

## Новые разработки dsp компаний TEXAS INSTRUMENTS и ANALOG DEVICES

С.В. Витязев

**В** последние десятилетия на рынке цифровых сигнальных процессоров (ЦСП, digital signal processor – DSP) наблюдается стремительное развитие технологии изготовления кристаллов, архитектур процессоров, предлагаемых инструментальных средств поддержки. Ежегодно предлагаются решения, которые, если не знаменуют собой прорыв в сфере DSP, то, по крайней мере, заставляют говорить о новых семействах процессоров и новом уровне производительности вычислительной элементной базы.

На российском рынке наиболее представлены две компании-производителя DSP: Texas Instruments Inc. (TI) и Analog Devices Inc. (ADI). Данная статья посвящена обзору новых, наиболее интересных решений в сфере DSP, предложенных этими компаниями в 2005 году.

### TEXAS INSTRUMENTS INC.

#### Цифровой сигнальный процессор TMS320C6455

Компания TI продолжает развивать свою наиболее передовую линейку процессоров – платформу 'C6000. В семействе процессоров с фиксированной точкой 'C64x появился новый представитель: ЦСП TMS320C6455, отличающийся повышением вычислительной производительности, более компактным представлением программных кодов, расширением внутрикристалльной памяти и большей эффективностью периферийных устройств. Рассмотрим перечисленные особенности процессора более детально.

20-процентное повышение вычислительной производительности нового процессора в сравнении с его предшественниками обусловлено использованием нового операционного ядра C64x+.

Умножители ядра C64x+ позволяют осуществлять до четырех 16-разрядных операций умножения с одновременным накоплением/вычитанием результата. Это существенно повышает эффективность выполнения, например, быстрого преобразования Фурье (БПФ) – одного из базовых алгоритмов цифровой обработки

*Приведен обзор новых решений в области сигнальных процессоров и средств их поддержки, предложенных компаниями Texas Instruments и Analog Devices в 2005 году. Материалы подготовлены на основе информации, представленной в Internet.*

сигналов (ЦОС). Другая операция, являющаяся широко распространенной в различных ЦОС-алгоритмах, – операция комплексного умножения – реализуется в 'C6455 специальной командой CMPLY, выполняющей над четырьмя 16-разрядными входными операндами операцию комплексного умножения и вычисление 32-разрядных действительной и мнимой частей результата.

Арифметико-логические блоки .L ядра C64x+ способны вычислять одновременно сумму и разность пары входных операндов. Блоки .S наравне с блоками .L участвуют в процедурах поиска/сортировки, выполняя команды MIN2 и MAX2, ранее реализуемые только блоками .L.

Для повышения эффективности реализации циклов с применением программной конвейеризации (Software Pipelining) ядро C64x+ включает специальный буфер SPLOOP. Использование этого буфера для хранения команд цикла с программным конвейером позволяет, исключая прологи и эпилоги, сократить затраты памяти программ и делает циклы прерываемыми (разрешает использовать прерывания в теле цикла).

Сокращению размеров программных кодов способствует также наличие специализированных команд 32-разрядного умножения, комплексного умножения, сортировки, побитовых операций и других. Многие наиболее распространенные команды, такие как MPY, AND, OR, ADD, SUB и другие, имеют вместо обычного 32-разрядного представления 16-разрядный эквивалент. В случаях, когда это позволяет программа, используются 16-разрядные команды. Возможность их использования определяется автоматически средствами генерации кода.

Внутрикристалльная память уровня L2 процессора 'C6455 расширена до 2 Мбайт. Память конфигурируется, как статическая оперативная память (SRAM) или как кэш-память.

На процессоре 'C6455 существенно расширены возможности внешнего ввода-вывода. Последовательный интерфейс Serial RapidIO с пропускной способностью

до 25 Гбит/с ориентирован на организацию межпроцессорного взаимодействия и построение высокоэффективных мультипроцессорных систем. Контроллер порта Ethernet обеспечивает возможность обмена данными по стандартному сетевому протоколу на скорости до 1 Гбит/с. Порт внешней памяти DDR2 (double data rate – двойня скорость передачи данных) поддерживает взаимодействие с синхронной внешней памятью SRAM с удвоенной скоростью обмена. К новым параметрам периферийных устройств кристалла относится также вдвое увеличенная частота интерфейса PCI.

Оставаясь совместимым по кодам со всей линейкой 'C6000, процессор TMS320C6455 с тактовой частотой 1 ГГц характеризуется производительностью 8000 миллионов инструкций в секунду (million instructions per second – MIPS) или 8000 16-разрядных умножений с накоплением в секунду (million multiply-accumulates per second – MMACS). Компания Berkeley Design Technology Inc. (BDTI) – независимый эксперт по оценке эффективности вычислительных устройств – присудила ядру C64x+ процессора 'C6455 оценку в 10980 баллов, что является наивысшей оценкой BDTI к моменту заявления TI о выпуске процессора.

Процессор TMS320C6455 изготавливается по технологии 90 нм. Предлагаются процессоры с тактовыми частотами 1 ГГц, 850 МГц и 720 МГц. Серийное производство устройств планируется во второй четверти 2006 года. Корпуса процессоров – 24x24 мм BGA с 697 выводами. Цены на процессоры варьируются от \$179 до \$259 в зависимости от тактовой частоты.

### Новые процессоры семейства C67x

Цифровые сигнальные процессоры 'C67x с плавающей точкой теперь включают новое поколение DSP – семейство 'C672x. К настоящему моменту разработаны три модели семейства – процессоры TMS320C6722, TMS320C6726 и TMS320C6727. Эти процессоры занимают лидирующее положение по показателю производительность/цена в классе DSP с плавающей точкой. Семейство ориентировано на аудиоприложения, однако может применяться и в других сферах, например, в медицинском оборудовании или системах промышленной автоматизации.

Операционное ядро C67x+, на базе которого строится архитектура процессоров 'C672x, является развитием ядра C67x процессоров 'C671x. Сохраняется кодовая совместимость между всеми семействами 'C67x, и наблюдается в среднем 20-процентное повышение вычислительной производительности ядра и сокращение размеров программных кодов.

Поддерживается переменная длина пакета выполнения инструкций. Один пакет выполнения может со-

держивать команды разных пакетов выборки. Эти нововведения существенно повышают эффективность использования памяти программ.

Регистровый файл каждой стороны операционного ядра содержит 32 регистра, что в два раза больше числа регистров общего назначения предыдущих моделей. Расширены возможности обмена данными между сторонами A и B за счет наличия двух каналов пересечения сторон.

Команды сложения/вычитания ADDSP(DP) и SUBSP(DP) теперь могут выполняться как на блоках .L, так и на блоках .S. Это позволяет процессору выполнять до четырех сложений и вычитаний за один такт, что существенно повышает эффективность, в первую очередь, выполнения БПФ, а также реализации других типовых задач ЦОС.

Среди специфических устройств периферии наибольший интерес представляет механизм dMAX – модифицированный механизм передачи данных по каналам прямого доступа в память (ПДП, direct memory access – DMA). Модуль dMAX характеризуется повышенной эффективностью передачи данных между областями памяти процессора или памятью и периферией без участия ядра. Поддерживаются режимы двух- и трехмерной передачи, циклическая адресация, параллельная обработка двух запросов на передачу.

Процессоры 'C6722, 'C6726 и 'C6727 отличаются друг от друга тактовой частотой и набором устройств периферии. Процессор 'C6722 с частотой 200 МГц оценивается в \$9.95. Процессор 'C6726 с частотой 250 МГц – в \$14.10, а процессор 'C6727 с частотой 300 МГц – в \$19.95. Все процессоры уже находятся в серийном производстве.

### DaVinci™ – аппаратно-программная платформа разработки систем и устройств цифрового видео

В целях обеспечения разработчиков видеосистем и устройств мощной аппаратно-программной базой готовых, ориентированных непосредственно на приложение решений, компания TI выдвигает на рынок DSP технологию DaVinci™. DaVinci™ – это совокупность наборов процессорных элементов, пакетов программного обеспечения, инструментальных средств и средств поддержки разработчика, совместимых друг с другом и ориентированных на создание широкого ряда высокоэффективного оборудования цифрового видео нового поколения. Технология DaVinci™ делает возможной быструю и нетрудоемкую разработку передовых решений, наделяющих конечное оборудование новым уровнем функциональности и одновременно снижающих его стоимость. Основные сферы рынка цифровых устройств, на кото-

рые ориентирована DaVinci™, включают охранные видеосистемы, IP-телеприставки (IP set-top-boxes), видеоконференцсвязь, электронное оборудование автомобилей, портативные мультимедиа-устройства, цифровые фотокамеры и другие.

Основу технологии DaVinci™ составляют процессорные элементы с ядром C64x+ цифровых сигнальных процессоров наиболее высокопроизводительной платформы C6000. Ядро сигнального процессора дополняется ARM-ядром микроконтроллера и набором специфических акселераторов и периферийных устройств. В результате получается широкий ряд систем на кристалле, каждая из которых удовлетворяет тем или иным требованиям производительности, функциональности, цены.

Аппаратные средства DaVinci™ сопровождаются программным обеспечением различных типовых алгоритмов обработки видеоданных. Пакеты готовых программных решений полностью оптимизированы для использования на соответствующих аппаратных модулях. Они строятся по общепринятым правилам и являются открытыми для дополнений и модификации.

Инструментальные средства разработки DaVinci™ включают стартовые наборы, платформы быстрой разработки, готовые программные решения, помогающие производителям оборудования видеосистем быстро и просто получать новые продукты. Кроме средств программирования DSP в инструментарий DaVinci™ входит интегрированная среда работы с ARM/DSP-ядрами с применением ряда операционных систем.

Поддержка разработчиков видеосистем и устройств на базе технологии DaVinci™ будет осуществляться компаниями-производителями аппаратных и программных модулей, подготавливающих новые решения и расширяющих предлагаемый набор вычислительных и алгоритмических средств. Информационная поддержка и программы обучения широко представлены компанией TI и ее партнерами.

Появление продуктов DaVinci™ на рынке DSP намечено на конец 2005 года. Ожидается активная кампания продвижения новой платформы: быстрое появление новых линеек продуктов, семинары, конференции, мастер-классы, on-line-обучение, информационные материалы и многое другое.

### Другие разработки 2005 года компании TI

Кроме описанных продуктов, в 2005 году компания TI разработала ряд менее существенных, по мнению автора, решений, которые, однако, могут быть интересны определенному ряду специалистов. К ним относятся: новые сигнальные контроллеры семейства TMS320F28x, версия среды Code Composer Studio Platinum, набор разработчика PADK и платформа VDP.

Сигнальные контроллеры TMS320F2801, TMS320F2806 и TMS320F2808, относясь к семейству C28x, совмещают в себе производительность современного DSP и уровень интеграции периферийных устройств, эффективность программирования на языке Си и простоту применения, характерные для микроконтроллеров. Новые процессоры отличаются размещением на кристалле специфических периферийных устройств. Построенный по новому принципу широтно-импульсный модулятор (PWM), обеспечивает точность до 16 разрядов на частоте 100 кГц или до 12 разрядов на частоте 1 МГц. Эта особенность является весьма существенной для систем цифрового управления энергией. На процессоре F2808 размещен высокоточный 16-канальный 12-разрядный аналого-цифровой преобразователь со скоростью до 6,25 миллионов отсчетов в секунду. Процессоры оцениваются в \$5-\$10 и объявлены в серийное производство в 2005 году.

Версия Platinum среды Code Composer Studio ориентирована на поддержку разработки многопроцессорных систем и упрощение процесса отладки программного обеспечения. Для разработки сложных аппаратных модулей, использующих несколько DSP разных платформ, среда Code Composer Studio Platinum предлагает установку единого программного обеспечения для всех процессоров, вместо использования для каждого типа процессора своей независимой среды. Это упрощает установку среды разработки и ее модернизации, делает удобной работу одновременно с разными DSP-платформами, позволяет приобретать среду отладки программного обеспечения нескольких DSP по цене одного пакета.

Инструмент "Rewind" (обратный ход) среды Code Composer Platinum позволяет выполнять программу в обратном направлении – отменять результаты ранее выполненных команд. Это упрощает процесс поиска ошибки в некотором фрагменте программного кода и ускоряет этот процесс, исключая необходимость перезапуска всей программы для возврата к интересующему программиста фрагменту. Другой инструмент, также упрощающий процесс поиска ошибок программного обеспечения, позволяет быстро разъединить и затем вновь соединить (Connect/Disconnect) хост-машину-отладчик и целевое аппаратное DSP-устройство. Этот прием оказывается необходимым при отладке программы, когда требуется исключить возможное влияние аппаратуры.

Ориентировочная стоимость среды Code Composer Studio Platinum составляет \$3600.

Выпущенный компанией Lyrtech Signal Processing – партнером TI – набор разработчика профессиональных аудиосистем (PADK) ориентирован на аудиоприложения и демонстрацию возможностей новой линейки процессоров C672x компании TI. Аппаратный

модуль набора PADK строится на базе процессора C6727 и включает дополнительно ЦАП, АЦП и другие устройства, ориентированные на трудоемкие задачи обработки аудиоданных. На плате предусмотрен слот расширения, разрешающий подключение дополнительных внешних устройств ввода-вывода. Аппаратный модуль сопровождается набором готового программного обеспечения типовых алгоритмов аудиоприложений. Набор PADK, таким образом, позволяет разработчику аудиосистем быстро и просто оценить возможности процессоров C672x и разработать собственные программно-аппаратные средства, используя примеры готовых типовых решений. Стоимость набора разработчика PADK составляет \$1995.

Компания TI и компания Wintech Digital Systems Technology Corp. объявили о создании платформы разработки систем видеотелефонной связи VDP. К настоящему моменту видеотелефонная связь является малораспространенной из-за низкого качества передачи видеoinформации и высокой стоимости аппаратуры. С появлением новых видеокодеков, использующих в два раза меньшую ширину канала, при все большем распространении широкополосной радиосвязи и появлении однокристалльных видеокодеков, видеотелефоны становятся общедоступными. Платформа VDP – это аппаратно-программное обеспечение, ориентированное на реализацию передачи видеоданных по IP-радиоканалу. Аппаратная база VDP основана на использовании 600-мегагерцового медиа-процессора TMS320DM643 компании TI. Программное обеспечение включает широкий набор кодов, решающих типовые задачи обработки видеoinформации. Платформа VDP позволяет разработчику начать создание собственного изделия на примере оптимизированных и протестированных решений, упрощая и ускоряя выход конечного продукта. Набор VDP включает две платы на базе DM643 для создания соединения точка-точка, два ЖК-дисплея, две видеокамеры, сетевой переключатель (switch/hub) и программное обеспечение. Стоимость такого набора составляет \$6950.

## **ANALOG DEVICES INC.**

### **Новые процессоры семейства Blackfin**

В семействе Blackfin сигнальных процессоров компании ADI, ориентированных на обработку аудио/видеоданных в телекоммуникационных устройствах, появилось три новых представителя: процессоры ADSP-BF534, ADSP-BF536 и ADSP-BF537. Кроме того, разработан новый процессор медиаплатформы ADSP-BF566eM30 eMedia. Все новые устройства характеризуются высокой эффективностью обработки аудио/видеоданных и встроенной поддержкой набора сетевых протоколов.

Процессор ADSP-BF534 ориентирован на применение в портативных или сетевых мультимедиа-плеерах, автомобильных системах безопасности и информирования, охранных сетевых системах и других устройствах. Расположенная на кристалле периферия включает контроллеры интерфейсов CAN 2.0 и TwoWire, два порта UART, порт SPI, два последовательных порта, два канала внешних запросов DMA, девять 32-разрядных таймеров общего назначения с поддержкой функций PWM, часы реального времени, сторожевой таймер, 48 выводов общего назначения и параллельный интерфейс периферии PPI. Процессор выпускается с рабочими частотами 400 МГц и 500 МГц. Стоимость кристалла составляет \$9.65-\$13.10.

Процессоры ADSP-BF536/537 расширяют состав периферии процессора ADSP-BF534, включая встроенный контроллер Ethernet 10/100 IEEE 802.3. Усовершенствованная система DMA обеспечивает высокую пропускную способность сетевых каналов передачи данных. Процессор ADSP-BF536 выпускается с рабочими частотами 300 МГц и 400 МГц. Процессор ADSP-BF537 – с частотами 500 МГц и 600 МГц. Стоимость процессоров лежит в диапазоне \$8.05-\$16.55.

Новый DSP платформы eMedia обработки мультимедийных данных ADSP-BF566eM30 рассматривается производителем, как однокристалльное решение, обеспечивающее передачу телевизионной информации по IP-каналу. Процессор ориентирован на реализацию перспективных кодеков H.264 и VC1, стандартного MPEG-2 алгоритма сжатия и может легко перенастраиваться программным путем на выполнение более новых алгоритмов. Процессор является идеальным решением для применения в телевизионных приставках нового поколения, охранных системах, оборудовании видеоконференцсвязи и других приложениях.

### **Развитие семейства SHARC**

Процессоры SHARC компании ADI в своем третьем поколении рассматриваются производителем исключительно, как процессоры обработки аудиоданных. На кристалле размещается специализированный набор устройств периферии, а внутрикристалльное ПЗУ хранит коды ряда типовых алгоритмов аудиообработки.

Развитие семейства продолжается в направлении повышения производительности устройств, а также в направлении роста отношения производительность/цена.

Цифровой сигнальный процессор ADSP-21369 повышает уровень вычислительной производительности процессоров SHARC. Его рабочая частота составляет 400 МГц. При этом он выполняет 2.4 миллиарда операций в формате с плавающей точкой в секунду (2.4

GFLOPS) или 800 миллионов умножений с накоплением в секунду (800 MMACS). Время выполнения комплексного БПФ по основанию 4 над массивом из 1024 отсчетов сигнала составляет для этого процессора 23.25 мкс.

Внутрикристалльная память ADSP-21369 представлена четырьмя блоками независимого доступа. К блокам 0 и 1 относятся по 0.75 Мбит памяти ОЗУ и по 3 Мбит ПЗУ. К блокам 2 и 3 – по 250 Кбайт ОЗУ и по 3 Мбит ПЗУ. Общий объем внутренней памяти, таким образом, составляет 2 Мбита ОЗУ и 6 Мбит ПЗУ. Гибкий интерфейс внешней памяти, характеризуемый высокой пропускной способностью, позволяет кристаллу взаимодействовать с различными типами синхронной и асинхронной внешней памяти.

Набор специализированной периферии, такой как S/PDIF-интерфейс, 8-канальный преобразователь частоты дискретизации, высокоскоростные последовательные порты и другие интерфейсы, наделяют процессор ADSP-21369 высочайшей производительностью каналов ввода-вывода.

Оставаясь совместим по кодам со своими предшественниками, процессор ADSP-21369 является наиболее мощным устройством семейства SHARC на данный момент.

Другой новой разработкой в семействе процессоров SHARC является ЦСП ADSP-21375. Этот процессор поддерживает направление развития семейства, ориентированное на чувствительные к цене приложения, такие как мультимедиа-устройства массового пользования. Процессор ADSP-21375 по цене от \$5 позволяет оценить достоинства широкого динамического диапазона, высокой точности представления чисел и удобства программирования процессора с плавающей точкой там, где ранее традиционно использовались процессоры с фиксированной точкой.

Характеризуясь невысокой ценой, процессор ADSP-21375, тем не менее, имеет высокие показатели вычислительной производительности. Частота кристалла составляет 266 МГц. Объем внутренней памяти ОЗУ – 0,5 Мбит, а ПЗУ – 2 Мбит. Процессор способен выполнять 532 MMACS или 1596 MFLOPS. Состав периферийных устройств сокращен по сравнению с более дорогими моделями семейства, но, тем не менее, достаточен для многих типовых приложений.

Процессор ADSP-21375 имеет показатель производительность/цена, составляющий 319 MFLOPS/\$1.

### Среда разработки аудиоприложений VisualAudio Designer 2.0

Компания ADI объявляет о выпуске инструментального пакета разработки аудиоприложений VisualAudio

Designer 2.0. Пакет поддерживает, как семейство процессоров SHARC, так и семейство Blackfin. С помощью среды VisualAudio Designer и ее библиотеки программных модулей становится возможной быстрая разработка программного обеспечения сложных систем аудиообработки. Основным элементом VisualAudio Designer – это устанавливаемая на хост-процессоре графическая среда разработки приложения. Программист формирует систему графически, выбирая нужные блоки из библиотеки модулей. Библиотека включает около 100 пакетов программных кодов, реализующих типовые алгоритмы обработки аудиоданных. Код библиотечных функций является открытым, документированным и модифицируемым. Параметры каждого из блоков и конфигурация всего проекта задаются разработчиком с использованием высокоуровневого программирования через простой интуитивно понятный пользовательский интерфейс.

VisualAudio Designer взаимодействует со средой VisualDSP++ и поддерживает все этапы разработки, включая создание проекта, генерацию эффективных программных кодов, отладку и оптимизацию, а также тестирование приложения.

В результате, VisualAudio Designer позволяет быстро и просто получить требуемый код приложения, отвечающий заданным требованиям эффективности, открытый для модификации на языках Си и ассемблер, оформленный в соответствии со стандартными правилами.

В настоящий момент среда VisualAudio Designer 2.0 поддерживает процессоры ADSP-BF53x семейства Blackfin и процессоры ADSP-2126x и ADSP-2136x семейства SHARC.

### Заключение

Статья подготовлена на основании материалов, представленных компаниями Texas Instruments Inc. и Analog Devices Inc. в сети Internet. Указанные цены на процессоры и инструментальные средства объявлены производителями. Цены на процессоры соответствуют варианту покупки в партиях.

Информация о действительной стоимости продукции компаний на территории Российской Федерации может быть получена у их официальных представителей: компаний Autex Ltd. – <http://www.autex.ru> и Argussoft – <http://www.argussoft.ru> (Analog Devices Inc.); компаний Scanti-Rus – <http://www.scanti.ru> и Compel – <http://www.compel.ru> (Texas Instruments). Дополнительная информация о продуктах может быть найдена на сайтах производителей: <http://www.analog.com> (Analog Devices Inc.) и <http://www.ti.com> (Texas Instruments Inc.).

## ПЛИС семейства Stratix II фирмы Altera – элементная база перспективных систем обработки сигналов

**В.Б. Стешенко**

**К**ак известно, скорость обновления элементной базы систем ЦОС в последние годы стремительно

возросла. Не успевает разработчик освоить одно семейство ПЛИС – ему на смену приходит следующее. В ближайших номерах журнала планируется публикация цикла статей о перспективной элементной базе и особенностях ее применения. Целью данной статьи является анализ архитектуры ПЛИС семейств Stratix II применительно к построению систем ЦОС. В следующем номере планируется публикация статьи об особенностях ПЛИС Cyclone II и современных средств разработки.

Семейство Stratix II продолжает линию ПЛИС, основанных на технологии SRAM, имеет логическую емкость до 114.140 логических элементов (ЛЭ, logic elements, LEs) и содержит "на борту" до 10 Мбит ОЗУ. Но основным отличием ПЛИС Stratix является наличие специализированных блоков цифровой обработки сигналов (digital signal processing (DSP) blocks), которые содержат до 224 девятирядных аппаратных умножителей (multipliers). Очевидно, что подобное нововведение позволяет реализовать огромное количество алгоритмов обработки, ранее недоступное для ПЛИС. Автор, вкратце познакомившись с архитектурой семейства, пришел к выводу, что с появлением этих ПЛИС в России 70 процентов проблем аппаратурной реализации сложных алгоритмов, в т.ч. нелинейной и адаптивной цифровой обработки, будут решены.

Как и все современные устройства большой емкости, являющиеся ядром системы на кристалле ((СОК), SOC - System on chip), семейство Stratix поддерживает значительное число стандартных протоколов обмена (I/O standards) и имеет развитые средства управления тактовой частотой, позволяющие работать с тактовой частотой до 420 МГц, при использовании ФАПЧ (phase-locked loops, PLLs).

Основные черты семейства следующие:

- Число логических элементов от 10.570 до 114.140;
- Объем встроенной памяти до 10.118.016 бит (1.264.752 байт);
- Специальная организация памяти TriMatrix позволяет организовать как двухпортовую память (dual-port memory), так и буфера FIFO с частотой работы до 312 МГц;

*Рассмотрена архитектура ПЛИС семейства Stratix II фирмы Altera. Приводятся основные технические характеристики семейства. Показаны перспективы применения в аппаратуре ЦОС*

- Специализированные встроенные блоки ЦОС обеспечивают прямую аппаратную реализацию перемножителей с тактовой частотой до 250 МГц, реализацию функции умножения с накоплением (multiply-accumulate, MAC), реализацию КИХ фильтров (FIR, finite impulse response filters);
- Имеется до 16 глобальных тактовых цепей (global clocks);
- 12 схем ФАПЧ обеспечивают широкую полосу (spread spectrum) синхронизации, программируемую полосу (programmable bandwidth), функции переключения тактовой частоты (clock switch-over), реконфигурацию ФАПЧ на «лету» (real-time PLL reconfiguration), развитые функции умножения частоты и сдвига фаз;
- Поддерживаются ряд однопроводных (single-ended) и дифференциальных (differential) интерфейсов;
- Специализированный дифференциальный высокоскоростной интерфейс поддерживает до 116 каналов ввода-вывода, причем до 80 каналов способны работать со скоростью 840 Мбит/с;
- Поддерживаются следующие популярные стандарты для скоростных сетей: RapidIO, UTOPIA IV, CSIX, HyperTransport, 10G Ethernet XSBI, SPI-4 Phase 2 (POS-PHY Level 4), SFI-4;
- Специальное схемное решение Terminator technology обеспечивает внутрикристалльное согласование импедансов нагрузок для однопроводных и дифференциальных интерфейсов;
- Поддерживается развитый интерфейс с внешней памятью, в том числе с памятью типов ZBT SRAM, QDR QDRII SRAM, DDR SDRAM, FCRAM и SDR SDRAM;
- Безусловно поддерживаются разработанные Altera мегафункции, как и мегафункции партнеров Altera Megafunction Partners Program (AMPP).

Архитектура ПЛИС Stratix представлена на рис. 1 ПЛИС семейства Stratix II по сути представляют двумерную матричную структуру. Многочисленные

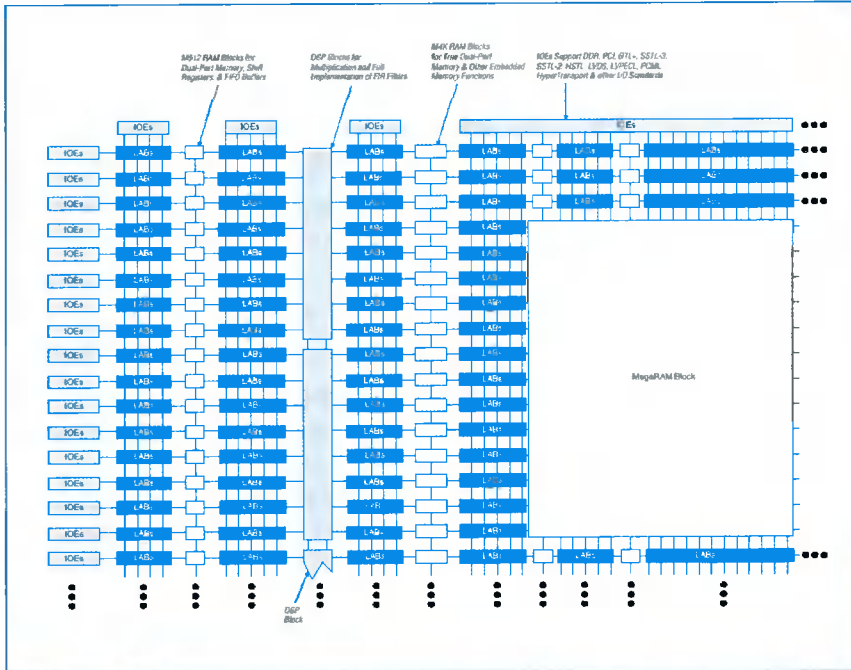


Рис. 1. Архитектура ПЛИС Stratix II

обеспечивают реализацию двух- и однопортовой памяти с разрядностью до 36 бит и быстродействием до 312 МГц. Они также группируются в столбцы.

Блоки памяти MegaRAM представляют собой двупортовую память объемом 512Кбит дополненную битами четности (общий объем (589,824 бит)). Эти блоки обеспечивают реализацию двупортовой памяти, однопортовой памяти с разрядностью до 144 бит и быстродействием до 300 МГц. Во многом их структура напоминает блоки памяти Arachne. Несколько блоков MegaRAM располагаются в центре кристалла.

Исключительно удачно разработаны блоки ЦОС (Digital signal processing (DSP) blocks), которые позволяют реализовать до 8 9-разрядных перемножителей, или 4 18-разрядных перемножителя или один 36-разрядный перемножитель, с функциями накопления, суммирования и вычитания. Очевидно, что такое построение позволяет легко реализовать практически любой алгоритм ЦОС.

Каждая строка и столбец ПЛИС начинается и завершается элементами ввода-вывода ((ЭВВ), I/O element, IOE), поддерживающих разнообразные интерфейсы передачи данных.

Каждый логический блок (LAB) состоит из 10 ЛЭ, цепей ускоренного переноса (LE carry chains), управляющих сигналов, локальных межсоединений блока (local interconnect), цепей каскадирования таблиц перекодировки (LUT chain), а также цепей межсоединения

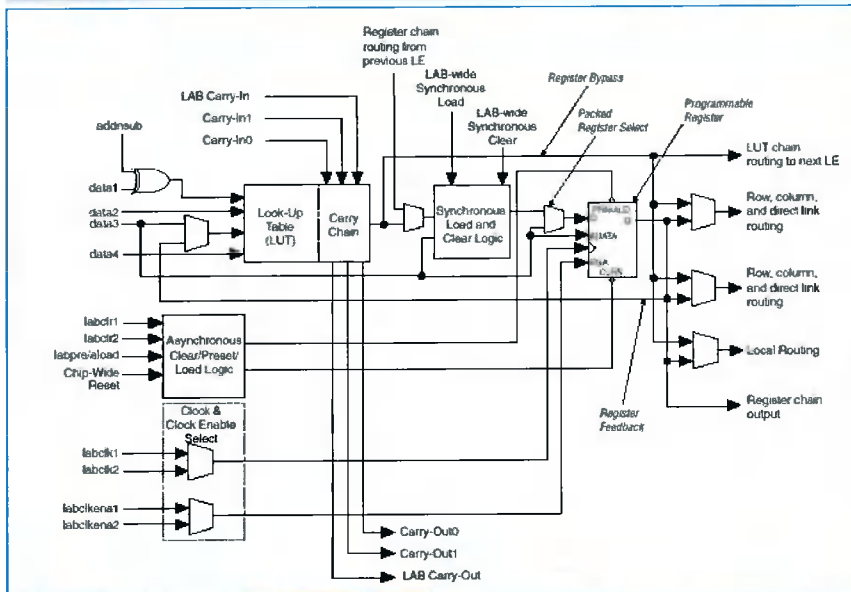


Рис.2. Структура ЛЭ ПЛИС Stratix II.

многоуровневые межсоединения обеспечивают передачу сигналов между логическими блоками (logic array blocks (LABs), различными структурами памяти и специализированными блоками ЦОС (DSP blocks).

Каждый логический блок (ЛБ, LAB) содержит 10 ЛЭ. ЛБ группируются по столбцам и строкам.

Блоки памяти M512 представляют собой простую двупортовую память на 512 бит дополненных битами четности (всего 576 бит). Эти блоки обеспечивают встроенную реализацию как однопортовой, так и двупортовой памяти, разрядностью до 18 бит и быстродействием 312 МГц. Блоки памяти M512 группируются в столбцы.

Блоки памяти M4K представляют собой полноценные блоки двупортовой памяти объемом 4Кбит дополненные битами четности (всего 4.608 бит). Эти блоки

представлена структура логического элемента.

Как можно видеть из рис.2, структура ЛЭ типична для ПЛИС Altera. Как обычно, каждый ЛЭ содержит реконфигурируемый регистр, который может быть сконфигурирован как D, T, JK или RS триггер. Имеются развитые цепи тактирования и управления и возможность синхронной или асинхронной загрузки данных. Основу арифметических операций, как и комбинационной логики составляет таблица перекодировки (LUT). При необходимости регистр может быть исключен. Отличительной особенностью ЛЭ этого семейства ПЛИС является наличие сигнала addressub Signal, позволяющего улучшить реализацию сумматоров и вычитателей. В этом случае при использовании сигнала addressub происходит



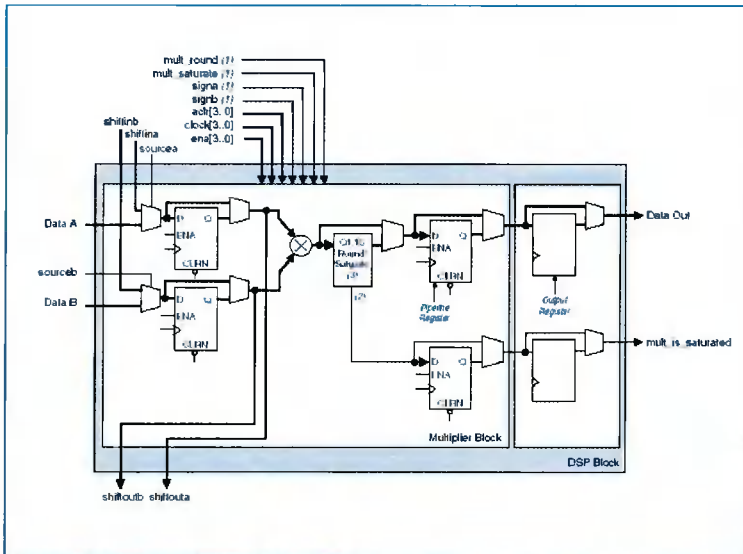


Рис.3 Блок перемножителя

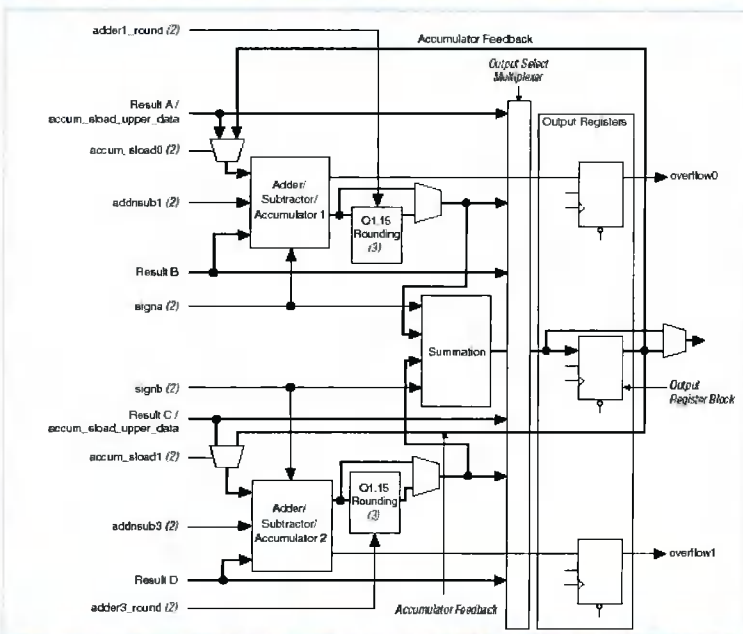


Рис.4 Блок сумматор-вычитателя

конфигурация ЛБ для выполнения арифметических операций  $A + B$  или  $A - B$ . Таблица перекодировки осуществляет сложение. Вычитание выполняется с использованием дополнительного кода. Компилятор Quartus II автоматически поддерживает эту опцию при использовании параметризованных функций сумматора – вычитателя (adder/subtractor parameterized functions).

Как и все "большие" ПЛИС, Stratix II имеют развитую структуру межсоединений, называемую термином MultiTrack Interconnect. В архитектуре ПЛИС Stratix II межсоединения между ЛЭ, ЛБ, памятью TriMatrix, блоками ЦОС (DSP blocks) и ЭВВ осуществляются с помощью технологии DirectDrive TM. Межсоединения MultiTrack состоят из непрерывных линий различной протяженности и рассчитанных на различные рабочие скорости. Компилятор Quartus II автоматически распределяет критические цепи проекта (critical design paths) на наиболее подходящие для этого варианты трассировки. Технология

DirectDrive представляет собой четко определенную технику трассировки, которая гарантирует возможность одинаковой доступности ресурсов трассировки независимо от их расположения внутри устройства. Межсоединения MultiTrack interconnect и технология трассировки DirectDrive упрощают интеграцию при коллективной работе над сложным многоблочным проектом (block-based designing) путем исключения циклов реоптимизации.

Ресурсы трассировки MultiTrack состоят из строк (row) и столбцов (column) с фиксированным диапазоном длин. Такая структура межсоединений с фиксированной длиной ресурсов трассировки позволяет обеспечить прогнозируемое время распространения сигнала. Специально выделенные строковые сигналы (dedicated row interconnects route signals) между ЛБ, блоками ЦОС и памятью располагаются в одной и той же строке.

Каждая ПЛИС семейства Stratix содержит блоки ЦОС. Каждый блок ЦОС может быть сконфигурирован для реализации восьми  $9 \times 9$  перемножителей, или четырех перемножителей  $18 \times 18$ , одного перемножителя  $36 \times 36$ .

Каждый блок ЦОС может быть сконфигурирован как сумматор/вычитатель или накопитель и состоит из следующих элементов:

- Блок перемножителя (Multiplier block).
- Блок сумматора вычитателя накопителя.
- Интерфейсные схемы.

Блок перемножителя (Multiplier Block) состоит из входного регистра (input registers), собственно перемножителя (multiplier) и регистров конвейеризации (pipeline register). На рис.3 приведена структура блока перемножителя.

Блок сумматора – выходной блок (Adder/Output Blocks) предназначен для хранения и суммирования результатов перемножения. Он состоит из блока сумматора – вычитателя / накопителя (adder/subtractor/accumulator unit), блока суммирования (summation unit), мультиплексора селектора выхода (output select multiplexer) и выходного регистра (output registers). Таким образом, блок может работать как чистый сумматор, накопитель или выходная ступень 36-разрядного перемножителя. Самостоятельная работа блока невозможна. На рис.4 представлена его структура.

Таким образом, в руки разработчику попадает ресурс, позволяющий эффективно реализовать на ПЛИС данного семейства сложные параллельные алгоритмы обработки сигналов.

#### Литература.

1. Altera DSP Blocks in Stratix II Devices.....
2. Altera Stratix II DSP Performance White Paper
3. www.altera.com