

## СОДЕРЖАНИЕ

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

- Нивин А. Е., Саушев А. В., Шошмин В. А.** Синтез ортогональных фильтров при статистической идентификации динамических систем ..... 5
- Аверкиев Н. Ф., Булекбаев Д. А.** Метод синтеза программы движения ракеты космического назначения для минимизации затрат на выведение полезного груза ..... 11
- Красильников А. В., Красильников Р. В.** Исследование способа пуска подводных аппаратов с надводного носителя ..... 15
- Сизиков В. С., Кирьянов К. А., Экземпляров Р. А.** Два быстрых алгоритма восстановления смазанных изображений ..... 24
- Фефилов Г. Д.** Геометрическое представление сигнала, основанное на понятии о фазовом пространстве, в лазерной дифрактометрии микрообъектов ..... 30

### ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Камкин О. Ю., Ремизова О. А., Сыроковашин В. В., Фокин А. Л.** Робастная стабилизация многомерного линейного объекта с запаздываниями по управлениям ..... 36
- Арсеньев В. Н., Фадеев А. С.** Методика проверки соответствия характеристик системы управления заданным требованиям по ограниченному числу испытаний ..... 43
- Карагодин В. В.** Особенности оптимального по быстродействию управления интегрирующим звеном с присоединенным гармоническим осциллятором ..... 49
- Мусалимов В. М., Заморуев Г. Б., Монахов Ю. С.** Моделирование динамики измерительной системы мониторинга подземных камер ..... 53

### ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

- Нестеренко С. А., Чулков В. А.** Управляемый кольцевой генератор импульсов ..... 58
- Давыдов В. В., Дудкин В. И., Карсеев А. Ю.** Повышение точности измерения констант релаксации текущей жидкости в ядерно-магнитном спектрометре ..... 64

### ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

- Сушков А. Л.** Исправление сферической аберрации и хроматизма в синглете и дублете введением осевого градиента показателя преломления ..... 69
- Васин Н. Н., Куринский В. Ю.** Измерение скорости движения протяженных объектов системами видеонаблюдения ..... 77
- Латыев С. М., Воронин А. А., Андинг К., Линц Э., Курицын П. А.** Оптико-электронные методы и средства идентификации веществ и материалов ..... 81

<b>Андреев А. Л., Кортаев В. В., Пашковский Д. М.</b> Селекция изображений мало-размерных объектов на неоднородном фоне в условиях помех .....	88
<b>Шкурский Б. И.</b> Обнаружение цифровых сигналов в оптико-электронных пеленгаторах .....	93
<b>КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ</b>	
<b>Горбунова Е. В., Петухова Д. Б., Чертов А. Н.</b> Некоторые аспекты автоматической оценки применимости оптического метода для обогащения руд твердых полезных ископаемых .....	97
<b>Павлычева Н. К., Лукин А. В., Мельников А. Н., Муслимов Э. Р., Петрановский Н. А.</b> Опыт использования комплекса „Основы дифракционной оптики и голографии“ .....	99
SUMMARY ( <i>перевод Ю. И. Копилевича</i> ) .....	101

## CONTENTS

### INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

<b>Nivin A. E., Saushev A. V., Shoshmin V. A.</b> Synthesis of Orthogonal Filters in Statistical Identifications of Dynamic System .....	5
<b>Averkiev N. F., Bulekbaev D. A.</b> Synthesis of Space Rocket Motion Program to Minimize Payload Launch Cost.....	11
<b>Krasilnikov A. V., Krasilnikov R. V.</b> Study of a Method for Launching of Submersible from Surface Carrier .....	15
<b>Sizikov V. S., Kiryanov K. A., Exemplyarov R. A.</b> Two Fast Algorithms for Restoration of Smeared Images .....	24
<b>Fefilov G. D.</b> Geometric Representation of Signal Based on Phase Space Concept in Laser Diffractometry of Microobjects .....	30

### DEVICES AND SYSTEMS OF AUTOMATIC CONTROL

<b>Kamkin O. Yu., Remizova O. A., Syrokvashin V. V., Fokin A. L.</b> Robust Stabilization of Multidimensional Linear Object with Delayed Control.....	36
<b>Arsen'ev V. N., Fadeev A. S.</b> A Method of Checking of Control System Characteristics Against Specified Requirements with Limited Test Number.....	43
<b>Karagodin V. V.</b> Peculiarities of Time-Optimal Control over Integrating Link with Ad-joined Harmonic Oscillator .....	49
<b>Musalimov V. M., Zamoruev G. B., Monakhov Yu. S.</b> Dynamic Simulation of Measuring System for Underground Chamber Monitoring.....	53

### ELECTRONIC AND ELECTROMAGNET DEVICES

<b>Nesterenko S. A., Chulkov V. A.</b> Controllable Ring Pulse Generator.....	58
<b>Davydov V. V., Dudkin V. I., Karseev A. Yu.</b> Improvement of Measuring Accuracy for Relaxation Constants of Flowing Liquid in Nuclear-Magnetic Spectrometer .....	64

### OPTICAL AND OPTICAL-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS

<b>Sushkov A. L.</b> Correction of Spherical Aberration and Chromatism in Single Lens and Doublet by Introduction of Axial Gradient of the Refractive Index.....	69
<b>Vasin N. N., Kurinsky V. Yu.</b> Measuring of Lengthy Object Velocity with Closed Circuit Cameras .....	77
<b>Latyev S. M., Voronin A. A., Anding K., Lintz E., Kuritsyn P. A.</b> Optical-Electronic Methods and Means for Identification of Substances and Materials.....	81
<b>Andreev A. L., Korotaev V. V., Pashkovsky D. M.</b> Selection of Small Objects Images Against an Inhomogeneous Background under Noise Conditions .....	88
<b>Shkursky B. I.</b> Digital Signal Detection in Optoelectronic Direction-Finders .....	93

**BRIEF NOTES**

<b>Gorbunova E. V., Petukhova D. B., Chertov A. N.</b> Several Aspects of Automatic Evaluation of Optical Method Applicability for Ore Dressing.....	97
<b>Pavlycheva N. K., Lukin A. V., Melnikov A. N., Muslimov E. R., Petranovsky N. A.</b> Experience in the Use of Laboratory Complex “Fundamentals of Diffractive Optics and Holography” .....	99
<b>SUMMARY</b> .....	101

*Editor-in-Chief E. B. Yakovlev*

А. Е. НИВИН, А. В. САУШЕВ, В. А. ШОШМИН

## СИНТЕЗ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Проанализированы особенности построения фильтров Лагерра, обоснована целесообразность их применения при статистической идентификации динамических систем. Рассматривается алгоритм определения коэффициентов разложения импульсной переходной функции в ряд Лагерра.

*Ключевые слова:* статистическая идентификация, динамическая система, ортогональный фильтр Лагерра.

Одним из перспективных методов оценки технического состояния сложных систем управления является идентификация по динамическим характеристикам, которая отличается широкими возможностями фильтрации помех и возмущений. Под идентификацией системы понимают определение структуры и параметров ее математической модели, которые обеспечивают наилучшую близость выходных величин модели и объекта при одинаковых входных воздействиях [1]. Задача идентификации систем в общем случае сводится к определению оператора модели динамической системы, преобразующего ее входные воздействия в выходные величины. Для определения этого оператора все более широко применяется статистическая идентификация в базисе ортогональных функций [2].

В большинстве известных устройств статистической идентификации, использующих принцип ортогонального разложения оператора идентифицируемой системы, реализуется неявная „замкнутая“ процедура идентификации [3—6]. Наряду с достоинствами (нежесткие требования к точности операции умножения, высокая помехоустойчивость) им свойственны недостатки: большая сложность и длительность идентификации [5, 6].

Для идентификации динамических систем целесообразно использовать функции Лагерра, Чебышева и Уолша [2, 7] с наборами ортогональных фильтров, которые должны иметь импульсные переходные функции, описываемые соответствующей системой функций  $\varphi_k(\tau)$ , с энергетическим спектром входного сигнала, соответствующим преобразованию Фурье. Известные методы идентификации не учитывают, что быстродействие динамических систем может существенно различаться. Это приводит к увеличению числа членов разложения импульсной переходной функции  $\omega(\tau)$  в ряд и к снижению достоверности результатов идентификации.

В настоящей статье рассматривается метод идентификации линейных динамических систем на основе фильтров Лагерра, позволяющий повысить точность идентификации за счет использования при разложении функции  $\omega(\tau)$  масштабирующих коэффициентов.

Один из основных подходов к статистической идентификации линейных систем основан на разложении импульсной переходной функции  $\omega(\tau)$  в ряд

$$\omega(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \mu_k F_k(\tau) \quad (1)$$

по некоторой системе функций  $\{\varphi_k(\tau)\}$ , где  $F_k(\tau) = \{\varphi_k(\tau)\}$  — оператор преобразования.

На практике используется конечное число коэффициентов разложения  $\mu_k$  (1). Применяя к (1) преобразование Лапласа и перейдя в частотную область, получим выражение для оператора идентифицируемой системы

$$W(j\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} \mu_k F_k(j\omega), \quad (2)$$

где  $F_k(p) = L\{\varphi_k(\tau)\}$  при  $p = j\omega$  представляет собой преобразование по Фурье функций  $\varphi_k(\tau)$ . Операторы системы  $F_k(p)$  и  $F_k(j\omega)$  принято называть фильтрами.

Модель системы в виде уравнения (2) при конечном числе  $m$  членов разложения и схема формирования погрешности идентификации  $e(t)$  представлены на рис. 1, здесь  $x(t)$  и  $y(t)$  — соответственно входной и выходной сигналы объекта идентификации;  $n(t)$  — внешний (возмущающий) сигнал, определяющий шум измерений;  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k, \dots, \beta_m$  — коэффициенты разложения;  $\Sigma$  — условное обозначение блока суммирования сигналов;  $G(j\omega) = \sum_{k=0}^m \mu_k F_k(j\omega)$  — оператор модели идентифицируемой системы.

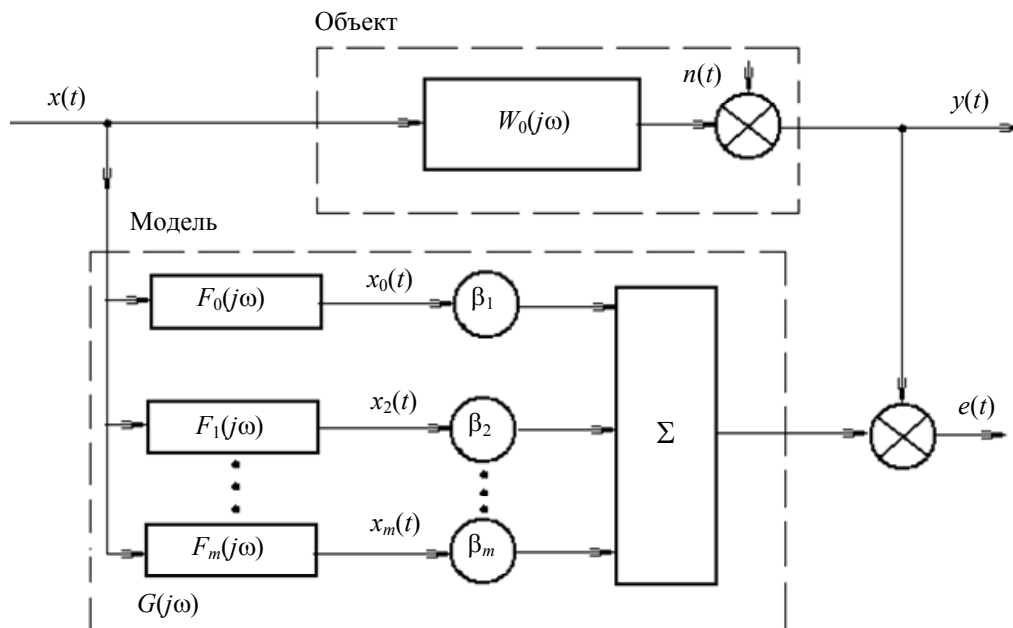


Рис. 1

Ряд (1) аппроксимирует импульсную переходную функцию системы наиболее точно, если значения времени затухания переходных процессов в системе и в цепи фильтров совпадают.

Коэффициенты разложения  $\mu_k$  в уравнениях (1) и (2) определяются следующим выражением [7]:

$$\mu_k = \left( \int_a^b \omega(\tau) \varphi_j(\tau) \gamma(\tau) d\tau - \sum_{k \neq j} \int_a^b \varphi_k(\tau) \varphi_j(\tau) \gamma(\tau) d\tau \right) / \int_a^b \varphi_j^2(\tau) \gamma(\tau) d\tau,$$

где  $\gamma(\tau)$  — некоторая произвольная функция времени, определяющая вес ортогональной системы функций  $\{\varphi_k(\tau)\}$ ;  $\varphi_j(\tau)$  —  $j$ -я функция разложения импульсной переходной функции;  $(a, b)$  — интервал ортогонализации функции  $\varphi_k(\tau)$ .

Выбором системы взаимно ортогональных функций [7] можно добиться взаимной независимости коэффициентов  $\mu_k$ . В этом случае синтезируемые фильтры должны обеспечивать выполнение условия

$$\delta_{kj} = \int_a^b \varphi_k(\tau)\varphi_j(\tau)\gamma(\tau)d\tau,$$

где  $\delta_{kj}$  — параметр (символ Кронекера), принимающий значение 0, если  $k \neq j$ , и 1, если  $k=j$ ; а выражение для вычисления коэффициентов разложения  $\mu_k$  примет следующий вид:

$$\mu_k = \int_a^b \omega(\tau)\varphi_k(\tau)\gamma(\tau)d\tau. \quad (3)$$

Непосредственное определение коэффициентов разложения по формуле (3) практически невозможно, так как неизвестна весовая функция системы  $\omega(\tau)$ . Синтезируя рабочий алгоритм вычисления коэффициентов  $\mu_k$ , запишем выражение корреляционной функции погрешности, формируемой согласно схеме, представленной на рис. 1.

Вследствие статистической независимости входного сигнала системы  $x(t)$  и шума измерений  $n(t)$  для спектральных плотностей сигналов выполняется следующее условие:

$$S_{ee}(\omega) = S_{nn}(\omega) + (W(j\omega) - G(j\omega))(W(-j\omega) - G(-j\omega))S_{xx}(\omega), \quad (4)$$

где  $S_{ee}(\omega)$ ,  $S_{nn}(\omega)$ ,  $S_{xx}(\omega)$  — соответственно спектральная плотность мощности погрешности аппроксимации  $e(t)$ , мощности шума измерений  $n(t)$  и входного сигнала.

Применив к равенству (4) обратное преобразование Фурье, получим

$$R_{ee}(\tau) = R_{nn}(\tau) + F^{-1}\{(W(j\omega) - G(j\omega))(W(-j\omega) - G(-j\omega))S_{xx}(\omega)\}, \quad (5)$$

где  $R_{ee}(\tau)$ ,  $R_{nn}(\tau)$  — соответственно корреляционные функции погрешности аппроксимации и шума измерений.

Поскольку  $R_{ee}(0) = M\{e^2(t)\}$ , где  $M$  — оператор математического ожидания, то с учетом того, что  $\exp(-j\omega\tau) = 1$  при  $\tau = 0$ , выражение (5) примет вид

$$M\{e^2(t)\} = R_{nn}(0) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (W(j\omega) - G(j\omega))(W(-j\omega) - G(-j\omega))S_{xx}(\omega)d\omega.$$

Коэффициенты  $\mu_k$ , полученные из условия минимума функции  $M\{e^2(t)\}$ , в предположении, что входной сигнал является белым шумом со спектральной плотностью  $S_{xx}(\omega)$ , определяются выражением

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (F_k(j\omega)W(-j\omega) + F_k(-j\omega)W(j\omega))d\omega \Big/ 2 \int_{-\infty}^{\infty} F_k(j\omega)F_k(-j\omega)d\omega.$$

Используя теорему Парсеваля, а также учитывая условия физической реализуемости сигналов и конечность времени интегрирования, получим алгоритм вычисления коэффициентов  $\mu_k$  во временной области:

$$\mu_k = \int_0^T y(t)u_k(t)dt \Big/ \int_0^T u_k^2(t)dt, \quad (6)$$

где  $y(t)$  — реакция системы на входной сигнал  $u(t)$  типа белого шума;  $u_k(t)$  — реакция  $k$ -го ортогонального фильтра на тот же входной сигнал  $u(t)$ ;  $T$  — время интегрирования.

Процедура оценивания коэффициентов  $\mu_k$  может быть реализована, например, в соответствии с рис. 2, на котором введены следующие обозначения:  $u_0(t), u_1(t), \dots, u_m(t)$  — выходные сигналы соответствующих фильтров; БУ1 и БУ2 — блоки умножения; БИ1 и БИ2 — блоки интегрирования; БД — блок деления; БГ — блок генерации импульсов.

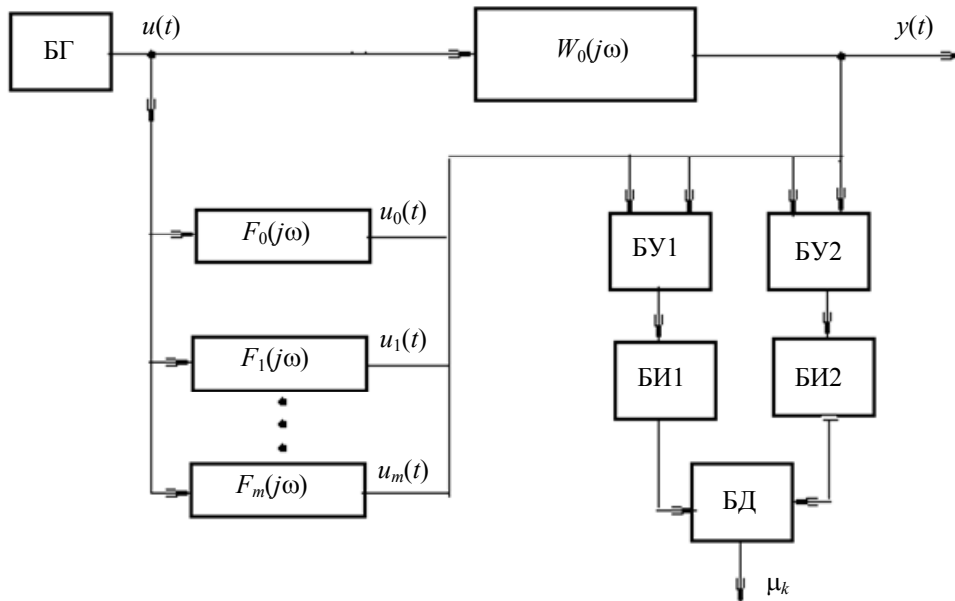


Рис. 2

Модель идентифицируемого динамического объекта в виде (1) содержит ортонормированную систему функций  $\varphi_k(\tau)$ . Наборы таких взаимно ортогональных функций могут быть получены разными способами. Рассмотрим особенности применения фильтров Лагерра [3], которые образуют полную систему ортонормированных функций и весьма удобны для решения задач идентификации объектов исследования.

При практическом разложении импульсной переходной функции системы в ряд (1) используются лишь первые  $m$  членов разложения, остальными можно пренебречь лишь в случае, когда для коэффициентов  $\mu_k$  выполняется условие

$$\sum_{k=0}^m \mu_k^2 \gg \sum_{k=m+1}^{\infty} \mu_k^2.$$

Поскольку различные динамические объекты могут существенно различаться по быстродействию, для увеличения скорости сходимости ряда (1) при фиксированном числе его членов (т.е. для увеличения значения  $\sum_{k=0}^m \mu_k^2$ ) целесообразно производить разложение импульсной переходной функции системы  $\omega(\tau)$  в ряд (1) не по функциям  $\varphi_k(\tau)$ , а по функциям  $\varphi_k(\rho\tau)$ , где  $\rho$  — масштабирующий коэффициент.

Используя взаимно ортогональные на интервале  $[0, \infty]$  функции Лагерра



$$\left\{ \begin{array}{l} l_0(x) = \exp(-x/2); \\ l_1(x) = (1-x)\exp(-x/2); \\ \dots \\ l_k(x) = \sum_{j=0}^k \left( C_k^j / j! \right) (-1)^j x^j \exp(-x/2) \end{array} \right.$$

( $C_k^j$  — число сочетаний из  $k$  по  $j$ ), подстановкой  $\tau = x/2\alpha$  можно получить систему взаимно ортогональных преобразованных функций Лагерра  $l_k(\tau)$ . Такой подход позволяет варьировать скорость затухания переходных процессов в цепи фильтров, изменяя значения параметра (масштабного коэффициента)  $\alpha$ .

Обозначим коэффициенты разложения импульсной переходной функции в ряд (1) при использовании фильтров Лагерра  $l_k(\tau)$  через коэффициенты  $\beta_k$  (см. рис. 1). При этом формула (6) примет вид

$$\beta_k = \int_0^T y(t)u_k(t)dt \bigg/ \int_0^T u_k^2(t)dt. \quad (7)$$

Применив преобразование Лапласа, получим:

$$L_k(p) = L\{l_{k\alpha}(\tau)\} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{p+\alpha} \left( \frac{p-\alpha}{p+\alpha} \right)^k.$$

Легко видеть, что каждый последующий фильтр Лагерра может быть получен из предыдущего последовательным подключением к нему звена с передаточной функцией

$$W_\Phi(p) = (p-\alpha)/(p+\alpha).$$

При этом нулевой фильтр представляет собой аperiodическое звено с постоянной времени  $T = 1/\alpha$  и коэффициентом усиления  $K_y = \sqrt{2/\alpha}$ .

Для вычисления коэффициентов  $\beta_k$  по формуле (7) целесообразно принять  $K_y = 1$ . Это обусловлено тем, что нормирование функций происходит в процессе вычисления коэффициентов  $\beta_k$  и при выбранном коэффициенте усиления нулевого фильтра диапазон входных и выходных сигналов одинаков.

Таким образом, передаточная функция нулевого ортогонального фильтра Лагерра определится выражением

$$L_0(p) = \alpha/(p+\alpha).$$

Звено с передаточной функцией  $W_\Phi(p)$  представляет собой фазовращатель. При этом комплексный коэффициент передачи звена определяется выражением

$$W_\Phi(j\omega) = \cos \varphi + j \sin \varphi = \exp(j\varphi) = \frac{\omega^2 - \alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2} + j \frac{2\omega\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}.$$

Таким образом, при прохождении сигнала через звено с передаточной функцией  $W_\Phi(j\omega)$  его амплитуда не меняется, но происходит задержка по фазе, зависящая от частоты, в соответствии с выражением

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{2\omega\alpha}{\omega^2 - \alpha^2} = \pi - \arctg \frac{2\omega\alpha}{\alpha^2 - \omega^2}.$$

Для идентификации динамических систем разработаны устройства, позволяющие вычислять первые пять коэффициентов разложения импульсной переходной функции идентифицируемого объекта в ряд Фурье по функциям Лагерра [2]. С их помощью возможна прямая

(разомкнутая) процедура идентификации. Зная число измеряемых и оптимизируемых коэффициентов разложения, можно вычислить оптимальное значение параметра  $\alpha$ . Критерием оптимальности аппроксимации можно считать равенство нулю  $(k+1)$ -го коэффициента разложения  $\beta_k$ . При этом значения длительности исследуемого сигнала и функций Лагерра, используемых для аппроксимации, будут близки.

Рассмотренный алгоритм разложения импульсной переходной функции в ряд Лагерра был успешно реализован при техническом диагностировании систем управления электроприводами. При этом было установлено, что уже для пяти членов разложения достигается необходимая точность идентификации параметров системы, что определяет возможность практического использования для решения задачи статистической идентификации специальных технических устройств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев А. А., Кораблев Ю. А., Шестопалов М. Ю. Идентификация и диагностика систем. М.: Академия, 2009.
2. Бессонов А. А. и др. Методы и средства идентификации динамических объектов. Л.: Энергоатомиздат, 1989.
3. А.с. 746578 СССР. Устройство для статистической идентификации / И. И. Волков // БИ. 1980. № 25.
4. А.с. 1167588 СССР. Устройство для статистической идентификации динамического объекта / А. А. Бессонов, А. С. Маркелов // БИ. 1985. № 26.
5. Дейч А. М. Методы идентификации динамических объектов. М.: Энергия, 1979.
6. Эйхофф П. Ванечен А., Савараги Е. Современные методы идентификации систем. М.: Мир, 1983.
7. Пупков К. А., Капалин В. И., Ющенко А. С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. М.: Наука, 1976.
8. Солодовников В. В., Бирюков В. Ф., Тумаркин В. И. Принцип сложности в теории управления. М.: Наука, 1977.

#### Сведения об авторах

- Алексей Евгеньевич Нивин** — соискатель; Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова, кафедра электропривода и электрооборудования береговых установок, Санкт-Петербург
- Александр Васильевич Саушев** — канд. техн. наук, профессор; Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова, кафедра электропривода и электрооборудования береговых установок, Санкт-Петербург; E-mail: Saushev@bk.ru
- Владимир Александрович Шошмин** — д-р техн. наук, профессор; Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова, кафедра электропривода и электрооборудования береговых установок, Санкт-Петербург; заведующий кафедрой; E-mail: EP-SPGUVK@bk.ru

Рекомендована кафедрой  
электропривода и электрооборудования  
береговых установок

Поступила в редакцию  
25.03.13 г.

Н. Ф. АВЕРКИЕВ, Д. А. БУЛЕКБАЕВ

## МЕТОД СИНТЕЗА ПРОГРАММЫ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ КОСМИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ НА ВЫВЕДЕНИЕ ПОЛЕЗНОГО ГРУЗА

Рассматривается задача синтеза оптимальной программы движения ракеты космического назначения, позволяющей минимизировать затраты на выведение одного килограмма полезного груза на орбиту. Задача формализована и сведена к стандартной задаче оптимального управления с ограничениями. Для решения применен метод целенаправленной замены оптимизируемых функционалов.

**Ключевые слова:** ракета космического назначения, космический аппарат, отделяемая часть, район падения, функционал, полезный груз.

Эксплуатируемая в настоящее время ракетно-космическая техника может представлять угрозу жизнедеятельности человека, так как компоненты ракетного топлива (КРТ) токсичны и взрывоопасны, а надежность ракет космического назначения (РКН) относительно низка. Вследствие аварий РКН на территорию районов падения (РП), под которыми понимаются участки земной поверхности, используемые для приема отработавших ступеней и отделяемых частей ракеты-носителя попадают фрагменты конструкций (ФК) и невыработанное топливо. Наносимый аварийным падением РКН и ее ФК ущерб ведет к необходимости выплаты соответствующих компенсаций, что влияет на среднюю стоимость пусковых услуг по выведению одного килограмма полезного груза на орбиту.

Ограничения, возникающие при использовании штатных трасс запуска космических аппаратов (КА) делают актуальным решение задачи синтеза оптимальных программ управления движением РКН на активном участке траектории (АУТ), выполнение требований по безопасности и минимизации стоимости выведения КА. Для корректной формализации этой задачи необходимо разработать математические модели и алгоритмы, адекватно описывающие:

- процессы движения ракеты космического назначения на АУТ и ее фрагментов на пассивном участке траектории (ПУТ), а также возможное разрушение конструкции РКН;
- показатели риска для людей, проживающих вдоль трассы полета РКН, ущерба, наносимого объектам хозяйственной деятельности человека и жизненно важным природным ресурсам, затраты на ликвидацию последствий аварий.

Подобные модели и алгоритмы описаны в научно-технической литературе [1—4], однако при решении ряда задач они требуют дополнительной детализации, учета связей и факторов, влияющих на процессы аварийного падения РКН и ее ФК.

Рассмотрим следующую постановку задачи синтеза программы движения РКН.

Пусть в общем случае текущие координаты РКН изменяются во времени согласно системе дифференциальных уравнений движения

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где  $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  — функции  $\mathbf{x}$ , времени  $t$  и  $r$ -мерного вектора управления  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_r]^T \in U$ ;  $\mathbf{x}$  —  $n$ -мерный вектор фазовых координат, характеризующий положение объекта с течением времени;  $U$  — множество допустимых управлений  $\mathbf{u}$ .

Примем, что в случае выключения двигательной установки (ДУ) в любой момент времени  $\tau \in [t_0, t_g]$  — возникновение аварии, отделение отработавшей ступени, хвостового отсека

или головного обтекателя — координаты точки падения РКН или ФК на поверхности Земли  $\mathbf{x}^* \in X^*$  можно определить при помощи следующих функциональных связей:

$$x_j^* = F_j(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \tau), \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

где  $F_j(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \tau)$  — функции фазовых координат  $\mathbf{x}$  и скоростей  $\dot{\mathbf{x}}$  для момента выключения ДУ  $t^*$ ,  $t_g$  — момент времени, после которого РКН и ее составные части выходят на одновитковую орбиту.

Если задано начальное состояние объекта (точка старта)

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (3)$$

и функции управления  $\mathbf{u}(t)$ , то при условии, что функции  $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , непрерывны по переменным  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{u}$ , непрерывно дифференцируемы по  $\mathbf{x}$  и функции  $\mathbf{u}(t)$  измеримые и ограниченные, решение системы уравнений (1) однозначно определяет траекторию движения объекта  $\mathbf{x}(t)$ , которая называется фазовой.

Пусть задана конечная точка управления (параметры орбиты КА):

$$\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}_k \quad (4)$$

и получены все возможные управления  $\mathbf{u}(t)$  для всех  $t \in [t_0, t_k]$ , такие, что траектория  $\mathbf{x}(t)$  проходит в момент времени  $t_k$  через точку  $\mathbf{x}_k$  и удовлетворяет ограничениям, налагаемым на траекторию выведения КА на орбиту. Среди этих управлений необходимо найти одно, для которого некоторый функционал  $J$  достигает экстремума.

Введем в рассмотрение следующие показатели [5].

1. Масса выводимого РКН полезного груза (ПГ) на орбиту

$$m_{\text{ПГ}} = \int_{t_0}^{t_k} \dot{m}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt. \quad (5)$$

2. Риск для жизни людей (число поражений) при возникновении аварии РКН в момент времени  $\tau$

$$\mathbf{R} = R(\mathbf{x}^*, Z, \tau), \quad (6)$$

где  $Z \in X^*$ ,  $Z = [z_1, z_2, \dots, z_N]$  — матрица, вектор-строками которой являются координаты людей (в общем случае носящие случайный характер),  $N$  — число людей, находящихся в опасной зоне.

3. Риск нанесения ущерба объектам жизнедеятельности человека (здания, сооружения, путепроводы, водоемы, леса и т.п.) РКН или ее ФК при возникновении аварии в момент времени  $\tau$

$$R_0 = R_0(\mathbf{x}^*, Y, \tau), \quad (7)$$

где  $Y$  — кортеж, элементами которого являются каталогизированные объекты жизнедеятельности человека, их координаты, размеры, степень защищенности и важности.

Будем предполагать, что РКН и ее ФК движутся по баллистической траектории. Для невозмущенного движения существует функциональная связь между параметрами движения РКН  $\mathbf{x}(\tau)$ ,  $\dot{\mathbf{x}}(\tau)$  в момент времени  $\tau$  и точкой падения ФК и самой РКН на поверхность Земли  $\mathbf{x}^*$ , а следовательно, с показателями риска для людей  $R$  и показателем риска нанесения ущерба  $R_0$ .

Введем следующие понятия:

1) ценовой эквивалент затрат на возмещение ущерба, определяемый как  $C = \mu(R_0)$ , где  $\mu$  — функция пересчета ущерба при аварийных пусках РКН в денежный эквивалент;

2) ценовой эквивалент выведения одного килограмма полезного груза на орбиту РКН без учета затрат на возмещение ущерба  $C_0 = \chi(s)$ , где  $\chi$  — оператор соответствия стоимости выведения одного килограмма выводимого полезного груза на опорную орбиту заданному  $s$ -типу РКН;

3) суммарные затраты, предназначенные для отведения территории под РП, определяемые как  $C_1 = \zeta(S)$ , где  $\zeta$  — функция зависимости затрат на районы падения от их площади  $S$ .

Будем считать, что время возникновения аварии является случайной величиной  $\hat{\tau}$  с заданной плотностью распределения. Тогда для некоторой траектории полета РКН  $\mathbf{x}(t) \in X$  при выбранном управлении  $\mathbf{u} \in U$  и времени возникновения аварии  $\tau \in [t_0, t_g]$  можно рассчитать значения  $m$  ( $\tau_{\text{ПГ}} \notin [t_0, t_k]$  — отсутствие аварии),  $R$  и  $R_0$ , а следовательно и  $C$ . Реальная стоимость выведения одного килограмма полезного груза с учетом  $C_0$  и  $C_1$  в этом случае будет определяться следующим соотношением:

$$C_{\Sigma} = C_0 + \frac{C}{m_{\text{ПГ}}} + \frac{C_1}{m_{\text{ПГ}}}. \quad (8)$$

Выполнив статистическое моделирование момента времени возникновения аварии в соответствии с заданным законом распределения случайной величины  $\hat{\tau} \in [t_0, t_k]$ , можно получить вероятностные характеристики показателя  $C_{\Sigma}$  (например, математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение оценки  $C_{\Sigma}$ ).

Для синтеза программ управления движением РКН на АУТ может быть использован следующий оптимизирующий функционал:

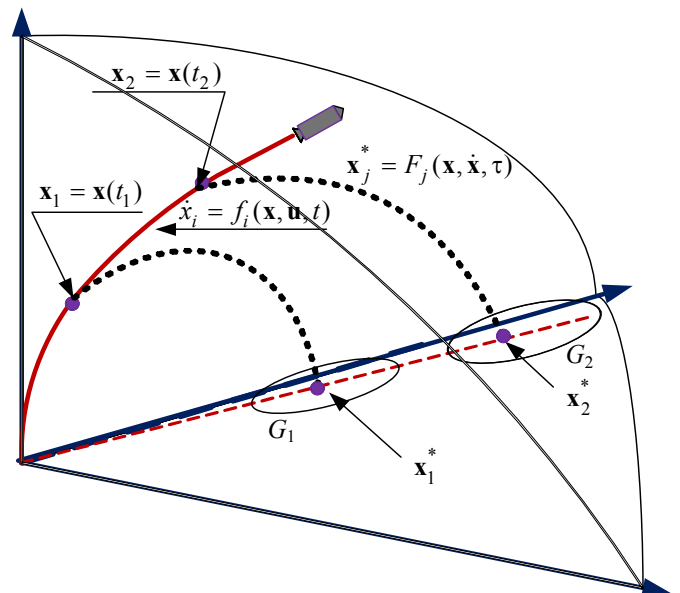
$$J_C = \min_{\substack{\bar{\mathbf{u}} \in U, \bar{\mathbf{x}} \in X \\ m_{\text{ПГ}} \geq m_d, R \leq R_d}} \bar{C}_{\Sigma}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{x}^*, Y, \tau),$$

характеризующий минимальное значение математического ожидания  $\bar{C}_{\Sigma}$  стоимости выведения одного килограмма полезного груза с учетом  $C_0$  и  $C_1$  при ограничениях на параметры движения  $\mathbf{x} \in X$  и управление  $\mathbf{u} \in U$  РКН, а также на допустимую массу выводимого полезного груза  $m_{\text{ПГ}} \geq m_d$  и допустимый уровень риска  $R \leq R_d$ .

Решение задач синтеза оптимального управления движением центра масс РКН сопряжено с трудностями построения начального (опорного) управления, удовлетворяющего граничным условиям и ограничениям на фазовых переменных в точках траектории  $\mathbf{x}_1$  и  $\mathbf{x}_2$ . Эти ограничения вызваны необходимостью обеспечения падения отделяемых частей РКН в заданные районы.

На рисунке представлены траектория движения РКН на АУТ (сплошная линия), трасса полета (пунктир), а также районы их падения.

Таким образом, траектория движения РКН, описываемая системой дифференциальных уравнений (1), должна удовлетворять начальным (3) и конечным (4) условиям движения,



экстремуму  $J_C$ , а отделяемые части РКН попадать в  $p$  области на поверхности Земли, заданные, например, как

$$G_i = \{\mathbf{x}^* \in X^* : \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_{0i}\| \leq \rho_i\}, \quad i = \overline{1, p}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{x}_{0i}$  — геометрический центр областей,  $\rho_i$  — радиус  $i$ -й области. Тогда в моменты времени  $t_i$ :

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}(t_i), \quad \mathbf{x}_i^* = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t_i), \quad \|\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}_{0i}\| \leq \rho_i, \quad i = \overline{1, p}. \quad (10)$$

Известны методы поиска квазиоптимального управления движением РКН с ограничениями на фазовые переменные, основанные на использовании найденного допустимого (опорного) управления, обеспечивающего выполнение условий (3), (4) и (10). К ним относятся, например, метод локальных вариаций [6]. Для поиска опорного управления, удовлетворяющего условию (10), производится целенаправленная замена оптимизируемых функционалов таким образом, чтобы формулируемые при этом задачи решались известными методами. В этом случае получим  $p+1$  задачу для  $\mathbf{x} \in X$ ,  $\mathbf{u} \in U$ .

**1.** Найти управление  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (3) и (4) на уравнениях связи (1) для функционала  $\tilde{G}_1(\mathbf{x}, t_1) = \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}_{01}\|$ .

**2.** Найти управление  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (3), (4) и  $\|\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}_{01}\| \leq R_1$  на уравнениях связи (1) для функционала  $\tilde{G}_2(\mathbf{x}, t_2) = \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{x}_2^* - \mathbf{x}_{02}\|$ .

...

**l.** Найти управление  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (3), (4) и  $\|\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}_{01}\| \leq R_1$ ,  $\|\mathbf{x}_2^* - \mathbf{x}_{02}\| \leq R_2$ , ...,  $\|\mathbf{x}_l^* - \mathbf{x}_{0l}\| \leq R_l$  на уравнениях связи (1) для функционала  $\tilde{G}_l(\mathbf{x}, t_l) = \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{x}_l^* - \mathbf{x}_{0l}\|$ .

...

**p + 1.** Найти управление  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (3), (4) и  $\|\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}_{0i}\| \leq R_i$ ,  $i = 1 \dots p$  и достижение экстремума функционалом  $J_C$ .

Анализ данной последовательности задач позволяет сделать вывод, что решение каждой предыдущей обеспечивает выполнение не только граничных условий, но и ограничений на фазовые координаты в промежуточных точках траектории (через зависимость  $\mathbf{x}_i^* = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t_i)$ ), поэтому найденное управление движением РКН может быть использовано в качестве начального (опорного) приближения для решения последующей задачи. Формулировка  $(p+1)$ -й задачи представляет собой постановку исходной задачи.

Таким образом, решение данной последовательности задач известными методами приведет к решению задачи в исходной постановке: синтез оптимальной программы управления движением РКН на активном участке траектории, обеспечивающей минимальную стоимость выведения КА с учетом прогнозируемых затрат на районы падения и на восстановление непреднамеренного ущерба при аварийных пусках.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н. Внешняя баллистика. М.: Машиностроение, 2005. 608 с.
2. Шатров Я. Т. Обеспечение экологической безопасности ракетно-космической деятельности: Учеб.-метод. пособие. Королев: ЦНИИмаш, 2010.

3. Куреев В. Д. Введение в теорию синтеза траекторий безопасного выведения космических аппаратов на орбиты. СПб: ВИКУ им. А. Ф. Можайского, 1999. 111 с.
4. Аверкиев Н. Ф. Синтез оптимального управления движением динамической системы // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. Т. 44, № 8. С. 21—25.
5. Аверкиев Н. Ф., Булекбаев Д. А. Задача синтеза экономичных трасс запусков космических аппаратов // Вооружение и экономика. 2012. № 5(21). С. 60—64.
6. Черноушко Ф. Л., Баничук Н. В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973. 236 с.

#### Сведения об авторах

**Николай Федорович Аверкиев**

— д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра навигационно-баллистического обеспечения применения космических средств и теории полетов летательных аппаратов, Санкт-Петербург;  
E-mail: averkievnf@yandex.ru

**Дастанбек Абдыкалыкович Булекбаев**

— канд. техн. наук, доцент; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра высшей математики, Санкт-Петербург; E-mail: atiman@mail.ru

Рекомендована кафедрой навигационно-баллистического обеспечения применения космических средств и теории полета летательных аппаратов

Поступила в редакцию 25.03.13 г.

УДК 623.5

А. В. КРАСИЛЬНИКОВ, Р. В. КРАСИЛЬНИКОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБА ПУСКА ПОДВОДНЫХ АППАРАТОВ С НАДВОДНОГО НОСИТЕЛЯ

Рассматривается способ осуществления траверзного пуска необитаемых подводных аппаратов (НПА) с надводного судна. Приведена математическая модель функционирования гидробаллистического масштабного стенда, предназначенного для исследования предлагаемого способа пуска НПА, его конструкции и результатов экспериментальных исследований.

**Ключевые слова:** автономные необитаемые подводные аппараты, пуск аппарата, испытания, масштабный гидробаллистический стенд, оценка параметров стенда.

Сегодня перед разработчиками средств освоения океана стоит задача создания автономных, компактных, легко транспортируемых научно-исследовательских комплексов, включающих в себя необитаемые подводные аппараты (НПА) и системы их взаимодействия с надводным носителем. В качестве примера такого комплекса можно привести норвежскую систему обслуживания НПА HUGIN 3000 L/R, размещаемую в контейнере, не связанном с судном-носителем [1].

Преимущества такого подхода к проектированию исследовательских технических средств очевидны: комплекс располагается в автономном помещении и может быть доставлен к месту проведения исследований с использованием многих видов транспорта. Кроме того, его возможно смонтировать на любое, подходящее по грузоподъемности, судно, которое при этом может не иметь дополнительных устройств для спуска в воду и подъема из нее подводных аппаратов. Для такого комплекса не требуются предварительные работы по размещению и наладке регистрационно-управляющей аппаратуры на судне.

Но НПА HUGIN 3000 L/R имеет и недостатки: комплекс не может обеспечить одновременного функционирования в заданном районе нескольких НПА, что желательно (а в некоторых случаях — просто необходимо). Пуск аппарата производится с кормы судна-носителя, что ограничивает возможности размещения на последнем контейнера (контейнеров), подготовка к пуску и сам пуск требуют много времени (необходимость выдвигания спускоподъемного модуля, медленный спуск НПА движительным комплексом вперед, отсоединение строп — все это требующие повышенного внимания к безопасности работ временные затраты). Кроме того, контейнер для размещения НПА создается по отдельному проекту.

В настоящей статье обоснована возможность создания автономного исследовательского комплекса, размещаемого в стандартном транспортном контейнере, при этом обладающего возможностью организации одновременной работы до шести НПА [2].

Главной особенностью предлагаемого решения является его способность к организации траверзного (со стороны борта) пуска НПА, что делает возможным нахождение на палубе в состоянии готовности к использованию одновременно нескольких контейнеров и, таким образом, существенно облегчает вопрос группового использования НПА.

Для доказательства реализуемости предлагаемого решения группой исследователей, в которую помимо авторов входили профессор О. И. Ефимов и магистр техники и технологии С. А. Ануфриков, было проведено экспериментальное исследование. Для моделирования процесса пуска НПА был создан гидробаллистический масштабный стенд. В рамках исследований были определены качественные параметры процесса пуска НПА, обоснованы критерии масштабного моделирования, выполнено полное математическое описание процесса пуска НПА и его компьютерное моделирование (как для натуральных условий, так и для масштабных исследований) с целью предварительного определения возможности реализации способа, предложена конструктивно-технологическая схема стенда, разработаны программа и методики проведения экспериментальных исследований и осуществлено экспериментальное определение всех обозначенных параметров пуска НПА для ряда выбранных начальных условий. На рис. 1 представлен общий вид стенда (1 — макет НПА; 2 — направляющий аппарат пускового блока; 3 — опорный ролик; 4 — поворотная рама пускового блока; 5 — основание пускового блока; 6 — опорные балки, перпендикулярные продольной оси бассейна; 7 — стена бассейна).

Гидробаллистический стенд функционирует следующим образом. Макет НПА фиксируется на стенде с помощью тросика; в момент, когда макет „освобождается“, подается сигнал к началу работы измерительных датчиков. На этом этапе отделения (I) на макет действует сила трения скольжения с коэффициентом трения  $\mu$ . После выхода макета НПА на опорный ролик (II этап) сила трения скольжения частично заменяется силой трения качения с коэффициентом трения  $\mu_p \ll \mu$ , что обуславливает увеличение скорости отделения. После того как центр масс макета НПА окажется над опорным роликом, начинается поворот макета вокруг ролика при отсутствии контакта с направляющими (III этап). Затем происходит отрыв макета от ролика, падение по параболической траектории и приводнение (IV этап). Датчики могут измерять только продольную скорость отделения макета и прекращают работу по окончании этапа II.

На основе составленной модели процесса пуска НПА было разработано его математическое описание. Успешное выполнение подводным аппаратом поставленных задач определяется рядом факторов, среди которых существенную роль играют безаварийное отделение от носителя и приводнение, поскольку неудачный вход в воду НПА может вызвать соударение с носителем.

Поскольку движение НПА в воде (в том числе при входе в нее) неуправляемо, его математическое описание весьма затруднено и расчетная оценка параметров этого движения в настоящей работе не рассматривается. Этим определяется значимость экспериментов.



Основными кинематическими параметрами, определяющими качество приведения НПА, были выбраны угол  $\theta_{пр}$  дифферента, скорость  $v_{пр}$  приведения, угловая скорость  $\omega_{пр}$  приведения и угол  $\alpha_{пр}$  атаки (угол между продольной осью НПА и вектором скорости в плоскости продольного движения).

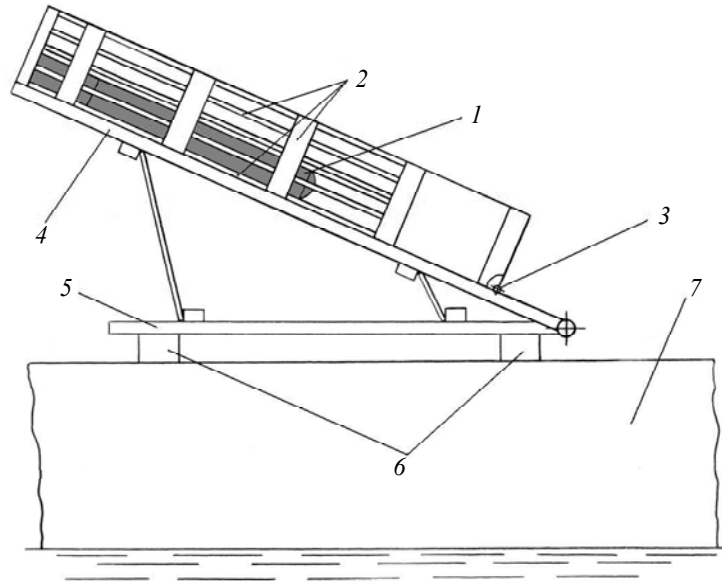


Рис. 1

В качестве показателей успешного приведения были определены: положение точки приведения НПА на расстоянии от борта — не менее 0,6 (эмпирический коэффициент) длины НПА и отсутствие движения НПА в сторону судна-носителя после приведения.

Для проведения исследования необходимо было определить критерии масштабного моделирования, чтобы оценить натурные параметры процесса исходя из полученных опытным путем. В качестве определяющих параметров, связанных с существом процесса пуска НПА, авторами были выделены:  $w$  — ускорение;  $f$  — площадь;  $L$  — длина;  $V$  — объем;  $m$  — масса;  $J$  — момент инерции;  $F$  — сила;  $M$  — момент силы;  $t$  — время;  $v$  — скорость НПА;  $\rho$  — плотность. Для данных параметров были определены масштабирующие коэффициенты  $K$ , позволяющие связать значения натурных (индекс „1“) и масштабных (индекс „2“) величин.

$$K_L = \frac{L_1}{L_2}; K_w = \frac{w_1}{w_2}; K_\rho = \frac{\rho_1}{\rho_2}; K_m = (K_L)^3; K_f = (K_L)^2; K_V = (K_L)^3;$$

$$K_F = (K_L)^3; K_t = \sqrt{K_L}; K_v = \sqrt{K_L}; K_M = (K_L)^4; K_J = (K_L)^5.$$

Для вычисления контактных усилий НПА при его отделении от стенда были получены системы дифференциальных уравнений, описывающих этапы движения НПА.

Значения действующих на НПА сил и контактных усилий, возникающих при его движении внутри пускового устройства, непостоянны во времени. Для каждого из этапов I—IV были составлены аналитические выражения с целью вычисления указанных сил.

На рис. 2 представлено положение макета НПА в начальный момент отделения от стенда. На этапе движения макета НПА I, когда вертикаль веса макета находится в пределах сплошной нижней опорной дорожки, перемещение макета по наклонной плоскости осуществляется за счет скатывающей силы

$$F_d = mg \sin \theta_0.$$

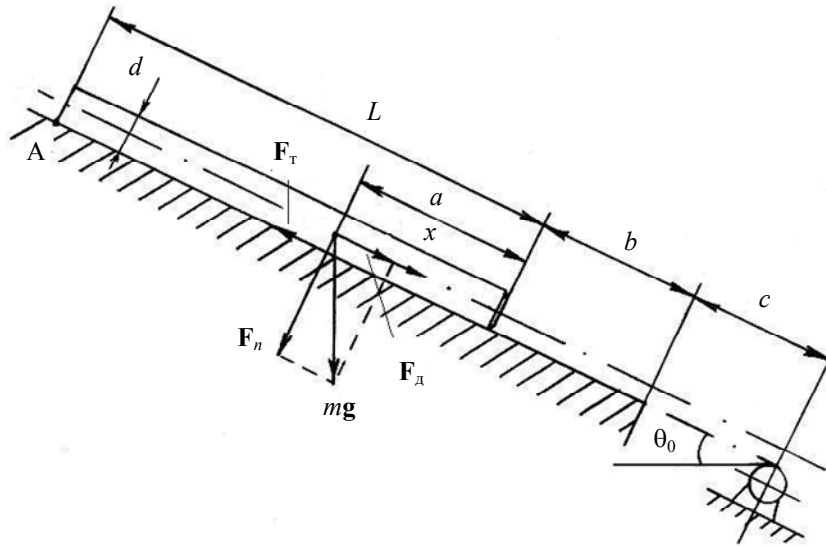


Рис. 2

Этап I может быть описан условием  $x_0 < x \leq b$ , силы, действующие при этом на макет НПА (рис. 3), определяются следующими выражениями:

$$\frac{(q_k + q_n)}{2} L = mg \cos \theta_0. \quad (1)$$

Здесь  $q_k$  и  $q_n$  — реакции направляющих в крайних точках макета.

Сумма моментов сил относительно точки А

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow mg \cos \theta_0 (L - a) + \mu mg \frac{d}{2} \cos \theta_0 = q_k \frac{L^2}{2} + (q_k + q_n) \frac{L^2}{3}. \quad (2)$$

Тогда из (1) и (2) следует

$$q_n = 6mg \cos \theta_0 \frac{\left(2 \frac{L}{3} - a + \mu \frac{d}{2}\right)}{L^2}; \quad q_k = \frac{2mg \cos \theta_0}{L} - 6mg \cos \theta_0 \frac{\left(2 \frac{L}{3} - a + \mu \frac{d}{2}\right)}{L^2}.$$

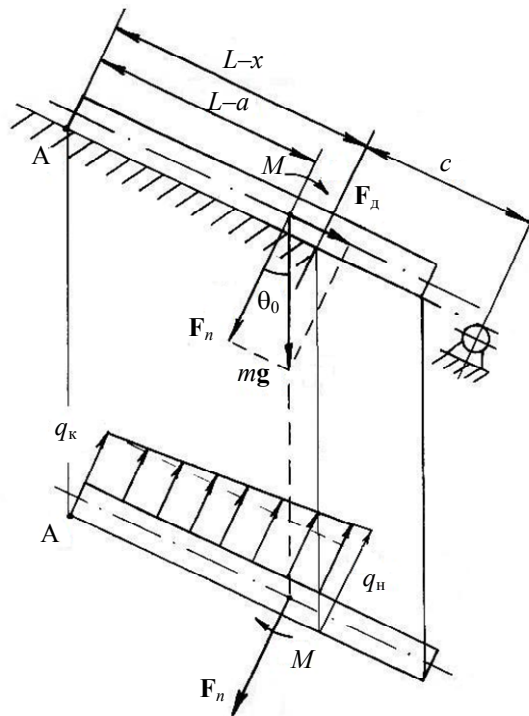


Рис. 3

Этап I включает также движение макета НПА, когда его головная часть сошла с направляющих и находится между ними и опорным роликом. В этом случае  $b < x \leq b + c$ .

Запишем выражения, определяющие силы, действующие на макет НПА:

$$\frac{(q_k + q_n)}{2}(L - x + b) = mg \cos \theta_0. \quad (3)$$

Сумма моментов сил относительно точки A

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow mg \cos \theta_0(L - a) + \mu mg \frac{d}{2} \cos \theta_0 = q_k \frac{(L - x + b)^2}{2} + (q_k - q_n) \frac{(L - x + b)^2}{3}. \quad (4)$$

Из (3) и (4) следует

$$q_n = 6mg \cos \theta_0 \frac{\left( L - a + \mu \frac{d}{2} - \frac{(L - x + b)}{3} \right)}{(L - x + b)^2};$$

$$q_k = \frac{2mg \cos \theta_0}{L - x + b} - 6mg \cos \theta_0 \frac{\left( L - a + \mu \frac{d}{2} - \frac{(L - x + b)}{3} \right)}{(L - x + b)^2}.$$

На этапе II (рис. 4) при нахождении центра масс макета НПА между направляющей и роликом возникают две реакции контактирования. Усилие, воспринимаемое роликом по мере выдвигания макета, увеличивается, что способствует снижению силы трения (за счет частичной замены трения скольжения трением качения).

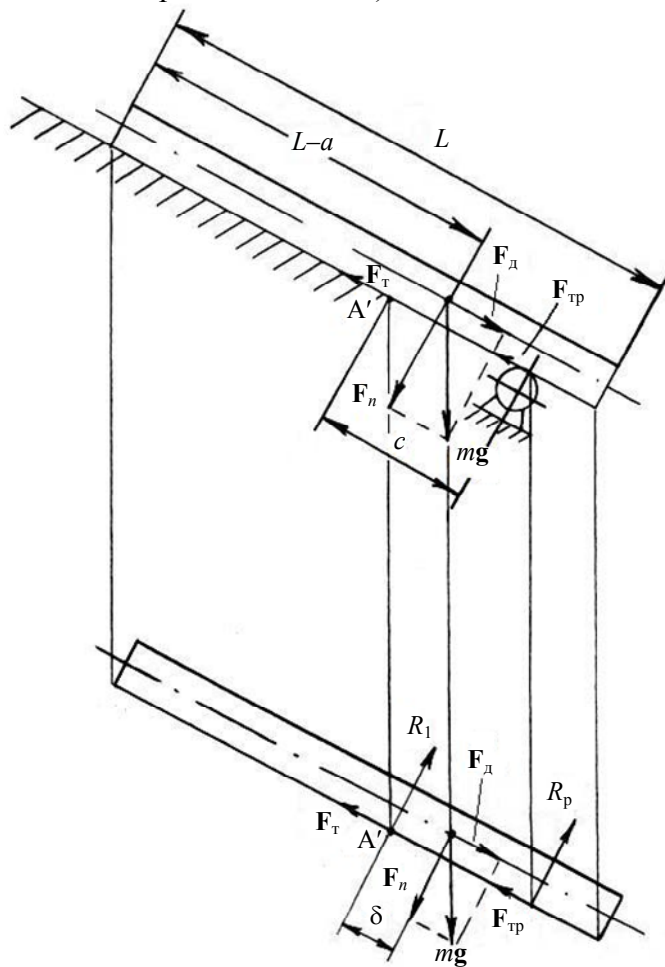


Рис. 4

Этап пуска II характеризуется условием  $b + c < x \leq a + b + c$ .

Здесь  $R_1 + R_p = mg \cos \theta_0$  ( $R_1$  — реакция в точке контакта макета НПА с направляющими;  $R_p$  — реакция ролика).

Сумма моментов сил относительно точки А

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow \delta mg \cos \theta_0 + mgr \sin \theta_0 = cR_p, \quad (5)$$

где  $r$  — радиус ролика.

Оценим значения  $R_p$  и  $R_1$ , а также силы трения направляющих  $F_T$  и ролика  $F_{Tp}$  в момент начала этапа II. Для этого момента времени  $\delta=0$ . В соответствии с (5)

$$R_p = \frac{mgr \sin \theta_0}{c}; \quad R_1 = mg \cos \theta_0 - \frac{mgr \sin \theta_0}{c}.$$

Силы трения определяются из следующих соотношений:

$$F_T = \mu R_1; \quad F_{Tp} = \mu_p R_p,$$

где  $\mu_p$  — коэффициент трения макета НПА о ролик.

Подставив параметры макета НПА ( $m = 14,5$  кг,  $L = 1680$  мм,  $d = 107$  мм,  $\theta_0 = 36^\circ$ ,  $r = 53,5$  мм), получим следующие значения искомых величин:  $R_p = 15,5$  Н;  $R_1 = 108,9$  Н;  $F_{Tp} = 0,5$  Н;  $F_T = 32,7$  Н. Вычислим значения реакций  $R_1$  и  $R_p$  для окончания II этапа ( $\delta=c$ ), тогда

$$R_p = \frac{cmg \cos \theta_0 + mgr \sin \theta_0}{c}; \quad R_1 = mg \cos \theta_0 - \frac{cmg \cos \theta_0 + mgr \sin \theta_0}{c}.$$

Для условий эксперимента при  $x = a + b + c$   $R_p = 140,0$  Н, а  $R_1 = -15,5$  Н. Это означает, что в начале этапа III контакт между макетом НПА и направляющими отсутствует. Определим расстояние  $c$ , на которое ось ролика должна отстоять от конца направляющих, чтобы до начала этапа III контакт макета с направляющими сохранялся. Для этого найдем такое значение  $x = a + b + \delta$ , при котором  $R_1 = 0$ :

$$R_p = mg \cos \theta_0 = 124,5 \text{ Н}; \quad \delta = \frac{cR_p - mgr \sin \theta_0}{mg \cos \theta_0} = 0,17 \approx 0,2 \text{ м}.$$

Следовательно, должно быть  $c = 0,2$  м. Таким образом, исходя из полученных значений контактных усилий можно определить геометрические размеры пускового блока стенда. Следует заметить: если  $c < 0,2$  м (даже при стремлении ее к нулю), это не приводит к значительному влиянию на процесс пуска НПА — возможно небольшое увеличение  $\theta_{пр}$  за счет более раннего начала поворота НПА вокруг ролика.

Процесс отделения макета НПА на этапах I—II описывает система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \left( \frac{1}{m} \right) \left( mg \sin \theta_0 - \mu \left( \frac{mg \cos \theta_0 - k(x-a)mg \cos \theta_0}{b+c} \right) - \mu_p \left( \frac{k(x-a)mg \cos \theta_0}{b+c} \right) \right); \\ \frac{dx}{dt} = v. \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{При этом } \begin{cases} k = 0, \text{ при } x \leq a + b, \\ k = 1, \text{ при } x > a + b. \end{cases}$$

Начало этапа движения III определяется моментом выхода центра масс макета НПА за опорный ролик (рис. 5). Сила веса и опорная реакция ролика создают увеличивающийся со временем момент, обуславливающий формирование угловой скорости вращения макета НПА в плоскости пуска и соответствующее изменение его угла дифферента  $\theta$ . Этап IV характеризуется свободным движением (падением) макета НПА с постоянной угловой скоростью (кон-

такт с роликом отсутствует, сопротивление воздуха не учитывается). При этом продолжается увеличение угла дифферента макета до значения  $\theta_{пр}$  — угла его приводнения.

Допустим, что отделение макета происходит в одной вертикальной плоскости, а макет НПА движется по вращающемуся ролику без скольжения и отрыва (рис. 5).

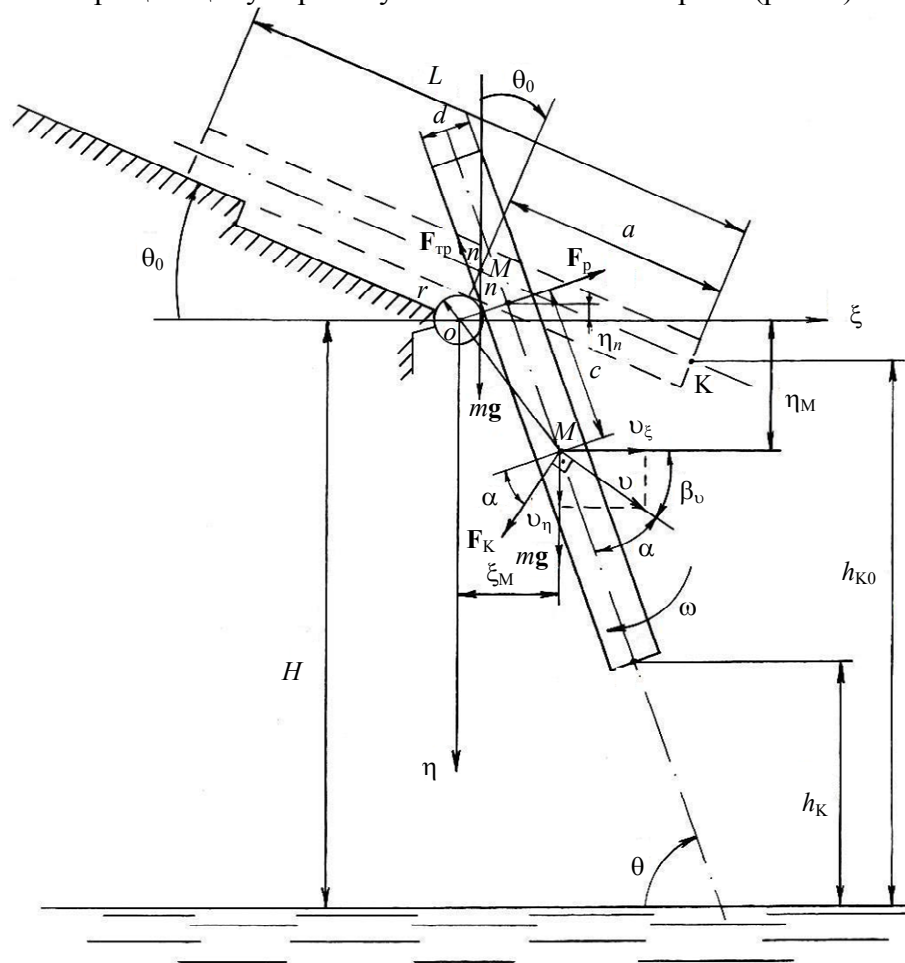


Рис. 5

Система дифференциальных уравнений отделения макета НПА на этапах III—IV имеет следующий вид:

$$\begin{cases}
 \frac{dv_{\xi}}{dt} = \left(\frac{1}{m}\right) (F_p \sin \theta - F_{тр} \cos \theta - F_k \sin \beta_v); \\
 \frac{dv_{\eta}}{dt} = \left(\frac{1}{m}\right) (mg + F_k \cos \beta_v - F_p \cos \theta - F_{тр} \sin \theta); \\
 \frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{1}{J}\right) \left(F_p e + F_{тр} \frac{d}{2}\right); \\
 \frac{d\theta}{dt} = \omega; \\
 \frac{d\xi_M}{dt} = v_{\xi}; \\
 \frac{d\eta_M}{dt} = v_{\eta}.
 \end{cases} \quad (7)$$

Полученные системы дифференциальных уравнений (6) и (7) решались методом Рунге-Кутты с использованием программы MatLab. При этом выходными данными являлись скорость

макета НПА в момент приводнения  $v = v_{пр}$ , угол атаки макета НПА в момент приводнения  $\alpha = \alpha_{пр}$ , угол приводнения макета НПА  $\theta = \theta_{пр}$  и координата точки К  $\xi_k$  в момент приводнения.

На основании полученных данных были определены предпочтительные диапазоны изменения угла  $\theta$  наклона пускового устройства к горизонту, а также сформированы программа и методика экспериментальных исследований на гидробаллистическом стенде. Масштаб стенда (1:5) был выбран исходя из предполагаемых геометрических размеров НПА (0,5×0,4×8,4 м) и бассейна СПбГМТУ, в котором проводились исследования (35×6×2,4 м). Стенд располагался на высоте 0,8 м над уровнем воды.

Макет НПА после приводнения должен находиться в вертикальном положении, следовательно, длина макета не должна превышать 2 м, что и соответствует выбранному масштабу 1:5 по отношению к реальным размерам НПА. Испытания проводились с использованием макета НПА (длина 1,68 м, диаметр 0,107 м, масса 14,5 кг). В хвостовой части макета был установлен металлический кожух, заполненный пенопластом, обеспечивающий вертикальное положение макета после его приводнения за счет разности положения центров масс и объема. Расположенный в этой части макета НПА буюк-указатель служил для измерения расстояния от стенда до конечного положения макета в воде.

Цель экспериментальных исследований на масштабном стенде заключалась в подтверждении возможности безаварийного входа макета НПА в воду. В этом случае точка приводнения макета должна находиться на расстоянии от борта судна (Б), составляющем не менее 0,6L. Конечное положение макета относительно борта (расстояние Б\*) фиксировалось буюком-указателем с помощью буйрепа, закрепленного за хвостовую оконечность макета. Отсутствие возвратного движения макета характеризуется тем, что  $B^* > B$ .

Таблица 1

**Вычисленные расстояния от стенда до места приводнения макета НПА и угол приводнения**

$\theta_0, \dots^\circ$	Б, м	$\theta_{пр}, \dots^\circ$
24	1,34	33—35
30	1,18	38—40
36	1,19	42—44

Приведенные в табл. 1 значения приблизительны, так как из-за скоротечности процесса приводнения они не могли быть измерены на месте. Для их определения была произведена видеосъемка, путем кадрового просмотра отснятого материала были выявлены моменты входа макета в воду, после чего по ним путем составления пропорций и были определены искомые величины.

Во всех опытах расстояние Б\* более чем в два раза превышало Б, что позволило подтвердить отсутствие движения макета НПА в сторону стенда (НПА в сторону борта судна) при реализуемом способе отделения НПА от носителя. Экспериментальные данные были сопоставлены с данными, полученными расчетным путем с использованием разработанной математической модели (табл. 2).

Таблица 2

**Сопоставление экспериментальных данных с результатами математического моделирования**

№ опыта	$\theta_0, \dots^\circ$	Б*	$\theta_{пр}, \dots^\circ$		Б, м	
			эксперимент	расчет ( $\mu=0,23$ )	эксперимент	расчет ( $\mu=0,23$ )
5	18	2,86	—	—	—	—
6	18	2,90	—	—	—	—
1	24	2,97	33—35	35,39	1,34	1,26
2	24	2,97				
3	24	2,89				
4	24	2,99				

Продолжение табл. 2

№ опыта	$\theta_0, \dots^\circ$	Б*	$\theta_{пр}, \dots^\circ$		Б, м	
			эксперимент	расчет ( $\mu=0,23$ )	эксперимент	расчет ( $\mu=0,23$ )
10	30	3,02	38—40	38,59	1,18	1,23
11	30	2,97				
12	30	2,97				
7	36	2,86	42—44	40,91	1,19	1,13
8	36	2,85				
9	36	2,96				

Как можно видеть, разработанная авторами математическая модель пуска подводного аппарата с приемлемой (инженерной) точностью позволяет оценить параметры процесса пуска НПА при реализации предложенного способа отделения от надводного носителя. В целом проведенные исследования позволяют говорить о том, что экспериментально доказана работоспособность схемотехнического решения и установлена возможность безопасного отделения НПА от надводного носителя при его продольном наклонном сбросе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. [Электронный ресурс]: <www.kongsberg.com>.
2. Патент РФ № 2372575. Миносбрасывающий комплекс для надводного судна. на изобретение / *О. И. Ефимов, А. В. Красильников, Р. В. Красильников, И. А. Шавырин*. Заявл. 03.12.2007; опубл. 10.11.2009. Бюл. № 31.

**Сведения об авторах****Антон Валентинович Красильников**

— канд. техн. наук, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, научно-исследовательский сектор перспективных энергетических установок; научный сотрудник;  
E-mail: a.v.krasilnikov@mail.ru

**Роман Валентинович Красильников**

— канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, научно-исследовательский сектор перспективных энергетических установок; научный сотрудник;  
E-mail: r.v.krasilnikov@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
технологии приборостроения

Поступила в редакцию  
06.03.13 г.

В. С. СИЗИКОВ, К. А. КИРЬЯНОВ, Р. А. ЭКЗЕМПЛЯРОВ  
**ДВА БЫСТРЫХ АЛГОРИТМА ВОССТАНОВЛЕНИЯ  
 СМАЗАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Представлены два быстрых алгоритма восстановления смазанного изображения, позволяющих численно решать некорректное интегральное уравнение Фредгольма I рода методом регуляризации Тихонова с использованием заранее рассчитанной („заготовленной“) матрицы. Алгоритмы сводятся к умножению этой матрицы на каждую вектор-строку смазанного изображения. Выполнено сравнение с другими быстрыми алгоритмами.

**Ключевые слова:** смазывание изображения, восстановление изображения, интегральное уравнение, быстрые алгоритмы, „заготовленная“ матрица.

**Введение.** Задача восстановления искаженных, в частности смазанных, изображений является актуальной [1—5]. Смазывание изображения объекта может произойти из-за сдвига цифрового фотоаппарата за время экспозиции, перемещения самого объекта (самолета, автомобиля), несовпадения угловой скорости вращения телескопа и небесной сферы и т.д. Восстановление смазанного изображения сводится к решению множества одномерных интегральных уравнений (ИУ) Фредгольма I рода. Задача решения таких ИУ является некорректной (существенно неустойчивой) [6], обычно используются метод регуляризации Тихонова [1, 2, 4—6], метод фильтрации Винера [3—6] и другие устойчивые методы [4].

Метод регуляризации Тихонова обычно реализуется с использованием преобразования Фурье (ПФ) в случае ИУ типа свертки, когда функция рассеяния точки (ФРТ) является пространственно-инвариантной [1—6], или с использованием квадратур в случае ИУ общего типа (когда ФРТ является пространственно-неинвариантной) [3—6]. При этом иногда не требуется высокая скорость восстановления (восстановление старой смазанной фотографии, изображения астрономического объекта). Если требуется восстановление в режиме реального времени (восстановление опознавательных знаков на самолете-нарушителе границы, повышение качества теле- или кинокадров, томограмм динамической работы органов и др.) [4, 5], то для решения ИУ необходимо использовать быстрые алгоритмы.

В настоящей работе представлены два модифицированных быстрых алгоритма и выполняется их сравнение с существующими алгоритмами.

**Математическое описание задачи восстановления смазанного изображения.** Предположим, что изображение некоторого объекта искажено прямолинейным равномерным горизонтальным *смазом* (в результате сдвига фотоаппарата, самого объекта и т.д.). Обратная задача восстановления смазанного изображения [1—5] сводится к решению (в каждой у-й строке изображения) некорректного одномерного интегрального уравнения Фредгольма I рода типа свертки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x-\xi) w_y(\xi) d\xi = g_y(x) + \delta g, \quad -\infty < x < \infty, \quad (1)$$

где

$$h(x) = \begin{cases} 1/\Delta, & -\Delta \leq x \leq 0, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (2)$$

— ФРТ, обычно пространственно-инвариантная (разностная),  $w$  и  $g$  — распределение интенсивности по неискаженному (искомому) и искаженному (измеренному) изображению соот-



ветственно,  $\Delta$  — величина смаза,  $\delta g$  — помеха. В (1) ось  $x$  направлена вдоль смаза, а  $y$  — перпендикулярно смазу и играет роль параметра. Фактически (1) есть множество одномерных интегральных уравнений. Пространственная инвариантность функции  $h$  имеет место в случае, когда величина  $\Delta$  не зависит от  $x$  (но может зависеть от  $y$ , в этом, довольно редком, случае  $\Delta = \Delta_y$ ,  $h = h_y$ ).

Если значение  $\Delta$  зависит от  $x$  (пример: смазы различны на снимке, сделанном неподвижным фотоаппаратом, где представлены легкоатлеты, бегущие с разной скоростью), то уравнение задачи о смазывании изображения будет иметь вид:

$$\int_a^b h(x, \xi) w_y(\xi) d\xi = g_y(x) + \delta g, \quad c \leq x \leq d, \quad (3)$$

где ФРТ равна (ср. с (2))

$$h(x, \xi) = \begin{cases} 1/\Delta_x, & -\Delta_x \leq x - \xi \leq 0 \quad \text{или} \quad x \leq \xi \leq x + \Delta_x, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (4)$$

Как в случае уравнения (1), так и (3), необходимо решить столько самостоятельных (не образующих систему) одномерных уравнений, сколько строк содержит изображение.

**Решение ИУ (1) и (3).** Чтобы решение  $w_y(\xi)$  было устойчивым, воспользуемся методом регуляризации Тихонова. Применительно к ИУ (1) решение методом преобразования Фурье с регуляризацией Тихонова имеет вид [1, 2, 4—6]:

$$w_{\alpha y}(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H^*(\omega) G_y(\omega)}{|H(\omega)|^2 + \alpha \omega^{2p}} e^{-i\omega \xi} d\omega, \quad (5)$$

где

$$G_y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_y(x) e^{i\omega x} dx, \quad H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) e^{i\omega x} dx \quad (6)$$

— преобразования Фурье от  $g_y(x)$  и  $h(x)$  соответственно,  $\alpha > 0$  — параметр регуляризации, а  $p \geq 0$  — порядок регуляризации (обычно 1 или 2). При компьютерной реализации формул (5) и (6) все непрерывные преобразования Фурье заменяются на дискретные, а также быстрые ПФ (БПФ) [1, 4, 6]. Число отсчетов по  $x$  и по  $\omega$  полагаем одинаковым и равным  $n$ .

Для решения ИУ (3) и (1) применим метод конечных сумм (квадратур) с регуляризацией Тихонова, согласно которому интеграл при каждом  $x$  заменяется конечной суммой с целым шагом дискретизации (в пикселах) и получается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) при некотором фиксированном  $y$ :

$$A w_y = g_y, \quad (7)$$

где  $A$  —  $(n \times n)$ -матрица, связанная с ФРТ (4):  $A_{ik} = h(x_i, \xi_k)$ , причем  $x_i = \xi_i = 1, 2, \dots, n$  — дискретные целочисленные отсчеты по пикселям вдоль  $y$ -й строки ( $n$  — число столбцов в изображении). Полагаем, что векторы  $w_y$  и  $g_y$  имеют размер (длину)  $n$  (в [5, с. 89—90] рассмотрены другие варианты размеров  $A$ ,  $w_y$  и  $g_y$ ).

Согласно методу регуляризации Тихонова вместо неустойчивой СЛАУ (7) решается:

$$(\alpha E + A^T A) w_{\alpha y} = A^T g_y, \quad (8)$$

где  $E$  — единичная  $(n \times n)$ -матрица, таким образом

$$w_{\alpha y} = (\alpha E + A^T A)^{-1} A^T g_y. \quad (9)$$

Способы выбора параметра регуляризации  $\alpha$  приведены, например, в [1, 3, 6, 7], в настоящей работе они подробно не рассматриваются. Ниже рассмотрение ведется при одном значении  $\alpha$  (выбранном некоторым способом).

**Быстрые алгоритмы вычисления решения (5).** Запишем уравнение (5) в виде

$$w_{\alpha y}(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{\alpha}(\omega) G_y(\omega) e^{-i\omega\xi} d\omega, \quad (10)$$

где

$$Q_{\alpha}(\omega) = \frac{H^*(\omega)}{|H(\omega)|^2 + \alpha\omega^{2p}}. \quad (11)$$

Как правило, уравнения (5), (6), (10), (11) в дискретном виде решаются с использованием алгоритма БПФ [1], считающегося самым быстрым. Оценим, сколько требуется операций умножения/деления для вычисления решения (6), (10), (11) в дискретном виде с использованием БПФ (операции сложения и сопряжения не учитываем). Полагаем, что  $n$  — целая степень числа 2.

1. Один раз для всех строк вычисляем:  $H(\omega)$  (потребуется  $n \log_2 n$  операций),  $|H(\omega)|^2$  ( $n$  операций),  $\alpha\omega^{2p}$  ( $2n$  операций при  $p=1$ ) и  $H^*(\omega)/|H(\omega)|^2 + \alpha\omega^{2p}$  ( $n$  операций) — всего  $n \log_2 n + 4n$  операций для вычисления  $Q_{\alpha}(\omega)$ .

2. На вычисление  $G_y(\omega)$  при некотором  $y$  потребуется  $n \log_2 n$  операций.

3. На умножение  $Q_{\alpha}(\omega)$  на  $G_y(\omega)$  при некотором  $y$  потребуется  $n$  операций.

4. На вычисление  $w_{\alpha y}(\xi)$  при некотором  $y$  потребуется  $n \log_2 n$  операций.

5. В результате на вычисление  $w_{\alpha}(\xi)$  для всех  $m$  строк потребуется  $n(\log_2 n + 4) + n(2 \log_2 n + 1)m \approx 2mn \log_2 n$  операций.

Если  $m = n$ , то нужно  $\approx 2n^2 \log_2 n$  операций для вычисления  $w_{\alpha}(\xi)$ . Таким образом, для  $H(\omega)$ ,  $Q_{\alpha}(\omega)$ ,  $G_y(\omega)$ ,  $Q_{\alpha}(\omega)G_y(\omega)$  и  $w_{\alpha y}(\xi)$  требуется по  $n$  ячеек (всего  $5n$ ) памяти, при некотором  $y$ , а для всех  $m$  строк потребуется  $2n + 3mn \approx 3mn$  ячеек памяти. Если  $m = n$ , то нужно  $3n^2$  ячеек.

Предлагаем другой *быстрый алгоритм*, основанный также на методе ПФ с регуляризацией (см. (5), (6)). Изменив порядок интегрирования (ср. [6, с. 261]); решение (5) можно представить в виде

$$w_{\alpha y}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H^*(\omega)}{|H(\omega)|^2 + \alpha\omega^{2p}} e^{-i\omega(\xi-x)} d\omega \right] g_y(x) dx \quad (12)$$

или

$$w_{\alpha y}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\alpha}(\xi-x) g_y(x) dx, \quad (13)$$

где

$$R_{\alpha}(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{\alpha}(\omega) e^{-i\omega\xi} d\omega. \quad (14)$$

Суть предлагаемого алгоритма состоит в том, что заранее может быть вычислен „заготовленный“ вектор  $R_{\alpha}$  (строка теплоцевой матрицы при дискретизации) и восстановление

изображения сведется к вычислению  $w_{\alpha y}(\xi)$  для каждой  $y$ -строки путем умножения  $R_\alpha$  на  $g_y$ . Дискретизируем задачу (12)—(14). Для этого введем вдоль каждой  $y$ -й строки дискретные целочисленные отсчеты по пикселям  $\xi_i = x_i = 1, 2, \dots, n$ . Заменяв в (13) интеграл конечной суммой, получим:

$$w_{\alpha y}(\xi_i) = \sum_{k=1}^n R_\alpha(\xi_i - x_k) g_y(x_k). \quad (15)$$

Вычисление (15) при некотором  $y$  потребует  $n^2$  операций умножения, а для вычисления всего изображения потребуется  $mn^2$ . При этом не учитываем затраты на вычисление  $R_\alpha$ , так как эти вычисления могут быть сделаны заранее. Если  $m = n$ , то потребуется  $n^3$  умножений, а предыдущий алгоритм (10) (с использованием БПФ) требует  $2n^2 \log_2 n$ , т.е. алгоритм (15) требует больше операций умножения, чем алгоритм (10).

Что касается требуемой памяти, то алгоритм (15) требует  $2n$  ячеек для  $R_\alpha$ , а также по  $mn$  ячеек для  $g$  и для  $w_\alpha$ , т.е. всего  $\approx 2mn$  ячеек. Если  $m = n$ , то требуется  $2n^2$  ячеек, т.е. чуть меньше, чем для алгоритма (10).

Хотя алгоритм (15) медленнее алгоритма (10), тем не менее, например, в системе MatLab чрезвычайно быстро выполняется операция умножения матрицы  $R_\alpha$  на вектор  $g_y$ . Кроме того, в алгоритме БПФ обычно не учитывают время на вычисление экспонент („поворачивающих коэффициентов“). Если это учитывать, а алгоритм (15) реализовывать на „матричном“ языке или системе (типа MatLab), то эти два алгоритма могут сблизиться по скорости. Кроме того, алгоритм (15) требует меньше памяти и он проще алгоритма (10).

Рассмотрим также алгоритмы, основанные на соотношениях (3), (4), (7)—(9). Если решать СЛАУ (8), то на однократное вычисление матрицы  $\alpha E + A^T A$  потребуется  $\approx n^3$  операций умножения, на вычисление  $A^T g_y$  —  $n^2$ , а на решение СЛАУ (8) методом Холецкого (он наиболее подходит для решения СЛАУ с положительно определенной и симметричной матрицей  $\alpha E + A^T A$  [8, с. 22]) потребуется  $\approx n^2$ . В результате на получение всего изображения  $w_\alpha$  потребуется  $n^3 + m(n^2 + n^2) = (2m + n)n^2$  операций.

Если  $m = n$ , то потребуется  $3n^3$ . Для матрицы  $\alpha E + A^T A$  требуется  $n^2$  ячеек памяти, для вектора  $A^T g_y$  —  $n$ , а для решения  $w_{\alpha y}$  —  $n$ , всего  $n(2m + n)$  ячеек. Если  $m = n$ , то требуется  $3n^2$  ячеек памяти.

Если искомое решение получать согласно (9), то на вычисление матрицы  $\alpha E + A^T A$  потребуется  $n^3$  операций умножения, на вычисление обратной матрицы  $(\alpha E + A^T A)^{-1}$  методом Холецкого [8, с. 20—22] —  $n^3/2$ , на умножение  $(\alpha E + A^T A)^{-1}$  на  $A^T$  —  $n^3$ , т.е. на вычисление матрицы

$$B_\alpha = (\alpha E + A^T A)^{-1} A^T \quad (16)$$

потребуется  $2n^3 + n^3/2 = 2,5n^3$ . Далее, на умножение  $(n \times n)$ -матрицы  $B_\alpha$  на  $g_y$  потребуется  $n^2$  операций, а на все строки —  $mn^2$ . В результате на вычисление  $w_\alpha$  согласно (9) потребуется  $2,5n^3 + mn^2 = (m + 2,5n)n^2$  операций, если  $m = n$ , то —  $3,5n^3$ .

Требуемая память: если матрицу  $(\alpha E + A^T A)^{-1}$  сохранять в тех же ячейках памяти  $\alpha E + A^T A$ , то потребуется  $n(2m + n)$  ячеек; если  $m = n$ , то —  $3n^2$ .

Представим второй алгоритм, основанный на соотношении (9), записанном в виде (для каждой  $y$ -й строки изображения, ср. [5, с. 137, 6, с. 248, 251]):

$$w_{\alpha y} = B_{\alpha} g_y, \quad (17)$$

Характерная особенность решения (17) состоит в том, что матрица  $B_{\alpha}$  может быть рассчитана заранее (несущественно, каким методом), и восстановление изображения сведется к умножению „заготовленной“ матрицы  $B_{\alpha}$  на каждую  $y$ -ю строку изображения  $g$ . Для этого с учетом всех  $m$  строк изображения потребуется  $mn^2$  операций. Требуемая память: для матрицы  $B_{\alpha}$  потребуется  $n^2$  ячеек, для  $g$  и для  $w_{\alpha}$  — по  $mn$ , т.е. всего  $n^2 + 2mn = n(2m + n)$ . Если  $m = n$ , то потребуется  $3n^2$  ячеек.

Видно, что алгоритм (17) требует такого же объема памяти, как и (8) и (9), но он требует в 3 и 3,5 раза соответственно меньше операций умножения, т.е. в 3—3,5 раза быстрее, чем (8)—(9). Кроме того, он проще в программировании.

**Техническая реализация алгоритмов.** Если, например,  $m = n = 400$ , то алгоритм (17) потребует  $n^3 = 64$  млн операций умножения. Если скорость компьютера  $\sim 1$  млрд оп/с, то восстановление изображения займет  $\sim 0,1$  с. Можно время реализации алгоритма еще сократить, если использовать параллельные вычисления по строкам.

Матрица  $B_{\alpha}$  обычно одинакова для всех  $y$ -х строк изображения (если сдвиг  $\Delta$  не зависит от  $y$ ), но зависит от величины смаза  $\Delta$  и параметра регуляризации  $\alpha$ . Величины  $\Delta$  и  $\alpha$  априори неизвестны. Предлагается следующий быстрый способ оценки  $\Delta$  и  $\alpha$ , который можно назвать *визуальной оценкой изображений*. Нужно заранее заготовить несколько матриц  $B_{\alpha}$  для ряда типичных значений  $\Delta$  и  $\alpha$ . Если речь идет, например, о самолете-нарушителе границы, то служба первичного обнаружения цели должна оценить скорость, направление движения



Рис. 1

(рис. 1), а после восстановления алгоритмом „заготовленной“ матрицы, согласно (17), на самолете стали видны опознавательные знаки. Восстановление одного кадра на рис. 2 потребовало  $< 1$  с машинного времени.

и высоту полета самолета и по этим данным служба обработки изображения сможет оценить  $\Delta$  и выбрать из памяти несколько матриц  $B_{\alpha}$  с некоторыми типичными значениями  $\Delta$  и  $\alpha$ .

В качестве примера на рис. 1 представлено смазанное изображение самолета ( $m = 510$ ,  $n = 640$ ,  $\Delta \approx 20$ ). На несколько экранов могут быть выданы несколько восстановленных изображений  $w_{\alpha}$ , и опытные диспетчеры выберут значения  $\Delta$  и  $\alpha$  (рис. 2) Видно, что при  $\Delta = 20$ ,  $\alpha = 10^{-4}$  получается вполне удовлетворительное восстановление изображения самолета: из-за смаза на самолете не были видны опознавательные знаки

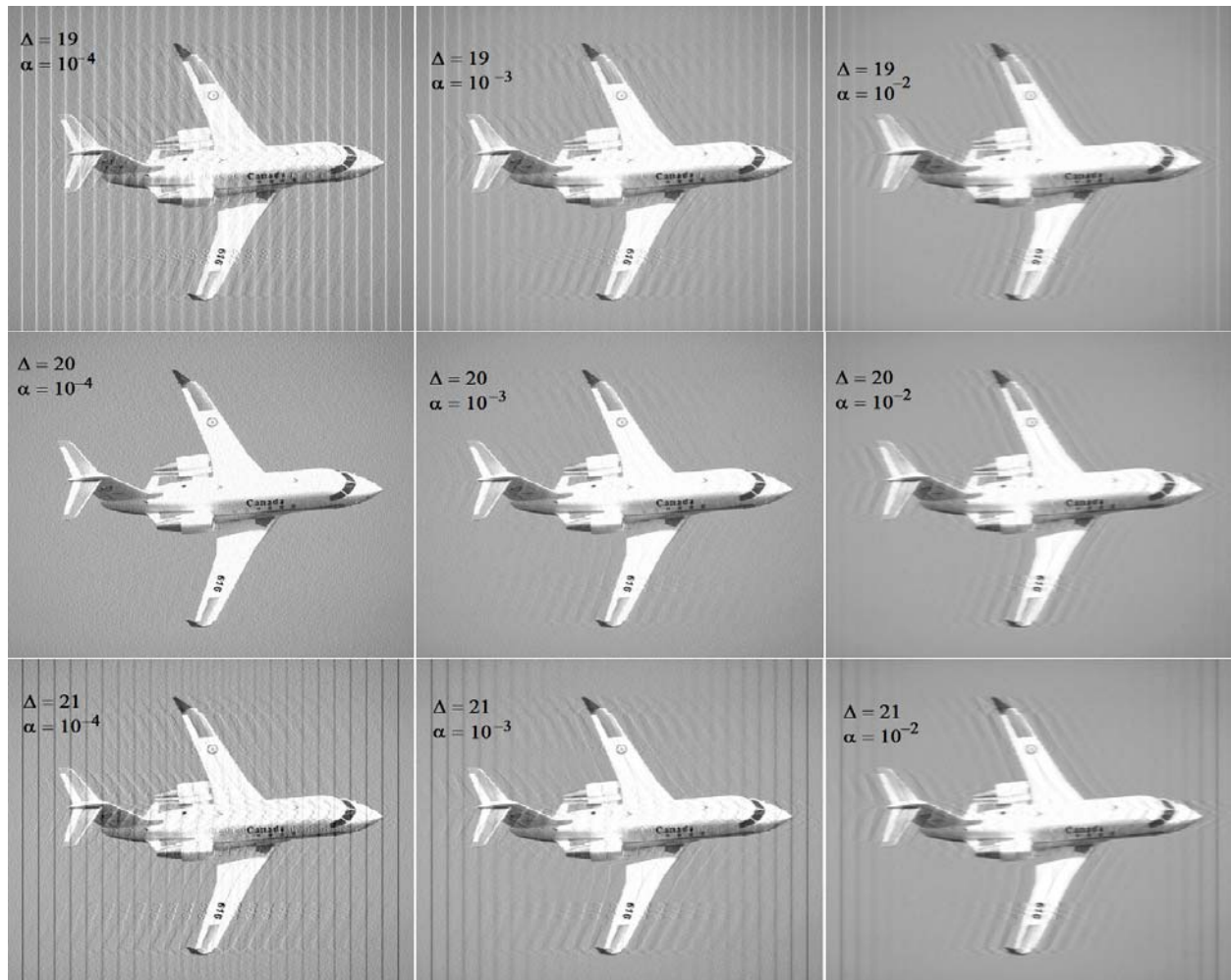


Рис. 2

**Выводы.** Предложенные быстрые алгоритмы могут быть использованы для восстановления смазанных изображений движущихся быстро целей (самолетов, автомобилей), для коррекции быстропротекающих процессов (смазанный кровоток в сосудах в томографии), для повышения качества теле- или кинокадров и т.д.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-08-00442а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арефьева М. В., Сысов А. Ф. Быстрые регуляризирующие алгоритмы цифрового восстановления изображений // Вычислит. методы и программирование. 1983. Вып. 39. С. 40—55.
2. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В. Обратные задачи обработки фотоизображений // Некорректные задачи естествознания. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 185—195.
3. Грузман И. С., Киричук В. С., Косых В. П., Перетягин Г. И., Спектор А. А. Цифровая обработка изображений в информационных системах. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. 352 с.
4. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2006. 1072 с.
5. Сизиков В. С. Обратные прикладные задачи и MatLab. СПб: Лань, 2011. 256 с.
6. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наук. думка, 1986. 544 с.
7. Воскобойников Ю. Е., Мухина И. Н. Локальный регуляризирующий алгоритм восстановления контрастных сигналов и изображений // Автотометрия. 2000. № 3. С. 45—53.

8. Уилкинсон, Райни. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М.: Машиностроение, 1976. 389 с.

#### *Сведения об авторах*

**Валерий Сергеевич Сизиков**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии; E-mail: sizikov2000@mail.ru

**Константин Александрович Кирьянов**

— аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии; E-mail: kiryancon@front.ru

**Роман Алексеевич Экземпляров**

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет; E-mail: raxe@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
измерительных технологий  
и компьютерной томографии

Поступила в редакцию  
13.04.13 г.

УДК 53.082.5

Г. Д. ФЕФИЛОВ

## **ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛА, ОСНОВАННОЕ НА ПОНЯТИИ О ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ, В ЛАЗЕРНОЙ ДИФРАКТОМЕТРИИ МИКРООБЪЕКТОВ**

Проанализированы фазовые изображения измерительных сигналов, используемых в дифрактометрии. Предложена методика исключения избыточности сигнала, позволяющая представить параметры сигнала параметрами его фазового изображения. Такой подход позволяет получить новый информативный параметр, однозначно связанный с контролируемым размером микрообъекта.

**Ключевые слова:** лазерная дифрактометрия микрообъектов, информативный параметр сигнала.

В теории информации и связи сигнал традиционно представляется математической моделью в виде функции пространства или времени, характеризующей параметры исследуемого сигнала и их изменение. Также при обработке данных и выделении полезной информации широко используется описание сигналов функциями частоты. При этом любой сложный по форме сигнал представляется в виде суммы гармонических колебаний, что позволяет извлекать такую информацию об сигнале, которую трудно получить на основе непосредственного анализа его в пространственной или временной области.

При решении обратной дифракционной задачи — определении размера микрообъекта по его дифракционной картине — для выделения измерительной информации обычно используются модели сигнала, описывающие распределение интенсивности в дифракционной картине Фраунгофера в пространственной или временной области. Также используются модели в виде пространственного или временного фурье-образа сигнала, получаемого в результате амплитудной фильтрации дифракционной картины. Из измерительного сигнала выделяется информативный параметр, однозначно связанный с линейным размером объекта дифракции. Информативные параметры — основа синтеза дифракционных методик измерения, они определяют основные характеристики дифрактометров, созданных на их основе.

В качестве модели измерительного сигнала может быть использовано его геометрическое представление, основанное на понятии о фазовом\* пространстве. При этом для каждой величины независимой текущей переменной (пространственные координаты или время) анализируемому сигналу в фазовом пространстве соответствует изображающая точка, совокупность которых образует фазовое изображение сигнала в выбранной системе фазовых координат [1]. Траектория движения изображающей точки изменяется при изменении одного или нескольких параметров сигнала.

Анализ сигнала в фазовом пространстве позволяет отображать параметры пространственного или временного сигнала геометрическими параметрами его фазового изображения. Представление сигнала в фазовом пространстве в виде фазовой траектории позволяет оценить его параметры, при этом из рассмотрения обычно исключаются пространственные координаты или время. В качестве системы координат  $X_i, Y_i, Z_i$ , образующей фазовое пространство, выбираются величины, зависящие от параметров анализируемого сигнала: сам сигнал, зависящие друг от друга функции переменной, являющиеся результатом различных преобразований сигнала (интегрирования, дифференцирования любого порядка, а также различные их линейные и нелинейные комбинации). Варьируя координаты фазового пространства, можно получить различные по форме  $n$ -мерные фазовые изображения одного и того же сигнала. Это позволяет наилучшим образом представлять полезную информацию, содержащуюся в сигнале. Таким образом, при использовании фазового пространства для анализа сигнала большое значение имеет выбор величин, применяемых в качестве координат, так как они определяют свойства геометрических параметров фазового изображения сигнала, такие как инвариантность к неинформативным и чувствительность к информативным параметрам сигнала.

С целью выделения измерительной информации во временной области анализируется дифракционная картина Фраунгофера. При взаимодействии когерентного монохроматического пучка излучения с микрообъектом прямоугольной формы возникает дифракционная картина, сканирование картой позволяет получить сигнал  $U(t)$ , описываемый выражением:

$$U(t) = U_0 \left[ \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0 t} \right]^2, \quad (1)$$

где  $U_0$  — амплитуда сигнала,  $a$  — линейный размер микрообъекта,  $\lambda$  — длина волны излучения,  $t$  — время,  $f$  — фокусное расстояние фурье-объектива,  $V$  — скорость сканирования. Сигнал  $U(t)$  имеет вид затухающего по гиперболическому закону колебания с „условной“ частотой  $\omega_0 = kaV/f$  ( $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число). От величины  $a$  однозначно зависят интервалы  $T = U_0 f/kaV$  между минимумами амплитуды сигнала  $U(t)$ .

При регистрации дифракционной картины микрообъекта и при изменении его размера в заданном диапазоне образуется ансамбль взаимоподобных сигналов, в фазовом пространстве представляемый ансамблем его фазовых изображений, границы изменения которых также определяются диапазоном изменения размеров микрообъектов. Необходимо найти число (меру в фазовом пространстве), не зависящее от значения неинформативных параметров сигнала и эквивалентное размеру микрообъекта. Это число соответствует некоторому сигналу из ансамбля (каждая реализация сигнала имеет специфическую фазовую траекторию).

В фазовом пространстве затухающий осциллирующий сигнал представляется траекториями в виде спирали, по которой изображающая точка асимптотически (при  $t \rightarrow \infty$ ) приближается к началу системы координат [1]. Для представления осциллирующего сигнала в фазовом пространстве в качестве его координат целесообразно использовать производные, которые отображают параметры сигнала в текущий момент времени. Сигнал  $U(t)$ , получаемый

\* Термин „фаза“ в данном случае означает момент, стадию изменения анализируемого сигнала.

при регистрации дифракционной картины, описывается уравнением второго порядка, для которого фазовое пространство представляет собой плоскость  $\Pi_j^q$  ( $j, q$  — порядок производных сигнала  $U(t)$ , используемых в качестве координат). Если в качестве фазовых координат выбрать нечетную (первую) производную  $U'(t)$  и четную более высокого порядка (вторую)  $U''(t)$  сигнала  $U(t)$ , на плоскости  $\Pi_1^2$  нечетной разности порядков производных фазовое изображение сигнала на протяжении одного его условного периода будет подобно разорванному деформированному эллипсу. Это происходит из-за гиперболического изменения длины полуосей эллипса за каждый условный период сигнала  $U(t)$ . Фазовое изображение, соответствующее нескольким условным периодам сигнала  $U(t)$ , полученное численным дифференцированием выражения (1), в зависимости от направления сканирования дифракционной картины, имеет вид свертывающейся или развертывающейся гиперболической спирали с асимптотической точкой в начале системы координат (рис. 1).

На плоскости четной разности порядков производных  $\Pi_1^3$  с координатами  $U'(t)$  и  $U'''(t)$  фазовое изображение сигнала  $U(t)$  имеет вид спирали, растянутой вдоль четных четвертей фазовой плоскости (рис. 2). Подобные изображения сигнала  $U(t)$  возникают при использовании в качестве фазовых координат его производных более высоких порядков, а также на плоскостях большей разности, как четной, так и нечетной.

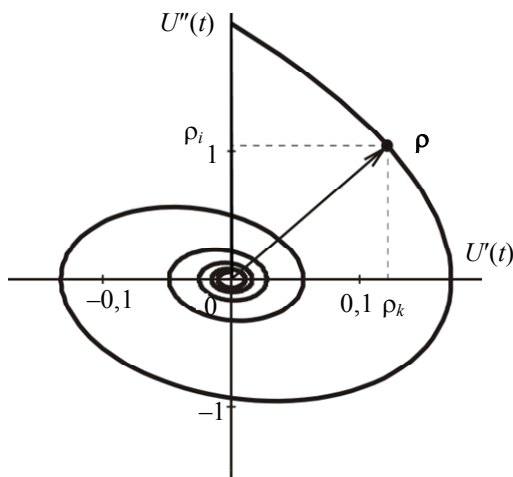


Рис. 1

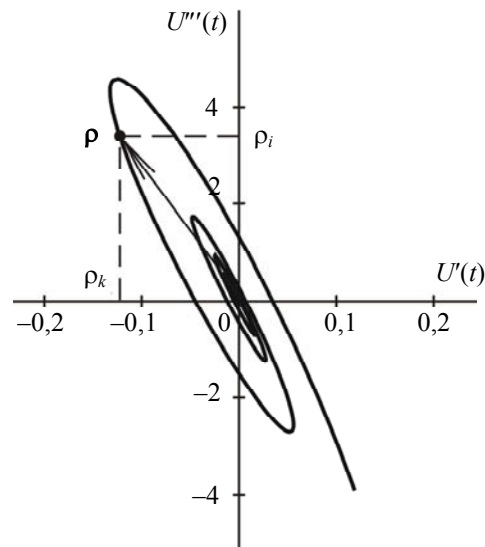


Рис. 2

В фазовом пространстве параметрами сигнала  $U(t)$  являются длина вектора  $\rho$ , направленного в определенную точку фазового изображения, угол наклона вектора  $\rho$  к координатным осям и проекции на них вектора  $\rho$ . В полученных спиральных фазовых изображениях (см. рис. 1 и 2) указанные параметры зависят как от размера микрообъекта, так и от значений амплитуды и коэффициента затухания амплитуды сигнала. Анализ параметров фазовых изображений, полученных на плоскостях четной и нечетной разности, показывает, что между размером объекта дифракции и каким-либо параметром отсутствует однозначная зависимость.

Построить оптимальное фазовое изображение можно с помощью метода, основанного на изменении структуры сигнала путем его оптимального функционального преобразования без потери измерительной информации о размере микрообъекта. Поскольку эта информация содержится в интервале между минимумами амплитуды сигнала  $U(t)$ , то такие параметры сигнала  $U(t)$ , как гиперболическое затухание амплитуды и имеющаяся постоянная составляющая, измерительной информации не содержат и являются избыточными.



Избыточность сигнала  $U(t)$  исключается в два этапа: на первом — затухание амплитуды сигнала  $U(t)$  с помощью оптимальной амплитудной фильтрации, при этом происходит преобразование сигнала (1) в периодический  $U_g(t) = U_0 \sin^2 \omega_0 t$  с частотой  $\omega_0 = kaV/f$ . На втором этапе исключается постоянная составляющая путем дифференцирования сигнала  $U_g(t)$ . Первая производная сигнала описывается гармонической функцией удвоенного аргумента вида

$$U'_g(t) = kaU_0 \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) = kaU_0 \sin(2\omega_0 t).$$

Вторая и третья производные сигнала  $U_g(t)$  являются гармоническими функциями той же частоты и соответственно описываются выражениями

$$U''_g(t) = 2(ka)^2 U_0 \cos(2\omega_0 t),$$

$$U'''_g(t) = -4(ka)^3 U_0 \sin(2\omega_0 t).$$

В системе координат  $U'_g(t)$  и  $U''_g(t)$  фазовое изображение сигнала  $U_g(t) = U_0 \sin^2 \omega_0 t$  на плоскости нечетной разности  $\Pi_1^2$  описывается уравнением

$$\left[ 2kaU'_g(t) \right]^2 + \left[ U''_g(t) \right]^2 = \left[ 2U_0k^2a^2 \right]$$

и имеет вид замкнутой эллиптической траектории, по которой изображающая точка перемещается в течение каждого периода сигнала  $U_g(t)$  (рис. 3). Для ансамбля измерительных сигналов  $U_g(t)$  с одинаковой амплитудой, ограниченных диапазоном изменения размеров микрообъектов, фазовая плоскость заполнена вложенными друг в друга эллиптическими траекториями с центром в точке  $(0, 0)$  (см. рис. 3). Через каждую точку фазовой плоскости проходит только одна эллиптическая траектория, соответствующая сигналу  $U_g(t)$  с определенными параметрами. От размера объекта дифракции зависят такие параметры эллиптического фазового изображения, как  $l = U_0(\omega_0)^{q-j}$  — длина отрезка полуоси, отсекаемого эллипсом, и проекции вектора  $\mathbf{p}$  на координатные оси, которые зависят и от величины  $U_0$ . Поэтому необходимо исключить влияние  $U_0$  сигнала на измеряемый параметр фазового изображения.

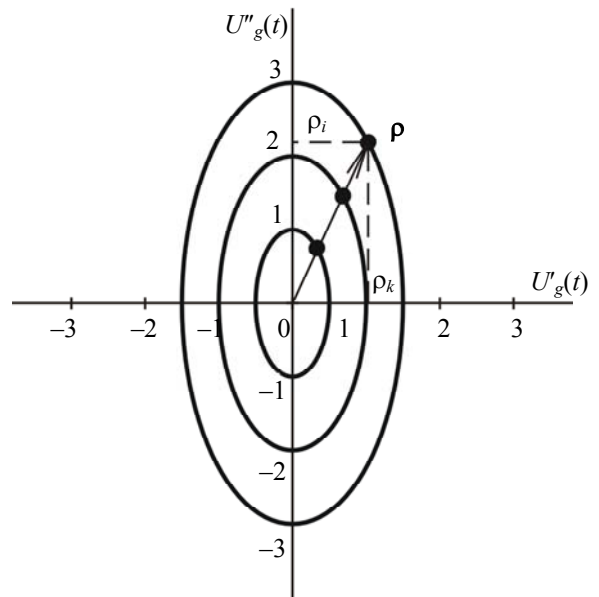


Рис. 3

Выбрав в качестве системы координат первую  $U'_g(t)$  и третью  $U'''_g(t)$  производные сигнала  $U_g(t)$  на фазовой плоскости  $\Pi_1^3$  четной разности, получим фазовое изображение сигнала  $U_g(t)$  в виде отрезка прямой, проходящей через начало системы координат и наклоненной под углом  $\psi$  к оси  $U'_g(t)$  (рис. 4). Начальное положение изображающей точки на прямолинейной траектории зависит от начальной фазы сигнала  $U_g(t)$ , длина отрезка этой прямой — от величины периода и амплитуды сигнала, а угол  $\psi$  наклона прямой к оси  $U'_g(t)$  зависит

только от размера микрообъекта. Для любой точки сигнала  $U_g(t)$  отношение амплитуд производных  $U_g'''(t)/U_g'(t) = \text{const}$ , кроме экстремальных, в которых его нечетные производные обращаются в нуль.

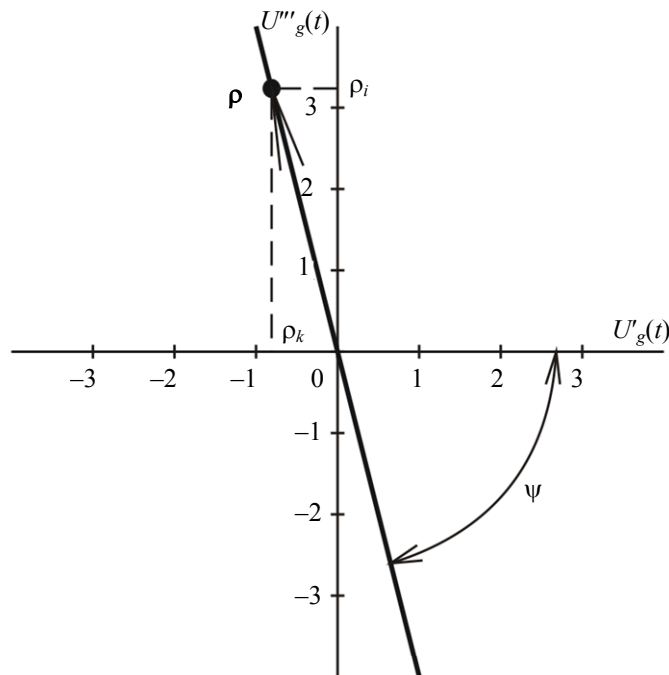


Рис. 4

Фазовые изображения ансамбля сигналов  $U_g(t)$  как в выбранной системе координат, так и при использовании в качестве фазовых координат производных сигнала  $U_g(t)$  более высоких порядков, а также на фазовых плоскостях большей разности подобны и представляют собой ансамблевое фазовое изображение в виде отрезков прямой, каждая из которых проходит через начало системы координат и наклонена к оси  $U'_g(t)$  под соответствующим углом  $\psi$ , зависящим только от размера микрообъекта. Полученные фазовые изображения сигнала  $U_g(t)$  описываются дифференциальным уравнением:

$$(ka)^2 U'_g(t) + U_g'''(t) = 0,$$

решив которое относительно  $a$ , получим:

$$a = \sqrt{\frac{\lambda^2 U_g'''(t)}{4\pi^2 U'_g(t)}}. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что при произвольном выборе значения переменной  $t$  можно однозначно судить о контролируемом размере микрообъекта [2]. Таким образом, приходим к инвариантности от влияния амплитуды и фазы сигнала  $U_g(t)$  на результат измерения размера микрообъекта. Отношение  $U_g'''(t)/U'_g(t) = \text{const}$  позволяет использовать выражение (2) как основу для построения алгоритма выделения измерительной информации [2].

Таким образом, применение геометрического представления сигнала, основанного на понятии о фазовом пространстве, в сочетании с оптимальной амплитудной фильтрацией сигнала  $U(t)$ , исключающей избыточность, позволяет выделять содержащуюся в дифракционной картине Фраунгофера измерительную информацию о линейном размере контролируемого микрообъекта. Полученный информативный параметр, однозначно связанный с размером

объекта дифракции, может служить основой для синтеза новой дифракционной методики измерения и разработки на ее основе лазерных дифрактометров с новыми характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. 918 с.
2. А.с. 1469352 СССР, МКИЗ G 01В 11/08. Дифракционный способ измерения линейного размера изделия и устройство для его осуществления / В. И. Соколов, Г. Д. Фефилов // БИ. 1989. № 12.

**Сведения об авторе**

**Георгий Дмитриевич Фефилов**

— канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра лазерной техники и биомедицинской оптики;  
E-mail: fg1319@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
лазерной техники и биомедицинской  
оптики

Поступила в редакцию  
12.09.12 г.

---

---

# ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

---

---

УДК 62-506

О. Ю. КАМКИН, О. А. РЕМИЗОВА, В. В. СЫРОКВАШИН, А. Л. ФОКИН

## РОБАСТНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ МНОГОМЕРНОГО ЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА С ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ ПО УПРАВЛЕНИЯМ

Синтезирован робастный регулятор невысокого порядка для многомерного объекта с запаздыванием и параметрической неопределенностью, а также неопределенностью в задании величины запаздывания. Регулятор получен с использованием алгоритма Неванлинны—Пика.

*Ключевые слова:* неопределенность, робастность, многомерный объект, динамический компенсатор, алгоритм Неванлинны—Пика, неминимально-фазовое звено, точность.

**Введение.** Проектирование многомерной системы с запаздываниями относится к классу не решенных задач теории управления, хотя этой проблематике посвящено значительное число работ [1—8]. Синтез системы усложняет наличие перекрестных связей в объекте, которые не позволяют обеспечить достаточный запас устойчивости и хорошие показатели точности.

Теоретически для обеспечения робастной стабилизации можно использовать любые известные методы оптимального робастного управления многомерным объектом. Но на практике это невозможно из-за наличия неопределенных величин запаздываний, неопределенности в выборе параметров минимизируемого функционала качества, высокого порядка передаточных функций получающихся регуляторов.

Проблема учета неопределенных величин запаздывания решалась в работах [9, 10]. Рассмотренные в них методы хорошо работают для объектов с одним входом и одним выходом, но в многомерном случае это приводит к регуляторам больших размерностей. Целью настоящей статьи является разработка метода синтеза робастной системы невысокого порядка для управления многомерным объектом. При этом для широкого применения процедура синтеза должна быть максимально упрощенной. В статье развиваются методы [9, 10], при этом учитывается связанность каналов управления.

**Постановка задачи.** Рассмотрим многомерный объект

$$y(p) = W_0(p)u(p), \quad (1)$$

где  $W_0(p)$  —  $(m \times m)$ -матрица передаточных функций,  $y(p), u(p)$  —  $m$ -мерные векторы,  $p$  — комплексная переменная.

В развернутом виде модель (1) будет иметь вид

$$\begin{bmatrix} y_1(p) \\ y_2(p) \\ \vdots \\ y_m(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & \dots & W_{1m}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & \dots & W_{2m}(p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{m1}(p) & W_{m2}(p) & \dots & W_{mm}(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(p) \\ u_2(p) \\ \vdots \\ u_m(p) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$W_{ij}(p) = W'_{ij}(p) \exp(-\tau_{ij}p)$  — передаточные функции, связывающие управление  $u_j(p)$  с выходным сигналом  $y_i(p)$ ,  $\tau_{ij}$  — величина запаздывания в канале  $(i, j)$ .

Из теории управления [11] известно, что качество многомерной системы тем выше, чем точнее она обрабатывает входной сигнал  $g_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , для каждой выходной величины  $y_i(t)$  и чем меньше при этом влияние управления  $u_i(t)$  на другие выходные переменные.

Идеальной является автономная система, в которой за счет компенсации перекрестных связей исключается взаимное влияние отдельных каналов друг на друга. Для создания такой системы используют компенсатор на входе объекта так, чтобы выполнялось условие

$$W_o(p)W_k(p) = \text{diag} W_o(p) = \text{diag} \{W_{11}(p), W_{22}(p), \dots, W_{mm}(p)\}, \quad (3)$$

где  $W_k(p)$  — передаточная матрица компенсатора.

Из условия (3) получаем передаточную матрицу компенсатора

$$W_k(p) = W_o^{-1}(p) \text{diag} W_o(p). \quad (4)$$

К сожалению, возможности применения формулы (4) ограничены неточным знанием передаточных функций, наличием неустойчивых и неминимально-фазовых звеньев, требованием физической реализуемости, наличием запаздываний в (2). Поэтому в рамках компенсационного подхода лучше использовать метод [12], который не предполагает обращения матрицы в (1). Структурная схема метода для  $m = 2$  приведена на рис. 1.

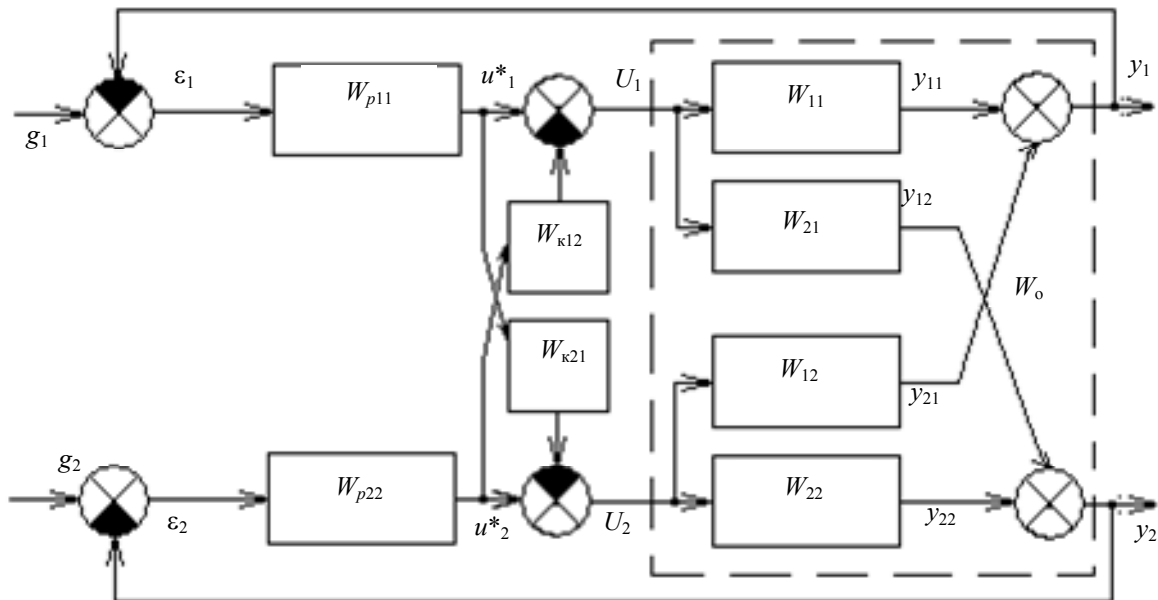


Рис. 1

Управления (2) имеют вид

$$u_i(p) = W_{pii}(p)\varepsilon_i(p) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m W_{kij}(p)u^*_j(p), \quad i = 1, \dots, m, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_i$  — сигнал рассогласования, первое слагаемое  $u_i(p) = W_{pii}(p)\varepsilon_i(p)$  — управление по отклонению в  $i$ -м контуре, а второе слагаемое предназначено для компенсации перекрестных связей.

Такой подход применим, если диагональные передаточные функции  $W_{ii}(p)$  являются устойчивыми и минимально-фазовыми, кроме того, должно выполняться условие

$$\Delta\tau_{ij} = \tau_{ij} - \tau_{ii} \geq 0. \quad (6)$$

Выполнение этих условий является достаточным для „развязывания“ каналов управления многомерным объектом. Использование робастных регуляторов  $W_{pii}(p)$  обеспечивает робастность всей многомерной системы в тем большей степени, чем полней компенсация перекрестных связей.

Если условие (6) не выполняется, то при синтезе компенсатора требуется решать задачу прогноза. В настоящей работе с этой целью используется алгоритм Неванлинны—Пика [11].

Если не выполняются условия устойчивости и минимальной фазовости для некоторых передаточных функций  $W_{ii}(p)$ , то метод компенсации неприменим. В этом случае управление реализуется в соответствии с децентрализованным подходом [1].

**Основной результат.** Если  $W_{ii}(p)$  — устойчивые и минимально-фазовые диагональные передаточные функции, то передаточные функции робастных регуляторов  $W_{pii}(p)$  без учета перекрестных связей наиболее просто получаются при помощи метода динамической компенсации в классе систем, субоптимальных по критерию аperiodической устойчивости [9].

Если выполняется условие (6), то задача построения передаточной функции компенсатора перекрестной связи  $W_{ij}(p)$  решается по упрощенной методике

$$W_{kij}(p) = W_{ii}^{-1}(p)W_{ij}(p). \quad (7)$$

Передаточная функция (7) содержит звено запаздывания на время  $\Delta\tau_{ij} \geq 0$ . Если в (7) не выполняется условие физической реализуемости, то для обеспечения правильности передаточной функции  $W_{kij}(p)$  в знаменатель вводятся малые постоянные времени. Если значения коэффициентов передачи в перекрестных связях  $W_{ij}(p)$  невелики, то звено запаздывания в  $W_{kij}(p)$  для обеспечения грубости лучше всего аппроксимировать рядом Паде первого порядка; если велики, то для аппроксимации лучше использовать звено, которое при  $t = 0$  имеет коэффициент передачи, равный нулю:

$$\exp(-\tau p) = \frac{1}{\exp(\tau p)} = \frac{1}{[\exp(\tau p/k)]^k} \approx \frac{1}{\left[1 + \frac{\tau p/k}{1!} + \dots + \frac{(\tau p/k)^l}{l!}\right]^k}, \quad (8)$$

где  $l$  — число членов разложения,  $k$  — натуральное число.

Если условие (6) не выполняется, то для построения компенсирующей связи можно решить задачу минимизации  $H^\infty$ -нормы

$$\min \left\| W_{ii}(j\omega)W_{kj}(j\omega) - W_{ij}(j\omega) \right\|_\infty. \quad (9)$$

При  $T_1 = W_{ij}(j\omega)$ ,  $T_2 = W_{ii}(j\omega)$ ,  $Q = W_{kj}(j\omega)$  задача (9) является задачей построения модели (model matching problem), известной из  $H^\infty$ -теории управления [11], которая решается при помощи алгоритма Неванлинны—Пика. Требуется найти такое значение  $Q$ , чтобы выполнялось неравенство

$$\|T_1 - T_2 Q\|_\infty \leq \gamma, \quad (10)$$

где  $\gamma > 0$  — максимально допустимая ошибка решения.

Будем искать передаточную функцию компенсатора следующим образом:

$$W_{kij}(p) = [W'_{ii}(p)]^{-1} W'_{ij}(p) W'_{kj}(p), \quad (11)$$

где  $W'_{kj}(p)$  — передаточная функция прогноза на время  $\Delta\tau_{ij}$ , которую нужно определить из условия

$$W'_{kj}(p) \exp(-\Delta\tau_{ij} p) = 1. \quad (12)$$

Для определения  $W'_{kj}(p)$  примем:  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = \exp(-\Delta\tau_{ij} p)$ ,  $Q = W'_{kj}(j\omega)$ . Тогда задав значения  $\gamma > 0$  в (10), можно решить задачу построения модели в соответствии со следующим алгоритмом [11].

1. Определяются нули  $T_2$  в открытой правой полуплоскости. Введя аппроксимацию Паде

$$\exp(-\Delta\tau_{ij} p) \approx \frac{1 - \Delta\tau_{ij} p/2}{1 + \Delta\tau_{ij} p/2}, \quad (13)$$

получим только один правый нуль  $T_2$ , равный  $z_1 = 2/\Delta\tau_{ij} > 0$ .

2. Определяется единственное значение  $c_1 = T_1(z_1) = 1$ .

3. Формируются эрмитовы матрицы  $A, B$  вида

$$A = \{(a_v + \bar{a}_q)^{-1}\}, \quad B = \{c_v \bar{c}_q / (a_v + \bar{a}_q)\}, \quad (14)$$

где  $a_v = z_v$ , черта сверху означает комплексно-сопряженное число.

В данном случае число правых нулей  $T_2$  равно единице, поэтому матрицы  $A, B$  являются вещественными числами, так как  $z_1$  — вещественно. Они имеют вид

$$A = B = \Delta\tau_{ij}/4. \quad (15)$$

4. Определяется наибольшее (в данном случае единственное) собственное число матрицы  $A^{-1/2} B A^{-1/2}$ : оно равно  $\gamma_{\text{opt}} = B/A = 1$ . По теореме Пика  $\gamma \geq \gamma_{\text{opt}}$ .

5. Задается величина  $\gamma = 1,01 > \gamma_{\text{opt}}$ , здесь  $a_1 = z_1, b_1 = c_1/\gamma$ . Функция полного пропуска будет

$$A_{a_1}(s) = \frac{s - a_1}{s + \bar{a}_1}.$$

6. Вычисляется обратная функция Мебиуса

$$M^{-1}(z) = \frac{z + b_1}{1 + z \bar{b}_1} = \frac{z + b_1}{1 + z b_1}.$$

Решение задачи Неванлинны—Пика для одной точки задается множеством передаточных функций вида

$$G(p) = M^{-1} [G_1(p) A_{a_1}(p)], \quad (16)$$

где  $G_1(p)$  — произвольная правильная дробно-рациональная передаточная функция с комплексными коэффициентами,  $\|G_1\|_\infty \leq 1$ .

7. Поскольку в этой задаче в качестве исходных имеется всего одна точка, решение может быть получено в виде

$$W'_{kij} = Q = \frac{T_1 - \gamma G}{T_2}. \quad (17)$$

Если некоторые из передаточных функции диагональных элементов не являются устойчивыми или минимально-фазовыми, то компенсация перекрестных связей, действующих на выход этих диагональных элементов, не производится. Соответствующая передаточная функция робастного регулятора  $W_{pii}(p)$  может быть определена методом  $H^2$ -оптимального управления по методике работы [10]. Влияние перекрестных связей для этого элемента не учитываются.

**Пример.** Рассмотрим в качестве примера передаточную матрицу дистилляционной колонны [13]

$$W_o(p) = \begin{bmatrix} \frac{0,66 \exp(-2,6p)}{6,7p+1} & -\frac{0,61 \exp(-3,5p)}{8,64p+1} & -\frac{0,0049 \exp(-p)}{9,06p+1} \\ \frac{1,11 \exp(-6,5p)}{3,25p+1} & -\frac{2,36 \exp(-3p)}{5p+1} & -\frac{0,01 \exp(-1,2p)}{7,09p+1} \\ -\frac{34,68 \exp(-9,2p)}{8,15p+1} & \frac{46,2 \exp(-9,4p)}{10,9p+1} & \frac{0,87(11,61p+1) \exp(-p)}{(3,89p+1)(18,8p+1)} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Передаточные функции регуляторов по отклонению [9] имеют вид  
— ПИ законы

$$W_{p11}(p) = \frac{0,343}{2,6 \cdot 0,66} \frac{6,7p+1}{p}, \quad W_{p22}(p) = -\frac{0,343}{3 \cdot 2,36} \frac{5p+1}{p};$$

— ПИД закон

$$W_{p33}(p) = \frac{0,343}{0,87} \frac{(3,89p+1)(18,8p+1)}{p(11,61p+1)}. \quad (19)$$

Компенсирющие связи, для которых выполняется условие (6), в соответствии с формулой (7) при аппроксимации Паде первого порядка будут

$$W_{k12}(p) = \frac{0,61}{0,66} \frac{6,7p+1}{8,64p+1} \exp(-0,9p) \approx \frac{0,61}{0,66} \cdot \frac{6,7p+1}{8,64p+1} \cdot \frac{1-0,45p}{1+0,45p},$$

$$W_{k21}(p) = \frac{1,11}{2,36} \frac{5p+1}{3,25p+1} \exp(-3,5p) \approx \frac{1,11}{2,36} \cdot \frac{5p+1}{3,25p+1} \cdot \frac{1-1,75p}{1+1,75p}.$$

В соответствии с формулой (8) при  $l = 3$  и  $k = 2$

$$W_{k31}(p) = \frac{34,68}{0,87} \cdot \frac{3,89p+1}{8,15p+1} \cdot \frac{18,8p+1}{11,61p+1} \cdot \frac{1}{(11,487p^3 + 8,4p^2 + 4,1p+1)^2},$$



$$W_{к32}(p) = -\frac{46,2}{0,87} \cdot \frac{3,89p+1}{10,9p+1} \cdot \frac{18,8p+1}{11,61p+1} \cdot \frac{1}{(12,348p^3 + 8,82p^2 + 4,2p+1)^2}.$$

Для перекрестных связей  $W_{13}(p)$  и  $W_{23}(p)$  условие (6) не выполняется и решение ищется по формулам (13)—(17):

$$W_{к23}(p) = -\frac{0,01}{2,36} \frac{5p+1}{7,09p+1} W'_{к23}(p),$$

где  $W'_{к23}(p)$  определялась по алгоритму Неванлинны—Пика при  $G_1(p) = 0,1$ :

$$W'_{к23}(p) = \frac{1,98p^2 + 4p + 2}{0,9891p^2 + 2p + 1,001}, \quad (20)$$

$$W_{к13}(p) = \frac{0,0049}{0,66} \frac{6,7p+1}{9,06p+1} W'_{к13}(p).$$

Здесь

$$W'_{к13}(p) = \frac{1,76p^2 + 4p + 2,25}{0,8792p^2 + 2p + 1,126} \quad (21)$$

определяется аналогично.

Из формул (20), (21) видно, что  $W'_{к23}(0) \neq 1$ ,  $W'_{к13}(0) \neq 1$ . Этот недостаток алгоритма Неванлинны—Пика следует из самой постановки задачи (10), при которой не требуется точного равенства  $T_1$  и  $T_2Q$  в статике. Но для практического применения метода это необходимо. Поэтому далее формулы (20), (21) модифицируются:

$$W'_{к23}(p) = \frac{1,98p^2 + 4p + \beta_1}{0,9891p^2 + 2p + \beta_1}, \quad W'_{к13}(p) = \frac{1,76p^2 + 4p + \beta_2}{0,8792p^2 + 2p + \beta_2},$$

где  $\beta_1, \beta_2 > 0$  — настраиваемые параметры.

На рис. 2 показаны переходные характеристики системы относительно возмущений на входе при  $\beta_1 = \beta_2 = 7$  ( $a$  —  $y_1(t)$ ;  $b$  —  $y_2(t)$ ). Невысокое качество стабилизации  $y_3$  (рис. 2, в) обусловлено большими коэффициентами передачи в  $W_{31}(p)$  и  $W_{32}(p)$ . Для того чтобы продемонстрировать синтез при наличии неустойчивых диагональных элементов, модифицируем задачу и будем рассматривать

$$W_{33}(p) = \frac{0,87(1+11,61p)\exp(-p)}{(3,89p+1)(1-18,8p)}. \quad (22)$$

Тогда  $H^2$ -оптимальный робастный регулятор, синтезированный по методу [10], будет иметь передаточную функцию

$$W_{р33}(p) = -\frac{12,8p^6 + 37,8p^5 + 29,3p^4 + 10p^3 + 1,69p^2 + 0,135p + 0,00385}{0,87p^7 + 10,1p^6 + 16,4p^5 + 8,3p^4 + 1,8p^3 + 0,18p^2 + 0,00664p}.$$

Соответствующая переходная характеристика для  $y_3$  показана на рис. 2, г. Видно, что без компенсаторов амплитуды колебаний увеличились. Для выходов  $y_1$  и  $y_2$  переходные характеристики изменяются незначительно.

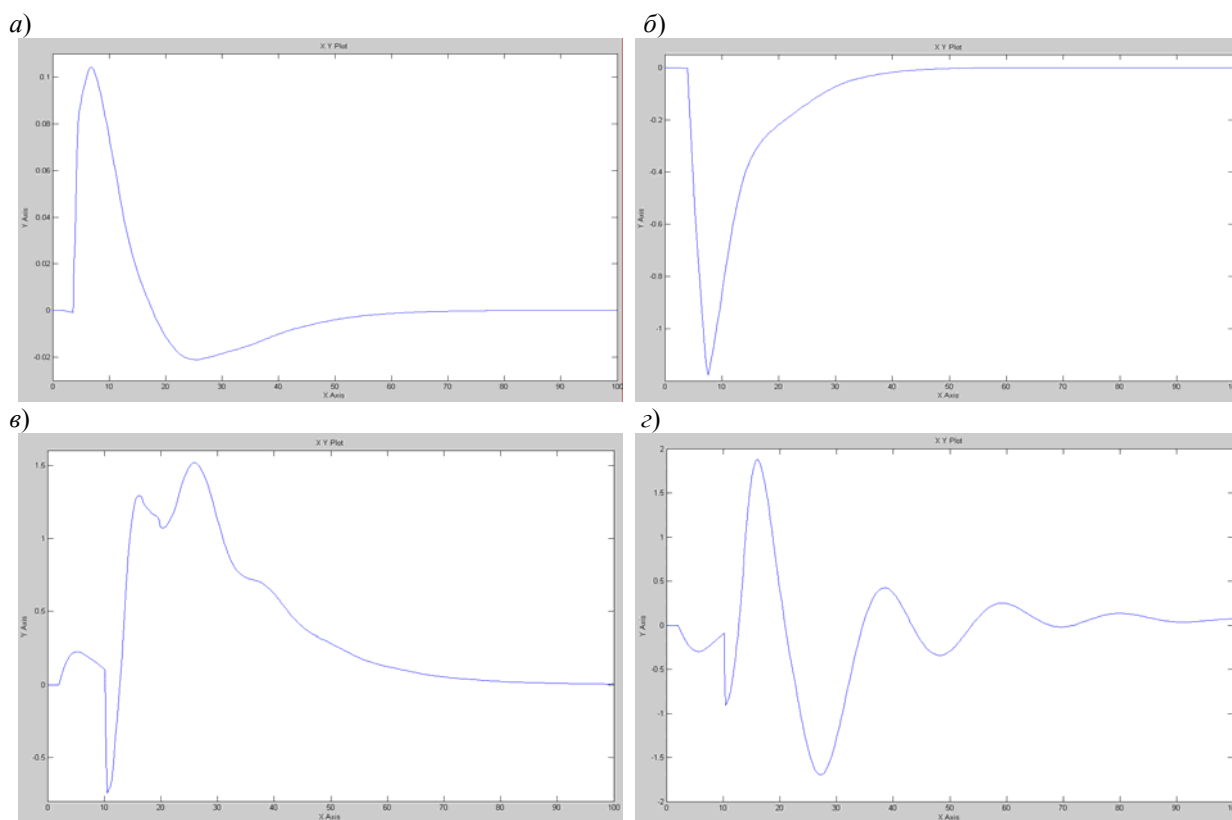


Рис. 2

**Заключение.** В работе построена методика синтеза робастных систем управления многомерным объектом с запаздыванием и параметрической неопределенностью и неопределенностью задания величины запаздывания. Задача решается методом компенсации перекрестных связей с использованием алгоритма Неванлинны—Пика. При наличии неустойчивых диагональных элементов для них используется децентрализованная стратегия управления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Luyben W. L. Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems // *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 1986. Vol. 25. P. 654—660.
2. Shen S. H., Yu C. C. Use of relay-feedback test for automatic tuning of multivariable systems // *AIChE J.* 1994. Vol. 40 (4). P. 627—646.
3. Bao J., Forbes J. F., McLellan P. J. Robust multiloop PID controller design: a successive semidefinite programming approach // *Ind. Eng. Chem. Res.* 1999. Vol. 38. P. 3407—3419.
4. Vlachos C., Williams D., Gomm J. B. Genetic approach to decentralised PI controller tuning for multivariable processes // *IEEE Proc. Control Theory Appl.* 1999. Vol. 146, N 58. P. 58—64.
5. Hovd M., Skogestad S. Improved independent design of robust decentralized controllers // *J. of Process Control.* 1993. Vol. 3, N 43.
6. Xiong Q., Cai W.-J. Effective transfer function method for decentralized control system design of multi-input multi-output processes // *J. of Process Control.* 2006. Vol. 16. P. 773—784.
7. Xiong Q., Cai W.-J., He M.-J. Equivalent transfer function method for PI/PID controller design of MIMO processes // *J. of Process Control.* 2007. Vol. 17. P. 665—673.
8. Kariwala V. Fundamental limitation on achievable decentralized performance // *Automatica.* 2007. Vol. 43. P. 1849—1854.
9. Ремизова О. А., Рудакова И. В., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л. Увеличение робастности оптимальных систем с запаздыванием // *Изв. СПбГТИ(ТУ).* 2011. № 10. С. 46—51.

10. Ремизова О. А., Рудакова И. В., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л. Робастное управление линейным объектом с запаздыванием с применением квадратичных методов синтеза системы // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54, № 12. С. 22—30.
11. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 3. Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егунова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 616 с.
12. Дудников Е. Г. Автоматическое управление в химической промышленности. М.: Химия, 1987. 368 с.
13. Спорягин К. В. Математическое моделирование, разработка методов и программного комплекса для настройки параметров типовых законов регулирования динамических систем с запаздыванием: Дис. ... канд. техн. наук. СПб: СПбГПУ, 2010. 237 с.

#### Сведения об авторах

**Олег Юрьевич Камкин**

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности;  
E-mail: iluckyi@mail.ru

**Ольга Александровна Ремизова**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности;  
E-mail: remizova-oa@yandex.ru

**Владислав Викторович Сыроквашин**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности

**Александр Леонидович Фокин**

— д-р техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности;  
E-mail: fokin\_sa@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
автоматизации процессов  
химической промышленности

Поступила в редакцию  
24.05.12 г.

УДК 519.271

В. Н. АРСЕНЬЕВ, А. С. ФАДЕЕВ

## МЕТОДИКА ПРОВЕРКИ СООТВЕТСТВИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЗАДАНЫМ ТРЕБОВАНИЯМ ПО ОГРАНИЧЕННОМУ ЧИСЛУ ИСПЫТАНИЙ

Рассматривается задача проверки соответствия характеристик системы управления объекта требованиям технического задания при ограниченном числе опытных образцов. Показано, что эта задача может быть сведена к задаче проверки многомерной статистической гипотезы о параметрах распределений. Предложена методика ее приближенного решения, позволяющая повысить достоверность принимаемых решений о соответствии или несоответствии различных характеристик системы управления требованиям технического задания при ограниченном числе натурных испытаний.

**Ключевые слова:** система управления, натурные испытания, надежность, гипотеза, отношение правдоподобия.

**Введение.** Для решения широкого круга задач в различных областях теоретической и практической деятельности активно используются управляемые объекты (ОУ). Возможность решения этих задач во многом зависит от качества функционирования системы управления

(СУ) ОУ. В связи с расширением области применения ОУ, возрастанием объема и сложности стоящих перед ними задач ужесточаются требования к СУ. Возрастает стоимость ОУ и СУ, сокращаются сроки, отводимые на их разработку, появляются уникальные образцы, предназначенные для решения наиболее сложных задач. Вследствие этого возникает необходимость проведения полномасштабных испытаний таких систем.

Для оценивания характеристик СУ с целью проверки их соответствия требованиям заказчика проводятся единичные испытания опытных образцов. Полученные по ним опытные (экспериментальные) данные весьма ограничены и не позволяют принять решение с заданной достоверностью.

К настоящему времени разработаны статистические методы принятия решений в случаях, когда объем экспериментальных данных велик. Из них следует отметить критерий отношения правдоподобия, являющийся наиболее мощным среди всех известных методов решения данной задачи, критерий  $\chi^2$ , введенный К. Пирсоном, и некоторые их модификации [1]. Применение этих методов при ограниченных объемах испытаний может привести к ошибочному заключению о характеристиках СУ, поскольку в их основе используются асимптотические свойства специально подобранных статистик. При ограниченных выборках некоторого успеха в решении рассматриваемой задачи можно добиться путем выбора подходящих аппроксимирующих функций для распределений данных статистик [2].

**Постановка задачи.** Полагается, что требования к СУ заданы в виде  $n$ -мерного вектора требуемых значений характеристик системы  $\mu_T$ , а результаты экспериментального исследования (испытаний) ОУ представлены в виде реализаций  $X_1, X_2, \dots, X_N$  в общем случае векторной величины  $\hat{X}$ , характеризующей качество процессов в СУ. В дальнейшем случайные величины помечаются значком « $\hat{\phantom{x}}$ ».

Вектор реальных значений характеристик СУ  $\mu \in R^n$  является функцией вероятностных характеристик величины  $\hat{X}$ . Поэтому, не снижая общности, в качестве элементов вектора  $\mu$  можно использовать параметры закона распределения  $\hat{X}$ .

При известном виде закона распределения  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \mu)$  величины  $\hat{X}$  задача выявления соответствия характеристик СУ определенным требованиям сводится к проверке многомерной статистической гипотезы о параметрах распределения

$$H_0 : \mu = \mu_T. \quad (1)$$

Отношение правдоподобия для проверки гипотезы  $H_0$ , согласно [1], определяется выражением

$$v = \prod_{i=1}^N \varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}_i; \mu_T) / \varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}_i; \hat{\mu}), \quad (2)$$

где  $\hat{\mu}$  — оценка максимального правдоподобия вектора характеристик СУ  $\mu$ , полученная по выборке  $\mathbf{X}_i$  ( $i \in \overline{1, N}$ ).

Если функция  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \mu)$  является регулярной в смысле первой и второй производных по  $\mu$  в области параметров  $\Omega_\mu$ , то при  $N \rightarrow \infty$  распределение случайной величины  $\hat{z} = -2 \ln(\hat{v})$  асимптотически стремится к  $\chi^2$ -распределению с  $n$  степенями свободы при условии, что справедлива нулевая гипотеза  $H_0$ . Поэтому при большом числе испытаний  $N$  можно положить, что плотность распределения  $\varphi_{\hat{z}}(z)$  случайной величины  $\hat{z}$  совпадает с плотностью  $\chi^2$ -распределения с  $n$  степенями свободы, тогда проверка соответствия анализируемых характеристик заданным требованиям не вызывает особых трудностей.

При ограниченных выборках  $\chi^2$ -распределение не может быть использовано в качестве распределения случайной величины  $\hat{z}$ , а следовательно и для решения поставленной задачи, поскольку такая аппроксимация является достаточно грубой и может привести к принятию неверного решения. Выбор более точной аппроксимирующей зависимости  $\tilde{\varphi}_{\hat{z}}(z)$  для распределения  $\hat{z}$  при малом числе испытаний позволит повысить уверенность в правильности принятого решения.

**Выбор аппроксимирующей функции.** В качестве аппроксимирующей функции для плотности распределения меры  $\hat{z} = -2\ln(\hat{v})$  берется модель в виде линейной комбинации двух  $\Gamma$ -распределений:

$$\tilde{\varphi}_{\hat{z}}(z) = c_1 \frac{1}{\beta_1^{\rho_1} \Gamma(\rho_1)} z^{\rho_1-1} \exp\left\{-\frac{z}{\beta_1}\right\} + (1-c_1) \frac{1}{\beta_2^{\rho_2} \Gamma(\rho_2)} z^{\rho_2-1} \exp\left\{-\frac{z}{\beta_2}\right\}. \quad (3)$$

Определение неизвестных параметров функции (3)  $c_1, \beta_1, \beta_2, \rho_1, \rho_2$  осуществляется методом моментов [3]. Для этого приравниваются первые пять начальных моментов  $\tilde{\alpha}_j$  величины  $\hat{z}$ , найденные по функции (1), к соответствующим точным значениям  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 5$ ) этих параметров, которые зависят от вида распределения  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \boldsymbol{\mu})$  и числа натуральных испытаний  $N$ .

Можно показать, что для плотности распределения (3) начальный момент  $j$ -го порядка  $\tilde{\alpha}_j$  величины  $\hat{z}$  определяется по формуле

$$\tilde{\alpha}_j = M[\hat{z}^j] = c_1 \beta_1^j \prod_{i=0}^{j-1} (\rho_1 + i) + (1-c_1) \beta_2^j \prod_{i=0}^{j-1} (\rho_2 + i), \quad j = 1, 2, \dots, 5. \quad (4)$$

Если ввести обозначения

$$f_j = c_1 \beta_1^j \prod_{i=0}^{j-1} (\rho_1 + i) + (1-c_1) \beta_2^j \prod_{i=0}^{j-1} (\rho_2 + i) - \alpha_j, \quad j \in \overline{1, 5}, \quad (5)$$

то система уравнений для определения параметров  $c_1, \beta_1, \beta_2, \rho_1, \rho_2$  функции  $\tilde{\varphi}_{\hat{z}}(z)$  будет иметь вид  $f_j = 0$  ( $j \in \overline{1, 5}$ ).

Ее решение может быть получено, например, с помощью метода Ньютона [4]. Итерационный процесс в этом случае имеет вид

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k - \xi \left[ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{P}} \right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P}_k}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{P}_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где  $\mathbf{P} = [c_1 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \rho_1 \ \rho_2]^T$  — вектор неизвестных параметров;  $\mathbf{F} = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5]^T$ ;  $\left[ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{P}} \right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P}_k}^{-1}$  — матрица, обратная матрице  $\partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{P}$ , элементами которой являются частные производные  $\partial f_i / \partial P_j$  ( $i, j \in \overline{1, 5}$ ), вычисленные на  $k$ -м шаге итерационного процесса (6);  $\xi$  — некоторый коэффициент.

В качестве начального приближения для организации вычислений в соответствии с процедурой (6) в некоторых случаях можно взять параметры предельного  $\chi^2$ -распределения с  $n$  степенями свободы:  $c_1 = 0,5$ ;  $\beta_1 = 2$ ;  $\beta_2 = 2$ ;  $\rho_1 = n/2$ ;  $\rho_2 = n/2$ .

**Проверка соответствия характеристик СУ заданным требованиям.** Полагается, что число испытаний достаточно для обеспечения заданного качества аппроксимации функцией (3) распределения  $\varphi_{\hat{z}}(z)$  случайной величины  $\hat{z} = -2 \ln(\hat{v})$ .

Выбирается достаточно малая вероятность  $\gamma$  (уровень значимости), чтобы событие с такой вероятностью можно было считать практически невозможным. Определяется критическое значение  $z_\gamma$  величины  $\hat{z}$ :

$$\gamma = \int_{z_\gamma}^{\infty} \tilde{\varphi}_{\hat{z}}(z) dz = c_1 \int_{z_\gamma}^{\infty} \frac{1}{\beta_1^{\rho_1} \Gamma(\rho_1)} z^{\rho_1-1} \exp\left(-\frac{z}{\beta_1}\right) dz + (1-c_1) \int_{z_\gamma}^{\infty} \frac{1}{\beta_2^{\rho_2} \Gamma(\rho_2)} z^{\rho_2-1} \exp\left(-\frac{z}{\beta_2}\right) dz.$$

После введения обозначений

$$\gamma_1 = \int_{z_\gamma}^{\infty} \frac{1}{\beta_1^{\rho_1} \Gamma(\rho_1)} z^{\rho_1-1} \exp\left(-\frac{z}{\beta_1}\right) dz \text{ и } \gamma_2 = \int_{z_\gamma}^{\infty} \frac{1}{\beta_2^{\rho_2} \Gamma(\rho_2)} z^{\rho_2-1} \exp\left(-\frac{z}{\beta_2}\right) dz \quad (7)$$

можно записать  $\gamma = c_1 \gamma_1 + (1-c_1) \gamma_2$ , где в общем случае  $\gamma_1 \neq \gamma_2$ .

Задавшись некоторой величиной  $\gamma_1$ , незначительно отличающейся от вероятности  $\gamma$ , можно найти  $\gamma_2 = (\gamma - c_1 \gamma_1) / (1 - c_1)$ .

На основе значений  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  и параметров  $\beta_1, \rho_1, \beta_2, \rho_2$  с помощью известных процедур вычисления процентных точек  $\Gamma$ -распределения находятся нижние пределы в интегралах (7)  $z_{\gamma_1}$  и  $z_{\gamma_2}$ .

Если условие  $z_{\gamma_1} = z_{\gamma_2}$  не выполняется, то выбирается новое значение  $\gamma_1$  и описанная последовательность операций повторяется. Вычисления продолжаются до тех пор, пока это условие не будет выполнено с приемлемой точностью.

После нахождения вероятностей  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , обеспечивающих  $z_{\gamma_1} = z_{\gamma_2}$ , определяются критическая граница  $z_\gamma = z_{\gamma_1} = z_{\gamma_2}$  и критическая область для проверки гипотезы  $H_0$ :

$$z \geq z_\gamma. \quad (8)$$

Если реализация  $z^* = -2 \ln(v^*)$  случайной величины  $\hat{z} = -2 \ln(\hat{v})$ , полученная по результатам  $N$  испытаний опытных образцов, больше или равна  $z_\gamma$ , то следует считать, что анализируемые характеристики СУ, представленные вектором  $\mu$ , не соответствуют требуемым значениям, заданным в виде вектора  $\mu_T$ . Вероятность того, что такая ситуация возникнет, когда гипотеза  $H_0$  на самом деле верна, равна  $\gamma$ .

Если по результатам испытаний получено  $z^* < z_\gamma$ , то гипотеза  $H_0$  принимается и считается, что система удовлетворяет требованиям заказчика.

Для удобства практического использования полученных результатов последовательность действий для проверки соответствия характеристик СУ заданным требованиям можно представить в виде *методики*, которая включает:

- 1) определение точных значений начальных моментов  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 5$ ) случайной величины  $\hat{z} = -2 \ln(\hat{v})$  по заданному распределению  $\varphi_{\hat{z}}(\mathbf{X}; \mu)$  и числу испытаний  $N$ ;
- 2) расчет параметров  $c_1, \beta_1, \beta_2, \rho_1, \rho_2$  аппроксимирующего распределения  $\tilde{\varphi}_{\hat{z}}(z)$  путем решения системы из пяти нелинейных алгебраических уравнений;
- 3) назначение уровня значимости  $\gamma$ ;
- 4) определение критической границы  $z_\gamma$ ;

- 5) проведение испытаний  $N$  образцов СУ;
- 6) вычисление реализации  $v^*$  отношения правдоподобия  $\hat{v}$  и величины  $z^* = -2 \ln(v^*)$ ;
- 7) проверку условия (8) и принятие решения о соответствии или несоответствии характеристик СУ заданным требованиям.

**Пример применения методики.** Проводятся испытания  $N$  опытных образцов СУ на надежность. Требуется сделать заключение о соответствии или несоответствии среднего времени ее безотказной работы  $\mu$  заданному значению  $\mu_T$ .

Полагается, что время безотказной работы СУ  $\hat{X}$  распределено по экспоненциальному закону  $\varphi_{\hat{X}}(X; \mu) = \exp(-X/\mu)/\mu$ , в котором параметр  $\mu$  является средним временем безотказной работы системы.

В этом случае отношение правдоподобия для проверки гипотезы  $H_0: \mu = \mu_T$ , согласно [2], определяется по формуле

$$v^* = (\mu_c / \mu_T)^N \exp[-N(\mu_c / \mu_T - 1)],$$

где  $\mu_c = \sum_{i=1}^N X_i / N$  — оценка максимально правдоподобия среднего времени безотказной работы системы, полученная по результатам испытаний.

Точные значения  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 5$ ) первых пяти начальных моментов величины  $\hat{z} = -2 \ln(\hat{v})$  найти непосредственно по распределению  $\varphi_{\hat{z}}(z)$  оказалось достаточно сложно. Гораздо проще определяются семиинварианты  $\hat{z}$  по характеристической функции

$$\kappa_r = 2^r N \left[ (-1)^r N^{r-1} \Psi^{(r-1)}(N) - (r-2)! \right], r > 1; \kappa_1 = 2N [\ln N - \Psi(N)],$$

где  $\Psi(\cdot)$  — пси-функция [3].

Семиинварианты и начальные моменты связаны известными зависимостями [3]

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \kappa_1; \alpha_2 = \kappa_2 + \kappa_1^2; \alpha_3 = \kappa_3 + 3\kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1^3; \alpha_4 = \kappa_4 + 3\kappa_2^2 + 4\kappa_1 \kappa_3 + 6\kappa_1^2 \kappa_2 + \kappa_1^4; \\ \alpha_5 &= \kappa_5 + 10\kappa_2 \kappa_3 + 5\kappa_1 \kappa_4 + 15\kappa_1 \kappa_2^2 + 10\kappa_1^2 \kappa_3 + 10\kappa_1^3 \kappa_2 + \kappa_1^5. \end{aligned}$$

Пусть, например, число опытных образцов  $N = 7$ . Тогда первые пять начальных моментов случайной величины  $\hat{z}$  принимают следующие значения:  $\alpha_1 = 1,0238$ ;  $\alpha_2 = 3,1429$ ;  $\alpha_3 = 16,0745$ ;  $\alpha_4 = 115,0481$ ;  $\alpha_5 = 1058,2212$ .

Параметры аппроксимирующего распределения  $\tilde{\varphi}_{\hat{z}}(z)$ , найденные путем решения системы нелинейных уравнений (5), имеют вид:  $c_1 = 0,5012$ ;  $\beta_1 = 2,0450$ ;  $\beta_2 = 2,0451$ ;  $\rho_1 = 0,5010$ ;  $\rho_2 = 0,5000$ .

Уровень значимости  $\gamma$ , как правило, берется из диапазона  $[0,01; 0,1]$ . Если положить, что  $\gamma = 0,01$ , то критическая граница для проверки гипотезы о том, что среднее время безотказной работы СУ  $\mu = \mu_T$ ,  $z_\gamma = 6,7874$ . При  $\gamma = 0,05$  получается  $z_\gamma = 3,9305$ , а при  $0,1$  —  $2,7687$ .

Если число опытных образцов  $N = 5$ , то начальные моменты случайной величины  $\hat{z}$  принимают значения  $\alpha_1 = 1,0332$ ;  $\alpha_2 = 3,1998$ ;  $\alpha_3 = 16,5020$ ;  $\alpha_4 = 119,0417$ ;  $\alpha_5 = 1103,1362$ , а параметры аппроксимирующего распределения  $\tilde{\varphi}_{\hat{z}}(z)$  —  $c_1 = 0,5000$ ,  $\beta_1 = 2,0450$ ,  $\beta_2 = 2,0480$ ,  $\rho_1 = 0,5000$ ,  $\rho_2 = 0,5001$ .

В этом случае критическая граница для проверки гипотезы  $H_0: \mu = \mu_T$   $z_\gamma = 6,7894$  при  $\gamma = 0,01$ ,  $3,9310$  — при  $0,05$  и  $2,7686$  — при  $0,1$ .

Аналогичные расчеты могут быть проведены по описанной схеме при других уровнях значимости и количестве опытных образцов.

**Заключение.** Предложенная методика позволяет повысить достоверность принимаемых решений о соответствии или несоответствии различных характеристик СУ требованиям технического задания при ограниченном числе натуральных испытаний. Основные сложности в ее реализации возникают при вычислении точных значений начальных моментов  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 5$ ). В ряде случаев могут оказаться полезными расчетные соотношения, приведенные в работе [2].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1979. 408 с.
2. Арсеньев В. Н. Определение соответствия характеристик системы управления заданным требованиям по ограниченному объему испытаний // Изв. вузов. Приборостроение. 1996. № 4. С. 23—27.
3. Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. Ч. 1. М.: Наука, 1973. 632 с.
5. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 416 с.

#### Сведения об авторах

- Владимир Николаевич Арсеньев** — д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра автоматики и электроники, Санкт-Петербург;  
E-mail: vladar56@mail.ru
- Александр Сергеевич Фадеев** — канд. техн. наук, доцент; Федеральное государственное унитарное предприятие „Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры“, Москва; генеральный директор

Рекомендована кафедрой  
Автоматики и электроники

Поступила в редакцию  
10.07.12 г.



В. В. КАРАГОДИН

## ОСОБЕННОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЯ ИНТЕГРИРУЮЩИМ ЗВЕНОМ С ПРИСОЕДИНЕННЫМ ГАРМОНИЧЕСКИМ ОСЦИЛЛЯТОРОМ

Рассматривается задача оптимального управления объектом, состоящим из интегрирующего звена и присоединенного гармонического осциллятора. Показано, что возникающие трудности при ее численном решении объясняются особенностями оптимального управления рассматриваемым объектом.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, гармонический осциллятор, система нелинейных уравнений, длительность интервалов управления, начальное приближение.

**Введение.** Рассмотрим задачу определения оптимального управления объектом, состоящим из интегрирующего звена и присоединенного гармонического осциллятора, как функции времени (задача расчета оптимальной программы).

Учитывая смену знака управляющего воздействия, используя метод припасовывания и результаты [1], позволяющие определить необходимое число интервалов управления для перевода такого объекта из начального положения  $\mathbf{x}^0$  фазового пространства в начало координат  $\mathbf{x}^k$ , можно получить трансцендентную алгебраическую систему уравнений относительно длительности интервалов оптимального управления [2].

При численном решении этой системы уравнений возникает необходимость выбора начальных приближений неизвестных (длительности интервалов управления). Попытки решить систему уравнений относительно длительности интервалов управления, полученную для данного объекта, содержащего присоединенный гармонический осциллятор (без демпфирования), часто приводят к неудачам из-за незнания начального приближения длительности интервалов управления.

В отдельных случаях, даже после того как получено решение такой системы уравнений для конкретных начальных значений фазовых координат, их незначительное изменение может приводить к расходящемуся вычислительному процессу несмотря на, казалось бы, „хорошее“ начальное приближение, выбираемое в соответствии с рекомендациями [2]. Таким образом, необходимо исследовать особенности оптимального управления объектами данного типа.

**Постановка задачи.** Структурная схема рассматриваемого объекта представлена на рис. 1 ( $k_0, k$  — коэффициенты передачи звеньев, входящих в состав объекта управления;  $T$  — постоянная времени гармонического осциллятора;  $u$  — управляющее воздействие,  $|u| \leq u_{\max}$ ;  $x_0, x_1, x_2$  — фазовые координаты объекта).

Движение рассматриваемого объекта описывается системой дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_0 &= k_0 u; \\ \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{T} x_1 + \frac{k}{T} u. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

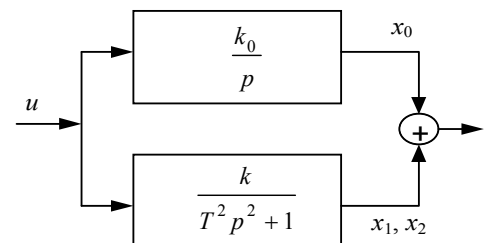


Рис. 1

Будем считать, что требуется перевести данный объект из точки фазового пространства  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 = (x_0^0; x_1^0; x_2^0)^T$  в начало координат  $\mathbf{x}(T_k) = \mathbf{x}^k = 0$  за минимальное время при наличии ограничения на управление  $|u| \leq u_{\max}$ .

Оптимальное по быстродействию управление рассматриваемым объектом является кусочно-постоянной функцией времени. В общем случае число интервалов управления зависит от положения начальной  $\mathbf{x}^0$  и конечной  $\mathbf{x}^k$  точек и может превосходить порядок объекта.

Будем полагать для простоты и наглядности, что начальные значения координат осциллятора  $x_1(0) = 0$ ,  $x_2(0) = 0$ , т.е. осциллятор находится в состоянии покоя. В этом случае в соответствии со статьей [1] можно полагать, что точка фазового пространства  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0$ , из которой требуется перевести объект, принадлежит области  $\mathbf{G}_3(\mathbf{x})$ , из которой перевод объекта в начало координат возможен не более чем за три интервала управления, т.е.  $\mathbf{x}(0) \in \mathbf{G}_3(\mathbf{x})$  [2].

Тогда система нелинейных уравнений относительно длительности интервалов управления будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} t_1 - t_2 + t_3 + \frac{x_0^0}{k_0 u} &= 0; \\ (x_1^0 - ku) \cos \lambda(t_1 + t_2 + t_3) + \frac{x_2^0}{\lambda} \sin \lambda(t_1 + t_2 + t_3) + \\ &+ 2ku \cos \lambda(t_2 + t_3) - 2ku \cos \lambda t_3 + ku = 0; \\ -(x_1^0 - ku) \sin \lambda(t_1 + t_2 + t_3) + \frac{x_2^0}{\lambda} \cos \lambda(t_1 + t_2 + t_3) - \\ &- 2ku \sin \lambda(t_2 + t_3) + 2ku \sin \lambda t_3 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $t_1, t_2, t_3$  — длительность интервалов управления;  $\lambda = 1/T$ .

Для численного решения этой системы уравнений необходимо выбрать начальное приближение длительности интервалов управления  $t_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

Очевидно, что для рассматриваемой задачи длительность первого интервала управления будет в основном определяться временем перевода интегрирующего звена из начальной точки  $x_0^0$  в начало координат. Из первого уравнения системы (2) можно получить

$$t_1 = -\frac{x_0^0}{k_0 u} + t_2 - t_3.$$

Считая, что для заданных начальных условий  $\mathbf{x}(0)$  известна длительность первого интервала  $t_1$  оптимального управления, найдем длительность интервалов  $t_2, t_3$ , учитывая при этом, что они не должны превышать величину  $\pi T$  [2]. Для этого определим значения фазовых координат осциллятора в конце первого интервала управления, воспользовавшись решением двух последних дифференциальных уравнений системы (1):

$$\begin{aligned} x_1(t_1) &= (x_1^0 - ku) \cos \lambda t_1 + \frac{x_2^0}{\lambda} \sin \lambda t_1 + ku = -ku \cos \lambda t_1 + ku; \\ x_2(t_1) &= -(x_1^0 - ku) \lambda \sin \lambda t_1 + x_2^0 \cos \lambda t_1 = ku \lambda \sin \lambda t_1, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $u$  — значение управляющего воздействия, равное  $u_{\max}$  с соответствующим знаком управления на первом интервале.

Подставив значения  $x_1(t_1)$  и  $x_2(t_1)$  вместо начальных значений координат осциллятора  $x_0^0, \dot{x}_0^0$  [1], с учетом смены знака управления на втором интервале в выражения для длительности интервалов

$$t_2 = T \arccos \left( 1 - \frac{(x_0^0 - ku)^2 + (\dot{x}_0^0 / \lambda)^2 - (ku)^2}{4(ku)^2} \right), \quad (4)$$

$$t_1 = T \arccos \left( \frac{(x_0^0 - ku)ku(1 - 2 \cos \lambda t_2) + 2ku(\dot{x}_0^0 / \lambda) \sin \lambda t_2}{(x_0^0 - ku)^2 + (\dot{x}_0^0 / \lambda)^2} \right) - t_2, \quad (5)$$

которые найдены для оптимального управления гармоническим осциллятором по переводу его в начало координат из любой точки области фазовой плоскости, ограниченной окружностью радиуса  $2|ku|$  с центром в начале координат [1], получим:

$$\left. \begin{aligned} t_3 &= T \arccos \left[ 1 - \frac{x_1^2(t_1) + 2kux_1(t_1) + (x_2(t_1) / \lambda)^2}{4(ku)^2} \right] = T \arccos(\cos \lambda t_1) = t_1 - 2\pi n; \\ t_2 &= T \arccos \left[ \frac{(x_1(t_1) + ku)ku(2 \cos \lambda t_3 - 1) - 2ku(x_2(t_1) / \lambda) \sin \lambda t_3}{(x_1(t_1) + ku)^2 + (x_3(t_1) / \lambda)^2} \right] - t_3 = \\ &= T \arccos \left( \frac{-4 + 5 \cos \lambda t_1}{5 - 4 \cos \lambda t_1} \right) - t_3 = T \arccos \left( \frac{-4 + 5 \cos \lambda t_1}{5 - 4 \cos \lambda t_1} \right) - t_1 + 2\pi n, \\ & n = 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Подставив выражения (6) для  $t_2, t_3$  в первое уравнение (2), получим равносильное ему

$$\varphi(t_1) = \frac{x_1^0}{k_0 u} - T \arccos \left( \frac{-4 + 5 \cos \lambda t_1}{5 - 4 \cos \lambda t_1} \right) + 3t_1. \quad (7)$$

Очевидно, что функция  $\varphi(t_1)$  определена на интервале  $0 \leq t_1 < \infty$ .

В точках  $t_1 = \pi T + 2\pi T$ , являющихся критическими точками функции,

$$\frac{d\varphi(t_1)}{dt_1} = \frac{-12 + 12 \cos \lambda t_1}{5 - 4 \cos \lambda t_1} = 0.$$

На интервалах  $0 + 2\pi T \leq t_1 \leq \pi T + 2\pi T$  функция монотонно возрастает ( $\varphi'(t_1) \geq 0$ ), поэтому решение на этих интервалах для конкретных начальных координат объекта управления будет единственным.

С использованием численных решений системы (2) были построены графики (рис. 2) зависимости длительности интервалов оптимального по быстродействию управления интегрирующим звеном с присоединенным гармоническим осциллятором от начального значения выходной координаты интегрирующего звена  $x(0) \in \mathbf{G}_3(x)$  (начальные значения координат гармонического осциллятора равны нулю).

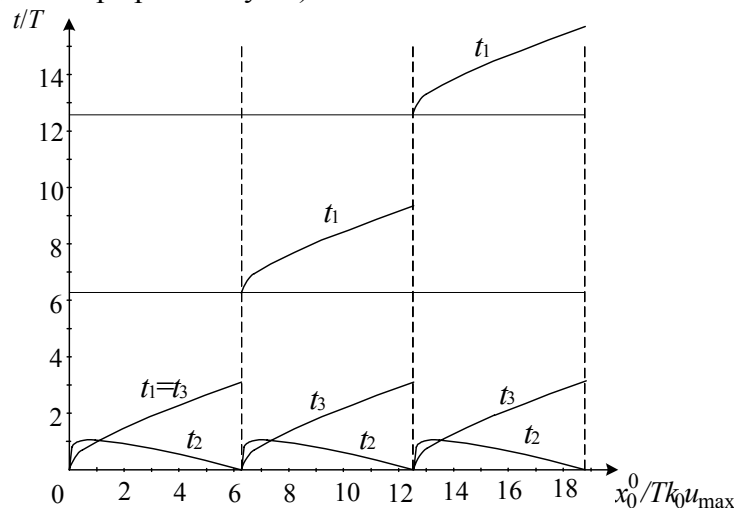


Рис. 2

Из рис. 2 следует, что функции

$$t_i = f_i(x_0^0), i = 1, 2, 3, \dots$$

в точках

$$x_0^0 = 2\pi r T k_0 u_{\max}, r = 1, 2, 3, \dots$$

терпят разрыв.

Данные значения координаты интегрирующего звена соответствуют значениям  $t_1 = \pi T + 2\pi T$ , которые являются критическими точками функции (7).

Наличием разрывов функций  $t_i = f_i(x_0^0)$  объясняются сложности, которые могут возникнуть при численном решении задачи нахождения оптимального управления рассматриваемым объектом для различных начальных условий.

Так, например, если при нахождении оптимального управления для перевода рассматриваемого объекта из начальной точки, принадлежащей интервалу

$$0 \leq x_0^0 \leq 2\pi r T k_0 u_{\max}, r = 2, 3, \dots,$$

в качестве начального приближения длительности интервалов управления использовать, например, значения длительности интервалов оптимального управления по переводу объекта из начальной точки, принадлежащей

$$0 \leq x_0^0 \leq 2\pi T k_0 u_{\max},$$

без учета скачков функций  $t_i = f_i(x_0^0)$ , то вычислительный процесс может оказаться *расходящимся*.

Следует отметить, что и при определенных ненулевых начальных условиях фазовых координат гармонического осциллятора появляются разрывы (скачки) функций  $t_i = f_i(x_0^0)$ .

Справедливость полученных результатов была проверена многочисленными решениями на ЭВМ задачи нахождения оптимального управления рассматриваемым объектом.

В качестве примера, подтверждающего полученные выводы, в таблице представлены результаты численного решения задачи оптимального по быстродействию перевода рассматриваемого объекта (см. рис. 1) с параметрами  $k_0 = 1 \text{ с}^{-1}$ ;  $k = 1$ ;  $T = 1 \text{ с}$  в начало координат из точек  $(-5, 0, 0)$  и  $(-10, 0, 0)$ .

$x_0, x_1, x_2$	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$t_3, \text{с}$
-5, 0, 0	2,659	0,319	2,659
-10, 0, 0	8,453	0,623	2,170

**Заключение.** Полученные результаты позволяют сделать следующий вывод: зависимости длительности интервалов оптимального по быстродействию управления объектом, состоящим из интегрирующего звена и присоединенного гармонического осциллятора, от начального значения фазовой координаты интегрирующего звена при определенных начальных значениях фазовых координат присоединенного гармонического осциллятора являются *кусочно-непрерывными функциями*.

Наличие точек разрыва приводит к трудностям выбора начального приближения длительности интервалов оптимального управления при численном решении задачи нахождения оптимального управления рассматриваемым объектом.

Отмеченные особенности оптимального управления представляют теоретический интерес и полезны для практики. Их учет позволит избежать указанных сложностей при расчете оптимального управления для данного типа объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герасимов А. Н., Карагодин В. В. Определение числа интервалов оптимального по быстродействию управления объектом с присоединенным гармоническим осциллятором // Изв. вузов. Приборостроение. 1990. Т. 33, № 9. С. 15—19.
2. Карагодин В. В. Метод последовательных опорных решений в задачах оптимального быстродействия. СПб: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2013. 144 с.

**Владимир Викторович Карагодин** —

*Сведения об авторе*

канд. техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра энергоснабжения, Санкт-Петербург

Рекомендована кафедрой энергоснабжения

Поступила в редакцию 19.06.13 г.

УДК 620.1, 531.7

В. М. МУСАЛИМОВ, Г. Б. ЗАМОРУЕВ, Ю. С. МОНАХОВ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ  
МОНИТОРИНГА ПОДЗЕМНЫХ КАМЕР**

Рассматриваются особенности моделирования динамики скважинного гидроакустического прибора для мониторинга подземных камер. Предложена математическая модель механической системы, определены ее основные параметры, выведена передаточная функция и выполнено моделирование.

*Ключевые слова:* скважинный гидроакустический прибор, измерительная система, моделирование динамики, передаточная функция.

Скважинные гидроакустические приборы применяются в современной технике для контроля за состоянием подземных камер при добыче полезных ископаемых и хранении жидких углеводородов [1]. При разработке полезных ископаемых закрытым способом на расстоянии от нескольких сотен метров до нескольких километров под поверхностью земли образуются пустоты (камеры), мониторинг которых представляет весьма нетривиальную инженерную задачу, связанную с необходимостью проводить измерения объемных характеристик камер на большой глубине (до 2,5 км), зачастую в агрессивной среде (например, рассол) при гидростатическом давлении до 25 МПа.

Используемый для мониторинга подземных камер скважинный прибор (рис. 1, а) с помощью каротажной станции опускается через технологическую трубу в скважину для исследования пространственного расположения стенок камеры и ее свода. Радиальное измерение расстояний до стенок камеры обеспечивается поворотом блока преобразователей вокруг оси прибора с помощью встроенных в блок кинематики редуктора и электродвигателя.

Моделирование динамики измерительной системы позволяет оптимизировать ее конструктивные параметры для повышения точности и сокращения времени измерений [2].

Математическая модель рассматриваемой электромеханической измерительной системы приведена на рис. 1, б. Подвижные блоки прибора представлены в виде двух масс, связанных между собой и с наземным неподвижным основанием упругими и диссипативными связями. Движения рассматриваемой системы описываются следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1 \varphi_1 + c_2 (\varphi_1 - \varphi_2) + b_2 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + b_1 \dot{\varphi}_1 = 0, \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 + c_2 (\varphi_2 - \varphi_1) + b (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) = M, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — угол поворота соответственно первой и второй массы;  $M$  — момент на валу электродвигателя;  $m_1$  и  $J_1$  — масса и момент инерции первой массы;  $m_2$  и  $J_2$  — масса и момент инерции второй массы;  $c_1$  — крутильная жесткость геофизического кабеля;  $c_2$  — жесткость передаточного механизма;  $b_1$  — конструктивная вязкость геофизического кабеля;  $b_2$  — коэффициент демпфирования, учитывающий трение в уплотнительных элементах конструкции [3].

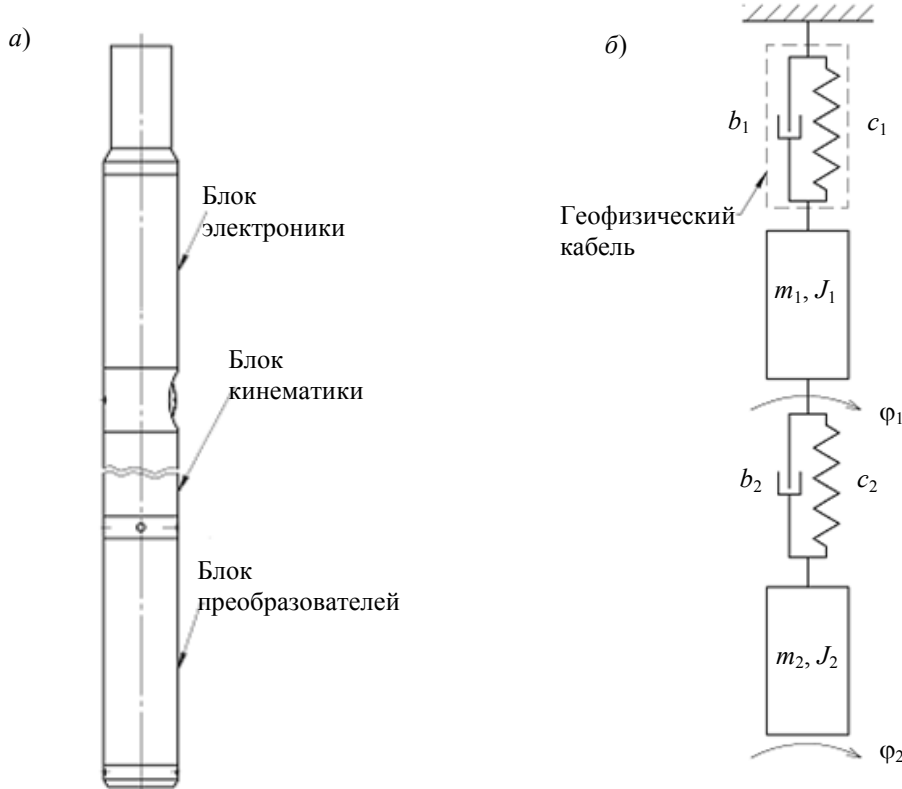


Рис. 1

На основании системы уравнений (1) с помощью пакета MatLab Simulink составлена схема моделирования, представленная на рис. 2, а. Было выполнено моделирование динамической системы с помощью среды SimMechanics (рис. 2, б), которая на основе построенной в редакторе системы формулирует и решает уравнения движения для всей механической системы.

Для исследования точностных параметров работы электромеханической измерительной системы определим передаточную функцию и проанализируем ее с точки зрения теории управления. Представим математическую модель системы в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 + q_1\varphi_1 + q_2(\varphi_1 - \varphi_2) + q_3(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + q_4\dot{\varphi}_1 &= 0, \\ \ddot{\varphi}_2 + q_5(\varphi_2 - \varphi_1) + q_6(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) - Q &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь

$$q_1 = \frac{c_1}{J_1}; \quad q_2 = \frac{c_2}{J_1}; \quad q_3 = \frac{b_2}{J_1}; \quad q_4 = \frac{b_1}{J_1}; \quad q_5 = \frac{c_2}{J_2}; \quad q_6 = \frac{b_2}{J_2}; \quad Q = \frac{M}{J_2}. \quad (3)$$

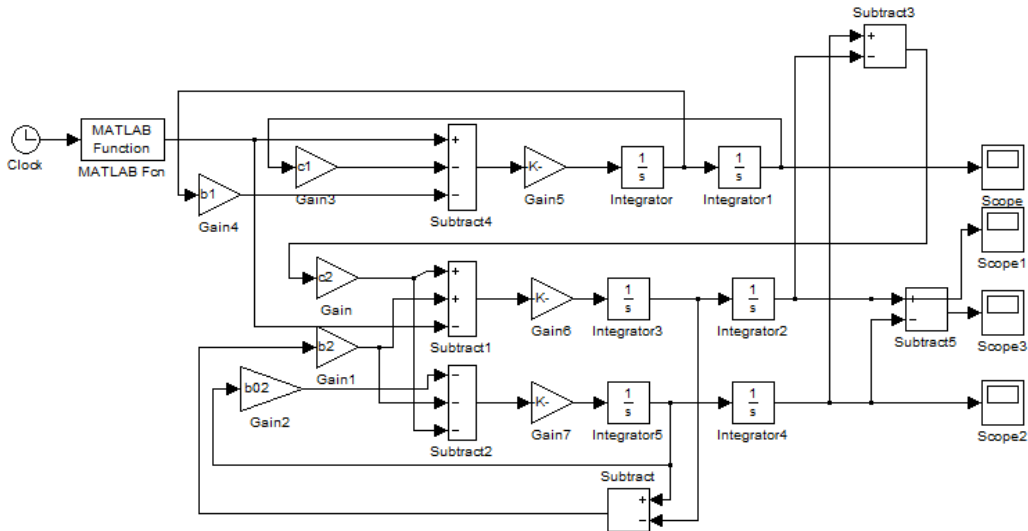
Представим систему в виде уравнений Коши:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Phi}_1 &= \Phi_2; \\ \dot{\Phi}_2 &= -q_1\Phi_1 - q_2(\Phi_1 - \Phi_3) - q_3(\Phi_2 - \Phi_4) - q_4\Phi_2; \\ \dot{\Phi}_3 &= \Phi_4; \\ \dot{\Phi}_4 &= -q_5(\Phi_3 - \Phi_1) - q_6(\Phi_4 - \Phi_2) + Q, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= \varphi_1; & \dot{\Phi}_1 &= \dot{\varphi}_1; \\ \Phi_2 &= \dot{\varphi}_1; & \dot{\Phi}_2 &= \ddot{\varphi}_1; \\ \Phi_3 &= \varphi_2; & \dot{\Phi}_3 &= \dot{\varphi}_2; \\ \Phi_4 &= \dot{\varphi}_2; & \dot{\Phi}_4 &= \ddot{\varphi}_2. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

а)



б)

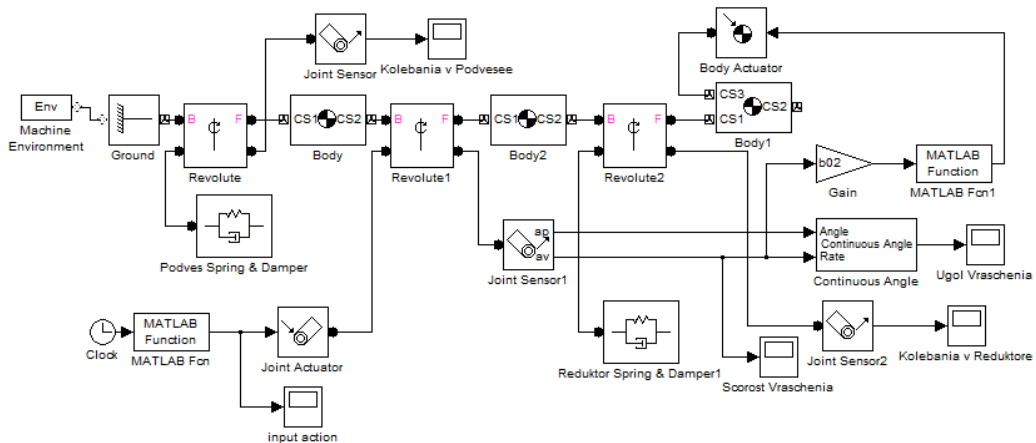


Рис. 2

Тогда можно записать уравнения движения системы в виде

$$\begin{cases} \dot{\Phi} = A\Phi + BU; \\ Y = C\Phi. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $Y$  — вектор измеряемой величины,  $A$  — матрица уравнений в пространстве состояний,  $\Phi$  — вектор-столбец переменных состояния,  $B$  — вектор-столбец управляющего параметра,  $U$  — вектор входного воздействия,  $C$  — вектор-столбец измерений:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(q_1 + q_2) & -(q_3 + q_4) & q_2 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ q_5 & q_6 & -q_5 & -q_6 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$U = (0 \ 0 \ 0 \ Q), \quad C = (1 \ 0 \ 0 \ 0).$$

Применив преобразование Лапласа, получим передаточную функцию системы в виде:

$$W(s) = \frac{2,438s + 2167}{s^4 + 19,13s^3 + 7648s^2 + 5,763 \cdot 10^{-4}s + 1,1127 \cdot 10^{-6}}. \quad (7)$$

Для удобства компьютерного моделирования было использовано  $z$ -преобразование:

$$W(z) = \frac{1,042 \cdot 10^{-7} z^3 + 7,287 \cdot 10^{-7} z^2 + 4,333 \cdot 10^{-7} z + 5,118 \cdot 10^{-9}}{z^4 - 3,726z^3 + 5,368z^2 - 3,55z + 0,9088}. \quad (8)$$

Сравнение передаточных функций (7) и (8) показывает, что при работе на частоте до 10 Гц их частотные характеристики не различаются. Для дискретной передаточной функции (8) определена переходная функция, приведенная на рис. 3, а.

В результате моделирования получены графики зависимости изменения выходного звена системы на ступенчатое входное воздействие (рис. 3, б).

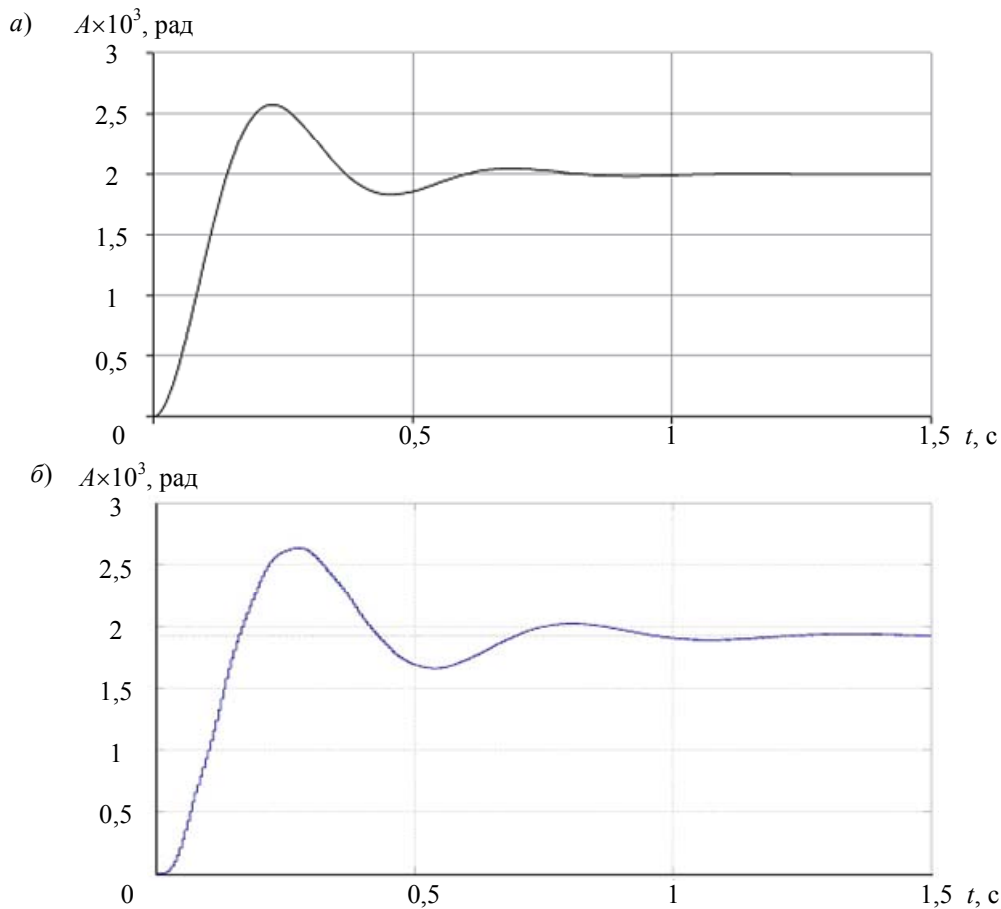


Рис. 3

Проанализировав полученные зависимости, можно сделать вывод, что результаты моделирования динамической системы в аналитическом виде и в виде моделей MatLab Simulink и SimMechanics практически равнозначны. Основные временные показатели качества динамической системы удовлетворяют требованиям к точности. Перерегулирование (склонность системы к колебаниям) составляет 33 %, длительность переходного процесса (быстродействие системы) 0,7 с, а степень затухания 1,7. Подобный график переходной функции свидетельствует об оптимальном характере выбора параметров динамической модели.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ноздрин М. А., Красковский А. А., Монахов Ю. С. Системные проблемы создания устройств для сканирования подземных камер // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 6. С. 15—19.
2. Мусалимов В. М., Ноздрин М. А., Родин Н. В. Динамический анализ уплотнительного элемента скважинного прибора // Там же. 2010. Т. 53, № 2. С. 16—19.
3. Мусалимов В. М., Сергушин П. А. Моделирование динамики магнитоэлектрического вариометра // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2008. № 57. С. 29—32.

*Сведения об авторах*

- Виктор Михайлович Мусалимов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; заведующий кафедрой; E-mail: musvm@ya.ru
- Георгий Борисович Заморев** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; E-mail: georgyz09@gmail.com
- Юрий Сергеевич Монахов** — Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; старший преподаватель; E-mail: monahovv@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
мехатроники

Поступила в редакцию  
20.06.13 г.

---

---

# ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

---

---

УДК 621.373.54

С. А. НЕСТЕРЕНКО, В. А. ЧУЛКОВ

## УПРАВЛЯЕМЫЙ КОЛЬЦЕВОЙ ГЕНЕРАТОР ИМПУЛЬСОВ

Предложена схема кольцевого генератора импульсов для устройств синхронизации и преобразования информации, построенная на основе элементов локальной фазовой интерполяции. Принцип опережающей интерполяции в сочетании с электронным регулированием оси интерполяции обеспечивает широкодиапазонную перестройку частоты при сокращенном шаге дискретизации времени. Приведены результаты исследования в моделирующей среде *LTSpice4* интегрального генератора, выполненного по 50-нанометровой технологии.

**Ключевые слова:** *кольцевой генератор, частота импульсов, время задержки, элемент задержки, фазовая интерполяция, модуляционная характеристика.*

Решение задачи повышения точности и производительности цифровых устройств синхронизации и преобразования информации без ужесточения требований к быстродействию элементной базы потребовало развития средств фазовой интерполяции (ФИ). ФИ предполагает деление интервала времени между парой событий на заданное число равных частей. Решение задачи деления тактового периода обеспечивает мультифазный кольцевой генератор (МКГ), представляющий собой замкнутую цепь буферов задержки с общей инверсной обратной связью [1]. Такие генераторы находят применение в системах синхронизации и восстановления данных, умножителях и синтезаторах частоты, цифровых измерительных преобразователях временных и фазовых величин, преобразователях формы представления информации [2].

Основные свойства МКГ определяются составляющими его каскадами: шаг дискретизации (смещение во времени импульсов на смежных выходах) равен времени задержки каскада  $t_D$ , а частота генерируемых импульсов зависит от их числа  $N$ :

$$f = 1/2Nt_D. \quad (1)$$

Как видно из (1), увеличение разрешения по времени при традиционном исполнении МКГ требует сокращения времени задержки его каскада, что не всегда возможно в рамках существующих технологий.

Обоснованный в статье [3] и получивший развитие в дальнейших разработках (см., например, [4]) способ опережающей ФИ (*Negative Skewed Delay*) позволяет преодолеть указанное технологическое ограничение и достичь разрешения, меньшего задержки каскада МКГ. Идея состоит в организации дополнительных обратных субсвязей в основном контуре МКГ, ускоряющих либо замедляющих, в зависимости от индексов обратной  $i$  и опережающей  $x$  связей, процесс продвижения сигнала по контуру. По существу, за счет объединения выходов инверторов со сложением их выходных токов осуществляется интерполяция исходного кванта времени  $t_D$  с фиксированными удельными весами опорных входов.

Частота генерируемых подобной схемой импульсов отличается от частоты импульсов, генерируемых обычной схемой кольцевого генератора [4]:

$$\delta f \approx \left( \frac{C_C}{C} - 1 \right) + k_0 A_S \frac{C_C}{C \operatorname{tg} \theta}, \quad (2)$$

где  $C_C$  и  $C$  — емкость нагрузки каскада для схемы с субсвязями и без них,  $\theta$  — фазовый сдвиг каскада с учетом его инверсии,  $A_S$  — усиление шунтирующего инвертора,  $k_0 = \sin[(i-1)\theta] + \operatorname{tg} \theta \cos[(i-1)\theta]$  — фазовый коэффициент,  $i$  — индекс обратной связи, численно равный количеству инверторов в каждом контуре дополнительной обратной связи. Для достижения значительного инкремента частоты, согласно (2), следует стремиться к минимизации увеличения емкости при подключении субсвязей и обеспечению положительных значений  $k_0$ . Электронная перестройка частоты генератора, необходимая в устройствах фазовой синхронизации и измерительных преобразователях, возможна путем регулирования параметров пассивных компонентов схемы либо путем изменения коэффициента усиления (а по сути — мощности) шунтирующего инвертора.

Рассмотрим схему МКГ, построенную на управляемых элементах ФИ, что обеспечивает плавное электронное регулирование частоты генерируемых мультифазных импульсов. Генератор (рис. 1) образован замкнутой в основное кольцо цепочкой из нечетного числа элементов ФИ, связи по кольцу осуществляются через первые входы элементов ФИ. Кроме того, в схеме имеются дополнительные субсвязи, шунтирующие пары каскадов основного кольца (второй вход элемента ФИ в каждом  $n$ -м каскаде подключен к выходу  $(n-3)$ -го каскада). Шунтирование четного числа каскадов обеспечивает необходимое для интерполяции и повышения частоты опережающее смещение позиции второго опорного сигнала, при котором опорные сигналы остаются почти синфазными. Таким образом, для рассматриваемой схемы индекс опережающей связи неизменен —  $x = 3$ . Индекс обратной связи зависит от числа каскадов генератора —  $i = N - x + 1$ .

Элементы ФИ, образующие схему многокаскадного многосвязного МКГ (рис. 1), снабжены управляющими входами, которые подключены к общему зажиму управляющего напряжения  $U_y$ . Каждый элемент ФИ имеет пару опорных входов  $X$ ,  $Y$  и выход  $Z$ , позиция фронта/спада импульса на котором относительно опорных импульсов, отсчитанная по уровню половины размаха, зависит от управляющего напряжения  $U_y$ :

$$t_Z = \alpha t_X + (1 - \alpha) t_Y + t_{D0}, \quad (3)$$

где  $\alpha = U_y / E \in 0, \dots, 1$  — коэффициент управления, определяющий „веса“ опорных сигналов,  $E$  — питающее напряжение,  $t_{D0}$  — время задержки базового инвертора в элементе ФИ. Такой элемент можно представить эквивалентной схемой в виде инвертора с потенциометром, устанавливающим удельные весовые коэффициенты входных сигналов. Необходимым условием интерполяции является перекрытие во времени фронтов (спадов) опорных сигналов.

Границы диапазона перестройки частоты определяются числом элементов ФИ, входящих в замкнутое кольцо генератора для  $0 < \alpha < 1$ . Характер модуляционной характеристики — зависимости частоты генерируемых импульсов от управляющего воздействия — определяется числом каскадов схемы, точнее его кратностью трем.

В том случае, когда число каскадов кратно трем (например, на рис. 1 — девять каскадов), при  $\alpha = 1$  в соответствии с (3) замкнуто основное кольцо генератора. Так как удельный вес входов элементов ФИ, участвующих в субсвязях, равен нулю, эти связи, по существу, отсутствуют, и частота определяется уравнением (1):

$$f_{\min} = 1/2N_{\alpha=1}t_{D0} = 1/18t_{D0}. \quad (4)$$

В случае  $\alpha \rightarrow 0$  элемент ФИ осуществляет взвешенное суммирование своих опорных сигналов, при этом его задержка, отсчитываемая от оси интерполяции, сокращается. Частота импульсов возрастает и достигает максимума при  $\alpha = 0$ , когда связи между каскадами по основному кольцу отключаются, и образуются три формально независимых генератора из элементов соответственно 1, 4, 7, элементов 2, 5, 8 и элементов 3, 6, 9 (см. рис. 1), каждый из которых генерирует импульсы с частотой  $f_{\max} = 1/2N_{\alpha=0}t_{D0} = 1/6t_{D0}$ . Таким образом, диапазон плавного регулирования частоты колебаний в схеме оценивается отношением 3:1. Если предположить, что период колебаний МКГ линейно связан со значением коэффициента управления  $T = T_{\max} - (1 - \alpha)(T_{\max} - T_{\min})$ , то модуляционная характеристика генератора может быть записана как

$$f(\alpha) = \frac{1}{2[N_{\alpha=1} - (1 - \alpha)(N_{\alpha=1} - N_{\alpha=0})]t_{D0}}. \quad (5)$$

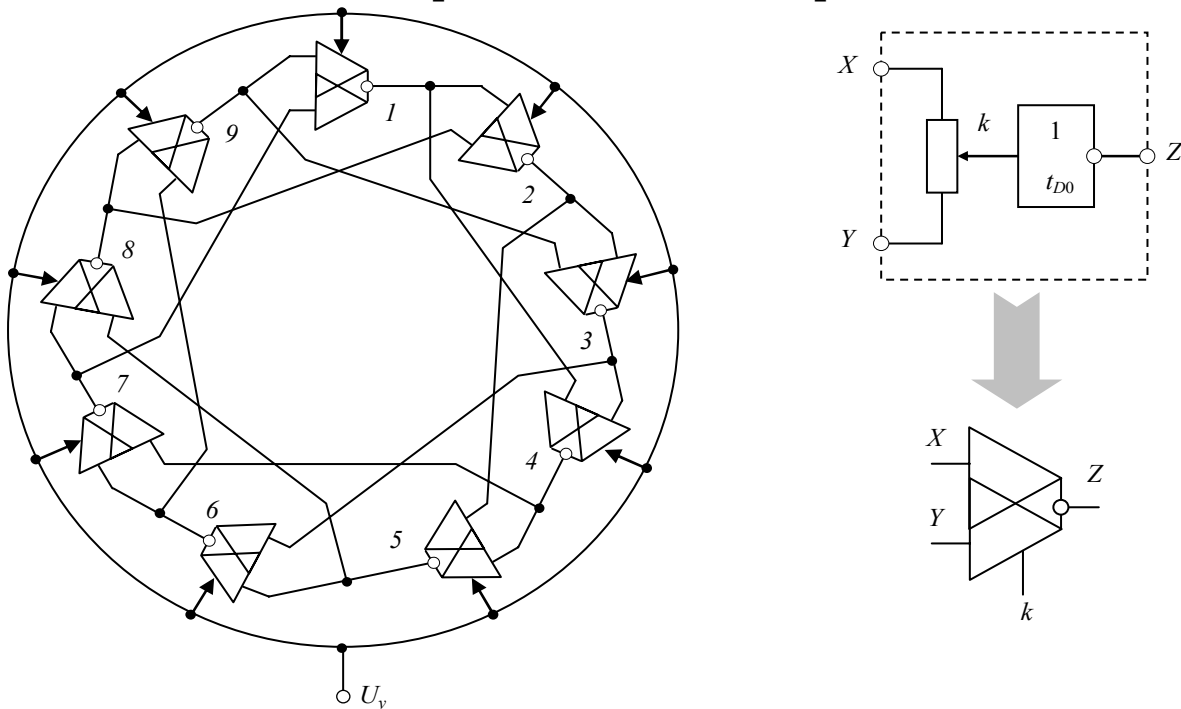


Рис. 1

Если число каскадов генератора не делится на три, то при любом значении управляющего воздействия оно остается неизменным, и частота на границах диапазона перестройки ( $\alpha = 1$ ,  $\alpha = 0$ ) определяется формулой (4). Значение частоты в центральной части модуляционной характеристики возрастает, при этом степень ее увеличения зависит, главным образом, от значения коэффициента  $k_0$  в (2), для  $x = 3$ :

$$k_0 = \sin \left[ \frac{(N-3)(N+1)}{N} \pi \right] + \operatorname{tg} \left( \frac{(N+1)}{N} \pi \right) \cos \left[ \frac{(N-3)(N+1)}{N} \pi \right]. \quad (6)$$

Значение  $k_0$  изменяется с возрастанием числа каскадов в интервале 5—15 от 1,175 до 0,42. Для абсолютного значения частоты в [4] найдено асимптотическое выражение, которое после некоторых преобразований для схемы на элементах ФИ может быть записано как

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{N+1}{N} \right) + k_0 A_S \right], \quad (7)$$

где  $R$  — выходное сопротивление каскада. В данной формуле первый член в скобках отражает составляющую, относящуюся к частоте традиционного одноконтурного кольцевого генератора, а второй — составляющую, обусловленную введением субсвязей. Поскольку значение

частоты зависит от многих конструктивно-технологических факторов, то аналитически можно дать лишь его приближенную оценку.

Для исследования предложенной схемы генератора с помощью программы *LTSpice4* [5] выполнено моделирование элемента ФИ и измерены основные характеристики устройства в целом. Для построения схем использованы модели современных МОП-транзисторов с коротким каналом *BSIM4* (*Berkeley Short-channel IGFET Model*), изготавливаемых по нормам 50-нанометрового техпроцесса [6, 7]. Указанные транзисторы обладают низким пороговым напряжением (порядка 0,2 В) и способны работать в схемах при напряжении питания 1 В.

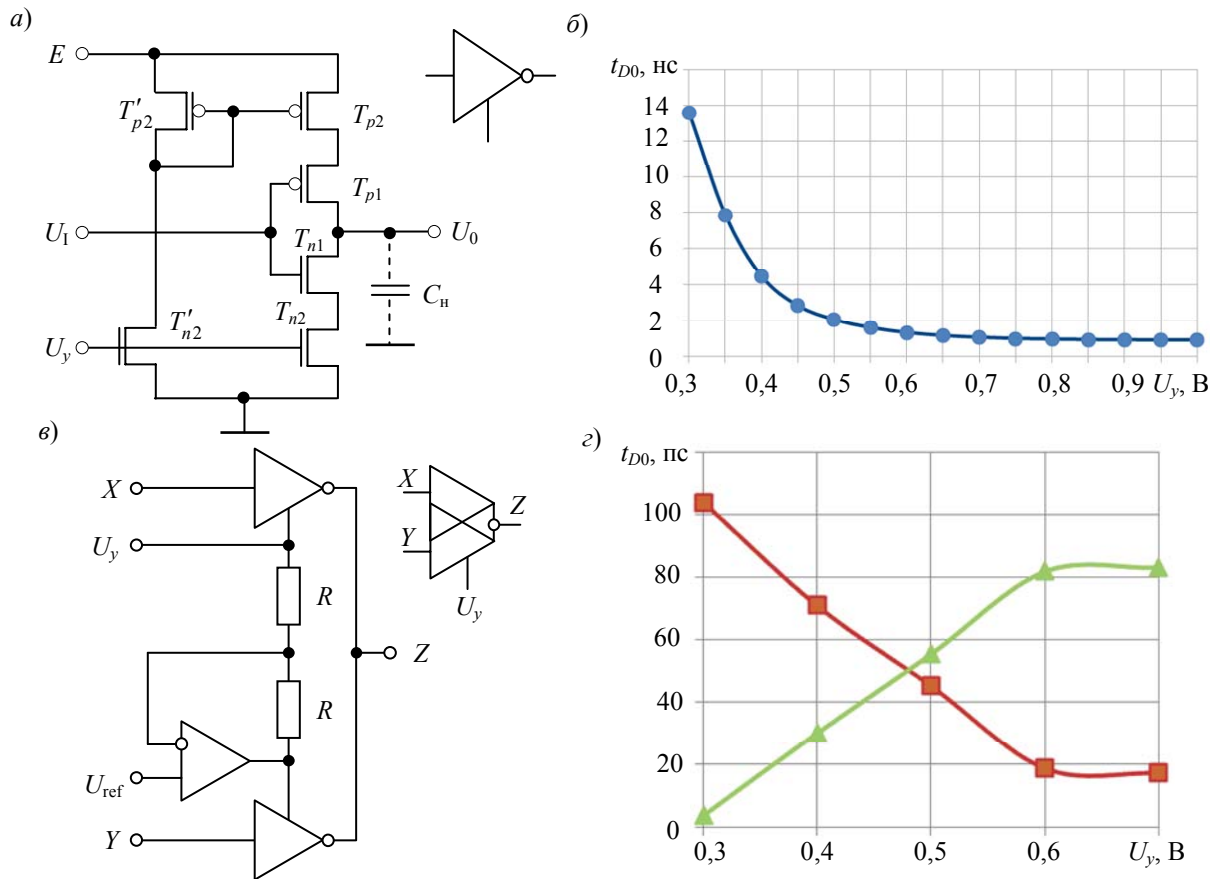


Рис. 2

В качестве базовой структуры элемента ФИ была выбрана схема КМОП инвертора с ограничением тока (рис. 2, а), обеспечивающая полный размах выходного напряжения в пределах питающего напряжения  $E$ . Основной инвертор, состоящий из комплементарных транзисторов  $T_{p1}$  и  $T_{n1}$ , встроено в образованную транзисторами  $T_{p2}, T'_{p2}, T_{n2}, T'_{n2}$  схему „токового зеркала“, обеспечивающую равенство абсолютных значений „вытекающего“ и „втекающего“ токов инвертора, что гарантирует симметрию задержки — равенство задержек фронта и спада импульса. Время задержки инвертора, которое отсчитывается по уровню половины размаха сигналов, определяется скоростью перезаряда емкости нагрузки  $C_n$ , поэтому изменение рабочего тока инвертора путем регулирования управляющего напряжения  $U_y$  приводит к изменению времени его задержки в соответствии с выражением [2]:

$$t_{PLH} = t_{PHL} = \frac{C_n E}{K (U_y - U_{пор})^2},$$

где  $U_{пор}$  — пороговое напряжение (В),  $K$  — удельная крутизна ( $A/V^2$ ), одинаковые для всех комплементарных транзисторов. Регулировочная характеристика смоделированного управляемого инвертора при емкости нагрузки 100 фемтофард представлена на рис. 2, б.

Схема элемента ФИ образована парой сопряженно-управляемых инверторов с объединенными выходами, поскольку для КМОП вентилях нет опасности короткого замыкания благодаря ограничивающему действию сопротивлений каналов (рис. 2, в). Сопряженное управление инверторами состоит в одинаковом, но разнонаправленном изменении управляющих напряжений  $U_y$ , указанных инверторов с помощью инвертирующего операционного усилителя со смещенной к  $U_{\text{ref}} = E/2$  точкой равновесия. Задержка полученного интерполирующего сигнала  $Z$   $t_{D0}$  компенсируется задержкой опорных сигналов с дополнительными инверторами сигналов  $X$  и  $Y$  (на рис. 2, в не показаны).

В ходе эксперимента опорные сигналы  $X$  и  $Y$  подавались на элемент ФИ с задержкой друг относительно друга в 100 пс, обеспечивающей выполнение условия интерполяции — перекрытие во времени их фронтов. Результаты определения позиции интерполирующего сигнала  $Z$  (оси интерполяции) на интервале между опорными сигналами  $X$  и  $Y$  (задержки  $X-Z$  и  $Z-Y$ ) в зависимости от управляющего напряжения приведены на рис. 2, г. С нарастанием напряжения  $U_y$  от 0,3 до 0,6 В фронт выходного сигнала  $Z$  перемещается от фронта сигнала  $X$  к  $Y$ , зависимость близка к линейной. Диапазон регулирования оси интерполяции составляет  $\pm 40$  пс.

В *LTSpice4* было построено несколько кольцевых генераторов с нечетным числом каскадов, для которых проверялись форма генерируемых импульсов, достигаемый шаг дискретизации времени как задержка каскада с учетом его инвертирующей функции, построены модуляционные характеристики. Во всех генераторах субвязи каскадов выполнялись с индексом опережения  $\chi = 3$ .

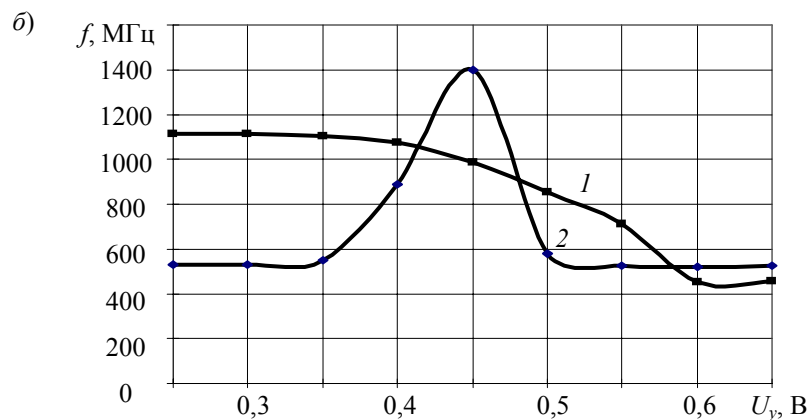
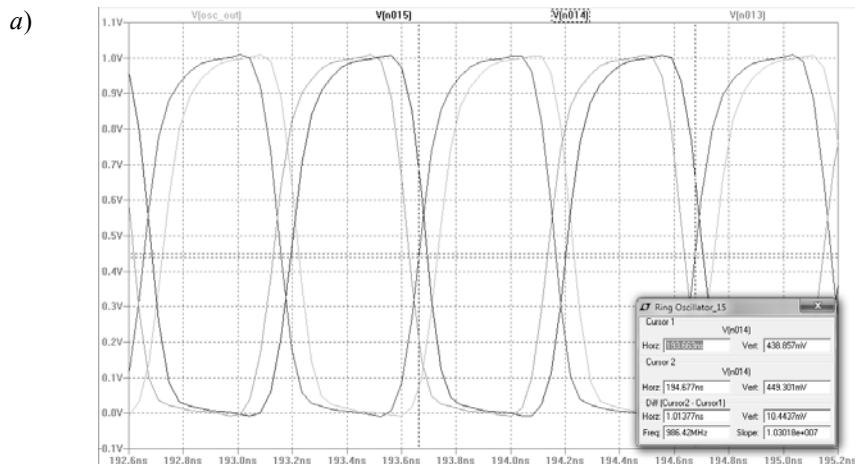


Рис. 3

На рис. 3 представлены результаты моделирования схемы 15-каскадного генератора — осциллограммы импульсов на четырех смежных выходах (а) и модуляционная характеристика (б). Для сравнения на рис. 3, б приведена также отличающаяся немонотонностью модуляционная

характеристика (кривая 2) 13-каскадного МКГ (число каскадов не кратно трем). Как и предполагалось (см. формулы (4)—(7)), схемы обеспечивают почти трехкратную перестройку частоты. Модуляционная характеристика носит монотонный характер при кратном трем числе каскадов и немонотонный с выраженным экстремумом — при числе каскадов, не кратном трем.

Импульсы на смежных выходах генератора инвертированы друг относительно друга и при средней частоте смещены во времени примерно на 33,8 пс. Если построить традиционную схему кольцевого генератора на обычных неуправляемых инверторах, то в нем достигается в полтора раза более высокая частота (для 15 каскадов  $\approx 1,5$  ГГц), что определяет шаг разбиения времени  $t_D = 1/2Nf_0 = 22,2$  пс. Однако в предложенной схеме имеется возможность регулирования и стабилизации частоты, что в ряде применений играет решающую роль, поскольку позволяет компенсировать технологический разброс и нестабильность параметров интегральной схемы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чулков В. А., Медведев А. В. Кольцевые генераторы импульсов на ПЛИС // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. № 12. С. 50—53.
2. Чулков В. А. Интерполирующие устройства синхронизации и преобразователи информации. М.: Физматлит, 2010.
3. Lee S.-J., Kim B., Lee K. A Novel High-Speed Ring Oscillator for Multiphase Clock Generation Using Negative Skewed Delay Scheme // IEEE J. of solid-state circuits. 1997. Vol. 32, N 2. P. 289—291.
4. Sun L., Kwasniewski T. A. A 1.25-GHz 0.35- $\mu$ m Monolithic CMOS PLL Based on a Multiphase Ring Oscillator // IEEE J. of solid-state circuits. 2001. Vol. 36, N 6. P. 910—916.
5. Linear Technology — Design Simulation and Device Models [Электронный ресурс]: <<http://www.linear.com/designtools/software/#LTspice>>.
6. Baker R. J. CMOS: circuit design, layout, and simulation. IEEE Press Series on Microelectronic Systems. 2010. 1208 p.
7. Модели МОП приборов [Электронный ресурс]: <[http://cmosedu.com/cmos1/cmosedu\\_models.txt](http://cmosedu.com/cmos1/cmosedu_models.txt)>.

#### Сведения об авторах

- Степан Андреевич Нестеренко** — аспирант; Пензенская государственная технологическая академия, кафедра вычислительных машин и систем; E-mail: zdvv@bk.ru
- Валерий Александрович Чулков** — д-р техн. наук, профессор; Пензенская государственная технологическая академия, кафедра вычислительных машин и систем; E-mail: chu@pgta.ac.ru

Рекомендована кафедрой  
вычислительных машин и систем

Поступила в редакцию  
29.10.12 г.

В. В. ДАВЫДОВ, В. И. ДУДКИН, А. Ю. КАРСЕЕВ

## ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ КОНСТАНТ РЕЛАКСАЦИИ ТЕКУЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ЯДЕРНО-МАГНИТНОМ СПЕКТРОМЕТРЕ

Рассмотрен метод повышения точности измерения времени продольной и поперечной релаксации (констант релаксации) текущей жидкости ядерно-магнитным спектрометром. Экспериментально исследовано влияние геометрических размеров анализатора и параметров катушки регистрации на величину отношения сигнал/шум на выходе схемы регистрации сигнала ядерного магнитного резонатора и на значение неоднородности магнитного поля анализатора в зоне расположения катушки регистрации.

*Ключевые слова:* анализатор, намагниченность, время продольной релаксации, время поперечной релаксации, катушка регистрации.

**Введение.** В настоящее время бесконтактные измерители расхода текущей жидкости и ее констант релаксации — расходомеры и спектрометры, принцип действия которых основан на явлении ядерного магнитного резонанса (ЯМР), успешно применяются для проведения измерений повышенной сложности [1—3]. Полное отсутствие контакта с измерительной средой делает их незаменимыми при длительном измерении расхода  $q$  и констант релаксации  $T_1$  и  $T_2$  агрессивных жидкостей (например, кислот и щелочей) и биологических растворов, где требуется соблюдение стерильности [4—6]. Кроме того, эти приборы необходимы для измерения  $q$ ,  $T_1$  и  $T_2$  тяжелой воды, которая используется в системе охлаждения атомных энергетических установок [7, 8]. Проточный ядерно-магнитный спектрометр используется также для определения процентного содержания воды в нефти и топливных нефтяных эмульсиях по измеренным константам релаксации [9—11].

ЯМР-измерители применяются как на быстрых, так и на медленных потоках жидкой среды. Поэтому к проточным измерителям предъявляются очень высокие требования по точности измерений. В большинстве случаев погрешность не должна превышать 0,3—0,5 % [2, 3, 12]. Промышленно выпускается только один тип ЯМР-расходомеров — меточный.

**Измерение констант релаксации.** Погрешность измерения констант релаксации текущей жидкости с помощью ЯМР-спектрометра определяется отношением сигнал/шум (ОСШ) в схеме регистрации сигнала ЯМР и неоднородностью магнитного поля магнита-анализатора — в зоне размещения катушки регистрации. В отличие от ЯМР-расходомера, в спектрометре к величине неоднородности магнитного поля магнита-анализатора предъявляются жесткие требования (не выше  $10^{-3}$ ). Это, в первую очередь, связано с тем, что при использовании модуляционной методики регистрации сигнала ЯМР в магните-анализаторе требуется частота модуляции  $f_m$  для ЯМР-расходомеров 500 Гц, а для спектрометров — 50 Гц. Поэтому регистрируемый сигнал ЯМР, используемый для проведения соответствующих измерений, в расходомерах представляет собой синусоидальное колебание (узкая полоса регистрации), а в спектрометре — гармоническое затухающее колебание в форме „виглей“ (широкая полоса). Принцип действия меточного ЯМР-расходомера основан на контроле изменения фазы регистрируемого синусоидального колебания (сигнал ЯМР). Погрешность измерения в этом случае в основном определяется ОСШ, зависящим от намагниченности жидкой среды, поступающей в катушку регистрации, и условий регистрации в ней сигнала ЯМР (величины поля магнита-анализатора, времени взаимодействия „отмеченной“ жидкости с полями катушки регистрации  $H_1$  и модуляции  $H_m$  и т.д.) [4—6, 10]. Для обеспечения значения ОСШ  $> 3$ , кото-



рое позволяет проводить измерения  $q$  с погрешностью 0,5 % в широком диапазоне расходов жидкости, сигнал ЯМР регистрируется в поле с индукцией  $B_a > 0,4$  Тл. Длина катушки регистрации  $L$  подбирается максимальной с учетом, в том числе, и величины неоднородности магнитного поля в зоне размещения катушки. Неоднородность в этом случае не должна искажать форму синусоиды, чтобы не препятствовать регистрации изменения фазы. Авторами было экспериментально установлено, что при  $B_a = 0,46$  Тл погрешность не превышает 0,5 % в динамическом диапазоне измерения расхода жидкости при неоднородности поля магнита анализатора  $\Delta H = 8 \cdot 10^{-3}$ . Измерения  $T_2$  по зарегистрированному в таких условиях сигналу ЯМР в широкой полосе ( $f_m = 50$  Гц) показали, что погрешность составляет более 20 % [13, 14].

В ЯМР-спектрометрах с текущей жидкостью, чтобы обеспечить необходимую величину неоднородности магнитного поля ( $10^{-3}$ ), вследствие специфики схем регистрации и наблюдения сигнал ЯМР регистрируют в слабых магнитных полях с  $B_a < 0,12$  Тл [13].

На основании проведенных ранее авторами исследований было установлено, что в текущей жидкости наиболее эффективно измерять значения  $T_1$  методом Джулотто, а  $T_2$  — по спаду сигнала ЯМР (в широкой полосе регистрации) [13—15]. В первом случае погрешность измерения  $T_1$  зависит от ОСШ [15, 16]. При измерении  $T_2$  по спаду сигнала ЯМР время поперечной релаксации определяют по формуле [15—17]:

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{\gamma \Delta H}{\pi}, \quad (1)$$

где  $T_2^*$  — эффективное время поперечной релаксации, вычисляемое по затуханию „виглей“ сигнала ЯМР,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение.

При изменении  $T_2$  погрешность зависит от величины  $\Delta H$  и ОСШ. Нецелесообразно снижать погрешность измерения за счет увеличения ОСШ с использованием схемы накопления сигнала ЯМР, как это было сделано авторами для стационарного ЯМР-спектрометра [18], так как часто возникает необходимость измерять константы релаксации в реальном времени (например, через 1—2 с).

Авторами была разработана конструкция анализатора (рис. 1, здесь 1 — полюса постоянного магнита, 2 — участок трубопровода, 3 — катушка регистрации; 4 — катушки модуляции, 5 — анализатор). В этой конструкции, в отличие от используемой в ЯМР-измерителях, в зоне размещения катушки регистрации увеличен диаметр трубопровода, характер течения жидкости неизменен. Такая конфигурация анализатора в магните-анализаторе позволяет уменьшить значение  $L$ , а следовательно, и величину неоднородности  $\Delta H$  магнитного поля. Соотношение между величинами  $d$ ,  $d_1$  и  $L$  подбиралось таким, чтобы в разработанной конструкции не было нарушено соотношение времени нахождения „сегмента“ жидкости в катушке регистрации и времени воздействия на этот „сегмент“ полей  $H_m$  и  $H_1$ .

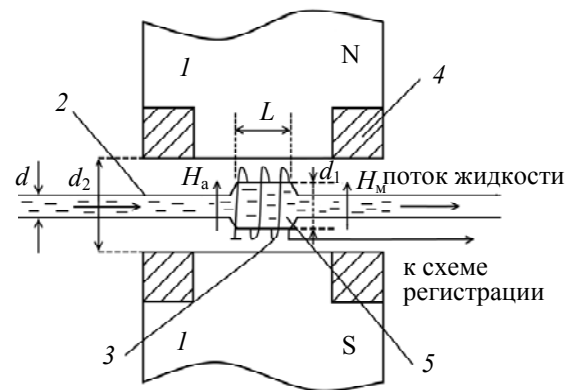


Рис. 1

Для проведения экспериментальных исследований с целью определения оптимальных соотношений параметров трубопровода  $d_1$ , параметров катушки регистрации  $L$  и  $N$  ( $N$  — число витков) и параметрами провода намотки катушки, а также значением поля  $H_a$ , которое уменьшается с увеличением расстояния между полюсами магнита  $d_2$ , по типовой схеме была собрана экспериментальная установка. С целью обеспечения высокого значения ОСШ для поляризации жидкости использовался постоянный магнит (рис. 2, а) с  $B_n = 0,67$  Тл

( $H_n = 533\,165$  А/м). Чтобы иметь возможность изменять расстояния между полюсами магнита-анализатора  $d_2$  под конструкции с различными значениями  $d_1$  в установке использовался модернизированный электромагнит (рис. 2, б). Величина  $H_a$  изменяется от 38 754 до 95 316 А/м при  $d_2 = 8$  мм. В промышленных ЯМР-измерителях применяется постоянный магнит-анализатор.

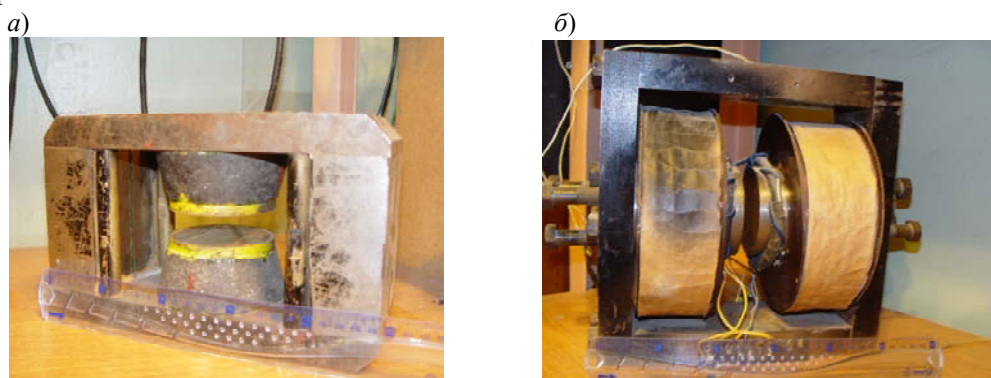


Рис. 2

Для проведения исследований было изготовлено 20 экземпляров анализатора различных диаметров  $d_1$  (4—14 мм) и длины (15 и 25 мм).

На рис. 3 в качестве примера представлены сигналы ЯМР, полученные для разных конструкций анализатора (*a* — традиционная, *б* — предлагаемая), при оптимальном расходе жидкости  $q$  (*a* —  $H_a = 57\,750$  А/м,  $d = d_1 = 3$  мм,  $d_2 = 8$  мм,  $L = 7$  мм,  $\Delta H = 8 \cdot 10^{-4}$ ; *б* —  $H_a = 48\,123$  А/м,  $d = 3$  мм,  $d_1 = 6$  мм,  $d_2 = 12$  мм,  $L = 3$  мм,  $\Delta H = 4 \cdot 10^{-4}$ ). В качестве рабочей жидкости использовалась отфильтрованная водопроводная вода ( $T = 18,5$  °С). Амплитуда поля модуляции  $H_m$  для каждого представленного сигнала ЯМР выбиралась из максимального ОСШ, частота модуляции  $f_m = 50$  Гц.

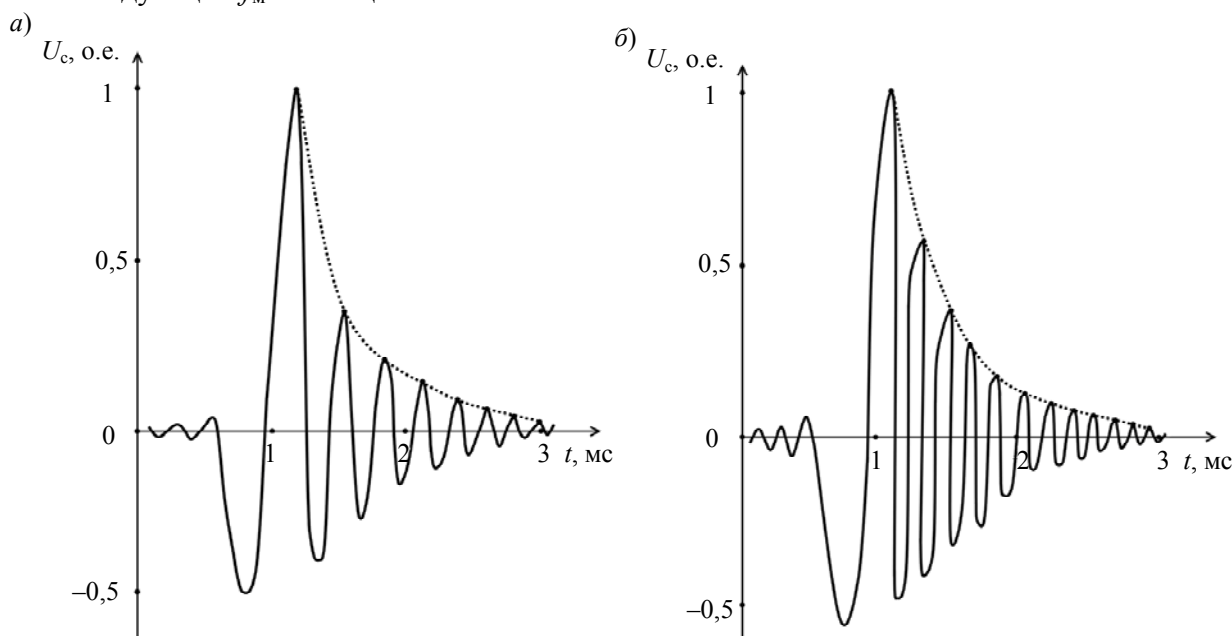


Рис. 3

По методу Джуллото с использованием этих двух сигналов было измерено время продольной релаксации  $T_1$ . Для случая рис. 3, *a*  $T_1 = 1,121 \pm 0,009$  с, для рис. 3, *б* —  $1,117 \pm 0,005$  с. Государственное унитарное предприятие „Водоканал“ при данной температуре воды обеспечивает  $T_1 = 1,113 \pm 0,012$  с. Кроме того, проба воды при  $T = 18,5$  °С была исследована на стационарном рентгеновском спектрометре S2 RANGER (фирма BRUKER) в лаборатории

Санкт-Петербургского национального минерально-сырьевого университета „Горный“, где было получено значение  $T_1 = 1,1129 \pm 0,0019$  с.

В соответствии с методикой определения  $T_2^*$  [13, 15—17] по затуханию сигнала ЯМР по формуле (1) было определено значение  $T_2$ . Для рис. 3, а  $T_2 = 1,609 \pm 0,011$  мс, для рис. 3, б —  $T_2 = 1,612 \pm 0,007$  мс. Базовое значение ГУП „Водоканал“ по  $T_2 = 1,618 \pm 0,016$  мс; контрольное значение (рентгеновский спектрометр)  $1,6168 \pm 0,0018$  мс для данной пробы воды.

Результаты показывают, что данная вода пригодна к потреблению, и полностью подтверждают правильность проведенных измерений. Экспериментальные результаты также показали, что при оптимальных параметрах новой разработанной конструкции анализатора, катушки регистрации и поля магнита-анализатора с уменьшением  $\Delta H$  увеличивается число точек, по которым вычисляется  $T_2^*$ , это приводит к уменьшению погрешности измерения  $T_2$ .

На рис. 4 в качестве примера представлены экспериментальные зависимости величины ОСШ от расхода жидкости для различных диаметров анализатора при оптимизации параметров катушки регистрации, полей  $H_M$  и  $H_1$  по максимуму ОСШ (диаметр соединительного трубопровода  $d = 3$  мм,  $d_1 = 3$  (1), 6 (2), 8 мм (3);  $L = 7$  (1), 3 (2), 3 мм (3);  $H_a = 57\,750$  (1), 48\,123 (2), 39\,418 А/м (3)).

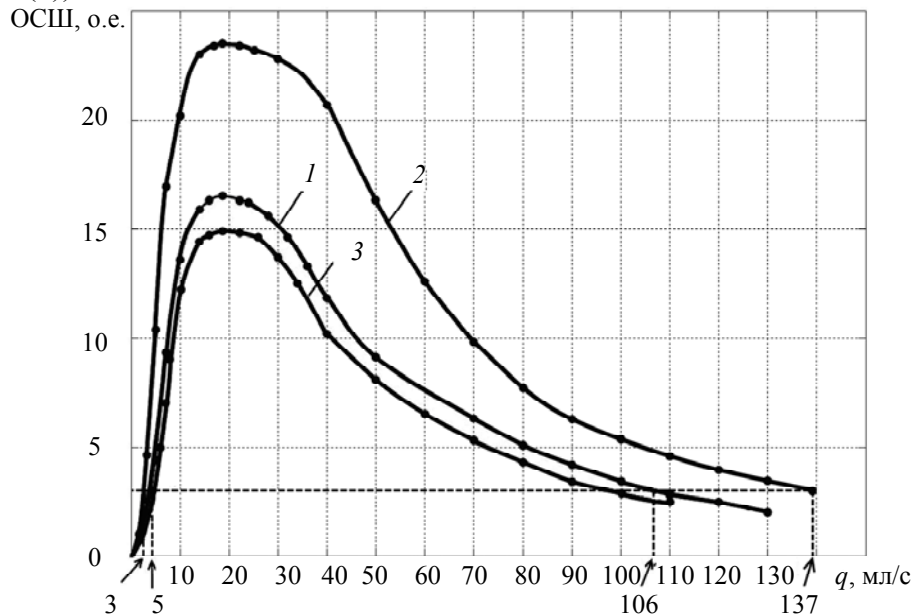


Рис. 4

На основании рис. 4 можно сделать вывод, что новая конструкция анализатора позволяет уменьшить погрешность измерения  $T_1$  и  $T_2$ , а также увеличить динамический диапазон измерений констант релаксации по расходу жидкости на 30 % с допустимой максимальной погрешностью измерения 0,5 %, которая обеспечивается в данных измерителях ОСШ = 3.

**Заключение.** В случае промышленного изготовления разработанной конструкции анализатора, соответствующей ей магнитной системы, катушки регистрации, катушек модуляции отношение сигнал/шум может еще больше увеличиться, а величина неоднородности  $\Delta H$  магнитного поля — уменьшиться по причине совершенствования технологических процессов, что автоматически увеличит динамический диапазон измерений. Кроме того, полученный результат может быть использован для улучшения технических характеристик меточных ЯМР-расходомеров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дудкин В. И., Пахомов Л. Н. Квантовая электроника. СПб: Изд-во Политехнического университета, 2012. 496 с.
2. Кремлёвский П. П. Расходомеры и счетчики количества. Кн. 2. СПб: Изд-во „Политехника“, 2004. 416 с.

3. Кабардина С. И., Шефер Н. И. Измерения физических величин. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. 152 с.
4. Жерновой А. И. Ядерно-магнитный расходомер. Л.: Машиностроение, 1985. 136 с.
5. Давыдов В. В. Малогабаритный поляризатор для ядерно-магнитных расходомеров и магнитометров // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. Т. 44, № 8. С. 49—52.
6. Давыдов В. В., Дудкин В. И. Режим работы меточного ЯМР-расходомера на основе эффекта параметрического резонанса // Изв. вузов. Приборостроение. 2002. Т. 45, № 5. С. 49—51.
7. Davydov V. V. The different work regimes of the nutation nuclear-magnetic flowmeter // Contemporary Techn. Phys. J. of Boston Physical Society. 1998. Vol. 9, N 3. P. 74—77.
8. Davydov V. V., Mihin Y. A. Compact nuclear-magnetic spectrometer // The 8<sup>th</sup> Intern. Youth Science Environmental Forum "ECOBALTICA'2011". St. Petersburg, 2011. P. 228—229.
9. Оробей И. О., Базаров Б. А., Файбышев А. Е. и др. Погрешности измерения меточных ядерно-магнитных расходомеров при смене течения жидкости // Изв. вузов. Приборостроение. 1989. Т. 32, № 8. С. 56—60.
10. Давыдов В. В., Семенов В. В. Нестационарный режим работы нутационных ЯМР расходомеров и магнитометров // Приборы и техника эксперимента. 1999. № 3. С. 151—153.
11. Жерновой А. И. Определение состава нефтегазовой смеси методом ядерного магнитного резонанса // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 10. С. 84—86.
12. Зайдель А. Н. Ошибки измерений физических величин. М.: Лань, 2005. 112 с.
13. Davydov V. V. The research of the relaxation times  $T_1$  and  $T_2$  in flow liquid // Atomic, Molecular and Optical Physics. 1997. Vol. 30, N 17. P. 3993—3994.
14. Давыдов В. В., Ермак С. В. Квантовый спектроанализатор на радиооптическом резонансе // Приборы и техника эксперимента. 2001. № 2. С. 92—95.
15. Лёше А. Ядерная индукция. М.: Иностранная литература, 1963. 678 с.
16. Davydov V. V. The calculation of relaxation times  $T_1$  and  $T_2$  for flow liquid // Intern. J. of Modern Physics. 1998. Vol. 7, N 9. P. 798—801.
17. Абрагам А. Ядерный магнетизм. М.: Иностранная литература, 1967. 686 с.
18. Давыдов В. В., Карсеев А. Ю. Малогабаритный ядерно-магнитный спектрометр для экспресс-анализа жидких сред // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 4 (86). С. 87—92.

#### **Сведения об авторах**

- Вадим Владимирович Давыдов** — канд. физ.-мат. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, кафедра квантовой электроники;  
E-mail: davydov\_vadim66@mail.ru
- Валентин Иванович Дудкин** — д-р физ.-мат. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, кафедра квантовой электроники;  
E-mail: vidoonkin@mail.ru
- Антон Юрьевич Карсеев** — студент; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, кафедра квантовой электроники;  
E-mail: antonkarseev@gmail.com

Рекомендована кафедрой  
квантовой электроники

Поступила в редакцию  
14.03.13 г.

---

---

# ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

---

---

УДК 535.317

А. Л. СУШКОВ

## ИСПРАВЛЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ И ХРОМАТИЗМА В СИНГЛЕТЕ И ДУБЛЕТЕ ВВЕДЕНИЕМ ОСЕВОГО ГРАДИЕНТА ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Рассмотрены теоретические модели исправления сферической и сферохроматической aberrаций в одиночной линзе и дублете при наличии в линзах осевой неоднородности показателя преломления. Показано, что в одиночной линзе хроматизм можно устранить при аномальном ходе дисперсии градиента показателя преломления. В дублете исправление хроматизма возможно как при нормальном, так и аномальном ходе дисперсии градиента.

**Ключевые слова:** линза, дублет, хроматизм положения, сферохроматизм, неоднородность показателя преломления, дисперсия градиента показателя преломления.

Анализ возможности исправления сферической aberrации третьего порядка и хроматической первой в одиночной линзе (синглете) и блоке из двух склеенных линз (дублете) будем рассматривать при задании распределения показателя преломления (ПП) зависимостью:

$$n(z) = n_0(\lambda) + n_{01}(\lambda)z + n_{02}(\lambda)z^2, \quad (1)$$

где  $n_0(\lambda)$  — показатель преломления в исходной точке;  $n_{01}(\lambda)$ ,  $n_{02}(\lambda)$  — aberrационные коэффициенты. Оптическая ось совпадает с осью  $Z$  системы координат  $OXYZ$ , привязанной к входной поверхности линзы.

**Сферическая aberrация.** Известно [1] выражение для коэффициента сферической aberrации  $S_1$ :

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_{1H} + \bar{S}_{1G} + \tilde{S}_1, \quad (2)$$

где  $\bar{S}_{1H}$ ,  $\bar{S}_{1G}$  — однородно-поверхностная и неоднородно-поверхностная составляющие,  $\tilde{S}_1$  — вклад переноса.

Составляющие  $\bar{S}_{1H}$ ,  $\bar{S}_{1G}$  вычисляются при суммировании по поверхностям, согласно формулам:

$$\bar{S}_{1H} = \sum hP, \quad P = \left( \frac{\delta\alpha}{\delta\mu} \right)^2 \delta(\alpha\mu) \quad \bar{S}_{1G} = \sum \frac{\delta(n_{01} + 2n_{02}t)}{r^2} h^4, \quad (3)$$

где  $\delta\alpha = \alpha_{k+1} - \alpha_k$ ,  $\delta\mu = \mu_{k+1} - \mu_k$ ,  $t$  — глубина зоны неоднородного ПП, составляющей не менее величины стрелки прогиба поверхности, в область которой вводится градиент ПП;  $\mu = 1/n$ ,  $\alpha$  — угол с оптической осью первого вспомогательного луча;  $h$ ,  $r$  — высота луча и радиус кривизны оптической поверхности. Условия нормировки осевого луча:  $\alpha_1 = 0$ ,  $h_1 = f'$ ,  $\alpha'_p = 1$ .

Для упрощения анализа будем считать распределение показателя преломления линейной функцией от  $z$  ( $n_{02}=0$ ).

Очевидно, чтобы исправить сферическую абберацию, не принимая во внимание составляющую вклада переноса, должно выполняться условие:

$$\sum hP = -\sum \frac{\delta n_{01}}{r^2} h^4.$$

Сферическую абберацию в одиночной линзе или дублете можно исправить за счет введения неоднородности ПП в одной или обеих линзах.

При последовательном расположении в блоке *однородной и градиентной сред (H-G)*, разделенных поверхностью с радиусом кривизны  $r$ , имеем:

$$\bar{S}_{1H} = -\frac{n_{01}}{r^2} h^4,$$

откуда

$$n_{01} = -\bar{S}_{1H} \frac{r^2}{h^4}. \quad (4)$$

При переходе луча из *градиентной среды в однородную (H-G)* имеем:

$$\bar{S}_{1H} = \frac{n_{01}}{r^2} h^4 \text{ и } n_{01} = \bar{S}_{1H} \frac{r^2}{h^4}. \quad (5)$$

Таким образом, по величине коэффициента  $S_1$  исходной однородной системы, рассчитанной с помощью программ анализа аббераций третьего порядка, например OPAL-PC, используя формулу (4) или (5), получим исходное значение коэффициента  $n_{01}$  линейного распределения ПП, которое в дальнейшем уточняется путем экстраполяции по результатам расчета через градиентную оптическую систему реальных лучей. Следует обратить внимание на то, что коэффициенты  $n_{01}$  в формулах (4) и (5) определяют необходимую величину показателя преломления  $n$  лишь на границе однородной и неоднородной сред. Данный подход исправления сферической абберации можно распространить и на более сложные конструкции оптических систем.

**Хроматизм положения одиночной линзы.** Известно [2] выражение для хроматической абберации положения *однородной* оптической системы, включающей  $p$  поверхностей:

$$ds'_p = \frac{1}{n'_p \alpha'_p{}^2} \sum_{k=1}^p h_k \left( \frac{\delta \alpha}{\delta \left( \frac{1}{n} \right)} \right)_k \delta \left( \frac{dn}{n} \right)_k, \quad (6)$$

где  $k$  — текущий номер поверхности.

При

$$\bar{C}_k = \left( \frac{\delta \alpha}{\delta \left( \frac{1}{n} \right)} \right)_k \delta \left( \frac{dn}{n} \right)_k \quad (7)$$

коэффициент хроматической абберации положения  $S_{1xp}$  обычно записывают как

$$S_{1xp} = \sum_{k=1}^p h_k \bar{C}_k. \quad (8)$$

Тогда (6) будет иметь вид:

$$ds'_p = \frac{1}{n'_p \alpha'_p{}^2} S_{1\text{xp}}. \quad (9)$$

Для линзы конечной толщины в воздухе можно записать

$$ds'_p = \frac{1}{\alpha_3^2} (h_1 C_1 + h_2 C_2). \quad (10)$$

Согласно принятому обозначению  $\mu = \frac{1}{n}$ , с учетом известной зависимости  $\frac{dn}{n} = \frac{1-\mu}{v_{00}}$

будем иметь:

$$C_1 = \left( \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\mu_2 - \mu_1} \right) \left( \frac{dn_2}{n_2} - \frac{dn_1}{n_1} \right) = -(\alpha_2 - \alpha_1) \frac{dn_1}{n_1 - 1} = -\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{v_1}, \quad (11)$$

$$C_2 = \left( \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{\mu_3 - \mu_2} \right) \left( \frac{dn_3}{n_3} - \frac{dn_2}{n_2} \right) = -(\alpha_3 - \alpha_2) \frac{dn_2}{n_2 - 1} = -\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{v_2},$$

где  $dn_1 = (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2})_1$  — средняя дисперсия на поверхности линзы 1;  $dn_2 = (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2})_2$  — средняя дисперсия на поверхности линзы 2,  $v_1, v_2$  — коэффициенты дисперсии на поверхностях линзы.

С учетом известных соотношений  $h_1 = \alpha_1 S_1$  и  $h_2 = h_1 - \alpha_2 d = \alpha_1 s_1 - \alpha_2 d$  получим

$$ds'_p = -\frac{1}{\alpha_3^2} \left( h_1 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{v_1} + h_2 \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{v_2} \right) = -\frac{1}{\alpha_3^2} \left( h_1 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{v_1} + (h_1 - \alpha_2 d) \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{v_2} \right). \quad (12)$$

После преобразований будем иметь

$$\Delta s'_p = -\frac{1}{\alpha_3^2} \left\{ h_1 \left[ \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{v_1} + \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{v_2} \right] - \frac{\alpha_2}{v_2} d (\alpha_3 - \alpha_2) \right\}. \quad (13)$$

Если ввести обозначения

$$\Phi_{1\text{пов}} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{h_1} \quad \Phi_{2\text{пов}} = \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{h_2},$$

то получим

$$ds'_p = -\frac{1}{\alpha_3^2} \left( h_1 \left[ \frac{1}{v_1} \Phi_{1\text{пов}} h_1 + h_2 \frac{1}{v_2} \Phi_{2\text{пов}} \right] - \frac{\alpha_2}{v_2} d \Phi_{2\text{пов}} h_2 \right). \quad (14)$$

В случае тонкой линзы  $d \approx 0$  можно считать, что  $h_1 = h_2$ , и в окончательном виде хроматическая aberrация положения однородной тонкой линзы будет такова:

$$ds'_p = -\frac{1}{\alpha_3^2} h_1^2 \left( \frac{\Phi_{1\text{пов}}}{v_1} + \frac{\Phi_{2\text{пов}}}{v_2} \right). \quad (15)$$

Оптическая сила линзы  $\Phi$  равна сумме оптических сил поверхностей  $\Phi_{1\text{пов}}$  и  $\Phi_{2\text{пов}}$ , где

$$\Phi_{1\text{пов}} = \frac{n_0 - 1}{r_1}, \quad \Phi_{2\text{пов}} = \frac{1 - n_z}{r_2}. \quad (16)$$

Если ввести понятие „поверхностный коэффициент дисперсии  $v_{\text{пов}}$ “, то из (15) и (16) получаем условие исправления хроматической aberrации положения в одиночной линзе с осевым градиентом:

$$\left( \frac{n_0 - 1}{v_{1\text{пов}} r_1} - \frac{n_z - 1}{v_{2\text{пов}} r_2} \right) = 0. \quad (17)$$

Из (17) получаем соотношение для радиусов кривизны поверхностей, чисел Аббе и показателей преломления в полярных точках поверхностей при исправленном хроматизме положения:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{v_{2\text{пов}}(n_0 - 1)}{v_{1\text{пов}}(n_z - 1)}. \quad (18)$$

Анализ (18) показывает, что при известных параметрах градиентных сред исправление хроматизма положения возможно в довольно узком диапазоне радиусов кривизны поверхностей одного знака.

Для исправления хроматизма положения при известных параметрах исходной однородной линзы (15) получаем желаемую величину коэффициента дисперсии на поверхности 2  $v_{2\text{пов}}$  в полярной точке второй поверхности:

$$v_{2\text{пов}} = -\frac{v_{1\text{пов}}\Phi_{2\text{пов}}}{\Phi_{1\text{пов}}}. \quad (19)$$

При линейной зависимости распределения ПП можно получить выражение для коэффициента  $v_{2\text{пов}}$ :

$$v_{2\text{пов}} = \frac{(n_0 - 1 + \Delta n)v_1 v_{01}}{(n_0 - 1)v_{01} + \Delta n v_1}, \quad (20)$$

где  $\Delta n$  — перепад показателя преломления,  $v_{01}$  — коэффициент дисперсии градиентной среды:

$$v_{01} = \frac{n_{01\lambda 0}}{n_{01\lambda 1} - n_{01\lambda 2}}. \quad (21)$$

Приравняв (19) и (20), с учетом (16) и (21) получим выражение для числа Аббе среды  $v_{01}$ :

$$v_{01} = -\frac{(1 - n_z)\rho_2 \Delta n v_1}{(n_0 - 1)[(n_0 - 1)\rho_1 + (1 - n_z)\rho_2] + (n_0 - 1)\rho_1 \Delta n}, \quad (22)$$

где  $\rho_1, \rho_2$  — кривизна поверхностей линзы;  $n_0, n_z$  — величины ПП в полярных точках первой и второй поверхностей.

Расчет по формуле (22) дал значение  $v_{01} = -4,17$ . Полученные формулы являются приближенными, их точность повышается с уменьшением толщины линзы.

**Пример.** Было выполнено моделирование в среде OPAL положительного мениска для определения возможности исправления сферической аберрации и хроматизма положения при градиенте ПП в области *второй поверхности*.

Расчитанная система имеет параметры:  $r_1 = -355,0$ ;  $d = 8$ ;  $\Phi_6$ ;  $n_e = 1,607$ ;  $n_{F'} = 1,6154$ ;  $n_C = 1,59929$ ;  $r_2 = -49,998$ ;  $D_{зп} = 20$  мм;  $\Delta z = 6,25$  мм;  $n_{01e} = 0,033 \text{ мм}^{-1}$ ;  $n_{01F'} = 0,030 \text{ мм}^{-1}$ ;  $n_{01C} = 0,03526 \text{ мм}^{-1}$ ;  $n_z = 1,66475$ ;  $\Delta n = 0,05775$ ;  $v_{01} = -6,27$ ;  $v_1 = 37,67$ ;  $v_{1\text{пов}} = 37,67$ ;  $v_{2\text{пов}} = 96,3$ .

Здесь  $\Delta z$  — смещение плоскости начала неоднородного ПП от начала предыдущей поверхности. Величина коэффициента  $n_{01e}$  рассчитана по формуле (5).

Зона градиентного показателя преломления в области поверхности 2 начинается на расстоянии  $\Delta z = 6,25$  мм от входной поверхности. Уточнение коэффициента  $v_{01}$ , полученного по (22), привело к  $v_{01} = -6,27$ . Таким образом, получена отрицательная величина коэффициента дисперсии градиентной среды, из чего, согласно (21), следует  $n_{01\lambda 1} < n_{01\lambda 2}$ .

Анализ показал, что хроматизм положения в положительном мениске может быть исправлен GRIN-средой с отрицательным градиентным числом Аббе. Такой коэффициент получается при аномальном ходе дисперсии градиента ПП.

Результаты моделирования мениска в среде OPAL на исправление хроматизма положения и сферохроматизма приведены на рис. 1: *a* — ход лучей осевого пучка; *b, в* — графики продольной и поперечной сферических аберраций при исправленном хроматизме положения



(б,  $\nu_{01} = -6,27$ ) и сферохроматизме ( $\nu$ ,  $\nu_{01} = -5,50$ ). Видно, что при  $\nu_{01} = -6,27$  в мениске исправлена хроматическая aberrация положения, при  $\nu_{01} = -5,50$  исправлена хроматическая разность сферических aberrаций на середине входного зрачка.

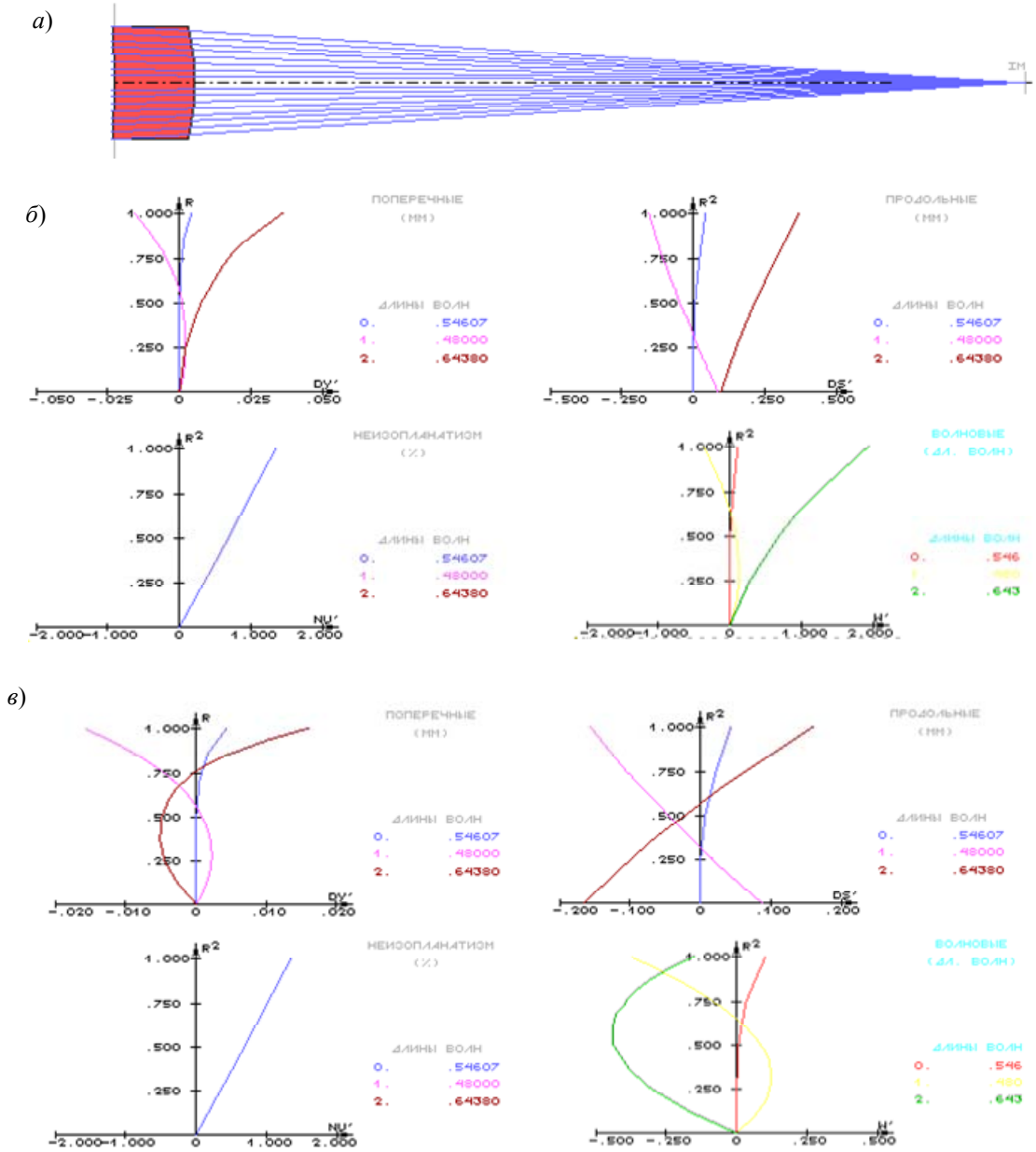


Рис. 1

**Хроматизм положения дублета.** Дублет обычно рассматривают как блок из двух линз, находящихся в соприкосновении [2]. При наличии градиента показателя преломления в первой линзе блока при положении предмета на конечном расстоянии  $-a_1$  от передней главной плоскости первой линзы хроматическую aberrацию положения можно записать в виде:

$$ds'_k = -a'_2 \left( \frac{\Phi_{1\text{пов}}}{\nu_{1\text{пов}}} + \frac{\Phi_{2\text{пов}}}{\nu_{2\text{пов}}} + \frac{\Phi_2}{\nu_3} \right), \quad (23)$$

где  $\Phi_{1\text{пов}}$ ,  $\Phi_{2\text{пов}}$  — оптическая сила первой и второй поверхностей первой линзы,  $\Phi_2$  — оптическая сила второй линзы.

Для первой линзы имеем:

$$\Phi_{1\text{пов}} + \Phi_{2\text{пов}} = \Phi_1,$$

где

$$\Phi_{1\text{пов}} = \frac{n_0 - 1}{r_1}, \quad \Phi_{2\text{пов}} = \frac{1 - n_z}{r_2}. \quad (24)$$

Подстановка (24) в (23) дает в окончательном виде

$$ds'_k = -a'_2 \left( \frac{n_0 - 1}{v_{1\text{пов}} r_1} + \frac{1 - n_z}{v_{2\text{пов}} r_2} + \frac{\Phi_2}{v_3} \right), \quad (25)$$

при положении предмета на бесконечности  $a'_2 = f'$ :

$$ds'_k = -f' \left( \frac{n_0 - 1}{v_{1\text{пов}} r_1} - \frac{n_z - 1}{v_{2\text{пов}} r_2} + \frac{\Phi_2}{v_3} \right). \quad (26)$$

Из (26) получаем условие исправления хроматизма положения при наличии градиента в первой линзе блока:

$$\left( \frac{n_0 - 1}{v_{1\text{пов}} r_1} - \frac{n_z - 1}{v_{2\text{пов}} r_2} + \frac{\Phi_2}{v_3} \right) = 0. \quad (27)$$

При наличии градиента показателя преломления во второй линзе блока и нахождении предмета на конечном расстоянии  $-a_1$  от передней главной плоскости первой линзы:

$$ds'_k = -a'_2 \left( \frac{\Phi_1}{v_1} + \frac{\Phi_{2\text{пов}}}{v_{2\text{пов}}} + \frac{\Phi_{3\text{пов}}}{v_{3\text{пов}}} \right). \quad (28)$$

Для второй линзы имеем:

$$\Phi_{2\text{пов}} + \Phi_{3\text{пов}} = \Phi_2,$$

где

$$\Phi_{2\text{пов}} = \frac{n_0 - 1}{r_2}, \quad \Phi_{3\text{пов}} = \frac{1 - n_z}{r_3}. \quad (29)$$

Подстановка (24) в (23) дает в окончательном виде

$$ds'_k = -a'_2 \left( \frac{n_0 - 1}{v_{1\text{пов}} r_1} + \frac{1 - n_z}{v_{2\text{пов}} r_2} + \frac{\Phi_2}{v_3} \right). \quad (30)$$

При положении предмета на бесконечности имеем  $a'_2 = f'$ :

$$ds'_k = -f' \left( \frac{n_0 - 1}{v_{1\text{пов}} r_1} - \frac{n_z - 1}{v_{2\text{пов}} r_2} + \frac{\Phi_2}{v_3} \right). \quad (31)$$

Из (26) получаем условие исправления хроматизма положения

$$\left( \frac{n_0 - 1}{v_{1\text{пов}} r_1} - \frac{n_z - 1}{v_{2\text{пов}} r_2} + \frac{\Phi_2}{v_3} \right) = 0. \quad (32)$$

В случае однородных линз получаем известную формулу:

$$(n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \frac{1}{v_1} + \frac{\Phi_2}{v_3} = 0.$$

Анализ (27) показывает, что в дублете из однородной и градиентной линз возможность исправления хроматизма существенно выше, чем в одиночной градиентной линзе за счет наличия в каталогах большого разнообразия стекол с различными  $n$  и  $v$ .

Конструктивные данные исходной однородной системы с  $f' = 98,049$  мм,  $S'_F = 94,728$  мм,  $D_{\text{зр}} = 35,72$  мм,  $f/2,8$  следующие:  $r_1 = 100,0$ ,  $r_2 = -100$ ;  $d_1 = 7$ , GLA PSK52,  $n_{\lambda_0} = 1,603101$ ,  $n_{\lambda_1} = 1,609503$ ,  $n_{\lambda_2} = 1,600282$ ,  $v_{00} = 65,408$ ;  $r_2 = -100,0$ ,  $r_3 = -128,5849$ ;  $d_2 = 3$ , GLA G32SFN,  $n_{\lambda_0} = n_{\lambda_1} = n_{\lambda_2} = 1,766606$  [3]. На рис. 2 представлены ход лучей (а) и сферохроматические aberrации (б).

Спектральный диапазон:  $\lambda_0 = 0,58756$ ,  $\lambda_1 = 0,48613$ ,  $\lambda_2 = 0,65627$  мкм.

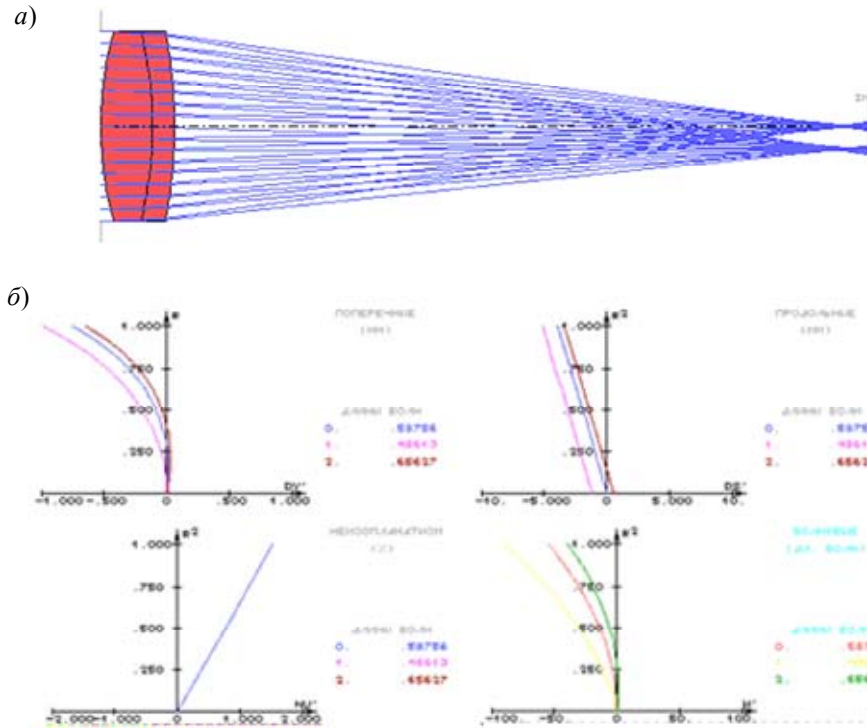


Рис. 2

Расчет величин поверхностных коэффициентов  $S_1$  при нормировке  $h_1=f$  позволил получить результаты:  $h_1=98,049$  мм;  $S_{1.1}=21,689$ ;  $S_{1.2}=-38,956$ ;  $S_{1.3}=245,871$ ;  $S_1=S_{1.1}+S_{1.2}+S_{1.3}=228,606$ .

Сферическая aberrация третьего порядка на краю зрачка имеет значение:  $\Delta s'_{\text{край}}=-3,792$  мм.

Реальная продольная сферохроматическая aberrация достигает  $-5$  мм, волновая aberrация  $W(\lambda) \approx -50\lambda$ . Пучок осевых лучей имеет явно выраженную каустику.

Градиент показателя преломления поочередно вводился в области всех поверхностей. Здесь  $R=m_{\text{кр}}/m$  — относительная высота луча на входном зрачке.

*Вариант 1.* Градиент ПП в регионе 1 поверхности первой линзы.

Параметры градиента ПП:  $n_{01\lambda 0}=-0,0248$  мм $^{-1}$ ,  $n_{01\lambda 1}=-0,034$  мм $^{-1}$ ,  $n_{01\lambda 2}=-0,020$  мм $^{-1}$ ,  $\nu_{01}=1,77$ .

Исправлен сферохроматизм на высоте  $0,75R^2$ ,  $f'=98,053$  мм,  $s_F=94,723$  мм.

*Вариант 2.* Градиент в регионе 2 поверхности первой линзы.

Параметры градиента ПП:  $n_{01\lambda 0}=0,029$  мм $^{-1}$ ,  $n_{01\lambda 1}=0,016$  мм $^{-1}$ ,  $n_{01\lambda 2}=0,0358$  мм $^{-1}$ ,  $\nu_{01}=-1,46$ .

Исправлен сферохроматизм на высоте  $0,5R^2$ ,  $f'=93,927$  мм,  $s_F=90,681$  мм.

*Вариант 3.* Градиент в регионе первой поверхности второй линзы.

Параметры градиента ПП:  $n_{01\lambda 0}=-0,026$  мм $^{-1}$ ,  $n_{01\lambda 1}=-0,034$  мм $^{-1}$ ,  $n_{01\lambda 2}=-0,018$  мм $^{-1}$ ,  $\nu_{01}=1,62$ .

Исправлен сферохроматизм на высоте  $0,75R^2$ ,  $f'=98,052$  мм,  $s_F=94,725$  мм.

*Вариант 4.* Градиент в регионе 2 поверхности второй линзы.

Параметры градиента ПП:  $n_{01\lambda 0}=0,050$  мм $^{-1}$ ,  $n_{01\lambda 1}=0,032$  мм $^{-1}$ ,  $n_{01\lambda 2}=0,056$  мм $^{-1}$ ,  $\nu_{01}=-2,08$ .

Исправлен сферохроматизм на высоте  $0,25R^2$ ,  $f'=98,053$ ,  $s_F=94,723$ .

Графики aberrаций и ход осевого пучка варианта 2 приведены на рис. 3. Видно, что введение в область поверхности 2 первой линзы линейного градиента показателя преломления

позволило исправить сферическую абберацию на краю и сферохроматизм на середине входного зрачка при относительном отверстии  $f/3$ . Каустическая поверхность в осевом пучке отсутствует.

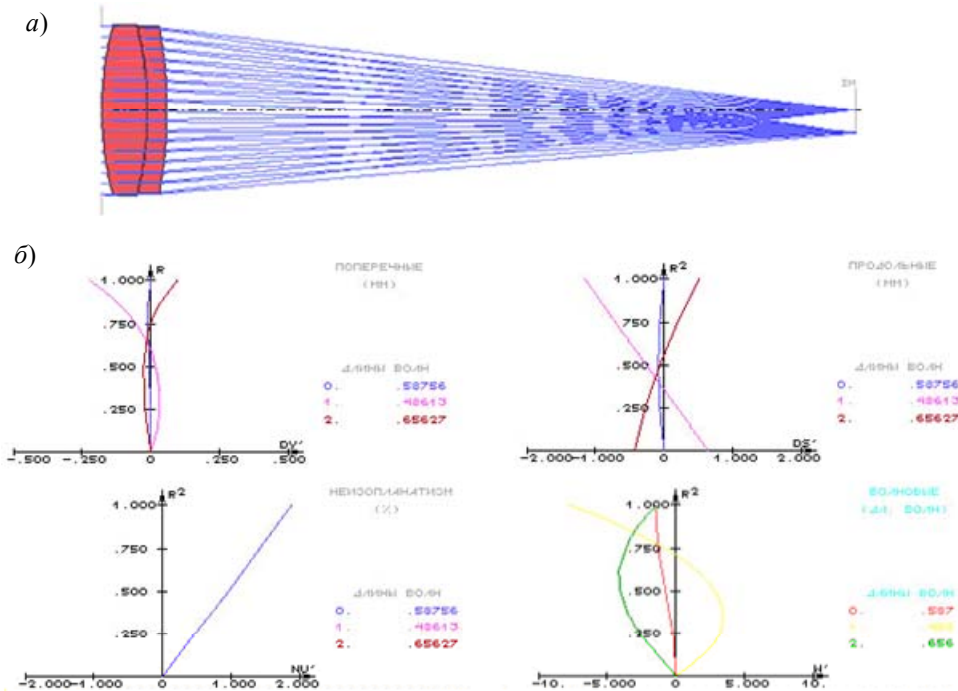


Рис. 3

**Заключение.** Рассмотрены пути повышения качества изображения за счет использования осевого неоднородного ПП в простейших линзовых конструкциях: одиночной линзе и дублете. Показано, что в одиночной линзе возможно исправить сферическую абберацию и хроматизм при аномальном ходе дисперсии градиента ПП (отрицательной величине градиентного числа Аббе). В схеме дублета исправление сферической абберации и сферохроматизма оказалось возможным за счет введения градиента показателя в регионы первой и второй поверхностей обеих линз. При этом градиентные числа Аббе  $\nu_{01}$  положительные на первых поверхностях и отрицательные на вторых поверхностях обеих линз блока.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сушков А. Л. Монохроматические абберации градиентов как базовых элементов жестких эндоскопов. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. 44 с.
2. Апенко М. И., Дубовик А. С. Прикладная оптика. М.: Наука, 1971. 392 с.
3. Инструкция по эксплуатации программы "Optics Software for Layout and Optimization (OSLO)". Корпорация Lambda Research Corporation, 2005.

**Сведения об авторе**

Александр Леонидович Сушков

— канд. техн. наук, доцент; МГТУ им. Н. Э. Баумана; кафедра оптико-электронных приборов научных исследований;  
E-mail: ale-sushkov@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных приборов  
научных исследований

Поступила в редакцию  
28.10.10 г.

Н. Н. ВАСИН, В. Ю. КУРИНСКИЙ

## ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ СИСТЕМАМИ ВИДЕОНАБЛЮДЕНИЯ

Представлены метод обработки видеосигналов систем измерения скорости движения протяженных объектов и способ снижения погрешности измерения.

**Ключевые слова:** обработка видеосигналов, измерение скорости, протяженный объект, смещение изображения, точность измерения.

**Постановка задачи.** Системы видеонаблюдения используются в АСУ технологическими процессами в связи с расширением функциональных возможностей при измерении скорости и ускорения, определении трасс движения и других параметров контролируемых объектов.

Во многих сферах деятельности необходимо измерять скорость движения протяженных объектов с использованием систем видеонаблюдения, когда оптическая ось видеокамеры перпендикулярна вектору движения протяженного объекта. Протяженными считаются такие объекты, геометрические размеры которых сопоставимы с размерами поля зрения применяемых видеокамер или существенно превосходят его, поэтому в процессе наблюдения в кадр попадают различные части объекта. Существующие системы видеонаблюдения не обеспечивают необходимую точность измерений даже в тех случаях, когда известны направление движения объекта, его начало и расстояние до видеокамеры.

В качестве примера протяженного объекта в статье рассматриваются железнодорожные вагоны, роспуск которых производится на сортировочной горке. Система видеонаблюдения в режиме реального времени измеряет скорость движения вагонов и передает информацию подсистеме управления замедлителями.

Метод измерения скорости движения протяженных объектов [1] базируется на определении смещения изображения за время следования кадров. Его недостатком являются низкая производительность вычислений, поскольку обрабатывается весь кадр, и высокая погрешность измерения параметров протяженного объекта, обусловленная вибрацией видеокамеры и движущегося объекта. Предлагаемый метод [2] характеризуется высокой производительностью за счет обработки только части видеоизображения и повышенной точностью измерения скорости движения протяженного объекта при наличии вибрации видеокамеры и самого объекта.

**Метод определения величины смещения объекта.** Изображение движущегося объекта на кадре  $i+1$  смещается относительно  $i$ -го на некоторую величину  $\Delta s$ , что видно из рис. 1. При известных расстоянии от видеокамеры до объекта и значениях  $\Delta s$  за время  $\tau$  следования кадров легко определить перемещение  $S$  самого объекта [1] и, следовательно, скорость его движения  $V = S/\tau$ . Таким образом, измерение скорости движения объекта сводится к измерению смещения изображения.

Для определения величины смещения подвижного объекта за известный период  $\tau$  следования кадров видеокамеры на текущем  $i$ -м кадре выделяется совокупность строк видеоизображения, т.е. горизонтальная полоса по всей длине кадра  $X$  пикселей и высотой  $n$  пикселей в области изображения, где происходит отображение объекта (рис. 1, а).

Поскольку смещение  $\Delta s$  изображения  $(i+1)$ -го кадра, согласно предлагаемому методу [2], определяется не для всего кадра, а только для горизонтальной полосы, координаты которой соответствуют координатам полосы  $i$ -го кадра (рис. 1), то производительность обработки видеоизображения существенно повышается.

Для анализа выделенной совокупности строк используется функция яркости  $f(x, y)$ , задающая суммарный уровень яркости каждого столбца высотой  $n$  и шириной 1 пиксел, который описывается следующей формулой и представляет собой столбчатую диаграмму:

$$F(x) = \sum_{y=y_0}^{y_n} f(x, y).$$

Совокупность столбцов выделенной полосы образует столбчатую диаграмму суммарного уровня яркости от координаты  $X$  (рис. 2). При движении объекта его изображения на двух соседних кадрах и соответствующие столбчатые диаграммы смещаются (рис. 2, а). Величину этого смещения  $\Delta s$  необходимо измерить.

При вычислении смещения  $\Delta s$  протяженного объекта за период следования кадров можно анализировать столбчатую диаграмму не всей горизонтальной полосы, а только прямоугольной области размером  $m \times n$  на кадре  $i$  (см. рис. 1, б), которой соответствует выделенный участок на столбчатой диаграмме (см. рис. 2, б), что требует меньше вычислительных ресурсов.

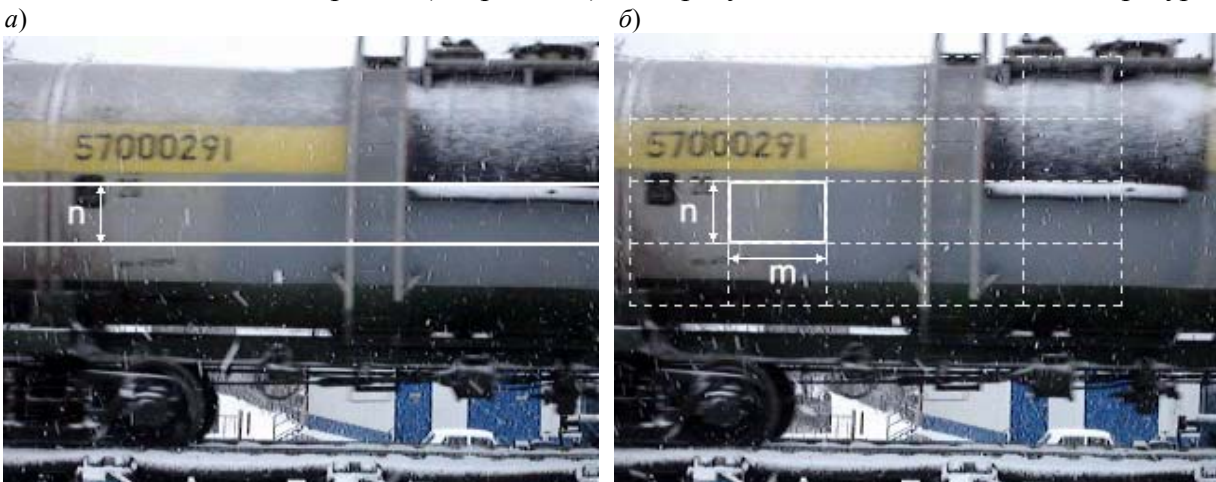


Рис. 1

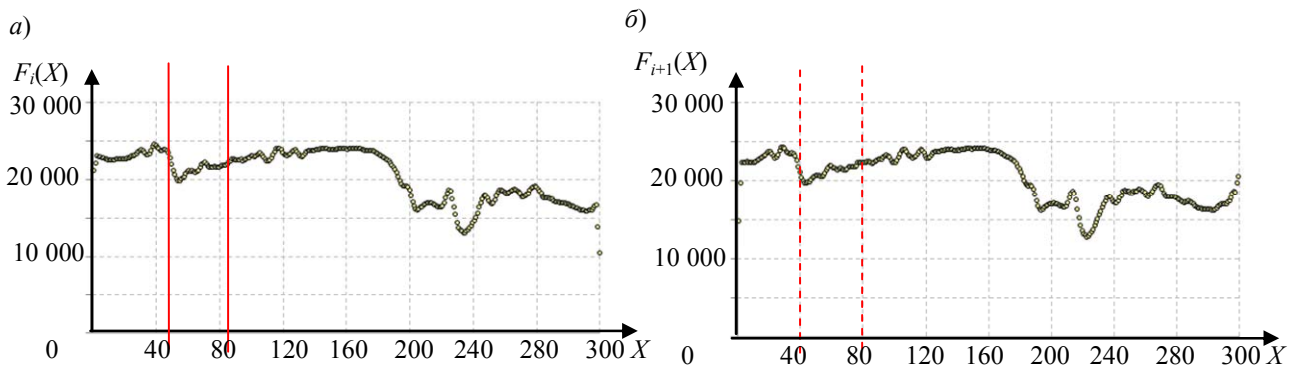


Рис. 2

Для поиска значения  $\Delta s$  необходимо определить положение эквивалентной прямоугольной области размером  $m \times n$  на кадре  $i+1$ , для чего используется структурная функция:

$$Q(j) = \left[ \sum_{k=1}^m \left( h_i(k) - h_{i+1,j}(k) \right)^2 \right],$$

где  $k$  — номер столбца прямоугольной области шириной в один и высотой  $n$  пикселей;  $h(k)$  — сумма уровней яркости пикселей столбца  $k$ ;  $j$  — номер выделенной прямоугольной области.

Минимальная величина  $Q(j)$  соответствует прямоугольной области кадра  $i+1$ , которая по своим характеристикам наименее отличается от выделенной прямоугольной области на

текущем  $i$ -м кадре. На рис. 2, а вертикальными линиями ограничен участок столбчатой диаграммы найденной прямоугольной области.

На рис. 3 приведена графическая зависимость структурной функции от смещения. Минимальное различие (когда  $Q(j)$  минимально) соответствует наибольшему совпадению сравниваемых прямоугольных областей.

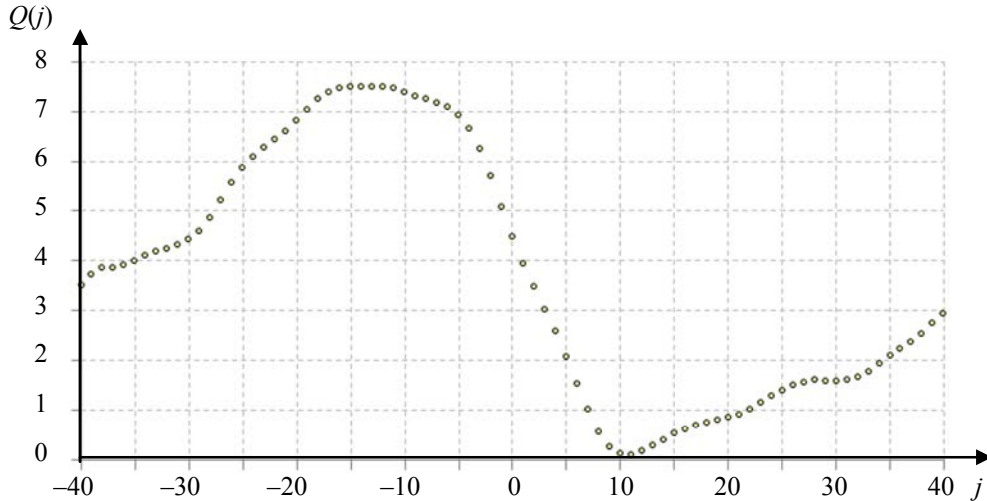


Рис. 3

Таким образом, существует значение  $\Delta s$ , для которого различие столбчатых диаграмм сравниваемых областей полос текущего и последующего кадров будет минимальным. Значение  $\Delta s$  характеризует смещение объекта за период следования кадров и, следовательно, скорость движения объекта.

**Повышение точности измерения скорости.** Оценка смещения изображения объекта  $\Delta s$  в области минимума  $Q(j)$  производилась с использованием аппроксимирующего полинома 4-го порядка по методу наименьших квадратов. На кадре  $i$  выделялось множество (до 20) прямоугольных областей (рис. 1, б), для каждой из которых находилось значение  $\Delta s$ . Для заданного множества прямоугольных областей было найдено среднее значение и среднеквадратическое отклонение. При доверительной вероятности 0,997 случайная погрешность измерения смещения  $\Delta s$  находилась в пределах 6 % для диапазона скоростей 5—20 км/ч.

Повышение точности измерения смещения изображения  $\Delta s$  реализовано за счет увеличения интервала наблюдения, когда анализировалось смещение  $\Delta s$  диаграмм  $i$ -го и  $(i+l)$ -го кадров. В проведенном эксперименте при скорости объекта 5—20 км/ч значение  $l$  изменялось от 1 до 10. При увеличении  $l$  от 1 до 7 смещение изображения  $\Delta s$  увеличивалось с 10 до 65 пикселей, а погрешность снижалась с 6 до 1,5 % (рис. 4), что объясняется интегрированием случайных отклонений величины смещения  $\Delta s$ . При дальнейшем увеличении  $l$  наблюдался рост погрешности, что обусловлено проявлением аберрации оптической системы, т.к. выделенная прямоугольная область на текущем кадре и эквивалентная на последующем наиболее далеко расположены друг относительно друга.

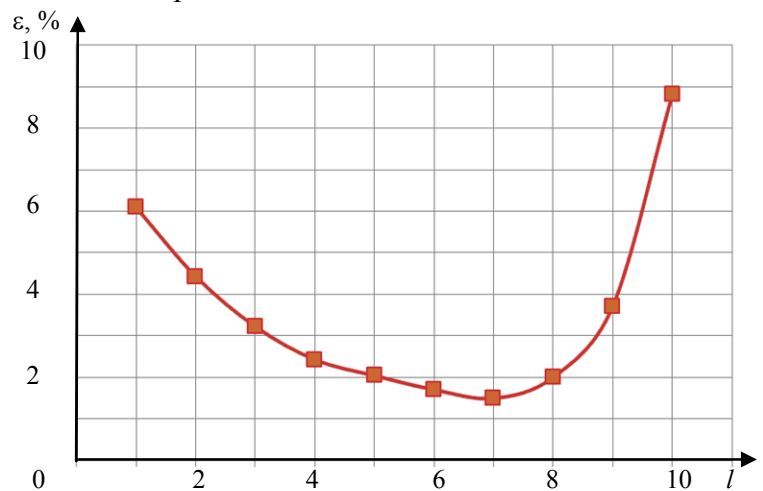


Рис. 4

**Закключение.** Описанный способ обработки видеосигналов позволяет измерять скорость движения протяженных объектов с погрешностью не более 1,5—2,0 % в диапазоне 5—20 км/ч. Однако предложенный способ может быть применен и для измерения скорости свыше 20 км/ч. Так, например, для диапазона 30—50 км/ч рекомендовано использовать 1-й опорный и 4-й последующий кадры, при этом погрешность измерения не превысит 2 %. При скорости выше 70 км/ч достаточно использовать  $i$ -й и  $(i+1)$ -й кадры, поскольку при достаточно высокой скорости смещение изображения за период следования кадров будет большим, когда случайные отклонения интегрируются.

Автоматизированная система измерения скорости вагонов, созданная на основе предложенного способа, была апробирована на сортировочной горке станции Кинель Куйбышевской железной дороги.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васин Н. Н., Куринский В. Ю. Метод измерения скорости движения железнодорожных вагонов на сортировочной горке // Инфокоммуникационные технологии. 2005. Т. 3, № 1. С. 40—44.
2. Патент РФ № 2398240. Способ измерения скорости движения протяженных объектов / Н. Н. Васин, В. Ю. Куринский. Оpubл. 27.08.2010.

#### *Сведения об авторах*

**Николай Николаевич Васин**

— д-р техн. наук, профессор; Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, кафедра систем связи, Самара; заведующий кафедрой; E-mail: vasin@psati.ru

**Вадим Юрьевич Куринский**

— канд. техн. наук; Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, кафедра систем связи, Самара; E-mail: red-hat@list.ru

Рекомендована кафедрой систем связи

Поступила в редакцию 16.02.12 г.



С. М. ЛАТЫЕВ, А. А. ВОРОНИН, К. АНДИНГ, Э. ЛИНЦ, П. А. КУРИЦЫН

## ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ИДЕНТИФИКАЦИИ ВЕЩЕСТВ И МАТЕРИАЛОВ

Рассматриваются телекоммуникационные способы и устройства для идентификации биологических веществ, растительного сырья и строительных материалов на основе структурного и спектрального анализа их изображения.

**Ключевые слова:** идентификация объектов, анализ оптического изображения.

**Введение.** В ряде научных, технических и хозяйственных областей существуют проблемы и задачи идентификации, различения, а также контроля качества и состояния веществ, материалов и продукции. Например, при биологических исследованиях и проведении медицинских операций необходимо идентифицировать биологические ткани и субстраты, а при производстве и поставках материалов и изделий из древесины — знать ее породу. При производстве и хранении зерна контролируют наличие нежелательных включений и появление порчи. При утилизации строительных материалов, для их дальнейшего использования в качестве вторичного сырья, требуется осуществлять их сортировку по определенным видам и классам.

Все эти задачи могут быть решены с помощью специальных оптических методов и устройств. В настоящей статье рассматриваются результаты некоторых исследований по идентификации биологических веществ и материалов, выполненных в Национальном исследовательском университете информационных технологий, механики и оптики, а также Техническом университете Ильменау, в рамках долгосрочного договора о совместном учебном и научном сотрудничестве.

**Идентификация биологических тканей при проведении медицинских операций.** Для повышения информативности и безопасности диагностических манипуляций при подготовке и проведении медицинских исследований и операций (пункция эпидурального пространства, взятие материала для морфологических исследований и пр.), проводимых вблизи жизненно важных органов (центральная нервная система, легкие, сердце, поджелудочная железа) требуется применение современных высокотехнологичных и малоинвазивных приборов. Получение достоверной информации возможно тонкоигольным способом без нанесения больших травм и разрезов обследуемому. Однако при этом существует проблема определения расположения кончик иглы в идентифицируемых биологических тканях *in vivo*. Особенно актуальна она при проведении эпидуральной анестезии, поскольку максимальный размер эпидурального пространства имеет в поясничном отделе позвоночника  $\approx 5\text{—}7$  мм, а в шейном и грудном —  $2\text{—}4$  мм.

При проведении анестезии необходимо пунктировать эпидуральное пространство так, чтобы не повредить твердую мозговую оболочку (ТМО). Опыт анестезиолога, владение мануальными навыками даже для опытных специалистов не позволяет исключить перфорации ТМО (0,6—0,8 % случаев [1]) при существующих мануальных методах верификации эпидурального пространства.

В работе [2] представлены экспериментально опробованные оптические методы идентификации эпидурального пространства на основе оптического световода, помещаемого в просвет медицинской иглы. Дистальный полированный конец световода совпадает с концом иглы и имеет такую же форму среза. По этому световоду оптическое излучение подводится к

концу иглы, а отраженный свет возвращается обратно для верификации расположения конца иглы в искомой биологической ткани.

На рис. 1, а представлена функциональная схема устройства, создающего изображение объекта идентификации (биологической ткани), прилегающей к концу иглы (1 — дистальный торец иглы (оптического жгута), 2 — игла, 3 — волоконно-оптический жгут для передачи изображения с равномерной укладкой волокон, 4 — корпус, 5 — проекционный микрообъектив, 6 — конденсор, 7 — источник света — белый светодиод или миниатюрная лампа накаливания, 8 — ПЗС-матрица, 9 — монитор), а на рис. 1, б — изображения тест-объектов (текст на бумаге и свиная вырезка).

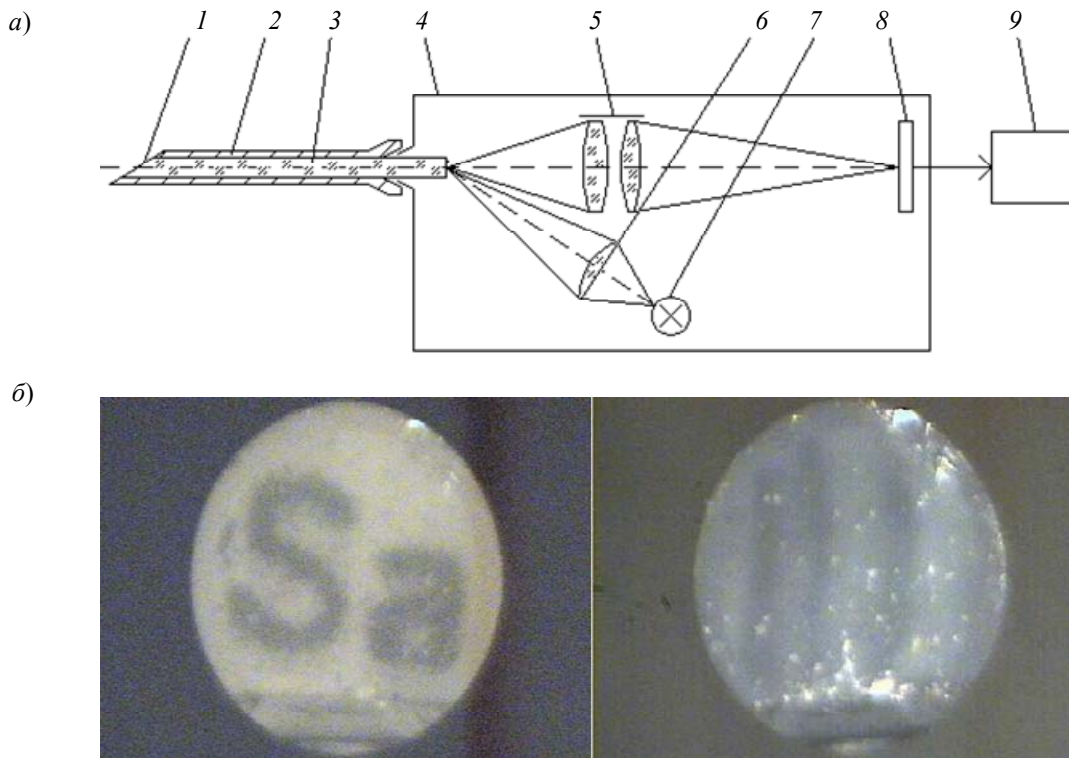


Рис. 1

Существуют различные способы верификации, они основаны на анализе структуры и цвета изображения тканей, прилегающих к концу иглы, на анализе значения интенсивности отраженного излучения или анализе его спектральных характеристик.

Использование оптических методов, дополняющих субъективные ощущения врача объективной информацией о положении наконечника иглы в биологических тканях, позволит избежать наиболее опасного осложнения — перфорации ТМО — и повысить эффективность обучения врачей анестезиологической практике.

**Идентификация пород древесины.** Россия занимает первое место в мире по запасам леса, а древесина является одной из значимых составных частей в структуре ее экспорта. В связи с этим весьма актуальным является создание оперативных средств для идентификации и контроля лесо- и пиломатериалов, перемещаемых через государственную границу.

Одним из вариантов решения задачи идентификации древесины, позволяющим избежать субъективности оценки и необходимости прибегать к услугам экспертов, является применение спектрофотометрических и колориметрических методов неразрушающего контроля. На рис. 2 представлена функциональная схема разработанного прибора для идентификации лиственных и хвойных пород древесины „Кедр“ [3], функционирование которого основано на измерении и последующей математической обработке спектров ви-

димого и инфракрасного светового потока, отраженного от поверхности объекта (1 — объект исследований — образец древесины; 2 — входное окно прибора; 3 — фотометрический шар со встроенными источниками излучения; 4 — источник излучения видимой области спектра; 5 — выходное окно фотометрического шара; 6 — ПЗС-линейка на видимую область спектра; 7 — вогнутая стигматическая дифракционная решетка видимой области спектра; 8 — источник излучения ИК-области спектра; 9 — входные щели с электромеханической шторкой; 10 — фотогальванический приемник ИК-излучения; 11 — вогнутая стигматическая дифракционная решетка ИК-области спектра). Конструктивно прибор представляет собой два спектрофотометра, один из которых работает в видимой области спектра, а второй — в ближней инфракрасной.

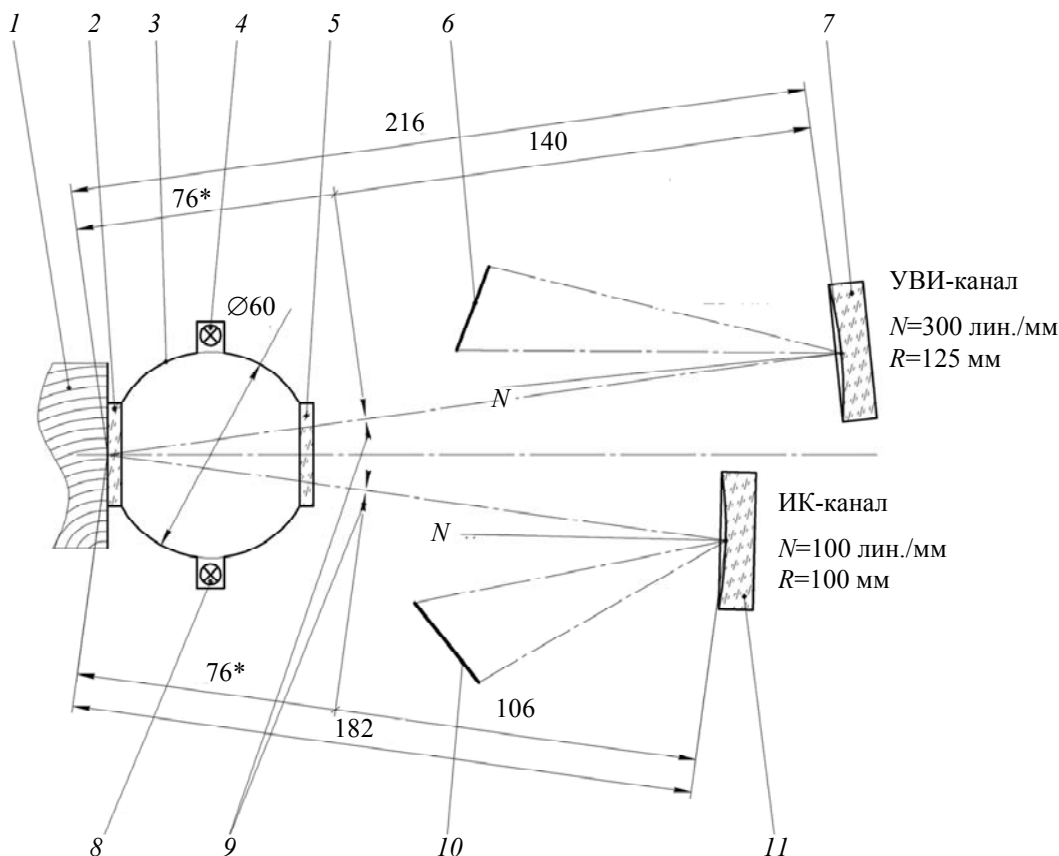


Рис. 2

Световой поток от источников излучения видимого и инфракрасного диапазонов, размещенных в одном фотометрическом шаре, падает на торцевую поверхность исследуемого объекта, отражается от нее и через входную щель попадает на дифракционные решетки. Диспергирующие элементы раскладывают сигнал, полученный от образца, в линейный спектр излучения и проецируют его на ПЗС-линейки приемников. Далее сигнал поступает на встроенный микроконтроллер, где происходит его первичная обработка и преобразование в цифровой вид.

На рис. 3 представлены усредненные спектры различных пород древесины. Как видно из рисунка, спектры различных пород различаются как по абсолютному значению, так и по уровню наклона кривых (первой производной).

Был разработан алгоритм распознавания, который с учетом статистической спектральной информации об отдельных породах позволяет строить так называемые „коридоры“ максимальных и минимальных значений параметров (абсолютных значений спектров и первых производных). Все спектры образцов одной породы формируют коридоры,

представляющие собой нижнюю и верхнюю границы спектров. Далее алгоритм оценивает соответствие полученного спектра древесины породам, находящимся в базе данных.

Экспериментальные исследования опытных образцов приборов показали высокую достоверность идентификации пород древесины (достигающую 80—100 %). Было выявлено, что точность идентификации зависит от влажности древесины, состояния и качества обработки ее поверхности. Помимо того, спектры диффузного отражения от торцов древесины могут зависеть от ряда факторов, например, состава почвы, на которой произрастало дерево, или химических особенностей воды в регионе произрастания. Последнее обстоятельство требует включения в базу данных спектров рассеяния отраженного излучения от образцов пород деревьев, произрастающих в различных регионах страны.

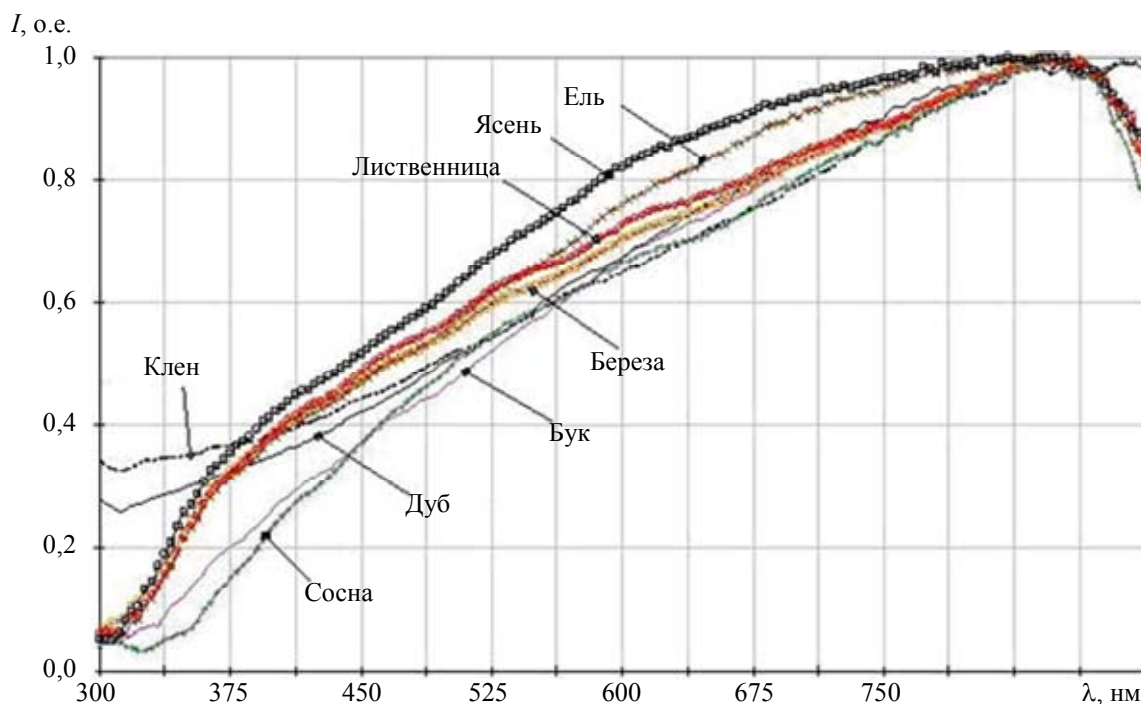


Рис. 3

**Идентификация включений и зараженных зерен в зерновых культурах.** При сборе и хранении зерновых культур, особенно используемых в хлебобулочной продукции, производят тщательный контроль их качества с целью выявления всевозможных включений (семена сорняков, камешки, комки земли, насекомые, зерна других культур), поврежденных, несъедобного и зараженного плесневыми грибами зерна.

Автоматизация этого трудоемкого процесса возможна с использованием анализа формы, структуры и цвета создаваемого цветной CCD-видеокамерой изображения транспортируемого (ссыпаемого) зерна [4, 5]. Был разработан алгоритм, позволяющий идентифицировать контролируемое зерно по 23 классам, учитывая около 200 параметров (характерных особенностей) для каждого из 95 000 объектов, имеющих в базе данных компьютера.

Проведенные исследования показали, что точность идентификации зависит от вида материала, а также характерных особенностей и числа объектов в банке данных для каждого вида и класса зерна (рис. 4) [5, 6], что требует создания большого банка данных.

Дальнейшие исследования в этом направлении следует продолжить путем пополнения банка данных и разработки систем по автоматизированному устранению включений и некачественных зерен при контроле зернового материала.



Рис. 4

**Идентификация утилизируемых строительных материалов.** Утилизация отработанных технических изделий, зданий и других объектов жизнедеятельности людей, как известно, приносит пользу благодаря экономии природных ресурсов при производстве сырья и материалов, а также позволяет снизить вредное влияние отходов на экологию [7].

Одной из задач строительной индустрии, для более полного использования их в производстве строительных материалов, является автоматизированная сортировка, основанная на идентификации составляющих строительного мусора. В настоящее время различные фирмы производят машины для размельчения мусора, извлечения из него металлических и деревянных частей, а также изготавливают устройства для автоматического контроля и сортировки сыпучих материалов (одна из разновидностей которых — строительные отходы) [8].

Недостатком подобных устройств является невысокая степень их распознавания и сортировки, когда строительный мусор имеет множество фракций, часть которых близка по структуре и цвету. Для более точной идентификации необходимо использование дополнительных определяющих признаков, которыми могут служить спектры отражений и поглощений светового излучения строительными материалами.

На рис. 5 представлены спектральные зависимости коэффициентов отражения некоторых типовых строительных материалов [9].

Анализ спектров показывает, что в видимом диапазоне света коэффициенты отражения некоторых материалов существенно различаются (кирпич, гипс, асфальт), а некоторые (гранит, бетон) схожи, что значительно снижает вероятность их распознавания. Линии поглощения излучения, которые могут быть использованы в качестве идентификационного признака, расположены преимущественно в области 1,3—2,5 мкм.

Наиболее сложно определять подклассы материала (например, пористый бетон, легкий бетон, газобетон и т.д.), спектры у которых в видимой области расположены еще ближе, а спектральные линии поглощения располагаются очень плотно в области 1,3—2,5 мкм [10].

Таким образом, при утилизации строительных материалов представляется целесообразным создание устройства для идентификации фракций строительного мусора на комплексной основе: как на анализе формы, структуры и цвета полученного изображения фракций, так и

на анализе спектров отражения, полученных от фракций в видимой и инфракрасной областях излучения.

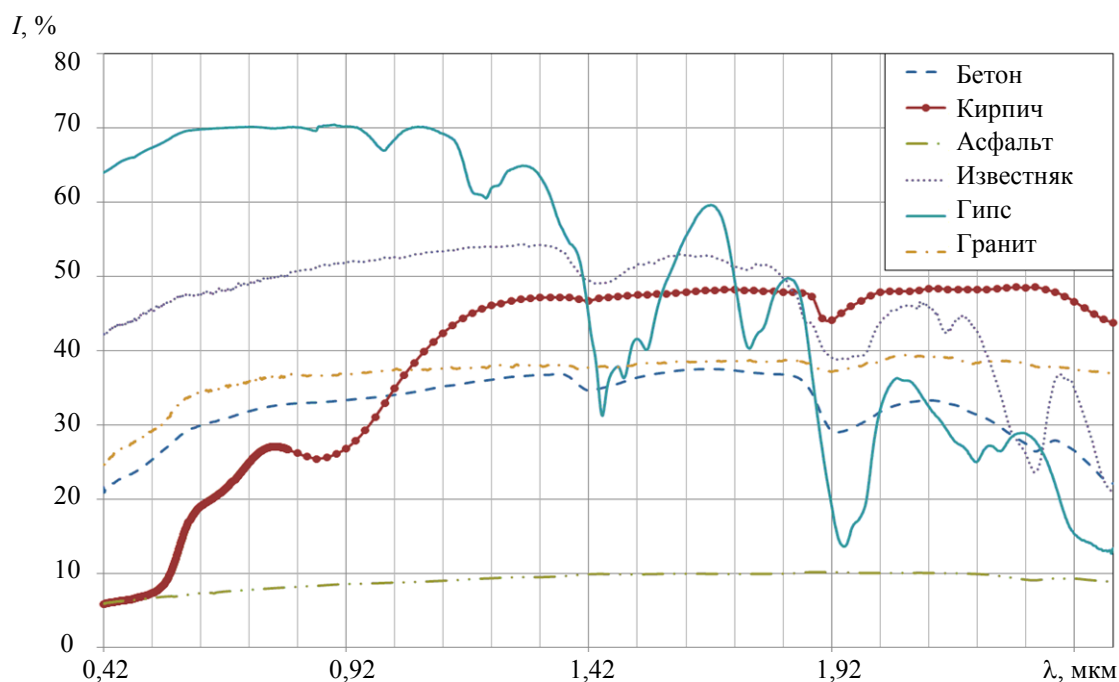


Рис. 5

В настоящее время в Техническом университете Ильменау проводятся работы по повышению степени достоверности комплексной идентификации подклассов строительных материалов. Создан макет устройства для идентификации, функциональная схема которого представлена на рис. 6. Поступающий на конвейер 1 из накопителя размельченный строительный мусор 2 согласно компьютерному алгоритму идентифицируют с помощью видеокамеры 3, спектрометра 4, по форме, структуре, цвету и спектру отражения. Падающие с конвейера фрагменты сортируют, используя воздушные струи.

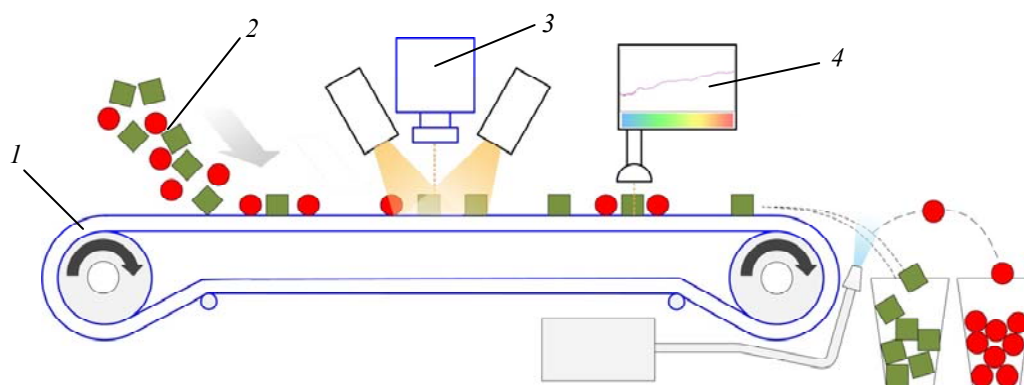


Рис. 6

**Выводы.** Оптические методы идентификации и контроля качества веществ и материалов, основанные на анализе изображения и (или) спектральных характеристик объектов, обладают рядом преимуществ перед другими методами (механическими, электрическими, химическими и пр.) обладают высокими быстродействием и достоверностью, могут быть использованы в различных областях научно-технической и хозяйственной деятельности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Светлов В. А., Козлов С. П.* Опасности и осложнения центральных сегментарных блоков // Анестезиология и реаниматология. 2000. № 5. С. 82.
2. *Latyev S. M., Shpakov D. V., Egorov A. G., Chugunov S. A., Volchkov V. A.* Identifying biological tissues by means telecommunication Microsystems // J. of Optical technology. Vol. 78, Iss. 1. P. 66—69.
3. *Воронин А. А., Смирнова Е. В., Смирнов А. П.* К вопросу идентификации пород древесины с применением методов анализа спектров // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2010. № 2(66). С. 5—11.
4. *Strecker M.* Entwicklung einer Führungsvorrichtung und Bildaufnahmeeinheit für kleine, bewegte Objekte. Fachgebiet Qualitätssicherung. Technische Universität Ilmenau, 2006.
5. *Anding K.* Automatisierte Qualitätssicherung von Getreide mit überwachten Lernverfahren in der Bildverarbeitung. Dissertation (Dr.-Ing.). Ilmenau: Verlag ISLE, 2010. 235 s.
6. *Anding K., Brückner P., Linß G.* Influence of Dataset Character on Classification Performance of Support Vector Machines for Grain Analysis, Artificial Intelligence and Applications. Innsbruck, Austria, 2010.
7. Mineralische Bauabfälle Monitoring 2010. Arbeitsgemeinschaft Kreislaufwirtschaft Bau (KWB). 2013. S. 8—12.
8. *Wotruba H.* Stand der Technik der sensorgestützten Sortierung // BHM Berg- und Hüttenmännische Monatshefte. 2008. Bd 153, N 6. S. 221—224.
9. *Clark R. N., Swayze G. A., Wise R., Livo E., Hoefen T., Kokaly R., Sutley S. J.* USGS digital spectral library. U.S. Geological Survey, 2007.
10. *Linß E., Anding K., Schnellert T., Ludwig H.-M.* Identification of Construction and Demolition Waste by Using Image Processing in the Visual and Near-infrared Spectrum, and Machine Learning Methods. Ibausil, 2012.

**Сведения об авторах**

- Святослав Михайлович Латыев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютеризации и проектирования оптических приборов; заведующий кафедрой; E-mail: latyev@grv.ifmo.ru
- Андрей Анатольевич Воронин** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютеризации и проектирования оптических приборов
- Катарина Андинг** — канд. техн. наук; Технический университет Ильменау, кафедра контроля качества; научный сотрудник
- Элке Линц** — канд. техн. наук; Университет Баухаус, Веймар, Германия; руководитель научной лаборатории
- Петр Анатольевич Курицын** — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютеризации и проектирования оптических приборов; Технический университет Ильменау, кафедра контроля качества

Рекомендована кафедрой  
компьютеризации и проектирования  
оптических приборов

Поступила в редакцию  
26.04.13 г.

А. Л. АНДРЕЕВ, В. В. КОРОТАЕВ, Д. М. ПАШКОВСКИЙ

## СЕЛЕКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ МАЛОРАЗМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ НА НЕОДНОРОДНОМ ФОНЕ В УСЛОВИЯХ ПОМЕХ

Рассматриваются вопросы, связанные с использованием в автоматизированных системах видеонаблюдения алгоритма, позволяющего решать задачи обнаружения и селекции сигналов мало контрастных и малоразмерных объектов при наличии в зоне наблюдения контрастных маскирующих деталей фона.

**Ключевые слова:** селекция изображений, автоматизированные системы видеонаблюдения, малоразмерные объекты, неоднородный фон.

Одной из распространенных задач, решаемых на этапе предварительной обработки изображений, является выделение слабых оптических сигналов от малоразмерных (в предельном случае — точечных) целей, наблюдаемых в присутствии существенно более контрастных мешающих деталей фона. Применительно к автоматизированным системам видеонаблюдения последние являются оптическими помехами, это могут быть всевозможные блики, яркие излучающие или отражающие излучение объекты, находящиеся в поле зрения системы.

На рис. 1 приведено изображение, содержащее малоразмерные объекты  $O_1, \dots, O_{10}$ , а также более крупные и более контрастные мешающие детали фона. Соответствующая этому примеру осциллограмма видеосигнала выделенной строки представлена на рис. 2, а. В приведенном примере сигналы от малоразмерных целей могут обладать как положительным, так и отрицательным ( $O_4, O_7$ ) по отношению к элементам окружающего фона контрастом. Очевидно, что для успешного обнаружения и селекции необходимо, чтобы величина сигнала наблюдаемых объектов ( $U_c$ ) превышала уровень шумовой составляющей ( $\sigma_{ш}$ ), оцениваемой в окрестностях соответствующих прилегающих локальных областей. После квантования видеоимпульсов в узле аналого-цифрового преобразователя (АЦП) элементы изображения можно представить в виде матрицы целых чисел  $[E_{ij}]$ , где  $i$  и  $j$  — соответственно номера столбцов и строк.

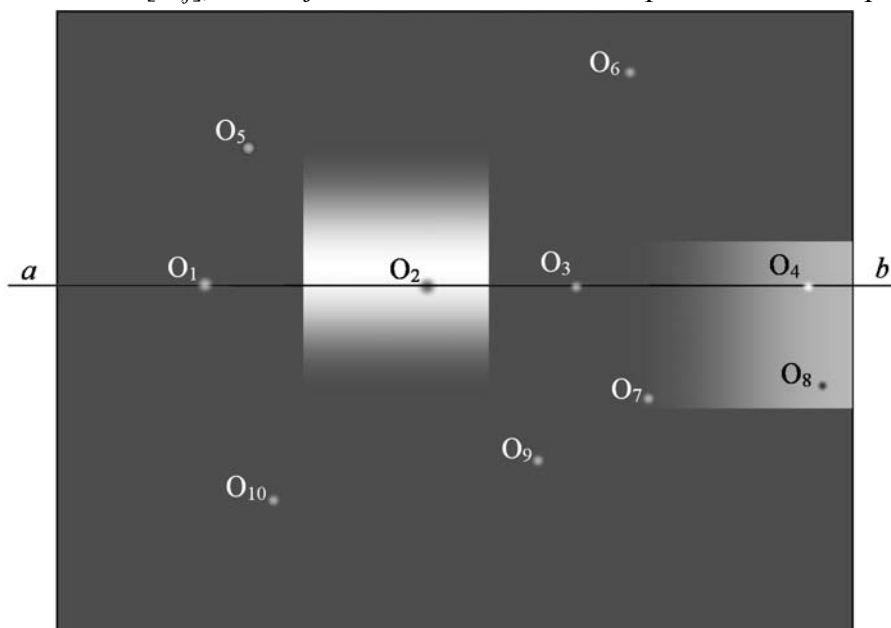


Рис. 1

Обобщенно операция выявления объектов в искаженном шумами и помехами изображении может быть определена как процедура сравнения двух чисел, первое должно быть по-



лучено в результате преобразования анализируемого изображения, представленного в виде матрицы-массива целых чисел  $E_{i,j}$ :

$$L[E_{i,j}] \geq \Pi[E_{i,j}]. \quad (1)$$

( $L[*]$  — оператор преобразования исходного изображения;  $\Pi[*]$  — оператор формирования порогового значения). Второе число является пороговым, определяемым заданным критерием оптимальности.

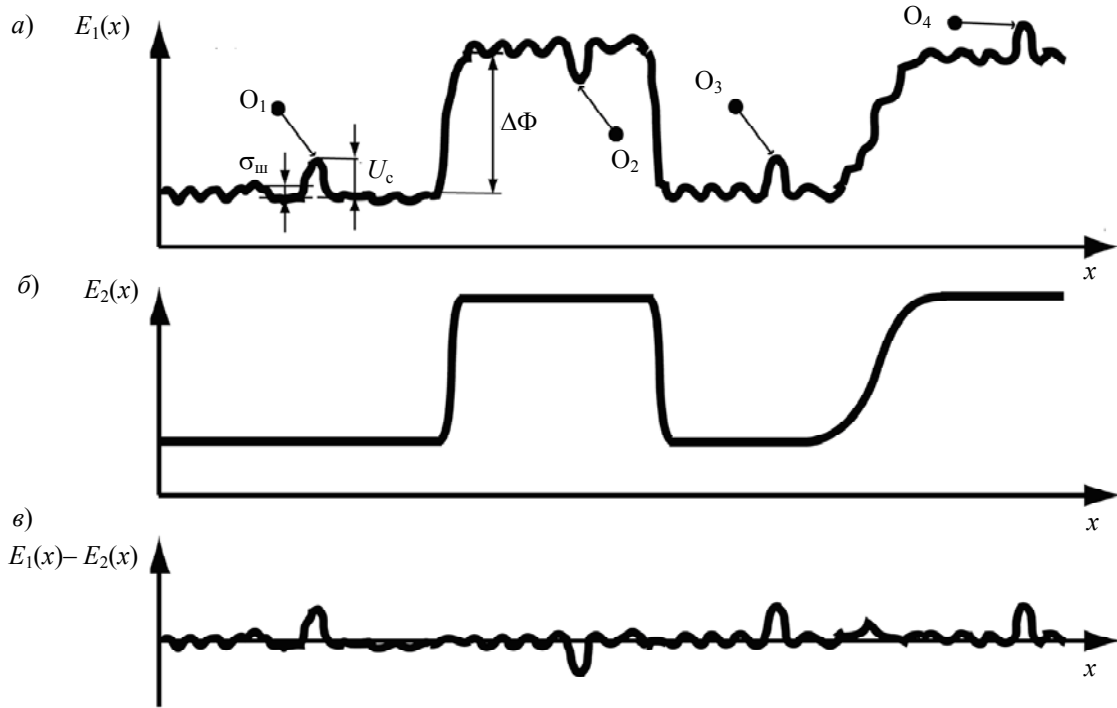


Рис. 2

В случае выполнения условия (1) принимается решение о наличии объекта, в противном случае — о его отсутствии. Качество обнаружения обычно характеризуется двумя параметрами: вероятностью правильного обнаружения, т.е. выполняется условие (1), при наличии объекта в анализируемом изображении; вероятностью ложной тревоги, условие (1) выполняется, в анализируемом изображении объект отсутствует.

Конкретный вид операторов  $L[*]$ ,  $\Pi[*]$ , а также качество обнаружения зависят от наличия исходных сведений об ожидаемых объектах, шумах, помехах и искажениях. В таком случае оператор  $\Pi[*]$  должен представлять собой пространственную функцию, отслеживающую изменение фоновой составляющей в различных участках изображения — адаптивный порог. Выделить слабые оптические сигналы малоразмерных объектов (целей), наблюдаемых в присутствии мешающих деталей фона, в автоматизированной системе видеонаблюдения можно, выполнив шаги следующего алгоритма [1].

1. Для каждого элемента  $E_{i,j}$  исходного массива формируется новое значение  $E_{i,j}^*$  на основе анализа сигналов от смежных элементов в пределах апертуры сглаживающего фильтра:

$$E_{i,j}^* = F \begin{bmatrix} E_{(i-l),(j-k)} & \dots & E_{i,(j-k)} & \dots & E_{(i+l),(j-k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ E_{(i-l),j} & \dots & E_{i,j} & \dots & E_{(i+l),j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ E_{(i-l),(j+k)} & \dots & E_{i,(j+k)} & \dots & E_{(i+l),(j+k)} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $F[*]$  — оператор сглаживающего фильтра;  $l = (m-1)/2$ ;  $k = (n-1)/2$ ;  $m \times n$  — апертура фильтра.

Полученный массив  $[E_{i,j}^*]$  в дальнейшем используется для компенсации фоновой составляющей. Заметим, что в качестве сглаживающего фильтра могут применяться различные линейные или нелинейные анизотропные операторы. Однако, как показал анализ, при наличии резких перепадов уровня фоновой составляющей в поле зрения системы наилучший эффект дает процедура нелинейной фильтрации на основе двумерного медианного фильтра. Специфическими свойствами медианного фильтра (в отличие от анизотропного линейного) являются эффективное подавление немонотонных (в пределах апертуры) составляющих последовательности чисел и неискаженная передача монотонных составляющих. Использование линейных процедур фильтрации, как будет показано ниже, не позволяет осуществлять надежную селекцию малоразмерных целей при больших отношениях  $\Delta\Phi/U_c$  (рис. 2, б).

2. Для каждого элемента изображения вычисляется разностный сигнал путем сравнения значений отсчетов сглаженного и исходного массивов:

$$ZE_{i,j} = E_{i,j} - E_{i,j}^* \quad (3)$$

Описанные выше процедуры проиллюстрированы на рис. 2, б, в (б — фоновая составляющая, полученная после фильтрации видеосигнала выделенной строки; в — разностный сигнал, полученный после вычитания фоновой составляющей).

3. Обнаружение объектов и устранение „пустых“ элементов массива  $[ZE_{i,j}]$ , не содержащих сигнальной составляющей:

$$ZE_{i,j}^* = \begin{cases} ZE_{i,j}, & |ZE_{i,j}| \geq \Pi_0, \\ 0, & |ZE_{i,j}| < \Pi_0, \end{cases} \quad (4)$$

при условии априорной неопределенности наличия интересующих объектов в зоне наблюдения.

Величина решающего порога  $\Pi_0$  определяется по заданному критерию оптимальности с учетом допустимых значений вероятности возникновения ошибок первого или второго рода.

Если известно точное число присутствующих в зоне наблюдения объектов, то после шага 2 осуществляется переход к 4.

4. В полученном массиве  $ZE_{i,j}$  (или  $ZE_{i,j}^*$ ) осуществляется поиск локальных максимумов. При обнаружении каждого из них в отведенной области памяти фиксируется небольшой сегмент, взятый из исходного массива в окрестностях элемента, соответствующего локальному максимуму. Указанная процедура выполняется для всех локальных максимумов, соответствующих обнаруженным объектам (или для всех локальных максимумов, соответствующих известному числу объектов, находящихся в зоне наблюдения).

Таким образом, решающее правило представляет собой последовательность достаточно простых линейных и нелинейных процедур.

Для реализации описанного алгоритма необходимо уточнение отдельных параметров решающего правила и обоснование требований к отдельным звеньям аппаратной структуры автоматизированной системы видеонаблюдения (тип и апертура сглаживающего фильтра, достаточная разрядность АЦП; габаритно-энергетические параметры оптической системы, предопределяющие реализуемое отношение сигнал/шум). Очевидно, что оптимизация параметров решающего правила и требований к отдельным звеньям аппаратной структуры должна проводиться с учетом множества взаимосвязанных факторов, включая условия функционирования системы. Эффективным способом решения подобной задачи является компьютерное моделирование [2, 3].

С помощью компьютерной модели методом статистических испытаний (метод Монте-Карло) можно получать необходимые зависимости, позволяющие прогнозировать поведение системы при различных значениях параметров еще на ранних стадиях проектирования.

В модели в качестве варьируемых исходных параметров, предопределяющих условия эксперимента, используются:

- координаты объекта (цели) относительно положения области существенного изменения фоновой составляющей в анализируемом изображении;
- параметр, характеризующий градиент пространственного изменения фоновой составляющей (имитирующий плавный или резкий перепад яркости фона в области наблюдения);
- отношение перепада уровня фоновой составляющей к величине сигнальной составляющей от объекта наблюдения ( $\Delta\Phi/U_c$ , см. рис. 2);
- отношение сигнал/шум ( $\mu = U_c/\sigma_{ш}$ ), оцениваемое как отношение пикового значения сигнала объекта, наблюдаемого на соответствующем локальном участке фона, к среднеквадратическому значению флуктуации шумовой составляющей;
- тип используемого фильтра: анизотропный линейный или медианный;
- размерность апертуры фильтра ( $W = m \times m$ , где  $m$  — нечетные числа от 3 до 15);
- число разрядов АЦП ( $N = 1—16$ ).

Ниже приводятся примеры моделирования, полученные методом статистических испытаний при обработке 1000 реализаций цифрового изображения ( $256 \times 256$  элементов) для каждого варианта задания исходных параметров. Указанные зависимости получены для случая исходной определенности наличия малоразмерного объекта в зоне наблюдения на участке изображения с низким уровнем фона.

На рис. 3 приведены зависимости условной вероятности  $P$  правильного выделения сегмента, содержащего изображение объекта, от  $\mu$  при различных значениях разрядности АЦП и отношениях  $\Delta\Phi/U_c$ . Как видно из рис. 3, а, при  $\Delta\Phi/U_c \leq 5$  увеличение разрядности АЦП ( $N \geq 8$ ) практически не влияет на качество обнаружения. Уже при  $\mu \geq 5$  обеспечивается высокая вероятность правильной селекции малоразмерной цели. Однако при больших значениях  $\Delta\Phi/U_c$  с увеличением разрядности (при  $N > 8$ ) наблюдается существенное увеличение вероятности правильной селекции объектов при малых отношениях сигнал/шум (рис. 3, б). Это объясняется тем, что при  $\Delta\Phi/U_c \gg 5$  величина сигнальной составляющей от объекта при малой разрядности АЦП может оказаться меньше шага квантования видеосигнала, в то время как распределение уровней квантования должно осуществляться по всему диапазону изменения видеосигнала.

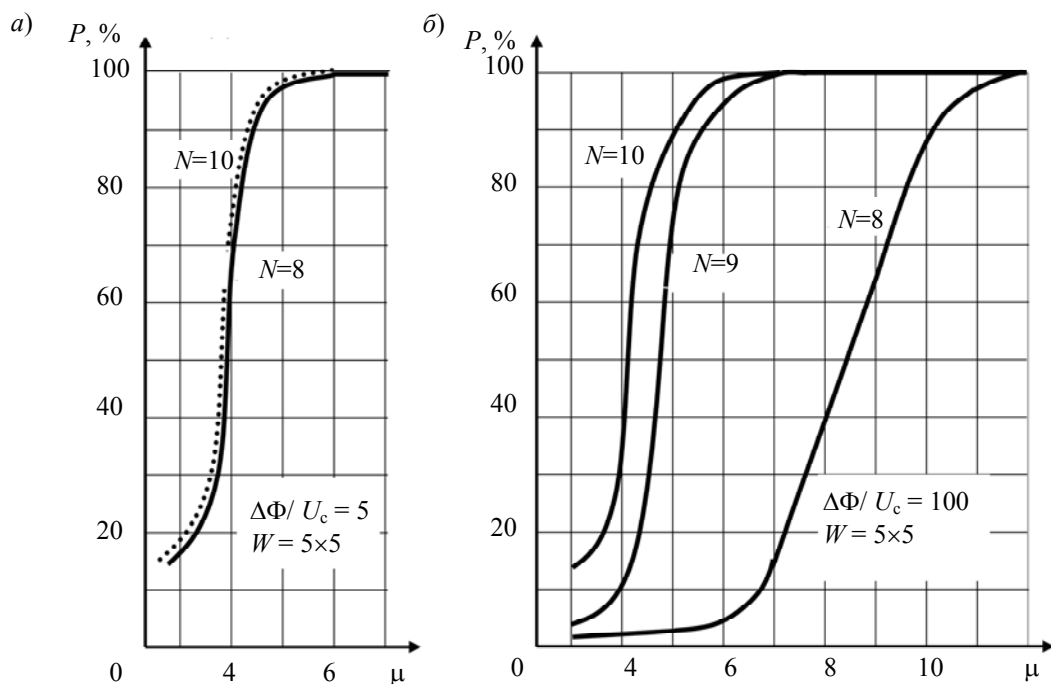


Рис. 3

На рис. 4 в более наглядной форме представлены зависимости вероятности правильного выделения сегмента от отношения  $\Delta\Phi/U_c$  при различных значениях  $N$  для случая использования в составе решающего правила линейного анизотропного (а) и нелинейного медианного фильтра (б). Из приведенных примеров видно, что в случае использования анизотропного фильтра принципиально не удается (даже при максимальном значении  $N = 12$ ) решать задачу выделения малококонтрастных объектов в изображениях, содержащих резкие перепады фоновой составляющей, по контрастности соизмеримые с наблюдаемыми объектами. Это объясняется существенным перекрытием в пространственно-частотной области спектров сигнальной и фоновой составляющих, в то время как в основе работы анизотропного линейного фильтра лежит именно коррекция пространственно-частотных характеристик входных воздействий. Однако при использовании медианного (нелинейного) фильтра с адекватной (согласованной с размерами изображения выделяемого объекта) апертурой удается успешно решать задачу селекции малоразмерных и малококонтрастных объектов вплоть до значений  $\Delta\Phi/U_c \approx 150$  при условии достаточной разрядности АЦП в узле предварительной (допроцессорной) обработки сигнала.

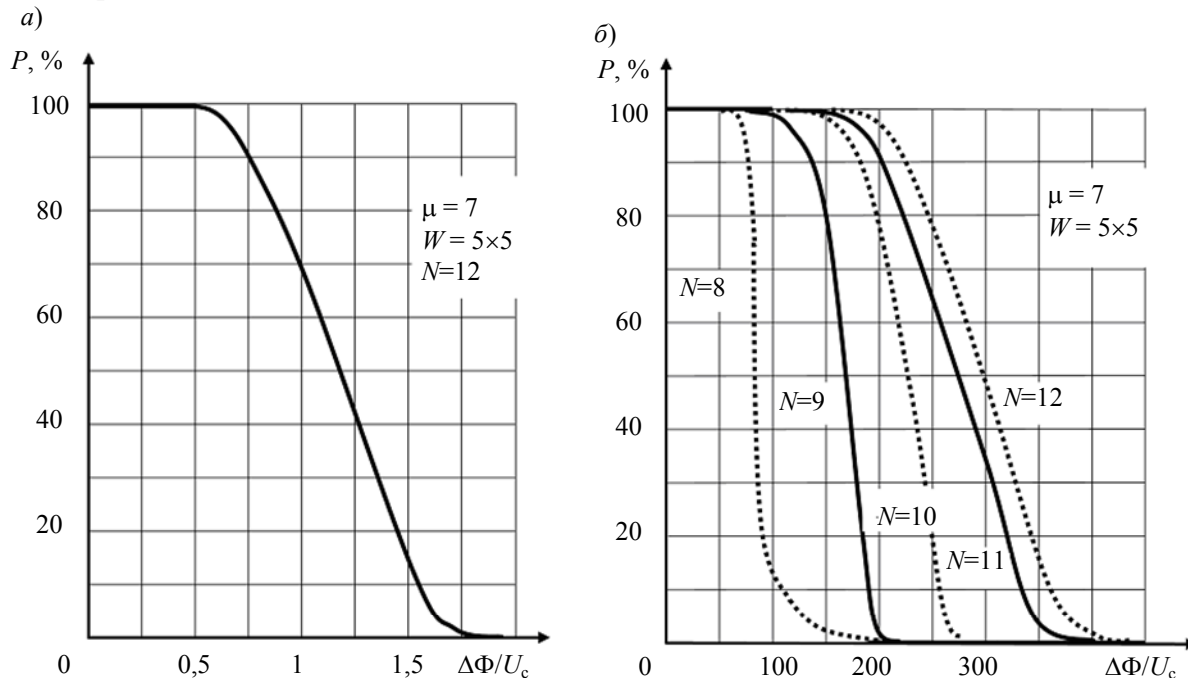


Рис. 4

**Выводы.** Описанный выше алгоритм при оптимально выбранных параметрах решающего правила и обоснованных требованиях к отдельным звеньям аппаратной структуры автоматизированной системы видеонаблюдения позволяет успешно решать задачу выделения слабых оптических сигналов от малоразмерных (в предельном случае — точечных) целей, наблюдаемых в присутствии существенно более контрастных (в несколько десятков раз) мешающих деталей фона.

Наиболее предпочтительно в составе решающего правила использовать двумерный медианный фильтр с минимально возможной апертурой, при этом достигаются наилучшие условия для селекции малоразмерных целей на фоне резких скачков яркости фона.

При правильно выбранных параметрах системы основное влияние на возможности селекции малококонтрастных точечных объектов на фоне резких контрастных изменений фоновой составляющей оказывает ограничение динамического диапазона используемых приемников оптического излучения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Под ред. Т. С. Хуанга. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.
2. Андреев А. Л., Тоткайло С. В. Комплексная модель оптико-электронной системы наблюдения за точечными объектами // Сб. тр. VII Междунар. конф. „Прикладная оптика-2006“. Т. 1. Оптическое приборостроение. СПб, 2006. С. 48—52.
3. Андреев А. Л., Лбова Т. П. Разработка структуры комплексной модели оптико-электронной системы наблюдения за точечными объектами // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2009. № 5(63). С. 10—15.

*Сведения об авторах*

- Андрей Леонидович Андреев** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: and-andr@yandex.ru
- Валерий Викторович Коротаев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; заведующий кафедрой; E-mail: korotaev@grv.ifmo.ru
- Дмитрий Матвеевич Пашковский** — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: natr1x@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию  
28.11.11 г.

УДК 621.391.161

Б. И. ШКУРСКИЙ

## ОБНАРУЖЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ ПЕЛЕНГАТОРАХ

Рассмотрена процедура обнаружения сигнала в оптико-электронных пеленгаторах с тремя типами фотоприемных устройств. Выявлены условия эффективности оптимальных по отношению сигнал/(помеха+шум) линейных фильтров. Представлен эвристический алгоритм обнаружения цифрового сигнала в пеленгаторах с матричными фотоприемными устройствами.

**Ключевые слова:** оптико-электронный пеленгатор, оптимальный фильтр, отношение сигнал/(помеха+шум), эвристический алгоритм.

Цифровая обработка электрических сигналов в настоящее время широко применяется в оптико-электронных системах, в частности, в оптико-электронных пеленгаторах (ОЭП). Под выделением сигнала понимается выделение его из шумов фотодиэлектриков и помех, обнаружение и оценка его параметров (отношение сигнал/шум, угловые координаты и т.д.). Цифровой обработке сигналов посвящено достаточно много специальной литературы (см., например, [1]), облегчающей конструирование цифровых фильтров любых типов. Однако в ней, как правило, не затрагиваются некоторые вопросы, принципиальные для обработки сигналов в ОЭП:

- какие фильтры могут быть отнесены к оптимальным;
- как наилучшим образом выбрать параметры сигналов, подлежащих обработке;
- какие дополнительные процедуры обработки сигналов требуются.

В современных ОЭП могут применяться фотодетекторы трех типов:

1) одно-, многоэлементные фотоэлектрические приемники (ФЭП) или фотоприемные устройства (ФПУ) с предварительными усилителями для каждого фоточувствительного элемента (ФЧЭ) в сканирующих ОЭП (например, ФПУ производства ОАО „Сапфир“, Россия [2]);

2) многоэлементные ФЭП, экспонирующие излучение сцены в процессе ее сканирования и периодически „сбрасывающие“ результат, могут выполнять процедуру ВЗН („выборка—задержка—накопление“), сканирующие ОЭП (например, ФЭП Mercury фирмы Sofradir, Франция), ВЗН не используется;

3) многоэлементные „смотрящие“ (экспонирующие излучение сцены без сканирования) матрицы (например, матрица Mars фирмы Sofradir, Франция).

Приведем решение для оптимального по максимуму отношения сигнал/шум ( $\mu$ ) линейного фильтра для аддитивного (белого) шума: на обработку поступила последовательность отсчетов  $u_i$  ( $1 \leq i \leq I$ ) реализации, в которой, возможно, содержится выборка  $s_k$  ( $1 \leq k \leq K < I$ ) сигнала  $s(t)$ . Необходимо отыскать весовую функцию  $h_n$  ( $1 \leq n \leq N$ ) линейного цифрового фильтра, выделяющего максимум  $\mu$ .

Выходная реализация линейного фильтра:

$$U_m = \sum_{n=1}^N h_n u_{m-n+1}; \quad 1 \leq m \leq I - N + 1, \quad (1)$$

выходной сигнал в отсутствие шумов:

$$S_m = \sum_{n=1}^N h_n s_{m-n+1}. \quad (2)$$

Среднеквадратичный уровень шумов на выходе фильтра (в отсутствие сигнала):

$$D^2 = \left\langle \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^N h_n h_l u_{m-n+1} u_{m-l+1} \right\rangle = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^N h_n h_l M_{n-l}, \quad (3)$$

где  $M_{n-l}$  — симметричная матрица начальных моментов шума, как случайной функции времени (угловые скобки означают процедуру отыскания математического ожидания):

$$\mu = \left| \sum_{n=1}^N h_n s_{m-n} \right|^2 / \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^N h_n h_l M_{n-l}. \quad (4)$$

Для случая белого шума с нулевой постоянной составляющей, когда  $M_{n-l} = M_0 \delta_{n-l,0}$  ( $\delta_{ii'} = 1$  при  $i = i'$ ,  $\delta_{ii'} = 0$  — иначе — символ Кронекера), формула для дисперсии шумов упрощается:

$$\sigma^2 = M_0 \sum_{n=1}^N h_n^2.$$

Для этого случая, опираясь на неравенство Шварца [3], получим весовую функцию  $\hat{h}$  оптимального фильтра и максимальное значение  $\hat{\mu}$ :

$$\hat{h}_n = s_{-n}, \quad \hat{\mu}_{\max} = \sum_{n=1}^N |s_n|^2 / \sigma^2. \quad (5)$$

Таким образом, приходим к обычному согласованному фильтру и  $\mu_{\max} = 0$ , так как  $M_0 = \infty$ . Этот парадокс имеет место при белом шуме и объясняется тем, что усреднение проведено по конечному числу отсчетов  $K$ , при этом полученное значение  $\mu$  меньше, чем для любого аналогового полосового фильтра. Сигнал в рассматриваемом случае не всегда один и тот же, т. е.  $s_n \neq s(n\tau)$ ,  $\tau$  — шаг квантования реализации шумов, возможно, в смеси с сигналами

лом, а  $s_n = s(n\tau + \Delta t)$ ,  $\Delta t \in \{\pm\tau/2\}$ , распределение равномерное. Следует принимать во внимание случайный характер сигнала, а также учитывать параметры ФЭП или ФПУ, применяемых в ОЭП.

**Случай 1.** Применена линейка „несмотрящих“ ФЧЭ с индивидуальными предварительными усилителями и устройствами оцифровки выходных смесей шумов, помехи и, возможно, сигнала. Сканирование выполняется поперек линейки. Этот случай можно отнести к простейшим: постоянная составляющая фотоэлектрического сигнала, обязанная своим возникновением напряжению питания ФЧЭ, равнояркому фону и излучению защитного окна, как и белый шум, во входной цифровой смеси отсутствуют, если предварительные усилители имеют полосовые фильтры. В этом случае оптимальный фильтр можно найти традиционным методом. При начальных центральных моментах с помощью автокорреляционной функции (АКФ)  $R_n$  шумов аналогично (4) получим:

$$\mu = \left| \sum_{n=1}^N h_n s_{m-n} \right|^2 / \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^N h_n h_l R_{n-l}. \quad (6)$$

Значение  $\mu_{\max}$  достигается при условии, вытекающем из неравенства Шварца:

$$s_{m-n} = \sum_{l=1}^N h_l R_{n-l}. \quad (7)$$

Из этой системы линейных уравнений находим весовую функцию  $\hat{h}_l$  оптимального цифрового фильтра, отсюда при некоторой задержке  $m\tau$  входного сигнала

$$\hat{\mu} = \left| \sum_{n=1}^N \hat{h}_n s_{m-n} \right|_{\max\{m\}}. \quad (8)$$

Постоянная времени  $T$  инерционных звеньев выбирается с помощью моделирования. В результате выбора постоянной времени  $T$  инерционного звена и фиксации сдвига  $\Delta t$  выборки реализации относительно сигнала АКФ шумов становится функцией времени, а сигнал, весовая функция оптимального фильтра и  $\mu$  — функцией  $T$  и  $\Delta t$  с критерием

$$\mu = [\hat{\mu}(T, \Delta t)]_{\min\{\Delta t\}} = \max\{T\}. \quad (9)$$

При многократном анализе сцены допустимы пропуски сигнала, чтобы область поиска минимума можно было ограничить, например, 90 % наиболее удачными (по  $\hat{\mu}$ ) участками области изменения  $\Delta t$  и  $T$ .

Как правило, помехи определяют совокупные шумы ОЭП. Оптимальный цифровой фильтр рассчитывается с помощью системы уравнений (7) по расчетной АКФ фоновых помех и шумов.

Рассмотрим зависимость  $\mu$  от шага выборки: чем выборка гуще, тем лучше. При уменьшении  $\Delta t$  и  $T$  происходит приближение к идеальному аналоговому фильтру.

Сказанное справедливо для объектов фиксированных размеров. При обнаружении объектов разного размера требуется несколько фильтров, позволяющих выбрать лучший по отношению сигнал/(помеха+шум)  $\mu_n$ .

**Случай 2.** То же, что и случай 1, но ФЧЭ экспонирует сцену в процессе сканирования с периодическим „сбросом“ результата, возможно, с реализованной процедурой ВЗН. Главное отличие от случая 1 — дополнительная фильтрация невозможна (индивидуальных предварительных усилителей нет).

Фильтр с весовой функцией (см. (7)) и в этом случае оптимален.

Если шумовые компоненты отсчетов некоррелированы, применяется упрощенная процедура: пары соседних отсчетов взвешиваются со своими модулями, результаты суммируются.

В отличие от оптимального такой фильтр вместо самого сигнала использует его оценку и потому уступает оптимальному. Таким образом, в этом случае при отсутствии фоновых помех рекомендуется применять предельно короткие импульсы и следующую эвристическую процедуру их обработки:

$$U_m = (u_{m-1}|u_{m-1}| + u_m|u_m|) / (|u_{m-1}| + |u_m|). \quad (10)$$

Для защиты от фоновых помех, темновых и коммутационных шумов целесообразно применять алгоритмы, эквивалентные одно-двукратному дифференцированию:

$$U_{m+1} = \frac{(u_{m-1} - u_{m-2})|u_{m-1} - u_{m-2}| + (u_m - u_{m+1})|u_m - u_{m+1}|}{|u_{m-1} - u_{m-2}| + |u_m - u_{m+1}|}, \quad (11)$$

$$U_{m+1} = \{[u_{m-1} - (u_{m-2} + u_{m+1})/2]|u_{m-1} - (u_{m-2} + u_{m+1})/2| + [u_m - (u_{m-2} + u_{m+1})/2]|u_m - (u_{m-2} + u_{m+1})/2|\} / W;$$

$$W = |u_{m-1} - (u_{m-2} + u_{m+1})/2| + |u_m - (u_{m-2} + u_{m+1})/2| \quad (12)$$

другие подобные процедуры. Фильтры (11), (12) устраняют постоянную составляющую смеси фотоэлектрического сигнала, помех и шумов, поскольку среднее значение их весовых функций равно нулю.

**Случай 3.** Сигналы „смотрящей“ матрицы в значительной мере аналогичны сигналам в случае 2, но ужесточены требования к подавлению геометрических шумов. В работе [4] рекомендовано применять цифровой эквивалент череспериодных растров вдоль и поперек строк. Однако этот метод является неточным. Поскольку распределение энергии в изображении сигнала неизвестно, процедура выделения сигнала ограничивается определением разности отсчета и среднего значения отсчетов по фону.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. СПб: Питер, 2003. 604 с.
2. Московский завод „Сапфир“ [Электронный ресурс]: <[www.mzsaphir.ru/viewpage.php?page.id=12](http://www.mzsaphir.ru/viewpage.php?page.id=12)>.
3. Корн Г. Д., Корн Т. М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970. 720 с.
4. Якименко И. В., Гурченков Д. А. Пространственная фильтрация тепловых объектов с череспериодной компенсацией фона // Журнал радиоэлектроники. 2009. № 4.

#### Сведения об авторе

**Борис Иванович Шкурский**

— д-р техн. наук, профессор; „Урал-Геофизика“ ОАО «ПО „УОМЗ“», Москва; главный специалист; E-mail: lynx.s@bk.ru

Рекомендована кафедрой  
ОАО «ПО „УОМЗ“»

Поступила в редакцию  
24.01.11 г.



---

---

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

---

---

УДК 622.72, 681.5.08

Е. В. ГОРБУНОВА, Д. Б. ПЕТУХОВА, А. Н. ЧЕРТОВ

### НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПРИМЕНИМОСТИ ОПТИЧЕСКОГО МЕТОДА ДЛЯ ОБОГАЩЕНИЯ РУД ТВЕРДЫХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Рассмотрены особенности процесса оценки возможности обогащения руд твердых полезных ископаемых оптическим методом.

*Ключевые слова:* оптический метод, твердые полезные ископаемые, обогащение, цвет.

Известно, что одним из путей повышения эффективности любого технологического процесса является его автоматизация. Решение задачи автоматизации процесса оценки возможности обогащения руд твердых полезных ископаемых оптическим методом (в отечественной практике — фотометрическим) сопряжено с рядом трудностей. Первая заключается в нетривиальности самой задачи: минеральные образцы обладают различной формой, текстурой поверхности, окраской, степенью прозрачности и, таким образом, представляют собой сложные для комплексного анализа объекты. Следовательно, аппаратно-программный комплекс (АПК), предназначенный для решения задачи в автоматическом режиме, должен обладать достаточной гибкостью алгоритма принятия решения и адаптивностью к особенностям анализируемых минеральных объектов.

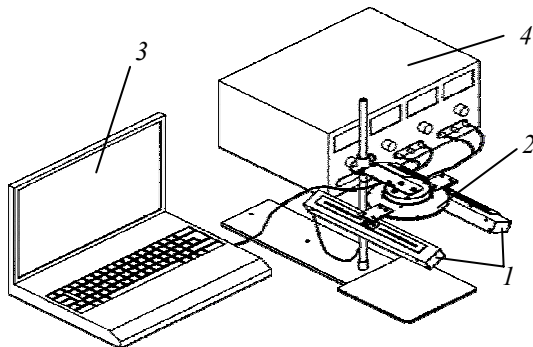
Поскольку в основе оптического метода лежит селекция объектов по цвету, другой сложностью является описание цвета для АПК [1]. При этом система цветовых координат должна обеспечивать возможность эффективного разделения слабоконтрастных минеральных объектов.

Но ключевая проблема заключается в том, что на первом этапе анализа именно специалист-минералог должен определить селективные признаки для конкретного типа руды, характеризующие ее полезность и отличающие от „пустой породы“ (особенности цвета поверхности, наличие включений, степень прозрачности минерального образца или несколько критериев одновременно). Кроме того, необходимо установить взаимосвязь между выбранными признаками и соответствующими элементами изображений всех образцов анализируемой минеральной пробы.

Коллективом авторов было разработано программное обеспечение, позволяющее анализировать минеральные пробы с целью оценки возможности их обогащения оптическим методом [см. лит.]. Экспериментальные исследования проводились с помощью разработанной на кафедре оптико-электронных приборов и систем НИУ ИТМО установке, общий вид которой показан на рисунке (1 — узлы освещения; 2 — узел регистрации; 3 — ПК; 4 — блок питания).

Процесс анализа можно условно разбить на два этапа: диагностика и проверка. На первом этапе оператор задает параметры работы и формализует особенности анализируемых образцов

(проводит обучение АПК). В результате выдается заключение о возможности обогащения данной руды оптическим методом, а также определяются величина порога разделения образцов минеральной пробы и рабочие параметры обогатительного оборудования.



На втором этапе (в режиме имитации работы сепаратора) АПК проверяет полученные данные на образцах более представительной минеральной пробы.

Результаты настоящей работы могут быть востребованы на предприятиях горнодобывающей промышленности, а также в технологических лабораториях геологических партий.

Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг.

#### ЛИТЕРАТУРА

Горбунова Е. В. Оптико-электронные системы цветового анализа минерального сырья. Теоретические основы и практические приложения. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2011. 164 с.

#### Сведения об авторах

- Елена Васильевна Горбунова** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: vredina\_ia@mail.ru
- Дарья Борисовна Петухова** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: petuxovadarja@yandex.ru
- Александр Николаевич Чертов** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: a.n.chertov@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию  
08.02.13 г.

Н. К. ПАВЛЫЧЕВА, А. В. ЛУКИН, А. Н. МЕЛЬНИКОВ,  
Э. Р. МУСЛИМОВ, Н. А. ПЕТРАНОВСКИЙ

## ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСА „ОСНОВЫ ДИФРАКЦИОННОЙ ОПТИКИ И ГОЛОГРАФИИ“

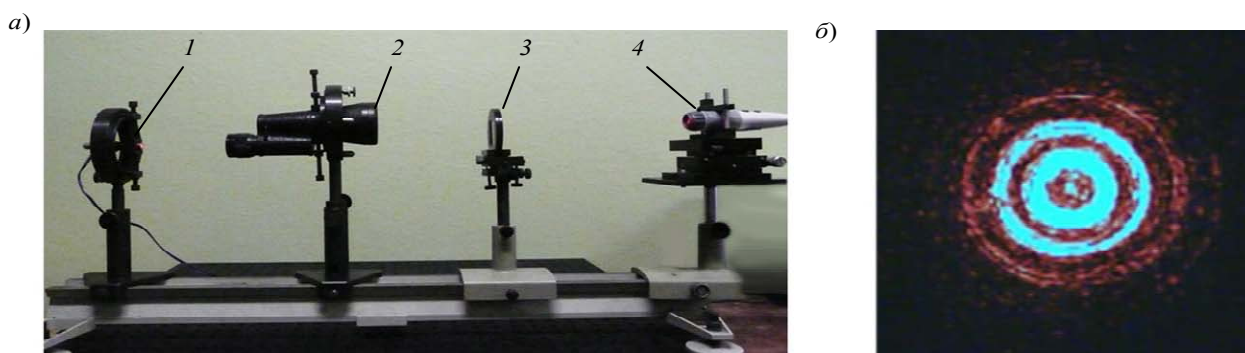
Описан учебно-методический лабораторный комплекс, основу которого составляет комплект голограммных оптических элементов. Приведены примеры учебных и исследовательских работ, выполняемых с использованием комплекса.

**Ключевые слова:** учебно-методический лабораторный комплекс, дифракционная оптика, голография, голограммные оптические элементы, лабораторный практикум.

Учебно-методический лабораторный комплекс (УМЛК) „Основы дифракционной оптики и голографии“, разработанный совместно специалистами Казанского национального исследовательского технического университета и ОАО „НПО ГИПО“ в 2010—2011 гг., позволяет выпускникам учебных заведений преодолеть разрыв между получаемыми знаниями в области оптики и требованиями, предъявляемыми современным наукоемким производством.

Основу УМЛК составляет комплект голограммных оптических элементов, полученных с помощью современных технологий и адаптированных для учебного процесса. Комплект включает объемные и рельефно-фазовые дифракционные решетки (пропускающие и отражающие, плоские и вогнутые) с различными пространственными частотами, узкополосные голограммные фильтры (УГФ), синтезированный и физический голограммные растры, синтезированные голограммные линзы (СГЛ), формирующие сферический, цилиндрический и тороидальный волновые фронты, синтезированные голограммные имитаторы (СГИ) aberrаций трех различных типов, голограммы Денисюка и Лейта, дифракционную решетку-поляризатор, дифракционные решетки-светоделители. Также в состав комплекса входят универсальные и специализированные держатели и юстировочные узлы, монохроматические и широкополосные источники излучения, защитные очки, вспомогательные оптические элементы, цифровая видеокамера ВЕС-245, цифровой микроскоп „Эксперт“, ноутбук, методические указания к лабораторному практикуму.

На рисунке в качестве примера приведена лабораторная установка для изучения свойств СГИ aberrации синусоидального вида, реализованная на базе комплекса (а — общий вид установки: 1 — лазерный диод (рабочая длина волны  $\lambda = 0,66$  мкм), 2 — расширитель лазерного пучка, 3 — СГИ aberrации синусоидального вида, 7 — цифровой микроскоп „Эксперт“; б — aberrированное изображение точки).



К настоящему времени УМЛК успешно применяется в девяти вузах РФ, в том числе на кафедре оптико-электронных систем КНИТУ-КАИ, для решения учебных и исследовательских задач.

Элементы УМЛК были использованы при подготовке ряда выпускных работ бакалавров, посвященных исследованию хроматизма СГЛ, изучению свойств плоских голограммных решеток и моделированию aberrаций различных типов с помощью синтезированных голограмм, а также при подготовке двух дипломных проектов, посвященных изучению свойств цилиндрической СГЛ и контролю асферических поверхностей с помощью синтезированных голограммных компенсаторов. Установка с вогнутой дифракционной решеткой применена для проведения исследовательских работ магистров в рамках курса „Оптические методы и приборы для научных исследований“. В рамках аспирантской работы был использован УГФ для подавления излучения лазера в малогабаритной установке для исследования спектров рассеяния Рамана углеродных нанотрубок.

Разработка УМЛК „Основы дифракционной оптики и голографии“ выполнялась по государственному контракту № 02.740.11.0557 в рамках федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг.

**Сведения об авторах**

- Надежда Константиновна Павлычева** — д-р техн. наук, профессор; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева, кафедра оптико-электронных систем; E-mail: nkravlych@rambler.ru
- Анатолий Васильевич Лукин** — д-р техн. наук, профессор; Научно-производственное объединение „Государственный институт прикладной оптики“, отделение дифракционной и асферической оптики; Казань; начальник научно-технологического отделения; E-mail: luk371@yandex.ru
- Андрей Николаевич Мельников** — канд. техн. наук, доцент; Научно-производственное объединение „Государственный институт прикладной оптики“, отделение дифракционной и асферической оптики; Казань; начальник научно-технологического сектора
- Эдуард Ринатович Муслимов** — аспирант; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева, кафедра оптико-электронных систем; E-mail: ehduard-muslimv@rambler.ru
- Николай Александрович Петрановский** — Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева, кафедра оптико-электронных систем; доцент

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных систем

Поступила в редакцию  
12.06.13 г.

## SUMMARY

**P. 5—10.**

### **SYNTHESIS OF ORTHOGONAL FILTERS IN STATISTICAL IDENTIFICATIONS OF DYNAMIC SYSTEM**

Application of digital Laguerre filters in statistical identification of a dynamic system is justified. Analysis of the filters design is presented. An algorithm of pulse response function decomposition into Laguerre series is considered.

**Keywords:** statistical identification, dynamic system, orthogonal Laguerre filter.

#### *Data on authors*

- Alexey E. Nivin* — Post-Graduate Student; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Department of Electric Drive and Electric Equipment of Coastal Installations, St. Petersburg
- Alexander V. Saushev* — Cand. Techn. Sci., Professor; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Department of Electric Drive and Electric Equipment of Coastal Installations, St. Petersburg; E-mail: Saushev@bk.ru
- Vladimir A. Shoshmin* — Dr. Techn. Sci., Professor; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Department of Electric Drive and Electric Equipment of Coastal Installations, St. Petersburg; Head of the Department; E-mail: EP-SPGUVK@bk.ru

**P. 11—15.**

### **SYNTHESIS OF SPACE ROCKET MOTION PROGRAM TO MINIMIZE PAYLOAD LAUNCH COST**

The problem of synthesis of the optimal motion program of a space rocket in order to minimize orbital injection cost per kilogram of payload is considered. The problem is formalized and reduced to a standard optimal control problem with constraints. The method of purposeful replacement of optimization functional is applied to solve the problem.

**Keywords:** space rocket, spacecraft, detachable part, impact area, functional, payload.

#### *Data on authors*

- Nikolay F. Averkiev* — Dr. Techn. Sci., Professor; Mozhaysky Military Space Academy, Department of Navigation and Ballistic Support in Aerospace Means Application and Aircraft Flight Theory, St. Petersburg; E-mail: averkievnf@yandex.ru
- Dastanbek A. Bulekbaev* — Cand. Techn. Sci.; Mozhaysky Military Space Academy, Department of Higher Mathematics, St. Petersburg; E-mail: atiman@mail.ru

**P. 15—23.****STUDY OF A METHOD FOR LAUNCHING OF SUBMERSIBLE FROM SURFACE CARRIER**

A method of traverse launching of unmanned underwater vehicles for oceanography research from a surface carrier is considered. A mathematical model of hydro-ballistic scaled test bench is developed for studying the proposed method of submersible launching, analysis of the equipment design and experimental results.

**Keywords:** autonomous unmanned underwater vehicles, apparatus launching, testing, scaled hydro-ballistic test bench, estimation of test setup parameters.

*Data on authors*

- Anton V. Krasilnikov* — Cand. Techn. Sci.; State Marine Technical University of St. Petersburg, R&D Sector of Perspective Power Engines; Scientist; E-mail: a.v.krasilnikov@mail.ru
- Roman V. Krasilnikov* — Cand. Techn. Sci.; State Marine Technical University of St. Petersburg, R&D Sector of Perspective Power Engines; Scientist; E-mail: r.v.krasilnikov@mail.ru

**P. 24—30.****TWO FAST ALGORITHMS FOR RESTORATION OF SMEARED IMAGES**

Two fast algorithms for restoration of a smeared image are proposed. Each algorithm includes numerical solution of the Fredholm ill-posed integral equation of the first kind by the Tikhonov regularization method using a preliminary calculated (prepared) matrix, and multiplication of the matrix by every row-vector of the smeared image. Comparison with known fast algorithms is presented.

**Keywords:** image smearing, image restoration, integral equation, fast algorithms, prepared matrix, multiplication of matrix by several vectors.

*Data on authors*

- Valery S. Sizikov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Measuring Technologies and Computer Tomography; E-mail: izikov2000@mail.ru
- Konstantin A. Kiryanov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Measuring Technologies and Computer Tomography; E-mail: kiryancon@front.ru
- Roman A. Exemplyarov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State Polytechnical University; E-mail: rexe@yandex.ru

**P. 30—35.****GEOMETRIC REPRESENTATION OF SIGNAL BASED ON PHASE SPACE CONCEPT IN LASER DIFFRACTOMETRY OF MICROOBJECTS**

Phase images of measuring signal used in diffractometry are analyzed. A method is presented for elimination of the signal redundancy allowing representing the signal parameters by parameters of its phase image. The approach makes it possible to derive a new informative parameter

**Keywords:** laser diffractometry of microobjects, informative parameter of signal.

*Data on author*

- Georgy D. Fefilov* — Cand. Techn. Sci., St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Laser Engineering and Biomedical Optics; E-mail: fg1319@mail.ru

P. 36—43.

### ROBUST STABILIZATION OF MULTIDIMENSIONAL LINEAR OBJECT WITH DELAYED CONTROL

A low-order robust controller for multidimensional object with uncertain delay and parametric uncertainty is synthesized with the use of the Nevanlinna–Pick algorithm.

**Keywords:** uncertainty, robustness, multidimensional object, dynamic compensator, Nevanlinna–Pick algorithm, non-minimum phase link, accuracy.

#### *Data on authors*

- Oleg Yu. Kamkin* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University), Department of Chemical Industry Processes Automation; E-mail: iluckyi@mail.ru
- Olga A. Remizova* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University), Department of Chemical Industry Processes Automation; E-mail: remizova-oa@yandex.ru
- Vladislav V. Syrokvashin* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University), Department of Chemical Industry Processes Automation
- Alexander L. Fokin* — Dr. Techn. Sci.; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University), Department of Chemical Industry Processes Automation; E-mail: fokin\_sa@mail.ru

P. 43—48.

### A METHOD OF CHECKING OF CONTROL SYSTEM CHARACTERISTICS AGAINST SPECIFIED REQUIREMENTS WITH LIMITED TEST NUMBER

The problem of checking of control system characteristics against specified technical requirements is considered in the case when the system prototypes to be tested are limited in number. It is shown that the problem may be reduced to checking of a multidimensional statistical hypothesis concerning distribution parameters. A method is proposed for approximate solution of the problem allowing for increase in reliability of decision on consistency of various characteristics of the system with the specified requirements based on a limited number of field tests.

**Keywords:** control system, field test, reliability, hypothesis, likelihood ratio.

#### *Data on authors*

- Vladimir N. Arsen'ev* — Dr. Techn. Sci., Professor; Mozhaysky Military Space Academy, Department of Automated Equipment and Electronics, St. Petersburg; E-mail: vladar56@mail.ru
- Alexander S. Fadeev* — Cand. Techn. Sci.; Federal State Unitary Enterprise Center for Ground-Based Space Infrastructure Facilities Operation, Moscow; Director General

P. 49—53.

### PECULIARITIES OF TIME-OPTIMAL CONTROL OVER INTEGRATING LINK WITH ADJOINED HARMONIC OSCILLATOR

The problem of determination of optimal control over an object consisting of integrator and adjoined harmonic oscillator is analyzed. Difficulties of numerical solution of the problem are shown to be associated with peculiarities of optimal control over the object.

**Keywords:** optimal control, harmonic oscillator, system of nonlinear equations, control interval duration, initial approximation.

#### *Data on author*

- Vladimir V. Karagodin* — Cand. Techn. Sci., Professor; Mozhaysky Military Space Academy, Department of Power Supply, St. Petersburg

P. 53—57.

### DYNAMIC SIMULATION OF MEASURING SYSTEM FOR UNDERGROUND CHAMBER MONITORING

Peculiarities of dynamic modeling of borehole sonar device used for monitoring of underground chamber are considered. A mathematical model of the mechanical system is proposed. Main parameters of the transfer function are derived.

**Keywords:** borehole sonar device, measuring system, dynamics simulation, transfer function.

#### *Data on authors*

- Victor M. Musalimov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Mechatronics; Head of the Department; E-mail: musvm@ya.ru
- Georgy B. Zamoruev* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Mechatronics; E-mail: georgyz09@gmail.com
- Yury S. Monakhov* — St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Mechatronics; Senior Lecturer; E-mail: monahovv@yandex.ru

P. 58—63.

### CONTROLLABLE RING PULSE GENERATOR

Circuit schematic of a ring pulse oscillator for synchronization and information converting devices on the base of local phase interpolation elements is developed. The leading interpolation principle combined with electronic regulation of interpolation axis provides a wideband frequency tuning at a reduced time sampling increment. Results of study an integrated oscillator built with 50-nm technology is examined in modeling environment LTSpice4.

**Keywords:** ring oscillator, pulse repetition rate, delay time, delay element, phase interpolation, modulation characteristic.

#### *Data on authors*

- Stepan A. Nesterenko* — Post-Graduate Student; Penza State Technological Academy, Department of Computers and Computer Systems; E-mail: zdvv@bk.ru
- Valery A. Chulkov* — Dr. Techn. Sci., Professor; Penza State Technological Academy, Department of Computers and Computer Systems; E-mail: chu@pgta.ac.ru

P. 64—68.

### IMPROVEMENT OF MEASURING ACCURACY FOR RELAXATION CONSTANTS OF FLOWING LIQUID IN NUCLEAR-MAGNETIC SPECTROMETER

A method is proposed to improve the accuracy of measurement of longitudinal and transversal relaxation time (relaxation constants) of flowing fluid with nuclear-magnetic spectrometer. Experiments are carried out to study the effect of analyzer and registration coil size on signal-to-noise ratio at the output of registration system of nuclear-magnetic resonator, as well as on inhomogeneity of the analyzer magnetic field in the vicinity of the registration coil.

**Keywords:** analyzer, magnetization, longitudinal relaxation time, transversal relaxation time, registration coil.

#### *Data on authors*

- Vadim V. Davydov* — Cand. Phys.-Math. Sci.; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University), Department of Quantum Electronics; E-mail: davydov\_vadim66@mail.ru
- Valentine I. Dudkin* — Dr. Phys.-Math. Sci., Professor; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University), Department of Quantum Electronics; E-mail: vidoodkin@mail.ru
- Anton Yu. Karseev* — Student; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University), Department of Quantum Electronics; E-mail: anton-carseev@gmail.com



P. 69—76.

### CORRECTION OF SPHERICAL ABERRATION AND CHROMATISM IN SINGLE LENS AND DOUBLET BY INTRODUCTION OF AXIAL GRADIENT OF THE REFRACTIVE INDEX

Theoretical models of spherical and chromatic aberration correction in single lens and in doublet are considered in the case of axial inhomogeneity of the refractive index in the lenses. It is shown that chromatism in a single lens may be corrected with anomalous dispersion of refractive index gradient. In a doublet, the correction is possible both with normal and abnormal dispersion of the gradient.

**Keywords:** lens, doublet, chromatic aberration of position, spherochromatism, refractive index inhomogeneity, inhomogeneity of refraction index gradient.

#### *Data on author*

*Alexander L. Sushkov* — Cand. Techn. Sci.; Bauman Moscow State Technical University; Department of Opto-Electronic Equipment and Systems; E-mail: ale-sushkov@yandex.ru

P. 77—80.

### MEASURING OF LENGTHY OBJECT VELOCITY WITH CLOSED CIRCUIT CAMERAS

A method is proposed for image signal processing in lengthy object velocity measuring system. The method is shown to reduce the measurement errors.

**Keywords:** video signal processing, velocity measurement, lengthy object, image displacement, measurement accuracy.

#### *Data on authors*

*Nikolay N. Vasin* — Dr. Techn. Sci., Professor; Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Department of Communication Systems, Samara; Head of the Department; E-mail: vasin@psati.ru

*Vadim Yu. Kurinsky* — Cand. Techn. Sci.; Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Department of Communication Systems, Samara; E-mail: red-hat@list.ru

P. 81—87.

### OPTICAL-ELECTRONIC METHODS AND MEANS FOR IDENTIFICATION OF SUBSTANCES AND MATERIALS

Telecommunication methods and devices for biological substances, vegetable raw materials, and construction materials identification based on structural and spectral image analysis are considered.

**Keywords:** object identification, optical image analysis.

#### *Data on authors*

*Svyatoslav M. Latyev* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical Instruments Computerization and Design; Head of the Department; E-mail: latyev@grv.ifmo.ru

*Andrey A. Voronin* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical Instruments Computerization and Design

*Katarina Anding* — Cand. Techn. Sci., Scientist; Technical University of Ilmenau, Department of Quality Control

*Elske Lintz* — Cand. Techn. Sci.; University Bauchaus, Weimar, Germany, Head of the Department

*Petr A. Kuritsyn* — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical Instruments Computerization and Design; Technical University of Ilmenau, Department of Quality Control

**P. 88—93.****SELECTION OF SMALL OBJECTS IMAGES AGAINST AN INHOMOGENEOUS BACKGROUND UNDER NOISE CONDITIONS**

Application of an algorithm for image processing in video surveillance systems for detection of signals from low-contrast and small-sized objects in the presents of contrast and masking details in surveillance area background is considered.

**Keywords:** image selection, computerized video surveillance systems, pinpoint targets, inhomogeneous background.

*Data on authors*

- Andrey L. Andreev* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: and-andr@yandex.ru
- Valery V. Korotaev* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; Head of the Department; E-mail: korotaev@grv.ifmo.ru
- Dmitry M. Pashkovsky* — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: natr1x@mail.ru

**P. 93—96.****DIGITAL SIGNAL DETECTION IN OPTOELECTRONIC DIRECTION-FINDERS**

Signal detecting procedure for direction-finders based on three types of photodetectors is described. Conditions of maximal effectiveness of the optimal linear filtering are determined in connection with the maximum of signal to interference-plus-noise ratio. The heuristic algorithm of digital signal detection is proposed to be used in direction-finders with matrix photodetector.

**Keywords:** optoelectronic direction-finder, optimal filter, signal-to-noise ratio, signal-to-interference +noise ratio, heuristic algorithm.

*Data on author*

- Boris I. Shkursky* — Dr. Techn. Sci., Professor; Ural-Geofizika branch of Ural Optical & Mechanical Plant JSC Production Association, Moscow; Leading Specialist; E-mail: lynx.s@bk.ru

**P. 97—98.****SEVERAL ASPECTS OF AUTOMATIC EVALUATION OF OPTICAL METHOD APPLICABILITY FOR ORE DRESSING**

Several peculiarities of evaluation of optical methods applicability to ore dressing are considered.

**Keywords:** optical method, mineral raw material, ore dressing, color.

*Data on authors*

- Elena V. Gorbunova* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; Senior Scientist; E-mail: vredina\_ia@mail.ru
- Darya B. Petukhova* — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: petuxovadarja@yandex.ru
- Alexander N. Chertov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: a.n.chertov@mail.ru

P. 99—100.

**EXPERIENCE IN THE USE OF LABORATORY COMPLEX “FUNDAMENTALS OF DIFFRACTIVE OPTICS AND HOLOGRAPHY”**

Educational and methodological laboratory complex based on a set of holographic optical elements is described. The complex includes diffraction gratings, narrowband filters, computer-generated and physical holograms. Examples of training tasks and research works carried out with the use of the complex are presented.

**Keywords:** educational and methodological laboratory complex, diffractive optics, holography, holographic optical elements, laboratory workshop.

*Data on authors*

- Nadezhda K. Pavlycheva* — Dr. Techn. Sci., Professor; Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Department of Optoelectronic Systems; E-mail: nkpvlych@rambler.ru
- Anatoly V. Lukin* — Dr. Techn. Sci., Professor; OJSC “NPO “State Institute of Applied Optics”, Department of Diffractive and aspherical optics; Head of Scientific and Processing Section; E-mail: luk371@yandex.ru
- Andrey N. Melnikov* — Cand. Techn. Sci.; OJSC “NPO “State Institute of Applied Optics”, Department of Diffractive and aspherical optics; Head of Scientific and Processing Section
- Eduard R. Muslimov* — Post-Graduate Student; Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev, Department of Optoelectronic Systems; E-mail: ehduard-muslimv@rambler.ru
- Nikolay A. Petranovsky* — Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev, Department of Optoelectronic Systems; Associate Professor