

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

ИЗДАНИЕ ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ»

Журнал издается с января 1958 г.

ТОМ 51

ИЮЛЬ 2008

№ 7

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

- Потапов А. С.** Выбор представлений изображений на основе минимизации репрезентационной длины их описания..... 3
- Бурсиан Е. Ю.** Алгоритм распознавания чертежных рукописных символов 8
- Осипов С. Л.** Разработка САПР, реализующих плохо формализуемые подходы 12

ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Акунов Т. А., Сударчиков С. А., Ушаков А. В.** Анализ алгоритмических проблем при исследовании чувствительности дискретных систем 17
- Левский М. В.** Об одной задаче пространственного разворота космического аппарата 22

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- Ожиганов А. А., Чжипэн Жуань.** Использование псевдослучайных последовательностей при построении кодовых шкал для преобразователей линейных перемещений 28
- Гончаренко В. А.** Анализ реактивности узла вычислительной сети в условиях интервальной неопределенности 34
- Новосельский В. Б.** Метод проектирования процесса распределения реляционной базы данных 39

ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

- Знатдинов С. И.** Оптимальная схема определения местоположения объектов 43
- Петрова Е. Н.** Моделирование параметров электрического поля при исследовании волос методом газоразрядной визуализации 46

ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

- Сальников А. В.** Компьютерная система для автоматизации процесса структурного синтеза объектов 51
- Татмышевский К. В.** Расчет выходных оптических сигналов механолюминесцентных чувствительных элементов 55
- Скалецкая И. Е., Прокопенко В. Т.** Новые инвариантные величины в эллипсометрическом методе исследований 60

ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

- Сулин А. Б., Богомоллов И. Н.** Компрессионно-термоэлектрические термостаты лабораторного назначения 65
- Синицын А. А.** Исследование вибрационных характеристик работы котельных агрегатов 68

- РЕФЕРАТЫ 72

CONTENTS

INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

- Potapov A. S.** Maps Performances Selection on the Basis of Minimization of Representative Length of Their Description 3
- Bursian E. Yu.** Algorithm of Recognition of Drawing Hand-Written Characters 8
- Osipov S. L.** Development of a CAD Implementing the Poorly Formalizable Approaches..... 12

DEVICES AND SYSTEMS OF AUTOMATIC CONTROL

- Akunov T. A., Sudarchikov S. A., Ushakov A. V.** Analysis of Algorithmic Problems at Research of Sensitivity of Lumped Parameter Systems 17
- Levskii M. V.** About One Task of Spatial Turn of a Space Vehicle 22

COMPUTING TECHNIQUE

- Ozhiganov A. A., Chzhipen Zhuan.** Usage of Pseudo-Random Sequence at Construction of Code Scales for Converters of Linear Moving 28
- Goncharenko V. A.** Analysis of a Reactivity of the Computer Network Node in Conditions of Interval Uncertainty 34
- Novoselsky V. B.** Design Method of Distribution Process of the Relational Database..... 39

ELECTRONIC AND ELECTROMAGNETIC DEVICES

- Ziatdinov S. I.** Optimum Scheme of a Position-Fix of Objects 43
- Petrova E. N.** Parameters Simulation of Electrical Field at Research of Hair by a Method of Gas-Discharge Visualization..... 46

OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS

- Salnikov A. V.** Computer System for Automation of Process of Structural Synthesis of Lenses 51
- Tatmyshevsky K. V.** Calculation of Output Optical Signals from Mechano-Luminescent Sensors Devices 55
- Skaletskaya I. E., Prokopenko V. T.** New Invariant Values in the Ellipsometrical Method of Researches..... 60

HEAT REGIMES AND RELIABILITY OF INSTRUMENTS AND SYSTEMS

- Sulin A. B., Bogomolov I. N.** Thermoelectric Thermostats of Laboratory Assignment 65
- Sinitsyn A. A.** Research of the Vibrational Characteristics of Activity of Boiler Aggregates 68

- ABSTRACTS 72

Editor-in-Chief L. F. Porfiriev

А. С. ПОТАПОВ

*Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики*

ВЫБОР ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ МИНИМИЗАЦИИ РЕПРЕЗЕНТАЦИОННОЙ ДЛИНЫ ИХ ОПИСАНИЯ

Для принципа выбора модели данных путем минимизации длины их описания, использующегося в целях определения критерия качества моделей, предложено уточнение — принцип репрезентационной минимальной длины описания для построения методов интерпретации изображений и исследования их представлений.

Введение. Одна из основных задач компьютерного зрения заключается в создании теоретически обоснованного подхода к синтезу методов обработки и распознавания изображений для решения возникающих в данной области задач [1], как правило, плохо формализуемых. Для исследования задач анализа изображений и распознавания образов необходимо привести их к единой формулировке.

Методы анализа изображений и распознавания образов характеризуются используемым представлением изображений и критерием, в соответствии с которым осуществляется выбор их моделей. Это характерно и для общей задачи индуктивного вывода.

Наиболее широко задачу индуктивного вывода можно определить как проблему выбора такой модели из некоторого множества, которая наилучшим образом описывает исходные данные [2], что формально выражается следующим образом. Пусть задан элемент d некоторого множества Δ , где d трактуется как набор исходных данных, и задано множество \mathbb{H} , которое трактуется как множество моделей (или гипотез о содержании данных d). Пусть задана также функция $r: \Delta \times \mathbb{H} \rightarrow R$, называемая критерием качества модели. Требуется найти $h^* \in \mathbb{H}$, такое что $r(d, h^*)$ максимально, т.е. $h^* = \arg \max_{h \in \mathbb{H}} r(d, h)$.

Любой алгоритм анализа изображений или распознавания образов можно трактовать как алгоритм, осуществляющий индуктивный вывод (при этом выбор модели изображения будем называть его интерпретацией). Однако основной вопрос заключается в том, каким образом выбирается само пространство \mathbb{H} и критерий качества $r(d, h)$.

Одним из наиболее широко распространенных подходов к заданию критерия качества является байесовский подход [3]. При его реализации выявляется проблема определения априорных вероятностей [4], связанная с произвольностью их задания. Эта проблема решается с привлечением принципа выбора модели данных путем минимизации длины их описания (далее — принцип

МДО) [5], который активно используется в последние годы [6]. При этом считается, что принцип МДО предпочтителен по сравнению с правилом Байеса. Однако реализация данного принципа не решает вторую проблему синтеза методов анализа изображений — проблему выбора представления изображений. Вследствие этого в известных методах анализа используются эвристически введенные схемы кодирования изображений, служащие для оценки длин их описания.

В настоящей статье обсуждаются причины, по которым применение принципа МДО к задачам анализа изображений ограничено, и предлагается принцип репрезентационной МДО, позволяющий решить две проблемы: выбор представления и задание адекватного критерия. В результате возможно строго сформулировать проблему выбора представления изображений и ввести корректный критерий качества представлений.

Принцип МДО. Формально принцип МДО вводится следующим образом. Пусть U — универсальная машина Тьюринга (УМТ). Алгоритмическая сложность строки β определяется как $K_U(\beta) = \min_{\alpha} [l(\alpha) | U(\alpha) = \beta]$, где $l(\alpha)$ — длина программы α . Индекс U далее опустим для упрощения записи формул. Программа УМТ играет роль модели источника данных β .

Строку α удобно представить конкатенацией двух строк: $\alpha = \mu\delta$, где μ интерпретируется как программа (модель или регулярная составляющая), а δ — как данные к этой программе (случайная составляющая). Тогда

$$K(\beta) = \min_{\mu\delta} [l(\mu) + l(\delta) | U(\mu\delta) = \beta] = \min_{\mu} \left\{ l(\mu) + \min_{\delta} [l(\delta) | U(\mu\delta) = \beta] \right\} = \min_{\mu} [l(\mu) + K(\beta|\mu)], \quad (1)$$

где $K(\beta|\mu)$ — условная алгоритмическая сложность строки β при данном значении μ , $l(\mu)$ — длина описания модели μ .

Выбор модели в рамках данного подхода осуществляется путем обращения задачи оптимального кодирования [7]: в шенноновской теории на основе модели источника сообщений выводились оптимальные коды, здесь же наилучшая модель определяется как модель, обеспечивающая оптимальное кодирование:

$$\mu^* = \arg \min_{\mu} [K(\beta|\mu) + l(\mu)]. \quad (2)$$

Отсюда следует принцип МДО [5]: наилучшей является модель, которая позволяет минимизировать сумму длины описания модели $l(\mu)$ и длины описания данных в рамках модели $K(\beta|\mu)$.

Выбор модели на основе принципа МДО соответствует задаче индуктивного вывода, в которой используются следующие обозначения: $d = \beta$, $h = \mu$, $r(d, h) = -(K(\beta|\mu) + l(\mu))$, пространство моделей \mathbb{H} — множество программ УМТ.

Принцип репрезентационной МДО. Если некоторый метод анализа изображений применяется независимым образом к каждому изображению, выбор УМТ может существенно повлиять на результат выбора модели, причем обоснование использования конкретной УМТ отсутствует. Иными словами, критерий (2) не обеспечивает возможности выбора действительно лучшей модели. Обоснуем это утверждение, для чего рассмотрим два случая: совместное описание набора изображений и их независимое описание (именно этот случай характерен для условий функционирования оптико-электронных приборов).

Пусть заданы две УМТ: U и V , а также строка v , такая что $\forall \alpha U(v\alpha) = V(\alpha)$. Известно, что строка v существует для любых U и V . Обозначим ее длину $l(v) = C$. Рассмотрим случай совместного описания n изображений: f_1, \dots, f_n . При $\mu^* = \arg \min_{\mu} (l(\mu) | f_1 \dots f_n = V(\mu))$ получим

$K_U(f_1 \dots f_n) \leq l(v\mu^*) = K_V(f_1 \dots f_n) + C$, где $f_1 \dots f_n$ — конкатенция n изображений. Аналогично

можно установить, что $K_V(f_1 \dots f_n) \leq K_U(f_1 \dots f_n) + C'$, т.е. алгоритмическая сложность n изображений при использовании УМТ U и V отличается не больше, чем на константу, не зависящую ни от содержания изображений, ни от их числа.

Как правило, алгоритмическая сложность возрастает с увеличением длины строки, поэтому при увеличении n относительное различие между $K_U(f_1 \dots f_n)$ и $K_V(f_1 \dots f_n)$ будет стремиться к нулю и им можно пренебречь. Выбор конкретной УМТ мало влияет на значение критерия качества при совместной интерпретации большого числа изображений. При этом подразумевается, что вся имеющаяся информация подается на вход системы индуктивного вывода, а априорная информация, как таковая, отсутствует [8]. Именно в этих условиях критерий (2) корректен.

Однако ситуация меняется, если описание изображений осуществляется независимо.

Тогда $\sum_{i=1}^n K_U(f_i) \leq \sum_{i=1}^n K_V(f_i) + nC$. Разница между суммарными длинами описания для двух различных УМТ будет возрастать с увеличением числа изображений. Таким образом, аргумент, используемый для обоснования предположения об индифферентности выбора УМТ, оказывается ложным.

Отсюда становится понятно, почему при практическом применении принципа МДО в задачах анализа изображений вместо универсального пространства моделей, задаваемого некоторой УМТ, используются эвристические схемы кодирования: выбор той или иной схемы кодирования действительно существенным образом влияет на критерий качества модели, а значит, и на эффективность соответствующего метода анализа.

Поскольку формальное выражение (2) принципа МДО оказывается неприемлемым в реальных условиях, а эвристическое задание схем кодирования плохо обосновано с теоретической точки зрения, требуется расширить содержание принципа МДО, объединив в нем теоретический и практический аспекты. При этом ключевым фактором является описание изображений независимым образом. Поскольку изображения содержат некоторую взаимную информацию, она повторяется в каждом независимом описании. Именно эта общая информация и фиксируется в эвристических схемах кодирования, хотя осуществляется эта операция зачастую неявным образом. Для ее формализации введем следующее определение.

О п р е д е л е н и е. Программу S для УМТ U будем называть *представлением* для множества изображений $F = \{f_1, \dots, f_n\}$, если $\forall f \in F, \exists \mu, \delta \in \{0, 1\}^* U(S\mu\delta) = f$, где $\{0, 1\}^*$ — множество битовых строк произвольной длины. Строку $\mu\delta$ будем называть *описанием* изображения f в рамках представления S .

Вернемся к задаче независимого описания n изображений f_1, \dots, f_n . Предполагая, что для всех n изображений используется одно представление S , и руководствуясь принципом МДО, можно получить для них следующее выражение, характеризующее минимальную длину описания:

$$\mathcal{L} = \min_{S, \{\mu_i, \delta_i\}_{i=1}^n} \left(l(S) + \sum_{i=1}^n l(\mu_i \delta_i) \mid \forall i U(S\mu_i \delta_i) = f_i \right). \quad (3)$$

Отсюда получаем выражение для оптимальных элементов общего описания:

$$\left(S^*, \{\mu_i^* \delta_i^*\}_{i=1}^n \right) = \arg \min_{S, \{\mu_i, \delta_i\}_{i=1}^n} \left(l(S) + \sum_{i=1}^n l(\mu_i \delta_i) \mid \forall i U(S\mu_i \delta_i) = f_i \right). \quad (4)$$

Выражение (3) преобразуется к виду

$$\mathcal{L} = \min_S \left(l(S) + \sum_{i=1}^n \min_{\mu_i, \delta_i} (l(\mu_i \delta_i) | U(S \mu_i \delta_i) = f_i) \right) = \min_S \left(l(S) + \sum_{i=1}^n K(f_i | S) \right).$$

Условную алгоритмическую сложность изображения f при данном представлении S — $K(f | S)$ — обозначим через $K_S(f)$ и будем называть минимальной длиной описания изображения f в рамках представления S . Отсюда следует, что задача оптимизации (4) разбивается на две части: поиск наилучшего описания изображения в рамках заданного представления и поиск наилучшего представления для заданного набора изображений. Это позволяет ввести следующий принцип *репрезентационной МДО (РМДО)* как уточнение принципа МДО для задачи анализа изображений.

1) Наилучшей моделью μ изображения f в рамках представления S является модель, для которой достигается минимум суммы длины описания модели $l(\mu)$ и длины описания изображения в рамках модели $K_S(f | \mu)$.

Критерий качества и лучшая модель при этом определяются выражениями

$$L_S(f, \mu) = K_S(f | \mu) + l(\mu), \quad \mu^* = \arg \min_{\mu} L_S(f, \mu).$$

2) Лучшим представлением S для данной выборки изображений $F = \{f_1, \dots, f_n\}$ является представление, для которого минимизируется сумма длины представления $l(S)$ и суммы длин описаний изображений в рамках представления $\sum_{i=1}^n K(f_i | S)$.

Критерий качества и лучшее представление определяются как

$$L(F, S) = l(S) + \sum_{i=1}^n K(f_i | S), \quad (5)$$

$$S^* = \arg \min_S L(F, S).$$

Утверждение 1. Для любых УМТ U, V и для любого представления S для УМТ U существует представление T для УМТ V , такое что $\forall f \quad K_V(f | T) = K_U(f | S)$.

Доказательство. Пусть имеется строка u , такая что $\forall \alpha \quad V(u\alpha) = U(\alpha)$. Построим новое представление $T = uS$. Очевидно, что $\forall \alpha \quad V(T\alpha) = V(uS\alpha) = U(S\alpha)$, откуда

$$K_V(f | T) = \min_{\alpha} [l(\alpha) | V(T\alpha) = f] = \min_{\alpha} [l(\alpha) | U(S\alpha) = f] = K_U(f | S). \quad \blacksquare$$

Следовательно, принцип РМДО, в отличие от принципа МДО, позволяет конструировать такой критерий выбора описания изображений при разработке методов их интерпретации, который действительно не зависит от выбора УМТ. Построение описания зависит не от выбранного формализма УМТ, а от представления S изображений. Это позволяет абстрагироваться от того, в рамках какой комбинаторной системы функционирует данное представление, коль скоро в рамках любой другой комбинаторной системы можно найти эквивалентное представление.

Утверждение 2. Если S — оптимальное представление для выборки изображений F , минимизирующее критерий (5), то верно неравенство $\overline{K_S(f)} \leq \overline{K(f)}$, где $\overline{K_S(f)} = \frac{1}{\|F\|} \sum_{f \in F} K_S(f)$ и

$$\overline{K(f)} = \frac{1}{\|F\|} \sum_{f \in F} K(f) \quad \text{— средние значения.}$$

Доказательство. Рассмотрим пустое представление Λ , для которого $L(F, \Lambda) = l(\Lambda) + \sum_{f \in F} K(f|\Lambda) = \sum_{f \in F} K(f)$. Поскольку для S достигается минимум критерия (5), то $L(F, \Lambda) \geq L(F, S)$. Следовательно, $\sum_{f \in F} K(f) = L(F, \Lambda) \geq L(F, S) = l(S) + \sum_{f \in F} K_S(f) \geq \sum_{f \in F} K_S(f)$ и $\overline{K_S(f)} \leq \overline{K(f)}$. Неравенство является строгим при $l(S) > 0$. ■

Как видно из этого утверждения, принцип РМДО по сравнению с исходным принципом МДО позволяет не только избежать зависимости критерия качества от выбранного формализма, но и повысить в среднем эффективность алгоритмов интерпретации изображений при независимом их описании (уменьшить общую длину описания).

Проведенный анализ показывает, что принцип РМДО может использоваться для задания критерия выбора из множества представлений, которые ранее вводились эвристически, а также для теоретического исследования проблемы выбора представления (к примеру, для установления зависимости представления от предметной области, связей между представлениями, построенными для более узких и более широких предметных областей, и т.д.). Однако эти вопросы требуют отдельного рассмотрения. Примеры практического применения принципа РМДО к проблеме выбора представления изображений приведены в статье, запланированной к публикации в одном из последующих номеров журнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фурман Я. А., Кревецкий А. В., Передреев А. К. и др. Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов / Под ред. Я. А. Фурмана. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
2. Baxter R. A. Minimum message length inference: Theory and applications // PhD Thesis. Monash Univ. Clayton, Australia, 1996.
3. Koppurapu S. K., Desai U. B. Bayesian approach to image interpretation // The Springer Intern. Series in Engineering and Computer Science. 2001. Vol. 616.
4. Li M., Vitanyi P. Philosophical issues in Kolmogorov complexity // Proc. ICALP'92, Invited Lecture. 1992. P. 1—15.
5. Vitanyi P., Li M. Minimum description length induction, Bayesianism, and Kolmogorov complexity // IEEE Trans. on Information Theory. 2000. Vol. 46, N 2. P. 446—464.
6. Помапов А. С. Распознавание образов и машинное восприятие: общий подход на основе принципа минимальной длины описания. СПб.: Политехника, 2007.
7. Solomonoff R. The discovery of algorithmic probability // J. of Computer and System Sciences. 1997. Vol. 55, N 1. P. 73—88.
8. Solomonoff R. The universal distribution and machine learning // The Computer J. 2003. Vol. 46. P. 598—601.

Рекомендована кафедрой
компьютерной фотоники

Поступила в редакцию
26.02.08 г.

Е. Ю. БУРСИАН

Петербургский государственный университет путей сообщения

АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ ЧЕРТЕЖНЫХ РУКОПИСНЫХ СИМВОЛОВ

Рассматривается задача создания эффективного алгоритма распознавания рукописных символов технических документов. Описан один из перспективных алгоритмов и предложен метод его усовершенствования. Представлены результаты экспериментов.

Техническая документация нередко представляется большим количеством чертежей, выполненных вручную. Перевод данной документации на электронный носитель требует больших затрат труда оператора. Этот процесс может быть автоматизирован на этапе чтения и редактирования с использованием алгоритмов распознавания отдельных рукописных символов и элементов схем. Процедуры распознавания могут применяться также на этапе сканирования изображения в целях автоматического изменения параметров настройки прибора (сканера или цифрового фотоаппарата), соответствующих изображению более высокого качества. Таким образом, актуальность задачи создания эффективных алгоритмов распознавания рукописных символов и элементов чертежей не вызывает сомнения.

В классической теории распознавания образов основным является геометрический подход, при котором физические характеристики объекта преобразуются в вектор информативных признаков $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n)$, $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^n$, где n — число характеристик объекта. Предполагается, что каждый из объектов относится к одному из конечного числа классов ω_j , $j \in L$, где L — множество номеров класса. Векторы одного класса располагаются в \mathbf{R}^n внутри его собственной области. В простейшем случае собственные области классов не пересекаются. Задачей распознавания является отнесение вектора \mathbf{a} к одному из классов ω_j , при этом классификация осуществляется по критерию попадания вектора \mathbf{a} в область решения, аппроксимирующую собственную область данного класса. Распознавание в этом случае происходит с помощью решающей функции $f(\mathbf{a})$, относящей \mathbf{a} к одному из классов ω_j [1]. Известно, что основной проблемой при формализации и решении задач распознавания образов применительно к заданной предметной области становится формирование информативного набора признаков \mathbf{a} [1].

Одним из основных способов формирования информативного набора признаков символа является построение скелета плоской замкнутой области, соответствующей символу на изображении. Точка называется скелетной, если существует круг с центром в данной точке, целиком лежащий в области и касающийся ее границы, по крайней мере, в двух точках [2]. Множество всех скелетных точек называется скелетом. Скелет плоской замкнутой области есть конечное множество плоских кривых [2]. Скелетный граф области строится с помощью линейной аппроксимации всех кривых линий скелета. В каждой точке скелета определена толщина начертания символа, равная удвоенному расстоянию от точки скелета до границы области, которая представляет символ на изображении.

Рассмотрим алгоритм распознавания символа, состоящий из двух процедур. Первая процедура заключается в построении (создании) скелетного графа распознаваемого символа в целях преобразования его характеристик в вектор информативных признаков. В ходе выполнения второй процедуры осуществляется вычисление решающих функций $f(\mathbf{a})$, основанных на комплексных корреляционных функциях, для сравнения распознаваемых образцов с эталонами [3].

Для описания процедуры построения скелетного графа на растре введем следующие обозначения: произвольные точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$ будем считать соседними по 4-связному растру, если $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| = 1$ (рис. 1, а); точки $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$ назовем соседними по 8-связному растру, если $\max(|x_3 - x_4|, |y_3 - y_4|) = 1$ (рис. 1, б) [4—6]. Связной областью D в дискретном пространстве будем считать множество точек, связанных по 8-связному растру [4, 5]. Точка A называется граничной точкой области D , если она принадлежит этой области и имеет точки, соседние по 4-связному растру, не принадлежащие области D . Множество граничных точек будем называть границей области.

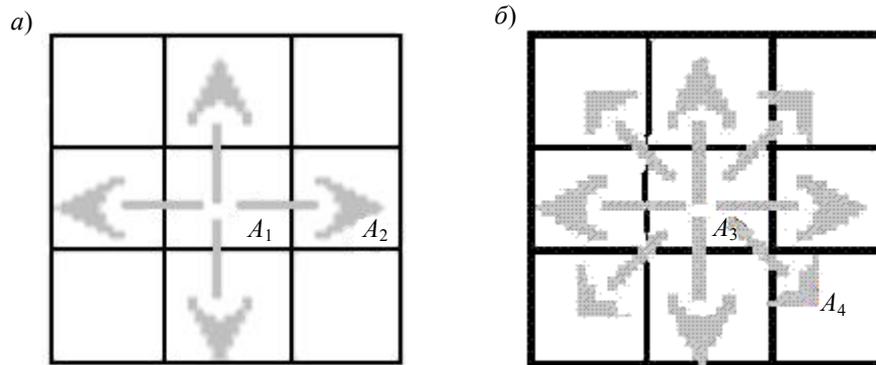


Рис. 1

Для построения скелетного графа широко применяется способ последовательного удаления граничных точек растрового изображения символа [4—6]. При реализации данного способа на каждом шаге алгоритма удаляются граничные точки области, за исключением точек, удаление которых нарушает связность каких-либо двух точек из восьми соседних по растру к удаляемой точке, также точка не удаляется, если она является концевой [4]. Выполнение алгоритма завершается, когда не остается точек, которые можно удалить. Данный способ имеет ограниченную область применения: толщина начертания символа не должна превышать нескольких пикселей.

Для построения скелетного графа применяется также волновой алгоритм [6]. Входными параметрами волнового алгоритма закрашки связной области являются координаты произвольной точки, цвет волны и схема закрашки окрестности. Произвольная точка связной области называется точкой генерации волны или начальной точкой ее распространения. Цвет волны соответствует произвольному цвету, задаваемому на растре, при условии, что ни одна точка 8-связной области не закрашена этим же цветом. Цвет волны обычно задается в формате RGB. Схема закрашки окрестности определяется множеством точек, которые считаются соседними по отношению к рассматриваемой точке. Точки растра, относящиеся к окрестности некоторой точки N , изображаются на чертежах, которые называются схемами распространения волны. На рис. 2 представлены три типа схем распространения волн. В соответствии со схемой 1 (рис. 2, а) при обработке (закрашке) окрестности закрашиваются точки, соседние по 4-связному растру с точкой N . При использовании схемы 2 (см. рис. 2, б), в отличие от схемы 1, закрашиваются точки, соседние по 8-связному растру с точкой N . Схема 3 (см. рис. 2, в) представляет собой комбинацию двух предыдущих схем. В данном случае при обработке окрестности закрашиваются все точки, отмеченные на рисунке серым цветом, если

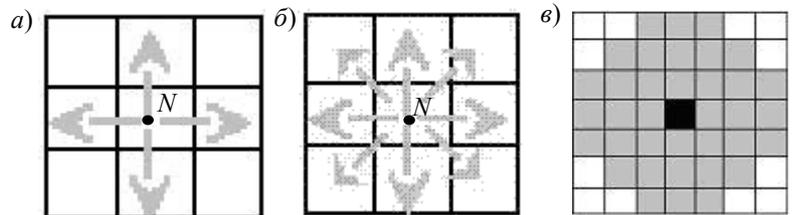


Рис. 2

центром окрестности является точка, отмеченная черным цветом, т.е. выполняются два шага по 4-связному растру и один шаг по 8-связному растру.

Работа волнового алгоритма заключается в выполнении последовательности шагов, на каждом из которых образуется новый волновой фронт. Волновым фронтом (или фронтом распространения волны) называется множество точек растра, которые закрашиваются на одном шаге алгоритма. На нулевом шаге в соответствии с цветом волны закрашивается начальная точка ее распространения, которая считается нулевым волновым фронтом. Шагом волнового алгоритма называется последовательность действий, в соответствии с которой выполняется закраска еще не закрашенных точек связной области, лежащих в определенных окрестностях точек, принадлежащих предыдущему волновому фронту. Окрестности при этом определяются в соответствии с заданной схемой.

Построение скелетного графа по волновому алгоритму осуществляется следующим образом [6]. В произвольной точке связной области генерируется волна. Далее волна распространяется по изображению, т.е. последовательно строятся волновые фронты, пока вся связная область не будет закрашена. При образовании каждого волнового фронта анализируется смещение центра масс его точек относительно предыдущего положения. В качестве вершин скелетного графа выбираются точки, в которых происходит изменение направления движения центров масс точек волновых фронтов при распространении волны по изображению символа. При этом вершины скелетного графа последовательно соединяются ребрами.

К недостаткам данного метода следует отнести зависимость координат вершин скелетного графа от незначительных изгибов границы области и от выбора начальной точки распространения волны. Область применения данного алгоритма ограничена распознаванием символов, скелет которых представляет собой ломаную линию, а толщина начертания символа является постоянной величиной.

В целях устранения перечисленных ограничений и недостатков в настоящей статье рассматривается модификация волнового алгоритма. Реализация предлагаемого подхода предполагает выполнение следующих шагов. При этом будем считать, что каждому распознаваемому на растре символу соответствует связная область.

Шаг 1. Применить алгоритм обхода границы связной области, при котором каждой граничной точке присвоить один или несколько номеров (не более 4) [5].

Шаг 2. В каждой точке границы произвести генерацию волны того цвета, который соответствует номеру граничной точки, полученному при обходе границы (соответственно цвету присваивается номер граничной точки). Последовательно построить изображения волновых фронтов в целях закрашки всей связной области.

Шаг 3. Сформировать множество вершин S , включающее в себя точки $A(x, y)$, удовлетворяющие следующим условиям: $\exists A_1(x_1, y_1) \ A, A_1$ — точки связной области, соседние по 4-связному растру, причем $(x_1 < x) \vee (x_1 = x \ \& \ y_1 < y)$, $d(A, A_1) \geq d_0$, где $d(A, A_1) = |N(A) - N(A_1)|$, $N(A)$, $N(A_1)$ — номера цветов точек $A(x, y)$ и $A_1(x_1, y_1)$ соответственно, полученные при обработке связной области на шаге 2 алгоритма, d_0 — заранее заданный параметр скелетизации (алгоритма), характеризующий минимальное расстояние на границе связной области между точками, от которых могут прийти волны в точки $A_1(x_1, y_1)$, $A(x, y)$, где $A(x, y) \in S$.

Шаг 4. Построить нагруженный граф, вершинами которого считать точки множества S , при этом вершины считать смежными, если им соответствуют связные по 8-связному растру точки.

Шаг 5. Каждую ветвь графа, построенного на шаге 4, аппроксимировать ломаной линией. Полученный граф считать скелетным графом символа.

Для проверки эффективности алгоритма был разработан соответствующий прототип программы и проведены экспериментальные исследования. На рис. 3, а представлены исход-

ные символы, а на рис. 3, б — точки множества S , полученные на шаге 3 рассмотренного алгоритма. По точкам множества S с применением алгоритмов аппроксимации построены скелетные графы символов (рис. 3, в).

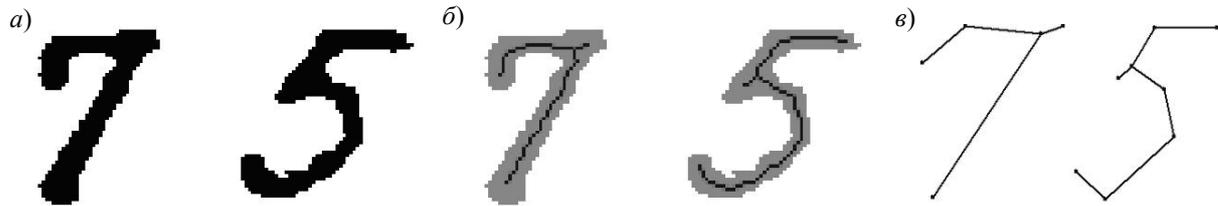


Рис. 3

Полученные скелетные графы сравнивались со скелетными графами эталонов, построенных при обработке обучающей выборки. Сравнение графов производилось путем вычисления выборочного коэффициента корреляции [7] между множествами угловых коэффициентов k_i и k'_i соответствующих ветвей скелетного графа распознаваемого символа и эталона. Символ считался распознанным, если выполнялось условие $|r| \geq 0,9$, где [7]

$$r = \frac{\sum_{i=1}^l (k_i - M_1)(\overline{k'_i - M'_1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^l (k_i - M_1)^2 (\overline{k'_i - M'_1})^2}}, \quad M_1 = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l k_i, \quad M'_1 = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l k'_i.$$

Проведенные теоретические и практические исследования подтвердили целесообразность применения волнового алгоритма для построения скелетного графа символа при условии распространения волн от каждой точки границы связной области, соответствующей символу. Применение данного алгоритма приводит к меньшим искажениям скелетного графа, чем при использовании алгоритмов последовательного удаления граничных точек [4, 6]. Область применения рассматриваемого алгоритма ограничена распознаванием символов, толщина начертания которых составляет менее нескольких десятков пикселей. Предложенный алгоритм позволяет повысить достоверность распознавания произвольных чертежных символов по сравнению с известными подходами и тем самым создать эффективные системы автоматического построения баз данных технической документации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов / Под ред. Ю. И. Журавлева. М: Мир, 1978. С. 50—52.
2. Местецкий Л., Рейер И. Непрерывное скелетное представление изображения с контролируемой точностью // Тр. Междунар. конф. „Графикон—2004“. М.: Изд-во МГУ, 2004.
3. Фурман Я. А., Кревецкий А. В. Комплекснозначные и кватернионные сигналы и подходы к их обработке // Изв. вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49, № 4. С. 7—18.
4. Котович Н. В., Славин О. А. Распознавание скелетных образов // Методы и средства работы с документами: Сб. трудов Института системного анализа РАН. М.: УРСС, 2000.
5. Шикин Е. В., Боресков А. В. Компьютерная графика. М.: Диалог-МИФИ, 1995.
6. Lam L., Suen C. Y. An evaluation of parallel thinning algorithms for character recognition // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1995. Vol. 17, N 9. P. 914—919.
7. Математическая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1982. Т. 3. С. 658.

Рекомендована кафедрой
математики и моделирования

Поступила в редакцию
19.01.07 г.

С. Л. ОСИПОВ

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

РАЗРАБОТКА САПР, РЕАЛИЗУЮЩИХ ПЛОХО ФОРМАЛИЗУЕМЫЕ ПОДХОДЫ

Предложена методика разработки программных продуктов САПР, автоматизирующих плохо формализуемые подходы. Методика позволяет последовательно выделить категории задач разработки и методы их решения.

Введение. Важным направлением при разработке систем автоматизированного проектирования (САПР) является автоматизация творческой деятельности проектировщика. В настоящее время использование этих систем позволяет решать множество задач на базе современных математических и других формальных подходов. Однако формальные подходы не охватывают всех средств поддержки, необходимых при проектировании. Поэтому многие задачи проектирования решает, основываясь на своих навыках и опыте, сам человек с помощью плохо формализуемых подходов. Зачастую такое решение нельзя однозначно описать стандартными математическими методами или средствами формальной логики.

Актуальность автоматизации плохо формализуемых подходов подтверждается тем, что формальный аппарат для решения этой задачи отсутствует. Человек в своей деятельности часто использует плохо формализуемые подходы интуитивно (т.е. не всегда подкрепляя логикой), находя если не идеальное, то хотя бы рациональное решение или путь к нему. При этом человек может оперировать не только количественными, но и качественными понятиями. Его решение может быть „красивым, гармоничным“ и поэтому верным, однако объективно оценить результаты этого решения сложно.

В настоящей статье предлагается методика разработки программных продуктов, автоматизирующих плохо формализуемые подходы. Методика позволяет выделить плохо формализуемые элементы из общей массы задач и достичь приемлемого качества их решения с использованием определенного количества ресурсов.

Автоматизация плохо формализуемых подходов традиционными способами может приводить к созданию САПР, сложных в использовании. Недостатками таких систем являются шаблонность решения, невозможность влиять на процесс расчета (малая интерактивность), потребность в большом количестве входной информации от пользователя и малая гибкость решения. Это делает использование таких САПР неудобным и заставляет пользователей решать задачи проектирования вручную. Трудности возникают не только на этапе эксплуатации систем, но уже на этапе разработки. Это связано как со сложностью реализации системы [1], так и с большими затратами на ее изменение в процессе разработки, что зачастую не позволяет уложиться в бюджет или, вообще, закончить проект [2]. С другой стороны, далеко не всегда возможно общую задачу разделить на подзадачи, решаемые формально, и связано это, как правило, не только с математической сложностью и большим количеством возможных декомпозиций [2], но и с формулировкой задачи. Часто даже цели разработки не являются достаточно формализованными. Это вызвано желанием создать инструмент, который позволит автоматизировать „более творческие“ процессы и будет более совершенным, чем существующие инструменты, автоматизирующие процессы формальные. Целью создания подобных инструментов САПР является повышение производительности труда проектировщиков. Стремление разработать систему, которая даст возможность частично выполнять творческую работу за человека, — это,

по сути, потребность рынка САПР. А вера в то, что компьютер наконец-таки сможет в какой-то степени решить эту задачу, повысив тем самым производительность труда человека, заставляет руководителей предприятий покупать все более новое программное обеспечение. Это ставит перед разработчиками САПР задачи, которые сложно поддаются формализации. Потребителю необходимы простота и удобство, сочетаемые с достижением желаемого результата, но это зачастую невозможно с использованием готовых формальных решений.

Постановка задачи автоматизации плохо формализуемого подхода. Допустим, подход для решения задачи T разработки программного продукта САПР трудноформализуем, или же сама постановка задачи плохо формализована, что не позволяет полностью разложить ее на известное конечное число тривиальных подзадач, решаемых машинными математическими методами или же другими формальными способами:

$$T = \bigcup_{i=1}^{\infty} T_i. \quad (1)$$

В такой постановке невозможно определить ни количество подзадач задачи T , ни количество ресурсов (например, ресурсов времени), требуемых для выполнения этих подзадач. Предлагаемая в статье методика позволяет решить эту проблему.

Декомпозиция задач по методу их решения. Любая задача T САПР всегда относится к некоторой предметной области и имеет известные формальные методы решения. Предметная область определяется областью применения САПР, таким образом, из любой задачи T можно выделить ряд подзадач, которые являются тривиальными или решаются известными методами (т.е. для решения которых не требуется дополнительного привлечения ресурсов): назовем эти задачи T_{S_i} :

$$T = \bigcup_{i=1}^m T_{S_i} \cup \bigcup_{i=m}^{\infty} T_i. \quad (2)$$

При дальнейшей декомпозиции следует учитывать, что автоматизируется деятельность человека. Таким образом, можно утверждать, что любую оставшуюся часть задач может решить человек, используя некие, возможно плохо формализуемые, подходы к решению. Следовательно, неизвестное множество тривиальных подзадач, предполагающих формализованное „правильное“ решение, может быть представлено конечным множеством задач, предполагающих неформальное решение, т.е. решение, возможно, неправильное в самом общем случае, но правильное в большом количестве частных. Исходя из этого решение общей задачи может быть представлено в следующем виде:

$$T = \bigcup_{i=1}^m T_{S_i} \cup \bigcup_{i=1}^k T_{AI_i} \cup \bigcup_{i=1}^j T_{HI_i}, \quad (3)$$

где T_{AI_i} — множество задач, предполагающих неформальное машинное решение, T_{HI_i} — множество задач, предназначенных для самостоятельного решения (с помощью известных пользователю плохо формализуемых подходов).

Декомпозиция (3) качественно отличается от представления (2), так как количество подзадач (m, k, j) в ней конечно и определяется по результатам выполнения изложенного ниже алгоритма. Для определения множеств T_{AI_i} и T_{HI_i} предлагается выполнить следующие действия.

Шаг 1. Определить задачи, решаемые человеком: это должны быть задачи, для самостоятельного решения которых пользователем будет потрачено меньше времени, чем при решении любым известным машинным методом, либо задачи, которые пользователь способен решить значительно лучше в заведомо приемлемые сроки. Эти задачи нужно отнести к множеству T_{HI_i} .

Шаг 2. Оценить остальные задачи, в зависимости от возможного метода решения, по временным затратам, степени риска и степени влияния на потребительские свойства продукта САПР; в соответствии с этими оценками рассмотреть следующие способы решения задач:

— решение задачи формальными методами, т.е. выделение в множество T_{S_i} ;

— решение путем разделения задачи на формальную и неформальную части: задачи T_{S_i} будут представлять собой реализацию алгоритма обработки неких правил, моделей, описаний или частных решений, разработка которых станет задачами T_{AI_i} ; здесь можно применить такие альтернативные технологии, как проблемно-ориентированные языки и методы искусственного интеллекта, или другие технологии, позволяющие осуществить такую декомпозицию;

— решение задачи человеком с помощью пользовательского интерфейса, т.е. выделение в множество T_{H_i} .

При оценке времени решения задачи в САПР должны быть просуммированы: время обучения разработчиков методу решения, время реализации решения, время его отладки и время тестирования. При оценке степени влияния на потребительские свойства продукта можно исходить из оценки времени, затрачиваемого пользователем при том или ином методе решения. При оценке рисков следует учитывать возможное изменение постановки задачи и количество ее входных/выходных параметров, т.е. плохо формализованную постановку задачи: чем выше вероятность изменений, тем больше риск.

Шаг 3. По результатам оценки выбрать способы решения в соответствии с минимальными временными затратами и степенью риска с учетом положительного влияния выбранного способа на потребительские свойства продукта.

В результате выполнения алгоритма осуществляется полная декомпозиция задач разработки продукта к виду (3).

Разработка программного продукта САПР. При планировании разработки следует минимизировать время появления целостного решения. Основной акцент должен делаться на целостности общего решения, а не на законченности его отдельных элементов. Для этого необходимо определить наиболее критичные задачи. Следует учитывать также методы решения задач, выбранные при декомпозиции. Из критичных задач сначала нужно выполнять решение задач T_{S_i} и T_{H_i} , а задачи T_{AI_i} необходимо решить в первом приближении. Разработка должна осуществляться путем итераций, фиксированных по времени, после каждой из них возможен пересмотр результатов декомпозиции в целях повышения эффективности общего решения. В целом разработка может быть спланирована и организована по известным методикам [1, 3] (подход к планированию решения задач T_{AI} описан далее).

Обращаясь к оценке затрат, необходимых для разработки продукта, под затратами будем понимать финансовые ресурсы. Разработка, выполняемая в соответствии с предлагаемым подходом, требует определенного количества ресурсов. Покажем это. В формуле (3) m , k и j — конечные числа. Для успешной разработки [3] важнее всего затраты, обеспечивающие решение общей задачи в определенные сроки и качество ее решения. Под качеством решения будем понимать соответствие решения ожиданиям пользователя. Исходя из факта тривиальности задач T_{S_i} можно достаточно точно оценить затраты на их решение, равно как и затраты на решение задач T_{H_i} , ибо предоставление пользовательского интерфейса тоже является тривиальной задачей. Оценка этих затрат может быть произведена на основе предыдущего опыта разработки. Поскольку разработчик, как правило, оценивает только время, необходимое для решения, то финансовая оценка затрат может быть получена как произведение планируемого на разработку времени на стоимость единицы времени данного разработчика. Однако такая оценка не может быть эффективно использована при решении нетривиальных задач.

Для задач T_{S_i} и T_{H_i} можно достичь „правильного“ решения приемлемого качества. Так как существуют доказательства правильности формальных подходов, используемых для решения этих задач, решение можно считать правильным. Следовательно, можно говорить о качественном общем решении. Качество решения, близкое к 100 %, для этих задач можно получить за конечный промежуток времени. С задачами T_{AI_i} дело обстоит иначе. Затраты, необходимые для их решения, могут сильно зависеть от его качества: это не значит, что для любой задачи T_{AI_i} нельзя получить качественное решение вообще, однако это значит, что могут существовать такие задачи T_{AI_i} , для которых количество затрат, необходимое для получения качественного решения (близкого к 100 %-ному), будет стремиться к бесконечности, что косвенно следует из формулы (2) (ведь повышение качества может свестись к решению неизвестных тривиальных задач).

Общее количество требуемых для выполнения проекта затрат можно выразить как

$$R = \sum R_{S_i} + \sum R_{H_i} + \sum R_{AI_i}(Q_{AI_i}).$$

Здесь $\sum R_{S_i}$, $\sum R_{H_i}$ и $\sum R_{AI_i}$ определяются на основе оценки затрат для решения задач T_{S_i} , T_{H_i} и T_{AI_i} , а Q_{AI_i} — это параметр, характеризующий целевое качество выполнения решения задачи T_{AI_i} . При правильно заданном параметре Q_{AI_i} можно достаточно точно оценить ресурсы, требуемые для выполнения проекта (задачи T), следовательно, проект разработки САПР можно считать выполнимым [3]. Однако степень риска успешного выполнения проекта может быть очень велика, если задать параметр Q_{AI_i} большим, т.е. существуют такие задачи T_{AI_i} , для которых при $Q_{AI_i} \Rightarrow 100\%$ ресурс $R_{AI_i} \Rightarrow \infty$.

Выбор правильных значений Q_{AI_i} является определяющим для выполнения проекта. Этот параметр часто нельзя определить при постановке задачи разработки, поэтому предлагается постепенное повышение целевого качества решения задач T_{AI_i} в рамках итерационного подхода. Итерационный подход позволяет прийти вначале к некоему достижимому, пусть даже неудовлетворительному, качеству решения задачи T_{AI_i} , причем такому, что решение этой задачи будет частью общего решения, а не прототипом будущего. Это позволяет в короткие сроки и с малыми затратами получить решение общей задачи T в целом. Ресурсы, необходимые для первой итерации, определяются как

$$R = \sum R_{S_i} + \sum R_{H_i} + \sum R_{AI_i,0}(Q_{AI_i,0}),$$

где $Q_{AI_i,0}$ — параметр, характеризующий „начальное“ качество решения задачи T_{AI_i} ; это качество может быть очень плохим, однако должно обеспечивать правильное решение задачи при некоторых заданных тестовых данных.

Техника такого рода используется, например, в подходах TDD (Test Driven Development) [4]. Применяя поэтапное улучшение целевого качества решения задачи, можно определить ресурсы, необходимые для выполнения каждого следующего этапа (L):

$$R_L = \sum R_{AI_i(L)}(Q_{AI_i(L)}), \quad Q_{AI_i(L+1)} \geq Q_{AI_i(L)},$$

где $Q_{AI_i(L+1)}$ определяется по завершении этапа L .

Рекомендуется на каждом этапе ограничивать затраты ($R_L = \text{const}$), а $Q_{AI_i(L)}$ задавать исходя из доступных ресурсов для выполнения этапа. Поэтапное улучшение качества решения задач T_{AI_i} , как правило, приводит к такому решению задачи T на L -м этапе, которое

удовлетворяет требованиям к разработке САПР. Это позволяет получить начальную версию продукта, пригодную для решения задачи T .

Получение начальной версии в короткие сроки крайне важно для разработки, так как дает возможность с минимальными издержками оценить успешность ее начинания и приступить к тестированию комплексного решения на ранних этапах разработки [1, 2]. Это позволяет предупредить расход ресурсов на реализацию ошибочных направлений и, таким образом, уменьшить общее время разработки программного продукта.

Следует заметить, что в перспективе версии разрабатываемой САПР могут быть получены, в том числе, и путем поэтапного улучшения качества решения задачи T , если начальная версия САПР была успешной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Томсетт Р.* Радикальное управление ИТ-проектами. М.: Лори, 2005.
2. *O'Docherty M.* Object-Oriented Analysis and Design Understanding System Development with UML 2.0. Hoboken: John Wiley & Sons Ltd, 2005.
3. *О'Коннел Ф.* Как успешно руководить проектами. М.: КУДИЦ-ОБРАЗ, 2003.
4. *Beck K.* Test-Driven Development by Example. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003.

Рекомендована кафедрой
компьютерного проектирования аэрокосмических
измерительно-вычислительных комплексов

Поступила в редакцию
01.11.07 г.

ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 62.50

Т. А. АКУНОВ, С. А. СУДАРЧИКОВ, А. В. УШАКОВ

*Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики*

АНАЛИЗ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Рассматриваются алгоритмические проблемы, возникающие при исследовании чувствительности дискретных объектов и систем к вариациям параметров матричных компонентов их векторно-матричного модельного представления. Показывается, что эта задача может быть решена с привлечением функций чувствительности собственных значений и собственных векторов матрицы состояния непрерывного объекта управления.

Алгоритмические проблемы, возникающие при исследовании чувствительности дискретных объектов и систем, рассмотрим на примере аппарата траекторной чувствительности [1—7].

Аппарат функций траекторной чувствительности в своей первичной постановке [4, 6] строился так, чтобы обеспечить разработчикам возможность наблюдать дополнительное движение динамической системы, порожденное вариациями параметров ее функциональных компонентов относительно их номинальных значений, и оценивать влияние этого движения на качественные показатели системы.

Для введения аппарата траекторной чувствительности рассмотрим линейную (локально линейную) дискретную динамическую систему (объект), которая характеризуется вектором состояния $x \in R^n$, вектором выхода $y \in R^m$, а также вектором q квазистационарных параметров ($q(k+1) - q(k) \cong 0$), имеющим представление $q = q_0 + \Delta q$, $q \in R^p$, здесь q_0 — номинальное значение q ; k — дискретное время, выраженное числом интервалов дискретности длительностью Δt , так что $t = k(\Delta t)$. С тем чтобы обеспечить прозрачность трактовки результатов будем использовать безразмерную форму представления элементов q_j , $j = \overline{1, p}$, вектора параметров q .

Полное движение дискретной динамической системы (объекта) при произвольном значении вектора q параметров по состоянию и выходу может быть представлено в виде

$$x(k, q = q_0 + \Delta q) = x(k) + \Delta x(k, q_0, \Delta q); \quad (1)$$

$$y(k, q = q_0 + \Delta q) = y(k) + \Delta y(k, q_0, \Delta q), \quad (2)$$

где $x(k) \stackrel{\Delta}{=} x(k, q_0)$, $y(k) \stackrel{\Delta}{=} y(k, q_0)$; $x(k)$ и $y(k)$ — номинальные траектории движения дискретной динамической системы (объекта) соответственно по состоянию и выходу; $\Delta x(k, q_0, \Delta q)$ и $\Delta y(k, q_0, \Delta q)$ — дополнительные движения системы по состоянию и выходу, определяемые вариацией Δq , а также номинальным значением q_0 вектора параметров.

Будем полагать справедливыми две гипотезы: первая — о малости нормы $\|\Delta q\|$ вариации Δq вектора параметров, вторая — о непрерывной дифференцируемости по вектору параметров q в точке $q=q_0$ траекторий $x(k, q)$ и $y(k, q)$ в каждый дискретный момент времени k . Тогда выражения (1) и (2) примут следующий вид:

$$x(k, q) = x(k) + \left. \frac{\partial x(k, q)}{\partial q} \right|_{q=q_0} \Delta q + O_x^2(\Delta q); \quad (3)$$

$$y(k, q) = y(k) + \left. \frac{\partial y(k, q)}{\partial q} \right|_{q=q_0} \Delta q + O_y^2(\Delta q), \quad (4)$$

где выполняются соотношения

$$\lim_{\|\Delta q\| \rightarrow 0} \frac{\|O_x^2(\Delta q)\|}{\|\Delta q\|} = 0, \quad \lim_{\|\Delta q\| \rightarrow 0} \frac{\|O_y^2(\Delta q)\|}{\|\Delta q\|} = 0.$$

Воспользовавшись уравнениями (3), (4), для дополнительных движений $\Delta x(k, q_0, \Delta q)$ и $\Delta y(k, q_0, \Delta q)$ параметрически возмущенной системы можно записать

$$\Delta x(k, q_0, \Delta q) = \Sigma(k) \Delta q, \quad (5)$$

$$\Delta y(k, q_0, \Delta q) = H(k) \Delta q. \quad (6)$$

Матрицы Якоби вида $\Sigma(k)$ и $H(k)$ называются матрицами траекторной чувствительности дискретного объекта (системы) соответственно по состоянию и выходу, столбцовая форма записи которых имеет вид

$$\Sigma(k) = \text{row} \left\{ \sigma_j(k) = \left. \frac{\partial x(k, q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}; j = \overline{1, p} \right\};$$

$$H(k) = \text{row} \left\{ \eta_j(k) = \left. \frac{\partial y(k, q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}; j = \overline{1, p} \right\},$$

где $\sigma_j(k)$ и $\eta_j(k)$ — функции траекторной чувствительности первого порядка (далее — просто функции траекторной чувствительности) по состоянию и выходу.

Заметим, что если известны матрицы чувствительности $\Sigma(k)$ и $H(k)$ дискретной динамической системы для любого k , то основные задачи анализа параметрической неопределенности в традиционной постановке могут быть решены полностью. При этом если решение задачи (в экстремальной постановке) в форме мажорант и минорант дополнительных движений является достаточным, то эффективным инструментом будет сингулярное разложение [8] матриц траекторной чувствительности $\Sigma(k)$ и $H(k)$. В пространстве траекторий для любого k максимальное $\alpha(*)_{\max}(k)$ и минимальное $\alpha(*)_{\min}(k)$ сингулярные числа матрицы $(*)(k)$ задают значение нормы максимальной и минимальной полуосей эллипсоидных покрытий дополнительных движений (5) и (6), порожденных сферой $\|\Delta q\|=1$, а элементы правого сингу-

лярного базиса сингулярного разложения матрицы $(*) (k)$ задают сочетания вариаций параметров, порождающие максимальную и минимальную полуоси этого покрытия.

Конструирование модели траекторной чувствительности проиллюстрируем на примере линейного дискретного объекта управления (ОУ), матричные компоненты модельного представления которого зависят от вектора параметров q :

$$x(k+1, q) = A_d(q)x(k, q) + B_d(q)u(k); \quad x(0, q) = x(0); \quad y(k, q) = C_d(q)x(k, q), \quad (7)$$

где u — r -мерный вектор управления; A_d — $n \times n$ -матрица состояния, B_d — $n \times r$ -матрица управления, C_d — $m \times n$ -матрица выхода дискретного ОУ.

Продифференцируем выражения (7) по j -му компоненту q_j вектора параметров q в точке $q = q_0$, тогда для j -й модели траекторной чувствительности (МТЧ) получим представление

$$\sigma_j(k+1) = A_d \sigma_j(k) + A_{dq_j} x(k) + B_{dq_j} u(k); \quad \sigma_j(0) = 0; \quad \eta_j(k) = C_d \sigma_j(k) + C_{dq_j} x(k), \quad (8)$$

где

$$A_{dq_j} = \left. \frac{\Delta \partial A_d(q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}; \quad B_{dq_j} = \left. \frac{\Delta \partial B_d(q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}; \quad C_{dq_j} = \left. \frac{\Delta \partial C_d(q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}, \quad j = \overline{1, p}; \quad (9)$$

$$A_d(q)|_{q=q_0} = A_d; \quad B_d(q)|_{q=q_0} = B_d, \quad C_d(q)|_{q=q_0} = C_d.$$

Очевидно, МТЧ (9) будет генерировать функции траекторной чувствительности $\sigma_j(k)$ по состоянию и $\eta_j(k)$ по выходу, если ее дополнить моделью номинального ОУ, полученной из уравнений (7) при $q = q_0$:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k); \quad x(0); \quad y(k) = C_d x(k). \quad (10)$$

Для структурного анализа параметрической чувствительности дискретных объектов и систем следует сформировать агрегированную систему с составным вектором $\tilde{x}_j = \text{col}\{x, \sigma_j\}$ размером $\dim \tilde{x} = 2n$, которая путем объединения выражений (8) и (10) получает векторно-матричное модельное представление (ВММП)

$$\tilde{x}_j(k+1) = \tilde{A}_{d_j} \tilde{x}_j(k) + \tilde{B}_{d_j} u(k); \quad \tilde{x}_j(0) = \text{col}\{x(0), 0\};$$

$$x(k) = \tilde{C}_{dx_j} \tilde{x}_j(k); \quad y(k) = \tilde{C}_{d_j} \tilde{x}_j(k); \quad \sigma_j(k) = \tilde{C}_{d\sigma_j} \tilde{x}_j(k); \quad \eta_j(k) = \tilde{C}_{d\eta_j} \tilde{x}_j(k),$$

где

$$\tilde{A}_{d_j} = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ A_{dq_j} & A_d \end{bmatrix}; \quad \tilde{B}_{d_j} = \begin{bmatrix} B_d \\ B_{dq_j} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{dx_j} = [I_{n \times n} \quad 0_{n \times n}]; \quad \tilde{C}_{d_j} = [C_d \quad 0_{m \times n}]; \quad \tilde{C}_{d\sigma_j} = [0_{n \times n} \quad I_{n \times n}]; \quad \tilde{C}_{d\eta_j} = \begin{bmatrix} C_{dq_j} & C_d \end{bmatrix},$$

здесь I — единичная матрица.

В настоящее время в связи с включением микропроцессоров и микроконтроллеров в состав систем управления непрерывными техническими объектами [5] под дискретным ОУ понимается дискретная по времени с интервалом дискретности Δt выборка из непрерывных процессов по состоянию $x(t)$ и выходу $y(t)$ в моменты $t = k(\Delta t)$ в предположении, что на интервале времени $k(\Delta t) \leq t < (k+1)(\Delta t)$ управление непрерывным ОУ оказывается фиксированным на уровне значения $u(t) = u(k(\Delta t))$. Таким образом, если непрерывный ОУ имеет ВММП

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad x(0); \quad y(t) = Cx(t), \quad (11)$$

где A — $n \times n$ -матрица состояния, B — $n \times r$ -матрица управления, C — $m \times n$ -матрица выхода непрерывного ОУ, то матричные компоненты ВММП (10) дискретного объекта при номинальных значениях параметров [5] принимают вид

$$A_d = e^{A(\Delta t)}, \quad B_d = (A_d - I)A^{-1}B, \quad C_d = C. \quad (12)$$

Если $q \neq q_0$, то матричные компоненты ВММП (7) параметрически возмущенного дискретного ОУ в полном соответствии с выражениями (12) получают представления

$$A_d(q) = e^{A(q)(\Delta t)}, \quad B_d(q) = (A_d(q) - I)A^{-1}(q)B(q), \quad C_d(q) = C(q). \quad (13)$$

В связи с представлением (13) при построении МТЧ дискретного ОУ в форме (8) возникают алгоритмические проблемы вычислительного характера, обусловленные необходимостью вычисления матриц чувствительности (9). При этом ключевой проблемой оказывается вычисление матрицы чувствительности

$$A_{dq_j} = \left. \frac{\Delta \partial A_d(q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0} = \left. \frac{\partial}{\partial q_j} e^{A(q)(\Delta t)} \right|_{q=q_0},$$

которая согласно (13) содержится в матрице чувствительности B_{dq_j} . Вследствие того, что $A_d(q) = e^{A(q)(\Delta t)}$ представляет собой бесконечный матричный ряд, непосредственное дифференцирование по скалярному параметру q_j результата не дает.

Если положить, что A — матрица простой структуры, которая может быть приведена к диагональной форме Λ , то, воспользовавшись свойствами матричной функции от матрицы [8], возникшую проблему можно решить с помощью следующего алгоритма.

1. Построить ВММП исходного непрерывного объекта при номинальных значениях параметров (11) с тройкой матриц (A, B, C) .

2. Вычислить алгебраический спектр собственных значений $\sigma\{A\} = \{\lambda_i : \det(\lambda I - A) = 0; i = \overline{1, n}\}$ и собственных векторов $\{\xi_i : A\xi_i = \lambda_i \xi_i\}$ матрицы A .

3. На элементах алгебраического спектра собственных значений сконструировать диагональную матрицу $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_i; i = \overline{1, n}\}$.

4. На собственных векторах ξ_i построить матрицу $M = \text{row}\{M_i = \xi_i; i = \overline{1, n}\}$ приведения матрицы A к диагональному виду в силу матричного уравнения подобия $M\Lambda = AM$.

5. Решить матричное уравнение подобия (п. 4) относительно матрицы A , записав его в форме $A = M \text{diag}\{\lambda_i; i = \overline{1, n}\} M^{-1}$.

6. Назначить интервал дискретности Δt и построить ВММП дискретного объекта (10) при номинальных значениях параметров с тройкой матриц (A_d, B_d, C_d) , формируемых с помощью соотношений (12).

7. На основе свойства матричной функции от матрицы сохранять матричное отношение подобия вычислить матрицу состояния дискретного объекта A_d :

$$A_d = e^{A(\Delta t)} = M \text{diag}\{e^{\lambda_i \Delta t}; i = \overline{1, n}\} M^{-1}.$$

8. Положить $q \neq q_0$ и определить $A_d(q)$ в виде

$$A_d(q) = e^{A(q)(\Delta t)} = M(q) \text{diag}\{e^{\lambda_i(q) \Delta t}; i = \overline{1, n}\} M(q)^{-1}.$$

9. Вычислить матрицу чувствительности A_{dq_j} к вариации j -го компонента q_j , $j=\overline{1, p}$, вектора параметров q путем прямого дифференцирования по q_j в точке $q=q_0$ выражения, полученного в п. 8:

$$A_{dq_j} = M_{q_j} M^{-1} A_d - A_d M_{q_j} M^{-1} + A_d M \operatorname{diag} \{ \lambda_{iq_j} \Delta t, i=\overline{1, n} \} M^{-1}.$$

10. Следуя работе [3], вычислить функции чувствительности λ_{iq_j} собственных значений матрицы состояния A непрерывного объекта с помощью соотношений $\lambda_{iq_j} = (M^{-1} A_{q_j} M)_{ii}$, $i=\overline{1, n}$; $j=\overline{1, p}$, и собственных векторов M_{iq_j} , образующих матрицу чувствительности $M_{q_j} = \operatorname{row} \{ M_{iq_j}; i=\overline{1, n} \}$, согласно выражениям

$$M_{iq_j} = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n \gamma_{il}^j M_l; \quad \gamma_{ii}^j = 0; \quad \gamma_{il}^j = (M^{-1} A_{q_j} M)_{il} (\lambda_i - \lambda_l)^{-1}; \quad l \neq i; \quad \gamma_{ii}^j = 0.$$

11. На основе пп. 9, 10 сформировать матрицу чувствительности A_{dq_j} .

12. На основе выражений (13) и п. 11 вычислить матрицу чувствительности B_{dq_j} :

$$B_{dq_j} = A_{dq_j} A^{-1} B - (A_d - I) A^{-1} A_{q_j} A^{-1} B + (A_d - I) A^{-1} B_{q_j}.$$

13. Построить МТЧ дискретного объекта в форме (8).

14. Провести исследование чувствительности дискретного объекта или дискретной системы с помощью модели траекторной чувствительности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акунов Т. А., Ушаков А. В. Оценка функций траекторной чувствительности систем управления при внешнем конечномерном воздействии // Изв. вузов. Электромеханика. 1992. №1.
2. Корчагин С. Г., Сударчиков С. А., Ушаков А. В. Технологии траекторной чувствительности в задаче ранжирования варьируемых параметров непрерывных и дискретных объектов управления // Современные технологии: Сб. статей / Под ред. С. А. Козлова и В. О. Никифорова. СПб.: СПбГИТМО (ТУ), 2002.
3. Никифоров В. О., Ушаков А. В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация, робастность. СПб.: СПбГИТМО (ТУ), 2002.
4. Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М. Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981.
5. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ / В. В. Григорьев, В. Н. Дроздов, В. В. Лаврентьев, А. В. Ушаков. Л.: Машиностроение, 1983.
6. Томович Р., Вукобратович М. Общая теория чувствительности. М.: Сов. радио, 1972.
7. Eslami M. Theory of Sensitivity in Dynamic Systems. An Introduction. Berlin: Springer Verlag, 1994.
8. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1973.

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 04.10.07 г.

М. В. ЛЕВСКИЙ

*НИИ космических систем
г. Юбилейный, Московская область*

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗВОРОТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Исследуется задача управления пространственной переориентацией космического аппарата с минимальным расходом рабочего тела. Показано, что оптимальное по расходу топлива решение находится в классе двухимпульсного управления, при котором разворот КА совершается по траектории „свободного движения“ и представляет собой разгон КА до необходимого кинетического момента, неуправляемое вращение КА и гашение угловой скорости.

Проблема создания экономичных режимов и алгоритмов управления ориентацией космических аппаратов (КА), использующих в качестве исполнительных органов реактивные микродвигатели, остается одной из наиболее важных в космической технике. Особо актуальны вопросы оптимизации терминального управления, обеспечивающего за фиксированное время (t_k) совмещение связанной с корпусом КА правой системы координат $OXYZ$ с программным базисом, положение которого в инерциальном пространстве задано. Нахождению оптимальной программы пространственной переориентации произвольного КА по критерию минимального расхода рабочего тела и посвящена настоящая статья.

Уравнения углового движения КА как твердого тела имеют следующий вид:

$$M_1 = J_1 \dot{\omega}_1 + (J_3 - J_2) \omega_2 \omega_3, \quad M_2 = J_2 \dot{\omega}_2 + (J_1 - J_3) \omega_1 \omega_3, \quad M_3 = J_3 \dot{\omega}_3 + (J_2 - J_1) \omega_1 \omega_2, \quad (1)$$

где J_i — главные центральные моменты инерции аппарата; M_i — проекции главного момента внешних сил на главные центральные оси эллипсоида инерции КА; ω_i — проекции вектора ω абсолютной угловой скорости на оси связанного базиса \mathbf{E} , образованного главными центральными осями эллипсоида инерции КА, $i = \overline{1, 3}$.

Для описания пространственного движения КА используем математический аппарат кватернионов. Движение связанного базиса \mathbf{E} относительно опорного базиса \mathbf{I} будем задавать кватернионом Λ [1]. Для определенности будем считать базис \mathbf{I} инерциальным. В этом случае справедливы следующие кинематические уравнения:

$$\left. \begin{aligned} 2\dot{\lambda}_0 &= -\lambda_1 \omega_1 - \lambda_2 \omega_2 - \lambda_3 \omega_3, & 2\dot{\lambda}_1 &= \lambda_0 \omega_1 + \lambda_2 \omega_3 - \lambda_3 \omega_2, \\ 2\dot{\lambda}_2 &= \lambda_0 \omega_2 + \lambda_3 \omega_1 - \lambda_1 \omega_3, & 2\dot{\lambda}_3 &= \lambda_0 \omega_3 + \lambda_1 \omega_2 - \lambda_2 \omega_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

или в кватернионной форме

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega,$$

где $\lambda_j, j = \overline{0, 3}$, — компоненты кватерниона Λ , причем $\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$.

В условиях космического полета особенность управления заключается в малости возмущающих моментов, обусловленных взаимодействием аппарата с внешними полями и сопротивлением среды. Управление движением КА относительно его центра масс производится путем изменения момента внешних сил \mathbf{M} . Допустим, что суммарный импульс от возмущающих моментов пренебрежимо мал по сравнению с управляющим импульсом. В этом случае главный момент внешних сил \mathbf{M} определяется в основном моментом управления \mathbf{M}_y , создаваемым системой исполнительных органов.

Предположим, что область допустимых значений вектора \mathbf{M} подобна эллипсоиду инерции:

$$\frac{M_1^2}{J_1} + \frac{M_2^2}{J_2} + \frac{M_3^2}{J_3} \leq u_0^2, \quad (3)$$

где u_0 — заданная постоянная положительная величина.

Зададим граничные условия: начальное (Λ_n) и конечное (Λ_k) положения КА и его угловую скорость:

$$\Lambda(0) = \Lambda_n, \quad \omega(0) = \omega_0; \quad (4)$$

$$\Lambda(T) = \Lambda_k, \quad \omega(T) = \omega_T, \quad (5)$$

где T — время окончания маневра переориентации.

Практическое значение имеют задачи, в которых $\omega_0 = \omega_T = 0$, а Λ_n и Λ_k имеют произвольные значения. Для того чтобы задача управления была замкнута, введем оптимизируемый функционал

$$G = \int_0^T g dt, \quad (6)$$

где g — неотрицательная функция управляющих переменных.

Задача оптимального управления пространственным разворотом формулируется следующим образом: необходимо перевести КА из состояния (4) в состояние (5) в соответствии с уравнениями (1) и (2) при условии, что на управляющий момент наложено ограничение (3); при этом функционал (6) должен быть минимальным.

Оптимизация переориентации КА по критерию минимума расхода топлива представляет определенную сложность как в математическом, так и в вычислительном плане. Будем решать поставленную задачу с помощью принципа максимума Понтрягина [2]. Введем сопряженные переменные φ_i , $i = \overline{1,3}$, соответствующие переменным ω_i , и ψ_j , $j = \overline{1,3}$, соответствующие компонентам кватерниона λ_j . Функция Понтрягина задачи имеет вид: $H = -g + H_d + H_k$, где слагаемое g соответствует заданному критерию оптимальности, H_d — динамическая часть, H_k — кинематическая часть:

$$H_d = \varphi_1 \left(\frac{M_1}{J_1} + \frac{J_2 - J_3}{J_1} \omega_2 \omega_3 \right) + \varphi_2 \left(\frac{M_2}{J_2} + \frac{J_3 - J_1}{J_2} \omega_1 \omega_3 \right) + \varphi_3 \left(\frac{M_3}{J_3} + \frac{J_1 - J_2}{J_3} \omega_1 \omega_2 \right),$$

$$H_k = -0,5\psi_0(\lambda_1\omega_1 + \lambda_2\omega_2 + \lambda_3\omega_3) + 0,5\psi_1(\lambda_0\omega_1 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2) +$$

$$+ 0,5\psi_2(\lambda_0\omega_2 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1\omega_3) + 0,5\psi_3(\lambda_0\omega_3 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1).$$

Для рассматриваемого типа задач функция g не зависит от переменных ω_i и λ_j .

Уравнения для сопряженных функций φ_i и ψ_i имеют вид

$$\dot{\varphi}_i = -\frac{\partial H}{\partial \omega_i}, \quad i = \overline{1,3}, \quad (7)$$

$$\dot{\psi}_i = -\frac{\partial H}{\partial \lambda_j}, \quad j = \overline{1,3},$$

или в развернутой форме

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_0 &= -0,5(\psi_1\omega_1 + \psi_2\omega_2 + \psi_3\omega_3); \dot{\psi}_1 = 0,5(\psi_0\omega_1 + \psi_2\omega_3 - \psi_3\omega_2); \\ \dot{\psi}_2 &= 0,5(\psi_0\omega_2 + \psi_3\omega_1 - \psi_1\omega_3); \dot{\psi}_3 = 0,5(\psi_0\omega_3 + \psi_1\omega_2 - \psi_2\omega_1). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В работе [1] показано, что данную задачу можно свести к решению замкнутой системы девяти дифференциальных уравнений. Преобразовав функцию H_k , характеризующую свойства движения, получим

$$H_k = 0,5\omega_1(\lambda_0\psi_1 + \lambda_3\psi_2 - \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_3) + 0,5\omega_2(\lambda_0\psi_2 + \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_0 - \lambda_3\psi_1) + \\ + 0,5\omega_3(\lambda_0\psi_3 + \lambda_2\psi_1 - \lambda_3\psi_0 - \lambda_1\psi_2) = 0,5(\omega_1 p_1 + \omega_2 p_2 + \omega_3 p_3),$$

где

$$p_1 = \lambda_0\psi_1 + \lambda_3\psi_2 - \lambda_1\psi_0 - \lambda_2\psi_3; \quad p_2 = \lambda_0\psi_2 + \lambda_1\psi_3 - \lambda_2\psi_0 - \lambda_3\psi_1, \\ p_3 = \lambda_0\psi_3 + \lambda_2\psi_1 - \lambda_3\psi_0 - \lambda_1\psi_2.$$

Будем полагать, что величины p_1, p_2, p_3 представляют собой проекции некоторого вектора \mathbf{p} на оси связанного базиса \mathbf{E} . Из уравнений (8) следует, что совокупность переменных $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ обладает свойствами кватернионов. Далее, принимаем, что сопряженные переменные $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ являются компонентами некоего кватерниона Ψ , для которого справедливо соотношение $2\dot{\Psi} = \Psi \circ \boldsymbol{\omega}$. Тогда вектор \mathbf{p} может быть записан в кватернионной форме: $\mathbf{p} = \text{vect}(\tilde{\Lambda} \circ \Psi)$, здесь vect — операция выделения векторной части кватерниона, а кинематическая часть функции H примет вид $H_k = -\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{p} / 2$.

Уравнения (7) могут быть представлены следующим образом:

$$\dot{\phi}_1 = -\omega_3 n_2 \phi_2 - \omega_2 n_3 \phi_3 - p_1 / 2; \quad \dot{\phi}_2 = -\omega_3 n_1 \phi_1 - \omega_1 n_3 \phi_3 - p_2 / 2; \\ \dot{\phi}_3 = -\omega_2 n_1 \phi_1 - \omega_1 n_2 \phi_2 - p_3 / 2, \quad (9)$$

где $n_1 = (J_2 - J_3) / J_1, n_2 = (J_3 - J_1) / J_2, n_3 = (J_1 - J_2) / J_3$ — постоянные коэффициенты.

Дифференцируя выражения для $p_i, i = \overline{1,3}$, и подставляя в них уравнения (2), (8) для λ_j и $\psi_j, j = \overline{1,3}$, получаем необходимые дифференциальные уравнения.

Изменение вектора \mathbf{p} определяется решением системы уравнений

$$\dot{p}_1 = \omega_3 p_2 - \omega_2 p_3, \quad \dot{p}_2 = \omega_1 p_3 - \omega_3 p_1, \quad \dot{p}_3 = \omega_2 p_1 - \omega_1 p_2 \quad (10)$$

или в векторной форме

$$\dot{\mathbf{p}} = -\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{p}. \quad (11)$$

Полученное дифференциальное уравнение (11) отражает вращение вектора \mathbf{p} с угловой скоростью $-\boldsymbol{\omega}$ относительно связанного базиса. В свою очередь, связанный базис \mathbf{E} совершает угловое движение относительно опорного базиса \mathbf{I} с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$. В результате вектор \mathbf{p} является неподвижным в опорной системе отсчета. В силу того что $|\mathbf{p}| = \text{const}$, полагем в дальнейшем вектор \mathbf{p} нормированным: $|\mathbf{p}| = 1$.

Таким образом, задача определения оптимального управления сводится к решению систем уравнений (1), (9) и (10) при условии, что само управление выбрано исходя из требования максимизации гамильтониана H . Граничные условия Λ_n и Λ_k определяют совокупность решений $\mathbf{p}(t)$, которая имеет следующий вид [1]: $\mathbf{p} = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{c}_E \circ \Lambda$, $\mathbf{c}_E = \Lambda_n \circ \mathbf{p}(0) \circ \tilde{\Lambda}_n = \text{const}$. Направление \mathbf{c}_E зависит от начального и конечного положений КА, но не только. Для того чтобы КА имел требуемую ориентацию $\Lambda(T) = \Lambda_k$ в конечный момент времени, необходимо оценить вектор \mathbf{c}_E (или значение вектора \mathbf{p} в начальный момент времени) исходя из получающихся решений системы (2). Задача нахождения оптимального управления заключается в исследовании динамических уравнений Эйлера (1) и сопряженных с ними уравнений (9) при указанном движении вектора \mathbf{p} . Система дифференциальных уравнений (9), (10) совместно с требованием максимальности функции H являются необходимыми условиями оптимальности. Уравнения связи выражаются системами уравнений (1), (2) с одновременным выполнением ограничения (3), накладываемым на движение динамической системы. Граничные условия по угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и условия максимума функции H определяют решения $\boldsymbol{\omega}(t)$ и $\boldsymbol{\phi}(t)$, где $\boldsymbol{\phi} = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$. Граничные условия по положению Λ_n и Λ_k определяют решения $\Lambda(t)$ и $\mathbf{p}(t)$.

Рассмотрим задачу минимизации функционала $G = \int_0^T \sqrt{M_1^2/J_1 + M_2^2/J_2 + M_3^2/J_3} \cdot dt$

при развороте КА из положения Λ_n в положение Λ_k за время T . Этот функционал характеризует работу управляющих сил. Функция Понтрягина

$$H = -\sqrt{M_1^2/J_1 + M_2^2/J_2 + M_3^2/J_3} + M_1\varphi_1/J_1 + M_2\varphi_2/J_2 + M_3\varphi_3/J_3 + H_{inv},$$

где функция H_{inv} не зависит явно от управления.

Для построения оптимального управления в виде функциональной зависимости от сопряженных координат введем переменные $u_i = M_i/\sqrt{J_i}$ и $\eta_i = \varphi_i/\sqrt{J_i}$, $i = \overline{1,3}$. Выражение (3) примет следующий вид: $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \leq u_0^2$. Используя управления u_i и переменные η_i , получаем

$$H = -|\mathbf{u}| + \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\eta} + H_{inv}, \quad \mathbf{u} = \{u_1, u_2, u_3\}, \quad \boldsymbol{\eta} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}.$$

Очевидно, что функция H при ограничении $|\mathbf{u}| \leq u_0$ принимает максимальное значение, если управление \mathbf{u} определяется как

$$\mathbf{u} = \begin{cases} u_0 \boldsymbol{\eta}/|\boldsymbol{\eta}|, & \text{если } |\boldsymbol{\eta}| > 1; \\ 0, & \text{если } |\boldsymbol{\eta}| \leq 1, \end{cases}$$

или для моментов

$$M_i = \begin{cases} \frac{u_0 \varphi_i}{\sqrt{\varphi_1^2/J_1 + \varphi_2^2/J_2 + \varphi_3^2/J_3}}, & \text{если } \sqrt{\sum_{i=1}^3 \varphi_i^2/J_i} > 1; \\ 0, & \text{если } \sqrt{\sum_{i=1}^3 \varphi_i^2/J_i} \leq 1. \end{cases} \quad (12)$$

В соответствии с полученным управляющим моментом \mathbf{M} оптимальное решение для сопряженного вектора управления $\boldsymbol{\varphi}$ может быть найдено согласно уравнениям

$$\varphi_i = a(t) p_i, \quad (13)$$

где $a(t)$ — скалярная функция времени.

Оптимальное значение управляющего момента \mathbf{M} определяется как

$$M_i = \begin{cases} \frac{u_0 \operatorname{sgn}(a) p_i}{\sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3}}, & \text{если } |a| \sqrt{\sum_{i=1}^3 p_i^2/J_i} > 1; \\ 0, & \text{если } |a| \sqrt{\sum_{i=1}^3 p_i^2/J_i} \leq 1, \end{cases}$$

где $a = a(0) - t/2$.

Выражения (1), (9) и (10) совместно с (12) образуют замкнутую систему уравнений, общее решение которой определить трудно. Поэтому, используя фактор постоянства вектора \mathbf{p} в инерциальном пространстве, будем искать решения системы (1), (9), (10), (12) в классе движений, при которых кинетический момент \mathbf{L} КА имеет постоянное направление в инерциальном пространстве. Для этого частного случая необходимо, чтобы выполнялись соотношения

$$J_i \omega_i = b p_i, \quad (14)$$

показывающие связь между векторами $\boldsymbol{\omega}$ и \mathbf{p} ; здесь b — коэффициент пропорциональности, зависящий от времени. Следует заметить, что равенства (14) удовлетворяют уравнению (11).

Допустимым для сопряженного вектора управления $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ является решение (13), при котором управляющие моменты будут равны $M_i = \chi(t)p_i$, где $\chi(t)$ — скалярная функция времени. Подставляя выражения для M_i в неравенство (3) с учетом условия нормирования, для вектора \mathbf{p} получаем

$$|\mathbf{M}| \leq u_0 / \sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3}.$$

Для решения (14) справедливо равенство $\frac{p_1^2}{J_1} + \frac{p_2^2}{J_2} + \frac{p_3^2}{J_3} = \text{const}$ в течение времени разворота. Действительно, продифференцируем по времени левую часть этого равенства с учетом уравнений (10) и (14):

$$\begin{aligned} p_1 \dot{p}_1 / J_1 + p_2 \dot{p}_2 / J_2 + p_3 \dot{p}_3 / J_3 = \\ = \omega_1 p_2 p_3 / J_3 - \omega_1 p_2 p_3 / J_2 + \omega_1 p_2 p_3 / J_2 - \omega_2 p_1 p_3 / J_3 + \omega_2 p_1 p_3 / J_3 - \omega_1 p_2 p_3 / J_3 \equiv 0. \end{aligned}$$

Обозначив $u_0 / \sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3} = m_0$, получим $|\mathbf{M}| = |\chi(t)| \leq m_0$. В результате из системы (12) следует

$$\mathbf{M} = 0,5 m_0 [\text{sgn}(a + a^*) + \text{sgn}(a - a^*)] \mathbf{p}, \quad a^* = 1 / \sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3}.$$

Проанализируем характер изменения функции $a(t)$ при оптимальных управлении и движении вектора \mathbf{p} в связанной системе координат. Для этого возьмем производную по времени от левой и правой частей соотношения (13) для $i = \overline{1,3}$. Дифференцируя $a(t)$ по времени, получаем: $\dot{a} = -0,5$ или $a(t) = a(0) - 0,5t$, $\varphi_i = (\rho - t/2)p_i$, где $\rho = a(0)$ — начальное значение коэффициента функции.

Зависимость коэффициента b от времени определяется из динамических уравнений (1) при управлении (12) с учетом соотношений (14). Таким образом $M_i = \dot{b}p_i$ и $\mathbf{L} \parallel \mathbf{M}$. Равенство $b = \sqrt{(J_1\omega_1)^2 + (J_2\omega_2)^2 + (J_3\omega_3)^2} = |\mathbf{L}|$ следует непосредственно из выражения (14). Из уравнений Эйлера (1) и преобразованной системы (12) вытекает, что $db/dt = m_0[\text{sgn}(a + a^*) + \text{sgn}(a - a^*)]/2$, где $a = \rho - t/2$. Так как $|\mathbf{p}| = 1$, то $|\dot{b}| = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2}$. С учетом изложенного соотношения (12) и (14) принимают следующий вид:

$$M_i = m_0 p_i [\text{sgn}(\rho - t/2 + a^*) + \text{sgn}(\rho - t/2 - a^*)]/2, \quad i = \overline{1,3}; \quad (15)$$

$$J_i \omega_i = (L_0 - m_0 |\rho - t/2 + a^*| - m_0 |\rho - t/2 - a^*| + 2m_0 \rho) p_i, \quad i = \overline{1,3}, \quad (16)$$

где L_0 — кинетический момент КА в начале разворота.

Таким образом, для динамической системы (1), (2) с ограничением (3) управление (15), при котором кинетический момент корпуса КА имеет постоянное направление в инерциальном пространстве, удовлетворяет необходимым условиям оптимальности. Полученное решение относится к классу управлений по траектории „свободного движения“. Очевидно, что это решение справедливо, если начальная ω_0 и конечная ω_T угловые скорости равны нулю или принадлежат „траектории свободного движения“, проходящей через начальное Λ_n и конечное Λ_k угловые положения КА.

Для нахождения функциональной зависимости управлений от фазовых координат необходимо решить уравнения (10), которые для закона (14) примут вид

$$\dot{p}_1 = K \frac{J_2 - J_3}{J_2 J_3} p_2 p_3; \quad \dot{p}_2 = K \frac{J_3 - J_1}{J_1 J_3} p_1 p_3; \quad \dot{p}_3 = K \frac{J_1 - J_2}{J_1 J_2} p_1 p_2, \quad (17)$$

где $K = |\mathbf{L}|$.

Задача построения оптимального управления заключается в нахождении такого значения вектора $\mathbf{p}(0)$, при котором в результате движения КА согласно уравнениям (1), (2), (10), (15) выполняется равенство $\Lambda(T) = \Lambda_k$. Определение вектора $\mathbf{p}(0)$ — самостоятельная и довольно непростая задача. Уравнения (17) имеют аналитическое решение в элементарных функциях только для осесимметричного и сферического тел. Задача оптимального управления для сферического тела в данной постановке подробно рассмотрена в работе [1]. Для динамически симметричного тела ($J_1 \neq J_2 = J_3$) решение может быть записано следующим образом:

$$p_1 = p_{10}, \quad p_2 = p_{20} \cos \sigma + p_{30} \sin \sigma, \quad p_3 = -p_{20} \sin \sigma + p_{30} \cos \sigma, \quad (18)$$

где $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$, $\sigma = \frac{J_3 - J_1}{J_2} \int_0^t \omega_1(t) dt$.

В этом случае соотношения (18) совместно с равенствами (15) и (16) образуют решение системы уравнений (1), (9), (10) при условии (12). При таком типе управления кинетический момент КА сохраняет постоянное направление в инерциальном пространстве, а осесимметричное тело движется по „конической траектории“. Необходимое для синтеза управления решение данной системы соответствует регулярной прецессии [3].

Для произвольного КА ($J_1 \neq J_2 \neq J_3$) вектор \mathbf{p}_0 определяется путем решения краевой задачи $\Lambda(0) = \Lambda_n$, $\Lambda(T) = \Lambda_k$ с учетом выражений (1), (2), где $M_i = 0$. В результате получим значение вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_p$ в начальный момент времени [4]. Значение вектора \mathbf{p}_0 связано с найденным $\boldsymbol{\omega}_p$ соотношениями

$$p_{i0} = \frac{J_i \omega_{ip}}{\sqrt{(J_1 \omega_{1p})^2 + (J_2 \omega_{2p})^2 + (J_3 \omega_{3p})^2}}.$$

Оптимальное движение КА состоит из участков, на которых действует максимальный управляющий момент, и участка неуправляемого вращения. На участках, где $M_i \neq 0$, вектор кинетического момента \mathbf{L} имеет постоянное направление в инерциальном пространстве, но на участке разгона увеличивается до заданного значения, а на участке торможения уменьшается, момент \mathbf{M} неподвижен относительно опорного базиса \mathbf{I} и параллелен вектору \mathbf{p} . При вращении КА, когда $M_i = 0$, параметры движения определяются векторами \mathbf{L} и \mathbf{p} , постоянными в инерциальной системе координат. В отличие от переменных ω_i переменные p_i и λ_i являются гладкими функциями времени. Особенность решения заключается в том, что на всем интервале разворота $\mathbf{L} \parallel \mathbf{p}$, а $\Lambda(t) \circ \mathbf{p}(t) \circ \tilde{\Lambda}(t) = \text{const}$.

Разработанный алгоритм управления пространственной переориентацией позволяет снизить на 25—40 % затраты топлива на разворот существующих КА. Высокая экономичность достигается за счет того, что на большей части маневра управление отсутствует ($\mathbf{M} = 0$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.
2. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969.
3. Маркеев А. П. Теоретическая механика. М.: Наука, 1990.
4. Пат. РФ № 2006431. Система управления пространственным разворотом КА / М. В. Левский. // Б. И. 1994. № 2.

Рекомендована Институтом

Поступила в редакцию
12.12.06 г.

А. А. ОЖИГАНОВ, ЖУАНЬ ЧЖИПЭН

*Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ КОДОВЫХ ШКАЛ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Предложен метод построения кодовых шкал для преобразователей линейных перемещений, базирующийся на использовании теории псевдослучайных двоичных последовательностей максимальной длины (М-последовательностей) с числом информационных дорожек 2—4.

Основным элементом цифровых преобразователей перемещений, построенных по методу считывания, является кодовая шкала (КШ) [1].

Недостаток таких преобразователей заключается в том, что число информационных дорожек КШ обычно равно разрядности преобразователя. Рисунок КШ выполнен, как правило, в обыкновенном двоичном коде или в коде Грея. Такой способ построения КШ создает трудности технологического характера, особенно при проектировании преобразователей линейных перемещений, используемых в системах измерения значительных перемещений.

В работе [2] для преобразователей угловых перемещений предложен новый тип более технологичных кодовых шкал, названных псевдослучайными кодовыми шкалами (ПСКШ) и строящихся на основе использования теории псевдослучайных двоичных последовательностей максимальной длины (М-последовательностей). ПСКШ имеют всего одну информационную кодовую дорожку, выполненную в соответствии с символами $a = a_0, a_1, \dots, a_{M-1}$ М-последовательности, и n считывающих элементов (СЭ), размещенных вдоль дорожки. Считывающие элементы обеспечивают возможность получения при полном обороте шкалы $M = 2^n - 1$ различных n -разрядных кодовых комбинаций, что определяет разрешающую способность преобразователя угловых перемещений на основе ПСКШ $\delta = 2\pi/M$. В общем виде задача размещения СЭ на ПСКШ решена в работе [3].

Для генерации М-последовательности длиной $M = 2^n - 1$ используется примитивный неприводимый полином $h(x)$ степени n с коэффициентами поля Галуа GF(2) [4], т.е.

$$h(x) = \sum_{i=0}^n h_i x^i, \quad (1)$$

где $h_0 = h_n = 1$, а $h_i = 0$ или 1 при $0 < i < n$.

Символы М-последовательности a_{n+j} удовлетворяют рекурсивному выражению

$$a_{n+j} = \Xi_{i=0}^{n-1} a_{i+j} h_i, \quad j = 0, 1, \dots, M-n-1, \quad (2)$$

где знак Ξ — суммирование по модулю два, а индексы при символах M -последовательности берутся по модулю M .

Начальные значения символов a_0, a_1, \dots, a_{n-1} M -последовательности могут выбираться произвольно, за исключением нулевой комбинации. Для определенности при построении круговой ПСКШ символы a_0, a_1, \dots, a_{M-1} M -последовательности отображаются на информационной дорожке по направлению движения часовой стрелки.

M -последовательности относятся к классу циклических кодов и могут задаваться с помощью порождающего полинома $g(x) = (x^M + 1)/h(x)$, где $h(x)$ определяется в соответствии с выражением (2), $M = 2^n - 1$.

Для каждой M -последовательности длиной M существует ровно M различных циклических сдвигов, которые могут быть получены путем умножения порождающего полинома $g(x)$ на x^j , где $j = 0, 1, \dots, M-1$.

Поскольку ПСКШ строятся в соответствии с символами M -последовательности, можно путем циклических сдвигов определить порядок размещения на шкале n считывающих элементов, т.е. m -му СЭ, $m = 1, 2, \dots, n$, ставится в соответствие j_m -й циклический сдвиг $x^{j_m} g(x)$ M -последовательности.

Тогда полином, определяющий порядок размещения n СЭ на шкале, имеет вид

$$r(x) = \sum_{m=1}^n x^{j_m}, \quad j_m \in \{0, 1, \dots, M-1\}. \quad (3)$$

Приняв $j_1 = 0$, согласно полиному (3) получим положения 2-го, 3-го, ..., n -го СЭ, смещенные относительно 1-го СЭ на j_2, j_3, \dots, j_n элементарных участков информационной дорожки шкалы соответственно.

Принципы построения односторонних ПСКШ для преобразователей линейных перемещений рассмотрены в работе [5].

Разрешающая способность таких шкал $\delta_{\text{л}} = L/M = L/(2^n - 1)$, где L — длина кодируемого перемещения, а n — разрядность КШ.

Линейная ПСКШ разомкнута. Поэтому для обеспечения заданной разрешающей способности шкалы $\delta_{\text{л}}$ необходимо получить соответствующую последовательность символов $\mathcal{A} = \{A_i\}$, $i = 0, 1, \dots$, пригодную для синтеза единственной информационной дорожки линейной ПСКШ.

Задача генерации последовательности \mathcal{A} в общем виде решается с использованием рекурсивного соотношения (2) в предположении, что размещение СЭ на ПСКШ корректно и задается полиномом (3). Для определенности выбираются начальные значения символов последовательности \mathcal{A} : $A_0 = A_1 = \dots = A_{n-2} = 0$, $A_{n-1} = 1$.

Очевидно, символы последовательности \mathcal{A} должны полностью включать в себя символы a M -последовательности, а также некоторые дополнительные символы этой же последовательности, число которых зависит от выбранного полинома $r(x)$.

Определим разность между номерами циклических сдвигов M -последовательности, соответствующих размещению на шкале двух соседних СЭ, как $d_i = j_m - j_{m-1}$, где

$i=1, 2, \dots, n-1; m=2, 3, \dots, n$. Тогда при заданных начальных условиях число применений рекурсивного выражения (2), необходимое для генерации последовательности \mathcal{A} , может быть получено по следующей формуле:

$$q = M - n + \sum_{i=1}^{n-1} d_i. \tag{4}$$

С учетом того, что

$$\sum_{i=1}^{n-1} d_i = d_1 + \dots + d_i + \dots + d_{n-1} = (j_2 - j_1) + \dots + (j_m - j_{m-1}) + \dots + (j_n - j_{n-1}) = j_n \text{ при } j_1 = 0,$$

выражение (4) принимает вид

$$q = M - n + j_n. \tag{5}$$

Общее число символов последовательности \mathcal{A} с учетом n задаваемых начальных значений может быть найдено из выражения

$$Q = M + j_n. \tag{6}$$

Таким образом, последовательность $\mathcal{A} = \{A_i\}, i=0, 1, \dots, Q-1$, получается на основе рекурсивного выражения (2) с учетом (5) и (6).

Рисунок однодорожечной линейной ПСКШ выполняется в соответствии с символами последовательности \mathcal{A} при отображении их на информационной дорожке шкалы слева направо в последовательности A_0, A_1, \dots, A_{Q-1} .

Рассмотрим два варианта (рис. 1, 2) четырехразрядной однодорожечной линейной ПСКШ, для построения которой использован примитивный полином $h(x) = x^4 + x + 1$. На рис. 1 размещение СЭ на шкале определяется полиномом $r(x) = 1 + x + x^2 + x^3$, информационная дорожка шкалы соответствует символам последовательности $\mathcal{A} = \{A_i\} = A_0, A_1, \dots, A_{17} = a_0, a_1, \dots, a_{13}, a_{14}, a_0, a_1, a_3 = 000100110101111000$ длиной $Q = M + j_n = 15 + 3 = 18$, а сами символы, при начальных значениях $A_0 = A_1 = A_2 = 0, A_3 = 1$, получены в соответствии с рекурсивным выражением $A_{4+i} = A_{1+i} \oplus A_i, i = 0, 1, \dots, Q-1$, где $q = M - n + j_n = 15 - 4 + 3 = 14$.

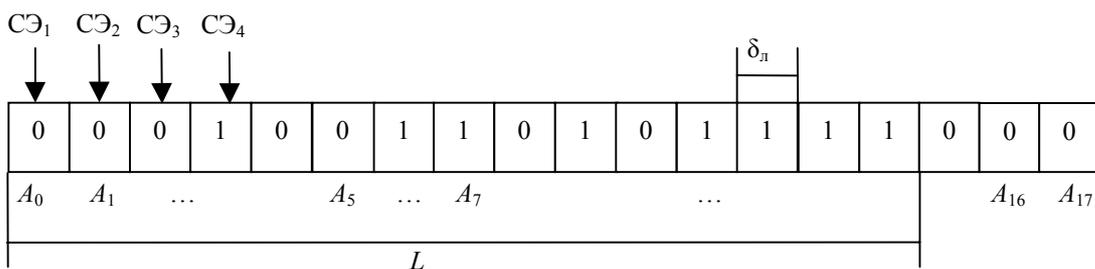


Рис. 1

Фиксируя считывающими элементами CЭ₁, CЭ₂, CЭ₃ и CЭ₄ последовательно кодовую комбинацию при перемещении линейной ПСКШ на один элементарный участок справа налево, получаем пятнадцать различных четырехразрядных кодовых комбинаций: 0001, 0010, 0100, 1001, 0011, 0110, 1101, 1010, 0101, 1010, 0111, 1111, 1110, 1100, 1000.

На рис. 2 размещение СЭ на шкале определяется полиномом $r(x) = 1 + x^5 + x^9 + x^{14}$, информационная дорожка шкалы соответствует символам последовательности $\mathcal{A} = \{A_i\} = A_0, A_1, \dots, A_{28} = a_0, a_1, \dots, a_{13}, a_{14}, a_0, a_1, \dots, a_{13} = 00010011010111100010011010111$ длиной

$Q = M + j_n = 15 + 14 = 29$, а сами символы, при начальных значениях $A_0 = A_1 = A_2 = 0$, $A_3 = 1$, получены в соответствии с рекурсивным выражением $A_{4+i} = A_{1+i} \oplus A_i$, $i = 0, 1, \dots, Q-1$, где $q = M - n + j_n = 15 - 4 + 14 = 25$.

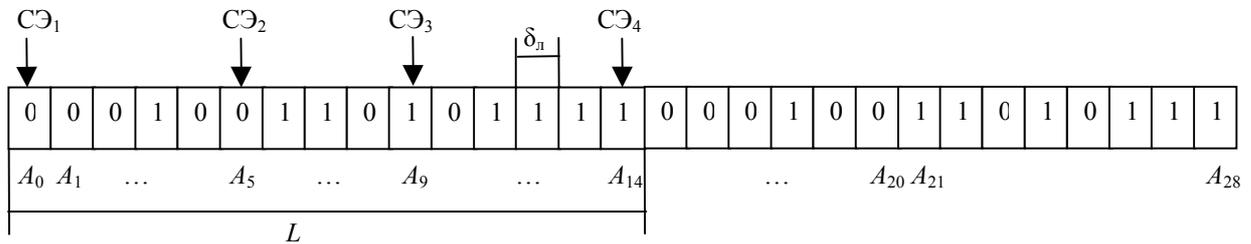


Рис. 2

Фиксируя считывающими элементами СЭ₁, СЭ₂, СЭ₃ и СЭ₄ последовательно кодовую комбинацию при перемещении линейной ПСКШ на один элементарный участок справа налево, получаем пятнадцать различных четырехразрядных кодовых комбинаций: 0011, 0100, 0110, 1010, 0111, 0010, 1100, 1101, 0101, 1110, 0001, 1000, 1011, 1111, 1001.

Очевидно, что длина информационной кодовой дорожки линейной ПСКШ определяется не только разрядностью преобразователя, но также и степенью полинома $r(x)$. При одинаковой разрядности ПСКШ выбор большей степени $r(x)$ приводит к увеличению длины кодовой дорожки. Анализ соотношения (6) показывает, что при $j_n = n - 1$ увеличение кодовой дорожки, общая длина которой $Q = M + n - 1 = 2^n + n - 2$ элементарных участков шкалы, минимально, а при $j_n = M - 1 = 2^n - 2$ — увеличение максимально, при этом общая длина $Q = 2M - 1 = 2^{n+1} - 3$.

Как видно из рис. 1 и 2, вариант размещения СЭ в соответствии с полиномом $r(x) = 1 + x + x^2 + x^3$ приводит к увеличению длины шкалы на 3 элементарных участка, тогда как вариант размещения СЭ в соответствии с полиномом $r(x) = 1 + x^5 + x^9 + x^{14}$ — к увеличению на 14 участков, т.е. практически удваивает длину шкалы. Естественно, что первый вариант построения ПСКШ представляется более предпочтительным.

Однако на практике при проектировании преобразователей линейных перемещений с ПСКШ может возникнуть необходимость размещения СЭ вдоль дорожки шкалы с шагом, отличным от первого варианта. При таком подходе для уменьшения длины шкалы предлагается использовать ПСКШ, содержащие от 2 до 4 кодовых дорожек, рисунок которых выполняется в соответствии с символами рассмотренных выше М-последовательностей.

Рассмотрим метод построения ПСКШ с 2—4 информационными кодовыми дорожками для преобразователей линейных перемещений.

1. В зависимости от требуемой разрядности шкалы n выбирается полином $h(x)$.
2. На основе рекурсивного выражения (2) синтезируется последовательность a .
3. По предложенному в работе [3] методу размещения СЭ на шкале формируется полином $r(x)$.
4. На основе соотношения (6) осуществляется расчет длины информационной дорожки шкалы для принятого размещения СЭ.

5. Если полученная шкала не может быть практически реализована, например, в силу технологических ограничений, моделируется шкала с дополнительными информационными кодовыми дорожками (1—3) в целях уменьшения длины результирующей ПСКШ.

6. Далее, полином $r(x)$ размещения СЭ на шкале разбивается со стороны младших

степеней на две, три или четыре части в зависимости от принятой двух-, трех- или четырёхдорожечной модели ПСКШ.

7. С учетом разбиения полинома $r(x)$ на соответствующее число частей с использованием рекурсивного выражения (2) и соотношений (5), (6) осуществляется генерация последовательностей (\mathcal{A} , \mathcal{B} , \mathcal{C} , \mathcal{D}) для получения необходимого числа (2—4) информационных кодовых дорожек ПСКШ.

8. На основе выражения (6) осуществляется расчет длины ПСКШ с 2—4 информационными кодовыми дорожками.

9. Если ПСКШ с несколькими дорожками может быть практически реализована, принимается решение о нанесении на шкалу необходимого числа дополнительных информационных кодовых дорожек.

10. Рисунок каждой информационной дорожки линейной ПСКШ выполняется согласно символам соответствующих последовательностей (\mathcal{A} , \mathcal{B} , \mathcal{C} , \mathcal{D}).

11. Если смоделированная ПСКШ с несколькими дорожками не может быть практически реализована, осуществляется выбор другого полинома $r(x)$ с выполнением всех последующих шагов.

Поясним работу предложенного метода на примере четырехразрядной двухдорожечной линейной ПСКШ, для построения которой использован рассмотренный ранее примитивный полином $h(x) = x^4 + x + 1$.

Предположим, что первые четыре шага алгоритма выполнены, и имеется модель шкалы, приведенная на рис. 2. Предположим также, что шкала, длина которой фактически в два раза превышает измеряемое перемещение L , не может быть практически реализована.

Принимается решение о построении двухдорожечной модели ПСКШ.

Полином размещения СЭ на шкале $r(x) = 1 + x^5 + x^9 + x^{14}$ разбивается со стороны младших степеней на две части, т.е. $r_{\mathcal{A}}(x) = 1 + x^5$ и $r_{\mathcal{B}}(x) = x^9 + x^{14} = x^9(1 + x^5)$. С учетом этого разбиения с использованием рекурсивного выражения (2) и соотношений (5), (6) для получения первой и второй информационных кодовых дорожек ПСКШ осуществляется генерация последовательностей \mathcal{A} и \mathcal{B} (рис. 3).

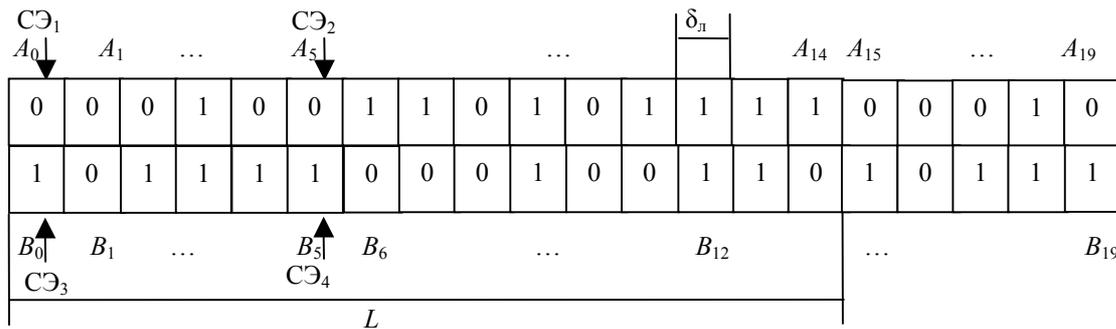


Рис. 3

На рис. 3 размещение СЭ на первой дорожке определяется полиномом $r_{\mathcal{A}}(x) = 1 + x^5$, информационная дорожка шкалы соответствует символам последовательности $\mathcal{A} = \{A_i\} = A_0, A_1, \dots, A_{19} = a_0, a_1, \dots, a_{13}, a_{14}, a_0, a_1, \dots, a_4 = 00010011010111100010$ длиной $Q = M + j_n = 15 + 5 = 20$, а сами символы, при начальных значениях $A_0 = A_1 = A_2 = 0, A_3 = 1$, получены в соответствии с рекурсивным выражением $A_{4+i} = A_{1+i} \oplus A_i, i = 0, 1, \dots, Q - 1$, где $q = M - n + j_n = 15 - 4 + 5 = 16$. На этом же рисунке размещение СЭ на второй дорожке определяется полиномом $r_{\mathcal{B}}(x) = x^9 + x^{14} = x^9(1 + x^5)$, информационная дорожка шкалы соответствует символам

последовательности $\mathbb{B} = \{B_i\} = B_0, B_1, \dots, B_{19} = b_9, b_{10}, b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{14}, b_0, b_1, \dots, b_{13} = 1011110001001101011110001$ длиной $Q = M + j_n = 15 + 5 = 20$, а сами символы, при начальных значениях $B_0 = 1, B_1 = 0, B_2 = B_3 = 1$, получены в соответствии с рекурсивным выражением $B_{4+i} = B_{1+i} \oplus B_i, i = 0, 1, \dots, Q-1$, где $q = M - n + j_n = 15 - 4 + 5 = 16$.

Фиксируя считывающими элементами СЭ₁, СЭ₂, СЭ₃ и СЭ₄ последовательно кодовую комбинацию при перемещении двухдорожечной ПСКШ на один элементарный участок справа налево, получаем те же, что и на рис. 2, пятнадцать различных четырехразрядных кодовых комбинаций: 0011, 0100, 0110, 1010, 0111, 0010, 1100, 1101, 0101, 1110, 0001, 1000, 1011, 1111, 1001.

Таким образом, двухдорожечный вариант построения ПСКШ, по сравнению с односторожечным вариантом, приводит к увеличению длины шкалы всего на 5 элементарных участков, что практически в три раза сокращает удлинение шкалы.

Рассмотренный в настоящей статье метод построения ПСКШ может быть положен в основу построения малодорожечных преобразователей линейных перемещений, работающих по методу считывания. При этом разработанный метод полностью инвариантен к разрядности преобразователя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Домрачев В. Г., Мейко Б. С. Цифровые преобразователи угла: принципы построения, теория точности, методы контроля. М.: Энергоатомиздат, 1984. 328 с.
2. Ожиганов А. А. Псевдослучайные кодовые шкалы // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1987. Т. 30, № 2. С. 40—43.
3. Ожиганов А. А. Алгоритм размещения считывающих элементов на псевдослучайной кодовой шкале // Изв. вузов. Приборостроение. 1994. Т. 37, № 2. С. 22—27.
4. Макуильямс Ф. Д., Слоан Н. Д. Псевдослучайные последовательности и таблицы // ТИИЭР. 1976. Т. 64, № 12. С. 80—95.
5. Ожиганов А. А. Псевдослучайные кодовые шкалы для преобразователей линейных перемещений // Изв. вузов. Приборостроение. 1995. Т. 38, № 11—12. С. 37—39.

Рекомендована кафедрой
вычислительной техники

Поступила в редакцию
03.03.08 г.

В. А. ГОНЧАРЕНКО

*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского
Санкт-Петербург*

АНАЛИЗ РЕАКТИВНОСТИ УЗЛА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Анализируются вероятностно-временные характеристики узла вычислительной сети в условиях интервальной неопределенности исходных данных. Предложен метод расчета характеристик узла сети массового обслуживания с интервально заданными параметрами распределений времени между моментами поступления входных заявок и времени их обслуживания в узле.

При решении задач анализа и проектирования вычислительных сетей одной из важных проблем является наличие достоверных исходных данных для расчета. Зачастую эти данные известны с той или иной степенью неопределенности, обусловленной сложностью и изменчивостью процессов, протекающих в исследуемой сети, а также субъективными и объективными трудностями процесса сбора, обработки и интерпретации информации о функционировании сети.

Упрощение модели исследуемой системы (например, замена случайных или недостоверных величин постоянными) ведет к потере части имеющейся информации и искажению результатов. В этой связи возникает необходимость разработки моделей и методов, учитывающих различные виды неопределенности исходных данных при возможности их наложения: недоопределенность, нестабильность, неточность, случайность, нечеткость, размытость, неполноту, многозначность, недостаточность и т.д. При этом дополнительно возникают проблемы, связанные с анализом чувствительности и устойчивости моделей по отношению к возмущениям [1].

Одним из методов, позволяющим описывать различные виды неопределенности, является интервальный подход [2], при котором неопределенные параметры $\theta_i \in \Theta$ модели задаются в виде диапазона возможных значений $[\underline{\theta}_i, \overline{\theta}_i]$. Это могут быть границы произвольного (случайного) изменения параметров, доверительные интервалы, построенные с заданной надежностью для θ_i по результатам наблюдений за реальным узлом [1], экспертные оценки возможных значений параметров проектируемой системы, допустимые отклонения параметров узла от номинальных значений и т.д., в зависимости от характера рассматриваемой неопределенности.

В настоящей статье предлагается метод расчета характеристик реактивности узла сетевой модели массового обслуживания с интервальной неопределенностью информации о параметрах исходных распределений.

Рассмотрим отдельный узел сетевой модели с бесконечной очередью и дисциплиной обслуживания FIFO. Пусть по результатам обработки исходных данных определено, что распределения времени между моментами поступления в узел заявок и времени обслуживания в узле близки к экспоненциальным, но при этом соответствующие параметры λ и μ принимают значения в известных пределах $[a, b]$ и $[c, d]$. Задача состоит в получении вероятностно-временных характеристик узла с учетом интервальной неопределенности.

При использовании усредненных детерминированных значений параметров экспоненциальных распределений $\lambda = (a + b)/2$ и $\mu = (c + d)/2$ приходим к известной модели типа $M/M/1$. Однако при этом никак не учитывается реальный уровень неопределенности исходных данных, что может привести к существенным погрешностям.

Используем рандомизационный подход, предложенный в работе [3]. Рассматривая экспоненциальную модель как базовую, допустим возможность отклонения от нее в окрестности моделей с параметрами, изменяющимися в заданных выше пределах, а сами параметры λ и μ будем считать случайными и непрерывно распределенными в этих диапазонах. Тогда для условных плотностей распределений интервалов времени между моментами поступления в узел заявок $a(t, \lambda | \lambda)$ и времени их обслуживания в узле $b(x, \mu | \mu)$ (при условии, что случайные параметры $\hat{\lambda}$ и $\hat{\mu}$ приняли фиксированные значения λ и μ) имеем

$$a(t, \lambda | \lambda) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t > 0, \quad a < \lambda < b;$$

$$b(x, \mu | \mu) = \mu e^{-\mu x}, \quad x > 0, \quad c < \mu < d.$$

Так как сведения о характере изменения параметров λ и μ отсутствуют, будем исходить из принципа максимума энтропии [4], считая их возможные значения равновероятными. Для их представления используем равномерное распределение, что соответствует максимальной неопределенности информации. Плотности распределений случайных параметров $\hat{\lambda}$ и $\hat{\mu}$ определяются как

$$f_1(\lambda) = \begin{cases} 1/(b-a), & \lambda \in [a, b], \\ 0, & \lambda \notin [a, b]; \end{cases} \quad f_2(\mu) = \begin{cases} 1/(d-c), & \mu \in [c, d], \\ 0, & \mu \notin [c, d]. \end{cases}$$

Задача нахождения вероятностно-временных характеристик узла сети для частных случаев, когда только один из параметров является случайным, была рассмотрена в работе [3]. Используя обобщенную формулу полной вероятности для непрерывного случая, можно определить безусловные плотности распределений $a(t)$ и $b(x)$:

$$a(t) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda t} f_1(\lambda) d\lambda = \frac{(1+at)e^{-at} + (1+bt)e^{-bt}}{(b-a)t^2}, \quad (1)$$

$$b(x) = \int_c^d \mu e^{-\mu x} f_2(\mu) d\mu = \frac{(1+cx)e^{-cx} + (1+dx)e^{-dx}}{(d-c)x^2}. \quad (2)$$

По физическому смыслу полученные величины $a(t)$ и $b(x)$ являются плотностями распределения, усредненными по случайному параметру, и имеют собственные начальные моменты:

$$\alpha_1 = \frac{\ln(b/a)}{b-a}; \quad \alpha_k = \frac{(b^{k-1} - a^{k-1})k!}{(k-1)(b-a)(ab)^{k-1}}, \quad k > 1; \quad C_\alpha = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1^2} - 1};$$

$$\beta_1 = \frac{\ln(d/c)}{d-c}; \quad \beta_k = \frac{(d^{k-1} - c^{k-1})k!}{(k-1)(d-c)(cd)^{k-1}}, \quad k > 1, \quad C_\beta = \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1^2} - 1}. \quad (3)$$

Используем для нахождения характеристик узла, как и в работе [3], метод спектрального разложения интегрального уравнения Линдли [5], основное соотношение которого имеет следующий вид:

$$A^*(-s)B^*(s) - 1 = \Psi_+(s)/\Psi_-(s), \quad (4)$$

где $A^*(s)$ и $B^*(s)$ — преобразования Лапласа — Стильеса (ПЛС) исходных плотностей распределений $a(t)$ и $b(x)$; $\Psi_+(s)$ — рациональная аналитическая функция от s без нулей в $\text{Re } s > 0$; $\Psi_-(s)$ — рациональная аналитическая функция от s без нулей в $\text{Re } s < Z$;

$$\lim_{s \rightarrow 0} \Psi_+(s)/s = 1 \text{ для } \operatorname{Re} s > 0; \quad \lim_{s \rightarrow 0} \Psi_-(s)/s = -1 \text{ для } \operatorname{Re} s < Z.$$

ПЛС $A^*(s)$ и $B^*(s)$ для выражений (1) и (2) будут иметь вид

$$A^*(s) = 1 - s\alpha(s); \quad B^*(s) = 1 - s\beta(s), \quad (5)$$

где $\alpha(s) = \ln[(b+s)/(a+s)]/(b-a)$ и $\beta(s) = \ln[(d+s)/(c+s)]/(d-c)$.

Тогда после подстановки уравнений (5) в выражение (4) и некоторых преобразований получим следующее соотношение:

$$\frac{s[1/\beta(s) - 1/\alpha(s) - s]}{1/\alpha(s)/\beta(s)} = \frac{\Psi_+(s)}{\Psi_-(s)}. \quad (6)$$

Сложность определения функций $\Psi_+(s)$ и $\Psi_-(s)$ заключается в том, что левая часть соотношения (6) не является рациональной функцией от s , хотя и удовлетворяет условиям аналитичности. Используя теорему Руше [5], можно показать, что числитель левой части выражения (6) имеет, кроме нулевого корня, еще только один корень $s_1 < 0$, причем он является действительным. Уравнение

$$1/\beta(s) - 1/\alpha(-s) - s = 0 \quad (7)$$

является трансцендентным и разрешимо относительно s в частных случаях ($a = b$ или/и $c = d$ — соответственно узлы типа $M/G/1$, $G/M/1$ или $M/M/1$).

Для решения задачи общего типа ($G/G/1$) используем следующий прием: по аналогии с решением для узла типа $G/M/1$ найдем корень уравнения (7), но выраженный через переменную s :

$$s_1(s) = a - \frac{b-a}{e^{(b-a)/(1/\beta(s)-s)} - 1}.$$

Тогда для функций $\Psi_+(s)$ и $\Psi_-(s)$ можно предложить следующее спектральное разложение:

$$\Psi_+(s) = s\beta(s)(s - s_1(s)), \quad \Psi_-(s) = \frac{(s - s_1(s))/\alpha(-s)}{1/\beta(s) - 1/\alpha(-s) - s}.$$

Данное разложение является универсальным и в частных случаях ($M/G/1$, $G/M/1$ или $M/M/1$) трансформируется в полученные в работе [3] соответствующие решения для частных типов узлов. Используя данные функции, найдем основные характеристики отдельного узла сети с неопределенными параметрами:

— вероятность нулевого ожидания (вероятность „застать“ узел незанятым)

$$r_0 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\Psi_+(s)}{s} = \left(\frac{b-a}{e^{(b-a)\beta_1}} - a \right) \beta_1;$$

— ПЛС плотности распределения времени ожидания обслуживания заявки в очереди

$$W^*(s) = \frac{r_0}{(s - s_1(s))\beta(s)};$$

— ПЛС плотности распределения периода простоя

$$V^*(s) = 1 - \frac{s(1 - \alpha(s))/\beta(-s) - s\alpha(s)}{s + s_1(-s)}.$$

Обозначив $W^*(s) = r_0/H(s)$, $V^*(s) = 1 - E(s)/F(s)$, запишем выражения для их начальных моментов ω_k и υ_k соответственно:

$$\omega_k = \frac{1}{r_0} \sum_{j=1}^k \binom{k}{j} (-1)^{j+1} H^{(j)}(0) \omega_{k-j}; \quad (8)$$

$$\upsilon_k = \sum_{j=1}^{k-1} \binom{k}{j} (-1)^{j+1} \frac{F^{(j)}(0)}{F(0)} \upsilon_{k-j} + (-1)^{k+1} \frac{E^{(k)}(0)}{F(0)}, \quad (9)$$

где $E^{(j)}(0)$, $F^{(j)}(0)$ и $H^{(j)}(0)$ — производные j -го порядка по s соответствующего выражения в точке $s = 0$, которые можно вычислить с помощью предлагаемого ниже рекуррентного алгоритма.

Шаг 1. Вычисление производных k -го порядка от функций $q(s) = (b-a)/(1/\beta(s) - s)$ и $q(-s)$ в точке $s = 0$:

$$q^{(k)}(0) = (-1)^k (b-a) \frac{\beta_{k+1}}{k+1} - \sum_{j=1}^k \binom{k}{j} (-1)^j \beta_j q^{(k-j)}(0),$$

$$q^{(k)}(-0) = (b-a) \frac{\beta_{k+1}}{k+1} - \sum_{j=1}^k \binom{k}{j} \beta_j q^{(k-j)}(-0).$$

Шаг 2. Вычисление производных k -го порядка от функций $y(s) = e^{q(s)}$ и $y(-s)$ в точке $s = 0$:

$$y^{(k)}(0) = \sum_{j=1}^k \binom{k-1}{j-1} q^{(j)}(0) y^{(k-j)}(0),$$

$$y^{(k)}(-0) = \sum_{j=1}^k \binom{k-1}{j-1} q^{(j)}(-0) y^{(k-j)}(-0).$$

Шаг 3. Вычисление производных k -го порядка от функций $s_1(s) = a - (b-a)/(y(s)-1)$ и $s_1(-s)$ в точке $s = 0$:

$$s_1^{(k)}(0) = \left[a y^{(k)}(0) - \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} y^{(j)}(0) s_1^{(k-j)}(0) \right] / (y(0)-1),$$

$$s_1^{(k)}(-0) = \left[a y^{(k)}(-0) - \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} y^{(j)}(-0) s_1^{(k-j)}(-0) \right] / (y(-0)-1).$$

Шаг 4. Вычисление производных k -го порядка от функции $H(s) = (s - s_1(s))\beta(s)$ в точке $s = 0$:

$$H^{(k)}(0) = (-1)^{k+1} \beta_k + \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} (-1)^{j+1} \frac{\beta_{j+1}}{j+1} s_1^{(k-1)}(0).$$

Шаг 5. Вычисление производных k -го порядка от функции $E(s) = s(1 - \alpha(s)/\beta(-s) - s\alpha(s))$ в точке $s = 0$:

$$E^{(k)}(0) = \left[\sum_{j=0}^k \binom{k}{j} (-1)^j \alpha_j \beta_{k-j} - \sum_{j=0}^{k-2} \binom{k}{j} \frac{E^{(j+1)}(0)}{j+1} \beta_{k-j} \right] / \beta_1.$$

Шаг 6. Вычисление производных k -го порядка от функции $F(s) = s + s_1(-s)$ в точке $s = 0$:

$$F'(0) = 1 + s_1'(0); \quad F^{(k)}(0) = s_1^{(k)}(0), \quad k > 1.$$

Выведем формулу среднего времени ожидания обслуживания в узле:

$$\omega_1 = \frac{\beta_1}{r_0} \left(1 + \frac{(b-a)^2 (\beta_2/2 - \beta_1^2) e^{(b-a)\beta_1}}{(e^{(b-a)\beta_1} - 1)^2} \right) - \frac{\beta_2}{2\beta_1}.$$

Для расчета характеристик сетей массового обслуживания представляет интерес вычисление времени пребывания заявки в узле и времени между моментами выхода заявок из узла. ПЛС плотностей распределения времени пребывания заявки в узле $G^*(s)$ и времени между выходными заявками $D^*(s)$ определяются как

$$G^*(s) = W^*(s)B^*(s) = \frac{r_0(1/\beta(s) - s)}{(s - s_1(s))\beta(s)},$$

$$D^*(s) = (1 - r_0 + r_0V^*(s))B^*(s).$$

С учетом выражений (3), (8) и (9) могут быть также получены значения начальных моментов распределения времени пребывания заявки в узле γ_k и распределения времени между выходными заявками δ_k :

$$\gamma_k = \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} \omega_j \beta_{k-j}; \quad \delta_k = \beta_k + r_0 \sum_{j=1}^k \binom{k}{j} \beta_{k-j} \nu_j.$$

Коэффициент вариации для выходного потока определяется выражением

$$C_\delta = \sqrt{C_\alpha^2 + 2(D_\beta - (\alpha_1 - \beta_1)\omega_1)/\alpha_1^2}.$$

Пример. На вход узла вычислительной сети поступает рабочая нагрузка с интенсивностью, изменяющейся в диапазоне от 0,05 до 0,2 заданий/с. Средняя интенсивность обслуживания заданий колеблется от 0,25 до 0,5 заданий/с. Требуется найти характеристики реактивности узла и коэффициенты вариации потоков.

При использовании усредненных значений параметров и модели $M/M/1$ получим $C_\alpha = C_\beta = C_\delta = 1$ и $\alpha_1 = 8$ с, $\beta_1 = 2,667$ с, $r_0 = 0,667$ с, $\omega_1 = 1,333$ с, $\gamma_1 = 4,0$ с, а при использовании интервальной модели узла получим следующие значения характеристик: $\alpha_1 = 9,242$ с, $\alpha_2 = 200$ с, $C_\alpha = 1,158$, $\beta_1 = 2,773$ с, $\beta_2 = 16$ с, $C_\beta = 1,04$, $r_0 = 0,668$ с, $\omega_1 = 1,352$ с, $\gamma_1 = 4,125$ с, $C_\delta = 1,154$.

Из результатов расчета видно, что математические ожидания случайных величин смещены относительно модели, свободной от возмущений, коэффициенты вариации при этом больше единицы. После прохождения через обслуживающий прибор потока заявок с коэффициентом вариации $C_\beta < C_\alpha$ коэффициент C_δ станет меньше C_α .

Для оценки степени неопределенности параметров можно использовать коэффициенты $\Delta_\alpha = (b-a)/(b+a)$, $\Delta_\beta = (d-c)/(d+c)$, принимающие значения от 0 до 1, для приведенного примера $\Delta_\alpha = 0,6$, $\Delta_\beta = 0,33$. Анализ показал также, что характеристики модели более чувствительны к неопределенности параметров обслуживания, чем к неопределенности параметров входного потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивановский В. Б. Чувствительность среднего времени ожидания к нестабильности потоков в синхронных сетях // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 1. С. 48—52.
2. Кузнецов В. П. Интервальные статистические модели. М.: Радио и связь, 1991. 352 с.
3. Гончаренко В. А., Смагин В. А. О влиянии неопределенности параметров распределений на характеристики узла сети // Изв. вузов. Приборостроение. 1993. Т. 36, № 7—8. С. 39—45.

4. Kouvatso D. D. A maximum entropy analysis of the G/G/1 queue at equilibrium // J. Opl. Res. Soc. 1988. Vol. 39, N 2. P. 183—200.

5. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.

Рекомендована кафедрой
электронной вычислительной техники

Поступила в редакцию
02.07.07 г.

УДК 004.4'22, 004.65

В. Б. НОВОСЕЛЬСКИЙ

*Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики*

МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЯЦИОННОЙ БАЗЫ ДАННЫХ

Рассматривается вопрос распределения реляционной базы данных по узлам вычислительной сети. Предлагается генетический алгоритм решения задачи проектирования, позволяющий учесть взаимозависимость схем фрагментации данных, размещения фрагментов и стратегий исполнения запросов. Исследуются качество получаемых решений и вычислительная сложность алгоритма.

Технологии баз данных (БД) в настоящее время используются практически во всех организациях. Все большую значимость приобретают процессы децентрализации, требующие создания приложений, доступ к которым осуществляется из различных географических мест. Увеличиваются требования к оперативности и достоверности информации. Задачи информационной интеграции БД и проектирования географически распределенных БД (РБД) являются наиболее актуальными для разработчиков программного обеспечения в течение почти трех десятилетий.

Большинство авторов под проектированием РБД понимают фрагментацию и размещение, т.е. разбиение БД на фрагменты и принятие решения о том, где будут храниться эти фрагменты. Однако проектирование схем фрагментации и размещения отношений реляционной базы данных основывается на информации о способах и методах использования РБД. Эти методы зависят от стратегии исполнения запросов, которая, в свою очередь, должна учитывать схемы фрагментации и размещения. Следовательно, проектирование схем фрагментации и размещения, а также определение стратегии исполнения запросов должны производиться одновременно. Таким образом, задачу проектирования РБД следует формулировать так: для заданной логической схемы БД, множества запросов и конфигурации вычислительной сети (ВС) описать схему фрагментации, схему размещения фрагментов и сформировать стратегии исполнения каждого запроса таким образом, чтобы оптимизировать целевую функцию.

Все три задачи, входящие в процесс проектирования РБД, NP-полные [1, 2], т.е. с ростом размерности задач их вычислительная сложность растет экспоненциально. Во многих работах (например, [3—5]) отмечается, что для решения задач кластеризации и компоновки наиболее успешно применяются генетические алгоритмы.

В основу генетических алгоритмов положены идеи естественного отбора в биологических популяциях. В таких алгоритмах любое решение задачи синтеза представляется особями, которые характеризуются хромосомами. Хромосомы состоят из генов, значениями генов являются значения проектных параметров. Направленный перебор решений осуществляется с помощью генетических операторов выбора родителей, скрещивания, мутации, селекции,

переупорядочения. Особи оцениваются с использованием функции приспособленности, определяющей, насколько хорошо особь подходит для решения данной задачи.

Помимо NP-полноты, задачи проектирования РБД обладают свойством взаимозависимости, т.е. входными данными для следующей задачи является решение предыдущей. Таким образом, для получения проекта РБД, близкого к оптимальному, целесообразно применять вложенные генетические алгоритмы.

В соответствии с разработанным автором настоящей статьи методом для каждой хромосомы из внешнего алгоритма, который сформирован схемами фрагментации и размещения, запускается вложенный генетический алгоритм, предназначенный для формирования оптимальной стратегии исполнения запросов. Хромосомы вложенного алгоритма представляют собой решения, принимаемые при исполнении запроса. Комбинация хромосом из внешнего и вложенного алгоритмов полностью определяет решение поставленной задачи.

Сначала необходимо сформировать пространство поиска схем фрагментации, размещения и стратегии исполнения запросов, затем схемы должны быть представлены в виде хромосом. Пространство поиска схемы фрагментации формируется разбиением отношений на минимальные, не делимые далее, фрагменты. Для получения такого набора фрагментов для каждого отношения R на основании транзакций определяются набор минтермов предикатов и группы атрибутов. Разбиение на предикаты характеризует горизонтальную фрагментацию, а группы атрибутов — вертикальную.

Схема размещения кодируется бинарной матрицей D , строками которой являются узлы ВС, а столбцами — сформированный набор фрагментов. Единица в ячейке матрицы означает наличие определенного фрагмента в узле ВС. Для обеспечения полноты схемы размещения каждый фрагмент должен находиться хотя бы в одном узле (в каждом столбце должна быть хотя бы одна единица).

При исполнении реляционного запроса необходимо принять следующие решения.

1. В какой последовательности производить операции соединения отношений.
2. В каком узле производить операцию соединения.

3. Применять ли технику semi-join (неполное соединение) [6] при соединении. Эта техника используется при соединении отношений, находящихся в разных узлах: пусть отношение A находится в узле 1 и отношение B находится в узле 2; принцип semi-join заключается в отправке на узел 2 столбцов отношения A , по которым осуществляется соединение, нахождение и отправка на узел 1 только тех записей из B , которые удовлетворяют условию соединения.

4. Применять ли технику double-pipelined hash-join (двойное конвейерное хэш-соединение) [7] при соединении. Идея double-pipelined hash-join состоит в формировании двух хэш-таблиц Ha и Hb , после чего записи из A и B обрабатываются по одной в каждый момент времени. Для записи из A в таблице Hb ищутся соответствующие ей вложения, после чего запись из A и найденные записи из B возвращаются как результаты соединения, и запись из A помещается в хэш-таблицу Ha . Далее, берется запись из B и обрабатывается аналогичным образом.

5. Какие узлы сети, содержащие необходимые фрагменты, использовать при внутриоператорном параллелизме.

Функцией приспособленности вложенного алгоритма является критерий оптимальности РБД. Для всех запросов производится расчет сокращения времени исполнения за счет применения внутриоператорного параллелизма и расчет коэффициентов использования ресурсов.

После останова вложенного алгоритма значение функции приспособленности лучшей хромосомы используется как оценка функции приспособленности внешнего алгоритма. Критерием останова алгоритмов является схождение популяции.

Для оценки качества предложенного генетического алгоритма был проведен эксперимент, в котором решения, найденные с помощью этого алгоритма, сравнивались с оптимальными. Использовался следующий критерий эффективности БД:

$$\xi = \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^n (c_t Q_{ij} + c_a W_{ij}) f_{ij} \rightarrow \min,$$

где k — количество узлов ВС; n — количество запросов; f_{ij} — частота возникновения j -го запроса в i -м узле; Q_{ij} — временной коэффициент j -го запроса, порожденного в i -м узле; W_{ij} — коэффициент использования ресурсов при обработке j -го запроса, порожденного в i -м узле; c_t и c_a — коэффициенты, определяющие приоритеты времени ответа и готовности транзакции, значения c_t и c_a находятся в интервале $[0 \dots 1]$ и определяются проектировщиком.

Временной коэффициент j -го запроса определяется как $Q_{ij} = T_{ij}^d / T_{ij}^l$, т.е. равен отношению времени ответа на запрос, исполненный в РБД, к расчетному времени ответа на запрос, исполненный локально в узле i , при условии наличия в узле всех необходимых фрагментов. Коэффициент использования ресурсов W_{ij} равен сумме коэффициентов использования центрального процессора и внешнего запоминающего устройства узлов, вовлеченных в операцию, и коэффициента использования сетевых ресурсов.

Эксперимент проводился для следующей вычислительной системы: ВС состоит из трех узлов, равноудаленных друг от друга; логическая схема БД имеет 2 отношения; производится 3 запроса на выборку и 2 запроса на обновление данных, которые формируют 4 группы атрибутов и 5 предикатов.

По результатам измерений были определены оптимальные значения параметров генетических алгоритмов, приведенные в таблице. Запуск алгоритма с другими значениями параметров ухудшает результат или увеличивает время работы.

Параметр	Алгоритм	
	внешний	вложенный
Размер популяции, особь	25—35	100—110
Вероятность скрещивания, %	45—70	55—65
Вероятность мутации, %	0,75—1,00	0,75—1,00

Схождение популяций, при котором 90 % лучших особей имеют расхождение по значению функции приспособленности не более, чем на 10 %, наблюдалось примерно спустя 500—700 поколений внешнего генетического алгоритма и 2500—3000 поколений вложенного алгоритма. Отметим, что для различных значений c_t и c_a удалось найти оптимальное решение, полученное полным перебором. Кроме этого, с увеличением пространства возможных решений (количества фрагментов и узлов ВС) время работы генетического алгоритма увеличивается квадратично, тогда как поиск оптимального решения путем полного перебора растет экспоненциально.

В дальнейшем необходимо исследовать зависимость скорости схождения популяций от параметров генетического алгоритма.

Разработанная прикладная программа, реализующая предложенный алгоритм, может быть положена в основу создания САПР распределенной базы данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ahmad I., Karlapalem K., Kwok Y.K. et al. Evolutionary algorithms for allocating data in distributed database systems // Distributed and Parallel Databases. 2002. Vol. 11, N 1. P. 5—32.
2. Apers P. M. G. Data allocation in distributed database systems // ACM Trans. on Database Systems. 1988. Vol. 13, N 3. P. 263—304.
3. Rho S., March S. T. Optimizing distributed join queries: A genetic algorithm approach // Annals of Operations Research. 1997. Vol. 71. P. 199—228.

4. Wang J.-C., Horng J.-T., Hsu Y.-M. et al. A genetic algorithm for set query optimization in distributed database systems // Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Systems, Man and Cybernetics. Beijing, China. 1996. P. 1977—1982.
5. Норенков И. П. Эвристики и их комбинации в генетических методах дискретной оптимизации // Информационные технологии. 1999. № 1. С. 2—7.
6. Bernstein P. A., Goodman N., Wong E. et al. Query processing in a system for distributed databases (SDD-1) // ACM Trans. on Database Systems. 1981. Vol. 6, N 4. P. 602—625.
7. Wilschut A. N., Apers P. M. G. Dataflow query execution in a parallel main-memory environment // Distributed and Parallel Databases. 1993. Vol. 1, N 1. P. 103—128.

Рекомендована кафедрой
информатики и прикладной
математики

Поступила в редакцию
04.04.08 г.

ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 621.396.96

С. И. ЗИАТДИНОВ

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

ОПТИМАЛЬНАЯ СХЕМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

На основе критерия максимума функции правдоподобия получено аналитическое соотношение, определяющее оптимальную схему измерения угловых координат и дальности.

Определение местоположения объекта в пространстве предполагает знание его угловых координат и дальности.

В настоящее время существуют различные методы и устройства оценки пространственных параметров объекта. С общих теоретических позиций представляет интерес синтез оптимальной и реализуемой на практике структур одновременного измерения угловых координат и дальности. Для решения этой задачи воспользуемся известным методом максимального правдоподобия.

Пусть на интервале наблюдения T поступает аддитивная сумма $\eta(t)$ нефлюктуирующего сигнала $S(t) = Q(\alpha)Q(\beta)U(t-t_3)\cos[\omega_0(t-t_3)]$ и стационарного нормального „белого“ шума со спектральной плотностью N_0 . При этом параметры $Q(\alpha)$ и $Q(\beta)$ определяют форму диаграммы направленности антенны в азимутальной плоскости α и угломестной плоскости β ; $U(t)$, ω_0 , t_3 — огибающая, несущая частота и время задержки полезного сигнала соответственно. Время задержки t_3 связано с измеряемой дальностью соотношением $R = kt_3$, где k — коэффициент пропорциональности.

Воспользуемся следующим выражением апостериорной плотности вероятности оцениваемых параметров α, β и t_3 , необходимых для определения местоположения объекта [1]:

$$P_{\text{ап}}(\alpha, \beta, t_3) = \text{const } P_{\text{апр}}(\alpha)P_{\text{апр}}(\beta)P_{\text{апр}}(t_3) \exp \left\{ \frac{2}{N_0} \int_0^T \eta(t)Q(\alpha)Q(\beta)U(t-t_3)\cos[\omega_0(t-t_3)] \cdot dt \right\},$$

где $P_{\text{апр}}(\alpha)$, $P_{\text{апр}}(\beta)$, $P_{\text{апр}}(t_3)$ — априорные плотности вероятности оцениваемых параметров, которые в дальнейшем примем равномерными.

С учетом того, что оцениваемые параметры являются неэнергетическими, логарифм апостериорной плотности вероятности можно записать в виде [2]

$$\Phi(\alpha, \beta, t_3) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \eta(t) Q(\alpha) Q(\beta) U(t - t_3) \cos[\omega_0(t - t_3)] \cdot dt, \quad (1)$$

при этом максимально правдоподобные оценки измеряемых параметров α, β и t_3 находятся из решения системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi(\alpha, \beta, t_3)}{\partial t_3} &= 0; \\ \frac{\partial \Phi(\alpha, \beta, t_3)}{\partial \alpha} &= 0, \\ \frac{\partial \Phi(\alpha, \beta, t_3)}{\partial \beta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

при $\alpha = \alpha_0, \beta = \beta_0, t_3 = t_{30}$.

Здесь α_0, β_0 и t_{30} — оценочные значения измеряемых параметров объекта.

Поскольку азимутальный и угломестный каналы схемы определения местоположения объекта идентичны, то в дальнейшем последнее уравнение в системе (2) будет опущено.

Произведем моделирование оптимальной системы оценки параметров местоположения объекта. Для этого продифференцируем по времени наблюдения T соотношения (2). С учетом формулы (1) после преобразований при $\alpha = \alpha_0, t_3 = t_{30}$ получим [1]

$$\left. \begin{aligned} \frac{dt_{30}(T)}{dT} &= 2k_1(T) N_0^{-1} Q(\alpha_0) Q(\beta_0) \left\{ \eta(T) \frac{\partial U(T - t_3)}{\partial t_3} \cos[\omega_0(T - t_{30})] + \right. \\ &\quad \left. + \eta(T) U(T - t_{30}) \frac{\partial}{\partial t_3} \cos[\omega_0(T - t_3)] \right\}; \\ \frac{d\alpha_0(T)}{dT} &= 2k_2(T) N_0^{-1} Q(\beta_0) U(T - t_{30}) \eta(T) \cos[\omega_0(T - t_{30})] \frac{\partial Q(\alpha)}{\partial \alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $k_1(T), k_2(T)$ — коэффициенты пропорциональности, определяемые при $t_3 = t_{30}, \alpha = \alpha_0, \beta = \beta_0$ соотношениями

$$\left. \begin{aligned} k_1(T) &= - \left[\frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta, t_3)}{\partial t_3^2} \right]^{-1}, \\ k_2(T) &= - \left[\frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta, t_3)}{\partial \alpha^2} \right]^{-1}. \end{aligned} \right\}$$

Из анализа первого выражения в системе (3) видно, что его правая часть содержит два слагаемых. При этом каждое слагаемое определяет управляющий сигнал для замкнутой автоматической системы измерения времени задержки. Первое слагаемое задает управляющий сигнал, полученный в результате анализа времени задержки огибающей принимаемого сигнала. Данное слагаемое описывает работу временного дискриминатора автоматической системы сопровождения по дальности. Второе слагаемое задает управляющий сигнал, полученный в результате измерения времени задержки несущего колебания с частотой ω_0 , и соответствует работе фазового дискриминатора фазовой системы автоматического измерения дальности.

Таким образом, в синтезированном оптимальном измерителе расстояния работают одновременно две взаимосвязанные общим управляющим сигналом автоматические системы, учитывающие как огибающую, так и тонкую структуру принимаемого сигнала.

В случае когда используется непрерывный немодулированный сигнал, в первом уравнении системы (3) $\partial U(T - t_3)/\partial t_3 = 0$. Следовательно, в составе измерителя расстояния будет присутствовать только классическая фазовая система. Второе уравнение в системе (3) определяет динамику работы одного из угловых каналов автоматического сопровождения объекта по направлению. При этом операция $\partial Q(\alpha)/\partial \alpha$ выполняется угловым дискриминатором.

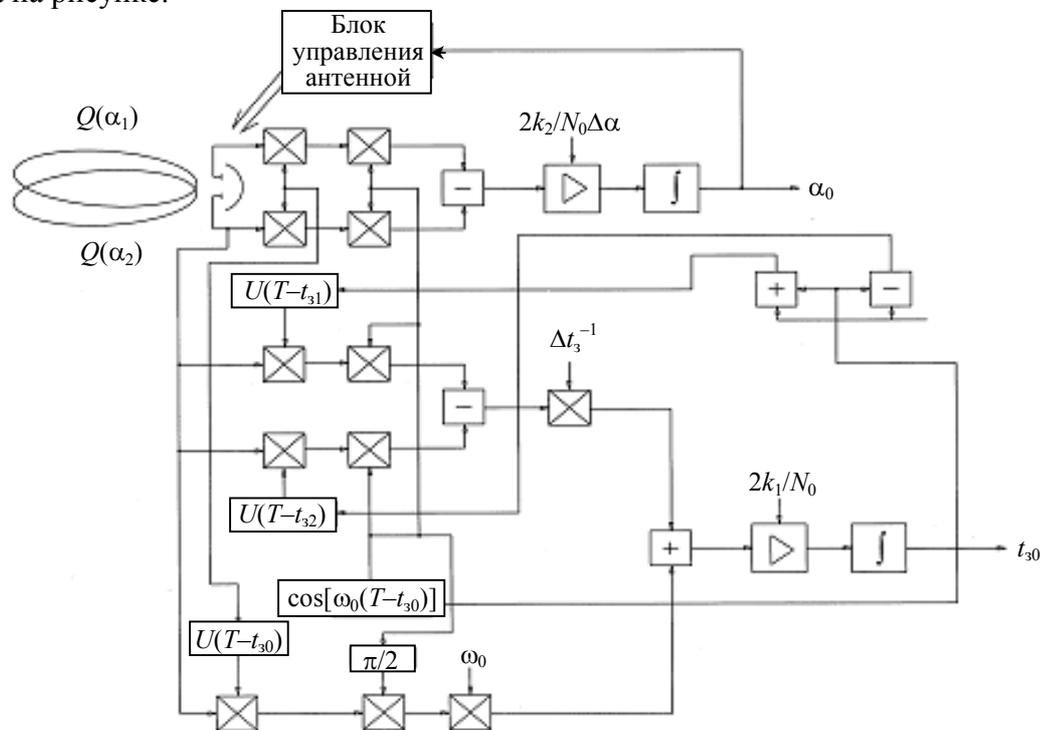
Из анализа уравнений (3) видно, что все рассмотренные измерители взаимосвязаны. Информация об угловом положении объекта поступает в канал измерителя расстояния, а результаты измерения расстояния поступают в угловые каналы. Данная взаимосвязь измерительных каналов четко прослеживается в реальных системах определения местоположения объекта.

Для получения реализуемой на практике структуры измерителя представим производные $\partial U(T - t_3)/\partial t_3$ и $\partial Q(\alpha)/\partial \alpha$ в системе (3) первыми конечными разностями. Тогда с учетом того, что $\partial \cos[\omega_0(T - t_3)]/\partial t_3 = \omega_0 \sin[\omega_0(T - t_3)]$, получим систему уравнений, которые описывают квазиоптимальную схему определения местоположения объекта:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dt_{30}(T)}{dT} &= 2k_1(T)N_0^{-1}Q(\alpha_0)Q(\beta_0) \left\{ \eta(T) \frac{U(T - t_{31}) - U(T - t_{32})}{\Delta t_3} \cos[\omega_0(T - t_{30})] + \right. \\ &\quad \left. + \eta(T)U(T - t_{30})\omega_0 \sin[\omega_0(T - t_{30})] \right\}; \\ \frac{d\alpha_0(T)}{dT} &= 2k_2(T)N_0^{-1}Q(\beta_0)U(T - t_{30})\eta(T) \frac{Q(\alpha_1) - Q(\alpha_2)}{\Delta \alpha} \cos[\omega_0(T - t_{30})], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $t_{31,2} = t_{30} \pm \Delta t_3/2$, $\alpha_{1,2} = \alpha_0 \pm \Delta \alpha/2$.

Схема реализуемого на практике измерителя, моделируемого системой уравнений (4), показана на рисунке.



В состав синтезированного измерителя пространственных координат объекта входят три канала. Два угловых канала автоматического сопровождения по направлению (на рисунке показан лишь азимутальный канал) содержат угловые дискриминаторы и осуществляют

оценку угловых координат объекта в азимутальной и угломестной плоскостях, селективируя объект по угловым координатам. Далее, выделенный полезный сигнал подается в канал измерения дальности, состоящий из двух подканалов. Первый подканал выполнен в виде схемы автоматического сопровождения по дальности с двумя следящими полустробами и содержит временной дискриминатор. Данный канал имеет сравнительно низкую точность, но обеспечивает однозначную оценку дальности. Второй подканал содержит фазовый дискриминатор, который используется при фазовом методе измерения расстояния, и обладает высокой точностью, но неоднозначной оценкой. Неоднозначность измерения дальности устраняется первым подканалом. При этом выходные сигналы обоих подканалов суммируются со своими весовыми коэффициентами, формируя общий сигнал рассогласования автоматической системы сопровождения по дальности.

Между всеми каналами и подканалами синтезированного измерителя в процессе работы осуществляется обмен информацией, что соответствует реально существующим системам одновременного измерения угловых координат и дальности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андриенко В. Б., Елисеев А. А., Зиатдинов С. И. Квазиоптимальный измеритель вектора скорости объекта // Изв. вузов. Приборостроение. 1996. Т. 39, № 8—9. С. 104—108.
2. Куликов Е. И. Вопросы оценок параметров сигналов при наличии помех. М.: Сов. радио, 1969.

Рекомендована кафедрой
информационно-сетевых технологий

Поступила в редакцию
29.05.07 г.

УДК 681.78

Е. Н. ПЕТРОВА

*Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВОЛОС МЕТОДОМ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ

Представлена математическая модель, описывающая распределение параметров электрического поля в разрядном промежутке и протекание токов по волосам при исследовании их методом газоразрядной визуализации. Приведены результаты расчетов характерных значений напряженности электрического поля и токов, протекающих по внутренним структурам волос.

Исследование волос человека при воздействии различных факторов является актуальной задачей, в частности, для дерматологии и косметологии [1—3]. Результаты экспериментов показали, что электрооптические характеристики волос имеют временную динамику и реагируют на воздействия электромагнитного поля и газового разряда [4]. Для определения структуры разряда и характера протекания тока по волосам необходимо провести анализ распределения параметров электрического поля и протекания токов в разрядном промежутке. В настоящей статье представлена математическая модель, описывающая характер распределения напряженности электрического поля и протекания токов по волосам при исследовании их методом газоразрядной визуализации (ГРВ).

Методика проведения экспериментов и установка, предназначенная для исследования газоразрядного свечения образца волос, подробно описаны в работах [1, 5]. В экспериментах использовался серийно выпускаемый программно-аппаратный комплекс „ГРВ-камера“ (производитель ООО „Биотехпрогресс“, Санкт-Петербург) со специализированным устройством для закрепления волос (схема установки представлена в работе [1]).

Метод ГРВ позволяет изучать временные ряды характеристик газового разряда, индуцируемого объектом, помещенным в электромагнитное поле высокой напряженности, в течение времени экспозиции. При исследовании волос используются следующие характеристики ГРВ-камеры: экспозиция разряда — 0,5 с, интервал между экспозициями разряда — 5 с, амплитуда электрических импульсов — 4 кВ, длительность импульса — 10 мкс, частота следования импульсов — 1024 Гц. Устройство для закрепления волос позволяет установить и зафиксировать пучок волос в плоскости, перпендикулярной электроду ГРВ-камеры. Металлический стержень, контактирующий с волосами в тefлоновой трубке, обеспечивает заземление образца.

На рис. 1 представлена схема расположения электродов и пучка волос при проведении измерений. Внешнее напряжение подается между токопроводящим покрытием, нанесенным на нижнюю поверхность кварцевого электрода ГРВ-камеры 3, и металлическим электродом 1, расположенным на расстоянии 9 мм над кварцевой пластиной. Пучок волос 2 длиной 30 мм, калиброванный по весу (0,1 г), помещается между двумя электродами таким образом, что металлический стержень располагается в центре верхней части пучка, а нижний срез волос касается кварцевого электрода ГРВ-камеры.

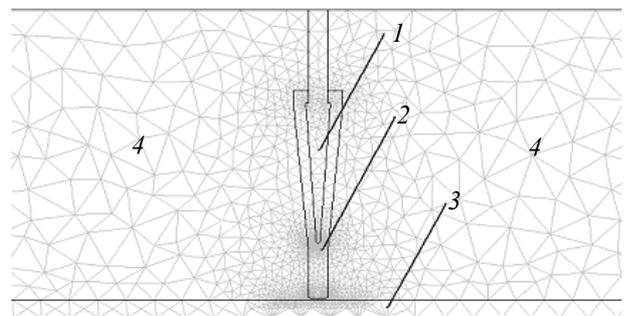


Рис. 1

Ток, протекающий в разрядном промежутке, состоит из трех составляющих: тока, протекающего по поверхности волос, тока проводимости по внутренним структурам волоса и тока смещения. Суммарная плотность определяется как

$$j = j_{\text{п}} + j_{\text{пр}} + j_{\text{см}}.$$

Ток, протекающий по поверхности волос, зависит от состояния поверхности волос, их структуры и наличия загрязнений. Результаты исследования факторов, влияющих на ток, протекающий по поверхности диэлектрика, приведены в работах [6, 7] и в настоящей статье не рассматриваются.

Задачей моделирования, описываемого в настоящей статье, был анализ параметров электрического поля и токов, протекающих по внутренним структурам волоса. Расчеты выполнялись при допущении, что плотный пучок волос является сплошной средой. Такое приближение возможно, так как в описанной методике исследования используется плотный пучок волос, четко фиксируемый в устройстве. В этом случае применимы следующие уравнения Максвелла [8]:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot}(\mathbf{E}) &= 0; \\ \text{rot}(\mathbf{H}) &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряженности электрического и магнитного полей соответственно, c — скорость света, \mathbf{j} — плотность тока, \mathbf{D} — вектор электрической индукции, t — время.

Для определения \mathbf{D} и \mathbf{j} используем уравнения [9]

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}; \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E},$$

где ε — диэлектрическая проницаемость, σ — проводимость среды.

Тогда

$$\mathbf{D} = -\varepsilon \nabla \varphi. \quad (2)$$

Применим ко второму уравнению системы (1) оператор дивергенции. Как известно,
 $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \mathbf{H}) = 0$,

откуда

$$\operatorname{div} \left(\frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0. \quad (3)$$

Умножив уравнение (3) на c , получим

$$4\pi \operatorname{div}(\mathbf{j}) + \operatorname{div} \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0. \quad (4)$$

Преобразовав выражение (4), получим уравнение для вычисления скалярного потенциала электрического поля:

$$4\pi \operatorname{div}(\sigma \nabla \varphi) + \operatorname{div} \left(\varepsilon \nabla \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = 0. \quad (5)$$

Полученное выражение позволяет найти функцию $\varphi(\mathbf{r}, t)$, зависящую от двух переменных: \mathbf{r} — координаты радиус-вектора и t — момента времени. В соответствии с полученными значениями функции $\varphi(\mathbf{r}, t)$ можно рассчитать плотность электрического тока проводимости, тока смещения и напряженность электрического поля:

$$\mathbf{j}_{\text{пр}} = -\sigma \nabla \varphi; \quad \mathbf{j}_{\text{см}} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \nabla \varphi}{\partial t}, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi.$$

Представив в уравнении (5) потенциал поля в виде $\varphi = \tilde{\varphi} e^{i\omega t}$, где $\tilde{\varphi}$ характеризует амплитуду, а $e^{i\omega t}$ — фазу изменения потенциала, получим окончательное выражение для вычисления потенциала электрического поля:

$$\operatorname{div} \left((4\pi\sigma + i\omega\varepsilon) \nabla \tilde{\varphi} \right) = 0. \quad (6)$$

Полученное выражение представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений, которая решалась путем приведения к системе линейных конечно-разностных уравнений на неравномерных вычислительных сетках. Расчеты проводились с использованием программного пакета UMFPACK (Unsymmetric MultiFrontal method Package), позволяющим рассчитывать разностные схемы (см. <<http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/umfpack>>). Метод UMFPACK основан на модификации LU разложения матрицы линейной системы конечно-разностных уравнений и предполагает анализ и упорядочение уравнений с их последующим расчетом. Для расчетов использовалась неравномерная сетка 4, представленная на рис. 1. Распределение плотности узлов сетки обуславливается характерными особенностями силовых линий электромагнитного поля вблизи электродов используемых конфигураций и расположением исследуемого образца волос.

В расчетах были заданы следующие граничные условия для уравнения (6):

- значение потенциала на поверхности металлического электрода $\tilde{\varphi} = 4 \text{ кВ}$;
- значение потенциала на токопроводящем покрытии, нанесенном на стеклянный электрод снизу, $\tilde{\varphi} = 0$;
- частота следования электрических импульсов $f = 1024 \text{ Гц}$.

При расчетах использовались следующие характеристики материалов: диэлектрическая проницаемость стекла подложки $\varepsilon = 2,3$, диэлектрическая проницаемость волос считалась изотропной и равной $\varepsilon = 4$ [10]. Проводимость образцов определялась по удельному сопротивлению (ρ) волос, которое варьируется у разных людей в пределах от 10^6 до 10^{10} Ом·м.

Поэтому при расчетах параметры определялись последовательно для пяти характерных значений удельного сопротивления.

Результаты анализа распределения полей разряда показали, что максимальные значения напряженности электрического поля при разной проводимости образцов волос меняются в пределах от 2,5 до 5,5 МВ/м (рис. 2). При этом в случае более высокой проводимости заряды растекаются по проводящей среде (волосам), и поэтому электрическое поле возле острия металлического электрода слабее, нежели при среде с низкой проводимостью.

Графики зависимости плотности тока проводимости и тока смещения от удельной проводимости образца волос представлены на рис. 3.

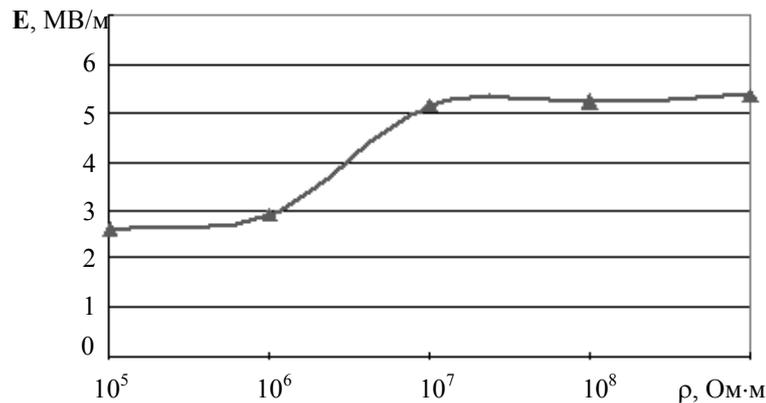


Рис. 2

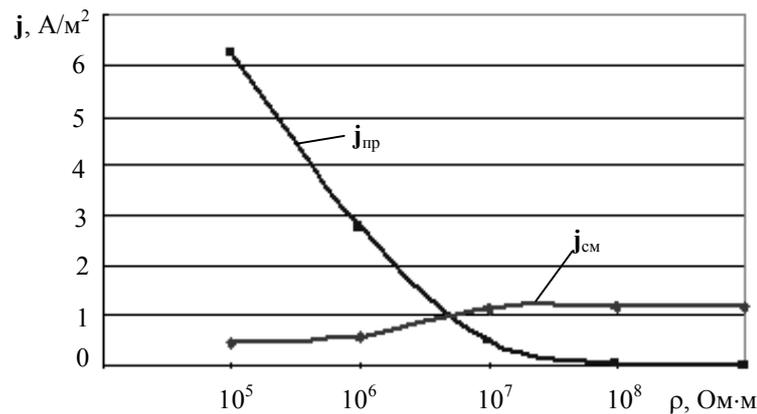


Рис. 3

Как следует из проведенных расчетов, в образцах волос с меньшим значением удельного сопротивления в разрядном промежутке преобладает ток проводимости. Это подтверждает выдвинутую ранее гипотезу о наличии проводимости по внутренним структурам волоса за счет прыжковой проводимости белковых структур [11]. В волосах с низкой проводимостью преобладает ток смещения.

Представленные данные хорошо согласуются с результатами, полученными другими методами исследования диэлектрических материалов [12].

На основании полученных результатов и развитых представлений можно констатировать следующее:

- построена математическая модель, описывающая характер распределения напряженности электрического поля и протекания токов по волосам в разрядном промежутке;
- представленные данные свидетельствуют о протекании тока по внутренним структурам волоса, при этом в различных образцах волос преобладает тот или иной тип проводимости — по внутренним структурам волоса в случае более высокой проводимости и по поверхности волоса при низкой проводимости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Коротков К. Г., Нечаев В. А., Петрова Е. Н.* и др. Исследование ГРВ свечения волос // Изв. вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49, № 2. С. 51—56.
2. *Скальный А. В., Быков А. Т.* Эколого-физиологические аспекты применения макро- и микроэлементов в восстановительной медицине. Оренбург: РИК ГОУ ОГУ, 2003. 198 с.
3. *Robbins C. R.* Chemical and Physical Behavior of Human Hair. N. Y.: Springer-Verlag, 1994. 391 p.
4. *Vainshelboim A. L., Hayes M. T., Korotkov K. G., Momo K. S.* GDV technology applications for cosmetic sciences // IEEE 18th Symp. on Computer-Based Medical Systems (CBMS 2005). Dublin, Ireland, June 2005.
5. *Гришенцев А. Ю., Петрова Е. Н.* Предварительные эксперименты по изменению характеристик газоразрядного свечения волос при различных условиях // I Сессия научной школы „Информационная безопасность, проектирование, технология элементов и узлов компьютерных систем“: науч.-техн. вестн. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. Вып. 29. С. 100—103.
6. *Месяц Г. А.* Импульсный разряд в диэлектриках. Новосибирск: Наука, 1985. 168 с.
7. *Корицкий Ю. В.* Электротехнические материалы. М.: Энергия, 1976. 320 с.
8. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. М.: Физматлит, 2003. С. 98—112.
9. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 434 с.
10. Таблицы физических величин: справочник / Под ред. *И. К. Кикоина*. М.: Атомиздат, 1989. 1005 с.
11. *Коротков К. Г., Гришенцев А. Ю., Петрова Е. Н.* Моделирование электрофотонного возбуждения биологических полимеров волос человека под действием ультрафиолетового облучения // Материалы XI Междунар. науч. конгресса по ГРВ биоэлектрографии. Санкт-Петербург, июль 2007. С. 40—42.
12. *Романов А. Н.* Экспериментальные исследования диэлектрических свойств почвообразующих минералов и минеральных солей в микроволновом диапазоне. Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. 51 с.

Рекомендована кафедрой
проектирования компьютерных систем

Поступила в редакцию
20.09.07 г.

ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 535.317

А. В. САЛЬНИКОВ

*Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики*

КОМПЬЮТЕРНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССА СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА ОБЪЕКТИВОВ

Анализируются результаты разработки компьютерной системы, предназначенной для автоматизации процесса проектирования оптических систем для синтеза исходной схемы при расчете объективов. Приведен общий алгоритм структурного синтеза объективов.

Существует достаточное количество программных продуктов для расчета оптических систем (ОС) любой степени сложности, однако выбор исходной системы остается функцией разработчика. Под исходной системой понимается структурная схема, определяющая типы, количество и взаимное расположение элементов, составляющих оптическую систему. При этом существует несколько возможных решений. Выбор оптимального варианта структурной схемы осуществляется специалистом-оптиком, который на начальных этапах проектирования оптической системы руководствуется в основном личным опытом, используя также патентную и научно-техническую информацию.

Группой специалистов из Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики разработана компьютерная система, предназначенная для автоматизации процесса структурного синтеза оптических систем. Анализ этой компьютерной системы и посвящена настоящая статья.

В соответствии с теорией композиции оптических систем [1—3] их разработку можно представить как многошаговый процесс принятия решений. Основные этапы проектирования ОС представлены на рис. 1, *а*. Определяющим является этап выбора структурной схемы, поскольку при ее удачном выборе результат достигается значительно быстрее за счет более быстрой сходимости процесса оптимизации. Рис. 1, *б* демонстрирует распределение функций между разработчиком и компьютером.

В большинстве программных продуктов для расчета оптических систем автоматизированы лишь два этапа: оптимизация параметров системы и анализ качества изображения. Предлагаемый в некоторых случаях подход к выбору исходной системы посредством поиска аналогов в патентной базе не позволяет получить качественно новых решений.

В результате анализа области проектирования ОС выявлены следующие проблемы, ограничивающие возможность формализации процесса композиции оптических схем, а именно:

— выбор критериев отбора оптических элементов;

- формализация свойств оптических элементов;
- определение подхода к формированию компьютерной элементной базы;
- формализация критериев оценки степени пригодности элементов в конкретной области применения.

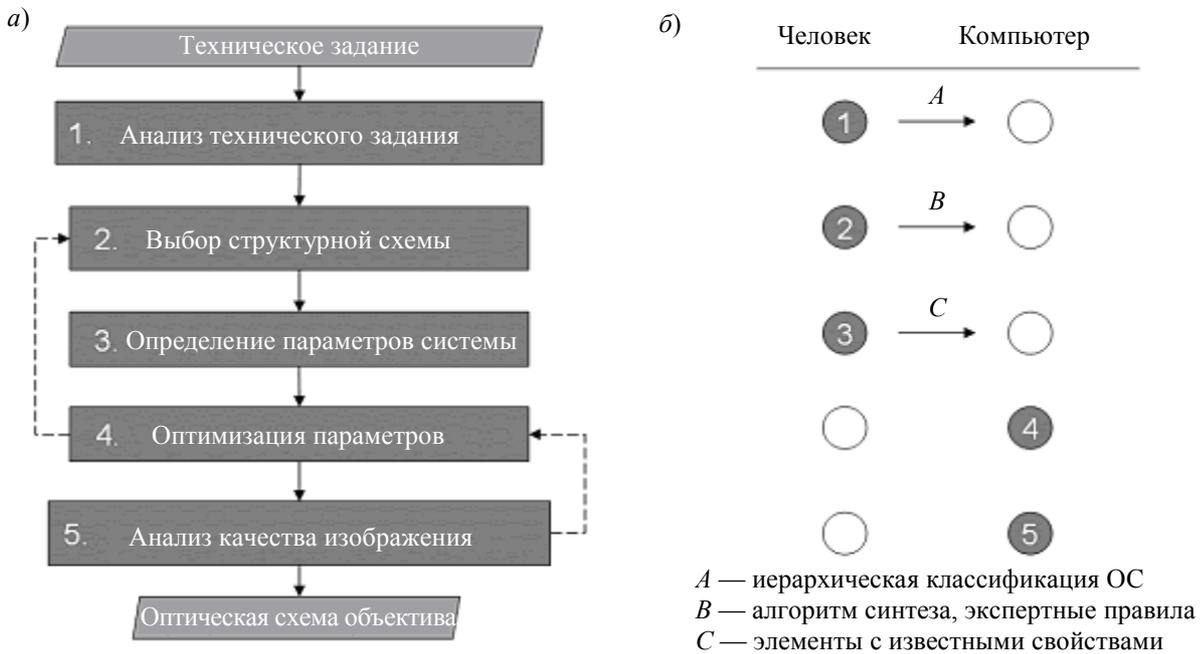


Рис. 1

В процессе проектирования оптической системы при анализе технического задания предлагается использовать разработанную классификацию оптических систем [4], позволяющую осуществлять непосредственный переход от типового технического задания к рассмотрению конкретного класса систем. При выборе структурной схемы и определении значений ее параметров предлагается использовать элементы, имеющие поверхности, не вносящие определенных видов aberrаций, руководствуясь при этом формулой синтеза [2, 3] и набором экспертных правил.

По теории проф. М. М. Русинова [1], основной принцип построения структурной схемы ОС заключается в применении каждого оптического элемента строго в соответствии с его функциональным назначением, что исключает возможность попадания в систему „лишних“ элементов. Согласно этой теории выделяют два типа элементов: базовые и коррекционные. Применительно к синтезу светосильных, особосветосильных и широкоугольных объективов были дополнительно введены элементы для увеличения относительного отверстия и углового поля, условно названные „светосильными“ и „широкоугольными“ [2, 3]. Основные типы оптических элементов принято обозначать буквами латинского алфавита: *B* — базовые или силовые, *K* — коррекционные, *C* — светосильные, *S* — широкоугольные. Рекомендуется располагать элементы в следующем порядке: *S, K, B, K, C, K* (см., например, рис. 2). Поверхности в составе структурной схемы могут располагаться различным образом относительно апертурной диафрагмы, объекта и изображения. Выделены три основных варианта их расположения, условно названные „зонами“. Первая зона находится в пространстве от предмета до апертурной диафрагмы, вторая зона — вблизи апертурной диафрагмы, обычно в пространстве справа от нее, третья — близфокальная зона.

Проведенный с участием группы экспертов анализ конструкций оптических систем применительно к теории их композиции и дальнейшее развитие этой теории в области проек-

тирования объективов позволили описать 41 элемент, а также выявить и обобщить более 400 правил, характеризующих их применение. Полученная информация была формализована в виде базы описаний элементов и эвристических правил, которая послужила основой алгоритма структурного синтеза.

Приведем описание алгоритма структурного синтеза объективов.

1. Задаются значения показателей класса оптической системы.
2. Выбираются пороговые значения индексов применимости элементов и схем в целях сокращения количества синтезированных вариантов.

3. С использованием базы данных программно формируются исходные списки оптических элементов, в результате анализа экспертных правил определяется индекс применимости каждого из элементов.

4. Из сформированных списков программно отбираются элементы с индексом применимости ниже порогового значения, оставшиеся элементы систематизируются по убыванию индекса применимости, что позволяет получить комбинации с высокими суммарными индексами применимости.

5. По формуле синтеза осуществляется генерация структурных схем: анализируются различные комбинации оптических элементов, учитывается возможность соседства каждой из пар элементов, для полученных схем рассчитывается индекс их применимости.

6. Схемы с индексом применимости ниже порогового значения признаются непригодными.

7. Программно определяются дополнительные параметры схем.

8. Формируется список структурных формул, содержащих описания элементов, рекомендованных экспертами к применению.

Разумеется, как количество, так и качество синтезируемых схем напрямую зависит от полноты базы оптических элементов и экспертных правил.

Применение разработанного тестового программного продукта проанализировано на примерах типовых технических заданий на проектирование и расчет объективов. Разработанная классификация позволяет поставить в соответствие характеристикам, установленным техническим заданием, конкретный класс объективов. Сформированный список структурных формул оптических систем, позволяет выбрать для рассмотрения в качестве исходной схему с наибольшим показателем применимости. На основе выбранной структурной схемы с использованием программного обеспечения для расчета оптических систем проводится параметрический синтез: задаются указанные типы поверхностей; с учетом требуемых величин апертурной диафрагмы и фокусного расстояния задаются толщины оптических элементов и воздушных промежутков между ними; в соответствии с общими рекомендациями по проектированию оптических систем задаются конкретные марки стекол, например: для положительных элементов — К8, для отрицательных элементов — Ф1.

На рис. 2 представлен пример синтезированной схемы объектива с фокусным расстоянием 4,5 мм, относительным отверстием 1:1,8 и угловым полем 84°. Схема содержит следующие оптические элементы:

S1AP — поверхности 1, 2 — широкоугольный элемент, расположенный в 1-й зоне, состоит из апланатической и концентричной центру апертурной диафрагмы поверхностей;

K1PP — поверхности 3, 4 — коррекционный элемент, расположенный в 1-й зоне, состоит из двух концентричных апертурной диафрагме поверхностей;

5 — поверхность апертурной диафрагмы;

B2AP — поверхности 6, 7 — базовый элемент, расположенный во 2-й зоне, состоит из апланатической и концентричной центру апертурной диафрагмы поверхностей;

C2AP — поверхности 8, 9 — светосильный элемент, расположенный во 2-й зоне, состоит из апланатической и концентричной центру апертурной диафрагмы поверхностей;

K2FF — поверхности 10, 11 — коррекционный элемент, расположенный во 2-й зоне, состоит из двух поверхностей, концентричных точке фокуса.

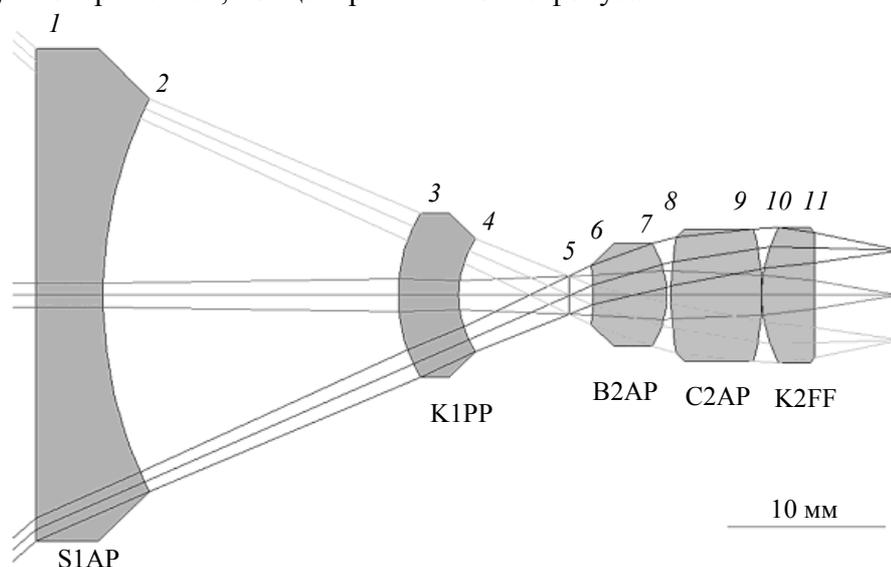


Рис. 2

Полученные решения параметрической оптимизации не подвергались.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русинов М. М. Техническая оптика. Л.: Машиностроение, 1979. 448 с.
2. Анитропова И. Л., Пряничников В. Е. Проектирование базовых оптических модулей. М., 1987. Препринт ИПМ АН СССР, № 43.
3. Анитропова И. Л., Голованевский Г. Л. Система эвристического синтеза оптических схем. М., 1990. Препринт ИПМ АН СССР, № 31.
4. Лившиц И. Л., Сальников А. В., Unchung Cho. Выбор исходной схемы для расчета объективов // Оптич. журн. 2008. № 11. С. 74—78.

Рекомендована кафедрой
прикладной и компьютерной оптики

Поступила в редакцию
04.04.08 г.

К. В. ТАТМЫШЕВСКИЙ

Владимирский государственный университет

РАСЧЕТ ВЫХОДНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ МЕХАНОЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассматриваются физические основы функционирования и математическая модель (функция преобразования) механолюминесцентных чувствительных элементов, изготовленных на основе соединений сульфида цинка. Приведены результаты расчетов выходных оптических сигналов.

Функционирование механолюминесцентных чувствительных элементов (МЛЧЭ) осуществляется в соответствии с принципом прямого преобразования механической энергии упруго-пластической деформации в энергию оптического излучения. Использование выходных световых сигналов позволяет решить задачи сопряжения датчиков с волоконными линиями связи и повышения помехоустойчивости к воздействию электромагнитных помех; отсутствие движущихся частей, твердотельность и планарность сенсора обеспечивают надежность, а использование помимо амплитудно-временных параметров оптического сигнала его пространственной модуляции, различных спектров и состояния поляризации повышает информативность.

При работе МЛЧЭ используется явление люминесценции полупроводников класса A_2B_6 , возникающей при пластическом деформировании кристаллов полупроводника. Конструктивно МЛЧЭ, схема которого приведена на рис. 1, представляет собой тонкий слой, состоящий из мелкодисперсного порошка люминофора 2 и прозрачного связующего материала 3 (также на рисунке: 1 — элемент передачи давления, 4 — прозрачная подложка, например волоконный жгут, кабель и т.п.). Связь между МЛЧЭ и блоком обработки информации осуществляется при помощи оптических волокон или через открытое оптическое пространство. Обобщенная структурная схема, детализирующая процесс преобразования энергии, показана на рис. 2.

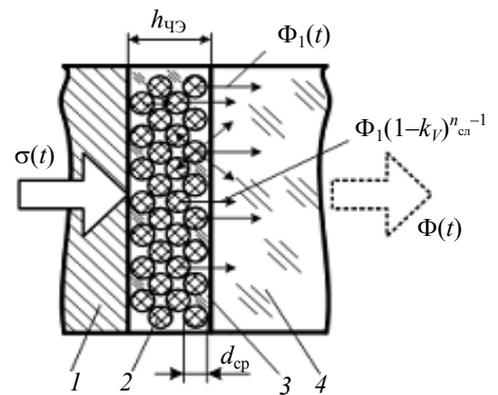


Рис. 1

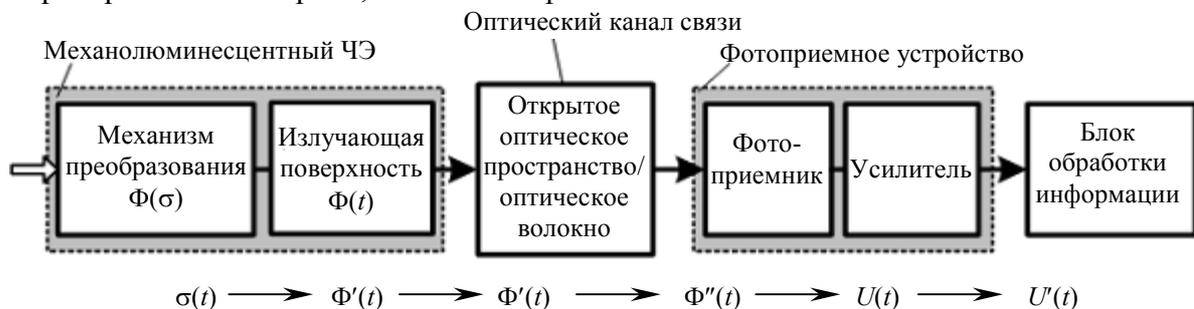


Рис. 2

Схема соответствует структуре оптопары и включает МЛЧЭ (излучатель), фотоприемник (ФП) и оптический канал связи между ними. На входе ЧЭ действует давление $\sigma(t)$, вызывающее пластическую деформацию кристаллов люминофора. При деформировании люминофор генерирует световой импульс $\Phi(t)$.

В обширном классе веществ, обладающих способностью к люминесценции вообще и к механолюминесценции (МЛ) в частности, особое место занимают вещества, объединенные под общим названием кристаллофосфоры (КФ). По своим свойствам КФ относятся к полупроводникам класса A_2B_6 с широкой запрещенной зоной и являются диэлектриками с высоким удельным сопротивлением. Люминесценция КФ возникает благодаря присутствию малого количества примесей других веществ, называемых активаторами. Основное вещество, за некоторыми исключениями, люминесцентными свойствами не обладает [1]. Наиболее ярким свечением обладают халькогенидные кристаллофосфоры (ZnS , CdS , $ZnSe$, Zn_2SiO_4 , $CaWO_4$). Свойство механолюминесценции отмечено также у щелочно-галогидных кристаллов (LiF , KBr , NaF , KCl), металлов (Cu , Fe), органических (сахар, лед, нафталин, антрацен) и прочих ($SrAl_2O_4:Eu$, $BaAl_2Si_2O_8:Yb$, $Cs_2[Pt(CN)_4] \cdot H_2O$, SiC , $MgAl_2O_4$, $Y_2O_3:Eu$, $UO_2(NO_3) \cdot 6H_2O$) соединений [2].

Одной из групп КФ являются цинкосульфидные соединения, обладающие наибольшей яркостью свечения. Именно по этой причине на ZnS -фосфорах проводится подавляющее большинство исследований МЛ. Для придания чистому сульфиду цинка люминесцентных свойств в него вводятся различные активаторы (Mn , Cu , Ag), определяющие спектр излучения, время послесвечения и способность к люминесценции. Процесс излучения осуществляется в субмикроскопических образованиях, связанных с атомами активатора и называемых центрами свечения (ЦС).

В работе [3] показано, что МЛ в соединениях A_2B_6 является следствием процессов движения дислокаций, сопровождающих пластическую деформацию кристаллов. Экспериментально обнаружено, что дислокации в полупроводниках A_2B_6 , и в частности в ZnS , обладают сильным электрическим зарядом. В процессе пластической деформации происходит взаимодействие центров свечения с электрическим полем движущихся заряженных дислокаций, которое приводит к возбуждению (ионизации) ЦС с их последующими излучательными переходами. По мере приближения ядра дислокации к ЦС он перемещается на более высокий энергетический уровень. Как только происходит сближение и перекрытие основных электронных уровней со свободными уровнями ЦС или с зоной проводимости, становятся существенными процессы туннелирования электронов с занятых уровней на свободные и в зону проводимости. Так как скорость туннелирования электрона велика по сравнению со скоростью движения дислокации, можно считать, что в момент туннелирования ЦС удален от ядра дислокации на фиксированное расстояние ($r_{ЦС}$), а туннелирование происходит в постоянном электрическом поле (E_D) цилиндра пространственного заряда дислокации [4]. Возвращение возбужденного ЦС в исходное состояние сопровождается излучением кванта света.

Математическая модель (функция преобразования) МЛЧЭ представляет собой систему интегродифференциальных уравнений, основой которой является уравнение светового потока люминесценции $\Phi(t)$ как функции времени:

$$\Phi(t) = 2N_{ЦС} \frac{\eta}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \int_0^{t_0} r_{B3}(t) \tilde{N}_{mD}(t) \tilde{U}_D(t) dt, \quad (1)$$

$$\tilde{N}_{mD}(t) \tilde{U}_D(t) = \frac{3 \dot{\epsilon}_1^p}{4 |\mathbf{b}|} \quad (2)$$

с замыкающими зависимостями

$$N_{ЦС} = C_{ЦС}^V V; \quad (3)$$

$$r_{B3} = \left[\frac{\pi r_{ЦС}^4 P_T(r_{ЦС})}{2 \tilde{U}_D} \right]^{1/3}; \quad r_{ЦС} = \frac{q}{2\pi \epsilon \epsilon_0 E_D}; \quad (4)$$

$$\tilde{U}_D = k_S C_{ir} \exp\left(-\frac{D_f}{\sigma_1}\right), \quad k_S = \begin{cases} 0, & \text{если } \sigma_1 < \sigma_S; \\ 1 - 2 \frac{\exp[0,5(\sigma_S - \sigma_1)]}{\sigma_1 - \sigma_S}, & \text{если } \sigma_1 > \sigma_S; \end{cases} \quad (5)$$

$$\sigma_1 = \sigma(t) - E \varepsilon_1^p; \quad (6)$$

$$\tilde{N}_{mD}(t) = \left(\tilde{N}_{iD,0} + \frac{3}{4} M \varepsilon_1^p \right) \exp\left(-\frac{\tilde{N}_{iD,0} + \frac{3}{4} M \varepsilon_1^p}{\tilde{N}_{t \text{ кр}}}\right), \quad (7)$$

где $N_{\text{ЦС}}$ — общее количество ЦС в люминесцентном материале ЧЭ; η — энергия кванта света; τ — время жизни возбужденного состояния; t_σ — длительность возбуждения ЦС импульсом давления $\sigma(t)$; $r_{\text{вз}}$ — радиус взаимодействия дислокации с ЦС; \tilde{N}_{mD} — средняя плотность подвижных дислокаций; \tilde{U}_D — скорость движения дислокаций, усредненная по дислокационному массиву; $|\mathbf{b}|$ — модуль вектора Бюргера, характеризующий область искажения кристаллической решетки дислокацией определенного типа; $\dot{\varepsilon}_1^p$ — скорость роста пластических деформаций; $C_{\text{ЦС}}^V$ — объемная концентрация ЦС; V — суммарный объем частиц люминофора; $r_{\text{ЦС}}$ — текущее расстояние от ядра дислокации до ЦС; P_T — вероятность туннелирования электрона в однородном электрическом поле; q — линейная плотность заряда дислокации; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; ε — относительная диэлектрическая проницаемость; E_D — напряженность радиального электрического поля движущейся дислокации; k_S — поправочный коэффициент; C_{ir} — скорость распространения сдвиговых волн; D_f — эффективное напряжение внутреннего трения (сопротивление движению дислокации внутри кристалла); σ_1 — главное значение тензора напряжения; σ_S — статический предел текучести; E — модуль упругости; M — коэффициент размножения дислокаций; \tilde{N}_{iD} — общая плотность дислокаций; $\tilde{N}_{t \text{ кр}}$ — критическая плотность дислокаций; t — текущее время.

Интенсивность МЛ определяется числом квантов света в единицу времени и описывается формулой (1). Объем кристалла, в котором выполняется условие возбуждения ЦС, определяется подынтегральным выражением в формуле (1). Объем кристалла, который полностью „обматывается“ движущимися дислокациями, определяется выражением (2).

Общее количество ЦС, находящихся в люминофоре ЧЭ, определяет суммарный световой поток (см. формулу (3)). По формуле (4) определяется радиус взаимодействия ЦС и дислокации с учетом того, что при увеличении скорости движения изменяется конфигурация цилиндра пространственного дислокационного заряда. Напряженность электрического поля E_D , при которой происходит гарантированное туннелирование ($P_T = 1$), рассчитана в работе [4]. С увеличением скорости цилиндр теряет симметрию и принимает форму вытянутого эллипса. Использование формулы (5) позволяет рассчитать среднюю скорость движения дислокационного массива в зависимости от приложенного давления. Здесь поправочный коэффициент k_S корректирует значение скорости с учетом порогового значения напряжения текучести, ниже которого движение дислокаций практически не происходит [5]. Уравнение (6), определяющее главное значение тензора напряжения для одноосного деформированного состояния, показывает, что напряжение изменяется вследствие общей и пластической деформаций. Выражение (7) определяет плотность подвижных дислокаций как долю от общей плотности дислокаций. Задача расчета кинетики пластического деформирования для случая квазистатического одноосного нагружения решается на основе микроскопической модели изотропной упругопластической среды, согласно чему пластическая деформация рассматривается как результат движения и размножения дислокаций [6].

Оптические параметры МЛЧЭ, определяющие перенос излучения в нем, в первую очередь зависят от его внутренней структуры. Наиболее важным параметром МЛЧЭ является его толщина. Толщина слоя, объемная концентрация частиц порошка в нем и весовая концентрация легирующей примеси, создающей ЦС, определяют общее число $N_{ЦС}$, характеризующих процесс излучения. Условно можно считать отдельные частицы люминофора шарами одинакового диаметра, равномерно расположенными по поверхности подложки и не перекрывающимися друг друга (см. рис. 1). Назовем такой однорядный слой частиц монослоем. Для слоя из $n_{сл}$ таких слоев объемный коэффициент k_V , равный отношению объемов всех частиц к объему слоя, ограничен величиной 0,86.

Общий поток излучения МЛСЭ возрастает с увеличением количества частиц в монослое и с увеличением количества монослоев, однако поток достигает насыщения, поскольку при достаточно большом количестве монослоев свечение глубоко лежащих слоев полностью рассеивается вышележащими слоями. Прозрачность отдельного монослоя можно принять равной $(1-k_V)$. Таким образом, предполагается, что отдельная частица пропускает только „свое“ излучение и является непрозрачной для излучения нижележащих частиц, а излучение проходит только в промежутках между ними [7]. Обозначив поток излучения самого ближнего к подложке монослоя как $\Phi_1(t)$, определим суммарный поток, исходящий от ЧЭ толщиной $h_{ЧЭ}$ (см. рис. 1):

$$\Phi = \Phi_1 + (1 - k_V)\Phi_1 + (1 - k_V)^2\Phi_1 + \dots + (1 - k_V)^{n_{сл}-1}\Phi_1 = \Phi_1 \left[1 + \sum_{i=1}^{n_{сл}} (1 - k_V)^i \right] = \Phi_1 k_H, \quad (8)$$

здесь $n_{сл} = h_{ЧЭ}/d_{ср}$, где $d_{ср}$ — средний диаметр частиц люминофора; i — число слоев, кроме первого; k_H — коэффициент неравномерности свечения.

Применение формулы (8) позволяет привести суммарный поток излучения $\Phi(t)$ к потоку первого монослоя $\Phi_1(t)$, а неравномерность „вклада“ остальных слоев в суммарный поток учесть при помощи коэффициента неравномерности свечения k_H . Анализ формулы (8) показывает, что оптимальное число слоев $n_{сл} \approx 3 \dots 6$, и дальнейшее увеличение их количества даст усиление светового потока не более чем на 5 %.

Потери излучения, возникающие при вводе излучения МЛСЭ в оптический канал связи, должны учитываться с помощью дополнительного коэффициента ввода излучения k_B . Таким образом, с учетом конструктивных параметров и внутренней структуры ЧЭ полный поток излучения, поступающего с площадки ЧЭ в оптический канал, определяется как

$$\Phi(t) = 0,5k_B k_H \Phi_1(t).$$

Расчеты параметров светового потока МЛЧЭ были выполнены в среде MathLab. В программе определялись квантово-механические, электрические и кинетические параметры промышленного электролюминофора ЭЛС-580М (состав ZnS:Mn,Cu; весовое содержание марганца 1 %). При расчетах учитывалась только энергия квантов излучения, соответствующих максимуму спектра излучения марганцевых ЦС ($\lambda_{max} = 580$ нм; $\eta = 2,2$ эВ), так как интенсивность излучения медных ЦС приблизительно в 50 раз слабее. Экспериментальное сравнение показателей чувствительности промышленных электролюминофоров к механическому возбуждению продемонстрировало, что наибольшей чувствительностью обладает именно люминофор ЭЛС-580М. Параметры дислокационной структуры люминофора были определены с учетом технологии производства люминесцентных порошков. При расчетах были приняты следующие значения: $k_B = 1$, $n_{сл} = 2$, $d_{ср} = 10$ мкм, $k_V = 0,6$, $k_H = 1,4$, что соответствовало изготовленным опытным образцам МЛЧЭ. Кинетика затухания свечения соответствует внутрицентральной люминесценции [1], характерной для ZnS:Mn, с постоянной времени $\tau = 150$ мкс.

Был проведен расчет энергетической светимости сенсора $R(t)$, при этом входное воздействие описывалось одиночным импульсом давления $\sigma(t)$. Результаты расчетов энергетической

светимости МЛЧЭ при различных входных воздействиях приведены на рис. 3—5, где σ_A — амплитудное значение импульса давления, t_σ — его длительность, R_A — амплитудное значение энергетической светимости МЛЧЭ.

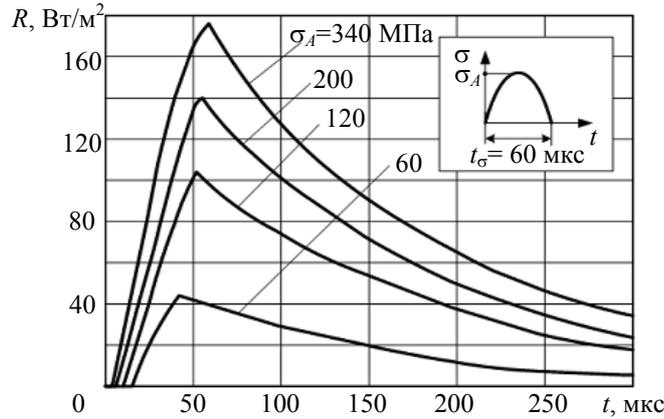


Рис. 3

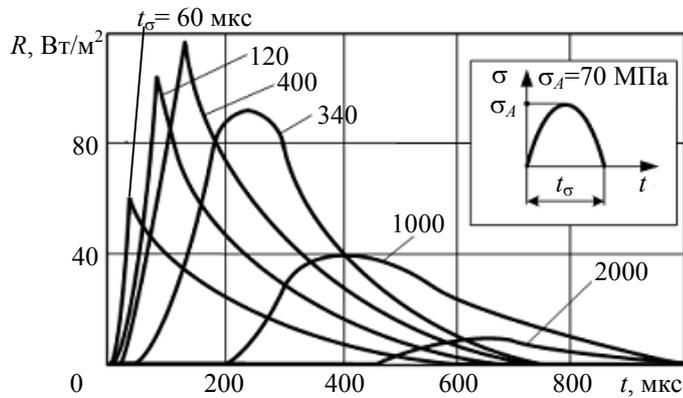


Рис. 4

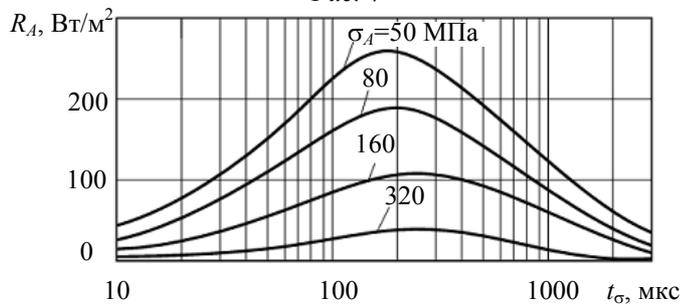


Рис. 5

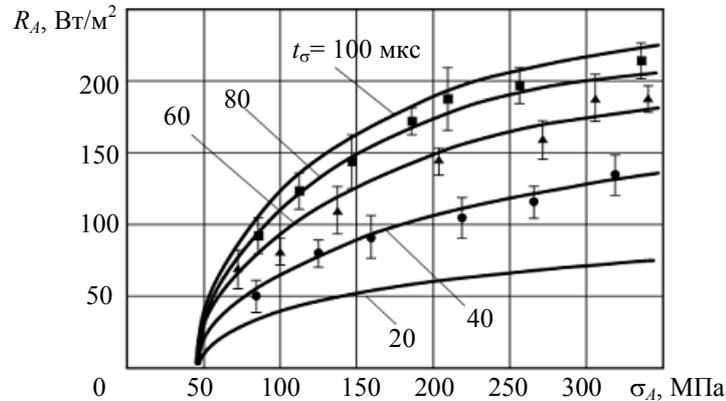


Рис. 6

Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными показало, что отклонение расчетных значений от экспериментальных не превышает 10 % (рис. 6; здесь

точками показаны экспериментальные результаты), что доказывает эффективность разработанной математической модели МЛЧЭ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гурвич А. М. Введение в физическую химию кристаллофосфоров. М.: Высш. школа, 1982. 376 с.
2. Chandra B. P., Khan M. S., Ansari M. H. Cleavage mechanoluminescence in crystals // Cryst. Res. Technol. 1998. N 2. P. 291—302.
3. Электронные свойства дислокаций в полупроводниках / Под ред. Ю. А. Осипьяна. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 320 с.
4. Велиев З. А., Шикин В. Б. О движении заряженных дислокаций в полупроводниках A_2B_6 // Физика твердого тела. 1985. Т. 27, № 9. С. 2683—2686.
5. Нигматулин Р. И., Холин Н. Н. К модели упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования // Механика твердого тела. 1974. № 4. С. 131—146.
6. Гилман Дж. Микродинамическая теория пластичности М.: Металлургия, 1972. С. 18—37.
7. Прикладная электролюминесценция / Под ред. М. В. Фока. М.: Сов. радио, 1974. 416 с.

Рекомендована кафедрой
приборостроения и информационно-
измерительных технологий

Поступила в редакцию
27.02.08 г.

УДК 535.5

И. Е. СКАЛЕЦКАЯ, В. Т. ПРОКОПЕНКО

*Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики*

НОВЫЕ ИНВАРИАНТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В ЭЛЛИПСОМЕТРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЙ

Исследованы аналитические особенности решений основного уравнения эллипсометрии Друде, выявлена несогласованность решений прямой и обратной задач Друде, определены новые инвариантные величины, связывающие минимум амплитудной функции отражения с показателем светоослабления при заданном показателе преломления.

Предметом исследования в настоящей статье является основная методологическая проблема амплитудно-фазового эллипсометрического метода анализа состояния поляризации светового поля. Эта проблема заключается в противоречии между высокой приборной чувствительностью метода, по сравнению с энергетическими спектральными методами, и недопустимой угловой зависимостью определяемых оптических констант исследуемых материалов при высоких значениях показателя дисперсионного поглощения прозрачных диэлектриков.

Теория метода эллипсометрии опирается на основное уравнение эллипсометрии (ОУЭ) Друде, связывающее амплитудно-фазовые параметры света, отраженного от объекта исследования, с искомыми оптическими константами материалов [1]:

$$R = \operatorname{tg}\Psi \exp\{i\Delta\} = \frac{R_p}{R_s} = \frac{\frac{E_{\text{отр}}^p}{E_{\text{отр}}^s}}{\frac{E_{\text{отр}}^p}{E_{\text{отр}}^s}} = \frac{\frac{E_{\text{отр}}^p}{E_{\text{отр}}^s}}{\frac{E_{\text{отр}}^p}{E_{\text{отр}}^s}} \exp\left\{i\left[\Delta_{\text{отр}}^p - \Delta_{\text{отр}}^s + \Delta_{\text{отр}}^p - \Delta_{\text{отр}}^s\right]\right\}. \quad (1)$$

Здесь R — соотношение обобщенных коэффициентов Френеля (R_p и R_s) для p - и s -компонент вектора электрического поля $E_{\text{отр},\text{п}}$ отраженной и падающей волны соответственно; ψ, Δ — экспериментально измеряемые амплитудно-фазовые характеристики поля отраженной световой волны.

Для модели идеальной границы раздела сред Френеля ОЭУ принимает вид

$$R = -\frac{\cos(\varphi_{\text{п}} + \varphi_{\text{пр}})}{\cos(\varphi_{\text{п}} - \varphi_{\text{пр}})}, \quad (2)$$

где $\varphi_{\text{п}}, \varphi_{\text{пр}}$ — углы падения и преломления света соответственно.

Рассмотрим свойства решений ОУЭ (2):

$$\left(\frac{n-ik}{1}\right)^2 = \sin^2 \varphi_{\text{п}} \left[\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{п}} \left(\frac{1 - \operatorname{tg}\psi \cdot e^{i\Delta}}{1 + \operatorname{tg}\psi \cdot e^{i\Delta}} \right)^2 + 1 \right] \Rightarrow n^2 - k^2 - i \cdot 2nk = q - ir; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} n^2 - k^2 = q; \\ 2nk = r, \end{aligned} \right\} \longleftrightarrow \left. \begin{aligned} n^2 = k^2 + q; \\ (k^2 + q)k^2 = (r/2)^2, \end{aligned} \right\}$$

где n — показатель преломления света, k — показатель светоослабления, с явным представлением r и q в следующем виде:

$$q = \sin^2 \varphi_{\text{п}} \left[1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{п}} (\cos^2 2\psi - \sin^2 2\psi \cdot \sin^2 \Delta)}{(1 + \sin 2\psi \cdot \cos \Delta)^2} \right], \quad r = \sin^2 \varphi_{\text{п}} \left[\frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{п}} \cdot \sin 4\psi \cdot \sin \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cdot \cos \Delta)^2} \right]. \quad (4)$$

На рис. 1 графически представлены результаты решений прямой задачи эллипсометрии (1) для стекла в зависимости от различных значений показателя экстинкции (взятых в логарифмическом масштабе): кривая 1 характеризует изменение значений фазовой Δ -функции в экстремуме амплитудной ψ -функции, кривая 2 — поведение псевдобрюстеровских углов, кривая 3 — изменение экстремума ψ -функции. Представленные зависимости получены для псевдобрюстеровских углов при минимуме амплитудной функции. Видно, что псевдобрюстеровские углы остаются постоянными в значительном диапазоне показателей экстинкции, собственных диэлектрикам и полупроводникам, так как определяются в основном вещественной составляющей показателя преломления исследуемого материала, за исключением металлооптических материалов ($k > 0,1$). Это свойство постоянства в значительной области значений k характерно и для минимума амплитудной функции, который увеличивается при постоянстве псевдобрюстеровского угла в интервале нескольких сотых долей значений показателя экстинкции.

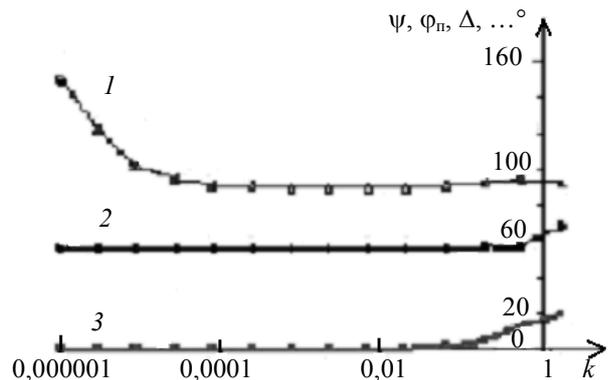


Рис. 1

Одной из основных проблем эллипсометрии является вытекающая из уравнения (2) угловая зависимость оценки оптических констант. В таблице и на рис. 2 приведена зависимость функций ψ , Δ от угла падения $\varphi_{\text{п}}$, демонстрирующая поведение старших разрядов численных решений, полученных при расчетах с удвоенной точностью, что гарантирует отсутствие артефактов. Здесь представлены точные аналитические решения прямой задачи эллипсометрии для металлоподобных материалов ($n = 1,514$, $k = 1$).

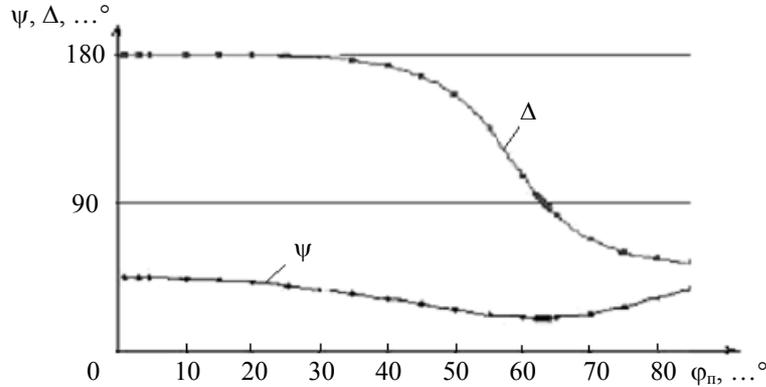


Рис. 2

В таблице приводятся точные значения ψ и Δ для нейтрального стекла марки НС-11 в соответствии с расчетными данными решений прямой задачи для этого стекла (см. рис.1). Значения n отличаются от априорной константы, равной 1,514, примерно с десятого знака после запятой. Значения k совпадают с априорным значением ($k = 0,00002$) только при углах псевдо-Брюстера. Легко заметить, что вне зоны „удовлетворительных“ значений параметров наблюдается четкая тенденция слабой зависимости оптических констант от углов падения.

$\varphi_{\text{п}}, \dots^\circ$	$\psi(\varphi_{\text{п}})$	$\Delta(\varphi_{\text{п}})$	$n(\varphi_{\text{п}})$	$k(\varphi_{\text{п}})$
45	17,1573207	179,999250	1,514000000364	$1,0563850 \cdot 10^{-5}$
50	10,043124	179,998055	1,514000000378	$1,3981726 \cdot 10^{-5}$
55	2,423181	179,988403	1,514000000382	$1,8376010 \cdot 10^{-5}$
60	5,378600	$7,152178 \cdot 10^{-3}$	1,514000000363	$2,4157466 \cdot 10^{-5}$
65	13,036465	$3,863374 \cdot 10^{-3}$	1,514000000296	$3,2052064 \cdot 10^{-5}$
70	20,307360	$3,122428 \cdot 10^{-3}$	1,514000000121	$4,3497838 \cdot 10^{-5}$
75	27,078496	$2,851078 \cdot 10^{-3}$	1,513999999669	$6,1841824 \cdot 10^{-5}$
80	33,365809	$2,7401498 \cdot 10^{-3}$	1,513999998269	$9,7138088 \cdot 10^{-5}$
85	39,282290	$2,696562 \cdot 10^{-3}$	1,513999990506	$1,9974942 \cdot 10^{-4}$

В отличие от диэлектрических материалов, для металлов эта тенденция более ярко выражена (см. рис. 2, 3).

На рис. 3 приведены графики зависимостей оптических констант n и k от угла $\varphi_{\text{п}}$, представляющих точные аналитические решения обратной задачи ОУЭ по данным предыдущих решений прямой эллипсометрической задачи (по вычисленным ψ и Δ для $n = 1,514$, $k = 1$) при самосогласованной постановке задачи компьютерного моделирования при двойной точности расчета. При этом предполагается полное апостериорное воспроизведение априорных данных. Однако в действительности естественными, строго математическими решениями оказались угловые зависимости аналитических решений для функций $n(\varphi)$ и $k(\varphi)$. Анализ рис. 3 выявляет теоретическое свойство угловой зависимости оптических констант.

Обратимся теперь к предпосылкам существования инвариантных величин, которые логично назвать инвариантами Френеля — Брюстера. В поляризационной металлооптике [2] существует представление об инвариантах Кеттелера (1875 г.), описываемых выражениями (4).

Результаты точного расчета инвариантов Кеттелера $I_1 = q$ и $I_2 = r$ для стекла ($n = 1,5$, $k = 1$) представлены на рис. 4 в виде графиков зависимости этих функций от угла падения $\varphi_{\text{п}}$.

Очевидно, что инварианты Кеттелера относятся к кусочно-постоянным функциям в зоне малых углов и в окрестности угла псевдо-Брюстера.

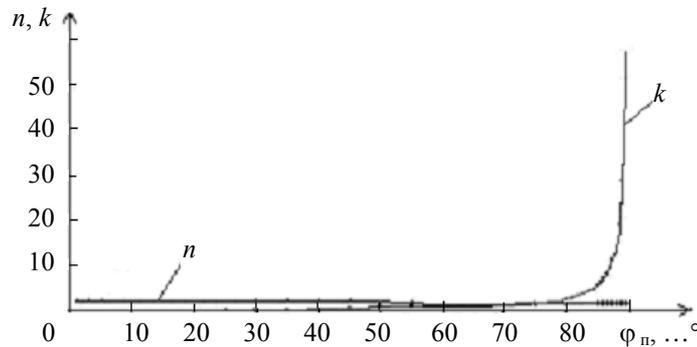


Рис. 3

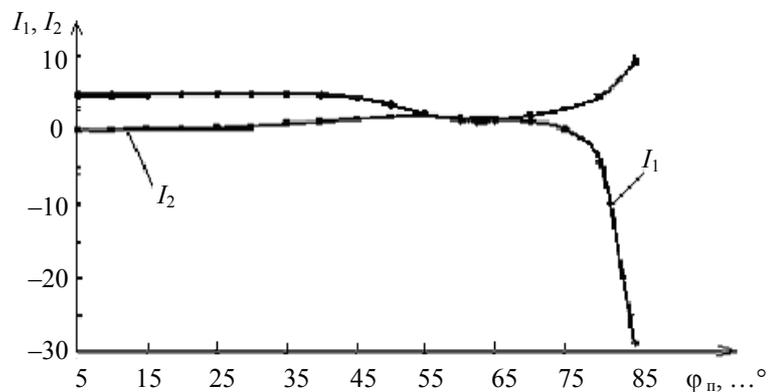


Рис. 4

В соответствии с представлением амплитудно-фазовых функций (см. рис. 1) можно выявить стабильные инварианты: это относительно постоянное отношение ψ_{min}/k при фиксированном значении вещественного показателя преломления n :

$$\frac{\psi_{\text{min}}}{k} \xrightarrow{\text{псевдобрюстеровский угол}} \frac{n^2 + 1}{4n^3} = \text{const } n. \quad (5)$$

Аналитическую оценку инварианта (5) задачи Друде (1) в модели идеальных границ раздела сред Френеля для псевдобрюстеровских углов резонно назвать новой инвариантной величиной метода эллипсометрии $\psi_{\text{min}}/k = \text{const } n$ Френеля — Брюстера [3].

Общий вывод, который можно сделать по результатам компьютерного моделирования, заключается в том, что обратное конформное преобразование решений ОУЭ Друде (3) не только не равносильно, но даже не эквивалентно прямому преобразованию (2): $m_{\text{a priori}} \rightarrow \rightarrow \psi, \Delta \rightarrow m_{\text{a posteriori}} \neq m_{\text{a priori}}$. Причиной этого, по-видимому, является экспоненциально чувствительная тригонометрическая трансцендентность материальных уравнений Френеля со столь нелинейным характером, что взаимобратные конформные преобразования оказываются неидентичными друг другу.

В качестве примера применения методики определения показателя светоослабления, основанной на инвариантах Френеля — Брюстера, рассмотрим кристаллы нитрида бора (BN). Этот материал благодаря термомеханической прочности и химической стойкости является уникальным для космических технологий. Его основные физико-химические свойства хорошо изучены [4], за исключением оптических констант, оценка которых затруднительна вследствие сложной подготовки образцов и измерений их характеристик в более широкой области

для интегрирования по методу Крамерса — Кронига. Эти сверхпрочные кристаллы обладают опаловым (сильно поглощающим) белесым цветом и сильно развитой шероховатостью хорошо рассеивающих свет рабочих граней, обработка которых обычно производится столь же прочными порошками кристаллов карбида кремния.

С помощью стандартных эллипсометрических многоугловых измерений диффузно отражающих образцов нитрида бора на длине волны He—Ne-лазера ($\lambda=632,8$ нм) оценены его показатели преломления для обыкновенного ($n_o = 1,765 \pm 0,009$) и необыкновенного ($n_e = 1,59 \pm 0,01$) лучей.

Показатель экстинкции этих кристаллов по инвариантам Френеля — Брюстера для выбранных показателей преломления можно оценить величинами $k_e = 0,06$ и $k_o = 0,18$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горшков М. М. Эллипсометрия. М.: Сов. радио, 1974.
2. Пришивалко А. П. Отражение света от поглощающих сред. Минск, 1963.
3. Алексеев С. А., Прокопенко В. Т., Скалецкий Е. К. и др. Введение в прикладную эллипсометрию: / Учеб. пособие. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005. Ч. 1.
4. Шарупин Б. Н. Структура и свойства пиронитрида бора. // Химическое газофазное осаждение тугоплавких неорганических материалов: Сб. Л.: ГИБХ, 1976. С. 66—101.

Рекомендована кафедрой
твердотельной оптоэлектроники

Поступила в редакцию
18.01.08 г.

ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

УДК 621.573

А. Б. СУЛИН, И. Н. БОГОМОЛОВ

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

КОМПРЕССИОННО-ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТЕРМОСТАТЫ ЛАБОРАТОРНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Рассматриваются основные принципы компоновки и режимы работы комбинированной системы охлаждения на базе математической модели компрессионно-термоэлектрического термостата.

В настоящее время в сфере испытательного и лабораторного оборудования установки с компрессионно-термоэлектрическим охлаждением являются наиболее предпочтительными. Исходя из условий получения в камере термостатирования наиболее низких температур и минимизации габаритов устройства (для лабораторных исследований — менее 100 л) предлагается использовать двухкаскадную компрессионно-термоэлектрическую систему охлаждения. Данные термостаты позволяют получать температуру до $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$ при сравнительно малой холодопроизводительности и небольшом объеме камеры термостатирования [1, 2].

Основная задача при расчете комбинированных систем состоит в согласовании режимов работы каждой из ступеней охлаждения. Схема энергетических потоков в камере термостатирования на основе комбинированной холодильной машины показана на рис. 1.

В этой схеме термобатарея используется в качестве первого каскада охлаждения комбинированной системы, а парокомпрессионная холодильная машина (ПХМ) — в качестве второго каскада. Здесь 1 — теплоизолированная рабочая камера, 2 — термоэлектрическая батарея, 3 — испаритель холодильной машины, 4 — компрессор, 5 — конденсатор холодильной машины, 6 — терморегулирующий вентиль. Тепловая нагрузка Q_0 на камеру термостатирования отводится холодным спаем термобатареи. При этом на работу термобатареи затрачивается электроэнергия $W_{\text{тб}}$. Теплота $Q_{\text{тб}}$, выделяющаяся на горячем спаем термобатареи, отводится с помощью испарителя парокомпрессионного агрегата с холодопроизводительностью $Q_{\text{ПХМ},0}$. Теплота $Q_{\text{ПХМ}}$, выделяемая конденсатором парокомпрессионной

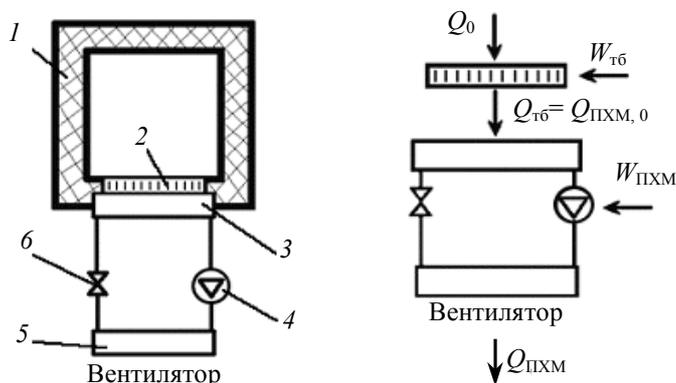


Рис. 1

холодильной машины, отводится с помощью конденсатора парокомпрессионной

холодильной машины, отводится в окружающую среду. На работу парокомпрессионной машины затрачивается электроэнергия $W_{ПХМ}$.

Рассмотрим режимы работы термостата с комбинированной системой охлаждения в случае использования парокомпрессионной машины АЕZ2415 фирмы „Hermetique“ (Франция) в схеме с однокаскадными и двухкаскадными термобатареями, а также рассмотрим однокаскадную схему

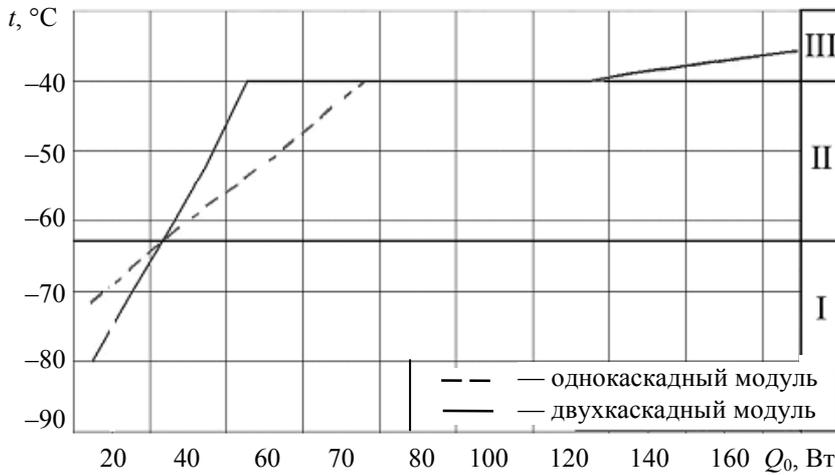


Рис. 2

охлаждения на базе парокомпрессионного агрегата. На графике, приведенном на рис. 2, отмечены три зоны (области) работы компрессионно-термоэлектрической системы охлаждения. В каждой из трех зон существует оптимальная схема компоновки системы охлаждения. В области I (с диапазоном температур $-80 \dots -63 \text{ }^\circ\text{C}$) наиболее эффективно, применительно к достижению минимальных температур в камере,

термоэлектрический блок комбинированной системы выполнять на основе двухкаскадных модулей. В области II (с диапазоном температур $-63 \dots -40 \text{ }^\circ\text{C}$) наиболее низкие температуры в камере могут быть получены при использовании однокаскадных модулей в термоэлектрическом блоке. В области III (при температуре выше $-40 \text{ }^\circ\text{C}$) целесообразно применять однокаскадное охлаждение.

С использованием математической модели комбинированной системы охлаждения и составленной на ее основе программы расчета был построен сводный график зависимости температуры в камере термостатирования от холодопроизводительности, приведенный на рис. 3. При моделировании аппроксимированы характеристики парокомпрессионных агрегатов* АЕZ2415, АЕ1417, САЕ2420 производства фирмы „Hermetique“ и одно- и двухкаскадных термоэлектробатарей производства фирмы „Остерм“ (Санкт-Петербург). Точки А, В, С на графике характеризуют области рационального применения одно- и двухкаскадных термобатарей в схемах комбинированных агрегатов.

Важными параметрами для потребителя являются объем камеры термостатирования и уровень поддерживаемой в ней температуры. Для расчета объема камеры исходными данными служат холодопроизводительность комбинированного агрегата, температура в камере, толщина изоляционного материала и коэффициент его теплопроводности.

Вычисления производились для теплоизоляционного материала с коэффициентом теплопроводности $0,03 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$. Расчеты были выполнены для схемы с использованием паро-

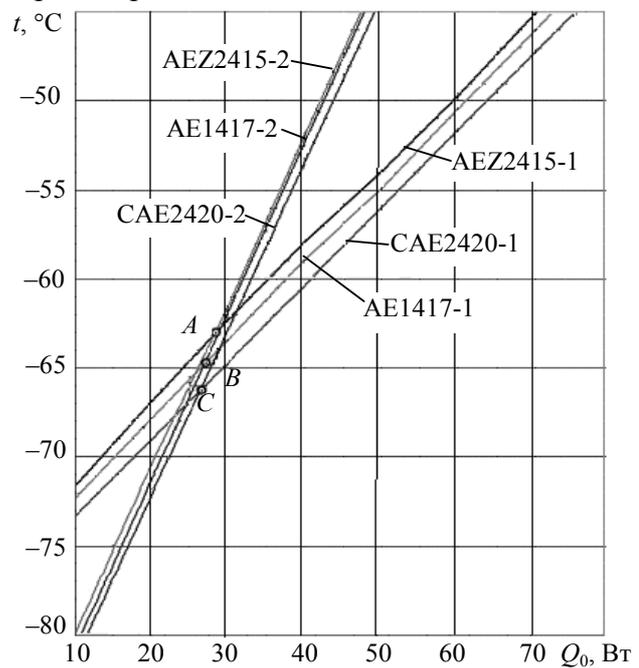


Рис. 3

* На рис. 3 символ „1“ после марки парокомпрессионного агрегата означает использование однокаскадной термобатарей в качестве первой ступени охлаждения, символ „2“ — двухкаскадной.

компрессионной машины АЕZ2415 в комбинации с одно- и двухкаскадными термобатареями. На основе расчетов были построены графики зависимости полезного объема камеры от температуры в ней для схемы с однокаскадными (рис. 4, а) и двухкаскадными (рис. 4, б) модулями при толщине изоляционного материала 100 и 200 мм (кривые 1 и 2 соответственно).

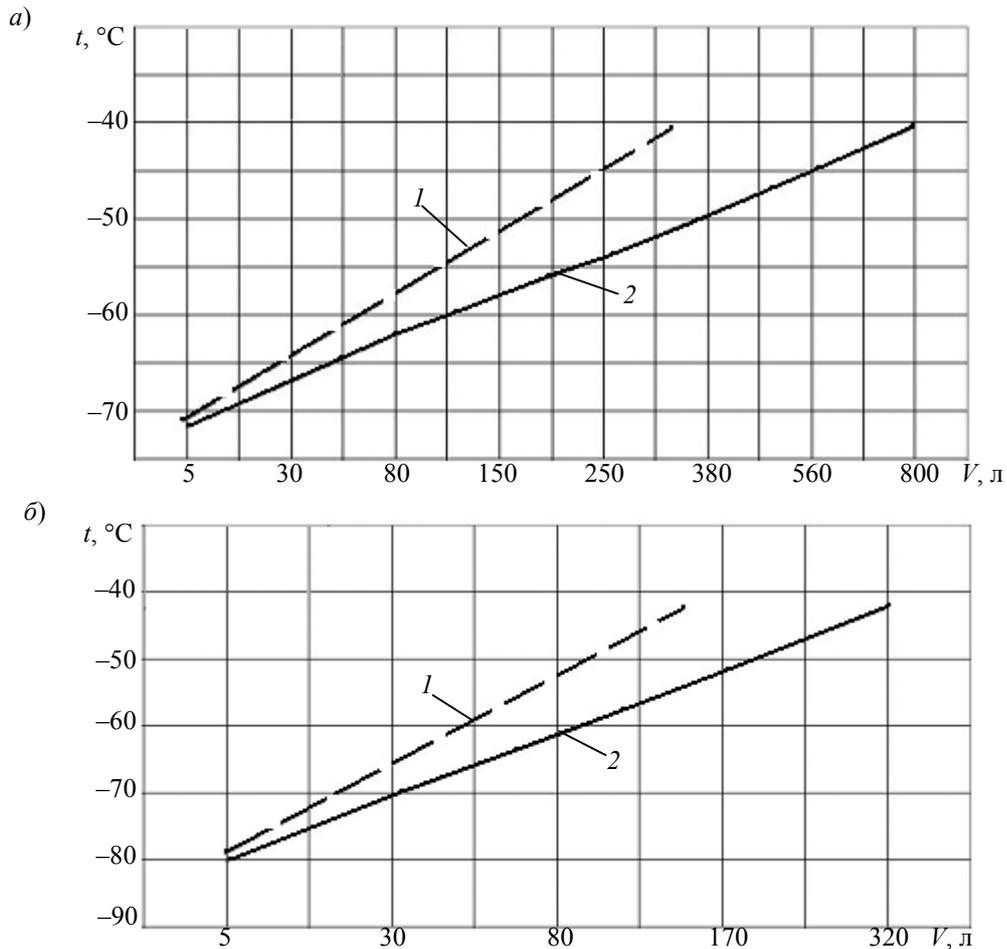


Рис. 4

Таким образом, для оптимальной компоновки комбинированной системы охлаждения, соответствующей требуемому режиму работы (в диапазоне $-80 \dots -40$ °C), можно определить наиболее целесообразную толщину изоляционного материала и объем камеры термостатирования. Для рассмотренной схемы рациональным является создание камер объемом от 3 до 150 л.

Примером практического внедрения компрессионно-термоэлектрических термостатов являются установки серии „Миконта“ для низкотемпературных испытаний образцов продукции. В частности, лабораторный термостат „Миконта 60×60“ с комбинированной системой охлаждения имеет объем камеры 60 л и позволяет обеспечить температуру до -60 °C в рабочем пространстве.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сулин А. Б., Богомолов И. Н. Основные расчетные характеристики низкотемпературной комбинированной системы термостатирования // Изв. Санкт-Петербургского гос. ун-та низкотемпературных и пищевых технологий. 2006. № 1. С. 38—40.
2. Сулин А. Б., Богомолов И. Н. Схемные решения и характеристики компрессионно-термоэлектрических систем термостатирования // Состояние и перспективы развития термоэлектрического приборостроения: Материалы докл. III Всерос. науч.-техн. конф. Махачкала, 2007. С. 100—102.

Рекомендована кафедрой
кондиционирования воздуха

Поступила в редакцию
12.01.08 г.

А. А. СЕНИЦЫН

Вологодский государственный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАБОТЫ КОТЕЛЬНЫХ АГРЕГАТОВ

Исследуются вибрационные характеристики работы котла, основанного на устройстве резонатора Гельмгольца. Численно и экспериментально изучены искусственно созданные в котле вибрации.

Постановка задачи. В настоящее время появились новые источники теплоты с высоким КПД, в которых основную роль играют термогидравлические процессы превращения различных видов энергии. К таким источникам теплоты относятся котельные агрегаты, в которых термогидравлическая энергия интенсифицируется искусственно создаваемыми вибрациями за счет удачно подобранной геометрии теплообменного устройства. Оценке этого эффекта на экспериментальном изделии и посвящена настоящая статья.

Для моделирования выбран теплогенератор водогрейного типа, камера сгорания и поверхности нагрева которого совмещены и представляют собой теплообменник типа „труба в трубе“.

Геометрические характеристики теплообменника подобраны таким образом, что они обеспечивают резонансную частоту пульсаций, возникающих в процессе сгорания газовоздушной смеси, и конвективно-радиационную поверхность теплообмена. Полученные искусственные пульсации накладываются на пульсации турбулентного потока. Горение возникает в результате серии микровзрывов, энергия которых используется для всасывания компонентов горючей смеси, а также для проталкивания образуемых продуктов горения. Более подробно принцип работы устройства изложен в работах [1—3].

Связь геометрических характеристик резонатора с частотой колебаний определяется зависимостью

$$f = \frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{F}{LV}},$$

где f — частота, Гц; a — скорость звука в рабочей среде, м/с; F и L — площадь сечения, м², и длина, м, горловины; V — объем резонатора, м³.

Для образования микровзрывов подбираются такие размеры устройства, которые определяют частоту колебаний. Необходимо создать математическую модель волнового распространения дымовых газов в тракте котла в виде системы уравнений тепло- и массообмена.

Теоретическое описание процесса. Исследование термоакустических эффектов было проведено с использованием теории резонансных колебаний газа в цилиндрической трубе, на одном конце которой по гармоническому закону колеблется „термодинамический“ поршень, что приводит к микровзрывам газовоздушной смеси, давление на другом конце соответствует атмосферному.

Уравнение, описывающее волновое распространение газовой среды в пространстве и времени, может быть записано в виде функции, зависящей от скорости распространения волн и коэффициента затухания:

$$p(x, \tau) = -a\rho_0 p_m \cos\left(\omega\tau + \frac{\pi}{2}\right) e^{\omega kx},$$

где ρ_0 — плотность среды; ω — угловая частота; τ — время; x — координата перемещения; k — коэффициент затухания; p_m — амплитуда колебаний давления.

Здесь для характеристики волнового периодического процесса используется гармоническая функция, но согласно проведенным ранее исследованиям [3, 4] реальная функция отличается от гармонической.

В настоящей статье волновой процесс описывается с помощью периодической функции f , которая определяет реальное распределение волновых параметров во времени и пространстве.

Экспериментальное исследование процесса. Основные задачи эксперимента заключались в определении характера распространения волны. Экспериментально были изучены колебания давления на входе и выходе из канала для турбулентного течения дымовых газов.

На рис. 1 приведена схема проведения измерений параметров волнового процесса. Приборная база содержит оборудование для преобразования давления в камере сгорания в электрический сигнал, устройство тарировки, состоящее из обратного клапана и U-образного манометра, а также персональный компьютер. На рисунке использованы следующие обозначения: 1 — камера сгорания; 2 — водяная рубашка; 3 — резонансные трубы; 4 — резонаторный ресивер; 5 — глушитель выхлопа; 6 — дымовая труба. В точках 7, 8 осуществляется измерение давления дымовых газов в газовом тракте и давления природного газа.

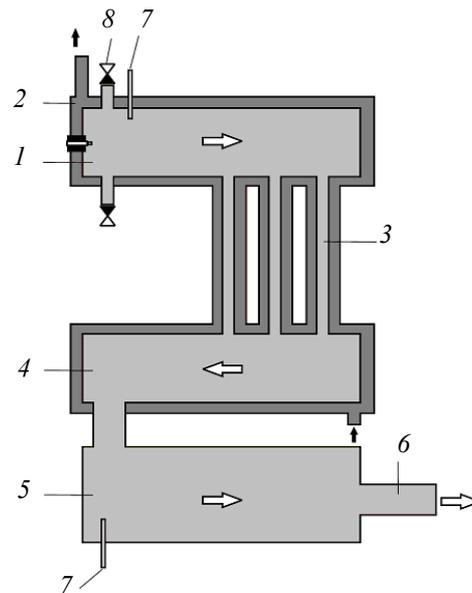


Рис. 1

Для определения характера распространения волны использована измерительная система, состоящая из микрофона и акустически изолированного конденсатора. С помощью микрофона звуковой сигнал преобразуется в электрический и поступает на микрофонный вход ПК.

Эксперимент проводился при следующих условиях: давление в газовом патрубке $p_r = 102$ кПа; давление в воздушном патрубке $p_{атм} = 100$ кПа (атмосферное давление); расход топлива $B = 36$ м³/ч; коэффициент избытка воздуха $\alpha = 1,25$; резонансная частота $f = 33$ Гц; показатель адиабаты дымового газа $\gamma = 1,4$. При этом измерялись моментальное значение давления дымовых газов в газовом тракте и амплитуды изменения давления во времени.

Обработка результатов эксперимента проводилась в три этапа:

- получение исходного сигнала и его обработка с помощью звуковой программы до состояния расчетного;
- математическая обработка звукового сигнала;
- определение значений амплитуды колебаний.

Звуковой файл подготовлен к обработке с помощью звуковой программы Sound Forge 4.5. Математическая обработка звукового файла проводилась с использованием программы MathCad 11 Enterprise Edition и дополнительного пакета Signal Processing. Был считан сигнал из звукового файла, получена информация о нем и построен исходный график сигнала.

Далее, для преобразования электрического сигнала в сигнал давления проводится тарировка с помощью импульсной трубки, обратного клапана и U-образного манометра. На рис. 2, а представлена зависимость звукового сигнала от времени $p(\tau)$, где отчетливо видны периоды каждого импульса и накладывающиеся посторонние шумы от вибрации конструкций (круговые метки).

Анализ одного периода цикла горения топлива и движения дымовых газов в канале позволяет построить индикаторную диаграмму периодического изменения давления в единичном объеме камеры.

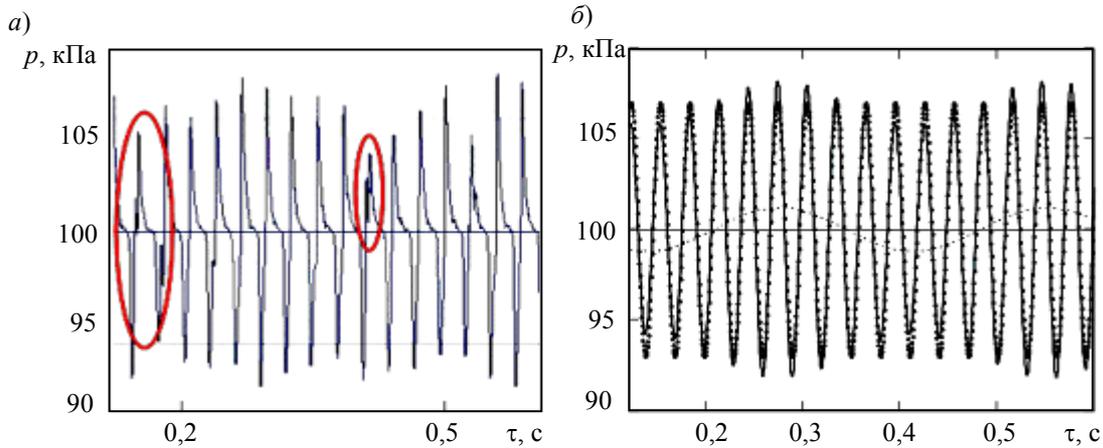


Рис. 2

На рис. 3 показан характер изменения давления в камере в процессе горения, где:
 участок $A—B$ соответствует увеличению давления в процессе сгорания топливно-воздушной смеси (интервал τ_r);
 участок $B—A'$ соответствует процессу охлаждения дымовых газов (интервал τ_o);
 участок $C—F$ соответствует процессу поступления природного газа через газопульсирующий клапан (интервал $\tau_{газ}$);
 участок $D—E$ соответствует процессу поступления воздуха через воздушно-пульсирующий клапан (интервал τ_b);
 участок $A—A'$ соответствует времени одного цикла (интервал $\tau_{ц}$).

Функциональная зависимость $p(\tau)$ получена с помощью прямого преобразования Фурье [2].

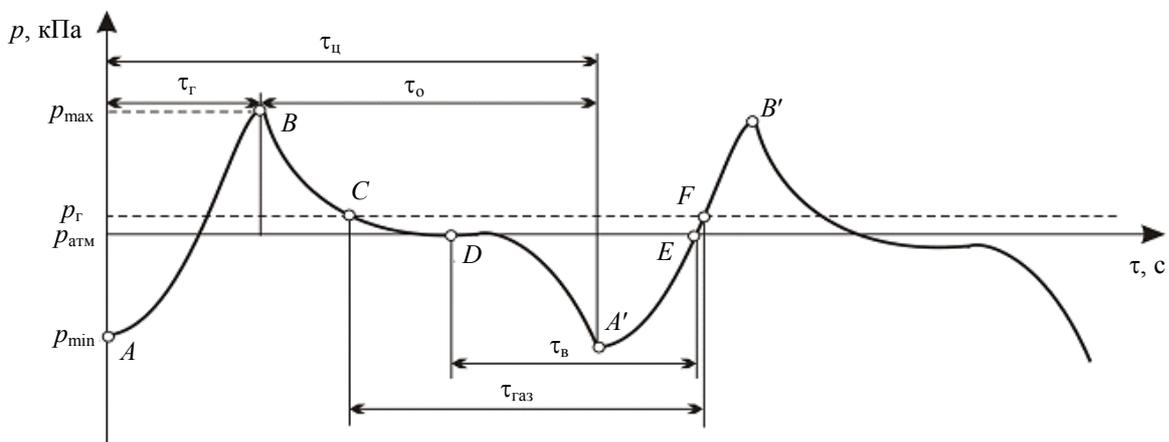


Рис. 3

Математическое моделирование функции. Исходя из определения характера ударной волны, учитывая скорость и температуру горения среды, а также то, что форма распространяемых волн близка к гармонической, определяются максимальное и минимальное значения давлений газовой среды, а также параметры распространения звуковой и газовой волн.

Функцию распространения акустической волны можно представить следующим образом:

$$\delta P_z(\tau) = 0,5\Delta P_z \cos\omega_z \tau,$$

а функцию распространения молекулярной волны — как

$$\delta P_v(\tau) = 0,5\Delta P_v \cos(y\omega_v \tau),$$

где ΔP_z и ΔP_v — амплитуды колебаний акустической и молекулярной волн, ω_z и ω_v — угловая скорость акустической и молекулярной волн, y — коэффициент соотношения угловых скоростей двух волн.

Действительная функция колебания давления будет определяться суммой колебаний акустической и молекулярной волн

$$\delta P(\tau) = \delta P_z(\tau) + \delta P_v(\tau)$$

и амплитудами колебаний давления

$$p_{\max} = \delta P(0), \quad p_{\min} = \delta P(\tau).$$

Результат математического моделирования приведен на рис. 2, б, где кривая, обозначенная как $\cdots\cdots$, соответствует молекулярной волне ($\lambda = 3,8$ м), кривая \cdots — акустической волне ($\lambda = 22,6$ м), кривая — — результирующей волне.

В результате были получены эмпирические зависимости изменения давления в течение одного цикла. Для сравнения основные экспериментальные характеристики были соотнесены с результатами аналогичных экспериментов, проведенных с использованием камеры Гельмгольца с аэродинамическим клапаном [4]. Измерение давления осуществлялось с помощью пьезоэлектрических преобразователей, размещаемых на стенке камеры сгорания опытной установки PCS (Pulsating Combustion System).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляков М. И. Устройство пульсирующего горения (ПГ) — выбор в пользу принципиально иной технологии выработки тепла, путь к радикальному снижению его себестоимости // Энергетика в нефтегазодобыче. 2002. № 1. С. 15—27.
2. Сеницын А. А., Игонин В. И. К построению математической модели гидротермических процессов в источнике теплоты пульсирующего горения // Прогрессивные процессы и оборудование металлургического производства. Материалы Междунар. науч.-техн. конф. Череповец: ЧГУ, 2006. С. 139—141.
3. Сеницын А. А., Игонин В. И. Особенности автоматизации вычислений при проектировании источников теплоты пульсирующего горения // Автоматизированная подготовка машиностроительного производства, технология и надежность машин, приборов и оборудования: Материалы Междунар. науч.-техн. конф. Вологда: ВоГТУ, 2005. Т. 2. С. 193—195.
4. Keel S. I., Hyun Dong Shin. A study of the operating characteristics of a Helmholtz-type pulsating combustor // Institute of Energy. 1991. Vol. 64. P. 99.

Рекомендована кафедрой
теплогазоснабжения и вентиляции

Поступила в редакцию
02.06.06 г.

РЕФЕРАТЫ

УДК 004.932.2

ВЫБОР ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ МИНИМИЗАЦИИ РЕПРЕЗЕНТАЦИОННОЙ ДЛИНЫ ИХ ОПИСАНИЯ / А. С. ПОТАПОВ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 3—7.

Рассмотрен принцип выбора модели данных путем минимизации длины их описания (принцип МДО) как средство задания критерия качества моделей в задачах индуктивного вывода. Принцип МДО плохо применим к задачам с существенным индуктивным смещением, к которым относится проблема интерпретации изображений. На основе теоретического анализа вводится принцип репрезентационной МДО, который позволяет решить указанную проблему. При этом задача интерпретации изображений разбивается на две: построение формализованного представления по выборке изображений и построение модели изображения в рамках данного представления. В результате оказывается возможным формализовать проблему построения представления и строго ввести ряд фундаментальных понятий в области обработки изображений.

Библиогр. 8.

УДК 681.300

АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ ЧЕРТЕЖНЫХ РУКОПИСНЫХ СИМВОЛОВ / Е. Ю. БУРСИАНИ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 8—11.

Предлагается средство автоматизации проектирования электронной базы данных, формируемой при сканировании технической документации, выполненной вручную произвольными чертежными шрифтами. Описываются алгоритм построения скелетного графа символа и процедура сравнения построенного графа с эталонным. Предложено усовершенствование рассматриваемого алгоритма, что позволяет повысить достоверность распознавания чертежных символов и тем самым создать эффективные системы автоматизации проектирования баз данных технической документации.

Ил. 3, библиогр. 7.

УДК 004.415.2

РАЗРАБОТКА САПР, РЕАЛИЗУЮЩИХ ПЛОХО ФОРМАЛИЗУЕМЫЕ ПОДХОДЫ / С. Л. ОСИПОВ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 12—16.

Описывается методика, позволяющая вести разработку решений плохо определенных задач. Рассматривается алгоритм декомпозиции задач разработки программного продукта, позволяющий существенно повысить вероятность успешного выполнения проекта за счет выбора методов решения задач. Приводится оценка затрат на разработку САПР, показывающая возможность определения количества ресурсов, необходимых для успешного выполнения проекта.

Библиогр. 4.

УДК 62.50

АНАЛИЗ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ / Т. А. АКУНОВ, С. А. СУДАРЧИКОВ, А. В. УШАКОВ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 17—21.

Рассматриваются алгоритмические проблемы, возникающие при исследовании чувствительности дискретных объектов в связи с необходимостью вычисления матрицы чувствительности матрицы состояния дискретного объекта управления (ОУ). Показывается, что эта задача может быть решена с привлечением функций чувствительности собственных значений и собственных векторов матрицы состояния непрерывного ОУ.

Библиогр. 8.

УДК 629.7

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗВОРОТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА / М. В. ЛЕВСКИЙ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 22—27.

Рассматривается задача оптимального управления пространственной переориентацией космического аппарата с минимальным расходом рабочего тела. Получено аналитическое решение поставленной задачи. Показано, что оптимальное по расходу топлива решение находится в классе двухимпульсного управления, при котором разворот космического аппарата совершается по траектории „свободного движения“. Исходная задача оптимального управления сводится к решению трех задач — разгону КА до необходимого кинетического момента, свободному вращению КА и гашению угловой скорости.

Библиогр. 4.

УДК 621.3.085

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ КОДОВЫХ ШКАЛ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ / А. А. ОЖИГАНОВ, ЖУАНЬ ЧЖИПЭН // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 28—33.

Проведен анализ одноканальных псевдослучайных кодовых шкал с учетом технологических ограничений их практической реализации. Предложен метод построения таких шкал с числом информационных дорожек 2—4. Приведены примеры выполнения предложенных шкал.

Ил. 3, библиогр. 5.

УДК 519.87

АНАЛИЗ РЕАКТИВНОСТИ УЗЛА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ / В. А. ГОНЧАРЕНКО // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 34—39.

Рассматривается интервальный подход к описанию неопределенности исходных данных при моделировании процессов обслуживания в узлах вычислительной сети. Отмечается искажение результатов расчета при усреднении параметров моделирования. Описана модель сети массового обслуживания с интервальным заданием и последующей рандомизацией параметров законов распределений времени между моментами поступления заявок и времени их обслуживания в узле. Предложен метод решения интегрального уравнения Линдли, содержащего нерациональные функции, для нахождения характеристик модели. Разработан рекуррентный алгоритм расчета вероятностно-временных характеристик узла сети с равномерно распределенными параметрами.

Библиогр. 5.

УДК 004.4'22, 004.65

МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЯЦИОННОЙ БАЗЫ ДАННЫХ / В. Б. НОВОСЕЛЬСКИЙ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 39—42.

Рассматривается вопрос распределения реляционной базы данных по узлам вычислительной сети. Предлагается генетический алгоритм решения задачи проектирования, позволяющий учесть взаимозависимость схем фрагментации данных, размещения фрагментов и стратегий исполнения запросов. Приводится исследование качества получаемых решений и оценивается вычислительная сложность алгоритма, которые демонстрируют эффективность предлагаемого метода.

Табл. 1, библиогр. 7.

УДК 621.396.96

ОПТИМАЛЬНАЯ СХЕМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ / С. И. ЗИАТДИНОВ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 43—46.

На основе критерия максимума функции правдоподобия получено аналитическое соотношение, определяющее оптимальную схему совместной оценки угловых координат и дальности. Приведена реализуемая на практике квазиоптимальная схема определения местоположения объекта.

Ил. 1, библиогр. 2.

УДК 681.78

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВОЛОС МЕТОДОМ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ / Е. Н. ПЕТРОВА // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 46—50.

Представлена математическая модель распределения электрических полей в разрядном промежутке и протекания токов по волосам при исследовании их методом газоразрядной визуализации. Приведены результаты расчетов, полученные на основе предложенной модели. Представленные данные свидетельствуют о протекании тока по внутренним структурам волоса, при этом в различных образцах волос преобладает тот или иной тип проводимости — по внутренним структурам волоса в случае более высокой проводимости и по поверхности волоса при низкой проводимости.

Ил. 3, библиогр. 12.

УДК 535.317

КОМПЬЮТЕРНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССА СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА ОБЪЕКТИВОВ / А. В. САПЬНИКОВ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 51—54.

Представлен анализ разработанной компьютерной системы, предназначенной для автоматизации процесса проектирования оптических систем. Рассмотрен подход к решению задачи формирования компьютерной базы элементов с известными оптическими свойствами и формализации знаний эксперта-оптика в области нахождения исходной схемы при расчете оптической системы. Создан тестовый программный продукт, формализующий процесс композиции оптических систем. Представлен пример, подтверждающий применимость предложенного программного продукта для использования в области проектирования и расчета объективов.

Ил. 2, библиогр. 4.

УДК 531.787

РАСЧЕТ ВЫХОДНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ МЕХАНОЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ / К. В. ТАТМЫШЕВСКИЙ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 55—60.

Рассматриваются вопросы построения математической модели и расчета выходных сигналов механолюминесцентных чувствительных элементов (МЛЧЭ), изготовленных на основе соединений сульфида цинка. При работе МЛЧЭ используется явление люминесцентного излучения широкозонных полупроводниковых соединений класса A_2B_6 под действием приложенного импульсного давления. Они непосредственно преобразуют входное механическое давление (деформацию) в импульсный световой поток. Такие ЧЭ хорошо согласуются с волоконно-оптическими устройствами сбора и обработки информации, так как используют сигналы той же физической природы.

Ил. 6, библиогр. 7.

УДК 535.5

НОВЫЕ ИНВАРИАНТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В ЭЛЛИПСОМЕТРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЙ / И. Е. СКАЛЕЦКАЯ, В. Т. ПРОКОПЕНКО // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 60—64.

Исследованы аналитические особенности решений основного уравнения эллипсометрии Друде для амплитудно-фазовых характеристик поля световой волны при разных углах падения ($0 < \varphi_n < \pi/2$) для различных материалов в модели идеальных границ раздела сред Френеля. Установлен факт несогласованности решений прямой и обратной задач Друде. Методами численного анализа при компьютерном моделировании установлена причина угловой зависимости решений $n(\varphi_n)$, $k(\varphi_n)$ уравнения Друде. Показано, что классические инварианты Кеттелера для этих модельных систем при различных углах падения могут быть заменены новыми инвариантными величинами, связывающими минимум амплитудной функции отражения с показателем светослабления при заданном показателе преломления. Предложена новая методика в эллипсометрическом методе исследования на основе синтеза закона Брюстера для псевдодиэлектрических материалов и новых инвариантов однозначного определения показателей преломления n и экстинкции k для модели идеальной границы Френеля.

Ил. 4, табл. 1, библиогр. 4.

УДК 621.573

КОМПРЕССИОННО-ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТЕРМОСТАТЫ ЛАБОРАТОРНОГО НАЗНАЧЕНИЯ / А. Б. СУЛИН, И. Н. БОГОМОЛОВ // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 65—67.

Рассматривается принцип работы установки с компрессионно-термоэлектрическим охлаждением. Исходя из условий получения в камере термостатирования наиболее низких температур и минимизации габаритов устройства (для лабораторных исследований – менее 100 л) предлагается использовать двухкаскадную компрессионно-термоэлектрическую систему охлаждения. Описываются основные принципы компоновки и режимы работы комбинированных систем.

Ил. 4, библиогр. 2.

УДК 534.142

ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАБОТЫ КОТЕЛЬНЫХ АГРЕГАТОВ / А. А. СИНИЦЫН // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 68—71.

Исследован частотно-импульсный характер распространения волн колебания давления в координатах давление—время. Построена математическая модель частотно-импульсной характеристики изменения давления в тракте котла на основе численных и экспериментальных исследований. Модель позволяет определить характер движения дымовых газов в газовом канале, а также уточнить систему уравнений тепломассопереноса для устройства с учетом теплопередачи.

Ил. 3, библиогр. 4.