

ИНФОРМАТИКА И ОБРАЗОВАНИЕ

№ 8'2021

ISSN 0234-0453

www.infojournal.ru



Уважаемые коллеги!
Приглашаем вас к участию

В XVIII ВСЕРОССИЙСКОМ КОНКУРСЕ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ
ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ И ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ
ИНФО-2021

Подробная информация на с. 62–63
и на сайте издательства «Образование и Информатика»: <https://infojournal.ru/>



1С:Образование

Система организации и поддержки учебного процесса онлайн

Онлайн-система предназначена для организации электронного обучения и включения дистанционных образовательных технологий в учебный процесс в школе или колледже.



Функциональные возможности

- Ориентированная на образовательную организацию система администрирования пользователей.
- Учет особенностей организации учебного процесса в конкретной школе или колледже.
- Цифровая библиотека учебных пособий по всем основным общеобразовательным дисциплинам.
- Десятки тысяч интерактивных мультимедийных образовательных ресурсов в составе библиотеки.
- Инструменты для создания собственных цифровых учебных материалов различного дидактического назначения.
- Назначение учащимся групповых и индивидуальных заданий с автоматической проверкой.
- Детальное информирование преподавателя о ходе и результатах самостоятельной учебной деятельности учащегося.
- Совместное использование с любыми системами видеоконференцсвязи для проведения онлайн-занятий.

Преимущества использования

- Отсутствие затрат на развертывание, администрирование и эксплуатацию системы в сети образовательной организации.
- Отдельная база данных для каждой школы или колледжа.
- Неограниченное количество классов и групп, преподавателей и учащихся.
- Регулярно обновляемая цифровая библиотека учебных пособий.
- Низкая стоимость подключения и простота в использовании.

**Заполните заявку на сайте
и получите бесплатный тестовый
доступ на 30 календарных дней.**



Содержание

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ОПЫТ

Сергеев Я. Д. Новый взгляд на бесконечно большие и бесконечно малые величины: методологические основы и практическое использование этих чисел в вычислениях на компьютере 5

Кушнир М. Э., Рабинович П. Д., Заведенский К. Е., Базарова Г. Т., Царьков И. С. Модель образовательного профиля личности для управления образовательной деятельностью и развития личностного потенциала 23

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ КАДРЫ

Попов Н. И., Кожурина А. В. Исследование специальных способностей будущих учителей информатики в процессе подготовки для работы с одаренными детьми 32

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ТЕСТЫ

Муканова А. Р., Оцоков Ш. А. Исследование применимости методов машинного обучения для оценки деятельности кафедр 41

ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Обухов А. С., Томилина М. В. Развитие цифровых образовательных технологий в России до пандемии: история и особенности индустрии EdTech 52

Дизайн обложки данного выпуска журнала: Lucélia Ribeiro

Присланные рукописи не возвращаются.

Ответственность за достоверность фактов несут авторы публикуемых материалов.

Воспроизведение или использование другим способом любой части издания без согласия редакции является незаконным и влечет ответственность, установленную действующим законодательством РФ.

При цитировании ссылка на журнал «Информатика и образование» обязательна.

Редакция не несет ответственности за содержание рекламных материалов.

Свидетельство о регистрации
средства массовой информации
ПИ № 77-7065 от 10 января 2001 г.

Издатель ООО «Образование и Информатика»
119261, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 82/2, комн. 6
Телефон: (495) 140-19-86
E-mail: readinfo@infojournal.ru
Сайт издательства: <http://infojournal.ru/>
Сайт журнала: <https://info.infojournal.ru/>
Почтовый адрес: 119270, Россия, г. Москва, а/я 15

Подписано в печать 29.10.21.
Формат 60×90/8. Усл. печ. л. 8,0.
Тираж 2000 экз. Заказ № 1561.
Отпечатано в типографии ООО «Принт сервис групп»,
105187, Россия, г. Москва, Борисовская ул., д. 14, стр. 6,
тел./факс: (499) 785-05-18, e-mail: 3565264@mail.ru

© «Образование и Информатика», 2021

Table of Contents

PEDAGOGICAL EXPERIENCE

Ya. D. Sergeyev. A new look at infinitely large and infinitely small quantities: Methodological foundations and practical calculations with these numbers on a computer..... 5

M. E. Kushnir, P. D. Rabinovich, K. E. Zavedenskiy, G. T. Bazarova, I. S. Tsarkov. Model of educational personality profile for learning management and development of personal potential 23

PEDAGOGICAL PERSONNEL

N. I. Popov, A. V. Kozhurina. Research of special abilities of future informatics teachers in the process of training to work with gifted children..... 32

PEDAGOGICAL MEASUREMENTS AND TESTS

A. R. Mukanova, Sh. A. Otsokov. Research of the applicability of machine learning methods for assessment of departments' performance 41

INFORMATIZATION OF EDUCATION

A. S. Obukhov, M. V. Tomilina. The development of digital educational technologies in Russia before the pandemic: History and peculiarities of the EdTech industry 52

Cover design for this issue: Lucélia Ribeiro

Submitted manuscripts will not be returned.

The authors of the published materials are responsible for the accuracy of the facts.

It is illegal to reproduce or otherwise use any part of the publication without the consent of the publisher.

Responsibility established by the current legislation of the Russian Federation.

When quoting a reference to the "Informatics and Education" journal is required.

The editors are not responsible for the content of advertising materials.

Certificate of Registration
of Mass Media PI No. 77-7065
dated January 10, 2001

Publisher: LLC "Education and Informatics"
119261, Russia, Moscow, Leninsky prospect, 82/2, room 6
Phone: (495) 140-19-86
E-mail: readinfo@infojournal.ru
Publisher's website: <http://infojournal.ru/>
Journal website: <https://info.infojournal.ru/>
Postal address: 119270, Russia, Moscow, PO Box 15

Signed for printing: 29.10.21.
Format 60x90/s. Cond. printed sheets 8.0.
Circulation 2000 copies. Order No. 1561.
Printed at the printing office of LLC "Print Service Group",
105187, Russia, Moscow, Borisovskaya ulitsa, 14, building 6
tel./fax: (499) 785-05-18, e-mail: 3565264@mail.ru

© Education and Informatics, 2021

Учредители:

- Российская академия образования
- Издательство «Образование и Информатика»

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

ГРИГОРЬЕВ Сергей Георгиевич

чл.-корр. РАО, доктор тех. наук, профессор, Институт цифрового образования Московского городского педагогического университета, профессор департамента информатики, управления и технологий (Москва, Россия)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ВАСИЛЬЕВ Владимир Николаевич

чл.-корр. РАН, чл.-корр. РАО, доктор тех. наук, профессор, Национальный исследовательский университет ИТМО, ректор (Санкт-Петербург, Россия)

ГРИНШКУН Вадим Валерьевич

академик РАО, доктор пед. наук, профессор, Институт цифрового образования Московского городского педагогического университета, начальник департамента информатизации образования (Москва, Россия)

КУЗНЕЦОВ Александр Андреевич

академик РАО, доктор пед. наук, профессор (Москва, Россия)

ЛАПТЕВ Владимир Валентинович

академик РАО, доктор пед. наук, канд. физ.-мат. наук, профессор, Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург, первый проректор (Санкт-Петербург, Россия)

НОВИКОВ Дмитрий Александрович

чл.-корр. РАН, доктор тех. наук, профессор, Институт проблем управления РАН, директор (Москва, Россия)

СЕМЕНОВ Алексей Львович

академик РАН, академик РАО, доктор физ.-мат. наук, профессор, Институт кибернетики и образовательной информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН, директор (Москва, Россия)

СМОЛЯНИНОВА Ольга Георгиевна

академик РАО, доктор пед. наук, профессор, Институт педагогики, психологии и социологии Сибирского федерального университета, директор (Красноярск, Россия)

УВАРОВ Александр Юрьевич

доктор пед. наук, профессор, Институт кибернетики и образовательной информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН, руководитель отдела образовательной информатики (Москва, Россия)

ХЕННЕР Евгений Карлович

чл.-корр. РАО, доктор физ.-мат. наук, профессор, Пермский государственный национальный исследовательский университет, зав. кафедрой информационных технологий (Пермь, Россия)

БОНК Кёртис Джей

Ph.D., Педагогическая школа Индианского университета в Блумингтоне, профессор (Блумингтон, США)

ДАГЕНЕ Валентина Антановна

доктор наук, профессор, Институт наук о данных и цифровых технологий Вильнюсского университета, руководитель группы образовательных систем (Вильнюс, Литва)

ЛЕВИН Илья

Ph.D., Педагогический колледж Тель-Авивского университета, профессор (Тель-Авив, Израиль)

СЕНДОВА Евгения

Ph.D., Институт математики и информатики Болгарской академии наук, доцент, ст. научный сотрудник (София, Болгария)

СЕРГЕЕВ Ярослав Дмитриевич

доктор физ.-мат. наук, профессор, Университет Калабрии, профессор (Козенца, Италия)

СТОЯНОВ Станимир Недялков

Ph.D., Пловдивский университет «Паисий Хилендарский», профессор факультета математики и информатики (Пловдив, Болгария)

ФОМИН Сергей Анатольевич

Ph.D., Университет штата Калифорния в Чико, профессор (Чико, США)

ФОРКОШ БАРУХ Алона

Ph.D., Педагогический колледж им. Левински, ст. преподаватель (Тель-Авив, Израиль)

Founders:

- The Russian Academy of Education
- The Publishing House "Education and Informatics"

EDITOR-IN-CHIEF

Sergey G. GRIGORIEV

Corresponding Member of RAE, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Professor at the Department of IT, Management and Technology, Institute of Digital Education, Moscow City University (Moscow, Russia)

EDITORIAL BOARD

Vladimir N. VASILIEV

Corresponding Member of RAS, Corresponding Member of RAE, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector of ITMO University

Vadim V. GRINSHKUN

Academician of RAE, Dr. Sci. (Edu.), Professor, Head of the Department of Education Informatization, Institute of Digital Education, Moscow City University (Moscow, Russia)

Alexander A. KUZNETSOV

Academician of RAE, Dr. Sci. (Edu.), Professor (Moscow, Russia)

Vladimir V. LAPTEV

Academician of RAE, Dr. Sci. (Edu.), Cand. Sci. (Phys.-Math.), Professor, First Vice Rector of the Herzen State Pedagogical University of Russia (St. Petersburg, Russia)

Dmitry A. NOVIKOV

Corresponding Member of RAS, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Director of the Institute of Control Sciences of RAS (Moscow, Russia)

Alexei L. SEMENOV

Academician of RAS, Academician of RAE, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Director of the Institute for Cybernetics and Educational Computing of the Federal Research Center "Computer Science and Control" of RAS (Moscow, Russia)

Olga G. SMOLYANINOVA

Academician of RAE, Dr. Sci. (Edu.), Professor, Director of Institute of Education Science, Psychology and Sociology, Siberian Federal University (Krasnoyarsk, Russia)

Alexander Yu. UVAROV

Dr. Sci. (Edu.), Professor, Head of the Educational Informatics Department, Institute for Cybernetics and Educational Computing, The Federal Research Centre "Computer Science and Control" of RAS (Moscow, Russia)

Evgeniy K. KHENNER

Corresponding Member of RAE, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Head of the Department of Information Technologies, Perm State University (Perm, Russia)

Curtis Jay BONK

Ph.D., Professor at the School of Education of Indiana University in Bloomington (Bloomington, USA)

Valentina DAGIENÉ

Dr. (HP), Professor, Head of the Education Systems Group, Institute of Data Sciences and Digital Technologies, Vilnius University (Vilnius, Lithuania)

Ilya LEVIN

Ph.D., Professor at the Department of Mathematics, Science and Technology Education, School of Education, Tel Aviv University (Tel Aviv, Israel)

Evgenia SENDOVA

Ph.D., Associate Professor, Institute of Mathematics and Informatics of Bulgarian Academy of Sciences (Sofia, Bulgaria)

Yaroslav D. SERGEYEV

Ph.D., D.Sc., D.H.C., Distinguished Professor, Professor, University of Calabria (Cosenza, Italy)

Stanimir N. STOYANOV

Ph.D., Professor at the Faculty of Mathematics and Informatics, University of Plovdiv "Paisii Hilendarski" (Plovdiv, Bulgaria)

Sergei A. FOMIN

Ph.D., Professor, California State University in Chico (Chico, USA)

Alona FORKOSH BARUCH

Ph.D., Senior Teacher, Pedagogical College Levinsky (Tel Aviv, Israel)

ИЗДАТЕЛЬСТВО ОБРАЗОВАНИЕ И ИНФОРМАТИКА

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

КУЗНЕЦОВ Александр Андреевич
председатель редакционного совета издательства «Образование и Информатика», академик РАО, доктор пед. наук, профессор (Москва, Россия)

БОЛОТОВ Виктор Александрович
академик РАО, доктор пед. наук, профессор, Институт образования НИУ «Высшая школа экономики», научный руководитель Центра психометрики и измерений в образовании (Москва, Россия)

БОСОВА Людмила Леонидовна
главный редактор журнала «Информатика в школе», доктор пед. наук, доцент, заслуженный учитель РФ, лауреат премии Правительства РФ в области образования, Институт математики и информатики Московского педагогического государственного университета, зав. кафедрой теории и методики обучения математике и информатике (Москва, Россия)

ГРИГОРЬЕВ Сергей Георгиевич
главный редактор журнала «Информатика и образование», чл.-корр. РАО, доктор тех. наук, профессор, Институт цифрового образования Московского городского педагогического университета, профессор департамента информатики, управления и технологий (Москва, Россия)

КАРАКОЗОВ Сергей Дмитриевич
доктор пед. наук, профессор, Московский педагогический государственный университет, проректор, директор Института математики и информатики (Москва, Россия)

КРАВЦОВ Сергей Сергеевич
доктор пед. наук, доцент, министр просвещения Российской Федерации (Москва, Россия)

НОСКОВ Михаил Валерианович
доктор физ.-мат. наук, канд. тех. наук, профессор, Институт космических и информационных технологий Сибирского федерального университета, профессор кафедры прикладной математики и компьютерной безопасности (Красноярск, Россия)

РАБИНОВИЧ Павел Давидович
канд. тех. наук, доцент, Институт прикладных экономических исследований Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, директор Центра проектного и цифрового развития образования (Москва, Россия)

РОДИОНОВ Михаил Алексеевич
доктор пед. наук, профессор, Педагогический институт им. В. Г. Беллинского Пензенского государственного университета, зав. кафедрой «Информатика и методика обучения информатике и математике» (Пенза, Россия)

РЫБАКОВ Даниил Сергеевич
канд. пед. наук, доцент, директор издательства «Образование и Информатика» (Москва, Россия)

ХРИСТОЧЕВСКИЙ Сергей Александрович
канд. физ.-мат. наук, ФИЦ «Информатика и управление» РАН, ведущий научный сотрудник (Москва, Россия)

ЧЕРНОБАЙ Елена Владимировна
доктор пед. наук, профессор, Институт образования НИУ «Высшая школа экономики», профессор департамента образовательных программ (Москва, Россия)

РЕДАКЦИЯ

**Главный редактор журнала
«Информатика и образование»**

ГРИГОРЬЕВ Сергей Георгиевич

**Главный редактор журнала
«Информатика в школе»**

БОСОВА Людмила Леонидовна

Директор издательства РЫБАКОВ Даниил Сергеевич

Научный редактор ДЕРГАЧЕВА Лариса Михайловна

Ведущий редактор КИРИЧЕНКО Ирина Борисовна

Корректор ШАРАПКОВА Людмила Михайловна

Верстка ФЕДОТОВ Дмитрий Викторович

Дизайн ГУБКИН Владислав Александрович

Отдел распространения и рекламы

КОПТЕВА Светлана Алексеевна

КУЗНЕЦОВА Елена Александровна

PUBLISHING HOUSE EDUCATION AND INFORMATICS

EDITORIAL COUNCIL

Alexander A. KUZNETSOV,
Chairman of the Editorial Council, Academician of RAS, Dr. Sci. (Edu.),
Professor (Moscow, Russia)

Victor A. BOLOTOV
Academician of RAE, Dr. Sci. (Edu.), Professor, Institute of Education, National Research University Higher School of Economics, Academic Supervisor of the Center for Psychometrics and Measurement of Education (Moscow, Russia)

Ludmila L. BOSOVA
Editor-in-Chief of the "Informatics at School" journal, Dr. Sci. (Edu.), Docent, Honored Teacher of the Russian Federation, Laureate of the RF Government Prize in the Field of Education, Institute of Mathematics and Informatics, Moscow Pedagogical State University, Head of the Department of Theory and Methods of Teaching Mathematics and Informatics (Moscow, Russia)

Sergey G. GRIGORIEV
Editor-in-Chief of the "Informatics and Education" journal, Corresponding Member of RAE, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Institute of Digital Education, Moscow City University, Professor at the Department of IT, Management and Technology (Moscow, Russia)

Sergey D. KARAKOZOV
Dr. Sci. (Edu.), Professor, Moscow Pedagogical State University, Vice Rector, Director of Institute of Mathematics and Informatics (Moscow, Russia)

Sergey S. KRAVTSOV
Dr. Sci. (Edu.), Docent, Minister of Education of the Russian Federation (Moscow, Russia)

Mikhail V. NOSKOV
Dr. Sci. (Phys.-Math.), Cand. Sci. (Eng.), Professor, Institute of Space and Information Technologies, Siberian Federal University, Professor at the Department of Applied Mathematics and Computer Security (Krasnoyarsk, Russia)

Pavel D. RABINOVICH
Cand. Sci. (Eng.), Docent, Institute of Applied Economic Research, The Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Director of the Center of Project and Digital Education Development (Moscow, Russia)

Mikhail A. RODIONOV
Dr. Sci. (Edu.), Professor, Pedagogical Institute named after V. G. Belinsky, Penza State University, Head of the Department of Informatics and Teaching Methods of Informatics and Mathematics (Penza, Russia)

Daniil S. RYBAKOV
Cand. Sci. (Edu.), Docent, Director of the Publishing House "Education and Informatics" (Moscow, Russia)

Sergey A. CHRISTOCHEVSKY
Cand. Sci. (Phys.-Math.), The Federal Research Centre "Computer Science and Control" of RAS, Leading Research Fellow (Moscow, Russia)

Elena V. CHERNOBAY
Dr. Sci. (Edu.), Professor, Institute of Education, National Research University Higher School of Economics, Professor at the Department of Educational Programs (Moscow, Russia)

EDITORIAL TEAM

**Editor-in-Chief
of the "Informatics and Education" journal**

Sergey G. GRIGORIEV

**Editor-in-Chief
of the "Informatics in School" journal**

Lyudmila L. BOSOVA

Director of Publishing House Daniil S. RYBAKOV

Science Editor Larisa M. DERGACHEVA

Senior Editor Irina B. KIRICHENKO

Proofreader Lyudmila M. SHARAPKOVA

Layout Dmitry V. FEDOTOV

Design Vladislav A. GUBKIN

Distribution and Advertising Department

Svetlana A. KOPTOVA

Elena A. KUZNETSOVA

DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-5-22

НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШИЕ И БЕСКОНЕЧНО МАЛЫЕ ВЕЛИЧИНЫ: МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭТИХ ЧИСЕЛ В ВЫЧИСЛЕНИЯХ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Я. Д. Сергеев^{1,2} ✉

¹ *Университет Калабрии, Козенца, Италия*

² *Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия*

✉ yaro@dimes.unical.it

Аннотация

В статье описывается недавно предложенная методология, позволяющая работать с бесконечно большими и бесконечно малыми величинами на компьютере. Подход использует ряд идей, сближающих его с современной физикой, в частности, обсуждаются относительность математического знания и его зависимость от инструментов, используемых математиками в своих исследованиях. Показывается, что появление новых вычислительных инструментов влияет на то, как мы воспринимаем традиционные математические объекты, а также помогает обнаружить новые интересные объекты и задачи. Приводятся аргументы, указывающие, что многие сложности и парадоксы, возникающие при работе с бесконечностью, не зависят от ее природы, а являются результатом слабости традиционных систем записи чисел, применяемых для работы с бесконечно большими и бесконечно малыми величинами. Предлагается система счисления, позволяющая не только работать с ними аналитически более простым и интуитивным способом, но и производить практические вычисления на Компьютере Бесконечности, запатентованном в ряде стран. Даются примеры измерения бесконечных множеств с точностью до одного элемента и показывается, что новая методология позволяет избежать появления некоторых известных парадоксов, связанных с бесконечностью. Приводятся примеры решения ряда вычислительных задач и обсуждаются некоторые результаты преподавания описываемой методологии в Италии и Великобритании.

Ключевые слова: бесконечно большие и бесконечно малые величины, гроссуан, Компьютер Бесконечности, численные вычисления с бесконечностью, философия математики, парадоксы бесконечности, преподавание математики, измерение бесконечных множеств, расходящиеся ряды.

Для цитирования:

Сергеев Я. Д. Новый взгляд на бесконечно большие и бесконечно малые величины: методологические основы и практическое использование этих чисел в вычислениях на компьютере. *Информатика и образование*. 2021;36(8):5–22. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-5-22

A NEW LOOK AT INFINITELY LARGE AND INFINITELY SMALL QUANTITIES: METHODOLOGICAL FOUNDATIONS AND PRACTICAL CALCULATIONS WITH THESE NUMBERS ON A COMPUTER

Ya. D. Sergeyev^{1,2} ✉

¹ *University of Calabria, Cosenza, Italy*

² *Lobachevsky State University, Nizhny Novgorod, Russia*

✉ yaro@dimes.unical.it

Abstract

This article describes a recently proposed methodology that allows one to work with infinitely large and infinitely small quantities on a computer. The approach uses a number of ideas that bring it closer to modern physics, in particular, the relativity of mathematical knowledge and its dependence on the tools used by mathematicians in their studies are discussed. It is shown that the emergence of

new computational tools influences the way we perceive traditional mathematical objects, and also helps to discover new interesting objects and problems. It is discussed that many difficulties and paradoxes regarding infinity do not depend on its nature, but are the result of the weakness of the traditional numeral systems used to work with infinitely large and infinitely small quantities. A numeral system is proposed that not only allows one to work with these quantities analytically in a simpler and more intuitive way, but also makes possible practical calculations on the Infinity Computer, patented in a number of countries. Examples of measuring infinite sets with the accuracy of one element are given and it is shown that the new methodology avoids the appearance of some well-known paradoxes associated with infinity. Examples of solving a number of computational problems are given and some results of teaching the described methodology in Italy and Great Britain are discussed.

Keywords: infinitely large and infinitely small quantities, grossone, Infinity Computer, numerical computations with infinity, philosophy of mathematics, paradoxes of infinity, teaching of mathematics, measurement of infinite sets, divergent series.

For citation:

Sergeyev Ya. D. A new look at infinitely large and infinitely small quantities: Methodological foundations and practical calculations with these numbers on a computer. *Informatics and Education*. 2021;36(8):5–22. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-5-22 (In Russian.)

1. Введение

Информатика начала сильно влиять на математику и ее преподавание сразу же после появления первых вычислительных машин во второй половине прошлого века [1–8]. С течением времени и увеличением производительности компьютеров это влияние все больше усиливалось. Более того, мощные вычислительные инструменты и новые задачи, возникающие в информатике, не только подтолкнули развитие многих традиционных разделов математики, но и привели к возникновению совершенно новых ее областей, связанных, в первую очередь, с новыми вычислительными парадигмами, такими как, например, параллельные и квантовые вычисления [9–11]. Необходимость разработки и исследования алгоритмов для новых вычислительных машин, не обладающих привычной фон Неймановской архитектурой, привела к глубокому изменению как структуры вычислительных методов, так и самих математических объектов, с которыми производятся вычисления. Таким образом, можно смело сказать, что информатика и математика развиваются в тесном контакте, взаимно обогащая друг друга. Разработка суперкомпьютерных вычислительных инструментов, их влияние на понимание традиционных математических объектов и возможности, предоставляемые этими инструментами для решения математических задач, являются основным предметом обсуждения в данной статье.

Наряду с уже упоминавшимися параллельными и квантовыми компьютерами в последние годы большой интерес вызывает **Компьютер Бесконечности (КБ)**, позволяющий автоматически производить численные (т. е. не символьные) расчеты с величинами, которые могут содержать различные бесконечно большие, бесконечно малые и конечные части. Этот интерес вызван несколькими факторами.

Во-первых, поскольку традиционные компьютеры могут работать численно только с конечными величинами, возможность проводить практические вычисления с бесконечными и бесконечно малыми числами, естественно, вызывает большой интерес.

Во-вторых, конструкция КБ была запатентована в нескольких странах [12], и существует его программный прототип, на котором уже проводятся практические вычисления в Европе и США. Это вы-

годно отличает КБ от широко обсуждаемых квантовых компьютеров, практическое создание которых с большим количеством q-битов представляется пока что достаточно туманным.

В-третьих, несколько групп логиков исследовали непротиворечивость математических оснований этой вычислительной парадигмы [13–16], показав надежность нового способа вычислений.

В-четвертых, методология КБ позволяет иначе взглянуть на целый ряд парадоксов и проблем, которые при традиционном видении бесконечности кажутся очень трудными или даже неразрешимыми [17–19].

В-пятых, преподавание новой вычислительной парадигмы позволяет существенно облегчить понимание студентами многих сложных математических понятий и объектов и упростить ряд трудоемких вычислений [20–22]. Например, с бесконечно большими и бесконечно малыми величинами становится возможным работать численно на КБ, и появляется ряд понятных практических интерпретаций. Следует отметить, что в Англии уже существует сайт [23], посвященный преподаванию этой методологии, откуда можно скачать качественно разработанные методические материалы. Доступность для студентов новых концепций является сильным преимуществом КБ по отношению к нестандартному анализу [24], который (хотя он и работает с бесконечностью и бесконечно малыми величинами) не получил большого распространения в современном образовательном процессе [25] из-за его ярко выраженной теоретической направленности, невозможности избежать парадоксов и сложности для студентов.

В-шестых, были найдены многочисленные классы задач, в которых использование КБ и его вычислительной методологии позволило открыть новые интересные феномены и получить результаты, существенно превосходящие традиционные как с практической, так и с теоретической точек зрения.

К сожалению, недостаток места не позволяет нам указать все интересные приложения КБ и статьи, посвященные той или иной тематике. Упомянем только некоторые из них: математический анализ [18], теория вероятности [26, 27], теория игр [28–30], численное решение дифференциальных уравнений [31], численное дифференцирование [32], оптимизация [33, 34], философия математики [13, 14, 18, 35],

фракталы [36] и т. д. Заметим также, что достаточно полная коллекция работ, содержащая несколько десятков статей, использующих методологию КБ в различных областях математики и информатики, доступна на сайте [12].

Настоящая статья представляет собой краткий обзор этой методологии, позволяющей не только выполнять вычисления на Компьютере Бесконечности, но и выработать новый взгляд на бесконечность, а также на другие математические объекты и математику в целом. Подход использует ряд идей, сближающих его с современной физикой, в частности, обсуждается относительность математического знания и его зависимость от инструментов, используемых математиками в своих исследованиях. Среди таких инструментов особое внимание уделяется различным системам записи чисел и сравнению их возможностей для практического выражения тех или иных чисел.

Отметим, что традиционно используемый в русском языке термин «система счисления» определяется как способ представления чисел с помощью письменных знаков и правил выполнения арифметических операций с ними. Присутствующее в термине слово «счисление» подчеркивает имеющийся в литературе (и в нашем сознании) сдвиг интереса в сторону «счисления», а не записи чисел. Как правило, в литературе по математике и информатике метод записи чисел после того, как он был введен, отходит на второй план и принимается молчаливое соглашение о том, что произвольное, например, целое, число может быть записано в любой известной системе счисления.

В настоящей работе подробно рассматривается второй аспект этого термина, а именно — различные способы записи чисел при помощи нумералов. Под **нумералом** в литературе понимается символ или группа символов, используемых для представления числа. Различие между нумералами и числами такое же, как между словами и идеями, которые выражаются словами, т. е. число есть концепция, которую выражает нумерал. Нумерал может быть написан или стерт, а число — нет. Одно и то же число может быть представлено различными нумералами, например, записи «4», «четыре», «III» и «IV» представляют собой различные нумералы, но все они выражают одно и то же число. Мы можем сказать, что системы нумералов принадлежат набору инструментов, который математики используют в своей работе, наблюдая при их помощи числа и объекты, построенные с использованием чисел.

В работе показывается, что различные системы записи чисел (различные инструменты) имеют разную точность и позволяют наблюдать разные множества чисел. Использование более развитой, более мощной системы нумералов дает возможность работать с большим набором чисел и получать более точные результаты. Оказывается, что многие вычислительные трудности, возникающие при работе с бесконечностью (например, расходимости, неопре-

деленные формы, некоторые парадоксы и т. д.), не обусловлены природой бесконечности, а являются следствием слабости традиционных систем записи чисел. Предлагается новая система нумералов, позволяющая записывать большое количество бесконечно больших и бесконечно малых величин в явной форме конечным числом символов (что важно для проведения вычислений на практике). Предлагаемый подход позволяет построить простую и наглядную арифметику для выполнения вычислений не только с конечными числами, но и с бесконечно большими, и с бесконечно малыми величинами. Ввиду недостатка места мы представим здесь только краткое изложение методологии (более полное описание [18] доступно на сайте [12]).

Статья структурирована следующим образом. В разделе 2 мы проводим сравнительный анализ некоторых систем записи конечных чисел. Раздел 3 объясняет, почему необходимо по-новому взглянуть на бесконечность. Четвертый раздел посвящен новой методологии, которая послужит основой для введения в разделе 5 математического языка и системы счисления, позволяющих работать с бесконечными и бесконечно малыми величинами не только более простым и интуитивным способом, но и производить вычисления с ними на Компьютере Бесконечности. Также в этом разделе даются примеры измерения бесконечных множеств с точностью до одного элемента и показывается, что предложенная методология позволяет избежать появления некоторых известных парадоксов. Раздел 6 посвящен решению ряда вычислительных задач. Наконец, раздел 7 завершает статью, и в нем обсуждаются некоторые вопросы преподавания новой методологии.



2. Сравнительный анализ некоторых систем записи конечных чисел

Прежде чем мы займемся бесконечностью, полезно отметить, что различные системы записи чисел позволяют выражать *разные* множества чисел. Иными словами, неверно, что *любое* число может быть выражено в любой системе записи. Современная позиционная система записи позволяет легко записывать очень большие и очень маленькие положительные и отрицательные числа и достаточно легко выполнять арифметические операции с ними. Однако с исторической точки зрения ее появление произошло совсем недавно. Считается, что ноль был изобретен индийским ученым по имени Брахмагупта в VII веке и его введение привело к окончательному формированию позиционной системы записи*. Затем она стала использоваться в арабском мире и в 1202 году, когда вышла книга Леонардо Фибоначчи «Liber Abaci», этот способ записи и счета начал проникать

* Некоторые авторы вводят множество натуральных чисел, включая в него 0. Поскольку ноль был введен в практику вычислений сильно позже по сравнению с числами 1, 2, 3 и т. д., мы не будем включать его в множество натуральных чисел, определяя последнее как $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

в Европу, где получил повсеместное распространение только в XIV веке. Поскольку позиционная система является очень мощной, у многих людей возникает иллюзия, что при ее помощи можно записать любое число. Конечно, это не так. Например, она не позволяет записать число, имеющее 10^{100} различных цифр. Действительно, если мы будем писать со скоростью одна цифра в наносекунду (что очень быстро), запись такого числа займет 10^{91} секунд. Поскольку в году $31\,556\,926 \approx 3,1 \cdot 10^7$ секунд, чтобы выполнить эту запись, потребуется примерно $3,2 \cdot 10^{83}$ лет. Это довольно много времени. Как известно, современная физика предполагает, что возраст Вселенной составляет около 13,82 миллиарда лет, т. е. «всего» $1,382 \cdot 10^{10}$ лет.

До появления позиционной системы возможности записывать большие числа (и выполнять с ними операции) были еще более ограничены. Как следствие, количество чисел, которые можно было записать, было меньше. Например, греческая система записи использовала буквы греческого алфавита и не позволяла записывать большие числа. Эта проблема была хорошо понятна Архимеду, который в своей работе «Исчисление песка» (Псаммит) ввел специальные нумералы для выражения нужных ему больших чисел. Римская система записи удобнее греческой, но и она не позволяет записывать большие числа и имеет другие недостатки. Например, выполнение операции деления в ней затруднительно. Для нас очень важно также, что ни греческая, ни римская системы записи не позволяют выразить ноль и отрицательные числа. Это означает, что при использовании этих систем записи выражение $\Pi - V$ является неопределенной формой, если вычислитель не знает о существовании отрицательных чисел. Введение этих чисел вместе с нумералом, выражающим ноль, позволяет избежать появления неопределенных форм такого типа и расширить множество чисел, с которыми можно выполнять вычисления, на отрицательные числа.

Еще более ограниченной является унарная система записи, в которой число n представляется в виде суммы n черточек (или камешков, зарубок и т. п.). Очевидно, что в силу физических ограничений выполнять арифметические операции в этой системе чрезвычайно тяжело и в ней просто невозможно записать сколь-нибудь большое число. Вероятно, что операции умножения и деления даже не были определены в этой системе (попробуйте, например, разделить число  на число , используя только эту систему нумералов).

Существуют и еще более слабые системы записи. Обратимся к исследованию Питера Гордона из Колумбийского университета, опубликованному в журнале Science [37]. В этой работе описываются племя Пираха из Амазонии и их язык, который привлек большое внимание лингвистов [38–40]. Пираха живут в наши дни в Амазонии и используют очень простую систему нумералов для счета: один, два, много. Пираха не знают о существовании чисел больше двух, и у них такие операции, как $2 + 1$ и $2 + 2$, дают одинаковый результат, т. е. «много». Используя

свою слабую систему нумералов, они не в состоянии «видеть» числа 3 и 4, не могут выполнять арифметические операции с ними и в целом не в состоянии сказать что-либо об этих числах, поскольку в их языке нет ни слов, ни концепций для этого.

Необходимо отметить, что записи $1 + 2 =$ «много» и $2 + 2 =$ «много» не являются неправильными. Они правильные в системе счета Пираха, не знающих о существовании чисел 3 и 4. Следует отметить, что и для людей, знающих о числах 3 и 4, ответ «много» тоже не является ошибочным. Он является *неточным* (аналогично, когда мы говорим, что в парке у нашего дома много деревьев, мы даем правильный, но неточный ответ). Для задач, решаемых Пираха, низкая точность ответа «много» является достаточной, и такой ответ успешно используется ими на практике. Однако, если мы нуждаемся в ответе более точном, чем «много», необходимо ввести нумералы для выражения чисел 3 и 4.

Как мы уже выяснили, любая система записи имеет числа, которые она не может выразить. Следовательно, для успешного выполнения арифметических операций необходимо, чтобы и операнды, и результат были выразимы в выбранной системе записи. Если результат операции не выразим *точно*, то возможны возникновение парадоксов ($2 + 1 =$ «много») или хорошо знакомая программам ситуация арифметического переполнения (overflow), когда при арифметическом действии результат становится больше максимально возможного значения M для переменной, использующейся для хранения результата. В этом случае вычисления останавливаются, поскольку не представляется возможным выразить результат операции. В программировании значение M хорошо известно, так как оно определяется размером памяти компьютера. В математике, как мы уже отмечали, это ограничение тоже существует, но на него обычно не обращают внимания.

Поскольку разные системы записи позволяют выразить разные множества чисел, существенным является тот факт, что не всегда возможно перевести точно число из одной системы нумералов в другую. Например, число 10 непредставимо в системе Пираха, его перевод «много» очевидно неточен. Наоборот, перевод «много» в позиционную систему просто невозможен, так как вместо числа мы получаем множество целых чисел $x > 2$. Можно привести и более привычный пример: результат операции $2 \cdot \pi$ невыразим в десятичной позиционной системе записи конечным числом символов. Подчеркнем, что мы говорим о практических вычислениях и, следовательно, при их выполнении мы можем произвести только конечное число операций, следовательно, мы будем не в состоянии записать число $2 \cdot \pi$, которое имеет бесконечное число цифр после запятой.

Другим моментом, на который следует обратить внимание при сравнении различных систем записи чисел, является невозможность смешивания в одном выражении нумералов, принадлежащих к различным системам записи. Например, выражение

«много» + 5 не имеет смысла, поскольку для людей, знающих, что такое число 5, непонятно, что такое «много». И наоборот, для Пираха непонятно, что такое 5.

Подведем некоторые итоги этого раздела:

- 1) все существующие системы записи могут выражать только определенные множества чисел;
- 2) для любой системы записи можно указать числа, невыразимые в этой конкретной системе;
- 3) разные системы записи могут выражать разные множества чисел, и проблема точного перевода из одной системы в другую не всегда разрешима;
- 4) разные системы записи могут иметь разные алгоритмы для выполнения арифметических операций;
- 5) чем более развита система записи, тем больше чисел могут быть в ней представлены и тем легче выполнять арифметические операции с нумералами этой системы;
- 6) для выполнения некоторой операции необходимо, чтобы в системе записи были нумералы, позволяющие выразить как операнды, так и результат;
- 7) при фиксированной системе записи не все результаты арифметических операций могут быть выражены с одинаковой точностью;
- 8) введение в систему записи новых нумералов позволяет выразить большее количество чисел и может исключить из практики вычислений некоторые неопределенные формы.

3. Мотивация необходимости введения нового взгляда на бесконечность

Понятия бесконечно большого и бесконечно малого привлекали внимание многих выдающихся математиков, философов, физиков и теологов, которые пытались разгадать парадоксы бесконечности и бесконечно малых величин, ввести их в математическую практику и дать им строгие определения. Чтобы понять важность проблематики, достаточно упомянуть имена известных ученых, которые ею занимались: Зенон Элейский, Евдокс Книдский, Аристотель, Архимед, Галилео Галилей, Бонавентура Франческо Кавальери, Джон Уоллис, Исаак Ньютон, Готфрид Вильгельм фон Лейбниц, Георг Фердинанд Людвиг Филипп Кантор, Дэвид Гильберт, Туллио Леви Чивита, Курт Гёдель, Пол Коэн, Абрахам Робинсон и др. Однако, несмотря на все усилия, мы все еще не можем сказать, что полностью поняли природу бесконечности.

Современная точка зрения на бесконечность начала формироваться около 150 лет тому назад в связи с фундаментальными результатами, полученными Георгом Кантором, который впервые показал, что существуют бесконечности, которые отличаются друг от друга, и одни бесконечности могут быть больше, чем другие. Его глубокие идеи сегодня являются классическими и относятся к основаниям матема-

тики. Однако, породив множество полезных и важных результатов, его подход приводит к ситуациям, которые кажутся нелогичными и парадоксальными для нематематиков.

Мы приведем только один пример, отмеченный уже Галилео Галилеем (хотя существует большое количество других парадоксов, связанных с бесконечностью: Гранд Отель Гильберта, который, кстати, подробно рассматривается на сайте [23], Лампа Томсона, парадокс Банаха—Тарского и т. д.). Рассматриваемый пример касается наблюдения, что можно установить взаимно однозначное соответствие между бесконечным множеством и некоторой его бесконечной частью. Галилей обнаружил эту ситуацию, рассматривая натуральные числа и их квадраты. Мы же упростим пример, рассмотрим натуральные и нечетные числа и записав их следующим образом:

$$\begin{array}{cccccccc} \text{нечетные числа:} & 1, & 3, & 5, & 7, & 9, & 11, & \dots \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \dots \quad (1) \\ \text{натуральные числа:} & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & \dots \end{array}$$

Таким образом, мы получаем, что нечетные числа, несмотря на то что они являются частью натуральных чисел, могут быть поставлены во взаимно однозначное соответствие со всеми натуральными числами. Этот результат очень трудно принять, поскольку наш повседневный опыт учит, что в окружающем мире целое всегда больше, чем его часть. Этот принцип «целое больше части» был сформулирован еще Евклидом в его «Началах» и введен как общепринятое понятие, не требующее каких-либо дополнительных доказательств. Традиционный способ объяснения ситуации (1) в школе (и не только в школе) говорит нам, что парадоксы, подобные этому, объясняются *природой* бесконечности и поэтому не должны соответствовать нашему повседневному опыту. Нас убеждают, что, столкнувшись с бесконечностью, мы должны вести себя иначе по сравнению с нашим математическим опытом, полученным в реальной жизни при работе с конечными величинами. Отсутствие понятных интерпретаций неизбежно ведет к тому, что преподавание математических концепций, связанных с бесконечностью, создает трудности для студентов.

Если мы обратимся к компьютерам, то сразу же заметим, что двоичная система записи позволяет нам проводить на компьютере вычисления с высокой точностью с конечными величинами, однако при работе с бесконечностью мы испытываем трудности. Существующие системы записи чисел не позволяют нам численно работать с бесконечными и бесконечно малыми величинами на компьютере, используя те же формальные правила, что и при работе с конечными числами (возможны только символьные вычисления). Среди причин, которые не позволяют нам работать численно, можно выделить как минимум следующие:

- 1) существование неопределенных форм (например, $\infty - \infty$, ∞ / ∞ , $0 \cdot \infty$ и т. д.);

2) невыполнение уже упоминавшегося принципа «целое больше части» (действительно, для любого конечного x следует: $x + 1 > x$ и $x - 1 < x$, тогда как $\infty + 1 = \infty$ и $\infty - 1 = \infty$);

3) невозможность хранения бесконечного числа знаков в конечной памяти компьютера.

Нашей целью является не только разработка теории, но и решение прикладных задач на компьютере, способном выполнять на практике *численные* (не символичные) вычисления с бесконечно большими и бесконечно малыми величинами, используя те же формальные правила, которыми мы пользуемся при работе с конечными числами. Для того чтобы понять, каким образом можно сделать это, и выработать точку зрения на бесконечность, согласующуюся с принципом «целое больше части» (мы будем использовать его версию «часть меньше целого», следуя обзору [18]), вернемся к системе счисления племени Пираха и рассмотрим их правила сложения более детально:

$$\begin{aligned} 1 + 1 &= 2, \\ 1 + 2 &= \text{много}, \\ 2 + 2 &= \text{много}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{много} + 1 &= \text{много}, \\ \text{много} + 2 &= \text{много}, \\ \text{много} + \text{много} &= \text{много}. \end{aligned} \quad (3)$$

Обратим наше внимание на формулы (3). Если мы заменим в них нумерал «много» на символ бесконечности ∞ , мы получим традиционные правила работы с бесконечностью

$$\begin{aligned} \infty + 1 &= \infty, \\ \infty + 2 &= \infty, \\ \infty + \infty &= \infty, \end{aligned} \quad (4)$$

которые мы все узнали в школе. С этой точки зрения единственное различие между нами и Пираха состоит в том, что их бесконечность начинается «намного раньше», чем наша. Однако мы знаем, что, если вместо «много» мы введем нумералы для выражения 3, 4 и других конечных чисел, то это позволит нам различить результаты операций $1 + 2$ и $2 + 2$ и избежать ситуаций (2), (3). Это наводит на мысль о том, что, возможно, введение новых нумералов для выражения бесконечных (и бесконечно малых) чисел также сможет помочь избежать появления записей вида (4). Как мы увидим далее, это действительно так.

Таким образом, сравнение формул (2), (3) и (4) позволяет нам сделать следующее важное заключение:

Трудности, которые мы испытываем при работе с бесконечностью, не обусловлены ее природой, а являются следствием слабости традиционных систем записи чисел, имеющих слишком мало нумералов для выражения бесконечных чисел.

Отметим, что арифметика Пираха не является изолированным случаем. Подобные способы счета

присутствуют более чем в двух десятках языков с ограниченными системами числительных, не выходящих за пределы числа 20 [40, 41].

В связи с дискуссией о правилах работы с бесконечностью следует упомянуть также другое племя — Мундуруку, также описанное в журнале Science [42]. Эти люди имеют более продвинутую систему счета. Они могут различать числа 1, 2, 3, 4, 5, и у них есть два типа «много»: «много, но не очень», и «действительно много». Удивительно, но операции с этими двумя типами «много» чрезвычайно похожи на операции с кардинальными числами Кантора, где «много, но не очень» играет роль кардинала счетной бесконечности, \aleph_0 , а «действительно много» — роль кардинала континуума, c . Сравните правило сложения кардиналов

$$\aleph_0 + c = c \quad (5)$$

с правилом сложения Мундуруку:

$$\begin{aligned} &\text{«много, но не очень»} + \\ &+ \text{«действительно много»} = \\ &= \text{«действительно много»}. \end{aligned} \quad (6)$$

Это сравнение очень важно, поскольку теория множеств в наше время является фундаментом математики, а язык кардиналов есть язык теории множеств. Как это было с формулами (2)–(4), формулы (5) и (6) наглядно демонстрируют нехватку традиционных нумералов, используемых для измерения бесконечных множеств.

4. Методологические постулаты

Чтобы ввести новый математический язык и новую систему счисления, которые позволили бы нам работать с бесконечностью более простым и интуитивно понятным способом, нам нужно установить правила игры, которые будут ближе к реальной жизни по сравнению с традиционными взглядами на бесконечность. Нашей целью не будет описание продвинутых концепций теории множеств. Напротив, мы постараемся создать новые математические инструменты для решения некоторых прикладных задач. При этом мы покажем, что два способа работы с бесконечностью (традиционный и новый) не противоречат друг другу, точно так же, как результаты наблюдений в микроскоп через две линзы разной силы не приводят к противоречиям, а дополняют друг друга.

В предыдущем разделе мы показали важность систем записи чисел для выражения как конечных, так и бесконечных величин. Поскольку этот аспект мало рассматривается в традиционных теориях бесконечности, а также потому, что нас интересуют практические вычисления с бесконечностями на компьютерах, которые также не рассматриваются в классических работах, мы введем три методологических постулата, которые зафиксируют нашу философскую позицию по отношению к бесконечности (и к математике в целом).

И начнем мы со следующего откровенного признания: мы никогда не сможем дать сколь-нибудь полное описание бесконечных множеств и процессов из-за ограниченности наших возможностей. Действительно, мы живем в конечном мире и поэтому можем выполнить только конечное число любых операций. В частности, это означает, что мы можем писать только конечное число символов для выражения чисел. Итак, сформулируем первый постулат:

Методологический постулат 1.

С одной стороны, мы признаем, что можем выполнять только конечное число операций, а с другой стороны, принимаем существование бесконечных и бесконечно малых объектов.

Необходимо сразу заметить, что, с одной стороны, этот постулат не отражает традиционного взгляда на математический мир, потому что он подчеркивает конечность наших возможностей для выполнения любого типа операции. Традиционно же считается, что люди всегда могут выполнить бесконечное количество операций. Просто подумайте о приведенном выше примере, где построено взаимно однозначное соответствие между двумя бесконечными множествами, или вспомните множество натуральных чисел, которое неформально вводится как 1, 2, 3 и т. д. При этом негласно предполагается, что мы можем внутри этого «и т. д.» идти как угодно долго до бесконечности. С другой стороны, постулат явно не принадлежит и финитизму, математическому течению, которое отвергает существование бесконечных объектов. Постулат отражает готовность математиков изучать бесконечные объекты (которые, как мы знаем, в некоторых случаях бывают очень полезны), но напоминает нам, что для этого мы должны иметь возможность видеть результаты наших операций, т. е. мы должны закончить их так или иначе и можем выполнить эти операции только конечное число раз.

Чтобы сформулировать второй постулат, напомним, что мы хотим решать *прикладные* проблемы, связанные, следовательно, с физическим миром. Изучая его, физики используют инструменты для описания выбранного объекта исследования, и эти инструменты ограничивают их познания об объекте. Когда физик наблюдает через линзу микроскопа две черные точки, он не говорит: объект наблюдения состоит из двух черных точек. Он вынужден сказать: линза, используемая в микроскопе, позволяет мне видеть две черные точки, и я не могу больше ничего сказать о природе объекта, если не заменю инструмент — линзу или весь микроскоп — на более точный. Предположим, что после смены линзы физик видит 15 точек меньшего размера вместо первой черной точки и 23 точки вместо второй. Опять же, наш физик не скажет, что эти точки являются объектом исследования. Он опять будет говорить не об объекте, а о том, что он может наблюдать с помощью новой линзы. Физики (и информатики) прекрасно понимают, что инструмент исследования всегда огра-

ничивает наши возможности наблюдения и изучения интересующих нас объектов.

Теперь мы можем спросить себя: какой из двух ответов — «2 точки» или «15 и 23 точки» — правильный? Ясно, что оба ответа верны, но с *разной точностью*, определяемой инструментами, используемыми для наблюдений. Мы подчеркиваем, что эти два ответа не противоречат друг другу, они оба описывают реальность (или то, что бы это ни было, что находится за нашими инструментами наблюдения) правильно с точностью инструментов, используемых для наблюдений.

Вернемся теперь к математике. Среди ее объектов исследования мы находим природные явления, числа, математические системы и объекты, созданные с помощью чисел. Среди инструментов мы выделим системы счисления (например, римскую систему, позиционную систему или систему Пираха), которые позволяют нам писать числа и выполнять с ними арифметические операции. Как и в физике, когда предлагаются новые, более точные, чем существующие, математические инструменты, они позволяют улучшить наши знания об объекте исследования, но ограничения все равно остаются: мы сможем сказать о математическом объекте только то, что нам позволит выбранный нами инструмент. Физический взгляд на математику, который подчеркивает различие между объектами исследования и инструментами, используемыми для этого исследования, описывается следующим постулатом.

Методологический постулат 2.

Следуя естественно-научному подходу физиков, мы не станем говорить, чем являются математические объекты, а будем создавать инструменты (в нашем случае — новую систему счисления), которые позволят нам улучшить нашу способность наблюдать и описывать математические объекты.

Этот постулат очень важен для нашего исследования, поскольку он вводит триаду — *исследователь, инструмент наблюдения и объект исследования* — в математику, в сильной форме подчеркивая отделение объекта от инструмента, отделение, которое физики осознали уже очень давно, в начале двадцатого века.

В частности, системы записи чисел являются инструментами, используемыми математиками для изучения математических объектов и позволяющими нам наблюдать числа, множества чисел и т. д. Поскольку новые системы записи вводятся крайне редко, в каждый конкретный исторический момент большинство людей думают, что они могут легко записать *любое* число. К сожалению (как мы уже видели выше), это не так, потому что мы можем записывать только те числа, которые можно выразить с помощью известных нам систем счисления и с помощью конечного числа символов (см. Постулат 1). Как и в физике, наши инструменты — системы записи

чисел — ограничивают нас, когда мы хотим наблюдать математические объекты (числа, наборы чисел и т. д.). И как это происходит в физике, в момент выбора инструмента (системы записи) мы фиксируем точность наблюдения изучаемого математического объекта (вспомним системы записи римлян, Пираха и Мундуруку, имеющие разную точность).

Таким образом, Постулат 2 не только привлекает наше внимание к инструментам, используемым математиками, но также вводит понятие точности математических результатов в зависимости от используемых инструментов (например, систем счисления и, в более общем смысле, математических языков). Концепция точности также подчеркивает, что любой математический результат не является абсолютным, его точность ограничена выразительными возможностями языка, используемого для формулирования (записи) этого результата. Как известно, с течением времени все (важные) математические результаты постоянно переписываются, чтобы привести уровень точности этих результатов в соответствие со все время повышающимися нормами математической строгости.

Ограничения, накладываемые системами записи чисел, также играют важную роль в теоретических результатах. Этот аспект, который часто недооценивается чистыми математиками, учитывается в новой методологии, поскольку общие фразы, в которых явно не уточняется, какие системы записи чисел (и, следовательно, какие множества чисел) имеются в виду, могут привести к неоднозначному пониманию. Чтобы проиллюстрировать, как значение математического выражения меняется в зависимости от используемых систем счисления, давайте обсудим предложение: «Рассмотрим все числа $x \in [1, 2]$ ». Мы, люди, знакомые с позиционной системой, подразумеваем, что речь идет о вещественных числах, записанных в этой системе. Однако для Пираха и Мундуруку слова «все числа» в этой фразе означают только 1 и 2. Для людей, которые не знакомы с иррациональными числами (или не принимают их существование), но знают дроби (как, например, Пифагор, который, если верить некоторым источникам, отвергал результаты Гиппаса из Метапонта о существовании иррациональных чисел), «все числа» — это числа, которые можно записать в форме $\frac{p}{q}$, где, в свою очередь, p и q выражаются нумералами некоторой фиксированной системы записи. Например, система счисления Пираха, обогащенная возможностью записи чисел в виде $j + \frac{p}{q}$, $j, p, q \in \{1, 2\}$, позволяет нам ответить, что «все числа» в интервале $[1, 2]$ — это числа $1, 1 + \frac{1}{2}$ и 2. Наконец, отметим, что система кардиналов Кантора не различает количества чисел, записанных в двоичной или десятичной системе в интервале $[1, 2]$, давая в обоих случаях один и тот же ответ — оба множества имеют континуальную мощность (мы вернемся к этому вопросу позже и покажем, что эти два множества имеют разное количество элементов).

Итак, как мы показали на этом простом примере, если не уточнять, какие системы записи чисел используются (т. е. не говорится явно о применяемом в исследовании инструменте), значение общих фраз может привести к неоднозначности в определении объекта исследования и, следовательно, точность получаемых результатов будет ниже.

Другое важное следствие Постулата 2 состоит в том, что он меняет наш взгляд на аксиоматические системы. Постулат говорит об инструментах и о том факте, что они ограничивают нашу способность описывать математические объекты. В отношении аксиоматических систем это означает, что они *не определяют* объекты, а *описывают* их с точностью используемого математического языка. Постулат подчеркивает, что невозможно построить какую-либо абсолютную, окончательную аксиоматическую систему. Всегда существует зависимость от инструмента, т. е. от используемого языка (включая выбранную систему записи чисел, являющуюся частью языка), который ограничивает наши выразительные возможности (вспомним Тютчева: «Мысль изреченная есть ложь»). Постулат, в определенном смысле, привносит в математику методологию, которую физики внедрили в свою науку еще в первой половине двадцатого века в связи с развитием теории относительности, квантовой механики и дискуссией о сложном взаимодействии между объектами исследования и инструментами, используемыми для изучения этих объектов.

Вернемся теперь к нашим методологическим постулатам. Следующий и последний постулат происходит, как мы уже говорили, из Древней Греции, где был сформулирован принцип «часть меньше целого», который описывает фундаментальное свойство окружающего нас мира. Это свойство отсутствует во многих традиционных системах записи чисел, когда они используются для работы с бесконечными множествами. Поскольку мы уже видели, что результаты типа $\infty - 1 = \infty$ не отражают природу бесконечности, а являются просто следствием бедности традиционных систем записи чисел, наша позиция в отношении этого принципа более последовательна и выражается нижеследующим постулатом:

Методологический постулат 3.
Следуя мыслителям Древней Греции, принцип «часть меньше целого» применяется к любой величине (конечной, бесконечной или бесконечно малой) и к любому множеству или процессу (конечному или бесконечному).

Постулат, следовательно, не согласуется со взглядом Кантора на бесконечность, утверждающим, что часть бесконечного объекта может быть такой же большой, как и весь объект. На первый взгляд кажется, что это должно привести нас к конфликту с теорией Кантора. Как мы увидим ниже, постулат не противоречит теории Кантора, потому что (и здесь мы подчеркнем важность Постулата 2) оба подхода

наблюдает одни и те же математические объекты, однако они используют разные инструменты и имеют разную точность. Аналогично, уже упоминавшиеся две разные линзы, когда они используются для наблюдения за одним и тем же объектом, дают разные результаты, оба правильные, но имеющие различную точность.

5. Аксиома бесконечной единицы и измерение бесконечных множеств

Сформулировав три методологических принципа, которыми мы будем руководствоваться в нашей работе, мы можем приступить к обсуждению нового способа выражения бесконечных и бесконечно малых величин и вычислений с ними. Чтобы облегчить эту задачу, будет полезно рассмотреть следующий пример, который показывает, что с давних пор существуют способы счета при помощи больших величин, которые вводятся более сложным способом, чем просто прибавление единицы (как это делается, например, в аксиомах Пеано).

Представьте себе большое зернохранилище с огромным количеством зерен пшеницы (предположим, что все они одинакового размера), которые невозможно сосчитать, перебирая их по одному, потому что их слишком много. Несмотря на это, мы хотим знать, сколько зерен в хранилище. Очевидно, что можно ответить на этот вопрос так: «много» или «очень много». Эти ответы правильные, но точность их невысока. Для того чтобы ответить на вопрос с большей точностью, возьмем мешки и опять предположим, что все они одинакового размера и каждый из них может вместить одно и то же, неизвестное нам, количество зерен (мешки такие большие, что мы не в состоянии за разумное время сосчитать, сколько зерен они могут вместить). Мы будем просто полностью заполнять мешки и считать их. Тогда мы сможем выразить количество зерен в хранилище, используя уже две единицы измерения: мешки и зерна. Если амбар большой, то мы можем продолжать вводить новые единицы измерения: грузовики и железнодорожные вагоны. Снова предположим, что все грузовики могут вмещать одинаковое, неизвестное нам, количество мешков, а все вагоны поезда — одинаковое, опять-таки неизвестное нам, количество грузовиков. В итоге мы получим ответ в следующей форме: в нашем хранилище 35 вагонов, 18 грузовиков, 14 мешков и 57 зерен пшеницы.

Можно немедленно заметить, что, например, убирая четыре вагона и добавляя два мешка и одно зерно или убирая три грузовика и добавляя один мешок, мы можем зафиксировать, что в первом случае у нас будет 31 вагон, 18 грузовиков, 16 мешков и 58 зерен, а во втором — 35 вагонов, 15 грузовиков, 15 мешков и 57 зерен. То есть мы не только в состоянии записать, что зерна становится больше или меньше, но и *насколько* больше или меньше. Интересно, что мы можем дать точные ответы о количестве пшеницы, даже если мы не знаем, сколько зерен в мешке, сколько

мешков в грузовике и сколько грузовиков в вагоне поезда. Итак, работая с этими новыми единицами измерения — мешками, грузовиками и вагонами, — мы можем выразить *точное количество* зерна в амбаре, которое было невыразимым, если бы использовалась только простейшая единица измерения — зерно.

Теперь становится ясно, как действовать для создания нового инструмента для работы с бесконечностью: мы должны распространить идею введения новых единиц измерения с больших, но конечных чисел и множеств, на бесконечные числа и множества. Мы можем сделать это, экстраполируя от конечного к бесконечному тот факт, что n — это количество элементов в множестве $\{1, 2, 3, \dots, n-2, n-1, n\}$. Поэтому мы введем новую бесконечную единицу измерения — количество элементов в множестве натуральных чисел $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, где под натуральными числами мы понимаем числа, используемые для счета предметов*. Для обозначения этого числа мы будем использовать символ $\textcircled{1}$, который мы будем называть по-английски *grossone*, т. е. большая единица (по-русски читается «гроссуан») или гросс-единица. Введение этого числа позволит нам записать множество натуральных чисел в виде:

$$\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, \textcircled{1} - 3, \textcircled{1} - 2, \textcircled{1} - 1, \textcircled{1}\}.$$

По аналогии с пшеницей мы можем интерпретировать множество \mathcal{N} как мешок, а $\textcircled{1}$ — как количество зерен в мешке.

Гроссуан вводится через его свойства (аналогично в прошлом для того, чтобы перейти от натуральных чисел к целым $\mathcal{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$, было введено новое число — ноль, для которого был выбран новый нумерал «0», и это новое число было описано через его свойства (т. е.: для любого числа a следует, что $a + 0 = 0 + a = a$, и т. д.), и эта аксиома добавлялась к уже известным аксиомам натуральных чисел. В свою очередь, Аксиома Бесконечной Единицы измерения, которую мы сейчас введем, добавляется к аксиомам действительных чисел (аксиомы интерпретируются в смысле *описания* объекта, который мы обсуждали выше). Как следствие, мы предполагаем, что для $\textcircled{1}$ выполняются обычные свойства действительных чисел (ассоциативность, дистрибутивность и т. д.). Аксиома Бесконечной Единицы** состоит из трех частей и описывает следующие свойства $\textcircled{1}$:

* Некоторые авторы определяют натуральные числа как *конечные* числа, используемые для счета предметов. Очевидно, что такое определение является как минимум неточным, если принять, что множество \mathcal{N} бесконечно. Действительно, если его элементы строятся, начиная с 1, по правилу: после числа n следует число $n + 1$, то каждое следующее число будет конечным и, следовательно, все натуральные числа будут конечными и, по построению, любое множество $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ будет содержать конечное число элементов. Получаем противоречие с предположением, что \mathcal{N} является бесконечным множеством.

** В Аксиоме бесконечные множества будут описаны в традиционной форме, т. е. без указания последнего элемента. Например, множество натуральных чисел будет записано в виде $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ вместо $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, \textcircled{1} - 3, \textcircled{1} - 2,$

Аксиома Бесконечной Единицы.

- Гроссуан больше любого конечного натурального числа, т. е. $\textcircled{1} > n$, где $n \in \mathcal{N}$ есть конечное число.
- Гроссуан — это число и, следовательно, он ведет себя с числами 0 и 1, как и все другие числа:

$$0 \cdot \textcircled{1} = 0, \textcircled{1} \cdot 0 = 0, \textcircled{1} - \textcircled{1} = 0, \textcircled{1} : \textcircled{1} = 1, \\ \textcircled{1}^0 = 1, 0^{\textcircled{1}} = 0, 1^{\textcircled{1}} = 1.$$

- Множество натуральных чисел $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ можно разделить на n равных частей $\mathcal{N}_{k,n}$, где $n \in \mathcal{N}$ есть конечное число,

$$\mathcal{N}_{k,n} = \{k, k + n, k + 2n, k + 3n, \dots\}, 1 \leq k \leq n,$$

и каждое множество $\mathcal{N}_{k,n}$ состоит из $\textcircled{1}/n$ элементов. Например, при $n = 2$ получаем два множества (нечетные числа O и четные числа E соответственно):

$$O = \mathcal{N}_{1,2} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots\},$$

$$E = \mathcal{N}_{2,2} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \dots\},$$

каждое из которых состоит из $\textcircled{1}/2$ элементов. Если мы возьмем $n = 3$, то получим три множества

$$\mathcal{N}_{1,3} = \{1, 4, 7, 10, 13, \dots\},$$

$$\mathcal{N}_{2,3} = \{2, 5, 8, 11, 14, \dots\},$$

$$\mathcal{N}_{3,3} = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\},$$

каждое из которых состоит из $\textcircled{1}/3$ элементов.

В этой Аксиоме, применяя Постулат 3, мы определяем и измеряем части множества \mathcal{N} с помощью долей $\textcircled{1}$. Например, в множестве E четных чисел — $\textcircled{1}/2$ элементов. Отметим, что мы не перечисляем его элементы один за другим — мы не можем этого сделать, потому что множество E бесконечно, тогда как мы приняли Постулат 1 и можем выполнить только конечное число операций. Мы применяем здесь Постулат 3 и, зная, что множество натуральных чисел имеет $\textcircled{1}$ элементов, заключаем, что его половина имеет ровно в два раза меньше элементов, чем \mathcal{N} , т. е. $\textcircled{1}/2$. Возвращаясь к примеру с зернохранилищем, мы можем дать следующую интерпретацию: мы не знаем, сколько зерен в мешке, и не знаем, сколько зерен в половине мешка, но мы знаем, что половина мешка содержит в два раза меньше зерен, чем весь мешок. Из третьей части Аксиомы немедленно следует, что числа $\textcircled{1}/n$ являются целыми (т. е. $\textcircled{1}$ делится на любое конечное целое число n , разделяя это свой-

ство с нулем), поскольку $\textcircled{1}/n$ есть число элементов множества $\mathcal{N}_{k,n}$, $1 \leq k \leq n$.

Отметим, что введение $\textcircled{1}$ позволяет нам наблюдать не только начальные, но и конечные элементы некоторых бесконечных множеств, что гораздо удобнее при работе с ними. Например, мы можем записать множества \mathcal{N} , O , E и Z в следующем виде:

$$\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots, \textcircled{1}-4, \textcircled{1}-3, \textcircled{1}-2, \textcircled{1}-1, \textcircled{1}\};$$

$$O = \mathcal{N}_{1,2} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots, \textcircled{1}-5, \textcircled{1}-3, \textcircled{1}-1\};$$

$$E = \mathcal{N}_{2,2} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, \textcircled{1}-4, \textcircled{1}-2, \textcircled{1}\};$$

$$Z = \{-\textcircled{1}, -\textcircled{1}+1, -\textcircled{1}+2, -\textcircled{1}+3, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, \textcircled{1}-3, \textcircled{1}-2, \textcircled{1}-1, \textcircled{1}\}.$$

Подчеркнем еще раз, что традиционные системы записи, используемые для выражения конечных чисел, не позволяли нам видеть бесконечные натуральные числа $\textcircled{1}$, $\textcircled{1}-1$, $\textcircled{1}-2$, ..., так же как примитивная система Пираха не позволяет нам видеть числа 3, 4, 5 и т. д. Благодаря системе записи с $\textcircled{1}$, мы можем наблюдать большое количество других бесконечных целых чисел, например,

$$\dots \textcircled{1}/3-3, \textcircled{1}/3-2, \textcircled{1}/3-1, \textcircled{1}/3, \textcircled{1}/3+1, \textcircled{1}/3+2 \\ \textcircled{1}/3+3, \dots$$

$$\dots \textcircled{1}/2-3, \textcircled{1}/2-2, \textcircled{1}/2-1, \textcircled{1}/2, \textcircled{1}/2+1, \textcircled{1}/2+2, \\ \textcircled{1}/2+3, \dots$$

Новая система записи помогает также выразить бесконечные целые числа, большие, чем гроссуан, такие как, например, $\textcircled{1}^2$, $53.7\textcircled{1}^{3.1}$, $\textcircled{1}^{\textcircled{1}}$ и т. д., принадлежащие множеству $\check{\mathcal{N}}$ расширенных натуральных чисел:

$$\check{\mathcal{N}} = \{1, 2, 3, 4, \dots, \textcircled{1}-4, \textcircled{1}-3, \textcircled{1}-2, \textcircled{1}-1, \textcircled{1}, \textcircled{1}+1, \\ \textcircled{1}+2, \dots, 2\textcircled{1}-1, 2\textcircled{1}, 2\textcircled{1}+1, \dots, \textcircled{1}^2-1, \textcircled{1}^2, \textcircled{1}^2+1, \\ \dots, 53.7\textcircled{1}^{3.1}-1, 53.7\textcircled{1}^{3.1}, 53.7\textcircled{1}^{3.1}+1, \dots, \textcircled{1}^{\textcircled{1}}-1, \\ \textcircled{1}^{\textcircled{1}}, \textcircled{1}^{\textcircled{1}}+1, \dots, 4\textcircled{1}^{5\textcircled{1}}-1, 4\textcircled{1}^{5\textcircled{1}}, 4\textcircled{1}^{5\textcircled{1}}+1, \dots\}.$$

Следует отметить, что новая система записи, хотя и является более мощной по сравнению с традиционными, так же как они, имеет свои ограничения. Как и все другие системы записи, она не может ответить на все вопросы о бесконечных множествах и выразить все числа. Например, эта система слишком слаба, чтобы ответить на вопрос: «Сколько элементов содержится в множестве расширенных натуральных чисел $\check{\mathcal{N}}$?» Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо ввести более мощную систему счисления, например, определив некоторым разумным образом символ $\textcircled{2} > \textcircled{1}$.

Напомним также, что количество чисел, которые мы можем наблюдать в каждом конкретном множестве (конечном или бесконечном), зависит от силы системы записи, используемой для наблюдения. Так, например, Пираха во всем множестве \mathcal{N} (и, как следствие, в $\check{\mathcal{N}}$) могут видеть только числа 1 и 2. Если мы добавим к их системе гроссуан и исключим «много» (поскольку мы знаем, что использование нумерала «много» ведет к парадоксальной ситуации «много» + 1 = «много»), то мы сможем наблюдать в $\check{\mathcal{N}}$ только следующие числа: 1, 2, $\textcircled{1}-2$, $\textcircled{1}-1$, $\textcircled{1}$. Каков

$\textcircled{1}-1$, $\textcircled{1}$). Подчеркнем, что в обоих случаях мы имеем дело с одним и тем же объектом — множеством натуральных чисел, которое, однако, наблюдается при помощи двух разных инструментов: первый — это традиционная система записи, которая не позволяет выражать бесконечные натуральные числа, а второй — это новая система записи, которая предоставляет такую возможность. Далее будет более подробно рассмотрено, как благодаря нумералам, включающим в себя $\textcircled{1}$, становится возможным вычислять число элементов определенных бесконечных множеств.

будет результат выполнения операции $2 + 2$ в этой системе записи? Так как мы разделили объект исследования (множество \mathcal{N}) и инструмент исследования (систему записи чисел), то мы сможем избежать парадоксов и ответить следующим образом: «Система записи, имеющая только нумералы $1, 2, \textcircled{1}-2, \textcircled{1}-1, \textcircled{1}$, слишком слаба, чтобы ответить на этот вопрос. Необходимо взять более мощную систему, позволяющую выразить число 4 ». Из вышесказанного видно, что отделение объекта от инструмента позволяет значительно упростить работу с бесконечными числами и множествами и вместо заявлений о парадоксальной природе объектов, участвующих в операциях «много» $+ 1 =$ «много» и $\infty + 1 = \infty$, перенести центр вопроса на слабость и силу используемого инструмента и возможность его улучшения или замены в целях увеличения точности наблюдения объектов исследования.

Следует подчеркнуть, что система записи, использующая гроссуан, позволяет легко измерять многие бесконечные множества, если удастся описать их структуру (формулами, из комбинаторных соображений или каким-то другим способом), а также используя теоретико-множественные операции. Рассмотрим несколько примеров и начнем с подсчета числа элементов следующего множества:

$$B = (\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots\} \setminus \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}) \setminus \{3, 9, 15\},$$

где множества в скобках являются подмножествами \mathcal{N} . Первое из них есть множество нечетных чисел $O = \mathcal{N}_{1,2}$, и, согласно Аксиоме, оно содержит $\textcircled{1}/2$ элементов. Второе множество в скобках есть не что иное, как $\mathcal{N}_{3,3}$, и, следовательно, оно имеет $\textcircled{1}/3$ элементов. Легко показать, что пересечение этих двух множеств есть $\{3, 9, 15, 21, \dots\} \subset \mathcal{N}$, т. е. множество $\mathcal{N}_{3,6}$, которое, согласно Аксиоме, имеет $\textcircled{1}/6$ элементов. Удалив из этого множества числа $3, 9$ и 15 , мы получим окончательный результат: множество B имеет $\textcircled{1}/6 - 3$ элементов (в интерпретации зернохранилища: шестая часть мешка минус три зерна).

Теперь давайте подсчитаем количество элементов в множестве C , состоящем из пар натуральных чисел:

$$C = \{(a, b) : a \in \mathcal{N}, b \in \mathcal{N}\}.$$

Из комбинаторики известно, что при наличии двух позиций, каждая из которых может быть заполнена k символами, количество возможных пар равно k^2 . В нашем случае, поскольку \mathcal{N} имеет гроссуан элементов, $k = \textcircled{1}$. Следовательно, множество C имеет $\textcircled{1}^2$ элементов. Из аналогичных соображений можно заключить, что множество нумералов

$$F = \left\{ \frac{p}{q} : p \in \mathcal{N}, q \in \mathcal{N} \right\}$$

также имеет $\textcircled{1}^2$ элементов. Обратите внимание, что F не является множеством положительных рациональных чисел. В этом упражнении мы посчитали количество различных нумералов, которые могут выражать одно и то же число. Например, число $1/2$ может быть выражено $\textcircled{1}/2$ разными нумералами:

$$1/2, 2/4, 3/6, \dots, \\ (0.5\textcircled{1}-2)/(\textcircled{1}-4), (0.5\textcircled{1}-1)/(\textcircled{1}-2), (0.5\textcircled{1})/\textcircled{1},$$

каждый из которых был учтен при подсчете. Следовательно, полученное количество элементов множества F , $\textcircled{1}^2$, является верхней оценкой числа положительных рациональных чисел. Мы заключим эту серию примеров рассмотрением множества D , содержащего натуральные числа вида n^2 , $n \in \mathcal{N}$, т. е.:

$$D = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\},$$

и ответом на вопрос: «Сколько чисел этого типа присутствует в множестве натуральных чисел \mathcal{N} ?» Поскольку множество натуральных чисел содержит $\textcircled{1}$ элементов, а $\textcircled{1}$ — последнее натуральное число, чтобы ответить на вопрос, мы должны найти наибольшее натуральное число n такое, что $n^2 \leq \textcircled{1}$. Решив это простое неравенство, мы можем заключить, что множество D имеет k элементов, где k — целая часть квадратного корня гроссуана, т. е. $k = \lfloor \textcircled{1}^{1/2} \rfloor$, где $\lfloor u \rfloor$ есть целая часть u . Таким образом, мы ответили на вопрос, интересовавший Галилео Галилея, о котором мы упоминали в разделе 3.

Все множества, рассмотренные выше, в традиционной терминологии являются счетными. Другими словами, система кардиналов Кантора не позволяет увидеть, что они имеют разное число элементов. Аналогично, среди множеств континуальной мощности при помощи новой системы записи можно выделить множества, имеющие разное число элементов. Например, множество вещественных чисел $x \in [0, 1)$, записанных в двоичной системе, имеет $2^{\textcircled{1}}$ элементов, а множество вещественных чисел $x \in [0, 1)$, записанных в десятичной системе, имеет $10^{\textcircled{1}}$ элементов. Если мы добавим к этому множеству число 1 , то в результате получим множество с $10^{\textcircled{1}} + 1$ элементом. Множество вещественных чисел $x \in [0, 2)$, записанных в десятичной системе, имеет $2 \cdot 10^{\textcircled{1}}$ элементов, а число подмножеств множества \mathcal{N} легко вычисляется как $2^{\textcircled{1}}$ (более подробная дискуссия на эту тему содержится в [18]).

Мы закончим этот раздел сопоставлением биекции Кантора и новых инструментов, для того чтобы показать, что эти два инструмента не противоречат друг другу, а просто являются двумя «линзами», имеющими разную точность. Традиционное заключение, которое делается из рассмотренной выше биекции (1), таково: оба множества являются счетными, несмотря на тот факт, что одно есть часть другого. Однако отделение объекта исследования (бесконечные множества O и \mathcal{N}) от инструмента (биекция) позволяет сделать другой вывод: точность инструмента недостаточна для того, чтобы увидеть, что эти множества имеют разное число элементов. Действительно, традиционные способы записи позволяют нам увидеть только начальные части сопоставления чисел в формуле (1), создавая иллюзию, что нечетных чисел столько же, сколько и натуральных. Введение гроссуана и других нумералов, позволяющих с его помощью выразить большое количество разных бесконечных чисел, по-

звояет нам увидеть завершающую часть формулы (1), а именно:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1, & 3, & 5, & 7, & 9, & 11, & \dots & \textcircled{-5}, & \textcircled{-3}, & \textcircled{-1} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \dots & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & \dots & \textcircled{/2-2}, & \textcircled{/2-1}, & \textcircled{/2} \end{array}$$

Таким образом, новый инструмент позволяет нам увидеть, что парадоксальной ситуации нет и половина множества имеет ровно в два раза меньше элементов, чем целое.

Рассмотрим теперь задачу, которая в некотором смысле является обратной к предыдущей. Требуется умножить на 2 натуральные числа и записать несколько начальных и конечных элементов полученного множества, которое мы назовем E^2 .

Как уже было сказано несколько раз выше, введение гроссуана позволяет нам записать множество натуральных чисел в виде:

$$\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots \textcircled{/2-1}, \textcircled{/2}, \textcircled{/2+1}, \dots \textcircled{-2}, \textcircled{-1}, \textcircled{0}\}.$$

Мы знаем, что это множество содержит $\textcircled{1}$ элементов. Поэтому, умножив каждый из них на два, мы получим множество E^2 , которое также будет иметь $\textcircled{1}$ элементов (число элементов множества чисел не меняется, если умножить каждый его элемент на одну и ту же константу, отличную от 0). Умножение конечных натуральных чисел на 2 дает нам конечные четные натуральные числа. Рассмотрим теперь число $\textcircled{/2}$. Умноженное на 2, оно дает нам последнее четное натуральное число $\textcircled{1}$, а $\textcircled{/2+1}$, умноженное на 2, дает нам $\textcircled{1+2}$, которое является четным, но уже не натуральным; это расширенное натуральное число. Наконец, умножение $\textcircled{1}$ на 2 дает нам $2\textcircled{1}$, и поэтому мы получаем множество:

$$E^2 = \{2, 4, 6, \dots, \textcircled{-2}, \textcircled{1}, \textcircled{1+2}, \dots, 2\textcircled{-4}, 2\textcircled{-2}, 2\textcircled{0}\},$$

которое состоит из $\textcircled{/2}$ четных натуральных чисел (от 2 до $\textcircled{1}$) и $\textcircled{/2}$ четных расширенных натуральных чисел (от $\textcircled{1+2}$ до $2\textcircled{0}$).

6. Решение вычислительных задач

Теперь обратим наше внимание на расходящиеся ряды. Хорошо известно, что в традиционной математике существуют трудности при работе с расходящимися рядами. Например, в отношении рядов $S_1 = 4 + 4 + 4 + \dots$ и $S_2 = 5 + 5 + 5 + \dots$ нам просто говорят, что оба они расходятся, а операции $S_1 - S_2$ и S_1 / S_2 приводят к неопределенным формам, т. е. мы не можем сказать, каков их результат. Используя новую методологию и помня, что ∞ ведет себя как «много», запись $S_1 = 4 + 4 + 4 + \dots$ становится своего рода «вычислением суммы, где много слагаемых, равных 4». Напротив, бесконечные числа, которые мы можем выражать благодаря введению $\textcircled{1}$, позволяют нам вычислять суммы с бесконечным числом слагаемых как простые выражения. Для этого, как и в случае с суммами с конечным числом слагаемых, необходимо указать количество слагаемых в сумме.

Если первая сумма S_1 имеет k слагаемых, а вторая сумма S_2 имеет n слагаемых, то

$$S_1(k) = \underbrace{4 + 4 + 4 + \dots + 4}_{k \text{ слагаемых}} = 4k,$$

$$S_2(n) = \underbrace{5 + 5 + 5 + \dots + 5}_n = 5n,$$

независимо от того, являются ли n и k конечными или бесконечными. Если, например, оба числа бесконечны и равны $3\textcircled{1}$, т. е. $k = n = 3\textcircled{1}$, то мы получаем $S_1(3\textcircled{1}) = 12\textcircled{1}$, $S_2(3\textcircled{1}) = 15\textcircled{1}$, и с полученными числами мы можем легко выполнить операции вычитания и деления:

$$S_2(3\textcircled{1}) - S_1(3\textcircled{1}) = 15\textcircled{1} - 12\textcircled{1} = 3\textcircled{1};$$

$$S_2(3\textcircled{1}) / S_1(3\textcircled{1}) = 15\textcircled{1} / 12\textcircled{1} = 1,25.$$

Конечно, точно так же как это происходит в суммах с конечным числом слагаемых, изменяя значения n и k , мы получим результаты, которые будут зависеть от этих новых значений n и k . Например, для $k = \textcircled{/2}$ и $n = \textcircled{-2}$ мы получаем $S_1(\textcircled{/2}) = 2\textcircled{1}$, $S_2(\textcircled{-2}) = 5\textcircled{1} - 10$, а разность и частное этих значений равны:

$$S_2(\textcircled{-2}) - S_1(\textcircled{/2}) = (5\textcircled{1} - 10) - 2\textcircled{1} = 3\textcircled{1} - 10;$$

$$S_2(\textcircled{-2}) / S_1(\textcircled{/2}) = 2,5 - 5\textcircled{-1}.$$

Для того чтобы проиллюстрировать, как новая методология работает со знакопеременными рядами, мы рассмотрим знаменитый ряд Гранди:

$$S_3 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 \dots$$

Имея в распоряжении бесконечные числа, выражаемые при помощи $\textcircled{1}$, для того чтобы произвести вычисления, достаточно указать, сколько в этой сумме будет слагаемых. Мы будем рассматривать $S_3(n)$ совершенно одинаково как в случае, когда число слагаемых n конечно, так и когда n бесконечно. Итак, если n четно, т. е. $n = 2k$, тогда $S_3(2k) = 0$, если же n нечетно, т. е. $n = 2k + 1$, то $S_3(2k + 1) = 1$. Например, $S_3(\textcircled{1}) = 0$ и $S_3(2\textcircled{1} + 1) = 1$.

Обратимся теперь к вопросу о перестановке слагаемых в знакопеременных рядах. Известная теорема Римана—Дини об условно сходящихся рядах гласит, что для произвольного числа x можно так поменять порядок суммирования элементов ряда, что сумма этого ряда станет равна x . Этот факт противоречит нашему опыту с суммами, число слагаемых в которых конечно, где, как мы знаем, от перемены мест слагаемых сумма не меняется. Покажем, что традиционный результат Римана—Дини может быть интерпретирован аналогично уже рассмотренной ситуации с биекцией, т. е. он показывает не свойство расходящихся рядов, а слабость систем записи чисел, традиционно используемых при работе с такими рядами. Сделаем это на примере ряда S_3 , который не является даже условно сходящимся (но его сумма по Чезаро равна $1/2$), и соответствующих сумм $S_3(n)$, где число слагаемых n бесконечно.

Глядя на традиционные переупорядочения слагаемых в ряде S_3 , возникает иллюзия, что они дают разные результаты:

$$\begin{aligned} S_3 &= (1 + 1 - 1) + (1 + 1 - 1) + (1 + 1 - 1) + (1 + 1 - 1) + \dots, \\ S_3 &= (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots, \\ S_3 &= 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots \end{aligned}$$

Это происходит потому, что традиционные системы записи чисел не позволяют явно указать бесконечное число слагаемых. Рассмотрим теперь ситуацию с новой точки зрения и зафиксируем число слагаемых в $S_3(n)$, взяв, например, $n = 2\textcircled{1}$. Поскольку $2\textcircled{1}$ есть четное число, получаем следующий результат:

$$S_3(2\textcircled{1}) = \underbrace{1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 + 1 - 1}_{2\textcircled{1} \text{ слагаемых}} = 0.$$

Теперь, зная точное число слагаемых в сумме $S_3(2\textcircled{1})$, мы можем любым способом изменить порядок слагаемых, не изменяя результат, как это происходит для любого конечного числа слагаемых. Заметим, что в нашей сумме $\textcircled{1}$ положительных и $\textcircled{1}$ отрицательных слагаемых. Рассмотрим в качестве примера первый из приведенных выше способов перестановки слагаемых (два других случая решаются аналогично). Выполняя переупорядочение, мы заметим, что после добавления $\textcircled{1}/2$ выделенных скобками сумм $1 + 1 - 1$ у нас заканчиваются положительные единицы и остается только $\textcircled{1}/2$ отрицательных единиц, которые нам нужно добавить, чтобы использовать все имеющиеся слагаемые, то есть:

$$\begin{aligned} S_3(2\textcircled{1}) &= \underbrace{(1 + 1 - 1) + \dots + (1 + 1 - 1)}_{3/2\textcircled{1} \text{ слагаемых}} + \underbrace{(-1 - 1 \dots - 1 - 1)}_{1/2\textcircled{1} \text{ слагаемых}} = \\ &= \textcircled{1}/2 \cdot (1 + 1 - 1) + \textcircled{1}/2 \cdot (-1) = 0. \end{aligned}$$

Отрицательные единицы не были видны в традиционных системах записи и, таким образом, *казалось*, что перестановки слагаемых приводят к изменению результата. Более подробное обсуждение этого и других рядов можно найти в работах [18, 43], где подробно обсуждаются различные результаты, полученные как традиционным, так и новым подходом (в частности, поклонники дзета-функции Римана найдут в этих работах несколько страниц, посвященных этой теме).

Для того чтобы улучшить понимание нового способа счета, вычислим теперь сумму $S_4(\textcircled{1})$, которая имеет $\textcircled{1}$ слагаемых вида $(-1)^{i+1} \cdot 2i$, $1 \leq i \leq \textcircled{1}$, и строится следующим образом:

$$\begin{aligned} S_4(\textcircled{1}) &= 2 - 4 + 6 - 8 + \dots + \\ &+ (2\textcircled{1} - 6) - (2\textcircled{1} - 4) + (2\textcircled{1} - 2) - 2\textcircled{1}. \end{aligned}$$

В этой сумме мы имеем $\textcircled{1}/2$ положительных слагаемых и $\textcircled{1}/2$ отрицательных слагаемых, которые можем сгруппировать следующим образом

$$\begin{aligned} S_4(\textcircled{1}) &= (2 + 6 + \dots + (2\textcircled{1} - 6) + (2\textcircled{1} - 2)) - \\ &- (4 + 8 + \dots + (2\textcircled{1} - 4) + 2\textcircled{1}). \end{aligned}$$

Теперь у нас есть две арифметические прогрессии, каждая из которых содержит $\textcircled{1}/2$ слагаемых и которые мы можем легко вычислить:

$$\begin{aligned} S_4(\textcircled{1}) &= (2 + (2\textcircled{1} - 2)) \textcircled{1}/4 - (4 + 2\textcircled{1})\textcircled{1}/4 = \\ &= \textcircled{1}^2/2 - \textcircled{1} - \textcircled{1}^2/2 = -\textcircled{1}. \end{aligned}$$

Этот пример показывает также, что становится очень легко вычислить сумму всех натуральных чисел:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (\textcircled{1} - 2) + (\textcircled{1} - 1) + \textcircled{1} = \\ = (1 + \textcircled{1}) \cdot \textcircled{1}/2 = 0.5(\textcircled{1}^2 + \textcircled{1}). \end{aligned}$$

Каждая хорошая теория нуждается в собственном рабочем инструменте, чтобы стать практической наукой. Представленная здесь методология была использована автором в качестве отправной точки для разработки суперкомпьютера нового типа — Компьютера Бесконечности, на который было получено несколько международных патентов [12]. Это изобретение позволяет преобразовать область знаний, которая всегда считалась теоретической, в практическую науку с собственным вычислительным инструментом. Если раньше в вычислениях на компьютере (и не только) мы останавливались перед бесконечно малыми, бесконечными или неопределенными величинами (такими, как, например, $\infty - \infty$), то теперь, благодаря новой методологии, можно не только продолжать вычисления, но и выполнять их автоматически на Компьютере Бесконечности. Наличие такого мощного вычислительного инструмента открывает обширные горизонты для построения новых математических моделей и численных методов (см. список литературы, где упомянуты различные приложения).

Опишем кратко, с какими числами работает Компьютер Бесконечности и каким образом он выполняет арифметические операции с ними.

Компьютер Бесконечности работает с числами, представленными в позиционной системе с основанием $\textcircled{1}$. Каждое число может содержать несколько частей вида $a\textcircled{1}^b$, где $a \neq 0$ есть конечное число, называемое *гроссцифра* потому, что, в отличие от цифр, которые используются в позиционных системах с конечным основанием и записываются одним символом, здесь нам нужно больше символов, чтобы выразить, какое количество каждой степени $\textcircled{1}$ присутствует в нашем числе. Отметим, что гроссцифры могут быть положительными или отрицательными, а также целыми или дробными. В данной статье мы рассматриваем только конечные степени b , которые могут быть целыми или дробными и называются *гросс-степени*. В бесконечных частях $a\textcircled{1}^b$ гросс-степени $b > 0$, а в бесконечно малых частях $b < 0$. Число также может иметь (или не иметь) конечную часть $a\textcircled{1}^0$. Напомним, что $\textcircled{1}^0 = 1$, поэтому любое конечное число a можно записать как $a = a\textcircled{1}^0$. Если в числе есть хотя бы одна бесконечная часть, то оно бесконечное, а если есть только бесконечно малые части, то оно бесконечно малое ($\textcircled{1}^{-1}$ есть самое простое бесконечно малое число). В качестве первого примера рассмотрим число

$$\begin{aligned} 18.1\textcircled{1}^{62.5} - 34.2\textcircled{1}^{072.9}\textcircled{1}^{-8.7}36\textcircled{1}^{-83.42} = \\ = 18.1\textcircled{1}^{62.5} - 34.2\textcircled{1}^0 + 72.9\textcircled{1}^{-8.7} + 36\textcircled{1}^{-83.42}, \end{aligned}$$

которое представляет собой бесконечно большое число, состоящее из одной бесконечной части, равной

$18.1 \textcircled{62.5}$, конечной части, равной $-34.2 \textcircled{0} = -34.2$, и двух бесконечно малых частей — $72.9 \textcircled{-8.7}$ и $36 \textcircled{-83.42}$. Теперь рассмотрим числа:

$$\begin{aligned} & -34.2 \textcircled{0} 72.9 \textcircled{-8.7} 36 \textcircled{-83.42} = \\ & = -34.2 \textcircled{0} + 72.9 \textcircled{-8.7} + 36 \textcircled{-83.42}, \\ & 72.9 \textcircled{-8.7} 36 \textcircled{-83.42} = 72.9 \textcircled{-8.7} + 36 \textcircled{-83.42}. \end{aligned}$$

Первое из них — конечное (т. е. конечные числа могут содержать и бесконечно малые части), а второе — бесконечно малое.

Способы выполнения арифметических операций с данными числами подробно описаны в работе [18], доступной на сайте [12]. Приведем здесь только несколько примеров, из которых, однако, будет видно, что операции с данными числами очень просты для выполнения. Рассмотрим следующие числа:

$$\begin{aligned} A &= 12.3 \textcircled{24.5} 6.7 \textcircled{0} - 8.9 \textcircled{-15.3}, \\ B &= 6.8 \textcircled{-12.3} 5.7 \textcircled{-23.6}, \\ C &= 12.3 \textcircled{24.5} 6.7 \textcircled{0} 6.8 \textcircled{-12.3} - 8.9 \textcircled{-15.3} 5.7 \textcircled{-23.6}, \\ D &= 12.3 \textcircled{24.5} 6.7 \textcircled{0} - 6.8 \textcircled{-12.3} - 8.9 \textcircled{-15.3} - 5.7 \textcircled{-23.6}, \\ E &= 83.64 \textcircled{12.2} 70.11 \textcircled{0.9} 45.56 \textcircled{-12.3} 38.19 \textcircled{-23.6} - \\ & - 60.52 \textcircled{-27.6} - 50.73 \textcircled{-38.9}. \end{aligned}$$

Можно легко увидеть, что

$$A + B = C, A - B = D, A \cdot B = E, E / B = A.$$

Проиллюстрируем теперь на двух примерах некоторые из преимуществ, которые можно получить, используя Компьютер Бесконечности для решения вычислительных задач на практике.

Первый пример касается численного вычисления производных. Известно, что во многих практических задачах необходимо вычислять функции и их производные с использованием очень сложных компьютерных программ, неизвестных пользователю (например, расчетный код может быть покрыт коммерческой тайной). В таких приложениях пользователь предоставляет программе значение x в качестве входных данных, и она возвращает соответствующее значение функции $f(x)$ и производной $f'(x)$, не объясняя, как эти значения были вычислены. Более того, очень часто пользователь имеет в своем распоряжении только код для вычисления $f(x)$ и вынужден использовать численные методы для аппроксимации производной $f'(x)$ на компьютере. Самый простой способ получить некое приближенное значение производной — это выбрать небольшое число h и использовать одну из следующих хорошо известных формул:

$$\begin{aligned} f'(x) &\approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \\ f'(x) &\approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h}, \\ f'(x) &\approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}. \end{aligned}$$

При этом очевидно, что при больших значениях h возникают большие ошибки приближения. С теоретической точки зрения при $h \rightarrow 0$ все три формулы дают результаты, которые стремятся к производной $f'(x)$ в точке x . Однако на практике это не так. Поскольку числа в компьютере представлены конечным числом цифр, невозможно уменьшить h ниже определенного порогового значения. Более того, очень часто (по той же причине, связанной с представлением чисел) для малых значений h мы получаем, что величины $x - h$, x и $x + h$ становятся слишком близкими, и компьютер не может вычислить значения функций $f(x - h)$, $f(x)$ и $f(x + h)$ с достаточной точностью, возвращая во всех трех случаях одно и то же приближенное значение и, следовательно, делая невозможным использование вышеупомянутых формул аппроксимации, поскольку мы получили бы: $f(x+h) - f(x) = 0$, $f(x) - f(x-h) = 0$, $f(x+h) - f(x-h) = 0$.

Таким образом, на всех традиционных компьютерах существует критическое значение приближения производной $f'(x)$, лучше которого получить аппроксимацию на данном конкретном компьютере невозможно.

Теперь предположим, что программа, которая вычисляет $f(x)$, есть на Компьютере Бесконечности. Как в этом случае оценить производную $f'(x)$? Ответ на этот вопрос был дан в работе [44], доступной на сайте [12], и мы его здесь проиллюстрируем следующим примером.

Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, реализованную на КБ, и предположим, что ее аналитический вид неизвестен пользователю, который хочет вычислить в заданной точке $x = 5$ значение функции $f(5)$ и три производные $f'(5)$, $f''(5)$, $f^{(3)}(5)$, имея в своем распоряжении только эту программу, вычисляющую $f(x)$.

Вместо того чтобы использовать вышеупомянутые формулы численной аппроксимации, предлагается просто вычислить на КБ значение $f(5 + \textcircled{-1})$, который возвращает нам следующее число:

$$\begin{aligned} f(5 + \textcircled{-1}) &= 1.5 \textcircled{0} - 0.125 \textcircled{-1} + 0.03125 \textcircled{-2} - \\ & - 0.0078125 \textcircled{-3} + \dots, \end{aligned}$$

которое состоит из конечной части, равной 1.5, и некоторого конечного числа бесконечно малых частей, из которых мы будем использовать первые три: $-0.125 \textcircled{-1}$, $0.03125 \textcircled{-2}$, и $0.0078125 \textcircled{-3}$. В работе [44] было доказано, что гроссцифры, входящие в состав $f(5 + \textcircled{-1})$, позволяют нам получить *точные* значения функции $f(5)$ и всех ее производных (где слово *точное* означает: с точностью до реализации кода $f(x)$). Действительно, легко увидеть, что гроссцифра конечной части, 1.5, есть точное значение $f(5)$. Гроссцифра -0.125 первой бесконечно малой части дает нам точную первую производную $f'(5)$. Гроссцифра 0.03125 второй бесконечно малой части позволяет вычислить точную вторую производную $f''(5)$. Наконец, гроссцифра -0.0078125 третьей бес-

конечно малой части позволяет вычислить третью производную $f^{(3)}(5)$, которая также является точной:

$$\begin{aligned} f(5) &= 1.5, \\ f'(5) &= -0.125; \\ f''(5) &= 2! \cdot 0.03125 = 0.0625; \\ f^{(3)}(5) &= 3! \cdot (-0.0078125) = -0,046875. \end{aligned}$$

Компьютер Бесконечности позволяет отказаться от использования приближений и вычислять точные производные, имея только код функции $f(x)$. Это происходит благодаря тому, что КБ во время вычислений сортирует части $a \circledast^b$ гроссчисел в порядке убывания гросс-степеней b . Таким образом, КБ, вычисляющий $f(5 + \circledast^{-1})$, численно восстанавливает коэффициенты в разложении ряда Тейлора для функции $f(x)$ в точке $x = 5$ и при $h = \circledast^{-1}$, хотя и не знает этого разложения. Более сложные примеры и более подробное описание заинтересованный читатель найдет в работе [44].

Заключительный численный пример рассматривает следующую задачу квадратичной оптимизации с линейным ограничением и ее решение, предложенное в [33]. Это приложение интересно тем, что в нем используются как бесконечные, так и бесконечно малые числа. В задаче необходимо найти минимум:

$$\min_x \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{6} x_2^2$$

при наличии линейного ограничения $x_1 + x_2 = 1$.

Один из традиционных методов решения этой задачи — это освободиться от ограничения, используя метод штрафных функций. При этом получается безусловная задача:

$$\min_x \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{6} x_2^2 + \frac{P}{2} (1 - x_1 - x_2)^2.$$

Сложность этого метода заключается в том, что при решении безусловной задачи численно неясно, как выбрать значение параметра P . Например, выбирая $P = 20$, мы получаем условия оптимальности первого порядка:

$$\begin{cases} x_1 - 20(1 - x_1 - x_2) = 0, \\ \frac{1}{3} x_2 - 20(1 - x_1 - x_2) = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему линейных уравнений, мы получаем стационарную точку безусловной задачи:

$$x_1^*(20) = \frac{20}{81}, \quad x_2^*(20) = \frac{60}{81},$$

и неясно, как получить решение исходной задачи с ограничениями из этого решения. Поэтому на практике данная задача решается несколько раз для разных значений P для того, чтобы понять, к какому вектору сходится последовательность решений при возрастающих значениях P , и таким образом получить некоторое приближенное решение исходной задачи с ограничением.

Теперь посмотрим, что произойдет, если мы выберем $P = \circledast$. Тогда решение линейной системы, соответствующее условиям оптимальности первого порядка, есть:

$$\begin{aligned} x_1^*(\circledast) &= \frac{1 \circledast}{1 + 4 \circledast}, \\ x_2^*(\circledast) &= \frac{3 \circledast}{1 + 4 \circledast}. \end{aligned}$$

Выполнив деление, мы видим, что оба результата состоят из конечной части и нескольких бесконечно малых частей:

$$\begin{aligned} x_1^*(\circledast) &= \frac{1}{4} - \circledast^{-1} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{64} \circledast^{-1} + \dots \right), \\ x_2^*(\circledast) &= \frac{3}{4} - \circledast^{-1} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{64} \circledast^{-1} + \dots \right). \end{aligned}$$

Как показывают авторы [33], конечные части чисел $x_1^*(\circledast)$ и $x_2^*(\circledast)$ дают нам точное решение исходной задачи с ограничениями, т. е. $x_1^* = \frac{1}{4}$, $x_2^* = \frac{3}{4}$. Таким образом, использование в качестве штрафного коэффициента \circledast дает нам следующее:

- 1) вместо многократного решения ряда безусловных задач с разными конечными значениями P безусловная задача решается только один раз;
- 2) вместо приближенного решения, получаемого традиционными методами, применение КБ дает точное решение.

7. Заключение

Большие вычислительные возможности и доступность новой суперкомпьютерной методологии привели к росту интереса к ней не только среди исследователей, но и среди преподавателей университетов и колледжей в Италии, Великобритании, Индии и США. В частности, работы [20–22] посвящены анализу первых результатов, касающихся преподавания методологии, а интернет-страница [23], разработанная профессором Давидэ Рицца из университета Восточной Англии в г. Норидж (University of East Anglia, Norwich, UK), содержит набор методических материалов, доступных для скачивания. В частности, сайт бесплатно предлагает 100-страничный сборник задач и упражнений, уже апробированный в колледжах Англии и лицеях Италии. Сборник доступен на английском и итальянском языках, готовится его перевод на испанский. На фото представлены профессор Д. Рицца, сотрудница Института высокопроизводительных вычислений и сетей Итальянского Научного Совета (аналог Российской академии наук) А. Астирино (см. ее работу [45]) и учитель Ф. Странджес вместе с учащимися лицея г. Сан-Джованни-ин-Фиоре, Италия. Фотография была сделана после занятий, во время которых проводилась апробация методологии.

Приведем несколько характерных ответов на некоторые из вопросов анкеты (см. [23]), которую учащиеся и учителя заполняли после знакомства с новой методологией во время занятий, проводимых профессором Рицца.

Вопрос учащимся: «Что вы думаете о бесконечности после занятия, проведенного с использованием новой методологии?»



Ответы:

Ученик А. Гроссуан позволяет нам упростить работу с бесконечностью, он дает нам возможность проводить вычисления с использованием этого понятия.

Ученик Б. Упрощение, конечно, потому что гроссуан позволяет нам производить вычисления.

Ученик В. Это практический подход. Бесконечность обычно является только теоретическим понятием, тогда как таким образом она действительно стала более практической.

Вопрос учителем: «Каково ваше мнение о проведенном занятии и об упражнениях, выполненных учащимися?»

Ответы:

Учитель А. Замечательно! Мне нравится идея использовать гроссуан привычным способом, в отличие от понятия ∞ . Упражнения заставляют потрудиться, но они могут быть решены и удивительно полезны. Они помогают прояснить введенные концепции.

Учитель Б. Выполняя задания, студенты активно обсуждали их друг с другом на протяжении всего занятия и успешно решили предложенные упражнения.

Учитель В. Очень доступно, даже без предварительной подготовки. Вопросы хорошо структурированы с расчетом на повышение сложности.

Таким образом, описанная в статье методология не только является мощным вычислительным и методологическим инструментом, но и предлагает новый взгляд на преподавание математики и информатики. Учащиеся школ и студенты высших учебных заведений получают возможность иначе взглянуть

на традиционные и, как считалось ранее, полностью сформировавшиеся разделы этих дисциплин. Полезность альтернативных точек зрения не вызывает сомнения, поскольку хорошо известно [46], что умение посмотреть на вещи с разных позиций чрезвычайно важно для развития критического мышления и метакогниции, являющихся ключевыми компетенциями современного человека.

Список источников / References

1. *Лапчик М. П., Рагулина М. И., Хеннер Е. К.* Эволюция математического образования в условиях информатизации: обзор тенденций и результатов. *Наука о человеке: гуманитарные исследования.* 2020;14(3):71–79. DOI: 10.17238/issn1998-5320.2020.14.3.8

Lapchik M. P., Ragulina M. I., Khenner E. K. Mathematical education evolution in the context of informatization: Trends and results reviews. *The Science of Person: Humanitarian Researches.* 2020;14(3):71–79. DOI: 10.17238/issn1998-5320.2020.14.3.8

2. *Носков М. В., Попова В. В.* Реализация межпредметных связей математики и информатики в современном учебном процессе. *Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева.* 2015;(1(31)):65–68.

Noskov M. V., Popova V. V. The implementation of intersubject communications between mathematics and computer science in the modern educational process. *Bulletin of the Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V. P. Astafiev.* 2015;(1(31)):65–68.

3. *Лапчик М. П.* Теоретические и организационные вопросы информатизации школьного и педагогического образования. *Современные проблемы информатизации образования.* Омск; 2017. С. 43–110.

Lapchik M. P. Theoretical and organizational issues of informatization of school and pedagogical education. *Modern problems of informatization of education.* Omsk; 2017. P. 43–110.

4. Григорьев С. Г., Гриншкун В. В. Подготовка магистров по программе «Информационные технологии в образовании» в МГПУ — новое направление, новые возможности. *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования*. 2013;(2):5–13.
- Grigoriev S. G., Grinshkun V. V. Training of masters in the program “Information technologies in education” at the Moscow State Pedagogical University — a new direction, new opportunities. *Bulletin of People’s Friendship University of Russia. Series: Informatization of Education*. 2013;(2):5–13.
5. Григорьев С. Г., Подболотова М. И. Моделирование углубленной профессионально-ориентированной практики магистрантов в условиях модульного обучения и сетевого взаимодействия по направлению подготовки «Педагогическое образование». *Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования*. 2015;(2(32)):8–25.
- Grigoriev S. G., Podbolotova M. I. Modeling of in-depth professionally-oriented practice of undergraduates in the context of modular training and network interaction in the direction of training “Pedagogical education”. *Vestnik of Moscow City University. Series: Informatization of Education*. 2015;(2(32)):8–25.
6. Белова Т. В. О совершенствовании методики преподавания дисциплины «Математика и информатика» за счет использования межпредметных связей. *Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования*. 2006;(7):25–28.
- Belova T. V. On improving the teaching methods of the discipline “Mathematics and Informatics” through the use of intersubject connections. *Vestnik of Moscow City University. Series: Informatization of Education*. 2006;(7):25–28.
7. Сафонов В. И. Подготовка учителей к преподаванию математики с использованием методов информатики. *Электронное обучение в непрерывном образовании — 2018. V Международная научно-практическая конференция*. 2018. С. 686–690.
- Safonov V. I. Preparation of teachers for teaching mathematics using informatics methods. E-Learning in Continuing Education — 2018. *Proc. 5th Int. Scientific and Practical Conf.* 2018. P. 686–690.
8. Пардала А. Информатизация математического образования: дидактические возможности, опыт и зарубежные тенденции. *Информатика и образование*. 2019;34(6):49–55. DOI: 10.32517/0234-0453-2019-34-6-49-55
- Pardala A. Informatization of mathematics education: Didactic opportunities, experience and foreign trends. *Informatics and Education*. 2019;34(6):49–55. DOI: 10.32517/0234-0453-2019-34-6-49-55
9. Воеводин В. В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург; 2004. 608 с.
- Voevodin V. V., Voevodin Vl. V. Parallel computing. Saint Petersburg, BHV-Petersburg; 2004. 608 p.
10. Гергель В. П. Теория и практика параллельных вычислений. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний; 2017. 423 с.
- Gergel V. P. Theory and practice of parallel computing. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy; 2017. 423 p.
11. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. М.: Мир; 2006. 824 с.
- Nielsen M., Chang I. Quantum computing and quantum information. Moscow, Mir; 2006. 824 p.
12. Numerical Infinity and the Infinity Computer. Available at: <https://www.theinfinitycomputer.com>
13. Lolli G. Infinitesimals and infinites in the history of mathematics: A brief survey. *Applied Mathematics and Computation*. 2012;218(16):7979–7988. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Lolli_paper.pdf
14. Lolli G. Metamathematical investigations on the theory of grossone. *Applied Mathematics and Computation*. 2015;255:3–14. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Lolli_2_web.pdf
15. Margenstern M. Using grossone to count the number of elements of infinite sets and the connection with bijections. *p-Adic Numbers, Ultrametric Analysis and Applications*. 2011;3(3):196–204. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/MM_bijection.pdf
16. Montagna F., Simi G., Sorbi A. Taking the Pirahā seriously. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2015;21(1-3):52–69. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Sorbi_web.pdf
17. Rizza D. A study of mathematical determination through Bertrand’s Paradox. *Philosophia Mathematica*. 2018;26(3):375–395. DOI: 10.1093/phimat/nkx035. Available at: <https://academic.oup.com/phimat/article/26/3/375/4753688>
18. Sergeyev Ya. D. Numerical infinities and infinitesimals: Methodology, applications, and repercussions on two Hilbert problems. *EMS Surveys in Mathematical Sciences*. 2017;4(2):219–320. DOI: 10.4171/EMSS/4-2-3. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/EMSS_Sergeyev.pdf
19. Caldarola F., Cortese D., d’Atri G., Maiolo M. Paradoxes of the Infinite and Ontological Dilemmas Between Ancient Philosophy and Modern Mathematical Solutions. *Lecture Notes in Computer Science*. 2020;(LNCS 11973):358–372. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Caldarola_Paradoxes_2020.pdf
20. Antoniotti L., Caldarola F., d’Atri G., Pellegrini M. New approaches to basic calculus: An experimentation via numerical computation. *Lecture Notes in Computer Science*. 2020;(LNCS 11973):329–342. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Antoniotti_et_al_2020.pdf
21. Ingarozza F., Adamo M. T., Martino M., Piscitelli A. A grossone-based numerical model for computations with infinity: A case study in an Italian high school. *Lecture Notes in Computer Science*. 2020;(LNCS 11973):451–462. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Ingarozza_et_al_2020.pdf
22. Iannone P., Rizza D., Thoma A. Investigating secondary school students’ epistemologies through a class activity concerning infinity. *Proc. 42nd Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2018;3:131–138. Available at: https://www.researchgate.net/publication/326353757_INVESTIGATING_SECONDARY_SCHOOL_STUDENTS’_EPISTEMOLOGIES_THROUGH_A_CLASS_ACTIVITY_CONCERNING_INFINITY
23. Numerical Infinities. Available at: <https://www.numericalinfinities.com>
24. Robinson A. Non-standard analysis. Princeton University Press; 1996. 308 p.
25. Artigue M. Analysis. *Advanced Mathematical Thinking* (ed. D. Tall). NY, Springer; 1994. P. 167–198. DOI:10.1007/0-306-47203-1
26. Pepelyshev A., Zhigljavsky A. Discrete uniform and binomial distributions with infinite support. *Soft Computing*. 2020;24:17517–17524. DOI:10.1007/s00500-020-05190-2
27. Calude C. S., Dumitrescu M. Infinitesimal probabilities based on grossone. *SN Computer Science*. 2020;1:36. DOI: 10.1007/s42979-019-0042-8
28. D’Alotto L. Infinite games on finite graphs using grossone. *Soft Computing*. 2020;24:17509-17515. DOI:10.1007/s00500-020-05167-1
29. Rizza D. Numerical methods for infinite decision-making processes. *International Journal of Unconventional Computing*. 2019;14(2):139–158. Available at: <https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/ijuc.pdf>

30. Fiaschi L., Cococcioni M. Numerical asymptotic results in Game Theory using Sergeyev's Infinity Computing. *International Journal of Unconventional Computing*. 2018;14(1):1–25. Available at: <https://arxiv.org/abs/1808.00738>
31. Amodio P., Iavernaro F., Mazzia F., Mukhametzhanov M. S., Sergeyev Ya. D. A generalized Taylor method of order three for the solution of initial value problems in standard and infinity floating-point arithmetic. *Mathematics and Computers in Simulation*. 2017;141:24–39. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/gross_taylor.pdf
32. Iavernaro F., Mazzia F., Mukhametzhanov M. S., Sergeyev Ya. D. Computation of higher order Lie derivatives on the Infinity Computer. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2021;383:113135, DOI: 10.1016/j.cam.2020.113135
33. De Cosmis S., De Leone R. The use of grossone in mathematical programming and operations research. *Applied Mathematics and Computation*. 2012;218(16):8029–8038. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Renato_final.pdf
34. Lai L., Fiaschi L., Cococcioni M. Solving mixed Pareto-lexicographic multi-objective optimization problems: The case of priority chains. *Swarm and Evolutionary Computation*. 2020;55:100687. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Lai_et_al2020.pdf
35. Сочков А. Л. Философские аспекты новейшей арифметики бесконечности. *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Социальные науки*. 2009;(3(15)):72–77.
- Sochkov A. L. Philosophical aspects of the latest arithmetic of infinity. *Bulletin of the Lobachevsky State University. Series: Social Sciences*. 2009;(3(15)):72–77.
36. Caldarola F. The Sierpinski curve viewed by numerical computations with infinities and infinitesimals. *Applied Mathematics and Computation*. 2018;318:321–328. DOI: 10.1016/j.amc.2017.06.024
37. Gordon P. Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*. 2004;306(15):496–499. DOI: 10.1126/science.1094492
38. Эверетт Д. Л. Не спи, кругом змеи! Быт и язык индейцев американских джунглей. М.: Языки славянских культур; 2016. 384 с.
- Everett D. L. Don't sleep, there are snakes: Life and language in the Amazonian jungle. Moscow, Languages of Slavic cultures; 2016. 384 p.
39. Кронгауз М. А. Дэниел Эверетт и Бенджамин Уорф: лингвистические и нелингвистические параллели. *Российский журнал когнитивной науки*. 2018;5(1):14–21. Режим доступа: <https://publications.hse.ru/mirror/pubs/share/direct/225302168.pdf>
- Krongauz M. A. Daniel Everett and Benjamin Whorf: Linguistic and NonLinguistic Parallels. *The Russian Journal of Cognitive Science*. 2018;5(1):14–21. Available at: <https://publications.hse.ru/mirror/pubs/share/direct/225302168.pdf>
40. Кибрик А. А. Тирания чужого ума. *Российский журнал когнитивной науки*. 2018;5(1):27–36. Режим доступа: <https://cogjournal.ru/5/1/pdf/KibrikRJCS2018.pdf>
- Kibrik A. A. Tyranny of another mind. *The Russian Journal of Cognitive Science*. 2018;5(1):27–36. Available at: <https://cogjournal.ru/5/1/pdf/KibrikRJCS2018.pdf>
41. Comrie B. Numeral bases. *The world atlas of language structures online*. Leipzig: Max Planck Institute for Evolutionary Anthropology; 2013. Available at: <http://wals.info/chapter/131>
42. Pica P., Lemer C., Izard V., Dehaene S. Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*. 2004;306(15):499–503.
43. Zhigljavsky A. Computing sums of conditionally convergent and divergent series using the concept of grossone. *Applied Mathematics and Computation*. 2012;218:8064–8076. DOI: 10.1016/j.amc.2011.12.034
44. Sergeyev Ya. D. Higher order numerical differentiation on the Infinity Computer. *Optimization Letters*. 2011;5(4):575–585. Available at: https://www.theinfinitycomputer.com/wp-content/uploads/2020/11/Num_dif.pdf
45. Astorino A., Fuduli A. Spherical separation with infinitely far center. *Soft Computing*. 2020; 24:17751–17759. Available at: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00500-020-05352-2>
46. Литвинов А. В., Иволина Т. В. Метакогниция: Понятие, структура, связь с интеллектуальными и когнитивными способностями (по материалам зарубежных исследований). *Современная зарубежная психология*. 2013;2(3):59–70. Режим доступа: https://psyjournals.ru/files/63502/jmfp_2013_3_n4_Litvinov.pdf
- Litvinov A. V., Ivolina T. V. Metacognition: Concept, structure, association with intellect and cognitive processes. *Journal of Modern Foreign Psychology*. 2013;2(3):59–70. Available at: https://psyjournals.ru/files/63502/jmfp_2013_3_n4_Litvinov.pdf

Информация об авторе

Сергеев Ярослав Дмитриевич, доктор физ.-мат. наук, выдающийся профессор, директор лаборатории численного анализа, Университет Калабрии, г. Козенца, Италия; профессор кафедры математического обеспечения и суперкомпьютерных технологий, Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1429-069X>; e-mail: yaro@dimes.unical.it

Information about the author

Yaroslav D. Sergeyev, Ph.D., Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Distinguished Professor, Head of Numerical Calculus Laboratory, University of Calabria, Cosenza, Italy; Professor at the Department of Mathematical Software and Supercomputing Technologies, Lobachevsky State University, Nizhny Novgorod, Russia; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1429-069X>; e-mail: yaro@dimes.unical.it

Поступила в редакцию / Received: 10.03.2021.

Поступила после рецензирования / Revised: 02.04.2021.

Принята к печати / Accepted: 06.04.2021.

DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-23-31

МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОФИЛЯ ЛИЧНОСТИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ И РАЗВИТИЯ ЛИЧНОСТНОГО ПОТЕНЦИАЛА

М. Э. Кушнир¹, П. Д. Рабинович¹ ✉, К. Е. Заведенский¹, Г. Т. Базарова², И. С. Царьков³

¹ Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, г. Москва, Россия

² Московская школа практической психологии при Московском институте психоанализа, г. Москва, Россия

³ Школа № 29 им. П. И. Забродина, г. о. Подольск, Московская область, Россия

✉ pavel@rabinovitch.ru

Аннотация

В статье описываются логика разработки модели УЗКИiSPEC («Алмаз личности»), основания ее сборки и подходы к практическому использованию модели.

Актуальность статьи обусловлена проблематикой проявления и поддержки развития образовательной субъектности, формирования системных компетенций самоопределения, целеполагания, продуктивного действия и рефлексии.

Цель описываемого в статье исследования — разработать модель образовательного профиля личности для управления образовательной деятельностью и развития личностного потенциала, пригодную для поддержки образовательной субъектности.

Новизну представляют разработанная структура образовательного профиля ученика/студента УЗКИiSPEC и специальным образом отобранные ее элементы. Модель синтезирована на основе ключевых сущностей, таких как: 1) модель компетенций личности iSPEC; 2) схемы процесса «обучение» как освоения семиотических систем; 3) категоризация компетентностей по типу решаемых задач; 4) категоризация ведущего способа деятельности. Модель интегрирует отобранные сущности по принципу качественного различия, в отличие от сравнивающих измерений. Таким образом, «Алмаз личности» обладает достаточной полнотой и лаконичностью для мониторинга продвижения ученика/студента по индивидуальному/коллективно-индивидуальному образовательному маршруту и для создания возможности использования в различных системах оценки образовательных результатов.

Практическая значимость модели УЗКИiSPEC заключается в возможности использования для картирования образовательных амбиций и запросов личности, выстраивания образовательных стратегий и индивидуальных/коллективно-индивидуальных образовательных маршрутов, организации персональной образовательной логистики. Использование цифровых технологий позволяет автоматизировать использование модели образовательного профиля для управления образовательной деятельностью.

Ключевые слова: образовательная субъектность, образовательная логистика, образовательный запрос, персонализация, индивидуализация, цифровая образовательная среда, персональная образовательная логистика.

Для цитирования:

Кушнир М. Э., Рабинович П. Д., Заведенский К. Е., Базарова Г. Т., Царьков И. С. Модель образовательного профиля личности для управления образовательной деятельностью и развития личностного потенциала. *Информатика и образование*. 2021;36(8):23–31. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-23-31

MODEL OF EDUCATIONAL PERSONALITY PROFILE FOR LEARNING MANAGEMENT AND DEVELOPMENT OF PERSONAL POTENTIAL

M. E. Kushnir¹, P. D. Rabinovich¹ ✉, K. E. Zavedenskiy¹, G. T. Bazarova², I. S. Tsarkov³

¹ The Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Moscow, Russia

² Moscow School of Practical Psychology of the Moscow Institute of Psychoanalysis, Moscow, Russia

³ School 29 named after P. I. Zabrodin, Podolsk, Moscow Region, Russia

✉ pavel@rabinovitch.ru

Abstract

The article describes the logic of the development of the model SKQIiSPEC (“Personality diamond”), including basis of its construction and approach to practical implementation.

The relevance of the article is based on the problem of reveal and support of the development of educational agency, the formation of system competencies of self-determination, goal setting, productive action and reflection.

The purpose of the research described in the article is to develop a model of the educational personality profile for managing educational activity and the development of personal potential, adequate for supporting educational agency.

Novelty of the suggested approach is represented by developed structure of educational profile of a student SKQIiSPEC and its specially selected elements. The model is synthesized on the basis of the following key ideas: (1) model of personality competence iSPEC, (2) model of “education” via semiotic systems, (3) distinguishing of competences via types of solved tasks and (4) distinguishing of main activity type. The model integrates selected ideas with qualitative differences opposite to comparing evaluations. Therefore, “Personality dimond” provides sufficient depth and conciseness for monitoring of navigation of a student on its individual/collectively-individual educational track as well as for creation of possibility to be used in various systems for assessing educational results.

Practical significance of model SKQIiSPEC is based on potential usage for mapping of educational ambitions and demands of personality, creation of educational strategies for collective-individual and individual tracks, organization of personal educational logistic. The usage of digital technologies enables automatization of educational profile model for educational activities’ management.

Keywords: educational agency, educational logistic, educational demand, personalisation, individualisation, digital educational environment, personal educational logistic.

For citation:

Kushnir M. E., Rabinovich P. D., Zavedenskiy K. E., Bazarova G. T., Tsarkov I. S. Model of educational personality profile for learning management and development of personal potential. *Informatics and Education*. 2021;36(8):23–31. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-23-31 (In Russian.)

1. Введение

Цифровая трансформация образования и растущий запрос на персонализацию в образовании на основе проявления образовательной субъектности актуализируют необходимость адекватных подходов к оценке образовательного результата: артикуляции самого понятия, определения структуры характеризующих его параметров и выбора соответствующих измерителей его качества. Исследования авторов в области цифровизации образования [1], выявления и развития образовательного запроса как проявления образовательной субъектности доопределили базовые понятия «образование», «обучение», «подготовка» «грамотность», а также понятия «цифровые следы», «портфолио» и «цифровой профиль» как перспективные средства фиксации и оценки образовательных результатов и продвижения ученика/студента по образовательному маршруту.

Долгое время модели оценок строились на простых уровнях рубрикаторах балльных оценок (самый популярный вариант — пятибалльный). Наличие простого балла приводит к измерительному, сравнительному подходу при оценивании, что порождает субъективизм или отношение к оценке как «больше/меньше», «лучше/хуже». Модели критериальной оценки с детальным описанием требований по каждому критерию позволяют оценивать образовательную деятельность более объективно, но продуктивны там, где трудозатраты на их применение соответствуют уровню сложности образовательной деятельности [2]. Проблематизация критериального оценивания образовательной модели Международного бакалавриата (IB)* выявляет инверсию целей модели на практическом применении [3]. На конференции ММСО-2021 эксперты обсуждали кейсы расхождения целей разработки многокомпонентного образовательного профиля и опыта его применения**.

В частности, определенные сложности испытывает проект Europass*** (по оценке и развитию языковых компетенций ЕС) — по причине избыточной сложности моделей оценки [4]. Результаты экспертных дискуссий показывают, что часто важна именно качественная оценка образовательных результатов (и ее достаточно), а для содержательного анализа требуются специализированная модель, рефлексия или их комбинация. Оценка компетенций (как готовности к деятельности) требует разработки для каждого конкретного вида деятельности своей модели компетенций и сопоставления с ней демонстрируемых учеником/студентом способностей. Компетентностные оценки мотивируют к тому, чтобы реально овладеть содержанием образования, а не ограничиваться заучиванием информации об изучаемых моделях и явлениях, освоением типовых задач [5]. Однако компетенции являются динамичными сущностями, сложными для формулирования, измерения и совмещения разных моделей****. Как отмечалось в [1], «образование» рассматривается как построение субъектом собственной картины мира, а «подготовка» — как приобретение средств деятельности. Для именно образования модель следует строить на таких метакомпетенциях, как:

- способность коллективно проектировать различные объекты;
- способность достраивать/преобразовывать себя и функции для реализации спроектированного объекта;
- способность со-организовываться для выполнения присвоенных функций наилучшим образом;
- способность рефлексивно оформлять знания и средства деятельности.

Существенной оказывается способность субъекта работать с будущим [6, 7]. При таком подходе компетенция рассматривается как способность субъекта осуществить преобразование деятельности «вместе

* Кушнир М. Подводные камни МYP // cogito, ergo sum. 2008. <http://medwk.blogspot.com/2008/07/myр3keys.html>

** Кушнир М. Цифровой профиль в образовании // cogito, ergo sum. 2021. <https://medwk.blogspot.com/2021/10/mmco-profile.html>

*** Europass // European Union. <https://europa.eu/europass/en>

**** Кушнир М. ЗУН2 против компетенций // Учительская газета. 21 декабря 2018 года. <https://ug.ru/mihail-kushnir-moskva-zun2-protiv-kompetencij/>

с собой» [8]. Важно, что для рынка труда модель прикладных компетенций удобна и применим подход адаптации человека к той или иной деятельности. Для образования же принципиальны подход преадаптации [9, 10] и концентрация на метакомпетенциях [11].

Таким образом, сегодня организаторам образовательной деятельности доступен целый арсенал оценочных средств — от традиционных нормативных и критериальных оценок до компетентностных и формирующих моделей, performance based моделей* и многих других [12]. Для персонализации в образовании и поддержки развития субъектности важна не размерность оценочной шкалы (зачет-незачет, 5, 10 или 100 баллов), а обеспечение всех участников образовательной деятельности набором данных, пригодных как для констатирующей оценки в конце периода обучения, так и для оценки индивидуальной динамики и продвижения по образовательному маршруту субъекта [13]. Соответственно, запрос на продуктивные модели оценки, образовательные и/или компетентностные профили остается актуальным [14, 15].

Система требований к модели образовательного профиля ученика/студента может быть сформулирована следующим образом.

1. Формальные квалификационные оценки:
 - совместимость с традиционными нормативными и критериальными моделями оценки образовательных результатов;
 - обеспечение шкалами по направлениям оценки качественного различия образовательных результатов (измерительная логика «лучше/хуже» допускается).
2. Неформальные оценки:
 - пригодность модели для формирующей оценки;
 - возможность фиксации личностного стиля носителя профиля без формальной рубрикации (например, уровень образовательной субъектности).
3. Рефлексивные оценки:
 - пригодность модели для рефлексии учеником/студентом результатов образовательной деятельности.
4. Общие требования:
 - полнота представления образовательных результатов и их достаточность для принятия организаторами образовательного процесса решения об успешности завершения этапа обучения и возможности выдачи соответствующего документа;
 - возможность автоматизации сбора и обработки данных о ходе образовательной деятельности;
 - минимальная сложность, наглядность и операционализируемость.

* Performance based модель — модель на основе анализа выполняемых операций.

Требования задают структуру образовательного профиля, где в формальных оценках могут использоваться традиционные варианты оценивания с формализованными рубриками/дескрипторами. Именно поэтому в одном из требований к этой части профиля делается акцент на качественной градации, которая работает в бинарной логике, а не сравнительной и именно поэтому будет различной для разных моделей оценки. Ярким примером такого подхода с качественной градацией оценки можно считать модель SAM (*англ.* Student Achievements' Monitoring — тестовый инструмент оценки качества освоения содержания и динамики учебных достижений школьников) [16].

Современный опыт работы с имплементацией новых образовательных практик показывает, что неформальные оценки являются развивающимся направлением, для них неуместны привычные рубрики/дескрипторы, они сложнее структурированы, но необходимы, в частности, для работы с «гибкими навыками» (soft skills) [17]. Одним из вариантов такой оценки может быть выявление в образовательной деятельности личностного стиля, который отражает привычный способ взаимодействия личности в коллективе, в учебном процессе, в практических делах (например, оценка уровня субъектности и/или социальной роль/позиция в коллективе) [18]. Способ ведения образовательного профиля может быть ориентирован на внешнюю оценку, на самооценку, а также может комбинировать оба подхода. В случае самооценки неформальная оценка может быть представлена рефлексивной [19].

Рефлексивная оценка (в усиление тезисов о неформальной оценке) является ключевой для развития образовательной субъектности. Именно в рефлексии по результатам того или иного этапа образовательной деятельности фиксируются новые средства мышления (знания) и деятельности. При недостаточно развитой субъектности это направление оценки становится наиболее рискованным: для осуществления рефлексии ученик/студент должен быть достаточно мотивированным [20].

Поскольку ученик/студент является субъектом своего образования, у него должен быть инструмент самооценки и саморазвития, издержки ведения которого не должны превышать мотивации к рефлексии. Именно поэтому вводится ограничение на количество параметров и уровней оценивания в модели, их количество должно обеспечивать возможность схватывания общего замысла и значений образовательного профиля без чрезмерных напряжений памяти или сложных ассоциаций. Такой подход обеспечивает практическую значимость и потенциальную востребованность модели.

В данной статье предлагается обсудить построение модели образовательного профиля ученика/студента для возможности реализации персональной образовательной логики и соответствующую им авторскую модель УЗКИiSPEC (метафора — «Алмаз личности»).

2. Оценка образовательных результатов

Авторская модель iSPEC разрабатывалась итерационно. В [21] вводилась модель компетенций, названная по начальным буквам английских терминов iSPEC в стиле «IQ» (англ. Intelligence Quotient — уровень интеллекта). В отличие от модели эмоционального интеллекта [22] (самопознание, саморегуляция, мотивация, эмпатия, социальные навыки), модель iSPEC ориентирована на описание всех аспектов развития личности и ограничена конкретным описанием каждой представленной компетенции, чтобы обеспечить независимость оценки по каждой из них (табл. 1).

Параметры модели iSPEC носят более глубокий смысл для личностного развития нежели «компетенции». Компетенциями обычно описывают конкретные специфические характеристики возможности деятельности. Сущности модели iSPEC носят творческий, не всегда формализуемый характер, поэтому в модели используется понятие «искусства»:

- *искусство познания* (картина или образ мира — i);
- *искусство взаимодействия* (социальная среда — S);
- *искусство развития* (ценности, цели, воля — P);
- *искусство сочувствия* (тело, чувства — E);
- *искусство общения и продуктивной коммуникации* (передача смыслов — C).

Традиционный образовательный процесс в логике этой модели направлен преимущественно на сегмент *познания* — как освоение предусмотренных программой явлений, понятий, процессов, языков их описания, типовых заданий. Остальные искусства затрагиваются ситуативно, иногда в рамках воспитательных воздействий, чаще — вне программы.

По каждому виду искусств в модели рассматриваются **три уровня субъектности**, вовлеченности в процесс (**конструкт «ИРО»**):

- «Исполнитель» — выполнение нормативных правил и процедур;
- «Разработчик» — совершенствование существующих и/или создание новых правил, процедур, процессов, инструментов;
- «Открыватель» — новые принципы и подходы создания процедур, процессов, инструментов, продуктов.

Аналогией таких ролевых установок можно считать **модель RGT Framework** (англ. RGT — Run—Grow—Transform — Исполнять—Развивать—Обновлять) компании Gartner [23] и варианты ее развития за 2000-е годы, включая **тримодальную организацию RCD** (англ. RCD — Run—Change—Disrupt — Исполнять—Менять—Взламывать) (рис. 1) [4]. При этом концепт ИРО ориентирован на ведущие стили поведения личности, а модели RGT/RCD применяются преимущественно в сфере управления.

Каждый из уровней субъектности концепта ИРО предполагает запрос личности на наиболее комфортный для нее вид деятельности (табл. 2). В уровне субъектности «Исполнитель» предлагается ввести подуровни различения по доминирующему стилю руководства для представителя уровня.

В детализации модели iSPEC* приведены примеры уровней субъектности для каждого вида искусств («компетенций» в исходной логике модели). Наиболее массовым можно считать уровень, «требующий нормативного контроля и четких правил», который предполагает достаточную долю доверительности

* Кушнир М. Модель мегакомпетенций iSPEC // cogito, ergo sum. 2017. <http://medwk.blogspot.com/2017/03/ispec.html>

Таблица 1 / Table 1

Модель компетенций iSPEC

The model of competencies iSPEC

| iSPEC | Компетенция | Внешние проявления (успех) | Внутренние проявления (счастье) |
|-------|--|---|---|
| IQ | IQ: интеллектуальная/когнитивная (владение объективными закономерностями мира) (Intellectual) | Использует имеющиеся и демонстрирует новые знания | Имеет мотивацию приобретать новые знания (любит учиться) |
| SQ | SQ: социальная (владение социальными моделями отношений) (Social) | Демонстрирует поведенческие паттерны, соответствующие социальным ролям | Осознает себя в системе ролей |
| PQ | PQ: персональная/личностная (владение целями и волевым поведением) (Personal) | Способен реализовывать цели | Осознает жизненные смыслы, ценности, цели и задачи |
| EQ | EQ: эмоциональная (чувственное восприятие, понимание и проявление эмоций применительно к ситуации) (Emotional) | Конструктивно реагирует на проявление чужих эмоций и адекватно проявляет свои | Осознает свои и чужие эмоции и управляет ими |
| CQ | CQ: коммуникативная (владение средствами и процедурами коммуникации) (Communicative) | Выражает свои мысли с помощью релевантных знаковых систем | Способен понять другого с помощью современных знаковых систем |

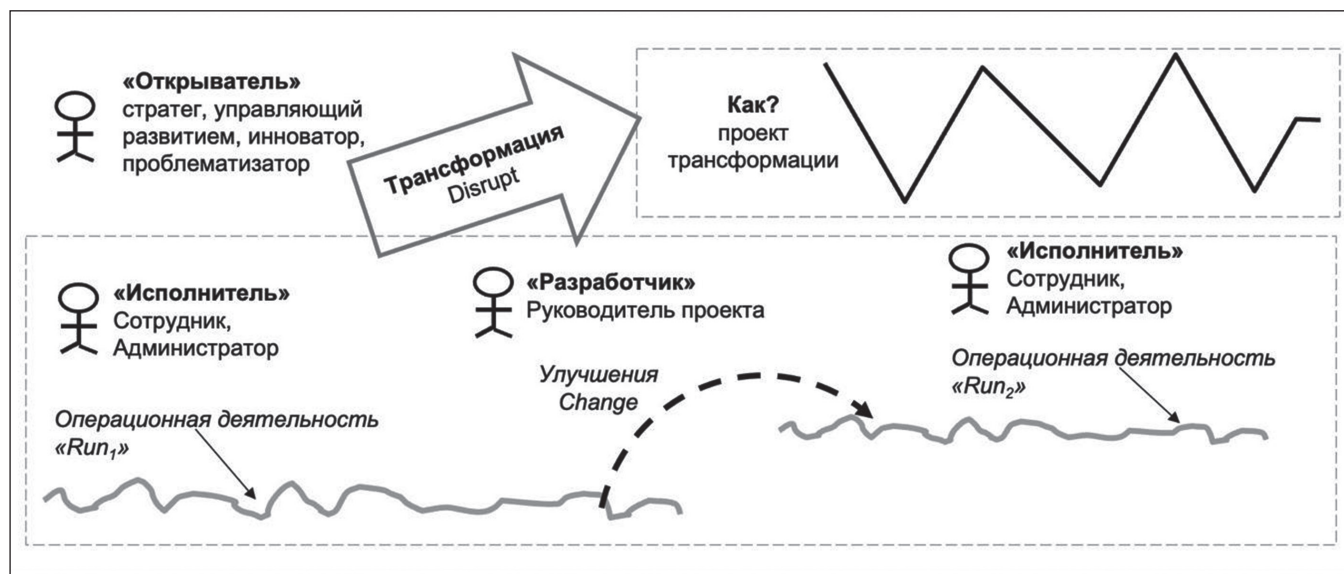


Рис. 1. Модели ИПО и Run—Change—Disrupt
 Fig. 1. Models Performer—Developer—Discoverer and Run—Change—Disrupt

при наличии четких правил и уверенности в наличии ключевых точек контроля.

Авторы с опорой на работы П. Г. Щедровицкого (см., например, [24, 25]) разделяют **базовые процессы**:

- *образование* — построение картины мира;
- *обучение* — освоение языка для продуктивной коммуникации (и *грамотность* как владение языком описания моделей картины мира);
- *подготовка* — освоение средств деятельности (в том числе языка как инструмента), ориентирована на формирование навыков решения функциональных задач (продуктом подготовки является возможность индивида занять место в системе разделения труда).

В обучении под **языком** понимается семиотическая система описания мира. Освоение языка на уровне типовых задач можно считать *грамотностью*. В [25] выделено пять семиотических систем:

- 1) математика с компьютерной грамотностью и со всеми соответствующими этому знаковыми структурами;
- 2) бытовой язык (языки) вместе с семиотикой поведения;
- 3) экономическая семиотика в широком смысле слова, т. е. все знаковое обеспечение хозяйственно-производственных процессов;
- 4) искусство как особая семиотическая система или ряд (комплекс, коллекция, популяция) таких систем;

Таблица 2 / Table 2

Уровни субъектности
Levels of agency

| Уровень субъектности | Внешнее проявление деятельности | Внутреннее восприятие деятельности |
|----------------------|---|--|
| Исполнитель | Выполнение нормативных правил и процедур (аналог Run) | Дискомфорт при необходимости что-то менять в понятном порядке деятельности. Интересуют <i>средства деятельности и инструменты</i> |
| | • требующий жесткого руководства и контроля | |
| | • требующий нормативного контроля и четких правил | |
| | • ожидающий доверительного ответственного управления | |
| Разработчик | Улучшение существующих и/или создание новых правил, процедур, процессов, инструментов (аналог Change) | Дискомфорт при необходимости строго выполнять инструкцию. Интересуют, прежде всего, <i>технологии и модели</i> |
| Открыватель | Новые принципы и подходы создания процедур, процессов, инструментов, продуктов (аналог Disrupt) | Дискомфорт в ограничениях типовых процессов. Интересуют, прежде всего, <i>принципы и подходы (методы)</i> |

Уровни освоения как уровни готовности к освоению деятельности
Mastery levels as levels of readiness for activity

| Уровень освоения | Внешнее проявление деятельности | Внутреннее восприятие деятельности |
|-------------------|---|--|
| Информированность | Рассказ о модели на адекватном языке описания | Развитие картины/образа мира |
| Квалификация | Решение типовых задач на основе типовых моделей | Готовность к сертификации на способность решать типовые задачи |
| Знание | Решение нетиповых задач на основе типовых моделей | Компетентность по теме |
| Умение | Выполнение социально востребованных задач | Готовность к самостоятельной и ответственной работе, к ситуативным проблемам с удержанием целей и сроков выполнения работы |

5) дизайн в широком смысле слова, включая экранную технологию (культуру), семиотику города, а также принципы организации малых пространств и т. д.

В экспертной лекции ММСО-2021 «Разработка содержания открытого/дополнительного образования: методологический и предметный аспекты»^{*} отмечается, что «любой язык есть, с одной стороны, совокупность средств и правил их использования, а с другой стороны, он содержит в себе мощную интенциональную составляющую — определенный класс объектов и принципов объективации» и приводится уже 15 типов языков:

- 1) естественные языки;
- 2) математика;
- 3) движение (танец);
- 4) музыка;
- 5) художественные языки (живопись, скульптура);
- 6) астрономия;
- 7) язык тела;
- 8) язык, на котором «говорит» природа;
- 9) язык социального взаимодействия;
- 10) логика;
- 11) язык экономических оценок;
- 12) язык пространственных форм (чертеж);
- 13) фотография и кинематограф;
- 14) язык инфографики;
- 15) язык схем.

Сами по себе языки не могут быть освоены без практических задач, ради которых появились модели и языки, их описывающие. Поэтому неотрывно от языков следует рассматривать практические результаты деятельности, которые далее будут именоваться как **практики созидания** (технологии и творчества) с соответствующими уровнями освоения этих видов деятельности. Результаты должны рассматриваться как отдельный вектор оценки. Практики созидания возникают и на стадии обучения, и на стадии подготовки:

- на стадии обучения являются продуктом понимания языка и описываемых им сущностей, обеспечивают закрепление владения языком;
- на стадии подготовки являются продуктом доведения владения языком до уровня востребованности на рынке труда.

Формализация языков — самостоятельная и неоднозначная задача, сопоставимая с построением модели компетенций. Языки описывают модели процессов, явлений, способов решения, поэтому на практике проще опираться на уже устоявшиеся структуры описания сфер деятельности. Традиционно они покрываются устоявшимся спектром учебных дисциплин, курсов. Авторы допускают применение вместо «языков» традиционных учебных курсов, а терминология модели заставит задумываться о языках этих курсов как уникальных семиотических системах, а также наблюдать за применением языков в разных сферах.

В ходе работы над моделью образовательного профиля ученика/студента применялась логика различения уровней практики как способность решения типовых и нетиповых задач, которые способен решать человек (по И. М. Фейгенбергу [26]). В частности, освоивший в ходе образовательного процесса типовые задачи получит определенную квалификацию, но нетиповые задачи решить не сможет. Однако на каждой из градаций функционально значимо различие аспектов понимания сути процессов и навыков продуктивной деятельности. Эти два функционально значимых уровня смыслового различия сформировали краткий и практичный четырехуровневый дескриптор уровней освоения деятельности (табл. 3).

3. Модель УЗКИiSPEC («Алмаз личности»)

Объединив базовую модель iSPEC, уровни субъектности, уровни готовности к деятельности, систему языков и уровни практики, мы получили конвергентную модель образовательного профиля УЗКИiSPEC (рис. 2).

Название сформировано из аббревиатур градаций уровня практики/освоения (Умение, Знание,

^{*} Кушнир М. Э. Грамотность как владение языком // cogito, ergo sum. 2021. <http://medwk.blogspot.com/2021/05/blog-post.html>



Рис. 2. Модель образовательного профиля «Алмаз личности»
 Fig. 2. The model of the educational profile "Personality Diamond"

Квалификация, Информированность — см. табл. 3) и названия модели iSPEC. Ее визуализация в форме октаэдра определила метафорическое название «Алмаз личности» и символизирует ненаправленный базис «Языки» х «Искусства» и два направленных вектора усложнения каждого элемента базиса: «Практики созидания» и «Субъектность». Плоскость базиса «Языки» х «Искусства» следует воспринимать как пространство развития. Это зоны наличия и отсутствия представлений субъекта об искусствах и языках их описания или, наоборот, о языках и описываемых ими искусствах.

По вертикали каждую из областей освоения картины мира можно оценивать по шкале субъектности (вверх) и по шкале уровня освоения (вниз). При этом каждое из вертикальных направлений оценки делится на уровни типовых и нетиповых задач. Для оценки субъектности такое деление продуктивно, поскольку контролируемые и нормативные исполнители не выходят за рамки инструкций. За рамки инструкций может выйти ответственный «Исполнитель», знающий о существовании типовых способов решения поставленной задачи. Он не может создать новые приемы (на что способен «Разработчик») и тем более новые методы, что увлекает «Открывателя».

Для удобства оперирования моделью область «Языки» структурирована на группы:

- языки науки (логики и научного описания природы);
- языки искусства (чувственное описание впечатлений и переживаний);
- языки управления (техникой и людьми).

В частности, естественные языки могут использоваться и для описания явлений в научном контексте,

и для воздействия на чувства, и для управления. Тем не менее под первичной направленностью естественных языков здесь подразумевается воздействие/руководство другими людьми. Языки чертежей и схем еще более органично стоит относить к языкам управления, поскольку они предназначены преимущественно для инструктирования и подготовки процедурных действий. Языки живописи, скульптуры, танца, музыки — это языки искусства.

Использование цифровых технологий позволяет автоматизировать использование модели образовательного профиля для управления образовательной деятельностью.

4. Заключение

Представленная модель образовательного профиля УЗКИiSPEC («Алмаз личности») синтезирована из:

- модели компетенций личности iSPEC;
- модели обучения как освоения семиотических систем П. Г. Щедровицкого;
- различия компетентности по типу решаемых задач И. М. Фейгенберга;
- различия ведущего способа деятельности ИРО/RGT/RGD;
- а также авторской детализации исполнительского уровня модели ИРО и общей визуализации в виде октаэдра.

Практическая значимость модели УЗКИiSPEC заключается в возможности использования для картирования образовательных амбиций и запросов личности, выстраивания образовательных стратегий и индивидуальных/коллективно-индивидуальных образовательных маршрутов, организации персо-

нальной образовательной логистики. Визуально это будет представлено как «наполнение алмаза» и наглядно (качественно) покажет области освоённости, позволит строить стратегии развития. Базис «Языки» х «Искусства» образует пространство развития субъекта в контексте его представлений об искусствах и языках их описания или, наоборот, о языках и описываемых ими искусствах. Каждую область освоения картины мира (искусства iSPEC) можно ранжировать по шкале субъектности (см. табл. 2) и по шкале уровня освоения (см. табл. 3). При этом каждое вертикальное направление делится на типовые задачи и задачи, выходящие за рамки типовых.

Модель УЗКИiSPEC содержит ключевые направления для мониторинга развития личности:

- по сферам развития (языки);
- по уровням субъектности;
- по уровням освоения (в интеллектуальной/когнитивной, социальной, волевой, эмоциональной и коммуникационной областях).

Когнитивное направление («i») может быть представлено традиционными результатами оценки успеваемости (все положительные оценки могут быть автоматически зачтены на уровне «квалификационный»). Остальные направления iSPEC заполняются в результате гармонизации рефлексии субъекта завершённого этапа образовательной деятельности и «внешних» данных (оценки педагогов, автоматические оценки обучающих систем, социометрика и пр.).

Использование в модели качественных измерителей по сформулированным критериям (например, « типовые » и « нетиповые » задачи, уровни субъектности, спектр языков и искусств) задает интенцию на гармоничное всестороннее развитие личности как ответ на вызовы сложности, разнообразия и неопределенности. В ходе дальнейших исследований возможна доработка модели в части введения параметризации (количественных) измерителей по критериям модели без потери ее лаконичности и доступности оперирования ею.

Финансирование

Статья подготовлена соавторами П. Д. Рабиновичем, М. Э. Кушниром и К. Е. Заведенским в рамках выполнения научно-исследовательской работы государственного задания РАНХиГС, соавтором И. С. Царьковым при финансовой поддержке гранта РФФИ, проект № 19-29-14180.

Funding

The article has been created by co-authors P. Rabinovich, M. Kushnir, and K. Zavedenskiy in frames of execution of scientific research of state assignment by RANEPa, as well as co-author I. Tsarkov with financial support of RFBR grant per project No. 19-29-14180.

Список источников / References

1. Рабинович П. Д., Заведенский К. Е., Кушнир М. Э., Кремнева Л. В., Царьков И. С. Российские и международные практики работы с образовательными запросами. *Интеграция образования*. 2021;25(4). (В печати.)
Rabinovich P. D., Zavedenskiy K. E., Kushnir M. E., Kremneva L. V., Tsarkov I. S. Russian and international practices of

working with educational requests. *Integration of Education*. 2021;25(4). (In print.)

2. de Volder M. L., Lens W. Academic achievement and future time perspective as a cognitive-motivational concept. *Journal of Personality and Social Psychology*. 1982;42(3):566–571. DOI:10.1037/0022-3514.42.3.566

3. Marope P. T. M. Quality and development-relevant education and learning: Setting the stage for the Education 2030 Agenda. *Prospects*. 2016;46:1–3. DOI: 10.1007/s11125-016-9387-0

4. Устойчивая бизнес-модель. 2016. Режим доступа: <https://2016.report-sberbank.ru/ru/portrait/business-model>

5. Sustainable business model. 2016. Available at: <https://2016.report-sberbank.ru/ru/portrait/business-model>

6. Patrick S., Kennedy K., Powell A. Mean what you say: Defining and integrating personalized, blended and competency education. iNACOL. Available at: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED561301.pdf>

7. Andre L., van Vianen A. E. M., Peetsma T. T. D., Oort F. J. Motivational power of future time perspective: Meta-analyses in education, work, and health. *European Journal of Psychology of Education*. 2018;13(1):e0190492. DOI: 10.1371/journal.pone.0190492

8. Pouru L., Wilenius M. Educating for the future: how to integrate futures literacy skills into secondary education. *6th International Conference on Future-Oriented Technology Analysis (FTA) — Future in the Making*. Brussels, 4–5 June 2018. Available at: <https://ec.europa.eu/jrc/sites/default/files/fta2018-paper-a4-pouru.pdf>

9. Глухов П. П., Попов А. А., Аверков М. С. Контуры нового антропологического проекта образования. *Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология*. 2021;(60):45–54. DOI: 10.17223/1998863X/60/5

10. Glukhov P. P., Popov A. A., Averkov M. S. Outlines of a new anthropological education project. *Bulletin of the Tomsk State University. Philosophy. Sociology. Political science*. 2021;(60):45–54. DOI: 10.17223/1998863X/60/5

11. Asmolov A. G., Anthropology of everyday: Transformation of human behavior under technological and social change. *Lurian Journal*. 2021;2(1):6–18. Available at: <https://elar.urfu.ru/handle/10995/97197>

12. Рабинович П. Д., Кремнева Л. В., Заведенский К. Е., Шехтер Е. Д., Апенько С. Н. Преадаптация школьников к инновационной деятельности и образовательные практики работы с будущим. *Образование и наука*. 2021;23(2):39–70. DOI: 10.17853/1994-5639-2021-2-39-70

13. Rabinovich P. D., Kremneva L. V., Zavedenskiy K. E., Shekhter E. D., Apenko S. N. Preadaptation of students to innovation activity and formation of practices of futures scenario building. *The Education and Science Journal*. 2021;23(2):39–70. DOI: 10.17853/1994-5639-2021-2-39-70

14. Попов А. А. Образовательные программы и элективные курсы компетентностного подхода. М.: Ленард; 2018. 344 с.

15. Попов А. А. Educational programs and elective courses of a competence-based approach. Moscow, Lenard; 2018. 344 p.

16. Colucci-Gray L., Perazzone A., Dodman M., Camino E. Science education for sustainability, epistemological reflections and educational practices: From natural sciences to trans-disciplinarity. *Cultural Studies of Science Education*. 2013;(8):127–183. DOI: 10.1007/s11422-012-9405-3

17. Фрумин И. Д., Добрякова М. С., Баранников К. А., Реморенко И. М. Универсальные компетентности и новая грамотность: чему учить сегодня для успеха завтра. *Предварительные выводы международного доклада о тенденциях трансформации школьного образования*. М.: ВШЭ; 2018. 28 с. Режим доступа: https://ioe.hse.ru/data/2018/07/12/1151646087/2_19.pdf

Frumin I. D., Dobryakova M. S., Barannikov K. A., Remorenko I. M. Key competences and new literacy: From slogans to school reality. *Preliminary findings of the international report on trends in school transformation*. Moscow, HSE; 2018. 28 p. Available at: https://ioe.hse.ru/data/2018/07/12/1151646087/2_19.pdf

14. *McCutcheon L. R. M., Alzghari S. K., Lee Y. R., Long W. G., Marquez R.* Interprofessional education and distance education: A review and appraisal of the current literature. *Currents in Pharmacy Teaching and Learning*. 2017;9(4):729–736. DOI: 10.1016/j.cptl.2017.03.011

15. *Jackson N. C.* Managing for competency with innovation change in higher education: Examining the pitfalls and pivots of digital transformation. *Business Horizons*. 2019;62(6):761–772. DOI: 10.1016/j.bushor.2019.08.002

16. Инструмент оценки качества освоения содержания и динамики учебных достижений школьников. 2018. Режим доступа: <http://sam.ciced.ru>

SAM: student achievements monitoring. 2018. Available at: <http://sam.ciced.ru>

17. *Compton V., Harwood C.* Progression in technology education in New Zealand: Components of practice as a way forward. *International Journal of Technology and Design Education*. 2005;15:253–287. DOI: 10.1007/s10798-004-5401-6

18. *Herrera Paredes D. I.* Future time perspective and its motivational relevance in different educational contexts. *Journal of Educational Psychology*. 2019;7:17–23. DOI: 10.20511/pyr2019.v7nSPE.348

19. *Фадель Ч., Бялик М., Триллин Б.* Четырехмерное образование: Компетенции, необходимые для успеха: пер. с англ. М.: Точка; 2018. 240 с. Режим доступа: <http://vcht.center/wp-content/uploads/2019/06/CHetyrehmerno-obrazovanie.pdf>

Fadel C., Bialik M., Trilling B. Four-Dimensional Education: Competences Learners Need to Succeed. Moscow, Tochka; 2018. 240 p. Available at: <http://vcht.center/wp-content/uploads/2019/06/CHetyrehmerno-obrazovanie.pdf>

20. *Darling M., Guber H., Smith J., Stiles J.* Emergent learning: A framework for whole-system strategy, learning, and adaptation. *The Foundation Review*. 2016;8(1):59–73. DOI: 10.9707/1944-5660.1284

21. *Базарова Г. Т.* Объединяющая Школа как семейный проект. Выпускная работа по программе «Практикум». М.: МШУ Сколково; 2015.

Bazarova G. T. Unifying School as a family project. Graduation work under the “Practicum” program. Moscow, Moscow School of Management SKOLKOVO; 2015.

22. *Goleman D.* Working with emotional intelligence. New York, Bantam Boo; 1998. 400 p.

23. *Sharon G.* Align IT functions with business strategy using the run-grow-transform model. 2017. Available at: <https://www.gartner.com/smarterwithgartner/align-it-functions-with-business-strategy-using-the-run-grow-transform-model>

24. *Щедровицкий П. Г.* Революция уже произошла, мы просто этого не видим. 2017. Режим доступа: https://www.znak.com/2017-12-12/petr_chedrovickiy_pochemu_rossiyskaya_ekonomika_i_obrazovanie_ne_uspevayut_za_oshtalnym_mirom

Schedrovitsky P. G. The revolution has already happened, we just don’t see it. 2017. Available at: https://www.znak.com/2017-12-12/petr_chedrovickiy_pochemu_rossiyskaya_ekonomika_i_obrazovanie_ne_uspevayut_za_oshtalnym_mirom

25. *Щедровицкий П. Г.* Педагогика свободы. *КЕН-ТАВР — сетевой журнал*. 1993;(1):18–24. Режим доступа: <https://shchedrovitskiy.com/pedagogika-svobody/>

Schedrovitsky P. G. Pedagogy of freedom. *CENTAUR — network journal*. 1993;(1):18–24. Available at: <https://shchedrovitskiy.com/pedagogika-svobody/>

26. *Фейзенберг И. М.* Видеть — предвидеть — действовать. М.: Знание; 1986. 159 с.

Feigenberg I. M. To see — to foresee — to act. Moscow, Znanie; 1986. 159 p.

Информация об авторах

Кушнир Михаил Эдуардович, младший научный сотрудник Центра проектного и цифрового развития образования, Институт общественных наук, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, г. Москва, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-8632-5241>; *e-mail*: kushnir.me@gmail.com

Рабинович Павел Давидович, канд. тех. наук, доцент, заместитель директора Школы антропологии будущего, Институт общественных наук, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, г. Москва, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0002-2287-7239>; *e-mail*: pavel@rabinovitch.ru

Заведенский Кирилл Евгеньевич, заместитель директора Центра проектного и цифрового развития образования, Институт общественных наук, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, г. Москва, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7379-4639>; *e-mail*: kirillzav3@gmail.com

Базарова Гули Тахировна, директор, Московская школа практической психологии при Московском институте психоанализа, г. Москва, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0003-2303-162X>; *e-mail*: gtbazarova@gmail.com

Царков Игорь Сергеевич, канд. тех. наук, председатель Центра научного творчества «Поиск», школа № 29 им. П. И. Забродина, г. о. Подольск, Московская область, Россия; *ORCID*: <https://orcid.org/0000-0002-4947-5969>; *e-mail*: tsar@school29.ru

Information about the authors

Michael E. Kushnir, Junior Researcher at the Center of Project and Digital Education Development, Institute for Social Sciences, The Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Moscow, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-8632-5241>; *e-mail*: kushnir.me@gmail.com

Pavel D. Rabinovich, Candidate of Sciences (Engineering), Docent, Deputy Director of the School of Anthropology of the Future, Institute for Social Sciences, The Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Moscow, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0002-2287-7239>; *e-mail*: pavel@rabinovitch.ru

Kirill E. Zavedenskiy, Deputy Director of the Center of Project and Digital Education Development, Institute for Social Sciences, The Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Moscow, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7379-4639>; *e-mail*: kirillzav3@gmail.com

Guli T. Bazarova, Director, Moscow School of Practical Psychology of the Moscow Institute of Psychoanalysis, Moscow, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0003-2303-162X>; *e-mail*: gtbazarova@gmail.com

Igor S. Tsarkov, Candidate of Sciences (Engineering), Chairman of the Center for Technological Activity “Poisk” of School 29 named after P. I. Zabrodin, Podolsk, Moscow Region, Russia; *ORCID*: <https://orcid.org/0000-0002-4947-5969>; *e-mail*: tsar@school29.ru

Поступила в редакцию / Received: 08.10.2021.

Поступила после рецензирования / Revised: 18.10.2021.

Принята к печати / Accepted: 19.10.2021.

DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-32-40

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ ИНФОРМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ ДЛЯ РАБОТЫ С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ

Н. И. Попов¹ ✉, А. В. Кожурина¹

¹ Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, г. Сыктывкар, Республика Коми, Россия

✉ popovnikolay@yandex.ru

Аннотация

В статье обоснована актуальность совершенствования подготовки будущих учителей информатики для работы с одаренными детьми в соответствии с запросами общества в условиях новых образовательных стандартов. Приведен анализ трудов отечественных и зарубежных авторов, посвященных исследованиям в рассматриваемой области. Представлено краткое описание разработанного одним из авторов статьи специального модуля «Работа учителя информатики с одаренными детьми», включенного в рабочую программу дисциплины «Методика обучения информатике». Приведены сравнительные результаты входного и выходного анкетирования студентов, позволяющие выявить у будущих педагогов уровень знаний психологических особенностей детей с высокими образовательными потребностями, а также уровень предметной и методической подготовленности к работе с указанной категорией школьников. Описаны результаты исследования личностных качеств участников педагогического эксперимента, полученные с помощью тестовых методик диагностики. В процессе экспериментальной работы обоснована эффективность сочетания в рамках одного курса психологического, предметного и методического компонентов подготовки будущего учителя информатики к образовательной деятельности с одаренными учащимися. Результаты исследования могут представлять интерес для преподавателей и методистов учреждений высшего и среднего образования, курсов повышения квалификации учителей.

Ключевые слова: специальные способности будущих учителей информатики, подготовка педагогов к работе с одаренными детьми, одаренные школьники.

Для цитирования:

Попов Н. И., Кожурина А. В. Исследование специальных способностей будущих учителей информатики в процессе подготовки для работы с одаренными детьми. *Информатика и образование*. 2021;36(8):32–40. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-32-40

RESEARCH OF SPECIAL ABILITIES OF FUTURE INFORMATICS TEACHERS IN THE PROCESS OF TRAINING TO WORK WITH GIFTED CHILDREN

N. I. Popov¹ ✉, A. V. Kozhurina¹

¹ Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, Syktyvkar, The Komi Republic, Russia

✉ popovnikolay@yandex.ru

Abstract

The article substantiates the relevance of improving the training of future informatics teachers to work with gifted children in accordance with the needs of society in the context of new educational standards. The analysis of the works of domestic and foreign authors devoted to research in the area under consideration is presented. A brief description of a special module “Work of an informatics teacher with gifted children”, developed by one of the authors of the article, is presented and included in the work program of the discipline “Methods of teaching informatics”. The comparative results of the input and output questionnaires of students are given, which make it possible to identify the level of knowledge of the psychological characteristics of children with high educational needs among future teachers, as well as the levels of subject and methodological readiness to work with this category of pupils. The results of the study of the personal qualities of the participants in the pedagogical experiment, obtained using test diagnostic techniques, are described. In the process of experimental work, the effectiveness of the combination within the framework of one course of psychological, subject and methodological components of training of a future informatics teacher for educational activities with gifted pupils has been substantiated. The results of the study may be of interest to teachers and methodologists of institutions of higher and secondary education, courses of advanced training for teachers.

© Попов Н. И., Кожурина А. В., 2021

Keywords: special abilities of future informatics teachers, training teachers to work with gifted children, gifted pupils.

For citation:

Popov N. I., Kozhurina A. V. Research of special abilities of future informatics teachers in the process of training to work with gifted children. *Informatics and Education*. 2021;36(8):32–40. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-32-40 (In Russian.)

1. Введение

В условиях социально-экономических преобразований, происходящих в современном обществе, наблюдаются глобальные изменения в сфере информационных технологий. Для развития ИТ-индустрии в нашей стране требуются не просто грамотные специалисты, но талантливые, творческие люди, способные совершить прорыв в различных областях. К современному преподавателю-предметнику предъявляются важные требования по целенаправленной организации педагогической деятельности с одаренными учащимися [1]. В федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования нового поколения указано, что в результате обучения в вузе выпускник педагогического направления бакалавриата должен уметь организовать учебную деятельность детей с особыми образовательными потребностями с учетом их психологических особенностей [2].

Анализу психологии одаренности посвящены работы многих российских и зарубежных ученых. В частности, отечественные исследования Б. М. Теплова и С. Л. Рубинштейна, посвященные изучению способностей человека, представлены в книге [3]. Коллективом авторов под руководством Д. Б. Богоявленской разработана «Рабочая концепция одаренности», раскрывающая понятие одаренности с опорой на теоретические положения отечественной психологии и определяющая ключевые принципы выявления, обучения и развития талантливых детей [4]. В качестве примеров зарубежных концепций одаренности можно выделить теорию Дж. Рензулли, мультифакторную модель Ф. Монкса, а также модель К. Хеллера [3, 5, 6].

Учащиеся с высокими образовательными потребностями отличаются повышенной любознательностью, ярко выраженным интересом к тому или иному виду деятельности, склонностью к познавательной неопределенности, высокой критичностью к результатам собственного труда, диссинхронией в темпах развития различных качеств личности, иногда наличием трудностей в коммуникации со сверстниками и педагогами. Учитывая вышесказанное, можно сделать вывод, что учителю информатики необходимо не только углубленные предметные знания и умения, выходящие за рамки школьной программы, но и психологическая готовность сопровождать таких детей в процессе их развития. Вопросами профессиональной подготовки будущих учителей информатики занимались многие ученые-исследователи: С. Г. Григорьев, В. В. Гриншкун, А. А. Кузнецов, М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, И. Г. Семакин, Е. К. Хеннер и др. [7–11]. В их работах раскрываются различные содержательные и организационные подходы к преподаванию дисциплин образовательной программы будущих

педагогов. Отдельные аспекты психолого-педагогической подготовки учителей к сопровождению одаренных детей описываются в работах Н. А. Глузман [12], Е. В. Голубничей [13], А. В. Золотаревой [14], М. М. Кашапова [15], Й. Словики с соавторами [16]. В статье Д. О. Куулар, М. И. Рагулиной, М. П. Лапчика [17] и диссертационной работе Д. О. Куулар [18] раскрывается опыт обучения будущих бакалавров образования особенностям выявления и поддержки школьников, одаренных в ИТ-сфере. Однако проблема подготовки педагогов для работы с талантливыми детьми в области информатики еще недостаточно исследована и нуждается в дальнейшем изучении.

Международное исследование «Worldwide provision to develop gifts and talents» [19], проведенное в 2010 году Фондом развития образования Великобритании, показало, что ограниченные способности учителя снижают эффективность обучения детей с высокими образовательными потребностями. Соответственно, необходимо совершенствовать методику подготовки будущих педагогов к работе с одаренными учащимися. Отметим также, что анализ стратегий обучения математике и исследований проблем образования, включая учебную деятельность детей с особыми образовательными потребностями, проведен в работах [20–24].

2. Методы

Методология исследования опирается на обобщение педагогического опыта обучения студентов в вузах (С. Г. Григорьев, В. В. Гриншкун [7], И. В. Левченко, О. Ю. Заславская, Л. М. Дергачева [25], Т. А. Бороненко [26], З. Д. Жуковская [27], М. А. Коджешау [28], Т. Г. Мороз [29], Г. А. Федорова [30]). В процессе экспериментальной работы использовались методы эмпирического исследования: анкетирование, тестирование, педагогический эксперимент.

Для формирования профессиональной компетентности будущих педагогов одним из авторов статьи был разработан и реализован модуль «Работа учителя информатики с одаренными детьми» в рамках курса «Методика обучения информатике», содержащий психологический, предметный и методический компоненты подготовки студентов к работе с талантливыми детьми. Электронная поддержка курса реализована с помощью системы дистанционного обучения Moodle и других платформ сети Интернет, применяемых в системе образования.

Для изучения личностных качеств участников эксперимента использовались методики диагностики интеллектуальных способностей: тест Айзенка и прогрессивные матрицы Равена, а также тесты на определение психологической готовности будущего учителя к работе с одаренными детьми.

Для обоснования эффективности предлагаемого в статье методического подхода использовалось также сравнение результатов входного и выходного анкетирования участников эксперимента, содержащих задания, направленные на выявление уровня предметной и методической подготовки обучающихся, и вопросы для самооценки студентами своих знаний и умений для работы с талантливыми детьми.

3. Результаты

3.1. Компоненты подготовки будущего педагога к работе с одаренными детьми

Как отмечает Н. А. Глузман в работе [12], подготовка будущего педагога к работе с одаренными детьми должна содержать следующие компоненты: когнитивный, процессуально-деятельностный, аксиологический, мотивационный, личностный. Для осуществления успешной профессиональной деятельности учителю, в частности, необходимы интеллектуальные способности, психологические, педагогические и методические знания, проективные, конструктивные, организаторские умения, понимание значимости и ценности каждой личности, стремление к развитию способностей учащихся и саморазвитию.

Авторами статьи ранее была проведена экспериментальная работа по выявлению специальных способностей будущих учителей математики, физики и информатики, результаты которой отражены в статье [31]. Исследовательская деятельность А. В. Кожуриной в дальнейшем была тесно связана с выявлением специальных способностей бакалавров образования по профилю «Информатика» в процессе предметной и методической подготовки для работы с одаренными учащимися.

В 2020 году в Сыктывкарском государственном университете имени Питирима Сорокина проводилась апробация модуля «Работа учителя информатики с одаренными детьми» с участием студентов 4-го курса направления подготовки «Педагогическое образование» (профиль «Математика и Информатика»). Контактная работа с обучаемыми в объеме 60 часов была реализована преимущественно в онлайн-формате в связи со сложной эпидемиологической обстановкой в регионе.

3.2. Анализ входного анкетирования студентов

В рамках педагогического эксперимента проводилось входное анкетирование студентов, содержащее вопросы на:

- знание признаков одаренности;
- умение решать задачи олимпиадного уровня;
- понимание методики подготовки к олимпиадам и конкурсам по информатике.

Знание признаков одаренности. Анализ ответов обучающихся показал, что на начальном этапе эксперимента одаренность детей и подростков студентами понимается как сочетание нестандарт-

ного, творческого мышления, быстрого усвоения изучаемого материала и высоких достижений в определенной сфере деятельности. Несомненно, по таким признакам можно распознать у ребенка ярко проявившуюся актуальную одаренность, но не все способные и талантливые дети соответствуют этому описанию. Одностороннее понимание данной проблемы показывает пробелы в знаниях студентов и позволяет определить направление дальнейшей работы с ними.

При решении задачи олимпиадного уровня во входном анкетировании обучаемых среднее значение оценок всех респондентов составило 74,7 балла из 100 возможных. То есть можно отметить, что у студентов сформировались хорошие навыки при составлении и программировании алгоритмов.

Будущие учителя информатики выделили следующие методические особенности подготовки учащихся к олимпиадам:

- необходимость формирования у школьников устойчивых навыков алгоритмизации и программирования — 100 % студентов;
- умение анализировать текст задачи — 13,3 %;
- актуализация необходимых математических знаний — 27 %.

Для оценки методических способностей студентов во входном анкетировании предлагалось составить краткую программу подготовки школьника к выполнению конкурсного задания чемпионата профессионального мастерства WorldSkills Russia Juniors по компетенции «Веб-дизайн и разработка». Следует отметить, что у будущих учителей возникли трудности в определении знаний и умений, необходимых для выполнения такого задания. Полученные результаты обозначили проблему частичного несоответствия уровня подготовки студентов в области информатики запросам современной ИТ-сферы.

На начальном этапе экспериментальной работы **будущим педагогам предлагалось оценить свои знания и умения в области деятельности с одаренными детьми** по трехбалльной шкале:

- 0 — совсем нет;
- 1 — присутствуют в некоторой степени;
- 2 — присутствуют в полной мере

по следующим показателям:

- I — знание психологических особенностей одаренных детей;
- II — владение методами диагностики одаренности;
- III — знание методов, форм и средств работы с одаренными детьми;
- IV — умение разработать программу развития способностей одаренного ребенка;
- V — знание перспективных направлений развития предметной области «Информатика»;
- VI — углубленное изучение курса информатики в школе;
- VII — владение информацией о мерах выявления и поддержки талантливых детей в России.

Таблица 1 / Table 1

Результаты исследования интеллектуальных способностей студентов 4-го курса направления подготовки «Педагогическое образование»

The results of the study of the intellectual abilities of 4th year students of the direction of training "Pedagogical education"

| Прогрессивные матрицы Равена | | Тест Айзенка | |
|------------------------------|--|---------------------------------------|---|
| Уровень интеллекта | Доля студентов с указанным уровнем интеллекта, % | Уровень интеллектуальных способностей | Доля студентов с указанным уровнем интеллектуальных способностей, % |
| Высокий интеллект | 21,4 | Высокий | 69,2 |
| Интеллект выше среднего | 64,3 | | |
| Средний интеллект | 14,3 | Средний | 30,8 |
| Интеллект ниже среднего | 0 | | |
| Низкий интеллект | 0 | Низкий | 0 |

Средние значения показателей самооценки обучаемых по вышеуказанной трехбалльной шкале в дальнейшем представлены в статье в сопоставлении с результатами выходного анкетирования.

Для выявления интеллектуальных способностей студентов использовались следующие методики диагностики: тест Айзенка* и прогрессивные матрицы Равена**. Результаты диагностики уровня интеллекта участников эксперимента представлены в таблице 1. Анализ результатов в целом позволяет сделать вывод о высоких интеллектуальных способностях студентов, что, несомненно, может позволить им в дальнейшем успешно осуществлять профессиональную деятельность и работать с детьми с высокими образовательными потребностями.

Для выявления личностных качеств будущих педагогов использовались «Тест по определению склонности учителя к работе с одаренными детьми» (А. И. Доровской***) и тест «Насколько хорошо вы разбираетесь в проблеме воспитания одаренности?» (В. С. Юркевич****). Применяемые методики выявили, что у всех студентов присутствует склонность к работе с талантливыми школьниками, но для успешного осуществления такой деятельности им потребуются дополнительная мотивация и навыки активной саморегуляции в интеллектуальном процессе.

Выяснилось, что в проблеме воспитания одаренности 33,3 % респондентов разбираются на невысоком уровне, им необходима дополнительная подготовка в указанном направлении, а 46,7 % и 20 %

студентов показали соответственно средний и высокий результаты, что свидетельствует о наличии в первом случае некоторых пробелов в понимании особенностей детей с высокими образовательными потребностями, которые целесообразно устранить в дальнейшем в ходе теоретической и практической подготовки будущих педагогов.

3.3. Тематика учебных материалов модуля «Работа учителя информатики с одаренными детьми»

Проведенная диагностика показала, что в структуру модуля «Работа учителя информатики с одаренными детьми» необходимо включить психологический, предметный и методический компоненты содержания обучения.

Тематика учебных материалов, разработанных и использованных для реализации в образовательном процессе модуля «Работа учителя информатики с одаренными детьми», указана в таблице 2.

Модуль «Работа учителя информатики с одаренными детьми», включенный в электронный курс «Методика обучения информатике» на базе системы дистанционного обучения Moodle Сыктывкарского государственного университета, спроектирован для компьютерной поддержки контактной и самостоятельной работы студентов. На рисунке 1 представлена главная страница курса.

Занятия со студентами по тематическим материалам модуля проводились в онлайн-режиме с использованием СДО Moodle, мессенджера Discord и Google Диска. Лекции, представленные в виде текстового документа и видеоматериалов, а также практические задания размещались в системе дистанционного обучения. По каждой практической работе сначала проводился инструктаж с помощью Discord, затем студенты самостоятельно выполняли задания, результаты которых совместно обсуждались с помощью мессенджера.

* Альманах психологических тестов. М.: КСП+, 1995. 397 с.

** Равен Д. К., Корт Д., Равен Д. Руководство к Прогрессивным Матрицам Равена и Словарным Шкалам: практическое пособие. М.: Когито-Центр, 2012. 144 с.

*** Доровской А. И. Дидактические основы развития одаренности учащихся: учебное пособие. М.: Российское педагогическое агентство, 1998. 209 с.

**** Юркевич В. С. Одаренный ребенок: Иллюзии и реальность: Книга для учителей и родителей. М.: Просвещение: Учеб. лит., 1996. 128 с.

Тематические материалы модуля «Работа учителя информатики с одаренными детьми»
Thematic materials of the module "Work of an informatics teacher with gifted children"

| Компоненты содержания обучения | Тематические материалы для реализации модуля |
|--------------------------------|--|
| Психологический компонент | <ul style="list-style-type: none"> • Лекции «Одаренность. Работа с одаренными детьми», «Диагностика детской одаренности». • Видеолекция «Иновационные стратегии работы с одаренными детьми и подростками»*. • Практическая работа «Тесты умственного развития» |
| Предметный компонент | <ul style="list-style-type: none"> • Практическая работа «Решение олимпиадных задач». • Проект по созданию веб-сайта (начальный этап) |
| Методический компонент | <ul style="list-style-type: none"> • Практическая работа «Нормативные документы, сопровождающие проведение мероприятий по работе с одаренными детьми». • Практическая работа «Программа подготовки школьника к участию в олимпиаде или конкурсе». • Видеолекция «Методологические основы организации проектной и исследовательской деятельности школьников»** |

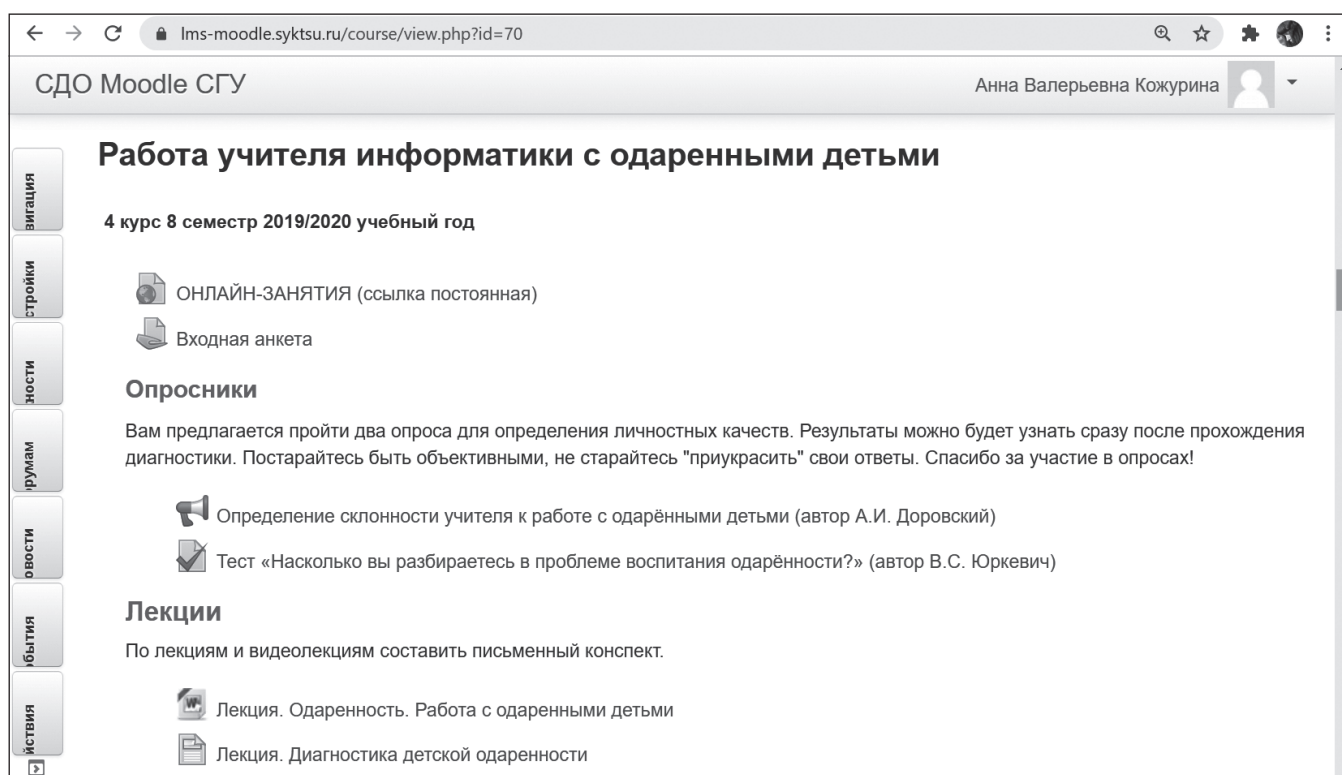


Рис. 1. Главная страница модуля «Работа учителя информатики с одаренными детьми»
 Fig. 1. The main page of the module "Work of an informatics teacher with gifted children"

Тематика практических занятий предполагала следующую образовательную деятельность.

Практическая работа «Тесты умственного развития». В ходе выполнения заданий студенты изучали структуру и разновидности тестов умственного развития, а также самостоятельно оце-

нивали собственный уровень интеллекта с помощью таких психологических тестов, как прогрессивные матрицы Равена и тест Айзенка.

Практическая работа «Нормативные документы, сопровождающие проведение мероприятий по работе с одаренными детьми». Занятие было посвящено изучению нормативных документов: «Порядок проведения олимпиад школьников», «Перечень олимпиад школьников и их уровни», а также федерального и регионального перечней олимпиад, иных интеллектуальных, твор-

* Лекции В. С. Юшкевич: <https://www.youtube.com/watch?v=bWGtgcCIvps>

** Лекции А. Н. Юшкова: <https://www.youtube.com/watch?v=-jLMfge4Cjg>; <https://www.youtube.com/watch?v=5P69NRhyNkc>

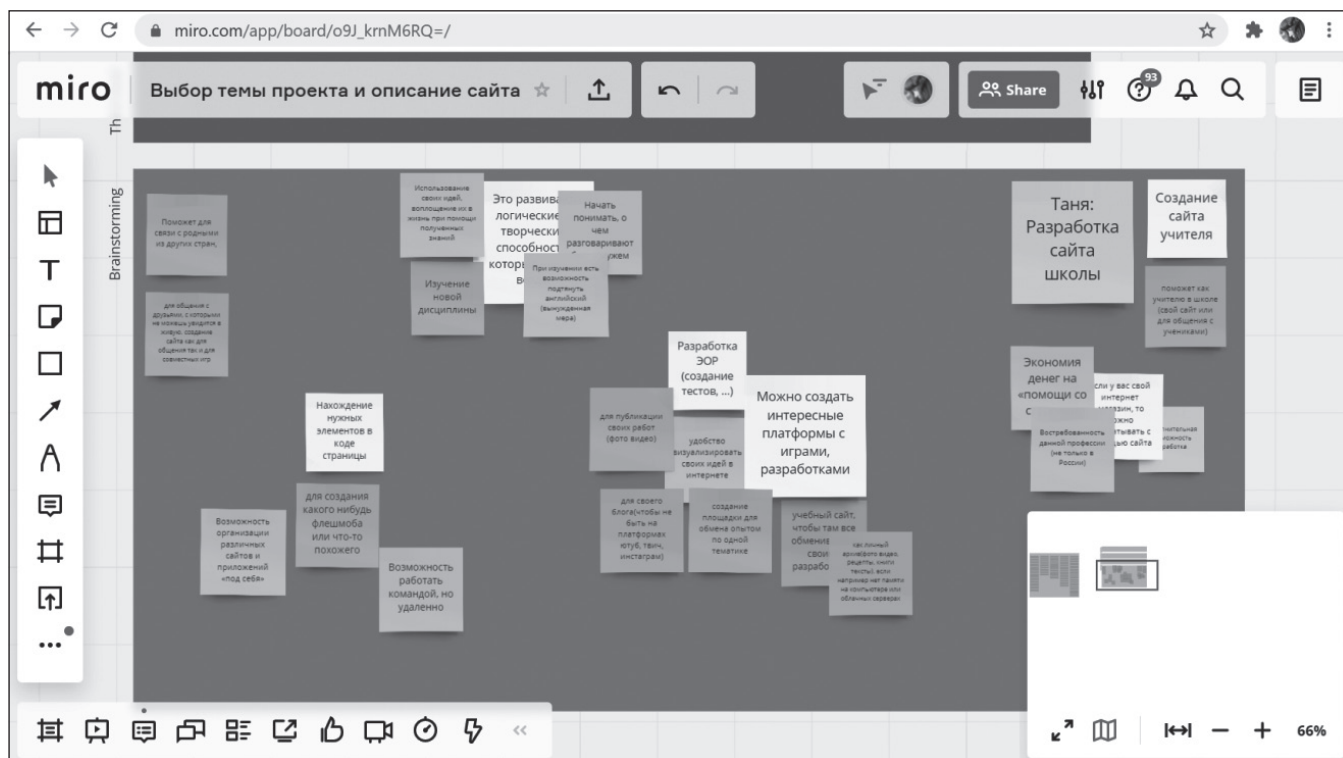


Рис. 2. Виртуальная доска с результатами обсуждения темы проекта
Fig. 2. Virtual board with the results of the discussion of the project topic

ческих конкурсов и мероприятий. Студенты изучали и анализировали положения к различным конкурсам и олимпиадам, связанным с информатикой. Результаты выполнения работы предполагали составление общей таблицы, содержащей информацию о сроках и требованиях к участникам мероприятий, проводимых на федеральном и региональном уровнях.

Практическая работа «Решение олимпиадных задач». Опираясь на выполнение предыдущей работы, студенты анализировали и решали олимпиадные задачи по информатике для учащихся V—VIII классов.

Практическая работа «Программа подготовки школьника к участию в олимпиаде или конкурсе». С использованием специальной методической литературы студентам предлагалось составить программу подготовки школьника (V—VIII классов) к участию в выбранном конкурсе или олимпиаде.

Проект по созданию веб-сайта (начальный этап). Цель данной работы заключалась в формировании у студентов навыков участия в разработке ИТ-проекта. Студентам предлагалось разработать совместно веб-сайт, содержание которого было определено в ходе коллективного обсуждения с помощью методики «мозговой штурм». Участники разделялись на три группы: дизайнеры, фронтенд-разработчики, бэкенд-разработчики и составляли совместный план работы над проектом. Студенты самостоятельно изучали вопросы, связанные со своей областью ответственности в проекте, и докладывали о результатах работы на регулярно проводимых он-

лайн-занятиях, в ходе которых также обсуждались пути взаимодействия между группами и вносились коррективы в общий план деятельности. В работе над проектом участвовал специалист по разработке сайтов, выполнявший роль консультанта. Общение участников проекта, обмен материалами и обсуждения проводились с помощью мессенджера Discord, материалы проекта размещались на Google Диске. Для «мозгового штурма» использовалась интерактивная доска Miro (<https://miro.com/>). Планирование задач проекта было выполнено с помощью построения диаграмм Ганта в приложении Gantt (<http://google.gantt.com/>). Все указанные сервисы предполагают совместный доступ к материалам, а также работу студентов и преподавателя в реальном времени. На рисунке 2 проиллюстрирована виртуальная доска с результатами обсуждения темы проекта.

3.4. Сравнение результатов входного и выходного анкетирования студентов

Одно из оцениваний результатов обучения будущих преподавателей информатики проводилось с использованием метода анкетирования. Вопросы, включенные во входную и выходную анкеты, в целом были аналогичными.

По результатам сопоставления ответов респондентов до и после проведенного обучения можно констатировать следующее:

- **Знания студентов о психологии одаренных учащихся** расширились, при этом после завершения обучения по модулю наблюдалось

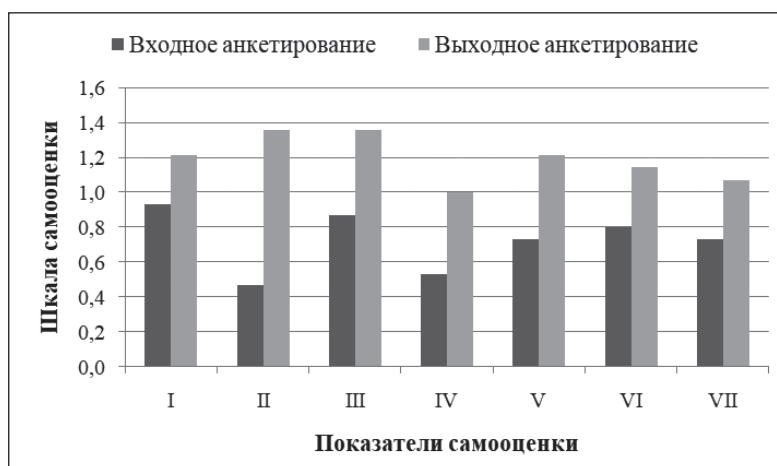


Рис. 3. Сравнение показателей самооценки студентами своих знаний и умений
 Fig. 3. Comparison of indicators of self-assessment by students of their knowledge and skills

более глубокое понимание специфических личностных качеств детей, относящихся к данной категории.

- Среднее значение оценок **решения участниками эксперимента задачи олимпиадного уровня** составило 86,7 балла, что на 12 баллов выше усредненной оценки, полученной на начальном этапе исследования.
- **Методические проблемы** респондентами были раскрыты более развернуто, прослеживалось понимание будущими педагогами особенностей работы с одаренными школьниками.

Результаты самооценки студентами своих знаний и умений в сфере работы с одаренными детьми по сравнению с аналогичными показателями во входном анкетировании представлены на рисунке 3. (Показатели самооценки будущих учителей, отмеченные на диаграмме римскими цифрами, были описаны ранее.)

Анализ результатов, проиллюстрированных на диаграмме (рис. 3), позволяет сделать вывод о повышении средних значений показателей самооценки студентов в сфере работы со школьниками с высокими образовательными потребностями после изучения модуля «Работа учителя информатики с одаренными детьми».

4. Выводы

Требование общества об увеличении количества высококвалифицированных специалистов в ИТ-сфере на начальном этапе в рамках непрерывной системы «школа—вуз» связано с необходимостью повышения качества предметной и методической подготовки будущих учителей информатики для работы с одаренными детьми, с потребностью в педагогах, способных обучать школьников информатике на высоком профессиональном уровне.

Отметим, что анализ результатов проведенной экспериментальной работы подтверждает эффективность сочетания в процессе обучения студентов психологического, предметного и методического

компонентов в рамках одной дисциплины. Кроме того, значимой является проблема исследования специальных способностей будущих учителей информатики. Знание психологии одаренности, умение планировать и организовать деятельность школьников с высокими образовательными потребностями с учетом их особенностей, а также изучение современных информационных технологий на углубленном уровне являются важными составляющими профессиональной подготовки учителя информатики.

Список источников / References

1. Федотова Е. Л., Никитина Е. А. К вопросу готовности будущего педагога к работе с одаренными детьми. *Научно-педагогическое обозрение*. 2018;(4):180–186. DOI: 10.23951/2307-6127-2018-4-180-186
2. Федотова Е. Л., Никитина Е. А. To the question of the future teacher' readiness to work with gifted children. *Pedagogical Review*. 2018;(4):180–186. DOI: 10.23951/2307-6127-2018-4-180-186
3. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования — бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)». Режим доступа: <https://rg.ru/2018/03/16/minobr-prikaz-125-site-dok.html>
4. Order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation dated February 22, 2018 No. 125 “On the approval of the Federal State Educational Standard of Higher Education — bachelor’s degree in the direction of preparation 44.03.05 Pedagogical Education (with two training profiles)”. Available at: <https://rg.ru/2018/03/16/minobr-prikaz-125-site-dok.html>
5. Психология одаренности детей и подростков / под ред. Н. С. Лейтеса. М.: Академия; 1996. 416 с. Psychology of giftedness of children and adolescents. Moscow, Akademiya; 1996. 416 p.
6. Рабочая концепция одаренности: отв. ред. Д. Б. Богоявленская. 2-е изд., расш. и перераб. М.; 2003. 95 с. Working concept of giftedness. Moscow; 2003. 95 p.
7. Монкс Ф., Ипенбург И. Одаренные дети. М.: Когито-Центр; 2014. 130 с. Monks F., Ipenburg I. Gifted children. Moscow, Kogito-Centr; 2014. 130 p.
8. Савенков А. И. Психология детской одаренности: учебник для вузов. М.: Юрайт; 2020. 334 с.

Savenkov A. I. Psychology of child giftedness. Moscow, Yurait; 2020. 334 p.

7. Григорьев С. Г., Гриншкун В. В. Информатизация образования. Фундаментальные основы: учебник для педвузов и системы повышения квалификации педагогов. М.: МГПУ; 2005. 231 с.

Grigoriev S. G., Grinshkun V. V. Informatization of education. Fundamentals. Moscow, Moscow City University; 2005. 231 p.

8. Grinshkun V. V., Baidrakhmanova G. F., Bidaibekov E., Koneva S. A. An essential change to the training of computer science teachers: The need to learn graphics. *European Journal of Contemporary Education*. 2019;8(1):25–42.

9. Кузнецов А. А., Захарова Т. Б., Захаров А. С. Общая методика обучения информатике: учебное пособие для студентов педагогических вузов. М.: Прометей; 2016. 300 с.

Kuznesov A. A., Zakharova T. B., Zakharov A. S. General methodology for teaching informatics. Moscow, Prometej; 2016. 300 p.

10. Лапчик М. П., Рагулина М. И., Семакин И. Г., Хеннер Е. К. Методика обучения информатике: учебное пособие: под ред. М. П. Лапчика. СПб.: Лань, 2016. 392 с.

Lapchik M. P., Ragulina M. I., Semakin I. G., Khennner E. K. Methodology for teaching informatics. Saint Petersburg, Lan'; 2016. 392 p.

11. Попов Н. И., Никифорова Е. Н. Методические подходы при экспериментальном обучении математике студентов вуза. *Интеграция образования*. 2018;22(1):193–206. DOI: 10.15507/1991-9468.090.022.201801.193-206

Popov N. I., Nikiforova E. N. Methodological approaches to experimental teaching of mathematics to university students. *Integration of Education*. 2018;22(1):193–206. DOI: 10.15507/1991-9468.090.022.201801.193-206

12. Глузман Н. А. Определение структуры готовности учителей к развитию одаренности детей и подростков: теоретический аспект. *Проблемы современного педагогического образования*. 2018;(8-1):63–66.

Gluzman N. A. Determining the structure of teachers' readiness for the development of gifted children and adolescents: A theoretical aspect. *Problems of Modern Teacher Education*. 2018;(8-1):63–66.

13. Голубничая Е. В. Обеспечение формирования готовности педагога к работе с одаренными детьми в муниципальной системе образования: дис. ... канд. пед. наук. Красноярск; 2019. 287 с.

Golubnichaya E. V. Ensuring the formation of the teacher's readiness to work with gifted children in the municipal education system. Cand. ped. sci. diss. Krasnoyarsk; 2019. 287 p.

14. Золотарева А. В. Состояние и проблемы подготовки педагогов к работе с одаренными детьми. *Ярославский педагогический вестник*. 2016;(4):20–25. Режим доступа: http://vestnik.yspu.org/releases/2016_4/07.pdf

Zolotariova A. V. State and problems of teacher education to work with gifted children. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*. 2016;(4):20–25. Available at: http://vestnik.yspu.org/releases/2016_4/07.pdf

15. Кашапов М. М. Подготовка учителя к работе с одаренными обучающимися. *Известия Иркутского государственного университета. Серия: Психология*. 2016;16:3–13. Режим доступа: <https://izvestiapsy.isu.ru/article/file?id=634>

Kashapov M. M. Training of teachers for work with gifted learners. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series: Psychology*. 2016;16:3–13. Available at: <https://izvestiapsy.isu.ru/article/file?id=634>

16. Slowik J., Peskova M., Shatunova O. V., Bartus E. The competences of young teachers in education of pupils with special educational needs. *The Education and Science Journal*. 2020;22(10):139–160. DOI: 10.17853/1994-5639-2020-10-139-160

17. Kuular D. O., Ragulina M. I., Lapchik M. P. Future teachers' training in identification and development of IT giftedness at schools of the Republic of Tyva. *Journal of Siberian Federal University. Humanities & Social Sciences*. 2019;12(9):1659–1669. DOI: 10.17516/1997-1370-0483

18. Куулар Д. О. Методическая подготовка будущих бакалавров образования профиля «Информатика» к работе по выявлению и развитию одаренности учащихся в области информационных технологий: дис. ... канд. пед. наук. Омск; 2018. 196 с.

Kuular D. O. Methodological preparation of future bachelors of education in the field of "Informatics" to work on the identification and development of students' giftedness in the field of information technology. Cand. ped. sci. diss. Omsk; 2018. 196 p.

19. Freeman J., Raffan J., Warwick J. Worldwide provision to develop gifts and talents. *CfBT Education Trust, An international survey*. 2010. Available at: <http://www.joanfreeman.com/pdf/towereport.pdf>

20. Bakar M. A. A., Ismail N. Metacognitive learning strategies in mathematics classroom intervention: A review of implementation and operational design aspect. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 2020;15(1):em0555. DOI: 10.29333/iejme/5937

21. Rahmawati D., Purwantoa, Subanji, Hidayanto E., Anwar R. B. Process of mathematical representation translation from verbal into graphic. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 2017;12(3):367–381. Available at: <https://www.iejme.com/download/process-of-mathematical-representation-translation-from-verbal-into-graphic.pdf>

22. Yilmaz R., Argun Z. Role of visualization in mathematical abstraction: The case of congruence concept. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST)*. 2018;6(1):41–57. Available at: <https://ijemst.net/index.php/ijemst/issue/view/24>

23. Liou P. Y., Hung Y. C. Statistical techniques utilized in analyzing PISA and TIMSS data in science education from 1996 to 2013: A methodological review. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 2015;13(6):1449–1468. DOI: 10.1007/s10763-014-9558-5

24. Dichev Ch., Dicheva D. Gamifying education: what is known, what is believed and what remains uncertain: a critical review. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*. 2017;14:9. DOI: 10.1186/s41239-017-0042-5

25. Левченко И. В., Заславская О. Ю., Дергачева Л. М. Фундаментальная направленность содержания педагогической практики по информатике. *Информатика и образование*. 2010;25(8):50–55.

Levchenko I. V., Zaslavskaya O. Yu., Dergacheva L. M. Fundamental orientation of the content of pedagogical practice in informatics. *Informatics and Education*. 2010;25(8):50–55.

26. Бороненко Т. А. Модель системы методической подготовки учителя информатики: дис. ... докт. пед. наук. М.; 1998. 335 с.

Boronenko T. A. Model of the system of methodological training of an informatics teacher. Dr. ped. sci. diss. Moscow; 1998. 335 p.

27. Жуковская З. Д., Малев В. В., Малева А. А. Методическая система подготовки будущего учителя информатики к профессиональной деятельности: монография. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов; Воронежский государственный технический университет; 2003. 158 с.

Zhukovskaya Z. D., Malev V. V., Maleva A. A. Methodological system for preparing future informatics teachers for professional activity. Moscow, Research Center for the Problems of the Quality of Training of Specialists; Voronezh State Technical University; 2003. 158 p.

28. *Kodzheshau M. A.* Подготовка будущего учителя информатики к развитию творческого мышления учащихся: дис. ... канд. пед. наук. Майкоп; 2004. 263 с.

Kodzheshau M. A. Preparation of the future informatics teacher for the development of creative thinking of students. Cand. ped. sci. diss. Maikop; 2004. 263 p.

29. *Мороз Т. Г.* Профессиональная подготовка педагога к работе с одаренными учащимися в условиях сельского социума: дис. ... канд. пед. наук. СПб.; 2006. 192 с.

Moroz T. G. Professional training of teachers to work with gifted students in rural society. Cand. ped. sci. diss. Saint Petersburg; 2006. 192 p.

30. *Федорова Г. А.* Методическая подготовка будущих учителей информатики к организации проектной деятельности учащихся: дис. ... канд. пед. наук. Омск; 2004. 166 с.

Fedorova G. A. Methodological preparation of future informatics teacher for the organization of project activities of students. Cand. ped. sci. diss. Omsk; 2004. 166 p.

31. *Попов Н. И., Калимова А. В.* Выявление специальных способностей будущих учителей математики, физики и информатики. *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Акмеология образования. Психология развития.* 2019;8(1(29)):12–18. DOI: 10.18500/2304-9790-2019-8-1-12-18

Popov N. I., Kalimova A. V. Identification of special abilities of future teachers of mathematics, physics and informatics. *Izvestiya of Saratov University. Educational Acmeology. Developmental Psychology.* 2019;8(1(29)):12–18. DOI: 10.18500/2304-9790-2019-8-1-12-18

Информация об авторах

Попов Николай Иванович, доктор пед. наук, канд. физ.-мат. наук, доцент, зав. кафедрой физико-математического и информационного образования, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, г. Сыктывкар, Республика Коми, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-5310-4485>; *e-mail*: popovnikolay@yandex.ru

Кожурина Анна Валерьевна, аспирант кафедры физико-математического и информационного образования, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, г. Сыктывкар, Республика Коми, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7051-0290>; *e-mail*: annakalimova@gmail.com

Information about the authors

Nikolai I. Popov, Doctor of Sciences (Education), Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Docent, Head of the Department of Physical and Mathematical and Information Education, Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, Syktyvkar, The Komi Republic, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-5310-4485>; *e-mail*: popovnikolay@yandex.ru

Anna V. Kozhurina, a postgraduate student at the Department of Physical and Mathematical and Information Education, Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, Syktyvkar, The Komi Republic, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7051-0290>; *e-mail*: annakalimova@gmail.com

Поступила в редакцию / Received: 10.09.2021.

Поступила после рецензирования / Revised: 04.10.2021.

Принята к печати / Accepted: 05.10.2021.

DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-41-51

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КАФЕДР

А. Р. Муканова¹, Ш. А. Оцоков¹ ✉

¹ *Национальный исследовательский университет «МЭИ»*

✉ shamil24@mail.ru

Аннотация

В настоящее время в ряде образовательных организаций в России и за рубежом, в том числе и в Национальном исследовательском университете «МЭИ» внедряется европейская модель совершенствования EFQM, призванная анализировать и улучшать образовательную, научную и другие виды деятельности кафедр. В соответствии с этой моделью каждой кафедре университета присваивается балл, равный сумме баллов по двум группам критериев: критериев из группы возможностей и критериев из группы результатов. Для получения таких оценок комиссия, состоящая из внешних экспертов, ассессоров EFQM и сотрудников университета, проводит встречи с заведующими кафедр. По результатам обсуждения итогов встреч комиссия определяет балл и рейтинг кафедр в соответствии с моделью EFQM.

Целью представленной в статье работы является исследование возможности применения машинного обучения для упрощения работы экспертов в части получения оценок по критериям из группы результатов.

В статье предложена система оценивания деятельности кафедр по критериям из группы результатов на основе машинного обучения. Разработана программа на языке программирования Python, которая оценивает деятельность кафедр по этим критериям для каждой кафедры НИУ «МЭИ». Исходные данные для таких оценок программа получает из системы мониторинга ключевых показателей деятельности, внедренной в НИУ «МЭИ».

Ключевые слова: машинное обучение, модель EFQM, оценка работы кафедр.

Для цитирования:

Муканова А. Р., Оцоков Ш. А. Исследование применимости методов машинного обучения для оценки деятельности кафедр. *Информатика и образование*. 2021;36(8):41–51. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-41-51

RESEARCH OF THE APPLICABILITY OF MACHINE LEARNING METHODS FOR ASSESSMENT OF DEPARTMENTS' PERFORMANCE

A. R. Mukanova¹, Sh. A. Otsokov¹ ✉

¹ *National Research University "Moscow Power Engineering Institute"*

✉ shamil24@mail.ru

Abstract

Currently, a number of educational organizations in Russia and abroad, including the National Research University "Moscow Power Engineering Institute" (MPEI), are introducing the European improvement model EFQM, designed to analyze and improve the educational, scientific and other activities of the departments. In accordance with this model, each university department is assigned a score equal to the sum of points for two groups of criteria: criteria from the group of opportunities and criteria from the group of results. To obtain such assessments, a commission consisting of external experts, EFQM assessors and university staff meets with heads of departments. Based on the results of the discussion of the results of the meetings, the commission determines the score and rating of the departments in accordance with the EFQM model.

The purpose of the work presented in the article is to study the possibility of using machine learning to simplify the work of experts in terms of obtaining estimates according to criteria from a group of results.

The article proposes a system for evaluating the activities of departments according to criteria from a group of results based on machine learning. A program in the Python programming language has been developed, which evaluates the activities of departments according to these criteria for each department of the MPEI. The program receives the initial data for such assessments from the monitoring system of key performance indicators implemented in MPEI.

Keywords: machine learning, EFQM model, assessment of departments' performance.

For citation:

Mukanova A. R., Otsokov Sh. A. Research of the applicability of machine learning methods for assessment of departments' performance. *Informatics and Education*. 2021;36(8):41–51. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-41-51 (In Russian.)

1. Введение

Эффективным инструментом улучшения качества системы управления любой организацией, независимо от формы собственности, сферы деятельности и размера, являются модели премий в области качества. Среди европейских организаций популярно применение модели Европейской премии качества, разработанной Европейским фондом управления качеством — European Foundation for Quality Management, EFQM. Эта модель и называется по названию разработавшего ее фонда — **модель EFQM**.

Оценка качества работы кафедр по данной модели проводится с целью стимулирования руководства к применению самооценки своей деятельности по критериям, отражающим современные подходы к управлению вузами на основе постоянного совершенствования деятельности [1].

Рассматриваемая в данной статье **модель совершенствования EFQM** состоит из двух групп критериев — «Возможности» и «Результаты».

Группа «Результаты» объединяет следующие критерии:

- результаты для потребителей;
- результаты для персонала;
- результаты для общества;
- ключевые результаты деятельности.

Эта группа критериев включает в себя основные показатели и результаты деятельности кафедры — чего достигла организация, используя имеющиеся возможности.

Выставление баллов кафедрам проводится комиссией, состоящей из внешних экспертов, ассессоров EFQM и сотрудников университета, на основе данных, полученных во время проведения встреч с заведующими кафедр.

С внедрением в Национальном исследовательском университете «МЭИ» системы мониторинга ключевых показателей деятельности, позволяющей фиксировать в базе данных численные значения показателей критериев из группы «Результаты», стало возможным **использование математических методов оценки результатов деятельности кафедр**.

Целью данной работы является исследование возможности применения моделей машинного обучения для упрощения работы экспертов в части получения оценок по критериям из группы «Результаты».

В качестве среды разработки использовался дистрибутив Python Anaconda. Выбор данной среды разработки обусловлен наличием хорошо документированных библиотек машинного обучения, обработки данных, построения графиков, кроссплатформенностью и удобством использования.

Методы оценки деятельности кафедр исследованы по каждому из критериев группы «Результаты» независимо друг от друга, за исключением результатов для общества в связи с отсутствием на текущий момент данных в системе мониторинга ключевых показателей деятельности.

2. Методология

Существует множество типов задач машинного обучения. Одним из этих типов является задача обучения по прецедентам [2]. Постановка задачи обучения по прецедентам в общем виде формулируется следующим образом:

Дано конечное множество прецедентов (объектов, ситуаций), по каждому из которых собраны некоторые данные. Требуется по этим частным данным выявить общие зависимости, закономерности, взаимосвязи, присущие не только этой конкретной выборке, но и всем прецедентам в целом, в том числе тем, которые еще не наблюдались [3–6].

В машинном обучении данные играют незаменимую роль. Качество и количество набора данных влияет на эффективность обучения и прогнозирования [7, 8]. Поэтому немаловажным является этап подготовки имеющихся данных с помощью специальных алгоритмов обработки.

В задаче оценки деятельности кафедры по критериям EFQM из группы «Результаты» предполагаются известными множество показателей деятельности кафедр университета и множество экспертных оценок по заданным критериям. Данная задача относится к задачам регрессии, для решения которых известен ряд алгоритмов, таких как, например:

- гребневая регрессия;
- градиентный бустинг деревьев регрессии;
- многослойный перцептрон.

2.1. Гребневая регрессия

Для регрессии общая прогнозная формула линейной модели выглядит следующим образом:

$$\hat{y} = w[0] \cdot x[0] + w[1] \cdot x[1] + \dots + w[p] \cdot x[p] + b, \quad (1)$$

где:

$x[0], \dots, x[p]$ — признаки для отдельной точки данных;

w, b — параметры модели, оцениваемые в ходе обучения;

\hat{y} — прогноз, выдаваемый моделью.

Линейные модели для регрессии можно охарактеризовать как **регрессионные модели**, в которых прогнозом является прямая линия — для одного признака, плоскость — когда используем два признака, гиперплоскость — для большего количества измерений [7].

В гребневой регрессии коэффициенты w не только выбираются с точки зрения того, насколько хорошо они позволяют предсказывать на обучающих данных, они еще подгоняются в соответствии с дополнительным ограничением: величина коэффициентов должна быть как можно меньше. Это означает, что каждый признак должен иметь как можно меньшее влияние на результат и в то же время он должен по-прежнему обладать хорошей прогнозной силой. Это ограничение является примером регуляризации, используемой для предотвращения переобучения модели (состояние модели, в котором она не способна хорошо обобщать новые данные) [9].

2.2. Градиентный бустинг деревьев регрессии

Дерево решений — метод представления решающих правил в определенной иерархии, включающей в себя элементы двух типов — узлы и листья. Узлы включают в себя решающие правила и производят проверку значения признака с целью определить принадлежность целевой переменной к тому или иному диапазону значений [10, 11].

Прецеденты попадают в узел, проходят проверку и разбиваются на два подмножества: удовлетворяющие и не удовлетворяющие установленному правилу. Далее к каждому подмножеству снова применяется правило, процедура повторяется. Это продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто условие останова алгоритма. Последний узел, когда не осуществляется проверка и разбиение, становится листом.

Лист определяет решение для каждого попавшего в него примера. Для дерева регрессии это соответствующий листу модальный интервал целевой переменной. В листе содержится подмножество объектов, удовлетворяющих всем правилам ветви, которая заканчивается этим листом [12].

Градиентный бустинг деревьев регрессии — метод машинного обучения, который объединяет в себе множество деревьев для создания более мощной модели. Бустинг (*англ.* boosting — улучшение) — это процедура последовательного построения композиции алгоритмов машинного обучения, когда каждый следующий алгоритм стремится компенсировать недостатки композиции всех предыдущих алгоритмов [13, 14].

2.3. Многослойный персептрон

Многослойный персептрон — нейронная сеть, состоящая из нескольких слоев (L1, L2), содержащих элементы — нейроны (рис. 1). Эти элементы сети имеют несколько входов, каждому из которых соответствует вес w . Нейрон, получая сигнал X , перемножает сигналы на веса и суммирует получившиеся величины, после чего передает результат другому нейрону или на выход сети [15].

Обучение нейросетей выбранного типа проводится по алгоритму обратного распространения ошибки. То есть при сравнении ответа нейросети с верным вычисляется ошибка, на основе которой корректируются значения передаваемых нейронами весов «вверх» по сети — от выходов к входам [16].

Для оценки качества построенных в рамках данной статьи моделей используется метрика R^2 — коэффициент детерминации (величина достоверности аппроксимации) [17–19].

3. Результаты

В таблице 1 приведен фрагмент данных для критерия «Результаты для потребителей», используемых в качестве обучающей и тестовой выборки для построения моделей машинного обучения. Выставление балла производится на основе фактических значений следующих показателей: средний балл ЕГЭ студентов, поступивших на кафедру, доля магистров и доля сторонних магистров в составе ППС, доля целевиков и доля трудоустроенных выпускников кафедры по отношению к плану кафедры.

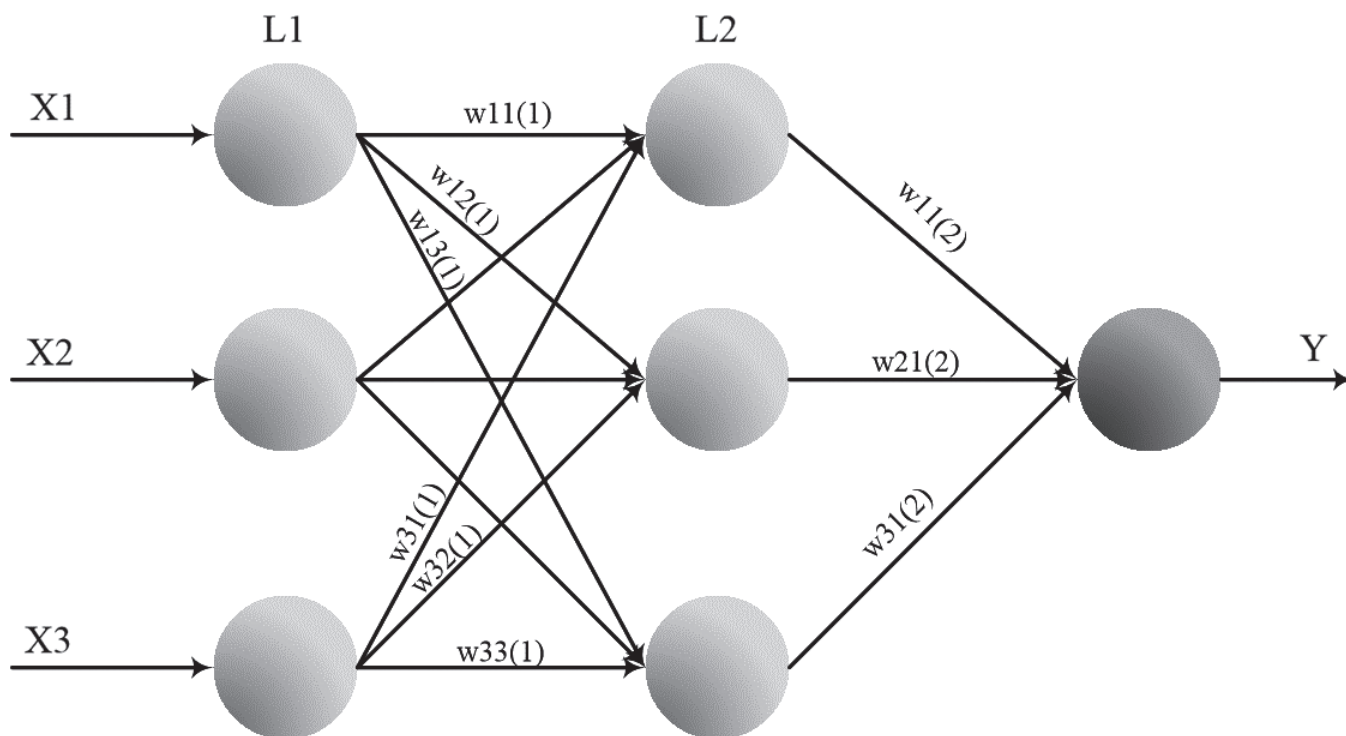


Рис. 1. Архитектура многослойного персептрона
 Fig. 1. Architecture of the multilayer perceptron

Таблица 1 / Table 1

Значения показателей критерия «Результаты для потребителей»

Values of indicators of the criterion "Results for consumers"

| Кафедра | Средний балл ЕГЭ | Доля магистров, % | Доля сторонних магистров, % | Доля целевиков, % | Доля трудоустроенных выпускников, % | Оценка экспертов |
|---------|------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|-------------------------------------|------------------|
| ПГТ | 65,7 | 28,5 | 9,4 | 4,4 | 88,0 | 70 |
| АСУТП | 67,4 | 35,1 | 27,8 | 11,1 | 93,0 | 130 |
| ИТФ | 74,4 | 23,8 | 7,5 | 5,4 | 90,0 | 65 |
| ТЭС | 67,4 | 41,4 | 34,6 | 3,4 | 90,0 | 105 |
| МКМ | 83,2 | 17,4 | 18,5 | 0,7 | 78,0 | 45 |

Перечисленные показатели используются в качестве признаков для построения модели машинного обучения, а выставленный экспертами EFQM балл (столбец «Оценка экспертов») является целевой переменной.

3.1. Проверка работы модели градиентного бустинга деревьев регрессии

При построении моделей машинного обучения учитывалось влияние различных параметров, задаваемых для модели, на правильность ее работы. Для повышения точности моделей использовался алгоритм решетчатого поиска, который осуществляет перебор значений параметров в заданных диапазонах с заданным шагом. Алгоритм решетчатого поиска позволяет найти значения параметров, соответствующих наибольшей точности. Выбор данного алгоритма обусловлен тем, что используемые в работе моде-

ли имели незначительное количество параметров и перебор значений этих параметров осуществлялся достаточно быстро.

Качество моделей проверяется на отдельной тестовой выборке прецедентов, и на основе этого выделяют лучшую модель с лучшей комбинацией параметров [20]. На рисунке 2 представлена тепловая карта для правильности моделей, выраженной в виде функции двух параметров: максимальной глубины деревьев и их количества, используемого для построения модели. С помощью этих параметров регулируется сложность модели, чтобы избежать переобучения и в то же время добиться высокой точности.

Из представленной тепловой карты видно, что наилучшим значением правильности обладает модель, использующая глубину деревьев, равную 3, и количество деревьев, равное 40. При этом правиль-

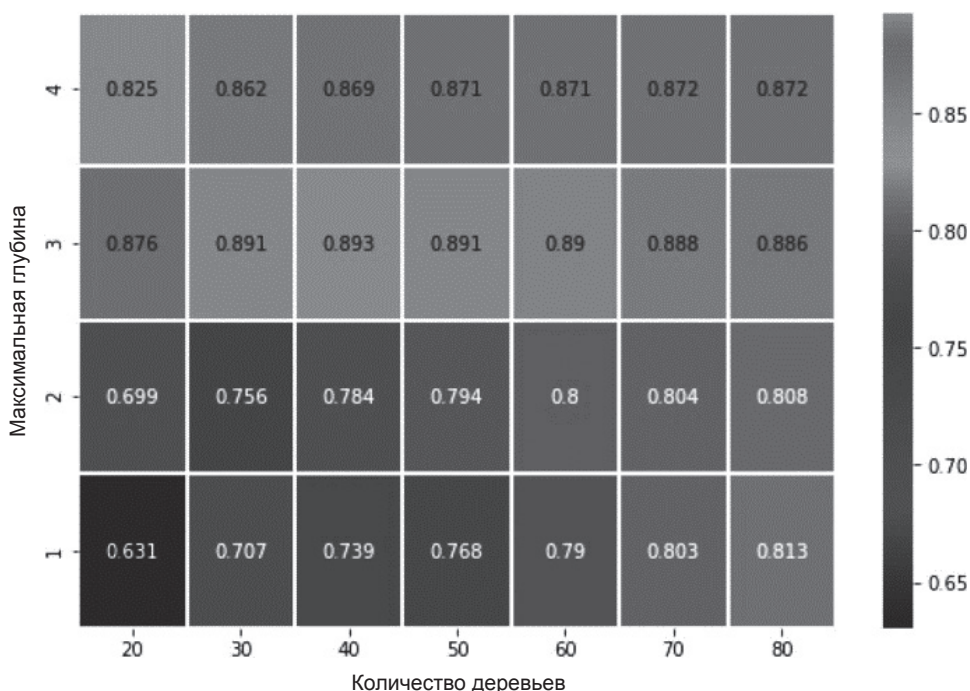


Рис. 2. Визуализация работы алгоритма решетчатого поиска для модели градиентного бустинга деревьев регрессии
 Fig. 2. Visualization of the lattice search algorithm for the gradient boosted regression trees model

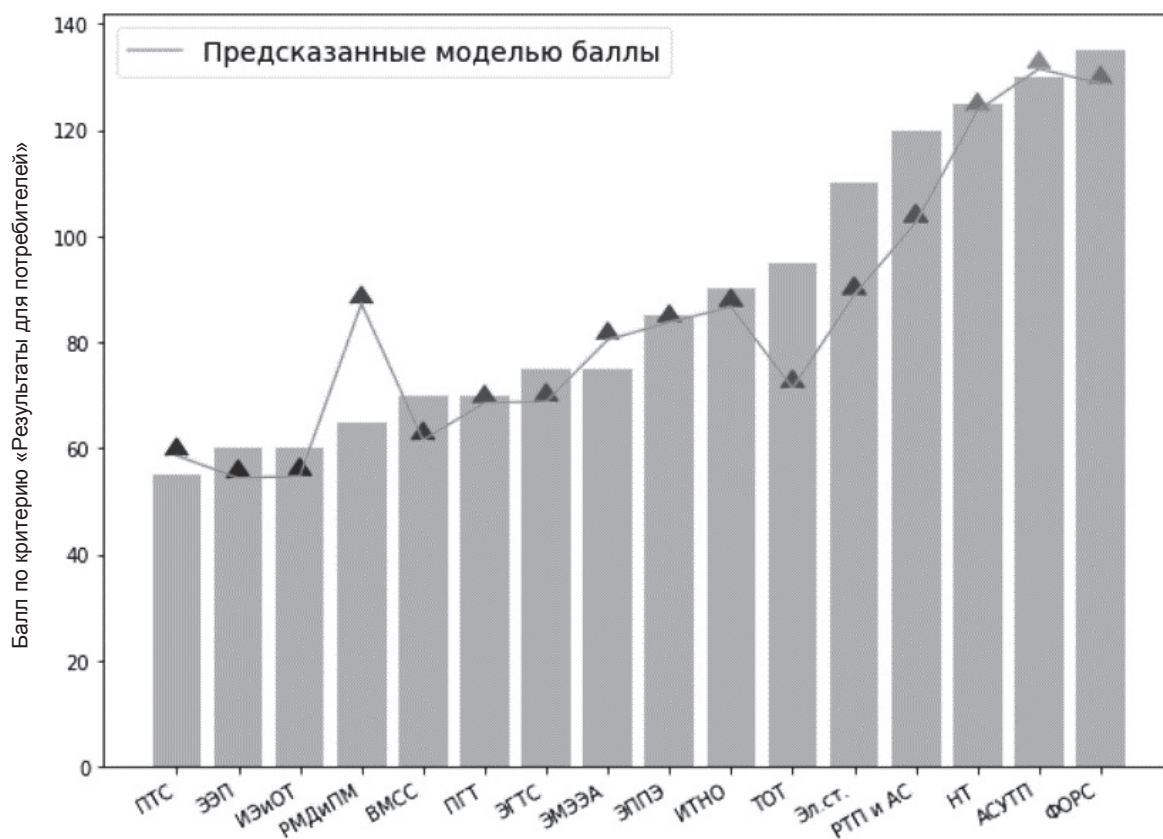


Рис. 3. Истинные и предсказанные оценки модели градиентного бустинга деревьев регрессии
 Fig. 3. True and predicted estimates of the gradient boosted regression trees model

ность выставления балла по критерию «Результаты для потребителей» составила 89 %, что является приемлемым значением, учитывая малый объем используемых для обучения и тестирования модели данных.

График на рисунке 3 позволяет сравнить истинные (отображены гистограммой) и предсказанные (отмечены треугольниками для каждой кафедры из тестовой выборки) результаты. Для большей наглядности кафедры из тестовой выборки были отсортированы в порядке увеличения балла по критерию «Результаты для потребителей». Исходя из формы кривой предсказанных баллов можно сделать вывод о возможности применения данной модели для получения оценок работы кафедр. Однако наличие выбросов в предсказанных оценках не позволяет судить о высокой надежности модели.

3.2. Проверка работы модели многослойного персептрона

Модель многослойного персептрона весьма чувствительна к использованию данных, признаки которых лежат в диапазонах разного масштаба. Вследствие чего было принято решение использовать алгоритм предварительной обработки данных, а именно их масштабирования таким образом, чтобы значения всех признаков лежали в диапазоне [0; 1].

Так же как и в случае градиентного бустинга деревьев регрессии, необходимо найти набор значений двух некоррелирующих между собой и обеспечи-

вающих наибольшую точность модели параметров для многослойного персептрона. В качестве переменных рассматривалось количество скрытых слоев персептрона и параметр alpha, посредством которого осуществляется регуляризация модели во избежание ее переобучения. Тепловая карта для правильности моделей, выраженной в виде функции этих двух параметров, представлена на рисунке 4. Параметры лучшей модели: количество скрытых слоев = 20, alpha = 1.

Правильность работы модели на тестовом наборе составила 90,8 %, что несколько выше модели деревьев регрессии, рассмотренной выше. Необходимо упомянуть, что при настолько ограниченном объеме исходных данных имеет место случайность разделения имеющихся данных на обучающий и тестовые наборы. Поэтому разница правильности моделей на 1,8 % несущественна, а высокая оценка качества позволяет судить об отличной работе алгоритма.

Один из способов анализа построенной нейронной сети заключается в исследовании весов модели. Визуализация весовых коэффициентов, которые были вычислены для элементов каждого слоя, представлена на рисунке 5. По данной матрице весов можно судить о важности признаков и корректности преобразования их значений. В данном случае признаки имеют практически одинаковую значимость.

В таблице 2 приведены значения баллов, представленных экспертами EFQM и полученные в результате

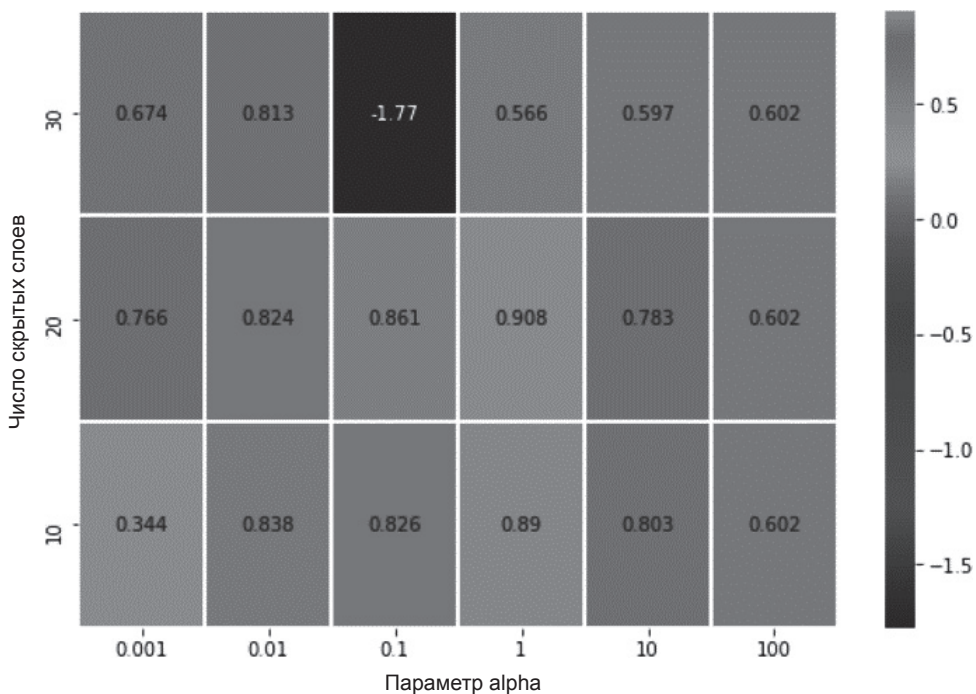


Рис. 4. Тепловая карта для модели многослойного перцептрона
 Fig. 4. Heatmap for the multilayer perceptron model

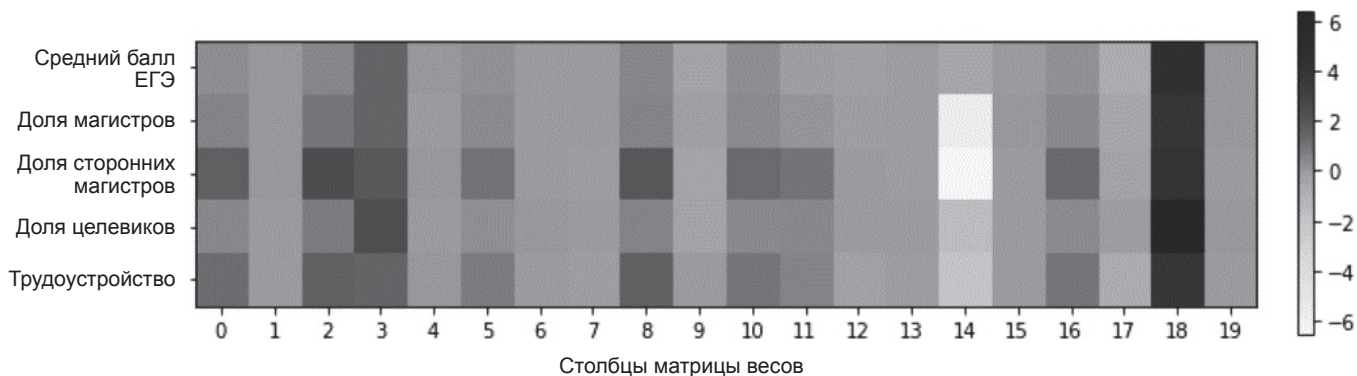


Рис. 5. Матрица весов, поступающих на вход нейронов скрытых слоев
 Fig. 5. Matrix of weights entering the input of neurons of hidden layers

Таблица 2 / Table 2

Значения истинных и предсказанных моделью многослойного перцептрона баллов
Values of true scores and scores predicted by the multilayer perceptron model

| Кафедра | Оценка экспертов | Оценка модели машинного обучения | Кафедра | Оценка экспертов | Оценка модели машинного обучения |
|---------|------------------|----------------------------------|----------|------------------|----------------------------------|
| ПТС | 55 | 53,09 | ЭППЭ | 85 | 89,92 |
| ЭЭП | 60 | 44,68 | ИТНО | 90 | 99,39 |
| ИЭиОТ | 60 | 64,49 | ТОТ | 95 | 84,98 |
| РМДиПИМ | 65 | 70,92 | Эл.ст. | 110 | 104,85 |
| ВМСС | 70 | 66,01 | РТП и АС | 120 | 111,94 |
| ПГТ | 70 | 58,01 | НТ | 125 | 139,56 |
| ЭГТС | 75 | 75,75 | АСУТП | 130 | 126,33 |

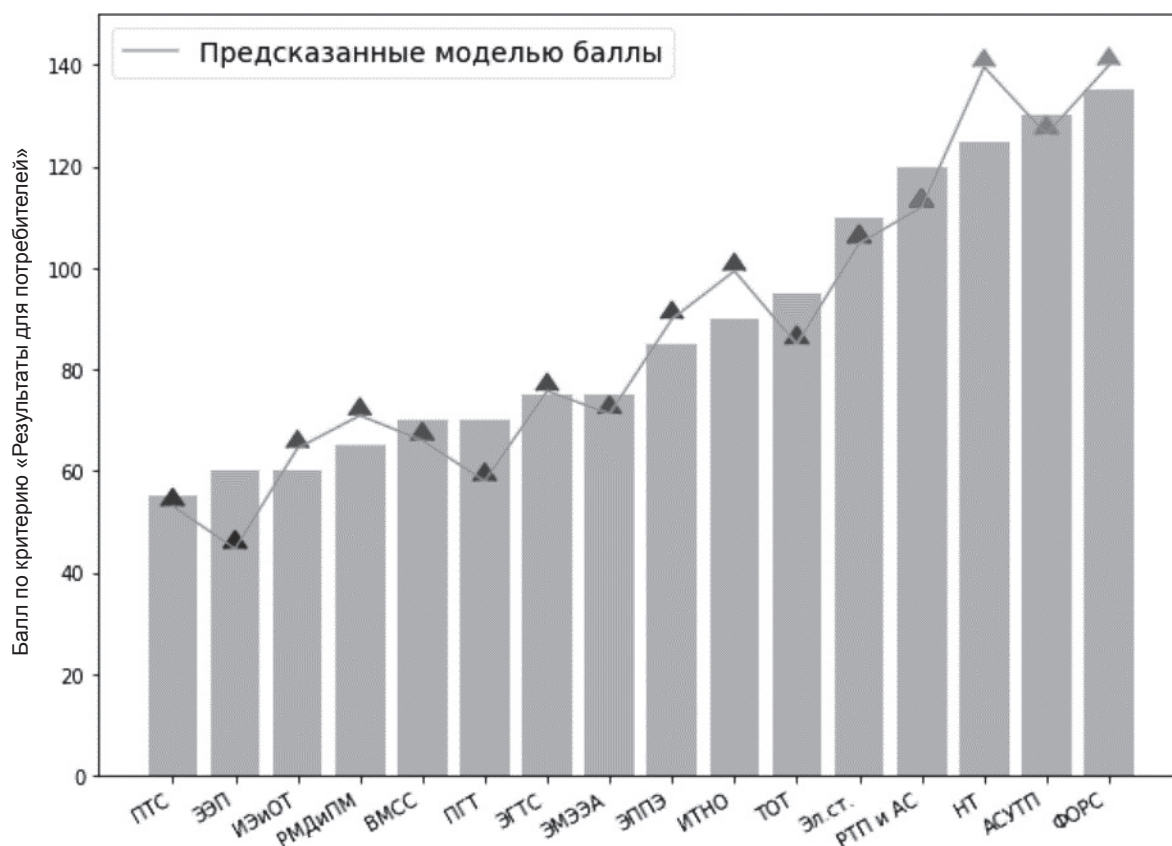


Рис. 6. Истинные и предсказанные оценки модели многослойного перцептрона
 Fig. 6. True and predicted estimates of the multilayer perceptron model

работы модели многослойного перцептрона. Графическое изображение полученных оценок показано на рисунке 6. На основе представленных данных можно оценить степень различия между оценками. В подавляющем большинстве прецедентов разница не превышает 10 баллов.

Для критериев «Результаты для персонала» и «Ключевые результаты» также были построены

модели МО и проведен анализ полученных результатов (рис. 7–9).

3.3. Проверка работы модели гребневой регрессии

Среди рассматриваемых гребневая регрессия является наиболее простой в понимании и построении моделью. Также для обучения модели не потребова-

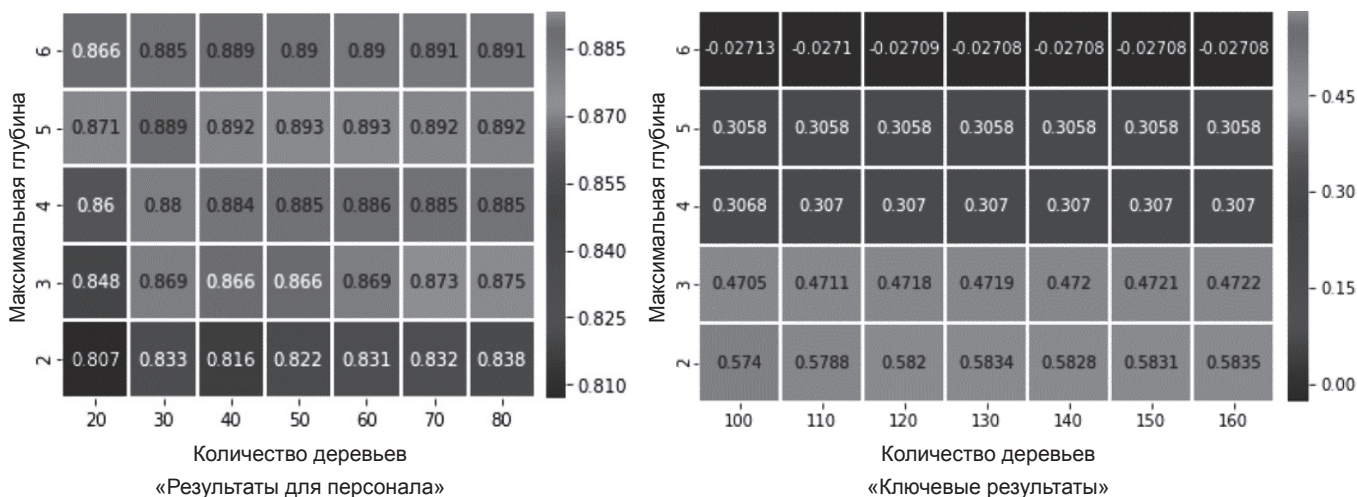


Рис. 7. Тепловая карта правильности при подборе параметров для градиентного бустинга
 Fig. 7. Heatmap of correctness when selecting parameters for gradient boosting

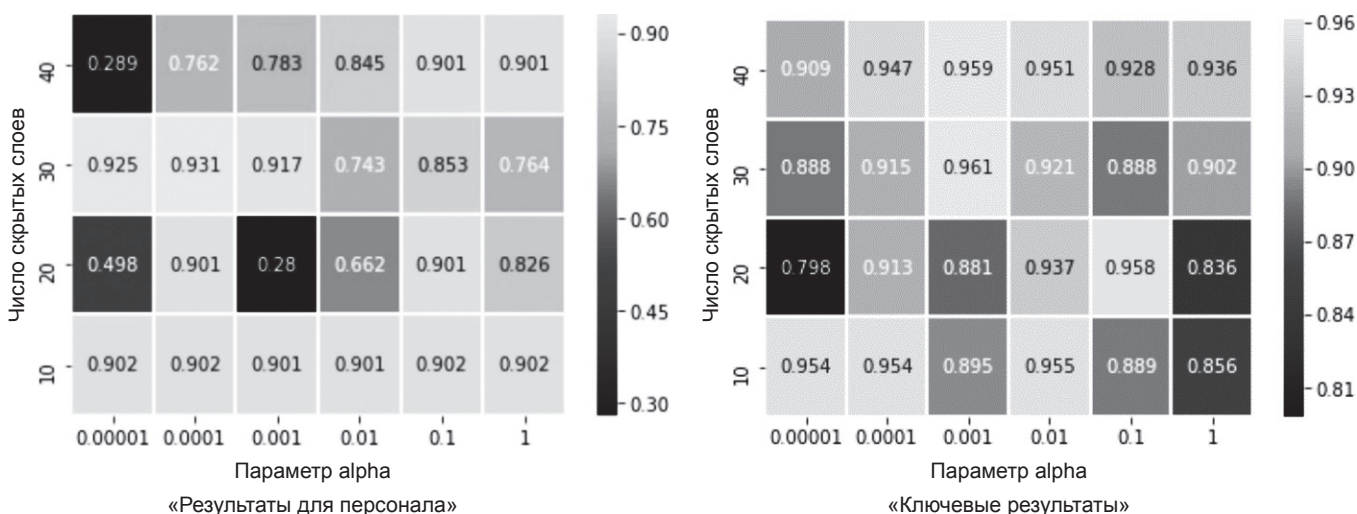


Рис. 8. Тепловая карта правильности при подборе параметров для многослойного перцептрона
 Fig. 8. Heat map of correctness in the selection of parameters for the multilayer perceptron

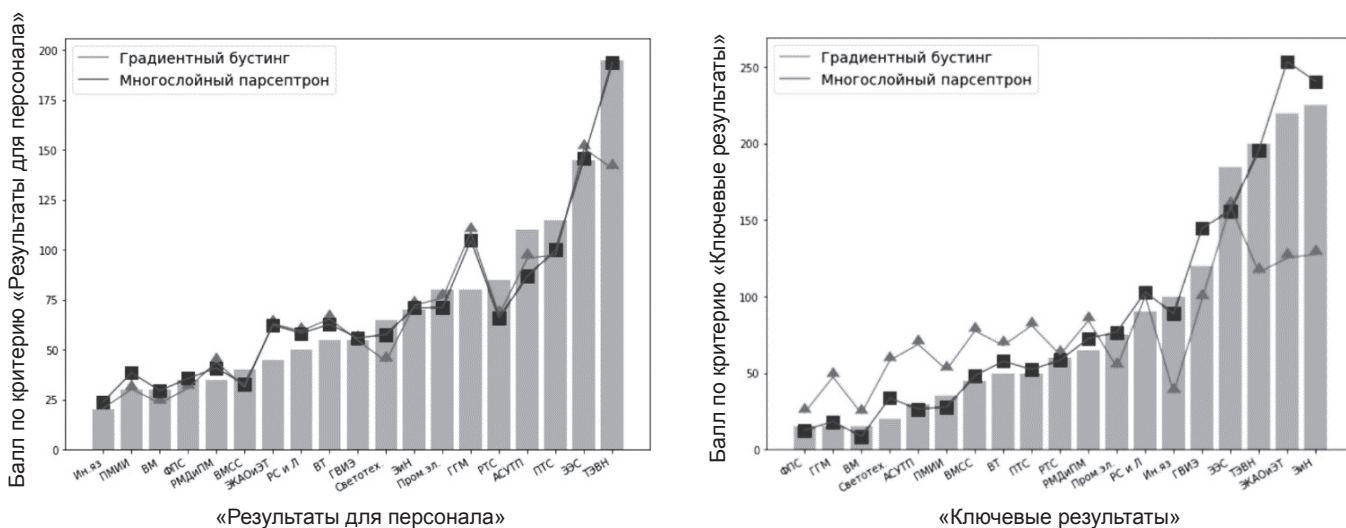


Рис. 9. Истинные и предсказанные оценки
 Fig. 9. True and predicted estimates

лись поиск оптимальных параметров и масштабирование данных.

Наиболее высокие показатели правильности показала модель гребневой регрессии, построенная на

наборе данных для критерия «Ключевые результаты», ее показатель правильности составил 98,8 %.

В таблице 3 представлены численные значения коэффициентов для каждого показателя, входящего

Таблица 3 / Table 3

Значения коэффициентов в модели гребневой регрессии
Coefficient values in the ridge regression model

| Показатель | Коэффициент |
|--|-------------|
| Публикации | 7,851 |
| Доля иностранных студентов | 1,687 |
| Доля иностранных преподавателей | 28,141 |
| Академическая мобильность | 2,249 |
| Платные образовательные услуги (ПОУ) | 0,0217 |
| Научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы (НИОКР) | 0,0168 |



Рис. 10. Истинные и предсказанные оценки модели гребневой регрессии
 Fig. 10. True and predicted ridge regression model estimates

в состав критерия «Ключевые результаты», полученные в результате работы модели гребневой регрессии. Константа регрессионной модели (1) составила 3,53. Эта величина является баллом кафедры при нулевом значении всех показателей. Как видно, она вносит незначительный вклад в выставяемый балл, который зависит в основном от величины значений показателей, что соответствует принципам системы EFQM.

Представленные в таблице 3 показатели являются относительными величинами и вычислены как отношение фактических значений данных показателей к плановым для кафедры.

Учитывая разный по масштабу диапазон значений данных для показателей (например, значение показателя «ПОУ» может на несколько порядков отличаться от показателя «Публикации»), можно

сделать вывод о примерно равном влиянии показателей на результирующую оценку, предсказанную моделью. График на рисунке 10 позволяет сравнить истинные и предсказанные результаты.

Данные в таблице 4 позволяют сравнить используемые модели машинного обучения с точки зрения правильности выдаваемых ими результатов.

Отметим, что для каждого из критериев используется определенный моделью EFQM набор показателей. В зависимости от набора данных меняется и качество модели машинного обучения. Оптимальным выбором для получения оценок по критерию «Результаты для потребителей» будет модель многослойного перцептрона, градиентный бустинг деревьев подойдет при оценке по критерию «Результаты для персонала», а для критерия «Ключевые результаты»

Таблица 4 / Table 4

Значения коэффициентов детерминации для сравнительного анализа качества работы моделей
The values of the coefficients of determination for the comparative analysis of the quality of the models

| Критерий | Модель | | |
|-----------------------------|---------------------|--|-------------------------|
| | Гребневая регрессия | Градиентный бустинг деревьев регрессии | Многослойный перцептрон |
| Результаты для потребителей | 0,712 | 0,893 | 0,908 |
| Результаты для персонала | 0,904 | 0,931 | 0,875 |
| Ключевые результаты | 0,988 | 0,583 | 0,961 |

наилучший результат показала модель гребневой регрессии.

4. Выводы

Авторами проведено исследование возможности применения моделей машинного обучения для упрощения работы экспертов в части получения оценок по критериям из группы «Результаты». Разработана программа на языке Python, включающая в себя построение моделей машинного обучения, проверку качества их работы и подбор оптимальных параметров, получение с их помощью баллов по критериям из группы «Результаты». Проведен сравнительный анализ предсказанных моделями оценок.

В ходе исследования получены три модели машинного обучения — гребневой регрессии, градиентного бустинга деревьев регрессии, многослойный перцептрон, — точность предсказанных оценок которых превышает 90 % для каждого из критериев группы «Результаты».

Опираясь на полученные результаты, можно сделать вывод о перспективности применения машинного обучения для оценки деятельности кафедр по системе EFQM.

Список источников / References

1. Маслов Д. В., Мазалецкая А., Стид К. Модель совершенствования EFQM. *Высшее образование в России*. 2005;(9):48–55.

Maslov D. V., Mazaleczkaya A., Stid K. Model of EFQM improvement. *Vysshee Obrazovanie v Rossii = Higher Education in Russia*. 2005;(9):48–55.

2. Овсянников А. Д. Об использовании терминов «искусственный интеллект», «машинное обучение» и «глубокое обучение». *Цифровая экономика в социально-экономическом развитии России: взгляд молодых. Материалы XV международной научно-практической конференции студентов, магистрантов и аспирантов*. Челябинск; 2019. С. 549–551.

Ovsyanitskiy A. D. On the use of the terms “artificial intelligence”, “machine learning” and “deep learning”. *The digital economy in the socio-economic development of Russia: the view of the young. Proc. 15th Int. Scientific and Practical Conf.* Chelyabinsk; 2019. P. 549–551.

3. Профессиональный информационно-аналитический ресурс, посвященный машинному обучению, распознаванию образов и интеллектуальному анализу данных. Режим доступа: <http://www.machinelearning.ru>

Professional information and analytical resource dedicated to machine learning, pattern recognition and data mining. Available at: <http://www.machinelearning.ru>

4. Галимов Р. Г. Основы алгоритмов машинного обучения — обучение с учителем. *Аллея науки*. 2017;1(14):810–817.

Galimov R. G. Fundamentals of machine learning algorithms — supervised learning. *Alley of Science*. 2017;1(14):810–817.

5. Stanula P., Ziegenbein A., Metternich J. Machine learning algorithms in production: A guideline for efficient data source selection. *Procedia CIRP*. 2018;78:261–266. DOI: 10.1016/j.procir.2018.08.177

6. Portugal I., Alencar P., Cowan D. The use of machine learning algorithms in recommender systems: A systematic review. *Expert Systems with Applications*. 2018;97:205–227. DOI: 10.1016/j.eswa.2017.12.020

7. Мюллер А., Гвидо С. Введение в машинное обучение с помощью Python; пер. с англ. М.: Альфа-книга; 2018. 480 с.
Müller A., Guido S. An introduction to machine learning with Python. Moscow, Al'fa-kniga; 2018. 480 p.

8. Shalev-Shwartz S., Ben-David S. Understanding machine learning: From theory to algorithms. New York, Cambridge University Press; 2014. 449 p. DOI: 10.1017/SBO9781107298019

9. Клячкин В. Н. Метод оценки параметра гребневой регрессии. *Вестник Ульяновского государственного технического университета*. 1998;(1):38–40.

Klyachkin V. N. A method for estimating the parameter of ridge regression. *Bulletin of the Ulyanovsk State Technical University*. 1998;(1):38–40.

10. Бородин И. Д. Рефлексия в машинном обучении на примере обучения деревьев решений. *Аллея науки*. 2017;4(9):857–865.

Borodin I. D. Reflection in machine learning on the example of learning decision trees. *Alley of Science*. 2017;4(9):857–865.

11. Леусенко В. П. Принятие решений с рассмотрением полезностей. Деревья решений. Актуальные проблемы современной экономики. *Математические методы, модели и информационные технологии. Материалы XVIII научно-практической конференции преподавателей, студентов, аспирантов и молодых ученых*. Таганрог; 2017. С. 184–187.

Leusenko V. P. Decision making with consideration of utility. Decision trees. *Mathematical methods, models and information technologies. Proc. 18th Scientific and Practical Conf.* Taganrog; 2017. P. 184–187.

12. Azad M., Moshkov M. Multi-stage optimization of decision and inhibitory trees for decision tables with many-valued decisions. *European Journal of Operational Research*. 2017;263(3):910–921. DOI: 10.1016/j.ejor.2017.06.026

13. Кафтаников И. В., Парасич А. В. Методы снижения взаимозависимости ошибок деревьев решений при обучении лесов решений. *Научный поиск. Материалы VII научной конференции аспирантов и докторантов*. Челябинск; 2015. С. 315–320.

Kaftannikov I. V., Parasich A. V. Methods for reducing the interdependence of decision tree errors in training decision forests. *Scientific search. Proc. 7th Scientific Conf.* Chelyabinsk; 2015. P. 315–320.

14. Дьяконов И. Д., Новикова С. В. Решение задачи прогнозирования при помощи градиентного бустинга над решающими деревьями. *Научный форум: технические и физико-математические науки. Материалы XV международной научно-практической конференции*. М.; 2018. С. 9–12.

Dyakonov I. D., Novikova S. V. Solution of the forecasting problem using gradient boosting over decision trees. *Scientific forum: technical and physical and mathematical sciences. Proc. 15th Int. Scientific and Practical Conf.* Moscow; 2018. P. 9–12.

15. Чаткин В. В. Различия между искусственным интеллектом, машинным обучением и глубоким обучением. *Конкурентоспособность территорий. Материалы XXII Всероссийского экономического форума молодых ученых и студентов*. Екатеринбург; 2019. С. 185–187.

Chatkin V. V. Differences between artificial intelligence, machine learning and deep learning. *Territories competitiveness. Proc. 22nd All-Russian Economic Forum of Young Scientists and Students*. Ekaterinburg; 2019. P. 185–187.

16. Мингалиев З. З., Кычкин И. М. Решение обратных многомерных задач на основе многослойного перцептрона. *Вестник современных исследований*. 2019;(3.3):30–34.

Mingaliev Z. Z., Kychkin I. M. Solution of multidimensional inverse problems based on multilayer perceptron. *Bulletin of Modern Research*. 2019;(3.3):30–34.

17. Арефьев А. В., Шумаев В. В. Оценка значимости уравнения регрессии, его коэффициентов, коэффициента детерминации. *Инновационные идеи молодых исследователей для агропромышленного комплекса России. Мате-*

риалы Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Пенза; 2019. С. 103–104.

Arefiev A. V., Shumaev V. V. Estimation of the significance of the regression equation, its coefficients, the coefficient of determination. *Innovative ideas of young researchers for the agro-industrial complex of Russia. Proc. All-Russian Scientific and Practical Conf.* Penza; 2019. P. 103–104.

18. Кинякин В. Н., Милевская Ю. С. Некоторые предостережения по проверке качества модели регрессии с помощью коэффициента детерминации. *Вестник Московского университета МВД России*. 2014;(8):200–204.

Kinyakin V. N., Milevskaya Yu. S. Some caveats for checking the quality of a regression model using the coefficient of determination. *Bulletin of the Moscow University of the Ministry of Internal Affairs of Russia*. 2014;(8):200–204.

19. Базилевский М. П. Отбор оптимального числа информативных регрессоров по скорректированному коэффициенту детерминации в регрессионных моделях как задача частично целочисленного линейного программирования. *Прикладная математика и вопросы управления*. 2020;(2):41–54. DOI: 10.15593/2499-9873/2020.2.03

Bazilevskii M. P. Selection an optimal number of variables in regression models using adjusted coefficient of determination as a mixed integer linear programming problem. *Applied Mathematics and Control Sciences*. 2020;(2):41–54. DOI: 10.15593/2499-9873/2020.2.03

20. Бринк Х., Ричардс Д., Феверолф М. Машинное обучение. СПб.: Питер; 2017. 336 с.

Brink X., Richards D., Feverolf M. Machine learning. Saint Petersburg, Piter; 2017. 336 p.

Информация об авторах

Муканова Александра Ренатовна, студентка 4-го курса бакалавриата кафедры вычислительных машин, систем и сетей, Институт информационных и вычислительных технологий, Национальный исследовательский университет «МЭИ», г. Москва, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0003-2973-7148>; *e-mail*: aleksmukanova@mail.ru

Оцоков Шамиль Алиевич, доктор тех. наук, доцент кафедры вычислительных машин, систем и сетей, Институт информационных и вычислительных технологий, Национальный исследовательский университет «МЭИ», г. Москва, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7451-5443>; *e-mail*: shamil24@mail.ru

Information about the authors

Alexandra R. Mukanova, a 4th year undergraduate student of the Department of Computing Machines, Systems and Networks, Institute of Information Technologies and Computer Science, National Research University “Moscow Power Engineering Institute”, Moscow, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0003-2973-7148>; *e-mail*: aleksmukanova@mail.ru

Shamil A. Otsokov, Doctor of Sciences (Engineering), Associate Professor at the Department of Computing Machines, Systems and Networks, Institute of Information Technologies and Computer Science, National Research University “Moscow Power Engineering Institute”, Moscow, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7451-5443>; *e-mail*: shamil24@mail.ru

Поступила в редакцию / Received: 07.03.2021.

Поступила после рецензирования / Revised: 01.06.2021.

Принята к печати / Accepted: 08.06.2021.

DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-52-61

РАЗВИТИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В РОССИИ ДО ПАНДЕМИИ: ИСТОРИЯ И ОСОБЕННОСТИ ИНДУСТРИИ EDTECH

А. С. Обухов¹ ✉, М. В. Томила¹

¹ *Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, Россия*

✉ aobuhov@hse.ru

Аннотация

Пандемия Covid-19 в марте 2020 года вынудила перестроить все образовательные процессы и как никогда раньше использовать современные технологии, чтобы не останавливать процесс обучения на разных уровнях образования. Однако тренд на цифровизацию образования возник гораздо раньше, а технологии, которые использовались во время пандемии, имеют длинную историю. Научные исследования чаще всего рассматривают применение и эффективность цифровых технологий в образовательном процессе государственных учебных учреждений, однако индустрия EdTech не ограничивается лишь сферой формального образования. Корпоративное обучение, дополнительное и языковое образование — одни из наиболее цифровизированных сегментов рынка. В рассматриваемом в статье исследовании был проведен анализ развития образовательных технологий в России до пандемии. Выделены ключевые этапы цифровизации образования в России, особенности внедрения образовательных технологий в образовательные учреждения страны. Проведен анализ развития рынка EdTech России до пандемии, проведено сопоставление эволюции рынка образовательных технологий в России и за рубежом. Сделан вывод о том, что высокотехнологичная, но довольно молодая и бурно развивающаяся индустрия образовательных технологий России имеет высокий потенциал долгосрочного развития и привлечения инвестиций. Выделены несколько сфер образования, которые были наиболее цифровизированы еще до пандемии, а также выявлено положительное влияние государственных инициатив и стимулов к внедрению образовательных технологий на индустрию EdTech в целом.

Ключевые слова: EdTech, образовательные технологии, рынок EdTech, развитие образовательных технологий в России.

Для цитирования:

Обухов А. С., Томила М. В. Развитие цифровых образовательных технологий в России до пандемии: история и особенности индустрии EdTech. *Информатика и образование*. 2021;36(8):52–61. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-52-61

THE DEVELOPMENT OF DIGITAL EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN RUSSIA BEFORE THE PANDEMIC: HISTORY AND PECULIARITIES OF THE EDTECH INDUSTRY

A. S. Obukhov¹ ✉, M. V. Tomilina¹

¹ *National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia*

✉ aobuhov@hse.ru

Abstract

The Covid-19 pandemic in March 2020 forced the restructuring of all educational processes and, like never before, use modern technologies so as not to stop the learning process at different levels of education. However, the trend towards digitalization of education emerged much earlier, and the technologies that were used during the pandemic have a long history. Scientific research most often looks at the application and effectiveness of digital technologies in the educational process of public educational institutions, but the EdTech industry is not limited to the field of formal education. Corporate training, additional and language education are some of the most digitalized market segments. The study considered in the article analyzed the development of educational technologies in Russia before the pandemic. The key stages of digitalization of education in Russia, the features of the introduction of educational technologies in educational institutions of the country are highlighted. An analysis of the development of the EdTech market in Russia before the pandemic is carried out, a comparison of the evolution of the market of educational technologies in Russia and abroad is carried out. It is concluded that the high-tech, but rather young and rapidly developing industry of educational technologies in Russia has a high potential for long-term development and investment attraction. Several areas of education were identified that were most digitalized even before the pandemic, and the positive impact of government initiatives and incentives for the introduction of educational technologies on the EdTech industry as a whole was revealed.

© Обухов А. С., Томила М. В., 2021

Keywords: EdTech, educational technologies, EdTech market, development of educational technologies in Russia.

For citation:

Obukhov A. S., Tomilina M. V. The development of digital educational technologies in Russia before the pandemic: History and peculiarities of the EdTech industry. *Informatics and Education*. 2021;36(8):52–61. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-8-52-61 (In Russian.)

1. Введение

Актуальность изучения образовательных технологий в 2020–2021 годах трудно переоценить. Вынужденный переход в онлайн, повсеместное дистанционное обучение, использование самых новых методов и практик в период пандемии стали новой реальностью, к которой пришлось адаптироваться каждому. Такие резкие и неожиданные изменения, несомненно, привели к бурному обсуждению технического оснащения образовательного процесса, к поиску новых платформ, приложений, программного обеспечения. На данный момент мы видим огромное количество работ, сфокусированных на оценке и анализе успешности и эффективности современных цифровых технологий в обучении, а также о готовности образовательных учреждений и учителей к их использованию [1, 2]. Однако переход во всеобщий дистант был бы невозможен, если бы индустрия EdTech (EdTech — от Educational Technology — образовательные технологии, включающие цифровые и технические средства обучения) не развивалась до пандемии. Чтобы иметь возможность качественно и количественно оценить масштаб и особенности произошедших с марта 2020 года изменений в образовательной среде, необходимо четко понимать, в каком состоянии индустрия EdTech находилась к этому моменту и какие тренды уже были заложены в предыдущие годы.

Образовательная система России последние годы усиленно движется в сторону цифровизации [3, с. 60–63]. Первые этапы проникновения технологий в образовательную систему — автоматизацию и информатизацию — наша страна прошла весьма успешно. Изменились принципиальные цели самой системы, на новый уровень вышла необходимость подготовки компетентных кадров для цифровой экономики, что неизбежно повлекло изменение средств и методов предоставления образовательных услуг на различных уровнях [4, с. 22–26]. В федеральном законе «Об образовании в Российской Федерации» [5] и в Национальной доктрине образования Российской Федерации до 2025 года [6] изложены основные направления и цели, на которые вся образовательная система будет ориентироваться в ближайшие годы. Важным является рассмотрение не только цифровой трансформации государственных учебных учреждений, но и проектов дополнительного и корпоративного образования, которые занимают крупную долю индустрии EdTech в России.

2. Обзор исследований

Цифровая трансформация образования, т. е. развитие и внедрение образовательных технологий, последние годы становится все более актуальной

проблемой, и из года в год появляется все больше научных публикаций, посвященных этой теме. Одна из наиболее исследованных областей здесь — внедрение технологий в школы и вузы, т. е. в официальные, часто государственные учебные учреждения. Большинство рассматривает такие изменения как способ повышения продуктивности участников образовательного процесса [7]. В преддверии пандемии была выпущена одна из фундаментальных работ в данной сфере — «Трудности и перспективы цифровой трансформации образования» [3], в которой наиболее полно представлено текущее на тот момент состояние цифровой среды российских школ, освещены основные вехи развития и внедрения EdTech в общий образовательный процесс, затронут также опыт некоторых других стран (Кореи, Финляндии, Сингапура). Не менее популярны научные обзоры существующих образовательных платформ и технологий, позволяющих повысить продуктивность образовательного процесса [8, 9]. Предлагаются и тестируются новые способы проверки и измерения продуктивности EdTech в школах [10]. Все более актуальными становятся вопросы технической оснащенности школ и вузов, а также готовности педагогов к использованию EdTech в своей практике и их компетентности в этой области [11].

Действительно, многие работы анализируют цифровую трансформацию образования, однако их фокус сильно смещен в сторону рассмотрения государственных образовательных учреждений, видов и целей использования EdTech именно в таких образовательных организациях, а также в сторону анализа эффективности таких технологий в школах. С приходом пандемии этот тренд усиливается, и создается впечатление, что цифровизация образовательного процесса приобрела действительно значимые масштабы лишь с начала марта 2020 года. Однако это спорный вопрос. Онлайн-образование в России и сама индустрия EdTech имеют свои периоды развития и становления, начавшиеся задолго до пандемии, и играют важную роль не только для школ и вузов. На основе анализа динамики рынка EdTech можно сделать несколько значимых выводов, в том числе о том, что школы и вузы являются далеко не единственными бенефициарами цифровых образовательных технологий. Также не менее важным является анализ зарубежных рынков EdTech, которые во многом опережают отечественный рынок, так как начали развиваться гораздо раньше.

3. Развитие EdTech в России до пандемии

На первом этапе внедрения технологий в образовательную систему приоритетом была компьютерная грамотность населения, т. е. общая способность

пользоваться современными средствами в повседневной жизни. В то же время проходило оснащение школ, учреждений среднего профессионального образования и вузов компьютерами и ноутбуками. К 1991 году в каждом четвертом образовательном учреждении были оборудованы компьютерные классы, а в школьной программе появились предметы, непосредственно знакомящие подрастающее поколение с работой за ПК. К 2000-м годам, ко второму этапу внедрения технологий, на первый план вышло внедрение информационно-коммуникационных технологий в образовательный процесс в целом, а за девять лет с 2003 года Россия вышла в лидеры по скорости оснащения цифровыми устройствами образовательной системы. Эти достижения сделали возможным дальнейшее проникновение цифровых технологий в российское образование [3, с. 14–15].

Российские школы и вузы оборудованы в среднем не хуже европейских: на 2015 год в вузах один ПК приходится на четырех студентов, в организациях СПО — на 10 студентов, в школах — на семь обучающихся [12, с. 20]. Цифровая трансформация образования проявляется не только в использовании новых технологий в процессе обучения, но и в самой концепции развития системы образования, в целях, которые ставят перед собой стейкхолдеры: теперь, во-первых, это персонализация и индивидуализация образовательного процесса (возможность выбора обучающимся собственной образовательной траектории, темпов и целей обучения), во-вторых, стремление к высоким результатам каждого ученика и студента, а не ориентация на лучших и изначально преуспевающих. Переход к такой образовательной модели фиксируют как *внедрение персонализированной и результативной организации обучения*. Для осуществления такого обучения необходима и новейшая инфраструктура, и оцифровка учебных средств и методов, и обновление моделей организации образовательного процесса.

Именно системный подход позволит получить от цифровой трансформации максимальную пользу. Ответы на основные вопросы педагогики — «Чему учить?» и «Как учить?» — должны быть переосмыслены с учетом современных реалий, т. е. с учетом повсеместного использования цифровых технологий. Такая цифровая трансформация образования рассматривается как единственный способ соответствовать новым целям и достигать необходимых результатов в условиях ограниченных ресурсов всей системы [3].

Все вышеперечисленные изменения образовательной системы являются необходимыми как в школьном и высшем образовании, так и в непрерывном образовании взрослого населения. Россияне, по результатам исследования Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ) [13], не очень активно принимают участие в образовательных программах после окончания основных этапов получения образования. Наиболее заинтересованная аудитория — люди, уже получившие первое высшее образование, а также на-

селение до 35–40 лет. Они больше осознают важность и необходимость развития своих навыков, чем более взрослое поколение. Одно из направлений непрерывного образования — самообразование получает все большую популярность в последние годы, однако все еще затрагивает небольшую часть населения. Использование цифровых и информационных технологий для самообразования сильно увеличилось, их предпочитают чаще всего люди до 35 лет, имеющие изначально высокий уровень образования. Одна из задач государственной политики — вовлечь все большее количество людей в процесс повышения квалификации и переобучения, и цифровые технологии предоставляют возможность снижать стоимость такого обновления навыков. Лишь 4 % россиян в 2018 году проходили какое-либо дистанционное обучение, спрос на него (и на электронное, и на онлайн-образование) также сильно варьируется исходя из рассматриваемой возрастной группы [14, с. 53].

В 2016 году был запущен проект «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации» («СЦОС») [15], чтобы повысить качество и доступность непрерывного образования, а также охватить им как можно большее количество людей. По плану к 2025 году 11 млн человек должны освоить какой-либо онлайн-курс, а число доступных курсов должно вырасти до 4000. Данная возможность будет реализована в рамках единого информационного ресурса (портал «Цифровое образование России»), на котором по принципу «одного окна» будут доступны следующие разделы: общий реестр онлайн-курсов, система оценки их качества и общий рейтинг, личный кабинет и цифровое портфолио учащегося [16].

Цифровое образовательное пространство, в том числе онлайн-обучение, должно регулироваться новыми правилами, т. е. возникающим правовым полем, а также проходить специальную экспертизу. Эти нововведения требуют совместной работы различных специалистов, педагогов, политиков и представителей других заинтересованных сторон [12].

Государственная программа «Развитие образования» [17], реализуемая Минпросвещения России в 2018–2025 годах с общим финансированием вплоть до 4,9 трлн руб., направлена на развитие СПО, общего и дошкольного образования. Отметим некоторые важные пункты этой программы:

- экспериментальное введение системы наставничества;
- около школ должны внедрить сетевую форму реализации образовательной программы (общеобразовательные учреждения официально могут сотрудничать с организациями, имеющими лицензию и аккредитацию, в том числе с онлайн-школами);
- как минимум половина учителей к 2024 году должны участвовать в непрерывном повышении квалификации (в рамках проекта «Современная школа»).

По проекту «СЦОС» все образовательные учреждения должны иметь доступ к интернету, а также

должны быть созданы центры для обучения школьников цифровым технологиям и программированию [18].

Особое значение для развития цифровых технологий в образовании имеет цифровая грамотность педагогов. В российском законодательстве обозначены специальные требования к цифровой грамотности научно-педагогических работников. Тем не менее многие эксперты отмечают недостаточность этих требований и их догоняющий характер по отношению к развитию самих технологий [12]. Для того чтобы оценить цифровую грамотность педагогов, аналитическим центром НАФИ был разработан специальный индекс цифровой грамотности, рассматривающий пять основных ее индикаторов в трех аспектах каждый (рис. 1).

Исследование показало, что компьютерная грамотность российских педагогов очень высокая, причем как школьных учителей, так и преподавателей вузов — 87 % и 88 % соответственно. Это даже выше, чем цифровая грамотность детей и молодежи — 73 % и 77 % соответственно. К сожалению, лишь половина учителей и треть преподавателей вузов используют свои блестящие навыки для персонализации обучения, и чем моложе педагог, тем меньше вероятность, что он будет учитывать индивидуальные потребности учеников с помощью цифровых технологий. Ситуация меняется с ростом педагогического стажа. Самые низкие результаты педагоги показали в своем отношении к технологиям: не все понимают их пользу, не знакомы с последними трендами и не умеют пользоваться смартфонами и приложениями. Несмотря на высокую цифровую грамотность, уровень применения цифровых технологий именно в педагогической практике низкий, учителя чаще их применяют для отчетности и общения с коллегами, нежели для преподавания [19]. 80 % российских вузов применяют специальное программное обеспечение для менеджмента и организации обучения [12]. Опыт стран

с очень развитыми образовательными системами показывает положительную зависимость между ИТ-подготовкой учителей и объемом использования цифровых технологий на уроках [20]. Учеба, организованная с применением цифровых технологий и других ИКТ, определена как электронное обучение в федеральном законе «Об образовании в Российской Федерации» [5].

И целенаправленная государственная политика, и рост цифровой грамотности учителей, и достаточно развитая инфраструктура, и общее развитие технологий — в России есть, по большому счету, все предпосылки для роста и развития рынка образовательных технологий и онлайн-образования.

Качественных экономических исследований российского рынка EdTech на данный момент мало, но они активно развиваются: первое системное исследование было проведено в 2017 году командой EdMarket.Digital при участии ФРИИ, НИУ ВШЭ, Coursera, «Нетология-групп» и др. [21]. В 2020 году они же провели новое исследование, дополнив предыдущее актуальными данными [18]. Однако в этих исследованиях не прослеживается четкого отграничения онлайн-образования от всех остальных образовательных технологий, т. е. от EdTech в целом. В них отмечается, что при подсчетах в «онлайн-образование» включали и сегменты дополнительного образования детей и взрослых, и технологии, проданные для сопровождения и доставки контента образовательным организациям в частных и государственных сегментах. В целом это позволяет нам переносить данные по рынку «онлайн-образования», представленные в этих исследованиях, на весь EdTech в России. Тем не менее могут возникать некоторые искажения в количественных оценках рынка. Но заметим, что, во-первых, онлайн-образование выступает как некоторая совокупность образовательных технологий, так как для него используется не какое-то одно приложение или один планшет,

| | Знания | Навыки | Установки |
|--|---|--|--|
| Информационная грамотность | Понимание роли и степени влияния информации на жизнь человека | Умение искать и находить информацию на разных ресурсах | Понимание пользы и вреда информации |
| Компьютерная грамотность | Понимание технических составляющих компьютера и принципов их взаимодействия | Легкость в использовании цифровых устройств вне зависимости от платформы/интерфейса | Понимание «предназначения» компьютера и целей его использования |
| Медиаграмотность | Понимание многообразия источников информации, форм и каналов ее распространения | Умение искать новости в разных источниках, проверять их полноту и достоверность | Критичное отношение к информационным сообщениям, новостям |
| Коммуникативная грамотность | Понимание отличия цифровых коммуникаций от живого общения | Умение использовать современные средства коммуникации (социальные сети, мессенджеры) | Осознание наличия особой этики и норм общения в цифровой среде |
| Отношение к технологическим инновациям | Понимание технологических трендов | Готовность работать с новыми и современными технологиями (приложениями, гаджетами) | Понимание пользы технологических инноваций как для развития общества, так и для себя лично |

Рис. 1. Компоненты цифровой грамотности педагога [19]

Fig. 1. Components of digital literacy of a teacher [19]

а часто несколько технологий сразу. Во-вторых, онлайн-образование занимает немалую долю рынка EdTech и в целом его развитие неотрывно от EdTech и сильно коррелирует с ним. В-третьих, как мы уже говорили ранее, некоторая путаница в сегментации EdTech-рынка (из-за возможности отнесения одной фирмы/технологии к разным категориям и неустоявшегося соглашения по определению самих сегментов) характерна для абсолютного большинства таких исследований и не сильно затрудняет дальнейший анализ ни финансовой составляющей, ни тенденций на рынке. В-четвертых, созданная инфраструктура и опыт участников рынка онлайн-образования не могут не влиять на развитие образовательных технологий в целом. По этим причинам, при необходимости, для анализа рынка EdTech в России мы будем обращать особое внимание именно на рынок онлайн-образования, если другие данные окажутся недоступными. В любом случае, если и произойдет искажение данных, то в целом в меньшую сторону, что не так критично.

В 2016 году объем рынка EdTech России составлял 20,7 млрд руб., занимая около 1,1 % от всего рынка образования, который оценивался в 1,8 трлн руб. По прогнозам рынок EdTech России должен был расти на уровне 20 % CAGR* [18, 21]. Во многих исследованиях отмечается, что именно российский рынок — лидер и драйвер роста рынка EdTech всей Восточной Европы. Заметим, что 20 % CAGR — темп роста, который выше, чем в среднем по миру, и сопоставим с такими странами, как Китай, Индия и США. Прогнозируемый рост в целом совпал с фактическим, и в 2019 году рынок оценивался примерно в 36,4–38,5 млрд руб. Тем не менее встречаются разные оценки 2018 года, например: около 60 млрд — по данным Яндекса, 28,9 млрд — по данным NeoAnalytics, 21,2 млрд — по данным некоторых экспертов. Аналитики РБК, составившие список и оценившие топ-35 российских компаний рынка EdTech, оценили его в более чем 30 млрд руб. еще в 2018 году [22, 23]. Эксперты Интерфакс Академии говорят о 45–50 млрд руб. в 2019 году, что выглядит наиболее правдоподобно из-за четкого определения индустрии EdTech в их отчете, в отличие от остальных, которые смешивали понятия EdTech, онлайн- и дистанционного обучения [24]. Команда Интерфакс Академии отдельно сделала акцент на том, что онлайн-образование — лишь сегмент EdTech, а многие российские исследователи не обращают на это внимания. Такой разброс в оценках, действительно, объясняется разными методами подсчетов и, самое главное, определением понятия EdTech. Трудности также могут возникать из-за большой теневой части рынка (например, репетиторство по Skype в сегменте C2C**, закрытая отчетность ком-

паний о тратах на образовательные нужды в сегменте B2B*** и завышенных оценок лидеров рынка. Тем не менее во всех этих отчетах некоторые оценки и выводы совпадают. Во-первых, все отмечают CAGR от 17 % до 25 %, а значит, высокие темпы развития, растущий спрос и соответствие ведущим странам по росту. Во-вторых, не сильно отличаются оценки доли России на мировом рынке EdTech — от 0,5 % до 1,5 %, что говорит о молодости индустрии [18, 21].

Оценки инвестиционной активности на российском рынке образовательных технологий не менее разбросаны. Независимых исследований не проводилось, существенная часть сделок проходила непублично. По обобщенным данным, с учетом официальных публичных сделок и экспертных мнений по закрытым сделкам (которых, по некоторым данным, было как минимум в 1,5 раза больше, чем публичных), с 2017 по 2019 год EdTech-компании России получили финансирование не менее чем в 80 миллионов долларов. Для России это означает уверенный рост объемов инвестирования и определенный прогресс в развитии индустрии, но в сравнении со странами-лидерами такое финансирование кажется весьма скромным [18]. На рисунке 2 можно увидеть растущий тренд объемов инвестиций с 2016 года.

Возможно, именно описанные выше государственные программы и инициативы, которые начались и получили широкую огласку с 2016 года, стали причиной такой активности и привлекли внимание инвесторов к индустрии EdTech. Похожие последствия государственных кампаний наблюдались и в Китае, и в Индии. 60 % всего финансирования почти поровну разделили три сегмента: школьное образование, обучение языкам и ДПО [18].

В целом это не сильно совпадает с общемировым трендом (рис. 3) — хотя растущие инвестиции в ДПО и языковое обучение можно отнести к сегменту «Consumers»****, но в России корпоративный сегмент явно не развивается так, как в других странах (лишь 11 % инвестиционных сделок), а школьные образовательные технологии в последние годы получают, наоборот, большее внимание инвесторов, чем в среднем по миру. На российском рынке венчурного капитала EdTech — единственный сектор, где количество сделок выросло в условиях пандемии (в первом квартале 2020 года) [22].

Половину всего российского EdTech-рынка занимает сегмент дополнительного (в том числе профессионального) образования взрослых (ДПО и ДО) — с оборотом около 20–30 млрд рублей [26]. Темпы роста выше, чем в других сегментах, — 40–50 % CAGR. По одним данным, в России услугами ДО пользуются около 15 % трудоспособного населения (22,8 млн человек в 2019 году), в то время как в раз-

* CAGR (англ. Compound Annual Growth Rate) — совокупный среднегодовой темп роста.

** C2C (англ. Consumer-to-Consumer) — сегмент «потребитель для потребителя».

*** B2B (англ. Business-to-Business) — сегмент «бизнес для бизнеса».

**** Сегмент, в который относятся товары и услуги, проданные конечному потребителю.

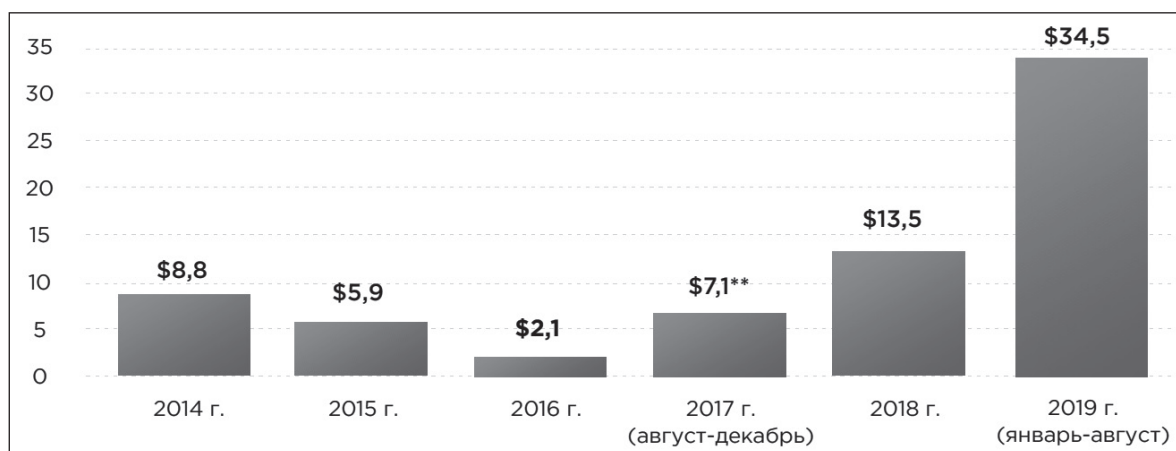


Рис. 2. Совокупный объем инвестиций в российское онлайн-образование в миллионах долларов, с учетом только публично зарегистрированных сделок [18]

Fig. 2. The total investment in Russian online education in millions of dollars, taking into account only publicly registered transactions [18]

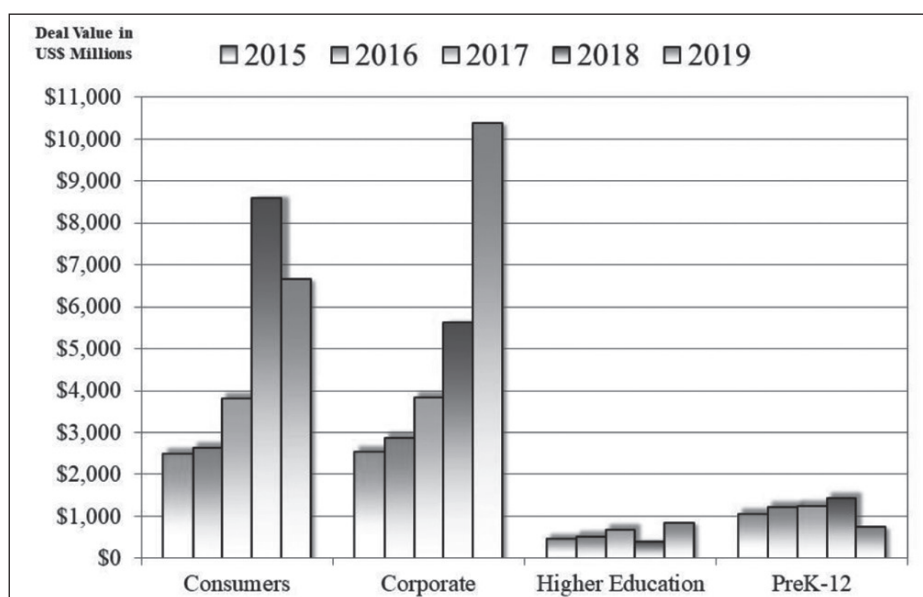


Рис. 3. Мировые инвестиции в образовательные технологии (по конечному потребителю, 2015–2019) [25]

Fig. 3. 2015–2019 total global learning technology investments by target customer type [25]

витых странах этот показатель достигает 40 %, что говорит о перспективах роста рынка в России. В целом дополнительное образование взрослых чаще всего имеет дистанционный формат, т. е. является полноценным онлайн-обучением, а это и есть основная область применения образовательных технологий. Весь российский EdTech-рынок напрямую зависит от спроса и развития ДО и ДПО, как отмечают аналитики. В этом сегменте образования чаще всего реализуется модель смешанного обучения. Самыми прибыльными и популярными оказались ниши языкового, корпоративного обучения и обучения современным ИТ-навыкам, они почти поровну разделили около 90 % рынка по выручке [24]. За ними идут компании, обучающие soft skills и предоставляющие услуги бизнес-образования. Поддержка не-

прерывного образования является государственным приоритетом и соответствует общемировому тренду life-long learning. Еще в 2019 году ректор НИУ ВШЭ Ярослав Кузьминов, активно продвигающий модернизацию системы высшего образования, предлагал вузам более активно участвовать в создании небольших курсов ДПО по современным направлениям, применяя EdTech [24].

Анализ рынка EdTech показывает, что сферы дополнительного образования во всех возрастных группах развиваются наиболее технологично. Чтобы внедрить образовательные технологии в систему школьного образования, еще не прошло достаточно времени — учителя и администраторы школ только начинают привыкать к цифровым технологиям, используя их больше как базу для отчетности и ве-

дения журналов и дневников, нежели в педагогической практике. В секторе B2C* работают 68,6 % российских EdTech-компаний, но средняя выручка компаний сектора B2G** втрое выше — вероятнее всего, из-за масштабы внедрения технологий и инфраструктуры в школы и университеты России [23].

Внедрение технологий в целом относят к долгосрочным инвестициям, а сфера образования не позволяет быстро измерять их доходность. Проблемы с «длинными деньгами» в российской экономике широко известны, они связаны в том числе со слабо развитым рынком инвестиций, особенно венчурного капитала. Основатели EdTech-компаний считают, что без крупных долгосрочных инвестиций рынок не сможет развиваться быстро, особенно в части инновационных технологий, которые стали очень популярны за рубежом (искусственный интеллект, виртуальная реальность, дополненная реальность). Одним из наиболее активных инвесторов на рынке сейчас является компания «Роснано», активы ее Фонда инфраструктурных и образовательных программ составляют около 25 млрд руб. Крупные компании и ИТ-корпорации («Яндекс», «Сбер», Mail.ru Group и др.) развивают собственные EdTech-проекты, инвестируют в уже существующие и часто их поглощают. Венчурные фонды, финансирующие индустрию, часто работают не только на российском рынке. Агентство стратегических инициатив и Агентство инноваций города Москвы проводят просветительскую работу с инвесторами и сами инвестируют в некоторые проекты в отрасли. Отношения с государством игроки рынка оценивают по-разному, но сходятся в следующем: изменения нормативно-правовой базы и общая поддержка отрасли необходимы для качественной модернизации образования в РФ [24].

С 2015 по 2017 год в мире был устойчивый тренд на общий и пропорциональный рост рынка по всем сегментам, и глобально большинство инвестиций получали компании, которые разрабатывали образовательные технологии для потребителей двух сегментов: корпоративного и потребителей вне формального образования. С 2015 по 2017 год корпоративный сегмент лидировал, но с небольшим отрывом от неформального образования. Однако данный мировой тренд не соблюдался, например, в Европе: с 2014 по 2017 год большинство инвестиций получали компании именно целевой аудитории «consumers», а в 2016 году европейский рынок даже показал общий спад по всем сегментам, что сильно выбивается из общемировых тенденций [27]. В США же на протяжении этих лет сильнее остальных развивались сегменты K-12*** и высшего образования, однако уже в 2019 году

больше всего инвестиций было вложено в компании, предоставляющие образовательные технологии для бизнеса, в корпоративный сегмент, — почти вдвое больше, чем в 2018 году. 48,45 % сделок в США происходили в этом сегменте [28, 29].

В скандинавском регионе (Швеция, Норвегия, Исландия, Финляндия и Дания) в 2016 году 61 % рынка EdTech занимал сегмент K-12, за ним шли неформальное образование и корпоративное обучение — 33 % и 35 % рынка соответственно [30].

В 2018 году интерес и вложения инвесторов по всему миру удвоились в сегменте неформального образования, инвестиции в корпоративный сегмент также сильно выросли. Азия превзошла США во много раз в 2018 году. Четыре крупные инвестиционные сделки в этом регионе в сумме оказались больше, чем объем всего рынка EdTech в США [31]. Китай по темпам роста рынка и по привлеченным инвестициям опередил США, и дальнейшее развитие рынка EdTech ожидается в том же русле. Причинами для этого служат несколько особенностей страны. Во-первых, численность населения и уверенный рост среднего класса — главного источника спроса на платные образовательные услуги, по некоторым оценкам такие семьи тратят около 23 % дохода на образование детей. Во-вторых, Китай — один из крупнейших рынков образования в принципе, тоже из-за большого количества людей в возрастной группе от детского сада до студенчества. В-третьих, неравномерный доступ к качественному образованию в разных городах стимулирует спрос на современные способы удаленного использования образовательных ресурсов [32].

4. Выводы

Из проведенного исследования можно сделать ряд выводов:

- С начала 1990-х годов российское образование делало уверенные шаги в сторону цифровизации: в образовательные стандарты внедрялось использование технологий, школы оснащались компьютерами, постепенно росла цифровая грамотность педагогов.
- Тренд на цифровизацию наступил еще задолго до вынужденного использования образовательных технологий в период пандемии 2020 года, что выразилось в растущем и развивающемся рынке EdTech как в России, так и за рубежом.
- Рынок и индустрия EdTech в России весьма конкурентоспособны, однако не достигают западных масштабов. Инвестиционная привлекательность и рост количества стартапов в этой сфере с 2016 года отражают высокий спрос со стороны обучающихся, учителей и образовательных организаций на современные образовательные технологии.
- По всем предпосылкам российский рынок EdTech, наиболее сильно развитый в сегмен-

* B2C (англ. Business-to-Consumer) — сегмент «бизнес для потребителя».

** B2G (англ. Business-to-Government) — сегмент «бизнес для государства».

*** K-12 — сегмент образования от детского сада до 12 класса школы; обозначение, принятое в США.

тах школьного, языкового и дополнительного профессионального образования, при этом занимающий менее 2 % мирового рынка, будет уверенно расти в ближайшие годы, тем самым предлагая системе образования более технологичные и качественные решения в области цифровизации образования.

- По сравнению с другими странами в России особенно сильно развивались сегменты дополнительного и школьного образования, чего нельзя сказать о корпоративном образовании, которое занимает лидирующие позиции по инвестициям во многих западных странах. Наиболее похожий вектор развития EdTech индустрии России можно увидеть у скандинавских стран, где также активно развивались образовательные технологии в сегменте школьного обучения.

Список источников / References

1. Сапрыкина Д. И., Волохович А. А. Проблемы перехода на дистанционное обучение в Российской Федерации глазами учителей. М.: НИУ ВШЭ; 2020. 32 с. Режим доступа: <https://ioe.hse.ru/mirror/pubs/share/368265542.pdf>

Saprykina D. I., Volokhovich A. A. Problems of transition to distance learning in the Russian Federation through the eyes of teachers. Moscow, HSE; 2020. 32 p. Available at: <https://ioe.hse.ru/mirror/pubs/share/368265542.pdf>

2. Заир-Бек С. И., Мерцалова Т. А., Анчиков К. М. Готовность российских школ и семей к обучению в условиях карантина: оценка базовых показателей. М.: НИУ ВШЭ; 2020. 2020. 32 с. Режим доступа: [https://ioe.hse.ru/data/2020/04/17/1557061019/ФО%20\(27\)%20электронный.pdf](https://ioe.hse.ru/data/2020/04/17/1557061019/ФО%20(27)%20электронный.pdf)

Zair-Bek S. I., Mertsalova T. A., Anchikov K. M. Readiness of Russian schools and families to study under quarantine: An assessment of baseline indicators. Moscow, HSE; 2020. 32 p. Available at: [https://ioe.hse.ru/data/2020/04/17/1557061019/ФО%20\(27\)%20электронный.pdf](https://ioe.hse.ru/data/2020/04/17/1557061019/ФО%20(27)%20электронный.pdf)

3. Уваров А. Ю., Гейбл Э., Дворецкая И. В., Заславский И. М., Карлов И. А., Мерцалова Т. А., Сергоманов П. А., Фрумин И. Д. Трудности и перспективы цифровой трансформации образования. М.: Изд. дом Высшей школы экономики; 2019. 343 с. Режим доступа: https://ioe.hse.ru/data/2019/07/01/1492988034/Cifra_text.pdf

Uvarov A. Yu., Gaible E., Dvoretzkaya I. V., Zaslavsky I. M., Karlov I. A., Mertsalova T. A., Sergomanov P. A., Frumin I. D. Difficulties and prospects of digital transformation of education. Moscow, Ed. House of the Higher School of Economics; 2019. 343 p. Available at: https://ioe.hse.ru/data/2019/07/01/1492988034/Cifra_text.pdf

4. eLearning Stakeholders and Researchers Summit 2018. Материалы международной конференции (г. Москва, 5–6 декабря 2018 года): отв. ред. Е. Ю. Кулик. М.: Изд. дом Высшей школы экономики; 2018. 212 с. Режим доступа: <https://estars.hse.ru/mirror/pubs/share/229213957>

eLearning Stakeholders and Researchers Summit 2018: Proc. Int. Conf. Moscow, Ed. House of the Higher School of Economics; 2018. 212 p. Available at: <https://estars.hse.ru/mirror/pubs/share/229213957>

5. Федеральный закон от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_docs_LAW_140174/

Federal Law No. 273-FZ “On Education in the Russian Federation” dated December 29, 2012. Available at: http://www.consultant.ru/document/cons_docs_LAW_140174/

6. Постановление Правительства Российской Федерации от 4 октября 2000 года № 761 «О национальной доктрине образования Российской Федерации. Режим доступа: http://pravo.gov.ru/proxy/ips/?docbody=&link_id=2&nd=102067725

Resolution of the Government of the Russian Federation No. 751 “On the national doctrine of education in the Russian Federation” dated October 4, 2000. Available at: http://pravo.gov.ru/proxy/ips/?docbody=&link_id=2&nd=102067725

7. Dvoretzkaya I. V. On the formation of a common vision of the use of information and communication technologies in the classroom. *Russian Education & Society*. 2019;61(2-3):101–107. DOI: 10.1080/10609393.2019.1738799

8. Карлов И. А., Ковалев В. О., Кожевников Н. А., Патаракин Е. Д., Фрумин И. Д., Швиндт А. Н., Шоноу Д. О. Экспресс-анализ цифровых образовательных ресурсов и сервисов для организации учебного процесса школ в дистанционной форме. М.: НИУ ВШЭ; 2020. 56 с. Режим доступа: [https://ioe.hse.ru/data/2020/03/23/1566597445/CAO%20\(34\)_ЭЛЕКТРОННЫЙ.pdf](https://ioe.hse.ru/data/2020/03/23/1566597445/CAO%20(34)_ЭЛЕКТРОННЫЙ.pdf)

Karlov I. A., Kovalev V. O., Kozhevnikov N. A., Patarakin E. D., Frumin I. D., Shvindt A. N., Shonov D. O. Express analysis of digital educational resources and services for organizing the educational process of schools in a distance form. Moscow, HSE; 2020. 56 p. Available at: [https://ioe.hse.ru/data/2020/03/23/1566597445/CAO%20\(34\)_ЭЛЕКТРОННЫЙ.pdf](https://ioe.hse.ru/data/2020/03/23/1566597445/CAO%20(34)_ЭЛЕКТРОННЫЙ.pdf)

9. Карлов И. А., Ковалев В. О., Кожевников Н. А., Патаракин Е. Д., Фрумин И. Д., Швиндт А. Н., Шоноу Д. О. Анализ цифровых образовательных ресурсов и сервисов для организации учебного процесса школ. М.: НИУ ВШЭ; 2020. 72 с. Режим доступа: <https://ioe.hse.ru/pubs/share/direct/408116272.pdf>

Karlov I. A., Kovalev V. O., Kozhevnikov N. A., Patarakin E. D., Frumin I. D., Shvindt A. N., Shonov D. O. Analysis of digital educational resources and services for organizing the educational process of schools. Moscow, HSE; 2020. 72 p. Available at: <https://ioe.hse.ru/pubs/share/direct/408116272.pdf>

10. Дворецкая И. В., Уваров А. Ю. Оценка использования в школе инновационной учебной работы, поддержанной цифровыми технологиями, на основе количественных данных. *Отечественная и зарубежная педагогика*. Режим доступа: 2020;1(2):29–45. http://ozp.instrao.ru/images/2020/OZP_2.1.66.2020.pdf

Dvoretzkaya I. V., Uvarov A. Yu. Assessment of the use of innovative training activities supported by digital technologies in the school based on quantitative data. *Domestic and foreign pedagogy*. 2020;1(2):29–45. Available at: http://ozp.instrao.ru/images/2020/OZP_2.1.66.2020.pdf

11. Попова О. И. Трансформация высшего образования в условиях цифровой экономики. *Вопросы управления*. 2018;(5):158–160. Режим доступа: <http://editorial.journal-management.com/file/A99BFE0F-A592-4144-92A7-3B62D687F665>

Popova O. I. Transformation of higher education in the conditions of the digital economy. *Management Issues*. 2018;(5):158–160. Available at: <http://editorial.journal-management.com/file/A99BFE0F-A592-4144-92A7-3B62D687F665>

12. Днепровская Н. В. Оценка готовности российского высшего образования к цифровой экономике. *Статистика и Экономика*. 2018;15(4):16–28. DOI: 10.21686/2500-3925-2018-4-16-28

Dneprovskaya N. V. Assessment of the readiness of the Russian higher education for the digital economy. *Statistics and Economics*. 2018;15(4):16–28. DOI: 10.21686/2500-3925-2018-4-16-28

13. Бондаренко Н. В. Непрерывное образование взрослого населения в России: вовлеченность, источники финан-

сирования и основные эффекты от участия. Информационный бюллетень. М.: НИУ ВШЭ; 2018. 32 с. Режим доступа: [https://memo.hse.ru/data/2018/12/07/1144036348/2018_inbul_132\(12\).pdf](https://memo.hse.ru/data/2018/12/07/1144036348/2018_inbul_132(12).pdf)

Bondarenko N. V. Continuing education of the adult population in Russia: involvement, funding sources and the main effects of participation. Newsletter. Moscow, HSE; 2018. 32 p. Available at: [https://memo.hse.ru/data/2018/12/07/1144036348/2018_inbul_132\(12\).pdf](https://memo.hse.ru/data/2018/12/07/1144036348/2018_inbul_132(12).pdf)

14. Краснова Г. А., Можжаева Г. В. Электронное образование в эпоху цифровой трансформации. Томск: Изд. дом Томского государственного университета; 2019. 200 с. Режим доступа: https://ido.tsu.ru/science/pub/2019/Krasnova_Mozhaeva_Monografija.pdf

Krasnova G. A., Mozhaeva G. V. E-education in the era of digital transformation Tomsk, Ed. house of Tomsk State University; 2019. 200 p. Available at: https://ido.tsu.ru/science/pub/2019/Krasnova_Mozhaeva_Monografija.pdf

15. Паспорт приоритетного проекта «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации». Режим доступа: <http://static.government.ru/media/files/8SiLmMBgjAN89vZbUUtmuF5lZYffTvOAG.pdf>

Passport of the priority project “Modern digital educational environment in the Russian Federation”. Available at: <http://static.government.ru/media/files/8SiLmMBgjAN89vZbUUtmuF5lZYffTvOAG.pdf>

16. Описание регламентов взаимодействия комплекса информационных сервисов, обеспечивающих при реализации виртуальной академической мобильности доступ образовательным организациям и обучающимся по принципу «одного окна» к онлайн-курсам и услугам, связанным с их использованием, при реализации основных образовательных программ профессионального образования. Режим доступа: http://neorusedu.ru/upload/docs/Opisanie_reglamentov_vzaimodeystviya_kompleksa_informatsionnyih_servisov.pdf

Description of the rules of interaction of a complex of information services that provide access to educational organizations and students on the principle of “one window” to online courses and services related to their use in the implementation of basic educational programs of vocational education during the implementation of virtual academic mobility. Available at: http://neorusedu.ru/upload/docs/Opisanie_reglamentov_vzaimodeystviya_kompleksa_informatsionnyih_servisov.pdf

17. Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования». Режим доступа: <https://docs.edu.gov.ru/document/3a928e13b4d292f8f71513a2c02086a3/download/1337/>

State Program of the Russian Federation “Development of education”. Available at: <https://docs.edu.gov.ru/document/3a928e13b4d292f8f71513a2c02086a3/download/1337/>

18. Исследование рынка онлайн-обучения 2020. Режим доступа: <https://research.edmarket.ru>

Researching the online learning market 2020. Available at: <https://research.edmarket.ru>

19. Аймалетдинов Т. А., Баймуратова Л. Р., Зайцева О. А., Имаева Г. Р., Спиридонова Л. В. Цифровая грамотность российских педагогов. Готовность к использованию цифровых технологий в учебном процессе. М.: Изд-во НАФИ; 2019. 88 с. Режим доступа: <http://infolymp.ru/resources/library/files/cgrp.pdf>

Aimaletdinov T. A., Baimuratova L. R., Zaitseva O. A., Imayeva G. R., Spiridonova L. V. Digital literacy of Russian teachers. Readiness to use digital technologies in the educational process. Moscow: NAFI Publishing House; 2019. 88 p. Available at: <http://infolymp.ru/resources/library/files/cgrp.pdf>

20. Гэйбл Э. Цифровая трансформация школьного образования. Международный опыт, тренды, глобальные рекомендации: пер. с англ.; под науч. ред. П. А. Сергомано-

ва. М.: НИУ ВШЭ; 2019. 108 с. Режим доступа: [https://ioe.hse.ru/data/2019/07/18/1482267351/CAO%20\(2\)23%20электронный.pdf](https://ioe.hse.ru/data/2019/07/18/1482267351/CAO%20(2)23%20электронный.pdf)

Gaible E. Digital transformation for school-age children education: International experience, trends, global recommendations. Moscow, HSE; 2019. 108 p. Available at: [https://ioe.hse.ru/data/2019/07/18/1482267351/CAO%20\(2\)23%20электронный.pdf](https://ioe.hse.ru/data/2019/07/18/1482267351/CAO%20(2)23%20электронный.pdf)

21. Исследование российского рынка онлайн-образования и образовательных технологий. 2017. Режим доступа: http://www.ewdn.com/files/russian_edtech_part1.pdf

Research of the Russian market of online education and educational technologies. 2017. Available at: http://www.ewdn.com/files/russian_edtech_part1.pdf

22. Крутов Д. Кризис придал ускорение: две модели для масштабирования EdTech-проектов. *РБК Pro*. 2020. Режим доступа: <https://pro.rbc.ru/news/5e4fbd489a7947d3d4eed2a6>

Krutov D. The crisis has accelerated: Two models for scaling EdTech projects. *RBC Pro*. 2020. Available at: <https://pro.rbc.ru/news/5e4fbd489a7947d3d4eed2a6>

23. Ларьяновский А. Кто в российском EdTech зарабатывает больше всего. *РБК Pro*. 2020. Режим доступа: <https://pro.rbc.ru/news/5df8aad49a7947793e2dfd7a>

Laryanovskiy A. Who in Russian EdTech earns the most. *RBC Pro*. 2020. Available at: <https://pro.rbc.ru/news/5df8aad49a7947793e2dfd7a>

24. Исследование рынка цифровых образовательных технологий в сегменте взрослой аудитории (EdTech в дополнительном профессиональном образовании (ДПО) и дополнительном образовании (ДО) взрослых). *Интерфакс Академия*. 2020. Режим доступа: <https://docs.google.com/document/d/1pQIsQoKc5ZAb3cgsbo8edTVcLt8vPzRW/edit#>

Research of the market of digital educational technologies in the segment of the adult audience (EdTech in additional professional education (APE) and additional education (AE) for adults). *Interfax Academy*. 2020. Available at: <https://docs.google.com/document/d/1pQIsQoKc5ZAb3cgsbo8edTVcLt8vPzRW/edit#>

25. Adkins S. S. The 2019 global learning technology investment patterns: Another record shattering year. 2020. Available at: <https://seriousplayconf.com/wp-content/uploads/2020/01/Metaari-2019-Global-Learning-Technology-Investment-Patterns.pdf>

26. Степанова Ю. Учение — сайт. Рынок онлайн-образования активно растет. *Коммерсантъ*. 2020;38. Режим доступа: <https://www.kommersant.ru/doc/4275439>

Stepanova Yu. Learning — site. The online education market is growing rapidly. *Kommersant*. 2020;38. Available at: <https://www.kommersant.ru/doc/4275439>

27. The European EdTech Funding Report 2020. *Brighteye Ventures*. 2020. Available at: <https://www.brighteyevc.com/post/european-edtech-funding-report-2020>

28. EdTech US Market Snapshot. *Australian Trade and Investment Commission*. 2018. Available at: <https://www.scribd.com/document/375282713/Edtech-US-market-snapshot-pdf>

29. State of Edtech: How money shapes tools and schools. 2016. Available at: <https://www.edsurge.com/research/reports/the-state-of-edtech-2016>

30. Trondsen E. Reflections on Nordic Edtech market segments. *Nordic Edtech Network*. 2017. Available at: <http://net.futurelearninglab.org/2017/02/22/reflections-on-nordic-edtech-market-segments/>

31. Wan T. US Edtech investments peak again with \$1.45 billion raised in 2018. *EdSurge*. 2019. Available at: <https://www.edsurge.com/news/2019-01-15-us-edtech-investments-peak-again-with-1-45-billion-raised-in-2018>

32. Мяжков М. Мировой рынок: инвестиции, лидеры и новые явления. *EdExpert*. 2019. Режим доступа: <https://edexpert.ru/investments-leaders-and-new-developments>

Myagkov M. World market: Investments, leaders and new phenomena. *EdExpert*. 2019. Available at: <https://edexpert.ru/investments-leaders-and-new-developments>

Информация об авторах

Обухов Алексей Сергеевич, канд. психол. наук, доцент, ведущий эксперт Центра общего и дополнительного образования им. А. А. Пинского, Институт образования, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7215-3901>; *e-mail*: aobuhov@hse.ru

Томилина Мария Владимировна, стажер-исследователь Научно-учебной лаборатории экономики изменения климата, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, Россия; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0003-1728-1614>; *e-mail*: tomilina.003@gmail.com

Information about the authors

Alexey S. Obukhov, Candidate of Sciences (Psychology), Docent, Leading Expert of A. A. Pinsky Center for General and Additional Education, Institute of Education, National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7215-3901>; *e-mail*: aobuhov@hse.ru

Maria V. Tomilina, Research Assistant at the Research Laboratory for the Economics of Climate Change, National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia; *ORCID*: <http://orcid.org/0000-0003-1728-1614>; *e-mail*: tomilina.003@gmail.com

Поступила в редакцию / Received: 11.03.2021.

Поступила после рецензирования / Revised: 02.06.2021.

Принята к печати / Accepted: 08.06.2021.

XVIII ВСЕРОССИЙСКИЙ КОНКУРС НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ И ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ ИНФО-2021

**Издательство «Образование и Информатика»
объявляет о проведении в 2021 году
конкурса по следующим номинациям:**

- 1. Цифровая трансформация образования: дошкольное и начальное общее образование.**
- 2. Цифровая трансформация образования: основное и среднее общее образование.**
- 3. Цифровая трансформация образования: высшее образование.**

Оргкомитет конкурса

Руководит конкурсом **Организационный комитет** (далее — Оргкомитет), состоящий из представителей Российской академии образования, ведущих методистов, членов редколлегий журналов «Информатика и образование» и «Информатика в школе», сотрудников объединенной редакции журналов.

Цели и задачи конкурса

1. Поддержка и распространение опыта педагогов и образовательных организаций по внедрению в образовательную практику современных методов и средств обучения и управления образованием.
2. Выявление и поддержка талантливых педагогов, методистов, руководителей образовательных организаций и органов управления образованием, заинтересованных в развитии инновационных образовательных технологий.
3. Включение педагогов, методистов, руководителей образовательных организаций и органов управления образованием в деятельность по разработке нового содержания образования, новых образовательных технологий, методик обучения и управления образованием.
4. Создание информационно-образовательного пространства на сайте издательства «Образование и Информатика», а также на страницах журналов «Информатика и образование» и «Информатика в школе» по обмену и распространению опыта внедрения инновационных образовательных технологий.
5. Повышение информационной культуры и информационно-коммуникационной компетентности всех участников образовательного процесса.

Условия участия в конкурсе

1. Участником конкурса может стать любой человек, связанный с работой в системе образования.
2. Возраст участников не ограничен.
3. Участником конкурса может быть индивидуальный заявитель или группа авторов.
4. Участниками конкурса могут быть как граждане России, так и граждане других стран, приславшие свои материалы на русском языке.
5. Участник конкурса может подать по одной заявке в каждой номинации.
6. Заявки на участие в конкурсе принимаются только через заполнение формы на сайте издательства «Образование и Информатика».
7. Форма участия в конкурсе — заочная.

Сроки и этапы проведения конкурса

1. **Работы на конкурс принимаются** с 20 октября по 20 декабря 2021 года включительно. Работы, присланные позже 20 декабря 2021 года, к участию в конкурсе допускаться не будут.
2. **Итоги конкурса** будут подведены до 1 февраля 2022 года и опубликованы на сайте издательства «Образование и Информатика», а также в журнале «Информатика в школе» № 1-2022.
3. **Лучшие работы** будут опубликованы в журналах «Информатика и образование» и «Информатика в школе».

Критерии оценки конкурсных работ

1. Оригинальность раскрытия темы, творческий потенциал, наличие самостоятельных идей, новизна и актуальность работы.
2. Использование инновационных педагогических технологий, разнообразие и целесообразность методических приемов.
3. Возможность масштабирования работы и проецирования на другие образовательные организации.
4. Системность и структурированность изложения материала.
5. Стилистически и орфографически грамотное изложение материала.
6. Наличие авторского дидактического обеспечения (мультимедийная презентация, видеоролик, интерактивный тест, сайт и т. д.).

Победители конкурса получают (бесплатно):

1. Диплом от издательства «Образование и Информатика».
2. Подписку в печатном и электронном видах на журналы «Информатика и образование» и «Информатика в школе» на 2022 год.

Поскольку в случае победы в конкурсе работа будет напечатана в одном из журналов — «Информатика и образование» или «Информатика в школе», **текст работы должен быть оформлен как журнальная статья в соответствующий журнал.**

Если автор предполагает публикацию работы в журнале «Информатика и образование», при оформлении работы следует руководствоваться требованиями к файлу рукописи, представляемой для публикации в журнале «Информатика и образование», и образцами статей из этого журнала.

Если автор предполагает публикацию работы в журнале «Информатика в школе», при оформлении работы следует руководствоваться требованиями к файлу рукописи, представляемой для публикации в журнале «Информатика в школе», и образцами статей из этого журнала.

Подробную информацию о конкурсе вы можете найти на сайте ИНФО:

<http://infojournal.ru/competition/info-2021/>

Контакты Оргкомитета:

Телефон: +7 (495) 140-1986

E-mail: readinfo@infojournal.ru

<http://www.infojournal.ru/>

ПОДПИСКА

Журнал «Информатика и образование»

Индекс подписки
на 1-е полугодие 2022 года
(«АРЗИ» — Агентство по распространению зарубежных изданий)
70423

Периодичность выхода: 3 номера в полугодие (февраль, апрель, июнь)
Объем — не менее 88 полос

Редакционная стоимость — 900 руб.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Уважаемые коллеги!

Статьи для публикации в журналах «Информатика и образование» и «Информатика в школе» должны отправляться в редакцию **только через электронную форму на сайте ИНФО (раздел «Авторам → Отправка статьи»):**

<http://infojournal.ru/authors/send-article/>

Обращаем ваше внимание, что для отправки статьи необходимо предварительно зарегистрироваться на сайте ИНФО (или авторизоваться — для зарегистрированных пользователей).

С требованиями к оформлению представляемых для публикации материалов можно ознакомиться на сайте ИНФО в разделе «Авторам»:

<http://infojournal.ru/authors/>

Обратите внимание: требования к оформлению файла рукописи — **разные** для журналов «Информатика и образование» и «Информатика в школе». При подготовке файла рукописи ориентируйтесь на требования для того журнала, в который вы представляете статью. Если вы представляете рукопись в оба журнала (для публикации в одном из изданий — на усмотрение редакции), при ее оформлении следует руководствоваться требованиями к оформлению рукописи в журнал «Информатика и образование».

Дополнительную информацию можно получить в разделе «Авторам → Часто задаваемые вопросы»:

<http://infojournal.ru/authors/faq/>

а также в редакции ИНФО:

E-mail: readinfo@infojournal.ru

Телефон: (495) 140-19-86

ХVIII ВСЕРОССИЙСКИЙ КОНКУРС НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ И ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ ИНФО-2021

НОМИНАЦИИ КОНКУРСА

1. Цифровая трансформация образования: дошкольное и начальное общее образование.
2. Цифровая трансформация образования: основное и среднее общее образование.
3. Цифровая трансформация образования: высшее образование.

СРОКИ И ЭТАПЫ ПРОВЕДЕНИЯ КОНКУРСА

1. Работы на конкурс принимаются с 20 октября по 20 декабря 2021 года включительно.
2. Итоги конкурса будут подведены до 1 февраля 2022 года и опубликованы на сайте издательства «Образование и Информатика».
3. Лучшие работы будут опубликованы в журналах «Информатика и образование» и «Информатика в школе» в 2022 году.

Заявки на участие в конкурсе принимаются только через заполнение формы на сайте издательства «Образование и Информатика».

К участию в конкурсе могут быть представлены работы как от одного автора, так и от группы авторов. Представленные на конкурс материалы должны быть оригинальными — не опубликованными ранее в печатных или электронных изданиях, в том числе в сети Интернет.

ПОДРОБНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

<http://infojournal.ru/competition/info-2021/>

1-2

ФЕВРАЛЯ
2022 ГОДА

XXII МЕЖДУНАРОДНАЯ
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ:

- Перспективы развития технологий 1С для цифровой трансформации предприятий и обновления системы образования.
- Методические, организационные и технологические средства поддержки педагогической деятельности в условиях офлайн- и онлайн-обучения с использованием технологий 1С.
- Технологическое и методическое обеспечение подготовки специалистов, обладающих компетенциями, необходимыми для работы в условиях цифровой экономики на основе платформы «1С:Предприятие 8.3» и ее прикладных решений.
- Участие индустрии 1С в системе профессионального образования, развитие форм сотрудничества образовательных организаций и работодателей.

МЕРОПРИЯТИЯ В РАМКАХ КОНФЕРЕНЦИИ:

- Пленарные и секционные заседания
- Мастер-классы по использованию программных продуктов фирмы «1С»
- Вернисаж программных и методических разработок

В 2021 году в конференции приняли участие более 7300 человек. Подробнее о тематиках конференции и условиях участия см. сайт educonf.1c.ru

Участие бесплатное для всех сотрудников образовательных организаций и органов управления образованием.

Обязательная предварительная регистрация открыта до 1 февраля 2022 года на сайте educonf.1c.ru

ФИРМА «1С»

Оргкомитет конференции:

Тел./факс: +7 (495) 688-90-02

Email: npk@1c.ru. Web: educonf.1c.ru

