№ 3 | март 2023
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

ОТ ХОЛОДНОГО К ГОРЯЧЕМУ И ОБРАТНО: ТЕПЛОЁМКОСТЬ

№ 3
март
2023

НОЖ ПРОТИВ ВИЛКИ, ИЛИ НЕМНОГО О ПЛАУНАХ

ДВА ВЕКА ТЕОРЕМЫ ДАНДЕЛЕНА

Enter

Приходите, «Квантик» тоже будет на ярмарке!

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
t.me/kvantik12
vk.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com

Журнал «Квантик» № 3, март 2023 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Подписка на журнал в отделениях почтовой связи
- **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
- **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)
- **Белпошта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

Онлайн-подписка на сайтах
- Почта России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- агентство АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
- Белпошта: **kvan.tk/belpost**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
Формат 84x108/16 Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 09.02.2023
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус» г. Нижний Новгород, ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8. Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА
2017 **ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»** за лучший детский проект о науке
2021 **БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ** за плодотворную работу и просветительскую деятельность
2022 **ПРЕМИЯ РАН** художникам журнала за лучшие работы в области популяризации науки

СОДЕРЖАНИЕ

Пётр Волцит

НОЖ ПРОТИВ ВИЛКИ, или НЕМНОГО О ПЛАУНАХ

В «Квантике» № 1 за 2023 год мы рассказали о том, как растения управляют развитием листьев и почек при заложении побега (см. статью «Царь-листик, или Что картошке – рубчик, то человеку – хорда»). И выяснили, что в процессе эволюции у растений развилась довольно сложная система взаимодействия клеток, позволяющая им «договариваться», кто в какой орган превращается.

Но у предков наземных растений – водорослей – нет органов и тканей, все их клетки примерно одинаковые, недифференцированные. Значит, и «договариваться» друг с другом им не нужно. Неужели же сложная система образования листьев и почек возникла в ходе эволюции наземных растений сразу, с нуля? Нет, конечно.

К сожалению, живьём изучить первые растения, вышедшие на сушу, мы не можем – они вымерли, сохранились только их ископаемые остатки. Впрочем, кое-что о том, как они росли и ветвились, мы можем понять и по окаменелостям. А ещё мы можем посмотреть на растения, «застрявшие» на промежуточных стадиях эволюции, – как развиваются листья и почки у них? Для примера посмотрим на плауны.

Внешне плауны немного напоминают мхи или какие-то хвойные растения. Но в отличие от мхов у них есть корни. А в отличие от хвойных размножаются они не семенами, а спорами. У большинства видов споры созревают в хорошо заметных спороносных колосках (рис. 1). Но у плауна-баранца спороносные листья почти не отличаются от обычных и сидят на том же побеге (рис. 2).

Рис. 1. Спороносные колоски плауна булавовидного

Рис. 2. Плаун-баранец. Видны желтоватые спорангии

Все современные плауны – невысокие травы. Их побеги обычно стелются по земле, и даже те, что поначалу растут вертикально вверх, рано или поздно всё равно полегают. Стелющиеся побеги позволяют плаунам довольно быстро «плыть» по поверхности почвы – отсюда их название, видоизменённое слово «плывун».

В пазухах мелких листьев плаунов нет никаких боковых почек. Да у них и вообще нет почек! И тем не менее побеги плаунов ветвятся, и ещё как! Вот этому «как» и посвящён наш сегодняшний рассказ.

Посмотрим на побег плауна внимательнее. Мы видим, что периодически он словно расщепляется надвое, и каждая половинка продолжает расти дальше. Часто два дочерних побега получаются совершенно одинаковыми (рис. 3).

Рис. 3. Равная дихотомия у плауна сплющенного

Но бывает и так, что один из «братьев» объявляет себя главным и продолжает быстрый рост в длину, а второй «брат» приотстаёт, меняет направление роста, интенсивно ветвится. И фактически становится «боковой веточкой» (рис. 4).

Рис. 4. Неравная дихотомия у плауна булавовидного

Однако в момент образования этой веточки верхушка побега всё так же разделялась на две совершенно одинаковые половинки, и только потом они поделили между собой функции и стали разными по строению. Такое ветвление называется *вильчатым*, или *дихотомическим* (от греческого слова, означающего «разрезание надвое»). Первый случай – равновильчатое ветвление, или изодихотомия (от греч. «изос» – равный), а второй – неравное, анизодихотомия (греч. «ан» – отрицательная частица).

Но как же разветвляется верхушка побега? Посмотрим на неё под увеличением. На первый взгляд,

апекс (конус нарастания) плаунов ничем не отличается от апекса более эволюционно совершенных растений: те же недифференцированные клетки, те же зачатки листьев – примордии. А на самом кончике – крупные инициальные клетки, или *инициали*. Они «инициируют» образование всех остальных клеток.

Сами инициали делятся довольно редко. Но образованные ими клетки начинают делиться быстро, интенсивно формируя растущий побег. Когда инициаль делится, одна из дочерних клеток, более крупная и расположенная ближе к центральной оси побега, остаётся всё такой же «ленивой» и большой. А вторая начинает интенсивно «трудиться» над образованием новых клеток. Таким образом, фактически на кончике побега всегда остаётся одна-единственная инициаль, а ниже располагаются её «дочки», «внучки», «правнучки» и так далее (рис. 5).

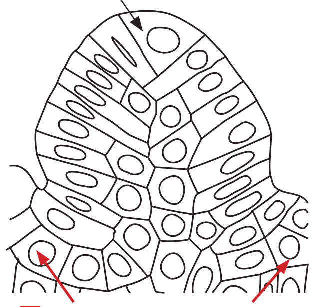


Рис. 5. Апекс спорового растения с единственной инициалью

Одна-единственная инициаль – важное отличие споровых растений от семенных, у тех таких клеток несколько. (Строго говоря, у настоящих плаунов в подповерхностном слое клеток тоже есть «ленивые» инициальные клетки – в этом отношении этим примитивным растениям удалось выйти на уровень голосеменных. Но и эти глубинные инициали, видимо, в конечном счёте образуются из единственной верхней. Подробнее – в следующих номерах.)

Что же нужно, чтобы побег разветвился? Да всего-навсего инициальная клетка должна разделиться строго вертикально: на две совершенно равные сестринские клетки. А затем каждая из сестёр-лентяек продолжит отделять от себя «свиту» из быстро делящихся трудолюбивых клеток. То есть образовывать отдельную веточку некогда единого побега (рис. 6).

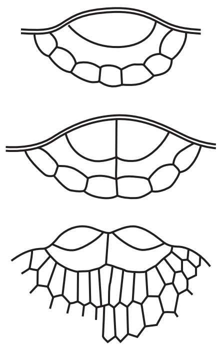


Рис. 6. Разделение инициали у бурой водоросли

Ясно, что управлять дихотомическим ветвлением на генном уровне довольно просто: нужно лишь задать механизм, который будет время от времени побуждать инициаль делиться не как обычно, а поровну. Поэтому у всех древних растений побеги (и корни) ветвились исключительно дихотомически. Посмотрите на риниофиты – первые наземные растения (рис. 7). Посмотрите на современный псилот – он хоть и не родственник риниофитов (он ближе к настоящим папоротникам), но ужасно на них похож (рис. 8). Кстати, если мы посмотрим на листья папоротников, то увидим, что их жилки тоже ветвятся дихотомически, по крайней мере боковые (рис. 9). Причём у листьев проростков эта дихотомия совершенно равная. Так же ветвятся и жилки гинкго – самого примитивного растения из ныне живущих голосеменных (рис. 10). В общем, ясно: дихотомия – признак архаичности. Потому что этот способ ветвления намного проще, «изобрести» его в процессе эволюции было

Рис. 7. Риниофиты, или псилофиты

Рис. 8. Псилот

Рис. 9. Жилкование листа папоротника

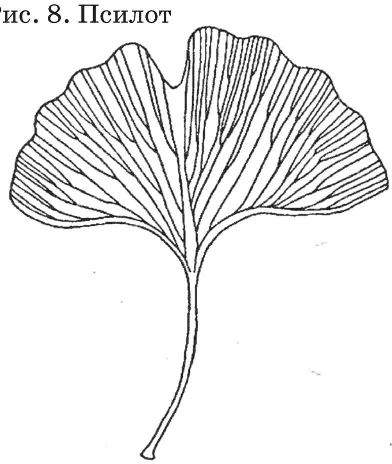
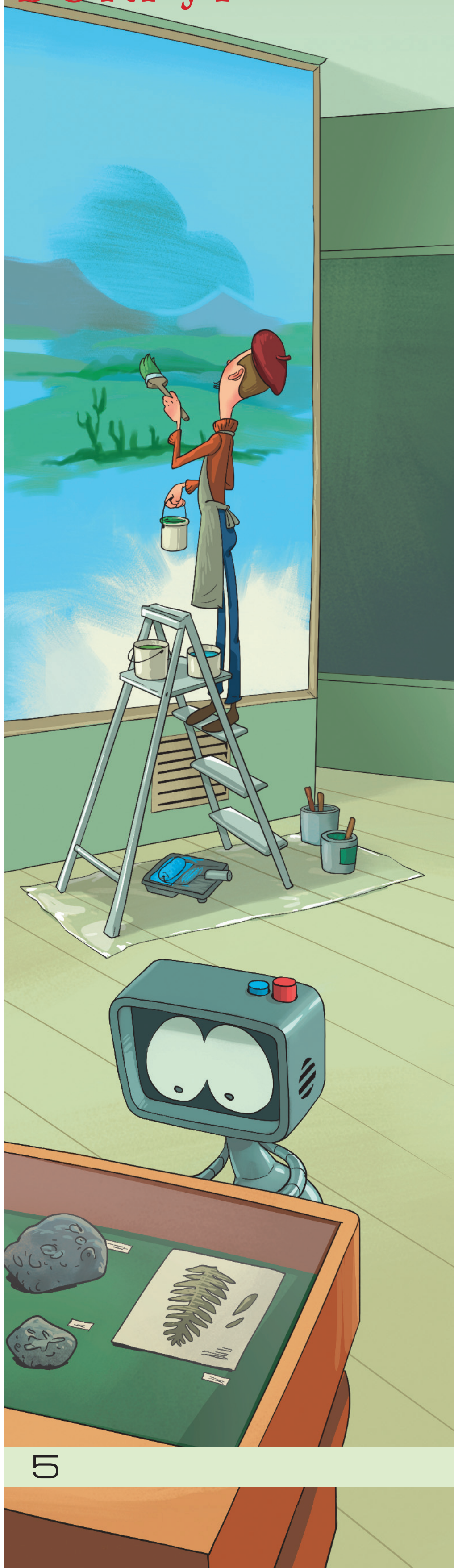


Рис. 10. Жилкование листа гинкго двулопастного



намного быстрее, чем развить сложную систему взаимодействия клеток, как у голосеменных и цветковых, – она появится намного позже.

Возможно, прочитав о плаунах, вы захотели познакомиться с этими удивительными растениями поближе, воочию. К сожалению, в городских парках и даже пригородных лесах плауны стали редкими, встретить их – большая удача. Но в малопосещаемых лесах, например на Севере, они вполне обычны и вымирать, несмотря на свою древность и примитивность, не собираются. Что же мешает им расти рядом с людьми? Одна из причин – всё то же дихотомическое ветвление.

Ведь вильчато ветвятся не только побеги плаунов, но и корни! Сложную систему образования боковых корней плауны тоже не успели изобрести. И когда корню приходит пора ветвиться, на его кончике, так же, как и на побеге, инициальная клетка делится пополам, а затем каждая дочерняя клетка начинает строить свой собственный корень.

Всё бы ничего, да только зона растяжения, проталкивающая корень в почву, у всех растений находится позади кончика. В этой зоне молодые клетки, образовавшиеся в ходе неоднократных делений клеток апекса, начинают интенсивно расти в длину. Для этого внутри клеток создаётся громадное (до 50 атмосфер) давление, которое растягивает клеточные оболочки, а заодно толкает кончик корня, пронзающий почву (рис. 11).

Рис. 11. Строение корня семенного растения. Видна зона растяжения

Хорошо, когда кончик корня один и острый – он легко раздвигает комочки почвы. А если на его вершине вилочка из двух дочерних корней (рис. 12)? Вы наверняка знаете, что проверять готов-

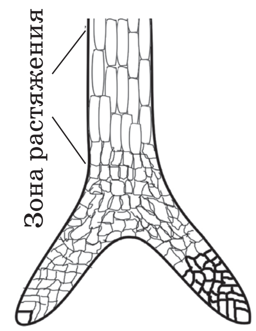


Рис. 12. Ветвление корня плауна

ность картошки лучше вилкой, а не ножом. Ведь нож с острым кончиком легко протыкает даже недоваренный клубень. А вилка втыкается только в совсем мягкую картофелину, она более показательна. Так и в случае с корнями: протыкать землю «ножом», как у семенных растений, куда сподручнее, чем «вилкой» плаунов.

Да, над землёй дихотомическое ветвление вроде бы не приносит плаунам каких-то особенных неудобств – они даже исхитряются образовывать «главный» и «боковые» побеги. Но вот под землёй они сталкиваются с большими трудностями: их корни не могут эффективно проникать в плотный грунт. Поэтому плауны растут только на мягкой лесной почве, да и в неё запускают корни очень неглубоко.

В часто посещаемых лесах почва уплотняется. А ещё люди частенько выдёргивают побеги плаунов, задевая их ногами, – корни-то неглубокие, слабенькие. Так постепенно в пригородных лесах плауны исчезают. Если вам всё же повезёт с ними встретиться, постарайтесь их не топтать, обойти стороной. Да, в наши дни плауны и их родственники – второстепенные, не очень важные компоненты биосферы. Но когда-то древние плауновидные сыграли очень важную роль в жизни нашей планеты. И заслужили нашу вечную благодарность. Об этом – в следующих номерах.

Задача. Посмотрите на побеги обыкновенной сирени – они явно ветвятся дихотомически (рис. 13). Но ведь сирень – представитель цветковых растений, не мог же у неё сохраниться настолько архаичный способ ветвления?! В чём тут дело, нам может подсказать родственный вид: сирень венгерская (рис. 14).

Рис. 13. Побеги сирени обыкновенной

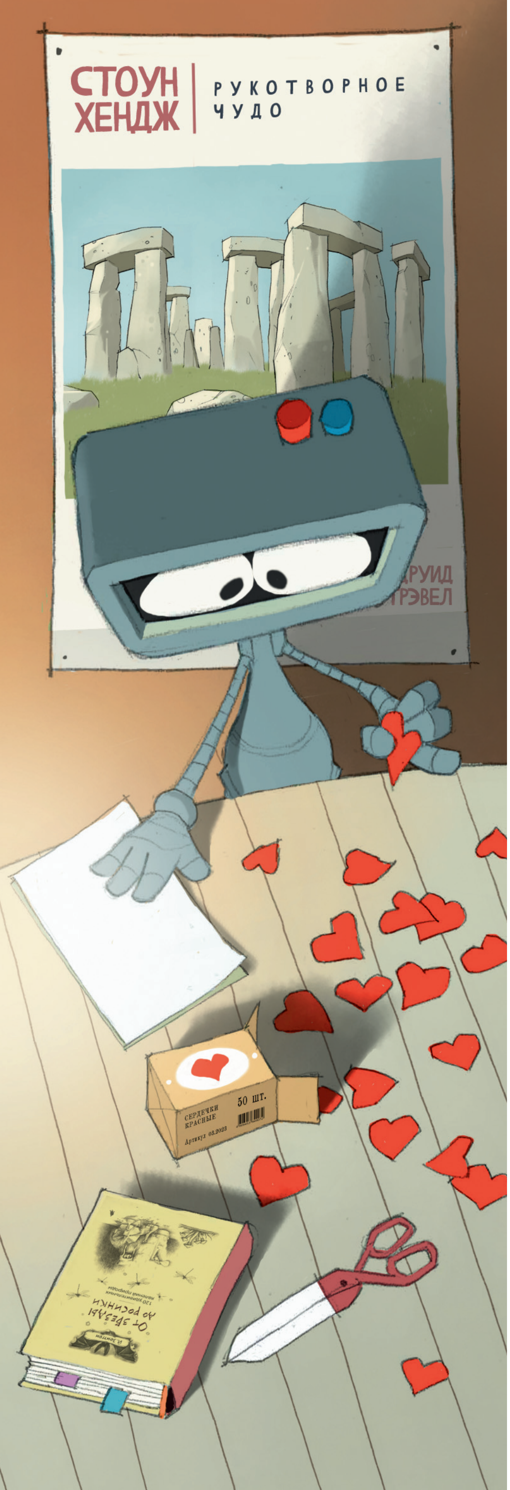
Рис. 14. Побеги сирени венгерской

Художник Мария Усеинова

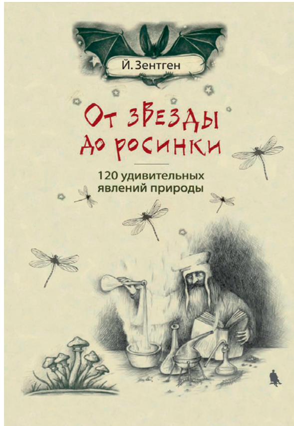
ЧТО ПОЧИТАТЬ?

Йенс Зентген

СТОУНХЕНДЖ НА ОКНЕ



В издательстве «Лаборатория знаний» в 2018 году вышла книга Йенса Зентгена «От звезды до росинки. 120 удивительных явлений природы». В ней предлагаются несложные эксперименты, не требующие специального оборудования, помогающие лучше понять мир вокруг нас. Публикуем описание одного из этих экспериментов.

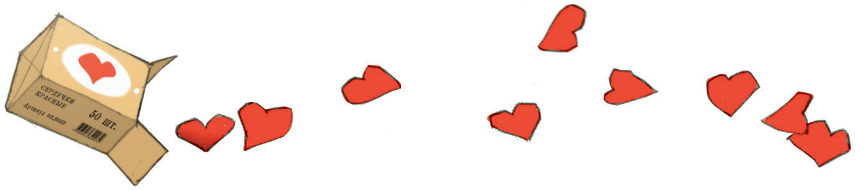


ГДЕ И КОГДА: в солнечный день у окна, которое выходит на восток, по возможности без занавесок, чтобы солнечный свет беспрепятственно проникал в комнату.

НАМ ПОНАДОБЯТСЯ: самоклеящийся листок, в котором нужно прорезать маленькое круглое отверстие диаметром около сантиметра, штук двадцать маленьких круглых наклеек (купить их можно в книжном магазине). Если круглых наклеек у тебя нет, можно использовать звёздочки, сердечки или другие маленькие наклейки – главное, чтобы они были одинаковыми.

1. Если в твоем доме есть окно, которое выходит на восток, ты можешь круглый год наблюдать путь солнца: в марте оно восходит над домом Мюллеров, в апреле – над домом Майеров, а в июне – над домом Шмидтов. Чем ближе июнь, тем севернее восходит солнце и тем больше дуга, которую описывает солнце. После 21 июня место восхода солнца постепенно снова смещается на юг. Дни становятся короче. Опыт, который провёл физик Роланд Шостак, позволит тебе иначе наблюдать путь солнца. Эксперимент гораздо проще, чем выглядит на бумаге. И он вправду работает! Вот руководство.

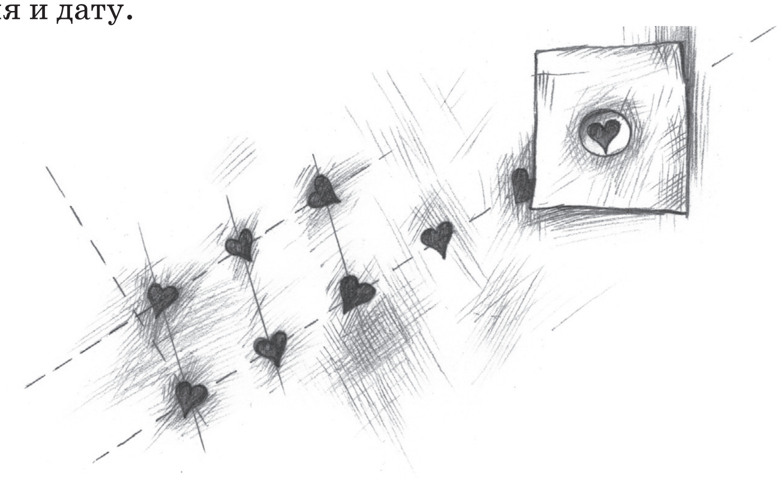
2. Возьми самоклеящийся листок с круглым отверстием. Солнечным утром, когда солнце светит в окно, приклей этот листок на стекло; он должен прилегать как можно плотнее и не топорщиться, как

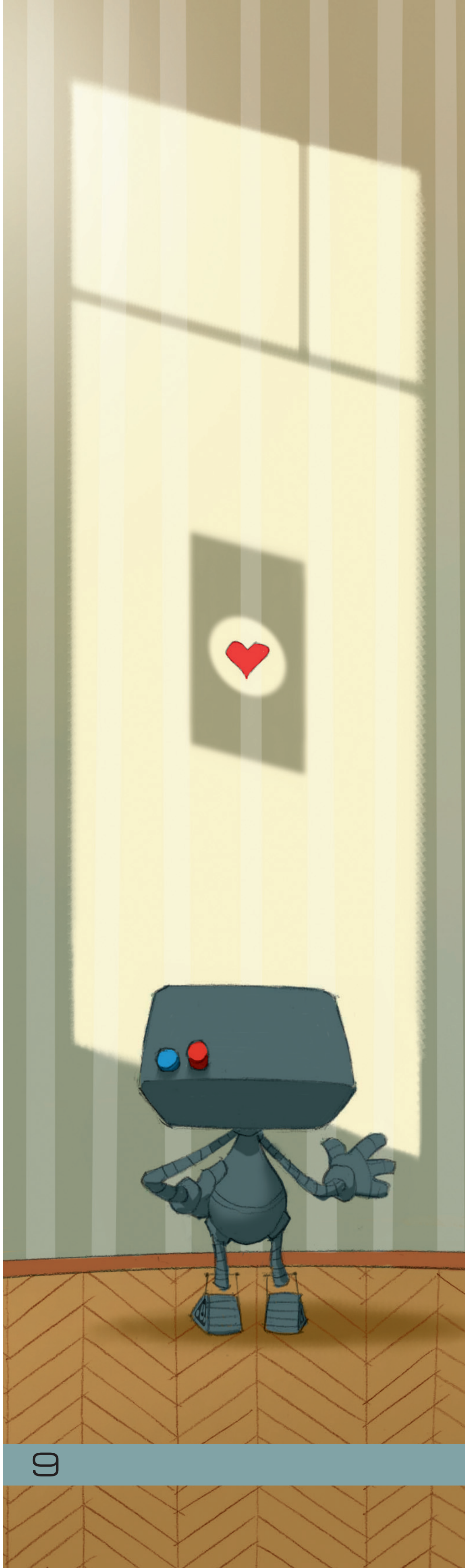


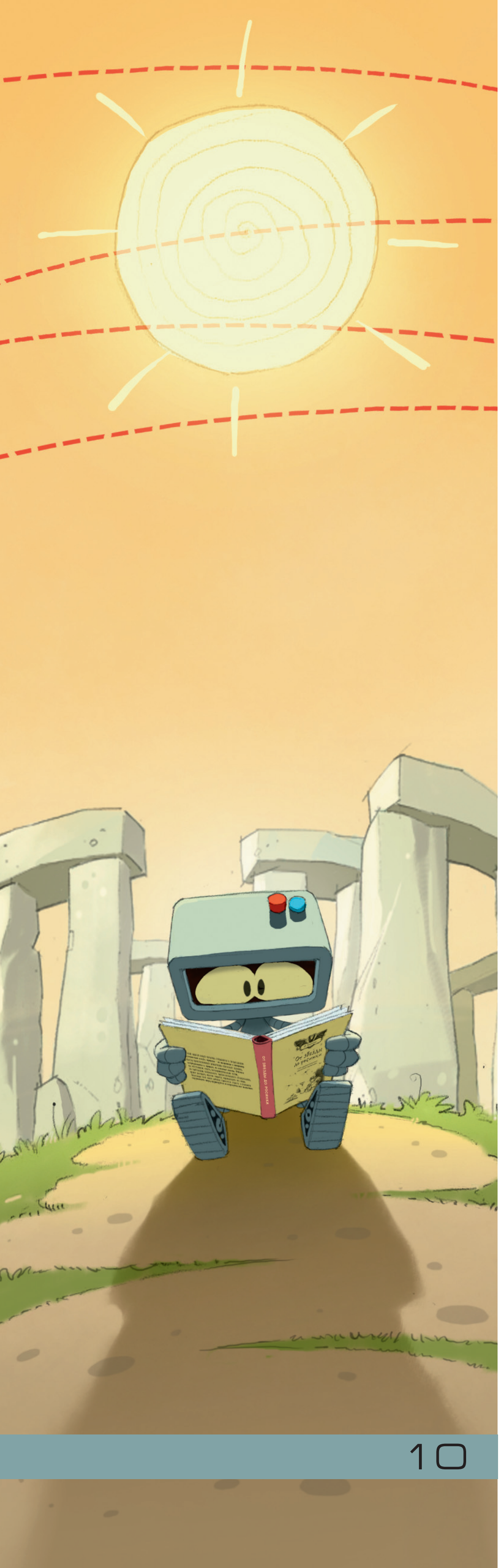
это часто бывает с самоклеящимися листками. Далее мы будем называть этот листок «вспышкой», потому что он действует наподобие вспышки фотоаппарата. На противоположной стене появится тень листочка. Точно посередине этой тени тебе нужно приклеить на стену наклейку, которая будет служить отметкой. Она будет оставаться на месте, тогда как «вспышку» мы впоследствии будем передвигать.

3. Спустя короткое время – уже через 10–15 секунд – ты заметишь, что «вспышку» на окне нужно немного передвинуть, чтобы отметка на стене по-прежнему находилась в середине тени. Так быстро перемещается солнце! Его движение, которое в повседневной жизни мы лишь слепо принимаем на веру, здесь становится почти зримым.

4. Есть простой способ изобразить, как поднимается солнце: когда ты разместишь самоклеящийся листок на окне так, что неподвижная отметка на стене окажется точно в центре круглого отверстия, приклей (на сей раз на оконное стекло, где находится «вспышка») посередине прорези в листке кружок, звёздочку или сердечко (см. рисунок). Если ты продолжишь это занятие, то через 30–40 минут на окне появится ряд кружков, изображающий путь солнца. Если клеить эти кружки через равные промежутки времени, скажем, пять минут, то получится самое настоящее жемчужное ожерелье. На каждом кружке записывай время и дату.







5. Повторив этот опыт через несколько дней в то же самое время, ты будешь удивлён: на этот раз солнце появится в другом месте, его путь будет несколько отличаться от того, что был раньше, например он сместится немного вправо. Если ты будешь проводить этот эксперимент несколько дней подряд, на твоём оконном стекле окажется целое семейство кружков. Кроме того, ты установишь следующую закономерность: весной, когда дни становятся длиннее, путь солнца смещается всё дальше на север. После летнего солнцестояния его дуга становится короче. Оно позже восходит и раньше садится. 8 декабря бывает самый ранний закат. Потом время и место заката солнца более 11 дней остаются практически неизменными, а с 20 декабря солнце снова постепенно начинает садиться позже. А с восходом – наоборот: только через неделю после зимнего солнцестояния, ориентировочно 28 декабря, бывает самый поздний восход солнца.

6. Путь солнца не всегда одинаков, как думают некоторые! Ещё одна причина, чтобы исследовать его внимательнее. Ты становишься свидетелем природного процесса, который кажется таким величественным в своей неподвластности внешним воздействиям, столь глубоко затрагивает нашу повседневную жизнь. То, что мы проделали с помощью нескольких наклеек на окне, отмечающих путь солнца и места, где оно восходит над горизонтом, прежние культуры сами вписывали в пейзаж – с помощью каменных глыб. Правда, таким образом они могли отметить лишь те остановки солнца, что находились вблизи горизонта, зато как внушительно! Стоунхендж – сооружение времён каменного века. Большие камни отмечали восход или заход солнца и луны – не каждый день, а по определённым, особым датам. Без сомнения, Стоунхендж использовался прежде всего для отправления культа, но это сооружение также позволяло датировать, а может, даже предсказывать солнечные затмения. Подобные сооружения – чудесная возможность узнать кое-что о солнце.

Художник Алексей Вайнер

Две кружки

У Квантика и Ноутика есть по кружке. У Квантика кружка выпуклая и расширяется к середине, а у Ноутика – наоборот, вогнутая и расширяется сверху и снизу.

Наибольший и наименьший радиусы у кружек одинаковые, форма границы тоже одинаковая, как на картинке. Можно ли сказать, у какой из кружек больше объём?

Автор Евгений Смирнов

Художник Евгения Константинова

Фёдор Нилов

Два века теоремы Данделена

Ещё древние греки (например, Менехм и Аполлоний) знали, что эллипс, гиперболу и параболу можно получить, пересекая конус плоскостью. Но они, видимо, не знали чисто геометрического доказательства.

В 1822 году бельгийский инженер и математик Жерминаль Данделен такое доказательство придумал! Мы разберём его для случая цилиндра: любое сечение цилиндра наклонной плоскостью (не параллельной оси цилиндра) будет эллипсом.

Жерминаль Данделен

Оригинальная идея Данделена следующая: впишем в цилиндр две одинаковые сферы, касающиеся данной плоскости, одна – сверху (в точке P), другая – снизу (в точке Q), как на рисунке 1.

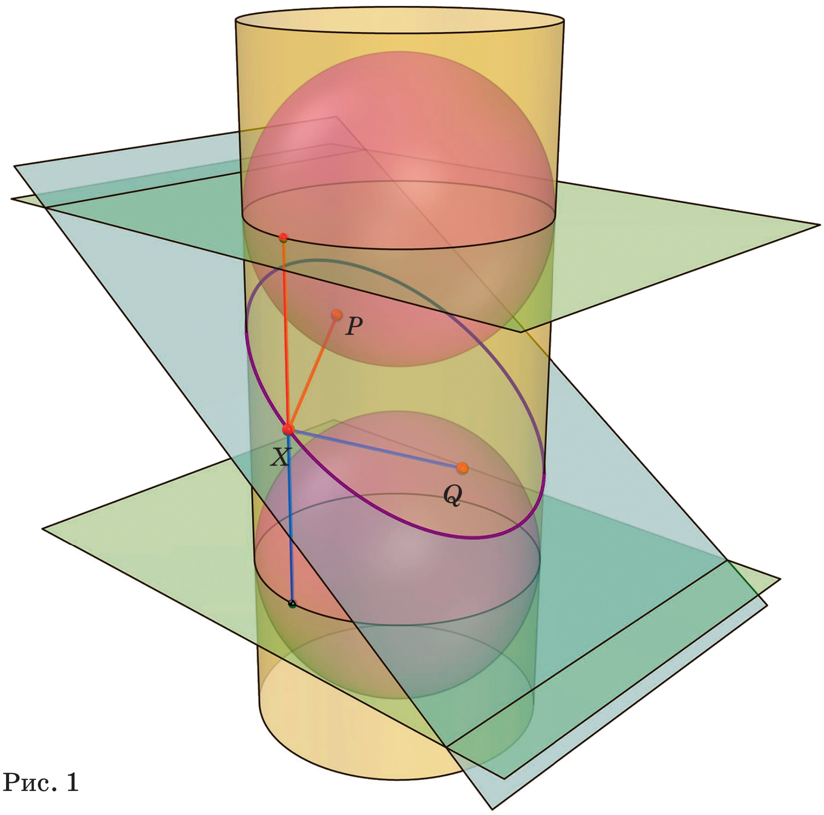


Рис. 1

Оказывается, сечение – это эллипс, фокусы которого – точки P и Q! Действительно, возьмём какую-нибудь точку X на сечении. Расстояние XP равно вертикальному отрезку, соединяющему X с экватором верхней сферы – ведь это две касательные, проведённые к сфере из одной точки. Аналогично, XQ – расстояние от X до экватора нижней сферы. Поэтому сумма расстояний от X до точек P и Q всегда одна и та же: она равна расстоянию между экваторами сфер!

Аналогично можно доказать, что сечения конуса плоскостями, не проходящими через вершину, – это *коники*: эллипсы, гиперболы, параболы. Их фокусы – снова точки касания сфер Данделена с плоскостью сечения.

А как увидеть их директрисы? Точки касания сферы Данделена с конусом лежат в горизонтальной плоскости. Прямая, по которой эта горизонтальная плоскость пересекается с плоскостью сечения, и есть директриса (рис. 2). Это доказал в 1829 году ирландский математик Пирс Мортон.

В 1826 году Данделен заметил, что конструкцию со вписанными сферами можно применить и для *однополостного гиперболоида вращения* – эта поверхность получается вращением гиперболы относительно её оси симметрии, перпендикулярной линии фокусов (рис. 3). Снова сечения будут кониками, фокусы которых – точки касания сфер Данделена с плоскостью сечения, а директриса находится аналогично предыдущему случаю.

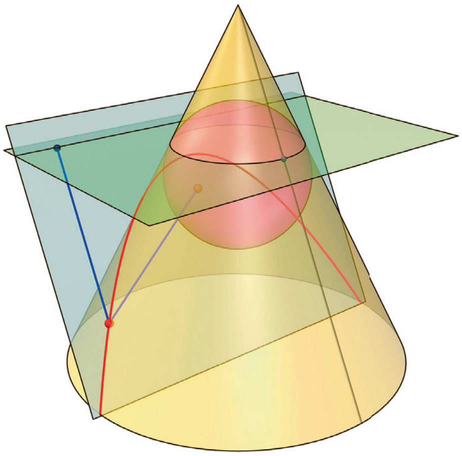


Рис. 2

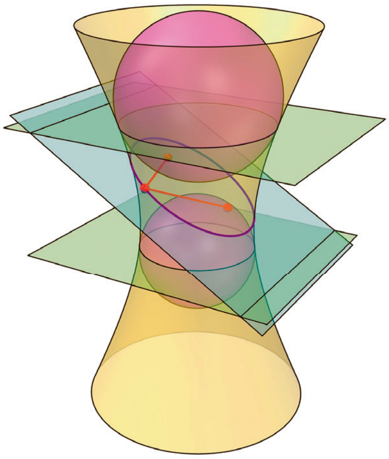
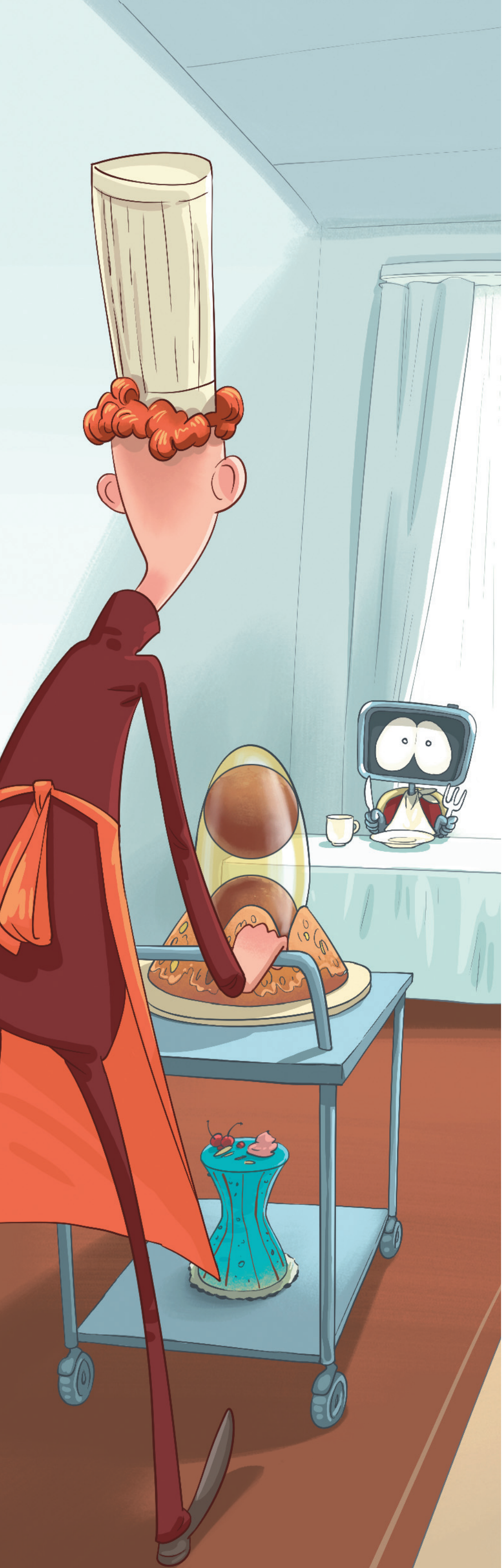


Рис. 3



Художник Мария Усеинова

Дело в том, что однополостный гиперболоид тоже можно получить, вращая вокруг оси прямую[1] (рис. 4). Поэтому работает практически такое же рассуждение, что и для цилиндра с конусом.

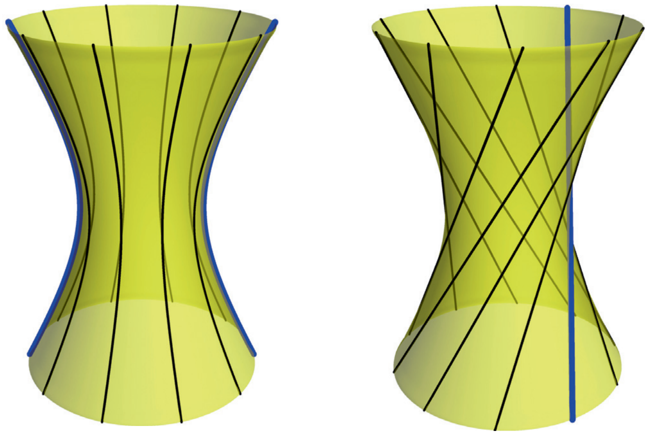


Рис. 4

На других поверхностях, получающихся вращением коники относительной одной из её осей симметрии, никаких прямых нет. Но теорема, аналогичная теореме Данделена, всё равно верна! Доказательство можно прочитать в статье автора в журнале «Квант», № 10 за 2022 год. На рисунке 5 показан случай эллипсоида; анимации и больше красивых картинок можно найти на сайте «Математические этюды».[2]

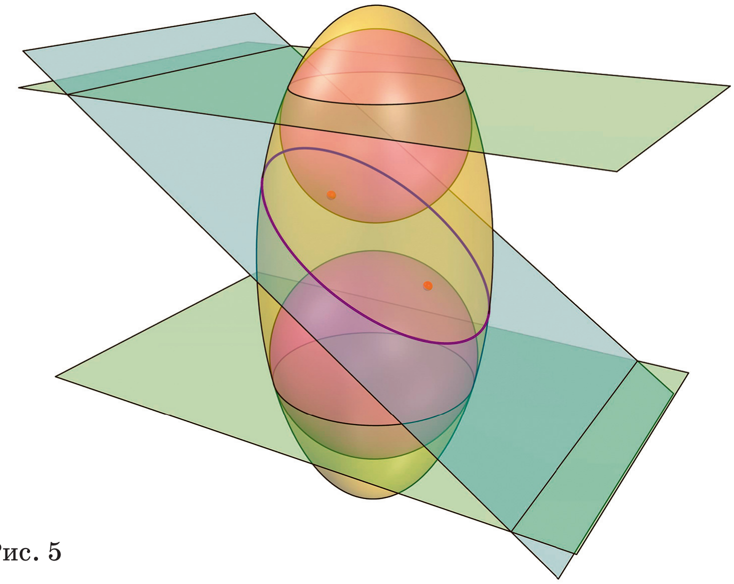


Рис. 5

[1] См. статью Н. Андреева и М. Прасолова «Линейчатые, но не плоские» в «Квантике» № 9 за 2021 год.

[2] См. kvan.tk/dandelin-etudes

Сергей Федин

ЧЕТЫРЕ ШАХМАТНЫЕ ЗАДАЧИ

1. Шах за шахом. Придумайте такую позицию на шахматной доске, чтобы белые начинали и ставили мат в 4 хода, при этом все ходы обеих сторон должны быть шахами. (В этой задаче можно использовать больше шахматных фигур, чем есть в стандартном комплекте.)

2. Двойной мат. Можно ли одним ходом поставить вражескому королю сразу два мата? Если «нет» – обоснуйте, если «да» – укажите расстановку фигур.

3. Мат и тут и там. Придумайте такую расстановку белых и чёрных фигур, чтобы *каждым* из возможных ходов, а их должно быть не меньше четырёх, белые ставили мат чёрному королю.

4. Лошадиный мат. Придумайте шахматную позицию, в которой белые начинают и ставят чёрным мат за 5 ходов, которые делаются только конём. При этом ходы не должны повторяться.

Попробуйте справиться с этими задачами, а если будет трудно – загляните в подсказки в конце номера.

Художник Алексей Вайнер

КОНИКИ ВОКРУГ НАС

Материал подготовил Максим Прасолов

В «Квантике» №2 за 2023 год мы рассказали об эллипсе, гиперболе и параболе. А сейчас приведём несколько примеров того, как они получаются.

1. Иногда изображение в телевизоре растянуто в одном направлении и вместо окружности мы видим эллипс.

2. Если, сфотографировав кружку под углом, обвести на фотографии её верхний край, то получится эллипс.

3. Лунный месяц ограничен полуокружностью и дугой эллипса.

4. Если нареза́ть колбасу наискосок, то дольки получаются в форме эллипса.

5. Конус света от фонаря освещает на стене фигуру, ограниченную эллипсом, параболой или ветвью гиперболы.

6. Край каждой из шести граней заточенного карандаша – гипербола.

7. Конец тени в течение дня движется по гиперболе. В Заполярье он может двигаться и по параболе, и по эллипсу.

8. Лучи, падающие на параболическое зеркало параллельно оси параболы, отразившись, сходятся в фокусе параболы. Этот принцип работает в спутниковых тарелках, телескопах, прожекторах, а ещё в направленных микрофонах.

9. Если раскрутить полупустой стакан с водой, поверхность воды примет форму параболоида вращения – фигуры, которая получается вращением параболы вокруг своей оси симметрии. Это позволяет создавать телескопы с жидким зеркалом.

10. Если бросить камень вперёд, то он полетит по параболе. Планеты летают по эллипсам, кометы – по эллипсам, параболам и гиперболам.

11. Каждая секция башни Шухова состоит из балок, которые получаются друг из друга вращением вокруг оси башни – то есть секция представляет собой гиперболоид вращения (см. рисунок 4 на с. 14).

12. Поставьте в ванночку с водой две стеклянные пластинки и соедините их у одного конца так, чтобы получилась раскрытая книга. Прикройте книгу, оставляя между пластинками маленький зазор. За счёт поверхностного натяжения вода поднимется, а её уровень «нарисует» гиперболу.

13. Трос подвесного моста имеет форму параболы. Здесь важно, что пролёт моста гораздо тяжелее, чем трос. Если бы трос провисал только под своим весом, то принял бы другую форму (называемую цепной линией).

Художник Мария Усеинова

Валерия Сирота

ОТ ХОЛОДНОГО К ГОРЯЧЕМУ И ОБРАТНО: ТЕПЛОЁМКОСТЬ

Если вы читали статью в «Квантике» №2 за 2023 год (а хорошо бы!), то наверняка обратили внимание на похожее название. Речь пойдёт о похожих вещах, но здесь мы обсудим не «тот же процесс наоборот», а «в совсем другую сторону». В той статье у нас тепловая энергия распространялась в пространстве – из одного места в другое. Со временем при этом могло ничего и не меняться: вот батарея постоянно греет комнату, а через стену тепло постоянно «уходит» на улицу. На улице это тепло, конечно, что-то нагревает, но незаметно – уж очень улица большая. Так что мы наблюдаем только поток энергии, переносимой наружу, и при этом – неизменную, неподвижную картинку.

В этот раз будет по-другому: будем смотреть на изменения, происходящие со временем в одном и том же месте пространства. Точнее – на изменения, вызванные накоплением в этом месте тепловой энергии.

Вот простая аналогия: представьте себе людей, которые что-то передают друг другу по цепочке – например, кирпичи. Каждый получает кирпич – и тут же отдаёт дальше, получая следующий: «поток кирпичей» через это место есть, а количество кирпичей в нём не меняется. То ли дело, если кто-то станет складывать все передаваемые ему кирпичи возле себя. «Потока» дальше уже не будет, только «приток» к нему, зато количество кирпичей в этом отдельном месте будет расти.

Если в этой истории заменить слово «кирпичи» на слова «тепловая энергия», в первом случае получится теплопередача (и как раз теплопроводность),[1] а во втором… Нет, ещё не совсем теплоёмкость. Потому что теплоёмкость – это то, как счастливый владелец кучи кирпичей (то есть тепловой энергии) будет всё это использовать. Сложит он их все в штабель аккуратно или как попало? А может, он из них сразу по мере поступления кладку кладёт и раствором скрепляет?

Что такое теплоёмкость. Итак, у нас есть какое-то вещество, которому «перепало» снаружи некое ко-

[1] Конвекция в этой модели – это если люди не в цепочке стоят, а группами ходят туда-сюда, одни несут кирпичи в одну сторону, другие – какой-то лишний мусор в другую… А как в этой аналогии будет выглядеть передача энергии излучением? Придётся им кидаться кирпичами…

личество тепловой энергии. Куда денется, на что потратится эта энергия? Конечно, на нагревание этого вещества! Ведь тепловая энергия – это и есть энергия движения молекул. Все молекулы станут двигаться быстрее, и у вещества увеличится температура.

Тут и возникает вопрос об «эффективности» работы «приёмщика кирпичей». Вот передали мы этому веществу столько-то энергии. И что? Насколько выросла температура? Это зависит, конечно, от того, сколько было вещества. Одно дело – нагревать на плите маленькую кастрюльку, а другое – большое ведро. Но даже если ставить на одинаковые плиты одинаковые кастрюльки, а внутрь класть разные вещества – нагреваться они будут с разной скоростью. Например, воздух нагреется намного быстрее воды, а алюминий – чуть медленнее такого же куска стекла.

Количество энергии, нужное, чтобы нагреть данное тело на 1 °С, называется *теплоёмкостью*. Чем она больше, тем дольше ждать, когда тело нагреется.

Вопрос 1. У первого тела теплоёмкость в 2 раза больше, чем у второго. Им передали одинаковое количество теплоты. Второе тело нагрелось на 4 °С. На сколько нагрелось первое?

Конечно, чтобы сравнивать разные вещества, надо брать стандартные одинаковые «куски». А что считать одинаковым? Можно договориться брать куски одинаковой массы (часто так и делают). Тепло, нужное на нагрев 1 кг вещества на 1 °С, называется **удельной** теплоёмкостью. Но можно сравнивать и куски одинакового объёма (например, 1 $м^3$) – тогда говорят про **объёмную** теплоёмкость. Это совсем не одно и то же, потому что 1 $м^3$ разных веществ может весить очень по-разному – например, 1 $м^3$ ваты и 1 $м^3$ железа!

Вопрос 2. У одного вещества и удельная теплоёмкость, и плотность в 2 раза больше, чем у второго. У какого из этих веществ объёмная теплоёмкость больше, во сколько раз? Придумайте общее правило, как из удельной теплоёмкости, зная плотность, получить объёмную теплоёмкость.

Посмотрите на таблицу на с. 20. Заметили? Удельные теплоёмкости разных веществ отличаются гораздо сильнее, чем объёмные. Похоже, есть (нестрогая) закономерность – чем вещество плотнее, то есть чем тяжелее его кубометр, тем легче нагревать каж-

дый его килограмм. Объёмные теплоёмкости у всех разные, конечно, но, если не считать газов, различаются всего раза в 3 – 4. Сравните с разбросом теплопроводностей! И особые свойства металлов тут им никак не помогают: переносить тепло свободные электроны могут быстро, а нагревать всё равно придётся не только электроны, но и всю кристаллическую решётку.

	Теплопроводность Вт/м °С	Теплоёмкость удельная Дж/кг °С	Плотность кг/м^3	Теплоёмкость объёмная кДж/м^3 °С
Серебро	430	240	10500	2520
Медь	390	380	8900	3380
Золото	310	130	19300	2510
Алюминий	230	900	2700	2430
Железо	75	450	7800	3510
Чугун	56	550	7000	3850
Лёд	2,3	2100	900	1900
Камень	1,4	800	2200	1760
Стекло	1,15	840	2500	2100
Вода	0,6	4200	1000	4200
Песок сухой	0,3	830	1500	1250
Дерево	0,2	2300	500	1150
Водород	0,17	14300	0,09	1,4
Гелий	0,14	5200	0,173	0,9
Воздух	0,025	1000	1,2	1,2

Вопрос 3. Теплоёмкость льда вдвое меньше, чем у воды (см. таблицу). А что можно сказать о теплоёмкости снега?

Обратимость. Очень важное отличие теплоёмкости от теплопроводности заключается в том, что нагревание само по себе обратимо по времени, а поток тепла – нет. В природе то и дело какая-то вещь нагревается, а потом обратно остывает. Количество тепловой энергии, запасённой в данном веществе, может и расти, и уменьшаться, в зависимости от того, что вокруг. В пространстве же поток энергии всегда направлен от более горячего к более холодному.[2] Вот представьте себе, что вы сняли кино, как нагревает-

[2] Это закон природы – второе начало термодинамики. Но тут есть одна лазейка. Точная формулировка закона: невозможен процесс, *единственным* конечным результатом которого является передача тепла от более холодного тела к более горячему. Просто так, само по себе, тепло «не в ту сторону» не передаётся. Но если с помощью хитрых приспособлений не только передать тепло, но и совершить при этом работу, то можно всё-таки сделать так, чтобы тепло передавалось от холодного к тёплому – из холодильника в комнату, например.

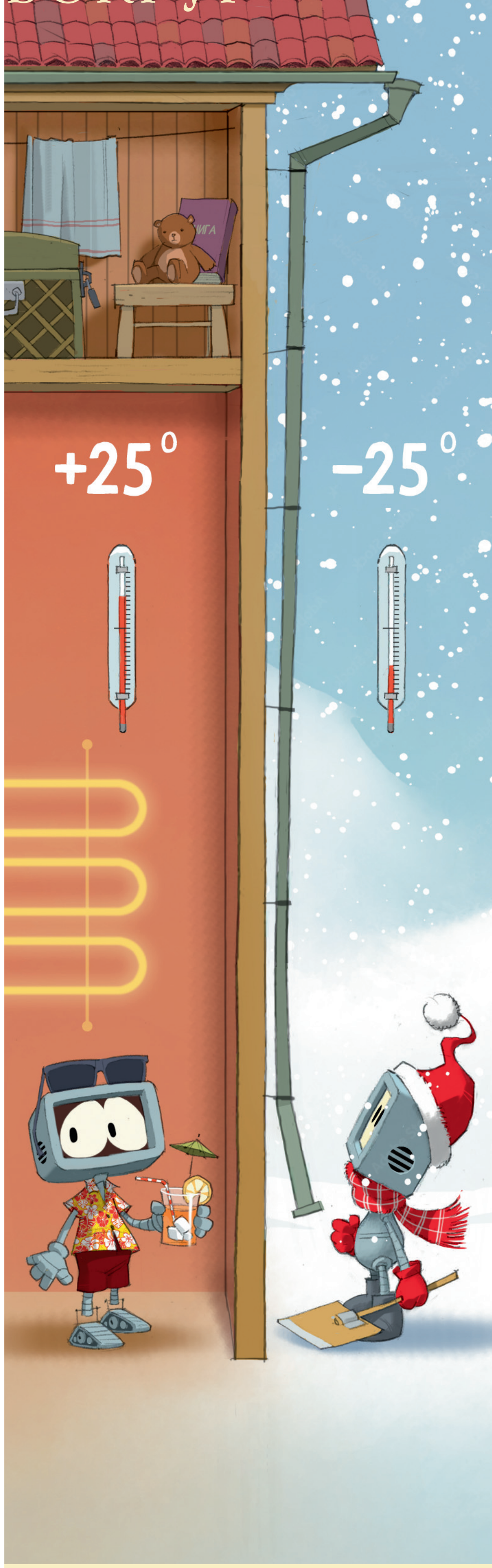
ся вода в кастрюле, регулярно «на камеру» измеряя её температуру. Если вы прокрутите это кино назад, ничего странного на экране не будет: зритель просто подумает, что фильм снят после выключения плиты. А вот если вам покажут кино, где кружка с тёплым чаем стоит в миске с холодной водой, и чай понемногу нагревается, а вода остывает – тут вы сразу поймёте, что это кино «задом наперёд»!

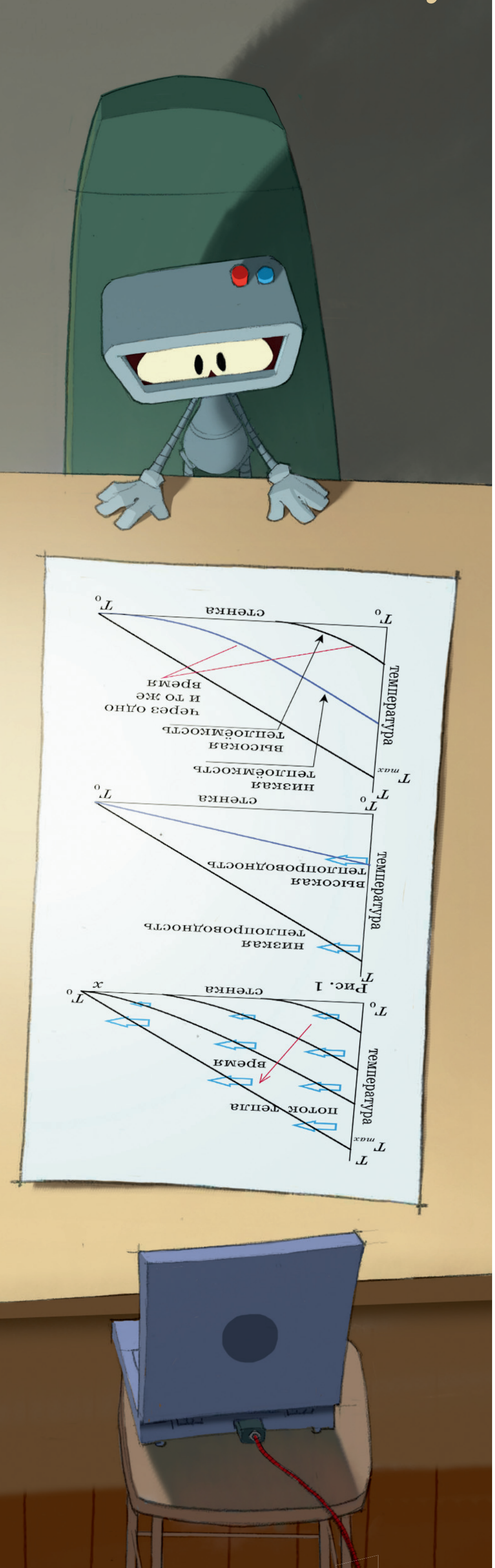
Раз уж обратимость, то по-честному. При нагревании вещество забирает тепло, запасает тепловую энергию; при остывании оно отдаёт её обратно ровно в том же количестве. На этом основан, например, принцип действия грелки. По этой же причине возле моря – мягкий климат: летом оно медленно нагревается (из-за большой теплоёмкости воды), а зимой – медленно остывает, понемногу отдавая запасённую энергию и согревая воздух и берега.

«А теперь – вдвоём». В природе оба эффекта часто работают одновременно: тепло частично проводится через вещество, а частично «оседает» в нём, нагревая его. В примере с кирпичами это значило бы, что некоторые люди не все кирпичи передают дальше, а что-то оставляют себе. Та же кастрюля с водой на плите не только берёт тепло на нагрев, но и отдаёт его, нагревая комнату. И теплоёмкость воды работает (греется суп), и теплопроводность (греется комната). И даже, если плита слабенькая, а кастрюля большая, из-за теплопроводности может случиться, что вода никогда не закипит! Нагреется немножко и перестанет забирать себе тепло, всё будет отдавать дальше.

Как же устанавливается баланс между этими двумя процессами? Это зависит от окружающих (математики и физики говорят – граничных) условий. Например, пусть у нас есть плоская пластина (стенка). Справа от неё поддерживаем постоянную температуру – улица, комната, или вообще лёд приложили. А слева греем её горелкой – подводим постоянный поток тепла. Что будет происходить? Следим за температурой! Время от времени рисуем график (рис. 1 на с. 22): на какой глубине в стене какая температура.

В первый момент вся стенка – одной температуры. Поэтому теплопроводность ещё не включилась –





ей ведь нужна разница температур. Так что всё приходящее тепло остаётся в ближней к горелке части стены – и чем меньше теплоёмкость, тем быстрее оно её греет.

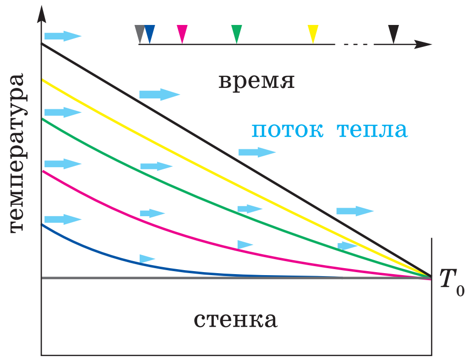


Рис. 1

Теперь включается теплопроводность. Поток проходящего через стенку тепла зависит от разницы температур в соседних точках, на картинке – от угла наклона графика $T(x)$. Температура левой части растёт, в середине и справа она ещё мала – угол наклона увеличивается. Чем он больше, тем больше тепла проходит глубже в стенку, тем меньше остаётся на нагрев левой части. При некотором наклоне уже почти весь поток энергии проходит дальше, левая часть стенки почти перестаёт греться, нагревается в основном середина, но и в правую часть уже немного тепла проникает... В конце концов вся стенка нагрелась, но не до одинаковой температуры, а до «одинакового угла наклона $T(x)$», график температуры стал прямой линией, теперь поток тепла везде одинаковый и максимальный. С этого момента всё тепло уходит сквозь стенку.

А чем отличаются эти картинки для стенок из разных материалов? Легко разобраться: при одинаковой толщине и одинаковом потоке тепла стенка с большей теплопроводностью нагреется до меньшей температуры, небольшой разницы температур слева и справа будет достаточно для протекания тепла (рис. 2). А если теплопроводности одинаковы, но разные теплоёмкости – конечное распределение температур будет одно и то же, но до нужной температуры быстрее нагреется менее теплоёмкая стенка (рис. 3).

Заметим, что в этом примере температура на левом краю стенки зависит от материала. Это потому, что мы «закрепили» приток тепла, потребовали, чтобы он всегда был одним и тем же. Можно сделать и иначе: например, регулировать поток тепла (крутить кран на батарее), но поддерживать постоянную тем-

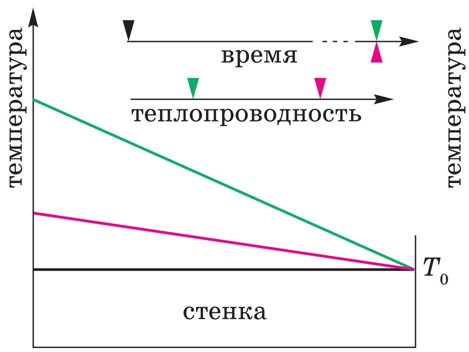


Рис. 2

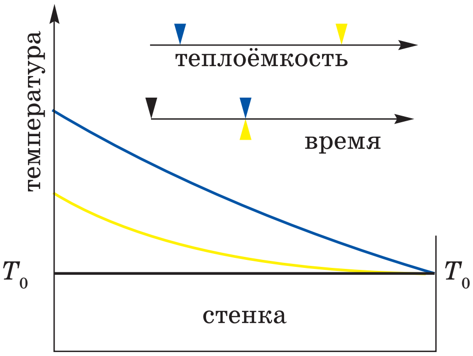


Рис. 3

пературу слева от стенки. Тогда при любой теплопроводности стенки конечное распределение температур будет одно и то же, просто при более теплопроводящей стенке понадобится больший поток тепла от батареи.

Теплота плавления. В начале этой статьи есть ошибка. (Интересно, кто заметил?) Там сказано, что энергия, приходящая к веществу, «конечно», потратится на его нагрев. Это не всегда так! Вот я возьму лёд при температуре 0 °С и положу его на плиту – начну подводить к нему тепло. Думаете, он будет нагреваться? Ничуть не бывало! Он будет плавиться, и вся энергия, приходящая к нему, потратится на разрушение связей между молекулами в кристалле, их «освобождение». Даже если воды уже много, но в ней плавает лёд – вода вокруг льдинок не будет греться до тех пор, пока они все не растают. Это позволяет использовать тающий лёд (или любое другое вещество вблизи его температуры плавления) как терморегулятор: обложите продукты льдом, и, пока он весь не растает, продукты будут иметь температуру 0 °С![3] При этом на плавление льда потратится довольно много приходящей снаружи энергии. Энергия, которая нужна для того, чтобы расплавить данный предмет, называется *теплота плавления*. Как и теплоёмкость, она для каждого вещества может быть удельная (энергия на каждый 1 кг) или объёмная (на каждый кубометр). Всё то же самое верно и при переходе веществ из жидкого состояния в газообразное. Нужная на это энергия называется *теплота парообразования*. А ситуации, когда свойства вещества резко меняются без изменения его температуры, называются *фазовыми переходами*.

[3] См. задачу 3 из статьи «Мороз и солнце» в «Квантике» № 12, 2022.

Художник Алексей Вайнер

Владимир Красноухов

СЛОВЕСНЫЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКИ

(ФИЛОЛОГОГОЛОВОЛОМКА)

В этих сЛОвах содержится 9 сЛОГОв «ЛО» и 6 сЛОГОв «ГО». (Если только я не ошибся в арифметике 🙂.) Это любопытно, но вернёмся к нашим задачам.

В «Квантике» №11 за 2020 год была опубликована статья Ольги Красноуховой «Пасьянсы из словесных квадратов». Напрашивается вопрос: а почему мы должны ограничиваться только квадратами? Давайте попробуем поставить и решить аналогичную задачу и для прямоугольников.

Будем использовать нарицательные существительные в начальной форме, как в кроссвордах. Рассмотрим в качестве примера четыре пятибуквенных слова **АТАКА**, **КОКОС**, **КОПИР**, **ОСИНА**. Попробуем расположить их в строках прямоугольной матрицы 5×4 в таком порядке, чтобы в столбцах получились различные четырёхбуквенные слова. Решение – на картинке справа!

К	О	П	И	Р
О	С	И	Н	А
К	О	К	О	С
А	Т	А	К	А

Мы получили 5 «новых» четырёхбуквенных слов: кока, осот, пика, инок, раса.

А теперь задача более сложная. Используя по одному разу все 20 пятибуквенных слов из нижеследующего списка, постройте пять словесных прямоугольников размером 5×4 так, чтобы в столбцах этих прямоугольников образовалось 25 четырёхбуквенных слов. Вот список пятибуквенных слов в алфавитном порядке:

БУЛАТ	ГОРОД	ИКОНА	КОМАР
МОСОЛ	НАХАЛ	НОЖИК	ОЗЕРО
ОЛИФА	ОПАРА	ОСОКА	ОТАРА
ПИРОГ	РАНЕТ	РОТОР	СЛУГА
			СТЕПЬ
			ТОМАТ
			ТРЕСТ
			УРОКИ

Чтобы удобнее было искать решение, можно заготовить и использовать 20 картонных карточек со словами из приведённого списка. Желаем успехов!

Подсказка: для начала соберите два прямоугольника 5×4 из слов **ГОРОД, НАХАЛ, ОЗЕРО, ОПАРА, ПИРОГ, РАНЕТ, СЛУГА, УРОКИ.**

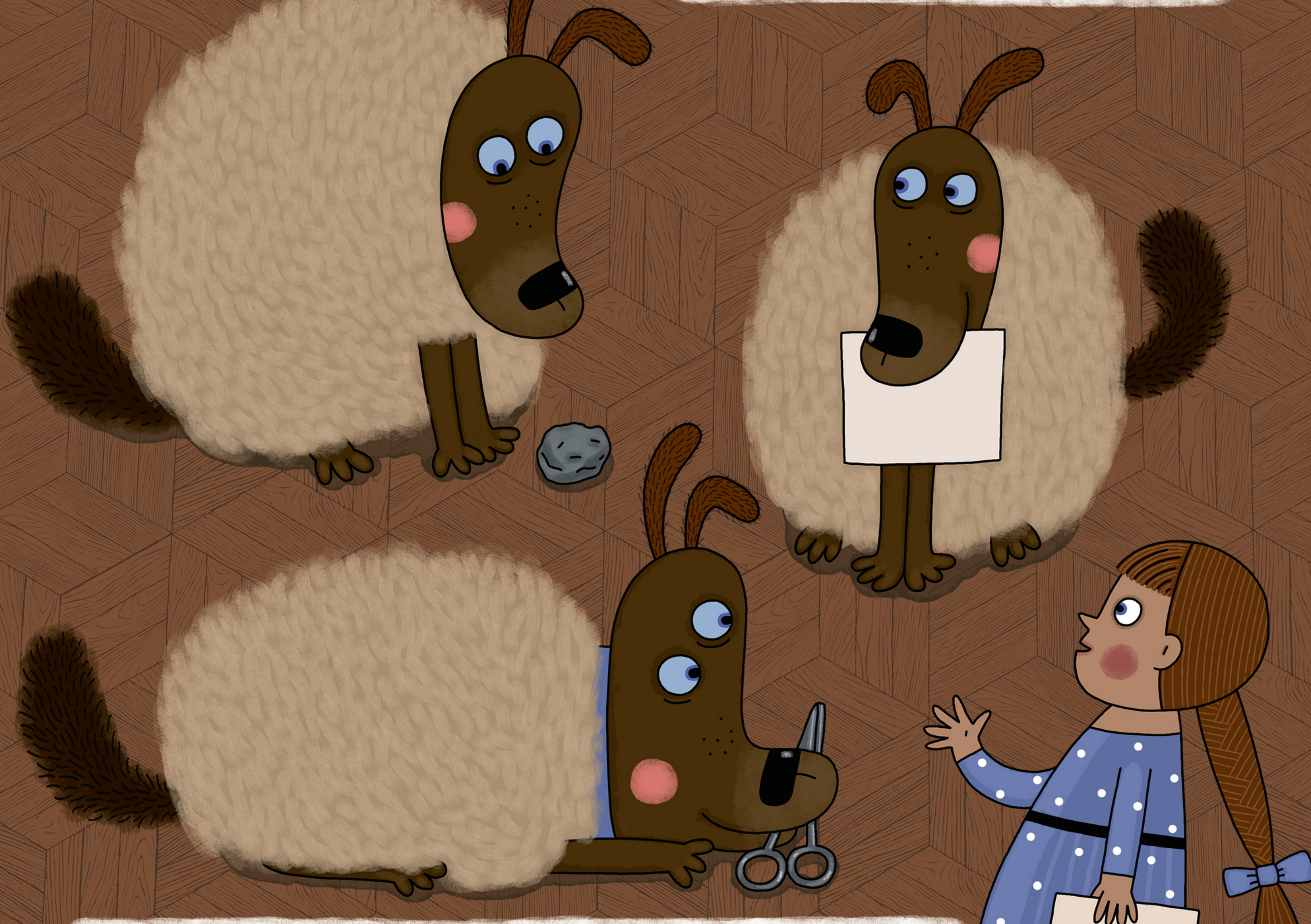
Художник Артём Костюкевич




КАМЕНЬ, НОЖНИЦЫ, БУМАГА

Хотите показать эффектный фокус? Раздайте трём своим друзьям камень, ножницы и бумагу и предложите сыграть в игру: камень бьёт ножницы, ножницы бьют бумагу, а бумага бьёт камень.

Затем запишите на бумажку предсказание – кто кого будет бить – и попросите, чтобы какие-то двое из ребят, по их выбору, поменялись предметами. Когда они это сделают, покажите им бумажку с предсказанием. Вы угадали, хотя не знали заранее, какие именно двое сделают обмен!



Запишите на бумажку новое предсказание и попросите сделать уже любые два обмена подряд. После обменов снова предъявите предсказание – оно безукоризненно точно!

Как делать предсказания и в чём секрет фокуса?

Из фокусов Ганса Петера Секера

Художник Елена Цветаева

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

В этом номере мы подводим итоги прошлогоднего конкурса по русскому языку.

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПОБЕДИТЕЛЕЙ! ИМИ СТАЛИ:

Алтайская Антонина	Москва	школа № 1590	5 кл.
Бондарь Алиса	Москва	школа ЦПМ	11 кл.
Зизевских Андрей	Липецк	семейное обучение	5 кл.
Лапшова Зоя	Омск	МОЦРО № 117	7 кл.
Логоткин Александр	Москва	лицей № 1523 НИЯУ МИФИ	9 кл.
Логоткин Иван	Москва	ЧУ СОШ «Олимп-Плюс»	7 кл.
Нажимова Любовь	Дзержинск, Нижегородская обл.	гимназия № 38	5 кл.
Посохин Виктор	Пермь	школа № 109	7 кл.
Сухих Эдуард	Сочи	школа № 78	11 кл.
Ушаков Севастьян	Санкт-Петербург	школа ЦОДИВ	7 кл.
Федотова Дарья	Иваново	лицей № 21	6 кл.
Фильцова Вероника	Москва	гимназия МГУ	9 кл.
Фильцова Надежда	Москва	школа «ЛЕТОВО»	11 кл.
Чернобровкина Анна	Ярославль	школа № 13	7 кл.
Юлов Василий	Санкт-Петербург	лицей № 150	9 кл.

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПРИЗЁРОВ! ИМИ СТАЛИ:

Амбарцумова Тамара	Королёв, Московская обл.	школа № 1	6 кл.
Белых Ева	Москва	школа № 293	5 кл.
Богданова Ксения	Москва	школа № 1679	5 кл.
Линиченко Дарья	Москва	школа № 1543	11 кл.
Петрачков Василий	Москва	лицей № 1568	7 кл.
Стёпин Михаил	Москва	школа № 548	7 кл.
Трофимов Иван	д. Обрыскино, Чувашия	школа д. Яныши	7 кл.

ПООЩРИТЕЛЬНОЙ ПРЕМИЕЙ НАГРАЖДАЮТСЯ:

Башкирцева Ольга	Красногорск, Московская обл.	школа «Наука-Сервис»	6 кл.
Ханмагомедова Мелек	Москва	школа № 1571	5 кл.

СПЕЦИАЛЬНОЙ ПРЕМИЕЙ ЗА РЕШЕНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ ТУРОВ НАГРАЖДАЮТСЯ:

Жигло Сергей (за VI тур)	Москва	Школа на проспекте Вернадского	4 кл.
Иванов Андрей (за IV тур)	Балашиха, Московская обл.	школа № 3	6 кл.
Кузнецов Борис (за I тур)			
Серебренникова Ксения (за II тур)	с. Карпогоры, Архангельская обл.	школа № 118	9 кл.
Ткаченко Екатерина (за I тур)	Москва	школа ЦПМ	11 кл.

БЛАГОДАРИМ ВСЕХ УЧАСТНИКОВ КОНКУРСА!

Решения II тура отправляйте по адресу ruskonkurs@kvantik.org **не позднее 20 апреля**. Не забудьте указать в письме ваши имя, фамилию, город, школу и класс, где вы учитесь.

Победителей ждут призы. Для победы не обязательно решить всё – присылайте то, что получится. За лучшее решение отдельных туров предусмотрены специальные премии.

Предлагайте задачи собственного сочинения: лучшие будут опубликованы.

Желаем успеха!

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ
II ТУР

6. Алла прислала в «Квантик» заметку о своём дедушке: «У меня замечательный дед! Его зовут Отто. Он сыщик, ловит воров. Он очень любит котяток. Недавно построил для них шалаш. Он учит меня САМБО. По утрам он занимается БЕГОМ».

Какие слова мы заменили на САМБО и БЕГОМ? Кратко поясните свой ответ.

И. Б. Иткин

7. Что нужно позаимствовать из условия этой задачи, чтобы превратить полезную ёмкость в хорошую погоду? Требуется точный ответ (и краткое пояснение к нему)!

Л. З. Иткина

8. Второклассники читали русскую народную сказку. Разгорелся жаркий спор: что Баба-Яга предложила Иванушке сначала – поесть или поспать? Какие два глагола путают второклассники? Напишите эти глаголы правильно.

С. А. Климанова

9. м, м, ж, м, ..., ж, с

Заполните пропуск. О чём идёт речь?

С. И. Переверзева

10. Маленький Лёша окает (то есть произносит безударное О как [о], а не как [а]), а вместо звука [л] произносит [в].

В каком существительном Лёша произносит три [во] подряд?

Е. Г. Пискунова

Художник Николай Крутиков

LXXXIX САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Материал подготовил
Константин Кохась

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс, приглашаются все желающие. Первый (письменный) тур очередной олимпиады прошёл 19 ноября 2022 года. В 6 и 7 классах предлагалось по 4 задачи, а в 8 классе – 5, на решение отводилось 3 часа.

Художник Сергей Чуб

Избранные задачи I тура

1 (8 класс). На столе стоят 10 гирь разного веса. Известно, что сумма весов пяти самых лёгких гирь равна половине суммы весов остальных. Докажите, что сумма весов шести самых лёгких гирь меньше суммы весов остальных.

Сергей Берлов

2 (6 класс). Костя задумал натуральное число x и обнаружил, что некоторое четырёхзначное число при делении на x даёт остаток 24, а при делении на x^2 даёт остаток 142. Найдите все возможные значения, которые может принимать x.

Константин Кохась

3 (7 класс). Каждый из 25 детей держит в руках табличку с ненулевым числом (возможно, отрицательным), все эти числа разные. Дети построились в ряд по убыванию чисел (первое – самое большое), и Петя оказался десятым по счёту. Затем дети построились по убыванию чисел, обратных к исходным (напомним, что обратным к числу a называется число $1/a$), и Петя оказался шестнадцатым. Наконец, дети построились по убыванию квадратов исходных чисел (все квадраты оказались разными). Каким по счёту может оказаться Петя? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

Александр Голованов

4 (7 класс). Натуральное число N имеет больше 400 натуральных делителей (включая 1 и N). Все эти делители записали на доске. Саша стёр сто наибольших и сто наименьших из них. Среди оставшихся делителей оказалось поровну чётных и нечётных. Докажите, что если бы вместо этого он стёр двести наибольших и двести наименьших делителей, среди оставшихся тоже оказалось бы поровну чётных и нечётных.

Александр Кузнецов

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, I тур («Квантик» № 1, 2023)

1. *В сочетании со словом* ***дверь*** *эти два глагола – антонимы. А вот в сочетании со словом* ***дело*** *эти два глагола в определённом случае могут быть практически синонимами. Напишите эти два глагола.*

Речь идёт о глаголах **раскрыть** и **закрыть**. *Дверь раскрыта* и *Дверь закрыта* – разумеется, смысл противоположный. А вот *Дело раскрыто* и *Дело закрыто* гениальный сыщик вполне может сказать в одной и той же ситуации: обстоятельства преступления установлены, виновный изобличён, пора браться за новое расследование.

2. *Обычно слово с суффиксом -****ищ****- обозначает предмет больше исходного. А как с помощью суффикса -****ищ****- превратить предмет в его часть?*

Очень просто: взять топор и превратить его в **топорище** – деревянную рукоять топора.

3. *ЭТО точно есть у баклажана, кабачка и дыни, ЭТОГО точно нет у капусты, чеснока и винограда. Назовите ЭТО.*

Это – формы **множественного числа**. Мы можем купить баклажаны, кабачки и дыни, но, сколько бы нам ни требовалось соответствующих продуктов, всё равно куплены будут капуста, чеснок и виноград.

4. *Маша получила от Вовочки коротенькую sms-ку, ничего не ответила, а при встрече напустилась на друга:*

– Что ты мне написал?! Подумаешь, <...> – тоже мне, невидаль посреди зимы!

– Да это я тебя поздравить хотел, – смущённо оправдывался Вовочка, – а этот дурацкий телефон опять всё исправил, то есть испортил...

Ответьте точно: что написал Вовочка и что получила Маша?

Вовочка хотел поздравить Машу с Новым годом и в обычной для некоторых подростков манере написал ей: **«С НГ!»** А «умный» телефон переделал это сообщение в **«Снег!»**

5. *«Я – ________ или ________?*
Нелегко определиться!»

Догадайтесь, кто это говорит – ёж, уж, чиж, стриж или целакант, – и заполните пропуски.

Прежде всего, не забудем, что перед нами стихотворение: правильным может быть лишь ответ, подходящий по размеру и рифме. Среди всех перечисленных кандидатов «нелегко определиться» только слову *уж*: оно может быть существительным, обозначающим неядовитую змею, а может – усилительной частицей. Значит, пропуски заполняются так:

«Я – **змея** или **частица**?
Нелегко определиться!»

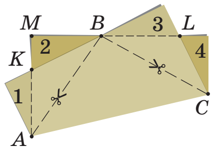
НАШ КОНКУРС, V ТУР («Квантик» № 1, 2023)

21. *В поезде нечётное количество вагонов, причём между средним и седьмым по счёту – два вагона. Сколько всего вагонов может быть в этом поезде? Укажите все варианты и докажите, что других нет.*

Ответ: 7 или 19. К голове поезда ближе либо 7-й вагон, либо средний. В первом случае между 7-м и средним идут вагоны 8 и 9. Тогда средний вагон – 10-й, а всего в поезде 19 вагонов. Во втором случае между средним и 7-м – вагоны 5 и 6, номер среднего вагона – 4, а всего вагонов 7.

22. *Квантик заменил все цифры и знаки арифметических действий в левой части верного равенства буквами (одинаковые символы – одинаковыми буквами, разные символы – разными). Мог ли он получить запись $ABCABCA = 2023$?*

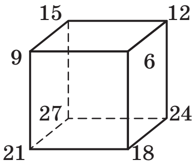
Ответ: да, $7 \cdot 17 \cdot 17 = 2023$.



23. *Вася сложил квадратный лист бумаги так, как показано на рисунке. Оказалось, что четыре отмеченных треугольника равны. После этого пришёл Петя и сделал разрезы вдоль жирных пунктирных линий, а затем развернул лист и сказал Васе, что у него тоже получился квадрат! Не ошибся ли Петя?*

Ответ: Петя прав. Поскольку треугольники 1, 2, 3 и 4 равны, $AK = BK = BL = CL$ и $\angle AKB = \angle BLC$ (как смежные с равными углами). Тогда треугольники AKB и BLC равны, поэтому $AB = BC$ и $\angle CBL = \angle BAK = 90° - \angle MBA$, откуда $\angle ABC = 180° - (\angle MBA + \angle CBL) = 90°$. Значит, треугольник ABC – равнобедренный с прямым углом B. Разрезав лист вдоль линий AB и BC и развернув результат, Петя получил четырёхугольник, в котором есть прямой угол, а все стороны равны – то есть квадрат.

24. *Квантик написал на каждой грани куба целое число (все шесть чисел различны). Потом в каждой вершине он написал сумму чисел на трёх содержащих эту вершину гранях. Ноутик выписал полученные восемь сумм в ряд по возрастанию. Могло ли получиться* *так, что все разности между соседними числами в этом ряду одинаковы?*



Ответ: да. Например, на верхней грани кубика напишем 1, на нижней – 13, на левой – 6, на правой – 3, на передней – 2 и на задней – 8. Тогда в вершинах стоят числа 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27.

25. *На острове в разных местах есть пристань, крепость и деревня. Расстояние по прямой от пристани до крепости равно 3 км, от крепости до деревни – тоже 3 км. Петя получил достоверные сведения, что на острове зарыт клад. Известны расстояния по прямой до клада от пристани, крепости и деревни. Петя нашёл такое место, но не обнаружил ни клада, ни следов предыдущих раскопок. Сколько километров от пристани до деревни?*

Ответ: 6. Пусть X – точка, где зарыт клад, а Y – точка, куда прибыл Петя. Пристань равноудалена от X и Y, а значит, она на серединном перпендикуляре к отрезку XY. Аналогично на той же прямой – крепость и деревня. На этой прямой есть ровно две точки, удалённые от крепости на 3 км. В них и находятся пристань и деревня, а расстояние между ними $3+3=6$ км.

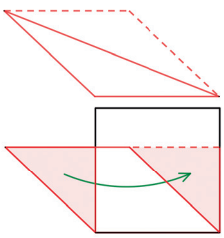
КОНУС И ЕГО ТРЕУГОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ

(«Квантик» №2, 2023)

Ответ: 12,5. Может показаться, что сечение надо провести через высоту (ось) конуса: её длина равна 3, и ответ будет 12. Но это не максимум! Есть много других способов получить треугольное сечение: годятся любые разрезы, проходящие через вершину (и только они). В сечении получается треугольник, две стороны которого равны 5 (длине образующей). Максимально возможная площадь такого треугольника получается при прямом угле между этими сторонами!

Убедитесь в этом, например, сложив из двух таких треугольников ромб, как на рисунке.

Но почему разрез с прямым углом найдётся? Для этого достаточно найти в круглом основании хорду длины $5\sqrt{2}$ и провести сечение через неё и вершину – прямой угол получится по «обратной» теореме Пифагора ($5^2+5^2=(5\sqrt{2})^2$).



Осталось заметить, что такая хорда у основания имеется, так как его диаметр равен 8, что больше $5\sqrt{2}$ (поскольку $\sqrt{2}<1{,}5$).

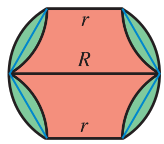
НОЖ ПРОТИВ ВИЛКИ, ИЛИ НЕМНОГО О ПЛАУНАХ

Способ ветвления побегов обыкновенной сирени называется ложновильчатым, или псевдодихотомическим. К истинной дихотомии он не имеет никакого отношения, кроме внешнего сходства получающегося «продукта». У сирени, как и у всех цветковых растений, в пазухах листьев образуются нормальные боковые почки. Вот только верхушечная почка на побеге обычно... отмирает. И на верхушке остаются две боковые – листья у сирени расположены попарно (супротивно), и почки, соответственно, тоже. Когда из этих боковых почек вырастают побеги, они образуют характерную вилочку. И лишь внимательный взгляд может заметить в месте разветвления рубец от отмершей верхушечной почки.

У венгерской сирени верхушечная почка обычно остаётся живой-здоровой, и её побеги выглядят обычно.

ДВЕ КРУЖКИ

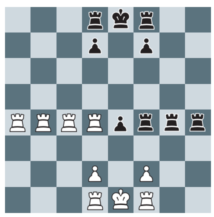
Ответ: у кружки Квантика.

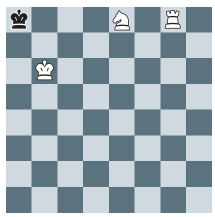


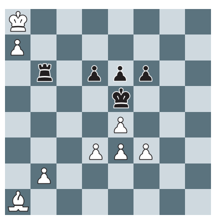
Разрежем мысленно кружку Ноутика на верхнюю и нижнюю половины и поменяем их местами. Объём не изменится, но получившуюся кружку можно полностью поместить внутри кружки Квантика (см. рисунок). Действительно, соединим самую широкую часть кружки с самой узкой (синяя линия на рисунке): кружка Квантика будет лежать снаружи этой линии, а (новая) кружка Ноутика – внутри.

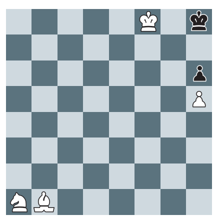
ЧЕТЫРЕ ШАХМАТНЫЕ ЗАДАЧИ

Подсказки.

1.


2.


3.


4.


Решения.

1. Ответ, один из возможных, приведён выше на диаграмме 1. Первый ход белых очевиден –

ладья берёт чёрную пешку на e4. А дальше начинается настоящее ладейное «месилово»: чёрные и белые ладьи по очереди «убивают» друг друга, ухитряясь ещё и шаховать вражеского короля. Последним ходом последняя оставшаяся в живых белая ладья съедает последнюю чёрную, ставя мат неприятельскому королю.

2. Можно, см. диаграмму 2. После хода конём на c7 чёрный король оказывается под двойным шахом. Ни от одного из них он укрыться не может, поэтому каждый шах будет «матовым».

3. Пример приведён на диаграмме 3. Проверка тривиальна. Не забывайте, что у пешки на b2 есть два варианта для первого хода.

4. Мой ответ к этой «лошадиной» задачке приведён на диаграмме 4. А вот последовательность ходов обеих сторон: 1. Kc2 Kph7 2. Kd4+ Kph8 3. Kf5 Kph7 4. Kd6+ Kph8 5. Kf7x.

ОТ ХОЛОДНОГО К ГОРЯЧЕМУ И ОБРАТНО: ТЕПЛОЁМКОСТЬ

1. У первого изменение температуры в 2 раза меньше, то есть оно нагрелось на 2 °C. (Теплоёмкость в 2 раза больше – значит, его «в 2 раза труднее нагреть».)

2. У первого вещества каждый килограмм в 2 раза труднее нагреть, да ещё в каждом кубометре в 2 раза больше килограммов. Итого на каждый кубометр надо тратить в 4 раза больше тепла для нагревания на ту же температуру, то есть объёмная теплоёмкость первого в 4 раза больше. Вообще, объёмная теплоёмкость = (удельная теплоёмкость) × (плотность). Потому что, чтобы нагреть кубометр, надо нагреть каждый килограмм в нём.

3. Снег – это те же ледяные кристаллики, только «очень неплотно упакованные» и с большим количеством воздуха между ними. Воздух ничего не весит, поэтому на нагрев одного килограмма снега на 1 градус уйдёт ровно столько же тепла, что на нагрев килограмма льда – удельные теплоёмкости равны. Объёмная же теплоёмкость у снега, конечно, гораздо меньше – он ведь очень лёгкий. Вода здесь ни при чём – хоть молекулы у неё и те же, расположены они по-другому, с точки зрения нагрева – это другое вещество. Кстати, в отличие от теплопроводности, удельная теплоёмкость одинакова и у свежего, и у «старого» слежавшегося снега.

СЛОВЕСНЫЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКИ (ФИЛОЛОГОГОЛОВОЛОМКА)

Вот «новые» слова, полученные в столбцах (в алфавитном порядке): агат, анис, арат, бинт, горе, идол, имам, кора, ларь, липа, ложе, лото, морс, окоп, окот, орех, осот, роза, спор, соте, такт, угон, укор, уран, фара.

У	Р	О	К	И
Г	О	Р	О	Д
О	З	Е	Р	О
Н	А	Х	А	Л

Б	У	Л	А	Т
И	К	О	Н	А
Н	О	Ж	И	К
Т	Р	Е	С	Т

О	Л	И	Ф	А
К	О	М	А	Р
О	Т	А	Р	А
Т	О	М	А	Т

М	О	С	О	Л
О	С	О	К	А
Р	О	Т	О	Р
С	Т	Е	П	Ь

С	Л	У	Г	А
П	И	Р	О	Г
О	П	А	Р	А
Р	А	Н	Е	Т

LXXXIX САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА. Избранные задачи I тура

1. Пусть сумма весов пяти самых лёгких гирь равна S. Тогда сумма пяти оставшихся гирь равна $2S$, и самая лёгкая из них весит не больше $2S/5$. Значит, общий вес шести самых лёгких гирь не превосходит $S+2S/5=7S/5$, что меньше половины от общей суммы $3S=15S/5$.

2. Ответ: $x = 59$. По условию, существует четырёхзначное число $N = qx + 24 = rx^2 + 142$. Тогда разность $142 - 24 = 118$ делится на x. Но $118 = 2\cdot 59$, откуда x – это 1, 2, 59 или 118. Заметим, что $x > 24$, поскольку при делении на x получился остаток 24. Кроме того, x не равен 118, поскольку наименьшие числа, дающие при делении на 118^2 остаток 142, – это 142 и $142+118^2>10\,000$, то есть среди четырёхзначных чисел подходящих N не существует. Значит, $x=59$ (при этом $N=142+59^2=3623$).

3. Ответ: 10-м или 16-м. Пусть у Пети число p.

Если $p>0$, то оба раза дети, стоявшие левее Пети, держали таблички с положительными числами. Значит, есть 9 положительных чисел, больших p, и 15 положительных чисел, меньших p. Тогда все 25 чисел положительны, и число p^2 окажется 10-м по убыванию.

Если $p<0$, то в первый раз 15 чисел справа от Петиного меньше p, значит, они отрицательны. При упорядочивании обратных все эти 15 чисел окажутся больше $1/p$, значит, обратные к остальным 9 также отрицательны. Тогда все числа отрицательны, и при упорядочивании по квадратам число p^2 окажется на 16-м месте.

4. Ясно, что у N чётное число делителей, они разбиваются на пары вида $(k,\ N/k)$. Тогда вычеркнуты в точности 100 таких пар. Среди делителей были чётные, значит, N чётно, и в каждой паре $(k, N/k)$ хотя бы один делитель чётный. Но среди оставшихся на доске делителей половина чётные, значит, в каждой из пар $(k, N/k)$ на доске одно число чётно, а другое нечётно. Поэтому, если Саша сотрёт ещё 100 пар, чётных и нечётных делителей останется поровну.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач VII тура, с которыми справитесь, не позднее 5 апреля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик»**.

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

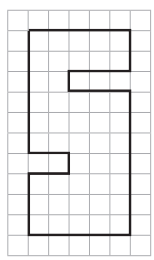
В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VII ТУР

31. В интернет-магазине доставка стоит 500 рублей, но при сумме заказа от 1500 рублей доставка бесплатна. Иван Иванович и Иван Никифорович заказали с доставкой одинаковые зонтики, но Ивану Никифоровичу в честь дня рождения сделали на товар скидку 10%. Каково же было удивление Ивана Никифоровича, когда он заплатил на 340 рублей больше, чем Иван Иванович. Сколько стоил зонтик?

32. Разрежьте «цифру 5» на рисунке по линиям сетки на 9 *различных* пятиклеточных частей (фигуры, которые можно совместить поворачиванием и переворачиванием, считаются равными).

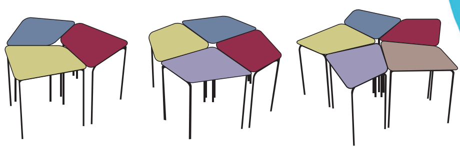


Авторы: Егор Бакаев (31, 35), Татьяна Корчемкина (32), Фёдор Нилов (33), Павел Кожевников (34)

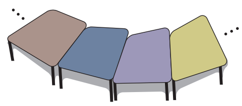
33. Можно ли покрасить все натуральные числа в три цвета так, чтобы сумма любых двух чисел разных цветов была бы покрашена в третий цвет?

34. Сколькими способами можно расставить в таблице 3×3 числа 1, 2,..., 9 (каждое по разу) так, чтобы суммы во всех строках и столбцах были нечётные?

35. В офис привезли много одинаковых четырёхугольных столов, у каждого стола все стороны разной длины. Оказалось, что и 3 таких стола, и 4, и 5 можно поставить по кругу, одинаковыми углами к центру, так чтобы между соседними столами не было зазора.



Сколько таких столов можно поставить по кругу, одинаковыми сторонами наружу и без зазоров между соседними столами? Укажите все варианты и докажите, что других нет.



Художник Николай Крутиков

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ ПЕРВОГО ЭТАПА НАШЕГО КОНКУРСА!

Победители: Карина Амиршадян, Иван Бирюков, Иван Босенко, Александра Васильева, Филипп Ганичев, Мария Голенищева, Алиса Елисеева, Артур Илаев, Дмитрий Кичатов, Назар Мелиханов, Иван Мешков, Константин Можаев, Елизавета Нестеренко, Михаил Николаев, София Пастухова, Степан Селютин, Мишель Скабелин, Тимур Скивко, Мария Ступник, Софья Суродейкина, Наталья Терехова, Дарина Токарева, Иван Трофимов, Севастьян Ушаков, Мелек Ханмагомедова, Пётр Черепанов, Елизавета Чернецкая, Елена Шукалова и кружки «Озарчата», «Лев», «Умники и умницы в математике», «М-6 профи», «Питон», «fraktaly1554».

Призёры: Валерий Бацазов, Матвей Габышев, Александр Говарухин, Елена Гришина, Николай Дорошев, Елизавета Игнатьева, Ахсартаг Илаев, Валерия Квочко, Юрий Киселев, Леонид Крепков, Егор Ланцов, Дмитрий Медведев, Владимир Медоев, Николь Миловская, Валерий Мирошников, Владислав Митузов, Мишель Мишин, Егор Мокеев, Полина Мухина, Сергей Немилов, Саша Погадаев, Игорь Порунов, Константин Рим, Наталия Савина, Глеб Сивков, Варвара Сидорова, Анастасия Соболева, Максим Телюков, Дарья Федотова, Василий Филимонов, Мираслава Шахова и кружок «Сигма».

УДАЧИ ВСЕМ В СЛЕДУЮЩИХ ЭТАПАХ И В ОБЩЕМ ГОДОВОМ ЗАЧЁТЕ!

Узники и две монетки

Тюремщик вызвал к себе двух узников и сказал:

«Я дам каждому из вас по монетке и посажу в отдельные камеры. По команде каждый подбросит монетку и попробует угадать, что выпало у другого – орёл или решка. Если хоть один угадает – я вас отпущу. Даю вам 5 минут посовещаться и развожу по камерам».

Монетка падает орлом и решкой случайно, так что предугадать, что выпадет, нельзя. Как же узникам сговориться, чтобы хоть кто-то из них угадал?

Художник Yustas

ISSN 2227-7986
9 772227 798237
23003