№ 9 | сентябрь 2016
Издаётся Московским центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 9
сентябрь 2016

НАПРАВО ИЛИ НАЛЕВО?

ПОЮЩИЙ КЛЮЧ

ПЧЕЛАМПОВАЯ БИТВА

Enter

ОТКРЫЛАСЬ

ПОДПИСКА НА 2017 ГОД

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА НА ОСТАВШИЕСЯ МЕСЯЦЫ 2016 ГОДА

Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете
в любом отделении связи Почты России и через интернет

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»

Самая низкая цена на журнал!

Индекс **80478**
для подписки на год

Индекс **84252**
для подписки на несколько месяцев или на полгода

«КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП

По этому каталогу также можно подписаться на сайте **vipishi.ru**

Индекс **11348**
для подписки на год

Индекс **11346**
для подписки на несколько месяцев или на полгода

- Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-pressa.de**
- Подписка на электронную версию журнала по ссылке **pressa.ru/magazines/kvantik#**
- Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska.html**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

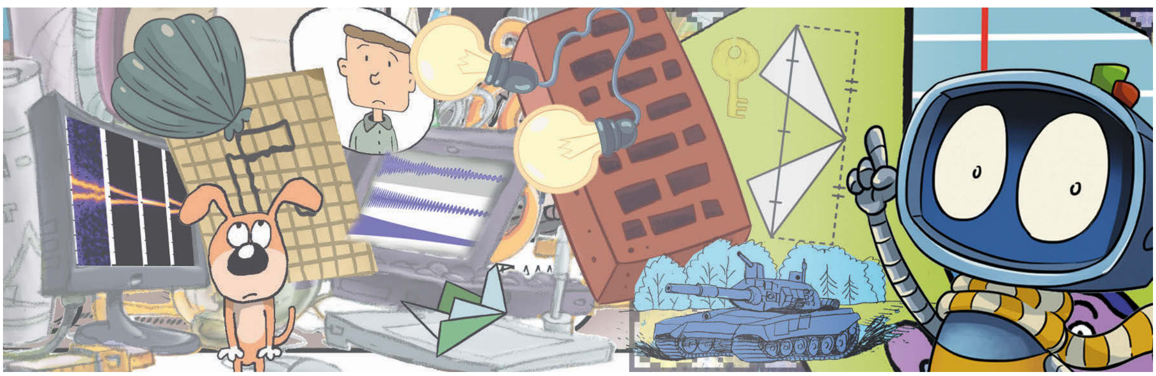
Журнал «Квантик» № 9, сентябрь 2016 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. А. Дрёмов, Д. М. Кожемякина, Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Б. Меньщиков, М. В. Прасолов, О. Н. Хвостикова
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas-07

Учредитель и издатель:
Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 241-08-04, e-mail: kvantik@mccme.ru,
сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
▪ «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам распространения обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 7000 экз.
Подписано в печать: 01.08.2016
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт»,
Адрес типографии: 170546, Тверская обл., Калининский р-н, с/п Бурашевское, ТПЗ Боровлево-1, 3«А»
www.pareto-print.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

СОДЕРЖАНИЕ



ПОЮЩИЙ КЛЮЧ

Александр Бердников

Добудьте цельнометаллический ключ примерно такой формы, как на фото 1. Его можно заставить звенеть разными способами. Можно подвесить ключ на тонкой ниточке и легонько ударить чем-нибудь твёрдым. Скорее всего, ключ издаст чистую высокую ноту. А теперь положим его на палец (как на фото 1) и подкинем сильным щелчком, будто бросая жребий. Звук окажется примерно той же высоты, но заметно «грязнее», будто кто-то нажал несколько соседних клавиш на фортепиано. Почему так происходит?

Фото 1

Фото 2

Может быть, ключ на ниточке ударили аккуратно, и поэтому у него звук чистый, а подброшенный ключ сильно щёлкнули – вот он и дребезжит? Нет, объяснение какое-то уж очень расплывчатое, да и не выдерживает простейшей проверки. А именно, попробуем подкидывать ключ разными щелчками: если щёлкать строго по центру, как на фото 2, а не по боку, звук окажется заметно чище.

Может быть, всё зависит от того, в какое место мы ударяем ключ? Грязным был звук при ударах по боку, а чистым – при ударе по центру, не в этом ли разгадка? Но почему тогда высота звука в обоих случаях одна и та же? На простое совпадение это не спишешь: можно подбрасывать ключи разной формы, но высота звона у каждого из них оказывается постоянной, как его ни щёлкай. А можно изловчиться и так ударить ключ на ниточке, чтобы он быстро закрутился вокруг своей оси, как при броске жребия, но висел довольно ровно (не делая скачков). Тогда вообще можно услышать, как изначально грязный звон становится чище, пока ключ останавливается.

Значит, звук крутящегося ключа – это просто искажённый звук ключа неподвижного, и важно именно вращение ключа, а не особенности удара. Можно заметить, что чем быстрее вращается ключ, тем сильнее искажение. Одно такое явление широко известно – это эффект Доплера: чем быстрее что-то приближается к вам, тем выше кажутся его звуки (а если удаляется – то ниже). Вспомните, например, как меняется звук проносящейся мимо машины или мотоцикла. У вращающегося ключа тоже одна половина к нам приближается, а другая отдаляется. Выходит, мы должны услышать вместо одной ноты две: одну – чуть выше исходной (от приближающейся части), другую – чуть ниже (от отдаляющейся).

Посмотрим на спектрограмму (рис. 1). Она показывает частоты, издаваемые висящим на ниточке ключом, который ударили по боку (высота ноты отложена по вертикали, время – по горизонтали; частота измеряется в герцах (Гц); чем больше частота звука, тем выше нота). На рисунке и вправду видны две ярких линии, то есть две ноты. Ключ, перекручивая нитку, быстро останавливается, и на спектрограмме видно, как при этом частоты сближаются, сливаясь в одну. Когда ключ остановится, нитка начнёт его раскручивать в обратную сторону, и на спектрограмме сошедшиеся было ноты опять расходятся.

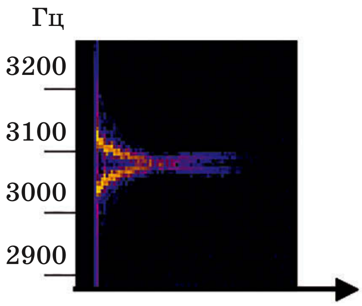


Рис. 1

Хотя объяснение искажения звука с помощью эффекта Доплера и подкрепилось спектрограммой, у него есть множество нестыковок. Чтобы обнаружить первую из них, подкиньте ключ так, чтобы его ось вращения была направлена примерно на вас. Эффект Доплера должен пропасть – ведь расстояние до любой части ключа почти не меняется. Однако на практике звук остаётся столь же грязным (расстояние между близкими частотами не уменьшается), хоть и становится тише.

Вторая нестыковка хитрее. Начнём с того, что на самом деле ключ даже без кручения издаёт много нот, правда, далёких друг от друга. Обычно мы

замечаем только самый нижний звук, а остальные воспринимаем как его окраску, тембр. Но они, тем не менее, вполне реальны и при вращении ключа расщепляется каждый из них. И будь дело в эффекте Доплера, расщепление высоких нот было бы больше, чем у нижних. Это следует из такого свойства эффекта Доплера: при данной скорости он меняет все частоты в *одно и то же число раз* (скажем, на 3% для скорости 10 м/с), и тогда расщепление у вдвое более высокой ноты будет вдвое шире, и т.п. Однако посмотрим на спектрограмму на рисунке 2. На ней видны сразу три ноты звона ключа: основная (нижняя яркая) и две повыше (тусклые). Каждую из них из-за вращения ключа фактически разделило на две. И, хотя частота исходных нот различается в разы, расстояние между их «потомками» почти одно и то же. А это совсем не похоже на эффект Доплера.

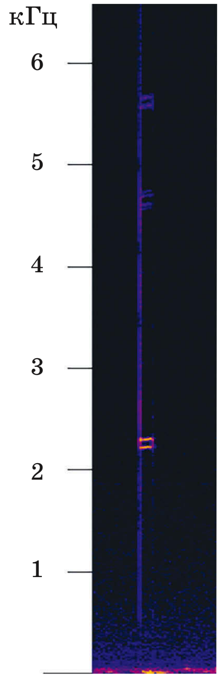


Рис. 2

И третья нестыковка: а действительно ли эффект Доплера должен делать из каждой ноты две? Мы сказали, что у вращающегося ключа половина движется к нам, половина от нас, но это очень неточно. Ведь это неправда, что все движущиеся к нам части приближаются с одной и той же скоростью. У каждой части ключа своя скорость: та, что ближе к оси, – помедленнее; та, что дальше, – побыстрее. Звук от каждой части в результате сместится на свою величину, так что в итоге нота не разделится на две, а скорее «размажется».

Но почему же тогда каждая нота ключа делится надвое? Зайдём-ка с другого конца. А как вообще устроен грязный звук близких нот? Одна чистая нота – это колебание давления воздуха с фиксированной частотой (его график – красный на рисунке 3а, P – давление, T – время). Если мы добавим другой звук, с близкой частотой (синий на рисунке 3а), то их вклады в давление воздуха сложатся. Пусть в какой-то момент они колеблются практически синхронно, так что получаются вдвое большие колебания (более громкий звук). Это не может продолжаться долго: скорость у колебаний немножко разная, так что они скоро разойдутся и начнут гасить друг друга, вместо того чтобы усиливать (звук пропадёт). Спустя ещё некоторое время колебания опять синхронизируются, и так далее. В результате получится будто бы одна нота, которая то затихает, то снова появляется[1] (график на рисунке 3б).

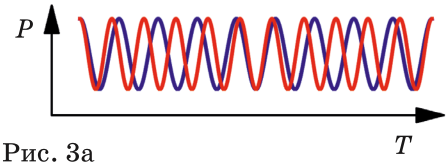


Рис. 3а

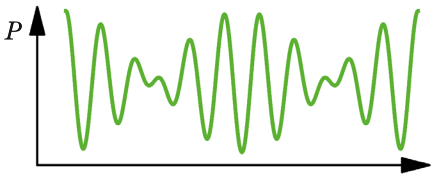


Рис. 3б

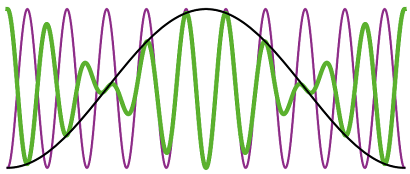


Рис. 3в

Последнее замечание можно сформулировать и изобразить по-другому (рис. 3в): наш зелёный график (сумма двух близких нот) похож на звук некой промежуточной частоты (фиолетовый), у которого меняется со временем громкость, или «размах» колебаний («размах» изображён в виде чёрного графика). Центральная часть зелёного графика действительно так и получается из фиолетового, а вот справа и слева от центра зелёный график оказался ещё и «перевёрнут» по сравнению с фиолетовым.

В этом нашем наблюдении и кроется разгадка, главная идея решения. Попробуем разобраться и понять физический смысл нарисованной картинки.

Нота постоянной частоты (фиолетовый график) у нас есть: это звон ключа. Когда ключ не вращается, мы слышим эту чистую ноту. Теперь нужно понять, почему её громкость начинает колебаться, если ключ закрутить. Это тоже несложно: скажем, когда ключ повёрнут к нам «лицом» (то есть мы смотрим перпендикулярно его плоскости), ключ звучит на нас всей

[1]Такие колебания громкости, возникающие от сложения близких нот, называются *биениями*. Извлечём на гитаре одну и ту же ноту на двух струнах сразу. Если звуки окажутся немножко разными, мы легко услышим биения. Поэтому они помогают при настройке.

своей поверхностью, и звон его громок. Потом он развернётся к нам ребром, мы «слушаем» маленькую его поверхность, и звон становится тихим. Затем ключ ещё повернётся, и звон опять вернётся на полную громкость, и так далее. Эти изменения легко заметить у медленно крутящегося ключа.

Такое объяснение вполне согласуется с центральной частью рисунка 3в. А откуда берётся «переворачивание» звука по краям? Чтобы разобраться, покрасим мысленно одну сторону ключа в красный цвет. Рассмотрим для примера колебания такого вида: то концы ключа отогнутся в покрашенную сторону, а середина – в непокрашенную, то наоборот (верхний ряд на рисунке 4). Такие колебания дадут одну ровную ноту. Теперь вспомним, что у нас ключ ещё и вращается (нижний ряд на рис. 4). И, после того как ключ сделает пол-оборота, изгибания, одинаковые с точки зрения самого ключа (крайние в обоих рядах на рисунке 4) для нас окажутся «противоположными». Значит, и звук после полуоборота не просто вернёт себе громкость, но его колебания «сменят знак» (вращающийся ключ звенит то «в ногу» с неподвижным, то «в противоход» с ним). Это мы и видим на рисунке 3в: фиолетовый и зелёный графики то почти одинаковы, то почти противоположны.

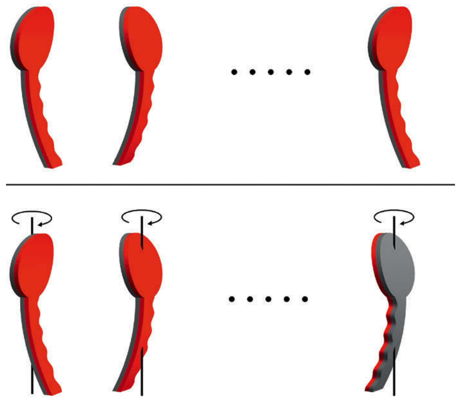


Рис. 4

В итоге эти изменения амплитуды чистой ноты дают, как мы убедились, тот же результат, что и сложение двух близких нот (это просто другое описание того же самого звука). Вот мы и слышим какофонию. А если ключ закручен медленно, мы воспримем его звон «как положено», чистой нотой с меняющейся громкостью.

Итак, одна нота ключа, громкость которой меняется из-за его вращения, слышится как две[2]. Такое объяснение изменения звона свободно от всех

[2]Выходит, мы нашли эффект, обратный биениям, при которых, наоборот, близкие ноты слышны как одна с колеблющейся громкостью.

предыдущих недостатков и полностью согласуется с опытами. Например, величина расщепления ноты получается зависящей лишь от периода обращения ключа – ни высота ноты, ни ориентация оси ключа на это расщепление не влияют.

Проверим себя. На верхнем графике рисунка 5 записан звук ключа на ниточке. Отдельные колебания тут сливаются, видна только громкость – толщина (по вертикали) синей полоски. На втором — колебания, вычисленные по описанной нами модели (но без учёта эффекта Доплера). Для построения использовалась усреднённая скорость вращения ключа, измеренная камерой. Видно, что на обоих графиках громкость колеблется совсем одинаково, замедляясь по мере того, как перекрученная ключом ниточка замедляет его вращение. Для сравнения, на нижнем графике учтён, наоборот, только эффект Доплера, а изменения амплитуды из-за ориентации ключа проигнорированы.

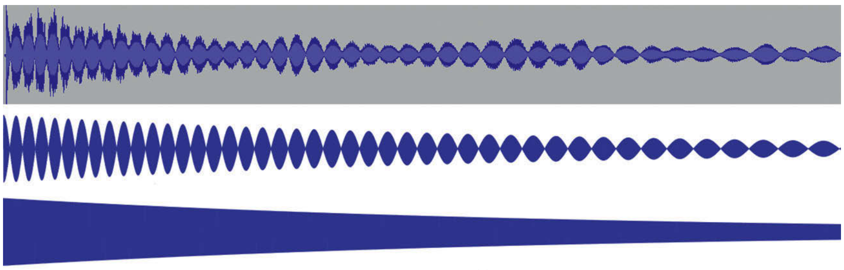


Рис. 5

Другая проверка – спектрограммы звона ключа (первая слева на рисунке 6) и трёх наших моделей: с учётом лишь колебания амплитуды (вторая), лишь эффекта Доплера (третья) и обеих (четвёртая).

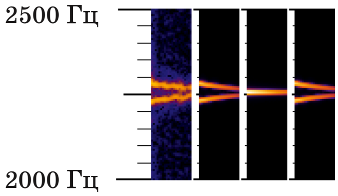
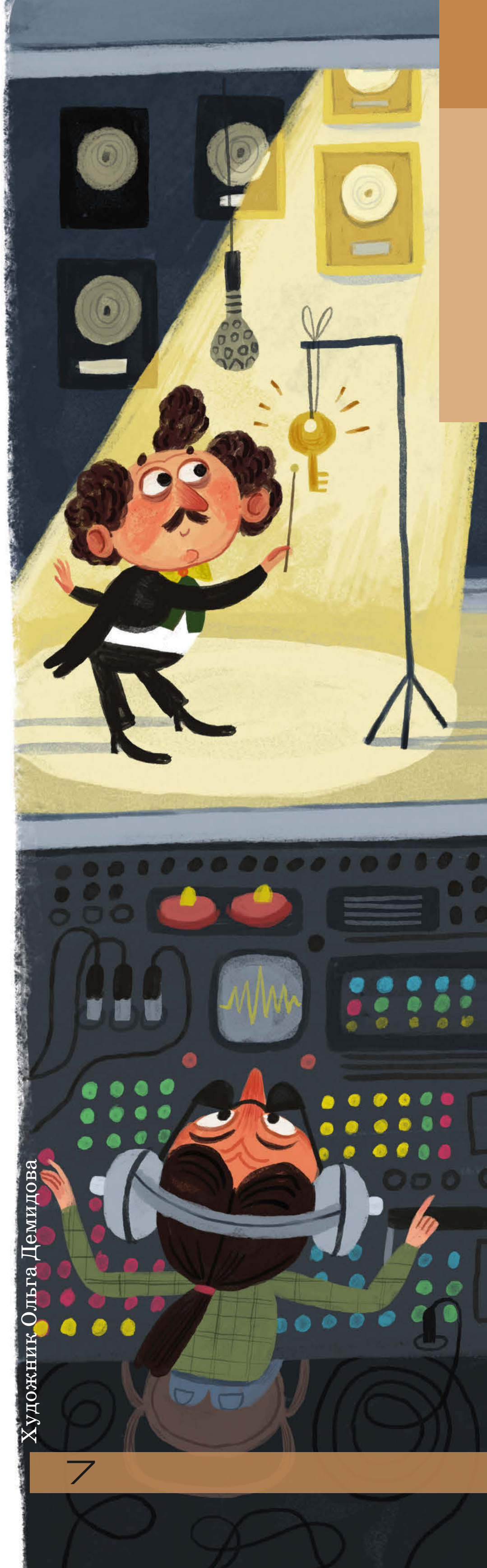


Рис. 6

Видно, что найденная нами модель отлично описывает явление. При этом важным оказалось лишь изменение ориентации ключа и вызванные им колебания громкости, а эффект Доплера никакого заметного вклада не внёс. Малость эффекта Доплера можно было бы понять заранее, зная, что ширина ключа заметно меньше длины волны. Как – задача (сложная) для самостоятельного обдумывания.



Художник Ольга Демидова

Материал подготовил
Михаил Евдокимов

Морской бой

У наших родителей в детстве не было планшетов и смартфонов. Тем не менее они играли в замечательную игру «Морской бой». Для этого нужна была лишь клетчатая бумага и ручка. Каждый из двух игроков в тайне от другого каким-то образом расставлял на своём поле размером 10×10 клеток один четырёхпалубный корабль размером 1×4, два трёхпалубных 1×3, три двухпалубных 1×2 и четыре однопалубных 1×1 (при этом корабли не могли соприкасаться даже углами). После этого игроки по очереди делали «выстрелы», называя координаты поля, предположительно занятого кораблём. Возможными

2. Сколько выстрелов нужно сделать, чтобы наверняка ранить четырёхпалубный корабль?

Фольклор

1. Покажите, что на поле 10×10 не всегда можно расставить корабли требуемым образом (корабли не могут соприкасаться даже углами), если сначала ставить однопалубные, затем двухпалубные и т.д. Другими словами, не всегда найдётся место для последнего четырёхпалубного корабля.

К. Игнатьев

□ ×4   □□ ×3   □□□ ×2   □□□□ ×1

исходами были «мимо» (ход переходил к другому игроку), «ранил» (у корабля, в который попал игрок, есть непоражённые клетки) или «убил» (все клетки соответствующего корабля поражены). В последних двух случаях игрок продолжал делать «выстрелы» до первого промаха («мимо»), после чего ход переходил к другому игроку. Игрок, поразивший все корабли соперника первым, побеждал. Попробуйте сыграть в «Морской бой»! Мы же предлагаем вам четыре задачи, связанные с этой замечательной игрой.

Решения присылайте до 1 октября по адресу kvantik@mccme.ru с пометкой «Четыре задачи».

3. Легко разместить комплект кораблей для игры в «Морской бой» на доске 10×10. А на какой наименьшей квадратной доске можно разместить этот комплект?

А. Блинков

4. Петя и Вася сыграли несколько партий в игру «Морской бой». Хитрый Петя расставлял корабли в разных партиях по-разному так, что если бы Вася попал в одной из партий, он промахнулся бы в любой другой, сделав аналогичный выстрел. Какое наибольшее число партий они могли при этом сыграть?

М. Евдокимов

Художник Мария Усеинова

Борис Дружинин

ПУТЕШЕСТВИЕ №4 ПО ЗООПАРКУ ЭЛЕМЕНТОВ

СЕРА, ХЛОР, АРГОН, КАЛИЙ, КАЛЬЦИЙ

СЕРА S

16 S 32,066 СЕРА

Сера находится в клетке №16. Простое вещество сера жёлтого цвета, в природе может встречаться в виде красивых кристаллов. Они очень хрупкие и легко истираются в порошок. Месторождения самородной серы часто обнаруживают на склонах вулканов.

Сера горит голубым пламенем, но образующийся при этом сернистый газ ядовит и отвратительно пахнет. Не случайно в аду грешников мучают именно серой. Когда-то жрецы использовали серу в составе священных курений. Окуривают помещения горящей серой и в наши дни: ядовитый сернистый газ обеззараживает склады, трюмы и подвалы.

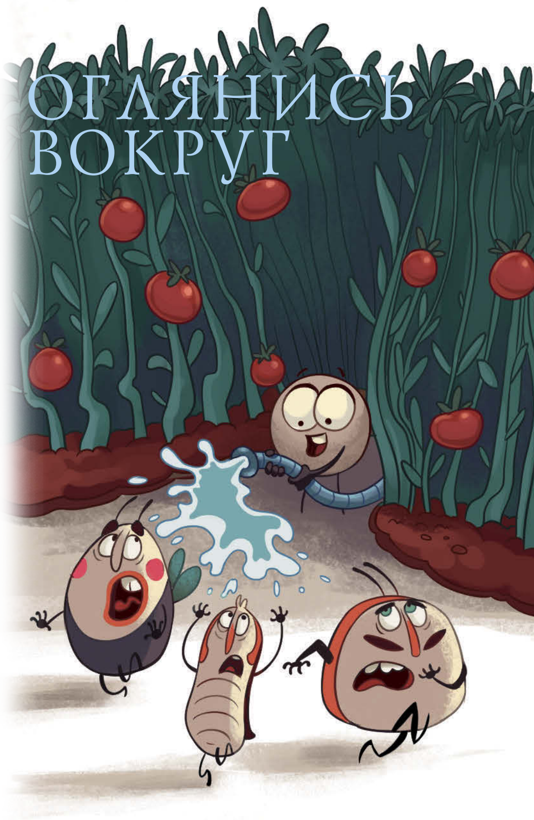
Порошком серы посыпают растения для борьбы с клещами и грибковыми заболеваниями (мучнистой росой и др.). В аптеке продают порошок серы и мази на её основе для лечения кожных заболеваний, а в зоомагазине – серу для подкормки домашних животных, чтобы улучшить состояние их шерсти и кожи.

Ещё в IX веке даосским монахам был известен чёрный порох – взрывчатая смесь серы, селитры и порошка древесного угля. Постепенно китайцы научились делать пороховое оружие, вплоть до ружей и пушек.

Одно из самых популярных соединений серы – серная кислота H_2SO_4. Вряд ли вы встречали её в быту, разве что видели, как её раствор заливают в свинцовый автомобильный аккумулятор. Но для химической промышленности серная кислота – важнейший продукт. Она нужна для обработки металлов, производства химических волокон, красителей, взрывчатых веществ, минеральных удобрений и др.

Обращаться с серой надо очень осторожно. Тонкоизмельчённая сера может сама собой загореться в присутствии влаги или в смеси с углём. Хорошо самовозгорается сера при контакте с обычной хлоркой. Сера содержится в головках обычных спичек.

В теле среднего пятидесятикилограммового школьника примерно 100 граммов серы.



ХЛОР Cl

17 Cl 35,4527 ХЛОР

Хлор занимает клетку №17. Простое вещество хлор («χλωρός» – зелёный) – жёлто-зелёный ядовитый газ с резким запахом, – очень активен и легко реагирует со многими веществами, поэтому в природе его попросту нет. Промышленным источником газообразного хлора служит обычная поваренная соль $NaCl$ (в природе много её месторождений).

Если пропустить хлор через гашёную известь, получится хлорная известь, известная в быту как «хлорка». Её запах – это и есть запах хлора, который постепенно выделяется хлорной известью. Хлорка прекрасно дезинфицирует и поэтому «преследует» нас повсюду – в туалетах, в бассейнах, и даже в водопроводной воде (если вода очищалась на небольшой станции). Для защиты растений используются содержащие хлор вещества, убивающие вредных насекомых – например, гексохлоран.

К сожалению, хлор нашёл не только мирное применение: он входит в состав боевого отравляющего вещества иприта. Впервые иприт применила Германия против англо-французских войск 12 июля 1917 года вблизи бельгийского городка Ипр (отсюда и название). Ещё иприт называют «горчичным газом» из-за его запаха, напоминающего запах горчицы. Только это никакой не газ, а жидкость, кипящая при температуре свыше 200°.

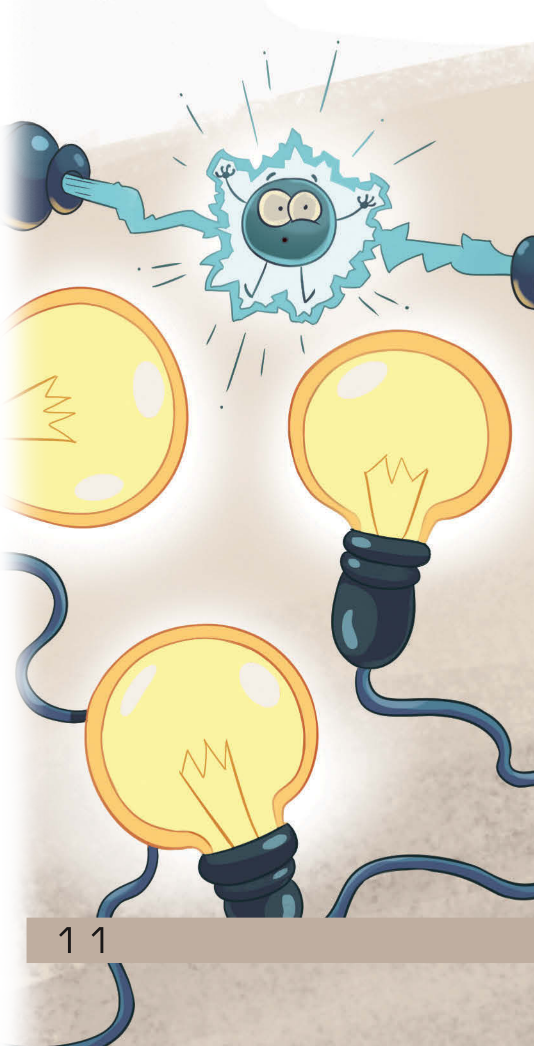
Хлор необходим для производства пластмасс, каучука и искусственного волокна.

АРГОН Ar

18 Ar 39,948 АРГОН

В клетке №18 находится аргон. Это первый из инертных (благородных) газов, открытый англичанами Джоном Рэлеем и Уильямом Рамзаем в 1894 году в составе воздуха, хотя ещё в 1785 году их соотечественник Генри Кавендиш обнаружил в составе воздуха немного бесцветного газа, не вступающего ни в какие реакции. Название происходит от греческого «ἀργός» – бездеятельный, подчёркивая инертность газа.

Пока известны только два химических соединения аргона – $HArF$ и $CU(Ar)O$. Под действием электрического разряда аргон светится сине-голубым цветом, это используют в светотехнике. Аргоном часто заполняют электрические лампочки, чтобы уменьшить испарение



вольфрама со спирали. Но больше всего аргона расходуют на создание инертной атмосферы для высокотемпературной обработки металлов (алюминия, титана, бериллия, циркония, гафния и др.), способных в этих условиях реагировать с газами воздуха.

Аргон входит в состав смеси, вводящей пациентов в состояние наркоза. Наркоз мгновенно исчезает, если прекратить подачу аргона.

КАЛИЙ K

K 19 39,0983 КАЛИЙ

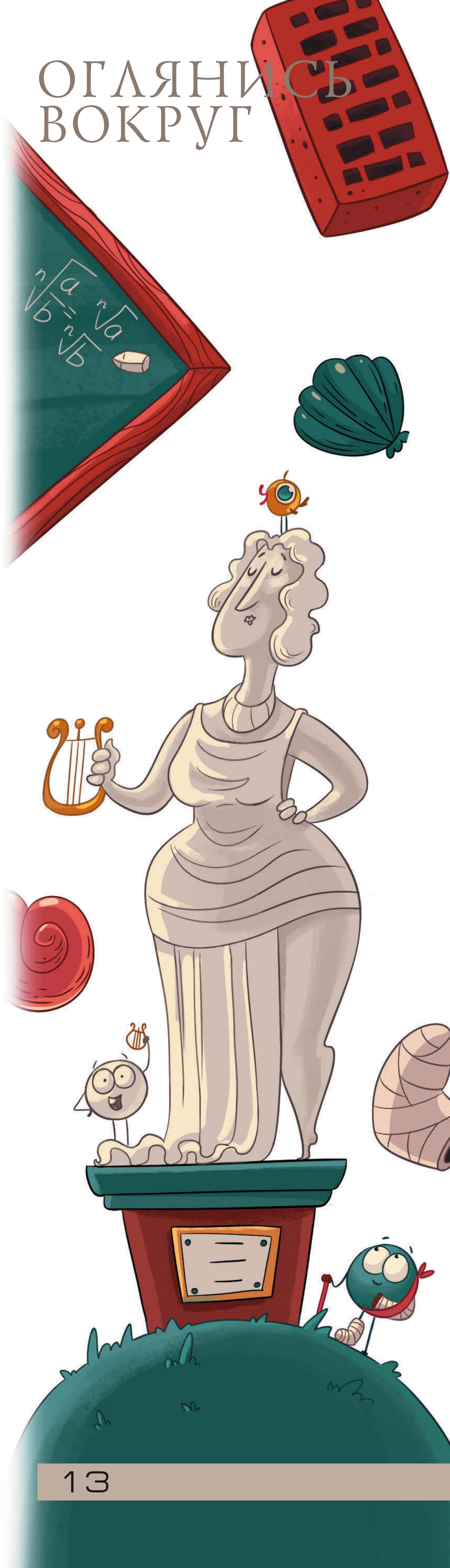
Калий занимает клетку №19. Известна точная дата «рождения» чистого элемента калия – 6 октября 1807 года. В этот день Гемфри Дэви выделил его электролизом расплава щёлочи и дал имя «*potassium*» от названия одной калийной соли – поташ (англ. «potash»). В нашей стране прижилось предложенное Гилбертом название «калий» от арабского «алькали», что тоже означает «поташ». Металл калий легче воды, его плотность 0,86 г/см^3.

Поташ, по-научному – карбонат калия, люди издавна получали из обыкновенной золы и использовали как мыло. Путешествуя по сибирской тайге, я не раз встречался с местными охотниками, доводилось и мыться с ними в бане. Как устроить в глухой тайге «баню» – отдельная история. А мылом у нас была остывшая зола из костра. Отмывает очень хорошо. Возможно, обычай «посыпать голову пеплом» в покаянных обрядах связан с его очищающими свойствами?

Добавки поташа понижают температуру замерзания строительных растворов. Насколько ценен поташ, говорит тот факт, что ещё Пётр I установил государственную монополию на его производство: «Нигде никому отнюдь поташа не делать и никому не продавать под страхом ссылки в вечную каторжную работу».

И ещё одно соединение калия – цианистый калий (KCN) – известно с древности. Эти бесцветные кристаллы, внешне напоминающие сахарный песок, блокируют способность клеток организма усваивать кислород из крови и мгновенно убивают человека.

Сплавы калия с некоторыми металлами отличаются низкой температурой плавления. Рекордсмен – сплав 12% натрия, 47% калия и 41% цезия. Его температура плавления –78°C.



КАЛЬЦИЙ Ca

Ca 20 40,078 кальций

В клетке № 20 находится кальций. Своё название кальций получил от латинского слова «*calx*», что означает известь. Кальций – один из самых распространённых элементов на Земле, но, ввиду активности его простого вещества, в природе встречается исключительно в виде соединений.

Иногда недостаток кальция оборачивается его «избытком». Дело в том, что в наших костях в норме содержится больше 1 кг кальция. В случае его недостатка кости становятся очень хрупкими. Руки и ноги с такими костями ломаются легко и, как следствие, заковываются в гипсовую повязку, а гипс – это соединение кальция (кристаллогидрат сульфата кальция).

Кальций есть в морской и речной воде, входит в состав растений и животных организмов. Из его солей сложены горные массивы и глинистые породы. Все основные стройматериалы – бетон, стекло, кирпич, цемент, известь – содержат много кальция.

Карбонат кальция $CaCO_3$ – одно из самых распространённых соединений. Минералы на его основе покрывают более четверти земной суши. Главный из этих минералов – известняк. Он незаменим в производстве цемента, карбида кальция, соды, всех видов извести, белильных растворов, цианамида кальция и многих других полезных веществ. Всем известный мел (тоже карбонат кальция) используют при побелке стен, добавляют в бумагу и резину.

Приходя в музей посмотреть на скульптуры великих мастеров, мы любуемся произведениями из карбоната кальция – мрамора. Чистый белый мрамор встречается нечасто. Из менее ценных сортов делают щиты и панели в электротехнике. В строительстве мрамор используют как облицовочный материал.

Растворы хлористого кальция имеют низкую температуру замерзания. Смесь этой соли со снегом или льдом плавятся уже при температуре –55°C. Так что когда вы в мороз шлёпаете по мокрому тротуару – под ногами раствор $CaCl_2$. В 1961 году в Антарктиде открыли незамерзающее озеро Дон-Жуан. Оказалось, что вода в озере насыщена хлористым кальцием.

Художник Анна Горлач

Ольга Кузнецова

ПЧЕЛАМПовая БИТВА

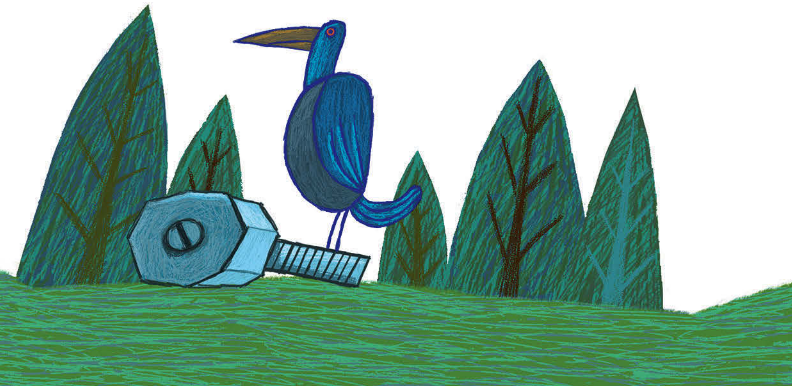
Баобабочка, саранчайник, торшершень, пчелампа – всё это названия зазеркальных насекомых, которые придумали переводчики сказки Л. Кэрролла про Алису в Зазеркалье. Как же сделаны эти забавные слова? Очень просто: найдена пара разных слов, в которых совпадает слог или его часть, но только одно слово должно на этот слог заканчиваться, а другое – начинаться. Наверняка вы знаете похожую игру, где по очереди нужно продолжать ряд, подбирая первую букву под последнюю: арбуз – забор – ротозей – йогурт – и т.д. Когда мы находим слова с одинаковыми частями, то остаётся только сделать гибрид – «слепить» их так, чтобы слог не повторялся. Например, свинь**я** + **я**щик = *свиньящик*; эски**мо** + **мо**лния = *эски**мо**лния*. А дальше можно придумывать, что из себя представляет наше новое весёлое слово: дождь из мороженого? Хрюкающий ящик для инструментов?

Предлагаем вам несколько способов игры в пчелампу.

Способ 1

Илья и Никита выбирают слово и соревнуются, у кого получится самый смешной гибрид с ним. Ребята по очереди составляют пчеламповые слова и описывают получившиеся выдуманные предметы. Никита придумал «слепить» попугая и гайку, и Илья – гайку с ногой. Потом Никита совместил санки и колбасу, а Илья – колбасу и сардину. Вы уже поняли, что получилось? А у кого смешнее и почему?

Самые забавные гибриды получаются из названий животных, еды, одежды. Комический эффект часто создаётся от того, что мы совмещаем очень разные по смыслу слова. Если бы вы несли из магазина обозначаемые ими предметы, то положили бы их в разные сумки. Одно слово как бы снижает другое. Если



взять само по себе смешное слово *валенок* и добавить к нему слово посерьёзнее, *голова*, то получится нелепый гибрид (какой?). Используйте смешные слова: *ведро*, *поросёнок*, *соска*, *борода* и «слепите» их с какими-нибудь более «серьёзными» словами. Если вам пока не с кем соревноваться – можете проверить, получилось ли у вас придумать смешнее, чем гибриды в ответах. Лучшие варианты можно даже нарисовать!

Способ 2

Время от времени мы намереваемся совместить два слова, а в гибриде получается больше. Потому что уже в исходном слове часто можно увидеть другие, маленькие: например, в *колбасе* можно разглядеть *колбу*. А можно специально составлять такие слова и соревноваться, кто найдёт больше слов внутри гибрида. Буквы при этом местами переставлять нельзя.

Никита с Ильёй придумали слово *угрозаяц*.

– Я нашёл три слова, – гордо говорит Никита, – гроза, угроза и заяц.

– А я ещё вижу! – радуется Илья.

Вы уже поняли, за счёт чего он победил? А сколько слов вы сможете найти внутри таких гибридов: *акулак*, *автобусыр*, *носкитель*?

Способ 3

Можно сочинять пчеламповые фразы из слов-гибридов, если подбирать их по смыслу. Тогда у вас получится смешной текст, в котором скрыто как минимум два разных смысла. На знаки препинания можно особого внимания не обращать. Никита написал даже целое стихотворение. Найдите в нём поэтическую зарисовку и рецепт завтрака:

От солихой щепоткареты
Яйцоканье молокопыт –
Вот и омлето!

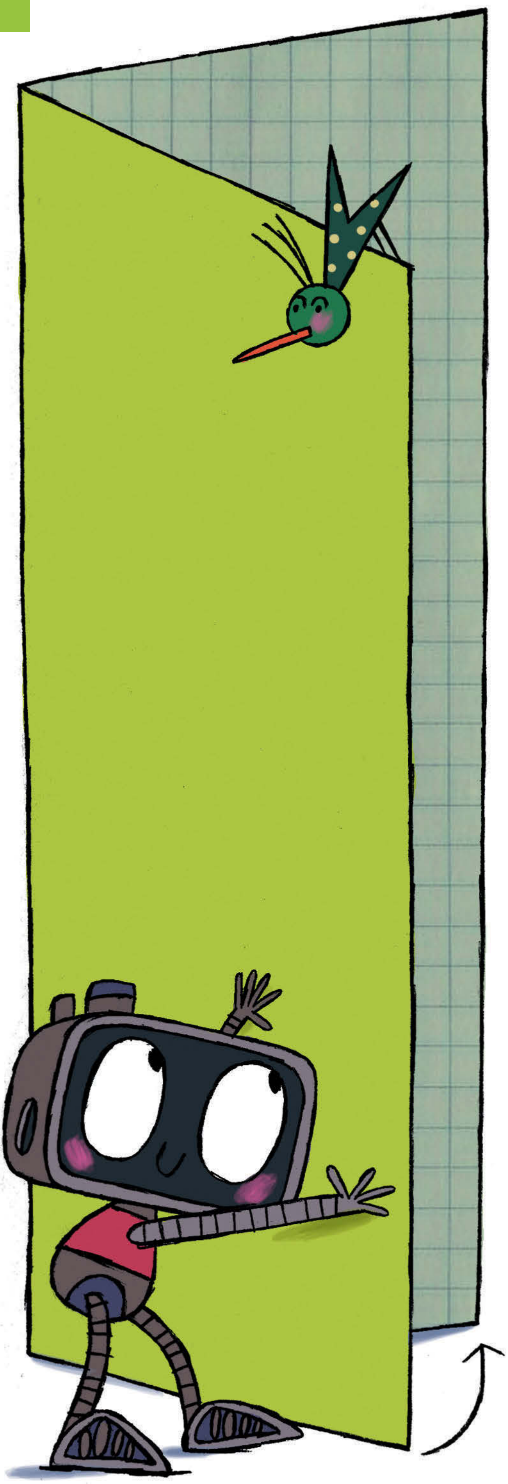
Художник Инга Коржнева


НАПРАВО
ИЛИ
НАЛЕВО?
Кто поворачивает (или стремится повернуть) налево, а кто – направо по ходу своего движения?

По материалам конкурса «Гелиантус»
Художник Артём Костюкевич

Александр Блинков

Перегибая бумагу, получаем задачу.



Многие из вас наверняка уже знакомы с задачами о перегибании бумаги.[1] Они привлекательны своей естественностью и давно встречаются на турнирах и олимпиадах. Причём это задачи не только на построение, но и на доказательство, и на вычисление. Основные методы их решения основаны на простом соображении: перегибая лист, мы получаем фигуры, симметричные относительно линии сгиба, и возникает идея использовать равенство симметричных отрезков, углов, треугольников... Рассмотрим несколько примеров.

Задача 1 *(Д.Прокопенко, VII Московская устная олимпиада, 7 класс)*. У листа бумаги только один ровный край. Лист согнули, а потом разогнули обратно. A – общая точки линии сгиба и ровного края (рис. 1*а*). Постройте перпендикуляр к этой линии в точке A, используя только перегибание бумаги.

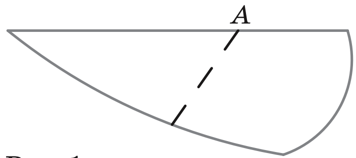


Рис. 1*а*

Решение. Перегнём лист по данной линии AB, тогда ровный край листа займёт положение луча AC (рис. 1*б*). Теперь совместим другую часть этого края с лучом AC и получим линию сгиба AD.

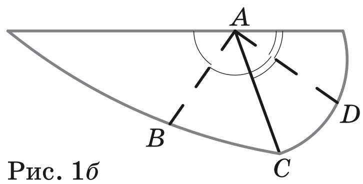


Рис. 1*б*

Угол BAD – искомый, так как образован биссектрисами двух смежных углов.

При сгибании прямоугольных листов бумаги часто возникают прямоугольные треугольники, свойствами которых можно воспользоваться для решения.

Задача 2 (*Д.Шноль, XVIII турнир математических боёв имени А.П.Савина, 7 класс*). Квадратный лист бумаги сначала сложили вдвое, а затем так, как

[1]См., например, статью А. Воронцова и А. Сгибнева «Опыты с бумагой» («Квантик» № 12 за 2013 год) или книгу К. Хаги «Оригамика. Геометрические опыты с бумагой» (М.: МЦНМО, 2012).

показано на рисунке 2*а*. Чему равен отмеченный угол?

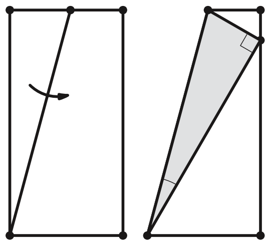


Рис. 2*а*

Решение. Заметим, что при сложении квадрата вдвое получился прямоугольник с отношением сторон 2 : 1. Пусть $ABCD$ – четырёхугольник, получившийся в итоге, E – вершина прямоугольника, попавшая при втором складывании на сторону CD (рис. 2*б*). Тогда в прямоугольном треугольнике EAD катет AD в два раза меньше гипотенузы AE, следовательно, $\angle AED = 30^\circ$. Значит, $\angle EAD = 60^\circ$, а искомый угол является половиной угла, дополняющего угол EAD до угла прямоугольника.

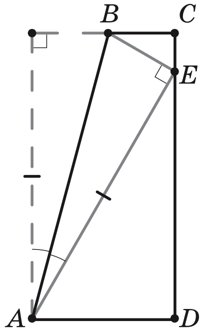


Рис. 2*б*

Таким образом, $\angle EAB = \frac{90^\circ - 60^\circ}{2} = 15^\circ$.

Отметим, что попутно показано, каким образом из квадратного листа бумаги можно сложить углы $15^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ *и* 75°.

А теперь – более сложная задача, возникающая при сгибании квадратного листа. При её решении симметрия используется очень красиво. Удивительно, что придумал эту задачу ученик 5 класса!

Задача 3 (*С.Струнков, XX турнир математических боёв имени А.П.Савина, 7 класс*). Возьмём бумажный квадрат $ABCD$. Пусть M – середина CD. Согнём квадрат так, чтобы сгиб проходил через точку M, а середина AD попала на диагональ AC. Разогнём лист, отрезок сгиба обозначим MX. Теперь согнём квадрат так, чтобы сгиб снова проходил через точку M, а середина BC попала на диагональ BD. Разогнём лист, отрезок сгиба обозначим MY. Докажите, что треугольник MXY – равносторонний.

Решение. Пусть P – середина BC, Q – середина AD, R – точка, симметричная точке Q относительно MX (рис. 3). Тогда треугольники MXQ и MXR равны из симметрии относительно MX, а треугольники MXQ и MYP равны из симметрии всей

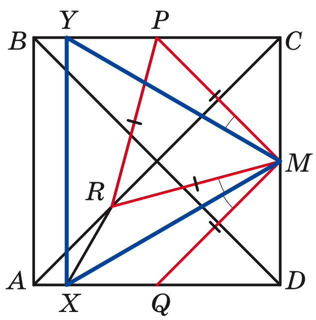
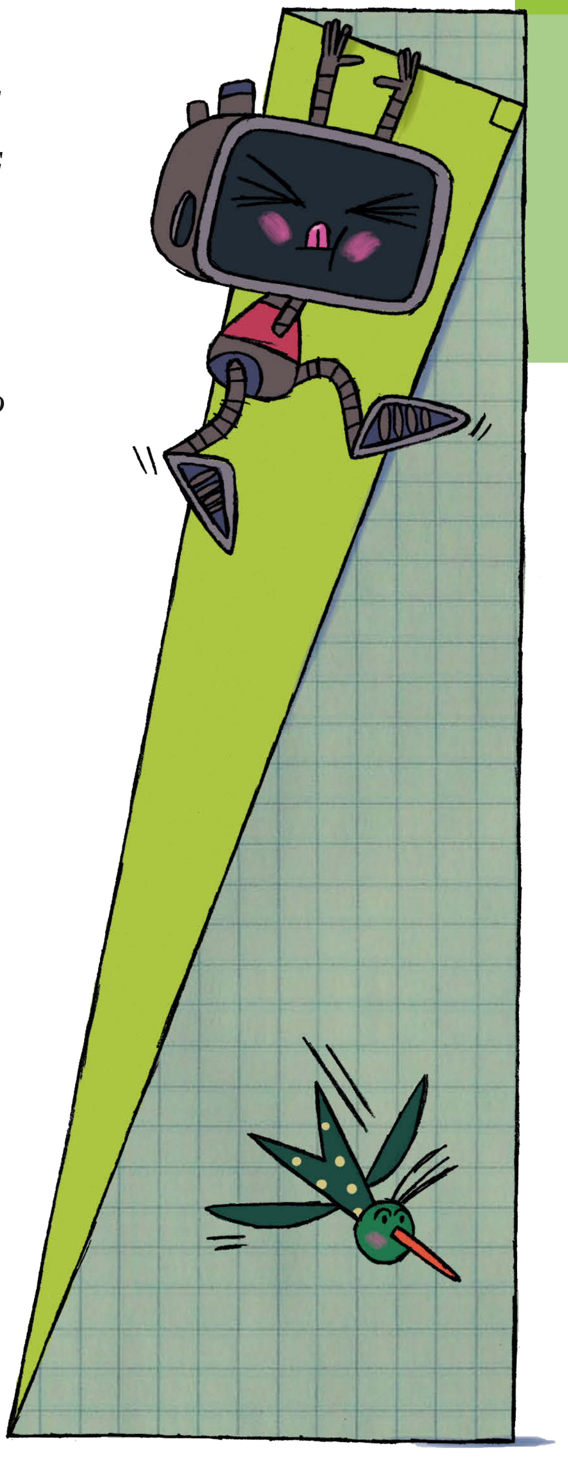
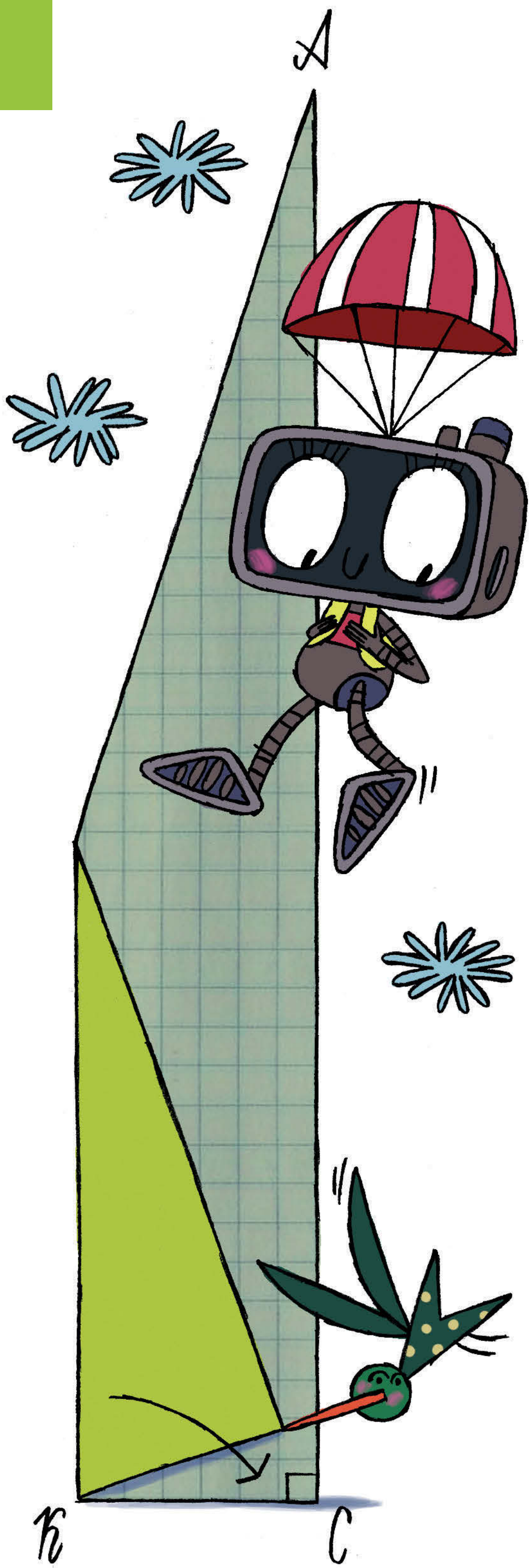


Рис. 3





картинки относительно горизонтальной оси. Отсюда $MX = MY$ и углы XMR и YMP равны. Если мы докажем, что угол XMY равен $60°$, то из равенства $MX = MY$ будет следовать, что MXY – равносторонний. Из равенства углов XMR и YMP следует, что углы XMY и RMP равны. Следовательно, для того, чтобы доказать равенство сторон треугольника MXY достаточно доказать, что равносторонним является треугольник MRP. Заметим, что точка R лежит на диагонали AC квадрата, а точки M и P – середины его сторон, значит, $MR = PR$. Также $MR = MQ = MP$. Следовательно, треугольник MRP – равносторонний, тогда и треугольник MXY – равносторонний.

Помимо симметрии, в задачах на сгибание могут возникать и другие мотивы. Это бывает часто в тех случаях, когда сгибается не прямоугольник, а треугольник. Для решения требуется использовать различные факты школьной геометрии. Хорошей иллюстрацией служат два способа решения следующей задачи.

Задача 4 (*фольклор, Московская математическая регата 2014/15, 8 класс*). Бумажный прямоугольный треугольник ABC перегнули по прямой так, что вершина C прямого угла совместилась с вершиной B и получился четырёхугольник. В каких отношениях точка пересечения диагоналей четырёхугольника делит эти диагонали?

Решение. Из условия задачи следует, что линия сгиба – серединный перпендикуляр к отрезку BC. Пусть этот перпендикуляр пересекает стороны BC и AB в точках K и M соответственно, тогда после перегибания получен четырёхугольник $CKMA$, диагонали которого пересекаются в точке O (рис. 4). Далее можно рассуждать по-разному.

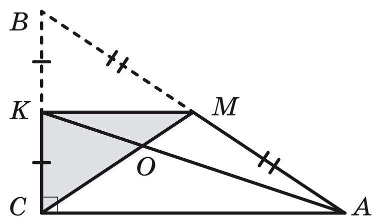


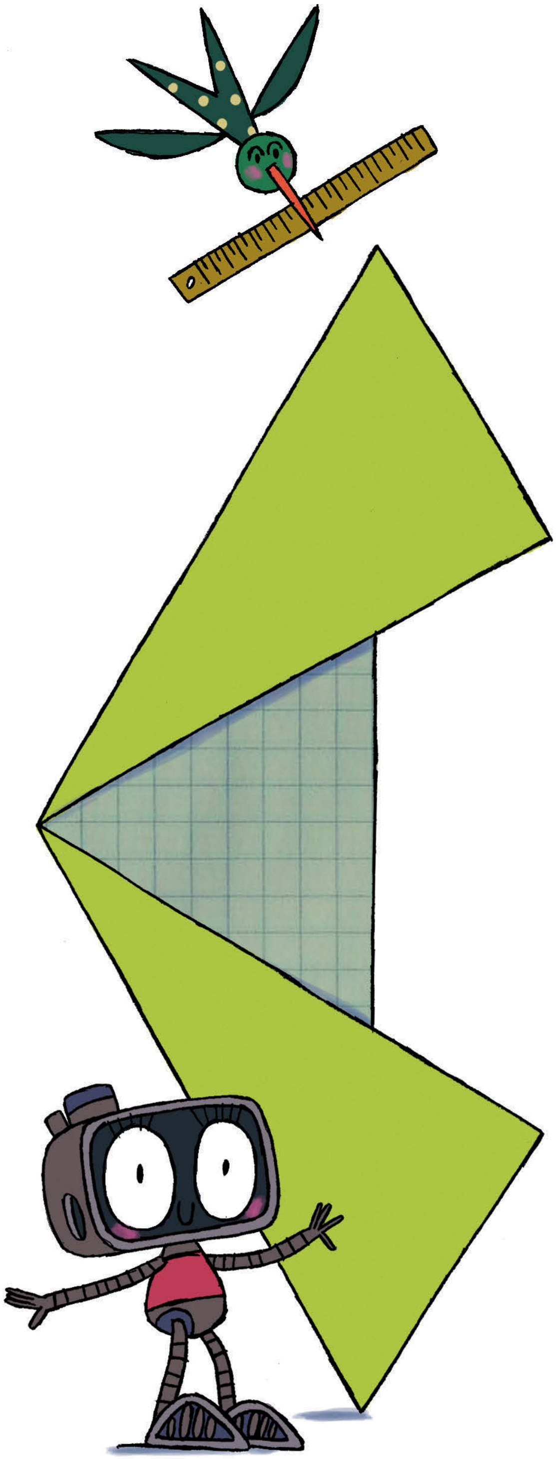
Рис. 4

Первый способ. CM и AK – медианы треугольника ABC, O – точка их пересечения, значит, $CO : OM = AO : OK = 2 : 1$.

Второй способ. Так как KM – средняя линия треугольника ABC, то $KM \parallel AC$ и $KM = \frac{1}{2}AC$. Значит, $CKMA$ – трапеция, поэтому треугольники KOM и COA

подобны. Следовательно, $CO:OM = AO:OK = AC:KM = 2:1$.

Конечно, существуют и более сложные задачи, связанные со сгибанием листов бумаги (а в некоторых случаях, ещё и с наложением одного листа на другой), которые остались за рамками этой статьи, так как они, в основном, рассчитаны на тех, кто уже глубоко и полностью изучил школьный курс геометрии.

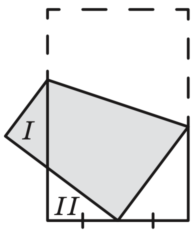


ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

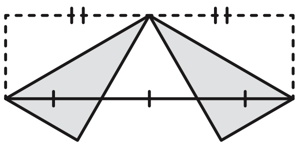
Автором половины предлагаемых задач является А.В.Шаповалов, которого уместно здесь процитировать: «Люблю задачи с перегибанием бумаги: и геометрия несложная, и надо построить несложную математическую модель из житейской ситуации».

Задача 5 (*А.Блинков*). Бумажный прямоугольник согнули по диагонали, а затем, сложив ещё два раза, получили шестислойный треугольник. Найдите угол между стороной и диагональю исходного прямоугольника.

Задача 6 (*А.Хачатурян, XXII математический праздник, 7 класс*). Прямоугольный лист бумаги согнули, совместив вершину с серединой противоположной короткой стороны (см. рисунок). Оказалось, что треугольники I и II равны. Найдите длинную сторону прямоугольника, если короткая равна 8.



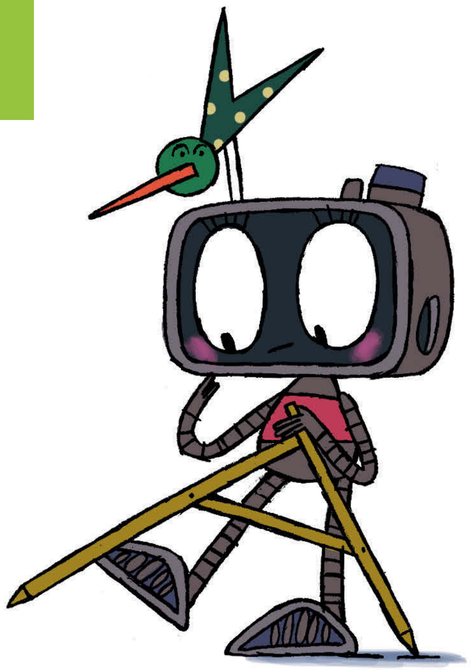
Задача 7 (*А.Шаповалов, XII Московская устная олимпиада, 7 класс*). Два угла прямоугольного листа бумаги согнули так, как показано на рисунке. Противоположная сторона при этом оказалась разделённой на три равные части. Докажите, что белый треугольник в середине – равносторонний.



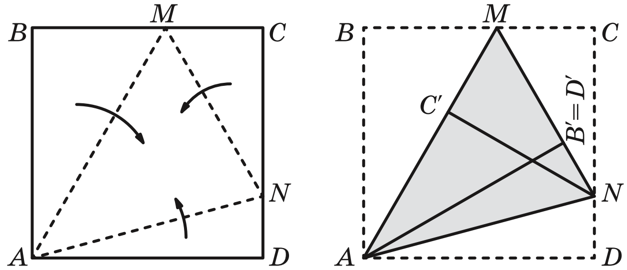
Задача 8 (*А.Шаповалов, XL Уральский турнир юных математиков, 7 класс*). Прямоугольный лист бумаги перегнули по прямой так, что противоположные вершины совместились. В результате получились три треугольника: в середине – один двухслойный, а по краям – два однослойных. Докажите, что двухслойный треугольник – равнобедренный.

Задача 9 (*А.Шаповалов, XIV турнир математических боев имени А.П. Савина, 7 класс*). Бумажный прямоугольник $ABCD$ перегибается так, что точка C попадает в точку C' – середину стороны AD, линия сгиба проходит через вершину B и пересекает сторону CD в точке K. Найдите отношение $DK : AB$.

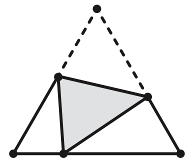
Математический кружок



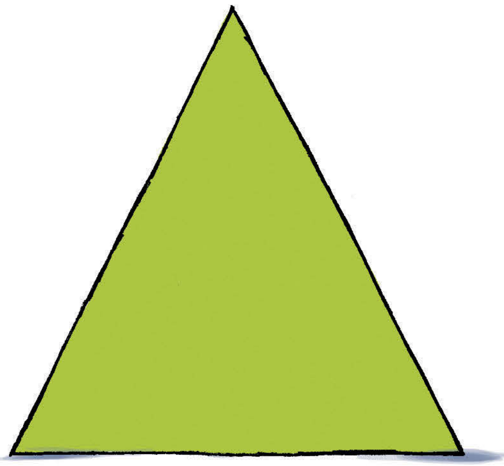
Задача 10 (*А. Хачатурян, XI Московская устная олимпиада, 7 класс*). Из квадратного листа бумаги сложили треугольник MAN (см. рисунки). Найдите угол ANM.



Задача 11 (*А. Кулыгин, XIII Московская устная олимпиада, 7 класс*). Бумажный равносторонний треугольник перегнули по прямой так, что одна из вершин попала на противоположную сторону (см. рисунок). Докажите, что углы двух получившихся белых треугольников соответственно равны.

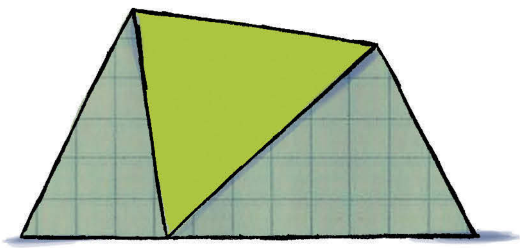


Задача 12 (*А. Шаповалов, XV турнир математических боёв имени А.П. Савина, 8 класс*). Из листа бумаги, одна сторона которого жёлтая, а другая – белая, Саша вырезал равнобедренный треугольник. Затем он перегнул его по биссектрисе угла при основании и склеил. Получился треугольник, состоящий из двух равнобедренных треугольников: белого и жёлтого. Докажите, что после перегибания у него вновь получился равнобедренный треугольник.



Задача 13 (*А. Шаповалов, XII турнир математических боёв имени А.П. Савина, 8 класс, вариация*). Бумажный треугольник со сторонами 4, 5 и 6 перегнули по прямой так, что вершина, противолежащая стороне длины 5, попала на эту сторону. В получившемся четырёхугольнике углы, примыкающие к линии сгиба, оказались равными. Найдите длины отрезков, на которые разделила сторону попавшая туда вершина.

Задача 14 (*Т. Голенищева-Кутузова, финал VII олимпиады по геометрии имени И.Ф. Шарыгина, 8 класс*). Петя вырезал из бумаги прямоугольник, наложил на него такой же прямоугольник и склеил их по периметру. В верхнем прямоугольнике он провёл диагональ, опустил на неё перпендикуляры из двух остальных вершин, после чего разрезал верхний прямоугольник по этим линиям и отогнул полученные треугольники во внешнюю сторону так, что вместе с нижним прямоугольником они образовали ещё один прямоугольник. Каким образом по полученному прямоугольнику восстановить исходный, используя только циркуль и линейку?



Художник Наталья Гаврилова

Владимир Красноухов

МЕАНДР:

НОВАЯ ГОЛОВОЛОМКА НА АНТИЧНУЮ ТЕМУ

Легче придумать новую головоломку, чем дать ей оригинальное название. Это, конечно, шутка. Но в данном случае более органичного названия к нашей головоломке трудно подобрать.

Меандр – это распространённый (особенно в Древней Греции) тип прямоугольного орнамента. Название произошло от извилистой реки Меандр в Эфесе (ныне река Большой Мендерес). Древнегреческий философ Сенека в своих «Нравственных письмах к Луцилию» упоминает реку Нил, которая «набухает от летнего паводка», реку Тигр, которая «скрывается из виду, а потом, такая же полноводная, появляется из тайников». Здесь же упоминается река Меандр – «предмет упражнений и игры для всех поэтов, она вьётся частыми излучинами, близко подступает к собственному руслу и опять поворачивает, не успевши влиться в себя самоё».

«Меандр – предмет упражнений и игры...» – через две тысячи лет после Сенеки внесём и мы свою лепту в подтверждение этой фразы древнегреческого философа.

Фото. Меандр в природе и в архитектуре

Читателям «Квантика» уже знакомы головоломки, названия которых органично связаны с конкретными географическими объектами (пирамиды Чичен-Ица, вулкан Эйяфьядлайёкюдль, см. «Квантик» №1 за 2013 год). И вот теперь древнегреческий Меандр.

Основным игровым элементом в этой головоломке является фигура, структура которой показана на рисунке 1. Изготовим из пластика или деревянных брусочков некоторое количество таких фигурок. (Минимальный набор элементов 8 штук, но для решения

некоторых задач может потребоваться несколько таких наборов). Размер одной клеточки может быть любой, например 1 см. Толщина не имеет значения. Для ряда задач нам потребуется плоская квадратная коробочка с бортиками, внутренний размер коробочки 10×10.

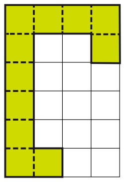


Рис. 1

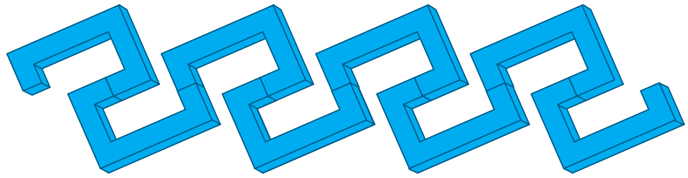
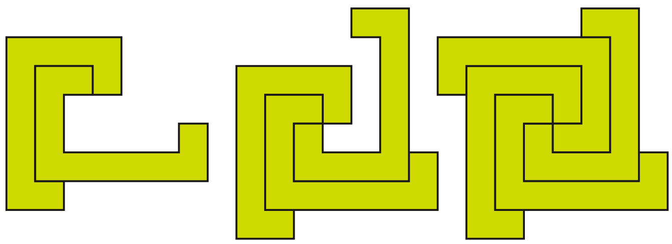


Рис. 2

Используя такие элементы, можно легко строить орнаменты – вариации в стиле древнегреческих меандров (пример см. на рисунке 2). Но нам интересны более сложные задачи.

Построение антислайдов. Напомним, что антислайд – это такая самозамыкающаяся фигура, в которой ни один из составных элементов не может быть сдвинут ни в каком направлении ни на одну клетку (*anti* – против, *slide* – скользить).

Антислайды без границ. Выложите игровые элементы на стол. Из них несложно построить антислайды (последовательно) из 2, 3, 4 элементов (рисунок 3).



$n=2$ $n=3$ $n=4$

Рис.3

Задача 1. Постройте антислайд без границ, используя одновременно какое-нибудь количество элементов, большее четырёх. Постарайтесь использовать как можно больше таких элементов.

Кстати, это одна из тех задач, которые были предложены финалистам XIX очного чемпионата России по пазлспорту (Москва, 6 июня 2016). За 10 минут, отведённых по регламенту на решение *этой головоломки, с задачей справились 7 человек из 28 участников. При этом были найдены решения для 5, 6 и 7 элементов.*

Задача 2. Постройте симметричный антислайд, стараясь использовать одновременно как можно большее число элементов. Автору известны единственные решения для 10, 12 и 16 элементов. В качестве примера приводим решение для $n = 10$ (рис.4), для $n = 12$ и $n = 16$ найдите самостоятельно.

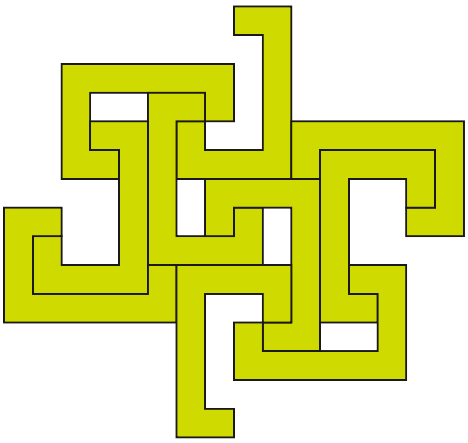


Рис. 4

Антислайд в рамке.

Задача 3. Разместите пять элементов в коробочке 10×10 в режиме антислайд. Эта задача несложная, она имеет не менее ста различных решений. Усложним эту задачу дополнительным условием – число пустых областей, не связанных между собой, должно быть определённым (допускается соприкосновение пустых областей уголками). В качестве примера приведём решение, в котором число пустых областей равно 7 (рис. 5).

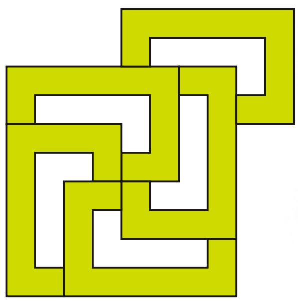


Рис. 5

Попробуйте построить «более дырявый» антислайд из пяти элементов (автору известно решение с восемью пустыми областями).

Задача 4 (самая лёгкая). Упакуйте 8 игровых элементов в коробочку 10×10.

Решение единственное.

Желаем успехов!

Художник Юлия Жукова

Борис Дружинин

Верните деньги

Петя страдал. Пете срочно понадобились деньги. Срочно! Он долго думал и нашёл гениальную комбинацию. Так, по крайней мере, ему представлялось.

– Я учусь в платной гимназии, – осенило его. – Скажу, что меня ничему не научили, и потребую вернуть деньги. Пусть назначают специальную комиссию. Буду отвечать как попало. Если выгонят, то пойду в обычную школу. Лишь бы деньги вернули.

Как ни странно, но через два дня Петя стоял перед комиссией.

– Ну-с, молодой человек, начнём с геометрии, – сказал председатель комиссии. – Сколько прямых, параллельных данной прямой, можно провести через точку, не лежащую на данной прямой?

– Одну, одну, – привычно уловил подсказку чутким ухом Петя, но тут же опомнился.

– Да сколько угодно! Хоть бесконечное количество! – громко ответил он, а сам подумал: «Что, съели?»

– Прекрасно! – неожиданно воскликнул лысый старичок. – Ученик продемонстрировал знание достижений современной науки. Просто он имеет в виду не обычную Евклидову геометрию, а геометрию Лобачевского. А там ответ именно такой – бесконечное количество.

– Теперь биология. Расставь в порядке пищевой цепочки, – продолжал председатель и протянул Пете картинки с человеком, комаром и курицей.

Петя точно помнил, что человек стоит на самом верху этой цепочки, а комар – внизу. И он уверенно поместил на самый верх комара, потом человека и курицу, и торжествующе посмотрел на комиссию.

– Великолепно! – закричал старичок. – Испытуемый умеет мыслить самостоятельно! Комары пьют нашу кровь, значит, могут претендовать на первенство.

– Перейдём к арифметике. Закончите равенство, – попросил председатель и написал на доске: 1 + 1 = …

– Пожалуйста, – сказал Петя и старательно вывел число 10 после знака равенства. «Теперь-то они не отвертятся», подумал он, любуясь получившимся шедевром: 1+1=10.

– Удивительно! Он и это знает! – продолжал восхищаться старичок. – Когда вы начнёте изучать информатику, попросите рассказать учителя о двоичном коде. На этом коде построена работа всех компьютеров. Это так называемся двоичная система счисления. А в ней действительно 1+1=10.

– А теперь история. Куда, в конце концов, приплыл Христофор Колумб?

– В СССР! – выпалил Петя, прекрасно зная, что во времена Колумба никакого СССР и в помине не существовало.

– Где вы берёте таких учеников? – обратился старичок к директору гимназии. – Это гений! В 1932 году в тайге начали строить Комсомольск-на-Амуре. А первые строители прибыли туда на «Христофоре Колумбе». Так пароход назывался. Всё правильно.

– А теперь возьми в руки глобус, – предложил председатель комиссии. – Ответь, существует ли край света?

– Конечно, есть! – сразу выпалил Петя, нежно прижимая к груди напоминающий мячик глобус.

Председатель хотел что-то сказать, но его опередил всё тот же старичок.

– Молодец! Правильно! Девяносто процентов окончивших школу не знают, а он знает! Да что там девяносто – девяносто девять! Если не верите – побывайте на острове Шикотан в Курильской гряде. Там есть мыс, который так и называется «Край света».

Петя не стал дожидаться новых вопросов, огорчённо махнул рукой и покинул кабинет. Ничего у него не получилось.

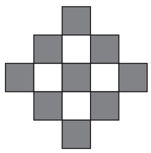
Художник Валентина Урм

■ НАШ КОНКУРС («Квантик» № 7)

31. *Двадцать пять ребят пошли в лес и стали ловить кузнечиков. Несколько ребят поймали по одному кузнечику, половина оставшихся ребят поймали по два кузнечика, а остальные не смогли поймать ни одного. Сколько всего кузнечиков поймали ребята?*

Ответ: 25. У ребят, поймавших по одному кузнечику, всего столько кузнечиков, сколько этих ребят. Назовём поймавших два кузнечика ловкими, а не поймавших ни одного – невезучими. Ловких ребят столько же, сколько невезучих, но каждый ловкий поймал по два кузнечика – значит, в сумме у них столько кузнечиков, сколько всего ловких и невезучих. Поэтому общее число пойманных кузнечиков равно общему числу ребят, то есть 25.

32. *а) На рисунке изображена салфетка из 13 клеток. Какое наибольшее количество неперекрывающихся доминошек 1×2 можно уместить на этой салфетке?*



б) А какое наименьшее количество доминошек потребуется, чтобы покрыть салфетку целиком, если доминошки могут перекрываться?

а) **Ответ:** 4. В каждой доминошке одна белая клетка, а всего белых клеток 4. Значит, если доминошки не перекрываются, их число не может быть больше 4. Чтобы уместить 4 доминошки, поместим их в «углы» салфетки.

б) **Ответ:** 9. В каждой доминошке одна чёрная клетка, а всего чёрных клеток 9. Значит, чтобы покрыть всю салфетку, нам потребуется минимум 9 доминошек. Чтобы это сделать, добавим к четырём доминошкам из пункта а) ещё 5, которые закрывают неугловые чёрные клетки.

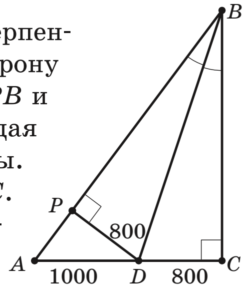
33. *На доске написаны в ряд четыре четвёрки: 4 4 4 4. Между каждыми двумя соседними четвёрками надо поставить один из знаков «+», «−», «×» или «:», затем расставить скобки (если потребуется) и вычислить значение. Получите таким способом каждую из цифр от 0 до 9.*

$4+4-4-4=0$	$(4\times4+4):4=5$
$4-4+4:4=1$	$4+(4+4):4=6$
$4:4+4:4=2$	$4+4-4:4=7$
$(4+4+4):4=3$	$4+4+4-4=8$
$4+(4-4)\times4=4$	$4+4+4:4=9$

34. *Разрежьте какой-нибудь куб на одинаковые кубики и переложите их так, чтобы получилось 49 кубов, не обязательно одного размера.*

Разрежем куб $6\times6\times6$ на кубики $1\times1\times1$. Нижняя половина куба состоит из четырёх кубов $3\times3\times3$. Лежащий на ней слой высоты 2 можно разбить на 9 кубов $2\times2\times2$. Оставшийся слой высоты 1 состоит и $6\times6=36$ единичных кубиков. Всего получилось $4+9+36=49$ кубов.

35. *Дорожки парка расположены так, как показано на рисунке: угол ACB прямой, дорожка BD делит угол ABC пополам. Точка B – вход в парк, а точка D – ларёк с мороженым. Буратино и Мальвина решили купить мороженое, но пошёл сильный дождь, и дорожку BD размыло (по ней нельзя пройти), а на дорожке BC образовалась огромная лужа. Поэтому Мальвина пошла по сухой дороге через точку A, а Буратино, любящий лужи, побежал по дороге через точку C. На сколько метров путь Буратино короче пути Мальвины, если $AD=1000$ м, а $DC=800$ м?*



Ответ: 800 м. Опустим перпендикуляр из точки D на сторону AB. Тогда треугольники DPB и DCB равны, ведь у них общая гипотенуза и равные углы. Значит, $DP=800$ и $BP=BC$. Из прямоугольного треугольника ADP, по теореме Пифагора, $AP^2=AD^2-DP^2$. Значит, $AP=600$. Мальвина прошла $BA+AD=$ $=BP+AP+AD$, Буратино прошёл $BC+CD$. Так как $BP=BC$, то путь Буратино короче пути Мальвины на $AP+AD-CD=600+1000-800$, то есть на 800 м.

■ ЗМЕЙКА ИЗ КУБИКОВ («Квантик» № 8)

На рисунке 1 напишем на кубиках их высоту: если кубик стоит на другом сверху, то и число на первом кубике больше числа на втором на 1, а если кубики находятся на одной высоте, то и числа на них одинаковые. Видно, что один конец змейки выше другого на 1. На рисунке 2 напишем числа таким же способом, только число на кубике тем больше, чем правее находится кубик. Один конец змейки правее другого на 2. На рисунке 3 числа написаны так же, только число тем больше, чем дальше от нас находится кубик. Один конец змейки находится на 3 дальше, чем другой. Итак, чтобы попасть из центра кубика на одном конце змейки в центр кубика на другом её конце, нужно сделать 1 шаг вверх, 2 шага влево и 3 шага назад. Чтобы замкнуть змейку, надо попасть из кубика на одном конце в место рядом с кубиком на другом конце, то есть сделать на один шаг меньше. Значит, минимальное число кубиков, которым можно замкнуть змейку, равно $(1+2+3)-1=5$.

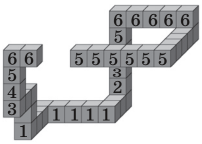


Рис. 1

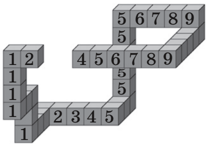


Рис. 2

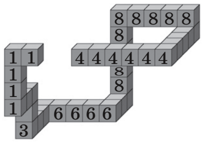


Рис. 3

ПЧЕЛАМПОВАЯ БИТВА

1. *Попугайка* и *колбасанки* немного интереснее, потому что *ногайка* на слух напоминает уже существующее слово *нагайка*, а *колбасардина* – громоздкое. *Головаленок*. *Ведробот*, *топоросёнок*, *пылесоска*, *бородача*.

2. *Угрозаяц*: роза, Оз. *Акулак*: акула, кулак, лак. *Автобусыр*: авто, автобус, бусы, сыр. *Носкитель*: нос, носки, скит, кит, китель, ель.

3. От лихой кареты цоканье копыт – вот и лето. От соли щепотка, яйцо, молоко – вот и омлет.

НАПРАВО ИЛИ НАЛЕВО?

Трамвай едет по рельсам, поэтому повернёт налево (куда поворачивают рельсы).

Танк. Судя по вылетающим брызгам, правая гусеница крутится против движения танка, а левая – по движению. Значит, танк поворачивает направо.

Лодка. Человек, сидящий в лодке, повернул мотор направо. Поэтому мотор толкает корму лодки не прямо по движению лодки, а чуть направо, вокруг носа, заставляя его повернуть налево. Значит, лодка повернёт налево.

Конькобежец, чтобы повернуть, ставит коньки под нужным углом и отталкивается ото льда в сторону поворота. На картинке он наклонён налево. Значит, толкает себя налево и поворачивает налево.

Сноубордист едет своим правым боком вперёд, упираясь в снег задним краем доски, а значит, толкает себя направо.

Когда **машина** куда-то поворачивает, её корпус (да и пассажиров внутри) заносит в противоположную сторону. Почему так происходит? Да просто корпус стремится продолжить своё движение вперёд, вот и отклоняется в сторону, противоположную повороту. Корпус так бы и двигался вперёд, но он прикреплён к колёсной раме пружинами, которые утягивают его обратно, в сторону поворота.

На картинке левый бок корпуса стал ниже правого. Так как корпус прикреплён к раме своим низом, это означает, что корпус отклонился влево. Значит, машина поворачивает направо.

Самолёты поворачивают, накреняясь в направлении поворота, поэтому самолёт на картинке поворачивает направо. Зачем они накреняются? Самолёту нужно не только повернуть себя в пространстве, но и изменить направление своего движения, что при скорости и массе самолёта не так просто, особенно в отсутствие твёрдой опоры. Поэтому нужно ещё прилагать значительную силу в направлении поворота. Эта сила – подъёмная сила, которая действует перпендикулярно поверхности крыла, то есть у накренённого самолёта не только вверх, но и вбок.

Кружка скользит по столу и одновременно вращается против часовой стрелки, если смотреть сверху. Так как кружка тормозится из-за трения о стол, то, чтобы не опрокинуться вперёд, она сильнее упирается в стол своей передней частью. Поэтому спереди сила трения больше.

Сила трения в каждой точке направлена противоположно направлению движения этой точки. Спереди у кружки точки движутся не только вперёд, но и влево – из-за вращения кружки. Получается, что спереди сила трения направлена правее движения кружки. Аналогично, сзади сила трения направлена левее движения кружки, но сзади сила трения меньше.

В целом мы получаем, что трение толкает кружку направо, а значит, кружка будет поворачивать направо.

ПЕРЕГИБАЯ БУМАГУ, ПОЛУЧАЕМ ЗАДАЧУ

5. Ответ: 30°. Пусть $ABCD$ – исходный прямоугольник. После перегибания по диагонали AC получится пятиугольник $ABKD'C$ (рис. 5). Получить шестислойный треугольник можно единственным способом (проверьте) – если перегнуть сначала по MK, а потом по AK.

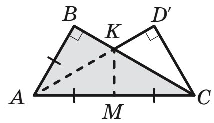


Рис. 5

Так как $AB=AM=CM$, то в прямоугольном треугольнике ABC катет AB равен половине гипотенузы AC, поэтому $\angle ACB=30^\circ$.

6. Ответ: 12. Отметим на рисунке 6 равные отрезки (в равных треугольниках против равных углов лежат равные стороны). Тогда длина большей стороны равна $a+b+4$, а длина меньшей стороны равна $a + b$. Следовательно, $a+b=8$, значит, бо́льшая сторона имеет длину $a+b+4=$ $=8+4=12$.

Отметим, что, используя равенство $a+b=8$ и теорему Пифагора, можно также найти длины остальных сторон треугольников I и II. Получится, что $a=3$, $b=5$, то есть эти треугольники – египетские.

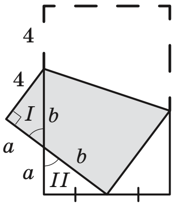


Рис. 6

7. Введём обозначения так, как показано на рисунке 7. Заметим, что треугольник $AB'O$ получился перегибанием из треугольника ABO, значит, эти треугольники равны. Следовательно, $\angle AOB=$ $=\angle AOB'$. Кроме того, из параллельности сторон AD и BC прямоугольника следует, что $\angle AOB=$ $=\angle KAO$. Таким образом, в треугольнике AOK углы AOK и KAO равны, значит, этот треугольник равнобедренный: $OK=AK$. Рассуждая аналогично, получим, что треугольник DOL – также равнобедренный. Следовательно, $OK=OL=KL$, то есть треугольник KOL – равносторонний.

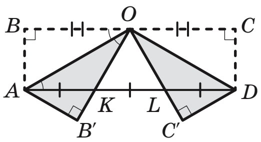


Рис. 7

8. Пусть прямоугольник $ABCD$ перегнули так, что вершина D совпала с вершиной B, тогда эти вершины симметричны относительно линии сгиба KL (рис. 8). Следовательно, KL – серединный перпендикуляр к диагонали BD. Кроме того, $BL=DL$, и так как O – центр симметрии прямоугольника, то $BK=DL$, откуда $BK=BL$ и треугольник BKL – равнобедренный.

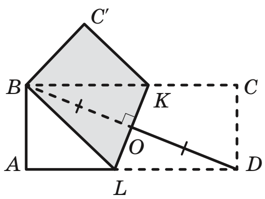


Рис. 8

9. Ответ: 1 : 3. Из условия задачи следует, что равны треугольники $BC'K$ и BCK, значит, $BC'=BC$ (рис. 9). Тогда в прямоугольном треугольнике BAC' катет AC' равен половине гипотенузы BC', поэтому $\angle ABC'=30°$. Следовательно, $\angle AC'B=60°$, тогда $\angle KC'D=30°$.

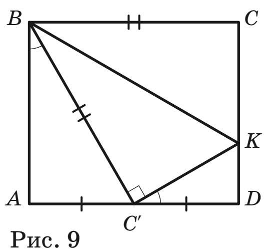


Рис. 9

Из треугольника $KC'D$: $DK=\frac{1}{2}KC'=\frac{1}{2}KC$. Значит, $DK:AB=DK:CD=1:3$.

10. Ответ: 75°. Разогнём бумагу и отметим равные углы, которые были совмещены при сгибании квадрата $ABCD$ (рис. 10). Угол MAN составляет половину прямого угла BAD, значит, $\angle MAN=45°$. Три равных угла с вершиной M вместе образуют развёрнутый угол, поэтому $\angle AMN=60°$. По теореме осумме углов треугольника находим, что $\angle ANM=75°$.

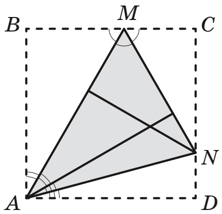


Рис. 10

Отметим, что эта геометрическая конструкция была подробно рассмотрена в статье «Угол в квадрате» (см. «Квантик» №6 за 2015 год).

11. Введём обозначения так, как показано на рисунке 11. Исходный треугольник – равносторонний, поэтому $\angle MCK=\angle A=\angle B=60°$. Угол ACB – развернутый, значит, $\angle 1+\angle 2=120°$ (*).

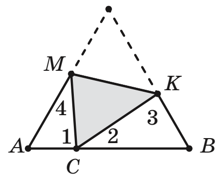


Рис. 11

Из треугольника KBC по теореме о сумме углов треугольника, получим: $\angle 2+\angle 3=120°$ (**). Из равенств (*) и (**) следует, что $\angle 1=\angle 3$. Равенство углов 2 и 4 можно либо доказать аналогично, рассмотрев сумму углов в треугольнике MAC, либо воспользоваться тем, что в треугольниках MAC и KBC соответственно равны две пары углов, поэтому равны и третьи углы.

Отметим, что вопрос задачи можно было сформулировать по-другому: «Докажите, что белые треугольники подобны».

12. Пусть вырезан жёлтый равнобедренный треугольник ABC, который Саша перегнул по биссектрисе AD (рис. 12). По условию, белый треугольник ADE и жёлтый треугольник BED – равнобедренные. Докажем, что основанием первого из них является DE, а второго – BD.

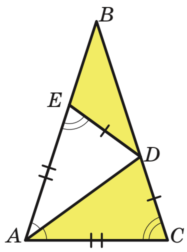


Рис. 12

Действительно, в треугольнике ADC угол C больше угла A, значит $AD>CD$. Так как $CD=$ $=ED$, то $AD>ED$. Кроме того, $AE\neq ED$ (иначе, $AEDC$ – ромб, что невозможно, так как AE и CD не параллельны). Следовательно, $AD=AE$. Так как угол AED равен углу ACD, то этот угол – острый, значит, угол BED – тупой, поэтому BE и ED – равные боковые стороны треугольника BED.

Докажем теперь, что треугольник ABD – равнобедренный. Пусть $\angle EAD=\angle CAD=a$, тогда $\angle DEA = \angle DCA = 2a$. Так как DEA – внешний угол при вершине равнобедренного треугольника BED, то $\angle DBE = \angle BDE = a$. Таким образом, в треугольнике ABD равны углы A и B, поэтому он – равнобедренный: $BD = AD$.

Отметим, что теперь несложно вычислить углы исходного треугольника. Действительно, так как $\angle BAC = \angle BCA = 2a$, $\angle ABC = a$, *то* $2a + a + 2a = 180°$; $a = 36°$. *Следовательно, в исходном равнобедренном треугольнике угол при вершине равен* 36°, *а углы при основании – по* 72°. *Такой треугольник замечателен ещё и тем, что основание D его биссектрисы делит боковую сторону BC в отношении, которое называется «золотым сечением». Действительно, у треугольников ABC и CAD равны соответствующие углы, поэтому эти треугольники подобны. Значит, учитывая, что* $AC = AD = BD$, *получим:* $DC : BD = BD : BC$.

13. Ответ: 2 и 3. Пусть в треугольнике ABC: $AB = 5$, $AC = 4$, $BC = 6$, вершина C при перегибании попала в точку C_1, A_1B_1 – линия сгиба (рис. 13). Из равенства углов AB_1A_1 и BA_1B_1 следует равенство углов CB_1A_1 и CA_1B_1, поэтому треугольник A_1CB_1 – равнобедренный. Так как при перегибании точка C попала в точку C_1, то $CC_1 \perp A_1B_1$, тогда CC_1 – биссектриса угла ACB. По свойству биссектрисы треугольника, $AC_1 : C_1B = AC : CB$. Учитывая, что $AC_1 + BC_1 = 5$, получим: $AC_1 = 2$, $BC_1 = 3$.

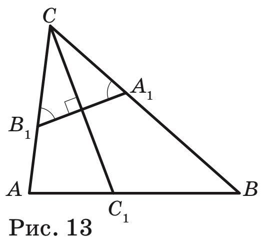


Рис. 13

14. Пусть $ABCD$ – полученный прямоугольник; O – его центр; K и M – середины его коротких сторон AB и CD; L и N – точки пересечения окружности с диаметром KM со сторонами BC и AD соответственно (рис. 14). Тогда прямоугольник $KLMN$ – искомый.

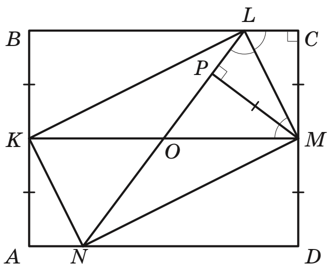
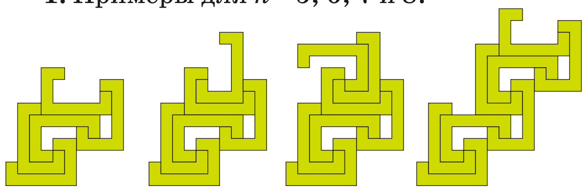


Рис. 14

Действительно, пусть P – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на LN. Так как $\angle CLM = \angle OML$ из параллельности прямых CB и KM и $\angle OML = \angle MLO$, так как $OL = OM = KM/2$, то треугольники MCL и MPL равны, значит, при перегибании по прямой ML они совместятся. Аналогично при перегибании по прямой MN совместятся треугольники MDN и MPN. Наконец, поскольку конструкция симметрична относительно точки O, при перегибании по прямым KL и KN треугольники BKL и AKN наложатся на треугольник NKL. Убедитесь самостоятельно, что прямоугольник $ABCD$ мог получиться только из построенного прямоугольника $KLMN$ и симметричного ему относительно прямой KM.

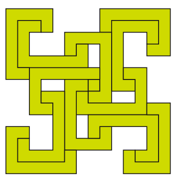
МЕАНДР : НОВАЯ ГОЛОВОЛОМКА НА АНТИЧНУЮ ТЕМУ

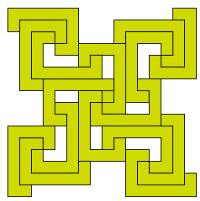
1. Примеры для $n = 5$, 6, 7 и 8.



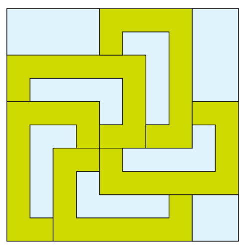
Получить антислайд без границ для любого $n > 4$ можно из примера для $n = 7$. Можно увеличивать число элементов на 3, добавляя красную группу элементов, как на картинке. Причём это можно сделать сколь угодно много раз. Также можно убрать синий элемент или одновременно синий и зелёный. Получите таким образом примеры для $n = 5, 6$ и 8.

2.

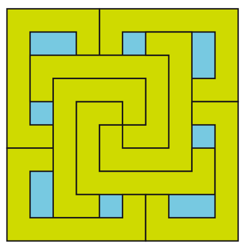

$n = 12$


$n = 16$

3.


8 пустых областей

4.



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
заочном математическом конкурсе.

Итоги прошлого конкурса будут опубликованы в 11-м номере. А теперь мы начинаем новый конкурс!

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 октября электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com** или обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Результаты среди команд подводятся отдельно.

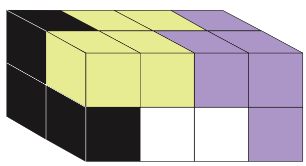
Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

I ТУР

1. Две гоночные машины – красная и зелёная – выехали из города A в город $Б$ по одной и той же дороге, стартовав и финишировав одновременно. При этом зелёная машина ни разу не обгоняла красную. Могло ли быть так, что не менее 90% времени зелёная машина ехала быстрее красной?

2. Имеются 4 детали, каждая склеена из четырёх кубиков и окрашена в свой цвет. Из них сложили кирпич размером $2\times2\times4$ без дырок (см. рисунок). Как выглядит белая деталь?

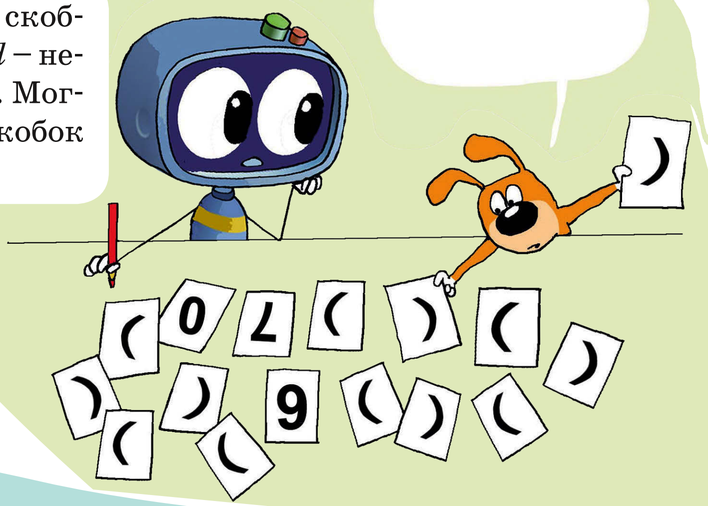


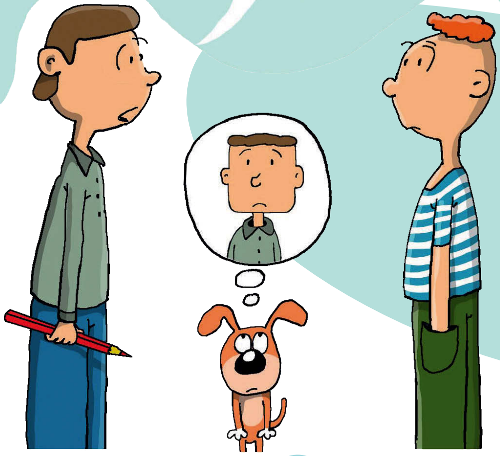
наш КОНКУРС

ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач: Михаил Евдокимов (3), Игорь Рубанов (4)

3. Квантик по-разному расставлял скобки в выражении $a-b-c-d$, где a, b, c, d – некоторые числа (не обязательно целые). Могли ли в зависимости от расстановки скобок получиться и 1, и 2, и 3, и 4?





4. На клетчатой бумаге нарисовали квадрат 5×5, разделённый на 25 квадратиков 1×1. Можно ли выбрать 16 квадратиков и провести в каждом одну диагональ так, чтобы никакие две диагонали не имели общего конца?

5. Путешественник приехал в гостиницу утром, имея при себе 37 золотых монет. Хозяин объясняет ему правила: «Каждый вечер ты должен отдавать мне в уплату за прошедший день одну или больше монет, сколько захочешь. Но если за какой-то период (один или несколько подряд идущих дней) ты мне заплатишь ровно 7 монет, то больше оставаться нельзя». Удивился путешественник и стал прикидывать, какое наибольшее число дней он может провести в гостинице по таким правилам. Что это за число? Как может действовать путешественник? Почему нельзя прожить больше?

Художник Николай Крутиков

ЛИШНЯЯ БАТАРЕЙКА

Квантик упаковал «стоймя» в прямоугольную коробку 40 батареек так, как показано на рисунке. Вдруг он обнаружил ещё одну батарейку. Удастся ли поместить в коробку 41 батарейку?

Авторы Семён Посицельский, Мария Семёнова
Художник Мария Усеинова

ISSN 2227-7986 16009