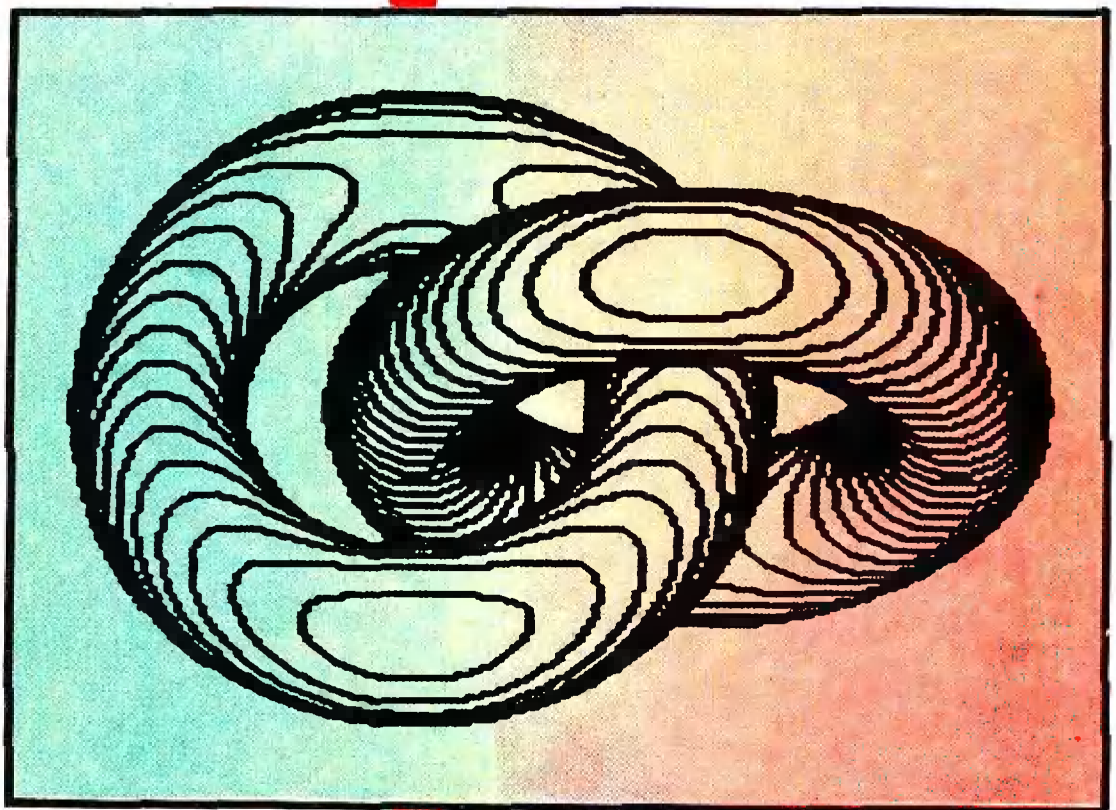
Квант

ISSN 0130-2221

Научно-популярный физико-математический журнал

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



Тор в «Калейдоскопе»

1992

Квант

5 1992

Выходит с января 1970 года

Ежемесячный научно-популярный физико-математический журнал

Учредители — Президиум Российской академии наук, Президиум Академии педагогических наук и коллектив редакции журнала «Квант»

Москва, «Наука», Главная редакция физико-математической литературы

В номере:

ОТКРЫТИЕ ВСЕЛЕННОЙ

Доктор физико-математических наук
Ю. СОЛОВЬЕВ

Из всех картин природы, развертывающихся перед человеческими глазами, самая величественная — картина звездного неба. С древнейших времен эта картина будила человеческое воображение, вызывая к жизни то могучее интеллектуальное течение, которое мы теперь называем наукой. О том, как человек проникал в тайну мироздания, в тайну движения небесных тел — наш рассказ.

Первые воззрения древних на мироздание основывались на непосредственно видимом. Для древних египтян и вавилонян Вселенная отождествлялась с Землей, которая представлялась громадным диском, плавающим по беспредельному океану. Небо они представляли опрокинутой чашей, опирающейся на плоскость, с вкрапленными во внутреннюю поверхность чаши звездами.

Упорядоченные конфигурации звезд называются созвездиями. Созвездия почти не меняются день ото дня, год от года и даже век от века. За ночь звезды поворачиваются относительно некоторой неподвижной точки, находящейся ныне вблизи Полярной звезды, будто чаша вращается как единое целое вокруг оси, проходящей через эту точку и глаз наблюдателя. Тщательные наблюдения показывают, что чаша совершает один оборот за 23 часа 56 минут.

Из-за вращения чаши некоторые звезды уходят за горизонт на западе, тогда как другие восходят на востоке. Это наблюдение наводит на мысль, что чаша представляет собой часть полной сферы, причем звезды располагаются на ее поверхности. Эта сфера называется небесной сферой или сферой неподвижных звезд. Две неподвижные точки, в которых небесная сфера пересекает ось вращения, называются полюсами мира. Воображаемая окружность на небесной сфере, точки которой равноудалены от обоих полюсов, называется небесным экватором.

Шарообразная Земля

Итак, наблюдения за суточным движением звезд привели древних астрономов к представлению о небесной сфере. Сделать вывод о том, что Земля имеет форму шара, оказалось трудней. Мысль о шарообразности Земли высказали древнегреческие ученые в начале V века до новой эры. К этой мысли они пришли на основании рассказов путешественников, которые заметили, что высота северного полюса мира возрастает по мере перемещения к северу и уменьшается при движении в южном направлении (рис. 1).

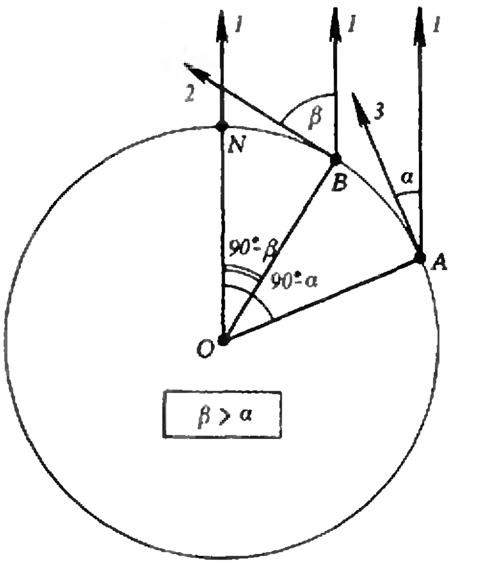


Рис. 1. 1 — направление на северный полюс мира; 2 — направление на горизонт в точке B; 3 — направление на горизонт в точке A.

Первое настоящее измерение радиуса Земли было проведено египетским греком Эратосфеном (276—195 гг. до н. э.), уроженцем города Сиена (ныне Асуан) на юге Египта. Еще будучи подростком он заметил, что в Сиене ежегодно 21 июня в полдень Солнце находится точно над головой, и вертикальные стволы деревьев не отбрасывают теней. Позже в Александрии, расположенной на севере Египта, он обнаружил, что тени здесь в указанное время не исчезают, и в гениальном озарении понял, что причина этому — кривизна поверхности Земли. Александрия находится на 480 миль севернее Сиены, и когда Солнце в зените над Сиеной, над Александрией оно должно располагаться на некотором угловом расстоянии от зенита. Этот угол можно измерить по тени вертикального ствола дерева или колонны в Александрии (рис. 2). Угол определяется по высоте дерева или колонны и измеренной длине тени в Александрии в момент, когда в Сиене тень не отбрасывается (полдень 21 июня). Углы α и β равны как внутренние накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых. Измеренное значение составляло $\alpha=7°$, следовательно, угол в 7° с вершиной в центре Земли стягивался на поверхности дугой в 480 миль. Поскольку в окружности 360°, длина окружности Земли по меридиану должна составлять 24 000 миль, а ее радиус — около 4000 миль (точные современные значения составляют 24 989 миль для длины окружности и 3950 миль для радиуса).

Идея шарообразной Земли позволила упростить геометрию мироздания. Естественно было считать, что земная и небесная сферы концентричны, а ось вращения небесной сферы служит продолжением полярной оси Земли.

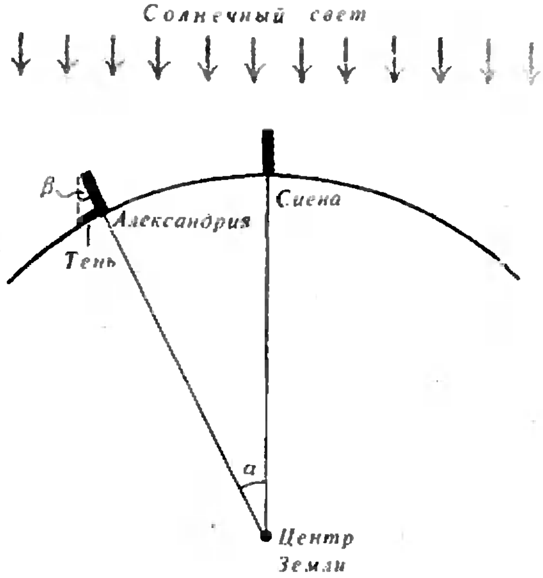


Рис. 2.

Блуждающие звезды

Кроме неподвижных звезд, на небесной сфере можно наблюдать тела, положение которых меняется день ото дня. Такие тела называются планетами. В переводе с древнегреческого планета — «блуждающая звезда». С древнейших времен было известно семь таких «блуждающих звезд»: Луна, Меркурий, Венера, Солнце, Марс, Юпитер и Сатурн.

Чтобы понять, как движется Солнце по небесной сфере, вспомним, что сутки (24 часа) — это время между двумя его последовательными кульминациями. Тот факт, что небесная сфера совершает полный оборот вокруг оси за время чуть меньшее суток (23 часа 56 минут), означает, что Солнце перемещается по небесной сфере в направлении, противоположном вращению небесной сферы. Поэтому восход Солнца ежедневно запаздывает по сравнению с восходом звезд на 4 минуты. Отмечая ежедневное положение Солнца относительно звезд в момент восхода, можно проследить его траекторию на небесной сфере. Оказывается, что эта траектория представляет собой еще одну окружность, центр которой совпадает с центром Земли, а плоскость наклонена под углом 23°30′ к плоскости небесного экватора. По этой окружности, называемой эклиптикой, Солнце движется в направлении с запада на восток с почти постоянной угловой скоростью, равной примерно 1°

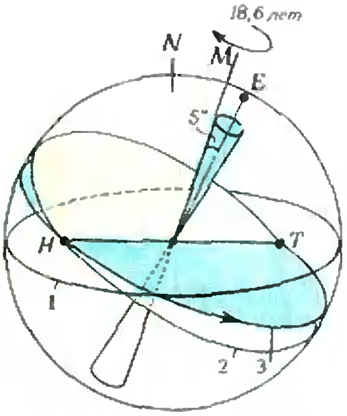


Рис. 3. 1 — экватор; 2 — эклиптики; 3 — путь Луны за 27 суток. Траектория Луны представляет собой большой круг на небесной сфере, наклоненный под углом 5° к эклиптике. Полярная ось OM, перпендикулярная к лунной орбите, описывает конус вокруг оси OE, перпендикулярной к плоскости эклиптики, за 18,6 лет.

в сутки, совершая полный оборот за 365 дней и примерно 6 часов.

Луна также непрерывно перемещается относительно звезд. Ее траектория представляет собой окружность, в центре которой находится Земля. Плоскость этой окружности наклонена к эклиптике под углом 5°. Луна почти равномерно движется вдоль своей траектории в том же направлении, что и Солнце, т. е. обратно направлению суточного вращения небесной сферы, совершая полный оборот за время немногим более 27 суток. Подобно движению Солнца, движение Луны приводит к тому, что ее восход ежедневно запаздывает относительно восхода звезд, но уже не на четыре минуты, как у Солнца, а почти на целый час (рис. 3).

Пять остальных «блуждающих звезд» также движутся по небесной сфере, однако их перемещение гораздо сложнее, чем движение Солнца и Луны (рис. 4). Древние астрономы разделили эти пять планет по своим видимым движениям на две группы: нижний (Меркурий, Венера) и верхние (Марс, Юпитер и Сатурн). Движения нижних и верхних планет по сфере неподвижных звезд существенно различаются.

Меркурий и Венера находятся на небе, не удаляясь слишком далеко от Солнца (28° для Меркурия и 47° для Венеры). Наибольшее угловое удаление планеты от Солнца к востоку называется ее наибольшей восточной элонгацией, к западу — наибольшей западной элонгацией. При наибольшей восточной элонгации планета видна на западе в лучах вечерней зари вскоре после захода Солнца и заходит через некоторое время после него. Затем, попятным движением (т. е. с востока на запад), сначала медленно, а потом все быстрее, планета начинает приближаться к Солнцу, скрывается в его лучах и перестает быть видимой. В это время наступает нижнее соединение планеты с Солнцем. Спустя некоторое время после нижнего соединения планета вновь становится видимой, но теперь уже на востоке, незадолго перед восходом Солнца. В это время, продолжая попятное движение, она постепенно удаляется от Солнца. Замедлив скорость попятного движения и достигнув наибольшей западной элонгации, планета останавливается и меняет направление своего движения на прямое (с запада на восток). Вначале она движется медленно, затем ее движение становится более быстрым. Удаление ее от Солнца уменьшается и, наконец, она скрывается в утренних лучах Солнца — наступает ее верхнее соединение с Солнцем. Спустя некоторое время она снова видна на западе в лучах вечерней зари. Продолжая прямое движение, планета замедляет свою скорость. Достигнув предельного восточного удаления, т. е. наибольшей восточной элонгации, планета останавливается, меняет направление своего движения на попятное, и все повторяется сначала. Период одного такого «колебания» составляет для Меркурия 88 суток, а для Венеры — 225 суток.

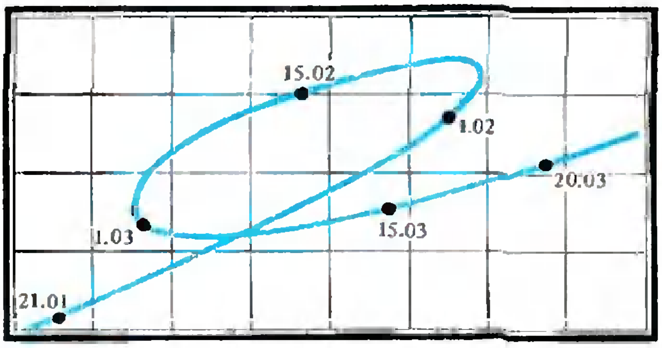
Видимые движения верхних планет происходят иначе. Когда верхняя планета видна после захода Солнца в западной части неба, она перемещается среди звезд прямым движением, т. е. с запада на восток, как и Солнце. Но скорость ее движения меньше, чем у Солнца, которое постепенно нагоняет планету, и она на некоторое время перестает быть видимой, т. е. восходит и заходит почти одновременно с Солнцем. Затем, когда Солнце обгонит планету, она становится видимой на востоке перед восходом Солнца. Скорость ее прямого движения постепенно уменьшается, планета останавливается и затем начинает перемещаться среди звезд попятным движением, с востока на запад. Через некоторое время планета снова останавливается, меняет направление своего движения на прямое, снова ее с запада нагоняет Солнце и она опять перестает быть видимой — и все явления повторяются в том же порядке.

Первые модели мира

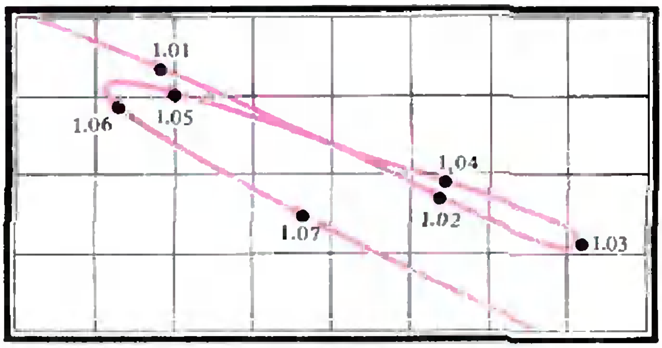
Эвдокс. Первоначальная модель мироздания была очень проста. Длительные наблюдения привели древнегреческих ученых к убеждению, что наряду с Землей шарообразными являются и другие планеты. Более того, с течением времени для двух небесных светил, которые казались самыми большими — Солнца и Луны — было получено так много данных, что их стали считать телами, до известной степени родственными Земле. Не было никаких причин считать другие «блуждающие звезды» непохожими на Солнце и Луну. Стало быть, все они более-менее подобны Земле, а различия в их наблюдаемых размерах *объясняются различным их удалением от Земли.*

Но ведь эти громадные тела, совершающие вечный полет над нашими головами, должны быть достаточно прочно укреплены. Небесная сфера для этого не подходила: планеты движутся независимо от нее. Поэтому греки вообразили семь новых сфер, по одной для каждой планеты. Эти сферы меньше, чем сфера неподвижных звезд, и концентричны с ней. Все семь планетных сфер участвуют в движении сферы неподвижных

Рис. 4. а) Видимое движение Меркурия.



б) Видимое движение Марса.



звезд, обращающейся раз в сутки и, кроме того, совершают еще и независимые вращения.

В дальнейшем из этой модели Пифагор развил идею о музыке сфер: каждая из семи планетных сфер сравнивалась с одним из тонов октавы; восьмой тон представляла сфера неподвижных звезд. Пифагор считал, что колоссальные полые шары, к которым прикреплены такие большие тела, как Солнце и Луна (да и другие планеты), при вращении должны издавать звук, как вращающиеся колеса какого-нибудь механического аппарата. Получающиеся при этом различные тона соединяются в чудесную мелодию, могучие звуки которой наполняют всю Вселенную. И только мы, несовершенные жители Земли, не можем слышать этой небесной музыки, составляющей вечное наслаждение олимпийских богов.

После того как были приобретены дальнейшие знания относительно движения небесных светил, потребовалось соответствующим образом пополнить идею о сферах, составляющих основу порядка Вселенной. В мировоззрении древних философов Греции считалось непоколебимым фактом, что Земля есть центр мира, главное тело мироздания. Поэтому все многочисленные усложнения, которые обнаружили древние ученые,— неравномерные движения планет, попятные движения и т. д.,— требовалось объяснять только введением новых сфер, которые общим движением влияли бы на одно и то же небесное светило. Знаменитый древнегреческий ученый Эвдокс (408—355 гг. до н. э.) построил систему мира, состоящую из 27 сфер: по три для Солнца и Луны, по четыре для пяти остальных планет и большой сферы неподвижных звезд. Однако вскоре выяснилось, что и 27 сфер недостаточно для описания видимого движения планет. Поэтому вскоре последователь Эвдокса афинянин Калипп присоединил к эвдоксовым еще 22 сферы. С течением времени небесная машина становилась все сложнее и сложнее, так что в конце концов настойчиво выступила необходимость

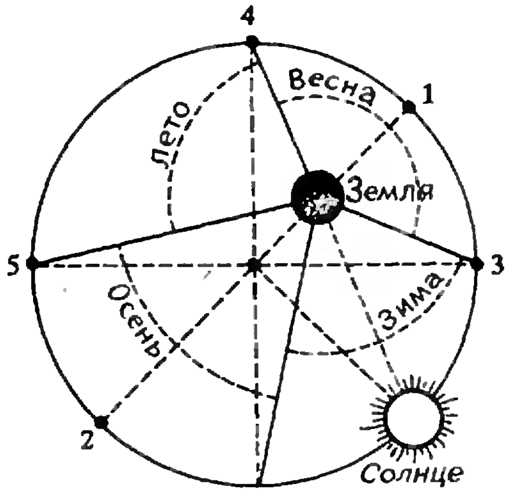


Рис. 5. 1 — перигей; 2 — апогей; 3 — весеннее равноденствие; 4 — летнее солнцестояние; 5 — осеннее равноденствие.

более простого и ясного описания.

Гиппарх. В основании всех древних воззрений на мир лежал принцип равномерного движения по окружностям. Впервые этот принцип был поколеблен александрийским ученым Гиппархом (II век до н. э.), открывшим, что длины времен года неодинаковы. Гиппарх первым нашел перигей и апогей Солнца и установил, что вблизи первого оно движется быстрее, чем вблизи второго. Но аксиома о равномерном движении слишком глубоко вошла в плоть и кровь античной науки, и Гиппарх не решился уничтожить ее.

Чтобы объяснить свои открытия, Гиппарх избрал иной выход. Допустим, что Солнце движется с постоянной скоростью по окружности, но центр этой окружности не совпадает с центром Земли, а лежит вне его, где-нибудь в свободном пространстве. Тогда, действительно, нам должно казаться, что Солнце движется неравномерно — быстрее, когда оно идет по части круга, к которой Земля расположена ближе, и медленнее — в противоположной части. Рисунок 5 поясняет этот механизм. Центр движения Солнца находится здесь в точке пересечения пунктирных линий, сплошные линии сходятся в центре Земли. Путем проб можно найти подходящее место для точки, находясь в которой наблюдатель будет видеть упомянутые выше особенности движения Солнца, хотя на самом деле оно совершается равномерно по кругу. Линию, соединяющую перигей и апогей, Гиппарх назвал линией апсид. Отношение измеренного по ней расстояния от центра солнечной орбиты до центра Земли к радиусу орбиты было названо им эксцентриситетом орбиты. Эти названия удержались в астрономическом языке до настоящего времени.

По аналогии с солнечной, центр лунной орбиты Гиппарх также поместил вне Земли. Он вычислил для нее направление линии апсид, эксцентриситет, перигей и апогей. Движения Солнца и Луны Гиппарх определил с удивительной для его времени точностью. Например, по данным, полученным Гиппархом, можно было бы с точностью до одного дня вычислить даты наступления полнолуний даже для нашего времени (более чем на 2000 лет вперед!). Великий александрийский астроном начал также исследовать движения других планет, что представляло более значительные трудности. Но огромный шаг вперед в этом направлении удалось сделать только его земляку и последователю Клавдию Птолемею (II век новой эры).

Система мира Птолемея

Птолемеева система мира, которая царила, не оспариваемая никем, около полутора тысяч лет, была основана на наблюдениях и вычислениях Гиппарха. Птолемей изложил свою систему мироздания в знаменитом сочинении «Мегале синтаксис» («Великое построение»), более известном под арабским названием «Альмагест». До конца средневековья этот труд почитался почти наравне с божественным откровением. Сомнение в словах «Альмагеста» считалось преступлением.

В основе системы мира Птолемея лежат четыре постулата:

I. Земля находится в центре Вселенной.

II. Земля неподвижна.

III. Все небесные тела движутся вокруг Земли.

IV. Движение небесных тел происходит по окружностям с постоянной скоростью, т. е. равномерно.

Птолемей положил в основу своей системы эксцентрические круги Гиппарха. Однако, согласно Птолемею, все планеты, за исключением Солнца, не обращаются непосредственно по этим кругам — по ним движется центр другого круга, и только по нему обращается планета (рис. 6). Круги, по которым обращаются планеты, называются эпициклами; круги, по которым движутся центры эпициклов — деферентами. Деферент Солнца, деференты и эпициклы других планет лежат внутри сферы, на поверхности

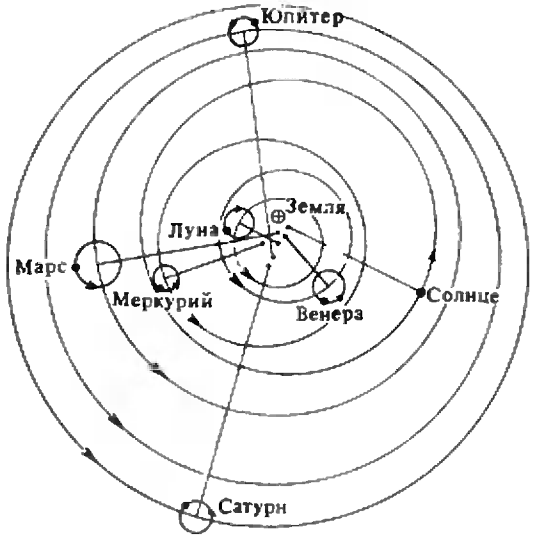


Рис. 6. Система мира Птолемея.

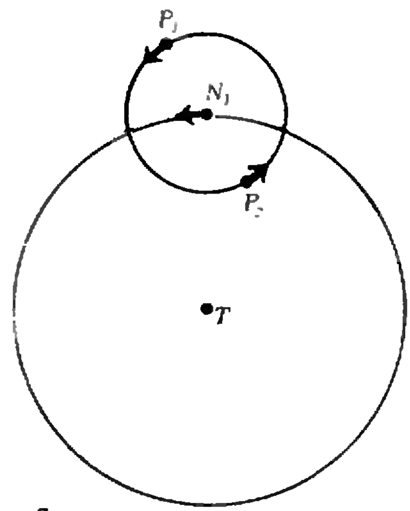


Рис. 7.

которой расположены «неподвижные звезды».

Суточное движение всех светил объяснялось вращением всей Вселенной как единого целого вокруг неподвижной Земли. Прямые и попятные движения планет объяснялись следующим образом.

Пусть в определенный момент времени планета находится на эпицикле в точке P_1 (рис. 7), а центр эпицикла — на деференте в точке N_1. В процессе равномерного кругового движения обеих точек — планеты с угловой скоростью α вокруг точки N_1 и самой точки N_1 как центра эпицикла с угловой скоростью ω вокруг Земли — планета опишет петлю, которую наблюдатель видит в проекции на небесную сферу. Причина образования петли очевидна: в точке P_1 движения по эпициклу и по деференту направлены в одну сторону — справа налево. Описав дугу в 180°, планета движется по эпициклу слева направо. При определенном соотношении между α и ω направление видимого движения в положении, близком P_2, изменяется — планета здесь совершает попятное движение.

Для каждой планеты Птолемей подобрал относительные размеры радиусов эпицикла и деферента, положения центров деферентов и скорости движения планет по эпициклам и деферентам так, чтобы движение получалось близким к реально наблюдаемому. Это оказалось возможным при выполнении некоторых условий, которые Птолемей принял в качестве постулатов. Они сводились к следующему:

1) центры эпициклов нижних планет лежат на направлении от Земли к Солнцу;

2) у всех верхних планет этому направлению параллельны радиусы эпициклов, проведенные в точку положения планеты.

Таким образом, направление на Солнце в системе мира Птолемея оказывалось преимущественным.

Система мира Птолемея не только давала качественное объяснение видимым движениям планет, но и позволяла вычислить их положение на будущее с довольно высокой точностью. По мере повышения точности наблюдений возникали разногласия их с теорией, которые устранялись путем усложнения системы. Например, некоторые «неправильности» в видимых движениях планет, открытые позднейшими наблюдениями, объяснялись тем, что вокруг центра первого эпицикла обращается не планета, а центр второго эпицикла, по окружности которого уже движется планета. Когда и такое построение для какой-либо планеты оказывалось недостаточным, вводили третий, четвертый и т. д. эпициклы, пока положение планеты на окружности последнего из них не давало более или менее сносного согласия с наблюдением. К началу XVI столетия система Птолемея содержала в общей сложности 40 кругов.

Возвратимся еще раз к «Альмагесту» Птолемея и в небольшой таблице приведем числа, которые дал этот великий александрийский ученый для планетных движений по эпициклам и для движений самих эпициклов по деферентам:

Планеты	Суточное движение по эпициклам	Суточное движение центра эпицикла по деференту	Суммарное движение
Солнце	0°0′00,0″	0°59′8,3″	0°59′8,3″
Меркурий	3°6′21,4″	0°59′8,3″	4°5′32,4″
Венера	0°36′59,4″	0°59′8,3″	1°36′7,7″
Марс	0°27′41,7″	0°31′26,6″	0°59′8,3″
Юпитер	0°54′9,0″	0°4′58,3″	0°59′8,3″
Сатурн	0°57′7,7″	0°2′0,6″	0°59′8,3″

В этой таблице бросается в глаза тот поразительный факт, что центр эпицикла у нижних планет (Меркурия и Венеры) движется с той же скоростью, что и Солнце вокруг Земли. Для верхних планет — Марса, Юпитера и Сатурна — эти числа различаются, но суммы обоих движений дают ту самую величину движения Солнца. Следовательно, движение Солнца заключается во всех планетных движениях. Конечно, такое явление должно было казаться чрезвычайно странным. Сам собою возникает вопрос, не лежит ли в основе этих одинаковых числовых величин какая-нибудь общая причина?

Нет сомнения, что многие мыслители древности и средневековья ставили такой вопрос. Например, античный астроном Аристарх утверждал центральное положение Солнца в системе мира. Однако первым человеком, который дерзнул строго математически разработать идею о том, что все планеты обращаются вокруг Солнца, был гениальный польский астроном Николай Коперник (1473—1543).

Система мира Коперника

Книга Коперника «Об обращениях небесных сфер» — труд всей его жизни — была опубликована в 1543 году незадолго до смерти ученого. В этом сочинении Коперник разработал идею о движении Земли и положил начало новой астрономии. Созданная им система мира называется гелиоцентрической. В ее основе лежат следующие утверждения:

1) в центре мира находится Солнце, а не Земля;

2) шарообразная Земля вращается вокруг своей оси, и это вращение объясняет кажущееся суточное движение всех светил;

3) Земля, как и все другие планеты, обращается вокруг Солнца, и это обращение объясняет видимое движение Солнца среди звезд;

4) все движения представляются в виде комбинации равномерных круговых движений;

5) видимые прямые и попятные движения планет объясняются движением Земли.

Кроме того, Коперник считал, что Луна движется вокруг Земли и как спутник вместе с Землей — вокруг Солнца.

Постулат о равномерном движении по окружностям заставил Коперника подобно Птолемею ввести эпициклы и сместить центры окружностей-деферентов относительно центра Солнца. В итоге модель Коперника выглядела не менее сложно, чем модель Птолемея: достаточно сказать, что она содержала 48 кругов вместо 40 кругов в геоцентрической модели. Не отличалась она и большей точностью. Однако в ней было зерно научной истины, сделавшее ее фундаментом новой астрономии.

По иронии судьбы, подтвердить вывод Коперника о том, что Земля вращается вокруг Солнца, выпало на долю датского ученого Тихо Браге (1546—1601), который имел весьма веские основания не принимать гелиоцентрическую систему. Главный довод Тихо Браге против системы Коперника заключался в следующем: если бы Земля вращалась вокруг Солнца, то и Венера, и Меркурий имели бы фазы, как Луна, чего никто из серьезных астрономов никогда не наблюдал. Доводы Браге звучали убедительно, и хотя предсказываемые фазы, как теперь хорошо известно, действительно существуют, несовершенство оптических инструментов не позволяло их обнаружить. И все же именно точные наблюдения Браге за положением планет в конце концов подтвердили точку зрения Коперника. Данные, полученные Браге, позволили его ученику Иоганну Кеплеру (в итоге восьмилетней работы) объявить, что орбиты планет представляют собой эллипсы, в одном из фокусов которых находится Солнце, и что в каждую единицу времени радиус-вектор планеты заметает одинаковую площадь. Так рухнула Пифагорова гармония круговых орбит вокруг богом данного особого положения нашей планеты. Законы Кеплера в свою очередь (в большей степени, чем легендарное падающее яблоко) явились фундаментом, на котором покоится закон всемирного тяготения Ньютона, ставший почти на три столетия основой физики и космологии.

САМОЛЕТ В ОЗОНЕ

Доктор технических наук
А. СТАСЕНКО

На высотах 20—50 км расположен озонный слой... В отсутствие озонного «экрана», защищающего нас от ультрафиолетового излучения, в больших дозах вредного для здоровья, жизнь на Земле в современных ее формах оказалась бы невозможной.

Энциклопедический словарь юного физика: Атмосфера

Грибы в сметане, ананасы в шампанском, килька в томатном соусе — все это где-то уже было. Но — самолет? в озоне? В чем дело?

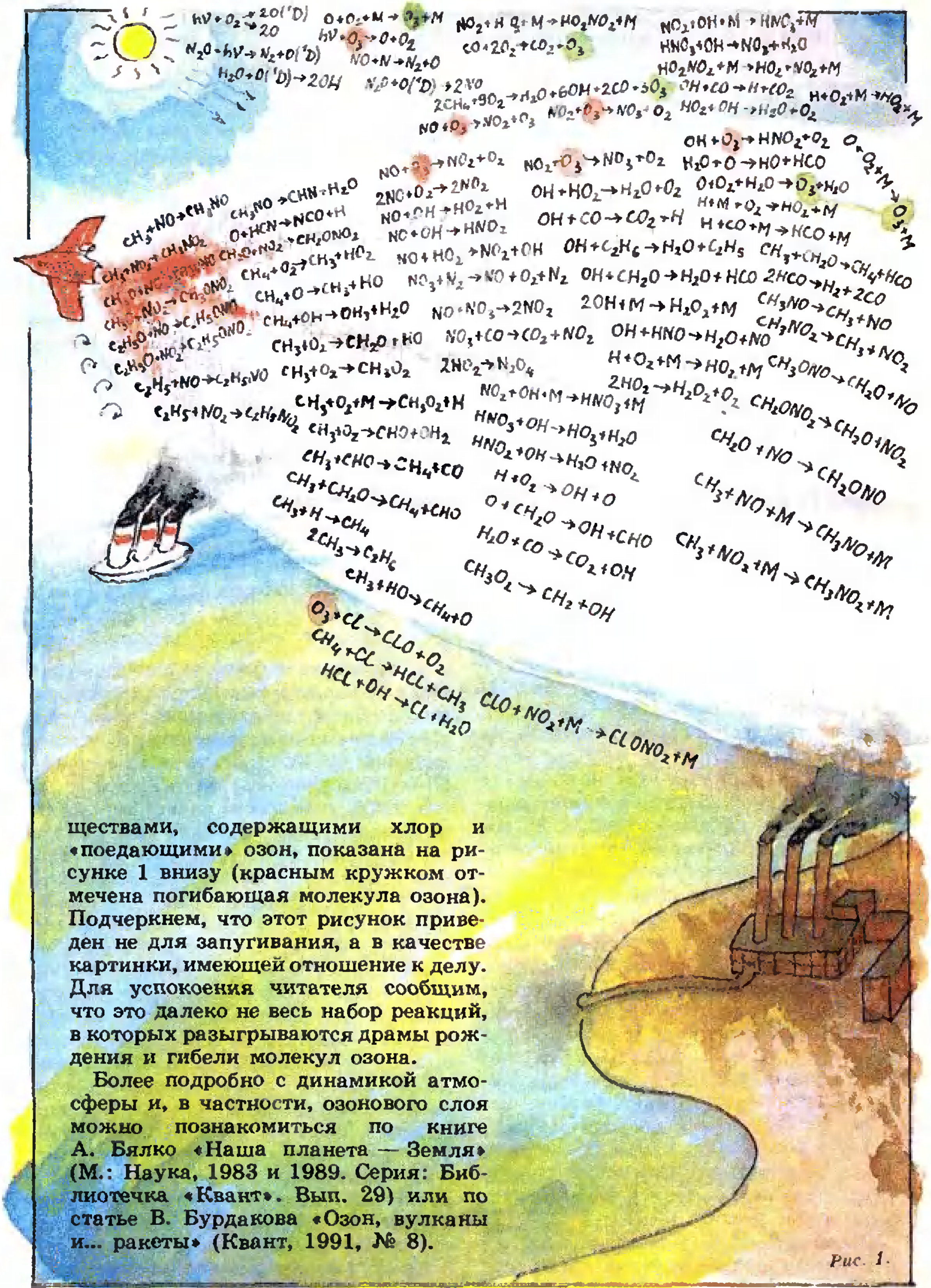
Начнем по порядку. В атмосфере, в которой мы ходим в школу, разговариваем, летаем, которой дышим и которая состоит в основном из азота и кислорода, есть еще так называемые малые газы, роль которых отнюдь не мала.

Одним из важнейших малых газов атмосферы является озон. Его химический символ O_3, в отличие от обычного кислорода O_2. После грозы, в хвойном лесу, во время работы домашнего озонатора этот газ легко и приятно щекочет нос (озон как раз и означает по-гречески «пахнущий»). Но важнейшая его роль состоит в том, что он не пропускает к поверхности Земли определенную часть спектра излучения Солнца, лежащую в ультрафиолетовой области и вредную для живых организмов. Тут уместно напомнить, что видимый нами свет заключен в интервале длин волн (приблизительно) от 0,35 до 0,7 мкм (микрометров); и еще — что совсем уж уместно в журнале «Квант» — что энергия кванта излучения прямо пропорциональна его частоте и обратно — длине волны.

Собственно говоря, сам озон и образуется в основном благодаря ультрафиолетовому излучению, но еще меньших длин волн (менее 0,2 мкм), энергия квантов которого достаточна, чтобы разбить довольно прочную молекулу кислорода на два атома. Эти атомы затем «прилипают» к еще двум молекулам кислорода. Так из трех молекул O_2 образуются две молекулы O_3. Эти последние обладают меньшей «прочностью» (энергией связи), чем молекулы кислорода, поэтому их способны разрушить кванты с несколько большей длиной волны (от 0,22 до 0,29 мкм), но тоже лежащей в ультрафиолетовой области спектра. Таким образом, кислород и озон вместе поглощают почти весь ультрафиолет Солнца, оставляя достаточно только для шоколадного загара. Но доля энергии, лежащей в узком спектральном интервале излучения, поглощаемого озоном, втрое больше, чем во всей остальной коротковолновой части спектра, и, кроме озона, с ней некому было бы справиться. Поэтому именно озон упоминается с благодарностью как основной спаситель от чрезмерного воздействия ультрафиолета на живые организмы Земли.

Конечно, изложенный механизм образования озона является сильно упрощенным. На разных высотах идут различные процессы, и в «производстве» озона (как и в его распаде) принимают участие многие вещества. На рисунке 1 в верхней части показана система других реакций в атмосфере, тоже дающая озон (отмечен зелеными кружками).

В недавнее время ученые, а за ними журналисты, а за ними и все человечество были встревожены «озоновой дырой» над Антарктидой. В результате приняты международные соглашения, запрещающие производство некоторых соединений, вредных для озона, например фреонов, содержащих хлор (Cl) и бурлящих в наших бытовых холодильниках и аэрозольных баллончиках. Система реакций между ве-



ществами, содержащими хлор и «поедающими» озон, показана на рисунке 1 внизу (красным кружком отмечена погибающая молекула озона). Подчеркнем, что этот рисунок приведен не для запугивания, а в качестве картинки, имеющей отношение к делу. Для успокоения читателя сообщим, что это далеко не весь набор реакций, в которых разыгрываются драмы рождения и гибели молекул озона.

Более подробно с динамикой атмосферы и, в частности, озонового слоя можно познакомиться по книге А. Бялко «Наша планета — Земля» (М.: Наука, 1983 и 1989. Серия: Библиотечка «Квант». Вып. 29) или по статье В. Бурдакова «Озон, вулканы и... ракеты» (Квант, 1991, № 8).

Рис. 1.

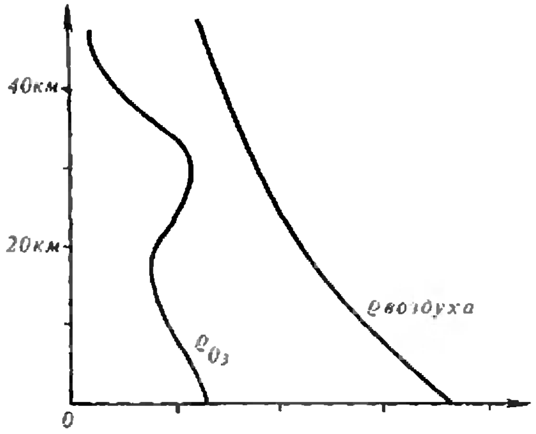


Рис. 2.

Напомним лишь самое необходимое для наших целей.

Прежде всего, суммарная плотность атмосферы, этой смеси многих газов, монотонно убывает с высотой.

Если бы температура атмосферы была постоянна и равна T, то, как известно, плотность и давление газа с молярной массой М изменялись бы с высотой y согласно так называемой барометрической формуле Больцмана

$$\frac{\rho}{\rho_0}=\frac{p}{p_0}=e^{-Mgy/(RT)} \qquad (1)$$

(индекс 0 соответствует значению на уровне моря).

А вот плотность озона изменяется немонотонно и достигает наибольшего значения на высоте $\sim$20—30 км (рис. 2), в зависимости от географической координаты места, времени года и суток. Разумеется, эта немонотонность почти не сказывается на высотном изменении суммарной плотности смеси атмосферных газов, так как плотность озона на много порядков меньше суммарной. Но ведь именно на этих высотах и должны будут летать самолеты ближайшего будущего. Казалось бы, пролетел — и до свидания. Вспомним древнерусскую загадку о следе лодки на воде: «Режу, режу — боли нету; еду, еду — следу нету». Однако это изречение совсем неприменимо к самолету с экологической точки зрения.

На рисунке 1 (в центральной части) условно изображена струя двигателя самолета и выписаны системы реакций, происходящих в ней. Напомним, что это сделано не для устрашения читателя — даже те, кто решает эту систему на компьютерах, не всё знают о коэффициентах этих реакций. И даже студентам Московского физико-технического института (не то что школьникам!) однажды на лекции было сказано: «Что такое химический потенциал, я вам говорить не буду, чтобы не замутить ваше чистое сознание» (из газеты МФТИ «За науку», 1989, 26 мая). Так что этой картинкой можно просто полюбоваться. Главное вот в чем: самолеты будут доставлять всю эту кучу веществ, можно сказать, в самое сердце озонного слоя — как раз на те высоты, где его концентрация наибольшая. И ведь это будет самая мирная гражданская авиация; в ее самолетах будут сидеть менеджеры, коммивояжеры с наработанными консенсусами в портфелях; туристы и родственники, летящие на другие континенты; школьники по обмену и т. д. Следовательно, с этой авиацией не справится никакое разоружение.

А чтобы эта коммерческая авиация была экономически выгодной, таких самолетов должно быть не один-два, а не менее нескольких сотен. В целом авиация будет сжигать в атмосфере 50—100 миллионов тонн горючего в год, что, кроме всего прочего, приведет к образованию порядка миллиона тонн окислов азота NO, NO_2, ... — для краткости набор окислов азота обозначают NO_x. (Оказывается, в высокотемпературных зонах авиационных двигателей «горит» — окисляется — даже азот — газ, «не поддерживающий жизни», согласно буквальному смыслу по-гречески.) Часть выброшенных веществ вредна для озона, и среди них приоритетное место отводится как раз этим окислам азота (в соответствующих реакциях озон выделен красным на рисунке 1). Эти реакции непосредственно приводят к «поеданию» озона. Правда, как видно из того же рисунка, есть и реакции, создающие озон,— как в самой струе, так и в атмосфере (они выделены зеленым). Так что выброс дополнительных количеств окислов азота может сместить установившееся равновесие в сторону меньшего содержания озона, и было бы очень заманчиво как-то уменьшить концентрацию NO_x. Но как?

Для этого нужно тщательно исследовать, что такое струя и след летательного аппарата.

Одинокая круглая струя

Зачем реактивному самолету струя? А затем, что именно она содержит направленный назад поток импульса, необходимый для получения реактивной тяги. Самолет «заглатывает» набегающий на него воздух, одну пятую часть его (кислород) использует для сжигания топлива (как правило, это керосин) и всю нагретую смесь выбрасывает назад, получая при этом силу тяги. При сгорании керосина (или любого углеводорода) в присутствии азота и образуется смесь газов, между которыми идут реакции, часть которых указана на рисунке 1. Если топливом будет служить водород, то в струе, конечно, не будет радикалов, содержащих углерод (C). Но окислы азота все равно появятся и будут портить озон атмосферы.

Но сейчас давайте рассмотрим механику струи. Будем обозначать скорость струи относительно самолета буквой u; скорость выброса струи из двигателя — u_a (индекс «a» — от немецкого Ausgang — выход), а скорость струи на большом расстоянии от самолета — u_∞ (она равна скорости атмосферы относительно самолета, т. е. просто скорости самого самолета). Ворвавшись в атмосферу со скоростью, равной по модулю $|u_a - u_\infty|$, струя вскоре будет двигаться относительно атмосферы с небольшой (и все уменьшающейся) скоростью $|u - u_\infty| \ll u_a, u_\infty$. При этом ее движении к газу струи будут подмешиваться все новые порции атмосферного воздуха. В этой новой смеси концентрация первоначальных газов будет плавно спадать от оси струи к периферии (рисунок 3, кривая $C(r)$). Приблизительно так же будет спадать в радиальном направлении и скорость $u(r) - u_\infty$, так что слои струи, движущиеся на разном расстоянии от оси, будут «тереться» друг о друга. Причем более удаленные от оси слои будут тормозить более близкие. Грамотный студент уже мог бы сказать это короче: происходит радиальный перенос осевой компоненты импульса. И он непре-

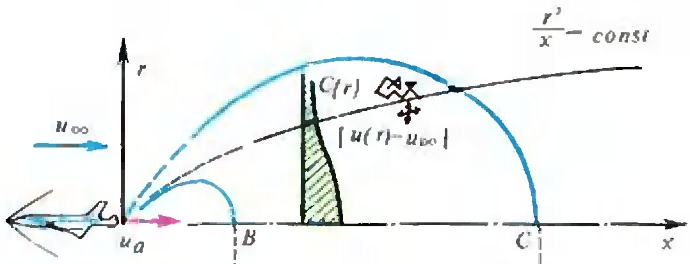


Рис. 3.

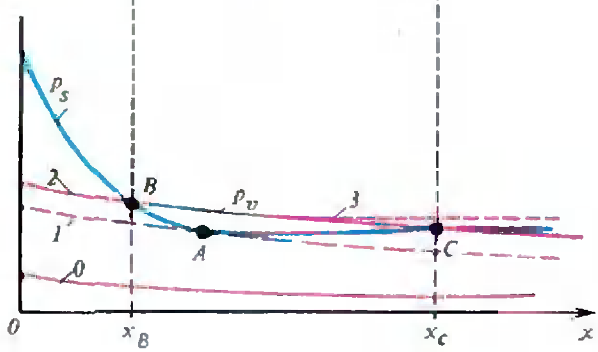


Рис. 4.

менно ввел бы коэффициент вязкости, а для описания переноса массы — коэффициент диффузии, а для переноса тепла — коэффициент теплопроводности. На то он и грамотный. Но мы попытаемся описать эти явления проще.

Перенос всех указанных характеристик, в том числе и движение частиц струи в радиальном направлении от оси, описывается в терминах случайных блужданий. Этот класс движений хорошо рассмотрен, например, в курсе физики Р. Фейнмана на примере известной задачи о пьяном матросе, который на каждом перекрестке незнакомого города выбирает наобум, равновероятно, одно из четырех направлений (вправо, влево, вперед, назад). Напомним вкратце суть явления. Частица, попав в какую-либо точку (рис. 3), после взаимодействия там с другой частицей может двигаться равновероятно в любую сторону. Но, пройдя характерное расстояние l, она должна встретиться с очередной частицей и еще раз случайным образом изменить направление движения.

Можно показать, что каждый шаг увеличивает квадрат расстояния в среднем на l^2. Пусть некоторой точке соответствует N уже пройденных шагов и радиус-вектор $\vec{r}_N$. В эту точку частица попала откуда-то из предыдущей точки $\vec{r}_{N-1}=\vec{r}_N-\vec{l}$ (обратим внимание, что эта запись говорит о том, что векторы $\vec{r}_{N-1}$ и $\vec{l}$ не обязательно параллельны). Возведем в квадрат:

$$r_N^2=(\vec{r}_{N-1}+\vec{l})^2=r_{N-1}^2+l^2+2\vec{r}_{N-1}\cdot\vec{l}.$$

Для одной выделенной частицы ее движение будет, конечно, строго детерминированным — это ее собственная история, и ее траектория будет какой-то ломаной линией. Но поскольку нас интересует среднее значение координат громадного множества частиц, мы сложим эти квадраты смещений и разделим на это множество. Так получим среднее значение. При этом окажется, что в последнем слагаемом будут одинаково часто встречаться смещения $\vec{l}$ как вдоль $\vec{r}_{N-1}$, так и в противоположном направлении. При осреднении по великому множеству частиц окажется, что

$$\langle r_N^2\rangle=\langle r_{N-1}^2\rangle+l^2+0.$$

Тогда, начиная с $N=1$, можно по индукции получить

$$\langle r_N^2\rangle=Nl^2,$$

т. е. средний квадрат смещения частицы при случайном блуждании пропорционален N (значит, среднеквадратичное смещение $\sqrt{\langle r_N^2\rangle}$ пропорционально $\sqrt{N}$, а не N, как было бы при прямом движении).

Если скорость частиц между столкновениями равна v, то время, потребное для одного шага, равно $\tau=l/v$, и, следовательно, число шагов за время t равно $N=t/\tau$. Окончательно получим (обозначив теперь r_N просто r)

$$\langle r^2\rangle=tlv.$$

Величину D, пропорциональную произведению lv, называют коэффициентом диффузии. Точный результат для нашего случая выглядит так:

$$\langle r^2\rangle=4Dt. \qquad (2)$$

Обозначим концентрацию каких-либо частиц в струе через n ($м^{-3}$) — например, это могут быть частицы сажи. Если ее умножить на скорость полета, получим плотность потока этих частиц в системе координат, связанной с самолетом: nu_∞ ($1/(м^2\cdot с)$) (здесь мы считаем, что скорость движения струи относительно атмосферы уже пренебрежимо мала по сравнению с u_∞). Теперь умножим обе части равенства (2) на эту плотность потока да еще на число π. Получим

$$\pi\langle r^2\rangle nu_\infty=4\pi Du_\infty tn.$$

Но левая часть этого нового равенства — полный поток всех частиц через круг площади $\pi\langle r^2\rangle$. И если частицы не слипаются друг с другом, не дробятся, т. е. их полное количество никак не изменяется, то левая часть постоянна. А в правой части имеем $u_\infty t=x$ — расстояние от самолета. Следовательно,

$$n\sim\frac{1}{x}. \qquad (3)$$

Итак, мы почти знаем «устройство» струи в системе координат, связанной с самолетом. Частицы струи диффундируют в радиальном направлении и уносятся назад от самолета с почти постоянной скоростью $u_\infty = x/t$. Таким образом, они в среднем движутся по параболам $x \sim r^2$. Из-за этого концентрация на оси падает гиперболически (формула (3)).

Кто понимает в этом деле, сразу сообразит, что зависимость концентрации от обеих координат можно записать в виде

$$n(x, r) \sim \frac{1}{x/u_\infty} e^{-r^2/(4Dx/u_\infty)} \qquad (4)$$

(напомним, что x/u_∞ есть время t).

И точно так же будут изменяться теплосодержание, импульс:

$$\frac{n(x, r)}{n_a} = C(x, r) = \frac{T(x, r) - T_\infty}{T_a - T_\infty} \approx \frac{u(x, r) - u_\infty}{u_a - u_\infty}. \qquad (4')$$

Но эти две последние строчки формул (4) и (4′) не очень-то и понадобятся нам в дальнейшем. Разве только вот из них можно получить уравнение линий, на которых все указанные в (4′) безразмерные параметры принимают постоянное значение, например 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3} и т. д., т. е. линий, на которых струя «разбавлена» атмосферным воздухом до концентрации в одну десятую, сотую, тысячную и т. д. от первоначальной. Эти линии имеют характерный вид, показанный на рисунке 3.

Капли за кормой

Теперь определим условия, при которых в струе может начаться конденсация паров воды. Очевидно, струя должна прежде всего достаточно охладиться. Но этого мало для того, чтобы началась конденсация. Нужно еще чтобы паров при этом было не слишком мало — нужно чтобы образовался пересыщенный пар,— тогда только «выпадет роса». Точнее говоря, давление паров воды в некоторой точке струи p_v должно быть не меньше, чем давление насыщенных паров p_s (индекс «v» — от английского vapour — пар, а «s» — от английского saturated — насыщенный). Как изменяется в пространстве p_v, мы уже знаем из вышесказанного.

А как изменяется p_s? Тут уместно обратиться к уравнению (1). Ведь там в показателе экспоненты стоит отношение двух энергий: потенциальной энергии молекулы (или одного моля — M) на высоте y над поверхностью моря к ее характерной тепловой энергии kT при температуре T (или RT для моля): $mgy/kT = Mgy/RT$. Оказывается, эта формула есть частный случай более общего утверждения Больцмана: если система, содержащая множество одинаковых частиц, находится в термодинамическом равновесии и если при этом молекулы могут обладать какими-то уровнями энергии (например, E_1 и E_2), то отношение числа молекул на этих уровнях должно равняться

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{e^{-E_2/kT}}{e^{-E_1/kT}} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}.$$

Но что такое испарение, как не процесс «вытаскивания» молекулы из жидкости в газ? Известно понятие удельной теплоты испарения L (Дж/кг) — энергии, которую нужно затратить на то, чтобы «вытащить» из жидкости один килограмм пара (или в расчете на один моль — ML (Дж/моль)). Этой энергией можно характеризовать глубину той потенциальной ямы, на дне которой находятся молекулы жидкости и из которой их нужно «достать» и превратить таким образом в газ. Следовательно, согласно Больцману и по аналогии с формулой (1), можно записать отношение плотностей насыщенного пара и жидкости в виде $\rho_к/\rho^\circ \sim e^{-L/(RT)}$ или для давления

$$p_s = p^\circ e^{-L/(RT)}. \qquad (5)$$

Заметим, что эта зависимость от температуры (экспоненциальная!) гораздо более резкая, чем гиперболическое ($\sim 1/x$) уменьшение параметров струи вдоль ее оси (выражения (3) и (4)).

Нарисуем теперь изменение вдоль оси струи давления паров воды p_v и давления их насыщения p_s. Можно будет увидеть несколько ситуаций (рис. 4). Кривая *0* — паров всюду в струе меньше, чем нужно для насыщения. Кривая *1* — только в одной точке *A* достигается условие росы и капли испаряются, так и не начав расти. Кривая 2 пересекает кривую насыщения в двух точках — *B* и *C*;

между этими точками давление пара больше, чем это нужно для насыщения; значит, между этими точками возможно образование капель. Но, начав расти в точке B, они за точкой C могут исчезнуть, если давление паров воды в струе станет меньше давления насыщения за счет того, что они диффундируют из струи в «сухую» атмосферу. Кривая 3 — в самой атмосфере есть достаточное количество паров, близких к насыщению: $p_{v\infty} \approx p_s(T_\infty)$, но они не конденсируются, например, потому что нет посторонних частиц — «затравочных» центров. А струя как раз содержит такие частицы, и пар, начав конденсироваться на них в точке B, уже не будет испаряться, так что капли не только не будут исчезать, но, может быть, даже продолжат свой рост за счет пара атмосферы, если $p_{v\infty} > p_s(T_\infty)$.

Рассмотрим случай, когда весь водяной пар, образовавшийся в двигателе, сконденсировался в виде капель. Известно, что из сопла в струю выбрасывается множество мелких частиц сажи — несгоревшего углерода. Согласно измерениям, их плотность на срезе сопла изменяется от 10^{13} до 10^{17} $1/м^3$. А когда есть посторонние частицы, пар конденсируется именно на них, не дожидаясь, пока будет достигнуто значительное пересыщение (и, значит, переохлаждение). Вспомним, что в ожидании ночных заморозков по этой причине в полях и садах жгли костры: пар конденсировался на частицах дыма, в атмосферу выбрасывалось фазовое тепло и оно-то не давало замерзнуть растениям.

Итак, на каждой частичке сажи сконденсируется «своя порция» водяного пара. Отсюда легко получить характерный размер водяной капли:

$$\frac{4}{3}\pi\rho^\circ a^3 n_a = \rho_v^a,\quad a = \sqrt[3]{\frac{3\rho_v^a}{4\pi n_a \rho^\circ}}. \qquad (6)$$

Тут мы пренебрегли собственным объемом самой частички сажи, считая это ядро конденсации очень маленьким.

Теперь сделаем численные оценки, ибо, как говорит древнерусская поговорка, теория без оценок — что щи без соли. Пусть на той высоте, где летит самолет, давление и плотность атмосферы на порядок меньше их значений на уровне моря (при желании можно воспользоваться формулой (1)). Пусть температура газов на срезе сопла втрое больше, чем в окружающей атмосфере; значит, плотность струи втрое меньше: $\rho_a = \frac{\rho_\infty}{3} = \frac{\rho_0}{30}$ (мы здесь еще предположили, что давление в струе в точности равно окружающему — тогда струя не разбрызгивается в стороны и не сжимается к оси,— так называемый расчетный режим). Но водяной пар, конечно, составляет некую часть в смеси газов струи (ведь там и азот атмосферы, который почти не горит, и углекислый газ и многое другое, опять же см. рисунок 1). Пусть концентрация пара составляет 5 % = 1/20; итак, примем $\rho_v^a = \frac{\rho_a}{20} = \frac{\rho_0}{600} \approx 2\cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Пусть плотность частиц сажи — ядер конденсации — $n_a \sim 10^{13}$ м$^{-3}$.

Тогда для размера капли из (6) получим

$$a = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 2\cdot 10^{-3}}{4\pi\cdot 10^{13}\cdot 10^3}} \approx 0{,}5 \text{ мкм}.$$

За самолетом часто видны белые следы, состоящие из этих капелек и тянущиеся иногда на сотни километров.

Но при чем здесь озон?

(Окончание следует)

ОРБИТЫ, КОТОРЫЕ МЫ ВЫБИРАЕМ

(беседа с В. Бурдаковым и К. Феоктистовым)

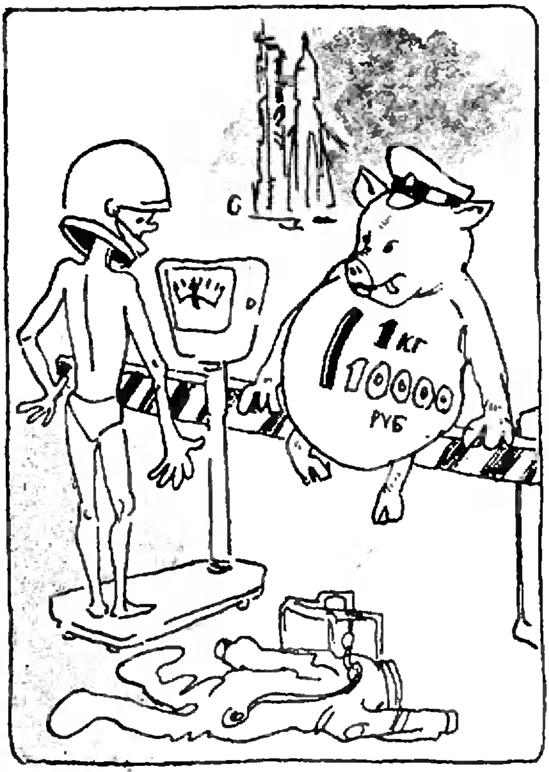
В. Н.: Долгое время с планетой Марс были связаны, возможно, последние надежды на обнаружение жизни в пределах Солнечной системы. Видимо, поэтому исследования Марса занимают особое место в космических программах. Вы уже говорили о тех проектах, которые рассматривались в первые годы практической космонавтики. Какое место занимает Марс в нынешних космических программах? Реальна ли в обозримом будущем пилотируемая экспедиция на Марс? Или она еще пока из арсенала фантастики?

В. Б: Для ученых Марс остается таким же притягательным, как и многие годы назад, несмотря на то, что пока действительно не удалось обнаружить на этой планете жизнь. В 1994 году в соответствии с проектом «Марс-94» планету должны достичь автоматические аппараты. По программе предполагается изучение почвы на глубине до 5—10 метров. Будут проводиться измерения температуры, влажности и т. д. Кроме того, будет изучаться тектоническая активность. По результатам сейсмических исследований можно сделать вывод, существует ли жизнь, в том числе разумная, под поверхностью планеты.

Проект «Марс-94» вообще очень интересен и насыщен исследованиями. Планируется доставка приборов для обнаружения биологических объектов или признаков их жизнедеятельности. В состав марсианских аппаратов будут входить марсоходы, аэростатные зонды (ночью они будут опускаться на поверхность, а днем подниматься за счет нагрева).

Что же касается пилотируемой экспедиции, то она может быть оправдана, с моей точки зрения, только в том случае, если будет реальный шанс обнаружить разумную жизнь. Такая жизнь может существовать, по-моему, в глубинах планеты или в разломах. За счет меньшего притяжения разломы на Марсе могут достигать глубины 12 километров (на Земле они не превышают 4—5 км). Так вот, эти места, а также каверны, образованные в результате таяния льда — а его на планете очень много, защищены от ультрафиолетового солнечного излучения, достигающего поверхности Марса из-за отсутствия в атмосфере озона, и вполне могут быть пристанищем для живых организмов. Причем, я уверен, простейшие организмы там имеются. Ну а более сложные, вплоть до разумных — это мечта...

Окончание. Начало см. в № 4.



К. Ф.: Я не понял, вы считаете, что вашей уверенности достаточно для того, чтобы создать марсианскую экспедицию?

В. Б.: Нет, конечно. Эти аргументы достаточны для запуска беспилотных аппаратов. Для пилотируемой экспедиции больше подойдут цели, аналогичные тем, что двигали лунный проект.

К. Ф.: На Луну экспедиция была послана для того, чтобы продемонстрировать технические возможности одной из самых крупных стран мира.

В. Н.: Насколько я помню, тогда целей было три — научная, техническая и политическая.

К. Ф.: Какие цели? Если лететь на Марс, то только для того, чтобы искать жизнь. Казалось бы, совсем недавно Горбачев предлагал Рейгану вместе лететь на Марс. Комитет какой-то в Америке собирался, какие-то соображения высказывались, как делать экспедицию. Записывались долгосрочные решения и т. д. Но вот вопрос — стоит ли начинать проектировать такую экспедицию?

В. Б.: У американцев, в частности у Карла Сагана (известный американский ученый-астрофизик.— *Прим. ред.*), есть целый ряд обоснований их предложений. Мое мнение — такую экспедицию нужно разрабатывать уже сегодня. Рассматривать возможности и преимущества человека в решении определенных задач, необходимую подготовку, критерии отбора...

Что же до 2023 года, а именно на этот срок ориентирован проект, разрабатываемый в НПО «Энергия», то я не уверен, что к этому сроку мы будем готовы решить какие-либо серьезные задачи. Скорее всего, это будут просто политические, престижные цели.

В. Н.: Не будет технических возможностей?

В. Б.: Технические будут, но будем ли мы готовы решать фундаментальные задачи? Я просто не знаю пока, в чем они будут заключаться.

К. Ф.: Но нельзя затевать экспедицию до тех пор, пока не будет уверенности в ее успехе с точки зрения поисков жизни. Если придерживаться мнения, что где-то в расщелине или нише она есть, то должна быть разработана стратегия, куда, в какой район посылать, какими средствами располагать. Для этого надо заранее провести разведку с помощью автоматов.

Совершенно бессмысленно что-то затевать, пока не появилась четкая концепция экспедиции хоть с какими-нибудь шансами на успех. Просто высадившись в любой наперед заданной точке, наверняка ничего не найдешь. Это чистая спекуляция с целью получить деньги из чужого кармана на предприятие, которое обречено скорее всего на провал.

В. Б.: Чудо, конечно, может быть, но в него трудно верится. Это напоминает шутку про нашу перестройку: русские, мол, всегда были склонны считать, что смерч, пронесшийся над свалкой, может оставить после себя «Боинг-747», поскольку все нужные материалы там имеются...

В. Н.: Можно ли сбрасывать со счетов такой результат, как сопутствующее развитие разных отраслей промышленности, науки? Или консолидация государств ради достижения общей цели? Ну и наконец, у каждого поколения, наверное, должен быть свой Колумб?

К. Ф.: Безусловно, это все очень важно, но не первостепенно. Притом сейчас, когда кончилось противостояние и мы поняли, что американцы нам не враги, а они перестали считать врагами нас, нет никакого смысла тратить сотни миллиардов долларов для еще большего сближения. Есть более эффективные возможности использования таких крупных сумм.

В. Б.: Например, для создания первых опытных космических электростанций...

В. Н.: Ну что ж, если с Марсом разобрались, перейдем к следующему вопросу. Многим известен роман о космической одиссее 2001 года. Написан он несколько десятков лет назад. На ваш сегодняшний взгляд, какие цели будут актуальными для космонавтики начала следующего века?

В. Б.: Думаю, что на первый план выйдет поиск источников энергии. Раньше я уже говорил о пяти факторах, определяющих качество жизни любого организма или сообщества. Энергетика занимает среди них, пожалуй, центральное место. Так вот, ее состояние кризисное уже сегодня, а в следующем столетии кризис будет углубляться. Отсюда вывод — необходим поиск новых энергоносителей, но уже не на Земле, где проблема энергетическая стоит рядом с экологической, а в космосе. У нас есть практически неиссякаемый источник — наше Солнце. Его и надо использовать, причем не на самой планете, где атмосфера является помехой, а на орбите.

Хочу подчеркнуть, что строительство солнечных электростанций в космосе не только возможно, но, по-видимому, и неизбежно. Сюда же надо выносить и особо вредное производство. Особенно — энергоемкое. Мощные источники энергии позволят развивать и научный потенциал космических станций, а значит, шире станут возможности исследования Земли и дальнего космоса.

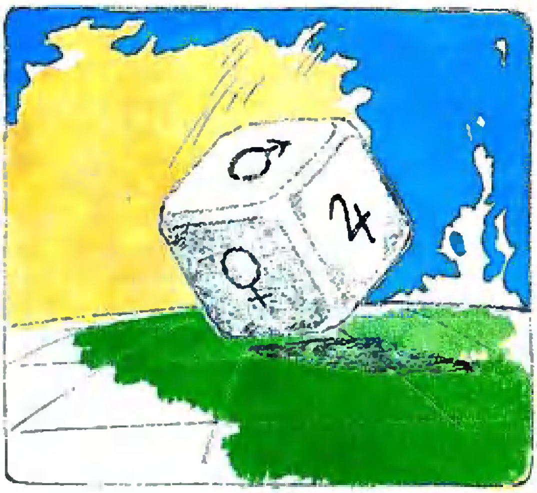
Таким образом, на первое место я бы поставил энергетику, на второе — информатику.

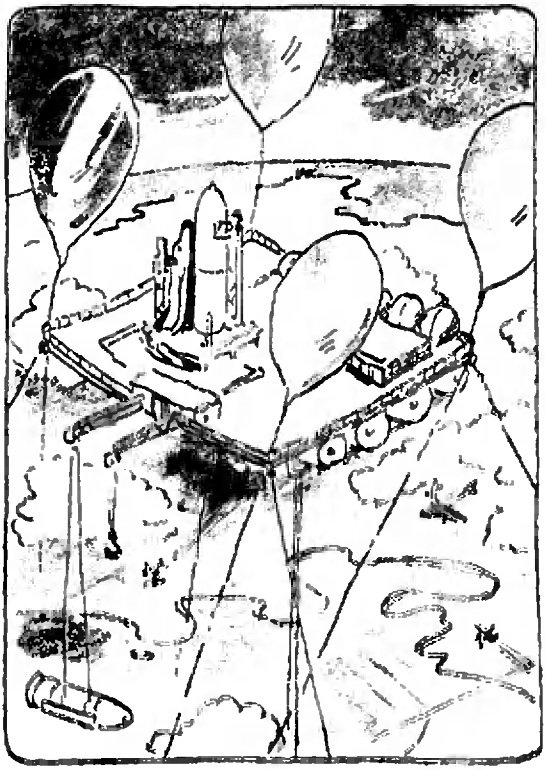
В. Н.: Но энергетика — это ведь не просто спутник или даже много спутников...

В. Б.: Энергетическое хозяйство Земли!

В. Н.: Поясните. Что для этого нужно на орбите? 100, 1000 или десятки тысяч тонн? Для того чтобы не просто продемонстрировать возможности, а практически решить проблему.

В. Б.: Как и в любой задаче, решение должно начаться с первого шага... Первая атомная электростанция в Обнинске давала всего лишь 5000 киловатт. Сейчас доля атомной энергетики равна 20 %. Через 30—40 лет космический «вклад» должен составить 15—20 %. Что касается затрат, то по оценкам специалистов ЦНИИМАШ (головного научно-исследовательского института в космической отрасли.— *Прим. ред.*), для строительства опытной солнечной электростанции потребуется вывести на низкую орбиту около 300 тонн.





К. Ф.: С учетом того, что суммарная мощность земных электростанций сегодня равна одному миллиарду киловатт, чтобы получить 15—20 %, потребуется довольно много времени и средств.

В. Б.: Конечно. Перейдем к информатике — теле- и радиоканалам, телефонным линиям и т. д. В настоящее время это ведущая отрасль, с реальной отдачей, причем с очень высоким КПД. Сейчас мы имеем целый набор спутников связи: «Экран», «Молния», «Горизонт», «Альтаир»... К сожалению, наращивание идет не столько качественное, сколь количественное. Запускаем следующий спутник, а предыдущий заканчивает работу из-за неполадок или ограниченного ресурса. Причин этому много, в том числе технология производства. Например, уровень запыленности в цехах недопустимо высок. Дорогостоящие космические аппараты работают меньше трех лет, хотя должны они работать как минимум 15—20. Кстати, и космические электростанции должны работать не менее 30 лет, иначе окупаться они не будут никогда.

Третье направление — технология. Имеется в виду получение тех материалов, изготовление которых на Земле либо невозможно, либо слишком дорого. Это полупроводники, биопрепараты и т. д., но для промышленного производства потребуется опять-таки энергетика.

Четвертое — транспорт. Космический самолет, использующий двигатели на водороде, экологически чистый, многоразовый — вот будущее воздушного транспорта. Он же может осуществлять связь между низкими и высокими околоземными орбитами. Такой транспорт уже разрабатывают и НАСА, и западноевропейские страны.

Кстати, об экологии. Она стала уже не только земной, но и околоземной проблемой. На этот счет принимаются решения даже на уровне ООН. На орбите столько мусора (осколки спутников и их фрагменты, вплоть до кусочков краски), что из-за него из строя выходят аппараты стоимостью в сотни миллионов рублей или долларов. На геостационарной орбите существуют два кладбища. Попадая туда, мусор остается там навсегда.

Ну и конечно, атмосфера. Любой запуск космической ракеты портит ее. Губится озонный слой. Наращивая количество пусков, мы наносим непоправимый ущерб жизни на Земле. Известно, что снижение концентрации озона всего лишь на один процент приводит к увеличению раковых заболеваний на 6 % и на еще больший процент — аллергических.

Нужна экологическая служба на орбите. В ее задачи будет входить не только наблюдение за местами экологических катастроф на поверхности Земли, но и контроль за количеством запусков. Вообще все средства выведения на орбиту должны получать сертификат безопасности. Например, такую-то ракету, можно запускать 5 раз в году, а другую — всего лишь раз. Иначе мы загубим жизнь на своей планете. Круглосуточное наблюдение за состоянием экологии — это и есть пятое глобальное направление в использовании космической техники.

К. Ф.: Я полагаю, что не стоит начинать строить экспериментальную электростанцию на орбите, а следует все вопросы сначала хорошенько проработать на земле. Пока полной ясности здесь нет. Необходимо разработать новые солнечные батареи, дешевые многоразовые ракеты-носители, систему роботов и т. д. Я согласен, что энерегетика — актуальный вопрос. Но будет ли реализовано то, о чем здесь говорилось, в начале XXI века? Я в этом сомневаюсь. Во всяком случае, исследования позволят сделать вывод, стоит ли этим заниматься...

Насчет информатики, думаю, все ясно. Нам просто необходимо ликвидировать отставание по спутниковой связи. К важнейшим нужно отнести не только информационные вопросы, но и исследование природных ресурсов, метеопрогнозы и другие. Кроме того, в начале следующего века пора начать создание международной системы контроля за происходящим на поверхности Земли, в ее атмосфере.

В. Б.: В экологическом плане?

К. Ф.: Нет, я имею в виду международную «антихусейновскую» систему...

В. Б.: Это экология.

К. Ф.: Ну хорошо. Возможность предупреждения агрессии. Я также надеюсь, что в будущем веке хватит разума и любопытства заниматься изучением Вселенной, т. е. строить большие астрофизические инструменты, работающие в разных диапазонах. Например, километровые радиотелескопы, которые бы выводились на околосолнечные орбиты для получения большего разрешения. С их помощью можно было бы исследовать центр Галактики и другие объекты.

В. Н.: Попробуем заглянуть еще на пятьдесят лет вперед, в 2051 год. Видите ли вы что-нибудь кардинально новое в объектах исследования и освоения, в средствах?

К. Ф.: В технических средствах, я считаю, можно будет добиться резкого снижения затрат на выведение на орбиту. Может быть, с помощью воздушно-космического самолета. Решение задачи будет зависеть от возможности создания прямоточного двигателя, работающего на скорости до 25 «мах»*). Все, что нам известно сегодня, говорит о том, что нельзя. Но НАСА взялось за решение этой проблемы. Есть конкретная техническая задача, и над ней работают. Хотя и не пишут — как, есть ли просвет.

Если грузоподъемность составит порядка 40 тонн, то такую стоимость можно будет получить. Либо надо делать то, что я предлагал — одноступенчатую многоразовую ракету суперхитрой конструкции. Очень легкой, с традиционным двигателем, большой удельной тягой, примерно 480 с.

В. Н.: А можно ли ожидать появления каких-либо принципиально новых средств доставки на орбиту?

В. Б.: Я пока не вижу возможностей удешевления пусков на порядок или даже еще больше. Экономию можно получить за счет оптимизации баллистической схемы (например, выводить на промежуточную орбиту 90×60 км, вместо круговой с высотой 200 км). Есть новые разработки построения ступеней, есть варианты типа «из пушки на Луну». При этом «ствол» заглубляется в землю. Мы уже говорили о самолетных схемах, использовании крыльев, усовершенствованных двигателях... Все это даст экономию, но не на порядок. Кроме того, называя затраты, сейчас нельзя не учитывать экологический ущерб. Во сколько, например, обойдется уничтожение 5000 тонн озона?

К. Ф.: В моем проекте — водород и кислород, т. е. вода, а это безобиднее большинства современных компонентов.

В. Н.: А что вы скажете о полезных нагрузках, о задачах, которые будут стоять перед пользователями

*) «Мах» — точнее, число Маха — безразмерная характеристика течения сжимаемого газа, равная отношению скорости течения к скорости звука в той же точке потока.

космической техники в 2051 году?

К. Ф.: Я считаю, что одной из главных программ, способной удовлетворить человеческое любопытство, станет строительство космических радиотелескопов диаметром от 1 до 10 км для обследования Вселенной с целью поисков сигналов от других цивилизаций. А если говорить о прикладных вещах, то — создание на геостационарной орбите крупнейших энергетических систем.

В. Б.: Плюс строительство первой станции-поселения в космосе.

К. Ф.: К этому я отношусь очень скептически, хотя построить на орбите Лас-Вегас какой-нибудь нетрудно. И даже, наверное, будет пользоваться успехом. Но космическое поселение потребует чудовищных мощностей.

В. Б.: Ну, может, не в 2051 году, но когда-то это все же будет...

К. Ф.: Чтобы справиться с этой задачей, необходимо сначала создать армию роботов, которые бы работали в космосе вместо людей и делали такое, что нам и не снится.

В. Б.: Это из области мечты.

К. Ф.: Согласен, но их можно пустить на поток. И они построят все, что надо, если только не взбунтуются. Беда же в том, что все равно это будет просто банка. Пусть большая, километров на 15, но банка. А человек не может жить в банке всю жизнь. Там не будет рощ, лужаек, ручьев. Плотность заселения раза в три превысит плотность заселения Москвы.

В. Н.: Но живут же на крайнем севере, на антарктических базах...

К. Ф.: Да, но они имеют возможность хоть раз в год или в три года уехать в отпуск.

В. Н.: И оттуда будут приезжать.

К. Ф.: Тогда необходимо понять, что они будут там делать? Ведь за счет космоса проблему перенаселения все равно не решить.

В. Н.: А как с Луной? Вернемся ли мы к ее исследованию и освоению?

К. Ф.: Обязательно! Вот как раз в эти сроки.

В. Н.: И последний вопрос — полет к звездам.

В. Б.: Это реально, где-то в эти же сроки. Беспилотный полет.

В. Н.: А технически это как можно будет осуществить?

В. Б.: При помощи термоядерного прямоточного двигателя. Скорости досветовые. Несколько поколений людей будут наблюдать за этим полетом. Что касается пилотируемого полета, то это лет через сто и без надежд на возвращение. Но желающие найдутся.

К. Ф.: Это недостойный человека вариант, и инженеры принимать таких решений не могут. Я пришел к заключению, что полет человека к звездам невозможен. Но это не значит, что нет воможностей для межзвездных путешествий. Можно передавать информацию и получать ее, т. е. осуществлять информационное путешествие. Собственно, этим мы занимаемся каждый день, садясь перед телевизором. Это самый естественный способ — установить связь с другими цивилизациями и обмениваться информацией. Для этого сначала надо найти маяки, которые расставили другие цивилизации. Если не найдем, следующим шагом станет разводка зондов с приемопередающими станциями. На это уйдут тысячи, сотни тысяч, может, миллионы лет.

В. Н.: А путешествие человека?

К. Ф.: По моим расчетам, не получается. И прежде всего из-за времени. Но даже если бы человек долетел и вернулся, что он найдет на Земле через тысячи лет? Это будет совсем другая планета, совсем другие люди, другая жизнь...

В. Б.: Найдутся люди, готовые ради новых знаний полететь куда угодно.

К. Ф.: За свой счет? Сколько угодно!

В. Б.: А если не за свой?

К. Ф.: А вот за чужой — ни в коем случае. Человечество не имеет право поощрять камикадзе. Это безнравственно.

Задачник „Кванта"

Задачи

М1341 — М1345, Ф1348 — Ф1352

Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто нам ее предложил. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые.

Решения задач из этого номера следует отправлять не позднее 15 июля 1992 года по адресу: 103006, Москва К-6, ул. 1-я Тверская-Ямская, 2/1, «Квант». Решения задач из разных номеров журнала или по разным предметам (математике и физике) присылайте в разных конвертах. На конверте в графе «Кому» напишите: «Задачник «Кванта» № 5—92» и номера задач, решения которых вы посылаете, например «М1341» или «Ф1348». В графе «...адрес отправителя» фамилию и имя просим писать разборчиво. В письмо вложите конверт с написанным на нем вашим адресом (в этом конверте вы получите результаты проверки решений).

Условия каждой оригинальной задачи, предлагаемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с вашим решением этой задачи (на конверте пометьте: «Задачник «Кванта», новая задача по физике» или «...новая задача по математике»).

В начале каждого письма просим указывать номер школы и класс, в котором вы учитесь.

М1341. Пусть m, n и k — натуральные числа, причем $m>n$. Какое из двух чисел больше —

а) $\sqrt{m+\sqrt{n+\sqrt{m+\ldots}}}$ или $\sqrt{n+\sqrt{m+\sqrt{n+\ldots}}}$

б) $\sqrt{m+\sqrt{n+\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}}$ или $\sqrt{n+\sqrt{m+\sqrt{m+\ldots+\sqrt{m}}}}$

(в каждом числе — k знаков корня)?

Л. Курляндчик, В. Сендеров

М1342. Напишем строчку из n чисел от 1 до n. Под ней напишем вторую строчку из n чисел: сначала — числа, стоящие в первой строчке на нечетных местах (по порядку), а затем числа, стоящие на четных местах (тоже по порядку). Далее будем писать следующие строчки по тому же правилу до тех пор, пока на некотором шаге не получится m-я строчка, совпадающая с первоначальной. Докажите, что такая строчка встретится и $m \leqslant n$.

Я. Брискин

М1343. Три хорды окружности γ попарно пересекаются в точках A, B, C. Построим еще три окружности: одна касается сторон угла CAB и окружности γ (изнутри) в точке A_1, вторая — сторон угла ABC и окружности γ (изнутри) в точке B_1, третья — сторон угла ACB и окружности γ (изнутри) в точке C_1. Докажите, что три отрезка AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке (рис. 1).

И. Шарыгин

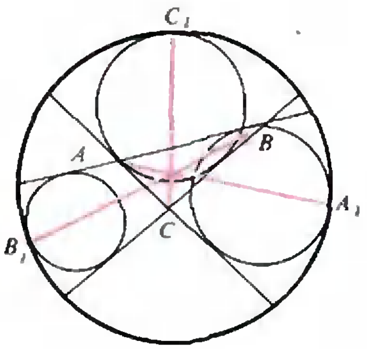


Рис. 1.

М1344. Том Сойер красит забор, состоящий из длинной (бесконечной) последовательности прямоугольных досок разной высоты и ширины. Каждая доска на 1 % уже, чем предыдущая, и выше предыдущей (однако не выше 2 м). Том начинает с первой доски и затем, если доска выше предыдущей более чем на 2 %, красит ее, а в противном случае — пропускает.

а) Докажите, что он покрасит не менее 40 % площади забора.
б) Можно ли утверждать, что он покрасит не менее половины площади забора?

А. Григорьян

М1345. На гиперболе $y=1/x$ взяты две точки $M(x_0;\ y_0)$ и $N(-x_0;\ -y_0)$, симметричные относительно начала координат. Окружность с центром M, проходящая через точку N, пересекает гиперболу еще в трех точках. Докажите, что эти точки лежат в вершинах правильного треугольника.

Ф1348*. Однородный резиновый шнур длиной L прикреплен одним концом к стене. Другой его конец в некоторый момент времени начинают двигать вдоль шнура со скоростью v, равномерно растягивая его при этом. В тот же момент от закрепленного конца вдоль шнура начинает двигаться жук, скорость которого относительно опоры (шнура) постоянна и равна v. При каких условиях жук сможет добраться до конца шнура? За какое время он это сделает? На каком максимальном расстоянии от подвижного конца шнура он окажется во время движения? Считайте, что шнур деформируется без разрыва.

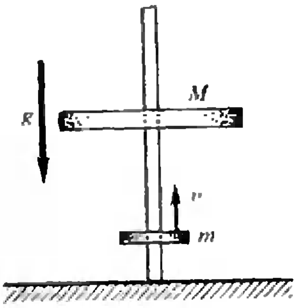


Рис. 2.

Ф1349. На гладкий вертикальный стержень насажены тяжелая шайба массой M и легкая шайба массой $m=M/1000$. Легкой шайбе сообщают скорость, равную v и направленную так, как показано на рисунке 2. На какой высоте над подставкой может находиться тяжелая шайба, не смещаясь заметно вверх или вниз? Каким будет период малых колебаний такого «поршня», если его сместить из этого равновесного положения? Все удары считать абсолютно упругими.

А. Андрианов

Ф1350. На бирже «АНФИСА» 1917 брокерских и 1992 хакерских места. Между каждой парой БМ включен резистор сопротивлением 1 кОм, между каждой парой ХМ — резистор сопротивлением 2 кОм, между каждым БМ и ХМ — 4 кОм. Чему равно сопротивление, измеренное между двумя БМ? Между двумя ХМ? Между БМ и ХМ?

И. Потеряйко

Ф1351. Медный диск массой M и диаметром D может свободно вращаться вокруг закрепленной оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска. Центр и край диска соединены резистором сопротивлением R при помощи скользящих контактов. Вся система помещена в однородное магнитное поле $\vec{B}$, параллельное оси диска. Диск раскручивают до угловой скорости ω_0 и отпускают. Сколько оборотов сделает диск до полной остановки? Теперь последовательно с резистором включим батарею напряжением U_0. За какое время диск раскрутится из состояния покоя до угловой скорости ω_0?

М. Цыпин

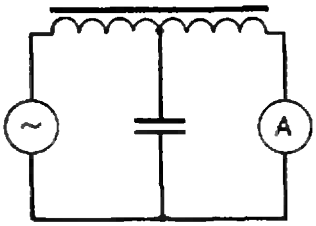


Рис. 3.

Ф1352. Катушка индуктивностью $L=1$ Гн намотана на тороидальный сердечник с большой магнитной проницаемостью. Катушку подключают к выходу генератора звуковой частоты последовательно с амперметром переменного тока (рис. 3). Конденсатор емкостью $C=1$ мкФ подключен к отводу от середины катушки. Найдите амплитуду тока через амперметр в зависимости от частоты ω генератора и сдвиг фаз между этим током и напряжением генератора. То же — для тока, потребляемого схемой от генератора. Амплитуда напряжения генератора $U_0=1$ В. Сопротивления амперметра и источника считать малыми.

А. Зильберман

Решения задач

М1311 — М1315, Ф1328 — Ф1332

***М1311.** Треугольник имеет целые длины сторон x, y, z, причем известно, что длина одной из его высот равна сумме длин двух других высот. Докажите, что $x^2+y^2+z^2$ — квадрат целого числа.*

Пусть z — наименьшая из сторон треугольника ABC, S — его площадь. Тогда

$$\frac{2S}{z}=\frac{2S}{x}+\frac{2S}{y},$$

т. е. $xy-xz-yz=0$.

Но при выполнении этого условия

$$x^2+y^2+z^2=(x+y-z)^2,$$

т. е. является квадратом целого числа.

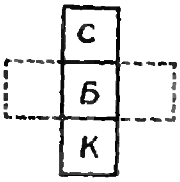
Д. Фомин

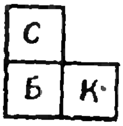
***М1312.** Поля доски $n\times n$ раскрашены в три цвета — синий, белый, красный, причем известно, что рядом с каждой синей клеткой есть (граничащая по стороне) белая, рядом с белой — красная и рядом с красной — синяя. Докажите для количества k клеток одного — скажем, синего — цвета оценки: а) $k\leqslant 2n^2/3$; б) $k\geqslant n^2/11$.*

Пусть С, Б, К — количества синих, белых и красных клеток соответственно. Докажем требуемые оценки для числа С синих клеток. Прежде всего заметим, что С$\leqslant$3Б. Для доказательства этого возьмем какую-нибудь белую клетку и отметим все синие клетки, к ней примыкающие, затем возьмем другую белую клетку и отметим примыкающие к ней и ранее не отмеченные синие клетки и так далее, пока не исчерпаем все белые клетки. Поскольку к каждой белой клетке примыкает красная, каждый раз отмечается не более 3-х синих клеток. Но это и означает, что С$\leqslant$3Б. Аналогично доказывается, что Б$\leqslant$3К, К$\leqslant$3С.

Возьмем теперь произвольную синюю клетку x_1 и построим какую-нибудь цепочку, состоящую из белой клетки x_2, примыкающей к x_1, и красной клетки x_3, примыкающей к x_2, причем, если есть возможность, будем выбирать цепочку-«уголок» («уголок» не получается лишь тогда, когда ни одна из клеток, отмеченных на рисунке звездочкой, не является красной).

Задачник „Кванта"





В каждой «прямой» цепочке отметим белую клетку, а в каждом «уголке» — красную. Общее количество цепочек равно числу синих клеток. Количество отмеченных по нашему правилу белых клеток равно числу «прямых» цепочек. Каждая красная клетка, входящая в выбранные нами «уголки», может быть отмечена не более 4-х раз (она принадлежит не более, чем четырем «уголкам»). Отсюда следует, что

$$С \leqslant Б + 4К. \qquad (*)$$

Аналогично $Б \leqslant К + 4С$, $К \leqslant С + 4Б$. Складывая неравенство $С \leqslant 3Б$ с неравенством $(*)$, получаем

$$2С \leqslant 4(Б+К),$$

или

$$3С \leqslant 2(Б+К+С) = 2n^2,$$

что доказывает пункт а).

Наконец, из неравенств

$$Б \leqslant К + 4С \quad и \quad К \leqslant 3С$$

следует, что

$$Б \leqslant 7С,\ Б + К \leqslant 10С,$$

и окончательно $n^2 = Б + К + С \leqslant 11С$, т. е. доказано и утверждение пункта б).

Отметим еще, что доказанные нами оценки точны в том смысле, что число 2/3 не может быть заменено ни на какое меньшее, а 1/11 — на большее.

Ф. Назаров

М1313. *Найдите 8 натуральных чисел $a_1, a_2, \dots, a_8$ таких, что*

$$\sqrt{\sqrt{a_1}-\sqrt{a_1-1}}+\sqrt{\sqrt{a_2}-\sqrt{a_2-1}}+\dots+\sqrt{\sqrt{a_8}-\sqrt{a_8-1}}=2.$$

Ответ: Такими числами являются, например, числа

$$a_k = (2k+1)^2 \quad при \quad k = 1, 2, \dots 8.$$

Для доказательства достаточно заметить, что

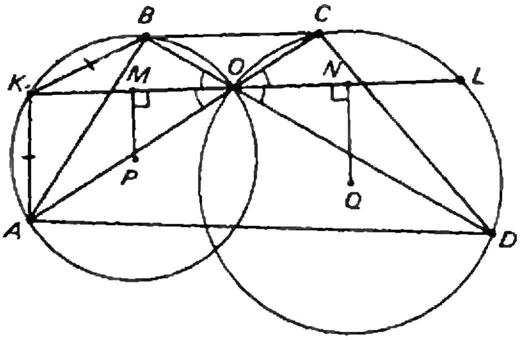
$$\sqrt{a_k}-\sqrt{a_k-1} = 2k+1-2\sqrt{k^2+k} = (\sqrt{k+1}-\sqrt{k})^2$$

Л. Курляндчик

М1314. *$ABCD$ — выпуклый четырехугольник, диагонали которого пересекаются в точке O. Пусть P и Q — центры окружностей, описанных около треугольников ABO и CDO. Докажите, что*

$$AB + CD \leqslant 4PQ.$$

Пусть O — точка пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$. Проведем прямую, делящую углы BOA и COD пополам и пересекающую окружности, описанные около треугольников AOB и COD в точках K и L соответственно (см. рисунок).



Задачник „Кванта"

Пусть PM и QN — перпендикуляры, опущенные из точек P и Q на прямую KL.

Так как сумма углов KBO и KAO равна 180°, один из этих двух углов не является острым. Будем для определенности считать, что таким углом является угол KBO.

Из треугольника KBO получаем, что $KO>KB$. А так как треугольник AKB — равнобедренный,

$$2KB=KB+KA>AB.$$

Итак, $2KO>AB$. Аналогично доказывается, что $2LO>CD$.

Но тогда

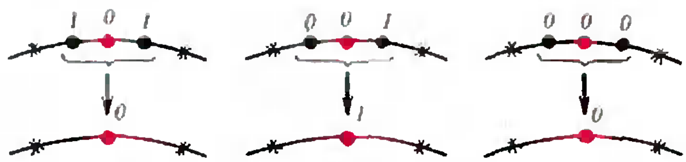
$$4PQ\geqslant 4MN=2KL=2KO+2LO>AB+CD.$$

Ф. Назаров

***M1315.** На окружности расставляются целые числа. Разрешается стереть любое четное число, а вместо двух соседних с ним чисел записать их сумму (отчего количество чисел уменьшается на два). Такие операции проводятся, пока это возможно, т. е. пока не останется ни одного четного числа, либо останется одно или два числа. Докажите, что количество оставшихся чисел зависит лишь от исходной расстановки, но не от порядка действий.*

Так как в данной задаче существенна только четность расставляемых чисел, заменим четные числа нулями, а нечетные единицами, и будем при этом считать, что $1+1=0$ (сложение по модулю 2).

Таким образом, описанное в условии преобразование расстановки нулей и единиц будет выглядеть так, как показано на рисунке.



Предположим сначала, что число нулей в исходной расстановке A из n нулей и единиц нечетно. Тогда, как бы мы ни действовали, после каждой операции остается нечетное количество нулей (это количество либо не меняется, либо уменьшается на 2). Это значит, что процесс прекратится, когда на окружности останутся два числа (если n четно) и одно число (если n нечетно).

Если количество нулей в исходной расстановке четно, сотрем все возможные пары рядом стоящих нулей. Получится новая расстановка, состоящая из четного числа $2k$ идущих подряд серий единиц, причем между любыми двумя соседними сериями стоит один 0. Пусть a_1, a_2, ..., a_{2k} — количества единиц в этих сериях, посчитанных по часовой стрелке, начиная от произвольного нуля. Положим

$$D(A)=|a_1-a_2+\ldots+a_{k-1}-a_k|;$$

при наших преобразованиях исходной расстановки число $D(A)$ не меняется. В самом деле, если в операции участвуют 2 подряд стоящих нуля, ни одно из чисел a_i не может измениться. Если в преобразовании участвует «одинокий» нуль, т. е. при преобразовании ...101...→...0..., количество единиц в каждой из двух соседних серий уменьшается на 1, так что и в этом случае $D(A)$ не меняется.

В конце концов (каждый раз общее количество нулей и единиц уменьшается на 2) процесс закончится, т. е. на окружности останутся одни единицы, и при этом $D(A)$ окажется равным их количеству. Таким образом, для любой исходной расстановки чисел, мы можем определить, что останется на окружности после наших преобразований.

Д. Фомин

***Ф1328.** Клин массой M с длиной наклонной грани L и углом при основании α покоится на гладкой горизонтальной плоскости (рис. 1). К верхней точке клина прикреплен конец очень тонкой ленты, масса которой $m=M/3$, а длина L. Ленту заворачивают в клубок, после чего систему отпускают. Найдите максимальную скорость клина. Трением можно пренебречь.*

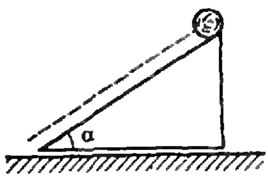


Рис. 1.

Решение этой задачи довольно громоздко.

Введем обозначения. Пусть в некоторый момент времени точка касания клубка поверхности клина находится на расстоянии l от нижней точки (рис. 2) и $l/L=x$. Тогда масса остатка клубка равна mx, а масса размотавшейся ленты — неподвижной относительно клина — $m(1-x)$. Обозначим скорость клина u, скорость центра клубка относительно клина v (рис. 3).

Диаметр клубка в верхней точке клина не задан в условии задачи. Учет изменения этого диаметра и связанного с ним дополнительного понижения центра тяжести клубка сильно усложнил бы решение задачи. Будем считать, что диаметр клубка мал (т. е. лента имеет большую плотность) и пренебрежем его изменением.

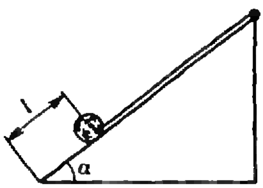


Рис. 2.

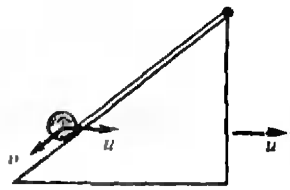


Рис. 3.

Для решения воспользуемся законами сохранения импульса и энергии. Выразим уменьшение потенциальной энергии через x:

$$\Delta E_p=mxg(L-l)\sin\alpha+1/2m(1-x)g(L-l)\sin\alpha=$$
$$=1/2m(1-x^2)gL\sin\alpha.$$

Теперь запишем закон сохранения импульса и выразим v через u:

$$Mu+m(1-x)u-mx(v\cos\alpha-u)=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow v=u(M+m)/(mx\cos\alpha).$$

Для нахождения кинетической энергии системы учтем, что клубок, в отличие от клина и размотавшейся части ленты, движется не только поступательно, но еще и вращается. Угловая скорость определяется относительным движением клубка: $\omega=v/r$, где r — его радиус. Считая клубок цилиндром, запишем «вращательную добавку» к кинетической энергии поступательного движения в виде

$$E_{k\,\text{вр}}=1/4mxv^2.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы равна

$$E_k=E_{k\,\text{пост}}+E_{k\,\text{вр}}=\frac{(M+m(1-x))u^2}{2}+$$
$$+\frac{mx(v^2+u^2-2uv\cos\alpha)}{2}+\frac{mxv^2}{4}=$$
$$=\frac{(M+m)u^2}{2}\left(\frac{1{,}5(M+m)}{m\cos^2\alpha}\frac{1}{x}-1\right).$$

Теперь запишем закон сохранения энергии и выразим скорость клина через x:

$$\Delta E_p=E_k\Rightarrow u^2=\frac{mgL\sin\alpha}{M+m}\,\frac{1-x^2}{A/x-1},$$

где

$$A=\frac{1{,}5(M+m)}{m\cos^2\alpha}=\frac{6}{\cos^2\alpha}.$$

Исследуем полученное выражение. Видно, что при $x\approx1$ (в самом начале пути) и при $x\to0$ (в конце) скорость клина обращается в ноль, значит, можно надеяться обнаружить значение x_m, при котором скорость клина максимальна. Для нахождения максимума приравняем нулю производную по x и получим уравнение

$$2x_m^3-3Ax_m^2+A=0,\ \text{или}\ 3x_m^2-1=\frac{2}{A}x_m^3.$$

В принципе кубическое уравнение можно решить аналитически, можно решить его приближенно — на ЭВМ или с помощью калькулятора, задавая различные углы α. Но можно поступить и иначе: поскольку $A>6$, при $x_m<1$ (а это всегда выполняется) можно приближенно считать

$$x_m\approx\frac{1}{\sqrt3}\approx0{,}58.$$

(Численный расчет показывает, что при изменении A от минимального значения 6 до весьма больших значений получается, что x_m изменяется от 0,6 до 0,58.)

После несложных преобразований максимальную скорость u_m можно выразить через x_m:

$$u_m^2=\frac{4}{3}\left(\frac{m}{M+m}\right)^2gL\cos^2\alpha\sin\alpha\cdot x_m^3.$$

Этим выражением можно и ограничиться, а можно подставить в него значения m/M и x_m. Численный расчет для $\alpha=30^\circ$ и $L=0{,}1$ м, например, дает

$$u_m\approx0{,}08\ \text{м/с}.$$

Интересный вопрос возникает при анализе кинетической энергии — куда она пропадает после того, как весь клубок размотается? Подумайте об этом самостоятельно. Подсказка: скорость клубка перед этим очень велика, и стоит рассмотреть движение самого конца ленты в момент окончания процесса.

А. Зильберман

Ф1329. В цилиндре под поршнем находится ν молей ненасыщенного водяного пара при температуре T_0. При медленном изобарическом охлаждении цилиндра половина пара сконденсировалась, а внутренняя энергия содержимого цилиндра уменьшилась на ΔU. Какое количество теплоты пришлось при этом отвести от содержимого цилиндра, если температура в нем уменьшилась на ΔT? Объемом воды по сравнению с объемом пара можно пренебречь.

По закону сохранения энергии отведенное количество теплоты Q равно сумме уменьшения внутренней энергии ΔU системы «жидкость — пар» и работы A внешних сил над системой.

Переход пара из начального состояния в конечное происходит в два этапа. На первом этапе его температура при постоянном давлении уменьшается на ΔT, после чего пар становится насыщенным. На втором этапе насыщенный пар при постоянном давлении и температуре $T_0-\Delta T$ частично конденсируется. Легко видеть, что на обоих этапах внешняя сила производит положительную работу. Ее можно найти из уравнений состояния пара в начальном и конечном состояниях. В начале ненасыщенный пар при давлении p_0 занимает объем V_0, так что

$$p_0V_0=\nu RT_0,$$

где R — универсальная газовая постоянная. В конечном состоянии $\nu/2$ молей насыщенного пара и воды занимают объем V при температуре $T_0-\Delta T$. Если пренебречь объемом, занимаемым водой, то для насыщенного пара имеет место равенство

$$p_0V=\nu/2R(T_0-\Delta T).$$

Тогда для работы внешней силы находим

$$A=p_0(V_0-V)=\nu/2R(T_0+\Delta T).$$

Внутренняя энергия системы является функцией состояния, поэтому можно не интересоваться ее промежуточными изменениями на указанных выше этапах охлаждения пара, а полное уменьшение по условию задачи равно ΔU.

Таким образом, окончательно получаем, что от системы необходимо отвести количество теплоты

$$Q=\Delta U+A=\Delta U+\nu/2R(T_0+\Delta T).$$

А. Шеронов

Ф1330. К батарейке с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением подключены последовательно друг другу два одинаковых миллиамперметра, которые показывают ток $I_1=1$ мА. Параллельно одному из них подключают вольтметр, при этом показания этого миллиамперметра уменьшаются до $I_2=0{,}8$ мА, а вольтметр показывает напряжение

Батарейка имеет пренебрежимо малое сопротивление, значит, ее напряжение остается неизменным. Сумма напряжений на миллиамперметрах как раз равна этому напряжению, следовательно, уменьшение напряжения на одном из них компенсируется увеличением на другом. Итак, второй миллиамперметр покажет ток

$$I_2'=1{,}2\ \text{мА}.$$

(Интересно, что если бы миллиамперметры в условии задачи были названы вольтметрами — а это вполне соответствует действительности, вольтметр ведь измеряет именно текущий по нему ток,— ответ был бы очевиден.)

$U=0{,}3$ В. Что показывает второй миллиамперметр? Чему равно напряжение батарейки? Каковы сопротивления приборов?

Задачник „Кванта"

Теперь видно, что ток через вольтметр составляет 1,2 мА—0,8 мА=0,4 мА, поэтому его сопротивление равно

$$R_V=\frac{0{,}3\ \text{В}}{0{,}4\ \text{А}}=0{,}75\ \text{кОм}.$$

Параллельно вольтметру включен один из миллиамперметров, по которому течет вдвое больший ток, значит, его сопротивление вдвое меньше:

$$R_{mA}=0{,}375\ \text{кОм}.$$

Напряжение на этом миллиамперметре (его показывает вольтметр) 0,3 В, а второй прибор показывает ток в 1,5 раза больше, значит, напряжение на нем 0,45 В. Итак, напряжение батарейки равно

$$U_{бат}=0{,}3\ \text{В}+0{,}45\ \text{В}=0{,}75\ \text{В}.$$

Внимание: так приборы можно включать только «на бумаге» — не подключайте миллиамперметры прямо к источнику!

Р. Александров

***Ф1331.** К источнику с напряжением $U=10$ В подключили последовательно соединенные катушку индуктивностью $L_0=0{,}1$ Гн и резистор сопротивлением $R=10$ Ом. Через некоторое время ток в цепи установился. После этого начинают вдвигать и выдвигать сердечник катушки таким образом, чтобы индуктивность изменялась по закону $L=L_0(1+0{,}1\sin\omega t)$. При этом в цепи появляется переменная составляющая тока. Найдите амплитуду этой составляющей на частоте $\omega=1$ рад/с. Какой станет амплитуда, если вдвигать и выдвигать сердечник в 10 000 раз чаще?*

Для цепи, содержащей катушку индуктивностью L и резистор сопротивлением R, время установления тока (его называют временем релаксации) равно $\tau=L/R$. При наших параметрах цепи это среднее время (индуктивность периодически изменяется) и $\tau\approx L_0/R\sim10^{-2}$ с.

В первом случае изменение индуктивности происходит с периодом $T_1=2\pi/\omega=6{,}28$ с. Это время гораздо больше τ, и изменение индуктивности происходит так медленно, что при каждом ее значении ток в цепи успевает установиться. (Такие процессы называются квазистатическими, т. е. почти статическими.) Поэтому в первом приближении можно считать, что в нашем случае ток остается постоянным и равным (как в статическом режиме) U/R. На основании закона Ома, для нашей цепи можно записать

$$I_1\frac{dL}{dt}+I_1R=U.$$

После подстановки выражения для L получаем, что

$$I_1=\frac{U}{R(1+(0{,}1L_0\omega/R)\cos\omega t)}\approx\frac{U}{R}\left(1-\frac{0{,}1L_0\omega}{R}\cos\omega t\right).$$

Амплитуда переменной составляющей тока равна

$$I_{m1}=0{,}1L_0\omega U/R^2=10^{-3}\text{А}.$$

Во втором случае период изменения индуктивности $T_2=2\pi/(10^4\omega)=6{,}28\cdot10^{-4}$ с$\ll\tau$, и изменение индуктивности происходит так быстро, что в первом приближении можно считать магнитный поток, пронизывающий катушку, постоянным:

$$\Phi = LI_2 = L_0 I_0 = L_0 U/R = \mathrm{const}.$$

Из этого условия следует, что

$$I_2 = \frac{L_0 U}{LR} = \frac{L_0 U}{L_0(1+0{,}1\sin 10^4 \omega t)R} \approx \frac{U}{R}(1-0{,}1\sin 10^4 \omega t).$$

Амплитуда переменной составляющей тока равна

$$I_{m2} \approx 0{,}1U/R = 0{,}1\ \text{А}.$$

Если в первом случае (низкие частоты) амплитуда переменной составляющей тока линейно растет с частотой изменения индуктивности, то при больших частотах она уже не зависит от частоты.

В. Можаев

***Ф1332.** Падающий на тонкую линзу луч пересекает главную оптическую ось под углом $\alpha=4°$ на расстоянии $d=12$ см от линзы и выходит из нее под углом $\beta=8°$ к главной оптической оси. Найдите фокусное расстояние линзы.*

Возможны два случая.

1) Линза собирающая. Построив ход луча через линзу (рис. 1), получаем следующее соотношение:

$$d \operatorname{tg}\alpha = F\operatorname{tg}\alpha + F\operatorname{tg}\beta.$$

Отсюда находим

$$F = \frac{d}{1+\operatorname{tg}\beta/\operatorname{tg}\alpha} = 4\ \text{см}.$$

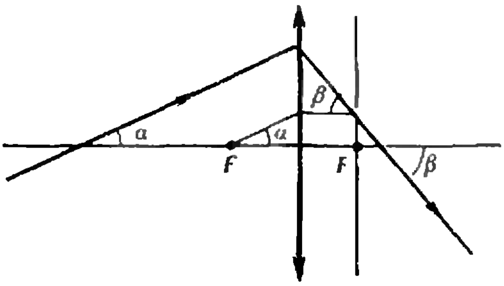


Рис. 1.

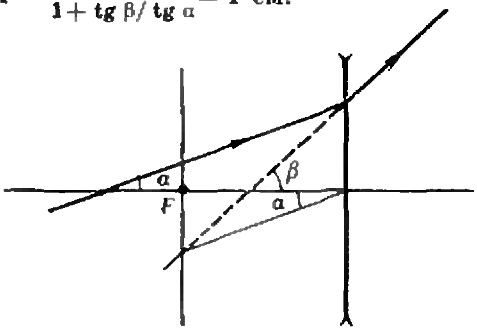


Рис. 2.

2) Линза рассеивающая. Поступая аналогично, получим (см. рис. 2)

$$F\operatorname{tg}\beta = F\operatorname{tg}\alpha + d\operatorname{tg}\alpha,$$

откуда

$$F = \frac{d}{\operatorname{tg}\beta/\operatorname{tg}\alpha - 1} = 12\ \text{см},$$

т. е. луч выходит из фокуса линзы.

В. Дерябкин

Задачи

1. Семь томов энциклопедического словаря стоят в следующем порядке: 1, 5, 6, 2, 4, 3, 7. Расставьте их в порядке возрастания номеров, применив несколько раз следующую операцию: перестановку трех рядом стоящих томов в начало, в конец или между двумя другими томами, не меняя порядка этих трех томов.

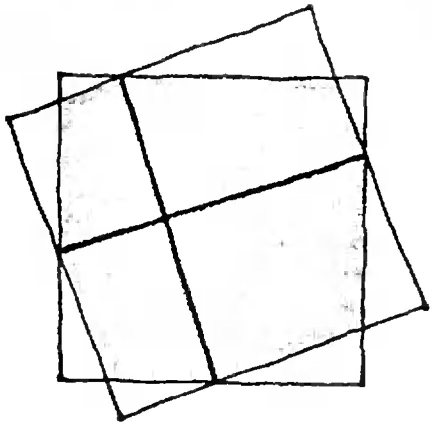
2. Решите арифметический ребус-палиндром. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

ТОРГ×Г=ГРОТ

3. Когда я положил в ящик стола связку ключей, то количество ключей в ящике возросло не более чем на треть. Когда мой брат положил туда и свою такую же связку ключей, то их число возросло еще не менее чем на четверть. Если бы в каждой связке было одним ключом больше, то слово «четверть» следовало бы заменить на «40 %» (слово «треть» также пришлось бы заменить). Сколько ключей лежало в ящике стола первоначально?

4. Число 321 — составное, но если заменить цифру 2 на цифру 3, оно станет простым числом 331. Найдите наименьшее составное число, которое остается составным, если в нем произвольно заменить одну из цифр.

5. Два квадрата в пересечении дают восьмиугольник (см. рисунок). Две диагонали этого восьмиугольника делят его на четыре четырехугольника. Докажите, что эти диагонали перпендикулярны.



Эти задачи нам предложили А. Савин, С. Баженов, И. Акулич, В. Произволов. Задача 4 принадлежит польскому математику В. Серпинскому.

ПРОСТЫЕ ЗАТЕИ

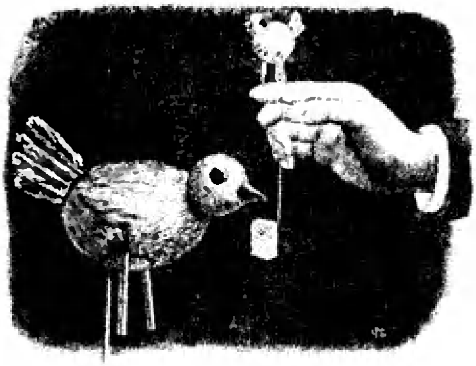
Сегодня мы возвращаемся к книге Тома Тита «Научные развлечения», отрывки из которой мы уже публиковали (см. «Квант» № 8 за 1991 год), и предлагаем вам несколько простых и интересных опытов.

ТОМ ТИТ

Птичка на ветке

Этот птенец отлично стоит на двух лапках, потому что центр тяжести его опущен ниже точек опоры.

Тело птенчика сделано из опорожненной яичной скорлупки; отверстие в скорлупке мы заткнули хлебным шариком — это голова. Шляпки гвоздей или спичечные головки — глаза; клюв у птенца деревянный. Голову нужно вылепить так, чтобы она, как пробка, вошла в отверстие скорлупы; когда она высохнет, ее можно прочно приклеить сургучом.



Несколько перьев можно приклеить к яйцу, чтобы получился хвост. Две спички, приклеенные сургучом,— это лапки. Птичку можно раскрасить или же оклеить мелко настриженной шерстью, похожей на легкий пушок.

Проволоку, на которой укреплен противовес, нужно согнуть с обоих концов под прямым углом, чтобы получилось два крючка, примерно по 2 см каждый. Один крючок нужно укрепить в нижней части скорлупки, позади лапок, залив его изнутри сургучом (прежде чем будет установлена голова). Другой крючок нужно пропустить через дырочку в куске сахара или в каком-нибудь другом грузиле. Теперь птичка будет отлично сидеть на пальце. А если посадить ее на ветку в саду, она будет покачиваться на ветру, как живая.

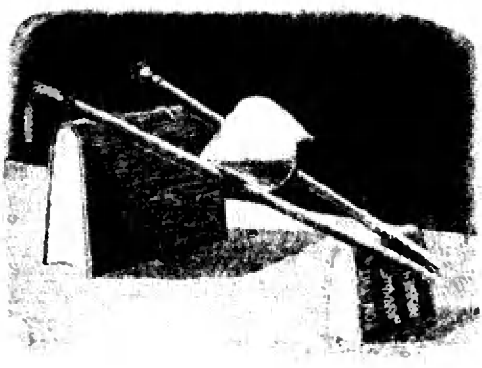
Вверх по скату

Этот опыт с первого взгляда противоречит закону тяготения.

Склей основаниями два картонных конуса. Устрой наклонную поскость, положив две палки на две книги разной высоты. Не забудь их раздвинуть, чтобы расстояние между палками на большой книге было больше, чем расстояние между палками на маленькой книге.

Положи теперь свою картонную фигуру на палки. Зрителю покажется, что конусы катятся кверху.

Он ошибется, конечно, потому что палки раздвинуты под углом, и ось конусов, на которой находится их центр тяжести, не повышается, а понижается. Так что на самом деле конусы будут катиться не кверху, а книзу.



Спички-лакомки

В миску с водой положи несколько спичек. Расположи их звездой, а в центре звездочки дотронься до воды заостренным кусочком мыла; спички тотчас же разбегутся в стороны: мыло приводит их в ужас, как кое-кого из знакомых моих ребят.

Чтобы собрать беглецов, окуни в воду в центре кусок сахара. Спички — большие лакомки; они тотчас же подбегут поближе и соберутся вокруг него.

Вместо спичек можно пустить на воду маленьких рыбок, вырезанных из дерева. Тогда этот опыт будет еще забавней.

Удивительный подсвечник

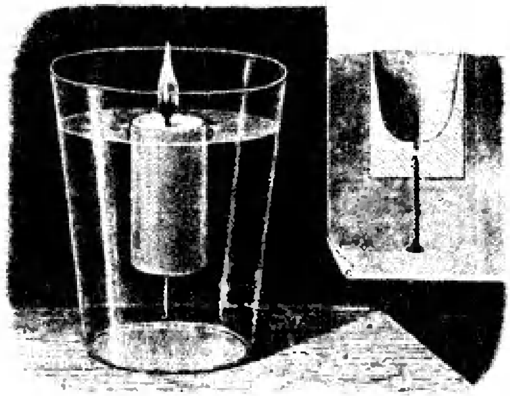
Не правда ли, удивительный подсвечник — стакан воды? А этот подсвечник совсем не плох.

Утяжели конец свечи гвоздем. Рассчитай величину гвоздя так, чтобы свеча вся погрузилась в воду, только фитиль и самый краещек стеарина должны выступать над водой.

Зажги теперь фитиль — и можешь смело держать пари, что твоя свеча выгорит до конца.

— Позволь,— скажут тебе,— ведь через одну минуту свеча догорит до воды и погаснет!

— В том-то и дело,— ответишь



ты,— что свеча с каждой минутой короче. А раз короче, значит и легче. Раз легче, значит, она всплывет.

И правда, свеча твоя будет понемножку всплывать, причем охлажденный водой стеарин у края свечи будет таять медленней, чем стеарин, окружающий фитиль. Поэтому вокруг фитиля образуется довольно глубокая воронка; она показана у нас на рисунке справа. Эта пустота в свою очередь облегчает свечу, потому-то наша свеча и сгорит до конца.

Упрямая пробка

Возьми пробку поуже, чем горлышко бутылки, такую, которая свободно вошла бы в бутылку, не прикоснувшись к стенкам горлышка. Положи ее в горлышко, у самого края, и предложи товарищу загнать ее в бутылку сильным дуновением. Это кажется очень просто. Твой товарищ будет дуть на маленькую пробку изо всех сил, но пробка будет

выскакивать из горлышка тем энергичней, чем сильнее будет дуновение. Товарищ попробует подуть тихонько, но упрямая пробка все равно не войдет в бутылку.

Дело в том, что во время дуновения некоторое количество воздуха попадает в бутылу; воздух в бутылке сжимается и выталкивает пробку из горлышка. Есть, однако, несколько способов сладить с упрямицей; вот два из них:

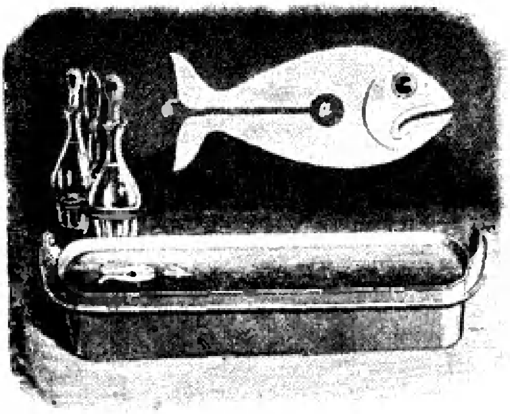
1. Вместо того чтобы вдувать воздух в бутылку, попробуй втянуть в себя воздух из бутылки; тогда, как только ты отведешь губы от горлышка, входящий в бутылку воздух втолкнет в нее пробку.

2. Через трубочку макаронины или соломинку подуй точно на основание пробки — и она тотчас же скользнет в бутылку.

И в том и в другом случае бутылка внутри должна быть совершенно сухой, чтобы пробка не прилипала к стенкам.

Бумажная рыбка

Вырежь из бумаги рыбку — вот ее изображение в натуральную величину. В центре вырежь круглое отвер-



стие *а*, сообщающееся с хвостом узким каналом *аб*; налей воду в таз и положи рыбку на воду так, чтобы нижняя сторона ее вся была смочена, а верхняя — вся совершенно суха. Капни осторожно большую каплю масла в отверстие *а*; масло, стремясь распространиться по поверхности воды, потечет по каналу *аб*, и вследствие реакции рыбка начнет двигаться в противоположную сторону, т. е. вперед.

Ну-ка смахни!

Вытяни ладонь и положи на нее гривенник или две копейки.

Попроси кого-нибудь из приятелей взять платяную щетку и смахнуть с твоей руки гривенник.

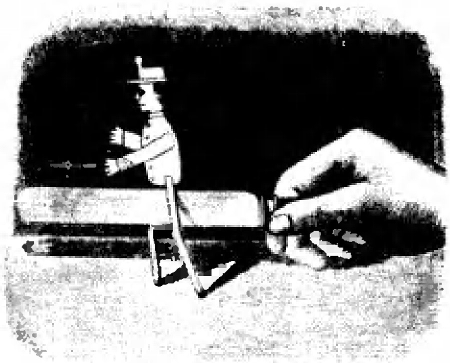
— Это дело нехитрое, — скажет твой приятель.

Но он будет зря трудиться: монетка будет преспокойно лежать, как приклеенная.

Конечно, ты предупреди приятеля, что ударять по руке щеткой нельзя, нельзя сцарапывать гривенник концом щетки. Пусть он чистит твою руку точно так же, как чистят платье.

Беспокойный всадник

Расщепи конец одной спички, конец другой остругай клинышком и, вставив клинышек в расщеп, соедини спички наподобие латинской буквы V с очень острым углом; посади эти две спички верхом на лезвие ножа, головками книзу. Возьми нож в руку и, крепко прижимая руку к столу, старайся держать спички на ноже так, чтобы они только чуть-чуть касались головками стола.



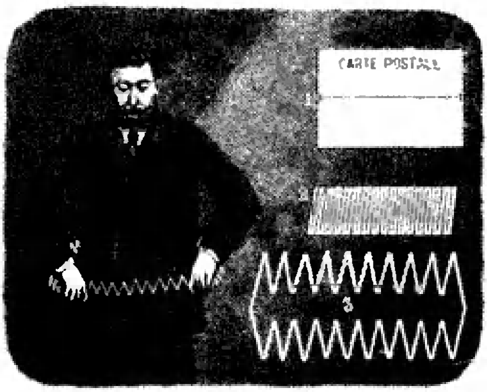
К великому твоему удивлению, спички сдвинутся с места и зашагают вдоль лезвия ножа! Это происходит потому, что твоя рука непрерывно производит невольные, не заметные для глаза движения.

Если ты надломишь спички посредине, чтобы они похожи были на ноги всадника, а в расщеп спички вставишь фигурку, вырезанную из плотной бумаги, твой беспокойный всадник будет без всякой видимой причины разъезжать взад и вперед по ножу.

Как пролезть сквозь открытку

Совсем нетрудно пролезть сквозь почтовую карточку; можно пролезть даже сквозь игральную карту.

Возьми открытку, сделай на ней продольный прорез, чуть-чуть не доводя его до краев (1). Сложи теперь открытку по этому прорезу и сделай ножницами поперечные надрезы (2).



Если теперь ты раскроешь открытку и осторожно потянешь за ее концы, она превратится в длинную извилистую ленту (3), замкнутую в кольцо; сквозь это кольцо ты пролезешь без всякого труда, как в широкий обруч.

Тяжелый табурет

Поставь табурет на пол у стены; отодвинь носки ног от стены на расстояние, равное удвоенной ширине табурета. Наклонись и возьмись руками за края табурета, потом прислони голову к стене.

В этой позе подыми табурет с пола и затем выпрямись. Только не вздумай попробовать это упражнение на скользком паркете, потому что тут недолго и шею сломать.

Ты убедишься, что центр тяжести твоего тела переместился таким образом, что выпрямиться почти невозможно, не опустив табурета на пол и не найдя в нем точки опоры.

Информатика

Несколько тактов из жизни центрального процессора

Научно-популярная пьеса из жизни микросхем

Л. ШТЕРНБЕРГ

Действующие лица:

Тактовый генератор — устройство, выдающее с определенной частотой импульсы, синхронизирующие работу остальных устройств. Период между двумя импульсами называется «тик».

Устройство управления (УУ) — устройство, которое всем руководит.

*Дешифратор адреса программной памяти (ДшАПП)**) — устройство, которое получает на вход адрес, а на выходе, ведущем к ячейке памяти с указанным адресом, появляется сигнал, разрешающий чтение-запись в эту ячейку.

Дешифратор адреса регистра (ДшАР) — то же, но применительно к памяти из адресуемых регистров.

Дешифратор операций (ДшОп) — устройство, которое по коду операции включает блок, выполняющий эту операцию.

Счетчик адреса команды (СчАК) — регистр, содержащий номер (адрес) очередной команды*).

Операции (строго говоря, исполнители операций) — устройства, которые собственно перерабатывают информацию.

Регистры, стеки, биты и т. д.

Место действия — микросхема под крышкой калькулятора.

Время действия — после нажатия клавиши «С/П».

Пьеса работает в автоматическом режиме.

Вступление

На микросхеме появляются триггеры, регистры, сумматоры и прочие. Они рассаживаются по местам, соединяются между собой, подключаются к источнику питания...

ПУСК!!!

Звучат сигналы тактового генератора...

Такт 1

Идет чтение-запись

Тик 1. С первым тиком тактового генератора Устройство Управления отправляется в Программную Память и требует, чтобы ему выдали команду. Страж Программной Памяти — ДшАПП смотрит на Счетчик адреса команды и открывает нужную ячейку памяти, от его взгляда значение в СчАК увеличивается на единицу.

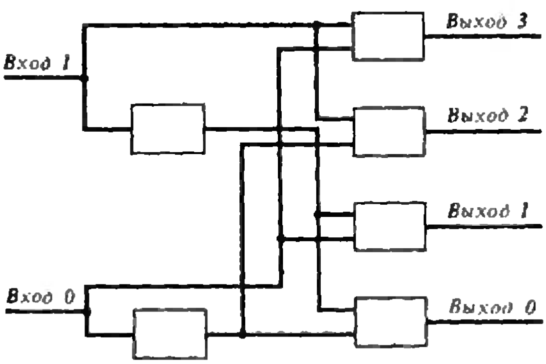
Тик 2. Команда получена и аккуратно уложена в Регистр Команд, только что же означает эта цифирь? Чтобы в ней разобраться, нужен специалист. И вот к Регистру Команд вызывается ДшОП — он знает все команды наизусть, за это его и прозвали Дешифратором Операций. Но узкая специализация заразила и его: оказывается, он разбирается только в первой цифре. Впрочем, и этого достаточно. ДшОп уже подал сигнал: «Команда «х-П»! На выход!».

Тик 3. На сцене появляется исполнитель операции записи в регистр. Без лишних слов он хватает вторую половину содержимого Регистра Команд и направляется с ней в Регистровую Память.

Тик 4. Увидев предъявленный ему адрес, хранитель Регистровой Памяти ДшАР любезно открывает нужный регистр.

*) Дешифратор — это устройство, имеющее один вход и несколько выходов: на вход поступает номер, на выходе с соответствующим номером появляется сигнал. (Вход может иметь одну шину, куда последовательно поступают двоичные цифры номера, или несколько шин, куда все двоичные цифры поступают одновременно — именно схема такого дешифратора на 4 выхода показана на рисунке.)

*) Счетчиком называется устройство, содержащее регистр, который изменяет свое значение на единицу при каждом обращении к нему.



Тик 5. Импульс на вход «сброс»*) — и в регистре пусто. Импульс на шину записи, соединяющую адресуемые регистры с регистром X,— и содержимое X запомнено в адресуемом регистре,**) Все — команда работу закончила, о чем и доложено УУ.

Такт 2

Выполняются операции

Тик 1 и 2 проходят так же. Получив сообщение, что команда записи окончила работу, УУ отправляется в Программную Память и получает следующую команду. Но когда ДшОп видит первую цифру команды «1» или «2» и вызывает исполнителя, то на его зов является не исполнитель, а староста группы исполнителей, имеющих одну и ту же первую цифру.

Тик 3. Со второй цифрой кода команды разбирается староста группы исполнителей, который сам является таким же дешифратором, как и ДшОп, только рангом пониже. Он-то и выясняет, кто именно из его бригады должен сейчас работать, и включает его.

Тик 4. На сцене появляется одна из одноместных Операций, и, ни у кого ничего не спрашивая (она все знает сама), направляется к стеку. Выдернув из него содержимое регистра X (стек при этом сдвигается) и разместив это содержимое в X1, она приступает к работе.

Тик 5, 6, 7... Мерно тикает тактовый генератор, а на сцене трудится Операция. Трудиться она может долго — это зависит от того, какая Операция и какое число. Наконец, управившись с делом, она заталкивает результат в стек и удаляется.

Тик 4, 5, 6, 7... (другой вариант). На сцене появляется двухместная Операция. Так же перетащив содержимое X в X1, она начинает трудиться над содержимым X1 и новым содержимым X, куда пришло значение, ранее находившееся в У. Вытащив из стека новое содержимое X (стек еще раз сдвигается) и обработав его вместе с содержимым X1, она заталкивает результат в стек.

*) Об устройстве регистра и о входах «сброс» и «запись» можно прочитать, например, в «Кванте» № 4 за 1986 год.

**) Кстати, шина записи одна на все адресуемые регистры, но чтобы произошла запись, нужно, чтобы регистр был «открыт»: на вход регистра поступает информационный сигнал и сигнал от ДшАР, объединенные схемой «И»,— это и разрешает запись только в тот регистр, который выбран дешифратором адреса регистра.

Такт 3

Работают команды переходов

Тик 1, 2, 3. Все происходит как всегда. Появляются и приступают к работе исполнители команд переходов.

Тик 4. Большинство исполнителей этой группы сразу же идут к Дешифратору Адреса Программной Памяти и просят дать им очередное слово из памяти — они считают его адресом перехода.

Тик 5. Получив адрес, исполнитель «ВП», пользуясь тем, что на него никто не смотрит, тут же засылает этот адрес в СчАК. То-то будет интересно, когда ДшАПП снова посмотрит на СчАК, чтобы достать очередную команду.

Но если «ВП» доберется до счетчика адреса в любых условиях, то исполнитель «FX⩾0» боится темноты: пока не осветит ему дорогу загоревшийся в регистре X знак «минус», к СчАКу он не пойдет.

Такты 4, 5, 6...

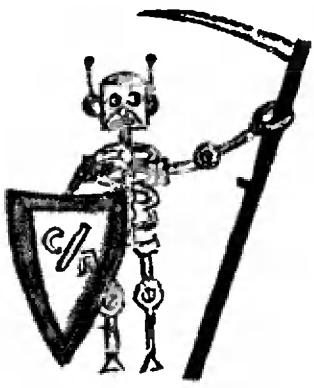
Так и течет жизнь в микропроцессоре — тик за тиком, такт за тактом... Бездельничает «К НОП», по два раза за такт ходят к ДшАРу команды косвенной адресации, меняются данные в регистрах... И шло бы так, пока не иссяк источник питания, но вот

Такт... надцатый

На 4-м тике выползает из своей норы команда «С/П». Убедившись, что помешать ей никто не может, она подкрадывается к тактовому генератору и... выключает его!

Занавес (простите, останов)

Умолкают чудные звуки тактового генератора, и только на регистре X зеленым светом горит результат.

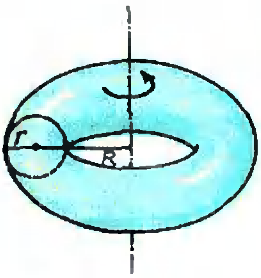


Калейдоскоп „Кванта"

Тор

С тором мы знакомимся в раннем детстве, когда жуем бублик. Потом он появляется перед нами в виде велосипедной или автомобильной камеры, обручального кольца или кольца дыма, выпускаемого искусным курильщиком.

Математически совершенный тор определяется как тело, образованное вращением круга вокруг прямой, лежащей в его плоскости и не пересекающей его.



Объем такого кольца нашел еще Иоганн Кеплер. Он писал в своей знаменитой книге «Стереометрия винных бочек»:

«Всякое кольцо кругового или эллиптического сечения равновелико цилиндру с высотой, равной длине окружности, которую описывает центр вращающейся фигуры, и с основанием, равным сечению кольца».

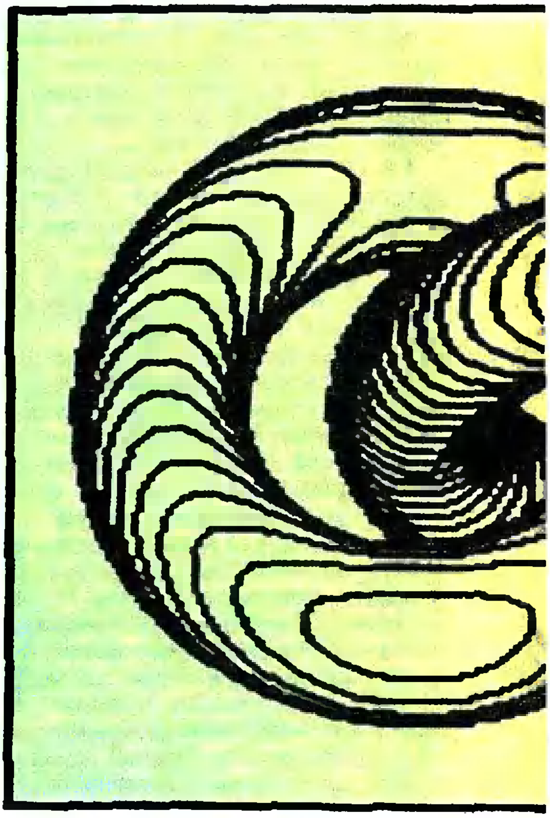
Полное название этой книги весьма пышно, что соответствовало тогдашней моде: «Новая стереометрия винных бочек, преимущественно австрийских, как имеющих самую выгодную форму и исключительно удобное употребление для них кубической линейки, с присоединением дополнения к архимедовой стереометрии. Сочинение Иоганна Кеплера, математика императора Цезаря Матвея I и его верных чинов Верхней Австрии с цезарской привилегией на 25 лет».

Исходя из формулы Кеплера, мы получаем, что объем тора, с радиусом образующего круга r и расстоянием от центра этого круга до оси вращения R, равен

$$V=2\pi^2 r^2 R\,.$$

Площадь поверхности тора равна $4\pi^2 Rr$, т. е. произведению длин двух окружностей: образующей этот тор и той, которую описывает ее центр при вращении вокруг оси.

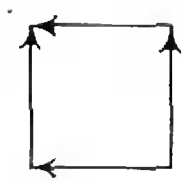
Тором называют не только само тело, но и его поверхность. Эту поверхность особенно любят топологи — математики, изучающие те свойства фигур, что не меняются при непрерывных деформациях. С точки зрения топологии тор — наиболее простая поверхность, отличная от сферы (а отличается бублик тем, что имеет дырку). Геометрические различия между сферой и тором могут быть выражены и алгебраически. Еще Леонард Эйлер заметил, что для любого многогранника, топологически эквивалентного сфере, выполняется соотношение:



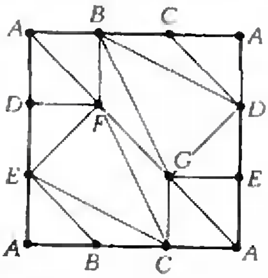
$$В-Р+Г=2,$$

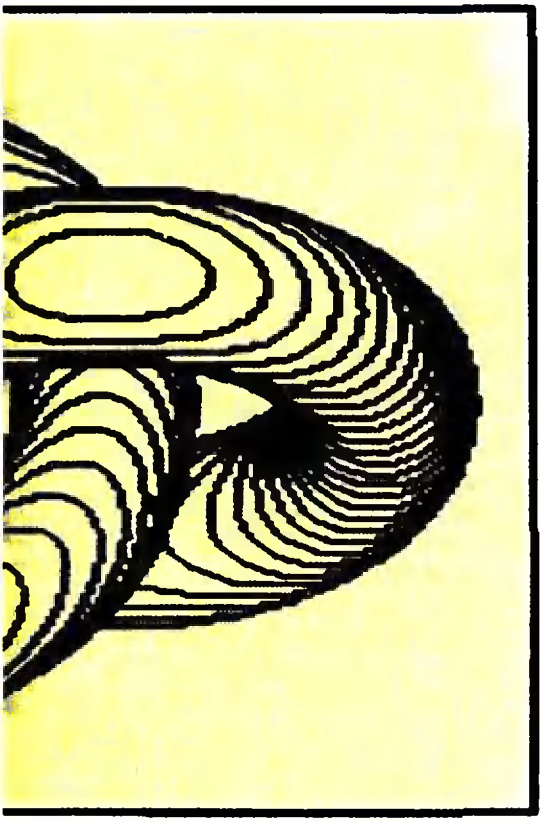
где В — количество его вершин, Р — количество ребер и Г — количество граней. Например, у куба 8 вершин, 12 ребер и 6 граней: $8-12+6=2$; у n-угольной пирамиды $(n+1)$ вершина, $2n$ ребер и $(n+1)$ грань: $(n+1)-2n+(n+1)=2$. А вот у многогранников, эквивалентных тору, соответствующая сумма (она называется *эйлеровой характеристикой*) равна не двум, а нулю.

Свойства поверхности тора очень удобно изучать на его развертке — квадрате, у которого противоположные стороны считаются склеенными.



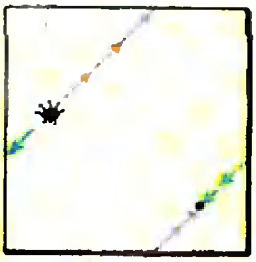
Среди многогранников, эквивалентных сфере и имеющих лишь треугольные грани, наименьшее число граней (4) имеет тетраэдр. А вот среди эквивалентных тору многогранников, у которых все грани — треугольники, наименьшее число граней (14) имеет тот, развертка которого изображена на рисунке.





Если на этом рисунке соединить отрезками центры треугольников, имеющих общую границу, то получим карту разбиения поверхности тора на 7 частей (стран), каждые две из которых имеют общую границу.

Представим себе, что у шахматной доски склеены границы. Тогда исчезнут «краевые» и «угловые» клетки — все клетки станут равноправны. Какое раздолье слонам, ладьям и ферзям! Слон или ферзь с поля b5 может попасть на поле g2, к тому же двумя путями; а король с ладьей или с ферзем не смогут дать мат одинокому королю противника.



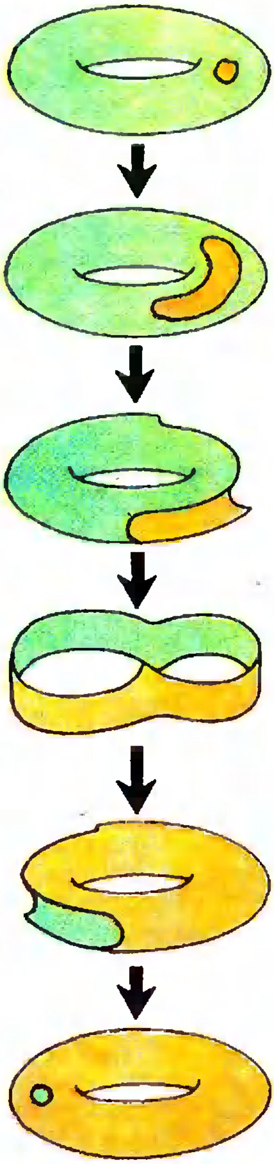
А попробуйте-ка сыграть на торе в «крестики-нолики». Кто выиграет? Заметьте,

X		
	O	X
	X	O

что в позиции на рисунке тот из игроков, что ходит первым, уже поставил три крестика в одну линию.

А что будет, если пустить по поверхности тора шарик? Оказывается, среди его траекторий будут замкнутые (как путь ферзя на тороидальной доске), а будут и бесконечно длинные — «обматывающие» этот тор.

В заключение... вывернем тор наизнанку. Нетрудно вывернуть камеру футбольного мяча через дырку в этой камере, если резина хорошо растягивается. Кажется, однако, что с велосипедной камерой невозможно произвести такую операцию. Тем не менее это осуществимо, и процесс выворачивания тора вы можете увидеть на картинке.



Материал подготовил А. Савин

Школа в „Кванте"

Физика 9 — 11

Публикуемая ниже заметка «Кое-что о силе тяги» предназначена девятиклассникам, заметка «Вариационные принципы» — одиннадцатиклассникам.
Кроме того, мы продолжаем публикацию «Избранных школьных задач по физике».

Кое-что о силе тяги

В задачах по механике, особенно из раздела «Механическая мощность», часто встречается величина, называемая силой тяги — поезда, автомобиля, самолета, велосипеда и т. п. Что это за сила? Какова ее природа?

Иногда можно услышать ответ, что, поскольку автомобиль, например, приводится в движение двигателем, то и сила тяги действует со стороны двигателя. Это, конечно, не так. Внутренние силы, действующие со стороны одной части системы на другую, не могут изменить скорость системы как целого — это противоречило бы закону сохранения импульса. Тогда становится ясно, что надо рассматривать силы, действующие на транспортное средство извне, со стороны внешнего мира. Так, в случае автомобиля или поезда сила тяги — это сила трения покоя, действующая на ведущие колеса со стороны дороги, в случае самолета — сила реакции отбрасываемого назад воздуха. Правда, для того чтобы сила трения покоя была направлена вперед, двигатель должен вращать колеса в нужном направлении, заставляя их как бы цепляться за дорогу и создавать силу тяги. Так что без двигателя действительно далеко не уедешь...

Зачем же вводить некую силу тяги, а не писать прямо «сила трения покоя» или «сила реакции воздуха»? Оказывается, удобно все силы, действующие на транспортное средство со стороны окружающих тел, разделить на две части: одну часть назвать силой тяги $F_т$, а другую — силой сопротивления F_c. В этом случае, во-первых, приобретают универсальный вид уравнения движения.

Так, для автомобиля, поднимающегося в гору с уклоном α, запишем

$$F_т - F_с - mg\sin\alpha = ma. \qquad (1)$$

Во-вторых, через силу тяги весьма просто выражается полезная механическая мощность:

$$P_{пол} = F_т v, \qquad (2)$$

где v — скорость транспортного средства. (Как будет показано дальше, эту формулу можно считать в каком-то смысле определением полезной мощности транспортного средства.) Формулы (1) и (2) вместе позволяют понять многие процессы, происходящие при разгоне или движении транспортных средств.

Например, автомобилисты знают, что при разгоне автомобиля по горизонтальной дороге невыгодно включать большую мощность на малых скоростях. И действительно — когда сила тяги, равная $P_{пол}/v$, достигнет максимальной силы трения покоя μN, начнется пробуксовка колес, что является крайне нежелательным. А максимальную мощность P_{max} можно использовать только при достижении скорости $v_0 = P_{max}/(\mu N)$, а до этого мощность надо плавно наращивать. Наверное, большинство из вас все это хорошо понимают и так, и взяться за написание этой заметки меня заставило совсем другое. Дело в том, что формула для полезной мощности (2), соответствуя внешне определению механической мощности и поэтому не привлекая особого внимания, содержит в себе неожиданный парадокс. Должен признаться, что сам я долгое время не обращал на него никакого внимания. В чем же он заключается?

Как уже говорилось, сила тяги автомобиля, например, есть не что иное, как сила трения покоя, приложенная со стороны дороги к нижним точкам ведущих колес. Но эти точки (разумеется, если колеса не проскальзывают) касаются дороги, т. е. имеют скорость, равную нулю. Значит, работа силы трения покоя, а следовательно, и работа силы тяги, равна нулю!

В первый момент, когда я это понял, у меня возникло ощущение легкого испуга. Нет, я не испугался за закон сохранения энергии — энергия совсем не обязательно должна поступать в систему извне. Хотя внутренние силы, возникающие при работе двигателя, не способны изменить импульс системы, они вполне могут изменить ее энергию. Например, если в двигателе используется энергия сгорания топлива, то часть этой энергии при работе двигателя теряется, а часть превращается в полезную механическую энергию. А вот при отсутствии в системе двигателя, поставляющего необходимую энергию, внешняя сила тяги должна быть «устроена» так, чтобы самой совершать работу. (Пример: при буксировке автомобиля с выключенным двигателем роль силы тяги играет сила натяжения троса.)

Неприятность заключалась в другом — универсальная формула (2) потеряла свою очевидность. Стало неясно, можно ли ее в таком простом виде использовать для решения различных задач или придется в каждом случае специально вычислять полезную мощность, опираясь на конкретное устройство двигателя.

Рассмотрим, например, игрушечный автомобиль, где источником энергии является энергия упругой деформации пружины. Для упрощения пренебрежем массой колес и пружины. Полезную работу в этом случае совершает сила, приложенная к корпусу автомобиля, которая равна сумме силы $\vec{F}_0$, действующей на ось колеса, и силы натяжения $\vec{F}_н$, действующей на стенку корпуса; следовательно,

$$P_{пол} = (F_0 - F_н)v.$$

Так как масса колеса равна нулю, сумма всех действующих на него сил равна нулю, т. е.

$$F_0 = F_т + F_н.$$

Поэтому $P_{пол}$, как и в формуле (2), оказывается равной произведению $F_т v$. В чем же дело? Может быть, это случайность?

Чтобы понять причину такого совпадения, задумаемся о том, что мы называем полезной механической работой при движении транспортного средства любой природы в общем случае. Во-первых, это работа против сил сопротивления $A_1=F_c\Delta l$, во-вторых, работа по увеличению кинетической энергии поступательного движения $A_2=mv_2^2/2-mv_1^2/2$ и, в-третьих, работа по изменению потенциальной энергии $A_3=mg\Delta h$. К потерянной энергии относят тепловые потери в механизме, кинетическую энергию вращения колес, движения шатунов, поршней и т. д., другими словами — все, что не входит в энергию поступательного движения транспортного средства как целого.

Теперь — немного математики. Умножим обе части формулы (1) на Δl. Учитывая, что $ma\Delta l=mv_2^2/2-mv_1^2/2$, а $mg\Delta l\sin\alpha=mg\Delta h$, запишем

$$F_т\Delta l=F_c\Delta l+(mv_2^2/2-mv_1^2/2)+mg\Delta h.$$

Получается, что величина, формально составленная как работа силы тяги $F_т$ на пути Δl (на самом деле сила тяги работы не совершает), в точности равна полезной работе $A_1+A_2+A_3$. Следовательно, полезную мощность можно смело вычислять по формуле (2)!

Итак, мы выяснили, что сила тяги, определенная как внешняя сила, входящая в уравнение движения (1), работы не совершает, так как она приложена к неподвижной точке колеса. Кроме того, та часть работы двигателя, которую называют полезной, равна работе силы тяги, как если бы она была приложена не к неподвижной точке, а к движущемуся корпусу транспортного средства. Но самое главное — мы еще раз убедились в том, что за привычными и обыкновенными, на первый взгляд, понятиями часто скрываются неожиданные вопросы и парадоксы, над которыми полезно и интересно поразмышлять.

А. Черноуцан

Вариационные принципы

Сталкивались ли вы когда-нибудь с двумя различными — но правильными! — описаниями одного и того же физического явления? Если нет, то так называемые вариационные принципы, играющие очень важную роль в современной физике, могут послужить хорошей тому иллюстрацией.

Вариационные принципы имеют многовековую историю. Вот лишь некоторые ее этапы.

Герон Александрийский (I век н. э.), популяризатор науки, инженер, изобретатель автомата для продажи священной воды, таксометра, паровой турбины и других любопытных устройств, сформулировал следующий оптический постулат: «Скажу, что из всех лучей, падающих из данной точки и отражающихся в данную точку, минимальны те, которые от плоских и сферических зеркал отражаются под равными углами». Надо полагать, что это одна из первых формулировок вариационного принципа.

Для плоского зеркала справедливость своего постулата Герон доказал с помощью простого геометрического построения. Пусть A — источник света, B — глаз, MD — зеркало, AFB — действительный путь света, AKB — какой-либо другой возможный путь света, испытавшего отражение (рис. 1). Продолжим луч BF до встречи в точке L с продолжением перпендикуляра AM. Так как угол падения AFG равен углу отражения GFB, то $AM=ML$ и, следовательно, $AF=FL$. Тогда $AF+FB=BF+FL$, т. е. AFB — кратчайший путь. Для сферических зеркал постулат Герона не всегда верен — в некоторых случаях путь света оказывается минимальным, а в некоторых — максимальным.

В XVII веке знаменитый математик П. Ферма (по профессии юрист) сформулировал принцип, представляющий обобщение утверждения Герона. Согласно этому принципу, свет всегда идет по пути, требующему для своего

Публикацию этой заметки подготовил С. Филонович.

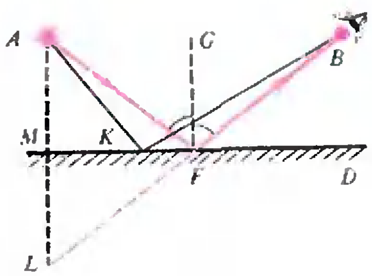


Рис. 1.

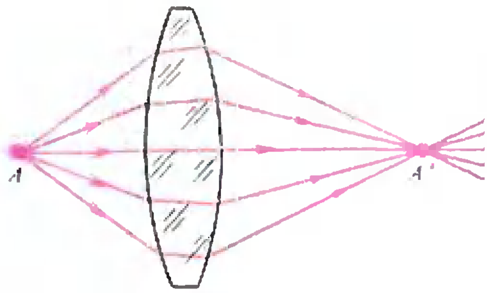


Рис. 2.

прохождения минимальное время. Очевидно, что для случая отражения света принцип Ферма эквивалентен постулату Герона. Принцип Ферма сохраняет справедливость и для случая преломления света на границе раздела двух сред, тогда как постулат Герона здесь становится неприменимым. Это можно доказать, используя закон преломления света. Заметим, что если обратить последовательность рассуждений, то из принципа Ферма нетрудно вывести законы отражения и преломления света. По существу это и оправдывает применение к утверждению Ферма термина «принцип», а к утверждению Герона — «постулат».

Важно подчеркнуть, что Ферма считал скорость света в более плотной среде меньшей, чем в менее плотной. А вот современник Ферма, философ и математик Р. Декарт исходил из противоположного соотношения скоростей. Он вывел закон преломления, рассматривая свет как поток частиц, подчиняющихся законам механики. Между Ферма и Декартом возникла острая полемика, продолжавшаяся до самой смерти Декарта. Строго говоря, до опытов Фуко по прямому измерению скорости света в различных средах (середина XIX века) правота Ферма не имела прямых доказательств.

На первый взгляд, получение действительных изображений в оптических системах противоречит принципу Ферма — ведь между точкой (A) и ее изображением, например в линзе (A'), проходит бесконечное число лучей различной формы и длины (рис. 2). Однако все дело заключается в том, что время прохождения светом всех лучей одно и то же. В стекле линзы свет идет медленнее, чем в воздухе, поэтому, хотя крайние лучи имеют бóльшую длину, чем центральные, времена их прохождения выравниваются. Из требований равенства этих времен можно непосредственно получить формулу линзы, не используя при этом закона преломления света.

Итак, на примере законов распространения света можно проиллюстрировать основную идею вариационного принципа. Она состоит в следующем: физические явления происходят таким образом, что некоторая величина, при рассмотрении явления в целом, принимает экстремальное — максимальное или минимальное — значение.*)

В механике вариационные принципы ведут свою историю с конца XVII века, когда И. Бернулли опубликовал заметку, озаглавленную «Новая задача, к разрешению которой приглашаются математики». Это была задача о брахистохроне, или кривой наискорейшего спуска: даны две точки в вертикальной плоскости, надо найти вид кривой линии, спускаясь по которой (без трения) тяжелое тело прошло бы путь между этими точками за наименьшее время. Решение этой «столь прекрасной и до сих пор неслыханной задачи» было дано самим Бернулли, а также Г. Лейбницем, И. Ньютоном и другими уче-

*) Заметим, что, в отличие от знакомых старшеклассникам дифференциальных методов нахождения экстремума функции, вариационный метод — интегральный, поскольку связан с поисками функции, интеграл которой на определенных участках принимает экстремальное значение.

ными. Бернулли в своем решении исходил из аналогии между распространением луча света в среде с непрерывно изменяющимися по высоте показателем преломления и движением тела под действием силы тяжести. Луч в такой среде имеет криволинейную форму, аналогичную траектории движения тела.

Работа Бернулли послужила началом весьма плодотворных аналогий между оптикой и механикой, приведших позднее к результатам, которые легли в основу современной физики.

Следующий шаг по пути развития вариационных принципов механики сделал в первой половине XVIII века П. Мопертюи, в молодости служивший драгунским офицером, а позднее назначенный прусским королем Фридрихом II президентом Берлинской Академии наук.

Мопертюи, подобно Декарту, рассматривал свет как поток частиц, подчиняющихся законам механики, но при этом выдвинул новую идею — так называемый принцип наименьшего действия. Согласно этому принципу, для реального пути света «количество действия должно быть наименьшим». Под «действием» Мопертюи понимал произведение скорости на путь. Потребовав для частиц света минимальности действия, он вывел законы отражения и преломления. Причем Мопертюи использовал соотношение для скоростей света в различных средах такое же, как и Декарт, т. е. противоположное соотношению Ферма. (История принципа Мопертюи еще раз показывает, что к правильному результату можно прийти и на основе неверных посылок. В данном случае ошибкой было уподобление света материальным частицам классической механики.)

Великие математики и механики Л. Эйлер, Ж. Лагранж и У. Гамильтон придали понятию «действие» то содержание, которое используется и в настоящее время. Произведение скорости на путь легко преобразовать в произведение квадрата скорости на время, а если ввести еще постоянный множитель, равный массе тела, деленной на два, то мы получим произведение кинетической энергии на время. Это и есть современное определение понятия «действие» в отсутствие сил. При наличии же сил «действие» равно среднему значению разности между кинетической и потенциальной энергиями, умноженному на время движения. Был создан специальный математический аппарат для решения задач, связанных с применением принципа наименьшего действия. Этот аппарат получил название вариационного исчисления.

Понятие «действие» приобрело в физике особое значение после введения М. Планком, основателем квантовой физики, понятия кванта действия, равного фундаментальной постоянной h. Наличие h в каком-либо физическом соотношении свидетельствует о том, что оно может быть выведено только из квантовых представлений. Сопоставление принципов Ферма и Мопертюи натолкнуло Л. де Бройля на идею о наличии у частиц вещества волновых свойств, что вскоре было подтверждено на опыте. Формула для длины волны де Бройля содержит постоянную h.

В связи с идеей де Бройля, один из создателей квантовой механики Э. Шредингер провел глубокий анализ вариационных принципов оптики и механики, приведший к составлению знаменитого уравнения квантовой механики, носящего теперь его имя.

В наши дни вариационные принципы широко применяются не только в оптике и механике, но также и в электродинамике и термодинамике.

В. Фабрикант

Избранные школьные задачи по физике

9 класс*)

1. Веревка длиной l и массой m находится на гладкой горизонтальной поверхности и вращается вокруг одного из своих концов с угловой скоростью ω. Чему равно натяже-

*) Задачи на колебания см. также в «Избранных школьных задачах по физике» (11 класс), опубликованных в «Кванте» № 9 за 1991 год.

ние веревки на расстоянии x от свободного конца?

2. Два бруска массой m каждый, лежащие на горизонтальной поверхности, соединены недеформированной пружиной жесткостью k. Коэффициент трения между брусками и поверхностью μ. Какую скорость надо сообщить одному из брусков вдоль пружины, чтобы он, растянув пружину, смог сдвинуть второй брусок?

3. Движущийся снаряд разорвался на два осколка, которые разлетелись под углом $\alpha=60°$. Один осколок имеет массу $m_1=20$ кг и скорость $v_1=100$ м/с, другой — массу $m_2=80$ кг и скорость $v_2=25$ м/с. Чему равна энергия, выделившаяся при разрыве снаряда?

4. Два одинаковых упругих шарика подвешены к одной точке на нитях длиной $l=1$ м каждая. Шарики отводят в противоположные стороны на один и тот же малый угол и отпускают по очереди: сначала один, а потом другой — в тот момент, когда первый проходит положение равновесия (рис. 1). Найдите интервал времени между последовательными ударами шариков.

5. Доска, на которой лежит брусок, совершает гармонические колебания в горизонтальной плоскости (рис. 2). Амплитуда колебаний равна A, коэффициент трения между доской и бруском μ. Какому условию должна удовлетворять частота колебаний, чтобы брусок не скользил по доске?

10 класс

6. Стержень длиной l и массой m подвешен к потолку на двух легких проводах одинаковой длины. Провода закреплены на концах стержня и параллельны друг другу. Система находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. Чему будет равно натяжение каждого провода, если через стержень пропустить ток силой I?

7. По круглому витку радиусом R течет ток I. Найдите силу натяжения, возникающую в витке под действием внешнего однородного магнитного поля, вектор индукции которого $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости витка.

8. Электрон движется в однородном электрическом поле и в некоторый момент времени влетает в полупространство, в котором существует однородное магнитное поле. Вектор индукции магнитного поля $\vec{B}$ параллелен вектору напряженности электрического поля $\vec{E}$. В начальный момент скорость электрона перпендикулярна как границе полупространства, так и направлениям полей, и равна v_0. Через какое время электрон вылетит из магнитного поля? Чему будет равна его скорость в этот момент?

9. Виток с током помещают в однородное магнитное поле и освобождают, после чего он приходит в состояние устойчивого равновесия (рис. 3, *а*). Что будет с витком, если его развернуть на 180° (рис. 3, *б*)?

10. В однородном магнитном поле, вектор

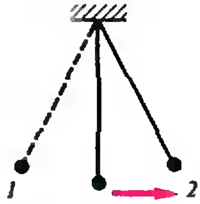


Рис. 1.

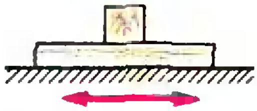


Рис. 2.

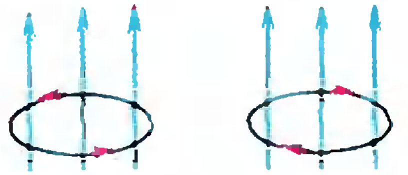


Рис. 3. *а)* *б)*

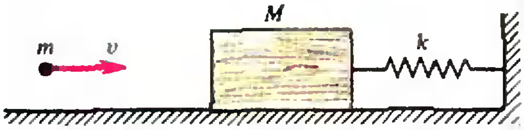


Рис. 4.

индукции $\vec{B}$ которого параллелен оси Z, в направлении оси X движется проводящий куб. Стороны куба параллельны осям координат, его скорость равна v. Чему равна и как направлена напряженность электрического поля, возникающего внутри куба при его движении?

11 класс (повторение)

11. Сосуд с водой уравновешен на одной из чашек рычажных весов. В сосуд опускают подвешенный на нити металлический брусок массой m так, что он оказывается полностью погруженным в воду, но не касается стенок и дна сосуда. Какой груз и на какую чашку надо положить, чтобы восстановить равновесие? Плотность металла $\rho_м$, воды $\rho_в$.

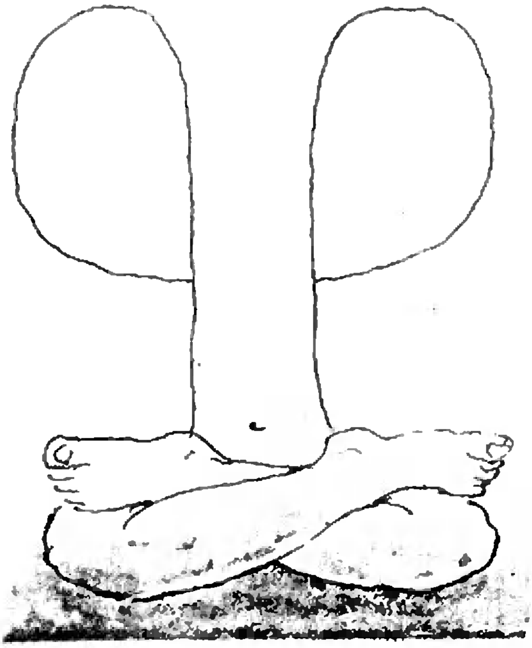
12. Пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v, застревает в бруске массой M (рис. 4). Брусок лежит на гладкой горизонтальной плоскости и соединен с вертикальной стенкой пружиной жесткостью k. Найдите наибольшую деформацию пружины.

13. Объем газа линейно увеличился от $V_1=1$ л до $V_2=2$ л, при этом его давление уменьшилось от $p_1=2$ атм до $p_2=1$ атм. Какое количество теплоты было подведено к газу в этом процессе?

14. Два одинаковых конденсатора соединили параллельно, зарядили до напряжения U_0 и отключили от источника. Каким стало напряжение на конденсаторах, когда в один из них ввели пластину с диэлектрической проницаемостью ε, заполняющую весь объем конденсатора?

15. Кольцо радиусом R расположено в однородном магнитном поле с индукцией B перпендикулярно линиям поля. Какой заряд пройдет по кольцу при выключении поля? Сопротивление кольца r.

Публикацию подготовил А. Черноуцан



Математический кружок

В третьем номере нашего журнала вы могли прочесть начало этой главы из книги Р. Смаллиана «Как же называется эта книга?». Сейчас мы предлагаем вам окончание удивительной истории о некоем философе, пожелавшем узнать, почему существует нечто, а не ничто. Оказалось, что лишь на острове Ваал, затерянном в океане, мудрые жрецы могут ответить на этот Вопрос Вопросов. Население острова делится на рыцарей, говорящих всегда чистую правду, и лжецов, которые всегда лгут. И вот философ достиг таинственного острова...

Остров Ваал

Р. СМАЛЛИАН

Часть вторая

Ответ на Вопрос Вопросов

Из всех островов рыцарей и лжецов остров Ваал — самый необычайный и достопримечательный. Он населен людьми и обезьянами. Обезьяны говорят человеческим языком, причем весьма бегло. Каждая обезьяна, как и каждый человек,— либо рыцарь, либо лжец.

В самом центре острова стоит капище Ваала — один из самых замечательных храмов мира. Все высшие жрецы обладают глубочайшими познаниями в метафизике, а во внутреннем святилище храма один из жрецов, по слухам, знает ответ на глубочайшую тайну Вселенной: почему существует нечто, а не ничто.

Стремящимся приобщиться к Священному знанию разрешается войти во Внутреннее святилище, если они сумеют с честью выдержать три тура испытаний. Я сумел украдкой выведать все тайны жрецов: чтобы проникнуть в храм Ваала, мне пришлось загримироваться под обезьяну! Должен сказать, что я рисковал не на шутку. Трудно даже представить себе, какому наказанию подвергли бы служители Ваала пришельца, дерзнувшего обманом проникнуть в святая святых храма. Они не просто обратили бы злоумышленника в ничто, а изменили бы законы Вселенной так, чтобы он никогда не мог бы возродиться и в будущем!

Но вернемся к нашему повествованию. Выбрав правильную карту, наш философ благополучно добрался до острова Ваал и согласился подвергнуть себя испытаниям. Первый тур испытаний проводился в течение трех дней в огромном помещении, известном под названием Наружного святилища. В центре святилища на золотом троне восседала закутанная в драгоценное покрывало фигура: то ли человек, то ли обезьяна, то ли рыцарь, то ли лжец. Таинственная фигура изрекала одно-единственное заклинание, по которому философ должен был определить, кто сидел на троне (человек или обезьяна) и кем он был (рыцарем или лжецом).

Первое испытание

Сидящий на троне произнес заклинание: *«Я либо лжец, либо обезьяна»*.

Кто он?

Второе испытание

Сидящий на троне произнес заклинание: *«Я лжец и обезьяна»*.

Кто он?

Третье испытание

Сидящий на троне произнес заклинание: *«Не верно, что я обезьяна и рыцарь»*.

Кто он?

Философ успешно прошел все три испытания первого тура и был допущен ко второму туру. На этот раз испытания проводились также в течение трех дней в другом помещении, не уступающем по размерам первому и известном под названием Среднего святилища. В центре святилища на платиновых тронах восседали две фигуры, закутанные в драгоценные покрывала. Сидевшие на троне произносили по одному заклинанию, а философ должен был установить, кто изрек каждое заклинание: человек или обезьяна, рыцарь или лжец. Для удобства мы обозначим сидевших на троне A и B.

Четвертое испытание

A: По крайней мере один из нас обезьяна.

B: По крайней мере один из нас лжец.

Кто такие A и B?

Пятое испытание

A: Мы оба обезьяны.

B: Мы оба лжецы.

Кто такие A и B?

Шестое испытание

A: B — лжец и обезьяна.

B: A — рыцарь.

Кто такие A и B?

Наш философ успешно выдержал все три испытания второго тура и был допущен к третьему туру, состоявшему из одного-единственного, хотя и сложного испытания.

Как избежать пасти дракона

Из среднего святилища можно выйти через четыре двери X, Y, Z и W. По крайней мере одна из них ведет во Внутреннее святилище. Того, кто выходит через другую дверь, пожирает огнедышащий дракон.

В Среднем святилище во время испытания находятся восемь жрецов A, B, C, D, E, F, G и H, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. Нашему философу жрецы сообщили следующее.

A: X — дверь, ведущая во Внутреннее святилище.

B: По крайней мере одна из дверей Y и Z ведет во Внутреннее святилище.

C: A и B — рыцари.

D: Обе двери X и Y ведут во Внутреннее святилище.

E: Обе двери X и Z ведут во Внутреннее святилище.

F: Либо D, либо E — рыцарь.

G: Если C — рыцарь, то A — рыцарь.

H: Если G и я сам — рыцари, то A — рыцарь.

Какую дверь следует выбрать философу?

Чтобы найти нужную дверь, советуем вам доказать сначала, что G — рыцарь.

Здесь мы сталкиваемся с необходимостью исследовать формулу «Если A, то B». Высказывание такого вида истинно, если: 1) A истинно и B истинно; 2) A ложно. Из ложной посылки следует что угодно! Это может показаться невероятным, но вспомните: вам наверняка не раз случалось употреблять высказывания такого типа с ложной посылкой, например, «если $2\times2=5$, то я — папа римский». Попробуйте сказать, что это утверждение ложно! Оно означает лишь, что дважды два не равно пяти и вы не папа римский, следовательно, оно истинно!

Ложным же выражение вида «если A, то B» оказывается в единственном случае — когда A истинно, а B — ложно.

Во Внутреннем святилище

Наш философ сумел выбрать нужную дверь и благополучно очутился во Внутреннем святилище. Там на двух тронах, усыпанных бриллиантами, восседали два жреца (более великих жрецов не было в целом мире!). Возможно, что одному из них был известен ответ на Вопрос Вопросов: «Почему существует нечто, а не ничто?»

Нужно ли говорить, что каждый из двух великих жрецов был либо рыцарем, либо лжецом (были ли жрецы людьми или обезьянами, не существенно). Поэтому мы не можем сказать заранее о каждом из жрецов, рыцарь *он* или лжец и знает ли он ответ на Вопрос Вопросов. При виде философа жрецы произнесли следующие заклинания.

Первый жрец. *Я лжец и не знаю, почему существует нечто, а не ничто.*

Второй жрец. *Я рыцарь и не знаю, почему существует нечто, а не ничто.*

Знал ли в действительности кто-нибудь из жрецов, почему существует нечто, а не ничто?

Есть ответ!

Сейчас вы наконец узнаете правильный ответ на Вопрос Вопросов.

Одному из жрецов был известен правильный ответ на Вопрос Вопросов, и, когда философ спросил у него: «Почему существует нечто, а не ничто?» — он ответил так: «Существует нечто, а не ничто».

Какое поразительное заключение следует из такого ответа?

Решения

Первое испытание

Прежде всего, произнесший заклинание не лжец, поскольку в этом случае его утверждение оказалось бы истиной. Значит, он рыцарь; но тогда первое из его высказываний ложно, следовательно, второе — истинно. Итак, он обезьяна и рыцарь.

Второе испытание

Рыцарь не мог бы сказать о себе: «*Я лжец*», иначе заклинание оказалось бы ложным утверждением. Итак, он лжец; но тогда он не обезьяна, иначе его слова оказались бы правдой. Поэтому он человек и лжец.

Третье испытание

Заклинание, произнесенное незнакомцем, означает: «*или я не обезьяна, или я не рыцарь*». Если бы он был лжецом, заклинание оказалось бы истиной. Поэтому незнакомец — рыцарь. Но в таком случае он не обезьяна. Значит, он человек и рыцарь.

Четвертое испытание

Прежде всего, B — не лжец, иначе его слова оказались бы правдой, чего с лжецами не случается. Итак, B — рыцарь. Но тогда A — лжец, и его заявление ложно. Значит, A — человек и лжец, B — человек и рыцарь.

Пятое испытание

B — заведомый лжец (рыцарь не может сказать: «Мы оба лжецы»). Поскольку его заявление ложно, один из сидящих на тронах рыцарь, и это не B. Значит, A говорит правду, и они оба обезьяны. Итак, A — обезьяна и рыцарь, B — обезьяна и лжец.

Шестое испытание

Предположим, что B был бы рыцарем. Тогда A также был бы рыцарем (так как B утверждает, что A — рыцарь), и, следовательно, B должен бы быть лжецом и обезьяной. Полученное противоречие показывает, что B — лжец. Из его утверждения мы заключаем, что A также лжец. Так как первое утверждение, высказанное A, ложно, то не верно, что B — лжец и обезьяна, поэтому B — человек и лжец. Из второго утверждения, высказанного A, следует, что A — обезьяна. Итак, A — обезьяна и лжец.

Как избежать пасти дракона

Прежде всего докажем, что G — рыцарь. Для этого достаточно доказать, что его утверждение истинно, т. е. что если C — рыцарь, то F также рыцарь.

Итак, предположим, что C — рыцарь. Тогда A и B — оба рыцари. Следовательно, X — дверь, ведущая во Внутреннее святилище, и либо дверь Y, либо дверь Z ведет во Внутреннее святилище. Если верно, что дверь X ведет во Внутреннее святилище, то D — рыцарь. Если же верно, что дверь Z ведет во Внутреннее святилище, то E — рыцарь. Поэтому либо D, либо E — рыцарь. Но это значит, что утверждение F истинно, и он — тоже рыцарь. Таким образом, из предположения, что C — рыцарь, действительно следует, что F — рыцарь и G говорит чистую правду.

Разберемся теперь с высказыванием H. Допустим, что он — рыцарь. Тогда верно то, что G и H оба рыцари, следовательно, A тоже является рыцарем. Выходит, что если H — рыцарь, то A — рыцарь, т. е. высказывание H истинно и он действительно рыцарь. Поскольку он утверждает, что A — рыцарь, то это так и есть.

Итак, мы установили, что A — рыцарь. Следовательно, дверь X действительно ведет во Внутреннее святилище, и нашему философу надлежит выбрать дверь X.

Во Внутреннем святилище!

Первый жрец не может быть рыцарем, он должен быть лжецом. Поскольку его высказывание ложно, то не верно, что он лжец и не знает ответа на Вопрос Вопросов. Но он лжец, поэтому первая часть его утверждения истинна. Значит, вторая должна быть ложной, т. е. первый жрец знает ответ. Итак, первый жрец — лжец и знает ответ на Вопрос Вопросов.

Относительно второго жреца нельзя сказать ничего определенного. Он либо рыцарь, не знающий ответа на Вопрос Вопросов, либо лжец. Во всяком случае (и это имеет решающее значение, как вы вскоре убедитесь!), если он знает ответ на Вопрос Вопросов, то он лжец.

Есть ответ!

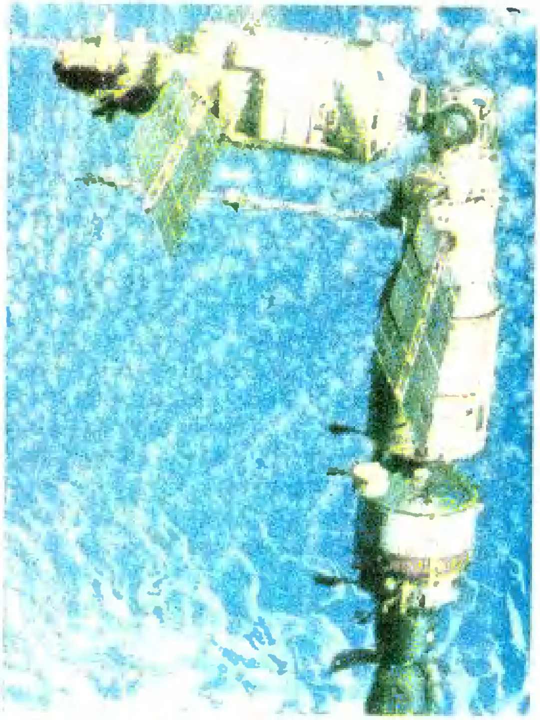
Из решения предыдущей задачи нам известно, что первый жрец знает ответ на Вопрос Вопросов и лжет, а второй жрец, если он знает ответ на Вопрос Вопросов,— лжец. По условиям задачи тот из жрецов, кто изрек: «Существует нечто, а не ничто», знал правильный ответ. Следовательно, тот, кто дал такой ответ, лжец, и высказанное им утверждение ложно. Никакого «нечто» не существует!

Итак, в результате самоотверженного поиска ответа на Вопрос Вопросов, которому наш философ посвятил всю свою жизнь, выяснилось неожиданно, что ничего не существует. Должно быть, в этот ответ вкралась какая-то ошибка: если из ничего ничего не возникает, то откуда взялся жрец, высказавший подобное утверждение?

Более правильное заключение, к которому можно прийти на основании полученного ответа, состоит в том, что остров Ваал, описанный здесь, не может существовать. Считаю своим долгом обратить внимание читателя на одну тонкость. Я отнюдь не утверждаю, что остров Ваал *не существует* (это было более или менее ясно с самого начала). Я высказываю более сильное логически неопровержимое утверждение: остров Ваал *не может существовать*. Действительно, если бы остров Ваал существовал, и история, которую я вам поведал, была бы истинной, то, как было показано, отсюда следовало бы, что ничто не существует. Следовательно, не существовало бы и острова Ваал, и мы пришли бы к противоречию. Значит, остров Ваал не может существовать.

Самое любопытное во всей истории — это то, что вплоть до последней задачи все, о чем я рассказывал вам, сколь бы неправдоподобно оно ни звучало, было логически вполне допустимо. Но стоило мне сообщить вас условия последней задачи, как соломинка переломила спину верблюду!

Перевод с английского Ю. Данилова



Ф — значит ракета

Движения спутников и их возмущения

А. КОРЖУЕВ

Решение задачи о движении искусственных спутников Земли (ИСЗ) осложняется многими факторами. В частности — необходимостью учета различных возмущений, т. е. отклонений в движении тел, предписанном законами гравитации. Сегодня мы поговорим о некоторых причинах этих возмущений и сделаем соответствующие количественные оценки.

Сопротивление атмосферы. Для спутников обычной конструкции оно играет существенную роль до высот порядка 500 км. Для спутников-баллонов больших размеров, но малой массы оно влияет до высот порядка 1500 км.

Основной причиной сопротивления атмосферы являются столкновения спутника с молекулами газа, вследствие чего изменяется импульс молекул, а следовательно, и импульс самого спутника. Оценим величину силы сопротивления.

Будем считать, что спутник имеет поперечное сечение S и движется со скоростью v. Тогда число ударов молекул газа о его обшивку за единицу времени равно

$$\frac{N}{\Delta t}=\frac{nSv\Delta t}{\Delta t}=nSv,$$

где n — концентрация газа, т. е. число частиц в единице объема, $Sv\Delta t$ — объем пространства, «вырезаемый» движущимся спутником за время Δt. При столкновении импульс каждой молекулы (считаем удар неупругим) изменяется на величину порядка m_0v, где m_0 — масса частицы. Разделив полное изменение импульса газа на время Δt, мы получим силу сопротивления:

$$F_{\text{сопр}}\approx\frac{m_0vN}{\Delta t}=m_0nSv^2=\varrho Sv^2$$

(произведение массы частицы на концентрацию равняется плотности газа ϱ). Заметим, что результат точного расчета отличается от нашего лишь безразмерным коэффициентом, близким к 1.

Под действием силы сопротивления спутник испытывает тормозящее ускорение

$$a_{\text{сопр}}=\frac{F_{\text{сопр}}}{m}\approx\frac{\varrho Sv^2}{m}.$$

Сделаем количественные оценки для спутника массой $m\approx100$ кг и поперечным сечением $S\approx1$ м^2, движущегося с первой космической скоростью $v\approx8$ км/с по круговой орбите на высоте $h\approx150$ км над земной поверхностью, где плотность воздуха $\varrho\approx10^{-9}$ кг/м^3. Сила сопротивления для такого спутника будет величиной порядка $7\cdot10^{-2}$ Н, а испытываемое им тормозящее ускорение — $a_{\text{сопр}}\approx$ $\approx7\cdot10^{-4}$ м/с^2. Это примерно в 10^5 раз меньше ускорения, сообщаемого спутнику силой тяготения, и, тем не менее, длительное действие силы сопротивления приводит к весьма существенным изменениям параметров траекторий движения спутников.

Поскольку плотность атмосферы убывает с высотой, наиболее ощутимое торможение спутник испытывает вблизи перигея. Пройдя участок траектории AB, спутник уменьшит свою скорость и следующий оборот совершит по другой траектории (рис. 1). В частности, изменится его высота в апогее, и новая орбита окажется менее вытянутой. Далее постепенно будет уменьшаться и высота перигея.

Таким образом, с каждым новым оборотом спутник будет двигаться все ближе и ближе к поверхности Земли. Вместе с тем уменьшается и период обращения спутника. Оценим — на сколько, но сначала найдем период невозмущенного обращения спутника по круговой орбите вблизи Земли. Согласно второму закону Ньютона,

$$\frac{mv^2}{R}=G\frac{mM}{R^2},$$

где R — радиус орбиты, $M\approx 6\times 10^{24}$ кг — масса Земли, $G=6{,}67\times 10^{-11}$ м$^3\cdot$ кг$^{-1}\cdot$ с$^{-2}$ — гравитационная постоянная. Отсюда для периода вращения $T=2\pi R/v$ получаем

$$T=2\pi R\sqrt{\frac{R}{GM}}.$$

Приняв для оценки $R\approx 7\cdot 10^3$ км, имеем $T\approx 1{,}6$ ч.

Заметим, что при торможении спутника уменьшается радиус его орбиты, следовательно, уменьшается и период обращения. Однако скорость движения по орбите при этом возрастает. Любопытно, не правда ли,— торможение приводит к росту скорости. Сделаем оценку в простейшем случае — при движении по круговой орбите. Механическая энергия спутника равна сумме его потенциальной энергии и кинетической:

$$E=E_p+E_k=-\frac{GmM}{R}+\frac{mv^2}{2}=$$

$$=-\frac{GmM}{2R}=-\frac{mv^2}{2}.$$

Торможение уменьшает значение E, а значит, уменьшает значение R (обратите внимание на знак E) и увеличивает v. Изменение энергии за малый промежуток времени Δt равно работе сил сопротивления:

$$\Delta E=-\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right)=-F_{\text{сопр}}v\Delta t.$$

При $\Delta v\ll v$

$$\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right)=\frac{m}{2}\Delta(v^2)=\frac{m}{2}((v+\Delta v)^2-v^2)\approx$$

$$\approx\frac{m}{2}2v\Delta v=mv\Delta v,$$

тогда

$$F_{\text{сопр}}v\Delta t\approx mv\Delta v,$$

или

$$\Delta v\approx a_{\text{сопр}}\Delta t.$$

Считая, что активное торможение (вблизи перигея) будет происходить около 10 мин, для изменения скорости получим

$$\Delta v\approx a_{\text{сопр}}\Delta t\approx 0{,}4\ \text{м/с},$$

а для изменения периода —

$$\Delta T=\frac{2\pi R}{v}-\frac{2\pi R}{v+\Delta v}=\frac{2\pi R}{v}\left(1-\frac{1}{1+\Delta v/v}\right)\approx$$

$$\approx\frac{2\pi R\Delta v}{v^2}\approx 0{,}3\ \text{с}.$$

На самом деле изменение периода будет несколько бо́льшим, так как мы не учитываем снижения спутника, хотя и небольшого (около 1 км за 1 оборот). Однако по порядку величины данная цифра совпадает с реальной. Так, для первого советского ИСЗ

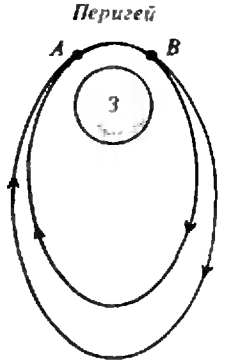


Рис. 1.

вдвое меньшего диаметра, летавшего на высотах, где плотность была на порядок меньше, изменение периода за 1 оборот составило 1,75 с.

Из приведенных рассуждений видно, что для расчета влияния атмосферы на параметры орбиты необходимо знать плотность атмосферы на различных высотах (до запусков ИСЗ эти данные были весьма приблизительными). Кроме того, нельзя не учитывать колебаний плотности атмосферы в течение суток — днем плотность атмосферы несколько выше, чем ночью (особенно это заметно на высотах порядка 40 км и выше). Происходят также и более медленные колебания плотности атмосферы, связанные с усилением солнечной активности, когда испускаются корпускулярные потоки, нарушающие обычные параметры земной атмосферы.

Вместе с тем, нельзя не сказать и о возможности решения обратной задачи — исследования изменений плотности земной атмосферы по результатам анализа движения ИСЗ.

Сжатие Земли. Обсудим еще одну причину возмущений движений спутников, которая связана с отличием формы Земли от шарообразной. Как известно, экваториальный радиус Земли $R_{\text{экв}}$ не равен ее полярному радиусу $R_{\text{пол}}$. Величина

$$\varepsilon=\frac{R_{\text{экв}}-R_{\text{пол}}}{R_{\text{экв}}}\approx\frac{1}{300}$$

называется сжатием Земли.

Если Землю считать шарообразной, то, согласно закону всемирного тяготения, тело массой m, находящееся на расстоянии r от центра Земли, притягивается к ней с силой $F=GmM/r^2$. Как показывают расчеты, с учетом земного сжатия выражение для этой силы можно записать в виде

$$F\approx GmM\left(\frac{1}{r^2}+\frac{3\varepsilon R^2_{\text{экв}}}{5r^4}(1-3\sin^2\varphi)\right),$$

где φ — географическая широта места на Земле, над которым находится наше тело (рис. 2). Поправка возникает, очевидно, из-за потери полем тяготения Земли сферической симметрии (рис. 3).

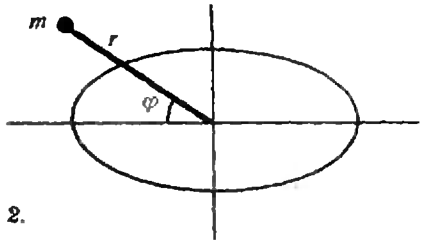


Рис. 2.

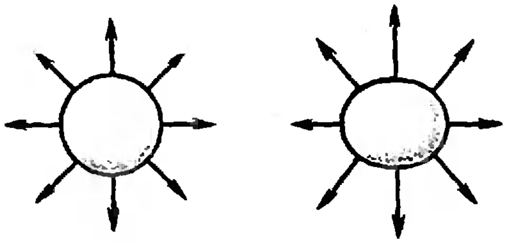


Рис. 3.

Дополнительное ускорение, обусловленное сжатием Земли, равно

$$a_{\text{сж}}\approx\frac{3\varepsilon GMR^2_{\text{экв}}}{5r^4}(1-3\sin^2\varphi).$$

Проведем численную оценку. Приняв $h\approx200$ км и считая, что спутник находится в экваториальной плоскости, получим $a_{\text{сж}}\approx0{,}01$ м/с^2, что примерно в 10^3 раз меньше ускорения силы тяготения, но значительно больше ускорения, сообщаемого силой сопротивления атмосферы. Однако, как это ни покажется парадоксальным, существенных изменений линейных размеров орбит спутников при этом не происходит. Это связано с тем, что при движении в гравитационном поле, даже сферически несимметричном, полная механическая энергия спутника практически не изменяется.

Заметим, кстати, что и в этом случае ИСЗ помогли решить обратную задачу — определить сжатие Земли, вернее уточнить его значение, полученное ранее «некосмическими» способами.

Давление солнечного излучения. И наконец, еще об одной причине возмущений. Она касается больших по размерам, но малых по массе спутников.

Оценим величину солнечного давления. Пусть на спутник с поперечным сечением S падает N фотонов в секунду. Если они поглощаются поверхностью спутника, то каждую секунду передают ему импульс, равный $N\mathscr{E}/c$, где $\mathscr{E}$ — энергия одного фотона, c — скорость света. Если же фотоны отражаются от поверхности спутника, то передают ему вдвое больший импульс. Этим и обусловлено давление света на спутник.

Солнце излучает по всем направлениям в единицу времени энергию, равную $L=4\cdot10^{26}$ Вт. Если окружить Солнце сферой радиусом r', равным расстоянию от него до спутника, то площадь поверхности этой сферы составит $4\pi r'^2$. Значит, на спутник будет попадать доля излучения Солнца, равная $S/(4\pi r'^2)$ (рис. 4). Тогда сила давления светового излучения, действующая на спутник, будет равна

$$F_{изл}\approx\frac{LS}{4\pi r'^2c},$$

а ускорение, которое эта сила сообщает спутнику, —

$$a_{изл}=\frac{F_{изл}}{m}\approx\frac{LS}{4\pi mr'^2c}.$$

Так, для спутника массой $m\approx70$ кг и сечением $S\approx1000$ м^2, находящегося на расстоянии $r'\approx1{,}5\cdot10^{11}$ м от Солнца, получим $a_{изл}\approx5\cdot10^{-5}$ м/с^2.

Как легко видеть, величина $a_{изл}$ гораздо меньше ускорения $a_{сопр}$, обусловленного сопротивлением атмосферы, и $a_{сж}$, связанного со сжатием Земли. Однако этот эффект все же проявляет себя — он вызывает периодические колебания параметров орбит, например высоты перигея и апогея.

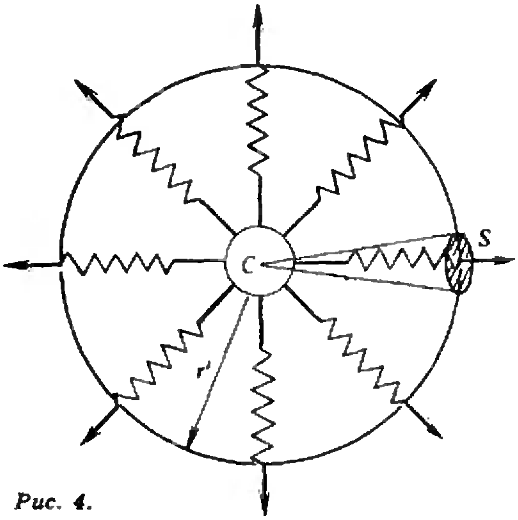


Рис. 4.

Таковы важнейшие факторы, вызывающие возмущения в движении спутников. Для еще более точного решения задачи необходимо учитывать и неоднородность Земли, и сложный характер ее собственного вращения, и многое — многое другое, что составляет сейчас предмет исследований небесной механики.

„Квант" улыбается

Мини-рассказы

Фантастический рассказ для телепатов

Ну, вы-то сами знаете, что я имею в виду.

Е. М. Блейк

Надпись на краю Вселенной

Верх. Не кантовать!

Д. Акерсон

Отказ

Уважаемый
мистер Торсби,
редакция благодарит Вас
за возможность
познакомиться с рукописью
Вашего романа
«Последний человек на Земле».
К сожалению,
роман не может быть
издан у нас,
так как мы печатаем
только
фантастические произведения.
Желаем успехов.
Рукопись возвращаем.
С уважением, издатели.

К. В. Макаин

Перевод с английского А. Корженевского

Информация

Новый прием в ВЗМШ — на отделение «Физика»

Всесоюзная заочная многопредметная школа (ВЗМШ*) открывает в этом учебном году еще одно отделение — физическое. Цель его — помочь учащимся средней школы глубже изучить физику, в первую очередь — приобрести навыки в решении задач. Обучение на физическом отделении ВЗМШ, безусловно, поможет при сдаче вступительных экзаменов по физике в МГУ и другие высшие учебные заведения.

Прием на отделение «Физика» производится по результатам решения вступительной работы, публикуемой ниже. Принимаются учащиеся 10 и 11 классов, независимо от места жительства. Курс рассчитан на два года, однако одиннадцатиклассники могут обучаться одновременно в 10 и 11 классах (для этого необходимо прислать решение вступительной работы для 11 класса и два комплекта анкет — для 10 и 11 классов).

*) Подробнее об этой школе рассказывалось в первом номере «Кванта» за этот год.

Решение вступительной работы вышлите простым письмом или бандеролью по адресу: *119823, Москва, ГСП, МГУ, ВЗМШ, отделение «Физика»*. Пожалуйста, сделайте на конверте пометку «на прием» и укажите класс (10 или 11), в который вы поступаете. Кроме вступительной работы, в конверт вложите два экземпляра анкеты (для каждого класса), разборчиво написанной на карточках размером 7×12 см по следующему образцу:

Фамилия, имя, отчество	Кузнецов Иван Петрович
Класс	11
Подробный домашний адрес	240816, г. Калуга, ул. Строителей, д. 8, кв. 99
Номер (или название) школы и ее почтовый адрес	школа № 10, 240819, г. Калуга, ул. Лесная, д. 6

Последний срок отправки вступительной работы — *1 августа 1992 года* (по почтовому штемпелю). Для поступления не обязательно правильно решить все задачи. Проверенные работы обратно не высылаются.

Решение приемной комиссии, а для тех, кто выдержит конкурс, также методические разработки и контрольные работы будут высланы до 15 сентября 1992 года. В программу обучения входит изучение методических пособий и дополнительной литературы и выполнение пяти контрольных работ в каждом классе. Работы проверяются и подробно рецензируются преподавателями ВЗМШ, студентами и аспирантами физического факультета МГУ, а затем вместе с рецензиями возвращаются учащимся. Решение о переводе из 10 класса в 11 и об итоговой оценке производится по результатам выполнения контрольных работ. Успешно прошедшие курс обучения получают свидетельство об окончании ВЗМШ.

Обучение ведется на русском языке, поэтому все контрольные работы, включая и вступительную, должны быть написаны по-русски.

Вступительная работа

Поступающие в 10 класс решают задачи 1—4, а поступающие в 11 класс — задачи 3—6.

1. Найдите ускорение грузов в системе, изображенной на рисунке 1. Блоки невесомы, нити невесомы и нерастяжимы.

2. На столе стоит перевернутая воронка, в которую медленно наливается вода (рис. 2). Высота широкой части воронки H, радиус основания R. Края воронки вначале плотно прилегают к поверхности стола, но, когда уровень воды в воронке достигает $H/2$, вода начинает вытекать из-под нее. Какова масса воронки? Плотность воды ρ.

3. Тело соскальзывает без начальной скорости с наклонной плоскости высотой H и углом при основании α (рис. 3). Коэффициент трения тела о плоскость зависит от высоты h по закону $\mu(h)=\mu_0(1-h/H)$. Соскользнув с плоскости, тело падает на горизонтальную поверхность с коэффициентом трения μ_0 и скользит по ней до остановки. Какой путь пройдет тело по горизонтальной поверхности? Зазор между наклонной плоскостью и поверхностью много меньше H, но больше размеров тела.

4. Человек поднимается по лестнице, стоящей вертикально около стены. Когда человек

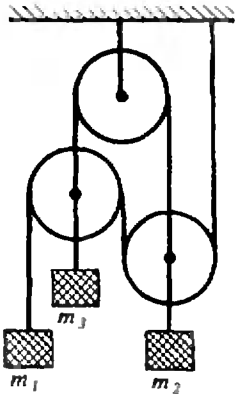


Рис. 1.

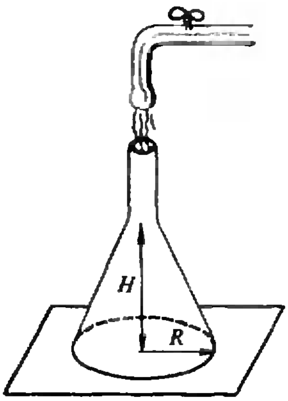


Рис. 2.

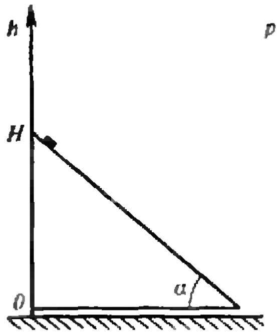


Рис. 3.

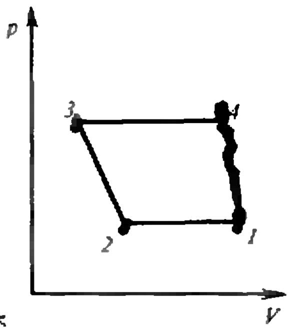


Рис. 4.

поднялся до верха, лестница начинает падать, причем ее нижний конец остается неподвижным. Оцените, в каком случае человек при приземлении будет иметь меньшую скорость: если он спрыгнет сразу, как только лестница начнет падать, или если до конца будет держаться за лестницу.

5. Один моль идеального одноатомного газа участвует в циклическом процессе, изображенном на рисунке 4. Известно, что $T_1=2T_2$, $T_4=3T_3$, $T_2=T_3=300$ K, $V_2=2V_3$. Найдите работу, совершаемую газом за 1 цикл.

6. Какое количество теплоты выделится при подключении конденсатора емкостью C, заряженного до напряжения U, к батарее с ЭДС $\mathcal{E}$?

ЗИФМШ объявляет прием

Заочная инженерная физико - математическая школа (ЗИФМШ) объявляет прием учащихся в 9, 10, 11 классы и в 11 спецкласс на 1992/93 учебный год. Главная цель школы — развить инженерный склад мышления, помочь учащимся глубже изучить математику и физику в объеме школьной программы, лучше подготовиться к вступительным экзаменам в высшие учебные заведения, прежде всего в Петербургский институт инженеров железнодорожного транспорта им. акад. В. Н. Образцова (ПИИЖТ).

Прием в ЗИФМШ проводится по результатам решения вступительного задания, публикуемого ниже. После номера каждой задачи в скобках указано, для какого класса она предназначена (например, задача 4 входит в конкурсное задание для 9 и 10 классов). Задание для каждого класса состоит из шести задач, но для зачисления в ЗИФМШ достаточно решить бóльшую их часть.

В этом году в ЗИФМШ открыт также 11 спецкласс, выпускники которого рекомендуются для поступления в Группы целевой инженерной подготовки студентов, готовящие инженеров - исследователей для проектирования скоростных железнодорожных магистралей со скоростью движения до 500 км/ч. Для поступления в этот класс необходимо решить 6 задач для 11 класса и 4 дополнительные задачи (отмеченные в скобках — 11 с. кл.).

Решения вступительного задания необходимо прислать до 1 августа по адресу: 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., д. 9, ПИИЖТ, ЗИФМШ, на конкурс. В письмо вложите два экземпляра анкеты, написанной на листах плотной бумаги размером 9×12 см и заполненной по следующему образцу:

Фамилия, имя, отчество	Сидоров Иван Петрович
Класс (номер класса указывается на 1 сентября 1992 года)	9
Подробный домашний адрес	524806, г. Тверь, ул. Садовая, д. 5, кв. 7
Номер и адрес школы (или СПТУ)	школа № 5, г. Тверь, ул. Зеленая, д. 7
ФИО и профессия родителей	мать — Сидорова Анна Ивановна, врач отец — Сидоров Петр Ильич, электромонтер

Если у вас в семье есть железнодорожники или вы учитесь в железнодорожной школе, отметьте это.

Зачисленным в ЗИФМШ в течение года высылаются методические разработки и контрольные задания, решенные задания оцениваются и рецензируются. Успешно закончившие ЗИФМШ получают удостоверение и имеют преимущество при поступлении в ПИИЖТ.

При ЗИФМШ действуют группы «Коллективный ученик». Прием в группы проводится без конкурса, достаточно заявления учителя математики или физики, руководящего кружком, с указанием списка учащихся и класса, в котором они будут учиться. Заявление должно быть заверено директором школы (или СПТУ) и печатью. Работа руководителей групп «Коллективный ученик» может оплачиваться школами по представлению ЗИФМШ как факультативные занятия.

Несколько слов о ПИИЖТ. Институт готовит инженеров-строителей, инженеров-электромехаников, инженеров-электриков, инженеров-механиков, инженеров-экономистов, инженеров-системотехников (по специальности ЭВМ), инженеров путей сообщения для работы на железнодорожном транспорте и в других отраслях народного хозяйства.

Вступительное задание

1 (9 кл.). Сколько процентов золота содержится в слитке сплава золота (плотностью 19,3 г/см^3) и серебра (плотностью 10,5 г/см^3), если вес слитка в воздухе 2,94 Н, а в воде 2,69 Н?

2 (9 кл.). При постройке сруба необходимо, чтобы два бревна одной и той же длины образовывали противоположные стороны прямоугольника. Как проверить выполнение этого условия, располагая веревкой и не имея рулетки?

3 (9, 10 кл.). Поезд длиной 225 м, движущийся с постоянной скоростью, проходит мимо телеграфного столба за 15 с. Сколько времени пройдет от момента вхождения тепловоза в туннель длиной 450 м до момента выхода из туннеля последнего вагона?

4 (9, 10 кл.). Два работника получали одинаковую зарплату. Первому из них повысили зарплату на 100 %, а второму — дважды на 50 %. Сколько процентов составляет новая зарплата второго работника относительно новой зарплаты первого работника?

5 (9, 10, 11 кл.). В двух закрытых ящиках, соединенных один с другим через клеммы двухпроводной линией, помещены соответственно источник питания и резистор. Как с помощью вольтметра определить, в каком из ящиков находится источник питания, не размыкая электрическую цепь?

6 (9, 10, 11 кл.). При каких значениях параметра a уравнение $(a-3)x^2-2ax+3a-6=0$ будет иметь два решения?

7 (10, 11 кл.). Почему по скользкой дороге рекомендуется ходить короткими шагами?

8 (10, 11 кл.). Из города A в город B вышел пассажирский поезд. Одновременно с ним из B в A вышел товарный поезд. Скорость каждого на всем участке движения постоянна. Через 2 ч после того, как поезда встретились, расстояние между ними составило 280 км. Пассажирский поезд прибыл к месту назначения через 9 ч, а товарный — через 16 ч после встречи. Какое время находился в пути каждый поезд?

9 (11 кл.). Трамвайный вагон массой 12,5 т, имевший скорость 28,8 км/ч, тормозит и останавливается. На сколько повысится температура его 8 чугунных тормозных колодок, если масса каждой колодки 9 кг и на их нагревание затрачивается 60 % кинетической энергии вагона?

10 (11 кл.). Упростите выражение

$$\sin^2\alpha\left(1+\frac{1}{\sin\alpha}+\operatorname{ctg}\alpha\right)\left(1-\frac{1}{\sin\alpha}+\operatorname{ctg}\alpha\right).$$

Дополнительные задачи для 11 спецкласса

11 (11 с. кл.). Оцените, хватит ли мощности гидроэлектростанции, чтобы испарить всю воду, проходящую через ее турбины.

12 (11 с. кл.). В герметичном контейнере высотной ракеты сначала давление было равно p_0. Во сколько раз увеличилась температура внутри ракеты, если при ее вертикальном взлете с постоянным ускорением g находящийся в контейнере ртутный барометр стал показывать $0{,}6\ p_0$?

13 (11 с. кл.). Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2+6x+7}+\sqrt{5x^2+10x+14}=4-2x-x^2.$$

14 (11 с. кл.). Изобразите на плоскости множество точек $M\ (x;\ y)$, для которых

$$\begin{cases} x^2+y^2\leqslant 4x, \\ |\,y\,|\geqslant|\,2-x\,|, \end{cases}$$

и вычислите площадь соответствующей фигуры.

Наши лицеи

Еще одна формула линзы

Как известно, линза — прозрачное тело, ограниченное двумя преломляющими световые лучи поверхностями,— является одним из основных элементов любой оптической системы. Знан фокусное расстояние линзы и положение источника света, с помощью формулы линзы можно определить положение изображения источника.

Наиболее простой вид это соотношение имеет для тонкой сферической линзы, когда толщина линзы мала по сравнению с радиусами кривизны ее преломляющих поверхностей. Так, если d — расстояние от предмета до линзы, f — расстояние от линзы до изображения, а F — фокусное расстояние линзы, то справедливо соотношение

$$1/d+1/f=1/F.$$

Такой вид формулы линзы принадлежит Декарту (1596—1650).

Если обозначить a — расстояние от предмета до переднего фокуса линзы, а b — расстояние от изображения до заднего фокуса, то формулу линзы можно записать так:

$$ab=F^2.$$

Эта формула известна как формула Ньютона (1642—1727).

Вашему вниманию предлагается еще одна формула, полученная автором заметки и имеющая тоже очень простой вид:

$$F=(AB)/(A-B).$$

Здесь A — расстояние от предмета до точки на оптической оси, находящейся на двойном фокусном расстоянии перед линзой, а B — расстояние от изображения до точки, расположенной на двойном фокусном расстоянии за линзой.

Самое интересное, что все три формулы можно объединить в одну общую формулу, связывающую фокусное расстояние линзы и расстояния до предмета и изображения. Покажем это.

Измерение расстояний до предмета (A) и до изображения (B) из точек на главной оптической оси, которые есть целое (n) кратное фокусного расстояния линзы (F), приводит к следующему соотношению:

$$F^2(2n-n^2)-F(n-1)\times\times(A-B)+AB=0. \quad (1)$$

Уравнение (1) можно получить с помощью построения, например для случая, когда предмет находится за двойным фокусным расстоянием, а его действительное изображение находится между двойным фокусом и фокусом на главной оптической оси линзы. Теперь свяжем расстояния A и B с расстояниями, используемыми в формулах Декарта и Ньютона:

$$d=nf+A, \quad (2)$$

$$f=nF-B, \quad (3)$$

$$a=(n-1)F+A, \quad (4)$$

$$b=(n-1)F-B. \quad (5)$$

В уравнении (1) только при $n=0,1$ или 2 линейный или квадратичный члены элегантно упрощаются, приводя к изящной формуле.

Так, при $n=0$ расстояния до предмета и изображения измеряются от линзы, что приводит к выражению

$$F=(AB)/(B-A).$$

Применив формулы (2) и (3), получим известную формулу Декарта

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}.$$

При подстановке $n=1$ в уравнение (1) расстояния до предмета и изображения измеряются от фокуса. Упрощение и перестановка членов дают уравнение

$$F^2=-AB.$$

Используя формулы (4) и (5), получим формулу Ньютона

$$F^2=ab.$$

Если в уравнение (1) подставить $n=2$, упомянутая «точка отсчета» сдвигается на двойное фокусное расстояние от линзы, что приводит к выражению

$$F=(AB)/(A-B),$$

которое и представляет собой новую формулу линзы.

В. Ананта Нарайянан, профессор физики, США

Канадские математические соревнования

Наш журнал регулярно публикует задачи Всесоюзной олимпиады школьников, Международной олимпиады, национальных и межнациональных олимпиад. Это — соревнования высокого уровня, в каждом из них участвуют школьники, уже отобранные в результате предыдущих соревнований. Однако в тени остаются самые массовые, школьные олимпиады. Как правило, задачи для них учителя подбирают из старых запасов. В нашей стране в 60-е годы проходили заочные физико-математические олимпиады, адресованные всем школьникам, интересующимся этими науками, но в дальнейшем такая форма проведения соревнований была незаслуженно забыта. В то же время в ряде стран, начавших проводить математические олимпиады лишь недавно (США, Канада, Австралия) большое внимание уделяется именно этому первому — школьному — этапу олимпиад. Он проходит одновременно во всех школах страны. Задание имеет вид теста, т. е. к каждой задаче даются несколько вариантов ответа, и нужно выбрать среди них правильный. В качестве примера приводим задание математической олимпиады Канады. В этом номере мы публикуем задачи для 8 и 9 классов, что соответствует 7 и 8 классам нашей школы, задачи для других классов появятся в следующих номерах.

Инструкция к заданию сообщает следующее:

— разрешается использовать бумагу для черновика и больше ничего;

— каждый вопрос имеет пять возможных ответов, обозначенных буквами *A*, *B*, *C*, *D*, *E*. Лишь один из них правильный. Когда вы выберете свой вариант ответа, поставьте соответствующую букву в вашем листе с ответами;

— за неправильные ответы вы получаете штрафные очки. Если вы не подумали над вопросом, неразумно пытаться угадать верный ответ;

— ваши очки=30+(количество очков за правильные ответы) — (накопившиеся штрафные очки);

— чертежи нарисованы без соблюдения масштаба и приводятся лишь как приложения.

Попробуйте выполнить это задание за указанное время. Быть может, вы на час почувствуете себя канадцем?

Gauss Contest (Grade 8)*)

Время 1 час

Часть А

(по 4 очка за задачу)

1. Выражение $24+8:4\times2-1$ равно

(*A*) 51; (*B*) 27; (*C*) 24; (*D*) 15; (*E*) 3.

2. Среднее арифметическое чисел 6,2 и 0,62 равно

(*A*) 3,069; (*B*) 3,131; (*C*) 3,41; (*D*) 3,72; (*E*) 6,2.

3. Если $4x=24$, то $10x$ равно

(*A*) 6; (*B*) 40; (*C*) 60; (*D*) 96; (*E*) 240.

4. Выражение $\left(3\frac{1}{3}\right)^2$ равно

(*A*) $11\frac{1}{9}$; (*B*) $9\frac{1}{9}$; (*C*) $6\frac{2}{3}$; (*D*) $\frac{100}{3}$; (*E*) $\frac{101}{9}$.

5. Из пяти чисел -27; $-3{,}5$; -692; $-0{,}1$; -10 наибольшим является

(*A*) -27; (*B*) $-3{,}5$; (*C*) -692; (*D*) $-0{,}1$; (*E*) -10.

6. Джилл использует в среднем 20 литров бензина в неделю. Она платит по 48 центов за литр. Следовательно, ее ежегодные затраты на бензин (в долларах) составляют примерно

(*A*) 100; (*B*) 300; (*C*) 500; (*D*) 600; (*E*) 1000.

7. Число 1 одновременно квадрат целого числа и куб целого числа. Другое такое число

(*A*) 41; (*B*) 87; (*C*) 27; (*D*) 49; (*E*) 64.

8. Периметр прямоугольника равен 64 см, его длина равна 20 см. Площадь прямоугольника (в квадратных сантиметрах) равна

(*A*) 1280; (*B*) 880; (*C*) 240; (*D*) 120; (*E*) 44.

9. Мой богатый дядюшка подарил мне один доллар в мой первый день рождения. В каждый следующий день рождения он удваивал свой подарок. На следующий день после моего восьмого дня рождения общая сумма денег, подаренных мне дядюшкой, была равна (в долларах)

(*A*) 81; (*B*) 36; (*C*) 127; (*D*) 128; (*E*) 255.

*) Гауссовы соревнования. Класс 8.

10. Заметим, что $\frac{1}{9}=0{,}1111...$, $\frac{32}{99}=0{,}3232...$ и $\frac{785}{999}=0{,}785785...$ Используя этот образец, заключаем, что $0{,}41144114...$ равно

(A) $\frac{41}{99}$; (B) $\frac{411}{999}$; (C) $\frac{4114}{9999}$; (D) $\frac{41144}{99999}$; (E) $\frac{411441}{999999}$.

Часть B

(по 5 очков за задачу)

11. Когда Карл Фридрих Гаусс был юношей, он открыл, что сумма S первых n натуральных чисел задается формулой

$$S=\frac{n(n+1)}{2}$$

Сумма первых 30 натуральных чисел равна

(A) 240; (B) 465; (C) 901; (D) 930; (E) 232,5.

12. Шери решила в этом году пять тестов. Ее оценки были $\frac{47}{50}$, $\frac{23}{25}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{60}{75}$ и 85 %. Тест, который она выполнила лучше всего, был тот, за который она получила

(A) $\frac{47}{50}$; (B) $\frac{23}{25}$; (C) $\frac{8}{10}$; (D) $\frac{60}{75}$; (E) 85 %.

13. Парусник вышел из дока и проплыл 12 км на запад, затем 9 км на север. В этот момент кратчайшее расстояние до дока (в километрах) было

(A) 3; (B) 15; (C) 21; (D) 108; (E) 225.

14. Сумма цифр в разряде десятков во всех двузначных числах равна

(A) 45; (B) 90; (C) 100; (D) 450; (E) 550.

15. Камера фотографирует метровую палку около кирпичной стены. На полученной картинке палка имеет длину 2 см, а стена — высоту 4,5 см. Настоящая высота стены (в сантиметрах) равна

(A) 450; (B) 225; (C) 45; (D) 22,5; (E) 4,5.

16. Выражение $1-2+3-4+5-6+...-100$ равно

(A) -50; (B) -49; (C) 0; (D) -100; (E) -150.

17. Сумма двух целых чисел равна -4. Их произведение равно -21. Большее из этих чисел

(A) -7; (B) -3; (C) -1; (D) 3; (E) 7.

18. Допустим, один американский доллар стоит на 30 % больше, чем один канадский доллар. Американский турист в Канаде заплатил за 35-долларовый сувенир тридцать американских долларов. Сдача, в канадских долларах, равна

(A) 4,00; (B) 5,00; (C) 9,00; (D) 10,50; (E) 11,70.

10		
9		13
14	N	

Рис. 1.

19. Площадь поверхности куба равна 24 см^2. Его объем (в кубических сантиметрах) равен

(A) 8^3; (B) 6^3; (C) 27; (D) 240; (E) 8.

20. Если общая стоимость P единиц товара составляет Q долларов, то стоимость R единиц того же товара составляет (в долларах)

(A) PQR; (B) $\frac{P}{QR}$; (C) $\frac{PR}{Q}$; (D) $\frac{QR}{P}$; (E) $\frac{R}{PQ}$.

Часть C

(по 6 очков за задачу)

21. В магическом квадрате, изображенном на рисунке 1, сумма чисел в каждом ряду, колонке и на диагонали должна быть одинаковой. Число N равно

(A) 7; (B) 8; (C) 11; (D) 19; (E) 33.

22. Из 33 учеников в классе 18 состоят в математическом клубе, 17 — в спортивном клубе и 4 нигде не состоят. Число учеников, посещающих оба клуба, равно

(A) 2; (B) 5; (C) 6; (D) 29; (E) 33.

23. На рисунке 2 показан треугольник, в котором из двух вершин проведены по две линии, пересекающие противоположную сторону. Тем самым треугольник разбит на девять неперекрывающихся частей. Если проведено двенадцать линий — шесть из вершины A и шесть из вершины B — число неперекрывающихся частей, на которые разбит треугольник, равно

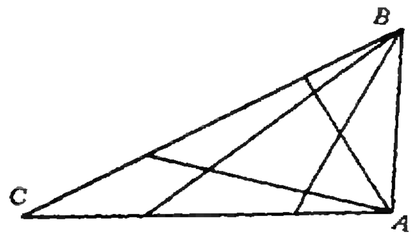


Рис. 2.

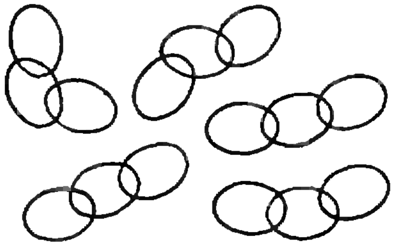


Рис. 3.

(*A*) 16; (*B*) 25; (*C*) 36; (*D*) 42; (*E*) 49.

24. На рисунке 3 вы видите пять кусков цепи, каждый из трех звеньев. Пусть отделить звено от цепи стоит 10 центов, а сварить звено стоит 25 центов. Тогда самая дешевая цепь максимальной длины стоит (в долларах)

(*A*) 0,70; (*B*) 0,95; (*C*) 1,05; (*D*) 1,40; (*E*) 1,95.

25. Двое мужчины и два мальчика хотят переплыть реку. Их маленькое каноэ может выдержать лишь одного мужчину или двух мальчиков. Чтобы всем четверым перебраться на другой берег, лодке придется пересечь реку не менее

(*A*) 5; (*B*) 6; (*C*) 7; (*D*) 8; (*E*) 9 раз.

Pascal contest (Grade 9)

Время: 1 час

Часть A

(по 4 очка за задачу)

1. Выражение $\frac{\sqrt{16+9}}{\sqrt{16}}$ равно

(*A*) $\frac{4}{5}$; (*B*) $\frac{7}{4}$; (*C*) 3; (*D*) 4; (*E*) $\sqrt{10}$.

2. Длины сторон треугольника — 66, 10 и 11. Равносторонний треугольник с тем же периметром имеет длину стороны

(*A*) 6; (*B*) 9; (*C*) 10; (*D*) 11; (*E*) 27.

3. Если $x=1$ и $y=-3$, то $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ равно

(*A*) $\frac{1}{4}$; (*B*) $-\frac{1}{5}$; (*C*) $\frac{2}{5}$; (*D*) $-\frac{2}{5}$; (*E*) $-\frac{1}{4}$.

4. Прямой забор имеет длину 60 м. Если столбы отстоят один от другого на 4 м, и по концам забора стоит по одному столбу, то общее число столбов

(*A*) 13; (*B*) 14; (*C*) 15; (*D*) 16; (*E*) 17.

5. Из пяти следующих чисел: 1,1; 1,01; 1,001; 1,0101; 1,00101 меньшее

(*A*) 1,1; (*B*) 1,01; (*C*) 1,001; (*D*) 1,0101; (*E*) 1,00101.

6. Наиболее точное приближение числа 0,435:0,0821 из приведенных — это

(*A*) 0,002; (*B*) 0,2; (*C*) 0,5; (*D*) 5; (*E*) 50.

7. Если $3x+2=y$, то x выражается через y как

(*A*) $y-2$; (*B*) $y-5$; (*C*) $\frac{y+2}{3}$; (*D*) $\frac{y-2}{-3}$; (*E*) $\frac{y-2}{3}$.

8. На рисунке 4 угол PQR равен 90°, а угол RQS на 50° больше, чем угол PQS. Тогда величина угла PQS в градусах равна

(*A*) 70; (*B*) 50; (*C*) 45; (*D*) 40; (*E*) 20.

9. У Джоан есть сто карточек, пронумерованных последовательно числами от 1 до 100. Она составляет пары карточек с суммой номеров, равной 50, например 12 и 38. Число таких пар равно

(*A*) 20; (*B*) 24; (*C*) 25; (*D*) 49; (*E*) 50.

10. Периметр данной фигуры (рис. 5) равен

(*A*) 38; (*B*) 41; (*C*) 46; (*D*) 50; (*E*) 59.

Часть B

(по 5 очков за задачу)

11. Наибольший целый делитель числа 1001, кроме него самого, есть

(*A*) 77; (*B*) 91; (*C*) 101; (*D*) 143; (*E*) 151.

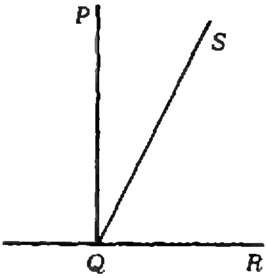


Рис. 4.

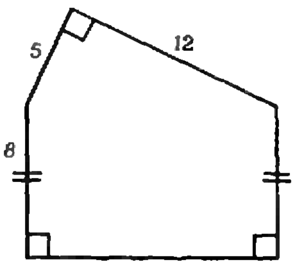


Рис. 5.

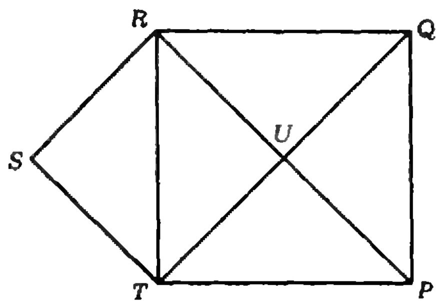


Рис. 6.

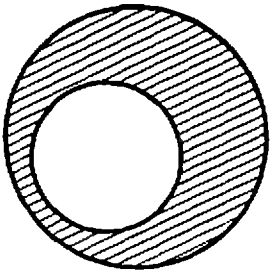


Рис. 7.

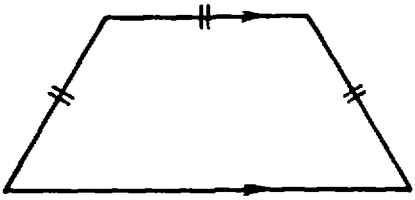


Рис. 8.

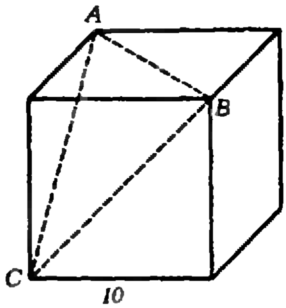
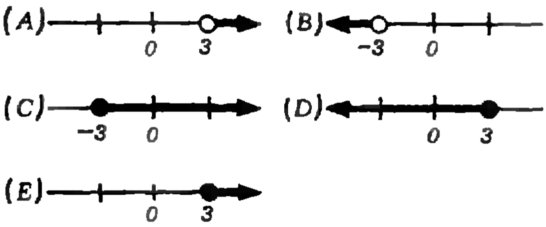


Рис. 9.

12. Фигура на рисунке 6 должна быть нарисована без отрыва карандаша от бумаги так, чтобы ни одна из линий не была проведена дважды. Если начать с точки P, то закончить придется в точке

(*A*) U; (*B*) T; (*C*) R; (*D*) Q; (*E*) P.

13. Один из следующих графиков изображает решение в действительных числах неравенства $5-2x \leqslant 11$. Это —



14. Разделив число x на 6, получим остаток 3. Тогда остаток от деления $3x$ на 6 равен

(*A*) 4; (*B*) 3; (*C*) 2; (*D*) 1; (*E*) 0.

15. Если $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{n} + 1$, то n равно

(*A*) $\frac{12}{5}$; (*B*) $\frac{5}{12}$; (*C*) $\frac{12}{11}$; (*D*) $\frac{11}{12}$; (*E*) 5.

16. Среднее десяти чисел равно 20. Если одно из чисел убрать, среднее оставшихся будет равно 19. Убранное число равно

(*A*) 10; (*B*) 19; (*C*) 20; (*D*) 29; (*E*) 39.

17. Если $(a, b) \square (c, d) = ac+bd$ и $(x, 3) \square \square (-2, 5) = 3$, то x равно

(*A*) -9; (*B*) -6; (*C*) $\frac{9}{5}$; (*D*) $\frac{13}{3}$; (*E*) 6.

18. На рисунке 7 радиус большего круга вдвое больше радиуса меньшего круга. Отношение площадей заштрихованной и незаштрихованной фигур равно

(*A*) 2:1; (*B*) 3:1; (*C*) 4:1; (*D*) 5:1; (*E*) 1:1.

19. Выражение

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{\ }\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{6}{7} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{7}{8} + \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{8}{9} + \frac{1}{10}\right)$$

равно

(*A*) $7\frac{1}{10}$; (*B*) 8; (*C*) $8\frac{1}{2}$; (*D*) $8\frac{1}{10}$; (*E*) $9\frac{1}{2}$.

20. Если $x:y=3:2$ и $x+3y=27$, то меньшее из чисел x и y равно

(*A*) 3; (*B*) $\frac{54}{11}$; (*C*) 6; (*D*) 9; (*E*) 18.

Часть C

(по 6 очков за задачу)

21. У данной трапеции (рис. 8) три стороны равны, а основание на 2 единицы меньше суммы остальных трех сторон. Если расстояние между параллельными сторонами 5 единиц, то площадь трапеции (в квадратных единицах) равна

(*A*) 5; (*B*) 35; (*C*) 45; (*D*) 125; (*E*) 185.

22. Если произведение $(4^5)(5^{13})$ записано одним числом, то количество цифр в нем равно

(*A*) 12; (*B*) 13; (*C*) 16; (*D*) 17; (*E*) 18.

23. Бетти навестила свою подругу Кейт и затем вернулась домой той же дорогой. Она всегда ходит со скоростью 2 км/ч, когда поднимается в гору, 6 км/ч, когда идет под гору, и 3 км/ч по ровному месту. Если ее прогулка заняла 6 часов, то общее расстояние, которое она прошла (в километрах) равно

(*A*) 9; (*B*) 12; (*C*) 18; (*D*) 22; (*E*) 36.

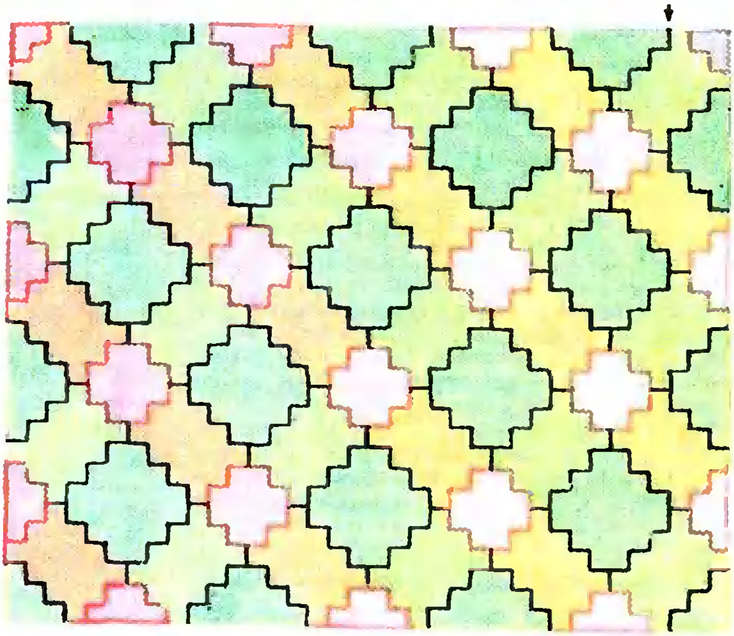
24. Куб с ребром 10 разрезан на две части секущей плоскостью, содержащей точки A, B, C (рис. 9). Объем меньшей части равен

(*A*) $200\sqrt{2}$; (*B*) $100\sqrt{2}$; (*C*) $333\frac{1}{3}$; (*D*) 250; (*E*) $166\frac{2}{3}$.

25. Рассмотрим все возможные трехзначные числа, содержащие только нечетные цифры. Сумма всех этих чисел равна

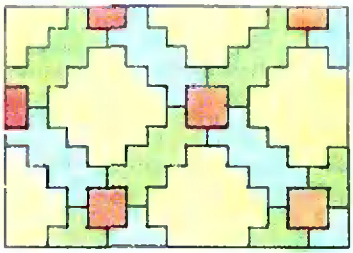
(*A*) 69 375; (*B*) 19 375; (*C*) 625^3; (*D*) 78 125; (*E*) 125.

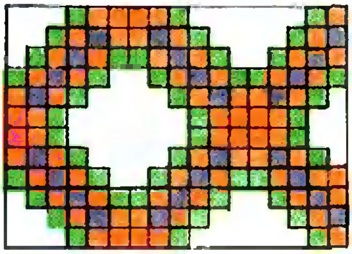
Алгоритм «Стежок»

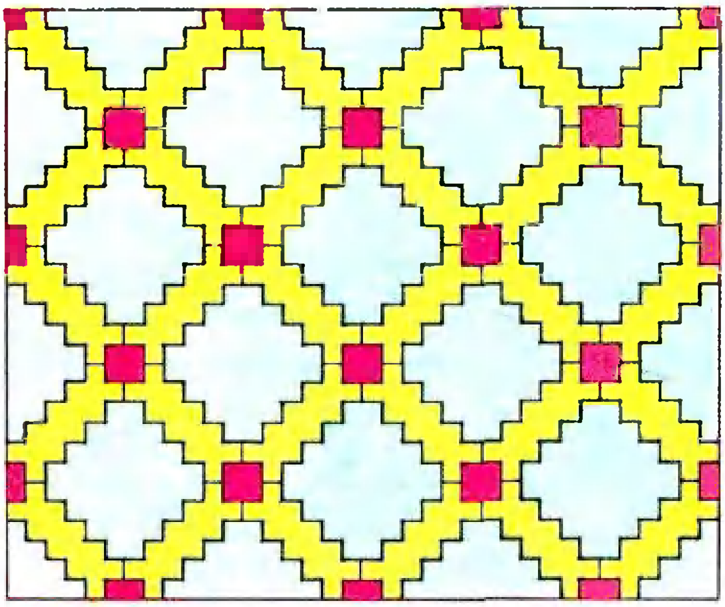


Этот алгоритм сочетает в себе простоту и изящество. Он удивительно прост в реализации, но порождает красивые и разнообразные структуры — орнаменты.

Суть алгоритма в следующем. Нарисуем на клетчатой бумаге прямоугольник размером $m \times n$ клеток. Выбрав какой-нибудь узел решетки на нижней стороне прямоугольника, проведем отрезок по стороне клеточки вверх до следующего узла, затем — вправо, потом — опять вверх и так далее. Если мы добрались до границы прямоугольника и нет возможности проложить «стежок» в нужную сторону, прокладываем его в противоположном направлении (нельзя двигаться вверх — пойдем вниз, нельзя вправо — пойдем влево). Процесс продолжается до тех пор,







пока не произойдет «зацикливание», т. е. повторный выход на уже проложенный «стежок».

Таким способом можно «вышивать» не только прямоугольные «коврики», но и фигуры более сложных очертаний (попробуйте придумать примеры). Можно ли получить интересные орнаменты, если менять длину «стежка», количество шагов по разным направлениям, порядок и способ изменения направлений?

Попробуйте составить программу для ЭВМ, реализующую этот алгоритм.

А. Жуков

Варианты вступительных экзаменов

Государственная академия нефти и газа им. И. М. Губкина

Математика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$\frac{a-9/16}{\sqrt{a}-0{,}75}-\frac{a\sqrt{a}-27/64}{a+0{,}75\sqrt{a}+9/16}.$$

2. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\sqrt{3(11-x)}>5-x.$$

3. Сумма 7-го и 16-го членов арифметической прогрессии равна 11. Найдите сумму первых 22 членов прогрессии.

4. Решите уравнение

$$|-x^2-16|=8x.$$

5. Решите уравнение

$$3^{x+1}-3^x=54.$$

6. Вычислите

$$\log_{81}4+\log_9(3/2).$$

7. Вычислите

$$\cos 92^\circ\cos 2^\circ+0{,}5\sin 4^\circ+1.$$

8. Найдите (в градусах) наибольший отрицательный корень уравнения

$$\operatorname{tg}(55^\circ+x)+\operatorname{tg}(35^\circ-x)=2.$$

9. К параболам $y=x^2+5x+8$ и $y=x^2+7x+12$ проведена общая касательная. Найдите абсциссу середины отрезка, соединяющего точки касания.

10. Сколько целых чисел входит в область решений неравенства

$$1+\log_{0{,}25}\log_{39}x+\log_{0{,}5}\log_{\sqrt{39}}x>0?$$

11. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно $\sqrt{6}$, радиус окружности, описанной около основания, равен $\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды.

12. В треугольнике ABC из вершины B проведены высота BD и биссектриса BL. Найдите площадь треугольника BLD, если известны длины сторон треугольника ABC: $AB=6{,}5$, $BC=7{,}5$, $AC=7$.

Вариант 2

1. Упростите выражение и вычислите при $a=1/17$, $c=1+\sqrt{7}$:

$$\left(\frac{\sqrt[3]{3}\,c^2}{\sqrt[3]{3}\,ac-a^2}-\frac{a}{\sqrt[3]{3}\,c-a}\right)\frac{a}{a+\sqrt[3]{3}\,c}.$$

2. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\sqrt{3(x+9)}>3+x.$$

3. Сумма 9-го и 21-го членов арифметической прогрессии равна 16. Найдите 15-й член этой прогрессии.

4. Решите уравнение

$$0{,}6|x-0{,}3|=x^2+0{,}27.$$

5. Решите уравнение

$$(\sqrt{13})^{x+10}:8^{x+10}=\frac{13}{64}.$$

6. Вычислите

$$\log_{2^7\sqrt{2}}\sqrt[10]{8}.$$

7. Вычислите

$$\frac{\sin^2 190^\circ-\cos^2 10^\circ}{4\cos 20^\circ}.$$

8. В правильной четырехугольной пирамиде боковая грань составляет с плоскостью основания угол $\pi/3$. Радиус окружности, вписанной в основание пирамиды, равен $\sqrt{3}$. Найдите объем пирамиды.

9. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат, касательной к кривой $y=3x(108-x^2)$, проведенной в точке максимума, и касательной к этой же кривой, проведенной в точке с абсциссой $x=4$.

10. Сколько целых чисел входит в область решений неравенства

$$\log_3\left(\frac{4x-9}{2x+5}+1{,}5\right)<1?$$

11. Найдите (в градусах) наименьший положительный корень уравнения

$$\sin x\,(4\cos x+3\sqrt{6})+3\sqrt{6}\cos x+8=0.$$

12. Внутри параллелограмма расположены две одинаковые окружности радиусом 6, каждая из которых касается боковой стороны параллелограмма, обоих оснований и второй окружности. Боковая сторона делится точкой касания в отношении 9:4. Найдите площадь параллелограмма.

Физика

Письменный экзамен

В каждом варианте 4 задачи из 12 были относительно более сложными и при подсчете баллов оценивались в 2 раза «дороже». Такие задачи здесь отмечены звездочками.

Вариант 1

1. Автомобиль, двигаясь равномерно со скоростью $v=45$ км/ч, в течение $t_1=10$ с прошел путь такой же, как автобус, двигавшийся в том же направлении с постоянной скоростью, за время $t_2=15$ с. Какова их относительная скорость (в км/ч)?

2. Лифт при разгоне и при торможении движется с одним и тем же по модулю ускорением. Чему равна его величина (в м/с^2), если вес человека, находящегося в лифте, в первом и втором случаях отличается в $\alpha=3$ раза?

3*. Первое тело массой $m_1=2$ кг, движущееся со скоростью $v=1$ м/с, налетает на второе тело массой $m_2=6$ кг, покоящееся на горизонтальной поверхности. Сила, возникающая при взаимодействии тел, линейно возрастает от нуля до величины $F=10$ Н за время $\tau=0{,}1$ с, а затем линейно убывает до нуля за такое же время. Во сколько раз скорость первого тела после удара будет больше скорости второго тела? Удар центральный.

4. Груз начинают поднимать вертикально вверх с постоянным ускорением. Во сколько раз работа, совершенная за первую секунду движения, меньше работы за следующую, вторую секунду?

5*. Две стороны проволочной рамки, имеющей форму равностороннего треугольника со стороной $l=1$ м, сделаны из алюминиевой проволоки, а третья — из медной такого же диаметра. На каком расстоянии (в см), отсчитываемом от середины медной проволоки в направлении перпендикуляра к ней, находится центр тяжести системы? Плотность медной проволоки в 3 раза больше плотности алюминиевой.

6. Из сосуда откачали некоторое количество воздуха и закрыли его пробкой. Затем сосуд опустили в воду горлышком вниз на глубину $h=1$ м и пробку вынули. Сосуд заполнился на $\alpha=9/10$ своего объема. Каково было давление (в кПа) в сосуде после откачки? Атмосферное давление $p_0=100$ кПа, плотность воды $\rho=1000$ кг/м^3*).

*) Здесь и далее ускорение силы тяжести принять равным $g=10$ м/с^2.

7. Газ, совершающий цикл Карно в тепловой машине, отдает холодильнику $\eta=40\,\%$ количества теплоты, полученного от нагревателя. Чему равна при этом температура (в К) нагревателя, если температура холодильника $t_х=27\ ^\circ$C?

8*. Два одинаковых небольших шарика, имеющих одинаковые заряды $q=400$ нКл, соединены легкой пружиной и находятся на гладкой горизонтальной поверхности. Шарики колеблются так, что расстояние между ними меняется от l до $4l$. Найдите жесткость пружины (в Н/м), если ее длина в свободном состоянии равна $2l=4$ см. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона равен $k=9\cdot10^9$ м/Ф. (Пружина незаряжена и электроизолирована от шариков.)

9. На сколько одинаковых частей нужно разрезать однородный проводник сопротивлением $R=36$ Ом, чтобы, соединив эти части параллельно, получить сопротивление $r=1$ Ом?

10*. Электронно-лучевую трубку с отключенной управляющей системой помещают в однородное магнитное поле, перпендикулярное скорости движения электронов. При этом след пучка электронов на экране, удаленном на $l=14$ см от места вылета электронов, смещается на $d=2$ см. Какова скорость (в км/с) электронов, если индукция магнитного поля $B=25$ мкТл? Удельный заряд электрона $e/m=1{,}8\cdot10^{11}$ Кл/кг.

11. В колебательном контуре параллельно конденсатору присоединили другой конденсатор емкостью в $\alpha=3$ раза большей, после чего частота колебаний контура уменьшилась на $\Delta\nu=300$ Гц. Найдите первоначальную частоту колебаний контура.

12. При увеличении частоты падающего на металл света в $m=2$ раза задерживающее напряжение для фотоэлектронов увеличивается в $n=5$ раз. Частота первоначально падающего света $\nu=5\cdot10^{14}$ Гц. Определите длину волны (в нм) света, соответствующую красной границе для этого металла. Скорость света в вакууме $c=3\cdot10^8$ м/с.

Вариант 2

1. Мяч брошен с некоторой высоты вертикально вниз со скоростью $v_0=5$ м/с. Какова средняя скорость движения мяча за первые $t=4$ с движения?

2*. На тонкой нити подвешен шарик массой $m=\sqrt{3}$ кг. Нить приводят в горизонтальное положение и отпускают. Чему будет равно натяжение нити в тот момент, когда ускорение шарика будет направлено горизонтально?

3. Из винтовки массой $m=5$ кг производится выстрел. Во сколько раз больше будет скорость отдачи винтовки, не прижатой к плечу стрелка, по сравнению со скоростью отдачи в случае, когда стрелок крепко прижимает винтовку к плечу? Масса стрелка $M=80$ кг.

4*. Теплоход тянет баржу со скоростью $v_1=9$ км/ч. При этом натяжение буксирного каната $T=120$ кН, а мощность двигателя $N=400$ кВт. Какова будет скорость (в км/ч) буксира, если он будет плыть без баржи при такой же мощности двигателя? Силу сопротивления воды считать прямо пропорциональной скорости движения.

5. Тонкая однородная палочка шарнирно укреплена за верхний конец. Нижняя часть палочки погружена в воду, причем равновесие достигается тогда, когда палочка расположена наклонно к поверхности воды и в воде находится половина палочки. Какова плотность материала, из которого сделана палочка? Плотность воды $\rho_в=1000$ кг/м^3.

6. Газ находится в вертикальном цилиндре под поршнем массой $m=5$ кг. Какой массы груз надо положить на поршень, чтобы он остался в прежнем положении, когда абсолютная температура газа будет увеличена в $\alpha=2$ раза? Атмосферное давление $p_0=100$ кПа, площадь поршня $S=10$ см^2.

7. В изотермическом процессе газ совершил работу $A=1000$ Дж. На сколько увеличится внутренняя энергия этого газа, если ему сообщить количество теплоты, вдвое большее, чем в первом процессе, а процесс проводить изохорически?

8. Два одинаковых положительных заряда находятся на некотором расстоянии друг от друга. Во сколько раз увеличится сила, действующая на один из зарядов, если на середине прямой, соединяющей заряды, поместить третий, такой же по величине, но противоположный по знаку заряд? (Заряды считать точечными.)

9*. В сеть включены параллельно электрические чайник и кастрюля, потребляющие мощности $P_1=300$ Вт и $P_2=600$ Вт соответственно. Вода в них закипает одновременно через $\tau=20$ мин. На сколько минут позже закипит вода в кастрюле, чем в чайнике, если их включить в ту же сеть последовательно?

10. Ток силой $I_1=4$ А, протекающий по контуру, создает магнитный поток

$\Phi_1=0,1$ мВб. Ток равномерно уменьшается до $I_2=2$ А за время $\tau=0,002$ с. Найдите величину ЭДС самоиндукции (в мВ), которая возникает в контуре в этом случае.

11. При включении первичной обмотки трансформатора в сеть переменного тока во вторичной обмотке возникает напряжение $U_1=30$ В. При включении в эту же сеть вторичной обмотки на клеммах первичной возникает напряжение $U_2=120$ В. Во сколько раз число витков первичной обмотки больше числа витков вторичной обмотки?

12*. На рассеивающую линзу падает сходящийся пучок лучей. После прохождения через линзу лучи пересекаются в точке на главной оптической оси, отстоящей на $l=15$ см от линзы. Если линзу убрать, точка пересечения лучей переместится на $a=3$ см ближе к линзе. Каково фокусное расстояние (в см) линзы?

Публикацию подготовили
Л. Володина, Б. Писаревский

Московский авиационный технологический институт им. К. Э. Циолковского

Математика

Письменный экзамен

Вариант 1*)

1 (3). Решите уравнение

$$4^x+2^{x+2}-12=0.$$

2 (6). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_x y+\log_y x=\dfrac{5}{2}, \\ xy=27. \end{cases}$$

3 (6). Решите уравнение

$$\operatorname{ctg} x=\frac{\sin^2 x+\sin 2x-1}{\cos^2 x-\sin 2x+1}.$$

4 (9). При каких значениях m неравенство

$$\frac{x^2+mx-1}{2x^2-2x+3}<1$$

выполняется для любых x?

*) В скобках после номера задачи указано количество баллов, присуждавшихся за ее полное решение.

5 (12). Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна 45, а сумма первых шести членов равна 189. Первый член арифметической прогрессии, все члены которой являются натуральными числами, равен первому члену геометрической прогрессии, сумма первых 11 членов арифметической прогрессии меньше 260, а сумма первых 19 членов больше 710. Найдите пятый член арифметической прогрессии.

6 (12). В равнобедренной трапеции $ABCD$ длина основания AD равна 14, а длина основания BC — 2. Окружность касается сторон AB, BC и CD, причем боковая сторона делится точкой касания в отношении 1:9, считая от меньшего основания. Найдите радиус окружности.

Вариант 2

1 (3). Решите уравнение

$$|2-x|=5-4x.$$

2 (6). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^x+2^{y+1}=7, \\ 2y+2-\log_2(9^x+7)=0. \end{cases}$$

3 (6). Решите уравнение

$$(\sin x+\cos x)^4+(\sin x-\cos x)^4=$$
$$=3-\sin 4x.$$

4 (9). При каких значениях a корни уравнения

$$x^2-(3a+1)x+(2a^2+4a-6)=0$$

меньше -1?

5 (12). Из города A в город B, находящийся на расстоянии 210 км от A, с постоянной скоростью v выходит автобус. Через 30 мин вслед за ним из A со скоростью 80 км/ч выезжает автомобиль, который, догнав автобус, поворачивает обратно и движется с прежней скоростью. Определите все те значения v, при которых автомобиль возвращается в город A позднее, чем автобус приходит в город B.

6 (12). В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB проведена полуокружность радиусом 2, центр которой лежит на стороне AC и которая касается сторон AB и BC. Полуокружность радиусом 1 касается этой полуокружности и стороны AB, а центр ее также лежит на стороне AC. Найдите длины сторон треугольника.

Физика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Газ находится в сосуде при давлении $p_1=2$ МПа и температуре $t_1=27$ °С. После нагревания на $\Delta t=50$ °С в сосуде осталась только половина газа (по массе). Определите установившееся давление.

2. К батарейке с ЭДС $\mathcal{E}=3$ В подключили резистор сопротивлением $R=20$ Ом. Напряжение на резисторе оказалось равным $U=2$ В. Определите ток короткого замыкания.

3. Какую работу необходимо совершить, чтобы вывести на круговую орбиту, проходящую вблизи поверхности Земли, спутник массой $m=500$ кг? Радиус Земли $R=6400$ км.

4. В колебательном контуре происходят свободные гармонические колебания. Зная, что максимальный заряд конденсатора $q_m=1$ мкКл, а максимальный ток в контуре $I_m=10$ А, определите собственную частоту колебаний контура.

5. Мячик брошен горизонтально с высоты $h=20$ м со скоростью $v=10$ м/с. Упав на землю и отразившись от нее, мячик ударился о вертикальную стенку, расположенную на расстоянии $l=35$ м по горизонтали от места бросания. Все удары упругие. Определите максимальную высоту подъема мяча после удара о стенку и место его второго падения на землю.

6. Оптическая система состоит из двух линз с фокусным расстоянием $F=30$ см каждая, расположенных на расстоянии $l=15$ см друг от друга. При каких положениях предмета система дает мнимое изображение?

Вариант 2

1. Свободные заряды $q_1=4$ нКл и $q_2=-1$ нКл находятся на расстоянии $l=1$ м друг от друга. Где и какой заряд нужно поместить, чтобы вся система зарядов находилась в равновесии?

2. Отражающая поверхность зеркала составляет с плоскостью стола угол $\alpha=135°$. По направлению к зеркалу по столу катится шар со скоростью $v=2$ м/с. В каком направлении и с какой скоростью движется изображение шара?

3. Минимальное время разгона автомобиля до скорости $v=72$ км/ч при трогании с места равно $t=5$ с. Найдите коэффициент трения между колесами и дорогой и наименьший тормозной путь автомобиля, набравшего эту скорость, до остановки.

4. В откачанный и герметически закрытый сосуд емкостью $V=10$ л поместили $m=5$ г воды, после чего сосуд прогрели до $t=100$ °С. Какая масса воды испарилась? Молярная масса воды $M=18\cdot10^{-3}$ кг/моль, универсальная газовая постоянная $R=8{,}31$ Дж/(моль·К).

5. Гвоздь длиной $l=80$ мм забит в доску шестью ударами молотка массой $m=0{,}5$ кг. Какая сила необходима для вытаскивания гвоздя из доски, если скорость молотка непосредственно перед ударом равна $v=2$ м/с? Массой гвоздя можно пренебречь.

6. Груз массой $m=0{,}2$ кг, подвешенный на пружине жесткостью $k=20$ Н/м, лежит на подставке так, что пружина не деформирована. Подставку убирают. Запишите закон движения груза и найдите его максимальную скорость.

Публикацию подготовили
Р. Ведерников, М. Либерзон, А. Симонов

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

Математика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Один рабочий взялся выполнить заказ за 16 дней при условии, что в течение 9 дней ему будет помогать второй рабочий. Если бы этот заказ был поручен каждому рабочему отдельно, то для его выполнения первому потребовалось бы на 7 дней больше, чем второму. За сколько дней каждый из них может выполнить заказ?

2. Найдите все решения уравнения

$$\sin 3\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\sin\left(5x+\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}\cos 4x,$$

принадлежащие отрезку $[\pi/2;\ \pi]$.

3. Решите уравнение

$$\frac{\lg(3x^2-9x+7)}{\lg(x-1)}=2.$$

4. Решите неравенство

$$\frac{15}{2-5^x}+5^x<0.$$

5. Найдите все значения параметра a, при которых система уравнений

$$\begin{cases} x+\sqrt{y}=1, \\ a+3-\sqrt{y}=\frac{1}{2}(a-x)^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

6. Основанием пирамиды $SABCD$ служит прямоугольник со сторонами $AB=4$ и $AD=12$. Какую наименьшую площадь может иметь сечение пирамиды плоскостью, проходящей через вершину S, центр симметрии основания O и точку N, лежащую на ребре BC, если $SA=3$, $SB=5$ и $SO=7$? На какие части делит точка N ребро BC в этом случае?

Вариант 2

1. Два автомобиля должны были перевезти некоторый груз в течение 20 ч. Однако работу смог начать только один автомобиль; до прибытия второго автомобиля он перевез 80 % груза. Остальное перевез второй автомобиль, и весь груз был перевезен таким образом за 36 ч. Сколько времени нужно было бы каждому автомобилю в отдельности для перевозки всего груза?

2. Решите уравнение

$$\sin 3x - \sin 7x = \sqrt{3}\cos 5x.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{1+\log_2(6x+5)}{2+\log_2(x+1)}=2.$$

4. Решите неравенство

$$5\cdot 2^{2x+1}-21\cdot 10^x>2\cdot 5^{2x+1}.$$

5. Найдите все значения параметра a, при которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x+y=a, \\ 2+\log_2 y=\log_2\left(1+\frac{2}{x}\right) \end{cases}$$

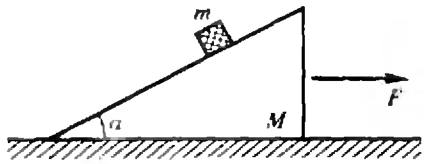
имеет решение.

6. Правильная треугольная пирамида, вписанная в сферу радиуса R, пересекается плоскостью, проходящей через медианы боковой грани и основания, выходящие из одной вершины. При какой высоте пирамиды площадь сечения пирамиды этой плоскостью будет наибольшей?

Физика

Задачи устного экзамена

1. Гимнаст висит на канате, перекинутом через блок. К другому концу каната привязан противовес массой m. В начальный момент система покоилась. Затем гимнаст стал скользить по канату вниз. В момент времени t скорость противовеса была больше скорости человека относительно земли на величину v. Пренебрегая массой каната и блока, найдите силу трения, возникающую при спуске гимнаста. Масса гимнаста M.



2. На гладкой горизонтальной поверхности находится призма массой M с углом α, а на ней — брусок массой m (см. рисунок). Коэффициент трения между призмой и бруском μ ($\mu>\operatorname{tg}\alpha$). В момент $t=0$ на призму начала действовать горизонтальная сила, зависящая от времени по закону $F=bt$, где b — постоянная. Найдите путь, пройденный призмой до момента начала скольжения бруска по призме.

3. Один конец каната удерживают на некоторой высоте, а второй его конец касается земли. В момент времени $t=0$ канат отпускают, и он начинает свободно падать. Определите силу давления каната на землю как функцию времени. Масса единицы длины каната Δm.

4. В закрытом сосуде находится идеальный газ. Как изменится его давление, если средняя скорость его молекул увеличится на 20 %?

5. В сосуде находится озон при температуре $t_1=527$ °C. Через некоторое время он полностью превращается в кислород, а температура в сосуде падает до $t_2=127$ °C. На сколько процентов изменилось при этом давление газа?

6. Небольшой шарик массой $m=21$ г, подвешенный на нерастяжимой изолирующей нити на высоте $h=12$ см от большой горизонтальной проводящей плоскости, совершает малые колебания. После того как ему сообщили некоторый заряд q, период колебаний изменился в $n=2$ раза. Найдите q.

7. Тонкое проволочное кольцо радиусом R имеет электрический заряд $+Q$. Как будет двигаться точечное тело массой m, имеющее заряд $-q$, если в начальный момент оно покоилось в некоторой точке на оси кольца на расстоянии $x\ll R$ от его центра? Кольцо неподвижно.

8. Между предметом и экраном, положения которых неизменны, помещают тонкую собирающую линзу. Перемещая линзу, находят два положения, при которых линза дает на экране четкое изображение предмета. Найдите поперечный размер предмета, если при одном положении линзы размер изображения h_1, а при другом h_2.

9. Каким импульсом обладает электрон, движущийся со скоростью $v=0{,}8\ c$?

10. Определите период полураспада радона, если за $t=1$ сутки из $N_0=10^6$ атомов распадается $\Delta N=175\,000$ атомов.

Публикацию подготовили
Л. Паршев, Ю. Струков

Московский институт электронной техники

Математика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Вычислите
$$\frac{\sqrt{3}}{\sin 100^\circ}+\frac{1}{\cos 260^\circ}.$$

2. Решите уравнение
$$\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x=1.$$

3. Решите уравнение
$$\log_2(x-4)-\log_4 x=0{,}5.$$

4. Решите неравенство
$$2^{x+1}-4^x<1.$$

5. Двое рабочих вместе выполняют некоторую работу за 20 дней. За сколько дней выполнит ту же работу первый рабочий, работая один, если производительность труда второго рабочего на 5 % выше, чем первого?

6. Дан правильный 30-угольник $A_1A_2\ldots A_{30}$ с центром O. Найдите угол между прямыми OA_3 и A_1A_4.

7. В геометрической прогрессии b_1, b_2, ..., b_{10} $b_1b_2=2^{2/9}-1$, $b_9b_{10}=4-2^{16/9}$. Найдите сумму $b_1b_2+b_2b_3+\ldots+b_9b_{10}$.

8. Решите неравенство
$$\frac{3}{|x|}\leqslant\frac{x}{3}+2.$$

9. Три хорды шара, исходящие из одной точки на его поверхности, равны a, углы между хордами равны 60°. Найдите радиус шара.

10. При каких a уравнение $2^x+2^{3-2x}=a$ имеет хотя бы одно решение?

11. Докажите признак перпендикулярности двух плоскостей.

12. Докажите, что произведение четного числа нечетных функций является четной функцией.

Вариант 2

1. Вычислите
$$\cos^2 4^\circ+\cos^2 26^\circ-\sqrt{3}\cos 4^\circ \sin 64^\circ.$$

2. Решите уравнение
$$\operatorname{tg} x=\operatorname{ctg} 4x.$$

3. Решите уравнение
$$18^x=2\cdot 6^x+3\cdot 2^x.$$

4. Решите неравенство
$$\log_x 2+\log_2 x\leqslant 2{,}5.$$

5. Сумма двух чисел больше их разности на 50 %. На сколько процентов сумма квадратов этих чисел больше их произведения?

6. Площадь круга, вписанного в ромб, равна половине площади ромба. Найдите синус угла при вершине ромба.

7. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна S_1, сумма следующих трех членов равна S_2. Найдите сумму 10-го, 11-го и 12-го членов прогрессии.

8. Решите неравенство
$$|x^2+4x|\geqslant 1-2x.$$

9. Тело состоит из двух конусов, имеющих общее основание и расположенных по разные стороны от плоскости основания. Найдите объем шара, вписанного в тело, если радиусы оснований конусов равны 1, а высоты 1 и 2.

10. При каких a уравнение
$$x^3+\frac{48}{x}=a$$
имеет хотя бы одно решение?

11. Выведите формулу корней квадратного уравнения.

12. Докажите, что сумма квадратов диагоналей трапеции равна сумме квадратов боковых сторон с удвоенным произведением оснований.

Физика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Через какое время скорость тела, которому сообщили направленную вверх по наклонной плоскости скорость, равную v, снова будет равна v? Коэффициент трения μ, наклонная плоскость образует с горизонтом угол α ($\operatorname{tg}\alpha>\mu$), ускорение свободного падения g. В течение всего времени движения тело находится на наклонной плоскости.

движения тело находится на наклонной плоскости.

2. Бутылка, наполненная газом, плотно закрыта легкой пробкой с площадью сечения $S=2,5$ см^2. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы пробка вылетела из бутылки, если сила трения, удерживающая пробку, $F=12,5$ Н? Начальное давление газа в бутылке и наружное давление одинаковы и равны $p_0=100$ кПа, а начальная температура $t_0=3$ °С.

3. Проводящий шар радиусом $R=1$ м равномерно заряжен по поверхности зарядом $Q=1$ нКл. Каково минимальное расстояние между точками A и B такими, что $\varphi_A-\varphi_B=-1$ В? Какая из точек находится ближе к центру шара? Электрическая постоянная $\varepsilon_0=8,85\times$ $\times10^{-12}$ Кл^2/(Н · м^2).

4. Квант с длиной волны λ вырывает с поверхности металла фотоэлектрон, который описывает в однородном магнитном поле с индукцией B окружность радиусом R. Найдите работу выхода электрона из металла. Масса электрона m, элементарный заряд e, постоянная Планка h, скорость света в вакууме c.

5. На дне сосуда, заполненного водой, лежит плоское зеркало (рис. 1). Человек, наклонившись над сосудом, видит изображение A' своего глаза A в зеркале на расстоянии $d=25$ см. Расстояние от глаза до поверхности воды $h=5$ см. Показатель преломления воды $n=4/3$. Определите глубину жидкости в сосуде.

6. Космический корабль, находящийся на околосолнечной орбите, раскрывает солнечный парус площадью 100 км^2. Найдите максимальную силу давления солнечного излучения на идеально отражающий парус, считая для простоты солнечное излучение монохроматическим. Интенсивность солнечного излучения вблизи паруса $I=1,4$ кВт/м^2. Скорость света в вакууме $c=3\cdot10^8$ м/с. Энергия E фотона связана с его импульсом p соотношением $E=pc$.

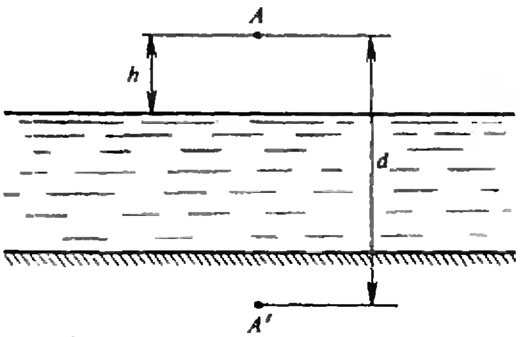


Рис. 1.

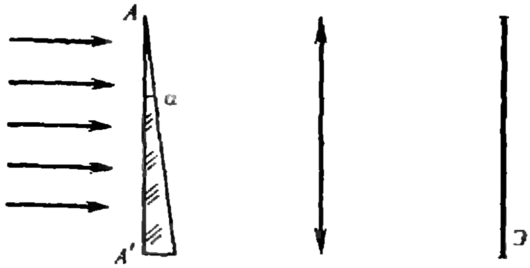


Рис. 2.

Вариант 2

1. Тело брошено со скоростью $v=150$ м/с под углом $\alpha=\mathrm{arctg}\,(2\sqrt{2})$ к горизонту. За полетом тела наблюдают в оптическую трубу, установленную в точке бросания, при этом ось трубы в любой момент времени направлена на движущееся тело. Через какое время скорость тела будет перпендикулярна оси трубы? Считайте $g=10$ м/с^2.

2. Лазер излучает световые импульсы с энергией $W=0,1$ Дж. Частота повторения импульсов $\nu=10$ Гц. КПД лазера, определяемый отношением излучаемой энергии к потребляемой, составляет $\eta=0,01$. Какой объем воды нужно прокачать за $\tau=1$ ч через охлаждающую систему лазера, чтобы вода нагрелась не более чем на $\Delta t=10$ °С? Удельная теплоемкость воды $c=4190$ Дж/(кг · К).

3. Заряд равномерно распределен по поверхности проводящего шара с поверхностной плотностью σ. Найдите напряженность поля в точке, находящейся от поверхности шара на расстоянии, равном его диаметру. Электрическая постоянная равна ε_0.

4. От генератора с ЭДС $\mathcal{E}=250$ В и внутренним сопротивлением $r=0,1$ Ом необходимо протянуть к потребителю двухпроводную линию длиной $L=100$ м. Какая масса алюминия пойдет на изготовление линии, если максимальная мощность потребителя $P=22$ кВт, и он рассчитан на напряжение $U=220$ В? Удельное сопротивление алюминия $\rho=2,8\cdot10^{-8}$ Ом · м, плотность алюминия $\delta=2,7$ г/см^3.

5. На клин с малым углом $\alpha=1°$ и показателем преломления $n=1,5$ нормально к его поверхности AA' падает параллельный пучок света (рис. 2). За клином расположена собирающая линза с фокусным расстоянием $F=180$ см. Грань AA' перпендикулярна главной оптической оси линзы. В фокальной плоскости линзы находится экран $Э$. На сколько сместится светлая точка на экране, если клин убрать?

6. При единичном акте деления ядра урана выделяется энергия $W=200$ МэВ. За какой промежуток времени первоначальная загрузка урана $^{235}_{92}U$ в реакторе $m=10$ кг уменьшится на $\alpha=2\ \%$? Мощность реактора постоянна и равна $P=1$ МВт, 1 МэВ$=1{,}6\cdot10^{-13}$ Дж, постоянная Авогадро $N_A=6\cdot10^{23}$ 1/моль.

Публикацию подготовили
А. Берестов, И. Кожухов, В. Плис, А. Поспелов

Московский энергетический институт

Математика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$\frac{x^2+1}{(x-1)^{-1}-(x+1)^{-1}}-4^{-\log_2 3}\cdot x^4.$$

2. Найдите область определения функции

$$f(x)=\sqrt{\log_{\sqrt{7}}(x^2+3x+3)-2\log_{x^2+3x+3}7}.$$

3. Два велосипедиста выезжают одновременно из пункта A с различными постоянными скоростями и едут в пункт B. Достигнув его, они немедленно едут обратно. Первый велосипедист, ехавший быстрее второго, на обратном пути встретил второго на расстоянии 5 км от B. Достигнув A, первый велосипедист едет снова по направлению к B и, пройдя 40 % пути AB, встречает второго велосипедиста, возвращающегося из B. Найдите расстояние от A до B.

4. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{tg}\left(\frac{9\pi}{2}-x\right)-\operatorname{tg}x-2\operatorname{tg}2x+4\operatorname{tg}4x=8\cos^2 32x,$$

принадлежащие области определения функции

$$y=\log_{\pi x-2x^2}\operatorname{tg}4x.$$

5. Около правильной треугольной пирамиды с боковым ребром a описан шар. Найдите площадь поверхности шара и объем пирамиды, если боковое ребро пирамиды образует с плоскостью основания пирамиды угол α.

Вариант 2

1. Упростите выражения для $f(x)$ и найдите $f'(1)$, $f'(12)$, если

$$f(x)=\left(\frac{2x+\sqrt{3}}{2x\sqrt{3}-3}-\frac{x\sqrt{3}+4(1\ (x\sqrt{3})^{-1})}{2x^2\sqrt{3}+x-2\sqrt{3}}\right)\times$$
$$\times\left(x^2\sqrt{3}-(\sqrt{3})^{2-\log_3 4+4\log_9 x}\right).$$

2. Решите уравнение

$$x\cdot(2^x-1)=2^{x+1}-x\cdot(x-1)^2.$$

3. Числитель и знаменатель дроби — положительные целые числа, причем разность между знаменателем и кубом числителя равна 1. Если к числителю исходной дроби прибавить 1, а знаменатель оставить неизменным, то полученная дробь будет больше 1/8; если же к числителю исходной дроби прибавить число 3, а к знаменателю прибавить число 2, то полученная дробь будет меньше 1/4. Найдите исходную дробь.

4. Найдите все корни уравнения

$$2\sin^2\left(\frac{5\pi}{6}-x\right)+23\sin\left(\frac{25\pi}{6}+x\right)=12,$$

принадлежащие области определения функции

$$y=\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{2}-x\right).$$

5. Сумма объемов четырех одинаковых шаров равна половине объема пятого шара, а сумма площадей поверхностей первых четырех шаров на 10 м^2 больше половины площади поверхности пятого шара. Найдите радиус пятого шара.

Физика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Гармонические колебания. Амплитуда, период и частота колебаний. Колебания груза на пружине.

2. Можно ли в каком-либо процессе все подведенное к газу количество теплоты превратить в работу?

3. На какой глубине увидит изображение чернильного пятна, находящегося на стеклянной пластине толщиной d, человек, смотрящий на него прямо с противоположной стороны пластины (рис. 1)? Показатель преломления стекла n.

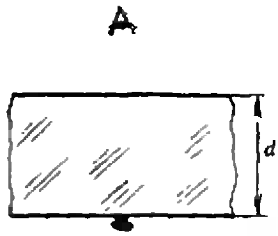


Рис. 1.

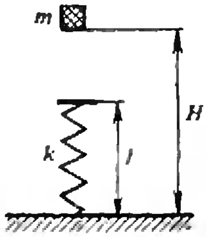


Рис. 2.

4. Цепь состоит из аккумулятора с внутренним сопротивлением $r=5$ Ом и нагрузки, сопротивление которой $R=15$ Ом. При подключении к нагрузке некоторого резистора сначала параллельно, а затем последовательно ток через этот резистор не меняется. Чему равно его сопротивление?

5. В вагоне поезда, идущего равномерно со скоростью $v=20$ м/с по горизонтальному закруглению радиусом $R=200$ м, производится взвешивание груза с помощью динамометра, подвешенного к потолку вагона. Масса груза $m=5$ кг. Определите результат взвешивания.

Вариант 2

1. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Реактивное движение.

2. Как надо соединить спирали двух нагревателей, опущенных в стакан с водой, чтобы вода быстрее закипела?

3. В U-образной трубке постоянного сечения находится ртуть. На сколько повысится уровень в правой части трубки, если в левую налить воды столько, чтобы она образовала столб высотой $H=13{,}6$ см? Плотность ртути $\rho=13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

4. Невесомая пружина жесткостью k и длиной l стоит вертикально на столе (рис. 2). С высоты H над столом на нее падает небольшой груз массой m. Какова максимальная скорость груза при его движении вниз? Трением можно пренебречь.

5. Конденсатор емкостью $C_1=3$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_1=100$ В, и конденсатор емкостью $C_2=4$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_2=50$ В, соединили параллельно разноименно заряженными обкладками. Определите заряды на каждом конденсаторе после соединения.

Публикацию подготовили
А. Касаткин, В. Прохоренко, М. Тимошин

Ответы, указания, решения

анные школьные задачи по физике

1. Эта задача иллюстрирует удобство применения понятия центра масс. Напомним, что ускорение центра масс любого тела массой m под действием внешних сил равно ускорению, которое под действием таких же сил приобрела бы материальная точка массой m. Применим это правило к внешнему отрезку веревки длиной x. В горизонтальной плоскости на него действует только одна сила — искомая сила натяжения T. Центр масс этого отрезка находится в его середине и движется по окружности радиусом $l-x/2$. Масса отрезка равна mx/l. Непосредственно из второго закона Ньютона получаем

$$T=(mx/l)\omega^2(l-x/2).$$

2. Второй брусок сдвинется в тот момент, когда сила упругости пружины станет равной силе трения:

$$kx=\mu mg,$$

где x — деформация пружины. Пусть в этот момент первый брусок останавливается (это соответствует минимальной начальной скорости). Тогда из закона сохранения энергии получаем

$$\frac{kx^2}{2}-\frac{mv^2}{2}=-\mu mgx,$$

откуда

$$v=\mu g\sqrt{3m/k}.$$

3. Предполагая, что вся выделившаяся при разрыве снаряда энергия E пошла на увеличение механической энергии системы, запишем

$$E=m_1v_1^2/2+m_2v_2^2/2-(m_1+m_2)v^2/2.$$

Чтобы определить начальную скорость v снаряда, запишем закон сохранения импульса в векторном виде:

$$(m_1+m_2)\vec{v}=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2$$

и воспользуемся теоремой косинусов (рис. 1):

$$(m_1+m_2)^2v^2=m_1^2v_1^2+m_2^2v_2^2+2m_1m_2v_1v_2\cos\alpha.$$

Учитывая, что $\alpha=60^\circ$, получаем

$$E=m_1m_2(v_1^2+v_2^2-v_1v_2)/(2(m_1+m_2))\approx65\text{ кДж}.$$

4. Если за начало отсчета времени принять тот момент, когда начинает двигаться второй шарик, то уравнения движения шариков до удара имеют вид

$$x_1=x_m\sin\omega t,\qquad x_2=x_m\cos\omega t,$$

где x_1 и x_2 — координаты шариков в произвольный момент времени t, x_m — амплитуда колебаний, ω — частота колебаний. В момент встречи $x_1=x_2$, откуда для первой встречи получаем $\omega t_1=\pi/4$, или $t_1=\pi/(4\omega)$. При упругом ударе одинаковых шариков они просто обмениваются скоростями, т. е. первый шарик будет далее двигаться по закону $x_1=x_m\cos\omega t$, а второй — по закону $x_2=x_m\sin\omega t$. Моменту второй встречи соответствует следующее по порядку решение уравнения $x_1=x_2$, т. е. $\omega t_2=\pi/4+\pi$, или $t_2=t_1+\pi/\omega$. Значит, интервал между первыми двумя, а также и всеми следующими последовательными соударениями равен

$$\tau=t_2-t_1=\pi/\omega=\pi\sqrt{l/g}\approx 1 \text{ с}.$$

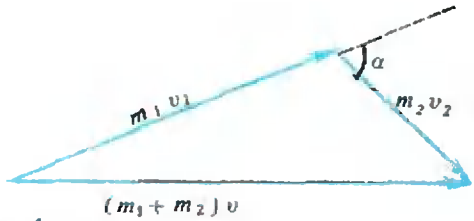


Рис. 1.

5. Если брусок не проскальзывает, то он вместе с доской совершает гармонические колебания. При этом его смещение и ускорение изменяются по законам

$$x=A\cos\omega t,\quad a=-\omega^2 A\cos\omega t,$$

где ω — частота колебаний. Ускорение бруска создается силой трения покоя, поэтому

$$F_{\text{тр п}}=ma=-m\omega^2A\cos\omega t,$$

где m — масса бруска. Но

$$F_{\text{тр п}}<\mu mg,$$

что приводит к условию

$$\omega^2<\mu g/A.$$

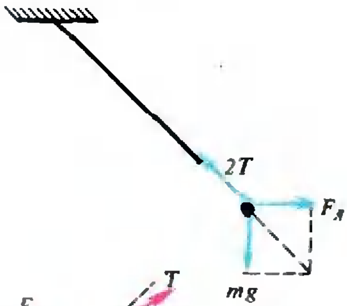


Рис. 2.

6. При включении тока на стержень будет действовать горизонтально направленная сила Ампера, равная

$$F_A=IBl.$$

В результате провода отклонятся от вертикали, и после того, как установится равновесие, натяжение каждого провода будет равно (см. рис. 2)

$$T=1/2\sqrt{(mg)^2+(IBl)^2}.$$

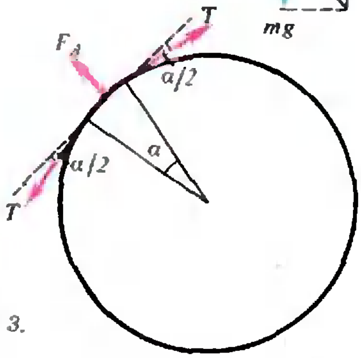


Рис. 3.

7. Из равновесия участка витка длиной $l=R\alpha$ (соответствующего малому центральному углу α) под действием сил натяжения T и силы Ампера F_A получим (см. рис. 3)

$$2T\alpha/2=F_A=IBR\alpha,\ \text{и}\ T=IBR.$$

8. Движение электрона можно представить в виде суммы двух движений: равномерного движения по окружности в плоскости XY, перпендикулярной направлениям полей $\vec{B}$ и $\vec{E}$, и равноускоренного движения в направлении оси Z под действием электрического поля. В проекциях на плоскость XY второй закон Ньютона имеет вид

$$ev_0B=mv_0^2/R,$$

откуда для периода обращения T получим

$$T=2\pi R/v_0=2\pi m/(eB).$$

Электрон вылетит из магнитного поля через время $t=T/2$. В этот момент проекция его скорости на ось Z будет равна

$$v_z=a_zt=eEt/m=\pi E/B,$$

а полная скорость —

$$v=\sqrt{v_0^2+v_z^2}=\sqrt{v_0^2+(\pi E/B)^2}.$$

Разумеется, написанные формулы верны лишь в том случае, если скорость электрона мала по сравнению со скоростью света.

9. После поворота виток придет в положение неустойчивого равновесия — при небольшом отклонении плоскости витка возникает момент сил, возвращающий его в положение устойчивого равновесия.

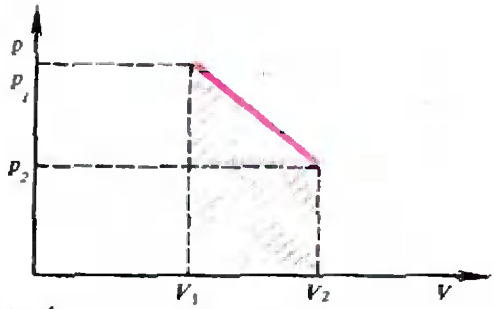


Рис. 4.

10. Однородное электрическое поле внутри проводника создается зарядами, которые появились на поверхности проводника под действием силы Лоренца в начале движения. Так как любой свободный заряд внутри проводника находится в равновесии, сила, действующая на заряд со стороны электрического поля, равна по модулю силе Лоренца:

$$qE=qvB,\ \text{и}\ E=vB.$$

При этом напряженность поля $\vec{E}$ направлена в сторону отрицательных значений оси Y.

11. На брусок со стороны воды действует сила Архимеда, равная

$$F_A=\rho_в gV=\rho_в gm/\rho_м$$

и направленная вертикально вверх. По третьему закону Ньютона на воду со стороны бруска действует такая же сила, но направленная вниз. Значит, на другую чашку весов надо положить груз массой

$$m_г=F_A/g=m\rho_в/\rho_м.$$

12. Скорость бруска с пулей сразу после неупругого соударения найдем из закона сохранения импульса

$$mv=(M+m)u,$$

а максимальную деформацию пружины из закона сохранения энергии

$$(M+m)u^2/2=kx_m^2/2$$

Отсюда находим искомую величину:

$$x_m=\frac{mv}{M+m}\sqrt{\frac{M+m}{k}}.$$

13. Как видно из условия, конечная температура газа равна начальной, т. е. внутренняя энергия газа не изменилась. Значит, подведенное к газу количество теплоты равно работе газа в этом процессе (см. рис. 4):

$$Q=A=(p_1+p_2)(V_2-V_1)/2=150\ Дж.$$

14. Из закона сохранения электрического заряда

$$2CU_0=\varepsilon CU+CU,$$

где C — первоначальная емкость каждого конденсатора, получаем, что напряжение станет равным

$$U=2U_0/(\varepsilon+1).$$

15. В соответствии с законом электромагнитной индукции, в кольце возникнет ЭДС индукции

$$\mathcal{E}=|\Delta\Phi/\Delta t|=B\pi R^2/\Delta t$$

(Δt — время выключения поля), и по кольцу потечет ток

$$I=\mathcal{E}/r=B\pi R^2/(r\Delta t).$$

Поскольку заряд связан с током соотношением $I=q/\Delta t$, получаем

$$q=I\Delta t=B\pi R^2/r.$$

Государственная академия нефти и газа им. И. М. Губкина

Математика

Вариант 1

1. 1,5. 2. 11. 3. 121. 4. 4. 5. 3. 6. 0,5. 7. 1. 8. — 10. 9. — 2. 10. 37. 11. 1,5. 12. 2,25.

Вариант 2

1. 1. 2. —9. 3. 8. 4. —0,3. 5. —8. 6. 0,01. 7. —0,25. 8. 12. 9. 2310,4. 10. 16. 11. 195. 12. 300.

Физика

Вариант 1

1. $v_{отн}=v(1-t_1)/t_2=15$ км/ч.
2. $a=g(\alpha-1)/(\alpha+1)=5$ м/с^2.
3. $v_1/v_2=m_1(v/(F\tau)-1/m_1)=3$.
4. $A_2/A_1=3$.
5. $x=l\sqrt{3}/10=17$ см.
6. $p=(1-\alpha)(p_0+\rho gh)=11$ кПа.
7. $T_н=T_х\cdot 100\%/\eta=750$ К.
8. $k_{пр}=kq^2/(2l^3)=90$ Н/м.
9. $n=\sqrt{R/r}=6$.
10. $v=(e/m)B(d^2+l^2)/(2d)=2250$ км/с.
11. $\nu=\Delta\nu/(1-1/\sqrt{1+\alpha})=600$ Гц.
12. $\lambda_{кр}=c(n-1)/(\nu(n-m))=800$ нм.

Вариант 2

1. $v_{ср}=v_0+gt/2=25$ м/с.
2. $T=mg\sqrt{3}=30$ Н.
3. $v_1/v_2=1+M/m=17$.
4. $v_2=v_1/\sqrt{1-v_1T/N}=18$ км/ч.
5. $\rho=0{,}75\rho_в=750$ кг/м^3.
6. $M=(\alpha-1)(m+p_0S/g)=15$ кг.
7. $\Delta U=2A=2000$ Дж.
8. $F_2/F_1=3$.
9. $\Delta\tau=\tau(P_1+P_2)^2(1/P_1^2-1/P_2^2)=135$ мин.
10. $\mathcal{E}=\Phi_1(1-I_2/I_1)\tau=25$ мВ.
11. $n_1/n_2=\sqrt{U_2/U_1}=2$.
12. $F=l(l/a-1)=60$ см.

Московский авиационный технологический институт им. К. Э. Циолковского

Математика

Вариант 1

1. 1. 2. (3, 9); (9, 3). 3. $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $\frac{\pi}{4}+\pi n$, $n\in Z$.
4. $-6<m<2$. 5. 19. 6. 2.

Вариант

1. 1. 2. (1, 1). 3. $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}(1\pm\sqrt{2})+\frac{\pi n}{2}$, $n\in Z$.
4. $a<-4$. 5. $v>60$ км/ч. 6. $AB=6\sqrt{2}$, $AC=8$, $BC=2\sqrt{2}$.

Физика

Вариант 1

1. $p_2=p_1(T_1+\Delta t)/(2T_1)=1{,}17$ МПа.
2. $I_{кз}=\mathcal{E}U/(R(\mathcal{E}-U))=0{,}3$ А.
3. $A=mgR/2=1{,}6\cdot 10^{14}$ Дж.
4. $\omega=I_0/q_m=10$[illegible] $с^{-1}$.
5. $h_{max}=h=20$ м, $x=2l-3v\sqrt{2h/g}=10$ м (от места бросания).
6. $d<F(F-l)/(2F-l)=10$ см (от первой линзы).

Вариант 2

1. Заряд $q=4$ нКл надо поместить на расстоянии $l=1$ м от заряда q_2 и на расстоянии $2l=2$ м от заряда q_1.
2. Вертикально вверх со скоростью $v=2$ м/с.
3. $\mu=v/(gt)=0{,}4$; $l_{min}=vt/2=50$ м.
4. Испарилась вся вода.
5. $F=6mv^2/l=150$ Н.
6. $x(t)=\frac{mg}{k}\left(1-\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)=0{,}1(1-\cos 10t)$; $v_m=g\sqrt{\frac{m}{k}}=1$ м/с.

[redacted]овский государственный технический [redacted]ерситет им. Н. Э. Баумана

Математика

Вариант 1

1. 28 дней, 21 день. 2. $5\pi/8$; $7\pi/8$; $3\pi/4$. 3. $3/2$. 4. $(\log_5 2;\ 1)$. Указание. Выполните замену $y=5^x$ и примените метод интервалов.

5. $a\in(-1;\ 5]\cup\{-5/4\}$. Указание. Пусть $t=\sqrt{y}$. Выразим x через t из первого уравнения системы. После подстановки во второе уравнение системы приходим к уравнению относительно t:

$$t^2+2at+(a-5)(a+1)=0. \qquad (*)$$

Исходная система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда только один корень уравнения (*) неотрицателен, т. е. при $(a-5)(a+1)<0$ один корень (*) положителен, другой — отрицателен, при $a=-1$ один из корней равен 0, другой положителен, при $a=5$ — один равен нулю, другой — отрицателен. При $D/4=0$, т. е. при $a=-5/4$ уравнение (*) также имеет один положительный корень.

6. $S_{\min}=42/\sqrt{13}$, $BN=102/13$, $NC=54/13$. Указание. Из условия следует, что углы SAO и SAB (см. рис. 5) — прямые, так что ребро SA перпендикулярно плоскости основания. При этом грань SAB является ортогональной проекцией сечения SMN. Следовательно, площадь сечения будет наименьшей, когда будет наименьшим угол α между плоскостями SMN и SAB. Пусть секущая плоскость пересекает плоскость ASB по прямой LT. Проведем $OE\perp AB$ и $EQ\perp LT$, тогда $\angle OQE=\alpha$. Мы должны найти положение точки N, при котором угол α будет наименьшим. Легко видеть, что это будет тогда, когда точка Q совпадает с S. (В самом деле, если $Q\neq S$, то $EQ<ES$ и $\angle OSE=\alpha_1>\alpha$.) Итак, секущая плоскость пересекает плоскость ASB по прямой, перпендикулярной SE.

Поскольку $SE=\sqrt{13}$, $\cos\alpha=\sqrt{13}/7$, искомая площадь равна $42/\sqrt{13}$. Для нахождения отрезка $AM=CN$ определите длину отрезка AK, а затем воспользуйтесь подобием треугольников MKA и NKB.

Вариант 2

1. 30 ч, 60 ч.
2. $\pi(2n+1)/10$; $\pi((-1)^{n+1}+3n)/6$, $n\in Z$.
3. $-0{,}5$. 4. $(-\infty;\ -1)$.
5. $a\in(-\infty;\ -4)\cup[9/4;\ +\infty)$.
6. $(\sqrt{33}-3)R/2$. Указание. Пусть AD — медиана основания, AE — медиана боковой грани ASC (см. рис. 6), H — высота пирамиды. Тогда $AO^2=H(2R-H)$ (почему?). Если $EF\perp AD$, то $OF=FD$, так как $OE=DE$. Последовательно выражая через R и H отрезки OD, EK и FK, находим, что $EF=\frac{1}{4}\sqrt{H(H+6R)}$, и, наконец,

$$S_{AED}=\frac{3}{16}\sqrt{-H^4-4H^3R+12H^2R^2}.$$

Исследуя на максимум подкоренное выражение (при $0<H<2R$), получаем ответ.

Физика

1. $F_{\text{тр}}=\frac{Mm}{M-m}\,\frac{v}{t}$.
2. $l=\frac{(M+m)^2g^3}{6b^2}\left(\frac{\mu\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}\right)^3$.
3. $F=3\Delta mg^2t^2/2$.
4. $\Delta p/p=0{,}44=44\ \%$.
5. $\frac{p_1-p_2}{p_1}=1-\frac{T_2}{T_1}\,\frac{M_1}{M_2}=0{,}25=25\ \%$, т. е. давление уменьшилось на 25 % (здесь $M_1=48$ г/моль — молярная масса озона, $M_2=32$ г/моль — молярная масса кислорода).
6. $q=4h\sqrt{(n^2-1)\pi\varepsilon_0 mg}=2\cdot10^{-6}$ Кл $=2$ мкКл (здесь $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная).
7. Тело будет совершать гармонические колебания с периодом $T=4\pi\sqrt{\pi\varepsilon_0 mR^3/(Qq)}$, где ε_0 — электрическая постоянная.
8. $h=\sqrt{h_1h_2}$.

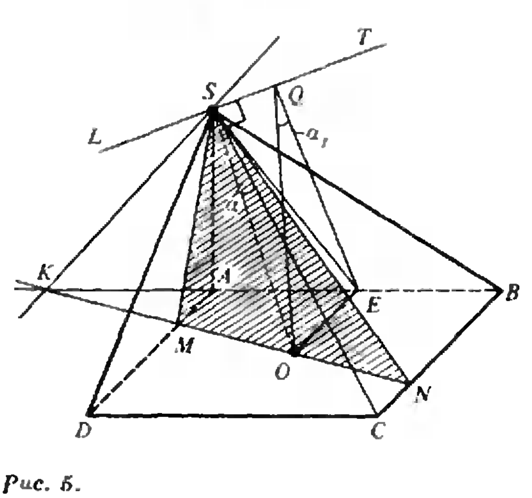


Рис. 5.

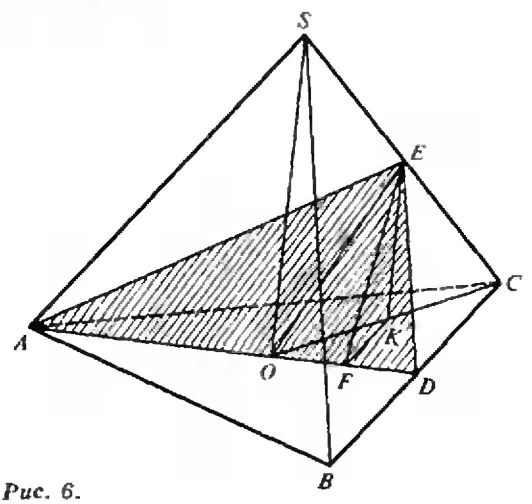


Рис. 6.

9. $p=\frac{m_0v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{4}{3}m_0c=$
$=3{,}64\cdot10^{-22}$ кг·м/с (здесь $m_0=9{,}1\cdot10^{-31}$ кг — масса покоя электрона, $c=3\cdot10^8$ м/с).

10. $T=\frac{0{,}693\ t\ \lg e}{\lg(N_0/(N_0-\Delta N))}\approx3{,}3\cdot10^5$ с.

Московский институт электронной техники

Математика

Вариант 1

1. -4. 2. $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n$, $n\in Z$. 3. 8. 4. $x\neq0$. 5. 41. 6. 84°. 7. 3. 8. $x=-3$, $x\geqslant3\sqrt{2}-3$. 9. $a\sqrt{6}/4$. 10. $a\geqslant3\sqrt[3]{2}$. Указание. Выполните замену $t=2^x$, а затем исследуйте функцию $y=t+\frac{8}{t^2}$ при $t>0$.

Вариант 2

1. 0,25. 2. $\pm\frac{\pi}{10}+\pi n$, $\pm\frac{3\pi}{10}+\pi n$, $n\in Z$. 3. 1. 4. $0<x<1$, $\sqrt{2}\leqslant x\leqslant4$. 5. 420 %. 6. $2/\pi$. 7. S_2^3/S_1^2. 8. $x\leqslant-3-\sqrt{10}$, $x=-1$, $x\geqslant-3+\sqrt{10}$. 9. $\sqrt{5}-\sqrt{2}$. 10. $a\geqslant32$, $a\leqslant-32$. Указание. Найдите область значений функции $f(x)=x^3+\frac{48}{x}$.

Физика

Вариант 1

1. $t=\frac{2v\sin\alpha}{g(\sin^2\alpha-\mu^2\cos^2\alpha)}$.
2. $T=T_0(1+F/(p_0S))=405$ К, $t=132$ °С.
3. $d_A-d_B=12{,}5$ см.
4. $A=\frac{hc}{\lambda}-\frac{(eBR)^2}{2m}$.
5. $H=n(d/2-h)=10$ см.
6. $F=2IS/c\approx930$ Н.

Вариант 2

1. $t=3v\sin\alpha/(2g)\approx21$ с.
2. $V=(1-\eta)W\nu\tau/(\eta c\rho\Delta t)\approx8{,}5\cdot10^{-3}$ м^3.
3. $E=\sigma/(9\varepsilon_0)$.
4. $m=\frac{4\rho\delta L^2}{(\mathscr{E}-U)U/P-r}\approx15{,}1$ кг.
5. $d=F(n-1)\alpha\approx1{,}5$ см.
6. $t=(\alpha/100\ \%)mWN_A/(PM)\approx190$ суток (здесь $M=235$ г/моль — молярная масса урана).

Московский энергетический институт

Математика

Вариант 1

1. $-1/2$, $x\neq\pm1$. 2. $(-\infty;\ -4]\cup(-2;\ -1)\cup[1;\ +\infty)$.
3. 25 км. 4. $\pi/16$; $5\pi/16$.
5. $S=\pi a^2/\sin^2\alpha$; $V=(\sqrt{3}\ a^3\sin\alpha\cos^2\alpha)/4$.

Вариант 2

1. $f'(1)=2$; $f'(12)=24$.
2. 2. 3. 3/28. 4. $2\pi/3+2\pi k$, $k\in Z$.
5. $\sqrt{5/\pi}$ м.

Физика

Вариант 1

2. Можно, в изотермическом процессе.
3. $h=d/n$.
4. $R_1=R^2/r=45$ Ом.
5. $T=m\sqrt{g^2+(v^2/R)^2}\approx51$ Н.

Вариант 2

2. Параллельно.
3. $x=H\rho_0/(2\rho)=0{,}5$ см (здесь $\rho_0=10^3$ кг/м^3 — плотность воды).
4. $v_{max}=\sqrt{2g(H-l)+mg^2/k}$.
5. $q_1'=\frac{C_1(C_1U_1-C_2U_2)}{C_1+C_2}=\frac{3}{7}\cdot10^{-4}$ Кл,

$q_2'=\frac{C_2(C_1U_1-C_2U_2)}{C_1+C_2}=\frac{4}{7}\cdot10^{-4}$ Кл.

«Квант» для младших школьников

(см. «Квант» № 4)

1. Обозначим через M количество мальчиков в классе, а через $Д$ — количество девочек. Так как каждая девочка пожала руку восьми мальчикам, то число рукопожатий девочек и мальчиков равно $8Д$, но это число равно также $6M$, т. к. каждый мальчик пожал руку шести девочкам; следовательно, $8Д=6M$. Чтобы получить количество рукопожатий между мальчиками, нужно число $8M$ разделить пополам, поскольку в каждом таком рукопожатии участвуют два мальчика, т. е. это число равно $4M$. Аналогично получаем, что число рукопожатий между девочками равно $6Д:2=3Д$. Из условия задачи следует, что $8Д+5=4M+3Д$. Присоединив к этому уравнению еще и уравнение $8Д=6M$ и решив полученную систему, найдем, $Д=15$, $M=20$.

2. $П=1$ (иначе $П\times7$ больше девяти), $Ж$ не меньше семи, но не может равняться ни семи, ни восьми. Значит, $Ж=9$ и $ПЧЕЛКА=999999:7=$ $=142857$.

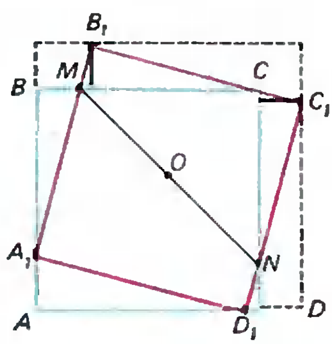


Рис. 7.

3. Указанным свойством обладают, в частности, все числа, записываемые одними девятками. Действительно, $99...9^2=99...9800...01$.

4. На лестничную площадку выходят квартиры с номерами 9, 10, 11, 12. Были заказаны цифры 0, 1, 1, 1, 1, 2 и 6. Цифру 6 прикрепили в перевернутом виде на дверь квартиры № 9. Заплачено было $1+1+1+1+2+$ $+6=12$ рублей.

5. Нетрудно заметить, что пунктирный прямоугольник, описанный около красного квадрата, сам является квадратом (рис. 7). Поэтому высоты подобных прямоугольных треугольников MB_1C и CC_1N, опущенные на их гипотенузы, равны. Но тогда и сами эти треугольники равны, а значит, равны и их катеты: $MB_1=CC_1$, $B_1C=C_1N$. Но тогда $ND_1=MB_1$ и $MA_1=NC_1$, откуда следует, что отрезок MN проходит через центр красного квадрата.

Калейдоскоп «Кванта»

(см. «Квант» № 4)

Вопросы и задачи

1. На 15′.
2. $\varphi=45°$.
3. Если наблюдатель находится на одном из географических полюсов Земли или светило находится в одном из полюсов мира.
4. Видимый путь Луны на небе почти совпадает с траекторией Солнца, только Луна совершает свой оборот не за год, а за месяц. Поэтому при наблюдении с полюса Луна будет на две недели появляться над горизонтом и на две недели — скрываться за ним.
5. Потому что граница дня и ночи на Венере — полуокружность, которую мы видим под углом в виде полуэллипса.
6. Да — в экваториальных странах.
7. Для наблюдателя на Луне Земля не восходит и не заходит.
8. Можно, например изучая поведение маятника.
9. На экваторе — в виде полосы, пересекающей небо через зенит; на полюсах кольцо не видно вовсе.
10. На стороне Луны, обращенной к Солнцу, будет видно полное солнечное затмение; на другой стороне — яркие звезды на черном небе.
11. Расстояние от Земли до Солнца летом больше, чем зимой, поэтому угловой размер Солнца летом чуть меньше, чем зимой. Расстояние же от Луны до Земли в среднем не зависит от сезона. Вот почему Луна чаще полностью закрывает солнечный диск именно летом.
12. Расстояния между Солнцем и Землей и Солнцем и Луной практически равны. Поэтому, если бы Луна и стена имели одинаковые коэффициенты отражения, яркость их казалась бы одинаковой. Следовательно, можно считать, что поверхность Луны состоит из темных пород.
13. Нет. С Луны видна окружающая Солнце атмосфера, наблюдаемая с Земли лишь в моменты полного солнечного затмения.
14. Световые лучи в земной атмосфере искривляются (атмосферная рефракция), поэтому в отсутствие атмосферы видимое положение каждой звезды несколько сместилось бы. Например, звезды, видимые вблизи линии горизонта, стали бы невидимыми.
15. Участие комет в суточном вращении неба.
16. На «утреннее» полушарие Земли попадают метеориты, движущиеся в основном навстречу нашей планете, а на «вечернее» полушарие — движущиеся вдогонку. Поэтому послеполуночные метеориты влетают в атмосферу с большей скоростью и, сгорая, вспыхивают ярче, чем дополуночные.

Микроопыт

Нужно спроецировать диски, удобнее солнечные, в обоих случаях на лист бумаги с помощью длиннофокусной (почему?) линзы, при этом линза и лист должны быть перпендикулярны лучам. Измеряя размеры изображений, можно убедиться, что они равны.

Конкурс «Математика 6—8»

(см. «Квант» № 1)

13. Рассмотрим прямоугольник $ABCD$ (рис. 8) и в нем отрезок AE, параллельный отрезку CM (точка E лежит на стороне CD). Если соединить отрезком точки E и N, то полученный прямоугольный треугольник ECN будет равен треугольнику ADE (по катетам), следовательно, равны их гипотенузы AE и EN. Углы DEA и CEN в сумме составляют прямой угол, следовательно, угол AEN — прямой и треугольник AEN — равнобедренный, прямоугольный. Значит, угол EAN равен 45°, а он равен углу между отрезками AN и CM.

14. Отметим показания часов через каждый час после полуночи: 0 ч 00 мин, 1 ч 00 мин, 1 ч 05 мин, 2 ч 05 мин, 2 ч 10 мин и т. д. Таким образом, начало нечетного часа $(2k-1)$ будет показано, как $(k-1)$ ч $5(k-1)$ мин, а начало четного часа $2k$ будет показано как k ч $5(k-1)$ мин. Через 24 часа обе стрелки вновь совпадут на цифре 12. Первый час часы показывают верное время, а затем каждый нечетный час они идут с правильными скоростями стрелок из неправильного начального положения, и, следовательно, не могут показывать верное время. Рассмотрим положения стрелок во время четного часа. Через x минут часовая стрелка будет показывать $k+x/5$ часов, а минутная — $5(k-1)+x/12$ минут. На «нормальных» часах в это время часовая

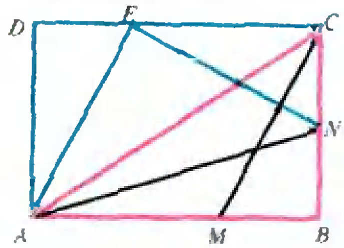


Рис. 8.

стрелка будет показывать $2k-1+x/60$ часов, а минутная x минут. Если «сумасшедшие» часы показывают верное время, то $k+x/5=2k-1+x/60$ и $5(k-1)+x/12=x$. Как это ни странно, но оба уравнения дают одно и то же решение: $x=60(k-1)/11$. Таким образом, «сумасшедшие» часы показывают верное время в течение часа с 0 ч 00 мин до 1 ч 00 мин и еще в 10 моментов времени: 3 ч 60/11 мин, 5 ч 120/11 мин, ..., 21 ч 600/11 мин.

15. Предположим, что все расстояния между собеседниками изменились. Пусть собеседники поднялись со своих мест и пошли по часовой стрелке к своим новым местам. Тогда общий путь, пройденный ими, равен целому числу полных обходов вокруг стола. Действительно, пусть первый прошел свой путь и сел на новое место, сидевший там также прошел свой путь и т. д., пока очередной собеседник не сядет на место первого, завершив целое число оборотов. Если при этом рассмотрены не все собеседники, то продолжим рассмотрение, начав с одного из нерассмотренных. С другой стороны, по предположению, все собеседники прошли разные длины путей, что возможно лишь в случае, если один собеседник остался на месте, второй прошел 1/12 полного обхода, третий 2/12 полного обхода и т. д., последний 11/12 полного обхода. Сумма этих путей равна 66/12 или 5,5 полного обхода, это противоречит доказанному утверждению, что было пройдено целое число полных оборотов. Следовательно, предположение о том, что все собеседники прошли разное расстояние, а значит, и все расстояния изменились — неверно.

Квант

103006, Москва, К-6, ул. 1-я Тверская-Ямская, 2/1, «Квант», тел. 250-33-54, факс 251-65-57

Сдано в набор 02.03.92. Подписано к печати 07.05.92.
Формат 70×100/16. Бумага офс. № 1.
Гарнитура школьная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 6,45. Усл. кр.-отт. 27,09. Уч.-изд. л. 7,68.
Тираж 88 584 экз. Заказ 233. Цена 1 р. 10 к.

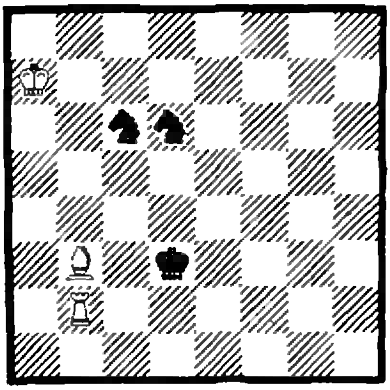
Ордена Трудового Красного Знамени
Чеховский полиграфический комбинат
Министерства печати и информации Российской Федерации
142300, г. Чехов Московской области

Шахматная страничка

ВСЕМ РЕКОРДАМ РЕКОРД!

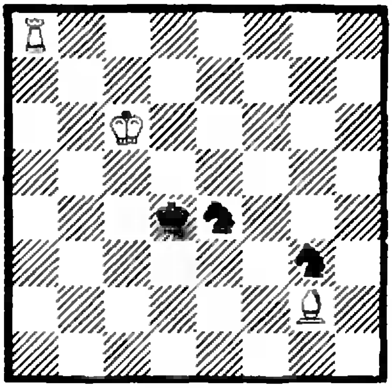
В нашей рубрике мы не раз рассказывали о достижениях компьютеров в исследовании окончаний. В «ICCA JOURNAL» (журнал международной ассоциации по компьютерным шахматам) Л. Стиллер опубликовал машинный анализ, в котором специальная программа, написанная им совместно с несколькими коллегами, разобралась в одном редком эндшпиле с весьма забавным соотношением сил: ладья и слон против двух коней.

Как оценить этот эндшпиль? Должна ли сильнейшая сторона (как обычно, считаем, что это белые) выиграть, ведь размен слона на коня, скорее всего, ведет к ничьей? Невозможно поверить, но компьютер обнаружил позицию, в которой при наилучших действиях обеих сторон выигрыш достигается только спустя 222 хода! Под выигрышем здесь понимается переход в получающийся при изменении материала так называемый младший эндшпиль, в котором поражение черных уже неизбежно.

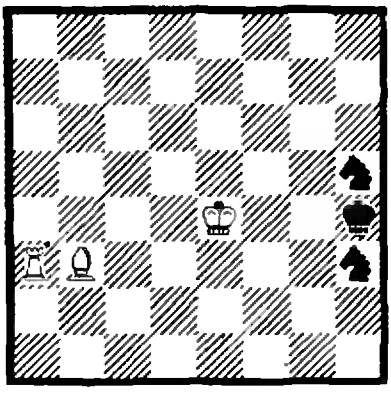


Перед нами удивительная позиция. Если обе стороны играют безошибочно (лишь иногда возможна замена ходов), то белые добиваются цели спустя две с лишним сотни ходов. Но мы пощадим читателя и приведем лишь начало и конец «партии», а внутри нее укажем лишь критические позиции.

1. Кра6 Кb4+ 2. Кра5 Кс6+ 3. Кра4 Кс4 4. Лh2 Кb5+ 5. Кра3 Кс4+ 6. Кра2 Кb4+ 7. Кра1 Ке5 8. Крb2 Кс4+ 9. Крс1 Крс3 10. Сd1 Кd3+ 11. Крb1 Кd2+ 12. Кра1 Кb3+ 13. Кра2 Кbc5 14. Кра3 Кb4 15. Лh3+ Кbd3 16. Сg4 Крd4 17. Сf5 Кf2 18. Лh6 Кfd3 19. Кра2 Кре5 20. Сg6 Крd4 21. Крb1 Крс3 22. Сh7 Крd2 23. Лh2+ Крс3 24. Сg8 Крd4 25. Крс2 Кb4+ 26. Крd1 Ке4 27. Се6 Кре3 28. Сf5 Кd5 29. Крс1 Кd6 30. Сd7 Крd4 31. Крb2 Ке3 32. Лh4+ Крd5 33. Са4 Кdf5 34. Лh8 Кd6 35. Лh5+ Крd4 36. Сс6 Кdc4+ 37. Крb3 Кd2+ 38. Крb4 Ке4 39. Са8 Кс2+ 40. Крb5 Ке3 41. Крс6 Кf6 42. Лh4+ Кре5 43. Крс5 Кd7+ 44. Крb5 Кf6 45. Сh1 Кf5 46. Ла4 Кd6+ 47. Крс5 Кfe4+ 48. Крс6 Кg3 49. Сg2 Кde4 50. Ла8 Крd4.

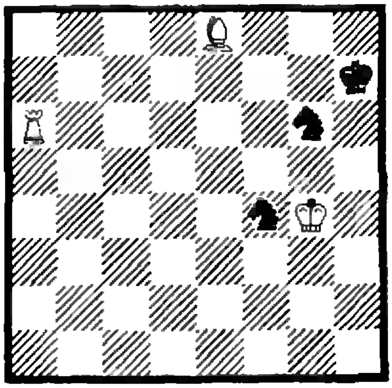


Пятьдесят ходов минуло, и если бы за игрой следил судья, он бы зафиксировал ничью. Завоевания белых не совсем ясны, разве что их король вырвался на свободу.



Последний ход черных — 209...Кh5. Похоже, что черные чувствуют себя не так независимо, как раньше, хотя черный король по-прежнему в надежном окружении своих коней. Однако белый слон находит замысловатую траекторию c2—b3—e6—f7—e8, ведущую к цели. Красиво! Конечно, в этом эндшпиле многое восхищает и удивляет. И, уж что очевидно, подобный анализ человеку явно не под силу.

210. Ла4 Крg5 211. Крf3 Кg1+ 212. Крf2 Кh3+ 213. Крg2 К3f4+ 214. Крf3 Кh3 215. Ла5+ Крh6 216. Ла6+ Крg5 217. Се6 К3f4 218. Ла5+ Крh6 219. Сf7 Кg6 220. Ла6 Кf4 221. Крg4 Крg7 222. Се8 Крh7.



Исторический момент. После 223. С:g6+ К:g6 задание выполнено — в том смысле, что получается выигранный эндшпиль с белой ладьей против черного коня. Согласно «старым» анализам ЭВМ, белые ставят мат или забирают коня через 19 ходов. Кстати, с человеческой точки зрения, сразу решает 223. Крf5! и уже на следующем ходу съедается конь. Однако в этом случае «младший эндшпиль» возникает на ход позднее, и запрограммированная на скорейший переход в него машина сразу предложила размен на g6. Разумеется, этот размен возможен только сейчас, а раньше он вел к неизбежной ничьей.

У читателя может сложиться впечатление, что победа белых в таком эндшпиле — случайное явление. Но это не совсем так. Компьютер установил, что при своем ходе белые выигрывают почти всегда, а точнее в 96 % позиций! Еще один вклад компьютеров в теорию шахматных окончаний!

Е. Гик

1 р. 10 к.
Индекс 70465

ГОЛОВОЛОМКА «ТИК-ТАК»

Участникам 1-го чемпионата мира по решению головоломок, который состоится летом этого года в Нью-Йорке, будут предложены головоломки-новинки. Одну из таких новинок придумал изобретатель Владимир Красноухов, а выпускает ее московская фирма «Автокомп», которая отправит партию логических игрушек на чемпионат.

Внешне головоломка напоминает игру «15», но гораздо сложнее ее, хотя фишек содержит меньше. Всем известные «пятнашки» легко переделать в головоломку Красноухова. Для этого возьмите 14 фишек, 12 из них постройте в виде прямоугольника 3×5 и склейте из картона коробочку соответствующего размера, в которую поместите каре из фишек. Две оставшихся фишки приклейте ко дну коробочки внутри прямоугольного каре так, чтобы в центре поля осталось пустое место для одной фишки. За счет свободного места фишки можно перемещать, не вынимая их из коробочки. Перед игрой фишки перепутывают, а затем восстанавливают их первоначальное расположение.

Попробуйте решить задачу, которую возможно, предложат участникам чемпионата мира: за наименьшее число ходов поменять местами четыре фишки: 3—9 и 6—12.