

А. Е. КАПЛЯНСКИЙ

**ВВЕДЕНИЕ
В ОБЩУЮ ТЕОРИЮ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН**



ГОСЭНЕРГОИЗДАТ 1941

Проф. А. Е. КАПЛЯНСКИЙ

ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ ТЕОРИЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1941 ЛЕНИНГРАД

96-1119

ЭЭ-20-5-4. Пр. ТКК № 25 от 31/XI 1940 г. Цена 3 р.

Редактор инж. А. Д. Смирнов Техредактор А. Д. Чаров

Сдано в производство 8/X 1940 г.
Формат бумаги $50 \times 91\frac{1}{16}$.
Тираж 2500 экз.
Колич. знаков в 1 печ. листе 38962.
Л69854

Подп. к печ. 14/XII 1940 г.
Изд. № 60 Печ. листов 6.
Учет.-авт. листов 5,76.
Учетный № 77:6.
Заказ № 3231.

13-я тип. ОГИЗа треста «Полиграфкнига». Москва, Денисовский, 30

ПРЕДИСЛОВИЕ

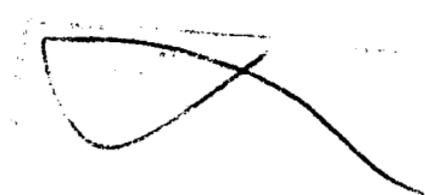
Настоящая работа является лишь введением в интересную и плодотворную область — общую теорию электрических машин.

Работа эта является диссертацией автора на степень доктора технических наук, защищенной в июне 1938 г.

В процессе работы и при подготовке книги к печати автор воспользовался ценными указаниями ряда лиц, которым он приносит глубокую благодарность. Особую благодарность автор приносит официальным оппонентам — акад. В. Ф. Миткевичу и проф. доктору технических наук А. Е. Алексееву, а также акад. Н. Д. Папалекси.

А. Е. Каплянский

Ленинград, ноябрь, 1940 г.



ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
I. Преобразование механической и электрической энергии	6
1. Уравнения движения Лагранжа	7
Кинетическая и потенциальная энергия в уравнениях Лагранжа	8
О применении уравнений Лагранжа к электрическим системам	15
2. Индуктивные системы	20
3. Емкостные системы	25
II. Индуктивные машины	33
1. Синхронная машина	35
Однофазная неявнополюсная машина	36
Однофазная явнополюсная машина	40
Трехфазная машина	46
2. Асинхронная машина	51
Однофазная машина с однофазным ротором	52
Однофазная машина с трехфазным ротором	53
Трехфазная машина	55
3. Параметрическая машина	60
4. Сравнение индуктивных машин	69
III. Емкостные машины	73
1. Теория обратных цепей в применении к индуктивным и емкостным машинам	75
2. Конструктивные формы емкостных машин	77
3. Синхронная машина	80
4. Асинхронная машина	83
5. Машины постоянного тока	84
6. Параметрическая машина	86
7. Сравнение и перспективы емкостных машин	89
Заключение	95
Литература	96

ВВЕДЕНИЕ

Современная электрическая машина является весьма совершенным механизмом; она обязана этим многим сотням теоретических и экспериментальных работ, которые непрерывно велись в течение всего столетия, протекшего с 1831 г., — года открытия Фарадеем закона электромагнитной индукции. Несмотря на это, теория электрических машин не является единой: каждый тип машин имеет свою специфическую теорию, наиболее удобную для изучения свойств этого класса машин. Чувствуется необходимость в создании общей теории электрических машин, из которой отдельные классы машин вытекали бы как частные случаи. Целый ряд авторов, в том числе русских (Л. 1, 2, 4, 6), делали попытки в этом направлении.

Совершенно естественно, что общая теория, являющаяся обобщением, решает вопросы лишь в первом приближении; при этом исчезает из поля зрения ряд отдельных частных и не учитываются вторичные явления. Общая теория не может претендовать на замену всех существующих частных теорий, вообще говоря удовлетворяющих запросам практики. Задача общей теории другая — помимо большой методической ценности она дает общую точку зрения на различные классы машин и позволяет произвести их сравнительную оценку. За последнее время, например, появились новые типы машин — так называемые параметрические машины; созданные физиками, они имеют своеобразную математическую теорию, затрудняющую их сравнение с нормальными машинами, которые подобной теории не имеют. За последние же годы появился интерес к емкостной машине, которая тоже нуждается в критической оценке.

Задачей настоящей работы является создание общей теории для всех классов электрических машин. С этой целью сначала выводятся общие условия преобразования механической

энергии в электрическую, а также условия обратного преобразования. Для этого используются уравнения Лагранжа второго рода, позволяющие получить уравнения напряжения или тока для всех цепей машин, а также уравнение для механической мощности вращающейся части машины. Эти уравнения в общем виде выводятся как для машин, использующих для своей работы магнитное поле (индуктивные машины), так и для машин с электрическим полем (емкостные машины). Затем из общих уравнений выводятся частные для отдельных основных классов индуктивных машин — синхронных, асинхронных и параметрических; на основании полученных результатов производится сравнение этих классов машин.

Из общих уравнений для емкостных машин выводятся частные случаи, показывающие возможность создания классов емкостных машин, аналогичных индуктивным — синхронных, асинхронных, параметрических и др. Производится их сравнение и делаются выводы о возможности их практического применения.

I. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Задачей настоящей главы является вывод условий преобразования одного вида энергии в другой — механической энергии в электрическую и обратного преобразования электрической энергии в механическую в основных двух электрических системах: 1) системе проводников с токами, которая может быть названа индуктивной системой, и 2) системе заряженных проводников, практически конденсаторов, которая может быть названа емкостной системой.

Для вывода этих условий по примеру Максвелла будут использованы уравнения движения Лагранжа второго рода, позволившие Максвеллу получить общую теорию электромагнитных явлений.

Развивая далее метод Максвелла, можно получить и условия, необходимые и достаточные для преобразования одного вида энергии в другой в индуктивных системах. Но для того чтобы можно было приложить уравнения Лагранжа и к емкостным системам, необходимо предварительно сделать несколько замечаний, которые автор не нашел в ряде просмотренных им курсов по механике. Ближайший раздел посвящен уравнениям Лагранжа и вопросу применения их для изучения электрических машин.

1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЛАГРАНЖА

Уравнения движения Лагранжа могут быть выведены из законов движения Ньютона. Наибольший интерес представляет вторая форма уравнений Лагранжа, устанавливающая связь между энергиями системы и обобщенными координатами — скоростями и силами, характеризующими состояние системы. Число обобщенных координат должно быть равно числу степеней свободы; выбор этих координат совершенно произволен, они должны быть независимы друг от друга и могут и не быть одной размерности. Обобщенные скорости являются производными по времени от обобщенных координат; физическая сущность и размерность обобщенных сил определяются тем, что их произведение на приращение соответствующей обобщенной координаты должно дать работу.

Таким образом из этих трех величин — координаты, скорости и силы — произвольным является выбор одной, остальные две определяются выбором первой.

Лагранж дал свои уравнения для связанной системы материальных точек; если положение системы определяется n геометрическими координатами при наличии m уравнений связи, число степеней свободы будет равно $s = n - m$; в этом случае движение всех точек системы будет определено s обобщенными координатами, по которым можно найти s обобщенных скоростей и s обобщенных сил.

В результате получается s частных уравнений движения вида¹

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial W}{\partial q_i} - \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i}.$$

Здесь q_i — обобщенная координата; $\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$ — обобщенная скорость; T — кинетическая энергия; W — потенциальная энергия; F — функция рассеяния, характеризующая мощность, теряемую системой безвозвратно; производная от нее по обобщенной скорости дает неконсервативную силу², принятую пропорциональной обобщенной скорости (частный случай, имеющий наибольший интерес).

Уравнения Лагранжа в таком виде были написаны для замкнутой системы, включающей как источник, так и прием-

¹ Вебстер, Механика материальных точек и т. д., 1933, § 36 и 37.

² То-есть силу, не имеющую потенциала (например, силу трения).

ник энергии. Удобно выделить изучаемую систему (например, электрическую машину); тогда остальную часть всей системы (для машины—сеть) надо учесть помощью внешних сил, приложенных к изучаемой системе.

Тогда уравнения Лагранжа получат вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (T - W)}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial (T - W)}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial F}{\partial q_i}.$$

Здесь T и W являются энергиями только изучаемой системы; $(T - W)$ — так называемая функция Лагранжа; Q_i — обобщенная приложенная сила.

Здесь можно ограничиться этими сведениями об уравнениях Лагранжа, так как вывод и разбор их имеется во всех курсах механики, и перейти к тем замечаниям, о которых говорилось выше.

Кинетическая и потенциальная энергия в уравнениях Лагранжа

Под кинетической энергией в классической механике понимается энергия движения (живая сила), зависящая от геометрических скоростей, под потенциальной энергией — энергия положения, зависящая от геометрических координат, но не зависящая от скоростей; при этом имеется в виду неподвижная система координат.

После подстановки в выражения для энергий взамен геометрических—обобщенных координат и скоростей, кинетическая энергия оказывается однородной квадратичной функцией обобщенных скоростей с коэффициентами, зависящими только от обобщенных координат, потенциальная же энергия — квадратичной функцией только обобщенных координат. Отсюда может быть сделан обратный вывод: если выбраны обобщенные координаты и получены выражения для энергий в функции этих координат и скоростей, то в уравнения Лагранжа должны быть подставлены в качестве кинетической энергии T — функция обобщенных координат и скоростей, в качестве потенциальной энергии W — функция обобщенных координат.

Если в качестве обобщенных координат будут выбраны геометрические координаты (длины или углы) и, следовательно, в качестве обобщенных скоростей — геометрические скорости (линейные или угловые), то функция T в действительности представит собой энергию движения, а функция W — энергию

положения; если же за обобщенные координаты будут приняты импульсы сил, следовательно, за обобщенные скорости — силы, функция T окажется энергией положения, функция W — энергией движения, т. е. кинетическая и потенциальная энергия поменяются местами; в этом последнем случае обобщенная сила физически будет скоростью и уравнение Лагранжа будет по существу не уравнением сил, а уравнением скоростей.

При работе механической системы энергия расходуется на внешнее и внутреннее трение и на сообщение системе кинетической и потенциальной энергии. Другими словами система и любая ее часть обладают свойствами трения, массы и упругости; но в большинстве случаев реальную систему можно заменить системой эквивалентной, каждая часть которой состоит из комбинации основных элементов — элемента трения, массы и упругости.

В качестве примера можно рассмотреть систему, состоящую из идеального резервуара энергии движения — материальной точки массы m , идеального резервуара энергии положения — невесомой пружины с коэффициентом гибкости f и элемента трения, который можно представить себе, как невесомый стержень внутри концентрической трубы со слоем вязкого масла между ними. Пусть их движение происходит по прямой линии в горизонтальной плоскости, благодаря чему потенциальная энергия массы относительно земли есть величина постоянная и может быть принята равной нулю.

На рассматриваемую систему воздействует горизонтальная внешняя сила k . Элементы системы могут быть соединены различным образом; в дальнейшем рассматриваются системы, изображенные на фиг. 1 и 2.

Здесь чрезвычайно удобно применить метод механических цепей, изложенный автором в другой работе¹. Этот метод принимает все основные элементы механических систем (источник силы, массу, пружину, элемент трения) имеющими два «конца» и образующими замкнутую механическую цепь; один «конец» массы, связанной силой инерции с неподвижной системой координат, принимается неподвижным, один конец источника силы в большинстве случаев тоже; кроме того могут быть закреплены другие точки системы. За перемещение и скорость всех элементов принимается относительное перемещение и скорость их концов.

¹ Каплянский, Расчет колебаний методом механических цепей.

В дальнейшем расстояние от начала координат (перемещение) обозначено через x , скорость — через v ; при этом абсолютные перемещения и скорости отдельных точек системы получают индекс — номер этих точек; перемещения и скорости отдельных элементов, равные разностям перемещений и скоростей их концов, обозначены индексами этих элементов — m для массы, f — для пружины и w для элемента трения.

Внешняя сила обозначена через k , силы элементов той же буквой с их индексами. Сила пружины пропорциональна ее перемещению и обратно пропорциональна гибкости:

$$k_f = \frac{1}{f} x_f.$$

Сила трения принимается пропорциональной скорости при коэффициенте трения w :

$$k_w = wv_w.$$

Импульс силы массы равен количеству движения (начальная скорость принята равной нулю):

$$p_m = \int k_m dt = mv_m.$$

Тогда для энергии массы A_m и пружины A_f получатся следующие выражения:

$$A_m = \frac{1}{2} mv_m^2 = \frac{1}{2m} p_m^2,$$

$$A_f = \int k_f dx_f = \int k_f d(fk_f) = \frac{1}{2} fk_f^2 = \frac{1}{2f} x_f^2.$$

Как показывается в механике, функция рассеяния равна половине потери энергии в единицу времени; следовательно, она равна

$$P = \frac{1}{2} k_w v_w = \frac{1}{2} wv_w^2 = \frac{1}{2w} k_w^2.$$

При применении уравнений Лагранжа не к обычно рассматриваемой в механике системе из материальных точек, являющихся каждая резервуаром обоих видов энергии, а к системе, состоящей из отдельных резервуаров энергии, удобно в качестве обобщенной координаты выбрать величину, общую для всех составных частей системы. Тогда, если за обобщенную координату (q) взять x , и, следовательно, обобщенная

скорость (\dot{q}) равна $\dot{x} = v$, то в качестве функции T должна быть подставлена энергия движения $A_m = \frac{1}{2} m v^2$, а в качестве функции W —энергия положения $A_f = \frac{1}{2f} x^2$; таким образом T будет действительной кинетической энергией, W —потенциальной; обобщенной силой в данном случае будет действительная сила k .

Если же за обобщенную координату q принять импульс силы p , то обобщенная скорость \dot{q} будет равна $\dot{p} = k$, $T = A_f = \frac{1}{2} f k^2$,

$W = A_m = \frac{1}{2m} p^2$ и физически T окажется потенциальной энергией, а W —кинетической; обобщенной силой будет скорость v .

Если рассматриваемые элементы соединены так, как показано на фиг. 1, а, скорость всех элементов системы одинакова, внешняя сила равна сумме сил, приложенных к элементам—налицо параллельное соединение в механической цепи (фиг. 1, б).

В этом случае за обобщенную координату q удобно выбрать одинаковое для всех элементов перемещение x свободного конца; обобщенной скоростью \dot{q} будет действительная скорость v , равная относительной скорости концов всех трех элементов, обобщенной силой Q будет действительная сила k .

Тогда

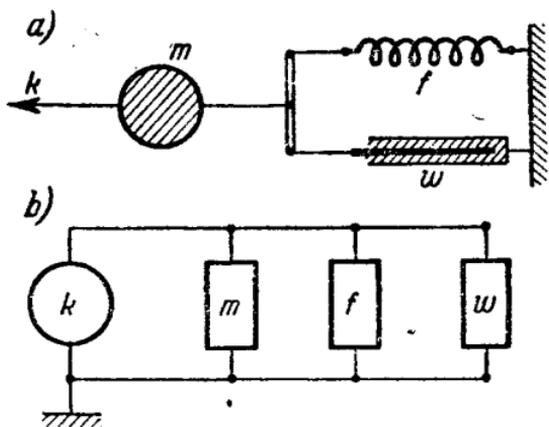
$$T = \frac{m v^2}{2}; \quad W = \frac{1}{2f} x^2; \quad F = \frac{1}{2} w v^2$$

и уравнение Лагранжа дает уравнение сил:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\frac{m v^2}{2} - \frac{x^2}{2f} \right)}{\partial v} - \frac{\partial \left(\frac{m v^2}{2} - \frac{x^2}{2f} \right)}{\partial x} = k - \frac{\partial \left(\frac{1}{2} w v^2 \right)}{\partial v}.$$

После дифференцирования

$$m \dot{v} + \frac{x}{f} + w v = k_m + k_f + k_w = k.$$



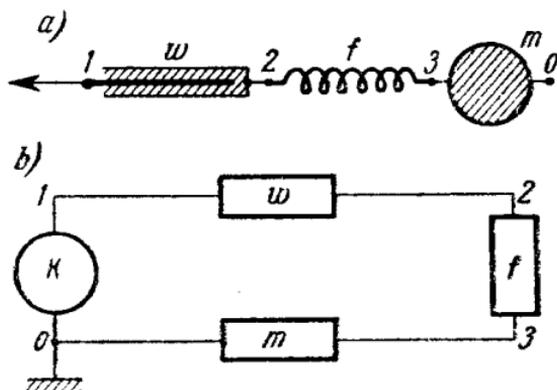
Фиг. 1.

Отсюда при заданной внешней силе k можно найти перемещение x , скорость v и силы всех трех элементов.

Если элементы соединены по фиг. 2, а, то будут одинаковы силы, приложенные ко всем трем элементам и равные внешней силе. Сумма скоростей элементов системы:

$$v_w + v_f + v_m = (v_1 - v_2) + (v_2 - v_3) + (v_3 - v_0) = v_1 - v_0 = v$$

равна скорости внешнего источника энергии — налицо последовательное соединение (фиг. 2, б). Тогда при желании рассмотреть всю систему как одно целое, за обобщенную координату q удобно принять импульс силы $p = \int k dt$; обобщен-



Фиг. 2.

ной скоростью \dot{q} будет сила $k = \dot{p}$, обобщенной силой Q — скорость v . Тогда

$$T = \frac{fk^2}{2}; \quad W = \frac{1}{2m} p^2; \quad F = \frac{1}{2w} k^2$$

и уравнение Лагранжа дает уравнение скоростей:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\frac{fk^2}{2} - \frac{p^2}{2m} \right)}{\partial k} - \frac{\partial \left(\frac{fk^2}{2} - \frac{p^2}{2m} \right)}{\partial p} = v - \frac{\partial \left(\frac{1}{2w} k^2 \right)}{\partial k}.$$

После дифференцирования

$$f\dot{k} + \frac{p}{m} + \frac{k}{w} = v.$$

После подстановки значений отдельных членов

$$f\dot{k} = f \left(\frac{1}{f} \dot{x}_f \right) = v_f; \quad \frac{p}{m} = \frac{mv_m}{m} = v_m; \quad \frac{k}{w} = v_w$$

$$v = v_f + v_m + v_w.$$

Отсюда при заданной скорости v внешнего источника можно найти силу k , скорости и перемещения всех трех элементов.

И в этом случае можно было бы выбрать те же обобщенные координаты и скорости, как и в первом случае ($q = x$; $\dot{q} = \dot{x} = v$). Но так как перемещения всех трех элементов неодинаковы, придется выбрать три обобщенных координаты, например, x_1 , x_2 и x_3 — перемещения точек 1, 2 и 3 на фиг. 2, a и 2, b ; при этом обобщенными скоростями будут скорости этих точек: v_1 , v_2 и v_3 . Тогда

$$T = \frac{1}{2} m (v_3 - v_0)^2; \quad W = \frac{1}{2f} (x_2 - x_3)^2; \quad F = \frac{1}{2} w (v_1 - v_2)^2.$$

Для решения задачи должны быть составлены три уравнения Лагранжа; это будут уравнения сил:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \left[\frac{1}{2} m (v_3 - v_0)^2 - \frac{1}{2f} (x_2 - x_3)^2 \right]}{\partial v_i} - \frac{\partial \left[\frac{1}{2} m (v_3 - v_0)^2 - \frac{1}{2f} (x_2 - x_3)^2 \right]}{\partial x_i} = Q_i - \frac{\partial \left[\frac{1}{2} w (v_1 - v_2)^2 \right]}{\partial v_i}.$$

Для точки 1 внешняя сила $Q_1 = k$ и уравнение Лагранжа дает при дифференцировании по v_1 и x_1 :

$$0 = k - w (v_1 - v_2); \quad k = w (v_1 - v_2) = w v_w = k_w.$$

Для точки 2 внешняя сила $Q_2 = 0$, $v_i = v_2$ и $x_i = x_2$; тогда

$$\frac{x_2 - x_3}{f} = w (v_1 - v_2) \quad \text{или} \quad k_f = k_w = k.$$

Для точки 3 внешняя сила $Q_3 = 0$, $v_i = v_3$ и $x_i = x_3$; тогда

$$m (\dot{v}_3 - \dot{v}_0) - \frac{x_2 - x_3}{f} = 0 \quad \text{или} \quad k_m = k_f = k.$$

В результате могут быть определены перемещения и скорости всех трех подвижных точек системы. Противоречия с первым решением нет, так как тогда считалась заданной относительная скорость внешнего источника ($v = v_1 - v_0$, фиг. 2, b) и определялись также относительные перемещения

и скорости всех трех элементов; теперь три уравнения при заданной силе позволяют определить абсолютные перемещения и скорости точек 1, 2 и 3.

Можно легко показать, что уравнение скоростей и система уравнений сил совпадают. Как видно из предыдущего, уравнение скоростей распадается на три уравнения, дающие выражения скоростей через силы:

$$v_f = fk; \quad v_m = \frac{1}{m} \int k dt; \quad v_w = \frac{1}{w} k.$$

Отсюда силы могут быть выражены через скорости:

$$k = \frac{1}{f} \int v_f dt = \frac{1}{f} \int dx_f = \frac{x_f}{f} = \frac{x_2 - x_3}{f};$$

$$k = m \frac{dv_m}{dt} = m \frac{d(v_3 - v_0)}{dt} = m (\dot{v}_3 - \dot{v}_0);$$

$$k = wv_w = w(v_1 - v_2).$$

Получилась система уравнений сил, совпадающая с выведенной ранее, т. е. уравнения сил и уравнения скоростей совпадают; очевидно, что применение уравнения скоростей скорее ведет к цели, чем решение системы уравнений сил.

Правда, уравнение скоростей позволяет найти лишь относительную скорость концов, уравнения же сил — перемещения концов и их абсолютные скорости, но так как приведенные соображения будут применены для электрических систем, где относительным скоростям (разностям скоростей концов) будут соответствовать напряжения¹ (разности потенциалов), определение их полностью решит задачу.

Таким образом механическая система фиг. 2 была исследована двумя способами — в первом случае за обобщенную координату был принят импульс силы, во втором — перемещение; в результате при применении уравнений Лагранжа во втором случае функцией T оказалась энергия кинетическая, функцией W — потенциальная; в первом же случае кинетическая и потенциальная энергии поменялась местами. Применение обоих способов дало правильный результат; следовательно, на этом примере показана правильность выказанного выше положения о том, что физическая сущность функций T и W определяется выбором обобщенных координат.

¹ Каплянски й, Электромеханические аналогии и их развитие, Известия ЛЭТИ, вып. XX, 1937.

О применении уравнений Лагранжа к электрическим системам

При выводе своих уравнений Лагранж имел в виду механические системы. „Естественными“ координатами, характеризующими такие системы, являются геометрические координаты. Идея Лагранжа замечательна тем, что она позволяет характеризовать систему не только „естественными“, но и „обобщенными“ координатами другой физической сущности.

Механическую систему характеризуют два вида энергии — энергия положения и энергия движения; электрическую систему — энергия магнитного поля („индуктивная“ энергия) и энергия электрического поля («емкостная» энергия).

Рассеянию энергии в механической системе, например при трении, соответствуют джоулевы потери в сопротивлениях электрической системы.

Такая аналогия между энергиями механических и электрических систем заставляет предполагать, что основные энергетические соотношения — начало Гамильтона и уравнения Лагранжа, выведенные для механических систем, имеют общий характер и применимы для систем с другими видами энергии.

Заслуга Максвелла заключается в том, что он применил уравнения Лагранжа, написанные для механических систем, к системам, которые характеризуются наличием энергии не только механической, но и энергий другой природы, принципиально не сводимых к механическим энергиям, например, энергии индуктивной.

В ряде параграфов своего «Трактата об электричестве и магнетизме» Максвелл приводит соображения в обоснование кинетического характера энергии электрического тока; в заключение он пишет (§ 570):

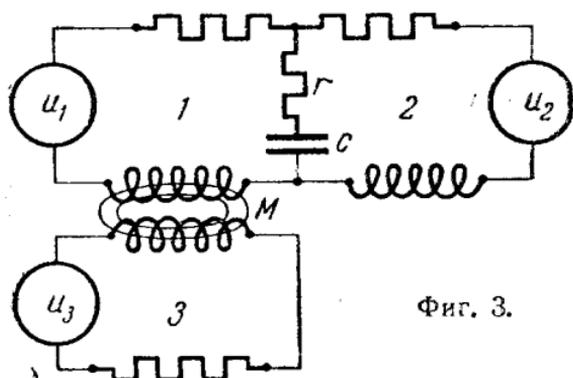
„Мы, таким образом, знаем достаточно об электрическом токе, чтобы признать в системе материальных проводников, несущих токи, динамическую систему, которая является вмещителем энергии частью кинетической, частью потенциальной.

Мы ничего не знаем о природе связей, которые существуют между частями этой системы; но мы имеем в динамике методы исследования, которые не требуют знания механизма системы (т. е. уравнения Лагранжа), и мы применим их к этому случаю“.

Электрические процессы принципиально не могут быть сведены к механическим, поэтому доказательство кинетиче-

ского характера индуктивной энергии или потенциального характера емкостной энергии невозможно. Но, как было показано выше, для применения уравнений Лагранжа совершенно несущественно, имеет ли тот или иной вид энергии физически потенциальный или кинетический характер.

В качестве обобщенных координат Максвелл выбрал «естественные» координаты. Очевидно, что естественными координатами для неподвижной системы проводников с токами будут токи (или импульсы токов — количества электричества —



Фиг. 3.

$\int i dt$), для неподвижной системы с заряженными конденсаторами — напряжения (или импульсы напряжения — $\int u dt$), для подвижных систем с токами и зарядами — геометрические и электрические координаты.

Число уравнений Лагранжа равно числу степеней свободы системы; поэтому необходимо разобрать вопрос о числе степеней свободы электрических систем.

В общем случае электрическая система состоит из ряда электрических цепей, причем отдельные цепи могут быть связаны между собой кондуктивно и индуктивно. Так, на фиг. 3 цепь 1 связана с цепью 2 кондуктивно, имея общую ветвь, состоящую из сопротивления r и емкости C , цепь же 1 связана с цепью 3 индуктивно через взаимную индуктивность M .

Индуктивную связь всегда можно заменить эквивалентной кондуктивной связью. Так, например, напряжения и токи системы фиг. 4 связаны следующими двумя уравнениями:

$$u_1 = i_1 r_1 + \frac{d(l_1 i_1)}{dt} + \frac{d(mi_2)}{dt};$$

$$u_2 = i_2 r_2 + \frac{d(l_2 i_2)}{dt} + \frac{d(mi_1)}{dt}.$$

Уравнения написаны для общего случая, когда индуктивности и взаимдуктивности переменны; поэтому они обозначены малыми буквами. Эти уравнения могут быть преобразованы прибавлением и вычитанием величин $\frac{d(mi_1)}{dt}$ для

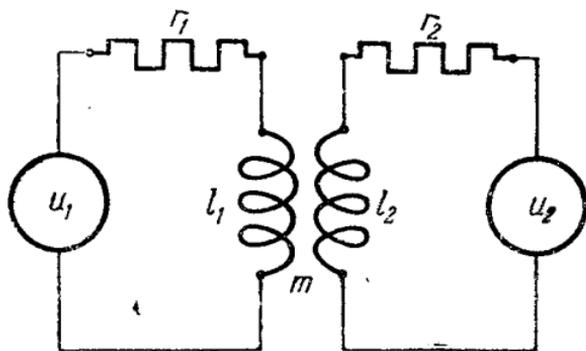
первого и $\frac{d(mi_2)}{dt}$ для второго:

$$u_1 = i_1 r_1 + \frac{d(l_1 i_1)}{dt} + \frac{d(mi_2)}{dt} + \frac{d(mi_1)}{dt} - \frac{d(mi_1)}{dt} =$$

$$= i_1 r_1 + \frac{d[(l_1 - m)i_1]}{dt} + \frac{d[m(i_1 + i_2)]}{dt};$$

$$u_2 = i_2 r_2 + \frac{d(l_2 i_2)}{dt} + \frac{d(mi_1)}{dt} + \frac{d(mi_2)}{dt} - \frac{d(mi_2)}{dt} =$$

$$= i_2 r_2 + \frac{d[(l_2 - m)i_2]}{dt} + \frac{d[m(i_1 + i_2)]}{dt}.$$



Фиг. 4.

Точно такие же соотношения между напряжениями и токами могут быть написаны для системы с кондуктивной связью, изображенной на фиг. 5, если принять за положительные указанные там направления токов; следовательно, эта система с кондуктивной связью эквивалентна системе с индуктивной связью фиг. 4.

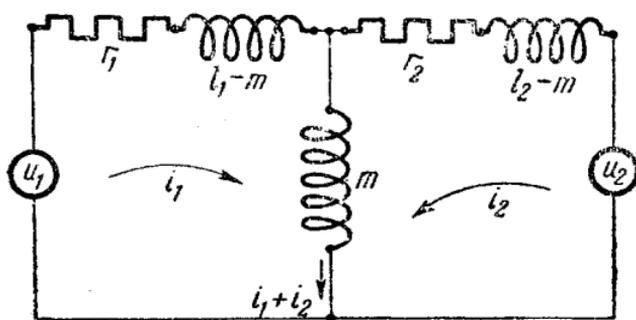
В результате после замены всех индуктивных связей эквивалентными кондуктивными любая система получает вид схемы, состоящей из ряда узлов и соединяющих их сторон; в качестве примера на фиг. 6 изображена подобная схема. Каждая схема может быть разбита на ряд элементарных ячеек (контуров), причем некоторые стороны принадлежат двум контурам; они и создают кондуктивную связь контуров между

собой. На фиг. 6 контуры перенумерованы арабскими цифрами; всего их 7.

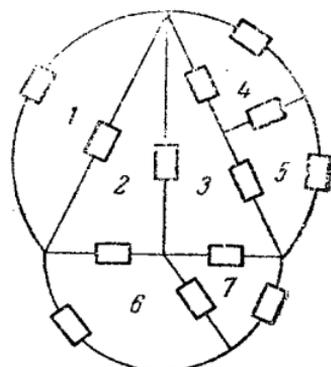
В топологии¹ доказывається, что число элементарных контуров равно $n - m + 1$, где n — число сторон, m — число узлов.

Так, для фиг. 6 $n = 13$, $m = 7$ и число контуров равно:
 $13 - 7 + 1 = 7$.

При заданных напряжениях (э. д. с.) и параметрах системы поведение ее будет полностью определено силами токов во



Фиг. 5.



Фиг. 6.

всех сторонах (ветвях) схемы. Таким образом необходимо определить эти токи; число их равно числу сторон n . Это и есть координаты, определяющие систему.

Как известно, токи связаны между собой первым законом Кирхгофа. Так как система имеет m узлов, то первый закон Кирхгофа позволит составить m уравнений, связывающих токи системы. Но из них только $m - 1$ уравнений будут независимыми, последнее же уравнение будет следствием предыдущих². Поэтому рассматриваемая система будет иметь $m - 1$ уравнений связи, а число степеней свободы ее будет равно
 $s = n - (m - 1) = n - m + 1$.

Для определения всех токов системы нужно составить еще s уравнений на основании второго закона Кирхгофа. Оба закона Кирхгофа полностью определяют состояние системы; отсюда вытекает, что по второму закону можно составить только s

¹ Poincaré, Analysis situs. „Journal de l'école polytechnique“, 1895, стр. 1—123.

² Доказательство у Poincaré, Op. cit.

независимых уравнений. Решение системы из n уравнений ($m - 1$ по первому закону, s по второму закону Кирхгофа) даст искомые токи системы.

Для решения задачи может быть предложен другой метод. Из предыдущего видно, что число элементарных контуров системы равно числу ее степеней свободы. Поэтому в качестве обобщенных координат можно выбрать „контурные“ токи; эти токи будут действительно идти по наружным сторонам схемы; по общим сторонам пойдут токи, равные разности смежных контурных токов, если считать положительным всюду одинаковое направление контурных токов (например, по часовой стрелке).

Для определения этих s токов могут быть составлены s независимых уравнений по второму закону Кирхгофа, применяемому для каждого контура в отдельности. Так, например, для системы с постоянными параметрами для синусоидальных напряжений одной частоты, уравнения могут быть написаны в символическом виде:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_{11} - \dot{I}_2 Z_{12} - \dots - \dot{I}_s Z_{1s};$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_1 Z_{21} - \dot{I}_2 Z_{22} - \dots - \dot{I}_s Z_{2s};$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\dot{U}_s = \dot{I}_1 Z_{s1} - \dot{I}_2 Z_{s2} - \dots - \dot{I}_s Z_{ss}.$$

Здесь U_k — напряжение источника, включенного в контур k , Z_{kk} — полное сопротивление этого контура, $Z_{kl} = Z_{lk}$ — полное сопротивление стороны, общей для контуров k и l . Из этих уравнений могут быть определены контурные токи, а по ним действительные токи сторон схемы.

Интересно отметить, что метод контурных токов введен в электротехнику Максвеллом, предложившим применить уравнения Лагранжа в электродинамике.

В результате число обобщенных координат неподвижной электрической системы, равное числу степеней свободы, будет равно числу контуров этой системы и нумерация координат совпадает с нумерацией контуров.

Если система подвижна и каждый контур движется самостоятельно, то число степеней свободы системы возрастает; если, как это обычно бывает в электрических машинах, каждый контур имеет одну (механическую) степень свободы, число независимых координат, характеризующих систему,

должно быть равно $2s$; каждый контур будет охарактеризован одной электрической и одной геометрической координатой и нумерация их совпадает с нумерацией контуров.

2. ИНДУКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

Для характеристики индуктивной системы, т. е. системы, состоящей из проводников с токами, Максвелл выбрал два рода обобщенных координат — геометрические и электрические. Геометрические координаты определяют положение отдельных контуров системы; поскольку в любой электрической машине каждый контур обычно имеет лишь одну степень свободы, его характеризует одна геометрическая координата; для обмотки вращающейся части машины, например, за обобщенную геометрическую координату естественно выбрать угол поворота ротора.

Обобщенной скоростью будет производная по времени от обобщенной координаты; для примера вращающейся машины обобщенной скоростью будет угловая скорость. Обобщенной силой, соответствующей геометрической координате, будет величина, определяемая, как сказано выше, из того условия, что ее произведение на приращение обобщенной координаты должно дать работу. Для взятой в качестве примера вращающейся машины обобщенной силой окажется момент вращения.

В результате каждый контур будет иметь одну обобщенную геометрическую координату, скорость и силу и нумерация их совпадет с нумерацией контуров.

В качестве обобщенных электрических координат Максвелл выбрал количества электричества q_1, q_2, \dots, q_n , протекшие через поперечное сечение проводников, начиная от некоторого начального момента времени. Обобщенными скоростями будут тогда производные от количеств электричества по времени, т. е. токи контуров:

$$\frac{dq_1}{dt} = \dot{q}_1 = i_1; \quad \frac{dq_2}{dt} = \dot{q}_2 = i_2; \quad \dots; \quad \frac{dq_n}{dt} = \dot{q}_n = i_n.$$

Обобщенной силой, соответствующей выбранной обобщенной электрической координате, будет напряжение (э. д. с.) u , так как произведение напряжения на приращение количества электричества ($u dq$) дает работу.

Энергия системы состоит из суммы механической энергии и электрической энергии¹.

¹ Энергия, имеющая конечное значение только при одновременном изменении и геометрических и электрических координат (пондеро-электрокинетическая энергия), практически может быть принята равной нулю. (Миткевич, Физические основы электротехники.)

Механическая энергия — это энергия весомых масс проводников системы, она не связана с установившимися электрическими процессами, происходящими в системе и в дальнейшем не рассматривается.

Электрическая энергия системы в данном случае является энергией магнитных полей, образованных токами системы; как известно из теоретической электротехники, она равна

$$T = \frac{1}{2} l_{ab} i_a i_b^1.$$

Здесь суммирование происходит по двум значкам; значки указывают номер контура. Когда значки равны между собой ($a = b$), коэффициенты выражения энергии представляют собой индуктивности (коэффициенты самоиндукции) отдельных контуров; когда значки не равны ($a \neq b$), коэффициенты являются взаимными индуктивностями (коэффициентами взаимной индукции) отдельных пар контуров. Например, для двух контуров

$$T = \frac{1}{2} l_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} l_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2} l_{21} i_2 i_1 + \frac{1}{2} l_{22} i_2^2;$$

l_{11} есть индуктивность первого контура, обычно обозначаемая одним значком — l_1 ; l_{22} — индуктивность второго контура — l_2 ; $l_{12} = l_{21}$ — взаимная индуктивность, обычно обозначаемая буквой m ; тогда

$$T = \frac{1}{2} l_1 i_1^2 + m i_1 i_2 + \frac{1}{2} l_2 i_2^2.$$

¹ В дальнейшем, в целях упрощения записей, в математических формулах опущен знак суммирования в тех случаях, когда индекс, по которому производится суммирование, встречается дважды; при этом таких пар индексов может быть сколько угодно. Например, сумма

$$\sum_{i=1}^{i=s} a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_s b_s$$

будет записана так: $a_i b_i$; сумма

$\sum_{i=1}^{i=s} \sum_{k=1}^{k=s}$

$$\sum_{i=1}^{i=s} \sum_{k=1}^{k=s} A_{ik} a_i b_k = A_{11} a_1 b_1 + A_{21} a_2 b_1 + \dots + A_{s1} a_s b_1 + A_{12} a_1 b_2 +$$

$+ A_{22} a_2 b_2 + \dots + A_{s2} a_s b_2 + \dots + A_{ss} a_s b_s$ — всего s^2 членов — будет записана так: $A_{ik} a_i b_k$.

Если имеется уравнение и какой-либо индекс стоит и в правой и в левой части, по этому индексу суммирование не производится. Например, в правой части выражения $c_i = a_i b_i$ стоит одночлен, так как суммирование по индексу i не производится; в выражении $c_k = A_{ik} a_i b_k$ суммирование производится только по индексу i .

Величины индуктивностей и взаимоиндуктивностей зависят от геометрических координат, т. е. от размеров и формы контуров и от их взаимного расположения; при наличии ферромагнитных сердечников эти коэффициенты из-за явлений насыщения и гистерезиса зависят от величин токов, а из-за реактивного влияния токов Фуко, возникающих в железе и пропорциональных скорости вращения, — от геометрических скоростей.

Таким образом, электрическая энергия системы контуров с токами является функцией обобщенных геометрических координат и обобщенных электрических и геометрических скоростей. Поэтому при подстановке в уравнения Лагранжа индуктивная энергия должна рассматриваться как кинетическая энергия. Так как другой электрической энергии нет, функция Лагранжа $T - W$ становится равной кинетической энергии T .

Уравнения Лагранжа безусловно решаются лишь в случае, когда энергии системы выражаются однородными квадратичными функциями, в частности, когда кинетическая энергия является квадратичной функцией обобщенных скоростей с коэффициентами, зависящими от координат. В исследуемом же случае индуктивности — коэффициенты при квадратичных функциях электрических скоростей (токов) — зависят не только от координат, но и от геометрических и электрических скоростей. Поэтому придется пойти на ограничения, которые всегда вводят при аналитическом исследовании электрических машин, а именно пренебречь явлением насыщения и гистерезиса и реактивным влиянием токов Фуко, т. е. считать, что все индуктивности l_{ab} являются функциями только обобщенных геометрических координат и не зависят от обобщенных геометрических и электрических скоростей.

Можно было бы поставить себе задачу исследования возможности применения уравнений Лагранжа и для случая, когда индуктивности l_{ab} являются функциями и координат и скоростей, тем более, что аналогичная задача решается в теории относительности для переменной массы; но так как учет зависимости индуктивности от тока все равно приводит к практически непреодолимым математическим затруднениям, от этого пути следует отказаться и пойти на указанные выше упрощения.

В уравнения Лагранжа входит функция рассеяния, характеризующая энергию, безвозвратно теряемую системой. Функция рассеяния равна половине потери энергии, рассчитанной на

единицу времени; если пренебречь потерями в железе или заменить их потерями в эквивалентном сопротивлении, функция рассеяния будет равна половине мощности, расходуемой на джоулево тепло:

$$F = \frac{1}{2} i_k^2 r_k .$$

Рассеяние механической энергии связано с трением, которое должно быть учтено при изучении чисто механических явлений, поэтому здесь оно не учитывается.

В соответствии с двумя видами обобщенных координат — геометрическими и электрическими, характеризующими механические процессы (вызванные электрическими процессами) и электрические процессы, в системе будут иметь место два вида обобщенных сил — силы механические и силы электрические; первые могут быть получены из уравнений Лагранжа при взятии производных по геометрическим координатам и скоростям, вторые — по электрическим координатам и скоростям. Так как рассматриваемые здесь механические силы являются следствием электрических процессов, они в дальнейшем получают название „электромеханических“ сил; обычные механические силы, являющиеся следствием механических процессов, происходящих во всякой системе, состоящей из весомых масс, здесь не рассматриваются.

В результате уравнения Лагранжа распадутся на две группы: на уравнения электромеханических сил и на уравнения электродвижущих сил. В правой части уравнений Лагранжа стоит внешняя сила; внешняя электродвижущая сила в настоящей работе во избежание путаницы с электродвижущими силами, возникающими в самом контуре, именуется (приложенным) напряжением; поэтому вторая группа уравнений Лагранжа в дальнейшем именуется уравнениями напряжения.

Для геометрических координат принято обозначение h , для электрических, как указано выше, q , для внешних сил электромеханических k , для напряжений u ; значок всюду указывает на номер контура. Тогда уравнения Лагранжа дают для любого контура № k :

Уравнение электромеханических сил:

$$k_k = \frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\frac{1}{2} l_{ab} i_a i_b \right)}{\partial \dot{h}_k} - \frac{\partial \left(\frac{1}{2} l_{ab} i_a i_b \right)}{\partial h_k} = - \frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial l_{ab}}{\partial h_k} .$$

Уравнение напряжений:

$$u_k = \frac{\partial \left(\frac{1}{2} i_k^2 r_k \right)}{\partial i_k} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\frac{1}{2} l_{ab} i_a i_b \right)}{\partial i_k} - \frac{\partial \left(\frac{1}{2} l_{ab} i_a i_b \right)}{\partial q_k} = \\ = i_k r_k + l_{ka} \frac{di_a}{dt} + i_a \frac{dl_{ka}}{dt}.$$

(В это уравнение вместо \dot{q}_k подставлено i_k .)

В уравнения электромеханических сил в правую часть вошли все индуктивности (суммирование происходит по обоим значкам), так как они все зависят от положения любого контура, если последний содержит железо в явнополюсном виде; в уравнение напряжений в правую часть вошли индуктивности, связанные с исследуемым контуром k (суммирование только по одному значку); производные по электрической координате и геометрической скорости равны нулю, так как энергия системы от них не зависит.

Два последних члена уравнения напряжения дают те составляющие последнего, которые уравнивают э. д. с. контура; эти два члена, взятые с обратным знаком, дают э. д. с. контура.

Умножением этих уравнений соответственно на геометрическую и электрическую скорости могут быть получены уравнения мгновенных мощностей для контура k .

Уравнение электромеханических мощностей:

$$P_{Mk} = k_k \frac{dh_k}{dt} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial l_{ab}}{\partial h_k} \frac{dh_k}{dt}.$$

Уравнение электрических мощностей:

$$P_{Ek} = u_k i_k = i_k^2 r_k + l_{ka} i_k \frac{di_a}{dt} + i_k i_a \frac{dl_{ka}}{dt}.$$

Из этих уравнений и могут быть сделаны основные выводы о преобразовании электрической и механической энергии.

1. Отдельные контуры системы могут развивать или поглощать электрическую мощность в следующих случаях (случай, когда мощность расходуется только в активном сопротивлении, исключается):

1. При постоянных индуктивностях и, следовательно, неподвижных контурах — только при переменных токах (случай трансформатора), так как при постоянных токах электрическая мощность в этом случае делается равной нулю.

2. При постоянных токах только при переменных индуктивностях и, следовательно, при подвижных контурах (случай синхронной машины или машины постоянного тока), так как

при постоянных индуктивностях и электромеханическая и электрическая мощность в этом случае обращаются в нуль.

3. При переменных токах и при переменных индуктивностях, т. е. при подвижных контурах (случай асинхронной машины).

II. Отдельные контуры системы могут развивать или поглощать электромеханическую мощность только при переменных индуктивностях, т. е. при подвижных контурах, так как в противном случае электромеханическая мощность обращается в нуль.

III. Противоположный знак у электромеханической и электрической мощностей указывает на возможность перехода электрической энергии в механическую и наоборот. В связи с положением, высказанным выше, переход энергии из одного вида в другой возможен только при переменных индуктивностях.

Таким образом, всякая электрическая машина—генератор или двигатель, осуществляющая такое преобразование, представляет собой не что иное, как ту или иную переменную индуктивность. Например, в синхронной неявнополюсной машине и асинхронной машине постоянными являются индуктивности обмоток статора и ротора и переменной—взаимная индуктивность, в явнополюсной синхронной машине—индуктивность обмотки статора также переменна; в реактивной машине, имеющей обмотку на статоре и явнополюсный железный ротор—переменная индуктивность статора.

3. ЕМКОСТНЫЕ СИСТЕМЫ

Емкостными системами могут быть названы системы, состоящие из электрически заряженных проводников, предназначенные для преобразования механической энергии в электрическую и наоборот. Для этого система должна быть разбита на пары проводников, образующих конденсаторы, причем обкладки каждого такого конденсатора соединены между собой электрически.

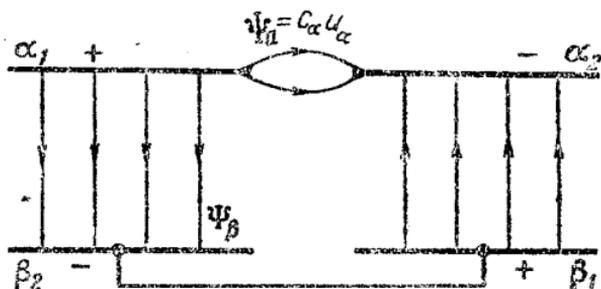
Например, в простейшем емкостном генераторе обкладки одного конденсатора приключены к постороннему источнику напряжения и создают поле возбуждения; другой конденсатор замкнут на сопротивление нагрузки и играет роль якоря машины.

Благодаря электрическому соединению заряды обоих проводников, составляющих конденсатор, равны между собой и обратны по знаку, если даже электрические поля этих конденсаторов накладываются полностью или частично друг на

друга. В дальнейшем под емкостными системами понимаются системы, состоящие из заряженных конденсаторов.

В случае если поля отдельных заряженных конденсаторов накладываются друг на друга, целесообразно ввести понятие „взаимоемкости“, аналогичное понятию взаимоиндуктивности для случая наложения магнитных полей проводников, обтекаемых током.

Для двух конденсаторов, состоящих из пластин α_1, α_2 и β_1, β_2 , при приключении одного из них (α_1, α_2) на напряжение (u_α) и электрическом соединении пластин другого конденсатора (β_1, β_2), получится изображенная на фиг. 7 картина электрического поля.



Фиг. 7.

Если считать, что каждая силовая линия электрического поля соединяет положительную и отрицательную единицы заряда, заряд конденсатора q будет численно равен его силовому потоку Ψ :

$$q = \Psi.$$

Тогда поток конденсатора α_1, α_2

$$\Psi_\alpha = q_\alpha = c_\alpha u_\alpha,$$

где c_α — емкость конденсатора α_1, α_2 . Поток конденсатора β_1, β_2 будет также пропорционален напряжению u_α :

$$\Psi_\beta = q_\beta = b u_\alpha.$$

Коэффициент пропорциональности b может быть назван взаимоемкостью, численно равной потоку системы β_1, β_2 при напряжении на конденсаторе α_1, α_2 , равном единице.

В случае если оба конденсатора включены на напряжения (u_α и u_β), картину поля линейной системы можно получить наложением полей, полученных при приключении к своему напряжению каждого конденсатора в отдельности и электрическом соединении пластин второго. Картина наложения по-

лей ясна из фиг. 8, на которой показаны поля, образуемые отдельно напряжениями U_α и U_β , а также результирующее поле.

Тогда потоки конденсаторов $\alpha_1\alpha_2$ и $\beta_1\beta_2$ при наличии только напряжения U_α

$$\Psi'_\alpha = c_\alpha U_\alpha; \quad \Psi'_\beta = b U_\alpha;$$

аналогично, только при напряжении U_β

$$\Psi''_\alpha = b U_\beta; \quad \Psi''_\beta = c_\beta U_\beta,$$

где c_β — емкость конденсатора $\beta_1\beta_2$.

Результирующие потоки

$$\Psi_\alpha = \Psi'_\alpha + \Psi''_\alpha = c_\alpha U_\alpha + b U_\beta;$$

$$\Psi_\beta = \Psi'_\beta + \Psi''_\beta = c_\beta U_\beta + b U_\alpha.$$

Картина распределения электрических потоков аналогична картине распределения магнитных потоков в системе из двух проводников α и β , обтекаемых токами i_α и i_β , показанной на фиг. 9. Пользуясь обозначениями этого чертежа, можно написать для магнитных потоков:

$$\Psi_\alpha = l_\alpha i_\alpha + m i_\beta;$$

$$\Psi_\beta = l_\beta i_\beta + m i_\alpha.$$

Эти уравнения обычно переписывают иначе, вводя индуктивности рассеяния

$$l_{\alpha s} = l_\alpha - m \quad \text{и} \quad l_{\beta s} = l_\beta - m.$$

Тогда

$$\Psi_\alpha = l_{\alpha s} i_\alpha + m (i_\alpha + i_\beta) = \Psi_{\alpha s} + \Psi;$$

$$\Psi_\beta = l_{\beta s} i_\beta + m (i_\alpha + i_\beta) = \Psi_{\beta s} + \Psi,$$

где $\Psi_{\alpha s}$ и $\Psi_{\beta s}$ — потоки рассеяния, а Ψ — общий поток.

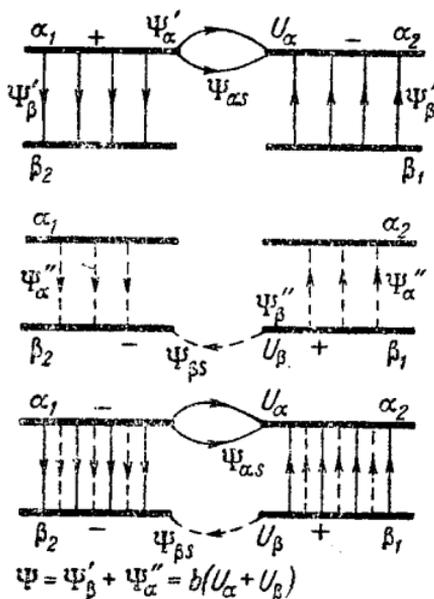
Аналогично, в емкостной системе можно ввести емкости рассеяния

$$c_{\alpha s} = c_\alpha - b \quad \text{и} \quad c_{\beta s} = c_\beta - b.$$

Тогда

$$\Psi_\alpha = c_{\alpha s} U_\alpha + b (U_\alpha + U_\beta) = \Psi_{\alpha s} + \Psi;$$

$$\Psi_\beta = c_{\beta s} U_\beta + b (U_\alpha + U_\beta) = \Psi_{\beta s} + \Psi,$$

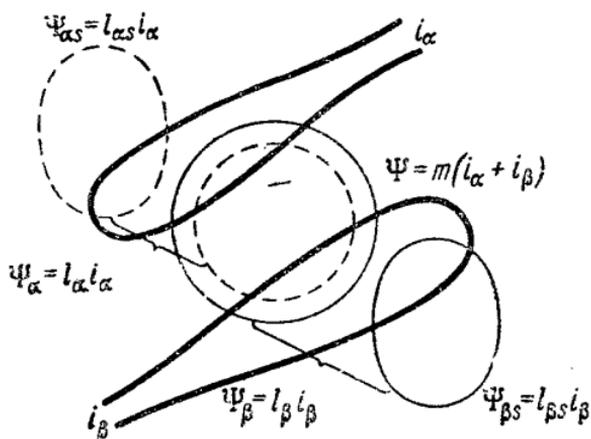


Фиг. 8.

где $\Psi_{\alpha s}$ и $\Psi_{\beta s}$ — потоки рассеяния, а Ψ — общий поток. Полная картина распределения потоков показана на фиг. 8 внизу.

Так же как и индуктивная система, емкостная система может быть охарактеризована двумя родами обобщенных координат — геометрическими и электрическими, определяющими ее электрическое состояние.

Про геометрические координаты здесь можно повторить сказанное раньше по поводу индуктивных систем. Если, например, в качестве обобщенной геометрической координаты h



Фиг. 9.

выбрать угол поворота α ротора, то обобщенной геометрической скоростью \dot{h}' будет его угловая скорость; этой геометрической координате соответствует обобщенная сила, которая в данном случае будет моментом вращения.

По аналогии с индуктивными системами, где в качестве обобщенных электрических координат были выбраны количества электричества $q = \int i dt$, здесь целесообразно за обобщенные электрические координаты выбрать импульсы напряжений на конденсаторах системы, обозначенные в дальнейшем буквой f :

$$f_1 = \int u_1 dt; \quad f_2 = \int u_2 dt; \quad \dots; \quad f_n = \int u_n dt.$$

Тогда обобщенными электрическими скоростями будут напряжения конденсаторов системы:

$$\frac{df_1}{dt} = f'_1 = u_1; \quad \frac{df_2}{dt} = f'_2 = u_2; \quad \dots; \quad \frac{df_n}{dt} = f'_n = u_n.$$

Обобщенными силами, соответствующими выбранным обобщенным координатам, будут токи, так как произведение их на приращение импульса напряжения дает работу:

$$idf = iu dt.$$

Энергия системы состоит из суммы механической и электрической энергии. Как и при изучении индуктивных систем, механическая энергия — энергия весомых тел, образующих емкостную систему — здесь не рассматривается, так как она не связана с электрическими процессами, происходящими в системе.

Электрическая энергия системы заряженных проводников, как известно из теоретической электротехники, равна

$$T = \frac{1}{2} v_k q_k,$$

где v_k — потенциал проводника k , а q — его заряд. Суммирование здесь производится по одному значку.

Для двух конденсаторов $\alpha_1 \alpha_2$ и $\beta_1 \beta_2$, рассмотренных выше, заряды обеих пластин равны по величине и обратны по знаку:

$$q_{\alpha_1} = -q_{\alpha_2} = q_\alpha \text{ и } q_{\beta_1} = -q_{\beta_2} = q_\beta$$

и выражение для энергии получает вид

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} v_{\alpha_1} q_\alpha - \frac{1}{2} v_{\alpha_2} q_\alpha + \frac{1}{2} v_{\beta_1} q_\beta - \frac{1}{2} v_{\beta_2} q_\beta = \\ &= \frac{1}{2} q_\alpha (v_{\alpha_1} - v_{\alpha_2}) + \frac{1}{2} q_\beta (v_{\beta_1} - v_{\beta_2}). \end{aligned}$$

Так как напряжения конденсаторов выражаются через

$$u_\alpha = v_{\alpha_1} - v_{\alpha_2} \text{ и } u_\beta = v_{\beta_1} - v_{\beta_2},$$

а согласно данному выше выводу

$$q_\alpha = \Psi_\alpha = c_\alpha u_\alpha + b u_\beta;$$

$$q_\beta = \Psi_\beta = c_\beta u_\beta + b u_\alpha,$$

то уравнение для энергии емкостной системы, состоящей из двух конденсаторов, может быть переписано следующим образом:

$$T = \frac{1}{2} c_\alpha u_\alpha^2 + b u_\alpha u_\beta + \frac{1}{2} c_\beta u_\beta^2.$$

Как было показано выше, коэффициент b , имеющий размерность емкости, является „взаимоемкостью“. Он численно равен электрическому потоку первого конденсатора, если его

напряжение u_a равно нулю, а напряжение второго u_b — единице, или потоку второго конденсатора, если

$$u_b = 0 \text{ и } u_a = 1.$$

Очевидно, что сделанный только что вывод можно обобщить на любое число конденсаторов. Тогда можно при принятом способе сокращенной записи дать следующее выражение для энергии емкостной системы:

$$T = \frac{1}{2} c_{ab} u_a u_b .$$

Здесь емкость обозначена малой буквой, так как в общем случае она переменна. Суммирование здесь также производится по двум значкам, дающим номера конденсаторов. Коэффициенты при двух одинаковых значках ($a = b$) равны собственным емкостям конденсаторов, составляющих систему; если же значки не равны друг другу ($a \neq b$), соответствующий коэффициент представляет собой взаимоемкость двух конденсаторов, причем

$$c_{ab} = c_{ba}.$$

Величины емкостей и взаимоемкостей зависят от геометрических координат, т. е. от размеров и формы конденсаторов и от их взаимного расположения. Для упрощения выводов по аналогии с допущениями, сделанными при рассмотрении индуктивных систем, исключаются из рассмотрения явления диэлектрического насыщения и гистерезиса и потерь в диэлектрике; тогда емкости и взаимоемкости не будут зависеть от обобщенных геометрических и электрических скоростей.

Таким образом электрическая энергия системы заряженных конденсаторов является функцией обобщенных геометрических координат и обобщенных электрических скоростей. Поэтому при подстановке в уравнения Лагранжа емкостная энергия должна рассматриваться, как кинетическая энергия T . Так как другой электрической энергии в системе нет, функция Лагранжа $T - W$ становится равной кинетической энергии T .

В конденсаторах рассеяние энергии происходит главным образом в „утечках“, которую в эквивалентной схеме конденсатора следует представлять включенной параллельно емкости на полное напряжение конденсатора. Диэлектрические потери можно также заменить потерями в эквивалентной утечке.

Тогда функция рассеяния будет равна половине мощности, расходуемой на джоулево тепло:

$$F = \frac{1}{2} u_k^2 g_k;$$

здесь g_k — проводимости утечек.

Как и в индуктивных системах, рассеяние механической энергии, связанное с трением, здесь не принимается во внимание, так как оно должно быть учтено при изучении чисто механических явлений.

И здесь уравнения Лагранжа распадутся на две группы — на уравнения электромеханических сил, соответствующих обобщенным геометрическим координатам, и на уравнения обобщенных электрических сил, в данном случае уравнения токов, соответствующих принятым обобщенным электрическим координатам.

Для любого конденсатора № k системы уравнения Лагранжа дадут, учитывая принятые выше ограничения относительно коэффициентов c_{ab} :

Уравнение электромеханических сил:

$$k_k = \frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\frac{1}{2} c_{ab} u_a u_b \right)}{\partial \dot{h}_k} - \frac{\partial \left(\frac{1}{2} c_{ab} u_a u_b \right)}{\partial h_k} = - \frac{1}{2} u_a u_b \frac{\partial c_{ab}}{\partial n_k}.$$

Уравнение токов:

$$i_k = \frac{\partial \left(\frac{1}{2} u_k^2 g_k \right)}{\partial u_k} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\frac{1}{2} c_{ab} u_a u_b \right)}{\partial u_k} + \frac{\partial \left(\frac{1}{2} c_{ab} u_a u_b \right)}{\partial f_k} = \\ = u_k g_k + c_{ka} \frac{dn_a}{dt} + u_a \frac{dc_{ka}}{dt}.$$

(В это уравнение вместо \dot{f}_k подставлено u_k .)

Уравнения мощностей этого же конденсатора получатся при умножении уравнений сил соответственно на геометрическую и электрическую обобщенные скорости.

Уравнение электромеханических мощностей:

$$P_{Mk} = k_k \frac{dh_k}{dt} = - \frac{1}{2} u_a u_b \frac{\partial c_{ab}}{\partial h_k} \frac{dh_k}{dt}.$$

Уравнение электрических мощностей:

$$P_{Ek} = i_k u_k = u_k^2 g_k + c_{ka} u_k \frac{du_a}{dt} + u_k u_a \frac{dc_{ka}}{dt}.$$

Из этих уравнений могут быть сделаны основные выводы о преобразовании электрической и механической энергии в емкостной системе:

I. Отдельные конденсаторы системы могут развивать или поглощать электрическую мощность в следующих случаях (исключается из рассмотрения случай, когда мощность расходуется только в активной проводимости конденсатора):

1) при постоянных емкостях (и взаимоемкостях) и, следовательно, при неподвижных конденсаторах — только при переменных напряжениях (случай емкостного трансформатора);

2) при постоянных напряжениях — при переменных емкостях и, следовательно, только при подвижных конденсаторах (случай емкостной синхронной машины или машины постоянного тока);

3) при переменных напряжениях и переменных емкостях, т. е. при подвижных конденсаторах (случай емкостной асинхронной машины).

II. Отдельные конденсаторы системы могут развивать или поглощать электромеханическую мощность только при переменных емкостях, т. е. при подвижных конденсаторах.

III. Противоположный знак у электромеханической и электрической мощностей указывает на возможность перехода электрической энергии в механическую и наоборот. В связи с положением, высказанным выше, такой переход энергии из одного вида в другой возможен только при переменных емкостях.

Таким образом всякая электрическая машина — генератор или двигатель, осуществляющая такое преобразование, представляет собой не что иное, как ту или иную переменную емкость. Выше перечислены некоторые типы емкостных машин, которые будут подробно рассмотрены в дальнейшем. Здесь же в качестве примеров могут быть рассмотрены общеизвестные механизмы — разные типы электрометров, которые во время движения подвижной системы представляют собой не что иное, как емкостные электрические двигатели (они находятся в заторможенном состоянии после остановки стрелки).

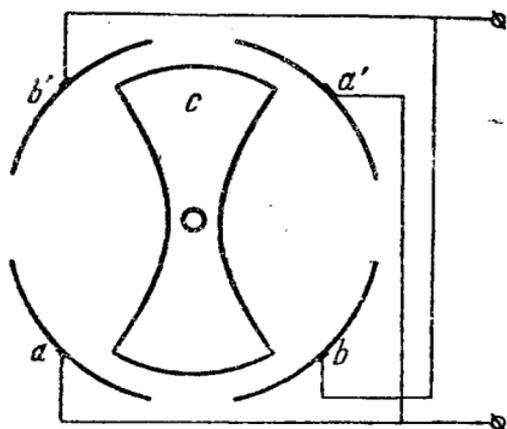
Квадрантный электрометр¹ (фиг. 10) состоит из двух пар неподвижных квадрантов aa' и bb' и подвижной пластинки c ; противоположные квадранты однопотенциальны.

Подвижная пластинка с каждой парой квадрантов образует конденсатор; при движении пластинки, емкости конденсаторов меняются — емкость одного увеличивается, другого уменьшается.

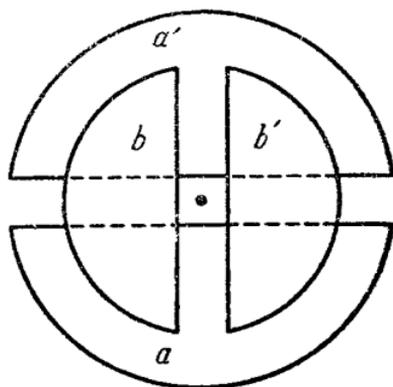
¹ Б а з и л е в и ч, Электрические измерения, 1935, стр. 135.

Бинантный электрометр¹ (фиг. 11) состоит из двух пар полудисков: одна (большая aa') пара закреплена, другая (малая bb') вращается. Каждая пара полудисков приключается к источникам напряжения и является конденсатором.

При движении подвижной системы емкости конденсаторов aa' и bb' остаются неизменными, но изменяется взаимоемкость между этими конденсаторами.



Фиг. 10.



Фиг. 11.

Электростатический вольтметр с подвижным диэлектриком² представляет собой конденсатор, в поле которого втягивается диэлектрик, с диэлектрической постоянной, большей чем у воздуха. Очевидно, что при движении диэлектрика емкость конденсатора меняется. Эта емкостная система аналогична по принципу реактивному индуктивному двигателю.

II. ИНДУКТИВНЫЕ МАШИНЫ

Настоящая глава посвящена изучению индуктивных машин с помощью общих уравнений, выведенных в первой главе, и имеет своей целью решение основной задачи работы — сравнение новых типов машин, в данном случае параметрических, с общепринятыми типами — асинхронной и синхронной машинами. Поэтому сначала рассматриваются синхронные машины,

¹ Б а з и л е в и ч, Электрические измерения, стр. 140.

² Конструкции электроизмерительных приборов, под ред. Пономарева, 1935, стр. 344.

неявнополюсная и явнополюсная, затем асинхронная машина, а потом — параметрическая машина.

Общие уравнения индуктивной машины, выведенные в первой главе, имеют следующий вид:

1. Уравнения напряжений:

$$u_k = i_k r_k + l_{ka} \frac{di_a}{dt} + i_a \frac{dl_{ka}}{dt}.$$

2. Уравнения электрических мощностей:

$$p_{Ek} = u_k i_k = i_k^2 r_k + l_{ka} i_k \frac{di_a}{dt} + i_k i_a \frac{dl_{ka}}{dt}.$$

3. Уравнения электромеханических сил:

$$k_k = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial l_{ab}}{\partial h_k}.$$

4. Уравнения электромеханических мощностей:

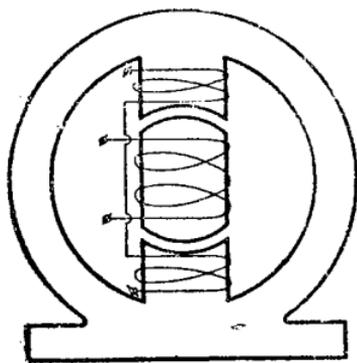
$$p_{Mk} = k_k \frac{dh_k}{dt} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial l_{ab}}{\partial h_k} \frac{dh_k}{dt}.$$

Для вращающихся машин за обобщенную геометрическую координату h естественно выбрать угол поворота ротора α , для установившегося процесса равный

$$h = \alpha = \omega t,$$

где ω — угловая скорость; тогда обобщенный электромеханической силой будет момент вращения.

Для решения поставленной задачи достаточно ограничиться рассмотрением машин, имеющих одну систему обмоток на статоре и одну систему обмоток на роторе; система статорной обмотки состоит для однофазных машин из одной обмотки и трех — для трехфазной. Система роторной обмотки состоит из одной обмотки для синхронных машин; асинхронные машины имеют обычно трехфазную обмотку на роторе; в дальнейшем однофазная асинхронная машина рассмотрена в двух вариантах — с однофазной обмоткой на роторе и с трехфазной.



Фиг. 12.

Для обмотки статора в дальнейшем принят значок S , для обмотки ротора — значок R .

При изучении однофазных машин сначала рационально рассмотреть однофазную машину с одной обмоткой на статоре и одной на роторе в самом общем случае — когда она имеет

явнополюсный статор и ротор (фиг. 12). В этом случае все индуктивности переменны, завися от положения ротора — и индуктивность статорной обмотки l_{SS} и индуктивность роторной обмотки l_{RR} и взаимоиндуктивность между обмотками статора и ротора l_{SR} .

Тогда уравнения напряжений для статора и ротора этой машины получают следующий вид:

$$u_S = i_S r_S + l_{SS} \frac{di_S}{dt} + i_S \frac{dl_{SS}}{dt} + l_{SR} \frac{di_R}{dt} + i_R \frac{dl_{SR}}{dt};$$

$$u_R = i_R r_R + l_{RR} \frac{di_R}{dt} + i_R \frac{dl_{RR}}{dt} + l_{SR} \frac{di_S}{dt} + i_S \frac{dl_{SR}}{dt}.$$

Так как выше было принято, что индуктивности зависят только от геометрических координат, машина же характеризуется только одной геометрической координатой α , то частные производные $\frac{\partial l}{\partial \alpha}$ делаются равными полному производным $\frac{dl}{d\alpha}$ и уравнение электромеханической мощности ротора машины получает вид

$$P_{MR} = -i_S i_R \frac{\partial l_{SR}}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} - \frac{1}{2} i_S^2 \frac{\partial l_{SS}}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} - \frac{1}{2} i_R^2 \frac{\partial l_{RR}}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} =$$

$$= -i_S i_R \frac{dl_{SR}}{d\alpha} - \frac{1}{2} i_S^2 \frac{dl_{SS}}{d\alpha} - \frac{1}{2} i_R^2 \frac{dl_{RR}}{d\alpha}.$$

Уравнения отдельных видов однофазных машин с одной обмоткой на статоре и одной на роторе вытекают из только что приведенных как частные случаи.

1. СИНХРОННАЯ МАШИНА

Синхронная машина, как известно, имеет цилиндрический статор; если пренебречь влиянием пазов статора, индуктивность обмотки ротора будет величиной постоянной, не зависящей от угла поворота ротора. В неявнополюсной машине ротор также имеет цилиндрическую форму; если пренебречь влиянием пазов ротора, индуктивность обмотки статора будет также постоянна. В явнополюсной машине индуктивность обмотки статора будет изменяться в зависимости от угла поворота ротора: когда оси обмоток статора и ротора совпадают, индуктивность обмотки статора максимальна; когда против обмотки статора приходится „окно“ — индуктивность минимальна.

Переменной является взаимная индуктивность между обмотками статора и ротора; при совпадении осей обмоток она по абсолютной величине максимальна, при повороте на 180 электрических градусов она меняет свой знак на обратный.

Таким образом неявнополюсная и явнополюсная машины отличаются друг от друга тем, что индуктивность обмоток статора в первой постоянна, во второй переменна.

Однофазная неявнополюсная машина

Эта машина схематически показана на фиг. 13. Как было только что указано, в неявнополюсной машине:

1. Индуктивность обмотки статора постоянна:

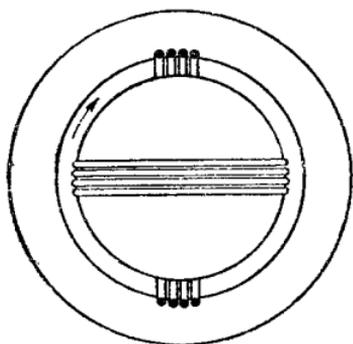
$$l_{SS} = L_S = \text{const.}$$

2. Индуктивность обмотки ротора постоянна:

$$l_{RR} = L_R = \text{const.}$$

3. Взаимная индуктивность между обмотками статора и ротора переменна:

$$l_{SR} = m.$$



Фиг. 13.

Обмотка ротора включена на постоянное напряжение U_R :

Тогда уравнения машины принимают следующий вид:

$$u_S = i_S r_S + L_S \frac{di_S}{dt} + m \frac{di_R}{dt} + i_R \frac{dm}{dt};$$

$$U_R = i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt} + m \frac{di_S}{dt} + i_S \frac{dm}{dt};$$

$$p_{MR} = -i_S i_R \frac{dm}{dt}.$$

К синхронной машине предъявляется требование синусоидального закона изменения ее напряжения, в том числе и в режиме холостого хода. В этом последнем случае $i_S = 0$ и уравнение напряжения для ротора получает вид

$$U_R = i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt}.$$

В установившемся режиме оно имеет решение

$$i_R = \frac{U_R}{r_R} = I_R = \text{const.},$$

т. е. по обмотке ротора проходит постоянный ток. Тогда уравнение напряжения для статора получает вид

$$u_S = I_R \frac{dm}{dt}$$

и, следовательно, для изменения напряжения по синусоидальному закону, взаимная индуктивность m должна также изменяться по синусоидальному закону с той же частотой.

Для простоты за начало счета времени выбран момент, когда оси обмоток статора и ротора взаимно перпендикулярны (фиг. 13) и, следовательно, взаимная индуктивность равна нулю; тогда выражение для взаимной индуктивности получает вид

$$m = M \sin \omega t,$$

где M — взаимная индуктивность при совпадении осей обмоток, ω — электрическая угловая частота, равная в двухполюсной машине механической угловой скорости.

После подстановки выражения для m в уравнения машины, уравнения напряжения получают вид

$$u_S = i_S r_S + L_S \frac{di_S}{dt} + M \sin \omega t \frac{di_R}{dt} + i_R \omega M \cos \omega t;$$

$$U_R = i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt} + M \sin \omega t \frac{di_S}{dt} + i_S \omega M \cos \omega t.$$

Эта система дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами решена¹; ответ для установившихся токов i_S и i_R получается в виде ряда Фурье с нечетными гармониками для тока статора и с четными и постоянной составляющей для тока ротора:

$$i_S = \sum_{k=1}^{k=\infty} I_{mSk} \sin(k\omega t + \alpha_k);$$

$$i_R = I_{R_0} + \sum_{n=2}^{n=\infty} I_{mRn} \sin(n\omega t + \beta_n).$$

Ввиду громоздкости это решение здесь не приводится; для настоящей работы достаточно рассмотреть уравнение электро-

¹ Варшавский, Электрические цепи с гармонически изменяющимися параметрами, Известия ЛПИ, т. XXXI, 1928 г.

механической мощности ротора, которое после подстановки значения для m получает вид

$$P_{MR} = -i_S i_{R_0} \omega M \cos \omega t =$$

$$= - \sum_{k=1}^{k=\infty} I_{mS_k} \sin(k\omega t + \alpha_k) \left[I_{R_0} + \sum_{n=2}^{n=2\infty} I_{mR_n} \sin(n\omega t + \beta_n) \right] \omega M \cos \omega t.$$

Для вычисления средней мощности $P_{MR} = \frac{1}{T} \int_0^T P_{MR} dt$

следует рассмотреть среднее значение двух типичных членов этого многочлена:

$$1) \quad \frac{1}{T} \int_0^T I_{mS_k} I_{R_0} \omega M \sin(k\omega t + \alpha_k) \cos \omega t dt;$$

это выражение дает нуль для всех значений k , за исключением $k=1$; в этом случае

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_{mS_1} I_{R_0} \omega M \sin(\omega t + \alpha_1) \cos \omega t dt = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{S_1} I_{R_0} \omega M \sin \alpha_1.$$

$$2) \quad \frac{1}{T} \int_0^T I_{mS_k} I_{mR_n} \omega M \sin(k\omega t + \alpha_k) \sin(n\omega t + \beta_n) \cos \omega t dt =$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} I_{mS_k} I_{mR_n} \omega M \{ \cos[(k-n)\omega t + \alpha_k - \beta_n] -$$

$$- \cos[(k+n)\omega t + \alpha_k + \beta_n] \} \cos \omega t dt.$$

Это выражение дает нуль для всех значений, за исключением тех, при которых

$$k - n = \pm 1;$$

для этих членов среднее значение равно

$$\frac{1}{2} I_{S_1} I_{R_2} \omega M \cos(\alpha_1 - \beta_2) + \frac{1}{2} I_{S_2} I_{R_1} \omega M \cos(\alpha_2 - \beta_1) + \dots$$

Очевидно, что первый член выражения для средней мощности значительно больше остальных; так, при использовании для указанного подсчета примера, данного в указанной статье инж. Л. А. Варшавского, второй член получается равным 7% от первого, а третий 4,8%. Поэтому в первом приближении ролью высших гармоник в токах статора и

ротора можно пренебречь, получив следующее выражение для средней электромеханической мощности ротора:

$$P_{MR} = -\frac{1}{\sqrt{2}} I_{S_1} I_{R_0} \omega M \sin \alpha_1.$$

Это выражение можно переписать, введя вместо начальной фазы для первой гармоники тока статора α_1 — фазный сдвиг ψ_1 этой гармоники тока относительно э. д. с. холостого хода.

При принятом начале счета времени э. д. с. холостого хода равна

$$e = -\frac{d(mI_{R_0})}{dt} = -\frac{d(M \sin \omega t \cdot I_{R_0})}{dt} = I_{R_0} \omega M \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

а ток статора первой гармоники при фазном сдвиге ψ_1

$$i_{S_1} = I_{mS_1} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \psi_1 \right) = I_{mS_1} \sin (\omega t + \alpha_1).$$

Следовательно,

$$\alpha_1 = -\left(\psi_1 + \frac{\pi}{2} \right).$$

Подстановка значения α_1 в выражение для мощности дает

$$P_{MR} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{S_1} I_{R_0} \omega M \cos \psi_1.$$

При $\psi_1 < \frac{\pi}{2}$ мощность положительна, что указывает на потребление ротором механической энергии, т. е. на работу в режиме генератора. При $\psi_1 > \frac{\pi}{2}$ знак переменится на обратный и будет указывать на работу двигателем.

При совпадении тока i_1 по фазе с э. д. с. холостого хода средняя мощность получит максимальное значение

$$P_{MR \max} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{S_1} I_{R_0} \omega M.$$

Здесь крайне важно отметить, что электромеханическая мощность ротора пропорциональна максимальной взаимной индуктивности между обмотками статора и ротора.

Однофазная явнополюсная машина

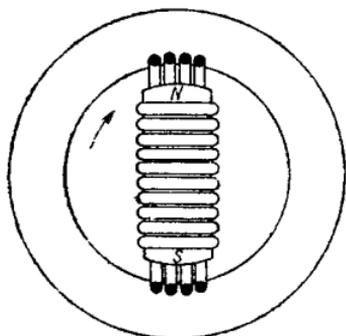
Эта машина схематически показана на фиг. 14. Как было указано выше, в отличие от неявнополюсной в явнополюсной машине индуктивность статора l_{SS} является величиной переменной, поэтому уравнения машины принимают следующий вид:

$$u_S = i_S r_S + l_{SS} \frac{di_S}{dt} + i_S \frac{dl_{SS}}{dt} + m \frac{di_R}{dt} + i_R \frac{dm}{dt};$$

$$U_R = i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt} + m \frac{di_S}{dt} + i_S \frac{dm}{dt};$$

$$p_{MR} = -i_S i_R \frac{dm}{dt} - \frac{1}{2} i_S^2 \frac{dl_{SS}}{dt}.$$

При холостом ходе в генераторном режиме ($i_S = 0$), так же как и в неявнополюсной машине,



Фиг. 14

$$U_R = i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt},$$

что для установившегося процесса дает

$$i_R = \frac{U_R}{r_R} = I_R = \text{const}; \quad u_S = I_R \frac{dm}{dt}.$$

Следовательно, требование синусоидального характера изменения э. д. с. при холостом ходе приводит к необходимости для m тоже меняться по закону синуса с той же частотой. И здесь начало счета времени выбрано в момент прохождения m через нуль (оси обмоток статора и ротора взаимноперпендикулярны). Тогда выражение для взаимной индуктивности получает следующий вид:

$$m = M \sin \omega t.$$

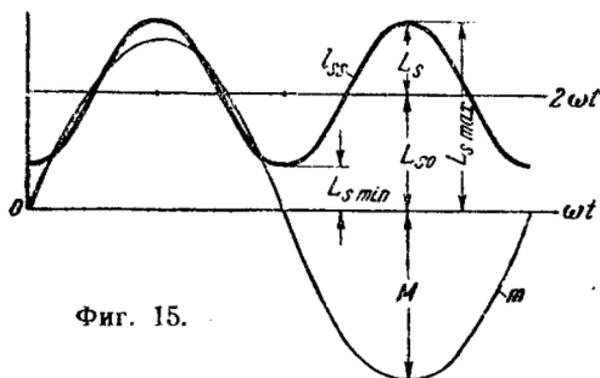
Индуктивность обмотки статора l_{SS} меняется по сравнению с взаимной индуктивностью с двойной частотой, так как индуктивность статорной обмотки получает максимальное значение всякий раз, когда ось обмотки совпадает с осью полюса, независимо от полярности последнего. Через минимум индуктивности проходит в моменты, когда ось обмотки и ось полюса образуют 90 электрических градусов.

На фиг. 15 показан график изменения взаимной индуктивности m и индуктивности статора l_{SS} для полного оборота

двухполюсной машины. В отличие от взаимной индуктивности, изменяющейся от $+M$ до $-M$ и имеющей один период за один оборот, индуктивность статора изменяется от $+L_{S\max}$ до $+L_{S\min}$ и за один оборот машины имеет два полных периода.

В обычной теории синхронной машины фигурируют „продольная x_d и поперечная x_q синхронные реактивности“, которые, очевидно, равны

$$x_d = \omega L_{S\max} \quad \text{и} \quad x_q = \omega L_{S\min}.$$



Фиг. 15.

Для нормальной синхронной машины в среднем отношение¹

$$\frac{x_d}{x_q} = \frac{L_{S\max}}{L_{S\min}} = 1,5.$$

Для упрощения расчетов можно сделать близкое к истине допущение, что переменная часть индуктивности статора меняется по закону синуса. Так как в момент начала счета времени индуктивность имеет минимум, выражение для нее получает вид

$$l_{SS} = L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t.$$

Здесь L_{S_0} — среднее значение индуктивности, L_S — амплитуда ее переменной части.

Как видно из фиг. 15,

$$L_{S_0} = \frac{L_{S\max} + L_{S\min}}{2}; \quad L_S = \frac{L_{S\max} - L_{S\min}}{2}.$$

¹ СЭТ, V, отд. 34, § 175, 239.

После подстановки значений m и i_{S_0} в уравнения машины, они получают вид:

$$\begin{aligned}
 u_S &= i_S r_S + (L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t) \frac{di_S}{dt} + i_S \frac{d(L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t)}{dt} + \\
 &+ M \sin \omega t \frac{di_R}{dt} + i_R \frac{dM \sin \omega t}{dt} = (r_S + 2\omega L_S \sin 2\omega t) i_S + \\
 &+ (L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t) \frac{di_S}{dt} + i_R \omega M \cos \omega t + M \sin \omega t \frac{di_R}{dt}; \\
 U_R &= i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt} + i_S \omega M \cos \omega t + M \sin \omega t \frac{di_S}{dt}; \\
 p_{MR} &= -i_S i_R \omega M \cos \omega t - i_S^2 \omega L_S \sin 2\omega t = p'_{MR} + p''_{MR}.
 \end{aligned}$$

Как и в предыдущем случае, решение уравнений напряжения дает для токов статора и ротора ряды Фурье, причем ток статора будет содержать нечетные гармоники, ток ротора — постоянную составляющую и четные гармоники:

$$i_S = \sum_{k=1}^{k=\infty} I_{mSk} \sin(k\omega t + \alpha_k); \quad i_R = I_{R_0} + \sum_{n=2}^{n=2 \cdot \infty} I_{mRn} \sin(n\omega t + \beta_n).$$

Ограничиваясь рассмотрением уравнения электро-механической мощности ротора, как и в случае неявнополюсной машины, можно видеть, что выражение для мощности содержит кроме члена p'_{MR} , равного мощности неявнополюсной машины, добавочный член p''_{MR} , создаваемый так называемым „реактивным“ моментом:

$$p''_{MR} = -i_S^2 \omega L_S \sin 2\omega t;$$

эта составляющая в дальнейшем получает название „реактивной“ мощности¹.

После подстановки выражения для тока i_S

$$p''_{MR} = - \left[\sum_{k=1}^{k=\infty} I_{mSk} \sin(k\omega t + \alpha_k) \right]^2 \omega L_S \sin 2\omega t,$$

можно найти среднюю реактивную мощность

$$P''_{MR} = \frac{1}{T} \int_0^T p''_{MR} dt.$$

¹ По стандарту ОСТ 5580 „Обозначения в области переменных электрических токов“, термин „реактивная мощность“ имеет совсем другое значение.

После возведения во вторую степень многочлена в квадратных скобках в выражении для мощности, он будет содержать члены двух типов:

$$1) I_{mSk}^2 \sin^2 (k\omega t + \alpha_k) = I_{Sk}^2 - I_{Sk}^2 \cos (2k\omega t + 2\alpha_k).$$

$$2) 2I_{mSk} I_{mSq} \sin (k\omega t + \alpha_k) \sin (q\omega t + \alpha_q) = \\ = 2I_{Sk} I_{Sq} \{ \cos [(k-q)\omega t + \alpha_k - \alpha_q] - \cos [(k+q)\omega t + \alpha_k + \alpha_q] \}.$$

После умножения на $\sin 2\omega t$ и вычисления интеграла за период, обратятся в нуль все члены многочлена, за исключением имеющих частоту 2ω . Эту частоту имеет вторая часть первого типичного члена при $k=1$ и те вторые типичные члены, у которых $k-q=2$.

В результате среднее значение реактивной мощности будет равно

$$P_{MR}'' = -\frac{1}{T} \int_0^T [I_{S_1}^2 \cos (2\omega t + 2\alpha_1) + 2I_{S_1} I_{S_3} \cos (2\omega t + \alpha_3 - \alpha_1) + \\ + 2I_{S_3} I_{S_5} \cos (2\omega t + \alpha_5 - \alpha_3) + \dots] \omega L_S \sin 2\omega t dt = \\ = -\frac{1}{2} I_{S_1}^2 \omega L_S \sin 2\alpha_1 + I_{S_1} I_{S_3} \omega L_S \sin (\alpha_3 - \alpha_1) + I_{S_3} I_{S_5} \omega L_S \sin (\alpha_5 - \alpha_3) + \dots$$

При сравнении этого выражения с полученным выше выражением для средней мощности неявнополюсной машины видно, что роль высших гармоник тока в создании реактивной мощности P_{MR}'' более значительна, чем для мощности P_{MR}' . Если все же пренебречь в первом приближении высшими гармониками тока статора, выражение для средней реактивной мощности получает вид

$$P_{MR}'' = -\frac{1}{2} I_{S_1}^2 \omega L_S \sin 2\alpha_1.$$

И здесь удобно ввести вместо начальной фазы для первой гармоники тока статора α_1 — фазный сдвиг ϕ_1 этой гармоники тока относительно э. д. с. холостого хода таким же образом, как это было сделано выше для неявнополюсной машины:

$$\alpha_1 = -\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right).$$

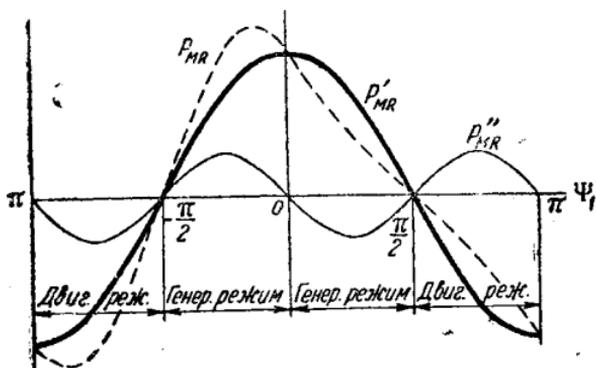
Тогда средняя реактивная мощность

$$P_{MR}'' = -\frac{1}{2} I_{S_1}^2 \omega L_S \sin 2\phi_1.$$

Суммарная средняя мощность явнополюсной машины с учетом только основной гармоники тока статора I_{S_1} и постоянной составляющей тока ротора I_{R_0} будет равна:

$$P_{MR} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{S_1} I_{R_0} \omega M \cos \psi_1 - \frac{1}{2} I_{S_1}^2 \omega L_S \sin 2\psi_1.$$

Первая составляющая — „синхронная“ мощность, как видно из предыдущего, присуща всякой синхронной машине — неявнополюсной и явнополюсной; вторую составляющую мощности — „реактивную“ — имеет только явнополюсная машина.



Фиг. 16.

Обе составляющих зависят от угла фазового сдвига между э. д. с. холостого хода и током; график средних мощностей в функции этого угла изображен на фиг. 16, где показаны мощности синхронная $P_{M'}$, реактивная $P_{M''}$ и результирующая P_{MR} . При генераторном режиме, т. е. при

$$-\frac{\pi}{2} < \psi_1 < \frac{\pi}{2},$$

результирующая мощность положительна, так как ротор является потребителем механической энергии. При тупых углах фазового сдвига машина работает в двигательном режиме.

Необходимо отметить, что реактивная мощность в генераторном режиме складывается с синхронной при емкостной нагрузке ($\psi_1 < 0$) и вычитается из синхронной при индуктивной ($\psi_1 > 0$). В двигательном режиме она складывается при недозвужденной машине ($\psi_1 < -\frac{\pi}{2}$) и вычитается при перевозвужденной ($\psi_1 > \frac{\pi}{2}$).

В генераторном режиме средняя синхронная мощность максимальна при $\phi_1 = 0$, реактивная же мощность при $\phi_1 = -\frac{\pi}{4}$; другими словами, при отсутствии возбуждения ($I_{R_0} = 0$ и, следовательно, $P'_{MR} = 0$), когда остается только реактивная мощность P''_{MR} ; машина может работать в генераторном режиме только при емкостной нагрузке.

Максимальные значения составляющих средней мощности равны:

$$\text{синхронная мощность} \quad - P'_{MR \max} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{S_1} I_{R_0} \omega M;$$

$$\text{реактивная мощность} \quad - P''_{MR \max} = \frac{1}{2} I_{S_1}^2 \omega L_S.$$

Здесь очень важно подчеркнуть, что синхронная мощность пропорциональна максимальному значению взаимной индуктивности M , реактивная же мощность — максимальному значению L_S переменной части индуктивности статора (фиг. 15).

Для сравнения обеих видов мощностей, удобно рассмотреть машину с равным числом витков на статоре и роторе:

$$\omega_S = \omega_R.$$

Пренебрегая разницей в обмоточных коэффициентах и рассеянием, можно считать максимальную взаимную индуктивность этой машины равной максимальной индуктивности обмотки статора

$$M = \frac{\omega_S \omega_R}{R_m} = \frac{\omega_S^2}{R_m} = L_{S \max},$$

так как обе эти индуктивности получают максимальное значение при совпадении оси полюса с осью обмотки статора, когда магнитное сопротивление потоку взаимоиндукции R_m практически равно магнитному сопротивлению потоку самоиндукции.

Как показано выше (фиг. 15),

$$L_{S \max} = L_{S_0} + L_S, \quad \text{где } L_S \ll L_{S_0}.$$

Следовательно,

$$M \geq 2L_S.$$

Например, в обычной синхронной машине в среднем стр. 41.

$$\frac{L_{S \max}}{L_{S \min}} = 1,5 \text{ и, следовательно,}$$

$$L_S = \frac{L_{S \max} - L_{S \min}}{2} = \frac{1 - \frac{1}{1,5}}{2} L_{S \max} = 0,17M.$$

Следовательно, даже при $I_{S1} = I_{R0}$ (в машине с $\omega_S = \omega_R$) максимальная синхронная мощность значительно больше реактивной, так как первая генерируется изменением взаимоиндуктивности m в пределах

$$-M \leq m \leq M$$

а вторая изменением индуктивности l_{SS} в пределах

$$\frac{2}{3} M \leq l_{SS} \leq M;$$

кроме того, первая имеет численный коэффициент в $\sqrt{2}$ больше второй.

В результате в машине с $I_{S1} = I_{R0}$ отношение средних максимальных синхронной и реактивной мощностей

$$\frac{P'_{MR \max}}{P''_{MR \max}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} I_{S1} I_{R0} \omega M}{\frac{1}{2} I_{S1}^2 \omega L_S} \approx 8,3.$$

В нормальной синхронной машине число ампервитков ротора в среднем вдвое больше числа ампервитков статора, следовательно, в машине с одинаковым числом витков на статоре и роторе отношение мощностей становится равным 16,6.

Следовательно, реактивная мощность синхронной машины весьма мала по сравнению с ее синхронной мощностью.

Трехфазная машина

В этой машине кроме индуктивностей всех трех обмоток статора надо учесть взаимоиндуктивность между ними и обмоткой ротора. Для явнополюсной машины, обмотки которой схематически изображены на фиг. 17, при принятом направлении вращения ротора и при синусоидальном законе изменения переменных параметров, выражения для индуктивностей получают вид:

взаимоиндуктивности между фазами статора и ротором:

$$m_{1SR} = M \sin \omega t; \quad m_{2SR} = M \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$m_{3SR} = M \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right);$$

индуктивности обмоток (фаз) статора:

$$l_{1S} = L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t;$$

$$l_{2S} = L_{S_0} - L_S \cos \left(2\omega t + \frac{2\pi}{3} \right);$$

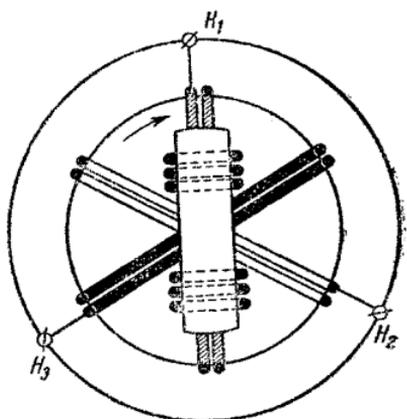
$$l_{3S} = L_{S_0} - L_S \cos \left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} \right).$$

Взаимоиндуктивности между фазами статора получают максимальное значение при перпендикулярности оси ротора к средней линии для этих фаз: например, при положении ротора, показанном на фиг. 17, максимум получает m_{23S} ; тогда

$$m_{12S} = M_{S_0} + M_S \cos \left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$m_{23S} = M_{S_0} + M_S \cos 2\omega t;$$

$$m_{31S} = M_{S_0} + M_S \cos \left(2\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$



Фиг. 17.

Часть рассмотренных величин показана на фиг. 18 в функции угла поворота ротора от начального положения, при котором оси обмоток первой фазы статора и ротора взаимноперпендикулярны и $m_{1SR} = 0$.

Уравнение напряжений для ротора получает вид:

$$U_R = i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt} + \frac{d(M \sin \omega t \cdot i_{1S})}{dt} + \frac{d \left[M \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot i_{2S} \right]}{dt} + \frac{d \left[M \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot i_{3S} \right]}{dt}.$$

После подстановки вместо токов статора их выражений в виде рядов Фурье:

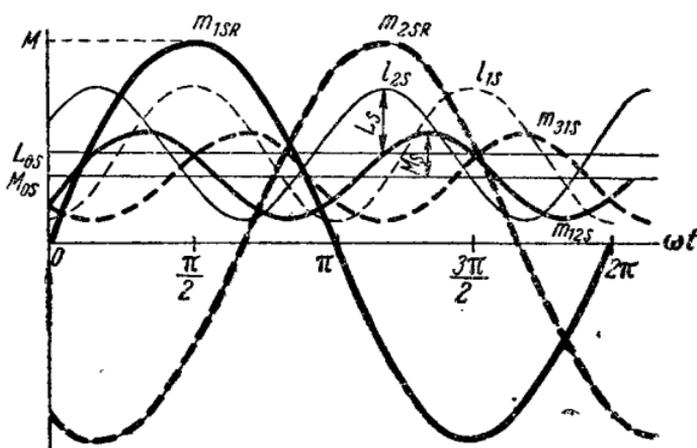
$$i_{1S} = \sum I_{mk} \sin (k\omega t + \alpha_k); \quad i_{2S} = \sum I_{mk} \sin \left(k\omega t + \alpha_k - k \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$i_{3S} = \sum I_{mk} \sin \left(k\omega t + \alpha_k + k \frac{2\pi}{3} \right);$$

последние три члена уравнения напряжений для токов гармоники k получают вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{2} M I_{mk} \left\{ \cos [(k-1) \omega t + \alpha_k] + \cos \left[(k-1) \omega t + \alpha_k - (k-1) \frac{2\pi}{3} \right] + \right. \\ \left. + \cos \left[(k-1) \omega t + \alpha_k + (k-1) \frac{2\pi}{3} \right] - \cos [(k+1) \omega t + \alpha_k] - \right. \\ \left. - \cos \left[(k+1) \omega t + \alpha_k - (k+1) \frac{2\pi}{3} \right] - \cos \left[(k+1) \omega t + \alpha_k + (k+1) \frac{2\pi}{3} \right] \right\}$$

Для k нечетного это выражение обращается в нуль, за исключением случаев, когда $k \mp 1 = 6, 12, 18 \dots$



Фиг. 18.

В результате указанное уравнение получает вид:

$$U_R = i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt} + \frac{3}{2} \omega M [6I_{m_{5S}} \sin(6\omega t + \alpha_5) - 6I_{m_{7S}} \sin(6\omega t + \alpha_7) + \\ + 12I_{m_{11S}} \sin(12\omega t + \alpha_{11}) - 12I_{m_{13S}} \sin(12\omega t - \alpha_{13}) + \dots].$$

Решение этого уравнения даст для тока ротора постоянную составляющую $I_R = \frac{U_R}{r_R}$ и 6, 12, 18... гармоника; при пренебрежении этими гармониками остается одна постоянная составляющая.

При составлении уравнений напряжений для отдельных фаз статора необходимо учесть, что обмотки фаз статора, пространственно сдвинутые на 60° , должны считаться включенными

навстречу, так как начала их сдвинуты на 120° ; тогда уравнение напряжения для первой фазы получает вид:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= i_{1S}r_{1S} + \frac{d(l_{1S}i_{1S})}{dt} - \frac{d(m_{12S}i_{2S})}{dt} - \frac{d(m_{31S}i_{3S})}{dt} + \frac{d(m_{1SR}i_R)}{dt} = \\
 &= i_{1S}r_{1S} + l_{1S} \frac{di_{1S}}{dt} - m_{12S} \frac{di_{2S}}{dt} - m_{31S} \frac{di_{3S}}{dt} + m_{1SR} \frac{di_R}{dt} + \\
 &\quad + i_{1S} \frac{dl_{1S}}{dt} - i_{2S} \frac{dm_{12S}}{dt} - i_{3S} \frac{dm_{31S}}{dt} + i_R \frac{dm_{1SR}}{dt}.
 \end{aligned}$$

После подстановки значений для индуктивностей и тока ротора $i_R = I_R = \text{const}$

$$\begin{aligned}
 u_1 &= i_{1S}r_{1S} + (L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t) \frac{di_{1S}}{dt} - \left[M_{S_0} + M_S \cos \left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \frac{di_{2S}}{dt} - \\
 &\quad - \left[M_{S_0} + M_S \cos \left(2\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \frac{di_{3S}}{dt} + i_{1S} 2\omega L_S \sin 2\omega t + \\
 &\quad + i_{2S} 2\omega M_S \sin \left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{3S} 2\omega M_S \sin \left(2\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + I_R \omega M \cos \omega t.
 \end{aligned}$$

После составления аналогичного уравнения для второй фазы вместе с уравнением (для случая звезды)

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

получится система уравнений с периодическими коэффициентами, после решения дающая ответ для токов в установившемся режиме в виде ряда Фурье.

Для неявнополюсной машины уравнения значительно упрощаются, так как

$$l_{1S} = l_{2S} = l_{3S} = L_{S_0} = \text{const} \text{ и } m_{12S} = m_{23S} = m_{31S} = M_{S_0} = \text{const},$$

и, следовательно, $L_S = 0$ и $M_S = 0$.

Тогда

$$\begin{aligned}
 u_1 &= i_{1S}r_{1S} + L_{S_0} \frac{di_{1S}}{dt} - M_{S_0} \frac{di_{2S}}{dt} - M_{S_0} \frac{di_{3S}}{dt} + I_R \omega M \cos \omega t = \\
 &= i_{1S}r_{1S} + (L_{S_0} + M_{S_0}) \frac{di_{1S}}{dt} + I_R \omega M \cos \omega t.
 \end{aligned}$$

Это уравнение дает для тока статора решение в виде синусоиды основной частоты.

Выражение для электромеханической мощности ротора трехфазной явнополюсной машины имеет вид:

$$\begin{aligned}
 P_{MR} &= -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{dl_{ab}}{dt} = \\
 &= -i_{1S} i_R \frac{dm_{1SR}}{dt} - i_{2S} i_R \frac{dm_{2SR}}{dt} - i_{3S} i_R \frac{dm_{3SR}}{dt} - \\
 &\quad - \frac{1}{2} i_{1S}^2 \frac{dl_{1S}}{dt} - \frac{1}{2} i_{2S}^2 \frac{dl_{2S}}{dt} - \frac{1}{2} i_{3S}^2 \frac{dl_{3S}}{dt} - \\
 &\quad - i_{1S} i_{2S} \frac{dm_{12S}}{dt} - i_{2S} i_{3S} \frac{dm_{23S}}{dt} - i_{3S} i_{1S} \frac{dm_{31S}}{dt}.
 \end{aligned}$$

Здесь первые три члена дают мгновенную мощность, обязанную взаимодействию между токами статора и током ротора, так называемую синхронную мощность; эту мощность имеет и неявнополюсная машина. Остальные шесть членов появились благодаря взаимодействию между токами статора; эти члены не равны нулю лишь при переменных индуктивностях и взаимоиндуктивностях статора, т. е. у явнополюсной машины; они и дают реактивную мощность.

Для подсчета мощности можно по примеру предыдущего ограничиться первыми гармониками токов статора и постоянной составляющей тока ротора:

$$\begin{aligned}
 i_{1S} &= I_{mS_1} \sin(\omega t + \alpha_1); \quad i_{2S} = I_{mS_1} \sin\left(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3}\right); \\
 i_{3S} &= I_{mS_1} \sin\left(\omega t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3}\right); \quad i_R = I_R.
 \end{aligned}$$

Тогда после подстановки всех величин выражение для мощности получает вид:

$$\begin{aligned}
 P_{MR} &= -I_{mS_1} \sin(\omega t + \alpha_1) I_R \frac{d[M \sin \omega t]}{dt} - \\
 &- I_{mS_1} \sin\left(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3}\right) I_R \frac{d\left[M \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right]}{dt} - \\
 &- I_{mS_1} \sin\left(\omega t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3}\right) I_R \frac{d\left[M \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\right]}{dt} - \\
 &- \frac{1}{2} I_{mS_1}^2 \sin^2(\omega t + \alpha_1) \frac{d[L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t]}{dt} - \\
 &- \frac{1}{2} I_{mS_1}^2 \sin^2\left(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3}\right) \frac{d\left[L_{S_0} - L_S \cos\left(2\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\right]}{dt} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2} I_{mS_1}^2 \sin^2 \left(\omega t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d \left[L_{S_0} - L_S \cos \left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right]}{dt} - \\
& - I_{mS_1} \sin \left(\omega t + \alpha_1 \right) I_{mS_1} \sin \left(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3} \right) \times \\
& \times \frac{d \left[M_{S_0} + M_S \cos \left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right]}{dt} - \\
& - I_{mS_1} \sin \left(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3} \right) I_{mS_1} \sin \left(\omega t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3} \right) \times \\
& \times \frac{d \left[M_{S_0} + M_S \cos 2\omega t \right]}{dt} - \\
& - I_{mS_1} \sin \left(\omega t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3} \right) I_{mS_1} \sin \left(\omega t + \alpha_1 \right) \times \\
& \times \frac{d \left[M_{S_0}^2 + M_S \cos \left(2\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right]}{dt}.
\end{aligned}$$

После элементарных преобразований получается выражение для электрохимической мощности ротора, не зависящее от времени:

$$P_{MR} = -\frac{3}{\sqrt{2}} I_{S1} I_R \omega M \sin \alpha_1 - \frac{3}{2} I_{S1}^2 \omega (L_S - 2M_S) \sin 2\alpha_1.$$

Таким образом мгновенная мощность трехфазной машины является величиной постоянной. Первый член дает синхронную мощность

$$P'_{MR} = -\frac{3}{\sqrt{2}} I_{S1} I_R \omega M \sin \alpha_1 = \frac{3}{\sqrt{2}} I_{S1} I_R \omega M \cos \phi_1,$$

где ϕ_1 — фазный сдвиг первой гармоники тока относительно э. д. с. холостого хода; синхронная мощность равна утроенному выражению для синхронной мощности однофазной машины. Второй член дает реактивную мощность

$$P''_{MR} = -\frac{3}{2} I_{S1}^2 \omega (L_S - 2M_S) \sin 2\alpha_1 = -\frac{3}{2} I_{S1}^2 \omega (L_S - 2M_S) \sin 2\phi_1.$$

2. АСИНХРОННАЯ МАШИНА

Как известно, асинхронная машина имеет цилиндрический статор и ротор; поэтому, если пренебречь влиянием зубцов, индуктивности обмоток статора и ротора во время вращения ротора сохраняют постоянную величину. Переменной является взаимоиндуктивность между обмотками статора и ротора; при

совпадении осей обмоток она по абсолютной величине максимальна, причем при повороте на 180 электрических градусов она меняет свой знак на обратный.

В трехфазной машине следует также учесть взаимоиндуктивность между фазами обмотки статора. Ротор и в однофазной и в трехфазной машине делается многофазным; для возможности сравнения с синхронной машиной, имеющей одну обмотку на роторе, для однофазной машины рассматривается сначала однофазный ротор; затем исследуется машина с трехфазным ротором.

Однофазная машина с однофазным ротором

Уравнение однофазной асинхронной машины получается из уравнения для общего случая однофазной машины при

$$l_{SS} = L_S = \text{const}; \quad l_{RR} = L_R = \text{const}; \quad u_R = 0.$$

Тогда

$$u_S = i_S r_S + L_S \frac{di_S}{dt} + l_{SR} \frac{di_R}{dt} + i_R \frac{dl_{SR}}{dt};$$

$$0 = i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt} + l_{SR} \frac{di_S}{dt} + i_S \frac{dl_{SR}}{dt};$$

$$p_{MR} = -i_S i_R \frac{dl_{SR}}{dt}.$$

Пусть частота тока статора ω , ротора ω' ; в качестве первого приближения можно ограничиться основными гармониками тока статора и ротора, положив

$$i_S = I_{mS} \sin(\omega t + \alpha); \quad i_R = I_{mR} \sin(\omega' t + \beta).$$

За начало счета времени принимается момент прохождения взаимоиндуктивности через нуль; тогда

$$l_{SR} = m = M \sin \omega_M t,$$

где ω_M — электрическая угловая скорость вращения ротора; она может быть определена из уравнения для электромеханической мощности ротора. Это уравнение после подстановки значений для индуктивностей и токов получает вид:

$$\begin{aligned} p_{MR} &= -I_{mS} \sin(\omega t + \alpha) I_{mR} \sin(\omega' t + \beta) \omega_M M \cos \omega_M t = - \\ &= -\frac{1}{4} I_{mS} I_{mR} \omega_M M \{ \cos [(\omega - \omega' + \omega_M)t + \alpha - \beta] + \\ &+ \cos [(\omega - \omega' - \omega_M)t + \alpha - \beta] - \cos [(\omega + \omega' + \omega_M)t + \alpha + \beta] - \\ &\quad - \cos [(\omega + \omega' - \omega_M)t + \alpha + \beta] \}. \end{aligned}$$

Из этого выражения видно, что мощность дает среднее значение P_{MR} , не равное нулю, только в следующих четырех случаях:

1. $\omega - \omega' - \omega_M = 0$, откуда $\omega_M = \omega - \omega'$ и $P_{MR} < 0$, т. е. машина работает в режиме двигателя.

2. $\omega + \omega' - \omega_M = 0$, откуда $\omega_M = \omega + \omega'$ и $P_{MR} > 0$, т. е. машина работает в режиме генератора.

3. $\omega - \omega' + \omega_M = 0$, откуда $\omega_M = \omega' - \omega$ и $P_{MR} < 0$, т. е. машина работает в режиме тормоза.

4. $\omega + \omega' + \omega_M = 0$, откуда $\omega_M = -(\omega + \omega')$ и $P_{MR} > 0$; этот случай физического смысла не имеет.

Тогда средняя мощность для двигательного и генераторного режима получится равной:

для двигателя

$$P_{MR} = -\frac{1}{2} I_S I_R (\omega - \omega') M \cos(\alpha - \beta);$$

для генератора

$$P_{MR} = \frac{1}{2} I_S I_R (\omega + \omega') M \cos(\alpha + \beta).$$

В идеальном случае максимальная мощность равна (верхние знаки для двигателя, нижние для генератора)

$$P_{MR_{\max}} = \mp \frac{1}{2} I_S I_R (\omega \mp \omega') M.$$

Так как скольжение машины незначительно, практически можно принять

$$P_{MR_{\max}} \approx \mp \frac{1}{2} I_S I_R \omega M.$$

Однофазная машина с трехфазным ротором

В этой машине при выводе электромеханической мощности ротора

$$P_{MR} = -i_S i_R \frac{dI_{SR}}{dt}$$

необходимо учесть все три обмотки ротора и взаимоиндуктивности этих обмоток с обмоткой статора

$$m_{1SR}, m_{2SR}, m_{3SR}.$$

Вывод дан для двигательного режима ($\omega_M = \omega - \omega'$).

Ограничиваясь токами основной частоты, можно для двигателя, схематически изображенного на фиг. 19, написать выражения для токов ротора:

$$i_{1R} = I_{mR} \sin(\omega' t + \beta);$$

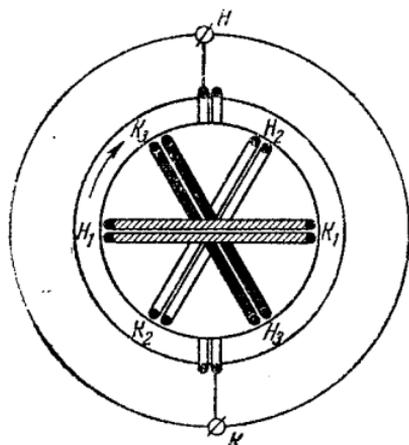
$$i_{2R} = I_{mR} \sin\left(\omega' t + \beta - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$i_{3R} = I_{mR} \sin\left(\omega' t + \beta + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Поле ротора вращается в сторону вращения ротора; при принятых на фиг. 19 обозначениях это определяет указанную выше последовательность токов.

Ток статора $i_S = I_{mS} \sin(\omega t + \alpha)$.

Переменные взаимоиנדуктивности имеют обратную последовательность: при принятых на фиг. 19 обозначениях и направлении вращения после максимума взаимоиנדуктивности для первой фазы ротора наступит максимум для третьей и затем для второй. Тогда при выборе для начала счета времени момента прохождения взаимоиנדуктивности для первой фазы ротора через нуль,



Фиг. 19.

выражения для взаимоиנדуктивностей получают вид

$$m_{1SR} = M \sin[(\omega - \omega') t];$$

$$m_{2SR} = M \sin\left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3}\right];$$

$$m_{3SR} = M \sin\left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3}\right].$$

Теперь может быть вычислена электромеханическая мощность ротора:

$$P_{MR} = -i_S i_{1R} \frac{dm_{1SR}}{dt} - i_S i_{2R} \frac{dm_{2SR}}{dt} - i_S i_{3R} \frac{dm_{3SR}}{dt} =$$

$$= -I_{mS} \sin(\omega t + \alpha) \left\{ I_{mR} \sin(\omega' t + \beta) \frac{d[M \sin(\omega - \omega') t]}{dt} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + I_{mR} \sin \left(\omega' t + \beta - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d \left[M \sin \left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3} \right] \right]}{dt} + \\
& + I_{mR} \sin \left(\omega' t + \beta + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d \left[M \sin \left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3} \right] \right]}{dt} \Bigg\} = \\
& = -I_{mS} I_{mR} (\omega - \omega') M \sin (\omega t + \alpha) \times \\
& \times \left\{ \sin (\omega' t + \beta) \cos [(\omega - \omega') t] + \sin \left(\omega' t + \beta - \frac{2\pi}{3} \right) \times \right. \\
& \times \cos \left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3} \right] + \sin \left(\omega' t + \beta + \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3} \right] \Bigg\} = \\
& = -\frac{3}{2} I_S I_R (\omega - \omega') M [\cos (\alpha - \beta) - \cos (2\omega t + \alpha + \beta)].
\end{aligned}$$

Средняя электромеханическая мощность ротора равна

$$P_{MR} = -\frac{3}{2} I_S I_R (\omega - \omega') M \cos (\alpha - \beta).$$

В идеальном случае максимальная средняя мощность равна

$$P_{MR_{\max}} = -\frac{3}{2} I_S I_R (\omega - \omega') M.$$

Так как скольжение мало, в первом приближении можно написать

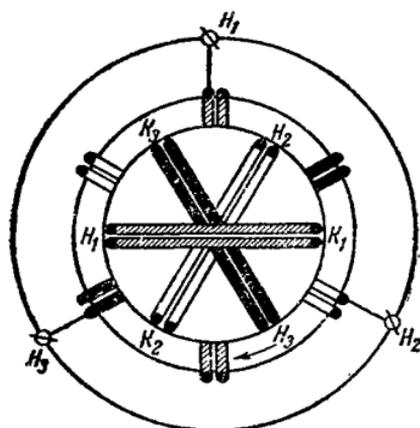
$$P_{MR_{\max}} \approx -\frac{3}{2} I_S I_R \omega M = -1,5 I_S I_R \omega \frac{w_S w_R}{R_m}.$$

Значение мощности получилось втрое большим по сравнению с двигателем с однофазным ротором. Но так как трехфазная обмотка использует весь ротор, число ампервитков ее в 1,5 раза больше, чем у однофазной; следовательно, на фазу трехфазной обмотки приходится половина числа ампервитков по сравнению с однофазной, взаимоиндуктивность M в первом приближении будет вдвое меньше. В результате мощность рассматриваемой машины будет в 1,5 раза больше мощности машины с однофазным ротором.

Трехфазная машина

В дальнейшем рассматривается трехфазная машина с трехфазным ротором, схематически показанная на фиг. 20. Согласно сказанному выше индуктивности этой машины по-

стоянны, постоянны также взаимоиндуктивности между фазами статора, а также между фазами ротора:



Фиг. 20.

$$\begin{aligned}
 l_{1S} &= l_{2S} = l_{3S} = L_S = \text{const}; \\
 l_{1R} &= l_{2R} = l_{3R} = L_R = \text{const}; \\
 m_{12S} &= m_{23S} = m_{31S} = M_S = \text{const}; \\
 m_{12R} &= m_{23R} = m_{31R} = M_R = \text{const}.
 \end{aligned}$$

Переменными являются взаимоиндуктивности между фазами статора и ротора, которые при принятых на фиг. 20 обозначениях и направлении вращения имеют следующие значения для всех фаз статора и ротора:

$$\begin{aligned}
 m_{1S1R} &= M \sin [(\omega - \omega') t]; \\
 m_{1S2R} &= M \sin \left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3} \right]; \\
 m_{1S3R} &= M \sin \left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3} \right]; \\
 m_{2S1R} &= M \sin \left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3} \right]; \\
 m_{2S2R} &= M \sin [(\omega - \omega') t]; \\
 m_{2S3R} &= M \sin \left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3} \right]; \\
 m_{3S1R} &= M \sin \left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3} \right]; \\
 m_{3S2R} &= M \sin \left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3} \right]; \\
 m_{3S3R} &= M \sin [(\omega - \omega') t].
 \end{aligned}$$

При составлении уравнений напряжения для отдельных фаз статора и ротора необходимо учесть, что обмотки фаз, пространственно сдвинутые на $\frac{\pi}{3}$, должны считаться включенными навстречу, так как начала их сдвинуты на $\frac{2\pi}{3}$. Тогда уравнения напряжений для первых фаз статора и ротора получают вид

$$\begin{aligned}
 u_{1S} &= i_{1S} r_S + \frac{d(l_{1S} i_{1S})}{dt} - \frac{d(m_{12S} i_{2S})}{dt} - \frac{d(m_{31S} i_{3S})}{dt} + \\
 &\quad + \frac{d(m_{1S1R} i_{1R})}{dt} + \frac{d(m_{1S2R} i_{2R})}{dt} + \frac{d(m_{1S3R} i_{3R})}{dt}; \\
 0 &= i_{1R} r_R + \frac{d(l_{1R} i_{1R})}{dt} - \frac{d(m_{12R} i_{2R})}{dt} - \frac{d(m_{31R} i_{3R})}{dt} + \\
 &\quad + \frac{d(m_{1R1S} i_{1S})}{dt} + \frac{d(m_{1R2S} i_{2S})}{dt} + \frac{d(m_{1R3S} i_{3S})}{dt}.
 \end{aligned}$$

После подстановки в эти уравнения выражений для индуктивностей и выражений для тока (ограничиваясь основными гармониками):

$$\left. \begin{aligned} i_{1S} &= I_{mS} \sin(\omega t + \alpha); \\ i_{2S} &= I_{mS} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right); \\ i_{3S} &= I_{mS} \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right); \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i_{1R} &= I_{mR} \sin(\omega' t + \beta); \\ i_{2R} &= I_{mR} \sin\left(\omega' t + \beta - \frac{2\pi}{3}\right); \\ i_{3R} &= I_{mR} \sin\left(\omega' t + \beta + \frac{2\pi}{3}\right); \end{aligned}$$

причем

$$i_{1S} = -(i_{2S} + i_{3S}) \quad \text{и} \quad i_{1R} = -(i_{2R} + i_{3R})$$

они получают следующий вид:

$$\begin{aligned} u_{1S} &= I_{mS} \sin(\omega t + \alpha) r_S + (L_S + M_S) \frac{dI_{mS} \sin(\omega t + \alpha)}{dt} + \\ &+ \frac{d \left\{ M \sin[(\omega - \omega') t] I_{mR} \sin(\omega' t + \beta) \right\}}{dt} + \\ &+ \frac{d \left\{ M \sin \left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3} \right] I_{mR} \sin \left(\omega' t + \beta - \frac{2\pi}{3} \right) \right\}}{dt} + \\ &+ \frac{d \left\{ M \sin \left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3} \right] I_{mR} \sin \left(\omega' t + \beta + \frac{2\pi}{3} \right) \right\}}{dt}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= I_{mR} \sin(\omega' t + \beta) r_R + (L_R + M_R) \frac{dI_{mR} \sin(\omega' t + \beta)}{dt} + \\ &+ \frac{d \left\{ M \sin[(\omega - \omega') t] I_{mS} \sin(\omega t + \alpha) \right\}}{dt} + \\ &+ \frac{d \left\{ M \sin \left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3} \right] I_{mS} \sin \left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \right\}}{dt} + \\ &+ \frac{d \left\{ M \sin \left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3} \right] I_{mS} \sin \left(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3} \right) \right\}}{dt}. \end{aligned}$$

После элементарных преобразований

$$\begin{aligned} u_{1S} &= I_{mS} r_S \sin(\omega t + \alpha) + I_{mS} \omega (L_S + M_S) \cos(\omega t + \alpha) + \\ &+ \frac{3}{2} I_{mR} \omega M \sin(\omega t + \beta); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= I_{mR} r_R \sin(\omega' t + \beta) + I_{mR} \omega' (L_R + M_R) \cos(\omega' t + \beta) - \\ &- \frac{3}{2} I_{mS} \omega' M \sin(\omega' t + \alpha). \end{aligned}$$

Та же система уравнений в показательном виде:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1S} \varepsilon^{j\omega t} &= I_{1S} \varepsilon^{j\alpha} r_S \varepsilon^{j\omega t} + j I_{1S} \varepsilon^{j\alpha} \omega (L_S + M_S) \varepsilon^{j\omega t} + \\ &+ \frac{3}{2} I_{1R} \varepsilon^{j\beta} \omega M \varepsilon^{j\omega t}; \\ 0 &= I_{1R} \varepsilon^{j\beta} r_R \varepsilon^{j\omega' t} + j I_{1R} \varepsilon^{j\beta} \omega' (L_R + M_R) \varepsilon^{j\omega' t} - \\ &- \frac{3}{2} I_{1S} \varepsilon^{j\alpha} \omega' M \varepsilon^{j\omega' t}. \end{aligned}$$

После сокращения на $\varepsilon^{j\omega t}$ и $\varepsilon^{j\omega' t}$ и сокращенной записи векторов токов получаются уравнения в символическом виде:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1S} &= \dot{I}_{1S} [r_S + j\omega (L_S + M_S)] + \frac{3}{2} \dot{I}_{1R} \omega M; \\ 0 &= \dot{I}_{1R} [r_R + j\omega' (L_R + M_R)] - \frac{3}{2} \dot{I}_{1S} \omega' M. \end{aligned}$$

Вводя выражение для скольжения

$$s = \frac{\omega'}{\omega}$$

и деля на него второе уравнение, получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1S} &= \dot{I}_{1S} [r_S + j\omega (L_S + M_S)] + \frac{3}{2} \dot{I}_{1R} \omega M; \\ 0 &= \dot{I}_{1R} \left[\frac{r_R}{s} + j\omega (L_R + M_R) \right] - \frac{3}{2} \dot{I}_{1S} \omega M. \end{aligned}$$

Если за вектор тока первой фазы ротора принять

$$\dot{I}_{1R} = j \dot{I}'_{1R},$$

то уравнение первой фазы машины после подстановки этого значения \dot{I}'_{1R} и умножения второго на $-j$, получают обычный вид:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1S} &= \dot{I}_{1S} [r_S + j\omega (L_S + M_S)] + j \frac{3}{2} \dot{I}'_{1R} \omega M; \\ 0 &= \dot{I}'_{1R} \left[\frac{r_R}{s} + j\omega (L_R + M_R) \right] + j \frac{3}{2} \dot{I}_{1S} \omega M. \end{aligned}$$

Такие же уравнения могут быть написаны для общеизвестной схемы замещения асинхронной машины или трансформатора; схему эту изобразит фиг. 5, если ее параметры будут равны

$$l_1 = L_S + M_S; \quad l_2 = L_R + M_R; \quad m = \frac{3}{2} M; \quad r_1 = r_S; \quad r_2 = \frac{r_R}{s}; \quad u_2 = 0.$$

Эти уравнения позволяют при заданном напряжении статора вычислить по величине и по фазе токи статора и ротора для разных скольжений s . Активное сопротивление ротора в этих уравнениях равно $\frac{r_R}{s}$, что совпадает с обычной теорией этих машин.

Коэффициент $\frac{3}{2}$ перед взаимоиндуктивностью M учитывает то обстоятельство, что вращающийся поток равен полуторной амплитуде потока одной фазы.

Выражение для электро механической мощности ротора имеет вид

$$\begin{aligned}
 p_{MR} = & -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{dl_{ab}}{dt} = \\
 = & -i_1 s i_{1R} \frac{dm_{1S1R}}{dt} - i_1 s i_{2R} \frac{dm_{1S2R}}{dt} - i_1 s i_{3R} \frac{dm_{1S3R}}{dt} - \\
 & -i_2 s i_{1R} \frac{dm_{2S1R}}{dt} - i_2 s i_{2R} \frac{dm_{2S2R}}{dt} - i_2 s i_{3R} \frac{dm_{2S3R}}{dt} - \\
 & -i_3 s i_{1R} \frac{dm_{3S1R}}{dt} - i_3 s i_{2R} \frac{dm_{3S2R}}{dt} - i_3 s i_{3R} \frac{dm_{3S3R}}{dt}.
 \end{aligned}$$

После подстановки значений для тока и взаимоиндуктивностей

$$\begin{aligned}
 p_{MR} = & -\left\{ I_{mS} \sin(\omega t + \alpha) \left[I_{mR} \sin(\omega' t + \beta) \frac{dM \sin[(\omega - \omega') t]}{dt} + \right. \right. \\
 & + I_{mR} \sin\left(\omega' t + \beta - \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dM \sin\left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3}\right]}{dt} + \\
 & \left. + I_{mR} \sin\left(\omega' t + \beta + \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dM \sin\left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3}\right]}{dt} \right] + \\
 & + I_{mS} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \times \\
 & \times \left[I_{mR} \sin(\omega' t + \beta) \frac{dM \sin\left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3}\right]}{dt} + \right. \\
 & + I_{mR} \sin\left(\omega' t + \beta - \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dM \sin[(\omega - \omega') t]}{dt} + \\
 & \left. + I_{mR} \sin\left(\omega' t + \beta + \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dM \sin\left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3}\right]}{dt} \right] + \\
 & + I_{mS} \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \times
 \end{aligned}$$

$$\times \left\{ I_{mR} \sin(\omega' t + \beta) \frac{dM \sin \left[(\omega - \omega') t + \frac{2\pi}{3} \right]}{dt} + \right. \\ \left. + I_{mR} \sin \left(\omega' t + \beta - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dM \sin \left[(\omega - \omega') t - \frac{2\pi}{3} \right]}{dt} + \right. \\ \left. + I_{mR} \sin \left(\omega' t + \beta + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dM \sin [(\omega - \omega') t]}{dt} \right\}.$$

После элементарных преобразований:

$$P_{MR} = -4,5 I_S I_R (\omega - \omega') M \cos(\alpha - \beta).$$

Следовательно, мгновенная мощность постоянна и равна утроенной средней мощности однофазной машины с трехфазным ротором. Но так как трехфазная обмотка использует весь статор, число ампервитков ее в 1,5 раза больше, чем у однофазной; следовательно, на фазу трехфазной обмотки приходится половина ампервитков однофазной и взаимоиндуктивность фазы M в первом приближении в трехфазной машине будет вдвое меньше. В результате мощность трехфазной машины будет в 1,5 раза больше мощности однофазной машины с трехфазным ротором.

3. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МАШИНА

В начале 1931 г. в лаборатории академиков Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси был построен индуктивный параметрический генератор, в 1933 г. — емкостный параметрический генератор; разработка и изучение параметрических машин ведутся их авторами и в настоящее время.

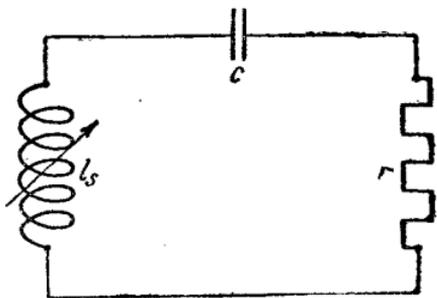
В отличие от классической теории электрических машин, в основе которой по существу лежат графические методы, авторы параметрической машины создали аналитическую теорию, составив уравнение машины и решив его при помощи методов нелинейной математики. В задачу настоящей работы не входит изложение этой теории, поэтому в дальнейшем вкратце изложен принцип действия машины и окончательные выводы ее теории.

Параметрическая машина представляет собой переменную индуктивность (индуктивная машина) или переменную емкость (емкостная машина).

В цепь индуктивной машины кроме активного сопротивления (полезная нагрузка) должна быть включена емкость, в цепь емкостной машины — индуктивность. При изменении параметра

(индуктивности или емкости) механической силой, т. е. при вращении параметрической машины, в цепи при известных условиях возникает и поддерживается переменный ток частоты вдвое меньшей, чем частота изменения параметра.

Схема индуктивного параметрического генератора изображена на фиг. 21; здесь L_S — сама машина (переменная индуктивность), C — постоянная емкость контура, r — активное сопротивление цепи, состоящее из суммы сопротивления нагрузки и сопротивления генератора. В работах авторов параметрических машин (Л. 5)



Фиг. 21.

исследуется уравнение напряжений для всей этой цепи. Если при принятых ранее обозначениях индуктивность машины меняется по закону

$$L_S = L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t,$$

уравнение напряжений получает следующий вид:

$$ir + \frac{d}{dt} [(L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t) i] + \frac{1}{C} \int i dt = 0.$$

Это уравнение преобразуется в линейное дифференциальное уравнение второго порядка с периодически изменяющимися коэффициентами; его решение представляет собой сумму двух членов, имеющих множителями показательную функцию вида $e^{(\alpha + j\beta)t}$; следовательно, при $\alpha < 0$ получаются затухающие значения и тока в системе не будет; только при $\alpha > 0$ малый ток, всегда имеющийся в контуре (флуктуации), с течением времени будет нарастать. Отсюда авторы указанных работ получили следующие необходимые и достаточные условия для получения тока в цепи:

$$m \geq \frac{2}{\pi} \delta;$$

$$1 + \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{\delta^2}{\pi^2}} \geq \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \geq 1 - \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{\delta^2}{\pi^2}}.$$

Здесь $m = \frac{L_{S_{\max}} - L_{S_{\min}}}{L_{S_{\max}} + L_{S_{\min}}} = \frac{L_S}{L_{S_0}}$ — глубина модуляции параметра;

$\delta = \frac{\pi r}{\omega L_{S_0}}$ — средний логарифмический декремент;

$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_{S_0} C}}$ — средняя резонансная частота контура. *

Ток цепи, а следовательно, и напряжения на ее участках будут при этом непрерывно нарастать, теоретически до бесконечности, практически до пробоя изоляции или расплавления проводников цепи. Поэтому в цепь нужно включить стабилизатор, представляющий собой нелинейное сопротивление, активное или реактивное, изменяющееся с током. Таким стабилизатором может служить катушка с железным сердечником; при увеличении тока ее индуктивность, а следовательно, и индуктивность всей цепи будет падать, декремент δ увеличиваться, пока не установится равенство

$$m = \frac{2}{\pi} \delta;$$

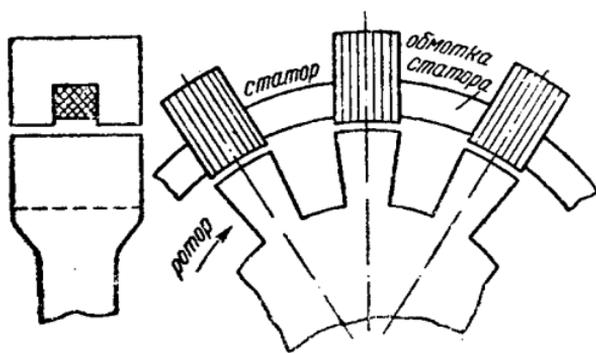
на этом процесс стабилизируется и переменный ток цепи получить стабильную амплитуду. Для определения стационарной амплитуды необходимо решить уравнение цепи, которое в этом случае становится нелинейным, так как индуктивность цепи содержит слагаемое $L(i)$, представляющее индуктивность стабилизатора. Авторы указанных выше работ решают и эту задачу методами Пуанкаре для разных характеристик стабилизатора.

Параметрическая машина может работать также в режиме двигателя.

Конструктивно статор параметрической индуктивной машины (последняя модель) состоит из электромагнитов с П-образным железным сердечником с одной общей обмоткой (фиг. 22). Одна из возможных форм ротора — зубчатый железный с числом зубцов, равным числу электромагнитов; когда зубцы замыкают магнитную цепь электромагнитов, индуктивность получает максимальное значение; когда вместо зубца проходит окно, индуктивность становится минимальной. Окно может быть заложено короткозамкнутым витком из хорошо проводящего металла; тогда при прохождении окна виток сыграет роль экрана, индуктивность будет еще меньше и глубина модуляции повысится.

Последний генератор, построенный авторами, имеет глубину модуляции $m = 0,45$.

Авторы назвали свою машину параметрической, так как работа ее основана на изменении параметра (L или C). Между тем, как показано в гл. I, переход механической энергии в электрическую, а также обратный переход возможны только при переменных индуктивностях или емкостях и всякая электрическая машина (генератор и двигатель) представляет собой переменную индуктивность или емкость. Следовательно, всякая электрическая машина является параметрической, рассматриваемая же индуктивная машина характерна тем, что в ней



Фиг. 22.

переменна индуктивность статора; ротор обмотки не имеет, а потому индуктивность ротора, а также взаимоиндуктивность равны нулю.

Параметрический индуктивный генератор не является принципиально новой машиной, а, как видно из предыдущего, представляет собой реактивный генератор, работающий на емкость. Выше была рассмотрена генераторная работа явнополюсной машины без возбуждения; этот генератор по существу и является параметрической машиной:

- 1) частота изменения индуктивности статора двойная по сравнению с частотой основной гармоники э. д. с. и тока;
- 2) для получения положительной реактивной мощности генератор должен работать на емкостную нагрузку.

Уравнения параметрической (реактивной) машины получаются из общих уравнений однофазной машины (стр. 35), если подставить:

$$l_S = L_S - L_S \cos 2\omega t; \quad i_R = 0; \quad I_R = 0 \quad \text{и} \quad I_{SR} = 0.$$

Уравнение напряжений для статора:

$$u_S = i_S (r_S + 2\omega L_S \sin 2\omega t) + (L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t) \frac{di_S}{dt}.$$

Уравнение электрохимической мощности ротора:

$$P_{MR} = -i_S^2 \omega L_S \sin 2\omega t.$$

Не решая уравнений относительно тока, можно установить наличие основной гармоники (частоты ω) в токе следующим образом. Подставив в уравнение напряжения ток i_S в виде синусоидальной функции основной частоты, можно вычислить напряжение u_S ; если оно будет содержать гармонику основной частоты, то можно сделать и обратное заключение о том, что при синусоидальном напряжении основной частоты на зажимах машины ток также будет иметь гармонику основной частоты.

Пусть ток

$$i_S = I_{mS} \sin(\omega t + \alpha).$$

После подстановки в уравнение напряжения оно получит вид

$$\begin{aligned} u_S = I_{mS} \sin(\omega t + \alpha) (r_S + 2\omega L_S \sin 2\omega t) + \\ + (L_{S_0} - L_S \cos 2\omega t) \frac{dI_{mS} \sin(\omega t + \alpha)}{dt} = I_{mS} r_S \sin(\omega t + \alpha) + \\ + 0,5 I_{mS} \omega L_S \cos(\omega t - \alpha) + I_{mS} \omega L_{S_0} \cos(\omega t + \alpha) - \\ - 1,5 I_{mS} \omega L_S \cos(3\omega t + \alpha). \end{aligned}$$

Подставив данные последней машины:

$$L_{S_0} = \frac{L_S}{0,45} = 2,2 L_S;$$

$$\begin{aligned} u_S = I_{mS} r_S \sin(\omega t + \alpha) + 0,5 I_{mS} \omega L_S \cos(\omega t - \alpha) + \\ + 2,2 I_{mS} \omega L_S \cos(\omega t + \alpha) - 1,5 I_{mS} \omega L_S \cos(3\omega t + \alpha). \end{aligned}$$

Таким образом наличие существенной гармоники основной частоты доказано.

Совершенно очевидно, что конструктор параметрических машин должен добиваться того, чтобы основная гармоника была максимальной.

Электромеханическая мощность ротора равна реактивной мощности явнополюсной синхронной машины; согласно предыдущему мгновенная реактивная мощность

$$P_{MR} = -i_S^2 \omega L_S \sin 2\omega t = - \left[\sum_{k=1}^{k=\infty} I_{mSk} \sin(k\omega t + \alpha_k) \right]^2 \omega L_S \sin 2\omega t.$$

Средняя мощность при пренебрежении высшими гармониками

$$P_{MR} = -\frac{1}{2} I_{S1}^2 \omega L_S \sin 2\alpha_1.$$

После введения в это выражение вместо начальной фазы основной гармоники тока α_1 — фазного сдвига ψ_1 ее относительно основной гармоники э. д. с., это выражение, как показано выше применительно к явнополюсной синхронной машине, получает вид:

$$P_{MR} = -\frac{1}{2} I_{S1}^2 \omega L_S \sin 2\psi_1.$$

Мощность становится положительной при отрицательном ψ_1 , т. е. машина может работать генератором только при емкостной нагрузке.

Таким образом мощность пропорциональна амплитуде переменной части индуктивности статора L_S , которая является лишь некоторой частью его максимальной индуктивности $L_{S \max}$, имеющей место при совпадении оси обмотки и оси полюса; в идеальном случае, когда коэффициент, называемый „глубиной модуляции“, равен единице,

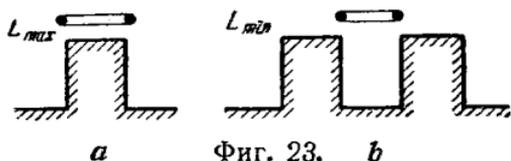
$$m = \frac{L_{S \max} - L_{S \min}}{L_{S \max} + L_{S \min}} = \frac{L_S}{L_{S0}} = 1,$$

индуктивность меняется от $L_{S \max}$ до нуля и амплитуда переменной части

$$L_S = 0,5 L_{S \max}.$$

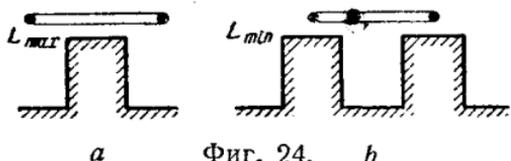
Можно принять специальные меры для увеличения глубины модуляции. Применение указанного выше метода — устройство ротора, попеременно то замыкающего магнитную цепь обмотки статора железным ярмом (зубцом), то экранирующего поток обмотки статора короткозамкнутым витком, связано с поте-

рями на токи Фуко в короткозамкнутом витке. Увеличит глубину модуляции сокращение шага обмотки; отношение $\frac{L_{S \max}}{L_{S \min}}$ при половинном шаге обмотки (фиг. 23) будет значительно



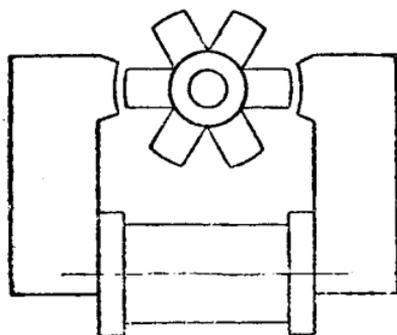
Фиг. 23. *b*

больше, чем при полном ее шаге, равном двойному полюсному делению (фиг. 24), так как в первом случае (фиг. 23) в положении *a* против обмотки стоит целиком полюс (зубец), в положении *b* — целиком окно, во втором случае (фиг. 24) в положении *a* — кроме полюса по бокам его находятся два



Фиг. 24. *b*

полуокна, в положении *b* кроме окна — два полуполюса.* Но сокращение шага обмотки одновременно уменьшает ее внутреннюю площадь (площадь сечения магнитного потока), что при том же числе витков ведет к уменьшению $L_{S \max}$.



Фиг. 25.

Как было указано, в последней индуктивной параметрической машине для увеличения глубины модуляции статор выполнен из ряда электромагнитов (фиг. 22), напоминая этим старинный тип реактивного двигателя, изображенный на фиг. 25.

Машина будет развивать максимальную мощность при $(\sin 2\phi_1)_{\max}$; для определения этого максимума можно обратиться к приведенным выше условиям самовозбуждения. После подстановки значений для глубины модуляции m , декремента δ и средней резонансной частоты ω_0 условия самовозбуждения получают вид

$$r \leq \frac{\omega L_S}{2}$$

$$\omega L_{S_0} + \sqrt{\frac{1}{4} (\omega L_S)^2 - r^2} \geq \frac{1}{\omega C} \geq \omega L_{S_0} - \sqrt{\frac{1}{4} (\omega L_S)^2 - r^2} .$$

Первое условие показывает, что активное сопротивление конгура должно быть меньше половины амплитуды переменной части его индуктивного сопротивления. Пусть

$$r = k \frac{\omega L_S}{2}, \text{ где } k \leq 1.$$

Так как

$$L_{S_0} = \frac{1}{m+1} L_{S_{\max}}$$

и

$$L_S = mL_{S_0} = \frac{m}{m+1} L_{S_{\max}},$$

то

$$r = \frac{km}{m+1} \frac{\omega L_{S_{\max}}}{2} .$$

В идеальном случае $k=1$ и $m=1$ и

$$r_{\max} = \frac{1}{4} \omega L_{S_{\max}} .$$

Второе условие дает границы для выбора емкостного сопротивления $x_C = \frac{1}{\omega C}$: При крайних его значениях тангенсы угла сдвига первой гармоники для внешней цепи по отношению к машине (переменной индуктивности) будут равны:

$$\operatorname{tg} \phi_1' = \frac{x_{C_{\min}}}{r} = \frac{\omega L_{S_0} - \sqrt{\frac{1}{4} (\omega L_S)^2 - r^2}}{r} = \frac{2 - m \sqrt{1 - k^2}}{km};$$

$$\operatorname{tg} \phi_1'' = \frac{x_{C_{\max}}}{r} = \frac{\omega L_{S_0} + \sqrt{\frac{1}{4} (\omega L_S)^2 - r^2}}{r} = \frac{2 + m \sqrt{1 - k^2}}{km} .$$

Так как $k \leq 1$ и $m \leq 1$, очевидно, что даже

$$\operatorname{tg} \psi_1' = \frac{\frac{2}{m} - \sqrt{1 - k^2}}{k} > 1,$$

следовательно,

$$45^\circ < \psi_1 < 90^\circ$$

и $\sin 2\psi_1$ в этом диапазоне с ростом ψ монотонно убывает; поэтому искомому $(\sin 2\psi_1)_{\max}$ будет соответствовать $(\operatorname{tg} \psi_1)_{\min}$.

Очевидно, что с ростом m $\operatorname{tg} \psi_1$ убывает; остается исследовать зависимость от k :

$$\frac{\partial (\operatorname{tg} \psi_1')}{\partial k} = \frac{1 - \frac{2}{m} \sqrt{1 - k^2}}{k^2 \sqrt{1 - k^2}} = 0.$$

Отсюда

$$k = \sqrt{1 - \frac{m^2}{4}}.$$

После подстановки значения для k вторая производная оказывается положительной.

В результате

$$(\operatorname{tg} \psi_1)_{\min} = \sqrt{\frac{4}{m^2} - 1}$$

и

$$(\sin 2\psi_1)_{\max} = \frac{2 (\operatorname{tg} \psi_1)_{\min}}{1 + (\operatorname{tg} \psi_1)_{\min}^2} = \frac{m}{2} \sqrt{4 - m^2}.$$

При идеальной модуляции $m = 1$ и

$$(\sin 2\psi_1)_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{4 - 1} \approx 0,87; \psi_1 = 60^\circ.$$

При практически достигнутой глубине модуляции $m = 0,45$ и

$$(\sin 2\psi_1)_{\max} = \frac{0,45}{2} \sqrt{4 - 0,45^2} \approx 0,45; \psi_1 \approx 77^\circ.$$

Следовательно, максимальная мощность машины при идеальной модуляции

$$\begin{aligned} P_{MR_{\max}} &= \frac{1}{2} I_{S_1}^2 \omega L_S (\sin 2\psi_1)_{\max} = \frac{1}{2} I_{S_1}^2 \frac{m}{m+1} (\sin 2\psi_1)_{\max} \omega L_{S_{\max}} = \\ &= \frac{1}{2} I_{S_1}^2 \frac{1}{1+1} 0,87 \omega L_{S_{\max}} = 0,22 I_{S_1}^2 \omega L_{S_{\max}}. \end{aligned}$$

При практически достигнутой глубине модуляции

$$P_{MR_{\max}} = \frac{1}{2} I_{S_1}^2 \frac{0,45}{0,45+1} 0,45\omega L_{S_{\max}} = 0,07 I_{S_1}^2 \omega L_{S_{\max}}.$$

4. СРАВНЕНИЕ ИНДУКТИВНЫХ МАШИН

Для характеристики машин основным является выражение для максимальной электромеханической мощности ротора. Эти выражения в первом приближении для рассмотренных выше типов однофазных машин имеют следующий вид:

1. Максимальная мощность неявнополюсной синхронной машины и максимальная синхронная мощность явнополюсной машины

$$P_{MR_{\max}} = 0,7 I_{R_0}^2 \omega M.$$

2. Максимальная мощность асинхронной машины

$$P_{MR_{\max}} = 0,5 I_{S_1}^2 \omega M.$$

3. Максимальная мощность параметрической машины при практически достигнутой глубине модуляции

$$P_{MR_{\max}} = 0,07 I_{S_1}^2 \omega L_{S_{\max}};$$

при идеальной модуляции

$$P_{MR_{\max}} = 0,22 I_{S_1}^2 \omega L_{S_{\max}}.$$

Нагляднее всего получается картина сравнения, если взять машины с одинаковым числом витков на статоре и роторе:

$$w_S = w_R.$$

Как было уже сказано выше, в этом случае, пренебрегая рассеянием и разницей в обмоточных коэффициентах, можно считать максимальную взаимную индуктивность равной максимальной индуктивности обмотки статора:

$$M = \frac{w_S w_R}{R_m} = \frac{w_S^2}{R_m} = L_{S_{\max}}.$$

В нормальной синхронной машине число ампервитков статора в среднем вдвое больше числа ампервитков ротора, а

в асинхронной машине примерно равно ему; поэтому ток ротора в синхронной машине с $\omega_S = \omega_R$ будет вдвое больше тока статора, а в асинхронной эти токи будут равны. Тогда максимальные мощности рассмотренных машин получают вид:

Синхронная машина	$1,4 I_S^2 \omega L_S \max$
Асинхронная машина	$0,5 I_S^2 \omega L_S \max$
Параметрическая машина . . .	$0,07 I_S^2 \omega L_S \max$
То же при идеальной модуляции	$0,22 I_S^2 \omega L_S \max$.

При сравнении разных типов машин можно сравнивать их габариты при одинаковых мощностях или мощности при одинаковых габаритах. В данном случае принят второй метод сравнения.

Габарит индуктивной машины определяется размерами ее магнитной цепи (железа) и обмотки (меди); габарит в значительной степени зависит от числа оборотов машины, т. е. от числа пар полюсов p .

Выражение, стоящее в правой части выражений для максимальной мощности машин

$$I_S^2 \omega L_S \max$$

является для данной конструкции характеристикой, определяющей габарит машины. Максимальная индуктивность обмотки статора

$$L_S \max = \frac{\omega_S^2}{R_m}$$

своим знаменателем, являющимся магнитным сопротивлением магнитопровода, характеризует последний. Числитель дает число витков, величина тока определяет сечение провода. Частота ω определяет угловую скорость вращения $\omega_{мех}$ машины при заданном числе пар полюсов:

$$\omega = p \omega_{мех}.$$

Эта габаритная характеристика для синхронной машины умножается на коэффициент 1,4, для параметрической — на 0,07, в идеальном случае на 0,22. Следовательно, при той же конструкции магнитопровода и том же габарите синхронная машина даст максимальную мощность, в двадцать раз превы-

щающую максимальную мощность параметрической машины. Даже весьма несовершенная асинхронная машина, имеющая однофазный ротор, дает максимальную мощность, в семь раз превышающую мощность параметрической машины. Как показывает приведенный выше расчет, асинхронная машина с трехфазным ротором имеет мощность, примерно в полтора раза большую машины с однофазным ротором, и поэтому имеет еще более значительное преимущество над параметрической машиной. Даже при идеальной модуляции синхронная машина в 6,4, асинхронная с однофазным ротором в 2,3, асинхронная с трехфазным ротором в 3,4 раза мощнее одногабаритной параметрической машины.

Разница между синхронной и асинхронной машинами, с одной стороны, и параметрической при той же конструкции магнитопровода, с другой, с точки зрения использования габарита, т. е. активного материала, настолько велика, что более точные подсчеты, учитывающие различные вторичные обстоятельства, которые в приведенных выше расчетах не были приняты во внимание, не смогут изменить полученной картины.

Причинами малого использования активного материала в параметрической машине являются два обстоятельства. Как это было уже указано при сравнении синхронной и реактивной мощности явнополюсной синхронной машины, параметрическая, т. е. реактивная, машина имеет малую глубину модуляции индуктивности, которая здесь меняется от $+L_{S \max}$ до $+L_{S \min}$ ($= 0,4L_{S \max}$ в рассмотренной машине), тогда как в синхронной и асинхронной машинах индуктивность меняется от $+M$ до $-M$, т. е. в машине с $\omega_S = \omega_R$ от $+L_{S \max}$ до $-L_{S \max}$.

Параметрическая машина должна работать при большом угле фазного сдвига, т. е. при низком коэффициенте мощности; при максимальной мощности угол сдвига равен 77° , при идеальной модуляции 60° , коэффициенты мощности соответственно 0,225 и 0,5. Синхронная машина может работать при коэффициенте мощности, равном единице, асинхронная машина — при коэффициенте мощности, близком к единице — порядка 0,8—0,9.

Если к тому же учесть другие особенности параметрической индуктивной машины — необходимость в батарее конденсаторов, равной по полной мощности самой машине, и трудность регулировки напряжения — можно с уверенностью сказать, что параметрическая машина, сконструированная по

образцу синхронных и асинхронных машин, не может претендовать на замену нормальных типов машин.

Можно предполагать, что параметрическая машина может конкурировать с индукторными электрическими машинами, работающими также при низкой модуляции параметра, а именно с машинами повышенной частоты. Как известно, генераторы повышенной частоты имеют независимое возбуждение постоянным током, создающим постоянный поток; но поток, пронизывающий катушки статора, изменяется при вращении зубчатого стального ротора: при прохождении зубца поток катушки статора максимален, при прохождении окна — минимален. Отсюда видно, что машина повышенной частоты аналогична по принципу своей конструкции параметрической машине; разница же между ними заключается в том, что машина повышенной частоты имеет посторонний поток и в ней изменяется взаимдуктивность между обмоткой статора и обмоткой возбуждения, в параметрической же машине — индуктивность обмотки статора.

Ввиду принципиального сходства конструкций можно считать, что глубина изменения параметра в обеих машинах должна быть примерно одинаковой; но так как машина повышенной частоты работает на изменении взаимоиндукции, то в выражении для ее мощности, как показано выше, появится коэффициент, вдвое больший, чем у машины, работающей на изменении самоиндукции; кроме того, машина с независимым возбуждением может работать с коэффициентом мощности 1, тогда как параметрическая машина, как показано выше, должна работать со значительным сдвигом фаз. В результате мощность генератора повышенной частоты окажется в несколько раз больше одногабаритной параметрической машины той же конструкции.

Таким образом параметрические машины, выполненные конструктивно подобно синхронным, асинхронным или индукторным машинам, не могут конкурировать со своими образцами. Параметрические машины могут найти свою область применения только тогда, когда в конструкции основная их особенность — отсутствие обмотки возбуждения — будет использована для уменьшения магнитного сопротивления магнитопровода. Примером такой конструкции может служить машина фиг. 22, имеющая значительно меньшее магнитное сопротивление, чем синхронная или асинхронная и тем более индукторная машина. Получающееся при этом увеличение максимальной индуктивности может компенсировать малую глубину модуляции.

Надо думать, что подобная параметрическая машина может оказаться выгодной в области повышенных частот, а особенно при высоких частотах, когда выполнение индукторных машин с отдельными катушками на статоре становится затруднительным. При повышении частоты уменьшается и емкость конденсаторов, включаемых в цепь параметрической машины.

Для полного сравнения различных типов машин необходимо учесть также условия их охлаждения; настоящая работа этим вопросом не занимается.

III. ЕМКОСТНЫЕ МАШИНЫ

Емкостные машины известны с давних пор; представитель этого типа машин, так называемая электростатическая машина, является принадлежностью любого школьного физического кабинета. Но емкостные машины не получили распространения в технике, что частично следует объяснить отсутствием удовлетворительной их теории.

Теория этих машин строилась на основе электростатики¹; между тем всякая электрическая машина является преобразователем энергии, а статические поля характерны именно тем, что в них невозможны преобразования энергии. Впервые теория емкостных машин, построенная на основе электродинамики, была дана Оллендорфом (Л. З.) в 1923 г.; она использована в дальнейшем.

Настоящая глава посвящена изучению емкостных машин с помощью общих уравнений, выведенных в гл. I, и имеет своей целью выявление основных типов емкостных машин, сравнение их между собой и, наконец, сравнение с индуктивными машинами.

Как было указано в гл. I, емкостная машина состоит из заряженных проводников, причем отдельные пары их образуют конденсаторы; часть последних неподвижна, образуя статор, остальные подвижны, образуя ротор.

Общие уравнения емкостной машины для каждого контура машины имеют следующий вид:

1. Уравнения токов

$$i_k = u_k g_k + c_{ka} \frac{du_a}{dt} + u_a \frac{dc_{ka}}{dt}.$$

¹ Например, Р. В. Поль, Введение в современное учение об электричестве, 1931 г., § 23.

2. Уравнения электрических мощностей

$$p_{Ek} = u_k i_k = u_k^2 g_k + c_{ka} u_k \frac{du_a}{dt} + u_k u_a \frac{dc_{ka}}{dt}.$$

3. Уравнения электромеханических сил

$$k_k = -\frac{1}{2} u_a u_b \frac{dc_{ab}}{dh_k}.$$

4. Уравнения электромеханических мощностей

$$p_{Mk} = k_k \frac{dh_k}{dt} = -\frac{1}{2} u_a u_b \frac{dc_{ab}}{dt},$$

так как здесь $\frac{\partial c}{\partial h} = \frac{dc}{dh}$.

В этих уравнениях c_{ab} при $a = b$ представляет собой емкость отдельных конденсаторов, при $a \neq b$ — взаимоемкость между отдельными конденсаторами, g_k — проводимости утечек отдельных конденсаторов; уравнения выведены в предположении, что отдельные конденсаторы полностью изолированы друг относительно друга и утечки между ними равны нулю.

Для решения поставленной задачи достаточно ограничиться машиной с одной системой (конденсатором) на статоре и с одной на роторе.

Для вращающихся машин за обобщенную геометрическую координату h естественно выбрать угол поворота α , для установившегося процесса равный

$$h = \alpha = \omega t,$$

где ω — угловая скорость; тогда обобщенной электромеханической силой будет момент вращения.

Из приведенных уравнений основной интерес представляют уравнения токов для статора и ротора и уравнение электромеханической мощности для ротора. Эти уравнения машины для самого общего случая, когда обе емкости и взаимоемкость переменны, получают следующий вид (для статора принят значок S , для ротора R):

Уравнения токов

$$i_S = u_S g_S + c_{SS} \frac{du_S}{dt} + u_S \frac{dc_{SS}}{dt} + c_{SR} \frac{du_R}{dt} + u_R \frac{dc_{SR}}{dt};$$

$$i_R = u_R g_R + c_{RR} \frac{du_R}{dt} + u_R \frac{dc_{RR}}{dt} + c_{SR} \frac{du_S}{dt} + u_S \frac{dc_{SR}}{dt}.$$

Уравнение электромеханической мощности для ротора

$$P_{MR} = -u_S u_R \frac{dc_{SR}}{dt} - \frac{1}{2} u_S^2 \frac{dc_{SS}}{dt} - \frac{1}{2} u_R^2 \frac{dc_{RR}}{dt}.$$

Уравнения отдельных видов машин с одной системой на статоре и роторе вытекают из приведенных как частные случаи.

1. ТЕОРИЯ ОБРАТНЫХ ЦЕПЕЙ В ПРИМЕНЕНИИ К ИНДУКТИВНЫМ И ЕМКОСТНЫМ МАШИНАМ

Из сравнения уравнений индуктивной (стр. 35) и емкостной машин с одной системой на статоре и роторе видно, что уравнения, определяющие электрическое состояние машины, являются уравнениями напряжения для индуктивной машины и уравнениями тока для емкостной.

При этом в уравнениях индуктивных машин складываются напряжения (свойство последовательных цепей), в уравнениях же емкостных машин складываются токи (свойство параллельных цепей). Математически эти уравнения совершенно аналогичны и одни могут быть получены из других, если произвести замену величин по следующей табличке:

u	i	r	g	L	C
i	u	g	r	C	L

С точки зрения теории электрических цепей индуктивная и емкостная машины с одной системой на статоре и одной на роторе представляют собой цепи, «обратные» друг другу. Теория обратных цепей разобрана автором в другой работе¹; здесь достаточно изложить лишь основные ее положения.

Обратными цепями называются такие, в которых напряжения первой равны токам второй, а токи первой — напряжениям второй. Для этого комплекс полного сопротивления (или переходное сопротивление в случае переходных процессов) одной цепи должен численно равняться комплексу проводимости (или переходной проводимости) другой².

¹ А. Е. Каплянский, Обратные цепи, Сборник: „Вопросы теории переменных токов“, Связьтехиздат, 1937 г.

² Более общее определение обратных цепей предусматривает вещественный коэффициент пропорциональности между сопротивлением и проводимостью.

От одной цепи к цепи, ей обратной, можно перейти:

- 1) заменив все последовательные соединения параллельными, все параллельные соединения последовательными;
- 2) заменив все параметры цепи другими по приведенной выше табличке.

Теория обратных цепей имеет практические приложения:

1. Для каждой заданной цепи может быть построена цепь, ей обратная, обладающая аналогичными свойствами. Так, например, известной схеме Гуммеля, в которой векторы напряжения всей цепи и тока одного участка взаимноперпендикулярны, соответствует схема ей обратная, в которой будут взаимноперпендикулярны векторы тока всей цепи и напряжения одного участка. Схеме Бушера, преобразующей постоянное (по действующему значению) напряжение в постоянный по величине ток, соответствует обратная схема, являющаяся преобразователем постоянного тока в постоянное напряжение.

2. Если известно решение уравнения для электрического состояния цепи, т. е. распределение в ней напряжений и токов, то эти результаты можно перенести на цепь ей обратную, производя замену напряжений токами и токов напряжениями.

На основании однотипности уравнений для индуктивных и емкостных машин с одной системой на статоре и роторе и „взаимозаменяемости“ величин по приведенной выше табличке можно заключить, что цепи этих машин взаимнообратны. Это положение может быть распространено и на более сложные машины, так как уравнения индуктивных и емкостных машин, данные выше для общего случая, также обратны друг другу. Поэтому здесь могут найти применение только что указанные приложения теории обратных цепей:

1. Можно составить схемы цепей, обратных цепям индуктивных машин, т. е. создать схемы емкостных машин, аналогичных отдельным индуктивным машинам; для этого кроме замены величин по вышеприведенной табличке необходимо последовательные цепи заменить параллельными и наоборот. В результате получится, что на емкостном принципе может быть создан полный ряд машин, аналогичных всем типам индуктивных машин — синхронным, асинхронным, коллекторным постоянного и переменного тока, параметрическим и т. д.

2. Можно полностью использовать результаты, полученные при исследовании уравнений индуктивных машин, перенеся их на аналогичные емкостные машины и производя указанную выше замену величин.

На основании вышеприведенных уравнений и свойств обратных цепей можно предсказать ряд интересных особенностей емкостных машин. Так, например, синхронный генератор при отсутствии внутреннего падения напряжения является генератором э. д. с. постоянного действующего значения, ток же появляется при замыкании цепи на внешнее сопротивление; короткое замыкание, вообще говоря, является для этой машины аварийным режимом, так как величина тока получает большое значение. В синхронной емкостной машине должна получиться по аналогии следующая необычная картина: эта машина будет генератором тока постоянного действующего значения и режимом, соответствующим режиму холостого хода для индуктивной машины, будет режим короткого замыкания, когда напряжение равно нулю. Напряжение появляется только при введении в цепь, замыкающую машину, какого-либо сопротивления; это напряжение растет с ростом сопротивления и при холостом ходе, т. е. обрыве цепи, получается аварийный режим, при котором напряжение недопустимо возрастет.

2. КОНСТРУКТИВНЫЕ ФОРМЫ ЕМКСТНЫХ МАШИН

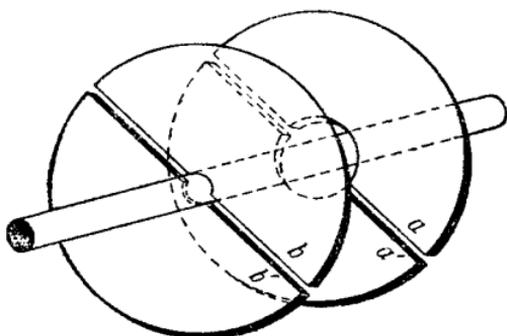
В то время как индуктивная машина основана на изменении индуктивностей, емкостная машина работает при изменении емкостей; поэтому конструктивно эти типы машин должны резко отличаться друг от друга. Тогда как основным конструктивным элементом индуктивной машины является виток, т. е. геометрически—линия, основные элементы емкостной, т. е. конденсаторной, машины должны представлять собой поверхности.

В конструкциях этих машин есть еще одна существенная разница. Магнитный силовой поток должен быть замкнут; поэтому основной частью индуктивной машины является магнитопровод; рабочей частью магнитного пути является только воздушный зазор и зона пазов с обмоткой, главная же часть магнитопровода используется для замыкания магнитного потока. Электрический силовой поток начинается и кончается на поверхностях конденсаторов и, следовательно, емкостная машина не должна иметь „потокпровода“ для замыкания пути потока; в этом заключается громадное преимущество емкостной машины.

Варьируя конструкцию магнитопровода, можно получить различные конструктивные формы индуктивных машин; от-

сутствие же потокопровода в емкостной машине предопределяет, повидимому, единственное целесообразное решение при выборе ее конструктивных форм, которое для машины с двумя системами изображено на фиг. 26.

Каждая система состоит из изолированных друг относительно друга металлических полудисков, образующих конденсатор; один конденсатор (aa') неподвижен, другой (bb') вращается. На фиг. 26 показана машина с одной парой полюсов; машина с p парами полюсов должна состоять из p пар секторов.



Фиг. 26.

На фиг. 26 показан основной элемент машины; для получения мощной машины нужно поставить на статор и ротор набор подобных, соединенных между собой, неподвижных и подвижных дисков. Такая машина аналогична многовитковой индуктивной машине.

Если пренебречь влиянием щели между полудисками на роторе и статоре, емкости систем статора и ротора машины фиг. 26 будут постоянны и независимы от взаимного положения системы статора и ротора; если считать поле равномерным и нормальным к поверхности дисков, емкость статора и ротора будет равна

$$C_S = C_R = \frac{S}{4\pi \cdot 2d} = \frac{S}{8\pi d},$$

где S — площадь полудиска, а d — расстояние между статором и ротором (воздушный зазор).

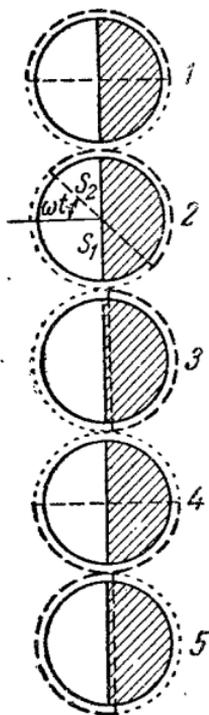
Для расчета взаимоемкости системы фиг. 26 ее можно представить так, как показано на фиг. 8 вверху. Если пренебречь в первом приближении емкостными потоками рассеяния $\Psi_{\alpha S}$ и $\Psi_{\beta S}$, то при параллельном положении щелей на статоре и

роторе, когда взаимоемкость максимальна, она будет равна собственным емкостям статора и ротора:

$$C_{SR \max} = B = C_S = C_R.$$

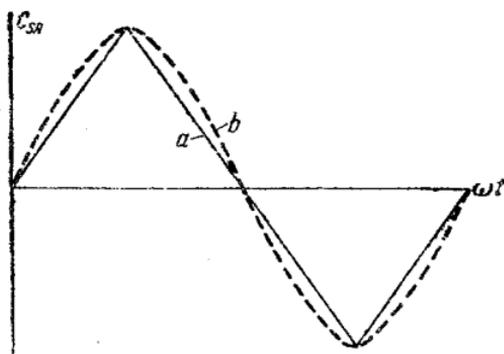
Взаимоемкость может быть подсчитана как поток одного полудиска ротора при напряжении на статоре, равном единице; можно принять поток равномерным и нормальным к поверхностям статора и ротора. Из фиг. 27 можно видеть, что при повороте ротора его поток будет меняться, оставаясь пропорциональным разнице площадей S_1 и S_2 полудиска ротора, оказавшихся под равными полудисками статора. На фиг. 27 щель статора показана сплошной линией, щель ротора пунктиром, полудиск статора, создающий поток, направленный к ротору, белым; второй полудиск статора, дающий поток обратного направления, заштрихован.

В положении 1, принятом за начало счета времени, суммарный поток ротора, а следовательно, и взаимоемкость равны нулю. В положении 2 суммарный поток и взаимоемкость пропорциональны



Фиг. 27.

$$S_1 - S_2 = \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi}{2} + \omega t \right) - \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi}{2} - \omega t \right) = R^2 \omega t$$



Фиг. 28.

и растут пропорционально времени до максимума (положение 3). Далее по линейному закону они будут убывать, пройдут через нуль (положение 4), через минимум (положе-

ние 5) и опять вернуться к нулю (положение 1). Таким образом при принятых предположениях получится закон изменения емкости по треугольнику (фиг. 28, а). Практически она будет изменяться плавнее, и недалеко от истины будет предположение синусоидального закона ее изменения (фиг. 28, b):

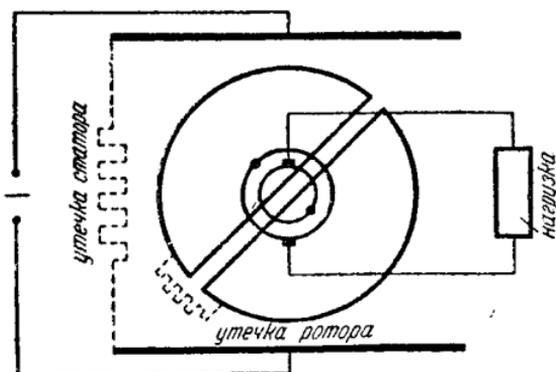
$$c_{SR} = b = B \sin \omega t,$$

где B — максимальное значение емкости.

3. СИНХРОННАЯ МАШИНА

В синхронной машине по фиг. 26 одна пара полудисков образует поле возбуждения, будучи приключена к источнику постоянного тока; другая пара полудисков является якорем. В случае если якорь вращается, в синхронной машине нужно установить на роторе два кольца с неподвижными щетками, которые приключаются к сети для двигателя и к нагрузке для генератора.

Схематически такая машина показана на фиг. 29. Здесь условно пара возбуждательных полудисков показана двумя параллельными линиями; на схеме также показаны проводимости утечки статора и ротора.



Фиг. 29.

После рассмотрения примера конструкции емкостной синхронной машины уместно дать физическую картину ее работы. При изучении индуктивного синхронного генератора обычно сначала рассматривается режим холостого хода, т. е. случай, когда внешнее сопротивление равно бесконечности. По аналогии, при изучении емкостного синхронного генератора

надо рассмотреть режим, при котором внешняя проводимость равна бесконечности, т. е. режим короткого замыкания (фиг. 7). Возбудительные полудиски (статор) присоединены к источнику постоянного тока с напряжением U_S ; статорная система потребляет постоянный ток, величина которого определяется проводимостью утечки g_S и напряжением возбудителя U_S :

$$I_S = U_S g_S.$$

Между полудисками статора образуется электрический поток, часть которого попадает на якорную систему (ротор). Как было показано в гл. I, этот поток пропорционален c_{SR} — взаимемкости между возбудительной и якорной системами; там же было принято, что каждая силовая линия электрического потока соединяет положительную и отрицательную единицы заряда; тогда заряд якорного конденсатора q_R будет численно равен его силовому потоку Ψ_R :

$$\Psi_R = q_R = c_{SR} U_S.$$

Взаимемкость c_{SR} при вращении ротора машины будет изменяться; вместе с ней будет изменяться заряд якорной системы. Тогда по проводнику, соединяющему полудиски якорной системы, пойдет ток

$$i_R = \frac{dq_R}{dt} = \frac{d(c_{SR} U_S)}{dt} = U_S \frac{dc_{SR}}{dt}.$$

Если взаимемкость будет меняться по гармоническому закону, кривая тока также будет синусоидой.

Так как сопротивление соединительного проводника равно нулю, напряжения на нем не будет и полезная мощность будет равна нулю.

Если в цепь якорной системы включить сопротивление, на нем возникнет напряжение; при этом мощность генератора не будет равна нулю и он будет отдавать энергию во внешнюю цепь.

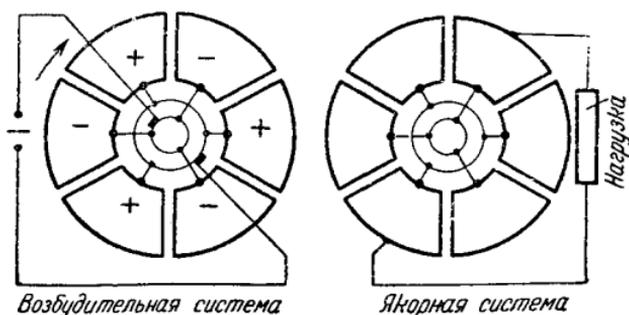
Появление напряжения на якорной системе вызовет появление электрического потока якоря, налагающегося на поток, создаваемый возбудительной системой машины. Это явление может быть также названо реакцией якоря. Следовательно, ток якоря будет теперь обусловлен результирующим потоком якорной системы.

Появление напряжения на якорной системе вызовет ток утечки в якоре, обусловленный проводимостью утечки g_R ; весь ток машины будет равен сумме этого тока и тока нагрузки генератора. Очевидно, что суммирование векторов потоков и токов надо производить геометрически, мгновенных значений—алгебраически.

На фиг. 29 изображена машина с вращающимся якорем. Возможен вариант, при котором якорная система будет неподвижна; тогда вращаться должна система возбуждения, которую в этом случае надо снабдить кольцами с щетками для приключения к возбудителю. В качестве примера на фиг. 30 изображены возбудительная и якорная системы шестиполусного синхронного генератора.

Для получения трехфазной синхронной машины нужно разделить набор якорных систем на три группы и сдвинуть их в пространстве на 120° электрических градусов.

В дальнейшем рассматривается однофазная синхронная машина. Как было указано выше, емкости статора и ротора емкостной синхронной машины по фиг. 26 постоянны, переменной является лишь взаимоемкость между статором и ротором.



Фиг. 30.

Следовательно, эта машина аналогична индуктивной неявнополюсной синхронной машине; на основании теории обратных цепей уравнениями индуктивной машины и выводами из них можно воспользоваться для емкостной машины.

Тогда уравнения токов емкостной машины с неподвижным якорем и вращающейся системой возбуждения получают вид:

$$i_S = u_S g_S + C_S \frac{du_S}{dt} + b \frac{du_R}{dt} + u_R \frac{db}{dt};$$

$$I_R = u_R g_R + C_R \frac{du_R}{dt} + b \frac{du_S}{dt} + u_S \frac{db}{dt}.$$

Здесь I_R — постоянный ток возбуждения, подаваемый возбудителем.

Уравнение для электромеханической мощности ротора:

$$P_{MR} = -u_S u_R \frac{db}{dt}.$$

Среднее значение этой мощности при учете только первой гармоники u_{S1} в напряжении и фазном сдвиге между напряжением и током, равном ϕ_1

$$P_{MR} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{S1} U_{R0} \omega B \cos \phi_1.$$

Максимальная мощность равна

$$P_{MR\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{S1} U_{R0} \omega B.$$

4. АСИНХРОННАЯ МАШИНА

В основу асинхронной машины может быть также положена конструкция фиг. 26. Так как в индуктивной асинхронной машине ротор замкнут накоротко, т. е. на сопротивление, равное нулю, в обратной цепи — в емкостной асинхронной машине — ротор должен быть замкнут на проводимость, равную нулю, т. е. разомкнут.

В асинхронной трехфазной машине системы статора и ротора должны быть разделены на три группы и сдвинуты на 120 электрических градусов; фазы могут быть соединены между собой либо звездой, либо треугольником.

В дальнейшем рассматривается однофазная асинхронная машина по фиг. 26.

В этой машине

$$c_{SS} = C_S = \text{const}; c_{RR} = C_R = \text{const}; c_{SR} = b = B \sin \omega t.$$

Кроме того $i_R = 0$, так как ротор разомкнут.

Уравнения машины получают вид

$$i_S = u_S g_S + C_S \frac{du_S}{dt} + b \frac{du_R}{dt} + u_R \frac{db}{dt};$$

$$0 = u_R g_R + C_R \frac{du_R}{dt} + b \frac{du_S}{dt} + u_S \frac{db}{dt}.$$

$$P_{MR} = -u_S u_R \frac{db}{dt}.$$

Перенеся сюда выводы по асинхронной индуктивной машине и ограничиваясь первыми гармониками напряжений u_S и u_R :

$$u_S = U_{mS} \sin(\omega t + \alpha); \quad u_R = U_{mR} \sin(\omega' t + \beta)$$

(здесь ω — частота напряжения статора, ω' — ротора, тогда $\omega \mp \omega'$ — угловая скорость вращения), можно получить выражение для средней мощности ротора:

$$P_{MR} = \mp \frac{1}{2} U_S U_R (\omega \mp \omega') B \cos(\alpha \mp \beta).$$

Верхний знак относится к двигателю, нижний — к генератору.

В идеальном случае, когда

$$\cos(\alpha \mp \beta) = 1,$$

мощность получает максимальное значение; если к тому же пренебречь ω' по сравнению с ω , то можно принять

$$P_{MR_{\max}} \approx \mp \frac{1}{2} U_S U_R \omega B.$$

Необходимо указать, что эта мощность практически недостижима, так как первичный и вторичный ток машины не могут совпасть по фазе и $\cos(\alpha \mp \beta) \neq 1$.

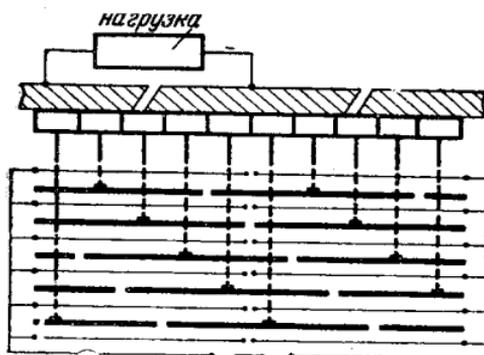
5. МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

В гл. II, посвященной индуктивным машинам, машины постоянного тока не рассматривались. Для получения более полной картины по емкостным машинам и иллюстрации применения метода обратных цепей для получения схем емкостных машин здесь вкратце рассмотрены также емкостные машины постоянного тока.

Для получения машины постоянного тока нужно выпрямить генерируемый машиной ток; для этого также может быть применена система коллектор-щетki. В машине постоянного тока диски возбуждения должны быть расположены одинаковым образом, т. е. их щели должны находиться в одной плоскости; диски же якорной системы сдвинуты в пространстве на угол $\frac{2\pi}{n}$, где n — число дисков. Якорные диски присоединяются к коллекторным пластинам, на коллектор наклады-

ваются щетки. При неподвижной возбуждательной системе щетки также неподвижны, при неподвижной якорной системе щетки должны вращаться.

В отличие от обычной многовитковой индуктивной машины, в которой основные элементы якоря — витки — соединены в каждой параллельной ветви последовательно, здесь основные элементы — диски — соединяются параллельно. Для этого щетки должны перекрывать все коллекторные пластины одного знака. В качестве примера на фиг. 31 показана развернутая схема двухполюсной машины постоянного тока с пятью якорными дисками и шестью возбуждательными; коллектор имеет десять пластин, каждая щетка перекрывает пять пластин, собирая выпрямленные токи, сдвинутые по фазе на угол $\frac{2\pi}{5}$; в результате машина даст слегка пульсирующий постоянный ток.



Фиг. 31.

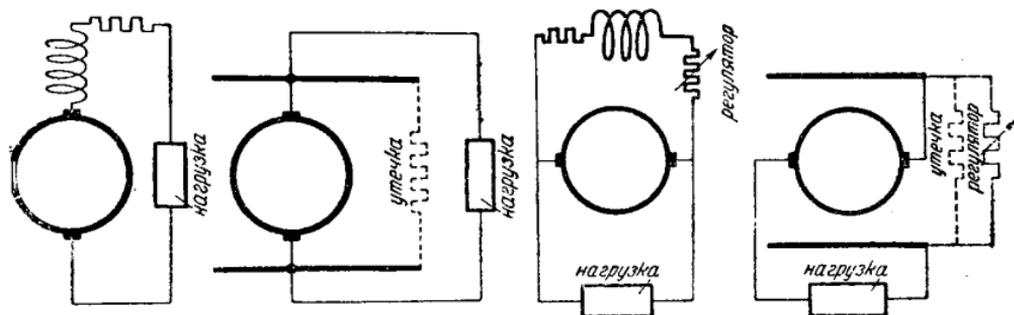
Машину постоянного тока можно построить самовозбуждающейся; схемы такой машины проще всего построить как обратные схемам шунтовой или серийной индуктивной машины постоянного тока.

На фиг. 32 показаны рядом схемы серийного индуктивного и обратного ему емкостного генератора. Якоря этих машин показаны на схемах одинаковым образом. Характерной особенностью индуктивной серийной машины является возбуждение ее полным током машины, для чего обмотка возбуждения соединяется последовательно с якорем. Потери возбуждения вызываются сопротивлением обмотки. В обратной ей емкостной машине возбуждение происходит полным напряжением машины, для чего якорь машины нужно подключить к возбуждательной системе параллельно. На схеме емкостной

машины показана также проводимость утечки возбуждательной системы, вызывающей потери на возбуждение.

Характеристики этой машины аналогичны характеристикам серийной индуктивной, если напряжение и ток поменять местами.

На фиг. 33 построены рядом схемы шунтового индуктивного генератора и обратного ему емкостного генератора. Характерной особенностью шунтовой машины является возбуждение частью полного тока, для чего обмотка возбуждения приключается к якору параллельно; ток возбуждения ограничивается омическим сопротивлением шунтовой обмотки, которое в эквивалентной схеме этой цепи должно быть включено последовательно с индуктивностью индукторов.



Фиг. 32.

Фиг. 33.

В обратной схеме возбуждение должно осуществляться частью полного напряжения машины, для чего возбуждательная система должна быть включена последовательно с якорной системой; при этом напряжение возбуждения будет определяться проводимостью утечки возбуждательной системы, которая включена параллельно возбуждательной системе. И здесь характеристики обеих машин будут аналогичны.

6. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МАШИНА

В отличие от индуктивной емкостная параметрическая машина представляет собой переменную емкость и имеет включенной в цепь постоянную индуктивность (фиг. 34). Конструктивно машина может иметь вид конденсатора переменной емкости; чтобы ротор был уравновешен, рационально выполнить его минимум с двумя лопастями, как показано на фиг. 35. При совпадении осей неподвижной и подвижной части емкость максимальна; когда они сдвинуты на $\frac{\pi}{2}$, емкость минимальна.

Если S — площадь полудиска, а d — расстояние между статором и ротором, максимальная емкость

$$C_{S_{\max}} = \frac{S}{4\pi d},$$

т. е. вдвое больше емкости машины с двумя системами. В последней машине, выполненной в ЛИИ, практически была достигнута глубина модуляции

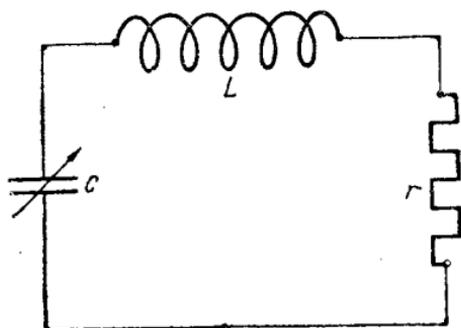
$$m = \frac{C_{S_{\max}} - C_{S_{\min}}}{C_{S_{\max}} + C_{S_{\min}}} = \frac{C_S}{C_{S_0}} = \frac{1}{3},$$

где C_{S_0} — среднее значение емкости;

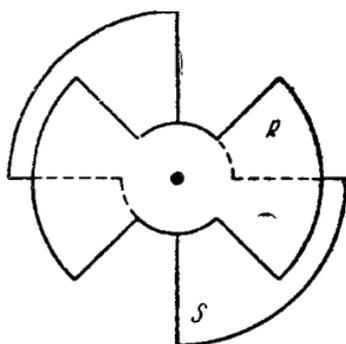
C_S — амплитуда переменной части.

Авторы этой машины считают достижимой глубину модуляции в 0,5. В дальнейшем принят синусоидальный закон изменения переменной части емкости:

$$c_S = C_{S_0} - C_S \cos 2\omega t.$$



Фиг. 34.



Фиг. 35.

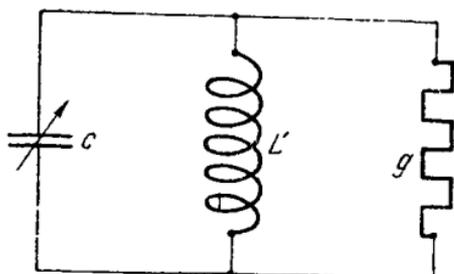
Чтобы получить уравнение для емкостной машины, аналогичное уравнению индуктивной машины, его нужно составить относительно цепи, обратной цепи фиг. 21. Эта цепь изображена на фиг. 36; она эквивалентна цепи фиг. 34, если в последней пересчитать последовательное соединение L и r на эквивалентное параллельное L' и g . Для основной гармонической частоты которой будет равна ω , параметры эквивалентной цепи определяются по переходным формулам, известным из теории переменных токов:

$$g = \frac{r}{r^2 + \omega^2 L^2}, \quad L' = \frac{r^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2 L}.$$

Считая в первом приближении, что такие же параметры будет иметь цепь и для высших гармоник, можно написать по аналогии с индуктивной машиной следующее уравнение для цепи емкостной машины:

$$ug + \frac{d}{dt} [(C_{S_0} - C_S \cos 2\omega t) u] + \frac{1}{L'} \int u dt = 0.$$

Это уравнение будет совершенно точным, если цепь параметрической машины будет собрана по схеме фиг. 36.



Фиг. 36.

Исследование и решение этого уравнения должны дать условия возбуждения и поддержания колебаний, аналогичные выведенным в гл. II:

$$g \leq \frac{\omega C_S}{2};$$

$$\omega C_{S_0} + \sqrt{\frac{1}{4} (\omega C_S)^2 - g^2} \geq \frac{1}{\omega L'} \geq \omega C_{S_0} - \sqrt{\frac{1}{4} (\omega C_S)^2 - g^2}.$$

Предельное значение активной проводимости (полезной нагрузки):

$$g_{\max} = \frac{1}{2} \omega C_S.$$

Тогда второе условие дает

$$\omega C_{S_0} = \frac{1}{\omega L'},$$

т. е. индуктивность L' должна быть настроена в резонанс со средним значением емкости.

Уравнения емкостной машины, выведенные по методу, принятому в настоящей работе, получаются из общих уравнений при

$$u_R = 0; c_S = C_{S_0} - C_S \cos 2\omega t; c_R = 0 \text{ и } b = 0$$

или при преобразовании уравнений для индуктивной машины по закону обратных цепей:

$$i_S = u_S (g_S + 2\omega C_S \sin 2\omega t) + (C_{S_0} - C_S \cos 2\omega t);$$

$$P_{MR} = -u_S^2 \omega C_S \sin 2\omega t.$$

Средняя мощность ротора при учете лишь первой гармоники напряжения равна

$$P_{MR} = -\frac{1}{2} U_{S1}^2 \omega C_S \sin 2\psi_1 = -\frac{1}{2} U_{S1}^2 \omega C_{S_{\max}} \frac{m}{m+1} \sin 2\psi_1.$$

Здесь значение знака угла обратно по сравнению с индуктивной машиной. Мощность становится положительной при отрицательном ψ_1 , т. е. емкостная машина может работать генератором только при индуктивной нагрузке.

По аналогии с индуктивной параметрической машиной

$$(\sin 2\psi_1)_{\max} = \frac{m}{2} \sqrt{4 - m^2}.$$

Тогда при идеальной модуляции $m = 1$ и

$$(\sin 2\psi_1)_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{4 - 1} \approx 0,87; \quad \psi_1 = 60^\circ.$$

При практически достижимой глубине модуляции $m = 0,5$ и

$$(\sin 2\psi_1)_{\max} = \frac{0,5}{2} \sqrt{4 - 0,5^2} \approx 0,485; \quad \psi_1 \approx 75^\circ.$$

Следовательно, максимальная мощность машины при идеальной модуляции равна

$$P_{MR_{\max}} = \frac{1}{2} U_{S1}^2 \omega C_{S_{\max}} \frac{m}{m+1} (\sin 2\psi_1)_{\max} = 0,22 U_{S1}^2 \omega C_{S_{\max}}.$$

При практически достижимой глубине модуляции ($m = 0,5$)

$$P_{MR_{\max}} = \frac{1}{2} U_{S1}^2 \omega C_{S_{\max}} \frac{0,5}{1+0,5} \cdot 0,485 = 0,08 U_{S1}^2 \omega C_{S_{\max}}.$$

7. СРАВНЕНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ ЕМКОСТНЫХ МАШИН

Для сравнения машин основным является выражение для их максимальной электромеханической мощности. Сравнивая машины с одинаковым числом дисков одного и того же диаметра и с одинаковым расстоянием между ними, следует

есть указанное выше обстоятельство, что максимальная емкость параметрической машины при этом вдвое больше емкости статора и ротора, а также в первом приближении и взаимоемкости синхронной и асинхронной машин:

$$C_{S\max} = 2B.$$

С другой стороны, необходимо учесть, что при одинаковых конструктивных размерах машина с двумя системами и, следовательно, с двумя воздушными зазорами может работать при двойном напряжении по сравнению с параметрической машиной, имеющей один воздушный зазор. Пробивное напряжение зависит от амплитудного его значения. Допуская одинаковый электрический запас прочности на роторе и на статоре, можно принять для синхронной машины

$$U_{R0} = U_{Sm} = \sqrt{2} U_S,$$

для асинхронной

$$U_R = U_S.$$

В результате всех этих замечаний, принимая за единицу напряжение на параметрической машине U_{Snap} и емкость ее $C_{S\max}$, можно получить выражения для максимальной мощности машины определенного габарита (т. е. с заданным числом, размерами и расстоянием дисков):

Для синхронной машины

$$\begin{aligned} P_{MR\max} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} U^2_{Scин} \omega B = (2 U_{Snap})^2 \omega \frac{C_{S\max}}{2} = \\ &= 2 U^2_{Snap} \omega C_{S\max}. \end{aligned}$$

Для асинхронной

$$\begin{aligned} P_{MR\max} &= \frac{1}{2} U^2_{Sасин} \omega B = \frac{1}{2} (2 U_{Snap})^2 \omega \frac{C_{S\max}}{2} = \\ &= U^2_{Snap} \omega C_{S\max}. \end{aligned}$$

Для параметрической при практически достижимой глубине модуляции

$$P_{MR\max} = 0,08 U^2_{Snap} \omega C_{S\max}.$$

При идеальной модуляции

$$P_{MR\max} = 0,22 U^2_{Snap} \omega C_{S\max}.$$

Таким образом в первом приближении тот же габарит машины дает максимальную мощность в синхронном исполнении в 25 раз большую, чем в параметрическом и в асинхронном в 12,5 раз больше, чем в параметрическом. Даже

при идеальной модуляции в параметрической машине синхронная машина будет в 9 раз, а асинхронная в 4,5 раза мощнее параметрической. Такая разница получается в основном за счет разницы в глубине модуляции параметра: так, в синхронной и асинхронной машинах взаимоемкость меняется от $+C_{S_{\max}}$ до $-C_{S_{\max}}$, в параметрической — от $+C_{S_{\max}}$ до $+C_{S_{\min}}$, которое при максимально достижимой глубине модуляции $m=0,5$, равно $\frac{1}{3} C_{S_{\max}}$, при идеальной модуляции $-\frac{1}{2} C_{S_{\max}}$.

Кроме того, как видно из предыдущего, синхронная машина может дать максимально возможную мощность (т. е. работать при $\cos \psi = 1$), асинхронная машина в первом приближении также [$\cos (\alpha - \beta) \approx 1$], параметрическая же машина позволяет использовать только половину возможной мощности ($\sin 2\psi \approx \frac{1}{2}$).

Параметрическая машина требует включения в ее цепь дроссельной катушки $\frac{1}{2}$ мощностью, равной полной мощности самой машины, соответствующей среднему значению ее емкости, другие машины — синхронные и асинхронные — работают непосредственно на сеть или от сети.

Если можно было говорить о преимуществе индуктивных параметрических машин для определенного диапазона частот благодаря своеобразию их конструкции, то по поводу емкостных машин этого сказать нельзя, так как, как было указано выше, ввиду отсутствия потокопровода конструкции всех видов емкостных машин примерно одинаковы (фиг. 26 и 35).

Из-за условий уравниваемости ротор машины нельзя выполнить с числом полудисков меньшим двух, а это значит, что для 50 Гц параметрическая машина может иметь максимум 1 500 об/мин, синхронная и асинхронная — 3 000; это обстоятельство говорит также не в пользу параметрической машины.

Как видно из выражений для мощности емкостных машин, она пропорциональна частоте. Следовательно, емкостные машины наибольшую выгоду смогут дать в области повышенных и высоких частот. Из тех же выражений видно, что мощность пропорциональна квадрату напряжения. Акад. Н. Д. Паналекси показывает¹, что параметрический емкостный генератор получает технический смысл при высоком вакууме,

¹ „Электричество“ № 11, 1938 г.

когда могут быть допущены высокие градиенты и, следовательно, машина может быть построена на большое напряжение при сравнительно малом габарите. Совершенно очевидно, что это положение справедливо и для синхронных и асинхронных емкостных машин, которые согласно предыдущему должны быть значительно выгодней параметрической машины.

Такие машины должны быть выполнены герметическими и снабжены откачными установками; повидимому, это ограничит область их применения сравнительно большими мощностями.

С конструктивной точки зрения параметрическая емкостная машина высокого напряжения значительно проще синхронной емкостной машины. Во-первых, параметрическая машина имеет меньшее число разнопотенциальных выводов и пластин; например, в однофазной параметрической машине таких выводов два, в синхронной — четыре (два для возбуждательной системы и два для якоря). Во-вторых, в параметрической машине на полное напряжение должна быть рассчитана изоляция между статором и ротором, в синхронной машине, кроме того, изоляция между полудисками статора и ротора. По конструкции чрезвычайно трудным местом синхронной и асинхронной машин является крепление полудисков ротора на валу (фиг. 26): они должны быть изолированы друг относительно друга и, кроме того, относительно вала (по крайней мере один из них).

Конструктивные трудности высоковольтных синхронной и асинхронной емкостных машин могут свести на-нет доказанные выше преимущества их над параметрической емкостной машиной. Окончательный выбор рационального типа емкостной машины можно будет сделать лишь после детальной теоретической и экспериментальной разработки проблемы емкостной машины.

Ниже приведен эскизный расчет синхронного емкостного турбогенератора, отнюдь не претендующий на возможность реального выполнения и на решение вопросов внутримашинной изоляции и рациональной конструкции машины; задачей этого расчета является получение ориентировочных цифр для суждения о том, стоит ли вообще заниматься проблемой емкостных машин.

Емкостная синхронная машина подсчитывается на следующие данные:

Мощность	—100 000 kW
Число оборотов в минуту	—3 000
Напряжение	—2 000 000 V

Внешний и внутренний диаметры дисков статора и ротора принимаются равными:

$$D_1 = 135 \text{ см и } D_2 = 75 \text{ см.}$$

Тогда полезная площадь полудиска равна 5000 см^2 .

Диски выполняются из дюралюминия. Напряжение на разрыв в материале диска будет равно

$$\begin{aligned} k_Z &= 2,56 \cdot 10^{-9} n^2 \frac{D_1^3 - D_2^3}{D_1 - D_2} = \\ &= 2,56 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 000^2 \frac{135^3 - 75^3}{135 - 75} = 690 \text{ кг/см}^2, \end{aligned}$$

что допустимо.

Теоретический предел градиента при высоком вакууме — 10^8 В/см , из-за неизбежной шероховатости электродов — 10^7 В/см . При пятикратном запасе прочности может быть допущен градиент для действующего значения переменного напряжения, равный

$$\frac{10^7}{5 \sqrt{2}} = 1,41 \cdot 10^6 \text{ В/см.}$$

Тогда расстояние между дисками может быть принято равным

$$d = \frac{U_S}{2} : 1,41 \cdot 10^6 = \frac{2 \cdot 10^6}{2 \cdot 1,41 \cdot 10^6} = 0,7 \text{ см.}$$

Постоянное напряжение возбуждательной системы может быть принято равным

$$U_R = \sqrt{2} U_S = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 10^6 = 2,82 \cdot 10^6 \text{ В.}$$

Согласно выведенной выше формуле для максимальной мощности машина должна иметь максимальную взаимоемкость (принята двойная перегружаемость):

$$\begin{aligned} B &= \frac{P_{MR \max}}{\frac{1}{\sqrt{2}} U_S U_R \omega} = \frac{200 \cdot 000 \cdot 10^5}{\frac{1}{\sqrt{2}} 2 \cdot 10^6 \cdot 2,82 \cdot 10^6 \cdot 314} = \\ &= 0,16 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ см.} \end{aligned}$$

Коэффициент рассеяния потока принимается равным 0,9.

Тогда емкость машины должна быть равна

$$C = \frac{B}{0,9} = \frac{1,44 \cdot 10^5}{0,9} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ см.}$$

Емкость одного диска (между двумя полудисками) равна

$$C_1 = \frac{S}{8\pi d} = \frac{5000}{8\pi \cdot 0,7} = 285 \text{ см.}$$

Необходимое суммарное число n дисков статора и ротора равно

$$n = \frac{C}{C_1} + 1 = \frac{1,6 \cdot 10^5}{285} + 1 = 562.$$

Вес активного материала, принимая толщину дисков h равной 1 см,

$$Q = S \cdot h \cdot n \cdot \gamma = 10\,000 \cdot 1 \cdot 562 \cdot 2,75 = 15\,500 \text{ kg.}$$

Вес активного материала на единицу мощности машины

$$\frac{Q}{P} = \frac{15\,500}{100\,000} = 0,155 \text{ kg/kW}$$

против 1,47 kg/kW для современного турбогенератора в 100 000 kW.

Этот результат не является неожиданным. Он объясняется в основном главным преимуществом емкостной машины — отсутствием токопровода для замыкания силового потока. Нужно учесть еще одно преимущество емкостной машины: отпадает необходимость в повысительном трансформаторе.

Потери в емкостной машине должны быть относительно малы. Потерь, соответствующих потерям в железе индуктивной машины, в емкостной машине не будет. Вентиляционные потери в вакууме будут ничтожно малы; правда, прибавятся потери на откачную установку. Потери в утечках конденсаторов при хорошей изоляции будут также малы. В результате к. п. д. емкостной машины должен быть, повидимому, очень высок.

Приведенный подсчет показывает, что емкостная синхронная машина, а также, повидимому, емкостные машины других типов, представляют большой интерес.

Проблема емкостной машины имеет свои специфические особенности как с точки зрения электрических характеристик этой машины, так и с точки зрения ее конструкции.

С электрической стороны синхронная емкостная машина, например, как было показано выше, представляет собой генератор тока, аналогично тому как индуктивная машина является генератором напряжения. Другими словами, индуктивный генератор без внутреннего падения будет давать неизменное напряжение, емкостный — неизменный ток. В первом случае ток будет функцией нагрузки, во втором функцией нагрузки будет напряжение. В связи с этой особенностью емкостной машины можно пойти двумя путями — или применять приемники, рассчитанные на работу при неизменном токе, например, емкостные двигатели, или сконструировать такой емкостный

генератор, который был бы генератором напряжения, а не тока. Создание подобного генератора, повидимому, возможно, так как имеются индуктивные генераторы тока — например, некоторые электросварочные машины; емкостная машина „обратная“ такой индуктивной, должна быть генератором напряжения.

С конструктивной точки зрения должны возникнуть затруднения, связанные с высоким вакуумом и высоким напряжением; к ним относятся:

- 1) обезгаживание больших площадей пластин;
- 2) высоковольтные выводы из внутримашинного вакуума; эта задача решена для мощных рентгеновских труб;
- 3) вывод вала из внутримашинного вакуума; задача эта решена в молекулярных насосах; повидимому, придется применить ряд последовательных форвакуумных камер, лабиринтные уплотнения и непрерывно действующие насосы;
- 4) вопросы внутримашинной изоляции.

Итак, решение проблемы емкостной машины связано с большой теоретической и экспериментальной работой. Но эту работу необходимо начать, имея в виду те выгоды, которые емкостные машины могут дать для электрификации нашей родины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе из уравнений Лагранжа выведено обязательное условие преобразования из одного вида в другой механической и электрической энергии — изменение параметра (индуктивности или емкости) и получены в общем виде уравнения машин индуктивных (с магнитным полем) и машин емкостных (с электрическим полем), из которых как частные случаи вытекают уравнения для отдельных типов машин. На основе общих уравнений показана возможность создания полного ряда емкостных машин: каждый тип индуктивной машины имеет своего аналога в ряду емкостных машин.

Общая теория дала базу для оценки нового типа машин — параметрических; показано, что эти машины основаны на том же принципе изменения параметра, как и вообще все электрические машины; но в основном из-за недостаточного глубокого изменения параметра эти машины занимают последнее место в ряду как индуктивных, так и емкостных машин и смогут найти применение лишь там, где возможно полезно использовать особенности их конструкции.

В заключение показана выгодность мощных синхронных

емкостных машин высокого напряжения. Возможно, что ряд выгод может дать использование в одной машине индуктивного и емкостного принципа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung, 1907.
 2. Poincaré, Sur quelques théorèmes généraux relatifs a l'électrotechnique. L'éclairage électrique, 1907, № 9.
 3. Ollendorf, Über Kapazitätsmaschinen. Archiv für Elektrotechnik, 1923, № 4.
 4. Базилевич, К вопросу общей теории электрических машин. „Электричество“, 1930, № 2.
 5. Мандельштам и Папалекси и другие авторы. Ряд статей в журнале „Техническая физика“, 1934, вып. I.
 6. Kron, Application of tensor analysis! General Electric Review 1935—1939.
-

Цена 3 руб.

29000

ГПНТБ России



162166