№ 10 | октябрь 2022

# ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

№ 10
октябрь
2022

ВОЛЧОК И КОЛПАЧОК ИЗ БУМАГИ

НАУЧНЫЕ ЗАБАВЫ ТОМА ТИТА

ЧТО ЭТО БЕЛЕНЬКОЕ ТАМ ЧЕРНЕЕТСЯ?

Enter

e-mail: kvantik@mccme.ru

# ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 2023 ГОД

**и на оставшиеся месяцы 2-го полугодия 2022 года**

*подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете в почтовых отделениях и через интернет*

## ОНЛАЙН-ПОДПИСКА НА САЙТАХ

**Почта России:**
**podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**

**Агентство АРЗИ:**
**akc.ru/itm/kvantik**

**БЕЛПОЧТА:**
**kvan.tk/belpost**

по этим ссылкам вы можете оформить подписку и для своих друзей, знакомых, родственников

## ПОДПИСКА В ПОЧТОВЫХ ОТДЕЛЕНИЯХ

**Почта России:**
**Каталог Почты России**
индекс **ПМ989** – годовая
индекс **ПМ068** –
по месяцам полугодия

**Почта Крыма:**
**Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя**
индекс **22923**

**БЕЛПОЧТА:**
**Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан»**
индекс **14109** – для физических лиц
индекс **141092** – для юридических лиц

Подробно обо всех способах подписки, в том числе о подписке в некоторых странах СНГ и других странах, читайте на нашем сайте **kvantik.com/podpiska**

## НАШИ НОВИНКИ


Уже поступил в продажу
**Календарь загадок**
**от журнала «Квантик» на 2023 год**

Ищите календарь в интернет-магазинах:
**biblio.mccme.ru, kvantik.ru, my-shop.ru, ozon.ru, WILDBERRIES, Яндекс.маркет** и других (полный список магазинов на **kvantik.com/buy**)


**www.kvantik.com**

kvantik@mccme.ru
t.me/kvantik12
vk.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com

**Журнал «Квантик» № 10, октябрь 2022 г.**
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
**Свидетельство о регистрации СМИ:**
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
**Главный редактор** С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, Н.М. Нетрусова, А.Ю. Перепечко, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas

**Учредитель и издатель:**
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
**Адрес редакции и издателя:** 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
**Подписка на журнал в отделениях почтовой связи**
- **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
- **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)
- **Белпочта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

**Онлайн-подписка на сайтах**
- Почта России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- агентство АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
- Белпочта: **kvan.tk/belpost**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 01.09.2022
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
**ISSN 2227-7986**
6+

# СОДЕРЖАНИЕ


ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

**Стас и задача коллекционера. Часть 2.** *И. Высоцкий* — 2

**Что это беленькое там чернеется?** *П. Волцит* — 10

ЧТО ПОЧИТАТЬ?

**Научные забавы Тома Тита** — 8

ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ

**Стороны света на небе** — 15

**Пол или столик?** — IV с. обложки

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

**Переправы от Шаповалова.** *А. Шаповалов* — 16

СВОИМИ РУКАМИ

**Волчок и колпачок из бумаги.** *С. Полозков* — 18

ЧУДЕСА ЛИНГВИСТИКИ

**Серединка на половинке.** *О. Кузнецова* — 20

ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ

**Головоломка с тетрамино.** *К. Шамсутдинов* — 22

ОЛИМПИАДЫ

**XXVII Турнир математических боёв имени А.П.Савина. Избранные задачи** — 24

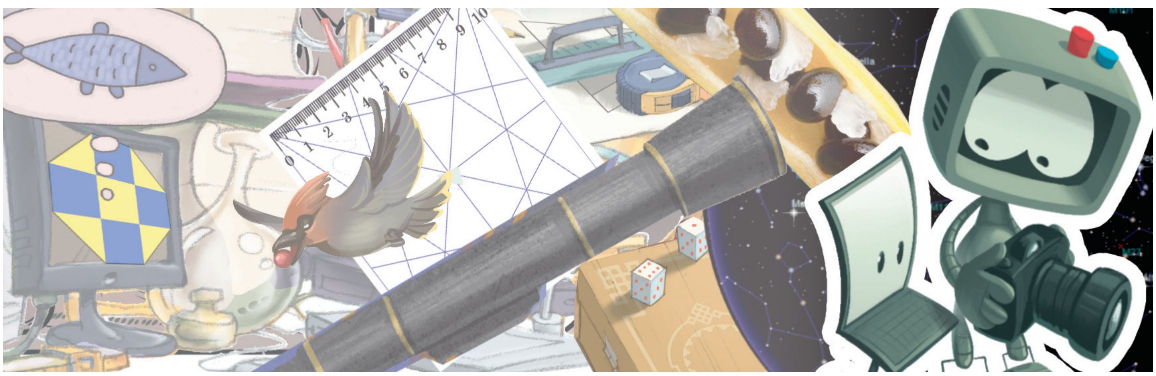
**Наш конкурс** — 32

СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ

**«ВО» и «НА».** *М. Анатоль* — 26

ОТВЕТЫ

**Ответы, указания, решения** — 27

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Иван Высоцкий

# СТАС И ЗАДАЧА КОЛЛЕКЦИОНЕРА

## Часть 2

*Продолжение. Начало в № 9, 2022*

*ВОСКРЕСЕНЬЕ, 22:00*

Патрик опять загнал свой мячик в узкую щель между диваном и стеной и теперь пытался выудить его оттуда. С третьей попытки у него получилось. Схватив мяч зубами, пёс в восторге запрыгнул на диван и повторил любимый трюк: подбросил мячик в воздух, чтобы тот приземлился в ту же самую щель. Эрдель соскочил с дивана и опять принялся шарить в тесной дыре правой передней лапой. Стас как-то хотел придвинуть диван вплотную к стене, но, во-первых, оказалось, что этому мешает розетка, в которую включен торшер, а во-вторых, это значило бы лишить Патрика замечательного развлечения.

С четвёртой попытки мяч был извлечён на белый свет, но только затем, чтобы через пять секунд снова оказаться в той же дыре. Вчера Патрик забрасывал в щель и доставал оттуда мяч раз двадцать. Сейчас он намеревался побить собственный рекорд. Собачьи лапы не приспособлены для хватания, но пёс научился подцеплять мяч когтями и подтаскивать его к себе. Наблюдая за игрой, Стас вдруг подумал, что Патрик, по сути, делает то же самое, что только что делал Стас. Только серия Стасовых попыток оканчивается успехом в виде выпавшей шестёрки, а Патрик старается ради настоящей добычи – оранжевого резинового мячика, который упирается и который нужно выволочь из глубокой норы и сжать в мощных собачьих челюстях.

Интересно, а какова вероятность удачно подцепить мяч при каждой отдельной попытке, спросил себя Стас и вопросительно посмотрел на Патрика. Пёс ответил долгим неуверенным взглядом, вздохнул и снова запустил лапу в щель.

Если бы вероятность равнялась 1/6, то в среднем Патрик доставал бы мяч с шестого раза, думал Стас. Но только вряд ли эта вероятность равна 1/6, или 1/5, или 1/7. Вообще, вряд ли она такая удобная, что если её перевернуть вверх тормашками, то получится целое число. Это навело Стаса на новую мысль: а что если вероятность не 1/5, а, скажем, 2/5. Тогда в среднем на пять попыток приходится два успеха. То есть на два успеха в среднем пять попыток, а на один успех 2,5 попытки. Конечно, дробное число попыток не бывает, но в среднем – почему бы нет?

Так, а если вероятность успеха 3/7, то на семь попыток в среднем 3 успеха, то есть в среднем 7/3 попытки на один успех. Закономерность оказалась несложной. Стас подумал ещё немного и решительно двинулся в кухню. По опыту он знал, что сейчас вопрос лучше не задавать. Нужно высказаться и ожидать реакции. Если что-то не так, то реакция последует незамедлительно. Напротив, отсутствие явной реакции следует воспринимать как эквивалент фразы: «Я не понимаю, почему на такой очевидный вывод тебе потребовалось почти полчаса».

– Пап, а ведь можно не обязательно для 1/6. Если вероятность события равна $p$, то математическое ожидание числа попыток равно $\frac{1}{p}$.

Реакции не было вовсе. Никакой. Совершенно довольный собой, Стас отправился спать.

*ПОНЕДЕЛЬНИК, 17:20*

С трудом дождавшись конца уроков, Стас добежал до дома, быстро выгулял

Патрика, позвонил Наташке, и… в общем, всё прошло очень хорошо.

Они выходили из торгового центра, и Стас, размахивая подарочным пакетом пошлого серебристо-розового цвета, с воодушевлением рассказывал, какая классная игра нарды, и какой он уже почти чемпион, как вдруг Наташка резко крутанулась на каблуках и решительным шагом направилась ко входу в супермаркет, притулившийся в первом этаже огромного молла.

– Ты куда?

– Подожди минуту, надо кое-что.

Стас с изумлением увидел, что Наталья не пошла вглубь магазина, а взяла со стенда прямо перед кассой шоколадное яйцо «Киндер-сюрприз».

Боясь показаться невежливым или – хуже того – насмешливым, Стас как мог нейтрально поинтересовался:

– А что там?

– Принцесса.

Час от часу не легче! Стас ещё бы понял, если бы внутри был автомобильчик или динозавр… И тут его осенило: младшая сестра! Конечно! Вике сейчас шесть лет, а это самый возраст для собирания киндер-принцесс.

– Для Вики, – полувопросительно произнес Стас. Наташка весело зыркнула:

– А ты подумал, я себе принцессу ищу? Это тебе принцессу надо, а мне уже нет. – Наташка показательно кокетничала. – Вот если бы принцы какие-нибудь… Конечно, это для Вики. Понимаешь, всего принцесс восемь. Мы уже все имена наизусть выучили: Жасмин, Рапунцель, Ариэль, Золушка, Аврора, Белоснежка, Белль и эта… – Наташка сморщила лобик, силясь вспомнить имя. – Мулан.

– Азиатка какая-то.

– Ты что! Китайская принцесса-воительница, которая возглавила великое войско, когда её отец стал стар и немощен! – Сюжетную линию древнекитайского эпоса Наташка поведала таким звенящим голосом, что ни один покупатель не остался в неведении. – С Мулан как раз всё хорошо, их у Вики уже три. И все остальные есть. Кроме Авроры. Нет её. Уже две недели ищем. А без неё


коллекция, сам понимаешь, неполная, и нет Вике покоя. И нам тоже. Сколько же нужно этих дурацких киндеров, чтобы собрать всех принцесс?!

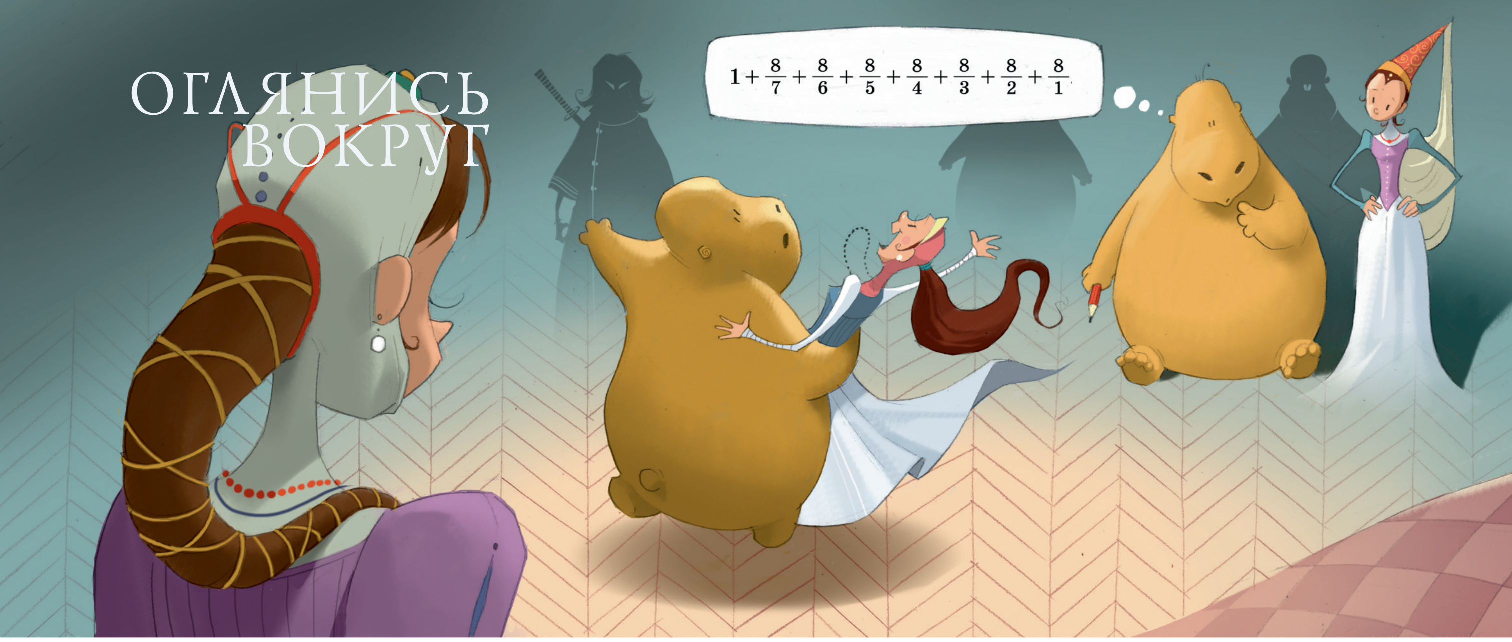
Наталья что-то прикинула и схватила со стенда второе яйцо, тут же передумала и положила обратно.

***ПОНЕДЕЛЬНИК, 23:00***

Легко сказать – лечь спать. Кое-как втиснувшись между стенкой и крепко спящим Патриком и отвоевав у него кусок одеяла, Стас перебирал в голове события дня. Разумеется, он быстро доехал до Наташкиных, а точнее до Викиных, принцесс.

Не то чтобы Стас имел что-то против киндер-сюрпризов. Много-много лет назад (восемь, если точно), Стас собирал бегемотов, которые прятались в желтых контейнерах, которые прятались в шоколадных яйцах, которые прятались в раскрашенной фольге. Сначала всё шло хорошо: после бегемота с газетой был бегемот в шляпе, за ним – спортсмен. Но затем дело застопорилось. Снова появился экспонат с газетой и за ним – опять с газетой. Каждый день Стас упрашивал маму купить одно яйцо, но после шести разных бегемотов дело пошло совсем плохо, а в ящике стола ненужным хламом скапливались дубликаты. Стас заподозрил, что в ближайшем магазине нет нужных бегемотов и попросил маму покупать киндеры в разных местах. Мама ворчала, но каждый день, возвращаясь с работы, честно приносила очередное яйцо, которое, будучи вскрытым, как правило, не приносило ни нового бегемота, ни даже вкусового удовлетворения. Сладковатая серовато-бежевая масса не имела права называться шоколадом, да и никогда им и не была.

Таким образом, азарт киндер-коллекционера Стасу был знаком не понаслышке. Он хорошо понимал переживания маленькой Вики. И с чего это его пробило на воспоминания? Только сейчас он мог оценить, насколько терпелива была мама. Стас в подробностях вспомнил, как долго пришлось охотиться за последними двумя бегемотами. И как мама сияла, когда, наконец, по-




следний, десятый бегемот занял почётное место на полке, чтобы запылиться в полном забвении и через несколько лет быть подаренным вместе со всеми собратьями пятилетнему соседу Никите.

Хорошо, что принцесс восемь, а не десять, как бегемотов. И ведь понятно, что сначала коллекция растёт быстро: она начинается с первой принцессы, как бы её ни звали. А затем остается добыть семь принцесс. И, значит, вероятность того, что в следующем яйце одна из недостающих принцесс, 7/8. А потом не хватает шести принцесс. Вероятность получить нужную уменьшается до 6/8. И так далее: сейчас осталось найти лишь Аврору. Если всё без обмана, то вероятность получить её в яйце, которое сегодня купила Наташка, равна 1/8. А это уже мало – заметно меньше, чем вероятность выбросить шесть очков, бросив зару.

Ещё пять секунд Стас молча лежал и слушал ровное собачье дыхание. Но в голове уже запустился процесс, от которого мысли набухли, понеслись по кругу, цокая маленькими копытцами, и совершенно затоптали ту область мозга, которая отвечает за погружение в сон. Какой тут сон, когда Стас разом всё понял! Сколько нужно киндеров, чтобы собрать всех принцесс? Сейчас, Наташка, узнаем! Легко! От возбуждения Стас дёрнул ногой и услышал знакомый глухой стук: оранжевый мячик, который, оказывается, тоже был здесь, от толчка перестал быть здесь и, как обычно, провалился в знаменитую щель. Уши эрдельтерьера тут же встали торчком[1]. Дальше, понятно, про сон никто уже не думал. Стас подскочил к столу, включил лампу и занялся вычислением математических ожиданий, а Патрик взялся за практическую часть.

Значит, так! Первая принцесса является сразу. Нужен только один киндер. Вероятность получить вторую принцессу равна 7/8, поэтому, чтобы заполучить её, требуется в среднем 8/7 киндеров. Когда это случилось, не хватает шести принцесс, вероятность пополнить коллекцию при каждой

[1] Стоящий или сидящий эрдельтерьер не может поднять уши торчком. Но лежащий может.


попытке равна 6/8, значит, охота на третью принцессу (конечно, охота на бегемота звучит лучше, но Вике нужны принцессы!), так вот, – охота на третью потребует в среднем 8/6 попытки, и так далее. А всё это собирательство принцесс потребует в среднем сколько киндер-сюрпризов? Вот сколько! Результат Стас записал на странице, вырванной из тетради по истории:

$$1+\frac{8}{7}+\frac{8}{6}+\frac{8}{5}+\frac{8}{4}+\frac{8}{3}+\frac{8}{2}+\frac{8}{1}.$$

Единица выглядела чужеродно. Но чужеродность удалось устранить:

$$\frac{8}{8}+\frac{8}{7}+\frac{8}{6}+\frac{8}{5}+\frac{8}{4}+\frac{8}{3}+\frac{8}{2}+\frac{8}{1}.$$

Ага, а вот это уже математически, с формулами, всё как надо, порадовался Стас и вынес восьмёрку за скобки. Ещё он переписал слагаемые в обратном порядке, чтобы знаменатели росли, а не наоборот:

$$8\cdot\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right).$$

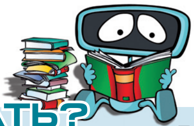
Правда, тут Стас завяз. Он разглядывал сумму в скобках в тщетных попытках понять, как её найти. Честно считать? Лень. А упростить? В учебнике математики на каждой странице куча задач про «упростите выражение». И всё всегда отлично упрощается. Когда не надо. А когда надо – не упрощается. Вот если бы нужно было подсчитать сумму чисел от 1 до 8, то другое дело. Стас сложил бы первое число с последним, второе – с предпоследним и так далее. Каждый раз получалось бы 9, и вся сумма равнялась бы $9 \cdot 4 = 36$. Стас попробовал и здесь сделать то же самое, но ничего хорошего не вышло. Он попытался складывать дроби сначала парами, потом через одну, а потом затоптанная область мозга взяла реванш, цифры перед глазами поплыли и одна за другой превратились в маленькие оранжевые мячики. Почему-то погасла настольная лампа, Стас приподнял было голову, но она столкнулась с откуда-то взявшейся подушкой, а ручка, зажатая в правой руке, превратилась в тёплое мохнатое собачье ухо.

Выходя из Стасовой комнаты, папа тихо закрыл за собой дверь.

*Окончание в следующем номере*

Художник Алексей Вайнер

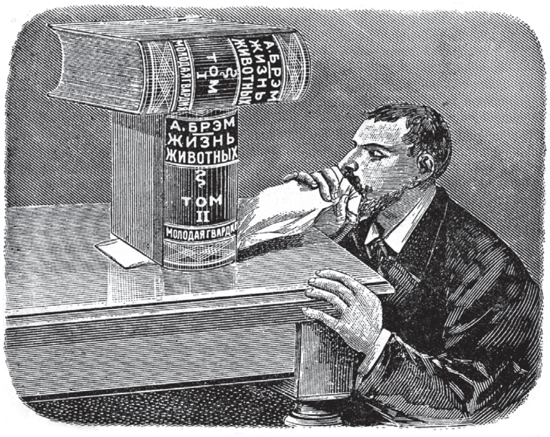
ЧТО ПОЧИТАТЬ?



# НАУЧНЫЕ ЗАБАВЫ ТОМА ТИТА


В «Издательском доме Мещерякова» переиздана замечательная книга Тома Тита «Научные забавы: интересные опыты, самоделки, развлечения». Автор придумывал эти опыты – и простые, и настоящие научные – для своего сына Жана. Все они не требуют особых приборов: хватит обычной кухонной утвари, пробок, спичек и всяких других вещей, которые всегда под рукой.

Написанная в далёком 1890 году, книга понравится всем, кто любит экспериментировать и разбираться в устройстве окружающего мира. Вот несколько отрывков из неё (с гравюрами французского художника Луиса Пойэ) и небольшие советы от «Квантика».



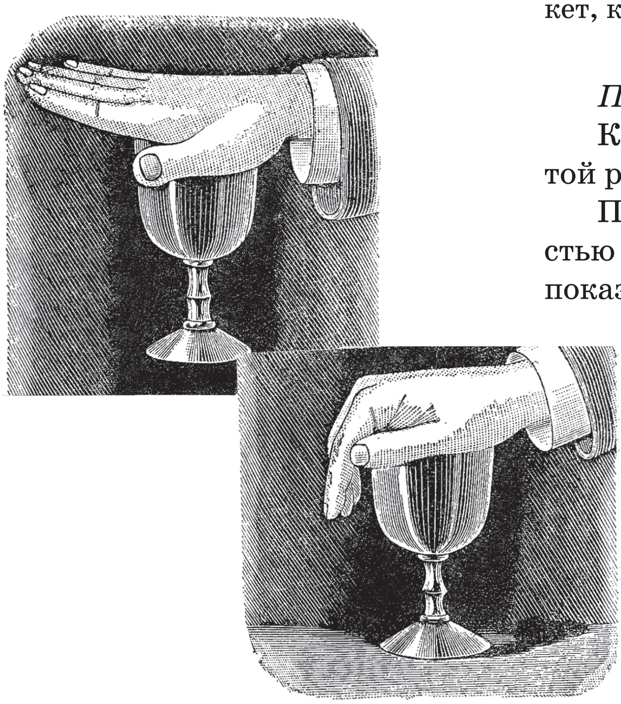

## СИЛА ДЫХАНИЯ

*Приготовь для опыта*: 2 толстые книги, бумажный пакет.

Силу, с которой ты выдуваешь воздух из лёгких, можно измерить специальными приборами. Но достаточно простого бумажного пакета, чтобы убедиться в том, как велика эта сила.

Положи пакет на стол, открытым концом к себе, а на него – две толстые книги. Никакого труда не составит тебе силой своего дыхания сбросить этот груз с пакета.

*Совет:* вместо бумажного годится полиэтиленовый пакет, как и предлагает новое издание.



## ПРОСТАЯ ХИТРОСТЬ

*Приготовь для опыта*: стакан, воду.

Как поднять стакан, почти полный воды, раскрытой рукой? Он должен прилипнуть к ладони.

Поставь стакан на стол и накрой его вогнутой частью ладони, согнув пальцы под прямым углом, как показано на нижней части нашего рисунка. Если теперь, продолжая прижимать ладонь к краю стакана, ты разом, резким движением, разогнёшь пальцы, под ладонью у тебя образуется пустота (вернее, разреженный воздух), и этого будет достаточно, чтобы атмосферное давление победило силу тяжести и стакан с водой, присосавшийся к твоей ладони, поднялся в воздух.

Не рассчитывай на то, что этот опыт удастся сразу. Испробуй стаканы и рюмки разных размеров.

## СПРЯЧЬ В БУТЫЛКУ

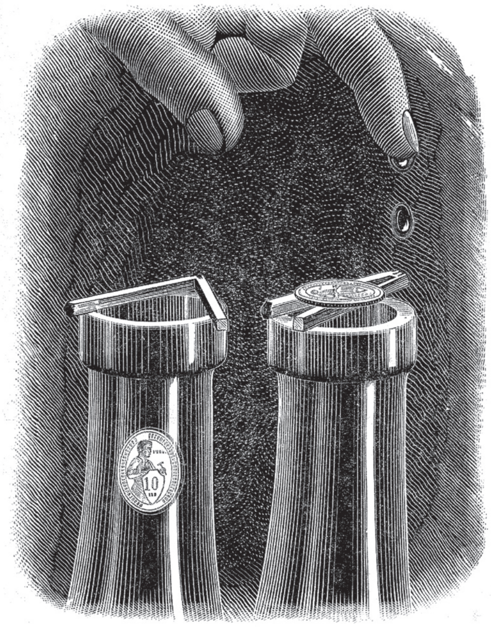
*Приготовь для опыта*: спичку, монету, бутылку, воду.

Положи на горлышко бутылки надломленную спичку, а на неё – монету. Попробуй сбросить монетку в бутылку, но, чур, не дотрагивайся ни до монетки, ни до спички, ни до бутылки. Не удаётся?

А фокус – легче лёгкого. Окуни палец в воду, одну-две капли воды урони с пальца на спичку в том месте, где она надломлена. Концы спички расходятся – больше и больше. Готово!

Монета – на дне бутылки.

*Совет:* современные спички слишком короткие, поэтому используйте деревянную зубочистку, а монетку возьмите однокопеечную (маленькую и лёгкую).



## ЧУР, НЕ УРОНИ!

*Приготовь для опыта*: полоску бумаги, монету, шашки, линейку, картон.

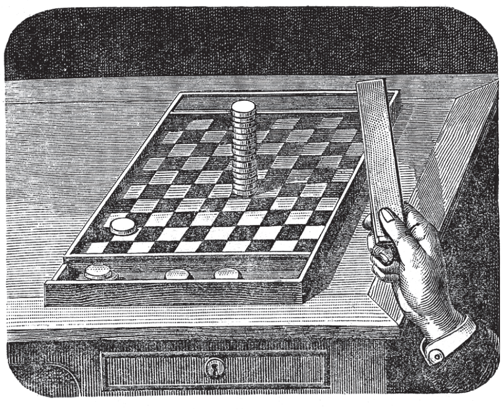
На краю ровного стола положи полоску бумаги так, чтобы она свисала с края стола. На эту полоску поставь на ребро монету.

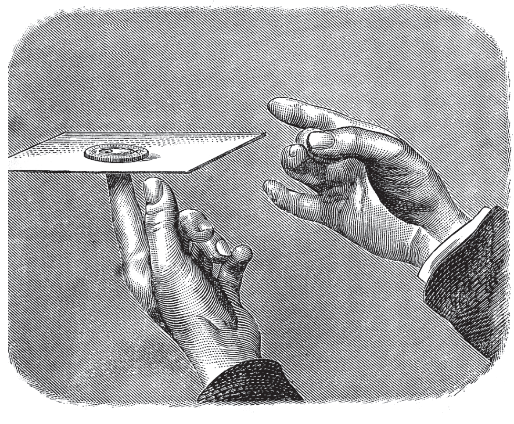
Ну-ка, вытащи теперь из-под монеты полоску бумаги – только, чур, не урони монету!

Это сделать совсем нетрудно. Придерживая левой рукой конец полоски, резко ударь по ней указательным пальцем правой руки. Бумага выскользнет из-под монетки, а монетка останется на месте.

Точно так же можно быстрым ударом линейки выбить одну шашку из столбика, не свалив тех шашек, что стояли на ней.

А вот фокус потруднее. Положи на указательный палец левой руки квадратик плотной бумаги или тонкого картона. А сверху положи монету. Если ты резко щёлкнешь по краю квадратика, он вылетит прочь, а монетка останется у тебя на пальце.





Пётр Волцит

# ЧТО ЭТО БЕЛЕНЬКОЕ ТАМ ЧЕРНЕЕТСЯ?

Эту статью мы начнём не совсем обычно: с задачи.

**Задача 1.** Что это за загадочные белые выросты (см. фото ниже) на чёрных семенах наверняка хорошо знакомого вам чистотела и какова их функция?

Что это за белые выросты? Фото: Tomas Tarvainis, tyt.lt

Сразу приведём ответ. Белые выросты на семенах называются *элайосо́мами* (от греч. ἔλαιον [элайон] – масло, ср. англ. «oil», и σόμα [сома] – тело), то есть «масляными тельцами». Образуются они из разных частей семени, а у некоторых растений – даже не семени, а плода. Но все служат одной и той же цели – привлечь муравьёв. Все элайосомы богаты жиром и белком. И при этом мягкие, сочные – они, словно пирожок из «Алисы в Стране чудес», так и просят: «Съешь меня, съешь!».

Растения, распространяющие семена с помощью муравьёв, называют мирмекохорными или просто *мирмекохо́рами* – от греч. μύρμηξ [мюрмекс] – муравей и χωρέω [хорео] – двигаюсь, ср. «хореография». Мирмекохория – частный случай зоохории, распространения семян животными.

**Почему они жирные?**

То, что многие растения «уговаривают» животных съесть свои плоды или сочные выросты семени (*присемянники*), наверняка для вас не новость. Вы не раз видели, как дрозды или свиристели поедают плоды рябины, калины, смородины. Мякоть переваривается, а семена выходят наружу с порцией удобрения. Но пока семена движутся по желудочно-кишечному тракту, дрозд может улететь на многие десятки и сотни метров, а порой и на многие километры – никакой ветер не унесёт семена так далеко от материнского растения.

Звери – и не только медведи, но и волки, лисы, куницы – охотно едят ягоды черники, опавшие яблоки и сливы. Порой осенью помёт куницы чуть ли не целиком состоит из непереваренных семян и косточек.

Примеров того, как растения привлекают распространителей семян чем-то вкусненьким, можно приводить множество. Но обычно такие плоды или присемянники сладкие – они содержат большое количество сахара. Для самого растения сахар – самое дешёвое из всех угощений, какие оно может предложить животному в качестве платы за транспортные услуги. А для животного легкоусвояемые углеводы, которые можно практически тут же пустить в дело – окислить с получением энергии, – лакомый и весьма желанный продукт.

Мы, люди, кстати, тоже очень любим сладкое, и не случайно. Наш огромный мозг мало того, что ужасно прожорлив – составляя всего около 2% от общей массы тела, он потребляет до 25% энергии, – так ещё и капризен: ест только глюкозу, ни жиры, ни белки не принимая. Поэтому сладкий вкус пищи сигнализирует мозгу: из этого продукта можно получить необходимую энергию быстро, практически сразу. Сахару требуется лишь всосаться в кровь через стенки желудка или кишечника. А вот жиры или белки нужно ещё сначала переработать в углеводы.

Итак, обычно растения подкармливают своих помощников сахаром к обоюдному удовольствию: растение отделывается дешёвым ресурсом, а животное радуется легкоусвояемым калориям. Тогда почему же чистотел, копытень, фиалки, хохлатки, ожика и многие-многие другие растения, как экзотические, так и самые обычные, растущие буквально у нас под ногами, кормят муравьёв не сладкими, а жиро-белковыми элайосомами? Неужто муравьи сладкого не любят?! Всякий, кто в походе оставлял на пеньке открытую банку сгущёнки, подтвердит: любят, и ещё как!



А ещё плоды, которые «хотят», чтобы их съели, окрашены ярко. А элайосомы зачастую бесцветные – иной раз без лупы и не заметишь. Итак,

**Задача 2.** Почему элайосомы не яркие?

**Задача 3.** Почему растения-мирмекохоры привлекают муравьёв не углеводами, а жирами и белками?

*Подсказка:* чтобы ответить на эти вопросы, нужно вспомнить или прочитать об особенностях жизни муравьёв, их строения и питания на разных стадиях жизненного цикла.

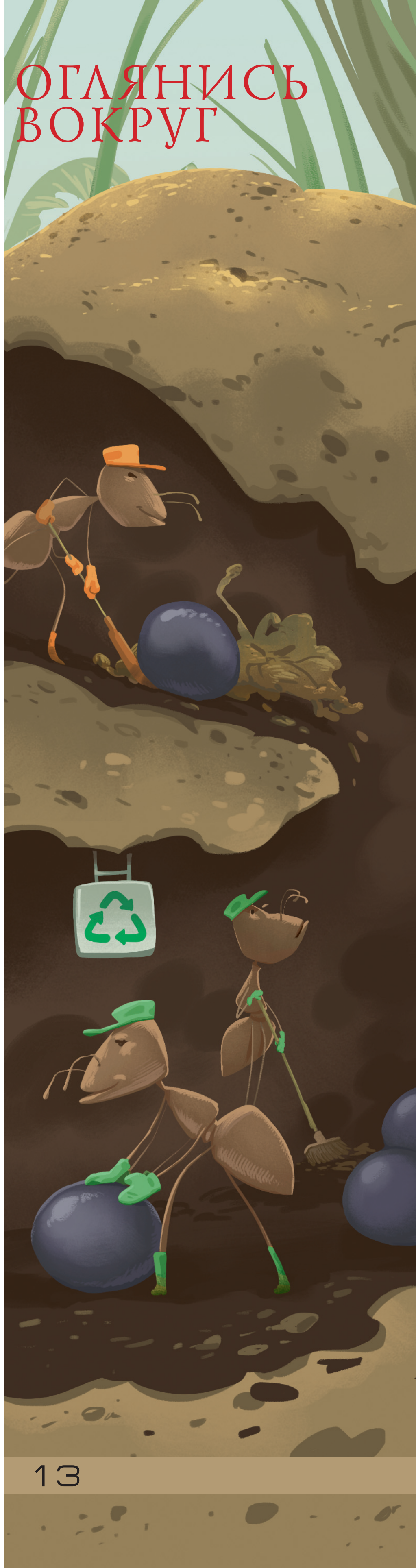
А теперь – ответы. Глаза у муравьёв, конечно, есть, но очень маленькие: из нескольких десятков фасеток. Они в основном пользуются не зрением, а осязанием и обонянием. Поэтому раскрашивать элайосомы в яркие цвета нет никакой необходимости: муравьи всё равно их не увидят.

А вот причина, по которой элайосомы не сладкие, коренится в удивительной особенности муравьёв и их родственников по отряду перепончатокрылых: ос, пчёл, шмелей. Их личинки нуждаются в белковом корме, что совершенно естественно: без белка не нарастишь мышечную массу, не вырастешь. А вот взрослым перепончатокрылым белки не только не нужны (они уже выросли), но и вредны! Если насильно накормить взрослого муравья или шершня мясом, он умрёт от несварения.

Поэтому нектар и размоченный сахар они едят сами, а добытую на охоте гусеницу несут в гнездо на корм личинкам. (Пчёлы – особый случай, они научились выкармливать личинок не «мясом», а пыльцой, в которой тоже содержится довольно много белка. А на ранних стадиях они кормят личинок и вовсе маточным молочком – жидкостью с высоким содержанием белка, которую выделяют рабочие.)

Так что растения-мирмекохоры совершенно справедливо рассудили: если сделать присемянник сладким, взрослые муравьи, вероятно, съедят его на месте. А вот если наполнить его жирами и белками, рабочие сами на него не позарятся, но в гнездо личинкам обязательно унесут – не упускать же такой ценный пищевой ресурс!

Растения-мирмекохоры «учли» ещё вот какую особенность своих шестиногих помощников: муравьи



очень чистоплотны и терпеть не могут мусора в муравейнике. Так что после поедания элайосомы само семя обязательно вынесут из гнезда на помойку, где оно и прорастёт к своему удовольствию.

Остаётся ответить на последний вопрос: насколько эффективно распространение семян с помощью муравьёв? На первый взгляд, не очень; ветер или птицы могли бы унести семена гораздо дальше. А на муравье далеко не уедешь – кормовой участок муравьиной семьи составляет в лучше случае несколько десятков метров в поперечнике, а обычно и того меньше. И уж за пределы участка муравьи семена точно не вынесут.

Всё это так, и действительно, муравьи разносят семена на сравнительно небольшое расстояние. Но малое расстояние компенсируется старательностью и методичностью насекомых-тружеников. Пусть они унесут семена недалеко, зато унесут почти все! А вот семена, к примеру, берёзы (зануда-ботаник сказал бы, что это плоды: малюсенькие орехи с крылышками) по большей части падают рядом с материнским деревом, и лишь малая их часть уносится ветром на приличное расстояние. При этом понятно, что шансы вырасти взрослым деревом есть только у тех семян, которые хотя бы выбрались из-под кроны матери. Так что большая часть семян берёзы и, увы, множества других растений пропадают впустую. А ведь на их образование тратятся немалые ресурсы...

Растения-мирмекохоры же, с одной стороны, тоже несут серьёзные расходы, загружая элайосомы дорогими (по сравнению с сахарами) жирами и белками. Но зато у них бóльшая часть семян попадает в благоприятное для прорастания место. Разве это не выгодная инвестиция? Судя по тому, сколько растений пользуется услугами муравьёв, очень даже выгодная.

И напоследок маленький совет тем, кто хочет познакомиться с мирмекохорией не только в теории, но и в жизни. Чтобы увидеть семена с элайосомами и понаблюдать, как их растаскивают муравьи, помните: эти образования сочные и для жизнеспособности самого семени, в общем-то, не нужные. Поэтому, если их не съедят муравьи, они быстро засыхают. Чтобы застать элайосомы, нужно не упустить время, ког-

да плоды уже созрели, но семена из них только-только начали высыпаться. У чистотела период плодоношения растянут, и «поймать» такую стадию легче. А если вы хотите увидеть элайосомы у цветущих рано весной хохлаток, ожики, фиалок, имеет смысл найти эти растения недалеко от дома (они часто растут даже в городских парках) и проверять хотя бы раз в три дня, на какой они стадии.

И напоследок – задача для самостоятельного решения.

**Задача 4.** Догадайтесь, как (с помощью чего) распространяют свои семена эти растения:

а) плод лотоса;

б) плоды чилима (водяного ореха);

в) плоды череды;

г) коробочки мака;

д) семена кедровой сосны;

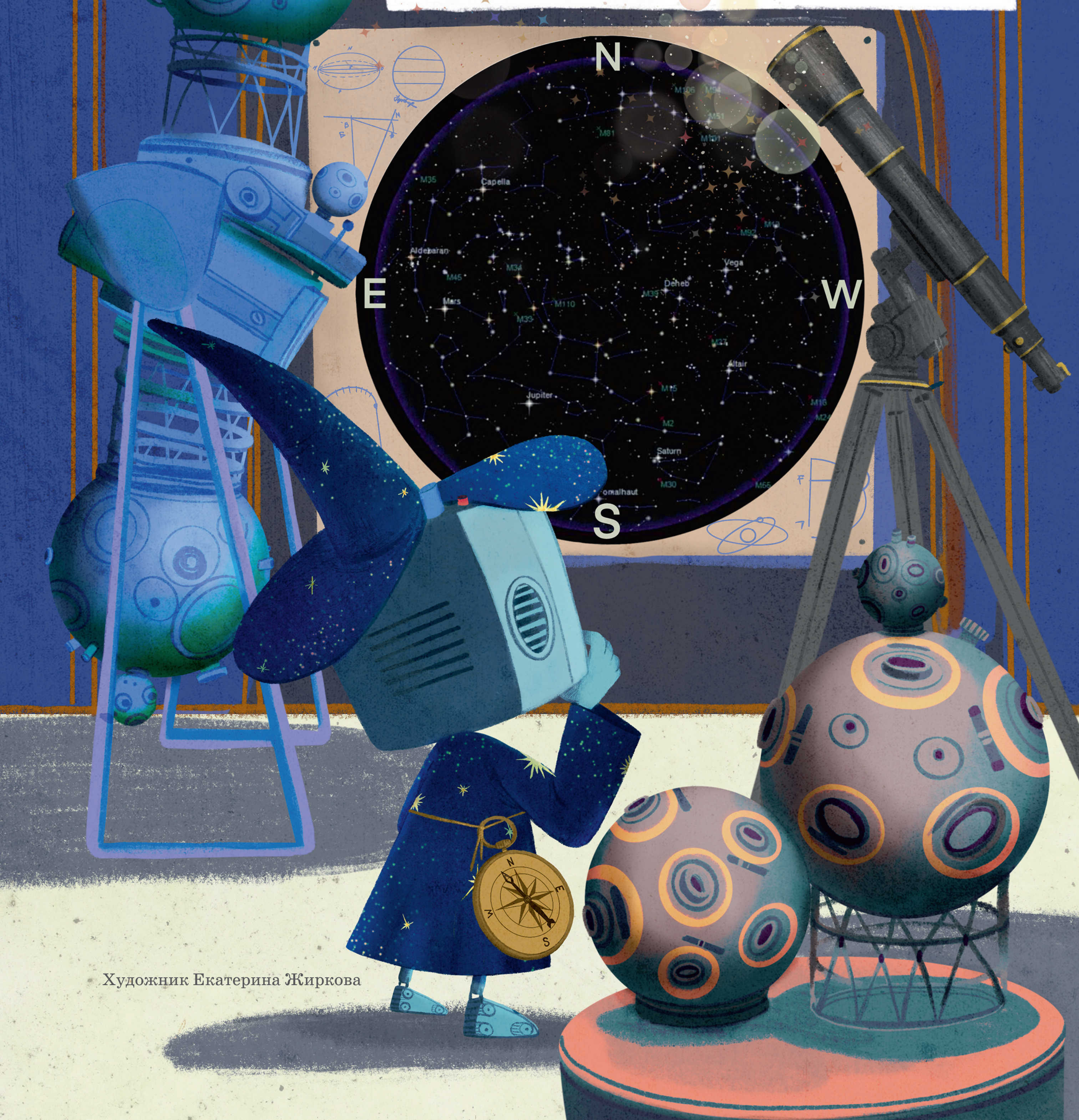
е) плоды берёзы.

Источники фото: а) patrokl.info; в) Les Mehrhoff, www.discoverlife.org; г) domeckopol, pixabay.com; е) Андрей Любченко, www.plantarium.ru

Художник Мария Усеинова

# СТОРОНЫ СВЕТА НА НЕБЕ

Обычно на карте указаны направления на стороны света. Если начать с севера и двигаться по часовой стрелке, то получится: север, восток, юг, запад. Почему на картах звёздного неба порядок другой?




Художник Екатерина Жиркова

Александр Шаповалов

# ПЕРЕПРАВЫ ОТ ШАПОВАЛОВА

Первая авторская подборка задач на переправу вышла в «Квантике» 8 лет назад.[1] С тех пор было придумано много новых сюжетов, а подобные задачи появились и в серьёзных олимпиадах старшеклассников. Так что решайте и тренируйтесь.

Осталось только напомнить *общее правило*: пристав к берегу, все должны выйти из лодки на берег, даже те, кто собирается сразу плыть назад, а от пристаней никто не расходится, пока переправа не завершена.

**1.** В Сингапуре в любой компании, где есть жители разных наций, каждая нация не может составлять больше половины компании (в частности, *компанией* считаются люди в лодке или на любом берегу, а посадка-высадка происходит мгновенно). Как на двухместной лодке переправиться с левого берега на правый трём китайцам, индусу, малайцу и англичанину?

**2.** На берегах озера по кругу стоят 5 пристаней, на каждой человек, у одного из них одноместная лодка. Люди с соседних пристаней в ссоре и передавать друг другу лодку не согласны. Как каждому перебраться на соседнюю по часовой стрелке пристань, если передвигаться можно только по озеру?

**3.** Шесть лямзиков весами 1, 2, ..., 6 кг желают переправиться через реку на лодке, которая выдерживает не больше 6 кг. Как им это сделать, если каждый лямзик может грести не более двух раз? (Когда плывут несколько, гребет только один из них.)

**4.** На левом берегу реки собрались 10 простаков и 9 читеров. Всем надо на правый берег. Есть двухместная лодка. На правом берегу есть запреты: там не может находиться нечётное простое число простаков и не может находиться чётное (ненулевое) число

[1] «Переправы от Шаповаловых», «Квантик» № 3, 2014.


читеров. Могут ли они все переправиться?

**5.** Если двое или больше туземцев из племени Задир собираются вместе и все они друг с другом незнакомы, то они подерутся. На левом берегу реки собралось 8 задир, среди них – Ах и Ох. Каждый из этих двоих знаком не менее чем с тремя из собравшихся, а каждый из остальных – не более чем с одним. Всем задирам удалось переправиться на правый берег без драки на двухместной лодке. Докажите, что Ах знаком с Ох.

**6.** У подножия Стеклянной горы собрались 12 многоножек с 22, 24, ..., 44 ногами. Гора скользкая, и многоножка может забраться на неё или спуститься, только если не менее половины её ног обуты в специальные ботинки. Какое наименьшее число ботинок нужно заранее приготовить, чтобы все многоножки могли влезть на гору? (Ботинки на гору и с горы могут путешествовать только на ногах многоножек.)

**7.** Гном-отец и 7 его сыновей хотят переправить боевую группу эльфов из своего дома в Тайное место в тылу орков. Переправляются подземными тропами в одиночку или по двое, неся с собой Волшебный Фонарь Гномов. Не запомнив дороги, без проводника её не пройти. Вначале дорогу до Тайного места знает лишь гном-отец. Остальные могут стать проводниками, запомнив дорогу: гном запоминает, пройдя один раз, а эльфа для этого надо провести туда и обратно. Но дорога проходит мимо Каменного счётчика, тот считает число проходов каждого существа и поднимает тревогу, если кто-то пройдёт мимо в 6-й раз. Какое наибольшее число эльфов сможет переправить семья, если вся она и Фонарь в конце должны оказаться дома?

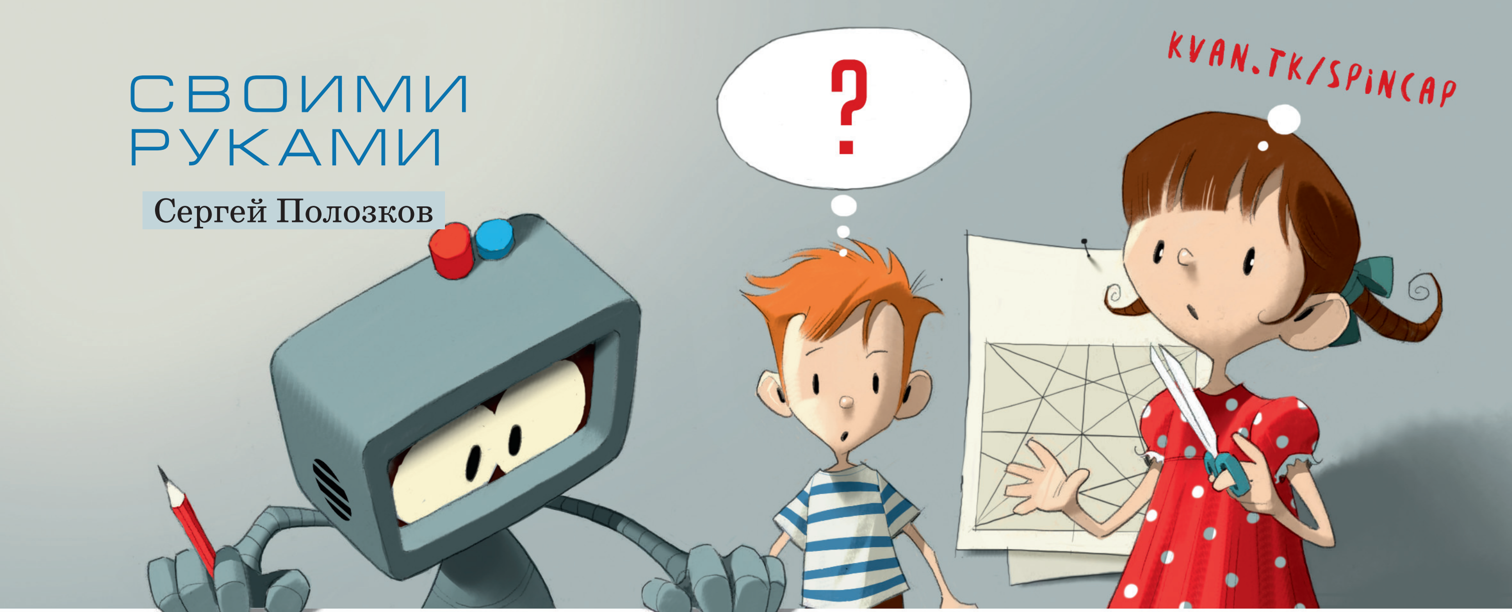
*Ответы в следующем номере*

Авторы задач: 3 – Сергей Усов, 6 – Сергей Грибок, остальные – А.Шаповалов

Пополняемая подборка задач на переправы: www.ashap.info/Zadachi/Perepravy-m.html

Художник Ольга Демидова

Сергей Полозков




# ВОЛЧОК И КОЛПАЧОК ИЗ БУМАГИ

За 5 минут можно собрать оригами-волчок. Понадобятся обычный офисный лист бумаги (80 г/м²) и плотный лист (160–200 г/м²).

Нарисуйте на плотном листе линии по схеме (рис. 1) или воспользуйтесь ссылкой kvan.tk/volchok и распечатайте схему. Проведите все линии с нажимом, чтобы потом сделать по этим линиям ровные сгибы. Это удобно делать шариковой ручкой.

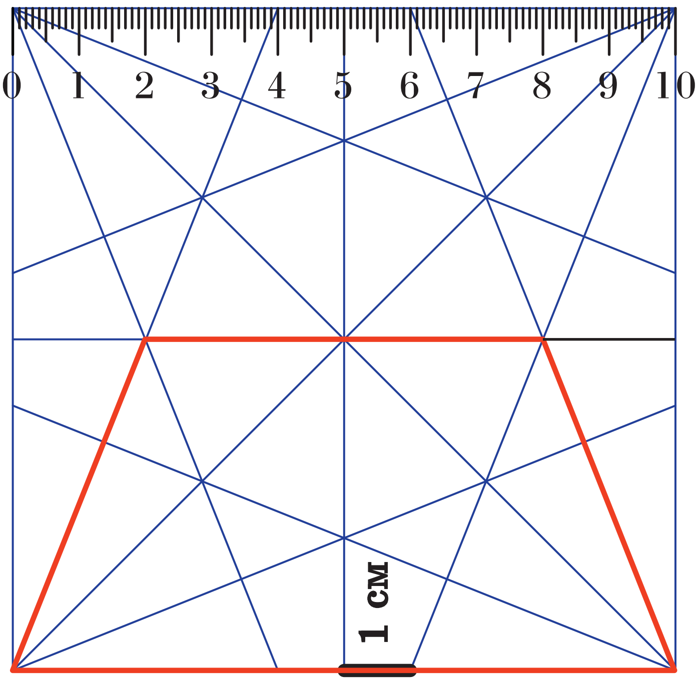



Рис. 1

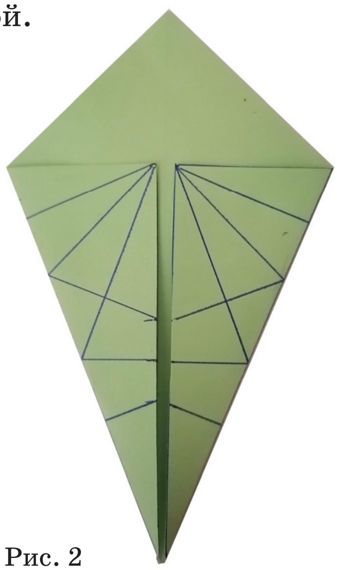
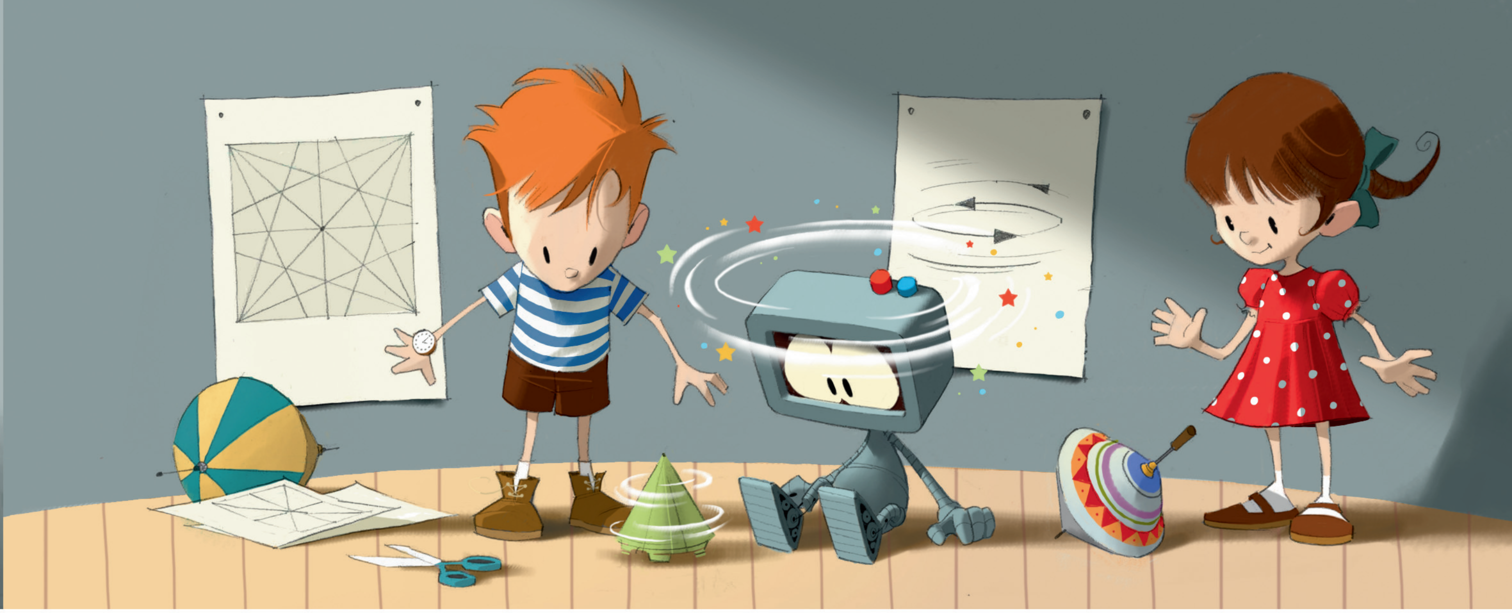


Рис. 2

Вырежьте расчерченный квадрат со стороной 10 см. Согните его по всем линиям расчерченной стороной наружу. Важно не пропустить ни одну линию. Поэтому у каждого угла загибайте крылья парами; между крыльями будут небольшие зазоры (рис. 2).



Сложите из квадрата трапецию (её контур выделен красным на рисунке 1) и тщательно прогладьте её стороны (рис. 3). Разверните, поверните квадрат на 90° и сложите вторую такую же трапецию. Её стороны тоже тщательно прогладьте и снова разверните квадрат.

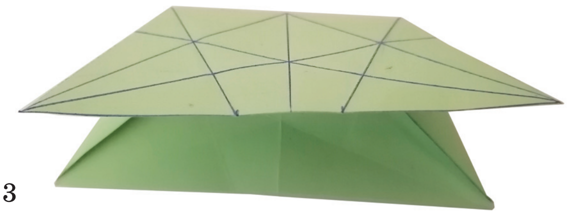


Рис. 3

Чтобы получился волчок, соедините 4 угла квадрата вместе (рис. 4).

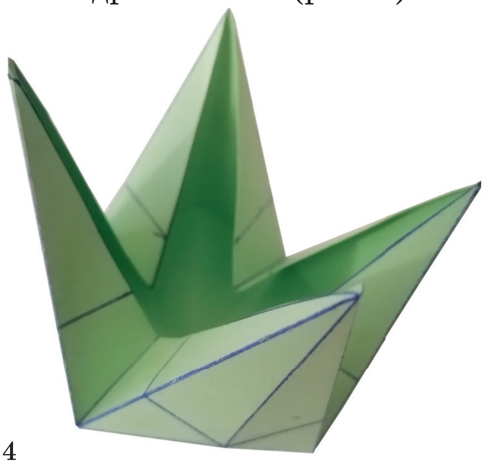


Рис. 4

Из офисной бумаги вырежьте квадрат со стороной 8 см и сложите оригами-фигуру «двойной треугольник» (рис. 5).

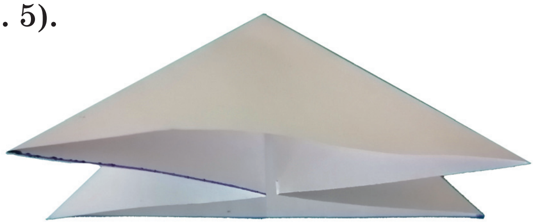


Рис. 5

Наденьте двойной треугольник на волчок как колпак, чтобы волчок не раскрывался (рис. 6). На гладкой ровной поверхности волчок будет вращаться. По ссылке kvan.tk/spincap – видеоинструкция.

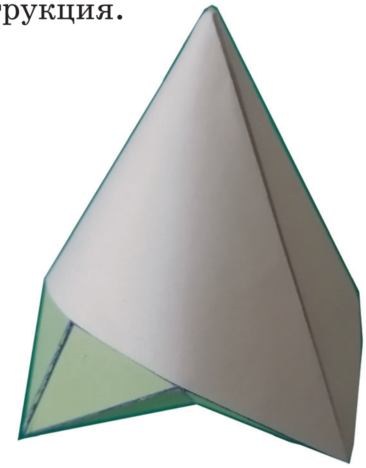


Рис. 6

Художник Алексей Вайнер

Чудеса лингвистики

Ольга Кузнецова

# Серединка на половинке


Что может быть проще половинок? Круг делится на два полукруга, учебный год – на полугодия. Но язык – это не математика: например, среди слов *полусон*, *полумесяц*, *полундра*, *полусапог*, *полуночник* только одно означает половинку. Догадались, какое?

Сначала уберём из списка *полундру*: там нет приставки (для удобства мы называем *пол-* и *полу-* приставками). Этот смешной призыв ко вниманию был подслушан у голландцев, как и многие морские термины XVIII века. Точнее, голландские матросы кричали что-то вроде: «Падает сверху, поберегись!» (по одной из версий, *van onderen*), а попав в русский язык, выражение превратилось в одно слово. *Полуночник* – это тот, кто *полуночничает*, никак не ляжет спать. И если *полночь* ещё можно рассматривать как половинку, *полуночник* – это никак не разделённый пополам ночник.

*Полусапог* отнюдь не развалившаяся или обрезанная обувь, как у героя книги Эно Рауда «Муфта, Полботинка и Моховая Борода», а сапог с укороченным голенищем. Да и *полушубок*, *полупальто* – тоже не половинки одежды, а короткие варианты. Похоже получилось со словом *полустанок*: это не полстанка, а народное название маленькой железнодорожной станции. В русском языке XVII века было понятие *полуимя* – кличка или личное имя человека в уменьшительной, уничижительной форме, как принято называться в классе или во дворе, но не среди серьёзных людей. Рыбак, поймавший мелкого леща или даже похожую на леща рыбу, называл её *полулещ* – в современном русском для этого есть слово *подлещик*. Сможете перевести с древнерусского слова *полумастер* и *полуполковник*?

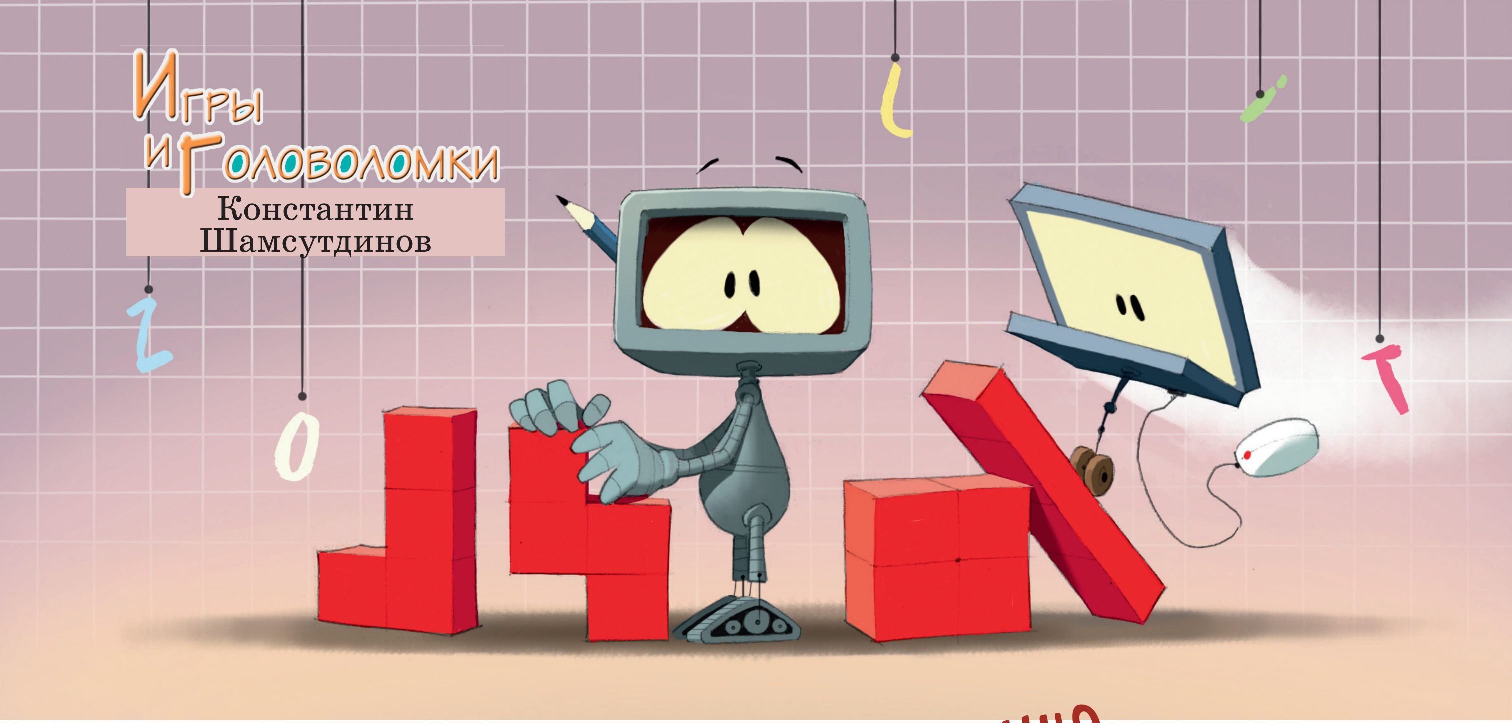
*Полусон* не половинка сна, а состояние между дрёмой и бодрствованием. Значит, оно ровно посередине на условном графике «сон – явь»? Как ни странно, в таких словах *полу-* часто означает больше половины. Например, большинство людей считает, что полумрак темнее полусвета, это не мрак со светом пополам, а что-то ближе к темноте (проверьте, опросив своих знакомых!). А кто-то скажет, что *полусвет* – это вообще не про освещение, в книгах так называется высшее общество второго сорта, но это уже другая история.

Есть ещё странное слово *полуприщур*: *прищуриться* и так означает зажмуриться не до конца, а с приставкой *полу-* у нас на четверть открытые глаза? Конечно, всё это условно: такие неопределённые слова лишь помогают выразить оттенки смысла. Никто не станет измерять высоту века, чтобы отделить прищурившихся от мастеров полуприщура. По той же логике *полумесяц* должен быть не больше четверти полной луны... или нет? Месяцем сейчас и правда чаще называют серп, молодую или убывающую луну, но совсем недавно это слово было синонимом *луны*, *полный месяц* – полнолуние, *полумесяц* – половинка луны.

Выходит, приставки *пол-*, *полу-* не только ополовинивают, но ещё обозначают неполноту разной степени, укороченность, уменьшение, и предсказать их поведение, не зная слова, трудно. Мы привыкли, что *полусфера* – это половинка пустого шарика. Но так могла бы называться фигура, которая наполовину сфера, а наполовину что-то ещё, например, куб. Или таинственный объект, в полдень превращающийся в сферу, а в полночь – во что-то совершенно иное... Слово же не обязательно обозначает предмет, даже если это существительное. Убывать может какое-то качество, свойство. *Полушёлк* – это ткань из смешанных нитей, *полушалок* – маленькая шаль, а вот *полузонтиком* обычно называют соцветие, которое похоже на зонтик (есть и такой тип соцветия), но чуть отличается строением.

В современном русском языке смысл приставок *пол-* и *полу-* можно разграничить: одна скорее обозначает половину, а другая – какой-то признак, выраженный частично (сравните: *полчеловека* и *получеловек*). Но в древности значения ещё не разошлись так сильно. Например, составитель старинного словаря Памва Берында, описывая кентавра, использует слово *полконя*. Мы скорее описали бы так спортивный снаряд «козёл», шахматную фигуру с оторванной головой или знаменитую лошадь барона Мюнхгаузена, не успевшую полностью проскочить в ворота, – то есть половинки, а не что-то составное. Словом *полглавие* в XVII – XVIII веках называлась боль, охватывающая полголовы, мигрень. А ещё древнерусские путешественники часто использовали слово *полднище*. Попробуйте предположить, что это, и загляните в ответы.


Художник Елизавета Сухно



Константин Шамсутдинов

# Головоломка с тетрамино

«Квантик» не раз уже писал о *тетрамино* – фигурках, которые можно составить из четырёх равных квадратиков, соединяя их сторонами. Всего существует пять различных тетрамино, они похожи на латинские буквы *I*, *L*, *O*, *T* и *Z*. Вот новая головоломка с этим набором.

Запаситесь двумя наборами тетрамино двух контрастных цветов, например, один набор жёлтого цвета, другой – красного. Фигурки можно вырезать из цветной бумаги, но важно, чтобы с обеих сторон они были одного цвета, потому что при поиске решения их можно как угодно поворачивать и переворачивать. Кроме этого, на бумаге нарисуйте квадрат размером $7 \times 7$ и разбейте его на единичные квадратики (того же размера, из которых составлены тетрамино). Это будет игровое поле.

А вот первое задание. Расположите на игровом поле $7 \times 7$ элементы жёлтого комплекта тетрамино так, чтобы они не касались друг друга даже углами. Это можно сделать без особого труда. Теперь в свободные клетки игрового поля между жёлтыми тетрамино вставьте элементы красного комплекта тетрамино, также не касающиеся друг друга даже углами. На рисунке 1 слева показан один из вариантов расположения элементов жёлтого комплекта, справа показано, как на свободные клетки поместить ещё четыре элемента красного набора. При этом один элемент не поместился, ему на игровом поле не нашлось места, значит, головоломка не решена.

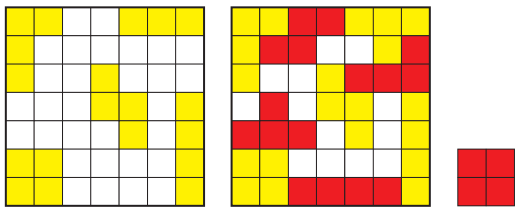
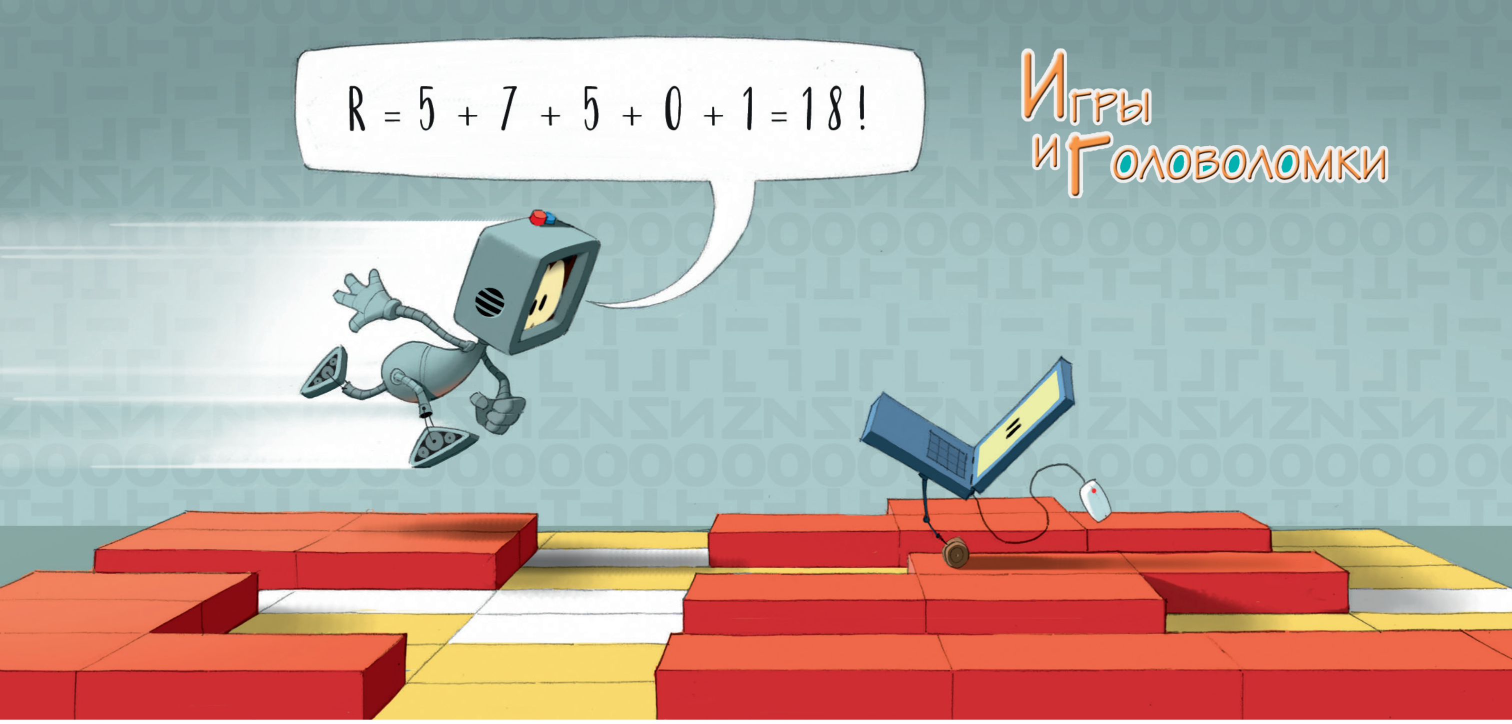


Рис. 1




Попробуйте уложить два комплекта тетрамино так, чтобы выполнялись условия головоломки.

Наверняка вы найдёте одно из 1426 решений головоломки. Все их можно ранжировать по дополнительной характеристике – числу $R$, которое равно сумме расстояний между одинаковыми фигурами разного цвета. Расстояние между фигурками равно минимальному количеству клеток, не принадлежащих двум фигуркам, которые нужно перейти, чтобы из одной попасть в другую (двигаясь от клетки к клетке через их общую сторону). Для фигурок, имеющих общую сторону клетки, это расстояние равно нулю. Например, на рисунке 1 справа расстояние между двумя $I$-тетрамино равно 0, между двумя $L$-тетрамино оно равно 3, а между двумя $T$-тетрамино – равно 5.

Чтобы понять, как ведётся подсчёт параметра $R$, рассмотрим одно из решений головоломки (рис. 2). Здесь $R_I = 5$, $R_L = 7$, $R_O = 5$, $R_T = 0$, $R_Z = 1$, поэтому $R = 5 + 7 + 5 + 0 + 1 = 18$.

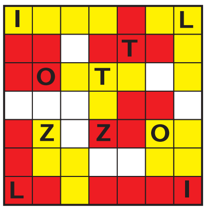



Рис. 2

А вот задания для самостоятельного решения. Расположите на игровом поле два набора тетрамино так, чтобы:

1) параметр $R$ был равен 0, то есть каждые две одинаковые фигурки тетрамино касались друг друга по отрезку;

2) параметр $R$ был наибольшим;

3) пары фигурок тетрамино располагались симметрично относительно центра игрового поля;

4) свободная область была единой (не распадалась бы на части).

Художник Алексей Вайнер

# XXVII турнир математических боёв имени А.П. Савина

## Избранные задачи

Материал подготовил
Александр Грибалко

Ежегодно в конце июня школьники из многих городов съезжаются на летний турнир имени А. П. Савина. Приводим избранные задачи турнира 2022 года. После номера задачи указаны её автор и классы, в которых она предлагалась.


**1.** (*Т. Голенищева-Кутузова*, 6) Можно ли, используя три единицы и три семёрки, а также знаки арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление), составить выражение, значение которого равно 2022?

**2.** (*А. Шаповалов*, 5–6) В тесном кругу за столом сидят повара, каждый из них либо полный, либо худой. К счастью, никому не пришлось сидеть между двумя полными поварами, но всё же повар рад, если сидит между двумя худыми. а) Полных и худых поваров поровну. Есть ли среди них радующиеся? б) Среди тех, кто рад, полных и худых поровну. Рада треть полных. Какая часть худых рада?

**3.** (*А. Шаповалов*, 5–8) Из спичек сложен клетчатый квадрат $8\times8$ так, что каждая клетка имеет сторону в одну спичку и огорожена четырьмя спичками. Пока есть отрезки длины 2, Петя должен их убирать, по одному отрезку за ход. Процесс заканчивается, когда нет ходов. Клетка целая, если её по-прежнему огораживают четыре спички. Какое наибольшее число целых клеток может оставить Петя?

**4.** (*А. Грибалко*, 6–8) За круглым столом сидят 88 мудрецов. Им сообщили, что на них наденут белые и чёрные колпаки, при этом у каждого цвет колпака будет совпадать с цветом колпака одного из его соседей. Каждый мудрец будет видеть цвета всех колпаков, кроме своего. Все мудрецы должны будут одновременно написать (каждый на своей бумажке) цвет. Могут ли они договориться действовать так, чтобы не менее 60 из них написали цвет своего колпака?

**5.** (*А. Грибалко*, 5–7) а) Коля закрасил в клетчатом квадрате $6\times6$ четыре клетки, образующие квадрат $2\times2$. Дима не видит квадрат, но за один вопрос может назвать Коле любой набор клеток и узнать, сколько из них закрашено. За какое наименьшее число вопросов Дима может узнать, какие клетки закрасил Коля?

б) Та же задача для квадрата $12\times12$.

**6.** (*М. Евдокимов*, 6–7) На праздник пришли $2n$ гостей. У каждого из них не менее $n$ знакомых сре-

ди присутствующих. Верно ли, что для любого $n$ их всегда можно рассадить за длинным прямоугольным столом в два ряда так, чтобы рядом с каждым гостем и точно напротив него сидели его знакомые?

**7.** (*А. Грибалко*, 6–7) Можно ли разрезать прямоугольник $3\times4$ на две фигуры так, чтобы ими можно было оклеить в один слой поверхность куба?

**8.** (*А. Шаповалов*, 7) В каждой клетке на поверхности кубика Рубика $3\times3\times3$ и на каждой из сторон клеток записаны натуральные числа так, что каждое число на стороне клетки делится на число в клетке. Сумма всех чисел на сторонах в 5 раз больше суммы всех чисел в клетках. Докажите, что найдутся стороны с одинаковыми числами на них.

**9.** (*Е. Бакаев*, 7) Пусть $I$ – точка пересечения биссектрис треугольника $ABC$. Точки $M$ и $N$ – середины отрезков $BI$ и $CI$ соответственно. Оказалось, что $AM=AN$. Можно ли утверждать, что $AB=AC$?

**10.** (*М. Евдокимов*, 6–8) Король решил устроить тест своему придворному мудрецу. Мудрецу нужно написать на доске 10-значное число, после чего король назовёт какое-нибудь своё натуральное число от 1 до 100. Если мудрец сможет поставить знаки $+$, $-$, $\times$ между некоторыми цифрами числа на доске так, чтобы результат был равен числу короля, то он пройдёт тест. Какое число может написать мудрец, чтобы гарантированно справиться с заданием короля?

**11.** (*А. Грибалко*, 7–8) Прямоугольник разрезали на полоски $1\times n$. Докажите, что число горизонтальных или число вертикальных полосок делится на $n$.

**12.** (*А. Грибалко*, 7–8) Рассматриваются всевозможные разбиения клетчатого прямоугольника на двухклеточные доминошки. Будем называть *удачным* разбиение, в котором каждый квадрат $2\times2$ содержит целиком хотя бы одну доминошку. А разбиение, где в каждой доминошке можно провести по одной диагонали, никакие две из которых не имеют общих концов, назовём *красивым*. Докажите, что разбиение удачное тогда и только тогда, когда оно красивое.


Художник Сергей Чуб

# СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ

Марина Анатоль


Художник Ольга Демидова

***На*** прошлой неделе ***во*** вторник папа с мамой разбирали кладовку. Чего только они там не обнаружили! ***На*** самой верхней полке мама нашла свои любимые бусы, завёрнутые ***во*** что-то немыслимое. А папа неожиданно наткнулся ***на*** свои кусачки, хоть и глядел ***во*** все глаза. Они были у него под ногами, ***на*** самом виду. Главное, что удалось найти, – это журналы «Квантик» за все прошлые годы! Они оказались ***на*** антресолях, ***во*** тьме их было трудно разглядеть. Там столько всего интересного было напечатано! Папа полистал журналы, ухмыльнулся и тут же предложил мне такую задачку:

«Когда ***на*** постоянно, а ***во*** со временем уменьшается?»

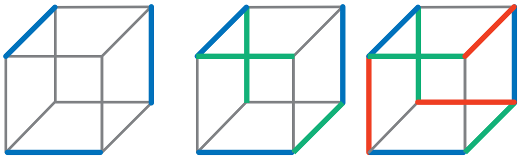
Ещё он сказал, что если я смогу решить, то мы отправим эту задачку в «Квантик». Я задумалась ***на*** миг, а потом как заору ***во*** всю ивановскую: «***Во***, я решила-а-а! ***На*** что же у меня голова?!» И вот теперь эта задачка ***на*** страничках журнала. Так что теперь вы сами думайте или смотрите ответ ***на*** с. 31.

## НАШ КОНКУРС, XII ТУР

**(«Квантик» № 8, 2022)**

**56.** *Можно ли раскрасить каждое ребро куба в один из четырёх цветов так, чтобы все рёбра каждой грани были разного цвета?*

**Ответ:** да. Покрасим в один и тот же цвет три ребра, никакие два из которых не лежат в одной плоскости (рисунок слева). Поворачивая эту конфигурацию так, чтобы она захватывала только ещё неокрашенные рёбра, и раскрашивая их в очередной цвет, получим в итоге искомый пример.



**57.** *Непоседливый кладовщик всю неделю переставлял товары по-разному: по алфавиту названий от А до Я и от Я до А, по возрастанию и по убыванию массы, по возрастанию и по убыванию суммы измерений, по возрастанию даты поступления, и каждый раз расположение товаров отличалось от предыдущих. Какое наименьшее количество товаров у него могло быть?*

**Ответ:** 4. Трёх товаров не могло быть, потому что их можно упорядочить только шестью способами, а в неделе 7 дней. А четырёх товаров хватит. Например, если обозначить товары цифрами от 1 до 4, в течение недели они могут быть разложены в порядках 1234, 4321, 1243, 3421, 1324, 4231, 1342.

**58.** *У Яны день рождения в январе, а у Ани – в апреле. В* 2018 *году дни рождения девочек пришлись на вторники. В каком году у обеих девочек день рождения будет во вторник в следующий раз?*

**Ответ:** в 2029. В обычном году 365 дней, то есть 52 недели и 1 «лишний» день, а в високосном году таких «лишних» дней два. Дополнительный день високосного года добавляется в конце февраля – между январём и апрелем. Поэтому у дня рождения Яны скачок в два дня недели будет случаться между високосным годом и следующим за ним, а у дня рождения Ани – между високосным годом и предыдущим (так, в 2019 году оба дня рождения будут средами, а в 2020 – четвергом и пятницей). Заполняя по такому правилу таблицу по годам, видим, что впервые оба дня рождения снова выпадут на вторник в 2029 году:

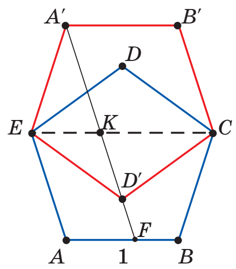
| | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 | 2024 | 2025 | 2026 | 2027 | 2028 | 2029 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Яна | ср | чт | сб | вс | пн | вт | чт | пт | сб | вс | вт |
| Аня | ср | пт | сб | вс | пн | ср | чт | пт | сб | пн | вт |

**59.** *На фуршете встретились* 10 *минераловедов. Каждый принёс с собой коллекцию минералов, причём все камни на фуршете оказались разных размеров. За время фуршета каждые два гостя один раз побеседовали друг с другом наедине, обменявшись при этом самыми маленькими камнями, которые у них были на руках в тот момент. Могло ли оказаться, что всего в обменах участвовало:*

*а) менее* 10 *камней; б) хотя бы* 60 *камней?*

**Ответ:** а) нет; б) нет. Будем называть малышами те камни, которые в какой-то момент фуршета были самыми маленькими в чьей-нибудь коллекции. Все камни, участвовавшие в обменах, – малыши. До начала фуршета малышей было 10, и каждый из них участвовал по крайней мере в первом для своего первого владельца обмене. Далее при каждом обмене добавляется не более одного нового малыша: меньший из двух становится наименьшим в своей новой коллекции. Всего обменов $10 \cdot 9/2 = 45$. Итого малышей не более 55.

**60.** *Два одинаковых правильных пятиугольника симметричны относительно пунктирной диагонали (см. рисунок). Найдите длину $A'F$, если стороны пятиугольников все равны* 1.



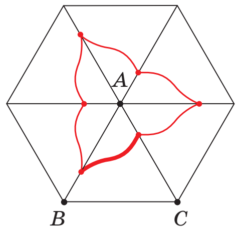

**Ответ:** 2. Пусть $K$ – точка пересечения $A'F$ и $EC$. Заметим, что правильный пятиугольник симметричен, и поэтому любая диагональ в нём параллельна «противоположной» стороне. Отсюда следует, что $A'B' \parallel EC \parallel AB$, а также $A'D' \parallel B'C$ (и значит, $A'B'CK$ – параллелограмм). Кроме того, поскольку стороны красного и синего пятиугольников равны, равны и их диагонали, то есть $AE = CB'$ и $AC = EB'$, откуда $AEB'C$ – параллелограмм. Таким образом, $A'K \parallel B'C \parallel AE$, то есть $AEKF$ – также параллелограмм! Но тогда $A'K = B'C = AE = KF = 1$, а значит, $A'F = 2$.

*Замечание.* Можно также доказать, что точки $A$, $D'$ и $C$ лежат на одной прямой.

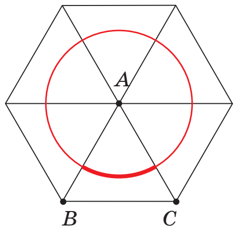
## ДИДОНА И ТРЕУГОЛЬНИК

**(«Квантик» № 9, 2022)**

Для определённости пусть нам дан треугольник $ABC$ площади 1. Может показаться, что ответ – высота этого треугольника или же отрезок, параллельный его основанию. Верный ответ – дуга окружности с центром в вершине треугольника. В самом деле, концы искомой линии лежат на каких-то сторонах треугольника, пусть на $AB$ и $AC$ (первый случай). Отразим треугольник 6 раз относительно вершины $A$, получится шестиугольник площади 6.



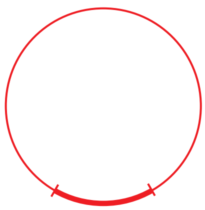

Линия тоже отразится и превратится в замкнутую кривую (так как поворотов было чётное число), вырезающую из шестиугольника фигуру площади 3. Эта кривая имеет наименьшую возможную длину из всех кривых, охватывающих площадь 3 (подумайте, почему). По задаче Дидоны, это окружность, а искомая линия – её дуга, одна шестая часть по длине!




Строго говоря, надо разобрать ещё два случая (второй и третий) – когда оба конца линии выходят на одну и ту же сторону или когда линия вообще не выходит на границу, то есть это замкнутая кривая внутри треугольника.

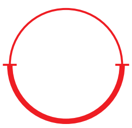
Во втором случае отразим треугольник один раз – получится замкнутая линия наименьшей длины, окружающая площадь 1. В третьем случае у нас сразу есть замкнутая линия наименьшей длины, окружающая площадь $\frac{1}{2}$. По задаче Дидоны, обе эти линии – окружности.

Итак, всего у нас есть три круга: площади 3, площади 1 и площади $\frac{1}{2}$, и надо сравнить три длины: одну шестую часть окружности первого круга, половину окружности второго и всю окружность третьего.



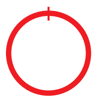
$S=3$

Сделаем такое наблюдение: если увеличить радиус круга в какое-то число раз, то длина его окружности возрастёт в то же самое число раз, а площадь – в большее число раз (в квадрат числа раз).



$S=1$

Но второй круг получается из третьего увеличением площади в 2 раза. По предыдущему наблюдению, длина окружности возрастёт при этом *меньше*, чем в 2 раза. То есть половина длины второго круга меньше длины третьего, и она выгоднее. Аналогично, первый круг получается из второго увеличением площади в 3 раза, а значит, длина окружности возрастёт меньше, чем в 3 раза. Поэтому шестая часть окружности первого круга меньше половины длины второго. Итого, первый случай и даёт минимум.



$S=\frac{1}{2}$

## ЧТО ЭТО БЕЛЕНЬКОЕ ТАМ ЧЕРНЕЕТСЯ?

**Задача 4.** а) Плоды лотоса (многоорешки) сначала плавают по поверхности воды, а затем тонут и высвобождают семена.

б) Плоды (сухие костянки) чилима, или водяного ореха тоже сначала плавают, а затем тонут и «заякориваются» на дне.

в) Плоды (семянки) череды «ездят» на животных, цепляясь за шерсть.

г) Коробочки мака разбрасывают семена как баллисты, когда сухой стебель качается на ветру или его задевает проходящее животное.

д) Семена кедровой сосны растаскивают в свои кладовые животные, прежде всего кедровка и бурундук. Часть кладовых они теряют, кроме того, роняют некоторые семена по дороге.

е) Слева – прицветные чешуи, никаких семян в них нет. А справа – односемянные плоды, орехи с крылышками. Распространяются они, конечно, ветром.

## СТОРОНЫ СВЕТА НА НЕБЕ

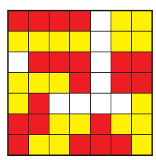
Карта земли – это вид сверху, а карта неба – вид снизу. Поэтому порядок сторон света разный. Представьте, что вы стоите лицом на север и начертили на земле направления на стороны света. Запрокиньте голову вверх: восток остался справа, запад – слева, а север и юг поменялись местами.

## СЕРЕДИНКА НА ПОЛОВИНКЕ

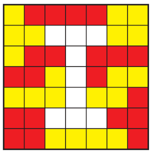
*Полумастер* – подмастерье, помощник мастера и будущий мастер; *полуполковник* – подполковник. *Полднище* – это расстояние, которое можно преодолеть за полдня. Но если вы предположили сытный полдник или половину лодки – не огорчайтесь: такое тоже могло быть.

## ГОЛОВОЛОМКА С ТЕТРАМИНО

1) Существует 5 различных решений, где $R=0$, одно из них приведено справа. Здесь все пары одноимённых тетрамино касаются друг друга отрезком, то есть расстояние между ними равно 0.



2) Справа приведено решение, в котором значение $R$ максимально возможное и равно 23. Расположить тетрамино в этом случае возможно единственным образом.



Расстояния между парами тетрамино таковы: $R_I=5$, $R_L=1$, $R_O=7$, $R_T=7$, $R_Z=3$, поэтому $R=5+1+7+7+3=23$. Это решение уникально ещё и потому, что оно является решением заданий 3) и 4).

## XXVII ТУРНИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ БОЁВ ИМЕНИ А.П. САВИНА

**Избранные задачи**

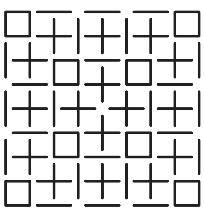
**1. Ответ:** да. Например, $7\cdot17\cdot17-1=2022$.

**2. Ответ:** а) нет, б) $\frac{1}{5}$. Разобьём всех поваров на максимальные группы людей одной комплекции, сидящих подряд. Группы полных и худых поваров чередуются, поэтому их поровну. Так как никто не сидит между двумя полными поварами, то в каждой группе полных не более двух поваров, а в каждой группе худых – не менее двух.

а) Пусть групп полных и худых поваров по $n$. Значит, полных поваров не более $2n$, а худых – не менее $2n$. По условию полных и худых поваров поровну, следовательно, их по $2n$. Но тогда каждая группа состоит из двух поваров, каждый из них сидит между полным и худым, поэтому нет повода радоваться.

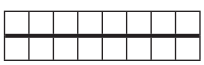
б) Пусть рады по $k$ полных и худых поваров. Тогда количество полных поваров равно $3k$. Полный повар рад, если он в одиночку составляет группу. Остальные полные повара образуют группы по двое, значит, таких групп тоже $k$, то есть всего групп полных поваров $2k$. Групп худых поваров столько же, в каждой из них рады все повара, кроме двух крайних. Таким образом, есть $2\cdot2k=4k$ не радующихся худых поваров и ещё $k$ радующихся. Следовательно, доля радующихся составляет $\frac{1}{5}$.

**3. Ответ:** 8 клеток. Петя может оставить 8 клеток, если будет убирать отрезки, как на рисунке.



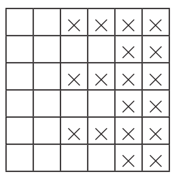
Разобьём квадрат на 4 горизонтальных прямоугольника $2\times8$ и покажем, что в каждом прямоугольнике Петя не может оставить более двух целых клеток.

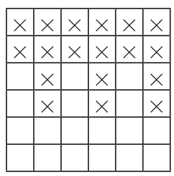
Рассмотрим горизонтальную среднюю линию прямоугольника (см. рисунок). Если Петя убрал из неё два отрезка или меньше, то на линии останется не больше трёх отрезков, каждый из которых должен быть длины 1, иначе можно убрать ещё один отрезок длины 2. Но $3+2\cdot2=7<8$. Значит, Петя убрал хотя бы три отрезка и на линии осталось не больше двух сторон квадратиков. Каждая из них может быть стороной не больше одной целой клетки, иначе можно убрать вертикальный отрезок длины 2. Поэтому в каждом прямоугольнике $2\times8$ Петя может оставить не более двух целых клеток, а во всём квадрате – не более восьми.



**4. Ответ:** могут. Разобьём мудрецов на максимальные группы сидящих подряд в одноцветных колпаках. Группы длины 1 запрещены по условию. Группы длины 2 назовём *короткими*, а остальные – *длинными*. Каждый мудрец короткой группы знает цвет своего колпака, поскольку понимает, что сидящий рядом с ним мудрец той же группы не может образовывать группу длины 1. Мудрец длинной группы, сидящий не с краю группы, тоже знает цвет своего колпака, так как понимает, что не может образовывать группу длины 1. Крайние мудрецы длинных групп пусть напишут, например, цвет колпака своего правого соседа. Тогда крайние справа мудрецы из длинных групп ошибутся, зато левые угадают. Поэтому количество ошибок будет равно числу длинных групп. Предположим, что ошибётся не менее 29 человек, тогда и длинных групп не менее 29, а суммарно в них не менее 87 мудрецов. Так как группы в белых и чёрных колпаках чередуются, то их поровну, поэтому общее число групп чётно. Значит, есть ещё хотя бы одна группа, но тогда всего мудрецов не менее 89. Противоречие. Следовательно, ошибётся максимум 28 мудрецов, а не менее 60 напишут цвет своего колпака.

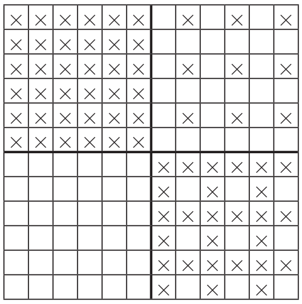
**5. а) Ответ:** за 2 вопроса. Первый вопрос Дима задаёт про клетки, отмеченные на левом рисунке, второй – про клетки, отмеченные на правом рисунке. После первого вопроса Дима узнает, в каких двух столбцах расположен закрашенный квадрат, а после второго – в каких двух строках. Таким образом, он поймёт, какие клетки закрасил Коля.

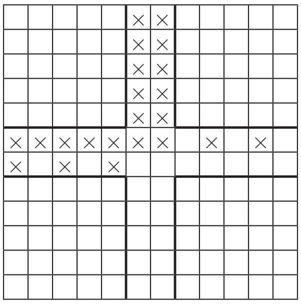




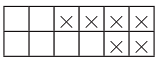
За один вопрос Дима не узнает, где находится квадрат, потому что есть 25 возможных расположений квадрата, а ответов на вопрос – всего пять (от 0 до 4).

**б) Ответ:** за 3 вопроса. Первый вопрос Дима задаёт про клетки, отмеченные на левом рисунке. Если он получает ответ 0, то закрашенный квадрат находится в левом нижнем квадрате $6\times 6$, если 1 – в правом верхнем, если 3 – в правом нижнем, а если 4 – в левом верхнем. В этих случаях далее Дима действует аналогично п. а).



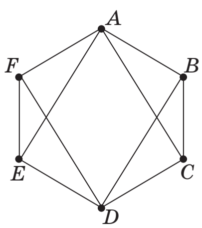


Если же он получает ответ 2, то закрашенный квадрат находится в кресте, показанном на правом рисунке. Тогда Дима задаёт второй вопрос про клетки, отмеченные на этом рисунке. Если он снова получает ответ 2, то Коля закрасил клетки центрального квадрата $2\times 2$. Во всех остальных случаях закрашенный квадрат находится в одном из прямоугольников $2\times 6$ внутри креста. Дима задаёт третий вопрос про клетки этого прямоугольника, отмеченные на рисунке справа, после чего узнает, какие клетки закрасил Коля.



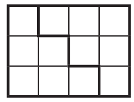
За два вопроса Дима не сможет узнать, где квадрат, потому что на один вопрос он получает только пять различных ответов (от 0 до 4), поэтому за два вопроса он сможет различить не более 25 позиций квадрата, но их 121.

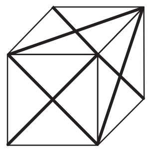
**6. Ответ:** неверно. Пусть $n=3$, а граф знакомств выглядит так, как показано на рисунке. Предположим, что всех гостей удалось рассадить за прямоугольным столом согласно условию. Поскольку $A$ и $D$ не знакомы, то хотя бы один из них сидит не в середине ряда. Значит, одну из середин занимает кто-то другой, без ограничения общности можно считать, что это $B$. Рядом с ним и напротив сидят $A$, $C$ и $D$. У $C$ должен быть ещё хотя бы один знакомый, который сидит рядом с ним или напротив, причём это не может быть ни $A$, ни $D$. Но никаких других знакомых у него нет. Противоречие.




**7. Ответ:** можно.

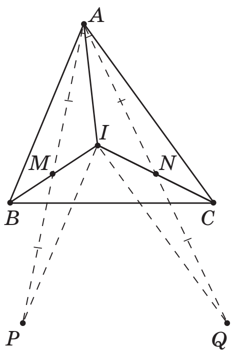
Разрежем прямоугольник, как показано на рисунке. Поверхность куба легко оклеить 12 одинаковыми квадратами, если диагональ каждого квадрата будет совпадать с ребром куба (см. рисунок). Одну из фигур можно разместить так, чтобы клетки, образующие в ней квадрат $2\times 2$, сходились в центре верхней грани куба. Тогда остальные две клетки будут покрывать два соседних боковых ребра. Разместив вторую фигуру симметрично относительно центра куба, получим искомую оклейку.





**8.** Предположим, что все числа на сторонах различны. Пусть в некоторой клетке записано число $k$. Так как все числа на сторонах этой клетки различны и делятся на $k$, то их сумма не меньше $k+2k+3k+4k=10k$. Просуммировав такие неравенства по всем клеткам, мы каждую сторону учтём дважды, поэтому сумма всех чисел на сторонах хотя бы в 5 раз больше суммы всех чисел в клетках. По условию эти суммы отличаются ровно в 5 раз, поэтому все указанные неравенства обращаются в равенства, то есть на сторонах клетки с числом $k$ записаны числа $k$, $2k$, $3k$, $4k$. Пусть $m$ – наименьшее из всех чисел на сторонах. Тогда на сторонах смежных с ней клеток записаны, например, равные числа $2m$.

**9. Ответ:** можно. Удвоив медианы $AM$ и $AN$ треугольников $ABI$ и $ACI$, получим отрезки $AP$ и $AQ$ соответственно. Эти отрезки равны, поскольку по условию $AM=AN$. Так как $ABPI$ и $ACQI$ – параллелограммы, то отрезки $IP$ и $IQ$ равны и параллельны соответственно отрезкам $AB$ и $AC$. Углы $AIP$ и $AIQ$ дополняют до $180°$ равные острые углы $BAI$ и $CAI$, поэтому они тоже равны и при этом тупые. Следовательно, треугольники $AIP$ и $AIQ$ равны по двум сторонам и углу, лежащему против большей из этих сторон, откуда $AB=IP=IQ=AC$.



**10. Ответ:** например, 8102790310. Мудрец разделит его на числа 81, 0, 27, 9, 0, 3, 1 и 0.

Любое число от 1 до 121 может быть представлено в виде суммы некоторых из чисел 81, 27, 9, 3, 1, взятых со знаком «плюс» или «минус». Про это можно почитать в статье «Как Бусенька меняла знак числа» в «Квантике» №12 за 2014 год. Лишние числа можно убрать, поставив знак умножения между каждым из них и соседним нулём.

**11.** Пусть прямоугольник имеет размеры $a \times b$, где $a$ – число строк, $b$ – число столбцов. Докажем, что хотя бы одно из чисел $a$ или $b$ делится на $n$. Предположим, что это не так, и разделим их на $n$ с остатком: $a = kn + a_1$, $b = ln + b_1$. Покрасим клетки прямоугольника в $n$ цветов. Клетки диагонали, содержащей левую верхнюю клетку, – в первый цвет, клетки соседней диагонали – во второй и так далее по циклу, как на рисунке ниже. Так как каждая полоска содержит по одной клетке каждого цвета, то клеток всех цветов поровну. Отрежем от прямоугольника сначала прямоугольник $kn \times b$ снизу, а затем от оставшейся части – прямоугольник $a_1 \times ln$ справа. Обе отрезанные части можно разбить на полоски $1 \times n$, поэтому в каждой из них клеток всех цветов поровну, а значит, это верно и для оставшегося прямоугольника $a_1 \times b_1$. Будем считать, что $a_1 \leqslant b_1$ (случай $a_1 > b_1$ аналогичен). Тогда всего есть $a_1$ клеток первого цвета и столько же клеток каждого из остальных цветов (см. рисунок), то есть всего в прямоугольнике $a_1 n > a_1 b_1$ клеток. Противоречие.

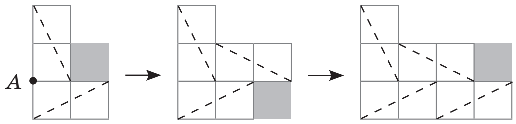
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| | $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| | | $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | | | $n$ | 1 | 2 | 3 |

$b_1$

Будем считать, что количество столбцов делится на $n$. Раскрасим клетки прямоугольника в $n$ цветов по-другому. Все клетки первой строки покрасим в первый цвет, второй строки – во второй и так далее по циклу. Тогда количество клеток каждого цвета кратно $n$. В каждой горизонтальной полоске $1 \times n$ число клеток первого цвета равно 0 или $n$, то есть делится на $n$. Следовательно, вертикальные полоски содержат кратное $n$ число клеток первого цвета. Но каждая вертикальная полоска покрывает ровно одну клетку первого цвета, поэтому их количество делится на $n$.

**12.** Докажем, что удачное разбиение красиво. Проведём в каждой доминошке диагональ из левого нижнего угла в правый верхний. Предположим, что какие-то две диагонали имеют общую вершину $A$. Тогда квадрат $2 \times 2$ с центром $A$ не содержит целиком ни одной доминошки, что противоречит удачности разбиения.

Теперь докажем, что красивое разбиение удачно. Предположим, что это не так и нашёлся квадрат $2 \times 2$, не содержащий ни одной целой доминошки. Тогда в его центре $A$ сходятся четыре доминошки. Не более чем у одной из них диагональ может выходить из точки $A$, поэтому найдутся две доминошки, имеющие общий отрезок границы, у которых проведённые диагонали не содержат точку $A$. Тогда эти доминошки должны быть расположены перпендикулярно друг другу, то есть как показано на рисунке.




Закрашенную клетку должна покрывать какая-то доминошка, при этом она не может быть вертикальной, иначе её диагональ имела бы общий конец с диагональю одной из рассматриваемых доминошек. Значит, эта клетка покрыта горизонтальной доминошкой, причём её диагональ проводится однозначно. Далее рассмотрим новую закрашенную клетку. Аналогично её может покрывать только горизонтальная доминошка, в которой мы также однозначно проводим диагональ. Продолжая такие рассуждения, придём к противоречию с тем, что число доминошек конечно.

## «ВО» И «НА»

**Ответ:** например, когда речь идёт о разнице в возрасте ребёнка и родителя. Можно спросить: «***На*** сколько лет папа старше дочки?» и «***Во*** сколько раз папа старше дочки?».

В первом случае это будет вполне определённое число (скажем, 29 лет). А во втором случае отношение возрастов будет всё время уменьшаться: когда дочке 1 год, папе 30, и отношение равно 30, а когда дочке 2 года, папе 31, и отношение равно 15,5, и с каждым годом отношение будет всё меньше. Почему?

Пусть, скажем, первое число больше другого в 15,5 раз. Тогда если второе число увеличить на 1, то первое надо увеличить на 15,5, чтобы оно по-прежнему было больше второго в 15,5 раз. У нас же первое число тоже увеличивается на 1, поэтому оно остаётся больше второго, но в меньшее число раз.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

**заочном математическом конкурсе.**

Первый этап состоит из четырёх туров (с I по IV) и идёт с сентября по декабрь.

Высылайте решения задач II тура, с которыми справитесь, не позднее 5 ноября в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

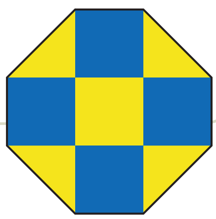
Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

## II ТУР

**6.** В гостиной, спальне и кухне висят градусники. В спальне температура всегда выше на 1 градус, чем в гостиной, а на кухне – ещё на 1 градус выше. Петя записал утром, днём и вечером показания всех трёх градусников, но ровно в одном числе сделал опечатку. В результате получились числа (в каком-то порядке): 17, 18, 19, 22, 25, 25, 26, 27, 27. В каком числе опечатка и что должно там стоять? Ответ обоснуйте.

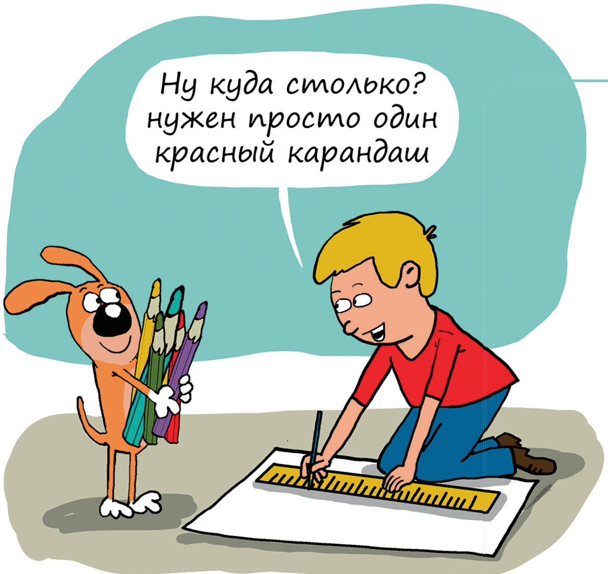


**7.** Маша сшила восьмиугольную скатерть из пяти квадратов и четырёх равнобедренных прямоугольных треугольников (см. рисунок). А можно ли сшить точно такую же скатерть из одного квадрата и восьми равнобедренных прямоугольных треугольников (не обязательно одинаковых)?



Авторы: Борис Френкин (6), Татьяна Корчемкина (7), Сергей Костин (8, 10), Михаил Евдокимов (9)

**8.** В слове СЛУЧАЙНОСТЬ школьники случайным образом заменяют буквы на цифры (одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные буквы на разные цифры, причем первая буква слова не может заменяться на цифру 0). Найдите вероятность того, что полученное в результате число делится на 3. (То есть какую долю среди всех возможных вариантов составляют числа, делящиеся на 3.)


**9.** Все грани треугольной пирамидки – одинаковые равносторонние треугольники. У каждой грани отметили середины сторон и соединили друг с другом, разбив грань на 4 одинаковых маленьких треугольничка. Каждый из этих 16 получившихся треугольничков окрасили в один из трёх цветов – красный, синий или зелёный, – так, что любые два треугольничка с общей стороной окрашены в разные цвета (не забудьте, что треугольнички с общей стороной могут принадлежать и разным граням). Какое наибольшее количество красных треугольничков могло получиться?

**10.** Существует ли многоугольник, который с помощью одного прямолинейного разреза можно разрезать на треугольники с площадями 1, 2, 3, а с помощью другого прямолинейного разреза – на треугольники с площадями 2, 2, 2?


Художник Николай Крутиков


ISSN 2227-7986 22010
9 772227 798220