№ 1 | январь 2023

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ

# КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 1
январь
2023

## СТО ЗАМКОВ И СТО КЛЮЧЕЙ

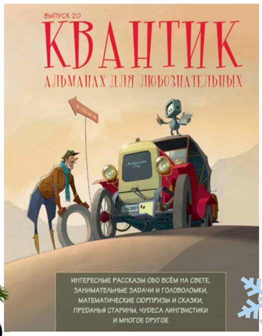
НАВСТРЕЧУ ВЕТРУ

ЦАРЬ-ЛИСТИК

Enter

## НАШИ НОВИНКИ

**АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ «КВАНТИК», выпуск 20**
включает в себя
все материалы журналов «Квантик»
за II полугодие 2021 года




**КАЛЕНДАРЬ ЗАГАДОК от журнала «КВАНТИК» на 2023 год –**
настенный перекидной календарь
с занимательными задачами-картинками


**Приобрести продукцию «КВАНТИКА»**
можно в магазине **«Математическая книга»** (г. Москва, Большой Власьевский пер., д.11),
**в интернет-магазинах:** biblio.mccme.ru, kvantik.ru, my-shop.ru, ozon.ru, WILDBERRIES, Яндекс.маркет
и других (полный список магазинов на **kvantik.com/buy**)

## ПОДПИСКА НА ЖУРНАЛ «КВАНТИК» на 1-е полугодие 2023 года

- **в почтовых отделениях по электронной версии каталога Почты России:**

индекс **ПМ068** – по месяцам полугодия

- **онлайн-подписка на сайтах:**

Почты России:
**podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
агентства АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**

*онлайн вы можете оформить подписку и для своих друзей, знакомых, родственников в разных регионах России*

Подробнее обо всех вариантах подписки см. **kvantik.com/podpiska**

## НАГРАДЫ «КВАНТИКА»

Лауреат
**IV ВСЕРОССИЙСКОЙ ПРЕМИИ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»**
в номинации
**«ЛУЧШИЙ ДЕТСКИЙ ПРОЕКТ О НАУКЕ»**
**(2017 г.)**


Лауреат
**БЕЛЯЕВСКОЙ ПРЕМИИ**
по итогам 2021 года в номинации
**«ЖУРНАЛ – ЗА НАИБОЛЕЕ ИНТЕРЕСНУЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В ТЕЧЕНИЕ ГОДА»**

**www.kvantik.com**
**kvantik@mccme.ru**
**t.me/kvantik12**
**vk.com/kvantik12**
**kvantik12.livejournal.com**

**Журнал «Квантик» № 1, январь 2023 г.**
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
**Свидетельство о регистрации СМИ:**
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
**Главный редактор** С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

**Учредитель и издатель:**
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
**Адрес редакции и издателя:** 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
**Подписка на журнал в отделениях почтовой связи**
- **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
- **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)
- **Белпошта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

**Онлайн-подписка на сайтах**
- Почта России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- агентство АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
- Белпошта: **kvan.tk/belpost**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 28.11.2022
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
**ISSN 2227-7986**
6+

# СОДЕРЖАНИЕ


МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

**Сто замков и сто ключей.** *С. Дориченко* 2

КАК ЭТО УСТРОЕНО

**Навстречу ветру.** *М. Гарбуз* 8

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

**Про Лёлю и Миньку, а также про лемму Шпернера и два её доказательства – одно сказочное, а другое резиновое.** *Г. Панина* 12

ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ

**Ёлочка-2023.** *В. Красноухов* 15

СВОИМИ РУКАМИ

**Шарообразный волчок Томсона.** *С. Полозков* 16

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

**Царь-листик, или Что картошке – рубчик, то человеку – хорда.** *П. Волцит* 18

ОЛИМПИАДЫ

**XLIV Турнир городов. Осенний тур, 8-9 классы** 23

**Конкурс по русскому языку, I тур** 26

**Наш конкурс** 32

ОТВЕТЫ

**Ответы, указания, решения** 28

ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ

**Укладываем кирпичи.** *Н. Солодовников* IV с. обложки


Математический кружок

Сергей Дориченко

# СТО ЗАМКОВ И СТО КЛЮЧЕЙ

*Сэру Майкрофту Холмсу*

*Прошу прощения за это тревожное письмо, но Шерлок Холмс сейчас в ужасном состоянии. Отсутствие дел, способных занять его ум, крайне пагубно сказалось на его здоровье. Моему другу совершенно необходима сложная задача. Если преступный мир уже не способен отвечать на такие вызовы, то, быть может, спасительной станет какая-то логическая загадка, достойная этого великого ума?*

*С надеждой,*

*доктор Ватсон*

*Доктору Джону Ватсону*

*Я бесконечно благодарен Вам за заботу о моём брате. Сейчас я как раз занят одной математической задачей и пока не смог её решить. Она не вполне криминалистическая, но вызов тут бросает сам Мориарти. Быть может, это заинтересует Шерлока? Условие прилагаю.*

*Искренне Ваш,*

*Майкрофт Холмс*

– Итак, Ватсон, имеются 100 одинаковых с виду замков и 100 ключей от них, сваленные в кучу?

– Да, причём к каждому замку подходит ровно один ключ. И требуется выяснить, какой замок каким ключом открывается.

– Что ж, занятие малоприятное, но, имея запас времени и некоторое терпение, сделать это нетрудно. Выложим замки в ряд и начнём проверять ключи...

– Но в худшем случае это 10 000 проверок! Даже если тратить на одну проверку секунды четыре, это 40 тысяч секунд – больше 11 часов!

– Сразу видно, мой друг, что вас неважно учили математике. Вы что же, собираетесь вставлять каждый ключ в каждый замок?

– Разумеется, ведь может всё время не везти.

– Но первый ключ достаточно вставить 99 раз: если он так и не подошёл, то он от последнего замка.

– Пожалуй. Значит, всего 9 900 проверок?

– Снова мимо. Мы отбросим найденную пару «ключ-замок», и для второго ключа хватит 98 проверок.

– И правда. А третий ключ придётся проверять не больше 97 раз, и так далее. Получается жуткая сумма: $99+98+\ldots+2+1+0$. Странно, сотый ключ у меня требует 0 проверок?

– Конечно, его замок определится автоматически.

– А чему же равна эта сумма?

– По легенде, маленький Гаусс вычислил её почти мгновенно с помощью небольшой хитрости. Он взял две такие суммы и разбил слагаемые на 100 пар $99+0$, $98+1$, $97+2$, ..., $0+99$, каждая пара даёт 99. Значит, исходная сумма равна $50\cdot 99$, это 4 950 проверок. По четыре секунды на проверку – ровно пять с половиной часов. А теперь оставьте меня – право, эти пустяки лишь ухудшают моё состояние.

– Но, Холмс, в своём дневнике Мориарти утверждает, будто нашёл способ распределить ключи быстрее, чем за 4 950 проверок, причём с гарантией! Правда, излагать он его не стал – мол, способ столь сложен, что в дневнике просто не хватит места...

– Ох уж эта его страсть к дешёвым эффектам. Быстрее, чем за 4 950 проверок?

Холмс погрузился в долгое молчание. Невероятно, но спустя какое-то время лицо его начало оживать, а в глазах появился знакомый блеск.

– Очень занятно, Ватсон. Мориарти был профессором математики, но тут, похоже, он ошибся. И я это докажу!

– Докажете? Как же это можно доказать? Вдруг у него был хитроумный, никому не известный способ...

– Ватсон, а вы хорошо знакомы с математическими доказательствами? Дайте-ка я вас проверю. Согласны ли вы с тем, что сначала надо найти хоть одну подходящую пару «замок-ключ»?

– Эээ... пожалуй, да, так как совершенно не видно, как тут ещё можно действовать. Постойте... Но тогда всё ясно! Первую пару при полном невезении не найти быстрее, чем за 99 проверок, вторую – за 98, ... и вот она, наша сумма, это минимум!

– Сразу попались. Почему нельзя вставлять разные ключи в разные замки, сделать много таких проверок, а потом вдруг понять сразу про несколько ключей и замков, что к чему подходит?

– Это кажется неправдоподобным...

– Гарантируете, что точно не выйдет?

– Право, не знаю.

– Тогда у вас ещё нет доказательства.

– Как же быть?

– Попробуем рассуждать по порядку. Интуиция подсказывает мне, что алгоритма, гарантирующего успех быстрее, чем за 4950 попыток, не существует. А этот дьявол Мориарти утверждает, что алгоритм есть. Что ж, допустим, профессор прав. И загоним его в ловушку – мысленно, разумеется.

– Но ведь для этого надо предложить ему, пусть даже мысленно, набор ключей и замков, да так, чтобы он не справился?

– Именно этим мы и займёмся. Представьте, мы выдали ему замки и ключи. Профессор берёт какой-то ключ и вставляет в какой-то замок... Если он угадал, мы тут же меняем внутренность этого замка с каким-то другим так, чтобы ключ не подошёл.

– Мы джентльмены, а не шулеры, и не станем...

– Ватсон, мы лишь проверяем, что алгоритм работает во всех случаях. Поэтому такая подмена вполне законна – замки ведь неразличимы, и профессору мог попасться замок с другой внутренностью.

– А дальше?

– Он проверяет какую-то следующую пару «ключ-замок». А мы снова, если нужно, меняем внутренности замков между собой так, чтобы и этот ключ не подошёл – лишь бы все предыдущие проверки не изменили результата...

– Но ведь так нельзя делать до бесконечности, в какой-то момент очередной ключ уже точно подойдёт.

– Вы правы. Но постойте! А зачем тогда этот ключ проверять?

– Простите, Холмс, я не понял.

– Мориарти же не дурак. У него есть записи всех совершённых им проверок. Пока ни один ключ ни разу не подошёл. И вот он вставляет ключ $X$ в замок $Y$, и – о ужас – мы не можем ничего поменять местами, не испортив предыдущих результатов, чтобы ключ не подошёл. Но тогда это поймёт и сам Мориарти!

– Но как, Холмс?

– Он может мысленно перебрать все возможные соответствия замков и ключей. И раз нет соответствия, сохраняющего результаты предыдущих проверок, при котором замки $X$ и $Y$ не подходят друг к другу, он это обнаружит.

– А почему такого соответствия нет?

– Иначе мы бы его нашли и сделали бы результат очередной проверки отрицательным.

– Немного мудрёно...

– Зря сомневаетесь, Ватсон. Но если хотите – мы тогда просто подскажем профессору по-джентльменски, что он угадал и эту проверку может не делать.

– Но зачем, Холмс?

– Я чувствую, что это важно для доказательства! Ведь теперь мы вправе считать, что алгоритм профессора таков: он делает много проверок, результаты всегда отрицательны, и в какой-то момент вдруг понимает про все ключи, какой от какого замка!

– Про все ключи?

– Ну да. Может, сначала про какой-то один ключ или несколько сразу. Когда про какие-то ключи ему становится всё ясно, он их не проверяет, а действует далее по своему алгоритму, делая лишь те проверки, которые могут дать отрицательный результат. А мы будем этот отрицательный результат обеспечивать. Пока он не поймёт всё про все ключи.

– А потом?

– Ваши предложения, мой друг?

– Ни малейших идей.

– Похоже, мы движемся с вами в одном направлении... Тогда у меня просьба – разработайте пока для профессора удобный и компактный способ записи результатов его проверок, а я ещё немного подумаю.

Холмс откинулся на спинку кресла и затянулся трубкой. Прошло около получаса, как вдруг...

– Эврика! Ватсон, мне всё ясно. А как дела у вас?

– Как врач, регулярно делающий записи о состоянии своих больных, я подумал было, что можно заносить подряд все проверки в книгу. Но если экономить место, лучше, пожалуй, занумеровать

ключи и замки и нарисовать большую таблицу, $100 \times 100$ клеток. А при проверке, скажем, пары «6-й ключ, 75-й замок» ставить в 6-й строке на 75-м месте плюс, если ключ подошёл, и минус – если не подошёл.

– Браво, Ватсон. Этот способ крайне удобен. Только напомню, что Мориарти всё время ставит минусы. Он поставит их меньше, чем 4 950 штук, и внезапно всё поймёт, верно?

– Да, по окончании работы алгоритма он просто расставит все плюсы.

Шерлок Холмс поморщился.

– Эти плюсы, они же могут образовать довольно хаотическую картину... Ничего, мы её сейчас упорядочим. Ведь эти 100 плюсов расположены по одному в каждом столбце и в каждой строке. Но заметьте, Ватсон – в нашей таблице можно переставлять строки и столбцы, и ничего не испортится – если соответственно переставлять ключи и замки, не так ли?

– Пожалуй, да.

– Тогда отыщем плюс в первом столбце и переставим строку с этим плюсом на самый верх, затем найдём плюс во втором столбце и поставим строку с этим плюсом прямо под первой строкой, и так далее.

– Вы хотите, чтобы плюсы аккуратно выстроились по диагонали?

– Да. Это не обязательно, но так решение будет особенно наглядным. Итак, в таблицу ставят меньше 4 950 минусов, после чего плюсы однозначно выстраиваются по диагонали, никаких других вариантов. Но что такое 4 950? Сколько всего клеток в таблице?

– Таблица у нас $100 \times 100$, всего 10 000 клеток.

– А сколько клеток на диагонали?

– Разумеется, 100.

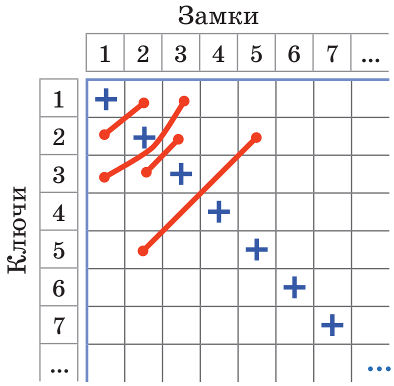
– То есть остаётся 9 900 клеток для минусов, которых меньше 4 950 – меньше половины от числа оставшихся клеток!

– К чему вы клоните, Холмс?

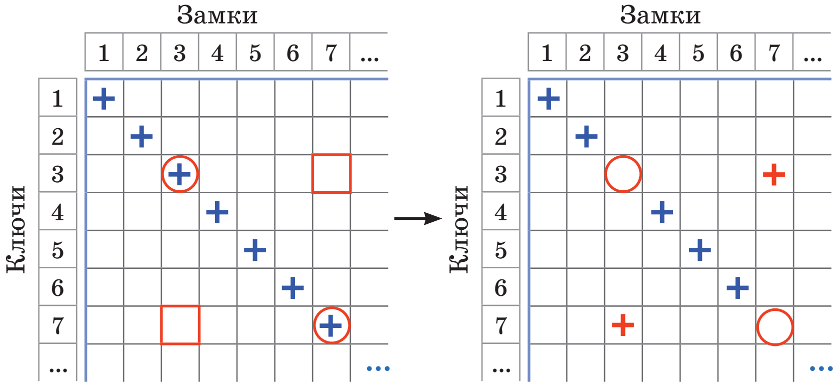
– Надо разбить клетки на пары симметричных относительно диагонали! Вот, я отметил красным несколько пар на салфетке. Видите? Пар ровно 4 950, а минусов – меньше. Значит, найдётся пара, в которой нет ни одного минуса. Скажем, клетка в третьей строке и седьмом столбце, условно клетка (3,7), и симметричная клетка (7,3). В них пусто.

– Видимо, проверять их не было необходимости.

– Всё ещё не понимаете? Давайте я вам нарисую.




Мориарти поставил плюсы в клетки (3,3) и (7,7). Но ведь клетки (3,7) и (7,3) пусты – значит, ничего не мешает переставить эти два плюса туда. Короче говоря, поменять внутренность замков 3 и 7 местами. Ни одна предыдущая проверка не нарушится. Значит, Мориарти не мог всё понять про ключи 3 и 7 – есть альтернативный вариант. Противоречие, Ватсон!




– Но как, Холмс? Как вы догадались?

– Вы застали меня в полном расстройстве, Ватсон. Я даже надел на ноги разные ботинки и всё пытался понять, почему они не симметричны. После вашей задачи мне гораздо лучше. Но без очередного дела...

– Мистер Холмс, к вам посетитель. Судя по всему, учёный или учитель математики.

– Почему вы так решили, миссис Хадсон?

– Пиджак испачкан мелом, бормочет под нос какие-то вычисления.

– Может это маркёр или бухгалтер?

– Бухгалтеры и маркёры не настолько рассеяны, чтобы являться в чужой дом в разных ботинках.

Художник Алексей Вайнер

# НАВСТРЕЧУ ВЕТРУ

Михаил Гарбуз

*Куда подует ветер,*
*туда и облака.*
*По руслу протекает*
*послушная река.*

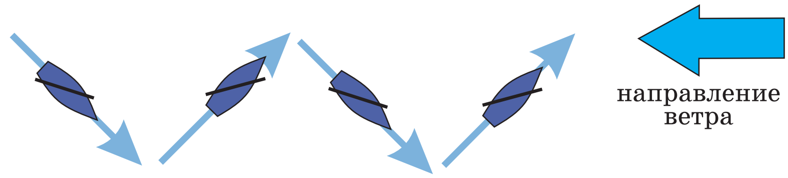
*Но ты, человек, ты*
*и сильный, и смелый,*
*Своими руками судьбы*
*свою делай,*
*Иди против ветра,*
*на месте не стой.*
*Пойми, не бывает дороги*
*простой!*

Песня из кинофильма
«Приключения Электроника»

Использовать энергию ветра для движения человечество научилось давно: считается, что люди изобрели парус примерно 5,5 тысяч лет назад. Судя по сохранившимся рисункам и результатам раскопок, впервые начали применять парус египтяне. Практически в исходном виде он дошёл и до наших дней: кусок ткани закрепляется на мачте, ветер «надувает» паруса, давит на них и вызывает движение корабля в некотором направлении.

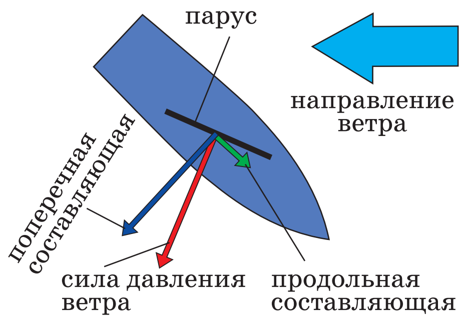
Если ветер попутный или почти совпадает с направлением движения, то парус ставят перпендикулярно оси корабля. Сила давления ветра перпендикулярна поверхности паруса, поэтому корабль плывёт вперёд.

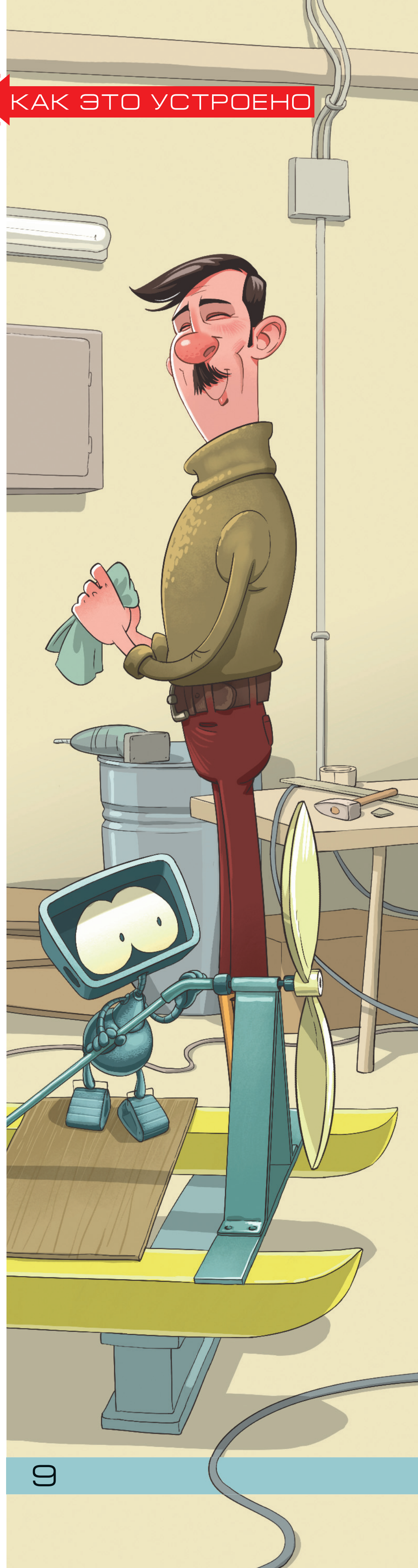
Но что делать, если ветер дует навстречу желаемому движению? В этом случае можно лавировать галсами, изменяя курс по зигзагообразной траектории. Корабль идёт под острым углом к потоку, а его паруса ориентируют так, чтобы часть давления ветра приходилась по направлению движения.




Сила давления ветра раскладывается на продольную и поперечную (относительно корпуса) составляющие. И пока угол паруса относительно ветра таков, что продольная составляющая направлена к носу судна, оно будет двигаться вперёд. (Поперечная составляющая пытается сдвинуть судно «вбок» и компенсируется килевой системой.) Минимальный угол между направлением ветра и курсом обычно составляет 45°. Лишь некоторые спортивные суда могут плыть под более острым углом – до 20°.

Силы, действующие на парус

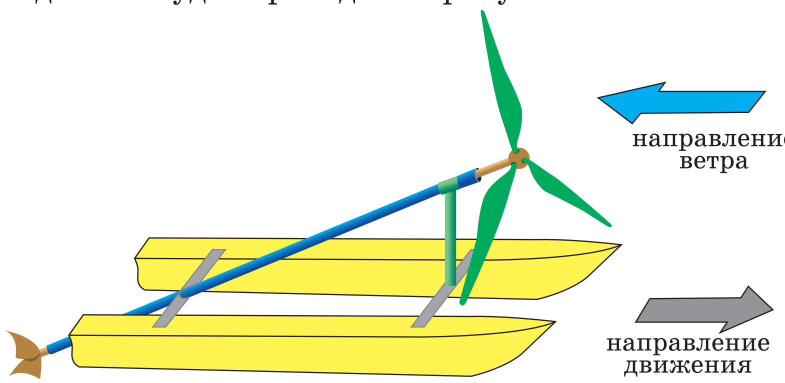




При таком движении судно смещается в сторону относительно желаемого направления, поэтому и приходится ложиться на другой галс, чтобы общее перемещение было направлено в сторону ветра.

А можно ли двигаться строго навстречу ветру? Как и раньше, предполагается, что нет никаких двигателей, нет аккумуляторов, движение должно осуществляться только за счёт механического преобразования энергии ветра. Такой вопрос был поставлен в 70-е годы XX века и разделил учёных на два лагеря: одни утверждали, что движение реализуемо, а другие считали, что оно противоречит физическим законам. Конец этим спорам положило создание прототипа: советские инженеры Б. В. Григорьев и Г. П. Лысенко во время туристического похода в 1975 году построили и испытали модель с ветродвигателем, двигавшуюся по воде строго навстречу ветру. Результаты экспериментов были опубликованы в журнале «Изобретатель и рационализатор» в 1979 году.[1] В 1981 году появились сообщения о яхте «Хобикэт» во Франции, а в 1986 англичанин Джим Уилкинсон опубликовал статью о катамаране «Ревелейшен». Началась уже инженерная гонка – как максимально эффективно использовать энергию ветра в рассматриваемой задаче.

Основная идея движения навстречу ветру – забирать энергию из воздушного потока, а отталкиваться от воды – более плотной среды. Схематический вид подобных судов приведён на рисунке.




[1] Григорьев Б. В., Лысенко Г. П. Обратная связь // Журнал «Изобретатель и рационализатор», 1979, № 11.

Устроен двигатель очень просто: это длинный стержень (вал), на одном конце которого закреплён ветроприёмный пропеллер, а на другом – гребной винт. Вал установлен под наклоном, чтобы гребной винт был полностью погружён в воду, а пропеллер располагался над водой. Набегающий ветер вращает пропеллер, через ось это вращение передаётся на гребной винт, который толкает судно.

Но встречный ветер пытается сместить катамаран назад. С одной стороны, чем больше размер пропеллера, тем больше кинетической энергии будет передано гребному винту и использовано для движения. С другой стороны, большие пропеллеры имеют высокое лобовое сопротивление.

Несколько лет назад в НИИ механики МГУ рассчитали, что максимальная скорость корпуса достигается, если пропеллер больше гребного винта примерно в 5,5 раза. При скорости ветра 10 м/с (36 км/ч) относительно воды построенная экспериментальная модель разгонялась до 2 м/с.

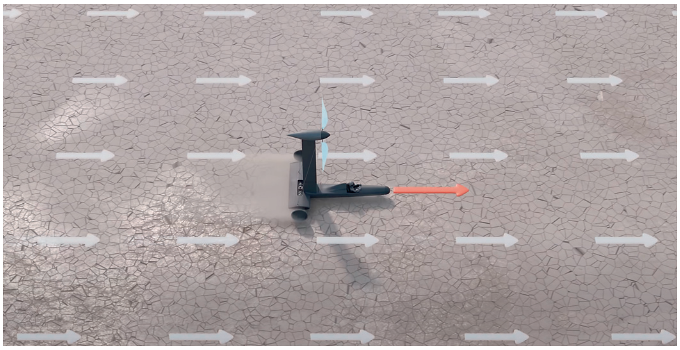
Вы можете сделать такой катамаран своими руками. Подходящие винты можно найти в магазинах радиоуправляемых моделей. Стандартные размеры, близкие к оптимальным: диаметр воздушного пропеллера для квадрокоптера 150 мм, а диаметр гребного винта 30 мм. При покупке стоит обратить внимание, что винты, предназначенные для сред с различной плотностью, отличаются геометрией лопастей. А вот внутри одного класса – воздушных пропеллеров или гребных винтов – винты схожи и можно выбирать любой. В качестве вала и его корпуса можно использовать стандартные тонкостенные трубки, например углеродные или карбоновые, а поплавки катамарана можно сделать из листа пенопропилена.

**БЫСТРЕЕ ВЕТРА**

В XXI веке история повторилась. Несколько лет назад был представлен ветромобиль «Blackbird», который за счёт энергии ветра движется по направлению ветра, но при этом быстрее, чем дует сам ветер!

На самом деле задача была решена ещё в 1969 году: американский инженер Эндрю Бауэр не только опубликовал статью «Faster than the wind», но и представил прототип, видеозапись движения которого сейчас можно найти по сссылке kvan.tk/wind1 в интернете. Однако именно современный ролик kvan.tk/wind2 вновь разделил пользователей на два лагеря и породил дискуссию на тему, возможна ли в принципе такая механическая система. Да, возможна, причём в случае ветромобиля «Blackbird» скорость корпуса относительно земли в 2,7 раз превосходила скорость попутного ветра.

Болид «Blackbird» представляет собой тележку с колёсами, на которой установлена мачта с пропеллером. Ось пропеллера механически связана с колёсами.



Вначале болид разгоняется, используя энергию ветра: при этом вращающийся в потоке пропеллер работает как парус (интересно, что воздух толкает этот «парус» почти с такой же силой, как толкал бы круглый парус такого же диаметра). Крутящиеся колёса передают энергию пропеллеру, который отбрасывает воздух назад. Когда скорость ветра почти достигнута, тяга пропеллера продолжает разгонять ветромобиль. И оказывается, что такой болид может двигаться и быстрее ветра! А движение болида в набегающем на него воздушном потоке похоже на движение катамарана из первой части статьи (только катамаран использовал воздух и воду, а болид – воздух и землю).[2]

[2] Лучше разобраться, как всё это происходит, можно по видеозаписям kvan.tk/wind3

Художник Мария Усеинова

Гаянэ Панина

# ПРО ЛЁЛЮ И МИНЬКУ,

## А ТАКЖЕ ПРО ЛЕММУ ШПЕРНЕРА И ДВА ЕЁ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА – ОДНО СКАЗОЧНОЕ, А ДРУГОЕ РЕЗИНОВОЕ

**Часть 1. Лемма Шпернера для отрезка**

Когда мне, дети, ударило семь лет, я уже умел хорошо считать и даже отлично понимал, что такое чётные и нечётные числа, знал про треугольники, отрезки и квадраты.

А моей сестрёнке Лёле было в то время десять лет. Она была исключительно бойкая девочка и ходила не только в школу, но и на кружок по математике.

Она мне однажды сказала:

– Минька, мама ушла на кухню. Давай поиграем в новую интересную игру, которой меня научили на кружке.

Вот мы садимся за стол, и Лёля рисует на листке бумаги отрезок с десятью отмеченными точками. Причём **крайние точки покрашены – одна в красный, а другая в синий цвет** (рис.1).

Рис. 1

Лёля говорит:

– Будем с тобой по очереди красить отмеченные точки на отрезке. За один ход можно покрасить любую из неокрашенных отмеченных точек в красный или синий цвет. Когда все точки покрасим, посчитаем число маленьких отрезков с разноцветными концами. Если это число окажется чётным, ты выиграл. А если нечётным, то я выиграла. Чур, я хожу первая.

И вот Лёля берёт карандаш и моментально красит одну из точек. И я тоже крашу одну из точек. Игра быстро заканчивается, и я проигрываю, так как число отрезков с разноцветными концами равно трём, а три – число нечётное:

Рис. 2

Я говорю:

– Давай сыграем ещё! Только я, Лёлища, теперь первым буду ходить.

Лёля моментально рисует новый отрезок, теперь с семью отмеченными точками, и мы начинаем игру. И я

---

Если вы не знаете, кто такие Лёля и Минька, рекомендуем цикл рассказов М.М. Зощенко. Он так и называется: «Лёля и Минька».


опять проигрываю. И ещё два раза проигрываю. Мне становится так обидно, что я начинаю плакать.

**Задача 1.** Попробуйте сами поиграть в такую игру. Нет ли в ней подвоха?

Тут в нашу комнату входит папа и говорит:

– Лёля, это нечестная игра! С такими правилами ты всегда будешь выигрывать.

Папа уходит в свой кабинет, некоторое время ходит из угла в угол, а потом подзывает меня к себе и говорит:

– Видишь ли, я думаю, что у Лёли на кружке учитель рассказывал *лемму Шпернера для отрезка*.

**Лемма Шпернера для отрезка говорит нам, что сколько бы точек на отрезке мы ни отметили и как бы мы ни раскрашивали эти точки в красный и синий цвет, соблюдая наши правила, число маленьких отрезков с разноцветными концами всегда нечётно.**

Давай вместе докажем эту лемму, она несложная. Представь себе, что отрезок – это дорога и мы идём с тобой по ней от красного конца к синему. При этом мы считаем, сколько раз поменяется цвет точек, мимо которых мы проходим.

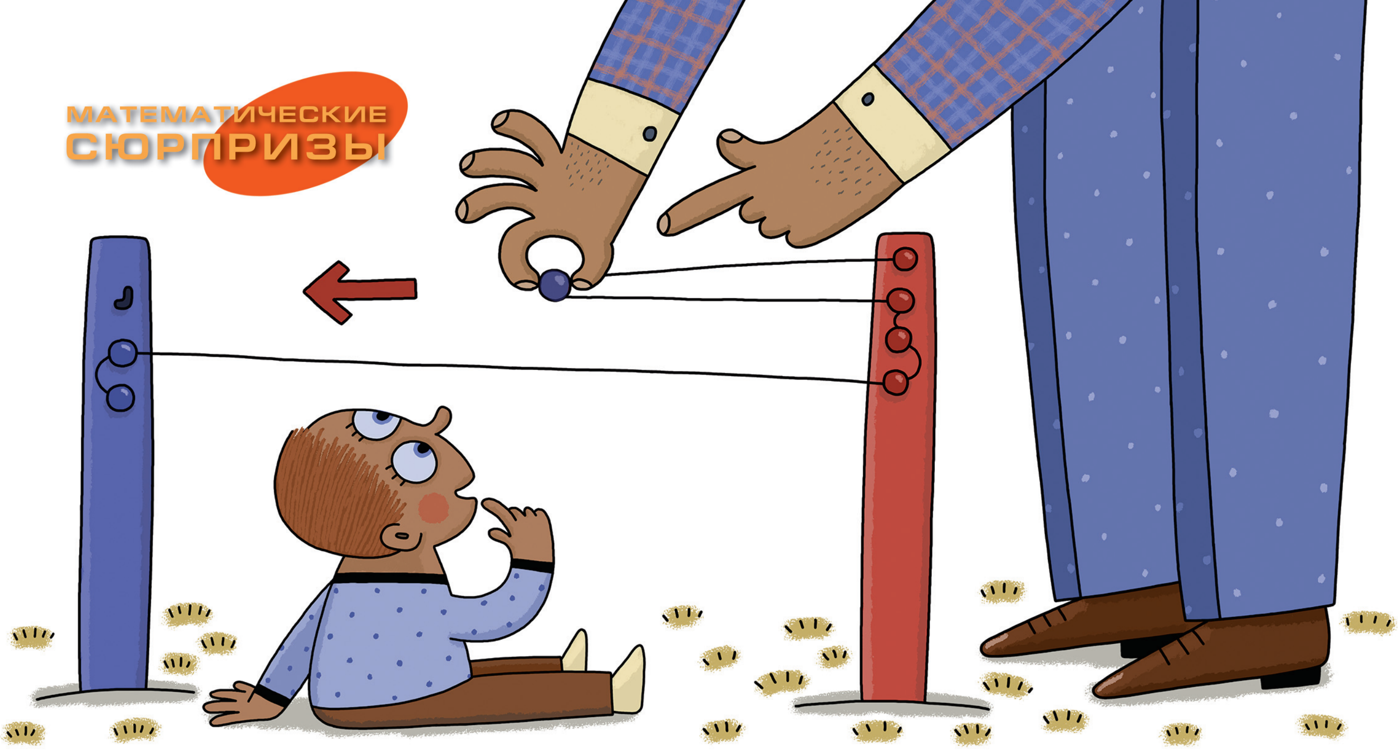
Сначала цвет меняется с красного на синий, потом с синего на красный, потом опять с красного на синий и так далее, строго по очереди. То есть каждая *нечётная перемена цвета – с красного на синий, а каждая чётная – с синего на красный.*

Я говорю:

– Ну ясно, папа, последняя перемена цвета будет с красного на синий, потому что последняя точка – синяя. То есть последняя перемена цвета нечётная! А считать перемены цвета – это то же самое, что считать число отрезков с разноцветными концами! Я понял!

Папа говорит:

– Сейчас я расскажу тебе секретное рассуждение, его Лёля не знает. Вот смотри, пусть наш отрезок – это резинка с раскрашенными отмеченны-



ми точками. Давай вобьём в землю два столбика, красный и синий, и натянем нашу резинку концами на столбики. Красный конец прикрепим к красному столбику, а синий – к синему. Садись-ка, Минька, на землю между столбиков и смотри вверх. Резинку видишь? Сколько в ней слоёв?

Я говорю:

– Вижу резинку в один слой!

Папа говорит:

– А теперь будем эту резинку натягивать дальше, закрепляя все красные точки на красный столбик, а синие – на синий. Будто на столбиках прикреплены маленькие крючки, а на отмеченных точках на резинке – петельки. И мы просто надеваем петельки на крючки. Смотри, отрезки с концами одного и того же цвета стянулись, сделались совсем короткими. Отрезки с разноцветными концами – наоборот, растянулись и заняли весь промежуток между столбиками. Что происходит у тебя над головой?

Я говорю:

– Вижу, как над моей головой проплывают складки резинки! Каждый раз, когда проходит складка, число слоёв меняется на два!

Папа говорит:

– Наконец мы закрепили все цветные точки на столбиках. Сколько слоёв резинки у тебя над головой теперь?

Я говорю:

– Ровно столько же, сколько отрезков с разноцветными концами! Ага, кажется, я понял! Вначале число слоёв было равно единице, но потом с каждой складкой оно менялось на чётное число. Значит, всё время у меня над головой было нечётное число слоёв, и в конце тоже!

– Молодец, Минька, – говорит папа, – запомни это рассуждение. Мало ли ещё каким хитростям научат Лёлю на кружке…

Папа как в воду глядел… На другой день Лёля говорит:

– Минька, мы прошли на кружке новую игру. Интересную! Давай играть.

*О новой игре мы напишем в следующем номере «Квантика»*

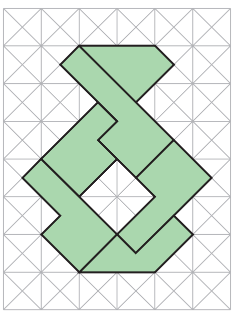
Художник Елена Цветаева

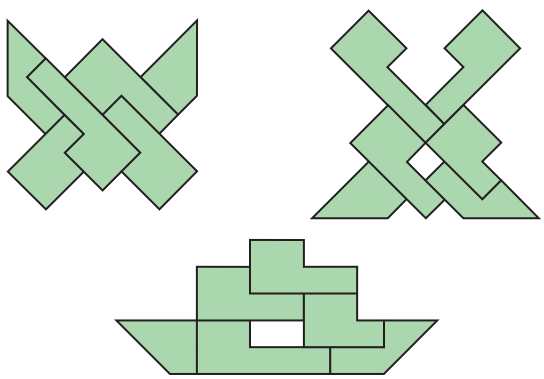
Игры и Головоломки

Владимир Красноухов

# Ёлочка–2023

Разметьте на листе картона или фанеры приведенную слева фигуру и разрежьте её на части. Прикладывая их друг к другу сторонами, можно собрать множество симметричных фигур, например таких, как на рисунке справа.





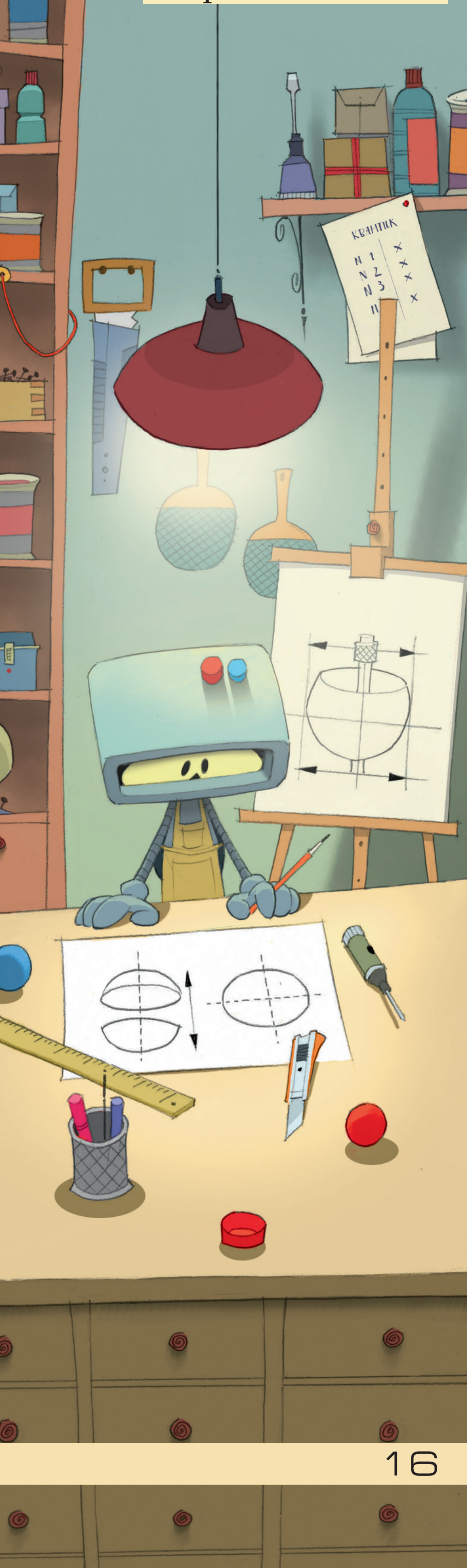
Красиво, но это всё не то... Ведь Новый год, и нам нужна ёлочка!

Попробуйте её собрать! Элементы можно как угодно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга.

Желаем успехов в новом году!

Художник Мария Усеинова

Сергей Полозков



# ШАРООБРАЗНЫЙ ВОЛЧОК ТОМСОНА

Волчок Томсона иногда называют «тип-топ» или «китайский волчок» (фото 1). Это волчок-неваляшка, который встаёт на ножку в процессе вращения (фото 2).

Фото 1

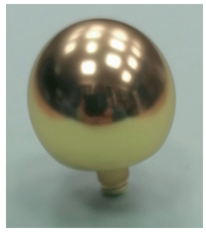


Фото 2

Тип-топ можно изготовить самому из двух стандартных (диаметр 40 мм) пинг-понговских мячей разного цвета, пластмассовой крышечки (диаметром тоже 40 мм), дюбеля и самореза. Лучше выбрать такую крышку, где резьба не сплошная, а состоит из 9, 12 или 16 секторов (фото 3, слева). Дюбель лучше взять со стопорными усиками и размерами 30×6 мм (фото 3, в центре). Саморез подойдёт, например, длиной 25 мм и диаметром шляпки 10 мм (фото 3, справа).

Фото 3

Отрежьте от одного мячика «шляпку», так чтобы оставшаяся часть была на 7 мм выше, чем половина мячика (фото 4, слева). Удобно резать параллельно заводской склейке двух половинок. Назовём эту часть *чашей*. Аналогично отрежьте от второго мячика часть, которая выше половины на 4 мм. Назовём её *колпачком* (фото 4, справа).

Фото 4

Начертите на колпачке простым карандашом 5 вертикальных чёрточек через равные углы (360°/ 5 = 72°). Чёрточки начинаются от кромки, пересекают заводскую склейку и заканчиваются на 2 мм дальше склейки (фото 5). Сделайте ножницами надрезы по чёрточкам.

Фото 5

Отрежьте от боковой поверхности крышечки несколько секторов на равном расстоянии друг от друга. Если всего секторов 9 или 12, то вырежьте 3. Если 16, то 4 (фото 6).

Фото 6

По центру крышечки проделайте отверстие для дюбеля. Вставьте дюбель так, как показано на фото 7. Дюбель не должен болтаться, а его усики должны упираться в крышку снаружи. Закрутите саморез в дюбель так, чтобы они вместе имели длину чуть меньше диаметра мячика (фото 8).

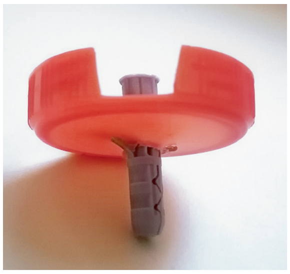


Фото 7

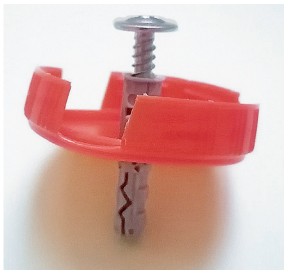


Фото 8

Вставьте крышку с дюбелем и саморезом в мячик-чашу так, чтобы шляпка самореза оказалась снаружи (фото 9). Наденьте мячик-колпачок. Должна получиться неваляшка, так как шляпка самореза перевешивает вниз. Поставьте неваляшку в устойчивое положение, подвигайте половинки, чтобы волчок стоял ровно.

Фото 9

Запускать волчок лучше двумя руками, чтобы скорость вращения была как можно больше. Запускайте из устойчивого положения на гладкой ровной поверхности (на столе, если достаточно места, или на полу). Быстро закрученный волчок должен перевернуться, повращаться перевёрнутым, а затем вернуться в устойчивое положение. По ссылке kvan.tk/spinball – видео изготовления и запуска.

Фото автора

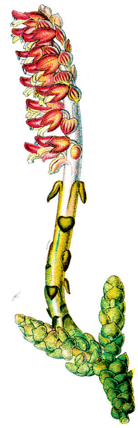

Художник Алексей Вайнер


Пётр Волцит

# ЦАРЬ-ЛИСТИК,

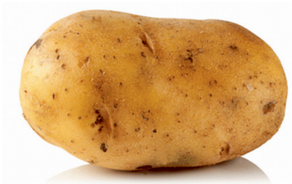
## ИЛИ ЧТО КАРТОШКЕ – РУБЧИК, ТО ЧЕЛОВЕКУ – ХОРДА

Если вы проходили в школе строение растений (точнее, не проходили мимо), то, возможно, помните, что *корневище* – это не страшный-престрашный корень, как «волчище» или «тараканище», а подземный побег. И что отличить его от корня позволяют пусть редуцированные до чешуй, но чётко просматривающиеся листья. Они могут рано опадать, перегнивать, но они есть. На корнях же листьев никогда не бывает.



Петров крест и его корневище
Иллюстрация: Якоб Штурм, 1796

Также в школе вам рассказывали, что картофелина – это не корнеплод (видоизменённый корень), как морковка, а *клубень* – видоизменённый побег. И в качестве доказательства показывали всё те же листья. Они у картошки редуцированы до серповидных рубчиков, опоясывающих снизу почки – *глазќи*. Но ведь есть же!



Картофелина. Видны рубчики под глазками (почками)

У саксаула, солероса и многих других пустынных растений листья для уменьшения испарения превращаются в еле заметные чешуйки.

У некоторых молочаев, растущих в засушливом климате, листья мелкие и рано опадают – в основном фотосинтезом занимается стебель.

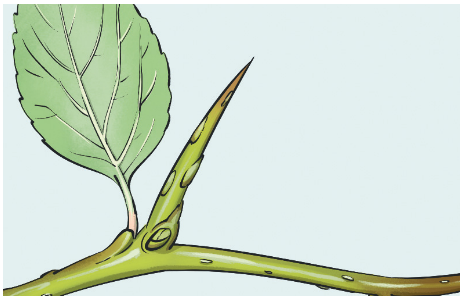
Листья-чешуйки саксаула
Фото plantarium.ru, Базар Довлетов

Листья солероса превратились в еле заметные валики
Фото flickr.com, Jonathan Coffin

Так же быстро опадают чешуевидные листья на молодых колючках боярышника. Чтобы застать их, нужно рассмотреть колючку, пока она ещё зелёная и мягкая, – потом чешуйки быстро облетят.

Листья молочая тирукалли
Фото wikimedia.org, Stickpen

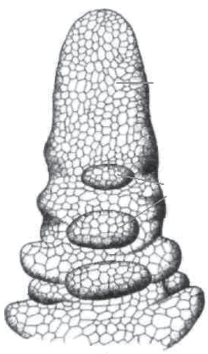
Возникает вопрос: зачем эти листья вообще остались, если они не нужны, если растение стремится их как можно быстрее сбросить или свести до тонкого шрамика на гладком клубне? Неужели миллионов лет эволюции саксаулу и картошке не хватило, чтобы полностью избавиться от ненужных органов?!



Молодая колючка боярышника

У человека, конечно, тоже ещё остаются волосы на теле, аппендикс и другие рудименты. Но волосы у наших предков исчезли по эволюционным меркам «вчера», а аппендикс – не такой уж и ненужный орган, он играет важную роль в работе иммунной системы. Потому и не исчезает полностью.

Нет, зачем-то эти листья нужны. Если не на зрелом побеге, то на… закладывающемся. Посмотрим на самый кончик побега в почке под хорошим увеличением. Наверху мы видим конус нарастания, или *апекс* (от лат. *apex* – вершина). Все клетки в нём одинаково «никакие». Или, говоря научным языком, *недифференцированные*. Это ещё не клетки кожицы, не сосуды древесины, не ситовидные трубки луба и не клетки других тканей. Их задача – плодиться и размножаться, наращивать клеточную массу. Но по мере того, как новообразованные клетки отодвигают старших сестёр от конуса нарастания, тем приходит пора дифференцироваться:

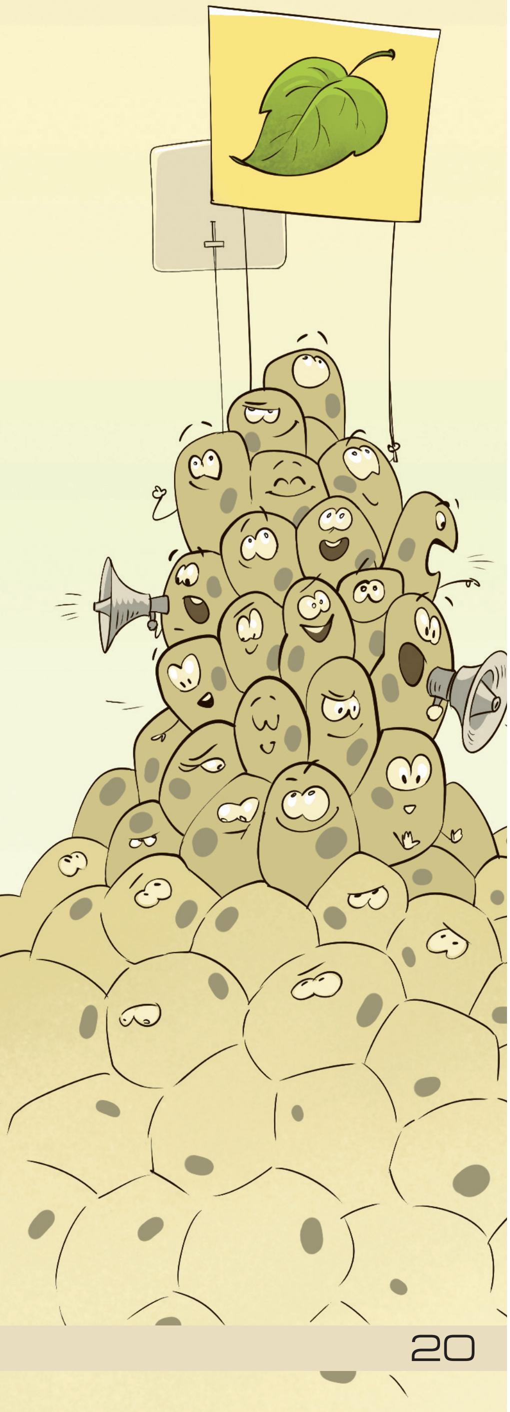


Конус нарастания побега с листовыми примордиями

превращаться в специализированные клетки, из которых сложатся ткани и органы побега.

Как заставить массу одинаковых клеток дифференцироваться упорядоченно? Нужно назначить среди них «начальников». Такими начальниками и становятся зачатки листьев.

Вот у «подножия» конуса нарастания возникает бугорок – листовой *примордий*. (Его название не означает «около морды», оно происходит от латинского *primordium* – начало, зарождение.)

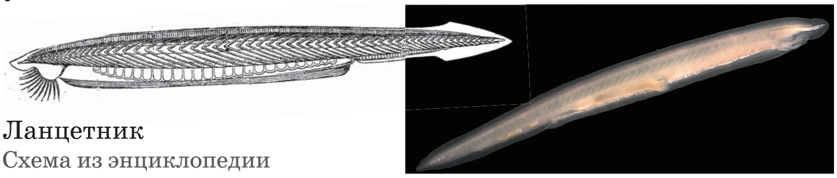


Бугорок ещё едва наметился, но его клетки уже вырабатывают вещества, сообщающие окружающим клеткам: «В лист будем превращаться МЫ! А вы оставайтесь такими же, как были, до особых распоряжений». И в ближайших окрестностях зачатка листа новые листья действительно не образуются. Чуть дальше – пожалуйста. Благодаря такому умению клеток «договориться» листья располагаются на побеге упорядоченно, а не как попало.

Затем тот же бугорок даёт на химическом языке (то есть выделяя определённые гормоны) другую команду, обращаясь к клеткам, лежащим чуть выше: «А вы становитесь почкой!». И в пазухах будущих листьев послушно закладываются зачатки боковых почек. Поскольку листья расположены упорядоченно, то и почки тоже закладываются так, как нужно растению.

В дальнейшем, если лист растению не нужен, он может не вырасти, стать маленькой чешуйкой или вовсе отвалиться. Но на ранней стадии без зачатка листа не обойтись – это орган управления развитием молодого побега.

Такой же орган управления, ненужный во взрослой жизни, но необходимый для развития эмбриона, есть и у нас. Это *хорда*. Вы наверняка знаете, что млекопитающие, птицы, рыбы и другие позвоночные относятся к типу хордовых. К этому же типу относится и ланцетник. Позвоночника у него нет, но вдоль спинной стороны тела тянется упругий, словно из пластика, тяж – хорда. Она тоже служит внутренним скелетом, опорой для мышц. Когда мышцы на левой стороне тела сокращаются, они изгибают хорду влево. Потом сокращаются мышцы справа и изгибают её в другую сторону. Так ланцетник двигается, по-рыбьи изгибая хвост. Упругая хорда не даёт телу ланцетника просто сморщиваться, как гофрированному шлангу, и, кроме того, разгибаясь, дополнительно усиливает толчок хвостового плавника.

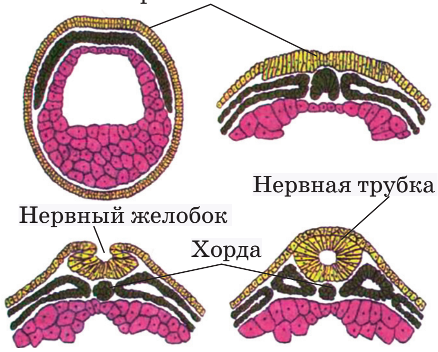


Ланцетник
Схема из энциклопедии «Британника», т. 1
Фото wikimedia.org, Hans Hillewaert

Зачем хорда ланцетнику – понятно. Но и у зародыша человека на ранней стадии формируется такой тяж. (Потому-то мы и «хордовые».) Потом он замещается позвонками, не успев даже поработать скелетом, – на столь ранней стадии человечек ещё не шевелится.

Но нам хорда нужна не как скелет. Она, как и листовые примордии, подаёт окружающим клеткам химические команды, координируя процесс дифференцировки. Наружный слой клеток зародыша – *эктодерма* – под действием выделяемых хордой веществ сначала образует на спине ложбинку, а потом эта ложбинка сворачивается трубочкой и уходит внутрь тела. Образуется нервная трубка – зачаток будущих головного и спинного мозга. Обратите внимание: спинной мозг и у взрослого человека имеет форму трубки – внутри него есть полость, заполненная жидкостью. Такая же полость есть и в головном мозге, но, конечно, её форма по мере развития становится более сложной.

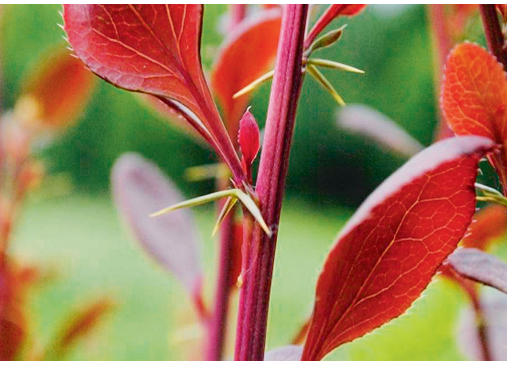
А чуть позже клетки вокруг хорды по её команде начинают преобразовываться в блоки соединительной ткани – зачатки будущих позвонков. Которые в итоге и вытеснят хорду – к моменту рождения ребёнка от неё не остаётся и следа.




Образование хорды и индуцируемое ею формирование нервной трубки. Нервная пластинка – область эктодермы, которая затем превращается в нервную систему. (Остальная часть эктодермы образует эпидермис кожи.)

Художник Мария Усеинова

Крыжовник



Барбарис

Робиния
(«белая акация»)

Вы можете спросить: почему бы растениям или позвоночным не найти другой орган на роль координатора дифференциации клеток? Такой, который пригодился бы и в дальнейшем, от которого не нужно было бы избавляться?

Но ведь система управления развитием складывалась многие миллионы поколений, она отточена до совершенства. Любая попытка её изменить, скорее всего, приведёт к нарушениям эмбриогенеза и уродствам, едва ли совместимым с жизнью. Нет, в отлаженный механизм лучше не вмешиваться. Легче потом сбросить маленький чешуевидный лист или «съесть» хорду с помощью лейкоцитов.

И, кстати, волосы на теле – пусть тонюсенькие, короткие и еле заметные – нам всё ещё нужны! Ведь именно рядом с ними расположены железы, выделяющие кожное сало, делающее кожу мягкой и водонепроницаемой. И без волос эти железы не развиваются – волосы для них, как листья для почек на побегах растений. Сами волоски могут быть тонкими, еле заметными, но совсем не исчезают. А вот от действительно ненужного хвоста предки человекообразных избавились очень быстро.

**Задача.** Как вы, скорее всего, догадались, колючки боярышника – это видоизменённые побеги. А из каких органов образовались колючки растений, показанных на фото на этой странице? (В качестве подсказки напомним, что побеги всегда развиваются из почек, а почки закладываются в пазухах листьев – видоизменённых, редуцированных, но листьев. Пазуха – это угол между листом и побегом, сверху от листа.)

Кактус

Шиповник
Фото garden-en.com, Miloš Vymazal

Гледичия

Чертополох
Фото pixabay.com, AnnaIlarionova

9 и 23 октября 2022 года состоялся осенний тур XLIV Турнира Городов – международного математического соревнования для школьников. Приводим базовый и сложный варианты для 8–9 классов. В скобках после номера задачи указано число баллов, присуждавшихся за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов (баллы за пункты одной задачи суммируются).


## Базовый вариант

**1 [3].** Можно ли расставить в клетках таблицы $6 \times 6$ числа, среди которых нет одинаковых, так, чтобы в каждом прямоугольнике $1 \times 5$ (как вертикальном, так и горизонтальном) сумма чисел была равна 2022 или 2023?

*Егор Бакаев*

**2 [4].** Существует ли натуральное число, которое можно представить в виде произведения двух палиндромов более чем 100 способами? (Палиндромом называется натуральное число, которое одинаково читается как слева направо, так и справа налево.)

*Егор Бакаев*

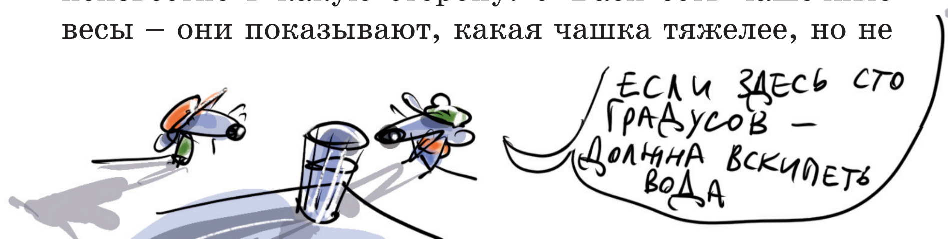
**3 [5].** Пятиугольник $ABCDE$ описан около окружности. Углы при его вершинах $A$, $C$ и $E$ равны $100°$. Найдите угол $ACE$.

*Михаил Евдокимов*

**4 [5].** Можно ли раскрасить все натуральные числа, большие чем 1, в три цвета (каждое число – в один цвет, все три цвета должны использоваться) так, чтобы цвет произведения любых двух чисел разного цвета отличался от цвета каждого из сомножителей?

*Михаил Евдокимов*

**5 [5].** У Пети есть 8 монет, про которые он знает только, что 7 из них настоящие и весят одинаково, а одна фальшивая и отличается от настоящей по весу, неизвестно в какую сторону. У Васи есть чашечные весы – они показывают, какая чашка тяжелее, но не




показывают, насколько. За каждое взвешивание Петя платит Васе (до взвешивания) одну монету из имеющихся у него. Если уплачена настоящая монета, Вася сообщит Пете верный результат взвешивания, а если фальшивая, то случайный. Петя хочет определить 5 настоящих монет и не отдать ни одну из этих монет Васе. Может ли Петя гарантированно этого добиться?

*Александр Грибалко, Алексей Заславский*

## Сложный вариант

**1 [4].** Сто друзей, среди которых есть Петя и Вася, живут в нескольких городах. Петя узнал расстояние от своего города до города каждого из оставшихся 99 друзей и сложил эти 99 чисел. Аналогично поступил Вася. Петя получил 1000 км. Какое наибольшее число мог получить Вася? (Города считайте точками плоскости; если двое живут в одном и том же городе, расстояние между их городами считается равным нулю.)

*Борис Френкин*

**2.** Для каждого из чисел 1, 19, 199, 1999 и т.д. изготовили одну отдельную карточку и записали на неё это число.

**а) [2]** Можно ли выбрать не менее трёх карточек так, чтобы сумма чисел на них равнялась числу, все цифры которого, кроме одной, – двойки?

**б) [3]** Пусть выбрали несколько карточек так, что сумма чисел на них равна числу, все цифры которого, кроме одной, – двойки. Какой может быть его цифра, отличная от двойки?

*Сергей Маркелов*

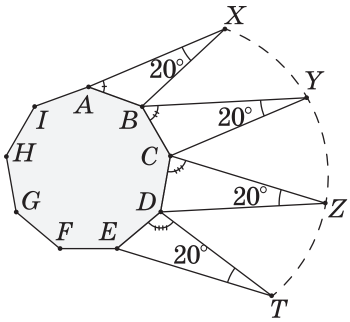
**3 [6].** Барон Мюнхгаузен утверждает, что нарисовал многоугольник и точку внутри него так, что любая прямая, проходящая через эту точку, делит этот многоугольник на три многоугольника. Может ли барон быть прав?

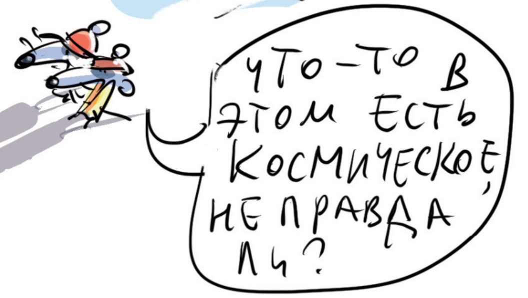
*Татьяна Казицына*

**4 [7].** Пусть $n > 1$ – целое число. В одной из клеток бесконечной белой клетчатой доски стоит ладья. Каждым ходом она сдвигается по доске ровно на $n$ клеток по вертикали или по горизонтали, закрашивая пройденные $n$ клеток в чёрный цвет. Сделав несколько таких ходов, не проходя никакую клетку дважды, ладья вернулась в исходную клетку. Чёрные клетки образуют замкнутый контур. Докажите, что число белых клеток внутри этого контура даёт при делении на $n$ остаток 1.


*Александр Грибалко*

**5 [9].** На сторонах правильного девятиугольника $ABCDEFGHI$ во внешнюю сторону построили треугольники $XAB$, $YBC$, $ZCD$ и $TDE$. Известно, что углы $X$, $Y$, $Z$, $T$ этих треугольников равны 20° каждый, а среди углов $XAB$, $YBC$, $ZCD$ и $TDE$ каждый следующий на 20° больше предыдущего. Докажите, что точки $X$, $Y$, $Z$, $T$ лежат на одной окружности.




*Егор Бакаев*

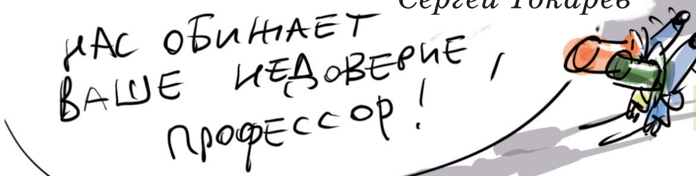
**6 [10].** Петя прибавил к натуральному числу $N$ натуральное число $M$ и заметил, что сумма цифр у результата та же, что и у $N$. Тогда он снова прибавил $M$ к результату, потом – ещё раз, и т.д. Обязательно ли он когда-нибудь снова получит число с той же суммой цифр, что и у $N$?

*Александр Шаповалов*

**7.** Известно, что среди нескольких купюр, номиналы которых – попарно различные натуральные числа, есть ровно $N$ фальшивых. Детектор за одну проверку определяет сумму номиналов всех настоящих купюр, входящих в выбранный нами набор. Докажите, что за $N$ проверок можно найти все фальшивые купюры, если

**а) [3]** $N=2$; **б) [8]** $N=3$.

*Сергей Токарев*


Художник Сергей Чуб

# КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

Приглашаем всех желающих принять участие в конкурсе по русскому языку. С 2022 года он состоит из 6 туров; задания будут опубликованы в №№ 1, 3, 5, 7, 9 и 11. Победителей ждут призы. Для победы вовсе не обязательно решить всё – присылайте то, что получится. За лучшее решение отдельных туров предусмотрены специальные премии. Желаем успеха!

Решения I тура отправляйте по адресу ruskonkurs@kvantik.org **не позднее 20 февраля**. Не забудьте указать в письме ваши имя, фамилию, город, школу и класс, где вы учитесь.

Предлагайте задачи собственного сочинения: лучшие будут опубликованы.

Итоги прошлогоднего конкурса будут опубликованы в номере 3.

## I ТУР

**1.** В сочетании со словом *дверь* эти два глагола – антонимы. А вот в сочетании со словом *дело* эти два глагола в определённом случае могут быть практически синонимами. Напишите эти два глагола.

*М. Б. Гуревич, И. Б. Иткин*



**2.** Обычно слово с суффиксом *-ищ-* обозначает предмет больше исходного. А как с помощью суффикса *-ищ-* превратить предмет в его часть?

*О. В. Зизевских*


**3.** ЭТО точно есть у баклажана, кабачка и дыни, ЭТОГО точно нет у капусты, чеснока и винограда. Назовите ЭТО.

*И. А. Левина*

**4.** Маша получила от Вовочки коротенькую sms-ку, ничего не ответила, а при встрече напустилась на друга:

– Что ты мне написал?! Подумаешь, <...> – тоже мне, невидаль посреди зимы!

– Да это я тебя поздравить хотел, – смущённо оправдывался Вовочка, – а этот дурацкий телефон опять всё исправил, то есть испортил...

Ответьте точно: что написал Вовочка и что получила Маша?

*К. В. Литвинцева*


**5.**

«Я – ________ или ________?

Нелегко определиться!»

Догадайтесь, кто это говорит – ёж, уж, чиж, стриж или целакант, – и заполните пропуски.

*С. И. Переверзева*

Художник Николай Крутиков

## КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, VI ТУР
**(«Квантик» № 11, 2022)**

**26.** *Как-то прошлой осенью Игорь зашёл в магазин кое-что купить. На прилавке он увидел нужный ему товар, упакованный в целлофановую обёртку, через которую просвечивало написанное крупными буквами «слово»* ***гогг****. «Интересно, – подумал Игорь, – что я увижу, если зайду сюда следующей осенью?» А действительно: что?*

Осенью 2021 года Игорь зашёл в магазин купить календарь на следующий год. Цифры «2022» на обложке календаря были нарисованы так (см. фото), что их трудно было не принять за непонятное «слово» *гогг*. Если и надпись «2023» выполнить в той же манере, наверняка многие прочитают её как ***гогз***.


**27.** *ЭТО может соль или сахар, а ещё ЭТО может дверь или окно. Какое слово мы заменили на ЭТО?*

Соль и сахар могут **раствориться**, например, в тёплой воде, а дверь и окно могут **раствориться** (то есть широко распахнуться), например, от сильного порыва ветра.

**28.** *Незнайка утверждает, что во 2 лице мн. ч. повелительного наклонения все русские глаголы заканчиваются на -те. Знайка с этим не согласен. Кто прав? Если Вы считаете, что Незнайка, кратко поясните почему. Если Вы считаете, что Знайка, приведите хотя бы один пример, подтверждающий его мнение.*

Незнайка заметил, что во 2 лице мн. ч. повелительного наклонения все русские глаголы содержат *-те*: *будьте здоровы!*, *входите!*, *говорите!* и так далее. Молодец! Но Незнайка не был бы Незнайкой, если бы не превратил верное утверждение в глупость. Ведь в русском языке имеется сколько угодно возвратных глаголов: *встречаться*, *смеяться*, *повернуться*... Так что даже *не сомневайтесь*: **прав** снова **Знайка**.

**29.** *ПЕЛ – 3, А – 2, РИД – 1. Итого 14. Напишите это трудновыговариваемое слово.*

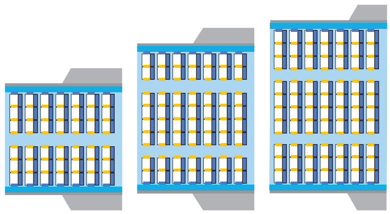
Поскольку $3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1$ как раз и будет 14, очевидно, буквы П, Е и Л встречаются в искомом слове по 3 раза, буква А – 2 раза, а буквы Р, И и Д – по одному разу. Отсюда уже нетрудно вычислить, что речь идёт о слове ***параллелепипед***, которое, действительно, даже «в одиночку» вполне сойдёт за довольно сложную скороговорку.

**30.** *Олимпиада по русскому языку, задача № 30. От какого женского имени является уменьшительным имя _____? Определите, какое 4-буквенное имя мы пропустили, и ответьте на вопрос.*

В первый момент задача кажется нерешаемой. 4-буквенных женских уменьшительных имён десятки: *Рита*, *Лиза*, *Маша*... Но обратим внимание на загадочную фразу, в которой зачем-то упоминается «олимпиада по русскому языку», хотя наш конкурс – именно конкурс, даже и не олимпиада. Неужели слово *олимпиада* может быть женским именем? Оказывается, прекрасно может. Имя это очень древнее: самой знаменитой его обладательницей была Олимпиада Эпирская, мать полководца Александра Македонского. Попав в русский язык, имя ***Олимпиада*** получило и уменьшительную форму – *Липа*. Так, Липой или Липочкой родители зовут героиню пьесы А. Н. Островского «Свои люди – сочтёмся» Олимпиаду Самсоновну Большову. Не забыто это имя и сейчас: например, певица и телеведущая Олимпиада Валерьевна Тетерич часто называет себя *Липа Тетерич*.

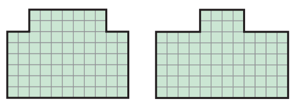
## НАШ КОНКУРС, III ТУР
**(«Квантик» № 11, 2022)**

**11.** *Серёжа считает место в самолёте удобным, если оно у окна или у прохода. Каждый раз место ему выбирает компьютер случайным образом. Самолёты бывают трёх типов, как на рисунке. В самолёте какого типа вероятность попасть на удобное место больше всего? А в каком – меньше всего?*

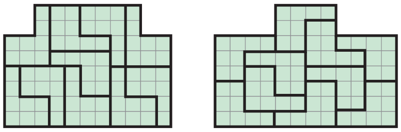


**Ответ:** больше всего – во втором, меньше всего – в третьем. В первом самолёте в ряду удобны 4 места из 6, во втором – 6 из 8, а в третьем – 6 из 10. В первом самолёте вероятность попасть на удобное место равна 4/6, во втором 6/8, в третьем 6/10, а $6/10 < 4/6 < 6/8$.

**12.** *Барон Мюнхгаузен утверждает, что по его чертежам печь, изображённую на рисунке слева, разрезали на 10 равных частей и из этих частей сложили печь, изображённую на рисунке справа. Не ошибается ли барон?*



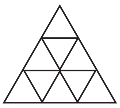
**Ответ:** барон прав, см. рисунок.

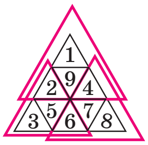


**13.** *На блюде лежат пирожки с капустой, картошкой и яблоками: больше всего – с капустой, а меньше всего – с яблоками. Школьники по одному подходят и берут по одному пирожку, причём того сорта, которого в этот момент больше всего, а если такой сорт не один – любого из таких сортов. Вскоре оказалось, что пирожков с яблоками столько, сколько всех остальных, причём все три сорта ещё есть. Можно ли определить, сколько в этот момент на блюде пирожков каждого сорта?*

**Ответ:** да, 1 пирожок с капустой, 1 с картошкой, 2 с яблоками. Школьники будут брать сначала пирожки с капустой, а потом то с капустой, то с картошкой, пока количества пирожков всех трёх видов не сравняются. Дальше они будут брать пирожки всех трёх видов поочерёдно. Значит, если в конце $x$ пирожков с яблоками, то с капустой и картошкой – по $x-1$. По условию $x=(x-1)+(x-1)$, то есть $x=2$.

**14.** *Равносторонний треугольник со стороной 3 разбит на 9 равносторонних треугольников со стороной 1 (см. рисунок). Расставьте в них числа от 1 до 9 (по одному числу в треугольник) так, чтобы сумма чисел в любом равностороннем треугольнике со стороной 2 была квадратом целого числа.*

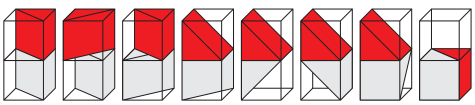




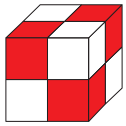

**Ответ:** см. рисунок.

**15.** *У Васи сломалась головоломка «Змейка Рубика», состоящая из 24 одинаковых треугольных призм. Каждая призма – это половинка кубика $1\times1\times1$. Из 16 таких полукубиков он склеил 8 различных фигурок так, как на фото. Сможет ли Вася из этих восьми фигурок сложить куб $2\times2\times2$?*

**Ответ:** нет. Все фигурки, кроме кубика $1\times1\times1$, расположены внутри параллелепипеда $1\times1\times2$ так, что их полукубики лежат в разных единичных кубиках параллелепипеда.



Предположим, что куб $2\times2\times2$ удалось сложить из этих фигурок. Раскрасим его в шахматном порядке. Для любого из семи кусочков змейки, кроме кубика, один из его полукубиков попадёт в белую часть, другой его полукубик – в красную. Таким образом, для кубика $1\times1\times1$ останется пространство, состоящее из одного белого полукубика и одного красного. Но это невозможно, так как в приведённой раскраске куба каждый единичный кубик либо белый, либо красный.



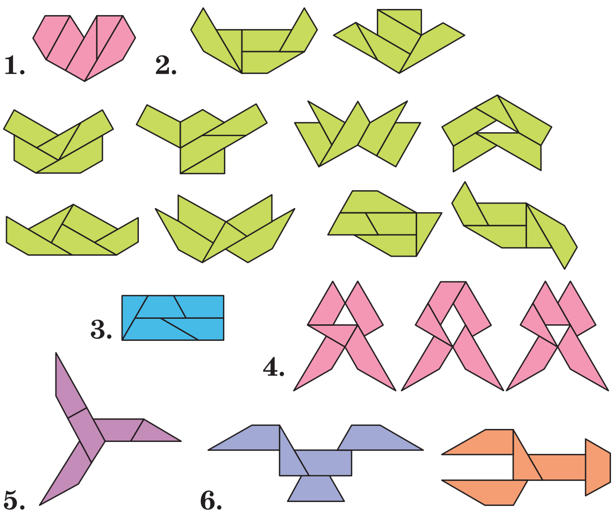
## ПИКОВОЕ ЗАНЯТИЕ («Квантик» № 12, 2022)

Пусть суммарная длина вертикальных отрезков сетки внутри многоугольника $M$ равна $B_{ВЕРТ}$. Так как по условию ни одна из сторон не идёт по линиям сетки, площадь $M$ равна $B_{ВЕРТ}+$ $+0,5\cdot0=B_{ВЕРТ}$. Аналогично, эта же площадь равна $B_{ГОР}+0,5\cdot0=B_{ГОР}$. Поэтому $B_{ВЕРТ}=B_{ГОР}$.

## ГРЕЧЕСКАЯ КНИГА («Квантик» № 12, 2022)

Автор – Николай Гоголь, произведение – «Шинель». На обложке указаны переводчик (ср. со словом «метафора» – использование слова в переносном значении) и художник (ср. со словами «икона», «иконография»).

## ИЗМЕНЧИВОЕ СЕРДЦЕ («Квантик» № 12, 2022)




## СОЗВЕЗДИЕ БЛИЗНЕЦОВ («Квантик» № 12, 2022)

Мы не видим звёзды днём из-за яркого неба, освещённого Солнцем. Иначе мы бы увидели, что в пределах дня Солнце практически не движется на фоне звёзд, а за год – делает один круг на фоне созвездий. Полосу на звёздном небе, по которой движется Солнце, называют зодиаком и делят на 12 частей («знаки зодиака», их называют так же, как созвездия).

Говорят, что человек родился «под знаком Близнецов», если Солнце в день его рождения находится в этом знаке. То есть в день рождения человека «его» созвездие поднимается над горизонтом днём, вместе с Солнцем, и, конечно, его не видно. А хорошо оно видно примерно через полгода, когда Солнце уходит в противоположную точку звёздного неба. То же верно для всех знаков зодиака, не только для Близнецов.

## ЦАРЬ-ЛИСТИК, ИЛИ ЧТО КАРТОШКЕ – РУБЧИК, ТО ЧЕЛОВЕКУ – ХОРДА

*Колючки крыжовника* и *барбариса* – видоизменённые листья главного побега. Нормальные листья, занимающиеся фотосинтезом, развиваются на боковых побегах. *Колючки робинии* – это прилистники, придатки в основании листа. Сами листья имеют нормальное строение. *Колючки кактуса* – это видоизменённые почечные чешуи, фактически, тоже листья. *Колючки шиповника* – это просто выросты коры; они расположены хаотично, без привязки к листьям. *Колючки гледичии* – это побеги. Но в отличие от колючек боярышника, они развиваются не на молодых побегах, а на стволе из спящих почек. И при этом сами ветвятся! *Колючки чертополоха* – это одревесневшие кончики проводящих пучков листа (жилок).

## XLIV ТУРНИР ГОРОДОВ.

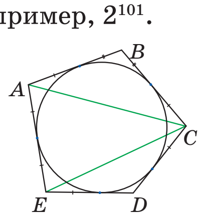
### Осенний тур, 8 – 9 классы

### Базовый вариант

**1. Ответ:** нельзя. Допустим, это удалось. Числа в соседних углах различаются на 1, так как каждое из них дополняет четыре клетки между ними до прямоугольника $1\times5$. Пусть $a$ – наименьшее число из угловых. Тогда в соседних с ним углах стоят числа $a+1$. Противоречие.

**2. Ответ:** да. Рассмотрим палиндром $1_n = \underbrace{1\ldots1}_{n}$. Если $n$ делится на $k$, то $1_n$ делится на палиндром $1_k$, и частное – палиндром, состоящий из единиц, разделённых группами из $k-1$ нулей. Осталось выбрать число $n$, имеющее более 100 собственных делителей – например, $2^{101}$.

**3. Ответ:** 40°. Так как углы $A$, $C$, $E$ равны, все касательные к окружности из этих вершин равны. Поскольку касательные из вершины $B$ тоже равны, треугольник $ABC$ равнобедренный, и треугольник $CDE$ тоже (аналогично). Но $\angle B + \angle D = 540° - 3\cdot100° = 240°$, поэтому $\angle ACB + \angle ECD = (2\cdot180° - 240°) : 2 = 60°$, а $\angle ACE = 100° - 60° = 40°$.




**4. Ответ:** нет. Пусть удалось раскрасить числа в синий, красный и зелёный цвета. Можно считать, что число 2 синее, а 4 не красное. Возьмём красное число $k$. Тогда $2k$ зелёное, а $2\cdot(2k)$ красное. С другой стороны, $4k$ не красное.

**5. Ответ:** может. Обозначим монеты $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$, $H$. Петя отдаёт $H$ и просит Васю сравнить $A+B$ с $C+D$.

1) Весы в равновесии. Тогда $A$, $B$, $C$, $D$ настоящие (какая бы монета ни досталась Васе). Петя отдаёт $G$ за сравнение $A$ с $E$. Если их веса не равны, то $F$ настоящая, а иначе $E$ настоящая.

2) $A+B$ тяжелее. Тогда $E$, $F$, $G$ настоящие. Петя отдаёт $D$ за сравнение $A$ с $B$. Если их веса не равны, то более лёгкая из этих двух и монета $C$ настоящие, а иначе $A$ и $B$ настоящие.

Случай, когда $C+D$ тяжелее, аналогичен.

### Сложный вариант

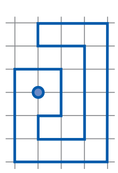
**1. Ответ:** 99 000 км. *Оценка.* Пусть расстояние от Пети до Васи равно $s$, а сумма расстояний от Пети до остальных 98 друзей равна $S$. Тогда $s+S=1000$. По неравенству треугольника сумма расстояний от Васи до 98 друзей не больше $98s+S$, поэтому Вася не мог получить больше $s+98s+S=98s+1000\leqslant 99\,000$.

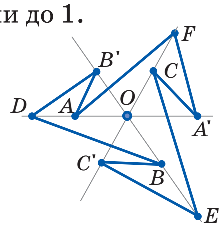
*Пример.* Все, кроме Васи, живут в одном городе, а Вася – в 1000 км от них.

**2. а) Ответ:** можно. Например, $19+199+1999+\ldots+199999999=222222212$.

**б) Ответ:** 0 или 1. *Пример* с нулём: $1+19=20$; *пример* с 1 дан выше. Покажем, что других вариантов нет. Число на карточке равно разности вида $20\ldots0-1$. Сумма чисел на $N$ карточках равна $D-N$, где $D$ – число, записанное $N$ двойками и каким-то количеством нулей. Поскольку $N>1$, в записи $N$ меньше $N$ цифр, а в записи $D$ – не меньше $N$. Поэтому количество цифр в записи $D-N$ и $D$ одинаково. Сравнивая цифры чисел $D-N$ и $D$ слева направо, найдём первое отличие. У $D-N$ эта цифра меньше. Но уменьшиться могла только двойка до 0 или до 1.

**3. Ответ:** мог, см. примеры справа. На втором рисунке существенно, что на одной прямой лежит тройка



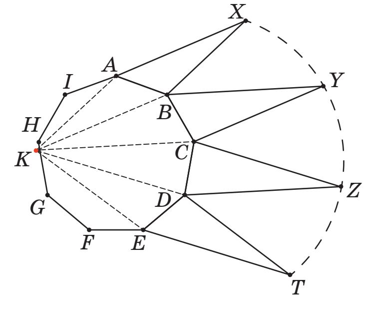


точек $A$, $O$, $A'$, тройка точек $B$, $O$, $B'$ и тройка точек $C$, $O$, $C'$.

**4.** Пусть сторона клеток доски равна 1. Отметим центры начальной клетки и всех клеток, до которых ладья может добраться за один или несколько ходов. Проведём через них синие прямые параллельно линиям сетки. Образуется вспомогательная синяя сетка, разбитая на клетки со стороной $n$. Если ладья прыгала из клетки $A$ в клетку $B$, соединим их центры отрезком. Эти отрезки образуют замкнутый многоугольник; его вершины лежат в узлах синей сетки, а стороны идут по линиям синей сетки. Поэтому площадь многоугольника кратна $n^2$ (пусть $an^2$). Периметр кратен $2n$ (ведь шаги ладьи кратны $n$, причём сдвиги ладьи влево компенсируются сдвигами вправо, а сдвиги вверх – сдвигами вниз).

Площадь состоит из чёрной и белой частей. Разобьём контур многоугольника на отрезки между узлами синей сетки. К каждому из них снаружи прилегает чёрная прямоугольная полоска ширины $\frac{1}{2}$. Её площадь равна $\frac{n}{2}$. Так как число таких полосок чётно, их общая площадь – целое число, кратное $n$ (пусть $bn$). Но эта «общая площадь» не совпадает с чёрной площадью внутри многоугольника. Несовпадения возникают из-за чёрных клеток в углах многоугольника: если угол равен $90°$, полоски перекрываются по четверти чёрной клетки; а при угле в $270°$ внутри остаётся четверть клетки, не покрытая полосками. Внешние углы многоугольника равны $\pm 90°$, а поскольку сумма внешних углов равна $360°$, внешних углов в $90°$ на 4 больше чем внешних углов в $-90°$, то есть внутренних углов в $90°$ на 4 больше, чем углов в $270°$. Итак, чёрная площадь внутри контура меньше площади полосок на 1. Значит, чёрная площадь внутри многоугольника равна $bn-1$, а белая равна $an^2-bn+1$. Но эта площадь равна числу белых клеток!

**5.** Отразив точку $X$ относительно середины $AB$, получим точку $K$, лежащую на большей дуге $AC$ описанной окружности девятиугольника (вписанный угол, опирающийся на хорду $AB$,




равен $20°$, а $\angle KBA = \angle XAB = \angle YBC - 20° < 160° - 20° = \angle CBA$.) Далее, $\angle KCB = \angle KCA + \angle ACB = \angle KBA + 20° = \angle XAB + 20° = \angle YBC$. Значит, $\triangle KCB = \triangle YBC$. Поэтому точка $Y$ симметрична точке $K$ относительно середины $BC$. Аналогично точки $Z$ и $T$ симметричны точке $K$ относительно середин $CD$ и $DE$ соответственно. Значит, точки $X$, $Y$, $Z$, $T$ лежат на окружности, получающейся из окружности, проходящей через середины сторон девятиугольника, гомотетией с центром $K$ и коэффициентом 2.

**6. Ответ:** нет. Пусть $N=2$, $M=1008$. Число $M$ кратно 16, поэтому все полученные Петей числа дают остаток 2 при делении на 16. Число с суммой цифр 2 представляется как сумма двух степеней десятки. Степени 1, 10, $10^2$ и $10^3$ дают остатки 1, 10, 4 и 8 при делении на 16, остальные степени кратны 16. Остаток 2 можно получить лишь двумя способами: $1+1$ или $10+8$, они соответствуют числам 2 и 1010. Значит, других чисел с суммой цифр 2 Петя не получит.

**7.** Можно считать, что детектор выдаёт сумму номиналов *фальшивых* купюр в проверяемом наборе. Первая проверка – весь набор – даст сумму $S$ номиналов всех фальшивых.

**а)** Вторая проверка – все купюры, меньшие $\frac{S}{2}$, – даст число $X$. В этом наборе ровно одна фальшивая, поэтому купюры с номиналами $X$ и $S-X$ фальшивые.

*Замечание.* Во вторую проверку можно было взять по купюре из каждой пары с суммой $S$.

**б)** Назовём купюры и числа, меньшие $\frac{S}{3}$, *мелкими*, а остальные – *крупными*.

Вторая проверка – все мелкие купюры – даст число $M$. Теперь известна и сумма номиналов $K=S-M$ крупных фальшивых купюр. Заметим, что фальшивые есть и среди мелких, и среди крупных купюр. Поэтому возможны два вида троек фальшивых купюр: $(M_1, M_2, K)$, где числа $M_1$ и $M_2$ мелкие с суммой $M$, и $(M, K_1, K_2)$, где $K_1$ и $K_2$ крупные с суммой $K$, а $M$ мелкое.

Третья проверка – все купюры, меньшие $\frac{M}{2}$, и все крупные, меньшие $\frac{K}{2}$, – даст число $X$. Видно, что в этом наборе ровно одна фальшивая купюра. Поэтому, если $X$ мелкое, то тройка фальшивых – это $(X, M-X, K)$, а если крупное, то – $(M, X, K-X)$.

*Замечание.* Во вторую проверку можно взять наименьшую купюру от каждой тройки с суммой $S$. В третью проверку можно взять по одной купюре из каждой пары мелких с суммой $M$ и из каждой пары крупных с суммой $K$.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

## заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач V тура, с которыми справитесь, не позднее 5 февраля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

## V ТУР

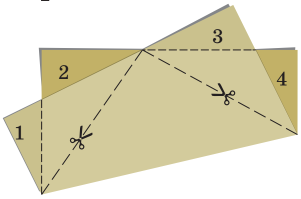
**21.** В поезде нечётное количество вагонов, причём между средним и седьмым по счёту – два вагона. Сколько всего вагонов может быть в этом поезде? Укажите все варианты и докажите, что других нет.



**22.** Квантик заменил все цифры и знаки арифметических действий в левой части верного равенства буквами (одинаковые символы – одинаковыми буквами, разные символы – разными). Мог ли он получить запись $ABCABCA = 2023$?

Авторы: Татьяна Корчемкина (21, 22), Александр Толмачев (23), Сергей Полозков (24), Борис Френкин (25)

**23.** Вася сложил квадратный лист бумаги так, как показано на рисунке. Оказалось, что четыре отмеченных треугольника равны. После этого пришёл Петя и сделал разрезы вдоль жирных пунктирных линий, а затем развернул лист и сказал Васе, что у него тоже получился квадрат! Не ошибся ли Петя?






**24.** Квантик написал на каждой грани куба целое число (все шесть чисел различны). Потом в каждой вершине он написал сумму чисел на трёх содержащих эту вершину гранях. Ноутик выписал полученные восемь сумм в ряд по возрастанию. Могло ли получиться так, что все разности между соседними числами в этом ряду одинаковы?

**25.** На острове в разных местах есть пристань, крепость и деревня. Расстояние по прямой от пристани до крепости равно 3 км, от крепости до деревни – тоже 3 км. Петя получил достоверные сведения, что на острове зарыт клад. Известны расстояния по прямой до клада от пристани, крепости и деревни. Петя нашёл такое место, но не обнаружил ни клада, ни следов предыдущих раскопок. Сколько километров от пристани до деревни?


Художник Николай Крутиков

# Укладываем кирпичи

Зачем строители укладывают кирпичи на поддоны «ёлочкой», хотя такая укладка требует больше труда и времени, чем обыкновенная?

Автор Никита Солодовников
Художник Елена Цветаева

ISSN 2227-7986
23001