

Т Р У Д Ы
ЦЕНТРАЛЬНОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
ИНСТИТУТА ГЕОДЕЗИИ, АЭРОСЪЕМКИ
и КАРТОГРАФИИ

Выпуск 72

ИССЛЕДОВАНИЯ по ГЕОДЕЗИИ

Т Р У Д Ы

ЦЕНТРАЛЬНОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
ИНСТИТУТА ГЕОДЕЗИИ, АЭРОСЪЕМКИ и КАРТОГРАФИИ

Выпуск 72

ИССЛЕДОВАНИЯ по ГЕОДЕЗИИ

Земной эллипсоид Красовского и связанные с ним геодезические величины

I. Введение

С 1942 г. в геодезических и картографических работах Союза Советских Социалистических Республик в качестве референц-эллипсоида применяется земной эллипсоид Красовского. Его размеры определены по градусным измерениям СССР, США и Западной Европы и в настоящее время наиболее правильно характеризуют фигуру Земли.

В данной статье приводятся основные размеры земного эллипсоида Красовского и связанные с ними численные величины, которые встречаются или могут встретиться в геодезических вычислениях и формулах. Они предназначены для того, чтобы облегчить применение эллипсоида Красовского в научных и практических целях.

Численные величины и коэффициенты, которые даны ниже, могут быть использованы, прежде всего, для составления разного рода геодезических и картографических таблиц, а также при особо точных вычислениях, которые могут потребоваться в научно-исследовательской работе. Поэтому они даются здесь с очень большой точностью, которая значительно выше точности обычных геодезических вычислений, как это необходимо для составления точных таблиц.

Все вычисления, а также проверку формул выполнила кандидат технических наук С. Л. Хубларова, затратив на это большой и нелегкий труд.

II. Основные постоянные

Фигура Земли, принимаемой в геодезии за эллипсоид вращения, характеризуется размерами большой и малой полуосей a и b или величинами экваториального радиуса a и полярного сжатия α , которое определяется по формуле:

$$\alpha = \frac{a-b}{a}.$$

Численные значения экваториального радиуса и полярного сжатия фигуры Земли являются основными постоянными, по которым можно получить любые другие численные величины или коэффициенты, входящие в формулы математической геодезии и используемые при геодезических вычислениях.

Величину полярного сжатия Земли можно представить в виде десятичной дроби, но обычно ее дают в форме аликвотной дроби:

$$\alpha = \frac{1}{q},$$

знаменатель которой называется знаменателем сжатия.

Для земного эллипсоида Красовского основные постоянные величины имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} a &= 6\,378\,245 \text{ м;} \\ q &= 298,3; \\ \alpha &= 0,00335\,23298\,69259\,14. \end{aligned}$$

или в логарифмическом виде:

$$\begin{aligned} \lg a &= 6.80470\,11972\,68886; \\ \lg q &= 2.48465\,32533\,62063; \\ \lg \alpha &= 7.52534\,67466\,37937_{-10}. \end{aligned}$$

Пользуясь этими постоянными величинами, по формуле

$$b = a(1 - \alpha)$$

легко получим величину малой полуоси эллипсоида и ее логарифм:

$$\begin{aligned} b &= 6\,356\,863,01877\,305; \\ \lg b &= 6.80324\,28531\,11761. \end{aligned}$$

Далее получим радиус кривизны поверхности эллипсоида в точках его полюсов в численном и логарифмическом виде:

$$\begin{aligned} c = \frac{a^2}{b} &= 6\,399\,698,9017\,8271; \\ \lg c &= 6.80615\,95414\,26011. \end{aligned}$$

Важной постоянной величиной, служащей характеристикой земного эллипсоида, является эксцентриситет меридианного эллипса, а именно:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}.$$

Вычисляя численное значение и логарифм этой величины, получим:

$$\begin{aligned} e &= 0,08181\,33340\,169\,311; \\ \lg e &= 8.91282\,40911\,78007_{-10}. \end{aligned}$$

Но обычно в геодезических формулах и вычислениях встречается квадрат эксцентриситета меридианного эллипса

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2,$$

для которого имеем:

$$\begin{aligned} e^2 &= 0,00669\,34216\,2296\,594; \\ \lg e^2 &= 7.82564\,81823\,56013_{-10}. \end{aligned}$$

В ряде случаев выгоднее пользоваться вторым эксцентриситетом меридианного эллипса

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} = \frac{e^2}{1 - e^2},$$

который имеет следующее численное и логарифмическое значение:

$$e'^2 = 0,00673\ 85254\ 1468\ 349;$$
$$\lg e'^2 = 7.82856\ 48706\ 70263_{-10}.$$

В геодезических формулах встречается еще величина

$$\sqrt{1-e^2} = \frac{1}{\sqrt{1+e'^2}},$$

для которой получаем:

$$\sqrt{1-e^2} = 0,99664\ 76701\ 30741;$$
$$\lg \sqrt{1-e^2} = 9.99854\ 16558\ 42875_{-10}.$$

Далее введем вспомогательные величины:

$$n = \frac{a-b}{a+b} = \frac{1-\sqrt{1-e^2}}{1+\sqrt{1-e^2}};$$
$$m = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = \frac{e^2}{2-e^2}$$

и для них будем иметь:

$$n = 0,00167\ 89791\ 8065\ 816;$$
$$m = 0,00335\ 79488\ 9535\ 547;$$
$$\lg n = 7.22504\ 53109\ 19861_{-10};$$
$$\lg m = 7.52607\ 40823\ 21980_{-10}.$$

Кроме того, в геодезических формулах и вычислениях применяются еще следующие постоянные величины: ρ'' — радиан в секундах дуги, μ — модуль неперовых логарифмов и π — отношение длины окружности к ее диаметру, которые имеют следующие численные значения:

$$\rho'' = 206\ 264, 80624\ 70964;$$
$$\mu = 0, 43429\ 44819\ 03252;$$
$$\pi = 3, 14159\ 26535\ 89793$$

или в логарифмическом виде:

$$\lg \rho'' = 5.31442\ 51331\ 76459;$$
$$\lg \mu = 9.63778\ 43113\ 00537;$$
$$\lg \pi = 0.49714\ 98726\ 94134.$$

III. Геоцентрическая и приведенная широты

Геоцентрическая широта Φ связана с геодезической широтой B соотношением:

$$\operatorname{tg} \Phi = (1 - e^2) \operatorname{tg} B.$$

Для перехода от данной геодезической широты к соответствующей ей геоцентрической широте обычно вычисляется разность этих широт по формуле:

$$(B - \Phi)'' = m_1 \sin 2B - m_2 \sin 4B + m_3 \sin 6B - m_4 \sin 8B + \dots,$$

коэффициенты которой зависят от постоянных земного эллипсоида и имеют следующие выражения;

$$m_1 = m \rho'' ;$$

$$m_2 = \frac{1}{2} m^2 \rho'' ;$$

$$m_3 = \frac{1}{3} m^3 \rho'' ;$$

$$m_4 = \frac{1}{4} m^4 \rho'' .$$

Для этих коэффициентов имеем следующие числа:

$$m_1 = 692,626\ 678;$$

$$m_2 = 1,162\ 902;$$

$$m_3 = 0,002\ 603;$$

$$m_4 = 0,000\ 007$$

и их десятичные логарифмы:

$$\lg m_1 = 2.84049\ 9215 ;$$

$$\lg m_2 = 0.065\ 5433 ;$$

$$\lg m_3 = 7.4155_{-10} ;$$

$$\lg m_4 = 4.82_{-10} .$$

Связь между приведенной широтой u и геодезической широтой B выражается формулой:

$$\operatorname{tg} u = \sqrt{1 - e^2} \operatorname{tg} B .$$

Для вычисления разности этих широт имеем формулу:

$$(B - u)'' = n_1 \sin 2B - n_2 \sin 4B + n_3 \sin 6B - n_4 \sin 8B + \dots ,$$

коэффициенты которой имеют вид:

$$n_1 = n \rho'' ; \quad n_3 = \frac{1}{3} n^3 \rho'' ;$$

$$n_2 = \frac{1}{2} n^2 \rho'' ; \quad n_4 = \frac{1}{4} n^4 \rho'' .$$

Для этих коэффициентов имеем следующие числа:

$$n_1 = 346,314\ 315;$$

$$n_2 = 0,290\ 727;$$

$$n_3 = 0,000\ 325;$$

$$n_4 = 0,000\ 0004$$

или в логарифмическом виде

$$\lg n_1 = 2.539\ 470\ 444 ;$$

$$\lg n_2 = 9.463\ 486_{-10} ;$$

$$\lg n_3 = 6.512_{-10} ;$$

$$\lg n_4 = 3.61_{-10} .$$

IV. Главные функции геодезической широты

В геодезические величины и формулы входят некоторые функции геодезической широты и эксцентриситета меридианного эллипса.

Первая главная функция широты имеет вид:

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B},$$

так что после разложения ее в ряд получаем формулу:

$$W = 1 - e_1 \sin^2 B - e_2 \sin^4 B - e_3 \sin^6 B - e_4 \sin^8 B - e_5 \sin^{10} B - e_6 \sin^{12} B - \dots,$$

в которой:

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{2} e^2; & e_4 &= \frac{5}{128} e^8; \\ e_2 &= \frac{1}{8} e^4; & e_5 &= \frac{7}{256} e^{10}; \\ e_3 &= \frac{1}{16} e^6; & e_6 &= \frac{21}{1024} e^{12}. \end{aligned}$$

Для этих коэффициентов имеем следующие числа:

$$\begin{aligned} e_1 &= 0,00334\ 67108\ 1148\ 297; \\ e_2 &= 0,00000\ 56002\ 3662\ 785; \\ e_3 &= 0,00000\ 00187\ 4237\ 247; \\ e_4 &= 0,00000\ 00000\ 7840\ 663; \\ e_5 &= 0,00000\ 00000\ 0036\ 737; \\ e_6 &= 0,00000\ 00000\ 0000\ 184, \end{aligned}$$

так что

$$\begin{aligned} \lg e_1 &= 7.52461\ 81866\ 92032_{-10}; \\ \lg e_2 &= 4.74820\ 63777\ 20_{-10}; \\ \lg e_3 &= 2.27282\ 45644_{-10}; \\ \lg e_4 &= 9.89435\ 28_{-20}; \\ \lg e_5 &= 7.56510_{-20}; \\ \lg e_6 &= 5.265_{-20}. \end{aligned}$$

Если четные степени синуса широты заменить через косинусы соответствующих кратных дуг, то для первой главной функции широты получим формулу:

$$W = E_0 + E_1 \cos 2B - E_2 \cos 4B + E_3 \cos 6B - E_4 \cos 8B + E_5 \cos 10B - E_6 \cos 12B + \dots,$$

в которой приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} E_0 &= 1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3e^4}{64} - \frac{5e^6}{256} - \frac{175e^8}{16\ 384} - \frac{441e^{10}}{65\ 536} - \frac{4\ 851e^{12}}{1\ 048\ 576} - \dots; \\ E_1 &= + \frac{e^2}{4} + \frac{e^4}{16} + \frac{15e^6}{512} + \frac{35e^8}{2\ 048} + \frac{735e^{10}}{65\ 536} + \frac{2\ 079e^{12}}{262\ 144} + \dots; \\ E_2 &= + \frac{e^4}{64} + \frac{3e^6}{256} + \frac{35e^8}{4\ 096} + \frac{105e^{10}}{16\ 384} + \frac{10\ 395e^{12}}{2\ 097\ 152} + \dots; \\ E_3 &= + \frac{e^6}{512} + \frac{5e^8}{2\ 048} + \frac{315e^{10}}{131\ 072} + \frac{1\ 155e^{12}}{524\ 288} + \dots; \\ E_4 &= + \frac{5e^8}{16\ 384} + \frac{35e^{10}}{65\ 536} + \frac{693e^{12}}{1\ 048\ 576} + \dots; \\ E_5 &= + \frac{7e^{10}}{131\ 072} + \frac{63e^{12}}{524\ 288} + \dots; \\ E_6 &= + \frac{21e^{12}}{2\ 097\ 152} + \dots \end{aligned}$$

Для этих коэффициентов имеем следующие числа:

$$E_0 = 0,99832\ 45386\ 27001\ 54;$$

$$E_1 = 0,00167\ 61643\ 43996\ 79;$$

$$E_2 = 0,00000\ 07035\ 61011\ 32;$$

$$E_3 = 0,00000\ 00005\ 90632\ 04;$$

$$E_4 = 0,00000\ 00000\ 00619\ 79;$$

$$E_5 = 0,00000\ 00000\ 00000\ 73$$

и далее находим:

$$\lg E_0 = 9,99927\ 17461\ 19937\ 88_{-10};$$

$$\lg E_1 = 7,22431\ 65979\ 40926_{-10};$$

$$\lg E_2 = 3,84730\ 176450_{-10};$$

$$\lg E_3 = 0,77131\ 700_{-10};$$

$$\lg E_4 = 7,79224_{-20};$$

$$\lg E_5 = 4,86_{-20}.$$

Для первой главной функции широты в логарифмическом виде можно получить формулу:

$$\text{дон. } \lg W = \mu_1 \sin^2 B + \mu_2 \sin^4 B + \mu_3 \sin^6 B + \mu_4 \sin^8 B + \\ + \mu_5 \sin^{10} B + \mu_6 \sin^{12} B + \dots,$$

причем для ее коэффициентов

$$\mu_1 = \frac{\mu}{2} e^2; \quad \mu_4 = \frac{\mu}{8} e^8;$$

$$\mu_2 = \frac{\mu}{4} e^4; \quad \mu_5 = \frac{\mu}{10} e^{10};$$

$$\mu_3 = \frac{\mu}{6} e^6; \quad \mu_6 = \frac{\mu}{12} e^{12}$$

будем иметь следующие числа:

$$\mu_1 = 0,00145\ 34580\ 37953;$$

$$\mu_2 = 0,00000\ 48643\ 03730;$$

$$\mu_3 = 0,00000\ 00217\ 05891;$$

$$\mu_4 = 0,00000\ 00001\ 08965;$$

$$\mu_5 = 0,00000\ 00000\ 00583;$$

$$\mu_6 = 0,00000\ 00000\ 00003$$

или в логарифмическом виде получим:

$$\lg \mu_1 = 7,16240\ 24979\ 926_{-10};$$

$$\lg \mu_2 = 4,68702\ 06847_{-10};$$

$$\lg \mu_3 = 2,33657\ 761_{-10};$$

$$\lg \mu_4 = 0,03728\ 7_{-10};$$

$$\lg \mu_5 = 7,766_{-20};$$

$$\lg \mu_6 = 5,5_{-20}.$$

Заменив четные степени синуса широты косинусами соответствующих кратных дуг, получим формулу:

$$\text{дон. } \lg W = M_0 - M_1 \cos 2B + M_2 \cos 4B - M_3 \cos 6B + \\ + M_4 \cos 8B - M_5 \cos 10B + M_6 \cos 12B - \dots,$$

в которой принято:

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \frac{\mu}{4} \left(e^2 + \frac{3e^4}{8} + \frac{5e^6}{24} + \frac{35e^8}{256} + \frac{63e^{10}}{640} + \frac{231e^{12}}{3072} + \dots \right); \\
 M_1 &= \frac{\mu}{4} \left(e^2 + \frac{e^4}{2} + \frac{5e^6}{16} + \frac{7e^8}{32} + \frac{21e^{10}}{128} + \frac{99e^{12}}{768} + \dots \right); \\
 M_2 &= \frac{\mu}{32} \left(e^4 + e^6 + \frac{7e^8}{8} + \frac{3e^{10}}{4} + \frac{495e^{12}}{768} + \dots \right); \\
 M_3 &= \frac{\mu}{64} \left(\frac{e^6}{3} + \frac{e^8}{2} + \frac{9e^{10}}{16} + \frac{55e^{12}}{96} + \dots \right); \\
 M_4 &= \frac{\mu}{512} \left(\frac{e^8}{2} + e^{10} + \frac{33e^{12}}{24} + \dots \right); \\
 M_5 &= \frac{\mu}{5120} \left(e^{10} + \frac{5e^{12}}{2} + \dots \right); \\
 M_6 &= \frac{\mu}{24576} \left(e^{12} + \dots \right).
 \end{aligned}$$

Вычислив эти коэффициенты, получим:

$$\begin{aligned}
 M_0 &= 0,00072\ 85599\ 45905; \\
 M_1 &= 0,00072\ 91713\ 93390; \\
 M_2 &= 0,00000\ 06121\ 31794; \\
 M_3 &= 0,00000\ 00006\ 85171; \\
 M_4 &= 0,00000\ 00000\ 00863; \\
 M_5 &= 0,00000\ 00000\ 00001,
 \end{aligned}$$

так что будем иметь:

$$\begin{aligned}
 \lg M_0 &= 6.86246\ 52913\ 22_{-10}; \\
 \lg M_1 &= 6.86282\ 96222\ 20_{-10}; \\
 \lg M_2 &= 3.78684\ 4937_{-10}; \\
 \lg M_3 &= 0.835799_{-10}; \\
 \lg M_4 &= 7.936_{-20}; \\
 \lg M_5 &= 5.06_{-20}.
 \end{aligned}$$

Вторая главная функция широты определяется формулой:

$$V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B}.$$

После разложения в ряд эта функция примет вид:

$$V = 1 + e'_1 \cos^2 B - e'_2 \cos^4 B + e'_3 \cos^6 B - e'_4 \cos^8 B + e'_5 \cos^{10} B - e'_6 \cos^{12} B + \dots,$$

причем

$$\begin{aligned}
 e'_1 &= \frac{1}{2} e'^2; & e'_4 &= \frac{5}{128} e'^8; \\
 e'_2 &= \frac{1}{8} e'^4; & e'_5 &= \frac{7}{256} e'^{10}; \\
 e'_3 &= \frac{1}{16} e'^6; & e'_6 &= \frac{21}{1024} e'^{12}.
 \end{aligned}$$

Для этих коэффициентов получаем следующие числа:

$$\begin{aligned}
 e'_1 &= 0,00336\ 92627\ 07341\ 75; \\
 e'_2 &= 0,00000\ 56759\ 65595\ 54; \\
 e'_3 &= 0,00000\ 00191\ 23819\ 21; \\
 e'_4 &= 0,00000\ 00000\ 80541\ 46; \\
 e'_5 &= 0,00000\ 00000\ 00379\ 91; \\
 e'_6 &= 0,00000\ 00000\ 00001\ 92,
 \end{aligned}$$

или в логарифмическом виде будем иметь:

$$\begin{aligned} \lg e_1' &= 7.52753\ 48750\ 06282_{-10}; \\ \lg e_2' &= 4.75403\ 97543\ 49_{-10}; \\ \lg e_3' &= 2.28157\ 46294_{-10}; \\ \lg e_4' &= 9.90601\ 95_{-20}; \\ \lg e_5' &= 7.57968_{-20}; \\ \lg e_6' &= 5.283_{-20}. \end{aligned}$$

Заменив четные степени косинуса широты через косинусы соответственных кратных дуг, для второй главной функции широты получаем формулу:

$$V = E_0' + E_1' \cos 2B - E_2' \cos 4B + E_3' \cos 6B - \\ - E_4' \cos 8B + E_5' \cos 10B - E_6' \cos 12B + \dots,$$

в которой приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} E_0' &= 1 + \frac{e'^2}{4} - \frac{3e'^4}{64} + \frac{5e'^6}{256} - \frac{175e'^8}{16384} + \frac{441e'^{10}}{65\ 536} - \frac{4\ 851e'^{12}}{1\ 048\ 576} + \dots; \\ E_1' &= + \frac{e'^2}{4} - \frac{e'^4}{16} + \frac{15e'^6}{512} - \frac{35e'^8}{2048} + \frac{735e'^{10}}{65\ 536} - \frac{2\ 079e'^{12}}{262\ 144} + \dots; \\ E_2' &= + \frac{e'^4}{64} - \frac{3e'^6}{256} + \frac{35e'^8}{4\ 096} - \frac{105e'^{10}}{16\ 384} + \frac{10\ 395e'^{12}}{2\ 097\ 152} - \dots; \\ E_3' &= + \frac{e'^6}{512} - \frac{5e'^8}{2\ 048} + \frac{315e'^{10}}{131\ 072} - \frac{1\ 155e'^{12}}{524\ 288} + \dots; \\ E_4' &= + \frac{5e'^8}{16\ 384} - \frac{35e'^{10}}{65\ 536} + \frac{693e'^{12}}{1\ 048\ 576} - \dots; \\ E_5' &= + \frac{7e'^{10}}{131\ 072} - \frac{63e'^{12}}{524\ 288} + \dots; \\ E_6' &= + \frac{21e'^{12}}{2\ 097\ 152} - \dots \end{aligned}$$

Отсюда находим:

$$\begin{aligned} E_0' &= 1,00168\ 25088\ 20836\ 05; \\ E_1' &= 0,00168\ 18023\ 00081\ 55; \\ E_2' &= 0,00000\ 07059\ 27513\ 21; \\ E_3' &= 0,00000\ 00005\ 92618\ 69; \\ E_4' &= 0,00000\ 00000\ 00621\ 87; \\ E_5' &= 0,00000\ 00000\ 00000\ 73, \end{aligned}$$

и далее получаем:

$$\begin{aligned} \lg E_0' &= 0.00073\ 00902\ 77062\ 809; \\ \lg E_1' &= 7.22577\ 49420\ 98051_{-10}; \\ \lg E_2' &= 3.84876\ 010866_{-10}; \\ \lg E_3' &= 0.77277\ 535_{-10}; \\ \lg E_4' &= 7.79370_{-20}; \\ \lg E_5' &= 4.86_{-20}. \end{aligned}$$

Вторая главная функция широты в логарифмическом виде определяется формулой:

$$\lg V = \mu_1' \cos^2 B - \mu_2' \cos^4 B + \mu_3' \cos^6 B - \mu_4' \cos^8 B + \mu_5' \cos^{10} B - \mu_6' \cos^{12} B + \dots,$$

для коэффициентов которой:

$$\begin{aligned}\mu_1' &= \frac{\mu}{2} e'^2; & \mu_4' &= \frac{\mu}{8} e'^8; \\ \mu_2' &= \frac{\mu}{4} e'^4; & \mu_5' &= \frac{\mu}{10} e'^{10}; \\ \mu_3' &= \frac{\mu}{6} e'^6; & \mu_6' &= \frac{\mu}{12} e'^{12};\end{aligned}$$

получаем:

$$\begin{aligned}\mu_1' &= 0,00146\ 32522\ 01881; \\ \mu_2' &= 0,00000\ 49300\ 81075; \\ \mu_3' &= 0,00000\ 00221\ 47651; \\ \mu_4' &= 0,00000\ 00001\ 11932; \\ \mu_5' &= 0,00000\ 00000\ 00603; \\ \mu_6' &= 0,00000\ 00000\ 00003,\end{aligned}$$

так что:

$$\begin{aligned}\lg \mu_1' &= 7.16531\ 91863\ 068_{-10}; \\ \lg \mu_2' &= 4.69285\ 40613_{-10}; \\ \lg \mu_3' &= 2.34532\ 767_{-10}; \\ \lg \mu_4' &= 0.04895\ 4_{-10}; \\ \lg \mu_5' &= 7.781_{-20}; \\ \lg \mu_6' &= 5.5_{-20}.\end{aligned}$$

Если четные степени косинуса широты опять-таки заменить через косинусы соответствующих кратных дуг, то для второй главной функции широты получим формулу:

$$\begin{aligned}\lg V &= M_0' + M_1' \cos 2B - M_2' \cos 4B + M_3' \cos 6B - M_4' \cos 8B + \\ &+ M_5' \cos 10B - M_6' \cos 12B + \dots,\end{aligned}$$

в которой коэффициенты

$$\begin{aligned}M_0' &= \frac{\mu}{4} \left(e'^2 - \frac{3e'^4}{8} + \frac{5e'^6}{24} - \frac{35e'^8}{256} + \frac{63e'^{10}}{640} - \frac{231e'^{12}}{3\ 072} + \dots \right); \\ M_1' &= \frac{\mu}{4} \left(e'^2 - \frac{e'^4}{2} + \frac{5e'^6}{16} - \frac{7e'^8}{32} + \frac{21e'^{10}}{128} - \frac{99e'^{12}}{768} + \dots \right); \\ M_2' &= + \frac{\mu}{32} \left(e'^4 - e'^6 + \frac{7e'^8}{8} - \frac{3e'^{10}}{4} + \frac{495e'^{12}}{768} - \dots \right); \\ M_3' &= + \frac{\mu}{64} \left(\frac{e'^6}{3} - \frac{e'^8}{2} + \frac{9e'^{10}}{16} - \frac{55e'^{12}}{96} + \dots \right); \\ M_4' &= + \frac{\mu}{512} \left(\frac{e'^8}{2} - e'^{10} + \frac{33e'^{12}}{24} - \dots \right); \\ M_5' &= + \frac{\mu}{5\ 120} \left(e'^{10} - \frac{5e'^{12}}{2} + \dots \right); \\ M_6' &= + \frac{\mu}{24\ 576} \left(e'^{12} - \dots \right)\end{aligned}$$

имеют следующие численные значения:

$$\begin{aligned} M_0' &= 0,00072\ 97842\ 11220; \\ M_1' &= 0,00072\ 91713\ 93390; \\ M_2' &= 0,00000\ 06121\ 31794; \\ M_3' &= 0,00000\ 00006\ 85171; \\ M_4' &= 0,00000\ 00000\ 00863; \\ M_5' &= 0,00000\ 00000\ 00001 \end{aligned}$$

или в логарифмическом виде:

$$\begin{aligned} \lg M_0' &= 6.86319\ 44632\ 29_{-10}; \\ \lg M_1' &= 6.86282\ 96222\ 20_{-10}; \\ \lg M_2' &= 3.78684\ 4937_{-10}; \\ \lg M_3' &= 0.83579\ 9_{-10}; \\ \lg M_4' &= 7.936_{-20}; \\ \lg M_5' &= 5.06_{-20}. \end{aligned}$$

V. Длина дуги меридиана

Для длины S дуги меридиана от экватора до параллели с широтой B имеем формулу:

$$S = \int_0^B M dB = a(1-e^2) \int_0^B \frac{dB}{(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}}.$$

Разложив подинтегральную функцию

$$\frac{1}{W^3} = (1 - e^2 \sin^2 B)^{-3/2}$$

в ряд и выразив четные степени синуса широты через косинусы соответствующих кратных дуг, после интегрирования найдем:

$$S = A_1 B^\circ - B_1 \sin 2B + C_1 \sin 4B - D_1 \sin 6B + E_1 \sin 8B - F_1 \sin 10B + \dots,$$

где приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_1 &= \left(1 + \frac{3e^2}{4} + \frac{45e^4}{64} + \frac{175e^6}{256} + \frac{11\ 025e^8}{16\ 384} + \frac{43\ 659e^{10}}{65\ 536} \right) a \frac{1-e^2}{\rho^\circ}; \\ B_1 &= \left(\frac{3e^2}{8} + \frac{15e^4}{32} + \frac{525e^6}{1\ 024} + \frac{2\ 205e^8}{4\ 096} + \frac{72\ 765e^{10}}{131\ 072} \right) a(1-e^2); \\ C_1 &= \left(\frac{15e^4}{256} + \frac{105e^6}{1\ 024} + \frac{2\ 205e^8}{16\ 384} + \frac{10\ 395e^{10}}{65\ 536} \right) a(1-e^2); \\ D_1 &= \left(\frac{35e^6}{3\ 072} + \frac{105e^8}{4\ 096} + \frac{10\ 395e^{10}}{262\ 144} \right) a(1-e^2); \\ E_1 &= \left(\frac{315e^8}{131\ 072} + \frac{3\ 465e^{10}}{524\ 288} \right) a(1-e^2); \\ F_1 &= \left(\frac{693e^{10}}{1\ 310\ 720} \right) a(1-e^2). \end{aligned}$$

Эти коэффициенты можно представить и в другом виде, а именно:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \left(1 - \frac{3e'^2}{4} + \frac{45e'^4}{64} - \frac{175e'^6}{256} + \frac{11\,025e'^8}{16\,384} - \frac{43\,659e'^{10}}{65\,536} \right) \frac{c}{\rho^0}; \\
 B_1 &= \left(+ \frac{3e'^2}{8} - \frac{15e'^4}{32} + \frac{525e'^6}{1\,024} - \frac{2\,205e'^8}{4\,096} + \frac{72\,765e'^{10}}{131\,072} \right) c; \\
 C_1 &= \left(+ \frac{15e'^4}{256} - \frac{105e'^6}{1\,024} + \frac{2\,205e'^8}{16\,384} - \frac{10\,395e'^{10}}{65\,536} \right) c; \\
 D_1 &= \left(+ \frac{35e'^6}{3072} - \frac{105e'^8}{4\,096} + \frac{10\,395e'^{10}}{262\,144} \right) c; \\
 E_1 &= \left(+ \frac{315e'^8}{13\,1072} - \frac{3\,465e'^{10}}{524\,288} \right) c; \\
 F_1 &= \left(+ \frac{693e'^{10}}{1\,310\,720} \right) c.
 \end{aligned}$$

Для них мы имеем следующие числа:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 111\,134,86108; \\
 B_1 &= 16\,036,48027; \\
 C_1 &= 16,82807; \\
 D_1 &= 0,02198; \\
 E_1 &= 0,00003,
 \end{aligned}$$

по которым находим:

$$\begin{aligned}
 \lg A_1 &= 5.04585\,03109\,8; \\
 \lg B_1 &= 4.20510\,90543; \\
 \lg C_1 &= 1.22603\,42; \\
 \lg D_1 &= 8.3419_{-10}; \\
 \lg E_1 &= 5.49_{-10}.
 \end{aligned}$$

Для определения длины Q четверти земного меридиана имеем формулу:

$$Q = a(1 - e^2) \left(1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \frac{175}{256} e^6 + \frac{11\,025}{16\,384} e^8 + \frac{43\,659}{65\,536} e^{10} \right) \frac{\pi}{2},$$

по которой для эллипсоида Красовского получаем:

$$Q = 10\,002\,137,498 \text{ м.}$$

VI. Площадь части и всей поверхности референц-эллипсоида

Площадь поверхности эллипсоида от экватора до параллели с широтой B определяется формулой:

$$Z = 2\pi b^3 \int_0^B \frac{\cos B dB}{(1 - e^2 \sin^2 B)^2}.$$

После разложения в ряд подинтегральной функции и интегрирования найдем:

$$Z = 2\pi b^2 (\sin B + \alpha_1 \sin^3 B + \alpha_2 \sin^5 B + \alpha_3 \sin^7 B + \alpha_4 \sin^9 B + \alpha_5 \sin^{11} B + \dots),$$

где:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{2}{3} e^2; & \alpha_4 &= \frac{5}{9} e^8; \\ \alpha_2 &= \frac{3}{5} e^4; & \alpha_5 &= \frac{6}{11} e^{10}, \\ \alpha_3 &= \frac{4}{7} e^6; \end{aligned}$$

или в численном виде:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0,00446\ 22810\ 8198; \\ \alpha_2 &= 0,00002\ 68811\ 3581; \\ \alpha_3 &= 0,00000\ 01713\ 5883; \\ \alpha_4 &= 0,00000\ 00011\ 1512; \\ \alpha_5 &= 0,00000\ 00000\ 0733, \end{aligned}$$

так что

$$\begin{aligned} \lg \alpha_1 &= 7.64955\ 69233\ 00_{-10}; \\ \lg \alpha_2 &= 5.42944\ 76151_{-10}; \\ \lg \alpha_3 &= 3.23390\ 650_{-10}; \\ \lg \alpha_4 &= 1.04732\ 0_{-10}; \\ \lg \alpha_5 &= 8.865_{-20}. \end{aligned}$$

Если нечетные степени синуса широты выразить через синусы кратных дуг, то получим формулу:

$$Z = 2\pi b^2 (A' \sin B - B' \sin 3B + C' \sin 5B - D' \sin 7B + E' \sin 9B - F' \sin 11B + \dots),$$

в которой имеем:

$$\begin{aligned} A' &= 1 + \frac{e^2}{2} + \frac{3e^4}{8} + \frac{5e^6}{16} + \frac{35e^8}{128} + \frac{63e^{10}}{256}; \\ B' &= \frac{e^2}{6} + \frac{3e^4}{16} + \frac{3e^6}{16} + \frac{35e^8}{192} + \frac{45e^{10}}{256}; \\ C' &= \frac{3e^4}{80} + \frac{e^6}{16} + \frac{5e^8}{64} + \frac{45e^{10}}{512}; \\ D' &= \frac{e^6}{112} + \frac{5e^8}{256} + \frac{15e^{10}}{512}; \\ E' &= \frac{5e^8}{2\ 304} + \frac{3e^{10}}{512}; \\ F' &= \frac{3e^{10}}{5\ 632}, \end{aligned}$$

или в численном виде получаем:

$$\begin{aligned} A' &= 1,00336\ 36057\ 8538; \\ B' &= 0,00112\ 40272\ 2081; \\ C' &= 0,00000\ 16989\ 7135; \\ D' &= 0,00000\ 00027\ 1708; \\ E' &= 0,00000\ 00000\ 0443; \\ F' &= 0,00000\ 00000\ 0001 \end{aligned}$$

и далее находим:

$$\begin{aligned} \lg A' &= 0.00145\ 83441\ 57116, \\ \lg B' &= 7.05077\ 68287\ 65_{-10}; \\ \lg C' &= 4.23018\ 6057_{-10}; \\ \lg D' &= 1.43410\ 2_{-10}; \\ \lg E' &= 8.647_{-20}; \\ \lg F' &= 6.0_{-20}. \end{aligned}$$

Площадь всей поверхности эллипсоида выражается формулой:

$$P = 4\pi b^2 \left(1 + \frac{2e^2}{3} + \frac{3e^4}{5} + \frac{4e^6}{7} + \frac{5e^8}{9} + \frac{6e^{10}}{11} + \dots \right).$$

Для эллипсоида Красовского имеем:

$$P = 510\ 083\ 059,347 \text{ км}^2.$$

VII. Радиус-вектор эллипсоида

Для радиуса-вектора эллипсоида имеем выражение:

$$r = a \sqrt{\frac{1 + e^2 (e^2 - 2) \sin^2 B}{1 - e^2 \sin^2 B}},$$

так что после разложения его в ряд получим формулу:

$$r = a + k_1 \sin^2 B + k_2 \sin^4 B + k_3 \sin^6 B + k_4 \sin^8 B + k_5 \sin^{10} B + \dots,$$

в которой принято:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{a}{2} (e^4 - e^2); \\ k_2 &= -\frac{a}{8} (e^8 - 6e^6 + 5e^4); \\ k_3 &= -\frac{a}{16} (7e^{10} - 19e^8 + 13e^6); \\ k_4 &= +\frac{a}{32} \left(63e^{10} - \frac{141e^8}{4} \right); \\ k_5 &= -\frac{399}{256} a e^{10}. \end{aligned}$$

Для этих коэффициентов имеем следующие численные значения:

$$\begin{aligned} k_1 &= -21\ 203,26278; \\ k_2 &= -177,16549; \\ k_3 &= -1,53890; \\ k_4 &= -0,01393; \\ k_5 &= -0,00013 \end{aligned}$$

или в логарифмической форме получаем:

$$\begin{aligned} \lg k_1 &= 4.32640\ 26957n; \\ \lg k_2 &= 2.24837\ 912n; \\ \lg k_3 &= 0.187210n; \\ \lg k_4 &= 8.1441n_{-10}; \\ \lg k_5 &= 6.12n_{-10}. \end{aligned}$$

Заменив в разложении для радиуса-вектора четные степени синуса широты через косинусы кратных дуг, найдем:

$$r = \beta_1 + \beta_2 \cos 2B + \beta_3 \cos 4B + \beta_4 \cos 6B + \beta_5 \cos 8B + \dots,$$

причем

$$\begin{aligned} \beta_1 &= a - \frac{ae^2}{4} + \frac{ae^4}{64} + \frac{7ae^6}{256} + \frac{377ae^8}{16384} + \frac{1183ae^{10}}{65536}; \\ \beta_2 &= +\frac{ae^2}{4} + \frac{ae^4}{16} + \frac{3ae^6}{512} - \frac{25ae^8}{2048} - \frac{1113ae^{10}}{65536}; \\ \beta_3 &= -\frac{5ae^4}{64} - \frac{15ae^6}{256} - \frac{139ae^8}{4096} - \frac{273ae^{10}}{16384}; \\ \beta_4 &= +\frac{13ae^6}{512} + \frac{65ae^8}{2048} + \frac{3619ae^{10}}{131072}; \\ \beta_5 &= -\frac{141ae^8}{16384} - \frac{987ae^{10}}{65536}, \end{aligned}$$

и отсюда получим:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= +6\,367\,576,44681; \\ \beta_2 &= +10\,690,94164; \\ \beta_3 &= -22,43731; \\ \beta_4 &= +0,04897; \\ \beta_5 &= -0,00011, \end{aligned}$$

так что

$$\begin{aligned} \lg \beta_1 &= 6.80397\,41676\,49; \\ \lg \beta_2 &= 4.02901\,59588; \\ \lg \beta_3 &= 1.35097\,08n; \\ \lg \beta_4 &= 8.6899_{-10}; \\ \lg \beta_5 &= 6.04n_{-10}. \end{aligned}$$

Средний радиус Земли, принимаемой за шар, полагается равным среднему арифметическому из трех полуосей эллипсоида, т. е.

$$r_0 = \frac{a + a + b}{3} = a \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right).$$

Радиус шара, поверхность которого равна поверхности эллипсоида, определяется по формуле:

$$\begin{aligned} r_1 &= b \sqrt{1 + \frac{2e^2}{3} + \frac{3e^4}{5} + \frac{4e^6}{7} + \frac{5e^8}{9} + \frac{6e^{10}}{11}} = \\ &= b \left(1 + \frac{e^2}{3} + \frac{11e^4}{45} + \frac{193e^6}{945} + \frac{2363e^8}{12600} + \frac{77771e^{10}}{415800}\right). \end{aligned}$$

Радиус шара, объем которого равен объему эллипсоида, выражается формулой:

$$r_2 = \sqrt[3]{a^2 b} = a \sqrt[6]{1 - e^2} = a \left(1 - \frac{e^2}{6} - \frac{5e^4}{72} - \frac{55e^6}{1296} - \frac{935e^8}{31104} - \dots\right).$$

Для эллипсоида Красовского имеем:

$$\begin{aligned} r_0 &= 6\,371\,117,673 \text{ м}; \\ r_1 &= 6\,371\,116,083 \text{ м}; \\ r_2 &= 6\,371\,109,694 \text{ м}. \end{aligned}$$

Кручение деревянных геодезических сигналов

Глава I

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ КРУЧЕНИЯ СИГНАЛОВ

Общие замечания

При выполнении геодезических наблюдений в триангуляции пользуются геодезическими сигналами или другими высокими постройками (башнями, колокольнями и пр.). Они используются или в качестве постаментов для установки на них геодезических инструментов, которыми измеряются углы, или в качестве целей, на которые производится визирование, или, наконец, для выполнения одновременно и той, и другой задачи.

Как показал опыт геодезических работ, все эти строения в той или иной мере подвержены влияниям окружающей их среды.

К числу факторов, оказывающих влияние на геодезические сигналы, в первую очередь следует отнести:

- 1) нагревание солнечными лучами,
- 2) давление ветра,
- 3) влажность воздуха.

Каждый из этих факторов действует по-своему. Под действием солнечных лучей создается неравномерное нагревание сигнала. В результате отдельные его части удлиняются, что вызывает особые явления, называемые кручением и гнутием.

У деревянных сигналов, как можно полагать, эти явления усиливаются под действием влажности. Действие ветра вызывает качание сигналов, приводящее к временным горизонтальным сдвигам их верхней части, на которую производится визирование трубой геодезического инструмента или на которой находится инструмент. В том и другом случае ветер создает неблагоприятные условия для выполнения геодезических наблюдений. Кроме того, вследствие действия ветра замечаются еще два явления: вибрация и вращение сигнала.

Конечно, величина влияния перечисленных выше метеорологических условий на сигнал и особенности в проявлении этих влияний зависят от его конструкции и от материала, из которого он построен.

Большинство геодезических наблюдений в триангуляции СССР выполняется на деревянных сигналах. Металлические сигналы стали достаточно широко применяться только в последнее время. Башни, колокольни, фабричные трубы и другие постройки из кирпича или камня используются сравнительно редко и то лишь в триангуляционных сетях низших классов. Поэтому понимание того, как ведут себя деревянные сигналы под влиянием различных метеорологических факторов, является очень важным условием для получения измерений надлежащей точности.

Основные требования к сигналу вообще, в том числе к деревянному, могут быть сформулированы следующим образом (Красовский и Данилов, 1938, стр. 151):

1. «Сигнал должен быть устойчивым, т. е. оказывать надлежащее сопротивление опрокидыванию его ветром предельной силы...».

2. «Сигнал должен обладать значительной жесткостью. Упругие деформации основных столбов, венцов и крестовин должны быть очень малыми, а также должно быть мало и кручение сигнала».

Между тем, деревянные сигналы подвержены довольно сильно выраженному кручению, достигающему в ряде случаев достаточно ощутительной величины. Каждому геодезисту ясно, что если при измерении угла инструмент находится на неравномерно вращающейся подставке, то, даже при медленном ее вращении, при любом способе наблюдений можно ожидать ошибки в результатах наблюдений за счет влияния этого вращения.

Ввиду большого значения неподвижности подставки для инструмента при выполнении геодезических измерений, геодезисты провели ряд исследований по изучению поведения различных сигналов под воздействием внешних условий. Работы по исследованию поведения деревянных сигналов (в особенности их кручения) были начаты примерно в середине XIX в. Из числа наиболее ранних работ известно исследование, выполненное в 1858—1859 гг. на четырех деревянных сигналах немецким геодезистом Пашеном (Paschen, 1865).

Вопрос о кручении деревянных сигналов был разработан наиболее полно русскими геодезистами. Еще В. Я. Струве уделял ему большое внимание (1861, т. I).

Начиная с 1914 г., русские геодезисты выполнили ряд серьезных исследований кручения деревянных сигналов. В России был разработан наиболее эффективный способ борьбы с вредным влиянием кручения, а именно: применение поверительной трубы в геодезических наблюдениях.

Из числа работ русских геодезистов, опубликованных в свое время и использованных в настоящей статье, необходимо особо указать следующие.

В 1914—1915 гг. военный геодезист Аузан провел исследование трех деревянных сигналов. (1924).

В 1930—1940 гг., в связи с дискуссией, проводившейся в журнале «Геодезист» по вопросу о целесообразности применения поверительной трубы при наблюдениях в триангуляциях, был выполнен ряд исследований поведения сигналов под воздействием внешних условий геодезистами Н. Соколовым, Е. Г. Ларченко, А. Розалиевым, В. В. Даниловым.

Наконец следует упомянуть работы, проведенные в ЦНИИГАиК по исследованию сигналов В. И. Фурсовым и М. Н. Соколовым.

Особенностью всех указанных работ, исключая работы ЦНИИГАиК, является неполная характеристика условий наблюдения, поэтому обработка собранных различными исследователями материалов представляет очень большие затруднения.

Направление кручения сигнала

Вследствие нагревания солнцем сигнала или его охлаждения в результате падения температуры, а также вследствие влияния влажности на дерево, из которого построен сигнал, происходит удлинение или укорочение отдельных элементов сигнала (венцов, раскосов и т. п.). Под

действием солнца создаются дополнительные напряжения в обращенных к нему частях сигнала и части столба, на котором прикрепляется столик для инструмента. В результате этого сигнал начинает закручиваться.

Некоторые немецкие геодезисты (Paschen, 1865; Jordan, 1878), исследовавшие это явление, указывают, что дневное вращение деревянного сигнала (столба) вокруг вертикальной оси, весьма заметное, начинается утром и продолжается до полудня или до вечера ежедневно в одном направлении, противоположном направлению движения солнца, а вечером и ночью — в обратном направлении.

Другие немецкие геодезисты, например Эггерт (Jordan — Eggert 1939, стр. 29), подтверждая факт кручения сигналов, утверждают, что дневное кручение, начиная с восхода солнца, направлено в правую сторону, т. е. по ходу солнца; а с появлением ночной влажности начинается слабое обратное вращение, не достигающее по величине дневного. При сильных атмосферных осадках происходит скачкообразное обратное вращение (в левую сторону), которое в течение нескольких часов упраздняет результаты прежнего кручения, происходившего постепенно в течение дней и даже недель.

Исследования, выполненные русскими геодезистами до 1917 г., подтверждая наличие кручения деревянных сигналов, характеризуют его следующим образом. Военный геодезист И. И. Померанцев (1926), указывая на характер явления, приводит данные наблюдений кручения сигналов Скурсаль и Шведали, принадлежавших к учебной триангуляции Военно-топографического училища в Витебской губернии. Эти сигналы вращались с 5 час. до 16 час. против хода часовой стрелки, а с 16 час. до 5 час. по ходу часовой стрелки.

Военный геодезист А. И. Аузан, на основании выполненного им исследования трех деревянных сигналов, сообщает (1924, стр. 49): «Обсерваторский и Чимкентский сигналы примерно с 6,5 часов утра, т. е. с того момента, когда солнце начинает их нагревать, получают кручение против солнца и сохраняют его, первый до 5, а второй до 3—4 часов дня; после этого сигналы начинают крутиться в обратном направлении, т. е. по солнцу, достигая своей первоначальной величины (положения — М. С.) около 6—7 часов на следующий день, чтобы потом на следующие сутки повторить то же самое.

Особо стоит Долинский сигнал, который принимает свое первоначальное положение лишь около 8—9 часов утра и с этого времени до 6—7 часов вечера крутится по солнцу, а после начинает кручение в обратном направлении. Трудно сказать, почему Долинский сигнал не подчиняется тому же закону кручения, как Обсерваторский и Чимкентский сигналы, тем более, что, как известно, и отдельные столбы с утра до 3—5 часов дня имеют кручение против солнца, а потом в обратном направлении».

М. Н. Соколов, исследуя разборный сигнал в поселке «Заветы Ильича» (1943), также обнаружил кручение, происходившее в течение всего дня наблюдений против хода часовой стрелки. Однако это кручение обладало той особенностью, что оно продолжалось в указанном направлении до 17—18 час., после чего появились признаки изменения направления кручения.

Не только сигналы, но и все сооружения из дерева (столбы, срубы, штативы и т. п.), применяемые в качестве подставок для геодезических инструментов, не свободны от явления кручений.

Так, по сообщению Струве (1861, т. I, стр. 30), исследовавшиеся им срубы деревьев крутились в направлении, «противоположном азимутальному движению солнца, начиная с утра до часа наибольшей температуры, а затем обратно до другого утра». В пункте Трунц кручение дерева, высотой 24 фута, достигало 60" (в максимуме) в течение 30 мин. Сокоб наблюдал кручение деревянного штатива, достигавшее 0",25—0",90 за время, равное 10 мин.

Обобщим изложенные выше данные в виде табл. 1.

Таблица 1

Фамилия автора	Направление кручения сигнала днем, по сообщению автора	Направление кручения, приведенное к ходу часовой стрелки
Пашен	В направлении, противоположном движению солнца, а следовательно, в направлении юго-востока и т. д.	Против хода часовой стрелки
Иордан	Кручение идет от запада через юг на восток	То же
Гигас	Кручение является вращением направо	По ходу часовой стрелки
Эггерт	Кручение представляет собою вращение в правую сторону	То же
Померанцев	С 5 час. до 16 час. сигналы вращаются против часовой стрелки	Против хода
Соколов Н.	Раскручивание знака Волот продолжалось с 16 час. 19 мин. до 4 час. 50 мин. против хода часовой стрелки	То же
"	Раскручивание знака Берка наблюдалось с 14 час. 15 мин. до 6 час. 30 мин. по ходу часовой стрелки	По ходу
Аузан	Сигналы Обсерваторский и Чимкентский утром получают кручение против солнца	Против хода
"	Сигнал Долинский с 8—9 час. до 18—19 час. крутится по солнцу	По ходу
Соколов М.	Кручение сигнала происходило в течение всего дня с 5 час. до 17—18 час. против хода часовой стрелки	Против хода

Как видно из таблицы, данные о направлении кручения деревянных сигналов довольно различны. Из них следует, что различные сигналы крутятся в разных направлениях: одни из них крутятся по ходу часовой стрелки, а другие — против ее хода. Это обстоятельство нельзя не учитывать и нельзя утверждать так категорически, как утверждают немецкие авторы, что кручение во всех случаях направлено в одну какую-либо сторону.

Подытоживая сказанное, можно сделать заключение, что кручение есть вращение, возникающее в результате неравномерных деформаций, которые появляются в отдельных частях сигнала вследствие воздействия на них внешних условий и, в первую очередь, вследствие неравномерного нагревания солнцем и влажности. Кручение может происходить или по ходу часовой стрелки или против ее хода. Различные сигналы имеют различно направленное кручение.

Кручение — явление периодическое, оно имеет два полупериода: дневной и ночной; кручение в дневное и ночное время имеет противоположное направление.

Глава II

ВЕЛИЧИНА КРУЧЕНИЯ СИГНАЛА

Величина угла кручения сигнала

Сигнал, как это было указано ранее, вследствие воздействия на него солнца и влажности в течение дня поворачивается на некоторый угол. По наблюдениям, величина угла дневного закручивания для различных сигналов различна. Последнее со всей очевидностью подтверждается данными табл. 2, где приведены величины углов кручения для 11 сигналов.

Таблица 2

№ по пор.	Наблюдатель	Место наблюдения	Дата наблюдения	Название сигнала	Угол кручения сигнала	Высота сигнала, м
1	2	3	4	5	6	7
1	Пашен	Германия	16.VI 1858 г.	Карбов	4',0	11,1
2	Гигас	"	1936 г.	Не указано	5,0	Не указана
3	Иордан-Байер	"	1878 г.	То же	До 15,0	7,7
4	Померанцев	Витебская губ.	Не указ.	Скурсаль	13,0	Не указана
5	"	То же	То же	Шведели	5,0	То же
6	Аузан	Район Ташкента	VII—IX 1915 г.	Обсерваторский	5,0	30,2
7	"	То же	VII—IX 1915 г.	Чимкентский	10,0	28,2
8	"	"	То же	Долинский	12,0	18,5
9	Соколов Н.	Не указано	Лето 1929 г.	Берка	Более 3'49" (3'49")	18,5
10	"	То же	То же	Волот	54" (1'5")	33,0
11	Соколов М.	"Заветы Ильича"	VI—VII 1943 г.	Без названия	1'45"	8,0

Примечание. В графе 6 таблицы в скобках приведены величины углов ночного кручения соответствующих сигналов.

Величины углов кручения, как это видно из таблицы, довольно существенно отличаются одна от другой. Величина угла кручения сигнала не остается постоянной в течение всего времени его существования, так как сигнал после завершения ночного периода кручения не занимает исходного положения предыдущего дня, а начинает дневное кручение от какого-то нового исходного положения (Jordan — Eggert, 1939, стр. 29), близкого тому, которое он занимал накануне.

Е. Г. Ларченко (1940) приводит графики кручения сигналов, из которых видно, что конец дневного периода кручения последующего дня

не совпадает по времени с концом дневного периода кручения предыдущего дня.

Н. Соколов, рассматривая период кручения сигнала Берка (1932,а), пишет: «Раскручивание знака Берка продолжалось с 14 час. до 6 час. 30 мин. по ходу часовой стрелки... Закручивание знака (начавшееся в 6 час. 30 мин.— М. С.) наблюдалось в 14 час. 15 мин. и по всей вероятности продолжалось, так как знак исходного положения не принял». В этом случае мы видим изменение и продолжительности периода кручения, и общей величины угла кручения сигнала. Следовательно, каждый сигнал имеет свою свойственную ему величину угла кручения, однако эта величина может изменяться в известных пределах, в зависимости от условий погоды и времени года.

Не исключена возможность некоторой зависимости величины углов кручения сигналов от географической широты их местонахождения. Ограниченность фактического материала не дает возможности ответить более определенно на этот вопрос, тем более что значительная разница в величине угла кручения отдельных сигналов, расположенных в одном и том же районе, весьма усложняет его решение. Следовательно, если каждый сигнал имеет свою величину угла кручения, то причины, ее определяющие, необходимо искать, во-первых, в индивидуальных особенностях устройства сигнала, в его конструкции, как-то: форма сигнала, его высота, материал, из которого он построен, качество постройки и пр., и, во-вторых, в особенностях места расположения сигнала.

Большое значение имеет форма сигнала. Это подтверждается данными ряда исследований. Так, например, в 1928—1929 гг. инженер Н. Соколов (1932,а, стр. 26) выполнил наблюдения кручения на нескольких сигналах. Им приведены следующие данные для средних углов суточного кручения за промежутки времени в 15 мин:

- 1) 4",2 для четырехгранного сигнала Вороново, высотой 15 м;
- 2) 1",8 для четырехгранного сигнала Болховец, высотой 33 м;
- 3) 3",4 (из двухсуточного исследования) для разборного сигнала (четырёхгранной формы) Дергачи, высотой 33 м;
- 4) 5",9 для шестигранного сигнала Стрелечье, высотой 36 м.

Все четыре сигнала были построены из соснового леса, заготовленного в зимний период года постройки; исследование суточного кручения сигналов было произведено спустя не более месяца после постройки: Вороново, Болховец и Дергачи — в августе, а Стрелечье — 4 сентября.

Анализируя полученные результаты наблюдений, Н. Соколов пришел к следующему выводу: «Наибольшим кручением обладают знаки шестигранной системы. Наименьшим — четырехгранные. Среднее положение между ними занимают разборные знаки».

Некоторые ученые считают трехгранные сигналы наиболее жесткими. Это находится в полном соответствии с положениями строительной механики, рассматривающей трехгранную форму конструкции, как неизменяемую.

Зависимость величины кручения от высоты сигнала

Вопрос о зависимости кручения сигнала от его высоты достаточно сложен. Довольно часто в литературе встречаются высказывания о том, что более высокие сигналы обладают большим по величине кручением, чем низкие сигналы.

Воспользуемся известной формулой строительной механики.

$$\varphi = \frac{ML}{GJ_k}, \quad (A)$$

где φ — угол закручивания, L — длина стержня, G — модуль упругости, J_k — момент инерции.

Тогда, подразумевая под L высоту сигнала, мы, казалось бы, получим подтверждение изложенной выше точки зрения. Однако при более внимательном подходе к этому вопросу обнаруживается необходимость в более обстоятельном его изучении, с использованием данных, полученных в результате специально выполненных наблюдений. В этих целях мы подобрали соответствующие материалы наблюдений (табл. 3).

Таблица 3

№ по пор.	Название сигнала	Высота сигнала до столика, м	Величина кручения за 10 минут времени	Дата наблюдения	Примечание
1	2	3	4	5	6
1	Берка	8,5	3",00	Не известна	
2	Сокольниково	9,3	0 ,40	13.VI—20.VI	Взято среднее из абсолютных значений пяти определений кручения
3	Горобец	9,3	2 ,29	7.VII	
4	Разборный в „Заветах Ильича“	8,0	2 ,29	Конец VII	
5	Карбов	11,0	3 ,07	16.VI	
6	Кёленберг	13,8	1, 80	6.VII	
7	Вороново	15,0	2 ,80	VIII	
8	Ощекулово	17,0	0 ,68	6.VII — 11.VII	Взято среднее из абсолютных значений шести определений кручения
9	Долинский	18,5	10,00	2—4.IX	
10	Чимкентский	28,2	9 ,20	29—30.VIII	
11	Обсерваторский	30,2	7 ,60	Конец VII	
12	Волот	33,0	0 ,90	Не известна	
13	Болховец	33,0	1 ,20	VIII	
14	Дергачи	33,0	2 ,28	VIII	
15	Горки	42,0	4 ,00	20—24.VIII	

В графе 4 табл. 3 (величина кручения) приведены данные, относящиеся к кручению сигнала в период, наиболее благоприятный для выполнения геодезических наблюдений, т. е. приблизительно в отрезок времени между 16—19 час.

В целях лучшей сопоставимости результатов в табл. 3 сведены данные наблюдений кручения, полученные приблизительно в одинаковых условиях как по времени года (что видно из графы 5) и по часам дня,

так и в отношении метеорологических условий. Наблюдения, по сообщению наблюдателей, проведены при ясной погоде и небольшом ветре. Конечно, в данном случае понятие «одинаковые условия» должно рассматривать с большими оговорками, так как даже в одном и том же месте нельзя, вероятно, найти двух дней с метеорологическими условиями, одинаковыми в строгом смысле этого слова. Это приходится иметь в виду при сопоставлении приведенных данных.

Сопоставляя данные табл. 3, невозможно сделать бесспорное заключение о наличии какой-либо определенно выраженной зависимости величины кручения сигнала от его высоты. Неопределенность и сложность решения этого вопроса видны хотя бы из того факта, что кручение одного и того же сигнала в разные дни довольно различно. Так, из табл. 7 (стр. 39) видно, что: а) кручение сигнала Горобец (высотой 9,3 м) 7 июля составляет — 3",8 за 10 мин. времени, а 9 июля, приблизительно в то же время суток, всего — 1",4; б) кручение сигнала Сокольниково составило за те же 10 мин. 13 июня +1",4, а 15 июня — 0",47.

В целях установления более точной зависимости между высотой сигнала и величиной его кручения мы исследовали этот вопрос, применив метод математической статистики. Для этого были использованы данные наблюдений кручения 17 сигналов, выполненных в возможно близких метеорологических условиях. Коэффициенты корреляции вычислялись дважды: один раз для всех 17 сигналов, а второй раз для 14 сигналов, с изъятием трех сигналов, наблюдавшихся Аузаном. Последнее было сделано в целях получения более объективного вывода, так как величина кручения этих трех сигналов резко отличается от величины кручения других сигналов, что могло быть следствием большого различия в метеорологических условиях района их расположения.

При вычислении коэффициентов корреляций были взяты средние величины кручения сигналов в течение 10 мин., относящиеся по времени к периоду наблюдений, а дневное кручение всех сигналов рассматривалось как направленное положительно, т. е. по ходу часовой стрелки. Последний допуск был сделан, исходя из тех соображений, что обратно направленное кручение обуславливается не высотой сигнала, а иными причинами.

Обработка материалов выполнена в общепринятом для этого случая порядке и приведена нами в работе «Кручение геодезических сигналов» (1945, стр. 26—27).

При вычислении коэффициента корреляции были использованы общеизвестные формулы (Уитекер и Робинсон, 1933):

$$\sigma_x^2 = \frac{\Sigma(x-a)^2}{n} = \frac{\Sigma(\delta x)^2}{n};$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\Sigma(y-b)^2}{n} = \frac{\Sigma(\delta y)^2}{n};$$

$$r = \frac{\Sigma(x-a)(y-b)}{n\sigma_x\sigma_y} = \frac{\Sigma\delta x\delta y}{n\sigma_x\sigma_y};$$

$$\delta x = x - a;$$

$$\delta y = y - b;$$

$$a = \frac{\Sigma x}{n};$$

$$b = \frac{\Sigma y}{n}.$$

В этих формулах приняты следующие обозначения: x — высота исследуемых сигналов; y — величина кручения в секундах дуги в промежутке времени, равный 10 мин. времени; n — число испытаний; r — коэффициент корреляции.

В результате обработки материалов наблюдений кручения были получены следующие значения коэффициентов корреляции: для первой группы, состоящей из 17 сигналов, $r_1 = +0,205$ и для второй, состоящей из 14 сигналов, $r_2 = +0,080$. Величины вычисленных коэффициентов корреляции показывают, что зависимость величины кручения сигнала от его высоты незначительна. Сопоставляя величины кручения сигналов, расположенных в районах, обладающих практически очень близкими внешними условиями, по отдельным небольшим группам в два — три сигнала (см. табл. 3), приходим к тому же выводу.

Возьмем, например, группу из трех сигналов, наблюдавшихся Аузаном. Мы увидим, что более высокие сигналы обладали меньшей величиной кручения. Так, сигнал Долинский, высотой 18,5 м, закручивался за 10 мин. времени на 10", сигнал Чимкентский, высотой 28,2 м, закручивался за тот же промежуток времени на 9",2, а сигнал Обсерваторский, высотой 30,2 м — на 7",6.

Для сигналов немецкой системы, надо полагать, между высотой сигнала и величиной кручения имеет место более сильно выраженная зависимость. Пашен (Paschen, 1865, стр. 26), рассматривая явление кручения, подчеркивает, что оно проявляется особенно тогда, когда столб имеет большую высоту. Последнее может быть объяснено на основании приведенной выше формулы (А). Кручение высоких сигналов конструкции, принятой в СССР, ослабляется наличием большого числа целесообразно расположенных связей.

Приведенные выше соображения подтверждаются наблюдениями Н. Соколова, который пишет: «Особенно большое кручение свойственно знакам, основные столбы которых не составные (из целых бревен)» (1932,а, стр. 26).

Таким образом, можно сделать вывод, что между высотой сигнала конструкции, принятой в СССР, и величиной его кручения нет определенно выраженной зависимости. Высокие сигналы, казалось бы, должны обладать большим кручением, чем низкие сигналы; это, однако, не подтверждается с надлежащей достоверностью материалами наблюдений. Наоборот, низкие сигналы, имеющие основные столбы (ноги) не составные, а из целых бревен, обладают более сильно выраженным кручением, чем более высокие сигналы с составными ногами.

Сигналы, построенные по типу немецких, т. е. имеющие большой по длине центральный столб, на который ставится инструмент, имеют прямую зависимость величины кручения от длины столба: сигналы с большим столбом, т. е. в данном случае высокие сигналы, обладают большим по величине кручением; кручение столба имеет здесь существенное значение в общем кручении сигнала.

Центральные столбы русских геодезических сигналов, на которые крепятся столики для инструментов, сравнительно малы по длине, и поэтому их кручение не может играть существенной роли в общей величине кручения сигнала.

Зависимость величины кручения сигнала от качества постройки сигнала

Сигнал представляет довольно сложное сооружение, состоящее из большого числа деталей. Совместная работа этих деталей, как уже нами было указано, выражающаяся в удлинении или укорочении их под

действием температуры и влажности, создает явления кручения и гнущия. Очевидно, что абсолютного однообразия при постройке сигналов достигнуть невозможно, и это должно, естественно, наложить отпечаток на кручение и гнущие, создавая индивидуальные особенности хода этих явлений. Еще Аузан (1924) обратил свое внимание на это обстоятельство, указав, что «неоднообразное кручение различных сигналов нужно искать в качестве постройки и в скреплении сигналов различными планками».

Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Как известно, сигналы строятся из бревен различной степени сухости и различных пород леса, хотя в СССР для этих целей употребляются преимущественно сосновые бревна. Древесина различных пород дерева, имея довольно небольшие и близкие между собою температурные коэффициенты, по-разному реагируют на влагу. Древесина хвойных пород деревьев менее восприимчива к ней, чем древесина лиственных пород, поэтому увеличение длины и объема отрезков бревен хвойных пород меньше, чем лиственных. Следовательно, сигналы из хвойного дерева должны обладать меньшим кручением. Эти соображения подтверждаются исследованиями немецких геодезистов. Так Байер (Baeyer, 1864) указывал, что по сравнению с бревнами из других пород бревна из пихты, сосны и дуба имеют кручение, значительно меньшее. Бревна, очищенные от коры, по сообщению того же Байера, имеют большее кручение, чем бревна, не очищенные от коры, причем их кручение протекает в худшей форме, скачками, вследствие разрывов внешней поверхности дерева. Эти скачки наблюдаются и в том случае, когда непосредственное действие солнечных лучей устранено.

Приведенные выше соображения о возможности скачков в кручении сигнала подтверждаются как исследованиями, проведенными автором настоящей работы (графы 7 и 8 табл. 12, стр. 57), так и материалами наблюдений Пашена, приведенными в виде краткой выдержки в табл. 4.

Таблица 4

26 июля 1858 г.		3 июля 1859 г.		6 июля 1859 г.	
Истинное солнечное время	Угол кручения сигнала за 15 мин. времени	Истинное солнечное время	Угол кручения сигнала за 15 мин. времени	Истинное солнечное время	Угол кручения сигнала за 15 мин. времени
6 ч. 30 м.	+0",20	20 ч. 10 м.	-0",50	4 ч. 00	+4",25
35	0,00	15	+2,85	05	-1,30
40	+2,05	20	-0,85	10	+0,45
45	-1,75	25	-1,35	15	-0,30
50	+0,75	30	+5,80	20	+1,00
55		35	+0,95	25	-0,40
		40		35	+2,75
				45	+1,21
				55	

Даже в ночное время можно ожидать довольно ощутительных колебаний в величине кручения сигнала. Последнее можно видеть из табл. 10

(стр. 43), которая составлена на основании данных наблюдений кручения, сообщенных А. Розалиевым в статье «Кручение сигналов» (1934). В таблице особенно заслуживает внимания характер кручения сигнала в отрезок времени между 22 час. 42 мин. и 23 час. 47 мин.

В практике геодезических работ в СССР принято строить сигналы, как правило, из соснового, хорошо очищенного от коры леса. Но очистка бревен от коры, необходимая для замедления их гниения, придавая красивый вид постройке, не может не причинить некоторых неудобств наблюдателю, если не защитить внутреннюю пирамиду сигнала от действия непосредственного нагревания солнцем, хотя бы, например, теплоизолирующей краской. Если сигнал будет построен из свежесрубленных бревен, то высыхание материала приведет к деформации всего сооружения, что довольно убедительно показывают данные наблюдений В. Н. Иванова, приведенные в табл. 6 (стр. 38).

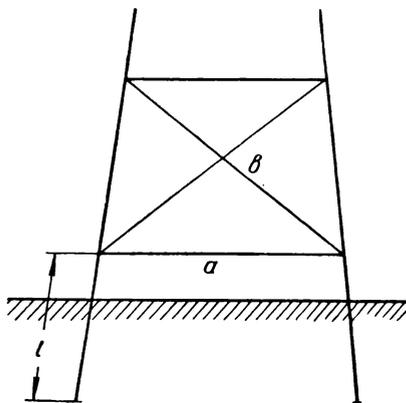
Целесообразное расположение связей сигнала — венцов a , раскосов b (фиг. 1) — способствует уменьшению кручения сигнала. В этом легко убедиться, рассмотрев приведенную выше формулу (А). Из этой формулы вытекает, что кручение (при прочих равных условиях) тем больше, чем длиннее стержень и чем меньше площадь его сечения. Следовательно, целесообразный подбор длины и сечения элементов сигнала и целесообразное размещение связей должны способствовать уменьшению кручения, а также вибрации от ветра.

Хорошо выполненная постройка сигнала дает известную гарантию в смысле повышения его жесткости.

От длины l — части ноги сигнала — и от размеров ее сечения зависит устойчивость сигнала и величина возможных горизонтальных сдвигов его под напором ветра (фиг. 1).

Горизонтальные сдвиги, кроме того, зависят от качества изготовления узлов.

Таким образом, для того чтобы получить сигнал, имеющий хорошую устойчивость и жесткость, необходимо обеспечить надлежащий подбор лесного материала и надлежащее качество выполнения строительных работ.



Фиг. 1

Глава III

ХОД КРУЧЕНИЯ СИГНАЛА

Постановка вопроса

Для того, чтобы изучить ход кручения сигнала в течение дня, необходимо разобрать следующие вопросы:

1. Когда начинается и когда кончается дневное и ночное кручение сигнала?

2. Возвращается ли сигнал к моменту начала дневного кручения следующего дня в исходное положение, предшествовавшее началу кручения предыдущего дня?

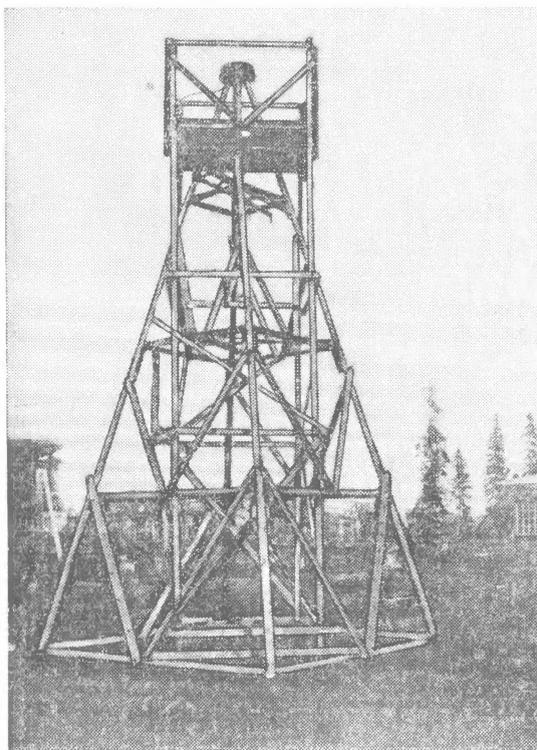
3. Происходил ли процесс кручения сигнала в течение дня строго в одном направлении?

4. Сколь плавно протекает кручение?
5. Можно ли считать процесс кручения протекающим равномерно?
6. Какие факторы определяют ход кручения и оказывают на него влияние?

Ответив на эти вопросы, мы получим все необходимые характеристики для определения кручения и сможем сделать из них практические выводы. С этой целью было проведено специальное исследование деревянного разборного сигнала; порядок и результаты этого исследования изложены ниже.

Исследование разборного сигнала

Сигнал (фиг. 2) был построен из еловых брусьев, сечением 7×7 см, и имел высоту 8 м от земли до столика. Внутренняя инструментальная



Фиг. 2

пирамида имела четыре подпоры (ноги), расположенные в основании по углам квадрата и сходящиеся в ее верхней части. В верхней части пирамиды эти четыре бруса ног пирамиды были связаны деревянным хомутом, а на них и на хомут была положена доска столика для инструмента. Каждая нога состояла из трех брусьев, жестко скрепленных между собою железными планками. Ноги были связаны между собою венцами и раскосами. Основания ног сигнала были поставлены на доски, уложенные на твердую породу, оказавшуюся в этом месте недалеко от поверхности земли. Для придания сигналу большей устойчивости, к ногам, в их нижней части, которая закапывается в землю, были прибиты планки-якоря. Как показали в последующем

испытания сигнала на устойчивость, инструментальная пирамида оказалась надлежаще устойчивой, и центр столика каждый раз возвращался практически на прежнее место, после того как прекращалось воздействие груза на пирамиду. Последнее наглядно подтверждается данными определения центрировок (табл. 5).

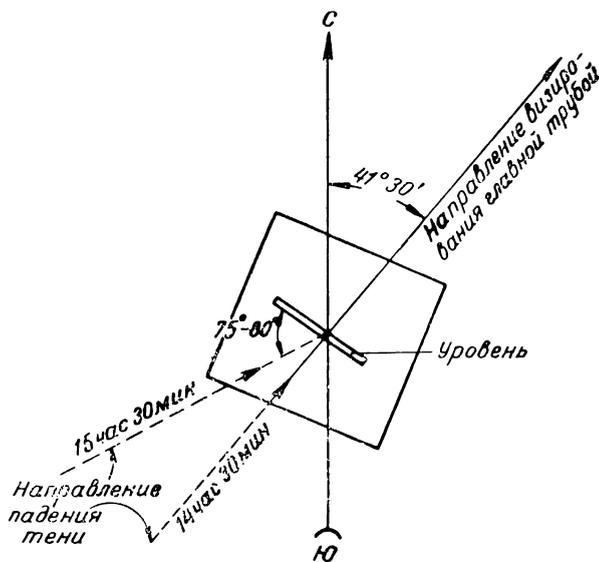
Таблица 5

Элементы центрировки	C , мм	θ	Число определений, из которых получены средние значения
Определенные до испытания инструментальной пирамиды	5,03	$3.7^{\circ}12'$	4
Определенные после испытания инструментальной пирамиды	5,05	338 28	3

К северу и северо-востоку от сигнала был расположен редкий лес. Опушка леса в наиболее близком месте находилась в 80—100 м от сигнала. С юга, запада и северо-запада простиралась открытая местность. Место вокруг сигнала поросло травой. На расстоянии, примерно равном 0,5 км от сигнала, протекал ручей по заболоченной долине.

Расположение сигнала относительно стран света и освещение его солнцем видно из схемы, приведенной на фиг. 3.

При исследовании кручения сигнала был использован 5" инструмент фирмы Гильдебранд № 70024 с поверительной трубой. Главная и поверительная трубы имели окулярные микрометры: первая — с ценой деления $1'',354$, а вторая — с ценой деления $1'',594$. Фиксация изменений, происходивших вследствие кручения сигнала, производилась только с помощью окулярных микрометров; горизонтальный круг для этих целей не использовался.



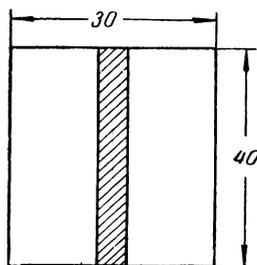
Фиг. 3

Наблюдения состояли, во-первых, из наблюдения кручения внутренней пирамиды сигнала и, во-вторых, из наблюдения ее гнущия под действием солнечных лучей.

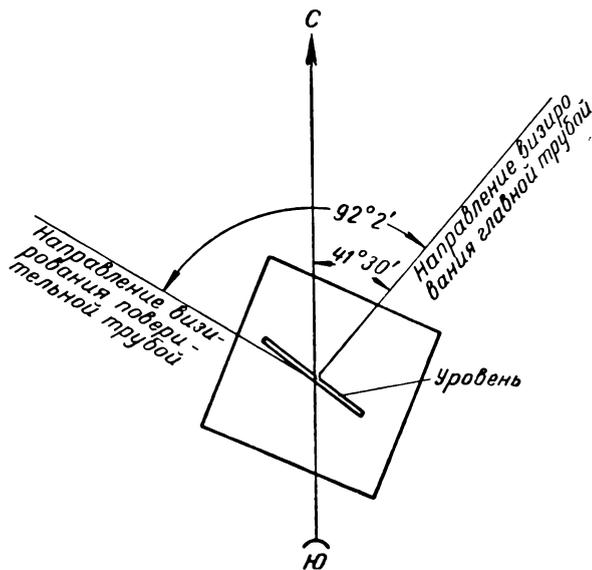
Ниже рассматриваются материалы наблюдений кручения сигнала; результаты же наблюдений за гнущем будут сообщены в главе VI.

При исследовании кручения в качестве целей для наведения поверительной и главной труб инструмента были использованы две марки

(фиг. 4), которые представляли собой фанерные доски, размером 30×40 см, покрытые белой краской, с красной полосой посередине доски. Красные полосы служили целями для наведения биссекторов нитей микрометров. Размеры по ширине полосы на марках были согласованы с расстоянием от сигнала до марки так, что в обоих случаях полосы занимали примерно одинаковую часть биссектора (около $\frac{1}{3}$).



Фиг. 4



Фиг. 5

Марки были поставлены следующим образом: одна была обращена лицевой стороной на юг и в течение всего дня освещалась солнцем, другая, наоборот, в течение всего дня находилась в тени. Сделано это было для того, чтобы обеспечить сохранение постоянства освещения и условий наблюдения марок. При установке марок было поставлено условие: угол марка № 1 — центр сигнала — марка № 2 должен быть близок к 90° . Оно вытекало из необходимости при наблюдениях контролировать изменения, возникающие вследствие шатаний пирамиды под действием ветра. Указанное требование было выдержано довольно удовлетворительно: угол оказался равным $92^\circ 2'$ (фиг. 5).

Лучи визирования в обоих случаях проходили над открытой, достаточно ровной местностью, на высоте не менее 3,0 м от поверхности земли в наиболее критических местах их пути. Поэтому можно было ожидать совершенно незначительного влияния рефракции на результаты измерений.

Процесс наблюдений был организован следующим образом. Трубы наводились на цели: поверительная труба на марку № 1, а главная труба на марку № 2. В начальный момент наблюдений фиксировалось начальное положение каждой трубы посредством отсчетов их микрометров. Для определения изменений, происшедших вследствие кручения внутренней пирамиды, через каждые 10—15 мин. выполнялись соответствующие наблюдения. Эти наблюдения состояли в следующем:

а) производилось трехкратное наведение биссекторами нитей сеток на марки; при каждом наведении брались отсчеты по барабанам микрометров; причем сначала делались наведения поверительной трубой, а потом — главной;

б) записывались: положение уровня, температура воздуха, показание анемометра, состояние неба и погоды. 23 июня, в целях более точного учета хода температуры, для ее измерения использовались два термометра: один из них находился в тени, а другой на солнце.

Ниже, в виде графиков (фиг. 6—10) приводятся данные наблюдений*. Как видно из графиков, общий ход кривых, полученных по данным наблюдений поверительной трубой, и, соответственно, главной трубой, довольно хорошо согласуется.

Заслуживает, пожалуй, особого внимания график наблюдений кручения, проведенных 23 июня 1943 г. С момента начала наблюдений до 10 час. утра мы видим достаточно плавный, почти линейный ход кручения. Внешние условия, соответствующие этому промежутку времени, можно характеризовать следующими данными: пасмурно с постепенным уменьшением облачности, слабый ветер со скоростью в пределах от 0 м до 2,0 м в секунду, температура плавно (тоже почти линейно) повышается с 11° до 20°C . Но как только небо открылось и усилился ветер, несмотря на то, что температура изменилась мало, кручение теряет свой плавный ход, что наглядно показывают кривые графика, изображающие наблюденный ход кручения сигнала.

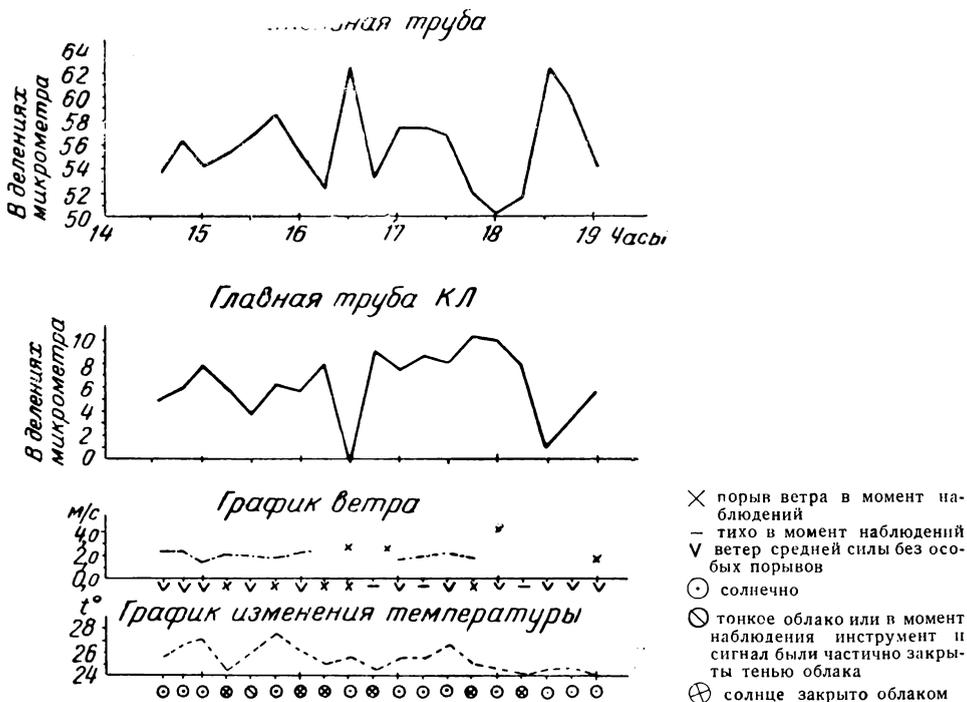
После того, как в 10 час. 30 мин. прошел дождь, сопровождавшийся к тому же падением температуры, по показаниям термометра «на солнце», с $22^{\circ},6$ до $16^{\circ},6$ С и, по показаниям термометра «в тени», с $21^{\circ},5$ до $15^{\circ},8$ С, началось обратное кручение сигнала, продолжавшееся с 11 час. 30 мин. до 13 час. 00 мин. После 13 час. 00 мин. восстановилось кручение сигнала в прямом направлении; оно продолжалось до 17 час. 30 мин., но только в более сильно выраженном виде. В течение этого времени была переменная облачность и почти одинаковая температура в пределах от 16° до 18°C . С 17 час. 30 мин. кручение практически прекратилось, наступил период стабилизации положения сигнала, продолжавшийся до конца наблюдений. Этому периоду соответствовали: почти полное отсутствие ветра (порывы ветра были в пределах 1,0 м/сек.), почти не изменяющаяся температура; небо покрывали легкие облака, сквозь которые иногда просвечивало солнце.

В графиках (фиг. 6 и 7), составленных по материалам наблюдения за кручением сигнала, выполненного 12 июня и 15 июня 1943 г., мы видим несколько иную, по сравнению с рассмотренной выше, общую картину хода кручения. В эти дни кручение происходило скачкообразно; при этом сигнал, имея слабо выраженный общий ход кручения, претерпевал сравнительно кратковременные, но достаточно сильные колебания направления хода кручения (то в прямом, то в обратном направлениях), величина скачка в одном случае достигла $13'',0$. Эти колебания нельзя объяснить ошибками наблюдений. Конечно, последние оказали известное влияние, но они были не столь велики, чтобы можно было ими объяснить такие значительные изменения кручения. Действительно, точность результатов наблюдений может быть характеризована следующими данными: для поверительной трубы средняя квадратическая ошибка наблюдения, взятого как среднее из трех наведений, равна $m_n = \pm 0'',50$, а для главной трубы — $m_r = \pm 0'',51$.

Из графиков видно, что в ряде случаев отнесенные к некоторому моменту времени величины кручения пирамиды, наблюденные с помощью

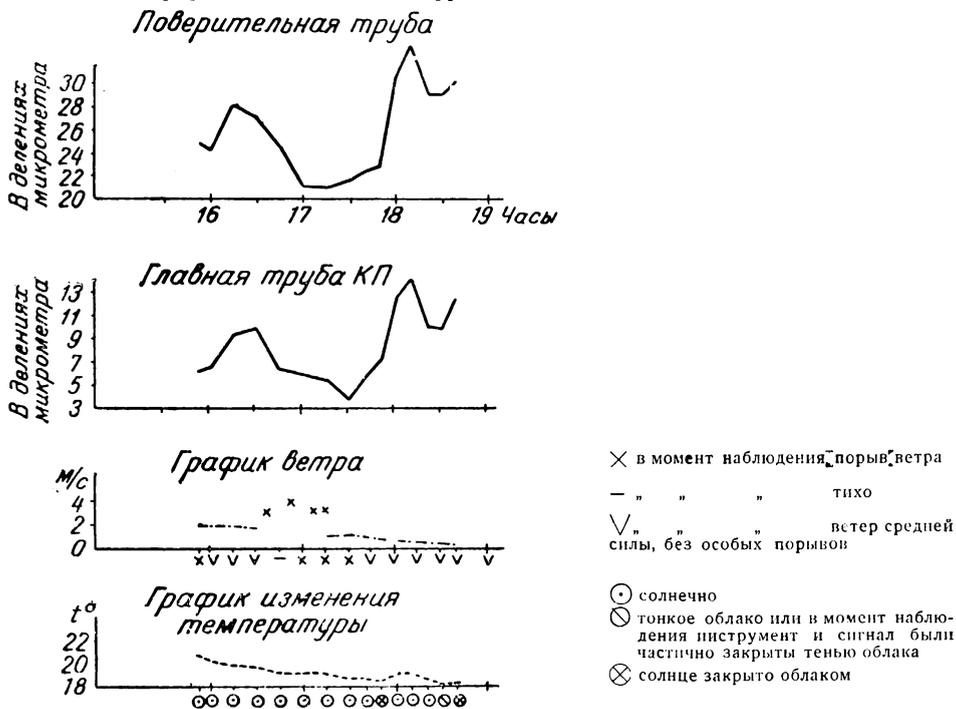
* Числовые данные наблюдений помещены в работе М. Н. Соколова «Кручение геодезических сигналов», Москва, 1945.

Графики наблюдения за кручением сигнала 12 июня 1943 г.



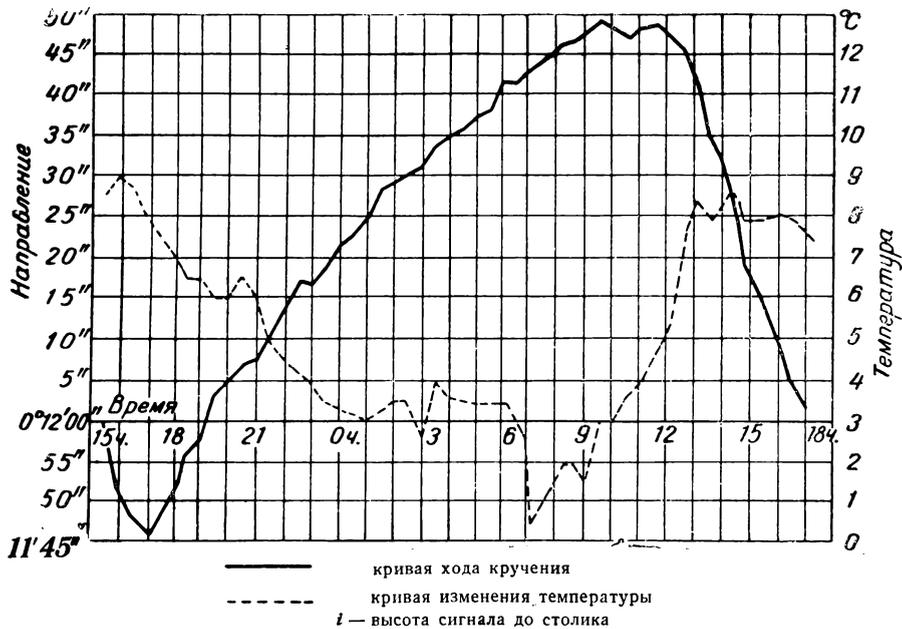
Фиг. 6

Графики наблюдения за кручением сигнала 15 июня 1943 г.



Фиг. 7

График кручения сигнала Горки ($i = 25$ м)



Фиг. 9

График кручения сигнала Кричев ($i = 10$ м)



Фиг. 10

поверительной трубы, довольно значительно (иногда на несколько секунд) отличаются от величин кручения, наблюдаемых с помощью главной трубы. Указанную разницу в результатах наблюдений можно объяснить двумя причинами: во-первых, изменениями, происходящими в самом инструменте (его кручение), и, во-вторых, неодновременностью отсчетов по трубам. Однако отмеченное обстоятельство не нарушает общей картины кручения пирамиды, что видно из графиков (фиг. 6, 7 и 8): изломы линий, изображающих ход кручения сигнала, наблюдаемый при помощи главной трубы, хорошо согласуются и соответствуют изломам линий, изображающих ход кручения, наблюдаемый при помощи поверительной трубы.

Таким образом, колебания в величинах кручения следует объяснить преимущественно поведением самого сигнала. Это подтверждается тем, что кривые графиков (фиг. 6 и 7) в обоих случаях, когда в их начертании наблюдаются значительные скачки, характеризуют собою результаты наблюдений, проведенных в дни, близкие между собою по условиям наблюдений.

Отмеченные наблюдениями (фиг. 6, 7 и 8) скачки в кручении сигнала (не только в прямом, но и в обратном направлении) могут быть объяснены действием непосредственного нагревания солнцем сигнала. Однако они не нарушают общей тенденции, скажем, дневного процесса кручения сигнала. В тот период, когда кручение начинает затихать, оно характеризуется на графиках кривой, которая не выявляет с достаточной определенностью направления кручения сигнала.

В заключение следует отметить, что в результате наблюдений выявилось наличие закономерной зависимости хода кручения сигнала от изменения температуры и влажности воздуха.

Начало и конец дневного и ночного кручения сигнала

Начало дневного кручения относят к утренним часам дня, конец же его — к вечерним. После этого начинается кручение сигнала в обратном направлении, продолжающееся в течение ночных часов до утра. Естественно, что в тех случаях, когда направление дневного кручения совпадает с движением часовой стрелки, ночное кручение происходит против хода часовой стрелки, и наоборот. Часы начала и конца периодов кручения разные наблюдатели дают по-разному. Исследовавший автором разборный сигнал в «Заветах Ильича» приобрел направление дневного кручения около 5 час. утра; кручение в этом направлении продолжалось до 17—18 час.

На основании сведений, приведенных в главе I, и результатов наших исследований, можно сделать следующие выводы о времени начала и конца дневного и ночного кручений сигнала. Дневное кручение сигнала начинается утром, когда сигнал нагреется солнечными лучами, а вместе с тем и обсохнет после ночной влаги, и продолжается, как правило, до вечера. С наступлением вечерней прохлады, а с нею и вечерней влажности в воздухе, в некоторый момент начинается обратное, ночное кручение.

Время начала и конца дневного или ночного кручения для каждого сигнала различно и зависит, по видимому, от окружающих условий. Особое значение в этом отношении может иметь затененность сигнала вообще и в разное время дня в частности, степень влажности окружающего воздуха, собственное положение сигнала, особенности его конструкции и пр. Например, если положить, что сигнал находится в таком месте, где утром значительная часть его закрывается тенью, а с запада

перед ним лежит открытая местность, то естественно ожидать, что процесс обратного кручения (ночного) будет более продолжителен и, следовательно, дневной период кручения начнется позднее. Вместе с тем следует ожидать более позднего окончания вечером дневного периода кручения и начала обратного ему вращения сигнала. В местности влажной период дневного кручения будет короче: он будет позднее начинаться и ранее кончаться, и более плавным и медленным будет процесс ночного кручения сигнала.

Нельзя согласиться с авторами, которые утверждают, что сигнал вследствие ночного кручения утром занимает свое прежнее положение, равно как нельзя полностью согласиться и с положениями Гигаса и Эггерта о том, что «при сильных атмосферных осадках происходит скачкообразное движение (в левую сторону), которое в течение нескольких часов упраздняет движение, происходившее постепенно днями и неделями». Данные наблюдений В. Н. Иванова, приведенные в табл. 6 (стр. 38), говорят, что сигнал не возвращается в свое прежнее положение. У него происходит некоторое постепенное накопление изменений относительно первоначального положения. Этот процесс, более энергичный у новых сигналов, особенно если они построены из сырого леса, постепенно замедляясь, почти исчезает. О ходе этого процесса даю известное представление изменения элементов центрировки. Данные табл. 6 показывают, что эти изменения достигают ощутительной величины, постепенно нарастая; так, у сигнала Екатериновский через 2,7 месяца расстояние S между центром триангуляционного пункта и центром столика изменилось на 91 мм, а Θ — угол между начальным направлением и направлением S — на 43° .

Ход кручения сигнала в течение суток

Для того, чтобы обеспечить правильную постановку геодезических наблюдений, недостаточно знаний только общей величины и направления кручения сигнала; необходимо также знать, как протекает собственно кручение. Особенно важно знать его течение в те часы, когда преимущественно производятся геодезические наблюдения. Знание хода кручения позволит установить более правильную методику этих наблюдений.

Материалы наблюдений показывают, что в течение суток ход кручения может быть изображен кривой, несколько напоминающей синусоиду. Наиболее полно такая кривая представлена на графике кручения сигнала Горки (фиг. 9). На графиках фиг. 6, 7, 8 и 10, приведенных на страницах 32, 33 и 34 даются кривые для других сигналов. Приведенные графики наглядно показывают своеобразие хода кручения сигналов. Кривая кручения каждого сигнала, имея в основном общий вид, сходный с кривыми кручения других сигналов, вместе с тем имеет и существенные отличия, определяемые особенностями сигнала и его расположения. Следует также отметить, что эта кривая ежедневно меняет свое начертание в зависимости от воздействия на сигнал внешних условий, сохраняя, однако, постоянными свои основные характерные черты.

Кручение, представляя собой вращательное движение верхней (надземной) части сигнала, должно, понятно, происходить вокруг какой-то линии, принятой за ось вращения или кручения сигнала. Когда рассматривается явление кручения сигнала, то предполагается, что кручение совершается вокруг вертикальной оси сигнала — оси симметрии. Процесс кручения нельзя рассматривать просто как вращение сигнала. Надо полагать, что под действием тех сил, которые вызывают это явление, происходит нарушение линейных соотношений сигнала, как

целой конструкции. Это, естественно, приводит к тому, что конструкция претерпевает некоторое, выражаясь обыденным языком, «коробление». Кручение является частичным выражением такого «коробления» сигнала.

С точки зрения уяснения хода кручения, представляют интерес материалы исследований, выполненных В. Н. Ивановым в 1936 г. по основному ряду триангуляции, проложенному вдоль реки Камы (1937, стр. 59—61). Им были определены по два — три раза в течение лета 1936 г. центрировки на одних и тех же сигналах (табл. 6). При рассмотрении материалов, помещенных в табл. 6, нами принято во внимание утверждение В. Н. Иванова, что сигналы были построены надлежаще устойчиво и не могли иметь неравномерной осадки, вследствие чего возможность неравномерной осадки сигналов в данном случае нами исключается. Приводимый пример интересен в том отношении, что отчетливо показывает процесс изменения положения верхней части сигнала в связи с высыханием дерева.

Данные таблицы позволяют сделать некоторые выводы относительно действия процесса кручения:

1) элементы центрировки C и Θ изменяются в одну сторону, в данном случае увеличиваются;

2) у новых сигналов эти изменения имеют определенно выраженную во всех случаях наблюдения тенденцию: увеличение угла идет по ходу часовой стрелки и сопровождается увеличением C , таким образом происходит в общем наклонение вершины знака к юго-востоку*;

3) указанное выше явление у старых сигналов не имеет определенно выраженного характера, и, следовательно, можно считать, что процесс кручения новых сигналов, построенных из сырого леса, происходит более интенсивно, чем старых;

4) этими данными подтверждается приведенное выше соображение, что в ночное время при обратном кручении сигнала величина дневного кручения полностью не компенсируется, вследствие чего сохраняется некоторый постепенно накапливающийся остаток, который в данном случае нашел себе выражение в изменении величин C и Θ .

Таким образом, общий процесс кручения сигнала представляет собой сложное явление, так как положение оси, вокруг которой происходит собственно кручение, постоянно изменяется. Нижний конец этой оси остается на месте, а конечная верхняя точка ее, непрерывно изменяя свое положение вследствие нагибания оси, гнущия сигнала, производит ежедневно движение по некоторой неправильного вида кривой, напоминающей спираль. Но, конечно, линейная величина смещений центра столика, вызываемых этой причиной, не столь велика. Если мы возьмем из приведенных в таблице данных наибольшее смещение центра столика от начального его положения, равное 91 мм, и предположим, что изменение C происходило пропорционально времени (что, конечно, весьма условно), то окажется, что средняя величина смещения центра столика за день будет равной 1,2 мм.

Следовательно, если положить, что кручение сигнала происходит вокруг некоторой оси, то нужно иметь в виду, что эта ось в каждый новый момент, допустим I_k , занимает положение, отличное от тех положений, какие она занимала во все $(k-1)$ моментов, предшествовавших взятому нами I_k моменту.

* В. Н. Иванов объясняет это явление следующим образом: «Солнце своими лучами сушит сигнал с востока, юга и запада. Части сигнала, обращенные в эти стороны, высыхают, становятся короче сырых частей сигнала, начинают тянуть сигнал в солнечную сторону» (1937, стр. 60).

Таблица 6

№ по пор.	Название сигнала	Высота сигнала до столика, м	В р е м я		θ	С, мм
			наблюдений	постройки		
1	2	3	4	5	6	7
Новые сигналы постройки 1936 г.						
1	Мартюгино	28,2	22. VII	20. VI	319°	16
	"	28,2	13. X	20. VI	362	86
	Изменения за 3,7 мес.				+43	+70
2	Заполье	23,2	24. VIII	30. VI	126	14
	"	23,2	5. X	30. VI	136	27
	Изменения за 1,3 мес.				+15	+13
3	Екатериновский	40,2	21. VIII	20. VII	20	11
	"	40,2	18. XI	20. VII	63	102
	Изменения за 2,7 мес.				+43	+91
Старые сигналы постройки 1931 г.						
1	Каракоскин	30,0	13. VII	—	229	50
	"	30,0	20. VII	—	177 (?)	58
	"	30,0	18. VIII	—	218	56
	"	30,0	10. X	—	225	59
	Изменения за 2,7 мес.				—	+9
2	Большой Лог	30,0	13. IX	—	170	42
	"	30,0	4. X	—	146	74
	"	30,0	23. X	—	146	66
	Изменения за 1,3 мес.				-24	+24

Величина кручения сигнала может меняться в известных пределах, хотя направление кручения для данного сигнала будет сохраняться; например, величина угла дневного закручивания сигнала Горки колебалась от 1',0 до 1',5 как весной, так и осенью (Ларченко, 1940, стр. 40). Под влиянием значительных изменений внешних условий (резкое похолодание, выпадение дождя и т. п.) кручение сигнала может замедляться и иногда даже менять свое направление. Из графика (фиг. 8 на стр. 33) видно, что дождь, сопровождавшийся падением температуры на 5°,7 С, на некоторый промежуток времени изменил направление кручения сигнала.

Приведенный пример не единичен. Обратимся к табл. 7. Сигнал Горобец, 17 июля, в промежуток времени с 20 час. 44 мин. до 21 час. 20 мин., при ясном небе, слабом ветре и температуре + 21° С

имел кручение — 25",3 в час. Тот же сигнал Горобец 27 июня (того же года), в промежуток времени с 20 час. 50 мин. до 22 час. 54 мин., при весьма пасмурной погоде, которой предшествовали два дождливых дня, и температуре +13°,6 С, имел кручение +0",5 в час. Сигнал Сокольниково 15 июля, в промежуток времени с 21 час. 10 мин. до 22 час. 35 мин., при ясном небе, слабом ветре и температуре +17°,2 С имел кручение—2",8 в час, а 19 июня, в промежуток с 21 час. 30 мин. до 0 час. 8 мин., при той же погоде, но более низкой температуре, равной +12°4 С, имел кручение +0",2 в час. В табл. 7 можно найти еще ряд подобных примеров.

Таблица 7*

Дата	Состояние погоды	Температура воздуха, °С	Время наблюдений		Величина кручения сигнала за 1 час
			начало	конец	
Сигнал Сокольниково. Высота сигнала до столика 9,3 м					
13.VI	Ясно, слабый ветер	11°,2	ч. м. 22 40	ч. м. 23 50	+8",4
15.VI	" " "	17,2	22 10	22 35	-2,8
19.VI	" " "	12,4	21 30	0 8	+0,2
20.VI	" " "	17,5	21 6	22 58	-0,3
19.VIII	Облачно, тихо	16,5	19 32	20 55	+0,9
Сигнал Горобец. Высота сигнала до столика 9,3 м					
7.VII	Ясно, ветер	17°,5	21 34	22 19	-22,7
7.VII	" "	17,2	22 06	0 00	-10,5
8.VII	" "	18,4	21 20	22 50	-18,6
9.VII	Пасмурно, ветер	20,0	22 00	23 00	-8,4
9.VII	" "	17,5	23 18	1 00	-8,1
14.VII	Ясно, тихо	21,4	21 44	23 00	-15,8
15.VII	Указаний о погоде нет		21 40	0 5	-21,6
16.VII	То же	20,4	21 08	21 45	-12,5
17.VII	Ясно, слабый ветер	21,0	20 44	21 20	-25,3
25.VII	Сильный дождь				
(В тексте автором указано, что 25 и 26.VII шли дожди)					
26.VII	Весьма пасмурно				
27.VII	" "	+13,6	20 50	22 54	+0,5
28.VII	Ясно, тихо	16,5	20 35	22 15	-8,4
Сигнал Ощекулово. Высота сигнала до столика 17,0 м					
6.VIII	Ясно, тихо	19°,0	20 8	20 35	-1,2
6.VIII	" "	16,1	20 45	21 55	-6,9
7.VIII	" "	21,5	18 44	20 12	-3,0
9.VIII	" "	21,6	20 24	22 4	-3,1
10.VIII	" "	22,5	20 15	22 38	-2,6
11.VIII	Облачно, тихо	17,5	21 58	22 18	-7,7

* Приведенные в таблице данные взяты из статьи А. Розалиева «Кручение сигналов» (Геодезист, 1934, № 11—12).

Теперь рассмотрим, как протекает кручение сигнала днем и ночью. На этот вопрос наиболее полно и определенно можно ответить путем сопоставления материалов наблюдений за положением сигнала, выполненных через короткие, порядка нескольких минут, промежутки времени. Наблюдения, выполненные через более длительные промежутки времени, исчисляемые десятками минут, не дают возможности составить достаточно полное представление о ходе кручения, так как они, естественно, покажут более сглаженный и плавный ход кручения сигнала.

Общую картину хода кручения в течение суток можно получить из рассмотрения приведенных ранее графиков кручения сигналов: график кручения сигнала Горки (фиг. 9) дает общую картину кручения сигнала в течение суток; график кручения сигнала Кричев (фиг. 10) дает представление о ходе кручения сигнала ночью; график кручения сигнала в «Заветах Ильича» (фиг. 8) дает более детальную картину хода кручения сигнала днем. Эти кривые кручения сигналов, представляющие собою достаточно волнистые линии, свидетельствуют о неплавном течении кручения. Неплавность кручения станет еще более ясной, если рассмотреть табл. 8, в которой наблюдения за положением сигнала даются через промежутки времени в 5 или 10 мин. Таблица 8 составлена мною по материалам наблюдений Пашена (Paschen, 1865).

Таблица 8

Наблюдения на сигнале Карбов

Истинное солнечное время	Величина угла круче- ния за 10 мин. времени	Истинное солнечное время	Величина угла круче- ния за 5 мин. времени	Величина угла кручения за 15 мин. времени
1	2	1	2	3
ч. м.		ч. м.		
18 30		4 00		
40	+1",65	5	+2",75	
50	+3 ,30	10	+0 ,85	
19 00	+2 ,65	15	+2 ,90	+6",50
10	+4 ,16	20	+0 ,60	
20	+2 ,85	25	+3 ,50	
30	+0 ,75	30	+4 ,75	+8 ,85
40	+2 ,70	35	+1 ,20	
50	+0 ,00	40	+3 ,06	
20 00	+2 ,05	45	+1 ,75	+6 ,01
10	+4 ,80	50	+1 ,30	
20	+1 ,80	55	+0 ,70	
30	+4 ,35	5 00	-0 ,90	+1 ,10
40	+5 ,20	5	+3 ,20	
50	+5 ,36	10	+1 ,45	
21 00	-0 ,10	15	-0 ,30	+4 ,35
		20	+1 ,90	
		25	+2 ,20	
		30	-1 ,70	+2 ,40
		35	+0 ,20	
		40	+2 ,45	
		45	-0 ,05	+2 ,60

Истинное солнечное время	Величина угла круче- ния за 10 мин. времени	Истинное солнечное время	Величина угла кручения за 5 мин. времени	Величина угла кручения за 15 мин. времени
1	2	1	2	3
		ч. м.		
		45		
		50	-0 ,90	
		55	+1 ,40	
		6 00	+0 ,15	+0 ,65
		5	+1 ,95	
		10	+0 ,10	
		15	+2 ,05	+4 ,10
		20	-1 ,40	
		25	-0 ,80	
		30	+2 ,30	+0 ,10
		35	+0 ,25	
		40	-0 ,55	
		45	-0 ,40	+0 ,20
		50	-0 ,90	
		55	-0 ,10	
		7 00	+0 ,10	-0 ,90
		5	0 ,00	
		10	-1 ,00	
		15	-0 ,65	-1 ,65
		20	-1 ,30	
		25	-0 ,50	
		30	-0 ,85	-2 ,65

В табл. 8 мы видим, что колебания в величине угла кручения сигнала, отнесенного к интервалу времени, равному 5 мин., довольно значительны и не могут быть игнорированы. Последнее ясно из табл. 9, где приведено распределение величины колебаний угла кручения, подсчитанное для 157 интервалов наблюдений, выполненных на трех сигналах.

Таблица 9

Величина угла кручения сигнала, за 5 мин. времени	Число наблюден- ных случаев для данного интервала из общего числа 157 наблюдений	% к об- щему числу наблюде- ний
0",0—0",5	39	24,9
0 ,5—1 ,0	28	17,8
1 ,0—1 ,5	28	17,8
1 ,5—2 ,0	29	18,4
Больше 2",0	33	21,1

Материалы наблюдений, выполненных мною на сигнале в «Заветах Ильича», приведенные в графиках фиг. 6—8 (стр. 32 и 33), рисуют картину хода кручения сигнала, достаточно близкую к той, которая дается в табл. 8.

Отсюда вытекает, что величина кручения сигнала в небольшие промежутки времени достаточно различна и кручение протекает не плавно, а небольшими скачками, то ускоряясь, то ослабевая, в зависимости от внешних условий и накопления под их воздействием напряжений в элементах сигнала. В середине дня, особенно в часы максимальной температуры, кручение протекает более сильно, чем в утренние и вечерние часы, при этом величина угла кручения, соответствующего одному и тому же интервалу времени, довольно сильно колеблется. Однако если во внешних условиях не возникает каких-либо дополнительных резких изменений, то общее направление кручения сигнала не изменяется, хотя величина угла кручения за определенный промежуток времени может довольно значительно изменяться. В тех случаях, когда внешние условия меняются очень существенно (резкое снижение температуры, выпадение дождя), может измениться не только величина угла кручения сигнала, но даже направление кручения. Приведенный на стр. 33 график (фиг. 8) дает наглядное представление о такого рода изменениях в кручении сигнала днем.

В вечерние часы дня процесс кручения приобретает несколько иной характер: величина угла кручения для принятых интервалов времени уменьшается по сравнению с величиной угла кручения сигнала в середине дня. Чем ближе к вечеру, тем все чаще меняется знак угла: наряду с положительными значениями углов кручения (считая дневное кручение положительным), начинают все чаще встречаться отрицательные их значения. Наконец, изменения (учитывая знаки) углов кручения приобретают характер случайных колебаний. Затем, чем далее, тем чаще встречаются отрицательные значения углов кручения. Последнее обстоятельство указывает на то, что начался обратный (ночной) период кручения сигнала.

Достаточно полное представление о ходе кручения деревянных сигналов в ночное время можно получить из следующих материалов:

- а) графики кручения сигналов Кричев и Горки (фиг. 9 и 10 на стр. 34),
- б) материалы наблюдений за кручением сигналов, приведенные в табл. 7 (стр. 39),
- в) то же для сигнала Толстикова (табл. 10).

К табл. 10 необходимо сделать следующие замечания:

1) в колонке 3 показаны величины угла кручения сигнала в секундах дуги, приведенные к пятиминутному интервалу. В данном случае было допущено, что в течение небольших промежутков времени, протекших между отсчетами по поверительной трубе, угол кручения изменяется пропорционально времени;

2) имея в виду, что А. Розалиевым точность наблюдений при помощи поверительной трубы характеризуется средней квадратической ошибкой $m = \pm 0'',20$, колебания приведенных величин угла кручения сигнала нельзя объяснить ошибками наблюдений.

Из всего сказанного становится очевидным, что кручение в ночное время различных сигналов, как и днем, протекает различно: приведенные выше в графиках кривые, изображающие ход кручения сигналов, своеобразны и очень сильно отличаются одна от другой.

Кручение одного и того же сигнала происходит в различные ночи различно, что с достаточной определенностью видно из материалов табл. 7. Для доказательства этого утверждения, рассмотрим несколько случаев наблюденного кручения сигнала, проходившего в близких по характеру метеорологических условиях и примерно в одни и те же часы ночи. Для большей убедительности возьмем наблюдения, выполненные на трех сигналах: Горки, Сокольниково и Ошекулово (см. таблицу 11).

Наблюдения, выполненные на сигнале Толстикова 1 июля*
(высота сигнала 21 м до столика)

Время наблюдений	Интервал наблюдений, в минутах времени	Величина угла кручения сигнала за 5 мин. времени	Метеорологические условия наблюдений	
			температура воздуха	погода
1	2	3	4	5
ч. м. 20 55			+14°,0	Слабая облачность, тихо
21 05	10	-0",15		
21 23	18	+0 ,66		
21 40	17	+0 ,48		
22 03	23	+0 ,62		
22 30	27	+1 ,08		
22 42	12	+1 ,00		
22 50	8	+0 ,94		
23 07	17	+2 ,08		
23 19	12	-1 ,63		
23 47	28	+1 ,18		

* Таблица взята из статьи А. Розалиева «Кручение сигналов» (Геодезист, 1934, № 11—12).

Таблица 11

Название сигнала	Дата наблюдения	Время наблюдения	Характеристика условий наблюдения	Величина угла кручения сигнала за 1 час времени
Сокольниково	13.VI	От 22 ч. 40 м. до 23 ч. 50 м.	Ясно, слабый ветер	+ 8",4
"	19.VI	От 21 ч. 30 м. до 0 ч. 8 м.	То же	+ 0 ,2
Ощекулоно	6.VIII	От 20 ч. 45 м. до 21 ч. 55 м.	Ясно, тихо	- 6 ,9
"	10.VIII	От 20 ч. 15 м. до 22 ч. 38 м.	То же	- 2 ,6
Горки	7.VII	От 22 ч. 06 м. до 0 ч. 0 м.	Ясно, ветер	-10 ,5
"	8.VII	От 21 ч. 20 м. до 22 ч. 50 м.	То же	-18 ,6

Хотя кручение сигнала в различные ночи протекает по-разному, однако, как правило, оно сохраняет одно направление в течение всей ночи. Кручение сигналов в ночное время протекает более плавно, чем днем, но все же достаточно неравномерно. Бывает, что процесс кручения сигнала в некоторые периоды ночи происходит более интенсивно, чем днем, в зависимости от местных условий. Эта особенность была замечена финскими геодезистами при проведении наблюдений на рядах восточно-финской триангуляции в 1926—1927 гг. Они установили, что кручение сигналов было меньше днем, когда они освещались солнцем, нежели ночью; однако ход его был равномерным. Наиболее интенсивное кручение, обнаруженное на пунктах Конту и Муставаара восточно-финской триангуляции, достигало величины $-0'',40 - +0'',45$ в минуту времени и длилось несколько часов.

На основании сказанного выше можно сделать следующие выводы.

Смена периодов кручения сигнала, т. е. переход от ночного кручения к дневному и наоборот, при обычных для лета средних широт метеорологических условиях происходит утром, примерно через час — два после восхода солнца и вечером через два — три часа после момента времени, соответствующего максимуму дневной температуры. Но, конечно, в практике можно встретиться с отклонениями от этого времени, вызываемыми особенностями метеорологических условий дня, конструкцией сигнала, местом его расположения и т. п. Необходимо иметь в виду, что каждый сигнал, в зависимости от местных условий (например, повышенная влажность), по-разному воспринимает внешние воздействия. Значительные и резкие изменения температуры и влажности нарушают процесс кручения и вызывают отклонения в его ходе. Особенности конструкции сигнала могут создавать предпосылки к усилению кручения или, наоборот, содействовать его ослаблению.

Направление ночного или дневного кручения сигнала сохраняется постоянно, т. е. нельзя ожидать, что сигнал, имеющий днем кручение, направленное против хода часовой стрелки, вдруг переменит это направление на обратное. Происходят только кратковременные изменения направления кручения сигнала под влиянием резких изменений метеорологических условий, причем постоянное направление немедленно восстанавливается, как только минет или ослабнет действие причин, вызывавших его изменение. Это положение одинаково правильно как для дневного, так и для ночного хода кручения сигнала.

Кручение сигнала происходит неравномерно, скачкообразно. Днем оно ускоряется в те часы, которым соответствует максимальная температура, а ночью — в часы наиболее резкого падения температуры и изменения относительной влажности воздуха. Как правило, скорость кручения колеблется днем сильнее, чем ночью, особенно, если сигнал подвергается непосредственному нагреванию солнечными лучами; но могут быть случаи, когда, наоборот, в некоторые периоды ночи кручение будет протекать более интенсивно.

В период дня, когда производятся измерения горизонтальных углов, т. е. после 16—17 час., в течение двух — трех часов ход кручения сигнала теряет определенность направления, давая то положительные, то отрицательные значения углов кручения, пока, наконец, ближе к вечеру не приобретает направления, соответствующего ночному ходу кручения сигнала.

ВЛИЯНИЕ КРУЧЕНИЯ СИГНАЛА НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УГЛОВ

Влияние изменения положения оси кручения сигнала на результаты угловых измерений

Положение оси, вокруг которой совершается кручение сигнала, не остается постоянным, но непрерывно изменяется. За достаточно длительный период времени, измеряемый месяцами, смещение центра столика может достигнуть значительной величины, особенно на вновь построенных сигналах; примеры таких изменений приведены в табл. 6 (стр. 38). Однако в течение суток смещение центра столика от исходного положения будет относительно невелико.

$\Delta\alpha$ — ошибка измерения угла, обусловленная перемещением оси кручения сигнала, может быть выражена формулой*:

$$\Delta\alpha'' = \frac{\Delta C \rho''}{\sqrt{2s}},$$

где ΔC — линейное смещение центра столика в течение промежутка времени t , протекшего между n и $n+k$ измерениями угла; s — расстояние между пунктами триангуляции.

Рассмотрим этот вопрос на конкретном примере. Воспользуемся данными табл. 6 (стр. 38), относящимися к Екатерининскому сигналу, имевшему максимальные изменения C . В этом случае за промежуток времени, в 2,7 месяца C изменилось на 91 мм.

Следовательно, считая, что изменение величины C происходило пропорционально времени, каждые сутки она увеличивалась на 1,2 мм. Если примем расстояние s до цели равным 10 км, t равным суткам, ΔC_t — суточное изменение C — равным 1 мм, то $\Delta\alpha''$ выразится величиной порядка $0'',01$ — $0'',02$. Но так как продолжительность периода угловых измерений в течение суток измеряется часами, то величина $\Delta\alpha$ окажется значительно менее $0'',02$, т. е. практически пренебрегаемой. Поэтому в дальнейшем указанная выше причина — изменение положения оси кручения сигнала — нами приниматься во внимание не будет.

Влияние кручения сигнала на результаты измерения углов по способу измерения углов во всех комбинациях

В первую очередь рассмотрим, как наиболее простой случай, влияние кручения сигнала на измерение углов по способу измерения углов во всех комбинациях без применения поверительной трубы. Пусть на

* Известна формула расчета ошибки центрирования (см. проф. А. С. Чеботарев. Полигометрия. 1930, стр. 42):

$$m_{\text{уг.}}^2 = \frac{e^2 \rho^2}{2 a^2 b^2} c^2,$$

где: e — смещение точки центрирования инструмента относительно действительной вершины угла; a , b и c — стороны треугольника.

Ошибка по приведенной формуле подсчитывается для угла, расположенного против стороны c треугольника. Имея это в виду и полагая $a=b=c=s$ и $e=\Delta$, будем иметь:

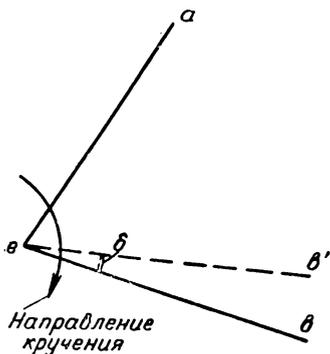
$$m_{\text{уг.}}^2 = \frac{\Delta^2 \rho^2}{2 s^2}.$$

некотором сигнале измерен угол $\alpha e b$ и пусть кручение этого сигнала в момент измерений происходит по ходу часовой стрелки (см. фиг. 11).

Введем следующие обозначения:

а) для случая измерения угла при положении инструмента «Круг право» (КП) обозначим: отсчет при наведении трубы на цель a через R'_a — при наличии влияния кручения сигнала и через R_a — при отсутствии этого влияния, через δ_{ar} — величину ошибки, входящей в отсчет вследствие кручения сигнала; при наведении на цель b будем, соответственно, иметь обозначения:

$$R'_b, R_b \text{ и } \delta_{br};$$



Фиг. 11

б) для случая измерения угла при положении инструмента «Круг лево» (КЛ) применим аналогичные обозначения:

$$L'_a; L_a, \delta_{al} \text{ и } L'_b, L_b \text{ и } \delta_{bl};$$

в) ошибку за кручение сигнала в измеренном значении угла обозначим для случая «а» через δ_r , для случая «б» — δ_l и для среднего значения угла — $\delta_{уг}$.

Таким образом, по условию можно написать:

$$\begin{aligned} L_a &= L'_a + \delta_{al}; \\ L_b &= L'_b + \delta_{bl}; \\ R_a &= R'_a + \delta_{ar}; \\ R_b &= R'_b + \delta_{br}. \end{aligned} \quad (1)$$

Очевидно, что величины δ_{al} , δ_{bl} , δ_{ar} , δ_{br} и т. д. равны углам кручения сигнала, образовавшимся за время, протекшее между последовательными наведениями трубой инструмента на первую и вторую цели.

Рассмотрим прежде измерение угла при положении КЛ и при наличии кручения сигнала, направленного по ходу часовой стрелки. В этом случае в соответствии с (1), а также принимая во внимание, что ошибка начального направления δ_{al} равна нулю, получим:

$$\angle aeb_l = L'_b - L'_a + \delta_{bl}. \quad (2)$$

Если во втором полуприеме измерения угла будут выполняться при положении КП и инструмент будет вращаться в направлении, противоположном кручению сигнала, т. е. против хода часовой стрелки, то, учитывая принятые нами обозначения, получим:

$$\angle aeb_r = R'_b - R'_a - \delta_{ar}. \quad (3)$$

Для угла, вычисленного из двух полуприемов, будем иметь:

$$\angle aeb = \frac{1}{2} (L'_b - L'_a + R'_b - R'_a) + \frac{1}{2} (\delta_{bl} - \delta_{ar}). \quad (4)$$

Из (4) видно, что ошибка в величине угла за кручение сигнала будет равна:

$$\delta_{уг} = \frac{1}{2} (\delta_{bl} - \delta_{ar}), \quad (5)$$

т. е. полуразности величин углов кручения, образовавшихся в промежуток времени между наведениями трубы на цели.

При кручении сигнала в направлении, обратном ходу часовой стрелки, рассуждение и сделанные выводы сохраняют свою силу; в этом случае следует только рассматривать ошибку $\delta_{уг.}$ как величину отрицательную.

Из (5) ясно, что если кручение протекает равномерно и наблюдения полуприемов во времени строго симметричны, то δ_{bl} будет равна δ_{ar} , а ошибка измеренного угла — нулю, но так как подобных условий при наблюдениях не встречается, поэтому наиболее благоприятным для наблюдения является время, когда кручение сигнала одинаково по знаку и мало по величине. Для пояснения последнего рассмотрим два примера, причем для простоты расчета допустим, что, во-первых, продолжительность полуприема равна 5 мин. времени и, во-вторых, наведения трубы на цели совпадают с показаниями времени, кратными 5 мин. Воспользуемся данными, приведенными в табл. 8 (стр. 40).

Пример 1. Пусть в первом полуприеме наведение на цель a выполнено в 18 час. 00 мин., а на цель b в 18 час. 05 мин.*; во втором полуприеме наведение на цель b сделано в 18 час. 05 мин., а на цель a в 18 час. 10 мин.

Тогда, согласно (5), получим:

$$\delta_{уг.} = \frac{1}{2} (1'',95 - 0'',10) = 0'',92.$$

Пример 2. Пусть наведения в первом полуприеме сделаны на цель a в 18 час. 20 мин., а на цель b в 18 час. 25 мин.; во втором полуприеме, соответственно, на цель b — в 18 час. 25 мин. и на цель a — в 18 час. 30 мин.

Тогда, согласно (5), получим:

$$\delta_{уг.} = \frac{1}{2} (-0'',80 - 2'',30) = -1'',55.$$

Ошибка в окончательных значениях углов, получаемых как арифметическое среднее из измеренных значений углов, может быть выражена формулой:

$$\delta_{ср.} = \frac{\delta'_{уг.} + \delta''_{уг.} + \dots + \delta_{уг.}^{(n)}}{n} = \frac{\sum_1^n \delta_{уг.}}{n}, \quad (6)$$

где n — число измерений угла.

Ошибки за кручение сигнала могут входить в угол с различными знаками, поэтому, принимая во внимание выражение (6), можно ожидать, что в среднем (уравненном на станции) значении угла они в известной мере компенсируются. Следовательно, в выведенном на станции значении угла ошибка за кручение сигнала не должна быть велика.

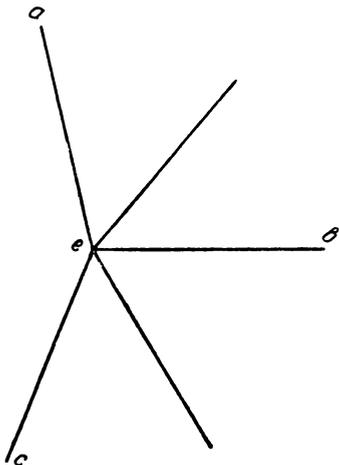
Однако не исключена возможность получения при измерениях угла одностороннего действия кручения сигнала. В этом случае нельзя ожидать в среднем значении угла существенного уменьшения ошибки за кручение сигнала; можно только сказать, что она будет равна среднему значению, образованному из $\delta_{уг.}$ — ошибок в углах за кручение**.

* Профессор В. В. Данилов в «Отчете по исследованию методов высокоточных наблюдений» (Труды ЦНИИГАиК, 1936, вып. 11, стр. 54) пишет: «Продолжительность приема колебалась от 6 до 21 мин., средняя продолжительность одного приема равна 9,8 мин».

** Примером такого одностороннего действия кручения на наблюдения могут служить измерения, приведенные в статье Н. Соколова «Отрицательная роль поверительной трубы при измерении углов по способу Шрейбера», Геодезист, 1932, № 2—3.

Влияние кручения сигнала на результаты измерения углов по способу круговых приемов

Рассмотрим далее, какое влияние оказывает кручение сигнала на результаты измерения направлений (углов) при применении способа круговых приемов. Пусть в приеме имеем n направлений (фиг. 12). Из взятых направлений определим ошибку для трех, отмеченных буквами a , b и c , полагая направление a в качестве начального. Пусть при наведении трубы на цели по горизонтальному кругу получены соответственно отсчеты*: при первом наведении на цель a — L_{an} и R_{an} , при наведении на цель b — L'_b и R'_b , при наведении на цель c — L'_c и R'_c , при наведении на цель a , в случае замыкания горизонта, — $L_{ak'}$ и $R_{ak'}$.



Фиг. 12

Обозначим величину угла кручения сигнала за промежуток времени, соответствующий отрезку времени, протекшему между начальным и последующим наблюдением, при КЛ через δ_{il} и при КП — через δ_{ir} , где i обозначает a , b , c и т. д. Тогда при измерении направлений при КЛ можем принять для отсчетов следующие величины угла кручения:

Отсчет	Величина угла кручения	}	(7)
L'_{an}	δ_{anl}		
L'_b	δ_{bl}		
L'_c	δ_{cl}		
L'_{ak}	δ_{akl}		

Ошибка направления, принятого за начальное, тогда будет равна: при КЛ:

$$\delta_{al} = (\delta_{anl} + \delta_{akl}) : 2 = \frac{\delta_{akl}}{2}, \quad (8)$$

так как

$$\delta_{anl} = 0;$$

при КП:

$$\delta_{ar} = (\delta_{anr} + \delta_{akr}) : 2 = \frac{\delta_{akr}}{2}, \quad (8)$$

так как

$$\delta_{anr} = 0.$$

Условимся, что кручение сигнала в рассматриваемом нами случае происходит по ходу часовой стрелки. Тогда, учитывая (7) и (8), можно написать для КЛ:

$$\delta_{(b)l} = \delta_{bl} - \delta_{al} \quad (9)$$

и

$$\delta_{(c)l} = \delta_{cl} - \delta_{al},$$

где: $\delta_{(b)l}$ — ошибка в $\angle aeb$, что соответствует по величине также ошибке в направлении на цель b ; $\delta_{(c)l}$ — ошибка в $\angle aec$, что соответствует по величине также ошибке в направлении на цель c .

* См. ранее принятые нами обозначения.

Для КП, учитывая вращение алидады инструмента против хода часовой стрелки, а также принимая во внимание установленные выше обозначения и направление кручения (по ходу часовой стрелки), получим:

$$\delta_{(b)r} = \delta_{br} - \delta_{ar} \quad (10)$$

и

$$\delta_{(c)r} = \delta_{cr} - \delta_{ar}, \quad (10')$$

где $\delta_{(b)r}$ — ошибка в $\angle aeb$, что соответствует по величине ошибке в направлении на цель b ; $\delta_{(c)r}$ — ошибка в $\angle aec$, что соответствует ошибке в направлении на цель c .

Для средних значений углов, образованных из результатов измерений КЛ и КП, ошибка будет, очевидно, равна полусумме ошибок $\delta_{(i)l}$ и $\delta_{(i)r}$, т. е.:

$$\delta_{\text{уг.}} = \frac{\delta_{(i)l} + \delta_{(i)r}}{2}, \quad (11)$$

или в развернутом виде для рассмотренных нами углов:

$$\delta_{\angle aeb} = \frac{1}{2} (\delta_{bl} + \delta_{br}) - \frac{1}{4} (\delta_{akl} + \delta_{akr}); \quad (12)$$

$$\delta_{\angle aec} = \frac{1}{2} (\delta_{cl} + \delta_{cr}) - \frac{1}{4} (\delta_{akl} + \delta_{akr}). \quad (13)$$

Из приведенных выше формул вытекает, что если считать ход кручения сигнала равномерным и измерения направлений в приеме выполненными симметрично, то $\delta_{\text{уг.}} = 0$. Но если кручение происходит неравномерно, то измеренные углы или направления будут всегда иметь остаточную ошибку, вызванную кручением. Чем больше неравномерность кручения сигнала, тем большую ошибку можно ожидать вследствие этого в значении угла. В случае равномерного кручения сигнала, но при несоблюдении строгой симметрии в выполнении измерений, в результате наблюдений тоже войдет ошибка за кручение сигнала.

Рассмотрим на примерах полученные нами выводы. Для этого воспользуемся данными наблюдений кручения, приведенными в табл. 8 (стр. 40); причем для облегчения расчетов сделаем следующие допущения:

- 1) продолжительность полуприема примем равной 15 мин.;
- 2) допустим, что при выполнении наблюдений в приеме соблюдена безупречная симметрия;
- 3) пусть наведение трубой на цели точно совпадают по времени с показаниями часов, кратными 5 мин., т. е. пусть в первом полуприеме наведение на цель a_n выполнено в момент j час. 0 мин., на цель b — в j час. 5 мин., на цель c — в j час. 10 мин. и на цель a (замыкание горизонта) в j час. 15 мин.; соответственно во втором полуприеме наведение на цель a_n выполнено в j час. 15 мин., на цель c — в j час. 20 мин., на цель b — в j час. 25 мин. и на цель — a_k в j час. 30 мин.

Пример 1. Допустим, что первое наведение в приеме на цель a произошло при КЛ в 17 час. В этом случае, применяя формулы (12) и (13), получим следующие значения ошибок за кручение сигнала: для направления на цель b :

$$\delta_{\text{уг.}} = \frac{1}{2} (3'', 20 + 4'', 10) - \frac{1}{4} (4'', 35 + 2'', 40) = 1'', 96;$$

для направления на цель c :

$$\delta_{уг.} = \frac{1}{2} (4'',65 + 1'',90) - \frac{1}{4} (4'',35 + 2'',40) = 1'',59.$$

Пример 2. Допустим, что первое наведение в приеме на пункт a произведено в 18 час., тогда (при учете всего изложенного) будем иметь следующие ошибки в результатах наблюдений:

для направления на цель b :

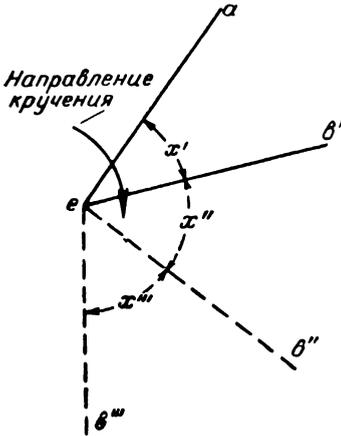
$$\delta_{уг.} = \frac{1}{2} (1'',95 - 2'',20) - \frac{1}{4} (4'',10 + 0'',10) = -1'',17;$$

для направления на пункт c :

$$\delta_{уг.} = \frac{1}{2} (2'',05 - 1'',40) - \frac{1}{4} (4'',10 + 0'',10) = -1'' 37..$$

Влияние кручения сигнала на результаты измерения углов по способу повторений

Как известно, при измерении угла по способу повторений (фиг. 13) к первому полученному значению угла несколько раз придается величина этого угла, а затем полученная сумма углов делится на число повторений. При выполнении повторений промежуточные отсчеты не производятся; таким образом, наведение на одну цель (допустим, на a) и наведение на другую цель (допустим, на b) разделяется очень небольшим промежутком времени. Наведение трубы инструмента на начальную цель в полуприеме выполняется при лимбе, скрепленном с алидадой.



Фиг. 13

Рассмотрим, как сказывается кручение сигнала на измерениях угла. В этом случае, имея в виду принятые нами выше обозначения, при измерении угла при положении инструмента КЛ получим следующую картину.

Начальный отсчет по лимбу при первом наведении на цель a , т. е. L'_a , не будет содержать ошибку за кручение сигнала, и следовательно:

$$L'_a = L_a \text{ и } \delta_{a1} = 0. \quad (14)$$

При наведении на цель b величина отложенного угла будет иметь ошибку δ_{b1} , равную величине угла кручения сигнала за промежуток времени между наведениями на цели a и b . При последующих наведениях на цель a кручение сигнала не будет вносить ошибки в измерения угла, так как при наведении на эту цель лимб и алидада будут скреплены между собою. При последующих наведениях трубой инструмента на цель b каждый раз, как и при первом наведении на эту цель, в величину угла будет входить ошибка δ_{b1} , равная величине угла кручения сигнала.

В случае измерения угла тремя повторениями, при условии кручения сигнала по ходу часовой стрелки, можно написать:

$$\delta_l = \frac{1}{3} (\delta'_{b1} + \delta''_{b1} + \delta'''_{b1}). \quad (15)$$

Для случая p повторений формулу (15) можно переписать в следующем виде:

$$\delta_l = \frac{1}{p} (\delta'_{bl} + \delta''_{bl} + \dots + \delta^{(p)}_{bl}). \quad (16)$$

Когда измеряется угол при положении инструмента КП, в соответствии с общепринятым порядком измерения углов, в качестве первой (начальной) избирается цель b и в качестве второй — цель a . Поэтому при измерении угла наведения трубой будут сделаны сначала на цель b , а потом на цель a . Тогда первый отсчет по лимбу, а также и все последующие, при наведении на цель b не будут иметь ошибку за кручение сигнала.

Наоборот, отсчеты при наведении на цель a , как на вторую цель при измерении угла, будут ошибочны вследствие кручения сигнала на величину δ_{ar} , соответствующую углу скручивания сигнала.

В этом случае при измерении угла тремя повторениями можно написать:

$$\delta_r = \frac{1}{3} (\delta'_{ar} + \delta''_{ar} + \delta'''_{ar}). \quad (17)$$

В общем виде, учитывая выражение (17), при p повторениях получим:

$$\delta_r = \frac{1}{p} (\delta'_{ar} + \delta''_{ar} + \dots + \delta^{(p)}_{ar}). \quad (18)$$

В нашем обозначении формула вычисления величины угла, измеренного способом повторений, напишется в следующем виде:

$$\angle aeb = \frac{1}{2} (\angle aeb_l + 360^\circ - \angle bea_r),$$

а ошибка за кручение сигнала в величине угла, полученного из приема при трех повторениях, выразится формулой:

$$\delta_{\text{уг.}} = \frac{1}{6} (\delta_{bl}' + \delta_{bl}'' + \delta_{bl}''' - \delta_{ar}' - \delta_{ar}'' - \delta_{ar}''') = \frac{1}{6} (\Sigma \delta_{bl} - \Sigma \delta_{ar}), \quad (19)$$

или в общем виде:

$$\delta_{\text{уг.}} = \frac{1}{2p} (\Sigma \delta_{bl} - \Sigma \delta_{ar}), \quad (20)$$

или

$$\delta_{\text{уг.}} = \frac{1}{2} (\delta_l - \delta_r). \quad (20')$$

Из формулы (20) следует, что если кручение сигнала происходит равномерно и наблюдения угла выполняются по времени симметрично, то ошибка в последнем за кручение сигнала будет равна нулю.

Для того, чтобы дать наглядное представление о величине ошибки, возникающей вследствие кручения сигнала при измерении угла способом повторений, ниже рассмотрим два примера использования формулы (19). Обратимся опять к табл. 8. Продолжительность полуприема, т. е. продолжительность отрезка времени, протекшего между первым наведением трубы на первую цель и последним наведением на вторую цель, примем при расчетах равной 5 мин. времени.

Пример 1. Пусть на сигнале, имеющем кручение по ходу часовой стрелки, измерен тремя повторениями некоторый угол. Пусть при этом в первом полуприеме первое наведение на цель a было сделано в 18 час.,

а последнее на цель b — в 18 час. 5 мин. и во втором полуприеме, соответственно, на цель b — в 6 час. 5 мин. и на цель a — в 18 час. 10 мин. В этом случае получим следующую ошибку в измерении угла за счет кручения сигнала:

$$\delta_{\text{уг.}} = \frac{1}{6} (1'',95 - 0'',10) = +0'',31.$$

Пример 2. При измерении угла при тех же условиях, как и в первом примере, в первом полуприеме на начальную цель a было произведено наведение в 18 час. 20 мин., а заключительное на цель b — в 18 час. 25 мин.; во втором полуприеме, соответственно, на цель b — в 18 час. 25 мин., а на цель a — в 18 час. 30 мин.

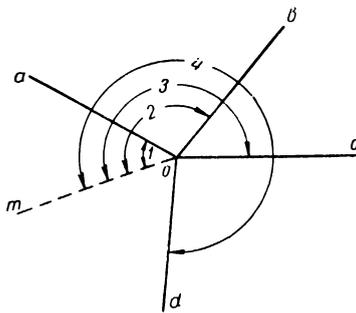
В этом случае ошибка в величине измеренного угла за счет кручения сигнала будет равна:

$$\delta_{\text{уг.}} = \frac{1}{6} (-0'',80 - 2'',30) = -0'',52.$$

Влияние кручения сигналов на результаты угловых измерений, выполненных по способу привязки отдельных направлений к направлению на марку

В случае применения при измерении углов вспомогательной марки, как это принято во Франции, влияние кручения сигнала на результаты измерения углов скажется следующим образом.

Пусть измерены углы (фиг. 14): toa , обозначенный цифрой 1, mob — цифрой 2, toc — цифрой 3 и mod — цифрой 4, и пусть каждый из перечисленных углов ошибочен вследствие кручения сигнала на величину δ , а именно: угол 1 — на δ_1 , угол 2 — на δ_2 , угол 3 — на δ_3 , угол 4 — на δ_4 .



Фиг. 14

Как известно, при образовании направлений на цели одно из направлений рассматривается как начальное. Пусть в нашем случае в качестве начального (первого) направления принято направление на цель a . Тогда, соответственно, можно для направления на цель b написать: II = 2 — 1, на цель c : III = 3 — 1, на цель d : IV = 4 — 1, где II обозначает

величину в градусной мере направления на цель b , III — на цель c , IV — на цель d .

Следовательно:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\text{II}} &= \delta_2 - \delta_1 \\ \delta_{\text{III}} &= \delta_3 - \delta_1 \\ \delta_{\text{IV}} &= \delta_4 - \delta_1 \end{aligned} \right\}. \quad (21)$$

В этом случае ошибка за кручение сигнала во всех углах, связывающих данное направление с маркой, будет «исправлена» на величину δ_1 — ошибки за кручение сигнала, вошедшей в угол, связывающий первое направление с маркой.

Значения углов $\angle aob$, $\angle boc$ и $\angle cod$ могут быть образованы следующим путем:

$$\begin{aligned} \angle aob &= 2 - 1; \\ \angle boc &= 3 - 2; \\ \angle cod &= 4 - 3. \end{aligned}$$

Формулы, выражающие величины ошибок в этих углах за кручение сигнала, в данном случае могут быть написаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \delta \angle_{aob} &= \delta_2 - \delta_1 = \delta_{II} \\ \delta \angle_{boc} &= \delta_3 - \delta_2 = \delta_{III} - \delta_{II} \\ \delta \angle_{doc} &= \delta_4 - \delta_3 = \delta_{IV} - \delta_{III} \end{aligned} \right\}. \quad (22)$$

Если при рассмотрении формул (21) и (22) учесть, что значения углов, связывающих направление и марку, будут образовываться как среднее значение из нескольких измерений углов и ошибка за кручение сигнала может входить в наблюдаемые значения углов и с плюсом, и с минусом, то можно ожидать, что в выведенном среднем значении угла ее влияние будет мало.

Так как при указанном выше способе измерений углы образуются как разности двух наблюдаемых направлений, содержащих ошибки за кручение сигнала, то в этих углах с одинаковой вероятностью можно ожидать в различных случаях или увеличения, или уменьшения ошибки за кручение сигнала. Однако все же можно полагать, что настоящий способ измерения углов почти столь же выгоден с точки зрения понижения вредного влияния кручения сигнала на полученные результаты наблюдений, как и способ измерения углов во всех комбинациях*.

Глава V

О ВВЕДЕНИИ В УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ПОПРАВКИ ЗА КРУЧЕНИЕ СИГНАЛА

Исправление наблюдений за кручение сигнала, вообще говоря, мыслимо двумя путями: или поправка может быть получена непосредственно из наблюдений с помощью поверительной трубы, или же поправка может быть найдена косвенным путем, по формуле, устанавливающей математическую связь хода кручения сигнала с происходящими в окружающей его среде изменениями температуры, влажности и т. д., величины которых измеряются в натуре. Если первый путь — применение поверительной трубы при измерениях в триангуляции — хорошо известен, то второй — получение поправки косвенным путем — до сих пор не найден.

Известна из литературы попытка вывода формулы для этих целей, сделанная Пашеном (Paschen, 1865), который приводит следующую интерполяционную формулу:

$$U = +m + m' \sin(t - M') + m'' \sin(2t + M'') + m''' \sin(3t + M'''). \quad (23)$$

Для рассматриваемого им конкретного случая эта формула имела следующий вид:

$$U - 39^{\circ}6'14'',225 = +110''4266 \sin(t - 19^{\circ}33') + 8'',9492 \sin(2t + 96^{\circ}20') + + 12'',7642 \sin(3t + 211^{\circ}47'), \quad (24)$$

* Следует указать, что на заседании Международной геодезической комиссии группой участников было обращено внимание на целесообразность применения для измерения углов так называемого способа «частичных повторений».

В статье «Измерение углов по способу «частичных повторений» при помощи инструмента с переставляющимся лимбом», помещенной в «Bulletin géodésique № 56, 1937, авторы ее Шморбер, Тарди и Кайлол, положительно отзываясь о способе «частичных повторений», указывают, как на одно из его достоинств, на исключение при его применении ошибки за кручение сигнала.

Однако мы полагаем, что с этой точки зрения такой способ измерения углов не имеет особых преимуществ перед рассмотренными выше способами.

где через t обозначено истинное солнечное время, выраженное в дуговой мере.

Пользуясь этой формулой, Пашен вычислил значения величин углов кручения сигнала. Среднее квадратическое отклонение вычисленных значений от наблюдаемых оказалось равным $\pm 3'',60$. Рассматривая далее возможность применения этой формулы для целей геодезической практики, Пашен пришел к выводу, что было бы можно, благодаря применению периодической функции, получить более точные значения величин кручения при применении бóльшего числа членов, однако предполагаемая (вероятная) функция в различные дни и при различных изменениях погоды должна получать иной вид.

Следует указать, что одним из недостатков приведенной выше формулы (23) является то, что в ней кручение сигнала по сути дела рассматривается только как функция видимого движения солнца (истинного солнечного времени), что, конечно, совершенно недостаточно. Из приведенных выше графиков (фиг. 8 на стр. 33 и 9 на стр. 34) видно, что величину кручения необходимо рассматривать как функцию нескольких аргументов. Во-первых, характер кривой показывает ее связь и зависимость с движением солнца. Во-вторых, что особенно наглядно представлено на фиг. 8 и 9, она зависит от хода температуры. В-третьих, изменение влажности воздуха, как это видно из фиг. 8, также оказывает на нее соответственное влияние.

Но перечисленные три причины, являющиеся основными, не исчерпывают всех факторов, влияющих на кручение сигнала. К ним необходимо добавить, как это вытекает из всего предшествующего рассмотрения вопроса, вторую группу причин, влияющих на ход кручения сигнала, как-то: конструкцию сигнала, материал, из которого сигнал изготовлен, действие ветра, особенности местности и т. д.

Таким образом, явление кручения вызывается и определяется довольно сложным комплексом причин. Однако кручение сигнала в основном определяется первой группой причин. Поэтому при прочих равных условиях, разрешая вопрос в первом приближении, можно отвлечься, в целях упрощения решения задачи, от указанных во второй группе причин, влияющих на величину и характер кручения сигнала, как от второстепенных.

В соответствии с этим, рассматривая ход кручения как функцию первой группы причин, будем иметь:

$$U = f(S, t, p), \quad (25)$$

где S — истинное солнечное время; t — температура воздуха и p — степень влажности воздуха.

Приняв в качестве исходного некое положение сигнала, соответствующее некоему условному времени S_0 , при температуре t_0 и влажности воздуха p_0 и обозначив его через U_0 можно было бы выражение (25) переписать, учитывая периодический характер функции, в следующем виде:

$$\Delta U = a \sin(S_i - S_0) + b(t_i - t_0) + c(p_i - p_0), \quad (26)$$

где: ΔU — поправка в угол за кручение сигнала; a , b и c — некоторые коэффициенты.

Очевидно, что величина коэффициента b связана с величиной коэффициента температурного расширения дерева k_1 , а величина коэффициента c связана с величиной коэффициента расширения дерева под действием влажности k_2 .

В этом случае можно написать:

$$\begin{aligned} b &= \beta k_1; \\ c &= \gamma k_2. \end{aligned} \quad (27)$$

Коэффициенты β и γ , можно полагать, зависят от конструкции сигнала, качества его постройки и некоторых особенностей местонахождения сигнала. Таким образом, формула весьма вероятно будет иметь для каждого сигнала свои значения коэффициентов.

Пользуясь приведенной выше формулой (26), мы подсчитали для одного случая наблюдений поправки за кручение сигнала в наблюдаемые значения углов. При этом среднее квадратическое значение величины $d_{\text{ср.}}$ — отклонения величины вычисленного значения угла кручения сигнала от наблюдаемого значения угла кручения — оказалось равным $\pm 2''{,}6^*$.

Указанное отклонение было вычислено по формуле:

$$d_{\text{ср.}} = \pm \sqrt{\frac{[d^2]}{n}}, \quad (28)$$

где: d — разность между углом кручения сигнала вычисленным и углом кручения сигнала наблюдаемым; n — число разностей.

Следовательно формула (26) дает подход к разрешению вопроса по установлению математической связи величины угла кручения сигнала с изменениями, происходящими в окружающей сигнал внешней среде; но, конечно, этот вопрос требует дальнейших исследований.

Практика выполнения геодезических наблюдений в триангуляции знает два пути возможного уменьшения вредного влияния кручения сигнала на результаты измерений.

Первый путь, уже достаточно рассмотренный нами ранее, заключается в том, что наведения на цели при измерении угла в полуприемах располагаются симметрично по времени и вместе с тем сами измерения выполняются в возможно короткий срок.

Второй путь заключается в применении при измерениях поверительной трубы, с помощью которой получают поправки в наблюдения за кручение сигнала. Применение поверительной трубы, весьма простое и очевидное по идее, нашло себе место только в практике русских геодезистов**. Использование наблюдателем поверительной трубы при наблюдениях в значительной мере освобождает результаты угловых измерений от ошибок, возникающих вследствие кручения сигнала, но в то же время в результаты наблюдений вносится ряд других ошибок, связанных с этим способом. В известных случаях ошибки, вносимые им, могут превзойти по величине ошибку, возникающую вследствие влияния кручения сигнала. Ясно, что в таких случаях применение поверительной трубы не может быть рекомендовано.

По этой причине в течение 1925—1940 гг. советские геодезисты неоднократно поднимали вопрос о целесообразности применения поверительной трубы в наблюдениях. В ряде случаев указывалось, что это не целесообразно, так как приводит лишь к ухудшению результатов

* При вычислении поправок значения коэффициентов a , b и c были выведены из материалов наблюдений, причем было допущено, что изменение длины деревянного бруса происходит пропорционально изменению температуры.

** Сторонником и пропагандистом применения поверительной трубы при угловых геодезических измерениях был В. Я. Струве (Струве. Дуга меридиана, т. 1 и 2. СПб., 1861).

наблюдений. Это ухудшение может быть, видимо, в большей части случаев отнесено за счет недостаточно умелого использования поверительной трубы наблюдателем.

Вопрос о применении поверительной трубы при наблюдениях наиболее полно рассмотрен проф. В. В. Даниловым (1936,б).

«Легко видеть,— пишет В. В. Данилов,— что при измерении углов на сигнале без применения поверительной трубы к ошибкам, общим со случаем применения поверительной трубы, добавляются еще следующие ошибки:

1) за неполную компенсацию ошибок за кручение сигнала;

2) за сдвиги лимба в результате неполной устойчивости знака, т. е. за неустойчивость подставки, несущей теодолит.

При применении поверительной трубы ошибки 1 и 2 будут устранены, но к общим в обоих случаях ошибкам добавятся новые, связанные с применением поверительной трубы, а именно:

3) ошибки биссирования миры и отсчета (в широком смысле этого слова) по окулярному микрометру поверительной трубы;

4) за ход визирной оси поверительной трубы относительно горизонтального круга теодолита;

5) за неодновременность биссирования главной и поверительной трубами;

6) за поперечные сдвиги сигнала относительно направления на мирю (при ветре);

7) за увеличение продолжительности приема;

8) за остальные более мелкие погрешности, связанные с применением поверительной трубы.

Обозначим совокупное влияние добавочных ошибок в первом случае (без поверительной трубы) через δ и во втором случае (с поверительной трубой) через σ . Очевидно, вопрос целесообразности применения поверительной трубы в каждом отдельном случае решается соотношением абсолютных значений величин.

Если $|\delta| > |\sigma|$, поверительную трубу применять нужно, если $|\delta| < |\sigma|$, применять ее не нужно. Вопрос достаточно сложен и требует внимательного подхода к себе».

Ниже приведена табл. 12, в которой дана выборка из материалов наблюдений, выполненных при исследованиях дюралюминиевого сигнала в 1947 г. Следует заметить, что этот сигнал обладал очень большим и непостоянным кручением, и поэтому данные наблюдений, произведенных с него, с большей ясностью могут характеризовать роль поверительной трубы при наблюдениях.

В табл. 12, для упрощения ее, в колонках 6 и 7 градусы и десятки минут в отсчетах по лимбу опущены, как не имеющие в данном случае для нас значения.

Хотя в таблице приведены только данные, характеризующие замыкание горизонта, но, конечно, вытекающие из рассмотрения ее выводы могут быть отнесены к любому направлению на цель. Материалы таблицы с большой очевидностью, без каких-либо дополнительных пояснений, (в данном случае с особой выпуклостью) показывают роль поверительной трубы при наблюдениях с сигналов, обладающих малой жесткостью.

Таблица 12

Дата	Время наблю- дения	№ приема	Полуприем	Наведения	Отсчет по лимбу без поправки за поверительную трубу (только минуты и секунды)	Поправка за поверительную трубу	Отсчет по лимбу после введения в него поправки за поверитель- ную трубу	Расхождение отсчетов при замыкании гори- зонта от отсчетов при начальном наведении на цель	
								без введе- ния попра- вок за повери- тельную трубу	после введе- ния попра- вки за повери- тельную трубу
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
16.VII	ч. м. 18 34	III	1	Нач.	3'20",6	+ 11",6	3'32",2		
				Кон.	3 37 ,8	- 5 ,6	3 32 ,2		
			2	Нач.	3 31 ,6	- 11 ,2	3 20 ,4		
				Кон.	4 3 ,6	- 40 ,3	3 23 ,3		
16.VII	19 30	V	1	Нач.	2 8 ,4	+ 1'15",4	3 23 ,8		
				Кон.	2 29 ,7	+ 51 ,6	3 21 ,3		
			2	Нач.	2 21 ,0	+ 47 ,8	3 8 ,8		
				Кон.	2 27 ,3	+ 40 ,3	3 7 ,6		
23.VII	17 28	I	1	Нач.	0 56 ,8	+ 1'18",8	2 15 ,6		
				Кон.	1 3 ,0	+ 1 13 ,5	2 16 ,5		
			2	Нач.	1 9 ,2	+ 1 9 ,0	2 18 ,2		
				Кон.	1 23 ,2	+ 51 ,8	2 15 ,0		
25.VII	19 17	IX	1	Нач.	2 48 ,0	+ 26 ,6	3 14 ,6		
				Кон.	2 00 ,4	+ 1'17 ,0	3 18 ,0		
			2	Нач.	2 7 ,8	+ 1 22 ,5	3 30 ,3		
				Кон.	2 28 ,3	+ 1 01 ,3	3 29 ,6		

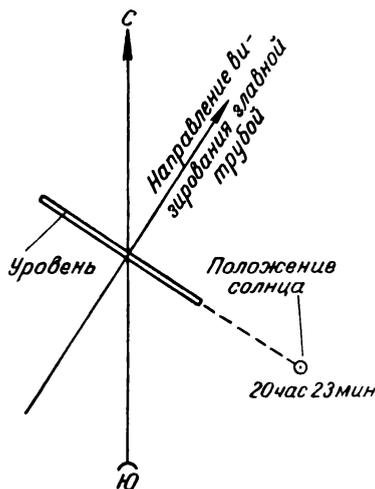
Отмечая в общем несомненно положительную роль поверительной трубы при геодезических измерениях в триангуляции, нужно, однако, заметить, что в ряде случаев ее применение может дать отрицательные результаты. Так, при установке инструмента на кирпичном столбе или сигнале, обладающем большой жесткостью, или при наличии малого кручения сигнала применение поверительной трубы только ухудшает результаты наблюдений. Таким образом, от наблюдателя в каждом отдельном случае требуется вдумчивое, технически грамотное решение о целесообразности ее применения в зависимости от местных условий: жесткости сигнала, величины и характера его кручения, метеорологических условий, в которых происходит наблюдение и т. д. При этом, конечно, необходимо иметь в виду приведенные выше соображения о соотношении величин ошибок δ и σ .

Глава VI

ГНУТИЕ СИГНАЛА

В течение дня под действием солнечных лучей и влажности сигнал претерпевает не только вращательное движение (кручение), но и другое изменение — гнутие. Гнутием сигнала называют процесс, заключающийся в том, что сигнал, как бы следуя за солнцем, изгибается в направле-

нии к нему. В результате этого в течение суток вершина сигнала, а в нашем случае центр инструментального столика, описывает некую замкнутую кривую. Исследования этого явления в литературе почти не освещались.



Фиг. 15

Пашен, исследуя кручение сигналов, наблюдал положение уровня и констатировал периодическое его смещение, достигшее по отношению к первоначальному утреннему положению $17''{,}2$. Таким образом, он установил, что столб (внутренней пирамиды) наклонялся в направлении к солнцу. Однако, констатируя наличие изгибания столба и рассматривая величину смещения центра установки инструмента, он пришел к выводу, что влияние этого явления на результаты измерений углов невелико и не превышало в рассматривавшемся им случае $0''{,}04$.

Более обстоятельно исследовал это явление А. И. Аузан (1924, стр. 45—47). В табл. 13 приводятся обобщенные материалы наблюдений, взятые из его работ.

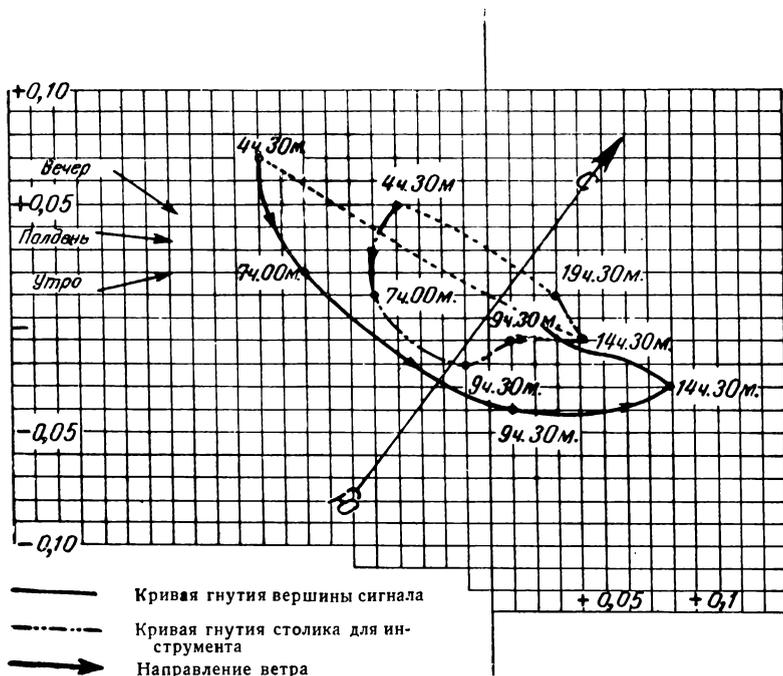
Таблица 13

Средние результаты наблюдений (в дюймах) над гнущем Обсерваторского сигнала в г. Ташкенте

Время наблюдений	Из наблюдений от Сейсмического подвала				Из наблюдений с Татарского кладбища			
	Величина отклонения центра столика от центра триангуляционного пункта	v_1	Величина отклонения вершины сигнала от центра триангуляционного пункта	v_2	Величина отклонения центра столика от центра триангуляционного пункта	v_1	Величина отклонения центра столика от центра триангуляционного пункта	v_2
ч. м.								
4 30	+0,63	-0,04	-7,51	-0,10	-1,80	+0,05	-2,15	+0,07
7 00	+0,62	-0,05	-7,49	-0,08	-1,84	+0,01	-2,20	+0,02
9 30	+0,66	-0,01	-7,40	+0,01	-1,87	-0,02	-2,26	-0,04
10 00	+0,68	+0,01	-7,40	+0,01	-1,86	-0,01	-2,26	-0,04
14 30	+0,71	+0,04	-7,33	+0,08	-1,85	-0,01	-2,25	-0,03
17 00	+0,70	+0,03	-7,38	+0,03	-1,86	-0,01	-2,23	-0,01
19 00	+0,70	+0,03	-7,39	+0,02	-1,84	+0,01	-2,22	0,00
	+0,67		-7,41		-1,85		-2,22	

При рассмотрении этих данных следует, однако, иметь в виду то обстоятельство, что внешние условия в течение всего периода наблюдений оказались достаточно близкими между собою.

Как явствует из фиг. 16, составленной по материалам таблицы, гнутие сигнала представляет довольно правильную кривую с дневной амплитудой: для вершины сигнала около 0,2 дм. (0,48 мм), а для столика 0,1 дм. (0,24 мм). «Наибольшего гнутия вершина сигнала достигала к западу — утром около восхода солнца, к югу около 8—9 часов утра, а к востоку около 2—3 часов дня, т. е. во время наибольшего нагревания» (там же, стр. 46).



Фиг. 16. Кривые суточного гнутия вершины и столика для инструмента
Обсерваторского сигнала

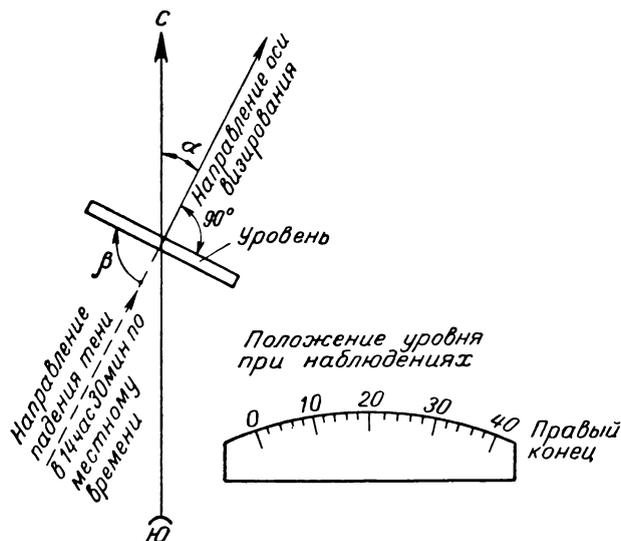
Рассматривая приведенные результаты, Аузан приходит к выводу, что при установленной наблюдениями величине смещения центра столика в результате гнутия и при значительных расстояниях в триангуляции до целей ошибка за счет этого явления не будет значительной по величине. По его подсчетам она составит для взятого им расстояния в 10 верст (около 10,7 км) — 0",09. Далее он делает справедливое замечание относительно того, что смещение столика нельзя игнорировать при работе с поверительной трубой. По его расчетам, при принятом им расстоянии от сигнала до марки, на которую была наведена поверительная труба, равном 100 саж. (213,4 м), можно ожидать ошибку в отсчете по поверительной трубе до 0",5.

Из наших исследований в этом направлении на разборном сигнале в «Заветах Ильича» представляют известный интерес материалы наблюдений, проведенных 23 июля 1943 г. (табл. 14).

Время наблю- дения	Отсчет середины пузырька уровня (в делениях уровня)	Солнце (в период времени, предшествующий наблюдению уровня)	Температура воздуха (°С)
1	2	3	4
ч. м.			
5 00	17,1	Закрыто плотными облаками	10°,8
15	16,8	То же	10,8
30	16,3	По временам закрывается облаками	12,5
45	16,4	Светит свободно	12,6
6 00	16,5	Закрыто плотными облаками	12,4
15	16,4	То же	12,7
30	16,9	„	13,7
45	17,0	„	14,4
7 00	17,4	„	14,7
15	17,5	„	14,6
30	17,5	„	15,7
45	17,6	По временам закрывается облаками	16,2
8 00	18,1	То же	17,0
15	18,2	Светит свободно	17,6
30	17,8	То же	19,3
45	22,2	„	19,3
9 00	20,2	„	20,6
15	20,0	„	21,0
30	20,2	„	20,2
45	21,0	„	21,5
10 00	22,4	„	21,6
15	21,6	По временам закрывается облаками	21,6
30	21,2	То же	22,0
45	—	Светит свободно	22,8
11 00	22,6	То же	22,6
15	22,5	„	20,5
12 15	15,9	Дождь	
30	14,1	Закрыто плотными облаками	16,4
45	13,6	То же	15,8
13 00	14,6	„	16,7
15	15,6	По временам закрывается облаками	19,2
30	13,4	Светит свободно	19,8
45	13,8	Закрыто плотными облаками	18,5
14 00	13,8	То же	16,5
15 00	17,4	Дождь с 14 ч. 00 м до 15 ч. 00 м	14,5
15 00	17,4		16,3

Время наблю- дения	Отсчет середины пузырька уровня (в делениях уровня)	Солнце (в период времени, предшествующий наблюдению уровня)	Температура воздуха (°С)
1	2	3	4
15 15	17,4	По временам закрывается облаками	16 ,6
30	18,1	Закрыто плотными облаками	17 ,5
45	18,1	По временам закрывается облаками	18 ,4
16 00	18,6	То же	18 ,7
15	18,8	Закрыто плотными облаками	—
30	19,3	По временам закрывается облаками	18 ,2
45	19,0	То же	19 ,5
17 15	19,3	„	18 ,6
30	19,2	„	19 ,5
45	19,8	„	18 ,8
18 00	19,8	„	18 ,5
10	20,1	„	18 ,5
20	19,6	Светит свободно	19 ,0
30	20,2	То же	19 ,0
40	20,7	По временам закрывается облаками	19 ,0
50	21,2	Закрыто тонкими облаками	18 ,5
19 00	20,9	То же	17 ,8
10	21,4	„	17 ,8

Положение во время наблюдений инструмента и уровня, по которому производились отсчеты, видно из приведенной ниже схемы (фиг. 17), где стрелкой с буквами *СЮ* показано направление магнитного



Фиг. 17

меридиана; угол α приблизительно равен $41^{\circ}30'$; угол β — угол падения тени, определенный в 14 час. 30 мин. по местному времени, относительно положения уровня, равен приблизительно 90° .

Данные материалы наблюдений подтверждают приведенные мной ранее соображения о том, что сигнал наклоняется к солнцу.

Это явление можно объяснить тем, что обращенные к солнцу части сигнала сильнее высыхают по сравнению с частями сигнала, находящимися в тени, и потому быстрее укорачиваются; вследствие укорочения создаются дополнительные натяжения в верхней (надземной) части сигнала, приводящие к изгибанию сигнала в сторону солнца.

Характерным и интересным в данных табл. 14 является то, что направление движения пузырька уровня как бы следует за направлением кручения сигнала. Изменению направления кручения сигнала после выпадения дождя, продолжавшегося с 11 час. 15 мин. до 13 час. 00 мин., соответствовало обратное движение пузырька уровня, зафиксированное в период с 12 час. 15 мин. по 14 час. 00 мин. Из этого факта явствует, что и кручение, и гнутие являются тесно связанными между собою процессами.

Принимая во внимание h — высоту столика сигнала над поверхностью земли, равную 8,0 м, и α — общую величину смещения уровня, достигшую величины около $25''$, можно полагать, что Δ — смещение центра столика в результате гнутия — не превосходило:

$$\Delta = \frac{h\alpha}{\rho''} \approx 1,0 \text{ мм.}$$

В этом случае, если принять расстояния от вершины угла до целей S_1 и S_2 и расстояние между целями — S_3 , равными между собою, т. е. $S_1 = S_2 = S_3 = S$ и S равным 10 км, то возможная ошибка δ в измеренном угле за гнутие сигнала не превзойдет величины:

$$\delta'' = \frac{\Delta \rho''}{\sqrt{2}S} = 0'',02.$$

Таким образом, во всех рассмотренных мною случаях ошибка за счет гнутия сигнала мала и при измерениях в триангуляции не имеет существенного значения. Конечно, при выполнении высокоточных угловых наблюдений в триангуляции с короткими сторонами гнутие сигнала в некоторых случаях может оказать заметное влияние на результаты наблюдений, и это обстоятельство наблюдатель должен учитывать.

Кроме того, гнутие сигнала может довольно ощутительно влиять на результаты наблюдений поверительной трубой, если расстояние до цели, на которую она наводится, будет невелико; величину этой ошибки легко подсчитать, пользуясь приведенной выше формулой. Что касается самого процесса гнутия, то из сопоставления материалов исследования явствует, что каждый сигнал имеет свою величину гнутия. Можно ожидать, что величина гнутия для одного и того же сигнала зависит от метеорологических условий и изменяется в зависимости от них. Наконец, кручение и гнутие необходимо рассматривать как проявление одного и того же процесса. В целях обеспечения возможно более полного устранения влияния ошибок смещения центра столика вследствие гнутия сигнала рекомендуется производить определение элементов приведения к центру в те часы дня, в которые выполняются наблюдения на сигнале.

В случае применения при наблюдениях поверительной трубы необходимо, чтобы расстояние от центра сигнала, на котором находится инструмент, до цели, на которую наводится поверительная труба, было,

во всяком случае, не менее 1,0 км. При наличии гнуптия, строго говоря, применение поверительной трубы портит результаты измерений, так как в этом случае (принимая во внимание только явление гнуптия сигнала) происходит исправление наблюдений, выполненных с большей точностью, наблюдениями, произведенными с меньшей точностью.

Применение поверительной трубы в данном случае может быть оправдано тем, что вносимые ею в наблюдения ошибки вследствие гнуптия сигнала будут значительно меньше ошибок за кручение сигнала. При выборе цели для наведения поверительной трубой не ближе 1,5—2,0 км ошибка за счет гнуптия сигнала, вносимая поверительной трубой, вероятно, не превысит 0",10.

Глава VII

ДЕЙСТВИЕ ВЕТРА НА СИГНАЛ

Действие ветра на сигнал вызывает три вида явлений, вредно влияющих на геодезические измерения: во-первых, шатание сигнала, что вызывает перемещение столика инструмента в горизонтальном направлении; во-вторых, некоторый поворот сигнала вокруг вертикальной оси, похожий по своему проявлению на кручение сигнала; в-третьих, вибрацию сигнала (под напором ветра).

Конечно, поведение сигнала зависит: во-первых, от характера и силы ветра и, во-вторых, от прочности постройки сигнала (от материала, из которого сделан сигнал, от качества его постройки, от его конструкции). В этом отношении к сигналам предъявляются определенные требования устойчивости и жесткости, сформулированные Ф. Н. Красовским следующим образом (1938).

1. «Мало приемлемым является поступательное движение столика, большее 1 см».

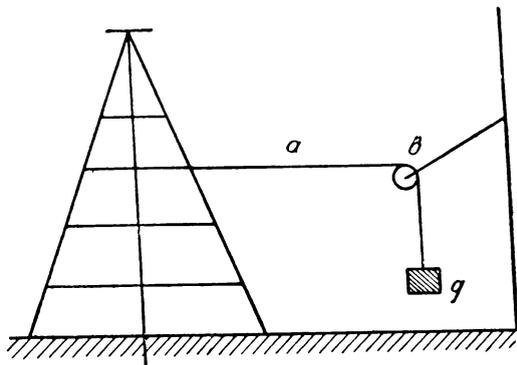
2. «Если при ветре средней силы сигнал непрерывно вибрирует, так что изображение предмета в трубе колеблется по азимуту в пределах $\pm 2''$ — $\pm 3''$, то такой сигнал недостаточно жесток. Если при ветре средней силы, притом постоянного напряжения и направления, азимут инструмента изменяется за 5 минут времени на 2 секунды и более, то такой сигнал тоже недостаточно жесток».

Первые два явления — шатание и кручение сигнала под напором ветра — целесообразно рассматривать совместно, так как они очень тесно связаны между собою и влияние их на результаты геодезических измерений сказывается суммарно. С целью выяснения влияния этих явлений на геодезические измерения при исследовании в 1943 г. сигнала в «Заветах Ильича» была проведена специальная исследовательская работа. Эта работа позволила установить и получить картину поведения верхней (надземной) части сигнала при условии бокового давления на нее, аналогичного давлению ветра.

Указанные исследования были выполнены следующим образом. Приблизительно на высоте 4 м от земли к внутренней пирамиде сигнала прикреплялась веревка, пропущенная через блок (фиг. 18), имея в виду, что, согласно произведенным расчетам, на этой высоте сигнал должен был испытывать наибольшие напряжения от ветровой нагрузки (см. фиг. 18, где a — веревка, b — блок, а q — груз).

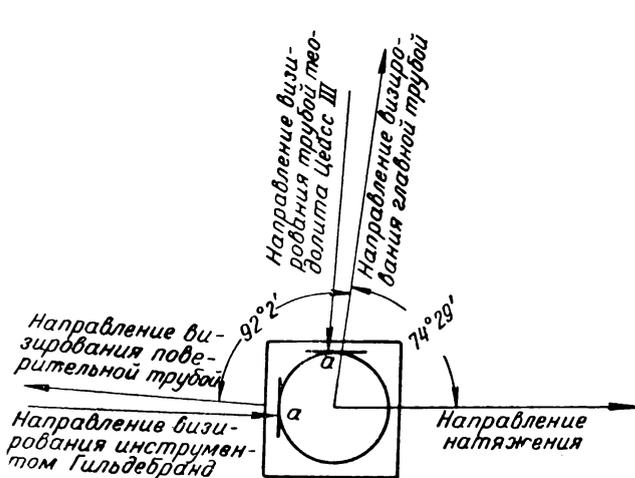
Натяжение выполнялось в двух направлениях: во-первых, перпендикулярно одной из граней пирамиды (фиг. 19) и, во-вторых, по направлению диагонали (фиг. 20).

Натяжение пирамиды производилось с помощью груза соответственно давлению ветра различной силы, до 12 баллов включительно. Этим путем предполагалось получить наиболее полную картину поведения надземной части сигнала под действием ветра.

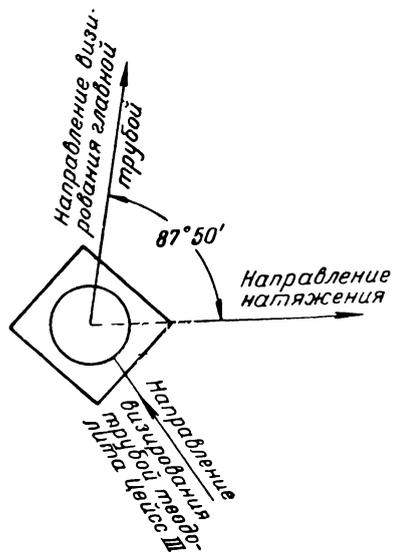


Фиг. 18

Наблюдение за поведением сигнала было выполнено следующим образом. На столике пирамиды был установлен 5" универсальный инструмент. Главная его труба была наведена на цель перпендикулярно направлению натяжения, а поверительная труба — по направлению действия натяжения. На земле были поставлены два инструмента—Цейсс III



Фиг. 19



Фиг. 20

и Гильдебранд 1'; с их помощью производились наблюдения за смещением столика. Было поставлено требование, чтобы линии их визирования пересекались под прямым углом; поэтому один из инструментов был поставлен для визирования в направлении натяжения, а второй — перпендикулярно ему. На инструментальном столике против труб инструментов были прибиты линейки *a*, снабженные шкалами с миллиметровыми делениями (см. фиг. 19). По шкалам линеек с помощью труб фиксировалось смещение (наклонение) верха сигнала под действием нагрузки. В первом

случае — при натяжении сигнала перпендикулярно грани сигнала — инструменты и цели располагались так, как показано на фиг. 18. Расположение инструментов и целей во втором случае, т. е. при натяжении сигнала по направлению диагонали, видно из фиг. 20.

При наблюдениях обнаружилось, во-первых, что пирамида под действием натяжения несколько изгибалась в направлении приложения силы и, во-вторых, что пирамида при этом поворачивалась на некоторый угол.

При изгибании пирамиды происходило горизонтальное смещение столика, а следовательно, и находящегося на нем инструмента. Величина этого смещения фиксировалась установленными на земле инструментами. Результаты наблюдений сообщены в табл. 15, в графах 8 и 9. В той же таблице приведены частично материалы наблюдений в течение одного приема для каждого из двух указанных выше случаев (фиг. 19 и 20).

Таблица 15

№ наблюдения	Величина нагрузки, кг	Соответствующий нагрузке ветер, м/с	Главная труба		Поверительная труба		Отсчеты по линейке, мм	
			отсчеты по окулярному микрометру, дел.	угол поворота пирамиды	отсчеты по окулярному микрометру, дел.	угол поворота пирамиды	Цейс III	Гильдебранд 1'
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Первый случай								
1	0,0	0,0	4,1	— 3",9	10,8	— 4",8	252,5	150,0
2	22,5	14,3	1,2	— 9 ,6	7,8	— 9 ,4	252,5	150,0
3	45,0	19,3	97,0	—11 ,2	4,9	—11 ,8	253,0	150,0
4	67,5	24,0	95,8	—14 ,2	3,4	—14 ,2	253,2	150,0
5	90,0	28,0	93,6	—18 ,3	1,9	—18 ,8	253,2	149,0
6	112,5	31,0	90,6		99,0		253,5	148,0
Второй случай								
1	0,0	0,0	5,9	+2",4	98,8	+0",5	234,0	—
2	22,5	14,3	7,7	+3 ,2	99,1	—0 ,8	234,0	—
3	45,0	19,3	8,3	+1 ,6	98,3	—0 ,2	234,5	—
4	67,5	24,0	7,1	+2 ,1	98,7	—3 ,2	234,9	—
5	90,0	28,0	7,5	—5 ,3	96,8	—8 ,4	235,0	—
6	112,5	31,0	2,0		93,5		235,0	—

В первом случае величины, приведенные в графе 8, показывают, что столик пирамиды под действием натяжения между первым и шестым наблюдениями переместился на 1,0 мм. Вследствие этого можно было бы ожидать, что в отсчет по микрометру главной трубы войдет ошибка около 0",25*, а отсчет по поверительной трубе останется факти-

* Имея в виду, что расстояние от инструмента до выбранной цели, на которую наводилась главная труба, было около 0,8 км.

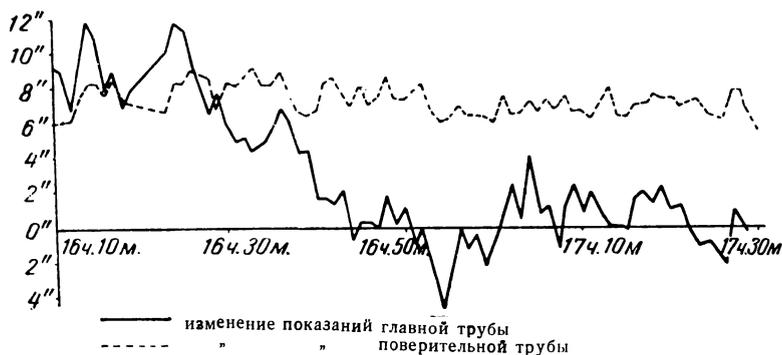
чески без изменения. Между тем заключительный отсчет по микрометру главной трубы, по сравнению с начальным отсчетом, изменился на $18''{,}3$, а заключительный отсчет по поверительной трубе — на $18''{,}8$. Таким образом, в изменении отсчетов по обеим трубам оказалось довольно хорошее согласие. Учитывая изложенное, можно сделать заключение, что это изменение произошло за счет поворота сигнала вокруг оси. Однако поворот не мог быть зарегистрирован инструментами, которыми смещение наблюдалось с земли, так как вследствие незначительной величины радиуса столика точки, расположенные на краю столика, получили при указанном угле поворота очень малое линейное смещение, равное $0{,}03$ мм.

К тем же выводам приведет рассмотрение материалов второго случая, однако эти данные менее выпуклы, чем данные первого случая. Мы видим, что во втором случае под давлением ветра следует ожидать не только шатания инструментальной пирамиды, а следовательно, и горизонтальных смещений столика, но и горизонтальных поворотов ее вокруг вертикальной оси, величина которых зависит от силы ветра и может быть довольно значительной.

Рассмотрим вопрос: является ли наблюдаемый характер поведения сигнала одинаковым для всех сигналов или это явление присуще только данному его типу и данным условиям испытаний. Ответ на этот вопрос дают материалы исследования сигнала, выполненного в свое время Е. Г. Ларченко (1940).

Наблюдения Е. Г. Ларченко были проведены на сложном сигнале Горки, высоту в 45 м, с помощью $5''$ универсального инструмента завода «Аэрогеоприбор». При этом наблюдались две марки (одна поверительной, а другая главной трубой), расположенные в двух взаимно перпендикулярных направлениях на расстоянии 1 км от инструмента. Наблюдения велись во время порывистого ветра, силой 1 — 5 м/с; сила ветра измерялась анемометром.

Результаты наблюдений приведены в графике (фиг. 21). Из него



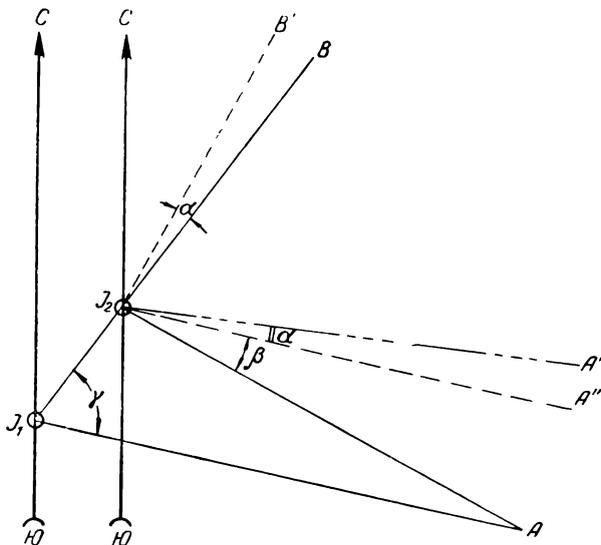
Фиг. 21. График изменения показаний главной и поверительной труб $5''$ универсала «Аэрогеоприбор» при наблюдении на сигнале Горки 20 сентября 1939 г.

(За время наблюдений с 16 час. 10 мин. до 17 час. 30 мин. температура воздуха изменилась на $0{,}5^{\circ}\text{C}$).

видно: во-первых, что колебания в отсчетах окулярного микрометра главной трубы, которая была расположена перпендикулярно направлению ветра, в два — три раза больше колебаний в отсчетах микрометра

поверительной трубы, которая во время наблюдений была расположена по направлению ветра; во-вторых, изломам линии, изображающей колебания отсчетов микрометра главной трубы, довольно близко (соответственно) отвечают изломы линии, изображающей ход отсчетов микрометра поверительной трубы. Если иметь в виду, что поверительная труба была установлена в направлении действия ветра, то только шатанием сигнала под ударами ветра нельзя объяснить ход кривой, так как, согласно заключению Ларченко «под действием порывистого ветра 3—6 м/с смещение столика в горизонтальном направлении доходило до 5—10 мм».

Приведенные на фиг. 21 колебания отсчетов по микрометру главной трубы, достигающие величины более $4''$, при величине шатания сигнала, равной 5—10 мм, и расстоянии от сигнала до марки, равном 1 км, не могут быть объяснены только горизонтальными смещениями столика. В этом случае можно было бы ожидать величины изменения угла порядка $2'',0$. Если же положить, что в некоторый момент сигнал под напором ветра не только наклонился, что привело к горизонтальному смещению столика, положим, на 10 мм, но вместе с тем и повернулся на какой-то угол, положим, равный $2'',0$, то обе линии графика получат надлежащее и достаточное объяснение. Поверительная труба в этом случае зафиксирует преимущественно поворот сигнала, а главная труба — общее смещение, а именно: изменение угла, происшедшее за счет горизонтального сдвига столика, суммированное с углом поворота сигнала. Это соображение подтверждается тем, что изломы линии, показывающие ход отсчетов по микрометру поверительной трубы, соответствуют в основном ходу изломов линии отсчетов по микрометру главной трубы.



Фиг. 22

Дальнейшее, более подробное рассмотрение этого вопроса поясняет сказанное выше. Пусть (фиг. 22) первоначальное положение, которое занимает центр столика для инструмента, будет I_1 ; главная труба направлена под азимутом I_1A на марку A , находящуюся от инструмента на расстоянии S_1 ; поверительная труба направлена под азимутом I_1B

на марку B , находящуюся от инструмента на расстоянии S_2 ; давление ветра будет происходить по направлению визирования поверительной трубой.

Теперь допустим, что центр столика сместился под напором ветра из положения I_1 в положение I_2 в направлении действия ветра и одновременно с этим пирамида, несущая столик, вследствие действия ветра повернулась на угол α . Тогда направление главной трубы из центра столика I на марку A , т. е. I_1A , изменится на угол β и направление поверительной трубы на марку B , т. е. I_1B , исходя из условия, не изменится. Но так как пирамида повернулась, кроме того, на угол α , то направление главной трубы I_1A изменится на величину $\beta + \alpha$, а направление I_1B , т. е. направление поверительной трубы, на величину α в ту же сторону.

Таким образом, сделанное выше теоретическое рассмотрение вопроса дает объяснение направлению пиков кривых в графике (фиг. 21) и особенностям в изменении величин отсчетов, сделанных по микрометрам труб (главной и поверительной), а также подтверждает сделанные ранее выводы о кручении сигнала под напором ветра.

Величина влияния этих факторов (шатания и кручения) в различных случаях различна и зависит от силы ветра и особенностей сигнала (его конструкции, качества постройки и пр.). Если иметь в виду, что наблюдения производятся на достаточно устойчивых сигналах и смещения центра столика вследствие действия ветра на инструментальную пирамиду не превосходят 5—10 мм (Ларченко, 1940, стр. 46—47), а длины сторон триангуляции равны 15 км, то за счет горизонтальных сдвигов столика получим ошибку в направлении на цель в худшем случае, т. е. при условии, что направление ветра будет перпендикулярно линии визирования главной трубой, порядка $0'',10-0'',15$.

Значительно опаснее в этом отношении будут возникающие вследствие давления ветра повороты сигнала, которые целиком войдут в результаты измерений. При помощи поверительной трубы, как известно, могут контролироваться и исправляться только азимутальные сдвиги инструмента, смещение же центра столика вследствие шатания пирамиды не может быть учтено. При неумелом выборе цели для наведения поверительной трубой применение ее только ухудшит результаты наблюдений. Легко видеть, что если эта цель будет выбрана так, что направление визирования поверительной трубой будет перпендикулярно направлению ветра, то при тех же величинах сдвигов столика (15—10 мм) при расстоянии до цели S_2 , равном 1 км, будем иметь ошибку в направлении за поверительную трубу:

$$\beta = \frac{10 \times \rho''}{10^6} \approx 2'',0.$$

Из приведенных расчетов явствует: а) в рассмотренном здесь случае применение поверительной трубы будет очень сильно портить результаты наблюдений; б) чем дальше будет расположена марка для наведения поверительной трубой, тем меньшая по величине ошибка вследствие шатания сигнала будет вноситься в результаты наблюдений.

Следовательно, при выборе цели для поверительной трубы нужно быть весьма осмотрительным: во-первых, цель должна быть выбрана так, чтобы направление визирования на нее поверительной трубой совпадало с направлением ветра и, во-вторых, расстояние до цели не должно быть ближе 1,5—2 км. Только в этом случае можно ожидать положительных результатов от применения поверительной трубы, т. е. правильного учета при ее помощи влияния кручения сигнала.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

Данные наблюдений за кручением сигналов и их исследование в целях установления характера влияния внешних условий на устойчивость сигналов позволяют сделать следующие общие выводы.

Сигналы из дерева, применяемые при геодезических наблюдениях, независимо от их формы, породы дерева и качества изготовления претерпевают некоторые изменения под действием внешних условий: непосредственного нагревания солнцем, изменения температуры окружающего воздуха, влияния влажности и действия ветра. Эти изменения выражаются в виде гнуптия, в виде вращательного движения — кручения или, наконец, в виде шатаний и вибрации.

Величина и особенность изменений зависят от степени сухости и породы дерева, из которого построен сигнал, а также от формы конструкции последнего.

Явление гнуптия выражается в изгибании вершины сигнала в сторону солнца, как бы следуя за его движением.

Благодаря гнуптию происходит постоянное, но небольшое по величине смещение центра инструментального столика, приводящее к ошибкам в измерениях углов, видимо, не превосходящим по величине $0''{,}05$ — $0''{,}10$. Поэтому гнуптие сигналов, вследствие малости его влияния на результаты измерений, при наблюдениях в триангуляции может не приниматься во внимание.

Кручение деревянных сигналов, заключающееся в горизонтальном повороте, имеет периодический характер: оно происходит днем в одном направлении, а ночью в другом, противоположном дневному. Каждый сигнал имеет ему одному свойственное кручение, по продолжительности и направлению отличное от кручения других сигналов.

Величина и направление хода кручения зависят, помимо влияния перечисленных выше метеорологических условий, от конструкции сигнала, материала, из которого он изготовлен, прочности постройки и места ее расположения.

Кручение сигнала, в зависимости от действия внешних факторов, происходит неравномерными скачками: то усиливаясь, то ослабевая. Днем, в наиболее жаркий период времени кручение происходит сильнее и неравномерней, чем в другое время суток. После спада максимальной температуры и ближе к вечеру кручение ослабевает и ход его становится более равномерным.

Ночью кручение протекает, как правило, равномернее, чем днем, однако возможны случаи, когда в некоторые периоды ночи кручение сигнала будет происходить в более сильно выраженной форме, чем днем.

Характер хода кручения деревянных сигналов при прочих равных обстоятельствах определяется метеорологическими условиями, поэтому ход кручения в разные дни (и ночи) одного и того же сигнала различен, но направление кручения сохраняется. Резкие изменения в метеорологических условиях могут вызвать временное изменение направления кручения сигнала.

Увеличение угла кручения сигнала нельзя, строго говоря, полагать пропорциональным времени. Последнее можно допускать в практических целях лишь для очень коротких промежутков времени. Кручение представляет в каждом отдельном случае сложную функцию многих

аргументов, главнейшими из которых являются: движение солнца, температура и влажность воздуха. В связи с тем, что явление кручения сигналов недостаточно изучено, — еще нет такой формулы, которая бы с надлежащей точностью устанавливала математическую зависимость кручения от факторов, его определяющих.

Величина ошибки за кручение сигнала в результатах угловых измерений зависит при данном ходе кручения сигнала от продолжительности приема. Чем продолжительнее будет прием, тем большую ошибку вследствие кручения сигнала можно ожидать в результатах угловых измерений. Поэтому наиболее благоприятным случаем для понижения ошибки за кручение в результатах наблюдений является включение в прием только двух направлений, т. е. измерение отдельных углов.

Учитывая то обстоятельство, что деревянные сигналы в общем сравнительно надежно выдерживают направление кручения, можно ожидать значительного снижения влияния кручения на результаты измерения углов, при условии надлежащей постановки измерений в смысле симметричности выполнения их, т. е. при измерении угла в первом полуприеме движением трубы от левого направления к правому, а во втором полуприеме, наоборот, от правого к левому.

Наиболее благоприятные результаты, в смысле наименьшего влияния на них кручения сигнала, можно получить в случае применения при измерении углов способа повторений и способа измерения углов во всех комбинациях.

В среднем значении угла, образованном из нескольких его измерений, можно ожидать понижения величины ошибки за кручение сигнала, так как эти ошибки могут входить в значения измеренных углов с разными знаками.

При выполнении угловых измерений на сигнале без поверительной трубы можно было бы рекомендовать использование формулы:

$$\mu = \sqrt{\frac{|\delta^2|}{2 m n(n-1)}}, \quad (B)$$

где δ — разность между двумя значениями угла, полученными в одном и том же приеме, n — число направлений, а m — число приемов.

В этом случае из сопоставления величин μ , вычисленных по формуле (B), с величинами μ , вычисленными по отклонениям результатов отдельных измерений от соответствующих средних значений, могли бы быть получены дополнительные данные, характеризующие жесткость сигналов.

Путем применения поверительной трубы при наблюдениях можно достичь освобождения результатов наблюдений от ошибок за кручение сигнала, но при этом в измерения вносятся другие ошибки, связанные с применением поверительной трубы. Поэтому применение поверительной трубы становится целесообразным только тогда, когда величина вторых (упомянутых выше) ошибок будет меньше ошибки, обусловленной кручением сигнала. В случае неумелого пользования поверительной трубой ее применение при наблюдениях может привести к ухудшению результатов измерений; последнее особенно следует иметь в виду в ветреную погоду.

ЛИТЕРАТУРА

- Аузан А. И. Опыт исследования влияния боковой рефракции, а также гнуптия и кручения тригонометрических знаков на измеряемые направления. Зап. Военно-топогр. упр. Штаба РККА, т. LXXIII. ч. II, 1924.
- Данилов В. В. а. Отчет по исследованию высокоточных наблюдений. Тр. ЦНИИГАиК, 1936, вып. 11.
- Данилов В. В. б. Замечания к статье А. Розалиева «Значение поверительной трубы при измерениях горизонтальных углов». Геодезист, 1936, № 4.
- Инструкция по триангуляции I класса. Редбюро ГУГК при СНК СССР, М., 1939.
- Иванов В. Н. Кручение триангуляционных знаков в течение первого летнего сезона, отстроенных из сырого лесоматериала, заготовленного в момент постройки. Геодезист, 1937, № 10.
- Красовский Ф. Н. и Данилов В. В. Руководство по высшей геодезии, ч. I, вып. 1 и 2. М., 1938—1939 гг.
- Ларченко Е. Г. О кручении геодезических знаков и о применении поверительной трубы. Геодезист, 1940, № 8.
- Померанцев И. И. Доклад о современных астрономо-геодезических работах бывшего корпуса военных топографов. XIII сборник рефератов и статей по геодезическим вопросам, 1926.
- Розалиев А. Кручение сигналов. Геодезист, 1934, № 11—12.
- Струве В. Я. Дуга меридиана, т. I и II. СПб., 1861.
- Соколов Н. а. Отрицательная роль поверительной трубы при измерении углов по способу Шрейбера. Геодезист, 1932, № 2—3.
- Соколов Н. б. Результаты наблюдений на триангуляции I класса без участия поверительной трубы. Геодезист, 1932, № 6.
- Наставление по постройке геодезических знаков. Геодезиздат, М., 1943.
- Уитекер Э. и Робинсон Г. Математическая обработка результатов наблюдений. ГТТН, 1933.
- Фурсов В. И. О разборных стальных сигналах. Исследования по геодезии. ЦНИИГАиК, Сборник 9, Геодезиздат, М., 1940.
- Baeyer I. I. General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung pro 1863. Berlin, 1864.
- Jordan W. Handbuch der Vermessungskunde. 1878.
- Jordan W. - Eggert O. Handbuch der Vermessungskunde, 1939, Bd. 3, H. 1.
- Paschen. Über den s. g. Drehen der Beobachtungspfeiler auf trigonometrischen Stationen. Astronom. Nachricht., 1865, № 1492—1493.
- Petzold, Die Gaulierschen Untersuchungen der durch Feuchtigkeit und Wärme verursachten Längenänderungen von Holzstäben. Zs. f. Vermess., 1902, H. 7.
- Schmerber Ch., Tardi P., Caillol P. Méthode de mesure des angles par „répétitions fractionnées“ à l'aide d'un instrument réitérateur. Bull. géod., 1937, № 56.
- Schreiber. Über die Anordnung von Horizontalwinkel-Beobachtungen auf den Stationen. Zs. f. Vermess., 1878, H. 4.
- Tardi P. Traité de géodésie. Paris, 1934.
- Weigel K. Emploi des signaux démontables en profilés en Pologne. Bull. géod., 1935, № 45.

СОДЕРЖАНИЕ

	<i>Стр.</i>
Изотов А. А. Земной эллипсоид Красовского и связанные с ним геодезические величины	3
Соколов М. Н. Кручение деревянных геодезических сигналов	17
Глава I. Общие вопросы кручения сигналов	17
Глава II. Величина кручения сигнала	21
Глава III. Ход кручения сигнала	27
Глава IV. Влияние кручения сигнала на результаты измерения горизонтальных углов	45
Глава V. О введении в угловые измерения поправки за кручение сигнала	53
Глава VI. Гнутие сигнала	57
Глава VII. Действие ветра на сигнал	63
Глава VIII. Общие выводы	69