ДОПОЛНЕНИЕ
= К =
ОБРАЗОВАНИЮ СОЛНЕЧНЫХ СИСТЕМ.

К. ЦИОЛКОВСКИЙ.

Адрес: Калуга, Жорес, 3. L'adresse: U. S S. R. (Russie)
Kaluga. Ciolkowsky (latin).

КАЛУГА.—1928.

Дополление к Образованию Солнечных Систем.

В моем конспекте 25 г. формулы приливного действия (1—5) приведены без доказательства. Теперь, из старых записок 24 г., привожу опущенное.

Я начал свои расчеты с Луны по отношению к Земле. Потом не трудно применить те же формулы к любому спутнику по отношению к его планете и любой планете — по отношению к Солнцу.

Величины и числа. За основные единицы приняты метр и производные от него. За единицу времени секунда и год. ($Пр_{11}$) есть Ньютоново притяжение между единицами масс, на расстоянии единицы, выраженное в единицах секундного ускорения. $Пр_{11} = 67{,}10^{-9}$.

Массы Луны, Земли, Солнца и совокупности планет означены: Мл, Мз, Мс, Мп. Принимаем круглые числа: Мз = 80. $Мл = 6 . 10^{21}$, $Мс = 2 . 10^{27}$, $Мп = 2{,}6 . 10^{24}$. Радиусы Земли и Солнца принимаются постоянными и означаются Рз и Рс или $Рз_1$ и $Рс_1$. $Рз_1 = Рз = 6{,}37 . 10^6$, $Рс = 0{,}7 . 10^9$. Год в секундах означен: $Гс = 31{,}56 . 10^6$.

Расстояние между Луной и Землей $= Рлз_1 = 60$ Рз $= 3{,}8 . 10^8$. То же переменное расстояние = Рлз. Постоянное и переменное расстояние между Солнцем и планетой и суммой планет будет $Рсп_1$ и Рсп. Скорости планет, Луны будут: $Сп_1$, $Сл_1$; это современные, а переменные Сп, Сл. Скорости по экватору Солнца и Земли переменные и современные будут: Сэз и Сэс и $Сэз_1$ и $Сэс_1$. Угловые скорости Луны, Земли, Солнца и планет современные будут Усл, Усз, Усс, Усп, а постоянные: $Усл_1$, $Усз_1$, $Усс_1$, $Усп_1$. Моменты суточного и годового движения планет и Солнца приведены в таблице **Образования Солнечных Систем.**

Зависимость между расстоянием (Рлз и $Рлз_1$) нашей Луны и центром Земли, абсолютной скоростью

Луны (Сл и $Сл_1$) и угловою (Усл и Усз) скоростью Луны и Земли, при круговых орбитах, выразим, на основании известных законов, формулами (центробежная сила равна силе тяготения):

1... $Пр_{11} . Мз : Рлз^2 = Сл^2 : Рлз$, откуда

2... $Рлз = Пр_{11} . Мз : Сл^2$, 3... $Сл = \sqrt{Пр_{11} . Мз : Рлз}$,

4... $Рлз_1 = Пр_{11} . Мз : Сл_1^2$, 5... $Сл_1 = \sqrt{Пр_{11} . Мз : Рлз_1}$.

Далее: 6... $Усл = Сл : Рлз = \sqrt{Пр_{11} . Мз : Рлз^3}$,

откуда 7... $Рлз = \sqrt[3]{Пр_{11} . Мз : Усл^2}$,

6_1... $Усл_1 = \sqrt{Пр_{11} . Мз : Рлз_1^3}$;

7_1... $Рлз_1 = \sqrt[3]{Пр_{11} . Мз : Усл_1^2}$.

Тут ($Пр_{11}$) означает притяжение между единицами масс на расстоянии единицы, выраженное секундным ускорением. (Мз) есть масса Земли. Далее:

8... $Усз = Сэз : Рз_1$ и 8_1... $Усз_1 = Сэз_1 : Рз_1$.

Здесь по порядку—угловая скорость вращения Земли, скорость экватор. точек Земли и ее радиус.

Если Земля изменяет скорость своего вращения от приливного действия Луны, то последняя не может остаться на той же расстоянии от планеты. Так как момент количества вращательного движения системы (Земля—Луна) от приливного действия должен остаться неизменным, то составим такое уравнение. (К) означает поправочный коэффициент к радиусу инерции (0,4) Земли, вследствие ее центрального уплотнения. Он меньше единицы.

9... $0{,}4 . К . Мз . Сэз_1 . Рз_1 + Мл . Сл_1 . Рлз_1 = 0{,}4 . К . Мз . Сэз . Рз_1 + Мл . Сл . Рлз$

Тут указатель внизу буквы означает постоянную современную величину ($Сэз_1$ и $Рлз_1$). Первая часть уравнения выражает хотя бы теперешний момент, а вторая—величину момента в другое время, хотя бы через миллионы лет.

Выключая отсюда ($Сл_1$) и ($Сл$) посредством уравнения (3) и (5) и определяя ($Сэз : Рз_1$), получим:

$$12 \ldots \quad \frac{Сэз}{Рз_1} = \frac{Сэз_1}{Рз_1} + \frac{\sqrt{Пр_{11}}(\sqrt{Рлз_1} - \sqrt{Рлз})Мл}{0{,}4 . К . Рз_1{}^2 . \sqrt{Мз}}.$$

Можем отсюда выключить ($Рлз_1$) и ($Рлз$) посредством формул (7_1) и (7). Тогда, принимая еще во внимание формулы (8) и (8_1), найдем:

$$13 \ldots \quad Усз = Усз_1 + \frac{Пр_{11}{}^{2/3} . Мл\left(Усл_1{}^{-1/3} - Усл^{-1/3}\right)}{0{,}4 . К . Рз_1{}^2 . Мз^{1/3}}.$$

Мы выясняли в Образ. Солн. Сист., что прежде, благодаря приливному действию, вращение Земли было скорее, также как и угловое поступательное движение Луны. Она была и ближе. Естественно предположить, что Луна отделилась от Земли там, т.-е. на таком расстоянии, на котором обе угловые скорости были равны, или где вся система вращалась, как одно тело (как свинченная). Тогда надо допустить в (13), что

14 ... $Усл = Усз$, т.-е. что угловые скорости обоих тел равны. Найдем:

$$16 \ldots \quad \frac{Усз}{Усз_1} = 1 + \frac{Пр_{11}{}^{2/3} . Мл . \left(Усл_1{}^{-1/3} - Усз^{-1/3}\right)}{0{,}4 . К\ Мз^{1/3}\ Рз_1{}^2 . Усз_1}.$$

Мы тут получили зависимость угловой скорости системы ($Усз = Усл$) от постоянных. Решение этого уравнения относительно ($Усз$) приводит к решению уравнения 4-й степени. Но так как в уравнен. (16) второй член в скобках раз в 5 меньше 1-го члена, то, пренебрегая им, получим такое первое приблизительное решение:

$$17 \ldots \quad \frac{Усз}{Усз_1} = 1 + \frac{Мл}{0{,}4 . К . Рз_1{}^2 . Усз_1}\sqrt[3]{\frac{Пр_{11}{}^2}{Мз . Усл_1}}.$$

Если выключить отсюда ($Усл_1$) и ($Усл$) с помощью уравн. (6_1) и (8_1), то найдем:

$$18 \ldots \quad \frac{Усз}{Усз_1} = 1 + \frac{Мл}{0{,}4 . К . Рз_1 . Сэз_1} . \sqrt{\frac{Пр_{11} . Улз_1}{Мз}} .$$

Если $К = 1$, то $Усз : Усз_1 = 5{,}05$.

Если же $К = 0{,}5$, то $Усз : Усз_1 = 9{,}1$.

Второе приближение найдем, подставив к форм. 13 полученные величины для ($Усз = Усл$). Тогда вычислим для угловой скорости системы 4,39 и 7,78. Значит во столько раз оно было быстрее теперешнего вращения Земли.

Третье приближение близко к этим числам. Значит, время вращения системы близко к 6—3 часам.

Определим соответствующее расстояние между Луной и центром Земли (Рлз).

Имеем $\quad 7 \ldots \quad Рлз = \sqrt[3]{Пр_{11} . Мз : Усл^2}$.

Но $\quad 19 \ldots \quad Усл : Усз_1 = Усз : Усз_1 = А$, т.-е. постоянным (мы вычислим (А) от 4,39 до 7,78).

Еще имеем $\quad 8_1 \ldots \quad Усз_1 = Сэз_1 : Рз_1$.

Из уравнений 7, 19 и 8_1 получим:

$$28 \ldots \quad \frac{Рлз}{Рз_1} = \sqrt[3]{\frac{Пр_{11} . Мз}{А^2 . Сэз_1{}^2 . Рз_1}} = 6{,}63 : А^{2/3} .$$

Так как (А) известно, то, вычисляя, найдем для места отделения Луны от Земли: от 2,48 до 1,69. Расстояние же от поверхности Земли будет от 1,48 до 0,69 радиуса Земли. Едва ли (К) далеко от единицы, так что ближе к истине первое число (1,48). Но мы при этих расчетах предположили неизменность об‘ема Земли. Об‘ем ее был в момент рождения Луны гораздо больше, так как она простиралась до тогдашней Луны, именно об‘ем был в 15—4,8 раз больше. При равномерной плотности, вращение бы ее замедлилось в 6—3 раза и, следов., Луна отделилась бы гораздо дальше. Но дело в том, что газообразная масса Земли была и тогда, вследствие центрального громадного давления, сосредоточена в центре, а ближе к Луне была масса очень разреженная. Так что момент инерции и тогдашней Земли немного отличался от теперешнего. Притом замечается на Солнце, а значит и на других газообразных телах, какой была тогда Земля, превышение скорости вращения центральных частей сравнительно с окраинными. Все это в совокупности не даст для места рождения Луны расстояние больше вычисленного, т.-е. от 2,5 до 1,7 радиуса Земли, или от ее поверхности от 1,5 до 0,7 радиуса.

Время обращения системы будет:

$$\text{Воз} : \frac{\text{Усз}}{\text{Усз}_1} = \frac{\text{Воз}}{\text{А}} = 24 : \text{А}$$

Получим от 5,47 до 3,09 часов. Еще менее приблизительно, чем ранее, из 18, найдем:

$$31 \ldots \quad \frac{\text{Усз}}{\text{Усз}_1} = \text{А} = \frac{\text{Мл}}{0{,}4 \, . \, \text{К} \, . \, \text{Рз}_1 \, . \, \text{Сэз}_1} \, . \, \sqrt{\frac{\text{Пр}_{11} \, . \, \text{Рлз}_1}{\text{Мз}}} \, .$$

Из этого и 28 уравн., не точно, выведем:

$$32 \ldots \quad \frac{\text{Рлз}}{\text{Рз}_1} = \sqrt[3]{0{,}16 \, . \, \text{К}^2 \, . \left(\frac{\text{Рз}_1}{\text{Рлз}_1}\right) \, . \left(\frac{\text{Мз}}{\text{Мл}}\right)^2}$$

Следовательно, Луна родится тем ближе к Земле: 1) чем (К) меньше, т.-е. чем плотнее центральные части Земли по отношению к краевым; 2) чем начальное расстояние Луны больше по отношению к размерам Земли; 3) чем больше масса Луны по отношению к земной. К этому надо еще прибавить: 4) чем периферические скорости Земли меньше (как на Солнце) по отношению к центральным.

Для Земли (современной) я вычислил (К) в $^9/_{11} = 0{,}793$. Если принять (К) в 0,75 или $^3/_4$, то по форм. 32, вычислим: 37 . . $\text{Рлз} : \text{Рз}_1 = 1{,}92$. Для Сатурна и его колец сейчас имеем:

Радиус Сатурна = 1; рад. внутреннего кольца = 1,59; радиус внешнего кольца = 2,37; средний будет = 1,98.

Значит, Земля с Луной когда то были в положении Сатурна с его кольцами, но Сатурн сохранил их, Земля—нет. Из этого, впрочем, видно, что кольца, из которых образовалась Луна, были сравнительно дальше, чем Сатурновы.

Узнаем время удаления Луны от места ее рождения до теперешнего ее положения. Работа прилива в 1 секунду на Земле от действия одной Луны выражается произведением следующих величин.

1) Средней приливной поверхности, которую, приблиз., примем в $^1/_3$ поверхности Земли. Значит, она будет: 40 . $^1/_3 . Пз = ^4/_3 . \pi$ $Рз^2$.

2) Высоте прилива, сравнит. с высотой отлива.

3) Плотности океана или средней плотности жидкой Земли.

4) Силе притяжения на поверхности Земли.

5) Разности числа оборотов Земли и Луны (по орбите) в 1 секунду.

6) Поправочный коэффициент, меньший единицы.

Притяжение Луны будет:

41... $Прл = \frac{Тл . Рл^2}{Рлз^2}$. Тут в числителе тяжесть у лунной поверхности и радиус Луны. Дифференциал лунного притяжения, при изменении расстояния, получим из 41:

$$42\ldots \quad dПрл = Тл . \frac{Рл^2}{Рлз^3} . 2 . dРлз = 2 . Тл . \left(\frac{Рл}{Рлз}\right)^2 . \frac{dРлз}{Рлз}.$$

Ищем абсолютные величины и потому знаков не меняем. (Тл) и вообще тяготение мы будем выражать секундным ускорением падающих тел. Единица силы есть та, которая тонне сообщает в секунду прибавку скорости (ускорение) в 1 метр. Далее:

$$43\ldots \quad Тл = \frac{Пр_{11} . Мл}{Рл^2}. \qquad \text{Поэтому}$$

$$44\ldots \quad dПрл = 2 . Пр_{11} . Мл . \frac{dРлз}{Рлз^3}.$$

Выразим высоту прилива:

$$45\ldots \qquad Вн = \frac{dПрл}{Тз} . Рз_1 ,$$ т.-е. приливное действие пропорционально радиусу Земли, а для получения высоты поднятия, надо приливное действие разделить на Земное ускорение. Оно равно:

$$45_1\ldots \qquad Тз = \frac{Пр_{11} \,.\, Мз}{Рз_1{}^2}.$$ Теперь из 45, 45_1 и 44, полагая

$$46\ldots \qquad dРлз = Рз_1,$$ получим:

$$47\ldots \qquad Вп = 2 . \left(\frac{Мл}{Мз}\right) \frac{Рз^4}{Рлз^3}.$$ Для проверки вычислим высоту прилива. Получим 0,74 м., что недалеко от истины. Мы опустили тут об'яснение того, почему (dПр) помножаем на (Рз), а не на (Рз : 2).

Значит, высота прилива не зависит от силы тяготения ($Пр_{11}$), но пропорциональна отношению (Мл : Мз), быстро возростает с отношением (Рз ; Рлз), т.-е. с приближением Луны к Земле, и пропорц. радиусу Земли.

Разность угловых скоростей вращения Земли и движения Луны по ее орбите узнаем из уравн. 6 и 8.

$$51\ldots \qquad \frac{Усз}{2\pi} - \frac{Усл}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\left\{\frac{Сэз}{Рз_1} - \sqrt{\frac{Пр_{11} \,.\, Мз}{Рлз^3}}\right\}.$$

Этим мы выразили, на сколько число оборотов Земли в 1 секунду больше числа оборотов Луны по орбите в то же время. Конечно, на практике, получится в 1 секунду очень малая часть полного оборота, (Сэз) знаем из 11.

Теперь у нас все готово, чтобы определить работу прилива или потерю энергии (превращаемой в теплоту и лучеиспускание) в течение дифференциала времени (dВр). Единица работы будет тоннометр, деленный на 9,8.

Итак, получим, по сокращении:

$$53\ldots\quad d\text{Прр} = \frac{4}{3}.\text{Пр}_{11}.\text{Кп}.\text{Плок}.\text{Мл}.\left(\frac{\text{Рз}_1}{\text{Рлз}}\right)^3\left\{\text{Сэз} - \right.$$

$$\left. -\left(\frac{\text{Рз}_1}{\text{Рлз}}\right)\sqrt{\frac{\text{Пр}_{11}.\text{Мз}}{\text{Рлз}}}\right\}.d\text{Вр}.$$

Поправочный коэффиц. (Кп) относится и к поверхности и к тому, что часть приливной работы возвращается. (Плок) есть плотность океана.

Видим, что эта работа (dПрр) пропорциональна силе мирового тяготения, плотности океана (Земли), массе Луны и возрастает с отношением (Рз : Рлз), т.-е. с приближением Луны к Земле.

От приливного действия скорости движения Земли и Луны изменяются, Луна удаляется. Надо учесть соединенные с этим работы, чтобы составить уравнение, необходимое для определения времени рождения Луны, или отделения ее от Земли.

Приступим к этому. Кинетическая энергия движения Луны и Земли будет:

$$55\ldots\quad \text{Кэл} = \frac{\text{Сл}^2}{2}.\text{Мл},\qquad \text{или, по 3,}$$

$$56\ldots\quad \text{Кэл} = \frac{\text{Пр}_{11}}{2}\cdot\frac{\text{Мл}.\text{Мз}}{\text{Рлз}}.$$

Далее, с помощью 11:

$$57\ldots\quad \text{Кэз} = 0{,}4\,.\,\text{К}\,.\,\text{Мз}\,.\,0{,}5\,.\,\text{Сэз}^2 =$$

$$= 0{,}2.\text{К}.\text{Мз}.\left\{\text{Сэз}_1 + \frac{\sqrt{\text{Пр}_{11}}.\text{Мл}.(\sqrt{\text{Рлз}_1} - \sqrt{\text{Рлз}})}{0{,}4\,.\,\text{К}\,.\,\sqrt{\text{Мз}}\,.\,\text{Рз}_1}\right\}^2$$

Дифференцируя обе энергии относительно (Рлз), получим:

$$58\ldots\quad d\text{Кэл} = \frac{-\text{Пр}_{11}.\text{Мл}.\text{Мз}}{2\text{Рлз}^2}.d\text{Рлз}\quad \text{и}$$

$$59\ldots \qquad dКэз = \frac{-\sqrt{Пр_{11} \,.\, Мз \,.\, Мл}}{2 \,.\, Рз_1 \,.\, \sqrt{Рлз}} \times$$

$$\times \left\{ Сэз_1 + \frac{\sqrt{Пр_{11}} \,.\, Мл \,.\, (\sqrt{Рлз_1} - \sqrt{Рлз})}{0{,}4 \,.\, К \,.\, \sqrt{Мз} \,.\, Рз_1} \right\} . \, dРлз.$$

Не забудем, что здесь (К) есть поправочный коэффициент к моменту инерции сгущенного в центре земного шара. Минусы тут показывают, что с возростанием расстояния (Рлз) скорость небесных тел и работа их движения уменьшается (и обратно).

Дифференциал работы тяготения, при удалении Луны от Земли, будет:

$$60\ldots \qquad dРт = 2 . dКэл = \frac{+Пр_{11} \,.\, Мл \,.\, Мз}{Рлз^2} \,.\, dРлз.$$

Мы не об'ясняем очень простую вещь, выражаемую этой формулой; именно, что работа удаления вдвое больше работы потерянной скорости.

Теперь у нас все данные для составления необходимого нам уравнения. Заметим только, что потеря работы системою (Луна—Земля), от уменьшения скорости Луны и Земли, должна равняться приобретению работы от прилива (которая частью теряется, превращаясь через трение в теплоту) и от удаления Луны от Земли. Изменением работы поступательного движения Земли по маленькой орбите вокруг центра тяжести системы пренебрегаем, вследствие ее малости (1 : 80). Значит получим:

$$61\ldots \qquad dКэз + dКэл = dПрр + dРт,$$

или так, если сохранить отрицательные знаки дифференциалов:

$$62\ldots \qquad dКэз + dКэл + dПрр + dРт = 0.$$

Тут первые два слагаемые отрицательны.

Теперь с помощью этого и уравн. 59, 58, 53 и 60, по сокращении, найдем:

$$64\ldots \quad dBp = \frac{3 . \sqrt{Mз} . \sqrt{Pлз^5} . dPлз}{8 . \sqrt{Пр_{11}} . Кп . Плок\ Pз^4}$$

Чтобы удобнее сократить, мы в уравнении 59 выражение в средних скобках заменили предварительно, на основании 12, величиною (Сэз).

Интегрируя (64) и определяя постоянное, получим:

$$69.\ .\ Bp = \frac{3 . \sqrt{Mз}}{28 . Кп . Плок . \sqrt{Пр_{11} . Pз_1}} \times \left\{ \left(\frac{Pлз_1}{Pз_1}\right)^{7/2} - \left(\frac{Pлз}{Pз_1}\right)^{7/2} \right\}.$$

Знак меняем на обратный, так как ищем абсолютную величину прошедшего с момента рождения Луны времени. Формула же, без этого, выражает прошедшее время, если (Рлз) меньше ($Pлз_1$) и обратно.

Второй член в средних скобках обыкновенно мал, в сравнении с первым. Поэтому можем положить:

$$70\ldots \quad Bp = \frac{3 . \sqrt{Mз}}{28 . Кп . Плок . \sqrt{Пр_{11} . Pз_1}} \left(\frac{Pлз_1}{Pз_1}\right)^{7/2}$$

Отсюда видно, что время удаления спутников быстро возрастает с их отдаленностью в настоящее время. Если (Мз) выразить в зависимости от ее радиуса и плотности, то нашли бы, по 70, что это время также обратно пропорционально радиусу Земли в степени 2,5. Положим еще в (70): $Кп = 1$ и $Плок = 1$. Тогда

$$71\ldots \quad Bp = 412 \sqrt{\frac{Mз}{Pз}} . \left(\frac{Pлз_1}{Pз}\right)^{7/2} \text{ сек.}$$

Теперь, по известным данным, найдем по 71:

$$72\ldots \quad Bp = 21080 . 10^{12} \text{ сек.} = 782 . 10^6 \text{ лет.}$$

Не забудем, что этот вывод может считаться только грубым решением. Действительно, радиус Земли в момент рождения Луны был раза в 2 больше, приливное торможение было гораздо сильнее и потому, при той же массе Земли (70), вычисленное время должно сильно сократиться. Хотя, с другой стороны, возвращение работы приливной волны (Кп) и малая плотность первого газообразного океана (Плок) должны это время удлинить. Вообще, найденное число максимальное. В применении форм. 70 к Земле и Солнцу нашли бы около 4 биллионов лет ($4 . 10^{12}$). Но и тут и по той же причине получим преувеличенное число.

Явления, касащиеся планет и Солнца, сложнее. Тут мы употребили не совсем сходные приемы.

Главное уравнение, определяющее место отделения планет от Солнца, основано на теореме: момент вращательного движения изолированной системы есть величина постоянная, несмотря на всевозможное взаимодействие частей этой системы.

Таким образом получим:

$$88\ldots \quad \text{Ммп}.\text{Кпл} + \text{Ммс}.\text{Кс} = \text{Мп}.\text{Рпс}.\text{Сп}.\text{Кпл} + $$
$$+ 0{,}4\ \text{Кс}.\text{Мс}.\text{Рс}.\text{Сэс}.$$

Здесь по порядку величины: момент планет, поправочный коэффициент на случай, если есть еще планеты (за Ураном), момент Солнца, поправочный множитель момента вследствие сгущения материи внутри светила, масса планет (Мп), расстояние, на котором отделились планеты (Рпс), соответствующая скорость, масса Солнца, его радиус и скорость его экваториальных частиц.

Далее имеем формулы аналогичные $1-8_1$:

$$89\ldots \quad \text{Сп} = \sqrt{\text{Пр}_{11}.\text{Мс} : \text{Рсп}};$$

$$90\ldots \quad \text{Сп}_1 = \sqrt{\text{Пр}_{11}.\text{Мс} : \text{Рсп}_1};$$

$$91\ldots \quad \text{Рсп} = \text{Пр}_{11}.\text{Мс} : \text{Сп}^2; \quad 92\ldots \quad \text{Рсп}_1 = \text{Пр}_{11}.\text{Мс} : \text{Сп}_1{}^2$$

$$93\ldots \quad \text{Усп} = \text{Сп} : \text{Рпс}; \quad 94\ldots \quad \text{Усп}_1 = \text{Сп}_1 : \text{Рпс}_1;$$

$$95\ldots \quad \text{Усп} = \sqrt{\text{Пр}_{11}.\text{Мс} : \text{Рпс}^3};$$

$$96\ldots \quad \text{Усп}_1 = \sqrt{\text{Пр}_{11}.\text{Мс} : \text{Рпс}_1{}^3};$$

$$97\ldots \quad \text{Рсп} = \sqrt[3]{\text{Пр}_{11}.\text{Мс} : \text{Усп}^2};$$

$$98\ldots\quad Рсц_1 = \sqrt[3]{Пр_{11} . Мс : Усп_1^2};$$

$$99\ldots\quad Усс = Сэс : Рс;\qquad 100\ldots\quad Усс_1 = Сэс_1 : Рс.$$

Теперь из 88, 99 и 93 получим:

$$101\ldots\quad Ммп . Кп + Ммс . Кс = Мп . Рпс^2 . Усп . Кп + 0{,}4 . Кс . Мс . Рс^2 . Усс.$$

Отсюда, с помощью 97, найдем:

$$102\ldots\quad Ммп . Кп + Ммс . Кс = Мп . Кп . \sqrt[3]{Пр_{11} . Мс^2 : Усп} + 0{,}4 . Кс . Мс . Рс^2 . Усс.$$

Возможно, что масса планет отделилась в том месте, или на таком расстоянии от центра Солнца, где угловая скорость вращения Солнца равнялась угловой скорости планет (по их средней орбите).

Чтобы определить из последнего уравнения эту общую угловую скорость, мы должны в нем (102) положить: Усп = Усс, т.-е., что обе угловые скорости равны. Найдем из 102:

$$103\ldots\quad Усс = \frac{Ммп . Кп + Ммс . Кс}{0{,}4 . Кс . Мс . Рс^2} - \frac{Мп . Кп . Пр_{11}^{1/3}}{0{,}4 . Кс . Мс^{1/3} . Рс^2 . \sqrt[3]{Усс}}$$

Нашли среднюю угловую скорость всей системы.

Из 97 имеем: $104\ldots\quad Усп = Усс = \sqrt{Пр_{11} . Мс : Рсп^3}$.

Исключая из 103 (Усс) с помощью 104, получим:

$$105\ldots\quad \frac{Рсп}{Рс} = \left\{\frac{5(Ммп . Кп + Ммс . Кс)}{2\,Кс . \sqrt{Пр_{11} . Рс . Мс^3}} \times \left(1 + \frac{Пр_{11} . Кп . Мс . Мп}{Рс\,(Ммп . Кп + Ммс . Кс)}\sqrt{\frac{Рсп}{Рс}}\right)\right\}^{-2/3}$$

Положим во втором члене в скобках (что с единицею): Кп = 1; Кс = 1; $Ммп + Ммс = 318 . 10^{38}$; $Мс = 33 . 10^4 . Мз = 198 . 10^{26}$; $Мп = 436 . Мз = 262 . 10^{22}$.

Тогда найдем для второго члена крайне малую величину по отношению к единице. Следовательно, вторым членом в скобках можем пренебречь. Вместо 105 получим:

$$106\ldots\quad \frac{Рпс}{Рс} = \left\{\frac{0{,}4\,.\,Кс\,.\,\sqrt{Пр_{11}\,.\,Рс\,.\,Мс^3}}{Ммп\,.\,Кп + Ммс\,.\,Кс}\right\}^{+2/3}$$

При вышеприведенных условиях вычислим:

Рсп : Рс = 4,26. Вообще, приблизительно: Рпс : Рс = (8,8 . Кс : Кп)$^{2/3}$.

Неизвестна степень центрального сгущения Солнца (Кс), также неизвестен и момент неведомых планет. Поэтому ограничиваемся приводимою тут таблицей:

Кс	Кп	Рпс : Рс	(Рпс : Рс) — 1
0,25	1,5	1,29	0,29
0,5	1	2,69	1,69
0,5	1,5	2,05	1,05
1	1	4,26	3,26

Возможнее расстояние от центра Солнца в 2,7 рад. Солнца или от его поверхности в 1,7.

В чем же может быть погрешность нашего учета? Главная погрешность в потере массы Солнцем и планетами. Эта погрешность, согласно формуле 106, хоть отчасти сглаживается. Вторая погрешность в том, что периферические части раскаленной системы в своем вращении отстают от центральных, как это мы видим на примере нашего Солнца. В таком случае надо принять для рождения планет место более удаленное от Солнца, чем мы нашли, напр., 2—3 радиуса от центра, даже до 4 радиусов.

Формулы (1—3) Образов. Солн. Систем тождественны с форм. 106. В **Образ. Солн. Сист.**, для вычисления времени рождения Лун, мы пользовались выведенной тут формулой 70. Но она тождественна с форм. 23 (**Обр. С. С.**), если в 70 заменить систему **Земля — Луна** системой Солнце—планета и массу выразить в зависимости от радиуса и плотности. Уравн. (64) дает нам продвижение планеты или Луны в единицу времени, т.-е. скорость радиального удаления Луны. Именно:

$$107\ldots \quad \frac{dР лз}{dВр} = \frac{8.\sqrt{Пр_{11}}.\,Кп\,.\,Плок\,.\,Рз^4}{3.\sqrt{Мз\,.\,Рлз^3}}.$$

Но эту же формулу можем применить к планете и Солнцу. Заменим (Плок) плотностью Солнца (Плс), радиус Земли — радиусом Солнца (Рс), массу Земли — массою Солнца (Мс), расстояние между Луною и Землею—расстоянием между планетой и Солнцем (Рсп).

Тогда, вместо 107, найдем:

$$108\ldots \quad \frac{dРсп}{dВр} = \frac{8.\sqrt{Пр_{11}}.\,Кп\,.\,Плс\,.\,Рс^4}{3.\sqrt{Мс.\,Рсп^5}}.$$

Заменив тут еще (Мс) через $\frac{4}{3}\pi.Рс^3.Плс$, получим формулу 5 (стр. 6) в **Образ. Солн. Систем:**

$$109.\ . \quad \frac{dРсп}{dВр} = 4.Кп.\sqrt{\frac{Пр_{11}\,.\,Плс}{3\pi}}\,.\left(\frac{Рс_1}{Рсп}\right)^{5/2}$$

$$= 4Кп.\sqrt{\frac{Пр_{11}\,.\,Плс}{3\pi}}\,.\left(\frac{Рс_1}{Рсп_1}\right)^{5/2}.\left(\frac{Рсп_1}{Рсп}\right)^{5/2}.$$

(Видим, что в форм. 5 опечатка: пропущен у последнего отношения показатель). Кстати, в **Обр. Солн. Сист.** надо считать излишними 6 строчек, начиная с 8 стран. внизу со слов: **интегрируя (5)** до слов на странице 9: **Но необходимо.**

В форм. 16 **Обр. С. С.** также опечатка: показатель радикала не 28, а 23. Из 16 и 23 (Обр. С. С.), найдем, вместо 18, которую нужно выбросить:

$$110.\ . \quad Вр = М\left\{Д^3.\left(\frac{Рсп_1}{Рс_1}\right)\right\}^{7/23}, \text{ где}$$

$$111\ldots \quad М = \frac{Рс_1}{14.\,Кп\,.\,Гс}\,.\sqrt{\frac{3\pi}{Пр_{11}\,.\,Плс}}, \text{ а (Д)}$$

известно по форм. (17) **Обр. С. С.**

Несмотря на опечатки, все вычисления были сделаны в рукописи по верным формулам и числа таблицы на стр. 26—27 (**Образ. С. С.**) совершенно верны, как и другие вычисления, приведенные в этой книжке. Это мною проверено много раз раньше и теперь, когда переписывалось это дополнение.

Для облегчения желающих сделать проверку, привожу тут численное значение некоторых величин.

$$\text{Пр}_{11} = 67.10^{-9}; \qquad \text{С} = 313.10^{-7};$$

$$\sqrt{\frac{3\pi}{\text{Пр}_{11}\,.\,\text{Плс}}} = 10120; \qquad \text{М} = 16293; \qquad \text{Д} = 130.10^{6};$$

$$\sqrt{\frac{\text{Пр}_{11}\,.\,\text{Плс}}{3\pi}} = 0{,}99.10^{-4}.$$

До сравнения радиальных скоростей планет (от двух причин), мы не принимали в расчет изменения массы и радиуса Солнца, но в этом и не было особенной необходимости. Действительно, из 11 строки таблицы (**Об. С. С.**) видим, что изменение радиуса Солнца до сравнения скоростей не превышает 9%. Значит, ошибка при вычислении времени, когда принимается в расчет одно приливное действие, совершенно ничтожна в сравнении с возможностью других ошибок.

После же сравнения скоростей принимается во внимание при составлении расчетов только изменение массы Солнца, так как сравнительное приливное торможение близится к нулю.

Из напечатанного конспекта (**Образ. Солн. Системы**) видно, что на одно рождение планет надобно около 30.10^{12} лет. Но ведь надо еще время на сгущение газообразной массы до состояния гигантского Солнца, надо время на разложение и взрыв остывшего светила. Выходит, что полный цикл Солнца гораздо более 30 биллионов лет. Этому не противоречит медленность разложения тяжелых атомов. Действительно, первое разложение тория совершается в 18 миллиардов лет.

Сколько же требуется времени для разложения „нерадиоактивных" элементов! Но эти неизвестные и, конечно, громадные времена разложения обусловливают и соответствуют времени полного солнечного цикла.

Кроме того, если бы времена эти были во много раз меньше, то вычисленное мною замедление в годовом обращении планет было бы больше и могло бы быть замечено, чего нет. Не противоречит этому также время удаления спутников Юпитера и Сатурна приливным действием, которое определяется мною в сотни миллиардов лет.

Но, с другой стороны, если принять возникновение трех новых солнц в столетие и число светлых, темных и невидимых солнц нашего млечного пути в 3 миллиарда, то найдем, что весь Млечный Путь обновляется в 100 миллиардов лет. Такова будет и продолжительность солнечного периода. Это будет, по крайней мере, в 1000 раз меньше, чем мы определили. Отсюда видно, что появление новых солнц не есть в действительности конец периода, не есть последний взрыв, а простая вспышка, что-то вроде грандиозного извержения или землетрясения, борьба с отвердевающим, цепенеющим солнцем и радиоактивными внутри его силами. Такие вспышки должны повторяться на каждом солнце, в течение его полного периода, тысячу раз. Как можно ограничиться для солнечного цикла миллиардами лет, когда одно образование земной коры поглощает до тысячи миллионов лет!...

Цикл Млечного Пути отчасти определяется временем слияния всех его солнц. По моим расчетам, на это надо, примерно, 10^{25} лет. В этот промежуток солнца Млечного Пути должны почти все слиться. Оно неизбежно. На то надо только достаточно времени.

Мы видели, что на образование планет надо $30 . 10^{12}$ лет. Если примем полный цикл Солнца в тысячу биллионов лет (10^{15}), то и тогда он окажется в 10^{10} раз долже цикла Млечного Пути. Это значит, что каждое солнце повторит свою жизнь 10 миллиардов раз, прежде чем звезды Млечного Пути сольются в одну звезду (большое солнце).

Вероятное время слияния двух солнц, при средних условиях, составляет около $5 . 10^{21}$ лет. Это также больше принятого нами периода солнечной жизни в $5 . 10^{6}$, т.-е. солнце должно пять миллионов раз вспыхнуть и потухнуть, прежде чем оно столкнется с другим. Подразумевается столкновение на протяжении одного радиуса (радиус на радиус) Центральное столкновение требует бесконечного времени. Еще вопрос в том: сольются ли при радиальном или даже бо ее тесном столкновении солнца. Но разлетятся ли они после столкновения и не образуют ли вновь два солнца или несколько небесных тел. Но несомненно, что если не первое, то повторное, многократное столкновение положит предел существованию Млечного Пути в его теперешнем виде. Тогда его период окажется больше мною вычисленного.

. Теперь наблюдают гораздо большее число звездных вспышек, что только подтверждает нашу мысль о временных звездах, как о чем то многократно повторяющемся. Может быть этими бесчисленными вспышками и рассеивается постепенно умирающее Солнце, а не одним могучим взрывом. Даже наше светило подвержено 11-летнему периоду слабых вспышек. Потом его вспышки должны быть реже, но сильнее.

Еще пояснение. Потерю материи Солнцем я не понимаю буквально. Как озеро испаряется и высыхает, так и светило разлагается на простейшую материю, которая выделяется в окружающее пространство, производя свет. Ни там, ни сям нет потери массы. Я не думаю также, что частицы Солнца летят со скоростью света: они только колеблятся с такою скоростью.

Мой адрес: **Калуга. Жорес. 3.** **U. S. S. R. (Russie).**
Kaluga. Cielkowsky (latin)

К. Циолковский.

Калуга. Гублит № 1835. 1928 г. Тираж 2000 экз. Гостипография КГСНХ.