

**А. П. КОНДРАШОВ
Е. В. ШЕСТОПАЛОВ**

**ОСНОВЫ
ФИЗИЧЕСКОГО
ЭКСПЕРИМЕНТА
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ОБРАБОТКА
РЕЗУЛЬТАТОВ
ИЗМЕРЕНИЙ**

**А. П. КОНДРАШОВ
Е. В. ШЕСТОПАЛОВ**

ОСНОВЫ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебника для средних специальных
учебных заведений



АТОМИЗДАТ МОСКВА 1977

Кондрашов А. П., Шестопалов Е. В. Основы физического эксперимента и математическая обработка результатов измерений. Учебник для техникумов. М., Атомиздат, 1977, 200 с.

Излагаемый в книге материал построен на опыте преподавания в техникуме и экспериментальных исследований в физической лаборатории. Рассмотрены техника и принципы проведения физического эксперимента, основные методы измерения в ядерной физике и способы обработки и представления результатов измерений.

Книга рассчитана на учащихся средних технических заведений, а также на техникумов и лаборантов, работающих в физической лаборатории.

Табл. 25, рис. 58, список литературы — 17 наименований.

Рецензенты:

Обнинский политехнический техникум
доктор физ.-мат. наук Д. Л. Бродер

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние годы все большее применение во многих отраслях народного хозяйства и научных исследованиях находят источники ионизирующих излучений. При проведении работ с ионизирующим излучением необходимы подготовленные специалисты по дозиметрии и ядерной физике.

Для проникновения вглубь явлений природы современная физика использует очень сложные приборы и тончайшие методы. В связи с этим экспериментатор должен обладать знаниями по различным вопросам науки и техники, приобрести определенные навыки в работе и уметь самостоятельно планировать и выполнять сложные измерения. Однако учебного пособия, в котором в доступной форме для такой категории специалистов описывались бы принципы постановки и проведения ядерно-физического эксперимента, практически нет. Поэтому авторы, основываясь на опыте преподавательской деятельности и экспериментальных исследований, подготовили учебник по основам физического эксперимента и обработке результатов измерений.

Настоящая книга является логическим продолжением учебников В. Е. Левина «Ядерная физика и ядерные реакторы» и В. Е. Левина и Л. П. Хамьянова «Регистрация ионизирующих излучений». Предполагается, что читателю известны основы ядерной физики и методов регистрации ионизирующих излучений.

Учебник состоит из четырех глав и охватывает наиболее важные вопросы лабораторной практики. В первой главе кратко рассмотрены принципы планирования и проведения физического эксперимента. Поскольку при изготовлении экспериментальной установки часть ее узлов приходится делать самому экспериментатору, то во второй главе изложены свойства часто используемых материалов, а также способы пайки, склеивания, нанесения покрытий и т. п. Третья глава посвящена экспериментальным методам определения некоторых ядерно-физических величин, таких, как активность источника ионизирующего излучения, плотность потока нейтронов, сечения взаимодействия излучения с веществом и спектрометрии нейтронов и γ -квантов.

В четвертой главе рассмотрены методы обработки результатов измерений и их представления. В ней кратко изложены основы теории ошибок, позволяющие оценивать погрешности результатов, методы экстраполирования и интерполирования.

Авторы выражают глубокую благодарность канд. физ.-мат. наук Л. П. Хамьянову, который оказал большую помощь при подготовке рукописи, а также д-ру физ.-мат. наук проф. Д. Л. Бродеру, канд. физ.-мат. наук Е. В. Левину и А. П. Суворову за весьма полезные советы и замечания.

ГЛАВА 1

ПРИНЦИПЫ ПРОВЕДЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

§ 1.1. РОЛЬ ЭКСПЕРИМЕНТА В ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Познание свойств материального мира включает следующие этапы: первичное изучение некоторого явления при помощи наблюдения, создание гипотезы (теории) и ее проверка на опыте или эксперименте.

Слово «эксперимент» происходит от латинского «*experimen-
tum*» и означает опыт, проба. Под *экспериментом* понимают изучение природных явлений путем научного опыта при точно учитываемых условиях, которые дают возможность следить за ходом исследуемого процесса и повторять его каждый раз при воспроизведении тех же условий.

Во всех естественных науках эксперимент имеет важное значение. Не зря существует слово «естественный экспериментатор», т. е. человек, испытывающий, познающий явления и объекты природы. С той поры, как человек перешел от простых наблюдений окружающей природы к созданию теоретических моделей для объяснения процессов, происходящих в окружающем мире, появилась необходимость в проведении экспериментов. С развитием науки и техники сфера эксперимента непрерывно расширяется, охватывая все более сложные явления природы.

Успешное развитие ядерной физики позволило создать ядерные энергетические реакторы, суда с ядерным двигателем, получать и использовать радиоактивные нуклиды, опреснять воду и т. п. Ядерная физика немыслима без эксперимента, ибо изучаемые ею объекты таковы, что их нельзя наблюдать непосредственно. Требуются специальные устройства для косвенного восприятия этих объектов. Подавляющее большинство экспериментов в ядерной физике проводится для того, чтобы изучить природу различных излучений, определить их характеристики. Так исследуются потоки нейтронов и γ -квантов, дозы излучений и т. п. Наряду с этим ведутся и более сложные эксперименты, например измерения эффективных сечений, когда природа используемого излучения уже известна из предшествующих опытов.

§ 1.2. ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Порядок проведения ядерно-физического эксперимента следующий: 1) постановка задачи и пути ее экспериментального решения; 2) планирование эксперимента; 3) выбор структурной схемы и оценка возможных эффекта и фона; 4) выбор или конструирование и изготовление узлов экспериментальной установки; 5) подготовка плана наладочных измерений и градуировки средств измерений, а также необходимой документации для эксперимента; 6) разработка или выбор методов контроля аппаратуры; 7) проведение измерений; 8) обработка результатов.

Для более наглядного представления каждого из этапов физического эксперимента рассмотрим конкретный пример.

Пусть требуется определить ослабление потока быстрых нейтронов при прохождении через бетон. Для решения поставленной задачи можно предложить такой путь. Используем пучок нейтронов, выходящий из канала в реакторе. Для регистрации нейтронов применим активационные детекторы (более подробно измерение плотности потока нейтронов изложено в гл. 3). Поскольку исследуем быстрые нейтроны, необходимы такие нуклиды, которые активируются только тогда, когда энергия нейтронов превосходит пороговое значение $E_{\text{п}}$. Так, для реакции $^{31}\text{P}(n, p)^{31}\text{Si}$ $E_{\text{п}} = 1,5 \text{ Мэв}$, а для реакций $^{27}\text{Al}(n, \alpha)^{24}\text{Na}$ и $^{27}\text{Al}(n, p)^{27}\text{Mg}$ 3,3 и 2,1 Мэв соответственно. Таким образом, детекторы из фосфора и алюминия можно использовать для регистрации быстрых нейтронов.

Метод активационных детекторов удобен тем, что измерения проводят сразу во многих точках по толщине исследуемого материала. При этом, благодаря малому размеру детекторов, не вносятся заметные искажения в защитные свойства изучаемого материала.

Необходимые количества ядер нуклида в материале детектора для получения нужной активности можно оценить, так как сечения указанных реакций известны и, как правило, известна плотность потока нейтронов в канал реактора.

Схема установки для изучения свойств бетона по пропусканию быстрых нейтронов может быть, например, такой, как на рис. 1.1. Плиты из исследуемого бетона собраны в призму, которую устанавливают так, чтобы исключить утечку нейтронов из пучка в экспериментальный зал. Это снижает фон при измерениях в конце бетонной призмы. В бетонных плитах сделаны каналы, в которые опускают пробки с вырезами. Детекторы размещают в вырезах по оси призмы, совпадающей с осью пучка нейтронов. Пробки изготовлены из того же сорта бетона, что и плиты. В каналы, в которых измерения не производятся, вставляют пробки без вырезов. Размеры бетонной призмы должны быть достаточно большими (например, $150 \times$

×150×150 см), чтобы уменьшить влияние фона рассеянного излучения на результаты измерений.

Выбором схемы эксперимента и планированием измерений уже задаем часть узлов установки: конструктивное выполнение сборки из бетона, источник излучений и детекторы нейтронов. Лишь детекторы из фосфора придется изготовить экспериментатору, остальное может быть сделано в мастерской или на

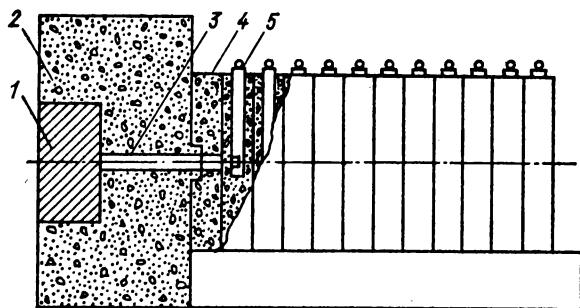


Рис. 1.1. Схема экспериментальной установки для изучения прохождения быстрых нейтронов через бетон:

1 — активная зона реактора; 2 — биологическая защита;
3 — канал в защите реактора; 4 — плиты из бетона; 5 — пробки с вырезами для детекторов

заводе. Так как нужно определить наведенную активность детекторов, то требуется также установка для их обсчета. В настоящее время есть хорошие приборы для этой цели и надо лишь их выбрать. После того, как все узлы установки готовы, следует собрать ее и проверить работу. В рассматриваемом случае необходимо убедиться, что все пробки и вырезы в них соответствуют своему назначению, а устройство для обсчета детекторов работает надежно.

Рассмотренная экспериментальная установка довольно проста. Часто аппаратура весьма сложна, что приводит к необходимости длительной и трудоемкой работы по наладке и градуировке средств измерения. Требуется также предусмотреть специальные методы контроля, особенно в случаях, нередко встречающихся на практике, когда физический эксперимент продолжается длительное время (иногда до нескольких месяцев), и очень важно обеспечить стабильную работу всех частей установки. Если какой-либо узел установки вышел из строя, должна быть гарантирована быстрая замена его.

Перед основными измерениями всегда следует ставить пробные опыты, которые познакомят экспериментатора с предстоящим экспериментом. Это позволит проверить работу всей установки в целом, определить интервал значений каждой из измеряемых величин и оценить возможные погрешности. Последнее

поможет выявить параметры, получаемые с наибольшими погрешностями, определяющими погрешность результата эксперимента. Их необходимо измерять с большей тщательностью. Поскольку экспериментатор сам может вносить погрешности, то необходимо выяснить, какие субъективные погрешности свойственны ему лично, чтобы их исключить. До начала измерений необходимо составить график предполагаемых работ, предусматривающий порядок проведения измерений, сроки их исполнения, а также другие мероприятия.

Во время измерений необходимо следить за работой всех узлов установки и записывать все, даже самые незначительные операции, совершаемые в процессе эксперимента. Записи нужно делать как можно яснее и экономнее, чтобы экспериментатор мог без труда понять их и спустя некоторое время. Для записей рабочая тетрадь предпочтительнее отдельных листов, так как некоторые из них могут потеряться, но у тетради есть и недостаток: записи могут оказаться разрозненными, если в сложном опыте приходится измерять то одну, то другую величину. Поэтому наилучший вариант — сочетание рабочей тетради с отдельными листами, которые затем сброшюровывают.

Проводя измерения, необходимо придерживаться одного очень важного правила: все результаты нужно записывать сразу после окончания замера и без обработки (даже если это самые простые арифметические вычисления). Затем следует проверить запись, сравнив ее еще раз с показаниями прибора. Ни в коем случае не следует вести записи сначала на черновиках, а затем переписывать в рабочую тетрадь — теряется время, невозможно избежать отбора и возможно внесение ошибок. Все первичные данные следует сохранять, чтобы в случае необходимости провести определенный отбор данных, проверить правильность отбора и определить характер самих измерений.

В рабочей тетради полезно привести схему эксперимента, что дает возможность объяснить идею опыта, описать измерительную установку и ввести обозначения. При этом необязательно делать ее точной, достаточно лишь подчеркнуть основные особенности установки, т. е. схема должна быть упрощена и относиться только к данному эксперименту.

Компактные записи проще для чтения, особенно если результаты эксперимента записаны в виде таблиц, так как числа, записанные столбиком, легче сопоставлять. Физическую величину и ее единицу измерения записывают в головке таблицы и не повторяют при каждом значении. Повторений нужно избегать, чтобы не загромождать записи. Следует также выделять подчеркиванием значения, к которым сводится группа данных, в частности средние значения. Группы значений рекомендуется разделять пробелами. Ни в коем случае нельзя исправлять цифры, так как это затрудняет чтение. Лучше неверную цифру зачеркнуть и написать сверху верную.

В рассматриваемом примере изучения прохождения быстрых нейтронов через бетон условия облучения детекторов можно записывать в виде следующей таблицы:

Дата измерения	Мощность реактора, <i>вт</i>	Время облучения		Номер бетонной плиты	Номер детектора
		начало	конец		

При регистрации активности детектора полезно записывать производные также в виде таблицы, например:

Дата обсчета	Положение детектора относительно счетчика	Время начала обсчета	Продолжительность обсчета, <i>мин</i>	Число зарегистрированных импульсов
--------------	---	----------------------	---------------------------------------	------------------------------------

Так как нужно знать активность детектора в момент окончания облучения, а измеряется активность через некоторый промежуток времени после облучения, то следует каждый детектор обсчитывать несколько раз (пять и более) на протяжении хотя бы двух периодов полураспада. Тогда можно точнее найти активность графическим или аналитическим методом.

Проведя измерения по всем каналам в бетоне, необходимо повторить их по крайней мере еще раз (а лучше несколько раз). Такое повторение поможет исключить ошибки при снятии показаний приборов и их записи, а также даст возможность оценить погрешность измерений.

После окончания измерений проводят обработку полученных данных: результаты измерений приводят к виду, удобному для дальнейшего использования, и определяют погрешности приводимых данных. Обычно результаты экспериментов представляют в виде таблиц или графиков. При этом таблицы и графики могут содержать либо только данные измерений, либо экспериментальные и расчетные данные. Необходимо также привести погрешности эксперимента, так как это значительно облегчит правильную интерпретацию полученных результатов.

Более подробно обработка результатов измерений будет изложена в гл. 4. Здесь же ограничимся лишь некоторыми практическими советами.

Точность вычислений так же важна, как и точность измерений. При рациональном подходе к вычислениям можно уменьшить вероятность появления ошибки: чем меньше выкладок, тем меньше вероятность сделать ошибку. Все вычисления нужно делать последовательно и аккуратно, записывая их разборчиво и с достаточным запасом свободного места. Многое из того, что было сказано о записи результатов измерений, относится и к записи результатов вычислений.

Вычисления полезно проводить по определенной схеме. Так, в рассматриваемом примере необходимо найти активность детектора в конце облучения по формуле

$$A_0 = \frac{A \exp(\lambda t_2)}{1 - \exp(-\lambda t_1)},$$

где A_0 — активность детектора в конце облучения; A — активность в момент обсчета; t_1 — продолжительность облучения; t_2 — промежуток времени от конца облучения до момента его обсчета; λ — постоянная распада. Вычисления удобно проводить, например, по следующей схеме:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_1	λt_1	e^{-2}	$1-3$	t_2	λt_2	e^6	$7/4$	A	$A_0=8.9$

Такая схема позволяет легко проверить вычисления, особенно когда в расчетную формулу входит много параметров.

Вычисления бывают *самопроверяющимися* и *несамопроверяющимися*. К первым можно отнести, например, такие: если все результаты нанести на график и все точки, кроме одной, выпадающей, ложатся на прямую линию, то это означает, что при вычислении выпавшей точки почти наверняка допущена ошибка. Примером несамопроверяющихся могут служить вычисления по приведенной формуле. В общем случае, чем больше отличается способ проверки от способа вычисления, тем лучше качество проверки. Если проверка дает отличный от первоначального результат, то нужно прежде всего рассмотреть проверочные вычисления, которые, как правило, делают менее аккуратно. О правильности алгебраического выражения можно судить по его размерности. Следует проверить, будет ли иметь алгебраическое выражение правильный вид в простых частных случаях и изменяется ли вычисляемая величина в правильном направлении при изменении аргумента. Нередко правильность формулы проверяется ее симметрией.

Все значения должны быть приемлемы по порядку величины. Прежде чем подставлять в формулу значения, необходимо провести требуемые преобразования этой формулы. При вычислениях следует использовать математические таблицы и настольные счетные машины, а при необходимости и ЭВМ.

Отметим также, что если эксперимент длится долго (более двух дней), то результаты измерений нужно обрабатывать в ходе эксперимента, чтобы можно было проверить расхождения между расчетными и экспериментальными данными. Кроме того, вычисления нужно провести, пока еще все особенности измерений свежи в памяти, а если возникнет необходимость изменений условий эксперимента, выполнить это будет легче.

Заключив обработку результатов, необходимо в той или иной форме представить их для дальнейшего использования.

Поскольку в рассматриваемом примере нас интересует распределение плотности потоков быстрых нейтронов по толщине бетонной призмы, то результаты эксперимента лучше всего представить в виде графика, так как это более наглядно пока-

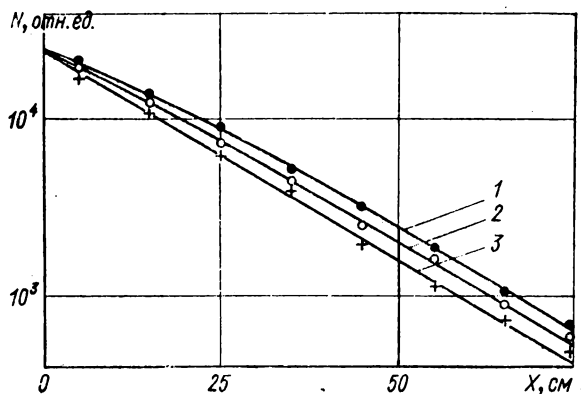


Рис. 1.2. Распределение плотности потоков быстрых нейтронов по толщине бетона:

1 — $E_n > 1,5$ Мэв, $^{31}\text{P}(n, p)^{31}\text{Si}$; 2 — $E_n > 2,1$ Мэв, $^{27}\text{Al}(n, p)^{27}\text{Mg}$; 3 — $E_n > 3,3$ Мэв, $^{27}\text{Al}(n, \alpha)^{24}\text{Na}$. Кривые проведены по экспериментальным точкам методом наименьших квадратов

зывает изменение плотности потока нейтронов с увеличением толщины бетона. Действительно, рассматривая рис. 1.2, можно не только узнать, каково распределение плотности потоков быстрых нейтронов в данном материале, но и сделать вывод о законе распределения плотности потоков нейтронов, знание которого позволяет определить защитные свойства вещества.

ГЛАВА 2

ТЕХНИКА ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

§ 2.1. КОНСТРУКЦИОННЫЕ И ЭЛЕКТРОИЗОЛЯЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Работник физической лаборатории должен обладать определенными навыками и уметь работать с разнообразными приборами и материалами, уметь паять, склеивать, наносить покрытия и т. п. Для изготовления деталей экспериментальной установки ему приходится выбирать те или иные материалы, основываясь на их свойствах и способах обработки.

Наиболее часто в качестве конструкционных материалов применяют медь, дюралюминий, а также пластмассы. При этом нередко бывает необходим тот или иной электроизоляционный материал. Свойства материалов по отношению к пропусканию электрического тока характеризуются удельным объемным сопротивлением, удельным поверхностным сопротивлением, пробивным напряжением и диэлектрической проницаемостью. Под *удельным электрическим объемным сопротивлением* ρ_v понимают способность материала противодействовать току во всем объеме. Оно измеряется в *ом·м* как сопротивление между противолежащими гранями куба с ребром 1 м. *Удельное электрическое поверхностное сопротивление* ρ_s определяет способность материала противодействовать току утечки по поверхности, т. е. это сопротивление поверхностного слоя длиной и шириной 1 м. Оно измеряется в *омах*, так как R_s пропорционально длине l и обратно пропорционально ширине a слоя: $R_s = \rho_s l/a$. Эта характеристика весьма важна на практике, ибо она часто значительно меньше, чем ρ_v , т. е. такие материалы не пробиваются, а перекрываются электрическим разрядом по поверхности. Поскольку под *пробивным* понимают напряжение, при котором происходит пробой материала, то соответствующее значение напряженности электрического поля есть *электрическая прочность* данного материала. *Электроизоляционными материалами* или *диэлектриками* называют вещества, обладающие очень большим удельным сопротивлением по сравнению с проводниками. Из них изготовляют изоляцию различных элементов электрического и радиотехнического оборудования. Электрическая прочность диэлектрика важна при работе с высоким напряже-

Таблица 2.1

Свойства некоторых конструктивных и изоляционных материалов

Наименование	Плотность, 10^3 кг/м^3	Удельное объемное сопротив- ление, ом·м	Удельное поверх- ностное сопротив- ление, ом	Электри- ческая про- чность, кв./мм	Диэлектри- ческая про- ницаемость при 50 гц	Темпо- стойкость по Мартен- су, °С*	Общие свойства. Области применения
Полистирол	1,05—1,07	10^{16}	10^{15}	25—40	2,5	80	Термопластичный материал. Изготовление электро- изоляционных деталей
Полиэтилен	0,92—0,96	10^{15}	10^{14}	40	2,3	100	Термопластичный материал, устойчивый к хими- ческим реакциям. Изготовление высоконапруго- вых эластичных деталей
Фторопласт-3 (по- литетрафторэти- лен)	2,1—2,18	10^{18}	—	15	2,9	100	Негорючий материал. Изготовление деталей, стой- ких к сильно агрессивным средам
Полиметилмета- крилат	1,19	10^{12}	—	20—40	3,7	80	Дугогасящий материал. Изготовление электроизо- ляторов
Винилласт	1,4	10^{11}	—	15—30	3,6	75	Изготовление электроизоляционных деталей с вы- сокой механической прочностью
Текстолит А	1,4	10^{10}	10^{11}	6—8	5—6	135	Изготовление деталей с высокими электрическими и механическими свойствами
Гетинакс В	1,28—1,45	10^{10}	10^{10}	16	6—8	150	Обладает высокой механической прочностью. Изго- товление деталей высоковольтных устройств, рабо- тающих на воздухе и в трансформаторном масле
Пенопласт ПС-1	0,07—0,2	—	—	—	1,05	60	Легок, водостоек, устойчив к химическим реакци- ям. Изготовление высокочастотных радиодеталей и теплоизоляций
Эбонит	1,25	10^{13}	10^{12}	—	3,0	80	Влагостоек, хорошо обрабатывается. Изготовление изоляторов
Капифоль	—	10^{12}	—	—	2,6	—	Производство электроизоляционных лаков
Шеллак	—	10^{12}	—	—	2,7—3,7	—	Производство клееной слюдиной изоляции
Янтарь	—	10^{17}	—	—	2,8	—	Изготовление изоляторов некоторых электроизме- рительных приборов
Парафин	0,9	10^{15}	—	22—32	2,2	—	Пропитка бумажных конденсаторов
Слюда	2,6—3,0	10^{13} — 10^{15}	10^{11}	100—150	6—7,5	—	Изготовление радиодеталей
Микалит	2,2—2,3	10^{12}	10^{11}	22—38	—	—	Изготовление электроизоляционных деталей
Электрографор	2,2—2,3	10^{11}	10^{12}	28—35	6—7	—	Изготовление электроизоляционных деталей
Стеатит	2,9—3,2	10^{14}	10^{14}	40—42	6,5—7	—	Высококачественная керамика. Изготовление радио- деталей
Стекло	—	10^8 — 10^{15}	—	—	3,8—16,2	—	Изготовление электроизоляторов
Микалекс	—	10^{12}	—	13—16	—	—	Теплостоек. Изготовление электроизоляторов

* Теплостойкость—способность материала выполнять свою функцию при воздействии рабочей температуры за время, сравнимое с расчетным сро-
ком нормальной эксплуатации оборудования, в котором данный материал применяется.

нием, а малая диэлектрическая проницаемость — при использовании изолятора в высокочастотной технике. Для электростатических приборов удельное поверхностное сопротивление должно превышать 10^{17} ом.

Диэлектрики по агрегатному состоянию делятся на газообразные, жидкие и твердые, а по химическому составу — на органические и неорганические. Диэлектрики могут быть как искусственными, так и естественными веществами. Можно получать диэлектрики с заданными электрическими и физико-химическими свойствами, поэтому искусственные материалы нашли широкое применение в электротехнике и лабораторной практике. Так, немаловажное значение для экспериментатора имеют механическая прочность изолятора и возможность его обработки. Именно хорошие механические свойства таких материалов, как полистирол, полиэтилен, тефлон, обеспечили их большую распространенность при изготовлении лабораторных приборов. Наиболее часто используют твердые изолирующие материалы. Их обычно подразделяют на группы в соответствии с химическим составом, структурой и технологическими особенностями, например: пластмассы, слоистые пластики, резины, керамика, воскообразные диэлектрики и т. и. В табл. 2.1 приведены свойства некоторых материалов.

Поскольку загрязнения влияют на изолирующие свойства материала, экспериментатор должен следить за чистотой поверхности изолятора, удаляя с нее воду, кислоты, окислы и т. п.

§ 2.2. НАНЕСЕНИЕ ПОКРЫТИЙ, ПРИГОТОВЛЕНИЕ ПЛЕНОК

В лабораторной практике часто приходится наносить те или иные покрытия на поверхности различных деталей. Перед покрытием необходимо очистить поверхность, чтобы удалить органические и неорганические загрязнения, препятствующие получению качественной пленки. Сначала жесткой резинкой удаляют макрозагрязнения, затем поверхность промывают мыльной водой, протирают тампоном, смоченным эмульсией мелкого мела, протравляют азотной кислотой, обрабатывают раствором хлористого олова и тщательно прополаскивают дистиллированной водой.

Покрытия из металла

Металлические слои можно нанести на самые разнообразные материалы: стекло, кварц, фарфор, слюду, целлулоид, текстиль и т. п. Рассмотрим некоторые способы получения металлических покрытий.

Впекание. Этот способ чаще всего применяют для нанесения тонкой металлической пленки на стекло, кварц, фарфор. Покрываемую деталь смазывают тонким слоем раствора соли

металла в масле. При нагревании масло выгорает, соль разлагается, а выделившийся металл впекается, образуя тонкий слой. Когда требуется получить слой для пайки, прочно соединенный со стеклом, его покрывают медью методом гальванопластики.

Химическое осаждение. В лабораторных работах часто приходится наносить слой серебра на стекло. Одним из способов химического покрытия стекла металлом является серебрение с селеновой солью. Приготавливают два раствора.

1. В 300 см^3 воды растворяют 5 г азотнокислого серебра. Затем добавляют аммиак, так чтобы раствор был достаточно прозрачен и имел окраску соломенного цвета. После этого его фильтруют и разбавляют водой до 500 см^3 .

2. В 500 см^3 воды растворяют 1 г азотнокислого серебра. Раствор доводят до кипения и добавляют в него раствор 0,83 г селеновой соли в 1000 см^3 воды. Кипячение продолжают до выпадения серого осадка. Фильтруют раствор в горячем состоянии и разбавляют водой до 500 см^3 .

Эти растворы смешивают и производят серебрение стекла при 20°C , помещая его в приготовленную смесь. После этого зеркало прополаскивают в проточной воде. Данным способом можно получить зеркало с большим коэффициентом отражения.

Электролитическое осаждение (гальванизация). Для нанесения слоя металла на токопроводящее вещество, покрытия металла слоем другого металла, увеличения толщины слоя, полученного впеканием или катодным распылением, применяют метод электролитического осаждения. Поверхность, на которую наносят слой металла, обезжиривают, например бензином, и промывают дистиллированной водой. Схема установки показана на рис. 2.1. Источник электрического тока подключают так, чтобы минус напряжения был на покрываемом образце, а плюс — на электродах из металла покрытия. Важно установить правильную плотность тока, иначе покрытие будет рыхлым и быстро окислится. Поэтому ее выбирают такой, чтобы пузырьки газа, выделяющиеся на образце, лишь слегка покрывали поверхность, т. е. не было бурного выделения их.

Для получения покрытия из меди используют электролит из 100 г сернокислой меди, растворенной в 1000 см^3 воды. Плотность тока при этом должна быть 2 а/дм^2 . Для покрытия

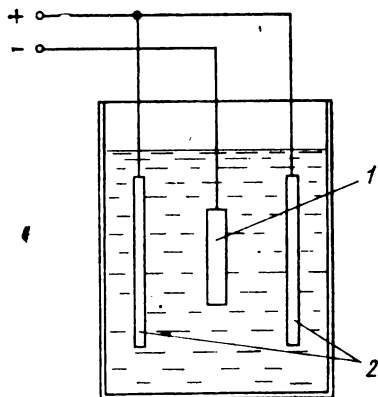


Рис. 2.1. Схема установки для гальванического осаждения металла:

1 — покрываемый образец; 2 — электроды

никелем гальванизацию ведут в растворе 40 г сернокислого никеля, 35 г лимоннокислого никеля и 35 г лимоннокислого натрия в 1000 см³ воды. Плотность тока должна быть 0,5 а/дм².

Опускание в расплавленный металл. Слой металла можно наносить, опуская деталь в расплавленный металл или в другие жидкости (водные растворы NaCl или KCl в присутствии кислорода).

Катодное распыление. Метод катодного распыления применяют в тех случаях, когда нежелательно соприкосновение

покрываемой поверхности с химическими реактивами. Схема установки для распыления показана на рис. 2.2.

Распыление проводят в тлеющем разряде при постоянной разности потенциалов 1—2 кв между анодом и катодом. Для плотного закрепления распыляемого металла поверхность детали тщательно обрабатывают. Указанной в начале параграфа обработки недостаточно, так как на покрываемой детали остается тончайший слой загрязнений. Чтобы его удалить, поверхность обрабатывают потоком ионов, которые притягивают полярные молекулы воды, бензина и спирта. Для этого на 5—10 мин меняют знаки напряжения на столнике и распыляемом элект-

роде или помещают деталь в пламя спиртовки или горелки.

Образец с подготовленной поверхностью и распыляемый металл помещают под колпак вакуумной установки и откачивают воздух. Распыление проводят в воздухе, азоте, водороде, кислороде, но лучшие результаты получаются в аргоне. Давление газа в установке (в пределах 100—0,1 н/м²) и расстояние от катода до анода находят для каждого конкретного случая. Для этого производят несколько пробных покрытий, изменяя указанные параметры, и выбирают такое сочетание их, при котором покрытие получается наилучшим. Скорость напыления регулируют изменением ионного тока; чем больше ток, тем больше скорость. Но не рекомендуется превышать значения тока, определяемого температурой плавления распыляемого металла. Каждому давлению соответствует некоторая разность потенциалов, обеспечивающая оптимальный режим. Скорость распыления зависит от металла. Так, для Au, Pt, Ag, Zn непрозрачное покрытие получается за 1 ч, для Ni, Cu — за 2 ч, для W — за несколько часов. Al и Mg почти не распыляются.

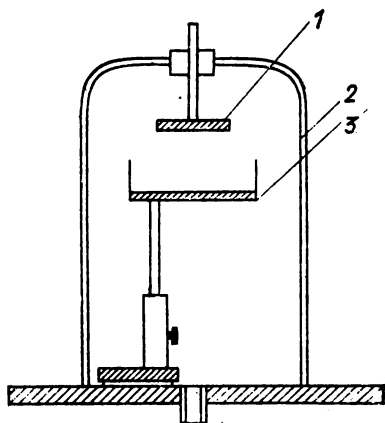


Рис. 2.2. Схема установки для катодного распыления:

1 — катод; 2 — стеклянный цилиндр;
3 — металлический стол, на который помещается покрываемая деталь

Оптимальное давление газа определяют по цвету тлеющего разряда. Темно-красный цвет в отдельных местах свидетельствует о плохом вакууме, а значит, и о сильном окислении распыляемого металла. При этом поверхность, на которую производится напыление, сильно разогрета. При оптимальном вакууме цвет разряда бледно-розовый или бледно-фиолетовый, охватывающий равномерно всю область под колпаком, а ионный ток максимален для данной установки. Перегрев поверхностей образца и катода недопустим, так как это может привести к расплавлению или к растрескиванию поверхностей. Поэтому напыление продолжают 5—10 мин (и даже меньше), а затем в течение 10—15 мин охлаждают поверхность. Если установка имеет водяное охлаждение катода, то распыление проводят без перерыва.

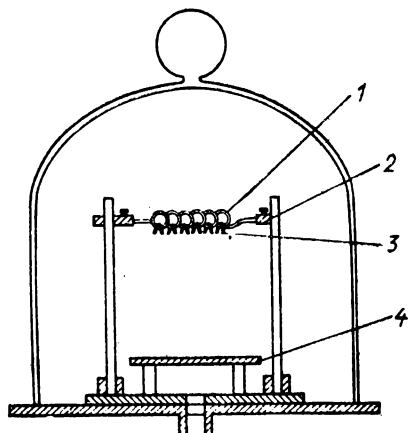


Рис. 2.3. Схема установки для напыления покрытий методом испарения в вакууме:

1 — спираль испарителя; 2 — держатель испарителя; 3 — «гусарики»; 4 — стол для покрываемого образца

Испарение в вакууме. При достижении определенного давления газа (не менее 1 н/м^2) в установке (рис. 2.3) и определенной температуры начинает интенсивно испаряться металл, конденсирующийся на холодной поверхности. Чтобы получить особо чистые пленки, испарение должно осуществляться в более высоком вакууме: 10^{-7} — 10^{-8} н/м^2 . Преимущество метода испарения в вакууме — низкое напряжение и возможность распыления металла во все стороны от нагретого образца. Недостаток метода заключается в том, что требуется поддерживать высокий вакуум и, следовательно, усложнять вакуумную установку.

Если испаряются ковкие металлы, то их навешивают на спираль нагревателя в виде кусочков проволоки, называемых «гусариками» (см. рис. 2.3), которые изготовляют из проволоки диаметром 0,08—0,2 мм и длиной 4—8 мм. К нагревателю подводят такое напряжение (порядка 10—20 в), которое обеспечивает нагрев спирали добела. При этом испаряемый материал плавится, смачивает спираль и не падает на подложку, оставаясь в витках спирали до полного испарения. В зависимости от мощности нагревателя выбирают диаметр проволоки для спирали (0,2—0,8 мм). Испарение производят в вакууме при давлении 10^{-2} — 10^{-3} н/м^2 . Толщина напыляемого слоя зависит от расстояния между покрываемой поверхностью и нагревателем, а также от количества испаряемого вещества.

Для распыления хрупких металлов и полупроводников шаг спирали (0,3—0,6 мм) нагревателя делают меньшим, чем при распылении ковких металлов, чтобы предотвратить высыпание крупинок распыляемого материала. Для распыления небольших количеств вещества используют конусообразную спираль, смазанную глиноземом и прокаленную в вакууме. Порошкообразные вещества и вещества, вступающие в реакцию с металлом, распыляют из кварцевых или стеклянных пробирок, вставляемых в сосуд, обмотанный вольфрамовой проволокой нагревателя. Этот способ позволяет легко заменять пробирки и обеспечивает определенную направленность атомарных пучков.

Для получения равномерных слоев используют обычно следующие приемы: применяют несколько испарителей, помещают вращающийся диск между испарителем и напыляемой поверхностью, перемещают напыляемую поверхность и т. п.

Свежие слои металла весьма чувствительны к механическим и химическим воздействиям, поэтому их покрывают защитными слоями, например слоями Si, SiO, плавленного кварца и т. п.

Неметаллические покрытия

Для защиты поверхностей от влаги и сохранения их свойств, для улучшения электрической изоляции и увеличения механической прочности катушек и обмоток применяют специальные покрытия. Чаще всего в этих целях используют лаки, которые наносят окрашиванием, вжиганием или пульверизацией, и органические или неорганические краски. Соединяя специальные твердые вещества и растворители с некоторыми примесями (красителями, размягчителями, наполнителями), можно получить высококачественные лаки. В основном используют промышленные лаки.

Для покрытия металлических поверхностей электроприборов применяют масляный лак № 202, высыхающий за 12 мин при 200°С. Битумным лаком № 411 покрывают поверхности аккумуляторов: он высыхает при 20°С за 48 ч. Обмотки электромашин пропитывают битумным лаком № 458 (высыхает за 15 ч при 100°С). Силиконовые лаки предохраняют от воды и имеют электрическую прочность 110 кВ/мм и диэлектрическую постоянную 2,8. Электропроводящие лаки — это коллоидные смеси металлов или графита с лаками. Для защиты от коррозии наиболее хорошими свойствами обладают цапонлаки и нитролаки, а для изоляции — лаки на основе феноловых смол.

Для нанесения защитных покрытий помимо лаков часто используют различные краски. В зависимости от назначения краски разделяют на эмалевые и масляные. Эмалевые краски готовят растиранием пигментов с лаками (масляными и глифта-левыми) или из эфиров целлюлозы и из перхлорвиниловых смол.

Масляные краски готовят растиранием сухих пигментов с высыхающими или полувсыхающими маслами или олифами. Так как краски выпускаются в виде паст (густотертые), то перед употреблением их необходимо развести олифой до рабочей вязкости, чтобы краска легко наносилась кистью или распылителем.

В качестве растворителей и разбавителей лаков и красок используют ксилол, толуол, уайт-спирит, этиловый спирт, сольвент и некоторые другие вещества. Для подготовки поверхности стекла и плавленого кварца применяют плавиковую кислоту, а поверхности металлов, свободную от хлора, — азотную кислоту.

Приготовление пленок

Тонкие пленки в физическом эксперименте служат световыми фильтрами, окошками для пучков ядерных частиц, мембранами и т. д.

Металлические фольги изготовляют из ковких металлов: алюминия, меди, серебра, золота. Из этих металлов можно получить очень тонкие фольги, например из золота толщиной 0,09 мкм. Весьма тонкие фольги получают электролитическим методом, катодным распылением, испарением в вакууме. При этом основу, на которую наносят пленку, затем растворяют.

Неметаллические пленки получают следующими способами: а) из стекла и плавленого кварца — раздуванием стеклянной или кварцевой трубки в калильной печи и последующим травлением; б) окисные пленки — анодным окислением; в) графитовые и угольные пленки — испарением углерода в высоком вакууме или угольную кислоту после высыхания нагревают до температуры 200°С, получая тонкие блестящие пленки. Широко используют также пленки из органических веществ, выпускаемые промышленностью.

§ 2.3. СПОСОБЫ СОЕДИНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ

Клеи и замазки. *Клеи* — это расплавы или растворы природных или синтетических веществ, применяемые для неразъемного соединения различных материалов. *Замазки* — пластичные составы, прочно прилипающие в холодном или горячем состоянии к поверхности и сравнительно быстро затвердевающие. В большинстве случаев их можно впоследствии снять.

Детали твердых материалов с помощью клея или замазки можно надежно соединять только при правильном выборе связующего вещества и способа соединения. К сожалению, невозможно создать универсальный клей вследствие большого разнообразия требований, предъявляемых к месту соединения, и различия свойств склеиваемых материалов. Клей или замазка

должны передавать усилия, быть устойчивыми к высоким температурам, к действию воды и химикатов, обеспечивать герметичность соединения и т. п. Поэтому в разных условиях приходится использовать различные способы склеивания и разные связующие вещества.

Для надежного соединения деталей нужно тщательно очищать склеиваемые поверхности и делать их слегка шероховатыми. Затем эти поверхности смачивают клеем, просушивают, вновь смачивают клеем и сжимают. В этом случае растворитель лучше удаляется из шва, обеспечивается большая прочность соединения и быстрое затвердевание клея. Толщина склеиваемого материала не должна превышать 0,1—0,2 мм. Для обеспечения длительного соединения необходимо, чтобы место склеивания работало на срез, а площадь склейки была достаточно большой, чтобы противодействовать нагрузке на нее. Если нужно получить соединение, пригодное для вакуумных работ, то при склеивании нужно удалить пузырьки из шва.

Клеи, затвердевающие в холодном состоянии, годятся для склеивания только на ограниченное время. При соединении плохо склеивающихся пластмасс, например тефлона, надо сначала нагреть их поверхность и вплавить в нее металлический порошок, а затем склеивать. Большое различие свойств склеиваемых материалов может быть компенсировано слоями клея с разными свойствами (в частности, различие коэффициента теплового расширения). Наиболее часто в лабораторной практике используются следующие клеи.

1. Клей БФ-2. Все клеи этой марки являются спиртовыми растворами формальдегидной смолы с некоторыми добавками, придающими клею различные свойства. Полимеризация происходит при постепенном повышении температуры до 120°С. Давление при склеивании должно быть 0,5—1 Мн/м². Клей предназначен для склеивания металлических и неметаллических материалов в любых сочетаниях, он устойчив к действию влаги, бензина, керосина, масел и минеральных кислот. Интервал рабочих температур — от —60 до +80°С, а прочность на разрыв 5—20 Мн/м².

2. Клей БФ-4 отличается от БФ-2 лишь меньшей прочностью на разрыв (до 14 Мн/м²), температурой полимеризации (90°С) и устойчивостью в условиях повышенной вибрации.

3. Клеи БФ-3 и БФ-5 полимеризуются при 100—130°С, давление при склеивании 0,05—0,15 Мн/м², прочность на разрыв достигает 17 Мн/м², применяются они для склеивания стекла.

4. Клей БФ-6 полимеризуется при 60°С, давление при склеивании 0,2—0,4 Мн/м². Он применяется для склеивания тканей, целлофана, целлюлозы, слюды и т. п., прочность на разрыв достигает 8 Мн/м². Остальные свойства те же, что и у клея БФ-4.

5. Бакелитовый лак — спиртовой раствор формальдегидной смолы. Им склеивают гетинакс, текстолит, пластмассы и дерево в любых сочетаниях. Устойчив к трансформаторному маслу, невлагоостоек. Клей полимеризуется при ступенчатом повышении температуры до 150°C , имеет интервал рабочих температур от -50 до $+60^{\circ}\text{C}$ и прочность на разрыв до 9 Мн/м^2 .

6. Акриловый клей готовится из стружки плексигласа 2—3% и дихлорэтана 98—97% по массе, устойчив к действию морской воды, масел и кислот. Давление при склеивании, как и у бакелитового лака, порядка $0,3 \text{ Мн/м}^2$, и тот же интервал рабочих температур, прочность на разрыв 11 Мн/м^2 . Клей используется для склеивания органического стекла.

7. Полистироловый клей — смесь полистироловой стружки 20% и бензола 80% по массе. Свойства его те же, что и у акрилового клея. Им склеивают полистирол и заклеивают тонкие провода катушек индуктивности.

8. Термопеновый клей изготавливают из натурального каучука (10—12%), обработанного органическими сульфокислотами, и смеси бензина с бензолом в соотношении 2 : 1 (90—88% по массе). При склеивании давление должно быть $0,4—0,6 \text{ Мн/м}^2$, а температура 170°C . Толщина склеиваемого слоя может быть доведена до $1—2 \text{ мм}$. Им склеивают разные сорта резины с металлическими поверхностями (к латуни приклеивают после ее залуживания). Клей используют при температурах от -40 до $+70^{\circ}\text{C}$ с прочностью на разрыв до 10 Мн/м^2 . Он устойчив к действию морской воды, кислот и в условиях повышенной вибрации.

9. Эпоксидный клей составляют из эпоксидной смолы ЭВ-4, дициандиамида и наполнителей, он полимеризуется при $120—150^{\circ}\text{C}$ и давлении $0,5—0,7 \text{ Мн/м}^2$. Клей предназначен для склеивания металлов и других материалов в различных сочетаниях и может применяться в разных климатических условиях. Его используют в интервале от -70 до $+150^{\circ}\text{C}$ и он имеет прочность на разрыв $6—18 \text{ Мн/м}^2$.

Если место соединения нужно часто вскрывать, то применяют обратимую, размягчающуюся при нагревании замазку. Ее наносят на предварительно нагретые детали и, пользуясь газовой горелкой, размягчают до вязкотекучего состояния. Для получения плотного газонепроницаемого соединения необходимо поддерживать температуру во всех местах одинаковой, не превышающей температуры разложения замазки, но достаточной для того, чтобы замазка стала жидкой и хорошо смачивала поверхности. Если рабочие температуры в месте соединения высоки для органических материалов, то применяют неорганические замазки. Они обеспечивают очень прочное соединение, особенно керамики и стекла, но в большинстве случаев оказываются пористыми. При этом крупных пор можно избежать при медленном высушивании и затвердевании замазки. В лабора-

торной практике в качестве замазок часто используют сургуч, пицейн, хлористое серебро и т. п.

Пайка и сварка. При работе в физической лаборатории детали часто соединяют пайкой или сваркой. Пайку всегда используют при монтаже электрических и радиотехнических схем. *Пайкой* называют соединение двух металлических деталей при помощи припоя. Температура плавления его должна быть ниже температуры плавления наиболее легкоплавкой детали. Это дает возможность получить разъемное соединение. Для пайки необходим также флюс (паяльная жидкость) и источник тепла, чтобы нагреть припой и спаиваемые детали. Спаиваемым деталям необходимо придать форму, способствующую образованию хорошего шва.

Мяжкими (легкоплавкими) называют припой, температура плавления которых ниже 400°C . Наибольшее распространение получили оловянно-свинцовые припой (например, одна часть олова и семь частей свинца) для пайки деталей при монтаже радиосхем, лужения деталей и спайки металлических листов. *Твердыми (тугоплавкими)* называют припой, температура плавления которых выше 600°C , например латунный с температурой плавления $800\text{--}900^{\circ}\text{C}$, $\text{Ag} - \text{Cd}$ с температурой плавления $600\text{--}800^{\circ}\text{C}$. В особых случаях применяют чистые металлы: Ag , Cu и т. п. Для паяния легированных сталей, сплавов алюминия, вольфрама и молибдена применяют серебряный припой. При использовании твердых припоев получается соединение с ограниченной возможностью разъединения.

Флюс необходим для защиты от окисляющего действия кислорода воздуха на нагретые поверхности металлических частей, для получения хорошей смачиваемости их расплавленным припоем и для вытравливания грязи. Лучший флюс для мягкого припоя состоит из двух частей хлористого цинка и одной части хлористого аммония (нашатыря), растворяемых в минимальном количестве воды. Очень удобно использовать также растворы некоторых смол в спирте (в частности, канифоли), особенно для паяния небольших медных и латунных деталей. Перед использованием серебряного припоя поверхности соединяемых деталей покрывают жидкой пастой из пяти — десяти частей буры, одной части борной кислоты и небольшого количества воды. Для пайки деталей из нержавеющей стали флюс состоит из одной части буры и одной части борной кислоты, смоченных раствором насыщенного хлористого цинка.

В качестве источника тепла при пайке применяют паяльники разных размеров, форм и мощности, а также газовые горелки. Лучше всего применять большой (и более мощный) паяльник, чтобы припой не скатывался в шарики из-за недостатка тепла. Комбинация обоих способов нагрева (паяльник и горелка) дает наилучшие результаты, особенно при соединении крупных деталей.

Чтобы получить надежно спаянное соединение, необходима предварительная очистка шва. Очистка производится как механическим путем, так и с использованием растворителей (для снятия, например, масла).

При пайке алюминия возникают определенные трудности. Однако, принимая специальные меры, алюминиевые детали можно паять мягким припоем. Наилучшим для пайки алюминия является сплав 15% Zn, 12% Al и 73% Sn. Места пайки зачищают до блеска. В качестве флюса обычно используют чистый парафин.

Прочность, достигаемая при соединении деталей твердым припоем, для многих целей является недостаточной. Поэтому металлы с одинаковой (или близкой) температурой плавления и одинаковым коэффициентом теплопроводности сваривают с добавлением вспомогательного материала или без него. Полученное соединение неразъемно. Существует несколько способов сварки: газовая, электродуговая и контактная. В лабораторной практике часто используют контактную (точечную) электросварку. Сварочный аппарат получает электроэнергию от трансформатора 1—2 квт, вторичная обмотка которого состоит из нескольких витков толстой медной проволоки с площадью сечения 12—15 мм². Сварка осуществляется теплом, выделяющимся в течение долей секунды в месте контакта между свариваемыми поверхностями. Нагрев регулируется реостатом и продолжительностью включения тока. Электроды приводятся в контакт с деталями с определенным давлением.

Помимо перечисленных выше способов соединения отдельных деталей экспериментальной установки, в вакуумной технике используют также специальные вентили и краны. Простейшим вентилем является кусок резинового шланга и зажим. Для соединения стеклянных частей вакуумной установки наиболее часто применяют двойной или тройной краны, изображенные на рис. 2.4.

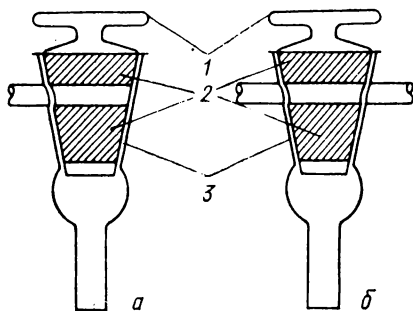


Рис. 2.4. Стеклянные краны вакуумных установок:

а — двойной кран; б — тройной кран; 1 — внутренний конус; 2 — места нанесения смазки; 3 — внешний конус

§ 2.4. ОСНОВЫ ВАКУУМНОЙ ТЕХНИКИ

Вакуум — состояние газа, заключенного в сосуд, при давлении ниже атмосферного. Вакуум называют *низким*, если длина свободного пробега молекул газа меньше расстояния между

стенками сосуда, в котором этот газ содержится. Под *высоким* вакуумом понимают такое состояние газа в сосуде, при котором длина свободного пробега молекул больше расстояния между стенками сосуда.

В любом веществе существует тепловое движение молекул, поэтому при помещении вещества в вакуум часть молекул может перейти из вещества в окружающее пространство. При этом скорость испарения больше в более высоком вакууме, так как вероятность соударения молекул вещества с молекулами газа уменьшается, следовательно, уменьшается вероятность молекул вещества вернуться обратно. Для изготовления вакуумной аппаратуры применяют стекло, кварц, керамику, пластические материалы (особенно тефлон), металлы. Применимость материалов в вакуумной технике определяется не только основным компонентом, но и наполнителями и размягчителями. Искусственные вещества с большим их содержанием непригодны.

Все детали вакуумной установки должны быть тщательно очищены от загрязнений: сначала механически, затем промывкой растворителем (например, четыреххлористым углеродом), спиртом и дистиллированной водой. После этого производится сушка в потоке воздуха при невысокой температуре, чтобы не повредить материал. Готовые приборы вы-

держиваются в вакууме в течение многих часов и даже суток при возможно более высоких температурах для очистки от газов.

Металлические трубы, применяемые для вакуумных систем, должны быть без швов с тщательно рассчитанными размерами. Трубы соединяются фланцами посредством пайки или сварки. Стекланные трубы спаивают или соединяют резиновыми трубками между собой и с другими частями вакуумной установки.

Схема вакуумной установки приведена на рис. 2.5. Для создания вакуума в откачиваемом сосуде необходимо применять вакуумные насосы. Они разделяются на форвакуумные и высоковакуумные. Первые дают разрежение до $1-0,1 \text{ н/м}^2$, а

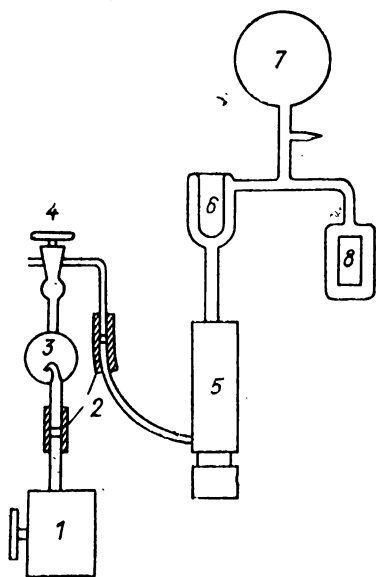


Рис. 2.5. Схема вакуумной установки:

1 — форвакуумный насос; 2 — резиновая трубка; 3 — баллон, предохраняющий насос от попадания в него механических загрязнений; 4 — вакуумный стеклянный кран; 5 — диффузионный насос; 6 — холодная ловушка; 7 — откачиваемый сосуд; 8 — ионизационный манометр

вторые — до $\sim 10^{-5}$ н/м². Основными характеристиками вакуумных насосов являются предельное давление, которое определяется конструктивными недостатками (парами масла, выделением газа из стенок и т. п.) и негерметичностью соединений отдельных частей насоса и присоединения его к установке; начальное давление, с которого начинает работать насос, и скорость откачки — количество газа, удаляемое из сосуда в единицу времени при данном давлении.

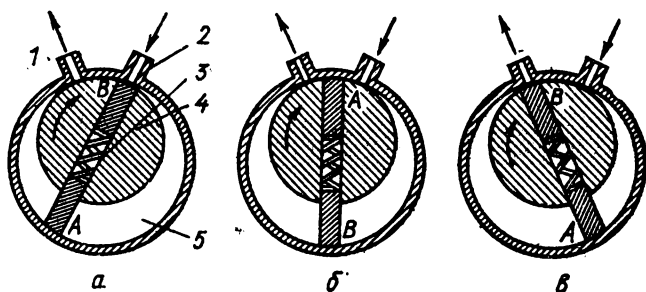


Рис. 2.6. Схема работы пластинчато-роторного насоса:
а, б, в — разные положения ротора насоса; 1 — выпускной патрубок; 2 — впускной патрубок; 3 — пружина; 4 — ротор; 5 — камера насоса; А и В — пластины

При выборе типа насоса надо иметь в виду, что его рабочий диапазон давлений на 1—2 порядка должен превосходить требуемое остаточное давление в установке. Необходимая скорость откачки насоса определяется по графику, связывающему давление и время откачки, который обычно прилагается к насосу. Так как высоковакуумные (диффузионные) насосы начинают работать с давления ниже атмосферного, то для создания высокого вакуума необходимо использовать форвакуумный и диффузионный насосы, соединенные последовательно (см. рис. 2.5). При этом форвакуумный насос должен иметь рабочий диапазон давлений, заключающий максимально допустимое для диффузионного насоса предварительное разрежение, а скорость откачки должна быть не меньше максимальной скорости откачки диффузионного насоса.

В качестве форвакуумных в основном применяются механические насосы. Рассмотрим принцип действия вращательных масляных насосов.

Пластинчато-роторные насосы (рис. 2.6). В насосах этого типа ось вращения ротора совпадает с его геометрической осью, но смещена по отношению к оси камеры, так чтобы ротор постоянно соприкасался со стенкой камеры. В прорезь ротора вставлены две пластины А и В, которые пружиной 3 плотно прижаты к внутренней поверхности камеры насоса. Примем положение а за начальное. Тогда при повороте ротора по часо-

вой стрелке в положение *б* пластина *В* продвигается вниз и создает разрежение со стороны впускного патрубка. В эту часть камеры насоса поступает газ из вакуумируемой системы. Пластина *А* сжимает газ со стороны выпускного патрубка и выталкивает его через этот патрубок. Положение *б* соответствует также началу нового цикла, когда пластина *А* создает

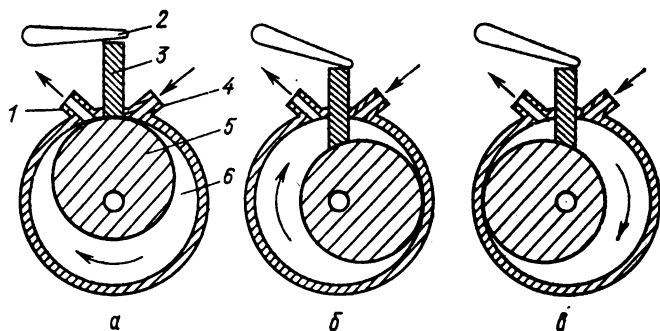


Рис. 2.7. Схема работы пластинчато-статорного насоса:
а, б, в — разные положения ротора насоса; *1* — выпускной патрубок;
2 — рычаг, прижимающий пластину; *3* — пластина; *4* — впускной пат-
 рубок; *5* — ротор; *6* — камера насоса

разрежение со стороны впускного патрубка, а пластина *В* выталкивает газ через выпускной патрубок. Далее работа продолжается в том же порядке. Если нужно получить предельный вакуум, насосы сдвигают, достигая разрежения порядка $0,1 \text{ н/м}^2$.

Пластинчато-статорные насосы (рис. 2.7). Насосы данного типа работают так же, как и описанные выше. Отличие их состоит в том, что ротор расположен несоосно с камерой и вращается вокруг оси, совпадающей с геометрической осью камеры. Разделение впускной и выпускной сторон ее осуществляется пластиной *3*. У этих насосов есть преимущество по сравнению с первыми: уменьшено количество мест внутри насоса, представляющих опасность прорыва газа в вакуумируемую систему.

Золотниковые насосы (рис. 2.8). В начальном положении *а* вакуумируемая система не соединяется с камерой насоса, так как отверстие *3* перекрыто вкладышем. В положении *б* поршень опустился вниз и газ поступил через полость плоской части поршня *2* и отверстие *3* в камеру насоса. Слева от поршня объем при этом уменьшился, и газ, поступивший ранее, сжат до давления больше атмосферного и выброшен через выпускной патрубок. После возвращения поршня в положение *а* цикл работы насоса повторяется.

Насосы первых двух типов могут создавать давление $0,1—0,01$ н/м² со скоростью откачки $10^{-4}—10^{-1}$ м³/сек соответственно. Их применяют для вакуумных установок лабораторного и производственного типа. Золотниковые насосы, как более мощные, применяют в качестве насосов, создающих предварительный вакуум для больших пароструйных насосов, а также для поддержания вакуума в коллекторах и централизованных вакуумпроводах. Их предельное давление составляет примерно $0,1$ н/м², а скорость откачки — до 1 м³/сек.

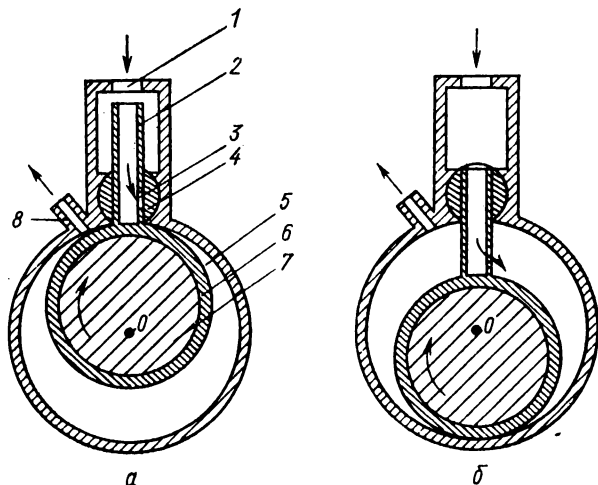


Рис. 2.8. Схема работы золотникового насоса:
а, б — разные положения эксцентрика; 1 — впускное отверстие;
2 — плоская часть поршня; 3 — отверстие; 4 — вкладыш (золотник); 5 — камера насоса; 6 — поршень (обойма); 7 — эксцентрик;
8 — выпускной патрубок

При длительной работе форвакуумного насоса необходимо проверять уровень масла, контролировать температуру насоса. При его выключении необходимо впускать воздух в камеру, чтобы при длительном нерабочем состоянии масло не проникало в вакуумную систему.

Для создания более высокого вакуума используют диффузионные насосы. Они могут работать только при давлении меньше 10 н/м². Рассмотрим принцип действия ртутного насоса (рис. 2.9). Поток пара ртути, полученный при ее нагревании в испарителе до температуры кипения, поступает в паропровод. Когда последний прогреется, пар на его поверхности перестанет конденсироваться и начнет проходить через сопло в холодильник. Стенки холодильника охлаждаются водой, протекающей через водяную рубашку. Пар конденсируется на стенках холодильника и ртуть стекает обратно в испаритель. Трубка 7

выполняет роль ртутного затвора, поэтому ртутный пар из испарителя поступает только в паропровод и не может попасть непосредственно в выпускной патрубок, а газ, захваченный струей пара, из холодильника выходит только в выпускной патрубок.

Если выпускной патрубок подсоединить не к механическому форвакуумному насосу, а к вспомогательному диффузионному,

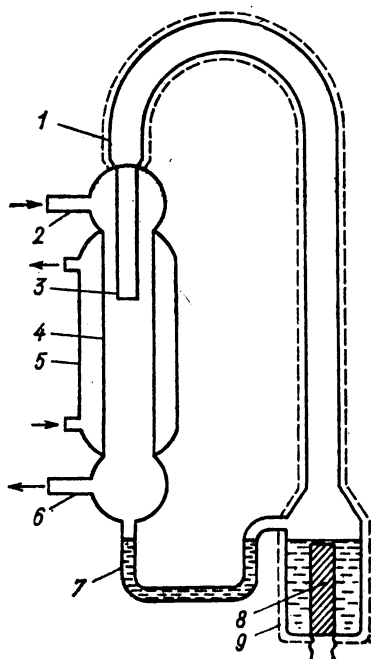


Рис. 2.9. Стеклянный диффузионный насос (ртутный):

1 — паропровод, окруженный теплоизоляцией; 2 — впускной патрубок; 3 — сопло; 4 — холодильник; 5 — водяная рубашка; 6 — выпускной патрубок; 7 — трубка для стока ртути, сконденсировавшейся в холодильнике; 8 — подогреватель; 9 — испаритель с теплоизоляцией

то в откачиваемом сосуде можно получить остаточное давление 10^{-5} н/м². При этом откачиваемый сосуд подсоединяют к патрубку 2 основного диффузионного насоса.

Ловушки с жидким воздухом, необходимые в ртутных насосах, обладают высоким сопротивлением потока газа и сильно затрудняют работу насоса. Поэтому разработаны диффузионные насосы, в которых в качестве рабочего тела используют масла — нефтяные или органические соединения. Такие насосы отличаются от ртутных лишь некоторыми особенностями деталей и способами применения ловушек. Масляные насосы без ловушек создают такое же предельное давление, как ртутные с ловушками, но скорость откачки у них намного больше. Если в вакуумной системе в качестве основного диффузионного насоса использовать масляный и в качестве вспомогательного — ртутный, то предельное давление можно получить примерно в 10 раз меньшее, чем с двумя ртутными насосами. Следует отметить еще одну особенность масляных насосов: струя пара может идти в любом направлении, в частности вверх. Насосы изготавливают из металла и стекла.

Для предотвращения проникновения пара ртути или масла в откачиваемую систему применяют ловушки. Ловушка для пара ртути представляет собой конструкцию, показанную на рис. 2.10, а. В стакан заливается жидкий воздух или азот. При температуре жидкого воздуха давление пара ртути в системе составляет $\sim 10^{-25}$ н/м², поэтому ловушки весьма эффективны.

Давление паров масел невелико, однако масла разлагаются при нагревании, а газы, получающиеся при этом, ухудшают вакуум. Чтобы избежать этого, также необходимо применение ловушек. Наиболее эффективна полностью закрытая ловушка, например с древесным углем (см. рис. 2.10, б), хотя она и обладает большим сопротивлением для проходящих через нее газов. С такой ловушкой можно получить предельное давление 10^{-6} н/м² (удаляются масло и конденсированные пары).

Чтобы поддерживать высокий вакуум в системе, необходимы либо непрерывная откачка, либо газопоглотители (геттеры),

которые не только удаляют остаточные газы, но и поддерживают вакуум при возможном его ухудшении (в отпаянном от насоса объеме) или при последующем выделении газов. Существуют следующие классы газопоглотителей в зависимости от способа удаления газа. Во-первых, поглотители на основе адсорбции остаточных газов охлажденной поверхностью. Поглощающая способность древесного угля объясняется его сильно развитой поверхностью (2500 м²/г). Уголь сначала обезгаживают нагреванием в вакууме, а затем охлаждают жидким воздухом.

Во-вторых, поглотители, в которых газ проникает внутрь кристаллической решетки (молекулы газа располагаются между ионами решетки), например поглощение водорода палладиевой чернью или танталом. Тантал поглощает объем газа, в 740 раз превосходящий его собственный объем, даже при 600°С. Поглощенный газ можно удалить нагреванием до 800°С и более. В-третьих, поглотители, основанные на химическом соединении газа с веществом. Так, кислород и азот легко соединяются с танталом. Такими же свойствами обладают ниобий и цирконий. При температурах выше 1000°С эффективными газопоглотителями являются вольфрам и молибден. Кислород удаляется с образованием оксидов, а водород диссоциирует на поверхности поглотителя и конденсируется в виде атомарного водорода на стенках сосуда, в который помещен газопоглотитель. Щелочные металлы реагируют с водородом, азотом, кислородом и паром ртути. Барий, кальций и магний химически соединяются со всеми остаточными газами, за исключением благородных. Газопоглотители наносятся также в виде зеркального слоя на стенки сосуда испарением в вакууме. Такой слой, помимо химического, оказывает еще

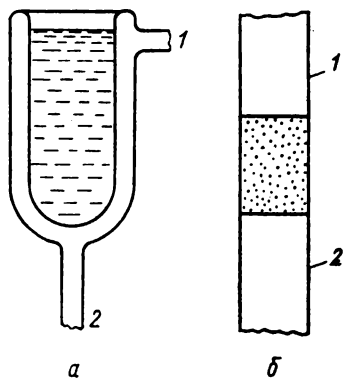


Рис. 2.10. Ловушки:

а — холодная ловушка с жидким воздухом или азотом; б — ловушка с древесным углем; 1 и 2 — трубки для подсоединения к откачиваемому сосуду и к вакуумному насосу соответственно

и физическое действие, адсорбируя газы, поскольку нанесенный таким способом металл имеет совершенно чистую поверхность.

Для сохранения высокого вакуума необходимо, чтобы система не имела течей. Поэтому следует испытывать на герметичность отдельные части вакуумной аппаратуры до установки их на место. Существуют следующие способы обнаружения течи.

1. Создают избыточное давление газа в испытываемой части вакуумной установки и погружают ее в воду или покрывают мыльным раствором. Появление пузырьков указывает на наличие большой течи.

2. Для обнаружения течей в стеклянной аппаратуре используют высокочастотный контур. При приближении одного из полюсов его к поре в стекле видна ярко светящаяся траектория разряда внутри поры и вблизи от нее.

3. Испытываемая установка обдувается контрольным газом, не содержащимся в атмосферном воздухе. Проникновение этого газа внутрь установки обнаруживается соответствующим индикатором. Наибольшую чувствительность дает применение в качестве контрольного газа гелия, а в качестве индикатора масс-спектрографа (обнаруживаются течи при вакууме $10^{-6} \div 10^{-7}$ н/м²). Промышленным прибором такого типа является установка ПТИ-4А.

Измерение вакуума. Нижний предел давлений в вакуумной технике в настоящее время достиг порядка 10^{-12} н/м². Следовательно, весь диапазон давлений, подлежащих измерению, начиная с атмосферного, занимает 18 порядков: от 10^5 до 10^{-12} н/м². Такой широкий диапазон невозможно охватить одним манометром. Поэтому для различных интервалов используют следующие типы манометров.

1. Для измерения давления газов в интервале $70—0,1$ н/м² используют деформационные (стрелочные) и U-образные (жидкостные) манометры.

2. В диапазоне давлений $70—0,07$ н/м² широко применяют тепловые манометры (предложен Пирани, 1906 г.). В этих манометрах используется зависимость теплопроводности газа от давления, которая наблюдается при достаточном разрежении.

3. Радиоактивные ионизационные манометры, в которых газ ионизируется α -частицами, испускаемыми специально помещенным в манометрический измерительный преобразователь радиоактивным веществом, могут измерять давление газа в интервале $1—0,01$ н/м².

4. Компресссионные манометры (разработан Мак-Леодом, 1874 г.), в которых используется закон Бойля — Мариотта, измеряют давление в диапазоне $7 \cdot 10^3—3 \cdot 10^{-3}$ н/м². В этом же диапазоне работают радиометрические манометры (предложен Кнудсенom, 1910 г.), использующие пропорциональность давлению газа силы отталкивания, возникающей между близко рас-

положенными друг к другу нагретой и холодной пластинами (отталкивание происходит вследствие различия в импульсах, с которыми ударяются о холодную и нагретую поверхности молекулы газа). Из-за чувствительности этих манометров к механическим воздействиям они применяются лишь в лабораторных условиях.

5. В интервале давлений $1-10^{-11}$ н/м² используют магнитные электроразрядные манометры, в которых возбуждается тлеющий разряд между холодным катодом и анодом (манометр Пеннинга, 1937 г.).

6. Электронные ионизационные манометры, в которых газ ионизируется электронами, эмиттируемыми накаливаемым катодом (разработан Бакли, 1916 г.), применяются для измерения давления газа в диапазоне $1-10^{-12}$ н/м².

Последние два типа манометров непрерывно совершенствуются. Следует отметить, что при давлении 10^{-8} н/м² начинает влиять давление насыщенного пара материала катода, например для вольфрама при температуре 2300°С оно составляет 10^{-8} н/м². При этих же давлениях становится заметной проницаемость некоторых стекол для атмосферного гелия. Все это следует учитывать при работе с вакуумной аппаратурой.

§ 2.5. НИЗКИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ. ХРАНЕНИЕ СЖИЖЕННЫХ ГАЗОВ

Один из способов получения низких температур заключается в следующем. В прямую цилиндрическую трубу *T* (рис. 2.11) из форсунки *Ф* вдувается воздух по касательной к стенке трубы. Так как справа вплотную к форсунке вставлена диафрагма *Д*, струя воздуха при открытой с обеих сторон трубе движется только налево, описывая винтовую спираль. Диаметр диафрагмы следует выбирать так, чтобы некоторая часть воздуха выходила через нее направо. Этот воздух отдает большую часть своей кинетической энергии в виде тепла (за счет внутреннего трения) воздуху, движущемуся налево вдоль стенки трубы. Кроме того, движущаяся направо часть воздуха разрежается и значительно охлаждается. Таким образом при давлении 1 Мн/м³ в установке можно получить температуру до -40°C .

Более низкие температуры в лабораторной практике получают при испарении сжиженных газов (воздуха — от -183 до -210°C ; водорода — от -253 до -259°C ; гелия — от -269 до -272°C). Так как в настоящее время сжиженные газы широко используются, следует остановиться на способе их хранения. При их длительном хранении необходимо применять специальные сосуды с хорошей теплоизоляцией. Сосуды, предназначенные для хранения сжиженных газов, называют *сосудами Дьюара*. Они представляют собой сосуды с двойными посеребренными стенками, между которыми вакуум. Поскольку стеклянные сосуды очень непрочны, то для хранения сжиженных газов применяют сосуды, изготовленные из меди, латуни

или алюминия. (Эти металлы сохраняют высокие механические свойства при низких температурах.)

При одинаковом объеме площадь поверхности взаимодействия со средой из всех геометрических тел меньше всего у шара, поэтому сосуды Дьюара имеют в основном шаровую форму, особенно при малых объемах.

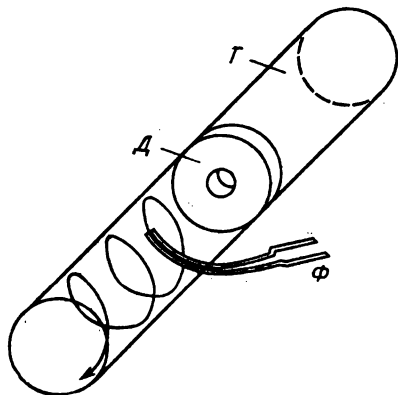


Рис. 2.11. Схема охлаждающей установки:

T — цилиндрическая трубка; D — диафрагма; Φ — форсунка

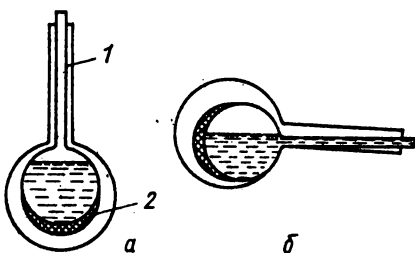


Рис. 2.12. Схема сосуда Дьюара:

a — устройство сосуда Дьюара; b — выливание сжиженного газа; 1 — шейка; 2 — адсорбционный материал

На рис. 2.12 представлена схема одного из сосудов Дьюара. Внутренний шар подвешен свободно, и к его нижней части присоединена адсорбционная камера. При наклоне резервуара для выливания жидкого газа внутренняя «холодная» сфера ложится на внешнюю горячую (см. рис. 2.12, б). Образуется пар, который выталкивает жидкость наружу. Так как шейка является дополнительным путем для тепла внутрь резервуара, то ее необходимо изготавливать длиннее и уже, чем достигается большее тепловое сопротивление и меньшее испарение газа. Однако идеальную теплоизоляцию обеспечить невозможно, и сжиженный газ испаряется в сосуде Дьюара. Поэтому сосуд нельзя плотно закрывать, так как он может взорваться. Для стравливания избыточного испарившегося газа делают выпускной клапан. Чем больше объем резервуара, тем дольше можно хранить в нем сжиженный газ. Так, в пятилитровом сосуде газ сохраняется до 28 дней, а в сосудах объемом сотни литров — несколько месяцев.

Получить высокий вакуум между стенками сосуда Дьюара очень сложно. Остаточное давление в изолирующей полости, составляет 10^{-2} — 10^{-4} н/м². Поэтому часто идут по более экономичному пути: между стенками сосуда создают вакуум (давление 1 н/м² и ниже) и помещают отражатели в виде зерен

металла (вакуум-порошковая изоляция, рис. 2.13, а) или полимерной пленки, покрытой алюминием (вакуум-слоистая изоляция, рис. 2.13, б). Применяются также стаканы из вспененной пластмассы (пеностирол). Для одновременного хранения разных газов используют общее хранилище — систему из вставленных друг в друга цилиндров. При этом в центральном хранят газ с самой низкой температурой кипения. В этом случае сжиженные газы экранируют друг друга от внешнего тепла. Испарившиеся газы из центральных отсеков направляют для охлаждения внешних цилиндров. Применяя изоляцию, можно уменьшить суточные потери жидкого водорода в стонной цистерне до 0,3%.

Указанные меры особенно необходимы для металлических сосудов, поскольку они проницаемы для инфракрасного излучения. А чем больше длина волны, тем глубже она проникает в металл и, значит, тем толще должен быть отражатель (при прочих равных условиях).

При конструировании криостатов необходимо также иметь в виду, что теплота испарения 1 м^3 объема жидкости при нормальных точках кипения составляет для жидких воздуха, водорода и гелия $1,78 \cdot 10^8$, $3,21 \cdot 10^7$ и $2,38 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^3$ соответственно. Следовательно, при работе с жидким гелием требуется как можно сильнее уменьшить приток тепла извне. Криостаты для транспортировки сжиженных газов изготавливают так же, как и описанные выше.

§ 2.6. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Величину, характеризующую тепловое состояние (степень нагретости) тела, называют *температурой*. Она является мерой кинетической энергии поступательного движения молекул, т. е. условной статистической величиной, прямо пропорциональной средней кинетической энергии молекул вещества. Температуру определяют как меру отклонения термодинамического состояния вещества от произвольно выбранного состояния теплового равновесия, поэтому о температуре судят по изменению физических свойств вещества.

В СССР принята Международная практическая температурная шкала 1968 г. (МПТШ — 1968). Она является практическим осуществлением термодинамической стоградусной температурной шкалы, у которой температура таяния льда и температура ки-

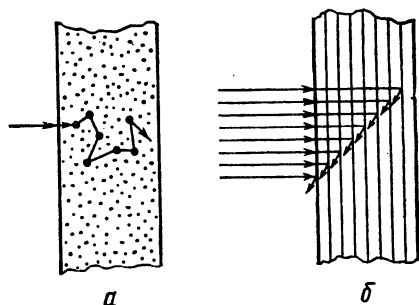


Рис. 2.13. Типы изоляции сосудов Дьюара:

а — вакуум-порошковая; б — вакуум-слоистая; стрелками показано отражение теплового излучения

ления воды при нормальном атмосферном давлении обозначены соответственно 0° и 100° (нормальное атмосферное давление равно давлению ртутного столба высотой 760 мм на его основание при плотности ртути $18,595 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ и ускорении силы тяжести $9,80665 \text{ м/сек}^2$). За единицу температуры *градус* принята одна сотая температурного промежутка между точками 0° и 100° . Температуру по МПТШ — 1968 обозначают знаком $^\circ\text{C}$.

Для измерения температуры используют различные устройства, основанные на термометрических свойствах газов, жидкостей и твердых тел. Измерительный преобразователь температуры в показания или сигнал, являющийся известной функцией температуры, называют *термометром*. Термометры могут быть как контактные, так и бесконтактные. Бесконтактный термометр, основанный на регистрации теплового излучения нагретого тела, называют *пирометром*. Термокомплект, т. е. измерительное устройство, состоит из первичного измерительного преобразователя температуры и измерительного прибора.

В настоящее время различные термометрические устройства дают возможность измерять температуру в широком диапазоне (от -190 до 6000°C). Рассмотрим кратко эти устройства.

1. **Жидкостные стеклянные термометры**, действие которых основано на различии коэффициентов теплового расширения термометрического вещества и оболочки. Зависимость между пределами измерения термометра и параметрами термометрической жидкости, а также стеклянного капилляра представляют в виде:

$$T_k - T_n = LS/(V_0\beta),$$

где T_n и T_k — начальный и конечный пределы измерения термометра (начало и конец шкалы); L — длина шкалы между T_n и T_k ; S — площадь поперечного сечения канала капилляра; V_0 — объем термометрической жидкости при 0°C ; $\beta = \beta_{\text{ж}} - \beta_{\text{ст}}$, $\beta_{\text{ж}}$ и $\beta_{\text{ст}}$ — коэффициенты расширения жидкости и стекла.

Видимое изменение объема термометрического вещества позволяет судить о температуре, отсчитываемой по высоте уровня в капилляре. Градусная шкала наносится на пластинку внутри стеклянной оболочки (термометр с вложенной шкалой), или на поверхность капилляра. В качестве термометрического вещества наиболее часто используют химически чистую ртуть, а также метиловый или этиловый спирт, керосин, пентан, толуол, галлий и т. п. Жидкостные стеклянные термометры позволяют измерять температуру от -190 до 1200°C . Наиболее точные термометры этого типа имеют цену деления шкалы $0,01$ — $0,02^\circ\text{C}$. Недостатками термометров являются невозможность автоматической записи показаний и передачи показаний на расстояние, а также плохая видимость шкалы и невозможность ремонта. Лабораторные термометры с ценой деления $0,1^\circ\text{C}$ имеют по-

грешности от $\pm 0,2$ до $\pm 0,8^\circ\text{C}$ в зависимости от пределов измерений, а образцовые термометры с ценой деления $0,01^\circ\text{C}$ — $\pm 0,03^\circ\text{C}$.

2. Биметаллические термометры. Действие их основано на использовании различия теплового расширения металлов. Чаще всего используют инвар (с малым температурным коэффициентом расширения) и немагнитную сталь (с большим температурным коэффициентом расширения), соединенные в биметаллическую пластину, которая изгибается при изменении температуры. Чувствительность термометра возрастает с увеличением длины пластины. Чтобы уменьшить размеры термометра, биметаллическую пластину свертывают в спираль. Термометры этого типа используют в качестве измерительных преобразователей в системах автоматического регулирования. Погрешность измерения достигает нескольких десятых градуса, поэтому они применяются в тех случаях, когда не требуется высокой точности, например в схемах регулирования температуры наружных термостатов.

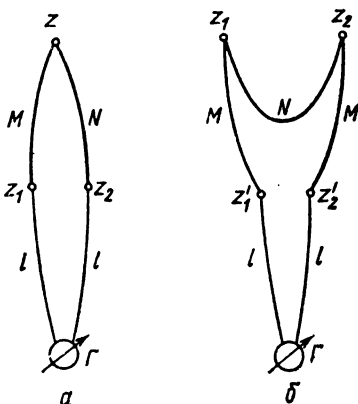


Рис. 2.14. Схемы термопар:
а — схема термопары; б — схема дифференциальной термопары

3. Термопары (рис. 2.14). *Термопарой* называют два спаянных разнородных электрических проводника М и N. Спай z находится в точке измерения температуры, а концы z1 и z2 поддерживаются при известной температуре и соединяются проводниками l с миллиамперметром или потенциометром, измеряющим термо-э. д. с., которая в этом случае зависит только от температуры спая z и возрастает при увеличении разности температур между спаем и концами. Термопару перед измерениями необходимо градуировать, измеряя э. д. с. при различных известных температурах спая z.

В качестве проводников используют пары: платинородий — платина (пределы измерений температуры от -20 до 1300°C), хромель — алюмель (от -50 до 1000°C), сплавы НК — СА: сплав, содержащий никель и кобальт; сплав, содержащий кремний и алюминий (от 300 до 1000°C). При измерении разности температур между двумя точками используют дифференциальную термопару (см. рис. 2.14, б). Для этого между концами проводников М помещают проводник N, так чтобы образовать два спая z1 и z2, устанавливаемые в местах, между которыми нужно измерить температурный градиент.

При этом концы z'_1 и z'_2 поддерживаются при постоянной температуре и к ним подключают измерительный прибор.

Погрешности измерений термопарами складываются из погрешностей определения градуировочной кривой, погрешностей измерения температуры концов и погрешностей, обусловленных термоэлектрической неоднородностью проводников, неоднородностью изоляции, условиями измерения, влиянием факторов, изменяющих градуировочную кривую, например действием ионизирующих излучений.

4. Проволочные термометры сопротивления. У чистых металлов электрическое сопротивление увеличивается с ростом температуры. Это явление используют для ее измерения. Сопротивление такого термометра при температуре T определяют из соотношения

$$R_T = R_0 [1 - \alpha (T - T_0)],$$

где R_0 — сопротивление, *ом*, при номинальной температуре T_0 . Термометры этого типа дают возможность определять температуру с погрешностью $\pm 0,02^\circ\text{C}$, а при измерениях небольших разностей температур $\pm 0,0005^\circ\text{C}$. Наиболее подходящими материалами являются медь (интервал измерений от -50 до 180°C) и платина (от -200 до 650°C). Чаще используется медь, для которой в интервале температур от 50 до 100°C

$$\alpha = \alpha_0 / (1 + \alpha_0 T_0),$$

где $\alpha_0 = 0,0042 \text{ град}^{-1}$.

К достоинствам этих термометров следует отнести надежность, простоту конструкции, стабильность характеристик во времени. К источникам погрешности термометров сопротивления относятся погрешности, зависящие от конструкции термометра, соединительной линии, условий использования термометра и погрешности измерительного прибора.

5. Терморезисторы. В последние годы широкое применение в системах измерения температур находят полупроводниковые термометры сопротивления — терморезисторы (термисторы). Они предназначены для измерений температур от -90 до $+180^\circ\text{C}$, а также для использования в системах термостатирования. У большинства терморезисторов с повышением температуры сопротивление резко уменьшается и в широком диапазоне температур характеризуется соотношением

$$R_T = R_0 \exp \left(\frac{B}{T + 273} - \frac{B}{293} \right), \quad (2.1)$$

где R_0 — сопротивление терморезистора при 20°C ; B — постоянная, зависящая от свойств полупроводникового материала, *град*. Характеристика терморезистора нелинейна в большом интервале температур, однако, если отклонения температуры

очень малы, можно считать зависимость изменения сопротивления от температуры линейной. При этом температурный коэффициент

$$\alpha = B/(T_0 + 273)^2.$$

У терморезисторов, кроме несомненных достоинств, есть и существенные недостатки. К ним относятся большой разброс характеристик (допуск $\pm 20\%$ по номинальным значениям R_0 и B ведет к тому, что характеристики отдельных терморезисторов значительно отличаются друг от друга) и недостаточная стабильность характеристик терморезисторов во времени (смещение характеристик на $0,02^\circ\text{C}$ в сутки приводит к накоплению ошибки в несколько градусов).

Для измерения сопротивления терморезистора наибольшее распространение получила схема с использованием сбалансированного моста Уитстона. Она имеет высокую чувствительность, а также дает возможность сравнительно легко записывать изменения сопротивления терморезистора с помощью самопишущего потенциометра. Схема измерения температуры показана на рис. 2.15. Терморезистор R_T включается в одно из плеч моста. Для достижения наибольшей чувствительности сопротивления R_1 и R_2 должны быть большими, чем сопротивление терморезистора R_T ($R_1 = R_2 \gg R_T$). Переменное сопротивление R служит для балансировки моста. Для этой цели лучше использовать магазин сопротивлений. В одну из диагоналей моста включают источник питания — обычно батарею напряжением 2—3 в, а в другую — измерительный прибор. Если необходима непрерывная запись показаний, то в эту диагональ моста включают усилитель постоянного тока, который вырабатывает сигнал, способный привести в действие записывающее устройство.

При определенной температуре most сопротивлений балансируют, добиваясь выполнения соотношения $R_1 R_T = R_2 R$, тогда токи в диагоналях моста и во всех его плечах равны нулю. При изменении температуры происходит разбаланс моста, поскольку меняется сопротивление R_T , и в диагонали моста течет ток, который регистрируют измерительным прибором. Проградуировав его в омах, можно узнать сопротивление, соответствующее данному изменению температуры, и по формуле (2.1) определить температуру. Можно произвести и непосредственную градуировку измерительной системы в градусах. Для этого

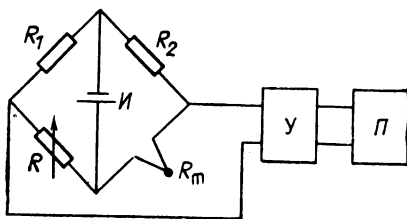


Рис. 2.15. Схема измерения температуры с помощью терморезистора: R_1 , R_2 — постоянные сопротивления; R — переменное сопротивление; R_T — терморезистор; $У$ — усилитель постоянного тока; $П$ — электронный потенциометр; $И$ — источник питания

терморезистор вместе, например, с ртутным термометром помещают в термостат. Температуру в термостате изменяют и через определенные интервалы отмечают значение сопротивления терморезистора. На основе полученных данных методом наименьших квадратов находят зависимость сопротивления R_t от температуры.

В настоящее время выпускаются микротерморезисторы марок МТ-54 и МТ-64. Высокий коэффициент α этих терморезисторов позволяет измерять изменение температуры порядка 10^{-3}°C . Они не вносят возмущение в температуру образца благодаря малым размерам (диаметр головки 0,5 мм). Из-за высокого сопротивления терморезисторов можно не учитывать сопротивление подводящих проводов.

6. Измерение температуры тел по их излучению. Одним из видов теплообмена (помимо теплопроводности и конвекции) является тепловое излучение — передача энергии электромагнитными волнами. Тепловое излучение испускается всеми нагретыми телами. Большинство твердых и жидких тел испускают сплошной спектр излучения, т. е. волны всех длин. Чистые металлы и газы имеют селективный спектр. При температурах порядка $500\text{--}600^{\circ}\text{C}$ они испускают видимое излучение, причем яркость быстро возрастает при увеличении температуры. Для температурных измерений используют инфракрасную и видимую части спектра. Излучение наиболее часто регистрируют следующими методами.

а) Яркостный — по спектральной интенсивности излучения определенной длины волны. Принцип действия таких пирометров основан на зависимости яркости монохроматического излучения от температуры черного тела, выражаемой законами Планка и Вина. Этот метод ограничен только видимой областью спектра. В качестве приемников излучения служат фотоэлементы, фотоумножители, фотодиоды и фотосопротивления. Он отличается высокой чувствительностью.

б) Радиационный — по плотности потока интегрального излучения нагретого тела. Метод основан на использовании закона Стефана — Больцмана, дающего зависимость между полной энергией излучения твердого тела и температурой. Пирометр этого типа состоит из телескопа, концентрирующего излучение на приемник (термопару, болометр и т. п.) и измерительного прибора. Чувствительность метода ниже, чем яркостного.

в) Цветовой — по отношению спектральной интенсивности излучения двух длин волн. Эти пирометры используются как в видимой, так и в инфракрасной частях спектра. Приемником излучения служит фотоэлемент.

7. Кварцевые первичные измерительные преобразователи. Одним из самых чувствительных преобразователей температуры является кварцевый резонатор с большим температурным коэффициентом при наличии высокостабильного опорного гене-

ратора. Такой преобразователь дает возможность измерять изменение температуры до 10^{-9} °С. Однако с течением времени накапливается систематическая погрешность измерений до 0,01 град/год. К сожалению, схема резонатора очень сложна, что затрудняет широкое использование этих измерительных преобразователей.

8. Сегнетоэлектрические первичные измерительные преобразователи температуры. В настоящее время широко применяются пьезоэлектрические материалы в качестве первичных преобразователей температуры. Большинство диэлектриков поляризуется во внешнем электрическом поле: в отсутствие такого

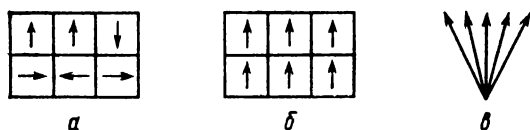


Рис. 2.16. Домены неполяризованного (а) и поляризованного (б) сегнетоэлектриков; в — возможные направления оси поляризации доменов сегнетоэлектрика

поля их поляризация равна нулю. Однако имеются кристаллические диэлектрики, которые в определенном интервале температур обладают самопроизвольной (спонтанной) поляризацией при отсутствии внешнего электрического поля. Это явление называют *сегнетоэлектричеством*, а кристаллы с такими свойствами — *сегнетоэлектриками*. Они состоят из доменов, т.е. областей с одинаковой поляризацией. В неполяризованном сегнетоэлектрике домены имеют разное направление поляризации, и в целом такой сегнетоэлектрик электронейтрален (рис. 2.16, а). Чтобы ориентировать домены в одном направлении, поляризовать сегнетоэлектрик, его нагревают, помещают в электрическое поле и охлаждают так, что в сегнетоэлектрике образуется достаточно много одинаково ориентированных доменов (см. рис. 2.16, б), благодаря чему он становится поляризованным. При этом поляризация распределена по некоторым направлениям, как показано на рис. 2.16, в. Такой поляризованный диэлектрик, выдержанный некоторое время при постоянной температуре, становится нейтральным в результате нейтрализации его заряда свободными электрическими зарядами окружающей среды и внутренних процессов, протекающих в сегнетоэлектрике.

Если изменить температуру поляризованного сегнетоэлектрика, то на обкладках кристалла появится электрическое напряжение, знак которого зависит от направления изменения температуры (охлаждение или нагревание). Кристаллы, обладающие спонтанной поляризацией, зависящей от температуры, называют *пироэлектриками*. Явление пироэлектричества родственно пьезоэлектричеству под действием механических сил.

Преобразователи температуры из сегнетоэлектрических кристаллов изготавливают обычно в форме дисков. Причем вырезают этот диск так, чтобы направление поляризации было перпендикулярно к его плоскостям. На поверхностях диска осаждают серебряные электроды, к которым затем припаивают выводы. Уравнение, описывающее пьезоэлектрический эффект, имеет вид:

$$\Delta Q/S = p\Delta T, \quad (2.2)$$

где $\Delta Q/S$ — изменение электрического заряда на единице площади, $\kappa/\text{см}^2$; ΔT — изменение температуры, $^{\circ}\text{C}$; p — пьезоэлектрический коэффициент, $\kappa/(\text{см}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$, характеризующий заряд,

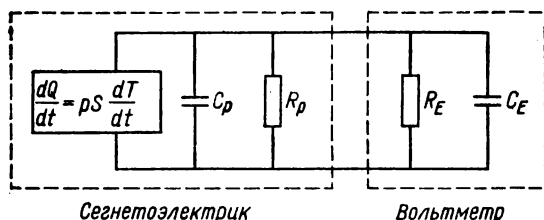


Рис. 2.17. Эквивалентная схема измерения температуры с сегнетоэлектрическим первичным измерительным преобразователем:

C_p и R_p — емкость и сопротивление сегнетоэлектрика;

C_E и R_E — емкость и входное сопротивление вольтметра соответственно

снимаемый с единицы поверхности данного сегнетоэлектрика, при изменении его температуры на 1°C . Перепишем уравнение (2.2) в следующем виде:

$$V = pR_p S dT/dt, \text{ в},$$

где R_p — сопротивление преобразователя температуры, ом ; dT/dt — скорость изменения температуры, $^{\circ}\text{C}/\text{сек}$. Если $p = 10^{-8} \kappa/(\text{см}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$ и $R_p = 10^{11} \text{ ом}$ (характерные для большинства сегнетоэлектриков), а площадь поверхности $S = 1 \text{ см}^2$, то при скорости изменения температуры $dT/dt = 10^{-6} ^{\circ}\text{C}/\text{сек}$ на обкладках преобразователя возникнет напряжение примерно 10^{-3} в . Для сравнения укажем, что термо-э. д. с. термопары при изменении температуры на 1°C равна примерно 60 мкв .

Таким образом, получение информации сводится к измерению либо изменения заряда $\Delta Q = pS\Delta T$ электрометром, либо напряжения $V = pR_p S dT/dt$ вольтметром с высоким входным сопротивлением. Эквивалентная схема измерения температуры на основе сегнетоэлектриков приведена на рис. 2.17. Для повышения точности измерений целесообразно градуировать всю установку (пьезоэлектрик и вольтметр). Это связано со сложностью определения значений p и C_p . Градуировку можно проводить по платиновому термометру сопротивления.

ГЛАВА 3

ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

§ 3.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АКТИВНОСТИ ИСТОЧНИКА

Измерять активность приходится всякий раз, когда требуется определить интенсивность излучения источника, имеющегося у экспериментатора; активность узлов установки или материалов, наведенную нейтронами; количества радиоактивных веществ при геологических, биофизических и других исследованиях, а также во многих ядерно-физических экспериментах. Методы измерения активности разделяются на абсолютные и относительные.

Измерения называют *абсолютными*, если непосредственно измеряется истинная активность источника (число распадов в секунду). Как правило, число регистрируемых установкой частиц в единицу времени отличается от активности источника. Коэффициент пропорциональности между этими величинами зависит от многих факторов, которые надо учитывать и которые являются источниками погрешностей. Этот коэффициент пропорциональности называют *эффективностью установки*. Если эффективность установки ϵ известна, то по зарегистрированному в единицу времени числу частиц m можно легко найти активность источника:

$$A = m/\epsilon.$$

Когда определение эффективности установки затруднено, экспериментаторы часто прибегают к относительным измерениям. *Относительные измерения* характеризуются тем, что активность неизвестного источника A_x сравнивают с активностью эталонного источника, для которого соответствующее значение $A_{\text{эт}}$ известно. Тогда

$$A_x = A_{\text{эт}} m_x / m_{\text{эт}}, \quad (3.1)$$

где m_x и $m_{\text{эт}}$ — скорости счета от изучаемого и эталонного источников соответственно. Соотношение (3.1) справедливо в предположении, что эффективности регистрации излучений от изучаемого и эталонного источников одинаковы.

Измерение β -активности

На практике часто необходимы измерения β -активности радиоактивных элементов. Знание активности источника и средней энергии β -частиц позволяет получить необходимые для расчета, например дозы, сведения. Задача абсолютного β -счета имеет свои трудности, связанные с особенностями прохождения β -частиц через вещество.

Бета-частицы — это легкие заряженные частицы (электроны и позитроны), образующиеся в процессе ядерных превращений. Например, возбужденные ядра могут перейти в стабильное

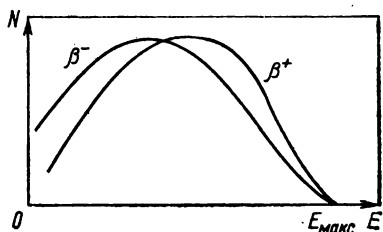


Рис. 3.1. Зависимость числа β -частиц от их энергии при β^+ - и β^- -распадах

состояние путем превращения одного из нейтронов ядра в протон с одновременным испусканием отрицательной β^- -частицы (электрона). Другим возможным процессом является превращение одного из протонов ядра в нейтрон с одновременным испусканием положительной β^+ -частицы (позитрона). В обоих случаях энергия возбуждения ядра уносится β -частицей и нейтрино, не имеющего заряда и обладающего нулевой массой. Поскольку энергия, выделяемая при β -распаде, распределяется различным образом между этими частицами, то испускаемые β -частицы имеют непрерывное распределение по энергии с некоторым максимальным значением $E_{\text{макс}}$, которое является характерной величиной для данного радиоактивного нуклида. Средняя энергия β -частиц равна приблизительно $E_{\text{макс}}/3$.

На рис. 3.1 показана зависимость числа β -частиц $N(E)$ от их энергии при β^+ - и β^- -распадах, где $N=nt$; t — время измерения; а n — число частиц, испускаемых в единицу времени. Влияние на форму спектров оказывает кулоновское поле ядра, испытывающего β -распад. Взаимодействие этого поля с электронами приводит к увеличению числа β^- -частиц с малой энергией, и наоборот, из-за отталкивания одноименных зарядов число позитронов с малой энергией уменьшается. Поэтому максимум β^+ -спектров несколько смещен в сторону больших энергий. Площадь под кривой на рис. 3.1 пропорциональна активности радиоактивного источника, поскольку каждый распад характеризуется вылетом β -частицы. В случае нескольких последовательных β -распадов анализ измерений усложняется, и необходимо использовать методы идентификации природы излучения.

При прохождении через вещество путь β -частицы представляет собой ломаную линию. Поэтому пробегом такой частицы

считают не истинный путь, а толщину поглотителя, которую частицы с данной энергией могут пройти. На пути пробега β -частицы испытывают большое число актов взаимодействия с ядрами и электронами атомов. В результате этих взаимодействий происходит рассеяние и поглощение β -частиц. Слой вещества, при прохождении которого все электроны данной энергии полностью поглощаются, называют *слоем полного поглощения*. Толщина слоя полного поглощения зависит от плотности числа электронов в веществе, которая различна у разных

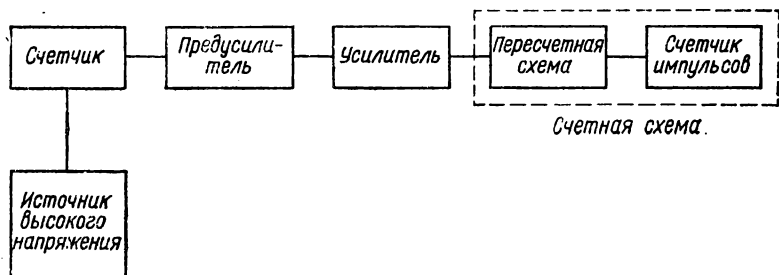


Рис. 3.2. Структурная схема установки для счета β -частиц

веществ и зависит от их природы. Если поглотитель характеризовать не линейными размерами, а его массой, приходящейся на единицу площади поверхности, т. е. толщиной слоя вещества в единицах мг/см^2 , то это различие не будет таким заметным, и для веществ с близкой плотностью пробег β -частиц можно считать одинаковым.

Рассмотрим структурную схему установки для регистрации излучения путем счета частиц (рис. 3.2). Большинство экспериментальных работ выполнены с применением счетчиков Гейгера — Мюллера. Вероятность обнаружения β -частиц зависит от вероятности их попадания в чувствительный объем счетчика. Поскольку пробеги β -частиц малы, в счетчике необходимы специальные окна, через которые β -частицы проходят внутрь счетчика. Существуют два основных типа счетчиков: цилиндрические тонкостенные и торцовые. У обычных стеклянных цилиндрических счетчиков толщина стенок равна примерно 30 мг/см^2 . Они используются для счета β -частиц высоких энергий. Для регистрации медленных β -частиц используют торцовые счетчики с тонкими окнами из слюды (толщиной до 3 мг/см^2) или из нержавеющей стали (до $1,4 \text{ мг/см}^2$). Когда и эти окна оказываются недостаточно тонкими, то источники β -частиц помещают внутрь счетчика. Эффективность торцовых счетчиков значительно выше эффективности цилиндрических счетчиков, поскольку толщина тормозящего слоя окна может быть сделана гораздо меньшей, чем толщина оболочки цилиндрического счет-

чика. Кроме того, торцовый счетчик охватывает больший телесный угол.

Качество счетчика определяется его рабочей характеристикой — зависимостью скорости счета импульсов от напряжения, приложенного к нити счетчика, при неизменном расположении радиоактивного излучателя по отношению к счетчику. При изменении напряжения на счетчике появляется область рабочих напряжений, в пределах которой

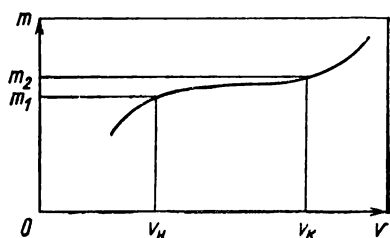


Рис. 3.3. Вольт-амперная характеристика счетчика

скорость счета импульсов возрастает незначительно (рис. 3.3). Интервал напряжений от V_H до V_K рабочей (или счетной) характеристики называют областью счета (или плато) счетчика. Для хороших счетчиков относительная крутизна плато $(m_2 - m_1) / (V_K - V_H)$ очень мала. Так, для счетчиков, наполненных 90% аргона и 10% спирта, она составляет приблизительно 0,02%. Для устойчи-

вой работы счетчика необходимо, чтобы источники высокого напряжения давали регулируемое в широких пределах напряжение и обладали достаточной стабильностью.

Импульсы со счетчика поступают на предусилитель. Он располагается как можно ближе к счетчику и служит для предварительного усиления амплитуды импульсов (примерно в 10 раз), а также для согласования нагрузок. Необходимое полное усиление обеспечивается основным усилителем. Он должен иметь большой коэффициент усиления и минимальный уровень шумов. Необходимость применения усилителя вызвана тем, что амплитуды импульсов от счетчиков малы и не могут привести в действие счетную схему.

Характеристикой счетной схемы установки для регистрации β -частиц является и ее способность к точному счету при различных скоростях поступления импульсов — разрешающая способность. Величина, обратная разрешающей способности, называется *разрешающим временем* τ_p и характеризует минимальный промежуток времени между попаданием в детектор двух последовательных частиц, при котором на выходе еще возникают два отдельных импульса. Когда средняя скорость счета близка к значению $1/\tau_p$, необходимо вводить поправки на просчеты. Каждый счетчик в течение некоторого времени после регистрации частицы не может реагировать на попадание следующей частицы («мертвое» время τ). Так, в счетчиках Гейгера — Мюллера из-за образования облака положительных ионов вокруг нити уменьшается напряженность электрического поля и импульсы от частиц, попавших в это время, не образуются. Мертвое время определяет минимальный интервал вре-

мени, которым должны быть разделены падающие на счетчик ядерные частицы, для того чтобы они регистрировались отдельно. По мере движения ионов к катоду напряженность электрического поля увеличивается до нормальной и амплитуда импульса восстанавливается полностью. Этот промежуток времени называют *временем восстановления* τ_v . Таким образом, разрешающее время счетчика Гейгера — Мюллера $\tau_p = \tau + \tau_v$.

Однако, если использовать высокочувствительный усилитель напряжения, то $\tau \approx \tau_p$. В пропорциональных счетчиках облако положительных ионов не распространяется вдоль нити и счетчик способен регистрировать следующую частицу и усиливать импульс до тех пор, пока оно не образуется на собирающем электроде в другом месте. Разрешающее время сцинтиллятора определяется временем высвечивания. Как видно из изложенного, разрешающее и мертвое время часто совпадают, поэтому в дальнейшем, в частности в разделе о поправках на разрешающее время и в § 4 гл. 4, будем говорить о мертвом времени как о разрешающем времени установки. В литературе нередко используется такая же трактовка мертвого времени.

Требования высокой точности при абсолютных измерениях активности обуславливают необходимость правильного приготовления образцов, так как недостаточное тщательное их изготовление приводит к погрешностям, намного превышающим погрешности измерений, вызванные регистрирующими приборами. Особенно это важно при изготовлении образцов с низкими удельной активностью и энергией β -частиц. Образцы β -излучающего вещества изготавливают нанесением его на подложку методом напыливания, оксидирования, электрического осаждения и т. п. (см. гл. 2). При этом необходимо выбирать соответствующую подложку и добиваться равномерности слоя достаточной толщины.

Экспериментальные данные, непосредственно полученные при работе со счетчиками, не могут быть сразу использованы для получения физических выводов, поэтому необходима соответствующая обработка результатов измерений. Для определения активности необходимо в измеренную скорость счета вводить следующие поправки.

Поправки на разрешающее время счетной системы. Как уже отмечалось, всякий счетчик после образования разряда, вызванного частицей ядерного излучения, в течение некоторого времени не готов к регистрации следующей частицы. Другие элементы регистрирующей схемы также обладают определенной инертностью. Поэтому число зарегистрированных импульсов всегда меньше числа частиц, попавших в счетчик. В общем случае установить связь между числом попаданий и числом этсчетов весьма сложно. Если же один из элементов регистрирующей аппаратуры обладает мертвым временем, много большим, чем у других ее элементов, то задача существенно упро-

щается. Поскольку разрешающее время современных электронных приборов достаточно мало, разрешающее время счетных устройств ограничивают счетчики.

Различают мертвые времена продлевающегося и непродлевающегося типов. Под мертвым временем *продлевающегося типа* понимают следующее. После регистрации частицы в течение времени τ измерительная аппаратура не готова к работе. Если за это время будет еще одно попадание частицы в счетчик, то она не регистрируется, а мертвое время продлится на τ после этого попадания. Таким свойством обладает, например, счетчик Гейгера — Мюллера. Мертвым временем *непродлевающегося типа* называют такой интервал времени, при котором попадание частицы в прибор не вызывает его продлевания, т. е. через промежуток времени τ после первого отсчета прибор готов к работе независимо от того, было ли за это время попадание в прибор или нет. Примером такого прибора является тиратрон.

Приведем связь между скоростью счета m и числом частиц n , падающих на счетчик в единицу времени, для приборов, обладающих мертвым временем продлевающегося типа. Вероятность того, что за бесконечно малое время dt произойдет mdt отсчетов, равна вероятности ndt попаданий в счетчик, умноженной на вероятность отсутствия попаданий $\exp(-n\tau)$ за предшествующий промежуток времени τ . Здесь полагаем, что эффективность регистрации $\varepsilon = 1$. Тогда

$$m = n \exp(-n\tau). \quad (3.2)$$

При $n\tau \ll 1$ число просчетов незначительно и m растет с увеличением n . С ростом $n\tau$ увеличивается вероятность попадания в счетчик за время τ одной или нескольких частиц и вследствие продления мертвого времени число отсчетов уменьшается.

Чтобы определить максимальное значение m , вычисленное по этой формуле, произведем замену переменных $u = m\tau$ и $v = n\tau$. Тогда $u = v \exp(-v)$. Найдем максимум этой функции. Для этого воспользуемся выводами дифференциального исчисления: максимум наблюдается при условии, что первая производная исследуемой функции равна нулю, а вторая производная при этом должна быть меньше нуля. Первая и вторая производные функции $u = v \exp(-v)$ имеют вид:

$$du/dv = (1 - v) e^{-v}, \quad d^2u/dv^2 = (v - 2) e^{-v},$$

откуда $du/dv = 0$ при $v = 1$; а $d^2u/dv^2 < 0$ так как при $v = 1$ $v - 2 < 0$, т. е. условия существования максимума выполнены. Произведя обратную замену переменных, получим

$$m_{\text{макс}} = 1/(\tau e). \quad (3.3)$$

Это выражение можно использовать для экспериментального определения τ .

Пусть теперь число импульсов, попавших на прибор с непродлевающимся мертвым временем в течение времени t , равно в среднем $\bar{N}=nt$, из которых $M=mt$ было сосчитано. Тогда полное время, в течение которого установка не была готова регистрировать излучение, $\bar{t}_n=\bar{M}\tau$, а число просчитанных импульсов $\bar{P}=\bar{M}n\tau$. Отсюда следует, что

$$\bar{N} = \bar{M} + \bar{P} = \bar{M}(1 + n\tau)$$

или

$$m = n/(1 + n\tau).$$

Тогда

$$n = m/(1 - m\tau). \quad (3.4)$$

При малых интенсивностях $m \approx n$ и число отсчетов увеличивается с ростом n , достигая максимума $m_{\text{макс}}=1/\tau$ при $n\tau \gg 1$. При этом сразу же по истечении времени τ происходит следующий отсчет, т.е. для этого типа мертвого времени отсчеты следуют друг за другом через равные промежутки времени.

Сравнение рассмотренных двух типов мертвого времени показывает, что при равных n и τ скорость счета в условиях непродлевающегося мертвого времени больше, так как в условиях продлевающегося мертвого времени установка не может регистрировать в течение времени $\tau' > \tau$. При больших нагрузках правильное введение поправок на мертвое время весьма затруднительно, поскольку различные элементы регистрирующей схемы обладают различными типами мертвого времени, которое к тому же может изменяться. Поэтому стремятся работать при малых нагрузках.

Рассмотрим методы экспериментального определения мертвого времени.

1. Измерение мертвого времени при известном соотношении интенсивностей источников излучения. Для двух интенсивностей падающего на детектор излучения n_1 и $n_2=kn_1$, где k — известное число, измеряют соответствующие скорости счетов m_1 и m_2 . Интенсивность изменяют любым способом, например изменением расстояния между источником и детектором. При $n\tau \ll 1$ выражения (3.2) и (3.4) принимают одинаковый вид:

$$m = n(1 - n\tau) \quad \text{или} \quad n = m(1 + m\tau). \quad (3.5)$$

Тогда, подставляя в (3.5) сначала n_1 , а затем $n_2=kn_1$, после соответствующих преобразований получаем

$$\tau = (km_1 - m_2)/(m_2^2 - km_1^2). \quad (3.6)$$

Это выражение справедливо для любого типа мертвого времени при условии $nt \ll 1$.

2. Измерение мертвого времени сопоставлением совместного и раздельного действия двух источников. Пусть имеются два источника с интенсивностями n_1 и n_2 . Сопоставляются экспериментально полученные око-

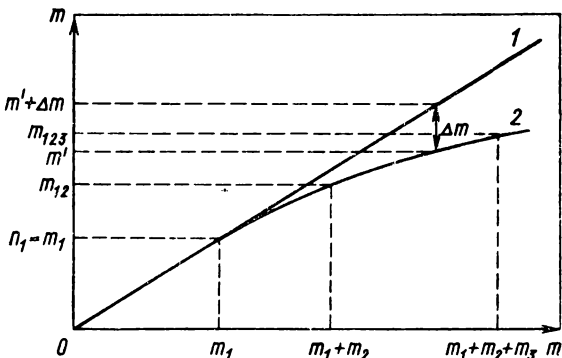


Рис. 3.4. Кривые для определения поправки на просчеты

роستي счета m_1 , m_2 и m_c , соответствующие действию первого, второго и двух источников вместе. Для малых загрузок получим

$$\tau = (m_1 + m_2 - m_c)/(2m_1 m_2). \quad (3.7)$$

Поправки удобно вводить по кривой просчетов для данной регистрирующей установки. Экспериментальную кривую просчетов снимают следующим образом. Берут несколько (пять — шесть) источников излучения. Каждый источник устанавливают на таком расстоянии от счетчика, чтобы установка регистрировала излучение без просчетов. Таким образом определяют скорости счета m_1, m_2, \dots, m_k от каждого источника, установленного в строго фиксированном положении. Поскольку просчетов нет, то $m_1 = n_1$, $m_2 = n_2$ и т. п. В этом случае, откладывая по оси ординат m_1, m_2, \dots , а по оси абсцисс n_1, n_2, \dots , получим прямую линию 1 (рис. 3.4). Затем первый и второй источники устанавливают на прежние места и измеряют скорость счета m_{12} от двух источников одновременно. В этом случае может быть $m_{12} \neq m_1 + m_2$ вследствие просчетов. Затем регистрируют скорость счета от трех источников одновременно m_{123} и т. д. Строят кривую 2 (см. рис. 3.4), на оси абсцисс откладывая значения $m_1, m_1 + m_2$ и так далее, т. е. суммы скоростей счета от отдельных источников, а на оси ординат — действительные скорости счета m_1, m_{12}, m_{123} и т. д. Так как реально $m_{12} < m_1 + m_2$, то положение точки m_{123} еще ниже по отношению к соответствующей ординате кривой 1 и т. д. Получается ряд

экспериментальных точек, по которым строится кривая с поправками, которая может быть использована для введения поправок. Поправка вводится следующим образом. Полученную скорость счета m' откладываем на оси ординат. Тогда $n' = m' + \Delta m$, как показано на рис. 3.4.

Поправка на геометрические условия опыта. При абсолютных измерениях активности необходимо учитывать тот факт, что в счетчик попадает лишь часть частиц, испускаемых источником. Источник излучает в большинстве случаев изотропно, поэтому при отсутствии поглощения и рассеяния доля телесного угла 4π рад, занимаемая чувствительным объемом счетчика, соответствует той части испускаемого излучения, которая падает на счетчик. Эта часть зависит от геометрии опыта и размеров системы. Для подсчета полного числа частиц, излучаемых радиоактивным веществом в единицу времени, необходимо полученную скорость счета поправить на долю телесного угла. Оценим эту долю для торцового счетчика (рис. 3.5).

Телесный угол определяется радиусом окна счетчика r_1 и расстоянием от источника до начала нити счетчика d . При этом предполагается следующее: диаметр источника меньше половины радиуса окна счетчика, источник располагается параллельно плоскости окна счетчика, центр источника лежит на линии, являющейся продолжением нити счетчика. Обычно границей чувствительного объема служит поверхность пересечения плоскости сечения счетчика со сферой радиусом r_2 (см. рис. 3.5). Доля телесного угла равна отношению площади отсекаемого сегмента сферы к полной площади сферы:

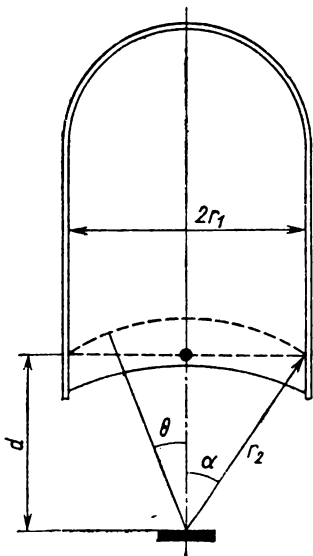


Рис. 3.5. Схема для оценки доли телесного угла для торцового счетчика

$$\omega = \frac{1}{4\pi r_2^2} \int_0^\alpha 2\pi r_2^2 \sin \theta d\theta = \frac{1}{2} (1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + r_1^2}} \right). \quad (3.8)$$

Поправка на геометрический фактор вводится путем деления полученной скорости счета на ω .

Одним из способов исключения поправки на геометрические условия опыта является метод измерения β -активности в геометрии 4π , обеспечивающей полный угол охвата источника из-

лучения. Введение радиоактивного образца непосредственно в чувствительный объем счетчика устраняет также поправки на поглощение излучения в воздухе между источником и детектором, а также в окошке счетчика. В качестве 4л-счетчика можно использовать спаренные торцовые счетчики Гейгера — Мюллера. При этом источник помещается между ними. Аналогичную систему можно сделать, поместив источник между кристаллами двух сцинтилляционных счетчиков. Широко используются в качестве 4л-детекторов сцинтилляционные счетчики с «колющим», т. е. с каналом внутри сцинтиллятора.

Определение активности источников излучения методом измерения в геометрии 4л является наиболее удобным еще и потому, что это единственный метод, с помощью которого можно измерять небольшие активности. Действительно, поскольку исследуемый образец находится в центре чувствительного объема детектора, то почти каждая β -частица попадает в этот объем и вызывает появление электрического импульса, поэтому полная эффективность прибора (см. ниже) оказывается близкой к 100%.

Учет фона. При отсутствии источников излучения всегда имеется некоторая скорость счета, обусловленная утечкой зарядов по изоляторам, излучением от загрязнений естественными радиоактивными веществами, действием космического излучения. Фон необходимо учитывать, поскольку он ограничивает чувствительность регистрирующего устройства. Особенно мешает фон точным измерениям малых активностей, и поэтому желательно свести его до минимума. Фон от местных источников может быть практически исключен, тогда как космическое излучение, обладающее большой проникающей способностью, ослабить довольно трудно. Известно, что на 1 см^2 площади поверхности Земли в 1 мин приходит приблизительно одна космическая частица. Фон от космических частиц составляет несколько десятков импульсов в минуту и возрастает с увеличением площади поверхности счетчика.

В целях снижения космического фона и фона от радиоактивных веществ счетчик и исследуемый источник помещают в специальные защитные домики из свинца толщиной около 5 см . При выборе свинцового домика следует помнить, что обратное рассеяние от стенок должно быть очень малым, для чего используют домики больших размеров и покрывают внутренние стенки материалом с небольшой атомной массой, например алюминием, поскольку обратное рассеяние β -частиц падает с уменьшением атомной массы материала. Фон, вообще говоря, не остается постоянным с течением времени, поэтому его необходимо периодически измерять. Истинную скорость счета получают вычитанием из определенной в процессе измерения скорости счета с источником излучения скорости счета, полученной без источника при тех же условиях обсчета. При этом

полагают, что фон за время измерений остается постоянным, либо берется средний фон, полученный по нескольким измерениям. Перед вычитанием фона в измеренную скорость счета вносят поправку на разрешающее время.

Эффективность регистрации β -частиц счетчиком. Одним из важнейших свойств счетчика является эффективность ϵ_β — отношение числа зарегистрированных частиц к числу частиц, попавших в его чувствительный объем. Эффективность счетчика зависит от вероятности образования разряда в чувствительном объеме, т.е. от процесса взаимодействия излучения с веществом, с помощью которого происходит регистрация. β -Излучение производит в объеме счетчика значительное количество пар ионов, поэтому каждая частица с большой вероятностью вызывает образование импульса. Для счетчика с газовым наполнением эффективность регистрации зависит от давления газа в счетчике p , от удельной ионизации j , характеризующей число пар ионов, которые образуются β -частицами на единице длины пути, и от длины пути l частицы в рабочем объеме счетчика. Поскольку удельная ионизация j дается для воздуха при нормальных давлении (101 кн/м^2) и температуре (293°K), то p выражают в относительных единицах. Например, при давлении газа в счетчике 10 кн/м^2 $p = 10/101 \approx 0,1$.

Частица на пути l производит в среднем jpl пар ионов. Разобьем l на k участков. Вероятное число пар ионов на одном из участков пути равно jpl/k , а вероятность того, что на $1/k$ пути частицы не создадут ни одной пары ионов, равна $(1 - jpl/k)$. Для того чтобы на пути l не было создано ни одной пары ионов, нужно, чтобы ни на одном из k участков не возникло ни одной пары ионов. Эта вероятность равна по теореме умножения вероятностей $(1 - jpl/k)^k$. Если l разбить на бесконечное множество участков, то в пределе по правилу Лопиталя получаем

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (1 - jpl/k)^k = \exp(-jpl).$$

Отсюда вероятность того, что на пути l образуется хотя бы одна пара ионов,

$$\epsilon_\beta = [1 - \exp(-jpl)]. \quad (3.9)$$

Пример. Чему равна вероятность того, что β -частица с энергией 1 Мэв вызовет разряд, пройдя расстояние 1 см в счетчике, наполненном аргоном при давлении $5,3 \text{ кн/м}^2$.

Решение. Удельная ионизация в воздухе для β -частиц с энергией 1 Мэв равна 20 пар ионов на 1 см пути при нормальных температуре и давлении. Так как удельная ионизация пропорциональна атомному номеру газа, то число пар ионов в аргоне $j = 20(18/7,2)$, а $p = 5,3/101 \approx 0,05$. Тогда

$$\epsilon_\beta = [1 - \exp(-20 \cdot 2,5 \cdot 0,05)] = 0,92.$$

Хотя эффективность регистрации β -частиц близка к 100%, при постановке точных экспериментов необходимо ее учитывать. При работе с β -частицами больших энергий удельная ионизация уменьшается и эффективность становится заметно меньше 100%.

Поправка на поглощение и рассеяние β -частиц. Поскольку β -частицы с большой вероятностью поглощаются и рассеиваются, проходя через вещество, то материал (окно счетчика, воздух и т.п.), находящийся между источником излучения и чувствительным объемом счетчика, снижает интенсивность излучения, достигающего счетчик. Приближенно коэффициент ослабления можно вычислить, исходя из экспоненциального закона:

$$\mu = \exp(-0,693d_{\text{эф}}/d_{1/2}), \quad (3.10)$$

где $d_{\text{эф}}$ — эффективная толщина слоя воздуха и окна счетчика; $d_{1/2}$ — толщина слоя, ослабляющая излучение в 2 раза. Величина $d_{\text{эф}}$ несколько больше расстояния от источника до чувствительного объема по нормали к плоскости окна счетчика, поскольку часть частиц попадает в чувствительный объем под углом к нормали.

В связи с трудностью вычисления $d_{\text{эф}}$ и $d_{1/2}$ рациональнее определять значение μ экспериментально для конкретных условий опыта, помещая перед окном счетчика поглотитель все возрастающей толщины. В качестве поглотителя лучше всего

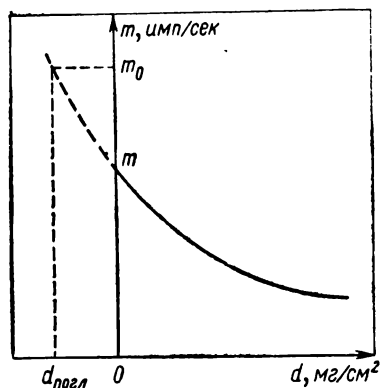


Рис. 3.6. Кривая ослабления β -частиц алюминием

брать алюминиевую фольгу, так как воздух, слюда и алюминий имеют примерно одинаковые массовые коэффициенты ослабления β -излучения. Эти алюминиевые поглотители следует помещать как можно ближе к окну счетчика, чтобы свести к минимуму влияние рассеяния в этих слоях. Кривую ослабления β -частиц снимают в зависимости от толщины алюминиевых фольг (рис. 3.6). Коэффициент μ определяют из кривой ослабления экстраполяцией к отрицательной толщине добавочного поглотителя $d_{\text{погл}}$, соответствующего средней толщине воздуха и слюдяного окна

необходимо достаточное количество точек на кривой ослабления.

Ослабление излучения в источнике. Не всегда бывает удобно или возможно изготовить образцы, которые можно считать бесконечно тонкими. Во многих экспериментах приходится работать с образцами значительной толщины, в которых рассеяние и поглощение излучения происходят внутри самого источника излучения. Эти эффекты сложным образом зависят от толщины образца и эффективного атомного номера материала источника. Коэффициент самопоглощения μ_c учитывает влияние толщины источника на число частиц, достигающих счетчика. При этом имеют место два конкурирующих процесса: один приводит к возрастанию числа частиц в результате рассеяния их в материале источника в направлении к счетчику, и другой — к уменьшению числа частиц в результате поглощения их материалом источника.

Ослабление в толстых образцах довольно хорошо описывается формулой в предположении экспоненциального хода поглощения. Рассмотрим источник, который испускает n_0 β -частиц в единицу времени в направлении счетчика. Если источник имеет толщину X_0 , то вклад в скорость счета тонкого слоя dX

$$dm_0 = (n_0/X_0) dX.$$

Число частиц, вылетающих в единицу времени из слоя, расположенного на расстоянии X от поверхности источника,

$$dn = (n_0/X_0) \exp(-\mu X) dX,$$

где μ — массовый коэффициент поглощения, $\text{см}^2/\text{г}$; X — поверхностная плотность образца, $\text{г}/\text{см}^2$. Полное число частиц, вылетающих из источника толщиной X_0 в направлении счетчика,

$$n = \int_0^{X_0} dn = (n_0/\mu X_0) [1 - \exp(-\mu X_0)].$$

Отсюда ослабление излучения в источнике учитывается с помощью коэффициента

$$\mu_c = n/n_0 = (1/\mu X_0) [1 - \exp(-\mu X_0)]. \quad (3.11)$$

При выполнении точных измерений коэффициент ослабления следует определять экспериментально, измеряя зависимость скорости счета от толщины источника X_0 . Для этого изготовляют партию источников одинаковой активности, но различной толщины, что достигается путем добавления к источнику неактивного материала-носителя. Результаты измерений скоростей счета от этих источников изображают в виде графика (рис. 3.7). Истинная скорость счета определяется экстраполяцией кривой к нулевой толщине источника.

Форма кривой ослабления излучения в источнике определяется конкурирующими процессами рассеяния и поглощения. Максимум кривой обусловлен тем, что с увеличением толщины материала-носителя увеличивается рассеяние β -частиц в материале. В основном рассеиваются частицы, летящие вдоль слоя. Это приводит к увеличению числа частиц, вылетающих из источника в направлении к счетчику. Однако с ростом толщины источника процесс поглощения начинает оказывать все большее влияние, а затем и значительно превосходит процесс рассеяния.

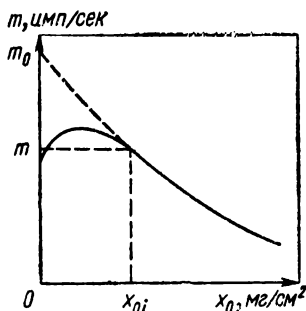


Рис. 3.7. Кривая самопоглощения β -частиц в источнике

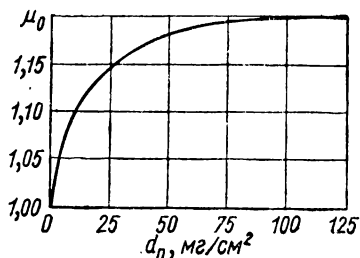


Рис. 3.8. Вклад обратного рассеяния в зависимости от толщины подложки

Обратное рассеяние β -частиц в подложке источника. Во избежание сильного самопоглощения источники β -частиц изготовляют обычно в виде тонких слоев, нанесенных на подложку. При такой геометрии источника скорость счета увеличивается за счет вклада излучения, первоначально направленного от источника, но рассеянного назад материалом подложки. Вклад обратного рассеяния растет с толщиной подложки до насыщения (рис. 3.8).

Экспериментально было найдено, что насыщение наступает при толщине подложки, равной примерно 15—20% пробега β -частиц в данном материале. Коэффициент обратного рассеяния зависит от энергии β -частиц и от атомного номера материала подложки. В связи с этим аналитическое выражение коэффициента обратного рассеяния затруднено и на практике его обычно определяют экспериментально. Для этого изготовляют источник в виде тонкого слоя на подложке с поверхностной плотностью около 1 мг/см^2 . Сначала измеряют скорость счета от этого источника m_0 . Затем вплотную к источнику располагают исследуемую подложку и измеряют скорость счета m . Отношение m/m_0 есть коэффициент отражения μ_0 . Значения μ_0 могут быть в пределах от 1 до 2 в зависимости от толщины и атомного номера материала подложки. Использование толстых подложек из тяжелых материалов приводит к

значительному увеличению скорости счета, тогда как применение материалов с малым Z при толщине слоя менее $1/5$ пробега электрона с максимальной энергией приводит к гораздо меньшим поправкам.

Учитывая поправки, получаем выражение для определения абсолютной активности образца

$$A = (m_p P - m_\phi P_\phi) / (\epsilon_\beta \omega \mu_c \mu_0),$$

где ϵ_β , ω , μ , μ_c , μ_0 — коэффициенты, определенные выше; $m_p P$ — измеренная скорость счета от источника, исправленная на разрешающее время; $m_\phi P_\phi$ — скорость счета, обусловленная фоном, с учетом поправки на разрешающее время; P и P_ϕ — поправки на разрешающую способность при измерениях m_p и m_ϕ соответственно:

$$P = 1/(1 - m_p \tau), \quad P_\phi = 1/(1 - m_\phi \tau).$$

Обычно скорость счета при измерениях фона небольшая, тогда $P_\phi = 1$.

Метод совпадений

При измерениях активности источников широко используют метод совпадений. Суть этого метода состоит в установлении одновременности или временной последовательности появления частиц, регистрируемых отдельными счетчиками. Поскольку регистрация частицы счетчиком происходит не мгновенно, а за конечный интервал времени, то одновременными событиями считаются такие, которые происходят в пределах некоторого промежутка времени. Длительность такого интервала зависит от длительности электрических сигналов, приходящих на схему совпадений. Поскольку временная задержка между испусканием частиц в одном распаде невелика, порядка 10^{-8} сек, что значительно меньше, чем разрешающее время счетных устройств, то можно считать, что они испускаются в «совпадении», т. е. одновременно.

Если импульс на выходе радиотехнической схемы появляется только при одновременном поступлении отдельных сигналов на несколько входов, то такое устройство называют схемой совпадений. Наиболее простая схема совпадений имеет два входа.

Одной из важнейших характеристик схемы совпадений является разрешающее время τ_p . Разрешающим временем схемы совпадений называют максимальный промежуток времени между поступлением импульса на один вход и приходом импульса на второй, когда импульсы регистрируются еще как одновременные. Оно может иметь сколь угодно малое, но обязательно конечное значение. Для быстродействующих детекторов, напри-

мер сцинтилляционных счетчиков, $\tau_p \sim 10^{-9}$ сек. Так как разрешающее время имеет конечное значение, совпадения могут вызвать как независимые, так и связанные с одним событием сигналы.

Различают два типа совпадений: истинные и случайные. Если два или более счетчика регистрируют одну или несколько частиц, возникших в одном событии, то совпадения называют *истинными*. *Случайными* называют совпадения частиц, возникающих в разных событиях, не связанных между собой. При проведении экспериментов стараются свести к минимуму счет случайных совпадений.

Рассмотрим метод двойных совпадений. Пусть импульсы в обоих входных каналах схемы совпадений — прямоугольные с равными амплитудами. Длительности импульсов для первого и второго каналов соответственно τ_1 и τ_2 , а частоты появления — n_1 и n_2 . При малой загрузке входных каналов ($n_1\tau_1 \ll 1$ и $n_2\tau_2 \ll 1$) скорость счета случайных совпадений

$$m_{12сл} = n_1 n_2 (\tau_1 + \tau_2)$$

или при $\tau_1 = \tau_2 = \tau$

$$m_{12сл} = 2n_1 n_2 \tau. \quad (3.12)$$

Необходимо избегать перегрузок входных каналов, чтобы не вводить поправки на мертвое время и не усложнять обработку результатов измерений.

Рассмотрим закономерности для двойных совпадений. Пусть имеется источник частиц двух сортов с одинаковым n_0 . Допустим, что счетчик 1 регистрирует только частицы одного сорта с эффективностью ϵ_1 , а счетчик 2 — частицы другого сорта с эффективностью ϵ_2 . Скорость счета истинных совпадений

$$m_{12ист} = \epsilon_1 \epsilon_2 n_0.$$

Поскольку полные скорости счета в каналах равны соответственно $m_1 = \epsilon_1 n_0$ и $m_2 = \epsilon_2 n_0$, то вычтя из них скорость счета случайных совпадений $\epsilon_1 \epsilon_2 n_0$, получим, что $n'_1 = (1 - \epsilon_2) \epsilon_1 n_0$ и $n'_2 = (1 - \epsilon_1) \epsilon_2 n_0$. Здесь n'_0 и n'_2 — загрузка каждого счетчика единичными отсчетами без совпадений. Кроме того, каждый счетчик регистрирует фон с интенсивностью $n'_{\phi 1} = \alpha_1 n'_1$ и $n'_{\phi 2} = \alpha_2 n'_2$. Тогда загрузка счетчика единичными отсчетами $n_1 = n'_1 (1 + \alpha_1)$ и $n_2 = n'_2 (1 + \alpha_2)$. Отсюда скорость счета случайных совпадений

$$m_{12сл} = 2\epsilon_1 \epsilon_2 (1 - \epsilon_1) (1 - \epsilon_2) (1 + \alpha_1) (1 + \alpha_2) n_0^2 \tau, \quad (3.13)$$

а полная скорость счета после подстановки выражения для $m_{12сл}$ из (3.13) и преобразований

$$m_{12} = m_{12ист} + m_{12сл} = \epsilon_1 \epsilon_2 n_0 + 2n_1 n_2 \tau. \quad (3.14)$$

Обычно регистрируют сумму истинных и случайных совпадений и только случайные совпадения. Наибольшая точность получается при одновременном проведении этих измерений. Если измерения искомого эффекта и фона не совмещаются, то оптимальное время тех и других измерений определяют из условия

$$t_{\text{эф}}/t_{\text{ф}} = \sqrt{1 + m_{12\text{ист}}/m_{12\text{сл}}}.$$

На практике наиболее часто применяют методы β — γ - и γ — γ -совпадений. Пусть, например, при радиоактивном распаде

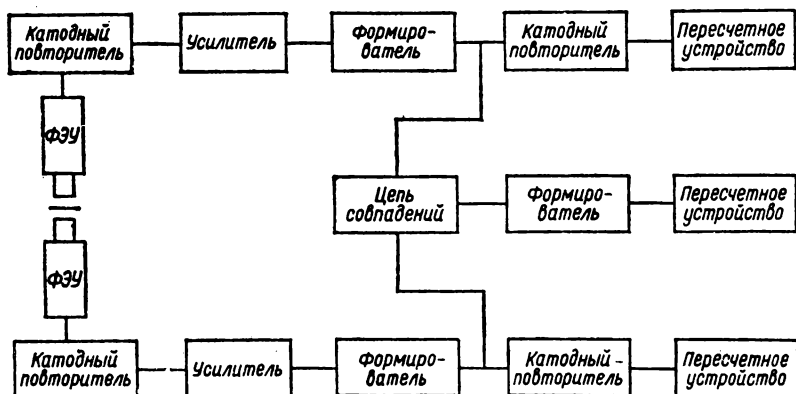


Рис. 3.9. Структурная схема установки для β — γ -совпадений

испускается β -частица и γ -квант. При отсутствии фона и нечувствительности счетчиков к другому виду излучения регистрируются скорости отсчетов в β - и γ -счетчиках: соответственно $m_{\beta} = \varepsilon_{\beta} n_0$ и $m_{\gamma} = \varepsilon_{\gamma} n_0$. Одновременно с измерениями отсчетов в счетчиках регистрируется и число истинных совпадений

$$m_{\beta\gamma\text{ист}} = \varepsilon_{\beta}\varepsilon_{\gamma}n_0.$$

Тогда

$$n_0 = m_{\beta}m_{\gamma}/m_{\beta\gamma\text{ист}}.$$

Так же находят интенсивность источника, если регистрируются γ — γ -совпадения. Например, для ^{60}Co , испускающего два γ -кванта, которые регистрируются одинаковыми счетчиками, получим:

$$m_1 = m_2 = 2\varepsilon n_0, \quad m_{12\text{ист}} = 2\varepsilon^2 n_0, \quad n_0 = m_1^2/2m_{12\text{ист}}.$$

Найдя n_0 , можно определить активность $A = n_0\alpha$, где α — выход β -частиц на распад нуклида.

Структурная схема установки β — γ -совпадений представлена на рис. 3.9. В технике β — γ -совпадений желательно использовать такие детекторы, которые имеют высокую эффектив-

ность регистрации одного вида излучения и низкую — другого. Так, тонкий стильбеновый кристалл используют в качестве детектора β -излучения. Небольшая толщина его значительно снижает чувствительность к γ -квантам. Для регистрации γ -квантов лучше всего использовать кристалл NaI(Tl). Металлическая упаковка кристалла поглощает β -частицы, уменьшая тем самым чувствительность кристалла NaI(Tl) к β -частицам.

При определении активности методом β — γ -совпадений необходимо учитывать факторы, искажающие ее действительное значение, т. е. необходимо введение соответствующих поправок.

Учет эффективности регистрации γ -излучения бета-счетчиком. Счетчик β -частиц почти всегда чувствителен к γ -квантам. Если схема распада источника простая, то скорость счета β -частиц может быть описана соотношением

$$m_{\beta} = n_0 [\varepsilon_{\beta} + (1 - \varepsilon_{\beta}) (\varepsilon_{\beta})_{\gamma}],$$

где n_0 — интенсивность источника; $(\varepsilon_{\beta})_{\gamma}$ — эффективность регистрации γ -квантов бета-счетчиком; $(1 - \varepsilon_{\beta})$ — доля зарегистрированных β -частиц. Запишем выражение для активности с учетом этой поправки

$$A = \frac{m_{\beta} m_{\gamma}}{m_{\beta\gamma}} = \alpha n_0 \left[1 + \frac{(1 - \varepsilon_{\beta}) (\varepsilon_{\beta})_{\gamma}}{\varepsilon_{\beta}} \right]. \quad (3.15)$$

Отсюда видно, что второй член в квадратных скобках, т. е. поправка на регистрацию бета-счетчиком γ -квантов мала, если $(\varepsilon_{\beta})_{\gamma} \ll 1$, а $\varepsilon_{\beta} \approx 1$.

Вклад в m_{β} скорости счета γ -квантов $m_{\beta\gamma}$, зарегистрированных бета-счетчиком, можно оценить экспериментально. Для этого между источником и детектором β -частиц ставят фильтры, способные поглотить практически все β -частицы, и определяют значения $m_{\beta\gamma}^*$. Тогда

$$A = \alpha n_0 = (m_{\beta} - m_{\beta\gamma}^*) m_{\gamma} / m_{\beta\gamma}^*.$$

Учет случайных совпадений. Часто в экспериментах число истинных совпадений бывает не очень большим, поэтому весьма важно число случайных совпадений свести до минимума. Как видно из формулы (3.12), это можно сделать уменьшением τ или интенсивности излучения источника, поскольку регистрирующая аппаратура настраивается таким образом, что $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ (это достигается, например, введением линии задержки в один из каналов схемы совпадений). Однако уменьшение скорости счета по каналам приводит и к уменьшению истинных совпадений, что весьма нежелательно. Чтобы определить скорость счета истинных совпадений, нужно из экспериментально полученной скорости счета совпадений m_{12} вычесть скорость

счета от случайных совпадений, определенную из соотношения (3.12)

$$m_{\text{уст}} = m_{12} - 2\tau m_{\beta} m_{\gamma}.$$

Необходимость введения поправок ограничивает точность метода $\beta - \gamma$ -совпадений. Так, при использовании источника излучения из золота погрешность измерения достигает порядка $\pm 1\%$.

Одним из вариантов метода совпадений является метод антисовпадений. Он применяется чаще всего для исключения регистрации побочных эффектов, происходящих с большой вероятностью и затушевывающих изучаемое явление. Антисовпадением называют отсчет данного детектора, не сопровождаемый в пределах разрешающего времени отсчетом одного или нескольких других детекторов данной схемы.

§ 3.2. ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА НЕЙТРОНОВ

Большое количество исследований в нейтронной физике связано с абсолютными измерениями. Особый интерес представляют измерения плотности потока нейтронов во многих задачах ядерно-физических измерений. Так, знание ее необходимо при измерениях сечений, в нейтронной дозиметрии, при расчетах активной зоны и защиты ядерного реактора. Определение плотности потока нейтронов возможно, если известны эффективность регистрирующей аппаратуры и сечение реакции, с помощью которой регистрируются нейтроны. Часто для этой цели используют активационные детекторы, борные счетчики и камеры деления. Захват нейтронов ядрами нуклидов ведет к образованию радиоактивных ядер. По мере облучения вещества нейтронами радиоактивные ядра накапливаются тем быстрее, чем больше поток нейтронов. Следовательно, активность облученного вещества может служить мерой плотности потока нейтронов, вызвавших эту активность. Так как существуют нуклиды с различной зависимостью сечения активации от энергии нейтронов, то можно получить информацию и об энергетическом распределении потока нейтронов.

Поскольку даже для ^{10}B эффективное сечение взаимодействия с нейтронами не строго пропорционально $1/v$, а сечение, например ^{235}U , вообще не пропорционально $1/v$, то проведение абсолютных измерений плотности потока нейтронов встречает серьезные затруднения. Так, камеры деления после градуировки могут быть применены лишь для измерений в поле тепловых нейтронов. Для других спектров нейтронов они вообще не применимы из-за сильной зависимости сечения от энергии. Борную камеру можно использовать для абсолютных измерений плотности потока тепловых нейтронов. Однако при этом ее необходимо проградуировать. Поэтому предпочтительнее один

раз тщательно проградуировать борные счетчики или камеры деления (в какой-нибудь метрологической лаборатории), а затем проводить относительные измерения. С другой стороны, сечения активации детекторов, усредненные по спектру нейтронов (в частности, по спектру нейтронов деления), известны в настоящее время с погрешностью 10—15%. Погрешность измерения будет та же. Кроме того, вся аварийная дозиметрия, как индивидуальная, так и зонная, в настоящее время целиком основана на активационных измерениях.

Абсолютные измерения активности источников очень трудоемки и лучше делать относительные измерения. Однако абсолютные измерения в спектрах нейтронов входят в подавляющее большинство экспериментов на реакторах. Исходя из изложенного, опишем абсолютные измерения плотности потока нейтронов с помощью активационных детекторов, а относительные измерения посредством борных счетчиков и камер деления.

Абсолютные измерения плотности потока нейтронов

При абсолютных измерениях плотности потока нейтронов активационным методом основной проблемой является определение активности детекторов. Накопление радиоактивных ядер в детекторе происходит следующим образом. Допустим, что в данном количестве вещества каждую секунду образуется N_0 радиоактивных ядер. К моменту времени t после начала облучения накапливается $N(t)$ таких ядер. Наряду с накоплением происходит распад радиоактивных ядер. За единицу времени вблизи t распадается $\lambda N(t)$ ядер (здесь λ — постоянная распада), поэтому скорость образования радиоактивных ядер в детекторе $dN(t)/dt = N_0 - \lambda N(t)$. Чтобы решить это уравнение, перенесем второй член из правой части уравнения в левую, умножим обе части этого соотношения на $\exp(\lambda t)$ и проинтегрируем по времени от 0 до t_1 :

$$\int_0^{t_1} \frac{d}{dt} [N(t) e^{\lambda t}] dt = N_0 \int_0^{t_1} e^{\lambda t} dt.$$

Учитывая начальное условие $N(0) = 0$, находим

$$N(t_1) = (N_0/\lambda) [1 - \exp(-\lambda t_1)].$$

Для определения активности нужно умножить обе части уравнения на постоянную распада λ :

$$A(t_1) = N_0 [1 - \exp(-\lambda t_1)]. \quad (3.16)$$

Как видно, $A(t_1)$ с увеличением времени облучения t_1 возрастает и стремится к своему предельному значению $A_0 = N_0$, когда длительность облучения стремится к бесконечности. При

большом времени облучения активность детектора перестает зависеть от времени. Значение предельной активности называют *активностью насыщения*. Физический смысл ее легко понять. В процессе облучения наступает такой момент времени $t_{\text{нас}}$, когда скорость образования и скорость распада радиоактивных ядер в облучаемом детекторе становятся равными, и активность его остается постоянной. Активность насыщения характеризует также максимальную активность, которую детектор может приобрести в потоке нейтронов данной плотности. Практически второй член в скобках уравнения (3.16) становится близким к нулю через время, равное $(3 \div 5)/\lambda$ сек. Дальнейшее облучение детектора нерационально.

Из закона нарастания активности вытекают следующие практические следствия. Активность насыщения для заданных плотности потока нейтронов и количества облучаемого вещества достигается тем быстрее, чем больше $\lambda = 0,693/T_{1/2}$, т. е. чем меньше период полураспада $T_{1/2}$ образующихся радиоактивных ядер. При измерениях желательно всегда достигать состояния насыщения, поскольку все расчетные соотношения оказываются простыми. На практике это не всегда осуществимо. Если период распада радиоактивного нуклида велик (сутки, месяцы или годы), то облучение проводят в течение времени $t_1 \ll T_{1/2}$. В этом случае $\lambda t_1 \ll 1$ и функцию $\exp(-\lambda t_1)$ можно разложить в ряд по λt_1 . Обычно ограничиваются двумя первыми членами разложения: $\exp(-\lambda t_1) \approx 1 - \lambda t_1$. Тогда закон нарастания активности принимает вид линейной функции

$$A(t_1) = N_0 \lambda t_1.$$

Если период полураспада нуклида известен, то нет необходимости вести облучение очень долго, добываясь активности насыщения. Ее можно вычислить по активности $A(t_1)$ для любого момента времени t_1 :

$$A_0 = \frac{A(t_1)}{1 - \exp(-\lambda t_1)}.$$

Величина A_0 зависит от плотности потока нейтронов Φ , в котором облучается данный детектор, от количества ядер N в детекторе и от вероятности поглощения нейтронов, приводящего к образованию радиоактивного нуклида — сечения активации $\sigma_{\text{акт}}$. Рассмотрим связь между ними. Допустим, что поток нейтронов падает на тонкий слой вещества, в котором захватывается малая доля попавших на него нейтронов, т. е. поток нейтронов в детекторе практически не ослабляется. В этом случае

$$A_0 = \Phi \sigma_{\text{акт}} N,$$

откуда

$$\Phi = A_0 / (N \sigma_{\text{акт}}). \quad (3.17)$$

Плотность потока нейтронов по наведенной активности определяют в два этапа. Сначала детектор облучают в потоке нейтронов, затем извлекают его и измеряют наведенную в нем активность. Между окончанием облучения и измерением проходит время t_2 . За это время часть активированных атомов распадается и измеренная активность

$$A(t_1, t_2) = A(t_1) \exp(-\lambda t_2).$$

Тогда

$$A_0 = A(t_1, t_2) \exp(\lambda t_2) / [1 - \exp(-\lambda t_1)]$$

и

$$\Phi = \frac{A(t_1, t_2) \exp(\lambda t_2)}{N \sigma_{\text{акт}} [1 - \exp(-\lambda t_1)]}. \quad (3.18)$$

Из выражения (3.18) видно, что для определения плотности потока нейтронов необходимо знать значения N , $\sigma_{\text{акт}}$, $A(t_1 t_2)$. На практике обычно используют такие детекторы, для которых сечение активации хорошо известно. Число ядер активируемого нуклида в детекторе можно определить с достаточно хорошей точностью: $N = L_0 G / M$, где $L_0 = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/(г} \cdot \text{моль)}$ — число Авогадро; G — масса детектора; M — атомная масса нуклида. Необходимо знать полное число активируемых ядер, так как активация зависит от общего числа ядер нуклида в детекторе и не зависит от занимаемого ими объема. Часто материал детектора имеет сложный изотопный состав, поэтому необходимо учитывать его процентное содержание α в естественной смеси элемента. Тогда

$$N = L_0 G \alpha / M.$$

Если эффективность регистрации измерительной установки ϵ , то данная установка будет регистрировать $m = \epsilon A(t_1, t_2) \text{ имп/сек}$. Перепишем соотношение (3.18), выразив активность детектора через скорость счета

$$\Phi = \frac{m \exp(\lambda t_2)}{\epsilon N \sigma_{\text{акт}} [1 - \exp(-\lambda t_1)]}. \quad (3.19)$$

Видно, что основная проблема при определении плотности потока нейтронов состоит в абсолютном измерении скорости счета детектора. Активность нуклида легче определить, если его схема распада проста. Кроме того, нуклид, испускающий γ -квант, удобнее, чем нуклид, испускающий β -частицы, так как последние имеют существенно меньший пробег в веществе детектора и необходимо вводить поправку на самопоглощение в источнике. Методы определения абсолютных скоростей счета бета- и гамма-излучателей достаточно хорошо известны, в частности в § 3.1 описан метод измерения β -активности излучателей.

Определение активности детекторов по β -излучению является довольно чувствительным методом, позволяющим определять активность образца порядка 10^{-12} кюри. Однако при этом высокие требования предъявляются к чистоте материала. Чувствительность метода определения активности по регистрации γ -квантов значительно ниже ($\sim 10^{-10}$ кюри), но этот метод позволяет выделять γ -линию, являющуюся характерной для исследуемого нуклида, что значительно уменьшает влияние излучений сопутствующих реакций.

Иногда разделить активности радиоактивных нуклидов по периодам полураспада практически нельзя, а по характерной γ -линии легко определить активность исследуемого нуклида. Для этой цели лучше использовать сцинтилляционный счетчик. Фотопик измеренного распределения соответствует γ -линии, характерной для изучаемого изотопа. Для абсолютных измерений активности источников γ -квантов необходимо точное знание эффективности регистрирующей установки и ее зависимость от энергии падающего излучения.

Желательно использовать детекторы, удовлетворяющие следующим требованиям. В идеальном случае схема распада нуклида должна быть простой, чтобы можно было однозначно определить активность и, кроме того, период полураспада должен иметь разумное значение (10 мин — 3 суток). Сечение активации должно быть известно с хорошей точностью. С учетом всех этих требований для точных абсолютных измерений плотности потока нейтронов наилучшим является золото. С помощью прокатки из золота могут быть изготовлены очень тонкие фольги, обладающие при этом достаточной механической прочностью. Сечение его активации для нейтронов с энергией 0,025376 эв хорошо известно ($\sigma_{\text{акт}} = 98,4 \pm 0,4$ барн). На рис. 3.10 показана схема распада золота. В результате реакции $^{197}\text{Au}(n, \gamma)^{198}\text{Au}$ получается радиоактивный нуклид, который распадается с периодом полураспада 2,7 суток. При распаде испускаются электроны с граничной энергией 0,96 Мэв и γ -кванты с энергией 0,41 Мэв. Такая схема распада позволяет надежно измерять активность детектора из золота методом β — γ -совпадений. Этот метод удобен, в частности, тем, что не нужно знать эффективность регистрации (см. § 3.1).

С помощью золота можно «взвешивать» другие детекторы, которые изготавливают различными способами, например сплавлением с другими материалами, осаждением паров активируемого материала на подложку и т. п. Поэтому не удастся точно

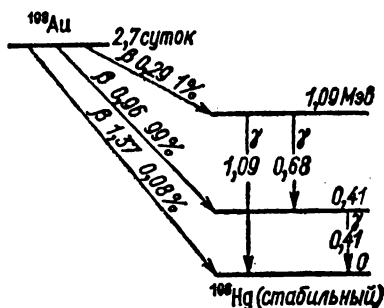


Рис. 3.10. Схема распада ^{198}Au

определить число ядер активируемого нуклида. В стационарном потоке нейтронов облучают детекторы из золота, по их активности определяют плотность данного потока нейтронов, который затем считают градуированным, и в нем облучают детекторы с неизвестными параметрами. Взвешивание детекторов проводят каждый раз при измерениях на других спектрах нейтронов, т.е. когда используется другой источник нейтронов. Точность метода взвешивания по золоту при проведении абсолютных измерений не хуже, чем точность других методов, например химического. Кроме того, проведение его во многих случаях проще.

Для определения плотности потока нейтронов обычно применяют тонкие детекторы. Внесение тонкого, $N\sigma_{\text{tot}}d \ll 1$ (здесь d — толщина детектора; N — число ядер в 1 см^3 вещества детектора), слоя вещества в поток нейтронов практически не искажает его. В качестве тонких детекторов могут служить металлические фольги, лаковые пленки, пропитанные активирующим веществом и т.п. Несоблюдение неравенства $N\sigma_{\text{tot}}d \ll 1$ приводит к погрешностям измерений, которые трудно корректно учесть. Использование «толстого» ($N\sigma_{\text{tot}}d \gg 1$) детектора приводит к тому, что происходит уменьшение потока нейтронов в месте расположения детектора из-за большого поглощения и вследствие этого изменение наведенной активности. Кроме того, происходит экранирование наружными слоями внутренних слоев детектора. По форме детекторы изготовляют обычно в виде дисков, пластинок, проволок. В табл. 3.1 приведены некоторые вещества, которые могут быть использованы в качестве детекторов при активационном анализе потока нейтронов.

Т а б л и ц а 3.1

Нуклиды, наиболее часто используемые в активационном анализе

Нуклид	Изотопный состав (%)	$\sigma_{\text{акт}}$, барн	Продукт реакции	$T_{1/2}$
^{25}Mn	^{55}Mn (100)	13,2	^{56}Mn	2,58 ч
^{63}Cu	^{63}Cu (69,1) ^{65}Cu (30,9)	4,41 1,80	^{64}Cu ^{66}Cu	12,87 ч 5,14 мин
^{49}In	^{113}In (4,43) ^{115}In (95,7)	56 2,0 160 42	^{114m}In ^{114}In ^{116m}In ^{118}In	49 суток 72 сек 54,1 мин 14,1 сек
^{79}Au	^{197}Au (100)	98,5	^{198}Au	2,7 суток

В таблице приведены сечения активации для тепловых нейтронов. Для таких элементов, как, например индий, активность основного изотопа ^{116m}In используется для анализа потока нейтронов, а с помощью активностей других нуклидов (^{114m}In , ^{114}In , ^{116}In) оценивают погрешности эксперимента. Зная период полураспада нуклидов примеси определяют время выжидания, в течение которого распадаются короткоживущие нуклиды. Можно так же оценить фон, обусловленный активностью долгоживущих нуклидов.

Марганец широко используют для регистрации тепловых нейтронов, поскольку сечение его следует закону $1/v$ в тепловой области. Марганцевые детекторы изготавливают чаще всего из марганцево-никелевых фольг, которые весьма прочны и их можно делать толщиной до 50 $\mu\text{м}$ ($N\sigma_{\text{tot}}d=0,0060$). Схема распада марганца довольно сложна: испускаются β -частицы и γ -кванты. Оба типа излучения могут быть использованы для определения активности.

У меди, как и у марганца, сечение поглощения подчиняется закону $1/v$ для тепловых нейтронов. Вследствие большого периода полураспада и малого сечения активации детекторы из меди менее чувствительны, чем марганцевые, и могут быть использованы для измерений плотности потоков нейтронов больше 10^5 нейтрон/($\text{см}^2 \cdot \text{сек}$). Из чистой электролитической меди могут быть изготовлены тонкие фольги с хорошими механическими свойствами. При распаде меди излучаются β^+ - и β^- -частицы и γ -кванты.

Нуклид ^{115}In широко используется для определения малых плотностей потоков нейтронов. Сечение индия не подчиняется закону $1/v$. Кроме того, оно имеет резонансы, которые приводят к сильной активации надтепловыми нейтронами, для исследования которых он и употребляется. Детекторы изготавливают из металлического индия или из сплава индия с оловом. Активность индиевых детекторов может быть измерена с помощью регистрации β -частиц или γ -квантов.

Нейтроны по энергиям разделяются на тепловые (0—0,5 эв), надтепловые (0,5 эв — 0,1 Мэв) и быстрые (0,1—14 Мэв). В связи с большим развитием реакторов на тепловых нейтронах ведутся исследования потоков тепловых нейтронов. В этой области энергий сечения активации известны с хорошей точностью. Несомненным достоинством активации тепловыми нейтронами является то, что при облучении большинства нуклидов протекает только одна ядерная реакция (n, γ). Отсутствие конкурирующих реакций, а следовательно, и помех от других нуклидов, присутствующих в детекторе, делает этот метод достаточно точным и упрощает интерпретацию результатов измерений.

При исследовании потока тепловых нейтронов чаще всего применяют детекторы, сечения активации которых имеют боль-

шие значения в этой области энергий. Если $\sigma_{\text{акт}} \sim 1/v$, т. е.

$$\sigma_{\text{акт}} = C/v, \quad (3.20)$$

то анализ существенно упрощается. В сборниках констант приводят сечения $\sigma_{\text{акт}}^0$ при энергии нейтронов 0,0253 эв, которой соответствует скорость нейтронов $v_0 = 2200$ м/сек. По формуле (3.20) при скорости нейтронов $v = v_0$ сечение должно быть равным $\sigma_{\text{акт}}^0$. Это условие выполняется, если постоянная $C = \sigma_{\text{акт}}^0 v_0$. Тогда

$$\sigma_{\text{акт}}(v) = \sigma_{\text{акт}}^0 v_0/v.$$

Учтя это, запишем выражение для активности насыщения тонкого $1/v$ -детектора

$$A_0(E_n) = \Phi(E_n) N \sigma_{\text{акт}}^0 v_0/v(E_n).$$

В большинстве случаев создать потоки тепловых нейтронов очень трудно. Поскольку они получаются при замедлении быстрых нейтронов, то, помимо тепловых, как правило, имеются и надтепловые нейтроны. Поэтому активность детектора, помещенного в такой поток, можно разделить на две части: активность, наведенную тепловыми нейтронами, и активность, наведенную надтепловыми нейтронами. Активация детектора резонансными нейтронами обусловлена поглощением нейтронов в узких энергетических областях, соответствующих резонансам в сечении активации. Активность детектора в этом случае

$$A_0 = A_{\text{т}} + A_{\text{нт}},$$

где $A_{\text{т}}$ и $A_{\text{нт}}$ — активности насыщения, наведенные соответственно тепловыми и надтепловыми нейтронами. Эти активности могут быть разделены экспериментально при помощи разностного метода с применением кадмиевого фильтра толщиной $\sim 0,3\text{--}0,5$ мм.

Сечение поглощения нейтронов малых энергий кадмием велико, а при энергии порядка 0,5 эв резко падает. Поэтому в грубом приближении можно предположить, что кадмий захватывает все тепловые и пропускает надтепловые нейтроны. Следовательно, если детектор помещен в кадмиевую оболочку, то он активируется только надтепловыми нейтронами. Отношение активностей детектора без кадмия A_0 и с кадмием $A_{\text{р}}$ называется кадмиевым отношением

$$R_{\text{Cd}} = A_0/A_{\text{р}}.$$

Плотность потока тепловых нейтронов пропорциональна разности активностей

$$A_{\text{т}} = A_0 - A_{\text{р}} = (R_{\text{Cd}} - 1) A_{\text{р}}.$$

По кадмиевому отношению можно определить соотношение потоков тепловых и резонансных нейтронов. Чем больше кадмиевое отношение, тем меньше доля резонансных нейтронов в суммарном потоке, и наоборот. Набором детекторов с сильными резонансами в сечении активации при разных энергиях нейтронов можно исследовать более подробно распределение плотности потока нейтронов в резонансной области энергий.

Для исследования потоков быстрых нейтронов используют вещества, в которых радиоактивные ядра образуются в результате пороговых реакций, например: (n, p) , (n, α) , $(n, 2n)$. Энергетическая зависимость сечения активации идеального порогового детектора должна иметь ступенчатую форму, в соответствии с которой сечение равно нулю ниже пороговой энергии $E_{\text{пор}}$, а выше этой энергии оно равно некоторому постоянному значению σ_0 . Поскольку в этом случае активация пропорциональна величине $\sigma_0 \int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} \Phi(E) dE$, то в результате измерений получаем плотность

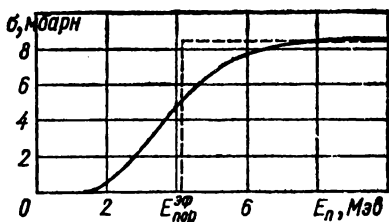


Рис. 3.11. Сечение пороговой реакции

потока нейтронов выше энергии $E_{\text{пор}}$.

Близок к такой зависимости от энергии нейтронов ход сечения реакций $^{31}\text{P}(n, p)^{31}\text{Si}$ и $^{32}\text{Si}(n, p)^{32}\text{P}$, у которых сечение вначале быстро растет за счет резонансов, а затем остается практически постоянным. Если же энергетическая зависимость сечения реакции более сложная, то действительное сечение заменяют идеализированным, которое имеет скачок от нуля до $\sigma_{\text{пор}}^{\text{эф}}$ (рис. 3.11). Для этого наносят на один график плотность потока нейтронов $\Phi(E)$ и сечение реакции $\sigma_a(E)$ в зависимости от энергии нейтронов. Значение $E_{\text{пор}}$ выбирают таким образом, чтобы площадь под кривой $\sigma_a(E)$, ограниченная ординатой $E_{\text{пор}}$, была равна площади, ограниченной кривыми $\Phi(E)$, $\sigma_a(E)$ и ординатой $E_{\text{пор}}$. Тогда активность насыщения

$$A_{\text{нас}} = N \int_0^{\infty} \sigma_a(E) \Phi(E) dE = N \sigma_{\text{пор}}^{\text{эф}} \int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} \Phi(E) dE.$$

Часто в качестве $\sigma_{\text{пор}}^{\text{эф}}$ используют среднее сечение реакции выше порога, а вместо $\Phi(E)$ берут энергетический спектр нейтронов деления и вычисляют $E_{\text{пор}}$. Следует заметить, что использование определенных таким образом $E_{\text{пор}}$ для измерений при других спектрах нейтронов может привести к весьма значительным ошибкам. В таких случаях можно, например, применять

так называемый полиномиальный метод. Суть его заключается в том, что данные об активации детекторов используют для нахождения коэффициентов полинома по степеням энергии. В качестве полинома берут отношение истинного спектра нейтронов к спектру деления. Проводя измерения с достаточно большим числом различных детекторов, можно получить определенные сведения о спектре быстрых нейтронов.

В табл. 3.2 приведены нуклиды, наиболее широко используемые для определения плотностей потоков быстрых нейтронов.

Таблица 3.2

Пороговые детекторы, применяемые при регистрации плотности потока быстрых нейтронов

Нуклид	Изотопный состав (%)	$E_{\text{пор}}, \text{ Мэв}$	Продукт реакции	$T_{1/2}$	Вид излучения	Тип реакции
$_{49}\text{In}$	^{115}In (95,8)	1,65	^{115m}In	4,5 ч	γ, β^-	(n, n')
$_{15}\text{P}$	^{31}P (100)	3,0	^{31}Si	157 мин	β^-	(n, p)
$_{16}\text{S}$	^{32}S (95)	3,2	^{32}P	14,2 суток	β^-	(n, p)
$_{13}\text{Al}$ $_{13}\text{Al}$	^{27}Al (100) ^{27}Al (100)	5,3 8,15	^{27}Mg ^{24}Na	9,4 мин 14,9 ч	γ, β^- γ, β^-	(n, p) (n, α)
$_{29}\text{Cu}$	^{63}Cu (69,1)	13,2	^{62}Cu	9,8 мин	β^-	(n, 2n)

Активационный метод имеет ряд достоинств. Выбором вещества детектора можно в широких пределах изменять чувствительность метода. Детекторы могут быть небольших размеров; это обеспечивает условия, при которых детектор практически не влияет на поток нейтронов в точке измерения, что трудно выполнить при использовании других методов измерения. Кроме того, активационные детекторы могут облучаться в больших потоках, например внутри реактора в условиях высоких температур. Детекторы не чувствительны к γ -излучению.

При активационных измерениях основной поправкой является учет сопутствующих активностей. Очень часто в детекторе (особенно, если берется естественная смесь вещества) при его облучении появляется несколько радиоактивных нуклидов от реакций на различных нуклидах исследуемого элемента и от реакций различных типов на ядрах одного нуклида. В этом случае необходимо разделить активности разных нуклидов, для

чего строят кривую распада активности детектора. Анализ этой кривой методом разложения на экспоненты позволяет определить активность каждого продукта и тем самым выделить и изучить исследуемый нуклид. Если радиоактивные продукты имеют близкие периоды полураспада, то разделить их очень трудно. В таких случаях приходится измерять не просто скорость счета, а амплитудное распределение импульсов, что позволяет затем разделить активности различных веществ по характерным для них γ -линиям.

При абсолютных измерениях плотности потока нейтронов через истинное число распадов требуется вводить поправки на геометрический фактор, эффективность, самопоглощение частиц в детекторе, на мертвое время счетной установки и т. п. Способы учета и введения этих поправок описаны в § 3.1.

Другие источники погрешностей дают значительно меньший вклад в полную погрешность опыта. Статистическая погрешность обычно невелика, кроме измерений очень малых активностей. Суммарная погрешность метода оказывается довольно небольшой ($\sim 3\text{--}5\%$), однако здесь не учтена погрешность определения сечения активации, которая иногда может быть значительна. Поправки на поглощение нейтронов в детекторе, рассеяние и самоэкранирование резонансов малы, если детекторы тонкие. Поскольку активационные детекторы, работающие в резонансной области («сэндвичи» и т. п.), не рассматривались, то описывать трудности, связанные с блокировкой резонансов, нет необходимости.

Относительные измерения потоков нейтронов

Почти любая реакция под действием нейтронов может быть использована для измерения плотности потока нейтронов. Однако абсолютную эффективность многих детекторов определить очень трудно. В таких случаях проводят относительные измерения, при которых требования к детекторам нейтронов значительно ниже, чем при абсолютных измерениях. Однако эффективность детекторов, основанных на использовании ядерных реакций, следует закону изменения сечения этой реакции, т. е. зависит от энергии падающих нейтронов. Поэтому при работе с источниками излучений разных типов отношение активностей источников отличается от отношения зарегистрированных скоростей счета импульсов. Для исключения данного эффекта желательно использовать такие детекторы, чувствительность которых не зависит или почти не зависит от энергии нейтронов источника.

Рассмотрим методику относительных измерений. Пусть источник испускает в одну секунду $nf(E)dE$ нейтронов с энергиями от E до $E+dE$, где n — интенсивность; $f(E)$ — функция энергетического спектра. Если эффективность регистрирующей уста-

новки зависит от энергии нейтронов, то число регистрируемых в единицу времени импульсов

$$m \approx n \int_0^{E_{\text{макс}}} \varepsilon(E) f(E) dE.$$

Из этого соотношения видно, что в общем случае при сравнении разнотипных источников, испускающих нейтроны с различными энергетическими спектрами, отношение скоростей счета детектора не равно отношению интенсивностей источников:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1 \int_0^{E_{\text{макс}}^{(1)}} \varepsilon(E) f_1(E) dE}{n_2 \int_0^{E_{\text{макс}}^{(2)}} \varepsilon(E) f_2(E) dE}.$$

Только при сравнении измерений, выполненных с помощью однотипных источников, можно считать, что $f_1(E) = f_2(E)$ и $E_{\text{макс}}^{(1)} = E_{\text{макс}}^{(2)}$, и тогда

$$m_1/m_2 = n_1/n_2. \quad (3.21)$$

Пропорциональный борный счетчик. Наиболее простым и широко распространенным детектором нейтронов является пропорциональный борный счетчик. Реакция $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ имеет большое сечение, которое вплоть до 100 эв обратно пропорционально скорости нейтронов. Данная реакция происходит под действием нейтронов любых энергий, но особенно она эффективна на медленных и тепловых нейтронах. В природном боре содержится около 20% ^{10}B , поэтому эффективное сечение реакции на тепловых нейтронах для естественной смеси составляет примерно 750 барн. При обогащении содержание ^{10}B доводят до 96%; эффективность регистрации нейтронов повышается примерно в 5 раз. В ионизационные камеры или пропорциональные счетчики бор вводят в виде газообразного соединения (трифтористый бор BF_3) или твердого вещества (карбид бора), которым покрывают поверхность электродов. Максимальная плотность потока нейтронов, которая может быть измерена таким детектором, составляет примерно 10^4 нейтрон/(см² · сек). При наличии γ -излучения с мощностью дозы несколько рентген в час борными счетчиками можно измерять плотности потока нейтронов до 0,01 нейтрон/(см² · сек), поскольку продукты реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ создают высокую ионизацию. Выделяемая в результате реакции энергия 2,78 Мэв распределяется между α -частицей (1,46 Мэв) и ядром лития (0,84 Мэв). Избыток энергии 0,48 Мэв выделяется в виде γ -кванта.

Счетчики, наполненные газообразным соединением BF_3 , имеют обычно цилиндрическую конструкцию. Диаметр цилиндра и давление наполняющего газа выбирают так, чтобы пробег частицы был меньше межэлектродного расстояния. Промышленно выпускаются счетчики типа СНМ, содержащие бор с естественной смесью нуклидов, и типа СНМО, содержащие обогащенный бор.

Эффективность борного счетчика равна отношению числа нейтронов, вызвавших реакцию на боре, к общему числу нейтронов, попавших в счетчик. Если ослаблением пучка нейтронов при прохождении ими счетчика можно пренебречь, то эффективность $\varepsilon = N\sigma l$, где N — число атомов ^{10}B в единице объема газа; l — рабочий размер счетчика, т. е. длина счетчика вдоль пучка нейтронов; σ — сечение реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$. Так как N пропорционально давлению газа в счетчике, то эффективность тем выше, чем больше давление. Если регистрируются нейтроны, движущиеся в определенном направлении, эффективность может быть повышена увеличением длины счетчика в направлении пучка. Когда счетчик вызывает заметное ослабление пучка нейтронов,

$$\varepsilon = 1 - \exp(-N\sigma l).$$

Бор в твердом состоянии наносят тонким слоем на стенки счетчика. Толщина слоя не должна превышать длину пробега α -частиц, в противном случае поглощение в нем будет велико, а эффективными будут только те реакции, которые происходят в поверхностном слое. Пробег α -частиц с энергией 1,46 Мэв в боре равен $0,85 \text{ мг/см}^2$, следовательно, слой бора более чем $0,85 \text{ мг/см}^2$ нецелесообразен. При достаточно высоких потоках нейтронов в качестве их детекторов используют интегрирующие ионизационные камеры. Для оценки ионизационного тока предположим, что образовавшаяся в результате реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ и вышедшая в объем камеры α -частица с энергией 1,46 Мэв имеет пробег меньше, чем размер газовой полости камеры. Тогда в результате ее торможения возникает ионизационный ток примерно 10^{-14} а . Пусть плотность потока медленных нейтронов, падающих на камеру, равна 10^4 — $10^{10} \text{ нейтрон/(см}^2 \cdot \text{сек)}$. Если поверхность борного покрытия равна 1 см^2 , а доля поглотившихся нейтронов близка к единице, то значение протекающего через ионизационную камеру тока находится в пределах 10^{-10} — 10^{-4} а , т. е. этот ток может быть измерен электрометрами.

Чтобы ионизационная камера с электродами, покрытыми твердым бором, имела высокую чувствительность при минимальном объеме, площадь ее электродов должна быть сделана как можно большей. При минимальном отношении объема камеры к площади покрытия электродов ток, вызываемый γ -излучением, также сводится к минимуму.

По мере увеличения энергии нейтронов эффективное сечение реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ падает; чувствительность борных счетчиков становится малой. Она может быть существенно повышена, если поместить счетчик в замедлитель нейтронов. Обычно в качестве замедлителя используют парафин. На принципе предварительного замедления нейтронов сконструировано устройство, в котором чувствительность практически не зависит от энергии нейтронов в интервале 10 кэв—5 Мэв. Счетчики такого типа известны под названием всеволновых. Всеволновый счетчик состоит из большого парафинового цилиндра (диаметром и длиной около 40 см), по оси которого расположен BF₃-счетчик. В торцевой части, обращенной к потоку нейтронов, парафинового цилиндра просверлены каналы для увеличения вероятности проникновения нейтронов с малой энергией, а следовательно, увеличения эффективности их регистрации.

Такой счетчик с погрешностью до $\pm 10\%$ позволяет сравнивать потоки, например, от фотонейтронного источника, испускающего нейтроны с энергией 0,2 Мэв, и радий-бериллиевого источника, средняя энергия нейтронов которого близка к 5 Мэв. Источники, обладающие более близкими спектрами, можно сравнивать с меньшей погрешностью.

Использование борных счетчиков позволяет определить плотность полного потока нейтронов вплоть до энергии 100 эв. Если известна средняя скорость нейтронов \bar{v} , то плотность полного потока

$$\Phi = n\bar{v} = \frac{(m/\epsilon)\bar{v}}{N_c\sigma_0v_0},$$

где N_c — полное число ядер ^{10}B в детекторе; m — скорость счета; ϵ — эффективность установки.

Камеры деления. Реакция деления тяжелых ядер под действием нейтронов часто применяется для регистрации нейтронов. Если слой делящегося вещества поместить в ионизационную камеру, то при облучении нейтронами в камере возникнут импульсы тока в результате ионизации, производимой осколками деления. Число импульсов пропорционально плотности потока нейтронов. Так как деление тяжелых ядер происходит при захвате медленных и быстрых нейтронов, то ионизационные камеры деления применяют для регистрации нейтронов любой энергии. Так, для ^{239}Pu при энергиях от 0,1 до 6,5 Мэв сечение деления мало зависит от энергии нейтронов, поэтому в этой области энергий камеру деления на ^{239}Pu можно считать практически всеволновым детектором.

Процесс деления сопровождается образованием осколков с суммарной кинетической энергией 150—170 Мэв. Если вся эта энергия тратится на ионизацию газа в камере, то импульсы тока оказываются очень большими, значительно превосходящими импульсы тока от электронов, создаваемых γ -излучением и име-

ющих энергию порядка 5—7 Мэв. Благодаря этому камеру деления можно использовать для измерений плотности потоков нейтронов в присутствии большого γ -фона.

Чувствительность камеры деления определяется главным образом количеством и толщиной слоя делящегося вещества, размещенного в камере. Однако толщину слоя обычно выбирают меньше, чем наибольшая длина пробега осколков деления. Применение толстых слоев бессмысленно, так как это не приведет к увеличению чувствительности камеры. Чем толще слой, тем больше α -частиц, возникающих при α -распаде нуклидов, попадает в рабочий объем камеры. Это приводит к нежелательному фону. Действительно, хотя энергия α -частиц намного меньше энергии осколков деления, возможны наложения импульсов от нескольких α -частиц, и тогда суммарный импульс будет сравним с импульсом от осколка деления. Чтобы избежать высокого фона, обусловленного α -частицами, слой делящегося вещества должен быть порядка 1 мг/см².

Эффективность камеры деления может быть определена из толщины слоя делящегося вещества. Если она мала по сравнению с длиной пробега осколков, то от каждого акта деления хотя бы один осколок выйдет в камеру и может быть зарегистрирован. Следовательно, $\epsilon = N\sigma_f x$, где N — число делящихся атомов в единице объема слоя; σ_f — сечение деления; x — толщина слоя. Для увеличения эффективности камеры деления в нее вводят как можно больше делящегося вещества, помещая его в несколько слоев, разделенных газовыми промежутками.

Связь между плотностью потока нейтронов и числом делений в камере описывается выражением

$$n_f = \Phi N \sigma_f C,$$

где n_f — число делений; C — коэффициент, зависящий от геометрии камеры, толщины делящегося слоя и уровня дискриминации регистрирующей аппаратуры. Коэффициент C можно определить следующим образом. Известно, что каждое деление сопровождается вылетом ν быстрых нейтронов. Их регистрируют одновременно детектором быстрых нейтронов. При этом число зарегистрированных импульсов

$$m_n = \Phi N \sigma_f \Omega \epsilon,$$

где Ω — телесный угол, под которым нейтроны деления падают на детектор; ϵ — эффективность. Если камеру деления и детектор быстрых нейтронов включить в схему совпадений, то скорость счета совпадений

$$m_{fn} = \Phi N \sigma_f \Omega \epsilon C.$$

Тогда

$$C = m_{fn}/m_n.$$

При этом погрешность определения C по порядку величины равна статистической погрешности измерений.

Т а б л и ц а 3.3
Эффективные пороговые энергии некоторых γ -делящихся нуклидов

Нуклид	^{237}Np	^{235}U	^{232}Th	^{235}Pu
$E_{\text{пор}}, \text{ Мэв}$	0,75	1,45	1,75	50

С помощью камер деления можно регистрировать потоки как тепловых (с покрытием электродов ^{233}U , ^{235}U , ^{239}Pu), так и быстрых нейтронов, начиная с некоторой пороговой энергии $E_{\text{пор}}$ (табл. 3.3).

§ 3.3. СПЕКТРОМЕТРИЯ γ -КВАНТОВ

В большинстве случаев источники ионизирующего излучения испускают γ -кванты с различными энергиями. Помимо этого, в процессах взаимодействия γ -квантов с веществом энергия их изменяется. Следовательно, γ -кванты распределены по энергиям. Такое распределение называют *энергетическим спектром излучения*.

Анализ энергетического спектра γ -квантов помогает решить многие задачи в ядерной физике, поскольку взаимодействие γ -квантов с веществом зависит от их энергии. Знание энергетических спектров позволяет получить представление об энергетических уровнях возбужденных ядер, определить тепловыделение в конструкциях реакторов, рассчитать дозу ионизирующего излучения и т. п. Следует упомянуть ещё об одном важном приложении γ -спектрометрии, усиленно развиваемом в настоящее время, — об определении изотопного состава примесей теплоносителя реактора. По составу и количеству этих примесей судят о состоянии герметичности твэлов.

Приборы, с помощью которых изучают энергетические спектры γ -квантов, называются *гамма-спектрометрами*. С их помощью определяют число частиц и их энергию. Используют несколько типов гамма-спектрометров: спектрометры по поглощению γ -квантов в слоях вещества, магнитные гамма-спектрометры и т. п. Однако наиболее перспективны спектрометры, основанные на методе амплитудного анализа. Поскольку непосредственное измерение энергии в большинстве случаев затруднено, то в экспериментах находят распределение параметра a , который однозначно связан с энергией γ -квантов известной зависимостью. Так, в магнитном спектрометре таким параметром является радиус кривизны траектории частицы; в спектрометре

по поглощению γ -квантов в веществе — время замедления; в спектрометре по времени пролета — время пролета частицей определенного расстояния. В сцинтилляционных и полупроводниковых спектрометрах параметром a является амплитуда импульса U_0 , получаемого на выходе детектора. Эта амплитуда пропорциональна энергии γ -квантов, поглощенной в детекторах, т. е. $U_0 = KE$, где K — коэффициент пропорциональности. Поэтому распределение импульсов по амплитудам воспроизводит распределение γ -квантов по энергиям.

Амплитуду импульсов измеряют многими способами. На первых этапах развития амплитудного анализа использовались дискриминаторы. Амплитудный дискриминатор представляет собой электронное устройство, которое пропускает импульсы с амплитудой, выше заданного порогового значения $U_{\text{пор}}$. Изменяя $U_{\text{пор}}$, получают зависимость числа регистрируемых импульсов от $U_{\text{пор}}$ или интегральный спектр амплитуд $\Phi(U)$. Из него через связь амплитуды импульса с энергией определяют интегральный энергетический спектр γ -квантов. Интегральные спектрометры являются одноканальными системами. Функцию $\Phi(U)$ измеряют постепенным изменением $U_{\text{пор}}$, поэтому и время, которое требуется для снятия амплитудного спектра, велико. Интегральный спектр не дает непосредственно числа импульсов с заданной энергией. Чтобы получить его, нужно интегральный спектр продифференцировать. Отдельные линии в спектре выявляются при измерении непосредственно дифференциальных спектров γ -квантов.

В соответствии с двумя типами спектров различают интегральные и дифференциальные спектрометры. Дифференциальные спектрометры, состоящие из k дифференциальных дискриминаторов, перекрывают весь исследуемый энергетический интервал. В этом случае все амплитудное распределение измеряется одновременно в некотором интервале энергий. Такая система называется многоканальной. Процесс измерения спектров становится более оперативным, и появляется возможность непрерывного наблюдения за изменением спектра с течением времени.

Амплитуды импульсов, поступающих на вход многоканального амплитудного анализатора, имеют непрерывный закон распределения. Анализатор же разбивает весь интервал значений U на k участков шириной ΔU , называемых каналами. Поэтому импульсы, амплитуда которых лежит в пределах $U + \Delta U$, регистрируются анализатором как одинаковые, т. е. получается дискретное распределение импульсов по амплитудам, называемое *гистограммой*, с шириной ступеньки ΔU .

Если параметр U изменяется от U_1 до U_2 , то при постоянной ширине канала ΔU число каналов

$$k = (U_2 - U_1) / \Delta U.$$

Так как число k всегда конечно, то действительное распределение амплитуд лишь приблизительно аппроксимируется измеренным распределением амплитуд. Чем больше число каналов в заданном интервале амплитуд, тем ближе экспериментальное распределение по своей форме к изучаемому.

Информацию о распределении импульсов по каналам анализатора получают в виде гистограмм или записи количества импульсов в каналах на цифropечатающем устройстве. Если данные обрабатываются на ЭВМ, то они выводятся в форме, удобной для ввода в машину, а именно на перфоленту, магнитную ленту и т. п. Таким образом, преимущества метода амплитудного анализа заключаются в оперативности получения результатов измерений сразу всего спектра излучения.

Наиболее распространенными в настоящее время вариантами гамма-спектрометров являются спектрометры с кристаллами NaI(Tl) и Ge(Li) в качестве детекторов γ -квантов, принципы работы которых и их общие характеристики рассмотрим в настоящем параграфе.

Основные характеристики гамма-спектрометров

Соответствие измеренного спектра истинному зависит от характеристик спектрометра, основными из которых являются светосила и разрешение. Большинство детекторов излучения устроено так, что они регистрируют не все частицы, вышедшие из источника излучения. Отношение числа зарегистрированных детектором частиц к числу частиц, испущенных источником излучения, называют *светосилой* спектрометра T . Светосила зависит от энергии E γ -квантов и от телесного угла Ω , внутри которого находятся частицы, достигающие детектор:

$$T(E, \Omega) = B(E) \eta(E, \Omega) \epsilon(E),$$

где коэффициент $B(E)$ учитывает самопоглощение излучения в материале, окружающем детектор; $\eta(E, \Omega)$ — доля частиц источника, достигших детектора; $\epsilon(E)$ — эффективность регистрации γ -квантов детектором. Видно, что светосила зависит от взаимного расположения детектора и источника излучения и является характеристикой всего спектрометра в целом. Чем больше светосила, тем быстрее накапливается информация в каждом канале спектрометра, а следовательно, и уменьшается время исследования спектра. При небольшой светосиле возрастает погрешность измерения, и выявление формы спектра затруднено. Светосилу спектрометра стремятся сделать более высокой. Этого можно добиться увеличением телесного угла и повышением эффективности регистрации детектора.

Для определения минимального интервала между значениями энергии γ -квантов, которые можно еще зарегистрировать от-

дельно, вводят понятие *энергетической разрешающей способности* спектрометра. Чем меньше различие в энергии γ -квантов, разделенных спектрометром, тем лучше разрешение спектрометра, тем более тонкие особенности спектра можно выявить. Количественная оценка разрешающей способности связана с понятием спектральной (аппаратурной) линии. При исследовании моноэнергетических γ -квантов в спектрометре всегда возникает разброс измеряемого параметра a . Этот разброс обусловлен статистическими флуктуациями процессов преобразования энергии частицы в импульс напряжения. Распределение параметра a для моноэнергетического излучения часто имеет форму пика и называется спектральной линией (рис. 3.12). Разрешение спектрометра характеризуется *полушириной* Δa , равной полной ширине спектральной линии на половине высоты распределения параметра a от моноэнергетического излучения.

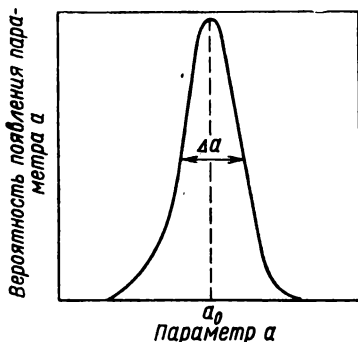


Рис. 3.12 Форма спектральной линии для моноэнергетических γ -квантов

При поступлении на вход спектрометра γ -квантов с энергиями, мало отличающимися друг от друга, происходит наложение отдельных форм спектральных линий, в результате чего образуется один общий пик. В этом случае спектрометр не различает отдельные частицы и, следовательно, не дает информации о спектре излучения. Разрешение R спектрометра определяется как отношение ширины спектральной линии Δa на ее половине к наиболее вероятному значению параметра a_0 :

$$R = (\Delta a/a_0) \cdot 100\%.$$

Если параметр a линейно связан с энергией E , то разрешение $R = (\Delta E/E) \cdot 100\%$. Это соотношение позволяет по известному разрешению спектрометра R вычислить минимальную разность ΔE , когда спектрометр может разделить два γ -кванта по энергии. Так, при разрешении 8% и энергии $E = 1$ Мэв спектрометр разделяет два γ -кванта, если их энергии различаются не менее чем на $\Delta E = RE = 80$ кэв.

Отношение светосилы T к разрешению спектрометра R является характеристикой качества спектрометра. Светосила характеризуется площадью спектральной линии и пропорциональна числу частиц, зарегистрированных детектором. Разрешение пропорционально полуширине пика Δa . Отношение светосилы к разрешению приблизительно пропорционально высоте спект-

ральной линии. Чем больше это отношение, тем более четко выделяется пик в распределении. Качество спектрометра

$$M = T/R = (a_0/\Delta a) \eta(E, \Omega) \varepsilon(E) B(E).$$

Ввиду сложности расчета основных характеристик спектрометра они определяются экспериментально с использованием набора образцовых спектрометрических гамма-источников ОСГИ. Рассмотрим способы экспериментального определения светосилы и разрешения. Светосила

$$T(E) = B(E) (\Omega/4\pi) \varepsilon(E).$$

Как видно из формулы, светосила в общем случае есть функция от энергии γ -квантов. Поэтому для определения светосилы необходим набор источников, испускающих γ -кванты различной энергии. Чтобы определить геометрический фактор $\Omega/4\pi$ и коэффициент $B(E)$, необходимо иметь набор гамма-источников, которые полностью воспроизводят экспериментальные условия измерения по форме исследуемого источника и по поглощающей способности собственного излучения.

На практике перед измерением спектра γ -квантов придают источнику форму, для которой экспериментально получена светосила как функция энергии γ -квантов. Обычно существует несколько заранее подготовленных кривых светосилы в зависимости от формы источника. Важнейшей из них является светосила для точечного источника γ -квантов. Под точечным понимается источник с малым самопоглощением, линейные размеры которого меньше линейных размеров детектора в 5—10 раз. Этому условию удовлетворяют, например, ОСГИ.

Обычно светосилу для точечного источника измеряют, располагая поочередно друг за другом источники ОСГИ вплотную к детектору на его геометрической оси. Светосила в этом случае

$$T = n_{\text{зарег}}/n_0 \text{ испущ},$$

где $n_{\text{зарег}}$ и $n_0 \text{ испущ}$ — числа зарегистрированных и испущенных источником γ -квантов соответственно. Для точечного источника выполняется закон $1/R^2$ при удалении источника от детектора. На близких расстояниях может иметь место отклонение от этой закономерности вследствие неодинаковых условий поглощения γ -квантов в оболочках, окружающих детектор, поэтому светосилу необходимо измерять, располагая стандарты γ -излучения на таких расстояниях от детектора, для которых строго выполняется закон $1/R^2$.

Следующей стандартной формой измеряемого источника, часто используемой на практике, является плоский тонкий источник, самопоглощением в котором можно пренебречь. Он распо-

лагается на оси детектора в перпендикулярной ей плоскости. Плоский тонкий источник можно составить из источников ОСГИ, располагая их по плоскости, перпендикулярной оси детектора. Для получения полной светосилы необходимо численно проинтегрировать полученные результаты по всей площади S .

Тонкий плоский источник можно получить активацией фольги, например из Au, In, Ta и т. п. Активность полученного источника определяют по активности фольги, геометрические размеры которой соответствуют условиям точечного источника, и по известной светосиле для точечного источника. Активность в этом случае вычисляют по отношению масс точечного источника и источника площадью S .

При измерении спектра γ -квантов жидких источников необходимо знать светосилу для жидкого источника определенной формы и объема. Для этого твердый точечный источник с известной активностью растворяют в какой-либо жидкости и из этого раствора готовят источник нужной формы. Аналогичным образом поступают с сыпучими материалами.

Таким образом, при экспериментальном определении светосилы основным является точечный источник. Более подробно определение светосилы для спектрометров с NaI(Tl)- и Ge(Li)-детекторами будет рассмотрено ниже.

Одновременно с определением светосилы получают и разрешение, поскольку измеряют спектр γ -квантов от источников с заранее известными γ -линиями. Для отдельных линий определяют величину R , а затем строят график зависимости разрешения от энергии γ -квантов. Эта зависимость используется также при организации автоматической обработки аппаратурных спектров с применением ЭВМ.

Сцинтилляционный гамма-спектрометр с кристаллом NaI(Tl)

Простейшим является однокристалльный гамма-спектрометр (рис. 3.13). Он состоит из фосфора, в котором поглощается падающее на него излучение, ФЭУ, усилителя импульсов с выхода ФЭУ и амплитудного анализатора. Энергия зарегистрированного γ -кванта определяется по высоте амплитуды импульса, снимаемого с выхода ФЭУ. Фосфоры должны удовлетворять следующим требованиям: иметь большие плотность и эффективный атомный номер для обеспечения высокой эффективности регистрации γ -квантов (например, плотность кристалла NaI(Tl) равна 3670 кг/м^3 , $Z_{\text{эф}}=50$); спектральный состав испускаемого сцинтиллятором света должен соответствовать спектральной чувствительности фотокатода ФЭУ; фосфоры должны быть прозрачными для собственного излучения и обладать большим световыходом.

Главное требование к ФЭУ — постоянство коэффициента усиления и низкий уровень шумов. Для лучшего согласования выхода ФЭУ с последующей усиливающей и регистрирующей аппаратурой сигнал с ФЭУ поступает на катодный повторитель, который позволяет удалять сцинтилляционный детектор от основной регистрирующей аппаратуры.

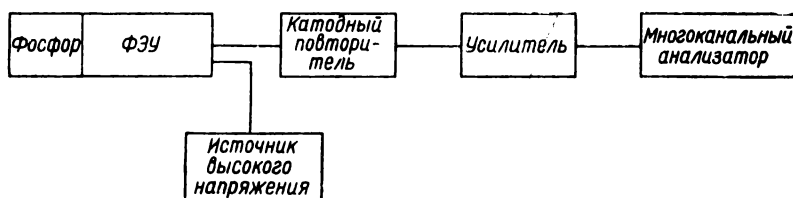


Рис. 3.13. Структурная схема сцинтилляционного гамма-спектрометра

Требования, предъявляемые к усилителям, определяются характером импульсов, снимаемых с ФЭУ. Так как фронт импульса (его нарастание) с ФЭУ очень крутой, то спектрометрические усилители должны обладать широкой полосой пропускания. Коэффициент усиления обычно выбирают в пределах 100—5000, он должен быть стабильным, иначе исказится форма спектра, произойдет уширение линии и ее смещение, т. е. получится несоответствие между действительной амплитудой импульса с ФЭУ и положением канала анализатора, в который эта амплитуда записывается. Немаловажное требование к спектрометрическому усилителю — минимальный уровень собственных шумов, поскольку отношение сигнал/шум является определяющим при регистрации γ -квантов малой энергии. Перечисленным требованиям в достаточной мере удовлетворяет спектрометрический усилитель УИС-2.

Основными требованиями, предъявляемыми к высоковольтному источнику питания ФЭУ, являются значительный ток через делитель ФЭУ ($\sim 0,5$ ма) и высокая стабильность напряжения. Относительное изменение коэффициента усиления G ФЭУ при изменении коэффициента вторичной эмиссии σ на $\Delta\sigma$ $\Delta G/G = k\Delta\sigma/\sigma$, где k — число динодов. Небольшие колебания напряжения вызовут и небольшое изменение $\Delta\sigma$ на каждом диноде. Но поскольку число динодов ФЭУ порядка 10 и больше, то эти изменения приводят к заметным изменениям коэффициента усиления ФЭУ. Практически стабильность источника высокого напряжения должна быть не хуже 0,01 %.

Спектры γ -квантов анализируются многоканальными амплитудными анализаторами. Выбор анализатора для конкретных измерений определяется числом его каналов. Необходимое число их можно оценить следующим образом. Пусть исследуемый

интервал энергии от 0 до 4 Мэв, энергетическое разрешение спектрометра при энергии 1 Мэв составляет 100 кэв ($R=10\%$) и на исследуемом интервале энергии оно меняется слабо (не зависит от энергии). Примем, что на пик спектральной линии приходится 10 каналов. Поскольку он занимает интервал энергии 200 кэв, то необходимая ширина канала должна быть 20 кэв. Отсюда, для изучения исследуемого диапазона энергии необходимо 200 каналов.

Амплитудный анализатор выполняет две функции: 1) измерение амплитуд, поступающих на его вход импульсов; 2) запоминание поступающей информации. В настоящее время в сцинтилляционных гамма-спектрометрах используются анализаторы АИ-256-6.

Однозначность определения энергии γ -квантов через амплитуду импульсов достигается при условии, если вся система гамма-спектрометра линейна, т. е. зависимость энергии изучения от номера канала амплитудного анализатора, соответствующего положению максимума пика поглощения полной энергии, представляет собой прямую линию.

Линейность также является характеристикой гамма-спектрометра и служит показателем нормальной работы всех его элементов. Ее проверяют с помощью стандартных источников, испускающих γ -кванты одной или нескольких энергий, уверенно разрешаемых спектрометром. Снимают распределения γ -квантов с известными энергиями и определяют номера каналов, в которые записываются амплитуды, соответствующие наиболее вероятным энергиям. Строят зависимость энергии от номера канала (рис. 3.14). График линейности может служить и в качестве градуировочной кривой, поскольку представляет собой зависимость энергии γ -кванта от номера канала. Чем проще форма спектральной линии, тем проще и методы обработки результатов измерений. При описании характеристик гамма-спектрометра (см. выше) полагали, что спектральная линия представляет собой пикообразное распределение измеряемого параметра a . Однако реально форма спектральной линии значительно сложнее. Рассмотрим, чем это вызвано.

Регистрирующее устройство спектрометра при воздействии γ -квантов одной энергии дает некоторое распределение импульсов по амплитудам, которое имеет иногда очень сложный ха-

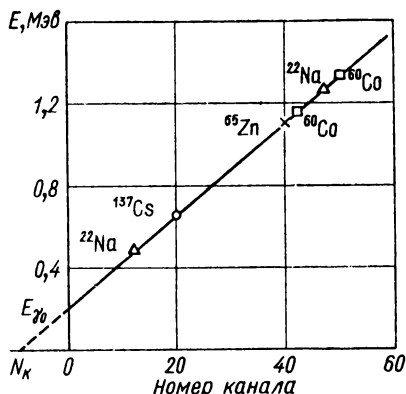


Рис. 3.14. График линейности сцинтилляционного гамма-спектрометра

ракти, что связано с механизмом взаимодействия излучения с регистрирующим веществом. Регистрация γ -квантов происходит на основе поглощения их энергии в веществе сцинтиллятора тремя способами, в результате которых образуются ионизирующие частицы: фотоэффект — поглощение γ -квантов, сопровождаемое вылетом фотоэлектронов; комптоновское рассеяние γ -квантов на свободных электронах атомов сцинтиллятора с появлением комптоновских электронов; поглощение γ -квантов в электрическом поле атомов с вылетом пар электрон — позитрон. В результате каждого из этих независимых процессов взаимодействия получается свое распределение импульсов по амплитудам. Накладываясь друг на друга, эти

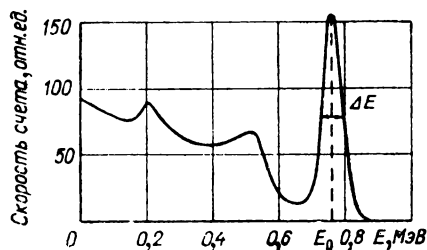


Рис. 3.15. Распределение от моноэнергетического γ -источника, снятое спектрометром с кристаллом NaI(Tl)

распределения образуют форму спектральной линии от моноэнергетических γ -квантов.

Поскольку вероятность каждого процесса зависит от энергии падающих γ -квантов, то и форма спектральной линии зависит от энергии γ -квантов. Для энергии до 1,2 Мэв распределение импульсов на выходе сцинтилляционного детектора определяется фотопоглощением и комптоновским рассеянием. Эффектом образования пар в этом энергетическом интервале можно пренебречь. При более высоких энергиях γ -квантов форма спектральной линии искажается еще и процессом образования пар. Таким образом, форма спектральной линии однокристалльного сцинтилляционного спектрометра имеет сложный характер, и при изучении измеренного амплитудного распределения необходимо учитывать возможность появления в нем дополнительных максимумов, обусловленных теми или иными процессами.

При фотоэффекте γ -квант почти всю свою энергию передает одному из атомных электронов сцинтиллятора. В результате на выходе спектрометра возникает пикообразное распределение амплитуд импульсов, называемое *фотопиком*. Положение максимума этого пика соответствует наиболее вероятному значению энергии E_0 (рис. 3.15) γ -квантов, падающих на сцинтиллятор.

Поскольку при фотоэффекте моноэнергетические γ -кванты отдают всю свою энергию фотоэлектронам, то импульсы на выходе сцинтилляционного счетчика должны были бы иметь одинаковую амплитуду. Однако в реальном спектрометре наблюдается разброс импульсов по амплитудам, приводящий к уширению фотопика. Ширина фотопика зависит от флуктуации числа

фотонов света, появляющихся при торможении фотоэлектронов в сцинтилляторе, от места поглощения γ -квантов в сцинтилляторе и т. п. Побочным эффектом фотоэлектрического процесса является вторичное рентгеновское излучение. Выбитый с внутренней орбиты фотоэлектрон замещается электроном с внешней орбиты. Поскольку последний перемещается с одного энергетического уровня на другой, он излучает избыток энергии в виде характеристического рентгеновского излучения.

В результате комптоновского рассеяния моноэнергетических γ -квантов в сцинтилляторе получается непрерывное от 0 до U_0 распределение амплитуд импульсов.

Форма спектральной линии сцинтилляционного гамма-спектрометра усложняется для энергий γ -квантов больше 1,022 Мэв. На распределение амплитуд импульсов от фото- и комптоновских электронов накладывается распределение амплитуд импульсов от пар электрон — позитрон, кинетическая энергия которых равна энергии падающего γ -кванта минус масс-эквивалент двух частиц ($2mc^2 = 1,022$ Мэв):

$$E_{e^-} + E_{e^+} = E_0 - 1,022 \text{ Мэв.}$$

Кинетическая энергия электронов и позитронов преобразуется в импульс, амплитуда которого меньше амплитуды импульса от фотоэлектронов на энергию 1,022 Мэв. Образование пар обуславливает амплитудное распределение импульсов, называемое *парным пиком*, которое накладывается на непрерывное комптоновское распределение. Парный пик сдвинут относительно фотопика на 1,022 Мэв по направлению к началу отсчета энергии.

Позитрон из пары, теряя свою энергию на возбуждение и ионизацию атомов сцинтиллятора, аннигилирует с атомным электроном с образованием двух γ -квантов с энергиями по 0,511 Мэв каждый. В кристаллах толщиной больше 5 см становится заметной вероятность фотоэлектрического поглощения одного или двух аннигиляционных γ -квантов. Если поглощается один γ -квант, то суммарная вспышка света соответствует поглощенной энергии

$$E = E_0 - 1,022 + 0,511 = E_0 - 0,511 \text{ Мэв.}$$

Получается распределение, называемое *полупарным пиком*. Полупарный пик сдвинут относительно фотопика по оси энергии на 0,511 Мэв и находится посредине, между фотопиком и парным пиком. Если поглощаются два аннигиляционных γ -кванта, то поглощенная энергия

$$E = E_0 - 1,022 + 0,511 + 0,511 = E_0,$$

т. е. распределение вносит вклад в фотопик.

В области энергий около 200 кэв над непрерывным распределением имеется небольшой пик, называемый пиком обратного рассеяния. Он обусловлен тем, что материал упаковки кристалла, а также близлежащие к нему части ФЭУ рассеивают γ -кванты, которые проходят сквозь сцинтиллятор. В кристалл обратно могут попасть и зарегистрироваться только те γ -кванты, которые рассеиваются в интервале углов $90-180^\circ$. Энергию рассеянных γ -квантов можно представить через энергию E_0 падающих моноэнергетических γ -квантов в виде

$$E' = E_0/[1 + (E_0/m_0c^2)(1 - \cos \theta)],$$

где m_0c^2 — энергия покоя электрона; θ — угол рассеяния γ -квантов. При больших углах рассеяния ($\theta = 130-180^\circ$) $\cos \theta \approx -1$ и энергию γ -квантов приблизительно можно выразить соотношением

$$E'_\gamma \approx E_0/\{1 + [2E_0/(m_0c^2)]\}.$$

При $E_0 = 1$ Мэв и $m_0c^2 = 0,511$ Мэв $2E_0/m_0c^2 = 4$, т. е. можно принять, что $E_0/m_0c^2 > 1$, и сумму в фигурных скобках заменить выражением $2E_0/m_0c^2$. Тогда

$$E'_\gamma \approx E_0/(2E_0/m_0c^2) \approx m_0c^2/2 \approx 250 \text{ кэв.}$$

Рассеянные γ -кванты имеют относительно малую энергию и с большой вероятностью поглощаются сцинтиллятором, образуя пик обратного рассеяния. Из приведенных рассуждений видно, что только положение фотопиков соответствует отдельным линиям в изучаемом γ -спектре.

Поскольку форма спектральной линии сложная, то за разрешение спектрометра условились принимать отношение полуширины ΔU фотопика к наиболее вероятному значению амплитуды U_0 в данном распределении $R = (\Delta U/U_0) \cdot 100\%$. Ширина линии на половине высоты фотопика $\Delta E \sim \sqrt{E}$. Тогда можно записать $R = \Delta E/E \approx C\sqrt{E}/E = C/\sqrt{E}$, т. е. видна зависимость разрешения от энергии. Эту зависимость определяют экспериментально с помощью стандартных источников γ -квантов. Зависимость разрешения от энергии γ -квантов показана на рис. 3.16. Ввиду того что разрешение меняется с энергией γ -квантов, сцинтилляционный гамма-спектрометр принято характеризовать разрешением для фотопика источника ^{137}Cs , который испускает γ -кванты с энергией 0,662 Мэв. Для лучших образцов спектрометров с кристаллом NaI(Tl) разрешение при $E_0 = 0,662$ Мэв составляет 7—8%.

Одно из важных преимуществ сцинтилляционного гамма-спектрометра состоит в том, что светосила системы с разными сцинтилляторами одних и тех же размеров одинакова. Она зависит в основном от эффективности сцинтиллятора $\varepsilon(E)$. Эф-

фактивность рассчитывают исходя из его толщины и линейного коэффициента ослабления интенсивности γ -квантов в материале сцинтиллятора и в материале его упаковки.

По измеренным спектрам определяют активность исследуемого гамма-источника. Число зарегистрированных γ -квантов за время dt в момент времени t от источника активностью A

$$dm = A(t) \alpha T(E) dt$$

или, поскольку

$$A(t) = A_0 \exp(-\lambda t),$$

$$dm = A_0 \alpha T(E) \exp(-\lambda t) dt, \quad (3.22)$$

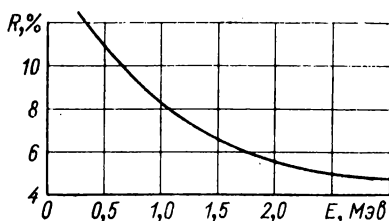


Рис. 3.16. Зависимость разрешения от энергии γ -квантов

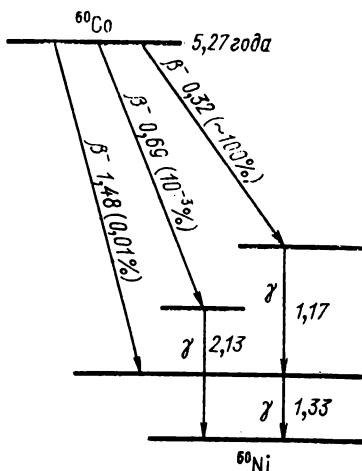


Рис. 3.17. Схема распада ^{60}Co

где A_0 — активность источника в начальный момент времени; $T(E)$ — светосила спектрометра; λ — постоянная распада; α — выход γ -квантов. Интегрируя выражения (3.22), получаем

$$m = \int_0^{t_{\text{изм}}} A_0 \alpha T(E) \exp(-\lambda t) dt = A_0 \alpha T(E) (1/\lambda) \exp(-\lambda t) / t_{\text{изм}}^0 = \\ = (1/\lambda) A_0 \alpha T(E) [1 - \exp(-\lambda t_{\text{изм}})],$$

откуда

$$A_0 = \frac{\lambda m}{\alpha T(E) [1 - \exp(-\lambda t_{\text{изм}})]}. \quad (3.23)$$

Если время измерения небольшое ($\lambda t_{\text{изм}} \ll 1$), то функцию $\exp(-\lambda t_{\text{изм}})$ можно разложить в ряд по λt и ограничиться двумя первыми членами разложения. Тогда

$$A_0 = \frac{m}{\alpha T(E) t_{\text{изм}}}.$$

Энергия γ -квантов в спектре определяется для того, чтобы произвести изотопическую идентификацию источников γ -излучения. Каждый изотоп имеет свою схему распада, причем на один

распад может быть испущено несколько γ -квантов. Схема распада представляет собой энергетическую диаграмму. На нее наносят все возможные в радиоактивном процессе энергетические уровни материнского и дочернего ядер в виде горизонтальных линий. За начало отсчета энергии принимают основное состояние дочернего ядра. На схемах приводят периоды полураспадов и последовательность испускания частиц. Типичная схема распада ^{60}Co показана на рис. 3.17. Стрелки, направленные вниз слева направо, изображают β^- -распад; вертикальные — γ -переходы. Вдоль стрелки пишут тип испускаемой частицы, энергию γ -перехода и долю распадов в процентах.

Ge(Li)-спектрометр

В настоящее время широкое применение в γ -спектрии нашли полупроводниковые детекторы (ППД). Физические процессы взаимодействия излучения с веществом (ионизация, возбуждение атомов и молекул) в газах и твердом теле не различаются. Но тормозная способность твердых тел существенно превосходит тормозную способность газов, поэтому пробег заряженных частиц в твердом теле примерно в 1000 раз меньше их пробега в газе. Использование твердого вещества дает ряд преимуществ при регистрации излучений. Основным является их высокая эффективность регистрации γ -квантов.

Основная проблема применения твердых тел в качестве детекторов излучения — выбор вещества с подходящей электропроводностью. При этом они должны, как и газы, быть изоляторами в отсутствие излучения и превращаться в проводник под действием излучения. Регистрация излучения ППД подобна регистрации заряженных частиц газовой ионизационной камерой и сводится к измерению импульсов напряжения, возникающих в результате возрастания проводимости чувствительного объема полупроводника при попадании в него излучения. Однако имеются и существенные особенности, характер которых определяется свойствами твердого тела и в первую очередь его электропроводностью.

Для регистрации γ -квантов используют в основном германиевые детекторы. Выбор германия определяется тем, что он имеет атомный номер $Z=32$ и вероятность поглощения в нем γ -квантов, особенно вероятность фотоэффекта, намного больше, чем у полупроводников с меньшим Z .

Полупроводниковые и сцинтилляционные детекторы сходны по использованию их в экспериментах и по электронным методам получения с них информации, т. е. при работе с ППД можно использовать практический опыт работы со сцинтилляционными спектрометрами. Как и в случае сцинтилляционного гамма-спектрометра, форма спектральной линии полупроводниково-

го гамма-спектрометра очень сложна. Она состоит из непрерывного комптоновского распределения амплитуд импульсов и пиков от эффекта образования пар и фотоэффекта. Однако разрешение полупроводникового гамма-спектрометра, определяемое по фотопику, значительно лучше разрешения сцинтилляционного гамма-спектрометра и даже превосходит разрешение магнитных гамма-спектрометров.

Действительно, разброс амплитуд импульсов от моноэнергетических γ -квантов определяется лишь флуктуациями числа зарядов образованных электронов. В сцинтилляционном счетчике частица расходует энергию в среднем около 1 кэв на один фотон, попадающий на фотокатод ФЭУ. В германиевом ППД частица затрачивает 2,94 эв на образование пары электрон — дырка, а других преобразований энергии частицы нет. Таким образом, на 1 Мэв поглощенной энергии в ППД образуется около $3 \cdot 10^5$ носителей заряда. Поскольку возможные относительные отклонения в числе образованных пар носителей пропорциональны $1/\sqrt{n}$, где n — среднее число носителей, то статистический разброс амплитуд импульсов оказывается на порядок ниже, чем для сцинтилляционного детектора. От этого разброса амплитуд импульсов и зависит собственное разрешение детектора, поэтому энергетическое разрешение полупроводникового гамма-спектрометра в 20—30 раз превосходит разрешение сцинтилляционного гамма-спектрометра с кристаллом NaI(Tl).

Свободные электроны в полупроводниках обладают довольно высокой подвижностью. Подвижность дырок меньше, но также велика. Поскольку основным фактором, ограничивающим подвижность носителей зарядов в полупроводнике, являются тепловые соударения с узлами кристаллической решетки, то при понижении температуры подвижность носителей существенно возрастает и становится примерно одинаковой. Большая подвижность носителей сокращает время переноса зарядов, в результате время нарастания импульса очень мало и измеряется десятками или сотыми долями микросекунды. Это определяет высокую разрешающую способность ППД по времени. Так, для германиевого детектора толщиной 8 мм при температуре 77° К и напряжении на электродах порядка 1000 в время собирания носителей составляет 30 нсек, что на порядок ниже времени высвечивания фосфора NaI(Tl).

При подаче напряжения на ППД по нему протекает собственный (темновой) ток. Чтобы зарегистрировать частицу на фоне темнового тока необходимо снизить его значение до 10^{-8} — 10^{-9} а. Это условие для германиевых ППД выполняется при охлаждении их до 130—110° К. Поэтому детекторы из германия помещают в криостаты с жидким азотом (рис. 3.18).

Германиевый детектор имеет меньшую эффективность сцинтилляционного гамма-детектора, так как его атомный номер

$Z=32$ меньше эффективного атомного номера NaI(Tl) (50). Хотя германий имеет несколько большую плотность [$5,32 \text{ г/см}^3$]

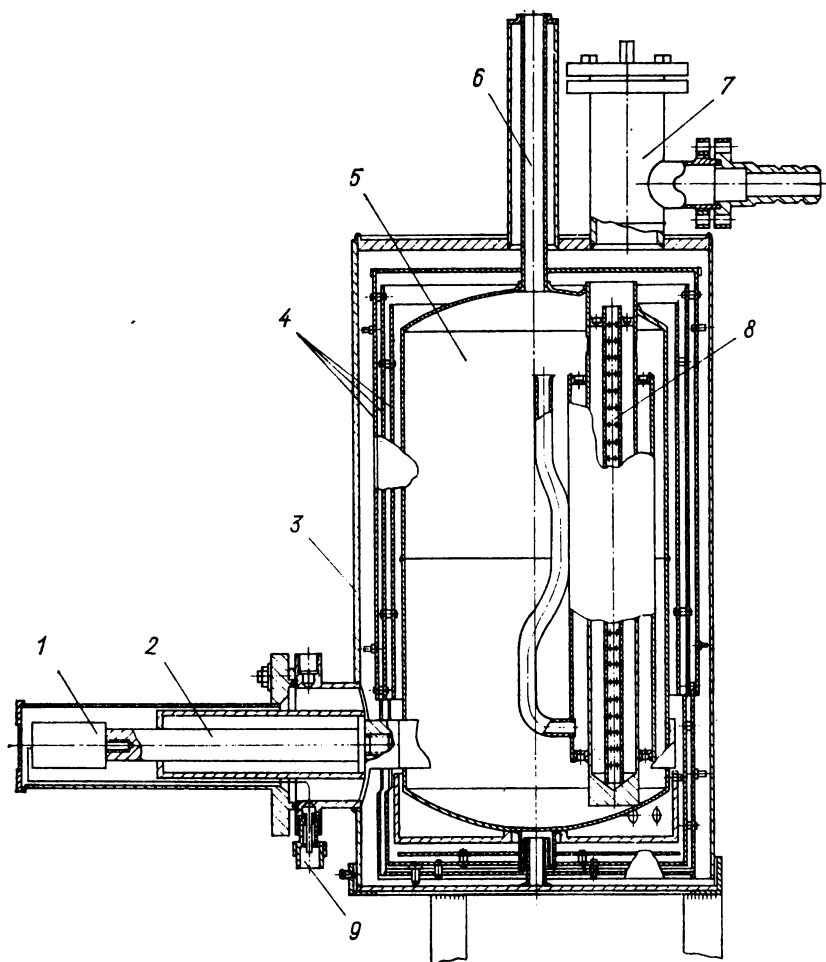


Рис. 3.18. Криостат с полупроводниковым детектором:

1 — Ge(Li) -детектор; 2 — хладопровод; 3 — корпус криостата; 4 — тепловые экраны; 5 — сосуд Дьюара; 6 — горловина для заливки азота; 7 — вакуумный вентиль; 8 — сорбционный насос; 9 — клемма для подвода высокого напряжения на детектор

для Ge против $3,67 \text{ г/см}^3$ для NaI(Tl)], вероятность образования фотоэлектронов в NaI(Tl) больше приблизительно в $(50/32)^4 \approx \approx 6$ раз. Однако по качеству (отношению светосилы к разрешению) полупроводниковый гамма-спектрометр в несколько раз превосходит сцинтилляционный даже для одиночной γ -линии.

Взаимодействия, приводящие к исчезновению γ -квантов и появлению вторичных электронов, способных создать носители зарядов в чувствительном объеме ППД, те же, что и в сцинтилляционном детекторе. Форма линии от германиевого ППД аналогична форме линии от сцинтилляционного детектора. Однако комптоновское распределение воспроизводится ППД гораздо точнее, чем сцинтилляционным детектором. Распределение, измеренное ППД, резко обрывается при максимальном значении комптоновских электронов

$$E_{\text{комп}} = E/[1 + (m_0c^2/2E)].$$

Более четко проявляются пики, что говорит о хорошем разрешении ППД. В качестве примера на рис. 3.19 показана форма линии от нуклида ^{238}Th . Видны фотопик при энергии 2,614 Мэв, непрерывное, резко обрывающееся комптоновское распределение, а также парный и полупарный пики.

Структурные схемы полупроводникового и сцинтилляционного гамма-спектрометров аналогичны. Однако требования к элементам электронной аппаратуры (предусилителю, усилителю и амплитудному анализатору) существенно различны. Для реализации высокого разрешения ППД электронная аппаратура спектрометра должна иметь низкий уровень шумов на входе предусилителя; высокую стабильность всего усилительного тракта, для чего используют специальную систему стабилизации характеристик преобразования; анализатор должен быть с большим числом каналов.

При спектрометрии γ -квантов низких энергий ширина спектральной линии определяется шумами предусилителя и усилителя, и задача заключается в разработке соответствующих малошумящих систем. Поскольку амплитуда импульса на выходе ППД составляет 0,5—1 мв, то искажение амплитудного распределения обуславливается в первую очередь модуляцией полезных сигналов шумами предусилителя. Беспорядочно складываясь с полезными сигналами, шумы увеличивают разброс импульсов по амплитудам, «размывают» линию, ухудшают разрешение.

Было разработано много типов предусилителей для полупроводниковой спектрометрии. Предусилители, собранные по зарядочувствительной схеме, нашли преимущественное применение. В этих предусилителях исключается влияние колебаний паразитной емкости C на амплитуду импульса с детектора. Если использовать предусилитель с обратной емкостной связью $C_{o.c.}$, то паразитная емкость C включается последовательно с малой емкостью $C_{o.c.} \approx 1 \div 2$ пф. В результате на выходе предусилителя амплитуда импульса $U_0 \approx Q/C_{o.c.}$, где Q — заряд, образованный частицей. Предусилитель, в котором $U_0 \sim Q$, называется зарядочувствительным.

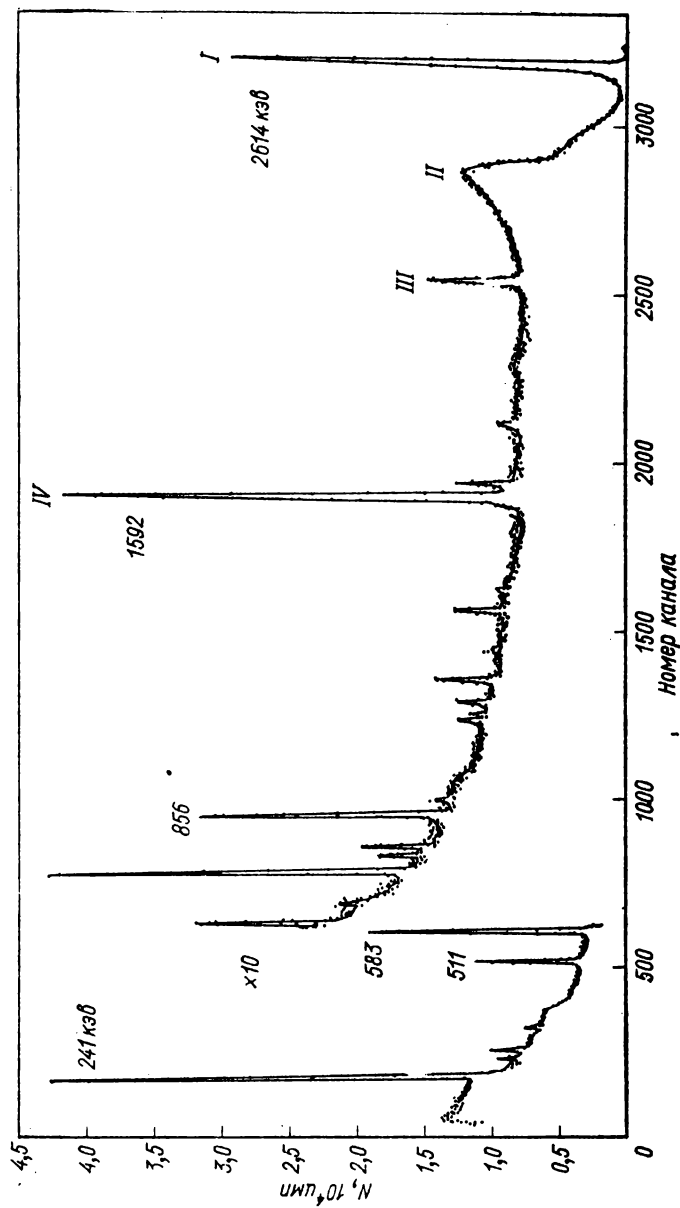


Рис. 3.19. Спектр γ -квантов нуклида ^{238}Th :

I — фотопик; II — комптоновское распределение; III — полуларный пик; IV — парный пик

В зависимости от способа монтажа полупроводника на хладопроводе различаются емкостная и гальваническая связи ППД с входной цепью зарядочувствительного предусилителя. Если по конструктивным особенностям детектор помещен непосредственно на хладопровод, используют емкостную связь детектора с предусилителем. В этой схеме включения имеются сопротивление нагрузки детектора R_H и разделительный конденсатор

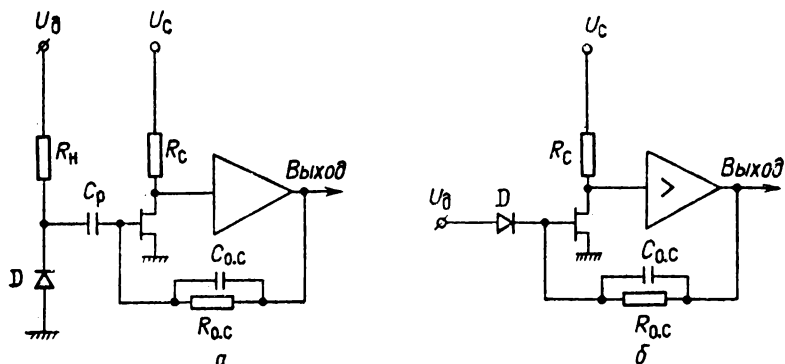


Рис. 3.20. Схемы включения зарядо-чувствительного предусилителя с ППД

(рис. 3.20, а). Тепловой шум резистора R_H и ток утечки конденсатора C_p увеличивают уровень шумов. При такой схеме включения необходимо плавно подавать высокое напряжение на детектор, поскольку даже небольшой скачок напряжения может передаваться через разделительный конденсатор и вывести из строя входной каскад предусилителя.

Схему связи ППД с предусилителем через разделительный конденсатор целесообразно применять в том случае, если собственный шум детектора превышает шум входного каскада предусилителя. Эта схема позволяет работать при больших нагрузках.

Если между хладопроводом и детектором имеется изолирующая прокладка (детектор изолируется от корпуса), то используют схему включения с гальванической связью детектора с предусилителем (рис. 3.20, б). При такой схеме включения источником шума является сам детектор, поэтому лучше работать при малых нагрузках. Гальваническая связь обеспечивает защиту полевого транзистора входного каскада предусилителя при резких изменениях напряжения на детекторе, поскольку эти скачки гасятся на большом сопротивлении самого детектора.

В целях уменьшения паразитной емкости, колебания которой приводят к разбросу амплитуд выходных импульсов, предусилитель монтируют непосредственно на детекторе. С выхода

предусилителя сигнал поступает на основной усилитель, который не только выполняет свои обычные функции усиления и формирования импульсов, но и оптимизирует отношение сигнал/шум. В нем соответствующими формирующими цепями можно подобрать такую форму частотной характеристики, при которой проходит основной спектр частот сигнала, но максимально ограничивается спектр шумов. Эти требования противоре-

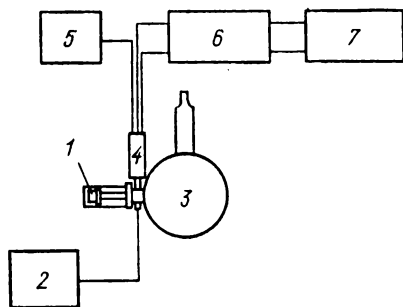


Рис. 3.21. Структурная схема Ge(Li)-спектрометра:

1 — Ge(Li)-детектор; 2 — блок высокого напряжения; 3 — криостат; 4 — предусилитель; 5 — блок питания предусилителя; 6 — входное устройство со стабилизацией ВУС-2М; 7 — многоканальный анализатор АИ-4096 «Тензор»

речивы, поскольку усиление сигнала требует расширения полосы пропускания, тогда как для подавления шума полоса должна быть узкой. Оптимальное формирование практически осуществляют с помощью дифференцирующих и интегрирующих цепочек. Выбором частотных характеристик этих цепочек удается получить максимально возможное отношение сигнал/шум.

Высокое разрешение ППД приводит к необходимости значительного увеличения числа каналов амплитудного анализатора при уменьшении ширины канала в энергетических

единицах. В настоящее время для целей полупроводниковой γ -спектрометрии используют анализатор АИ-4096 «Тензор» совместно с входным устройством ВУС-2М. Входное устройство со стабилизацией ВУС-2М содержит блоки амплитудного преобразования БАП-7, адресного счетчика, блока стабилизации характеристики преобразования и источник питания. Структурная схема Ge(Li)-спектрометра показана на рис. 3.21.

В отличие от сцинтилляционных, которые имеют жестко стандартизованные параметры, полупроводниковые детекторы γ -квантов на современном уровне технологии их производства не могут быть изготовлены идентичными по своей конфигурации. Поэтому для каждого отдельного ППД необходимо определять характеристики. Наиболее важной является светосила, которая в основном зависит от эффективности регистрации. Рассмотрим способ определения эффективности Ge(Li)-детектора по фотопику.

Экспериментальное определение эффективности $\epsilon(E)$ состоит в измерении зависимости относительной эффективности детектора от энергии E и абсолютной привязки в одной точке исследуемого интервала энергии. Для определения относительной эффективности удобно пользоваться источниками, спектр γ -кван-

тов которых' соответствует многокаскадным переходам. Такими источниками, например, могут служить ^{182}Ta , имеющий около 30 γ -линий в интервале энергий от 40 до 1300 кэв, и ^{56}Co , насчитывающий до 25 γ -линий с энергиями от 700 до 3500 кэв. В качестве абсолютной привязки необходимо использовать ОСГИ, например ^{54}Mn , имеющий линию $E=834,8$ кэв. Необходимо, чтобы все γ -излучатели в принятой геометрии опыта предполагались точечными. Поочередно снимают γ -спектры источников. Причем расстояние от источника до детектора должно быть одним и тем же. Относительную эффективность для i -го нуклида (^{182}Ta или ^{56}Co) определяют по формуле

$$\epsilon_{i \text{ отн}} = 100 S_i / (S \alpha_i),$$

где S_i — площадь под фотопиком для соответствующей γ -линии; S — площадь под фотопиком для γ -линии, относительный выход которой принят за 100%; α_i — относительный выход γ -линии, %.

Приведение относительных эффективностей к единому виду осуществляется по формулам:

$$\epsilon_{i \text{ отн}} = \frac{\epsilon_{i \text{ отн}}^{^{54}\text{Mn}}}{\epsilon_{\text{отн}}^{^{54}\text{Mn}} (834,8 \text{ кэв})}; \quad \epsilon_{i \text{ отн}} = \epsilon_{i \text{ отн}}^{^{182}\text{Ta}} \frac{\epsilon_{\text{отн}}^{^{56}\text{Co}} (1121 \text{ кэв})}{\epsilon_{\text{отн}}^{^{56}\text{Co}} (834,8 \text{ кэв})}.$$

Выход γ -линии 1121 кэв для ^{182}Ta принят за 100%. Для линии ^{54}Mn $E=834,8$ кэв определяют абсолютную эффективность

$$\epsilon_{\text{абс}}^{^{54}\text{Mn}} = 4\pi R^2 S(R) / (F \Delta t A),$$

где $S(R)$ — площадь под фотопиком, *имп/сек*; R — расстояние от источника до эффективного центра чувствительного объема ППД, *см*; F — площадь поперечного сечения детектора, *см²*; Δt — продолжительность измерения, *сек*; A — активность источника, γ -квант/сек. Окончательно выражение для абсолютной эффективности детектора имеет вид:

$$\epsilon_{\text{абс}}(E) = \epsilon_{i \text{ отн}} \epsilon_{\text{абс}}^{^{54}\text{Mn}}.$$

Эффективность Ge(Li)-детектора можно рассчитать по пику полного поглощения в зависимости от толщины i -слоя d и линейного коэффициента поглощения μ . Полное поглощение энергии γ -кванта, попавшего в чувствительный объем детектора, происходит в результате фотоэффекта или в процессе последовательных комптоновских соударений, завершающихся фотоэлектрическим поглощением рассеянного γ -кванта. Рассмотрим интервал энергий γ -квантов от 0 до 1,5 Мэв. При этих энергиях эффектом образования пар можно пренебречь. Тогда вероят-

ность полного поглощения энергии γ -кванта \bar{E} , вошедшего в детектор, можно записать в виде ряда

$$\begin{aligned} w_{\text{пп}} = & P_0 + C_0 P_1 + C_0 C_1 P_2 + \dots + \\ & + C_0 C_1 C_2 + \dots + C_{n-1} P_n + \dots, \end{aligned} \quad (3.24)$$

где $P_0 = (\tau/\mu) [1 - \exp(-\mu d)]$ — вероятность фотоэлектрического поглощения вошедшего в детектор γ -кванта; μ — линейный коэффициент ослабления для γ -квантов; τ — вероятность фотоэлектрического поглощения; d — толщина чувствительного слоя детектора; $C_0 = (1 - \tau/\mu) [1 - \exp(-\mu d)]$ — вероятность того, что γ -квант испытает комптоновское расстояние; P_1 — вероятность того, что однажды рассеянный γ -квант поглотится фотоэлектрически; C_{n-1} — вероятность того, что γ -квант, рассеянный $(n-1)$ раз, испытает комптоновское соударение; P_n — вероятность того, что n раз комптоновски рассеянный γ -квант поглотится фотоэлектрически.

Очевидно, что $w_{\text{пп}} = \varepsilon_{\text{пп}}$. Вероятности P_n и C_n могут быть вычислены через вероятность столкновений

$$P_n = (\tau/\mu) P_c, \quad C_n = (1 - \tau/\mu) P_c,$$

где P_c — вероятность столкновений, которую вычисляют в зависимости от «характеристического размера» l_μ детектора; $l_\mu = 4V/S$; V — объем цилиндрического детектора; S — его полная поверхность. Коэффициенты $\mu(E)$ и $\tau(E)$ для германия известны с хорошей точностью. Поскольку ряд (3.24) сходится, то достаточно взять 6—7 первых членов этого ряда, чтобы погрешность приближения не превышала 1%.

Для машинной математической обработки спектров зависимость $\varepsilon(E_\gamma)$ нужно представить аналитически. Эффективность аналитически можно связать с сечениями взаимодействия γ -квантов следующим уравнением:

$$\varepsilon = (K/C) [1 - \exp(-C\tau) + KA\sigma \exp(-BE_\gamma)],$$

где ε — эффективность, %; τ и σ — сечения фото- и комптон-эффекта соответственно; A , B , C , K — полуэмпирические константы, которые находят из эксперимента. Приведенная формула позволяет определить эффективность в энергетическом интервале 200—1500 кэВ с погрешностью до 3%.

Ge(Li)-спектрометр имеет сложную форму спектральной линии и для него, как и для сцинтилляционного гамма-спектрометра, столь же важна проблема восстановления γ -спектра по амплитудному спектру. Простые дискретные спектры можно восстанавливать методом последовательного вычитания. Поскольку в аппаратурном спектре Ge(Li)-спектрометра, характеризующегося высоким разрешением, фотопики отдельных γ -линий четко разделяются, то это позволяет непосредственно по

аппаратурному спектру установить положение максимумов E_{Φ} и измерить графическим способом площадь S_{Φ} всех фотопиков. По значениям E_{Φ} , S_{Φ} и известной зависимости фотоэффективности $\epsilon(E_{\gamma})$ от энергии γ -квантов вычисляют интенсивность γ -линии.

§ 3.4. СПЕКТРОМЕТРИЯ НЕЙТРОНОВ

Данные об энергетическом распределении нейтронов представляют интерес не только при ядерно-физических исследованиях, но и при решении прикладных задач, таких, как определение биологической дозы нейтронов, возникновение захватного γ -излучения, активации, тепловыделения и т. п. По спектру нейтронов получают сведения об особенностях взаимодействия нейтронов с веществом, о механизме этого взаимодействия.

В настоящее время не существует универсального метода измерения спектров нейтронов в любых энергетических интервалах. Наблюдение нейтронов затруднено тем, что он электрически нейтрален и не создает ионизации. Нейтроны регистрируют по взаимодействию их с ядрами материала детектора с испусканием заряженных частиц или γ -квантов. По вторичным частицам можно не только зарегистрировать нейтроны, но и получить информацию об их энергии. Существует и прямой метод определения энергии нейтронов по их скорости путем измерения времени пролета нейтронами определенного пути. Этот метод особенно пригоден в спектрометрии медленных нейтронов, так как время пролета конечного пути (десятки и сотни метров) для быстрых нейтронов весьма мало и трудно измеримо.

Так как испускание нейтронов в подавляющем большинстве случаев сопровождается γ -излучением, то детектирование нейтронов затрудняется наличием γ -фона. Решение этой проблемы в каждом методе регистрации осуществляется по-разному: в зависимости от типа детектора, от его чувствительности к γ -квантам.

Спектрометрия нейтронов по времени пролета

Кинетическая энергия нейтрона связана с его скоростью соотношением $E_n = mv^2/2$. Сортируя нейтроны по времени пролета t расстояния L пролетной базы спектрометра, можно измерить спектр нейтронов в пучке. Энергия нейтрона связана с временем пролета соотношением

$$E_n = (m/2) (L/t)^2. \quad (3.25)$$

Количество нейтронов с данной энергией определяется по скорости счета детектора.

Для нейтронов с энергиями $E_n \approx 0,0253$ эв ($v = 2200$ м/сек) время пролета расстояния 10 м составляет примерно 5000 мсек. Такой отрезок времени современной электронной аппаратурой может быть измерен с высокой точностью. Для измерения t необходимо знать момент вылета нейтрона из источника и момент прохождения им конца пролетной базы. Последний легко определяется по появлению импульса в детекторе в конце пролетной

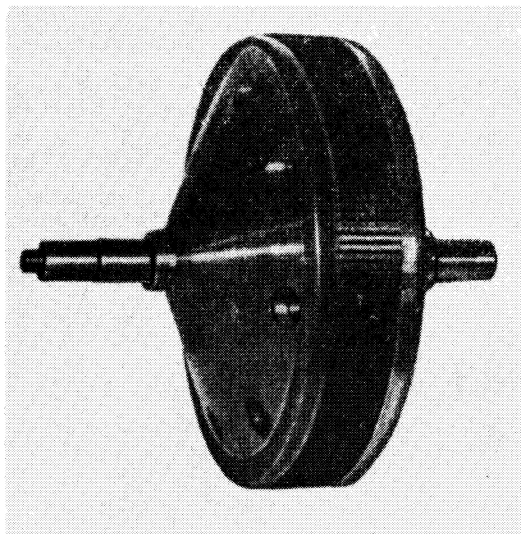


Рис. 3.22. Ротор прерывателя

базы. Чтобы зафиксировать начало движения нейтронов, их выпускают из источника короткими импульсами, время появления которых можно четко фиксировать с помощью внешних устройств.

Импульсные источники нейтронов получают двумя основными методами. В одном методе непрерывный пучок нейтронов прерывают механическим прерывателем. В другом — ускоренные заряженные частицы на короткое время отклоняют на мишень, в которой происходит ядерная реакция с образованием нейтронов.

Наиболее распространенной конструкцией механического прерывателя является вращающийся коллиматор в форме ротора (рис. 3.22). Ротор изготовляют из материала, хорошо поглощающего и рассеивающего нейтроны. В нем перпендикулярно его оси по диаметру прорезана щель или для увеличения интенсивности потока нейтронов — несколько узких щелей. Прерыватель пропускает нейтроны в течение короткого времени, когда его щели параллельны пучку нейтронов. На остальное

время вращения пучок нейтронов прерывается. Форма щелей может быть самой разнообразной. Их делают прямыми, искривленными, расширяющимися, бочкообразными. Иногда для увеличения механической прочности прерывателя щели его заполняют алюминием, который хорошо пропускает нейтроны.

Форма щелей, их ширина, скорость вращения прерывателя и определяют основные характеристики импульса нейтронов. Важно знать не только длительность возникающего нейтронного импульса, но и его форму, поскольку она характеризует интенсивность пучка нейтронов, прошедших прерыватель. Длительность импульса нейтронов T определяется временем перекрытия щели шириной h при угловой скорости вращения прерывателя ω :

$$T = h/(\omega R),$$

где R — радиус прерывателя. Эта формула дает приближенное значение длительности нейтронного импульса, поскольку отсутствие «прямой видимости» через щель не означает полного перекрытия пучка нейтронов. Еще некоторое время они будут проходить через ротор, пока толщина материала прерывателя на их пути невелика. Эти прострелы увеличивают длительность импульса нейтронов.

Длительность импульса T зависит также от скорости нейтронов. При малых скоростях нейтроны могут войти в прерыватель, но выйти из него до полного закрытия не успеют, т. е. для каждого прерывателя существует граничная скорость (энергия) нейтронов

$$v_{\text{гр}} = \omega R^2/h.$$

Определенное значение $v_{\text{гр}}$, а также зависимость длительности импульса от скорости нейтронов указывают на то, что нейтроны разных энергий имеют разную вероятность пройти через щели прерывателя, поэтому важной характеристикой является функция пропускания, которая представляет собой отношение числа нейтронов, прошедших прерыватель со скоростью v , к числу нейтронов той же скорости, вошедших в прерыватель за время перекрытия щели. Измеренный спектр нейтронов исправляют с помощью этой функции.

В спектрометрии по времени пролета может иметь место эффект рецикличности, который заключается в следующем. Если в изучаемом потоке присутствуют нейтроны, сильно различающиеся по скоростям, то быстрые нейтроны последующего импульса могут достигнуть детектора вместе с медленными нейтронами предыдущего импульса. При регистрации их невозможно будет различить. Это приводит к искажению результатов измерений. Эффект рецикличности исключают, выбирая пролетную базу L , которую нейтроны со скоростью $v_{\text{гр}}$ пролетают,

прежде чем появится следующий импульс нейтронов. Поскольку импульсы нейтронов следуют друг за другом через пол-оборота прерывателя, то это условие можно записать в виде:

$$L/v_{\text{гр}} \leq \pi/\omega \quad \text{или} \quad Lh/R^2 \leq \pi.$$

Из этого условия выбирают пролетную базу

$$L \leq \pi R^2/h.$$

Условие выбора L не зависит от угловой скорости вращения прерывателя ω . Уменьшая ω на выбранной пролетной базе, можно измерить спектр нейтронов до сколь угодно низких энергий без искажения его рециклическими нейтронами.

Длительность импульса нейтронов в спектрометре по времени пролета с механическим прерывателем трудно сделать короче 1—2 мксек. Эти трудности связаны в основном с техническими проблемами, главной из которых является необходимость использования больших скоростей вращения прерывателя (до 20 000—40 000 об/мин).

Нейтронные импульсы длительностью несколько наносекунд получают с помощью ускорителей заряженных частиц. Пучок ускоренных частиц (протонов или электронов) кратковременно отклоняют на мишень, в которой происходит реакция с вылетом нейтронов. В качестве импульсных источников нейтронов используют также ядерные реакторы, работающие в импульсном режиме.

Распределение нейтронов по времени пролета регистрируется временным анализатором. По стартовому импульсу он отмечает момент начала движения нейтронов, а по импульсам с детектора — момент их регистрации. Кроме этого, временной анализатор накапливает в своей памяти информацию о количестве нейтронов, пришедших в детектор в последующие друг за другом отрезки времени начиная со стартового сигнала. Эти временные отрезки называются каналами анализатора. С приходом стартового импульса открывается первый канал. В течение времени, равного ширине первого канала, в соответствующую ячейку памяти записывается информация с детектора. Естественно, что в первые каналы записывается информация о тех нейтронах, которые обладают наибольшей скоростью. Затем последовательно открываются второй, третий и т. д. каналы и в соответствующие им ячейки памяти записывается информация. После обработки последнего канала временной анализатор закрывается и вновь запускается уже следующим стартовым импульсом. Если суммарное время всех каналов временного анализатора не превышает интервалы времени между двумя последовательными импульсами нейтронов, то эффект рециклическости исключается.

Разрешение спектрометра по времени пролета. Точность измерения спектра нейтронов рассматриваемым методом определяется точностью измерения времени пролета нейтроном расстояния L , которое может быть измерено точно, а погрешность t зависит от длительности импульса нейтронов T ; ширины канала временного анализатора Δt_k и разброса интервалов времени между попаданием нейтронов в детектор и появлением электрического импульса Δt_d .

Действительно, в какой точно момент времени в течение длительности T вышел из источника зарегистрированный нейтрон, остается неопределенным. Регистрация импульса от нейтрона производится временным анализатором с точностью до ширины канала Δt_k . Каждый k -й канал регистрирует нейтроны, время пролета которых заключено в интервале от t_k до $t_k + \Delta t_k$, где Δt_k — ширина k -го канала временного анализатора. Всем нейтронам в этом временном интервале приписывают одно и то же время пролета. Суммарную временную неопределенность всех факторов и принимают за меру разрешения

$$\Delta t = T + \Delta t_k + \Delta t_d.$$

Так как t зависит от энергии нейтронов, временная неопределенность и временное разрешение спектрометра также зависят от энергии нейтронов. Найдем связь между энергетическим разрешением $\Delta E_n/E_n$ и временной неопределенностью Δt . Продифференцируем выражение (3.25) по времени:

$$\frac{dE_n}{dt} = \frac{mL^2}{2} \frac{d}{dt}(t^{-2}) = -\frac{2mL^2}{2t^2t}.$$

Поскольку $t = L/v$ и $v^2 = L^2/t^2$, то запишем $dE_n/dt = -2vE_n/L$ или $dE_n/E_n = -(2v/L)dt$. Так как интервал — величина конечная, то

$$\Delta E_n/E_n = -2v(\Delta t/L). \quad (3.26)$$

Видно, что разрешение спектрометра по времени пролета определяется отношением $\Delta t/L$, которое имеет размерность обратной скорости и измеряется в микросекундах на метр. Оно ухудшается с ростом энергии по закону $\sqrt{E_n}$. Поскольку отношение $\Delta t/L$ для каждой конкретной установки имеет определенное значение, то энергетическое разрешение спектрометров по времени пролета характеризуют прямо в значениях $\Delta t/L$.

При исследовании спектров нейтронов по времени пролета в эксперименте измеряют функцию $\Phi(t)$, показывающую распределение нейтронов по времени пролета t на пролетной базе L . Переход от распределения $\Phi(t)$ к энергетическому

спектру нейтронов $\Phi(E_n)$ осуществляется с помощью формул, связывающих время пролета нейтронов с энергией для данной пролетной базы L .

Нейтронный спектрометр по времени пролета применяют при исследовании физических величин, определение которых связано с измерением спектров нейтронов. Помещая между прерывателем и детектором образцы, способные поглощать или рассеивать нейтроны, можно определять взаимодействие нейтронов различной энергии с веществом. Через зависимость взаимодействия нейтронов от энергии можно получить сведения о структуре ядра, о парциальных сечениях и т. п.

Спектрометрия нейтронов по протонам отдачи

Метод ядер отдачи. Одним из процессов взаимодействия нейтронов с веществом является их упругое рассеяние ядрами, при котором кинетическая энергия нейтрона перераспределяется между нейтроном и ядром, называемым ядром отдачи. Число ядер отдачи пропорционально числу нейтронов, проходящих через данное вещество, и, следовательно, характеризует поток нейтронов. Кроме того, энергия ядра отдачи связана простой функцией с энергией нейтрона. Поэтому, измеряя число и энергию ядер отдачи, можно определить и спектр нейтронов. Ядро отдачи, обладая электрическим зарядом Z , производит в веществе детектора ионизационный эффект, по которому и может быть зарегистрировано. Поскольку энергия ядра отдачи не может быть больше энергии нейтрона, то метод используют для регистрации быстрых нейтронов, способных создать достаточно быстрые ядра отдачи. При рассеянии нейтронов с энергией E_n на ядрах атомной массой A ядру отдачи передается доля кинетической энергии, определяемая в соответствии с законами сохранения энергии и импульса соотношением

$$E_A = \frac{4A}{(1+A)^2} E_n \cos^2 \varphi, \quad (3.27)$$

где φ — угол между направлением вылета ядра отдачи и направлением движения нейтрона до столкновения.

Поскольку для регистрации желательно, чтобы ядра отдачи имели как можно большую кинетическую энергию, важное значение приобретает выбор вещества, на ядрах которого будут рассеиваться нейтроны. Из соотношения (3.27) видно, что целесообразнее использовать самые легкие элементы, так как чем ближе A к единице, тем ближе энергия ядра отдачи к энергии падающего нейтрона. Поэтому наиболее часто в качестве рабочего вещества детектора используют водород или

водородсодержащие вещества. При этом ядрами отдачи являются протоны и соотношение (3.27) принимает простой вид:

$$E_p = E_n \cos^2 \varphi,$$

где E_p — энергия протона отдачи.

Поскольку рассеяние нейтронов на протоне изотропно для $E_n < 10$ Мэв, то протон равновероятно принимает значения энергии от 0 до $E_{\text{макс}}$. Максимальное значение энергии протона отдачи, равное энергии падающего нейтрона E_n , соответствует лобовому соударению ($\varphi=0$), т. е. наиболее быстрый протон вылетает вперед в направлении движения нейтрона. С увеличением угла φ энергия ядра отдачи убывает, достигая нулевого значения при $\varphi=90^\circ$. Получается, что каждому значению энергии нейтрона E_n соответствует определенное распределение протонов отдачи $N_p(E_p)$ в интервале энергий от 0 до E_n . Это распределение называют спектральной линией протонов отдачи и описывают соотношением

$$N_p(E_p) dE_p = \begin{cases} 0 & \text{при } E_p > E_n \\ dE_p/E_n & \text{при } E_p \leq E_n. \end{cases}$$

Графически это распределение имеет вид прямоугольного «столика», т. е. число протонов отдачи в энергетическом интервале ΔE_p не зависит от E_p . По границе распределения протонов отдачи можно судить об энергии нейтронов, давших это распределение.

Спектрометр со сцинтилляционным детектором. В ядерной физике широко применяется сцинтилляционный метод спектрометрии быстрых нейтронов. Детектором нейтронов служит органический сцинтиллятор. Спектры нейтронов определяют по спектрам протонов, образующихся при упругом рассеянии нейтронов на ядрах атомов сцинтиллятора. В качестве сцинтилляторов используют кристаллы стильбена $C_{14}H_{12}$, антрацена $C_{14}H_{10}$ и др.

Непосредственно измеряемой на опыте величиной является распределение протонов отдачи по амплитудам $N_p(V)dV$, из которого определяют распределение протонов отдачи по энергиям $N_p(E_p)dE_p$ и затем спектр нейтронов $\Phi(E_n)$, падающий на детектор.

Если на детектор падает поток нейтронов, имеющий некоторое энергетическое распределение $\Phi(E_n)$, то каждому значению энергии нейтронов соответствует свое распределение протонов отдачи. Протон отдачи с энергией E_p может появиться в результате рассеяния нейтронов любой энергии, начиная от E_p и выше. Спектр протонов отдачи при падении на детектор не-

моноэнергетических нейтронов описывается в этом случае соотношением

$$N_p(E_p) = \int_{E_p}^{\infty} \varepsilon(E_n) K(E_n, E_p) \Phi(E_n) dE_n, \quad (3.28)$$

где $\varepsilon(E_n)$ — эффективность, характеризующая вероятность нейтрону с энергией E_n провзаимодействовать в детекторе толщиной h : $\varepsilon(E_n) = 1 - \exp[-\Sigma_H(E_n)h]$; $\Sigma_H(E_n)$ — макроскопическое сечение рассеяния нейтронов на ядрах водорода; $K(E_n, E_p)$ — вероятность того, что нейтрон с энергией E_n создает протон отдачи с энергией в интервале от E_p до $E_p + dE_p$.

При измерениях с помощью анализатора получаются распределения протонов отдачи по амплитудам, поэтому в формулу (3.28) необходимо ввести световой выход V , характеризующий зависимость амплитуды импульса от энергии протонов. Поскольку амплитудное распределение соответствует распределению протонов по энергиям, то можно записать $N_p(E_p)dE_p = N_p(V)dV$. Тогда

$$N_p(V) dV/dE_p = \int_{E_p}^{\infty} \varepsilon(E_n) K(E_n, E_p) \Phi(E_n) dE_n.$$

Продифференцировав, получим

$$\Phi(E_n) = \frac{1}{K(E_n, E_p) \varepsilon(E_n)} \frac{d}{dE_n} [N_p(V) (dV/dE_p)]. \quad (3.29)$$

Видно, что для определения спектра нейтронов [функции $\Phi(E_n)$] необходимо знать следующие характеристики спектрометра: форму линии $K(E_n, E_p)$, производную световыхода по энергии dV/dE_p , эффективность сцинтиллятора к нейтронам и энергетическое разрешение спектрометра.

Результаты многих экспериментальных работ и расчетов показывают, что в определенном интервале размеров детекторов и энергий нейтронов $K(E_n, E_p)$ можно представить в прямоугольной форме, т. е. $K(E_n, E_p) = 1/E_n$. Реальная же форма линии далека от прямоугольной, так как размеры кристалла и форма спектра нейтронов вызывают искажение формы линии. Нелинейность световыхода также ухудшает форму линии, затрудняя расшифровку полученных данных. Рассмотрим факторы, влияющие на форму линии спектрометров.

Световой выход. Непосредственно регистрируется спектр амплитуд импульсов, появляющихся на выходе ФЭУ. Амплитуда импульса с ФЭУ пропорциональна интенсивности световой вспышки сцинтиллятора. Однако для органических сцинтилляторов наблюдается нелинейная зависимость амплитуды

импульса от энергии протона. Нелинейность световыхода $V(E_p)$ создает определенные трудности при интерпретации аппаратных распределений, главным образом вследствие подъема амплитудного распределения вблизи нуля. В результате нелинейности световыхода в аппаратном распределении протонов отдачи при многократном рассеянии нейтрона в сцинтиляторе возникает нерегулярность, которая сдвинута в область меньших энергий (рис. 3.23). Это объясняется тем, что интенсивность всплеск от двух или более протонов отдачи, появляющихся в результате многократного рассеяния нейтронов, меньше интенсивности всплески, возникающей при передаче протону полной энергии нейтрона в одном соударении.

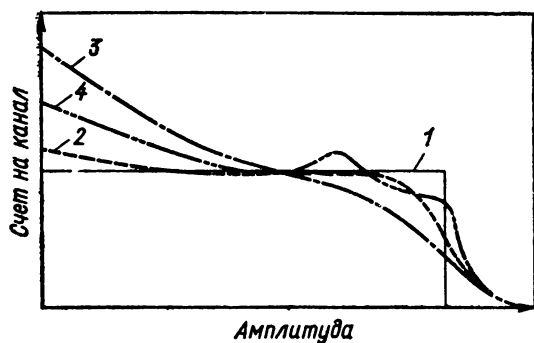


Рис. 3.23. Распределение импульсов протонов отдачи в кристалле стиблена: идеальная форма линии (1) и форма, искаженная разрешением и нелинейностью световыхода (2), краевым эффектом (3) и многократным рассеянием нейтронов в детекторе (4)

Для каждого спектрометра необходимо экспериментально определять световыход, так как он зависит не только от качества самого кристалла, но и от типа ФЭУ, линейности предусилителя и усилителя. Световыход определяют с помощью электростатических генераторов — источников моноэнергетических нейтронов, получаемых по реакциям $T(p, n)^3\text{He}$, $T(d, n)^4\text{He}$, $D(d, n)^3\text{He}$ и т. п. Используя зависимость энергии нейтронов в этих реакциях от угла вылета, получают набор моноэнергетических линий, а по ним определяют световыход.

Энергетическое разрешение. Энергетическое разрешение спектрометра $R = \Delta E_n / E_n$ определяется шириной ΔE_n на полувысоте амплитудного распределения, создаваемого моноэнергетическими протонами энергией E_p . В этом случае разрешение порядка 200% и одинаково для всего интервала энергии. Однако в таком виде оно не характеризует спектрометр.

Поскольку реальное распределение (см. рис. 3.23) не имеет прямоугольной формы, то за разрешение условились принимать ширину на полувысоте дифференциального распределения импульсов от протонов отдачи. Энергетическое разрешение однокристального нейтронного спектрометра достаточно удовлетворительно описывается выражением $R = C/\sqrt{E_n}$, где C — постоянная для данного спектрометра. Для различных спектрометров ее значение варьируется в пределах от 10 до 20 и зависит, в основном, от качества и размеров используемого сцинтиллятора, а также от параметров ФЭУ. Конечное значение разрешающей способности спектрометра обуславливает размытие верхней границы спектра (см. рис. 3.23).

Краевой эффект. Многократное рассеяние. Краевой (стеночный) эффект представляет собой результат того, что некоторые протоны отдачи покидают кристалл раньше, чем потеряют в нем всю свою энергию. Естественно, что утечка протонов из кристалла зависит от его размеров и существенно увеличивается с ростом энергии падающих нейтронов. Краевой эффект проявляется в том, что распределение протонов отдачи поднимается в области малых энергий и понижается в более высокоэнергетической области без изменения общего числа протонов в распределении. Его удобно рассматривать одновременно с эффектом многократного рассеяния, так как искажения распределений, вызываемые этими эффектами, имеют противоположный, отчасти компенсирующий друг друга характер. При многократном рассеянии распределение протонов отдачи поднимается в области больших энергий и понижается в области малых энергий (см. рис. 3.23).

Поскольку поправки на краевой эффект и многократное рассеяние расчетным путем могут быть учтены довольно приблизительно, желательно уменьшать эти эффекты, выбирая оптимальную толщину кристалла.

В органических сцинтилляторах, содержащих углерод, возможно рассеяние нейтронов на ядрах углерода. Возникающие при этом ядра отдачи образуют импульсы весьма малых амплитуд и вклад их в общее распределение следует учитывать, как правило, ниже энергий 300—400 кэв.

Если ни выбор размеров кристаллов, ни форма исследуемого спектра нейтронов не позволяют получить амплитудное распределение прямоугольной формы, то использование выражения (3.29) при обработке является некорректным. В таких случаях обработка измерений ведется матричным методом. Однако во многих экспериментальных работах показано, что амплитудные распределения протонов отдачи можно преобразовывать в энергетические спектры нейтронов методом дифференцирования, и погрешность, обусловленная отличием формы линии от идеальной прямоугольной формы, составляет всего

несколько процентов для кристаллов диаметром и высотой порядка 40 мм.

Градуировка нейтронного спектрометра. Функция световыхода $V(E_n)$ определяет связь между энергией падающих нейтронов и амплитудой импульсов, снимаемых с нагрузки ФЭУ. Значение $V(E_n)$ для различных энергий нейтронов выражают, как правило, в шкале энергий комптоновских электронов отдачи. Это оказывается очень удобным для калибровки энергетической шкалы спектрометра. Для органических сцинтилляторов световыход от электронов линейно связан с их энергией большей 10 кэв.

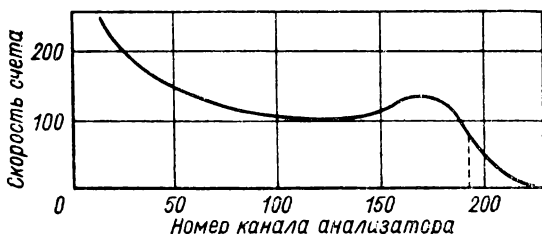


Рис. 3.24. Амплитудное распределение электронов отдачи, образующихся в кристалле стибьена

Энергетическую шкалу спектрометра удобно градуировать с помощью источников γ -квантов, одновременно проводя контроль линейности спектрометра.

Основной вид взаимодействия γ -квантов с кристаллом стибьена — комптоновское рассеяние на свободных электронах. Распределение электронов отдачи (форма линии) имеет сложный вид из-за многократного рассеяния, конечного разрешения, утечки электронов за пределы кристалла (рис. 3.24). Максимальной энергии этого распределения соответствует номер канала анализатора на высоте $\sim 0,6$ максимальной высоты распределения. Этот канал соответствует максимуму производной распределения импульсов от комптоновских электронов отдачи. Градуировка нейтронного спектрометра с помощью γ -источников является косвенным методом. Прямой метод градуировки предусматривает использование того же излучения, для регистрации которого предназначен спектрометр. Но прямая градуировка очень трудоемка и ее проводят с помощью γ -источников.

Для выражения энергетической шкалы в энергиях нейтронов определяют нормировочный коэффициент путем совмещения градуировки, проведенной прямым методом, с градуировкой, полученной из распределения комптоновских электронов отдачи от источников γ -квантов.

Обычно нормировочный коэффициент соответствует равенству $E_{\text{макс}}^{e}({}^{65}\text{Zn}) = 3,1 \text{ Мэв}$ (энергии нейтронов), т. е. амплитуда импульсов, создаваемых комптоновскими электронами нуклида ${}^{65}\text{Zn}$ ($E_{\gamma} = 1,12 \text{ Мэв}$), равна амплитуде, создаваемой нейтронами с энергией $3,1 \text{ Мэв}$.

Схема разделения. Спектры нейтронов приходится измерять в присутствии фона γ -квантов. Сечение взаимодействия γ -квантов с атомами и сечение упругого рассеяния нейтронов близки по порядку величин, поэтому сцинтилляционный спектрометр с органическим кристаллом регистрирует нейтроны

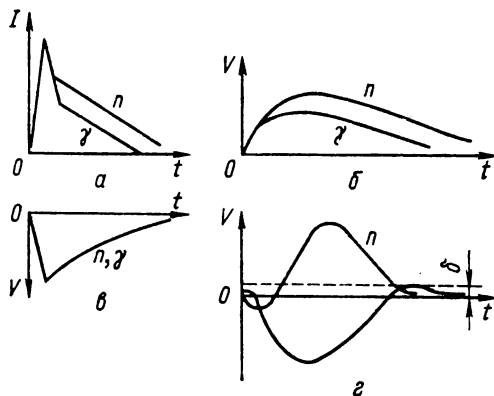


Рис. 3.25. Формирование импульсов схемой разделения

и γ -кванты примерно с одинаковой эффективностью. Используемые методы дискриминации основаны на различии соотношений быстрых и медленных компонент световой вспышки в сцинтилляторе при возбуждении протонами и электронами. Дискриминация осуществляется радиотехническими средствами или по насыщению, обусловленному пространственным зарядом на последних динодах ФЭУ.

Наиболее широкое распространение в спектрометрии нейтронов получил метод дискриминации, основанный на разделении импульсов от протонов и электронов по форме сигнала. В органических сцинтилляторах изменение интенсивности световой вспышки во времени определяется двумя компонентами: быстрой — длительностью $2\text{--}6 \text{ нсек}$ и медленной — длительностью $0,1\text{--}100 \text{ мксек}$ (рис. 3.25, а). Отношения интенсивностей быстрой и медленной компонент отличаются при возбуждении кристалла протонами и электронами. При одинаковой интенсивности быстрых компонент, интенсивность медленной компоненты от нейтронов раза в два больше интенсивности от γ -квантов. Такое соотношение имеет место в стильбене. В других органических сцинтилляторах это соотношение значительно

меньше, что вызывает трудности с дискриминацией γ -квантов. С хорошим приближением форма импульса тока с ФЭУ повторяет форму световой вспышки.

Рассмотрим схему разделения, с помощью которой можно выделить нейтронное излучение на фоне γ -квантов (рис. 3.26). С ФЭУ снимаются два импульса. Один из них пропорционален полному световому выходу сцинтиллятора. Он формируется цепью $R_d C_d \sim 5 \cdot 10^{-6}$ сек последнего динода, и амплитуда его определяется медленной компонентой (см. рис. 3.25, б). Дру-

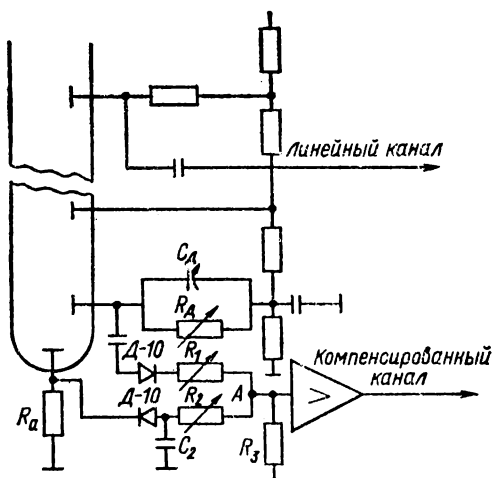


Рис. 3.26. Схема разделения

гой импульс (см. рис. 3.25, в) снимается с анода, имеющего малую постоянную времени ($R_a C_a \sim 5 \cdot 10^{-8}$ сек), и амплитуда его определяется быстрой компонентой. Анодный импульс проходит диод Д-10 и быстро заряжает емкость C_2 . Разряд емкости происходит через сопротивления R_2 и R_3 . Анодный и динодный импульсы формируются цепочками, состоящими из диодов Д-10, емкостей C_2 и C_d , потенциометров R_d , R_1 и R_2 так, что оба импульса принимают одинаковую форму, но имеют противоположную полярность. После формирования оба импульса складываются в точке А на сопротивлениях R_1 и R_2 .

При регистрации γ -квантов соответствующей регулировкой с помощью потенциометров R_d и R_1 и триммера C_d RC динодной цепи подбирают такой, чтобы амплитуда и длительность динодного и анодного импульсов были равны. Тогда при сложении этих импульсов в точке А должны получить нуль, т. е. схема сбалансирована к γ -квантам. При регистрации такой схемой нейтронов в точке А получим положительный результирующий импульс, поскольку время высвечивания световой

вспышки, вызванной нейтроном, равно $T_n \sim 2T_\gamma$ (при условии, что нормировка интенсивностей световых вспышек от γ -квантов и нейтронов производится по быстрой компоненте).

Однако в реальной схеме не удается полностью скомпенсировать γ -кванты (см. рис. 3.25, *г*). Причиной неполной компенсации является то, что крутизна переднего фронта отрицательного анодного импульса обусловлена быстрой компонентой высвечивания, тогда как длительность переднего фронта положительных диодных импульсов обусловлена почти полным высвечиванием световой вспышки в сцинтилляторе. При наладке схемы компенсации задача состоит в том, чтобы добиться минимально возможного положительного остатка импульсов от γ -квантов при максимально большом остатке нейтронных импульсов.

Степень разделения импульсов от нейтронов и фоновых γ -квантов зависит от чувствительности схемы разделения к различию характеристик импульсов от протонов и электронов. При нижней границе измеряемого спектра нейтронов 0,2—0,3 Мэв схема разделения пропускает около $4 \cdot 10^{-2}\%$ импульсов от γ -квантов. Такая степень разделения позволяет измерить спектр нейтронов при отношении потоков γ -квантов и нейтронов около 10^3 .

Для отсечки нескомпенсированных импульсов от γ -квантов используют дискриминаторы. Установив уровень дискриминации δ , в компенсированном канале получают импульсы, обусловленные только нейтронами. После формирования эти импульсы поступают на управление анализатором и открывают его для регистрации импульсов от нейтронов, поступающих на анализатор по линейному каналу, в который поступают импульсы от нейтронов или от γ -квантов с нагрузки одного из диодов (например, с девятого диода).

Структурная схема спектрометра с кристаллом стильбена показана на рис. 3.27. Допустимые загрузки спектрометра не очень велики, хотя линейный канал способен выдержать большую ($\sim 2 \cdot 10^4$ имп/сек) загрузку от импульсов нейтронов и γ -квантов без искажения формы спектра нейтронов. Предельная загрузка определяется способностью управляющего канала дискриминировать γ -кванты.

Динамический диапазон спектрометра со стильбеном довольно широк. Поскольку пробеги протонов отдачи в стильбене невелики, верхняя энергетическая граница измеряемых спектров нейтронов достигает 15—20 Мэв. Нижняя энергетическая граница определяется минимальной энергией нейтронов, которую можно выделить на фоне γ -квантов. Обычно нижняя граница спектра нейтронов лежит в пределах 0,2—0,3 Мэв.

Обработка результатов измерений сводится к переводу амплитудных распределений протонов отдачи в энергетические

спектры нейтронов решением уравнения (3.29). Основная трудность при обработке результатов измерений заключена в определении формы линии $K(E_n, E_p)$ с учетом многократности рассеяния нейтронов, нелинейности световыхода, наличия ядер углерода в сцинтилляторе и т. д. Решение уравнения (3.29) удобно проводить на ЭВМ.

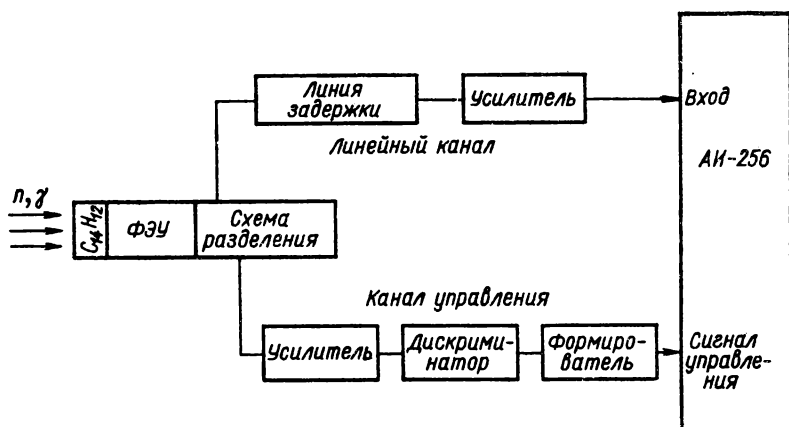


Рис. 3.27. Структурная схема спектрометра нейтронов с кристаллом стибьбена

Спектрометры нейтронов с пропорциональными счетчиками. Спектрометрия нейтронов по методу ядер отдачи осуществляется не только с помощью сцинтилляционных детекторов, но и пропорциональных счетчиков или импульсных камер, наполняемых водородом или водородсодержащими газами. Форма линии спектрометров с такими детекторами и методика обработки результатов измерений те же, что и для сцинтилляционных спектрометров.

Разрешающая способность водородного счетчика определяется статистическим разбросом чисел протонов отдачи и вторичных частиц, которые достигают анода и участвуют в формировании импульса. Преобладающее влияние на разрешение оказывают колебания диаметра нити, которые приводят к колебаниям газового усиления по длине счетчика, а отсюда — и к разбросу амплитуд импульсов; подбор напряжения питания на охранных кольцах, трубках поля и нити; чистота наполняющего газа. Для промышленных счетчиков, наполненных водородом при давлении 101 кн/м^2 , разрешение составляет порядка 2,1% при энергии нейтронов 0,765 Мэв.

Под краевым эффектом в водородном счетчике понимают резкое изменение газового усиления на концах нити счетчика, обусловленное искажением электрического поля. Краевой

эффект устраняется охранными кольцами и трубками поля. На каждом конце счетчика нить окружают цилиндрическим электродом, изолированным от нее, но находящимся под тем же потенциалом. В свою очередь охранные кольца окружают другими электродами, называемыми трубками поля, находящимися под потенциалом, равным потенциалу в точке межэлектродного пространства, отстоящей от нити на расстоянии, равном радиусу трубки поля. Введение этих конструкций практически устраняет искажение электрического поля, и газовое усиление в пределах длины открытой нити, определяющей чувствительную длину счетчика, постоянно. Помимо этого, охранные кольца и трубки поля снижают токи утечки, что в свою очередь снижает уровень шумов и позволяет улучшить разрешение спектрометра, снизить энергетический порог, обусловленный уровнем шумов. Однако в реальном счетчике полностью избежать краевого эффекта все же не удастся.

Под стеночным эффектом понимают неполное торможение в рабочем объеме детектора некоторых протонов отдачи, поскольку треки их ограничиваются стенками счетчика. Стеночный эффект можно уменьшить, добиваясь того, чтобы пробеги протонов отдачи были малы по сравнению с размерами счетчика. Для этого можно использовать счетчики больших размеров или повышать давление водорода до 505—1010 кн/м².

Искажения формы спектральной линии стеночным и краевым эффектами ограничивают верхнюю энергию спектра, определяемую длиной пробега протонов отдачи. Верхнюю энергетическую границу спектрометра можно расширить, используя для наполнения счетчика тяжелый водородсодержащий газ, например метан CH_4 или примеси тяжелых благородных газов (криптон или ксенон), для увеличения тормозной способности рабочего газа счетчика. Метан в водородные счетчики добавляется также для того, чтобы стабилизировать коэффициент газового усиления. Нижняя энергетическая граница определяется шумами предусилителя, фоновыми импульсами от γ -квантов и качеством изготовления и наполнения счетчика.

Наша промышленность выпускает счетчики, основные параметры которых приведены в табл. 3.4.

Комплектом счетчиков можно измерять спектры нейтронов на фоне γ -квантов от 1 до 1500 кэв: счетчиком с давлением 101 кн/м² — в области выше 30 кэв, с давлением 303 кн/м² — в области выше 90 кэв и 404 кн/м²; метановым счетчиком — выше 200 кэв без специальных систем разделения, используя лишь разницу в пробегах электронов и протонов. При измерении спектров нейтронов в области энергий ниже 300 кэв необходимо разделение импульсов от γ -квантов и нейтронов, основанное на различии длительностей передних фронтов электронного и протонного импульсов.

Таблица 3.4

Параметры счетчиков

Параметр	СНМ-47	СНМ-48	СНМ-49
Давление смеси газов, кн/м^2	101	303	404
Состав смеси газов	90% H_2 ; 9,8% CH_4 ; 0,2% ^3He	90% H_2 ; 9,8% CH_4 ; 0,2% ^3He	95% CH_4 ; 5% N_2
Энергетическое разрешение, %	2,1 на пике ^3He	3 на пике ^3He	6,4 на пике ^{14}N (n, p)
Энергетический интервал, кэв	1—250	10—300	200—1500

Одной из важнейших характеристик спектрометров является их линейность между амплитудой импульса и энергией $U_0 = K \cdot E_n$. Она определяется линейностью аппаратуры и детектора. Для водородного счетчика при энергиях протонов выше 30 кэв амплитуда импульса U_0 пропорциональна энергии E_n . Ниже 10 кэв нелинейность между этими величинами существенна и при обработке результатов измерений необходимо вводить поправки. Кроме того, необходимо, чтобы счетчик работал в режиме линейного газового усиления, т. е. чтобы не было насыщения ионизационного импульса.

Энергетическая шкала спектрометров с водородным счетчиком калибруется по пикам полной энергии продуктов реакций: $^3\text{He}(n, p)\text{T} + 0,765 \text{ Мэв}$ и $^{14}\text{N}(n, p)^{14}\text{C} + 0,627 \text{ Мэв}$. Для этого в счетчик, наполненный водородом, вводят небольшую долю гелия, а в метановый счетчик — азот. В этом случае имеется одна реперная точка, определяемая энергией реакции. Вторую точку находят с помощью генератора точной амплитуды, выходная амплитуда импульсов которого калибруется по пикам полных энергий указанных реакций на ^3He и ^{14}N . Калибровку проводят и на реакторных пучках, фильтрованных элементами с ярко выраженной резонансной структурой (Sc , Na , Fe) или по известной части потерянной энергии α -частиц от источника, расположенного в центре счетчика.

Светосила водородных счетчиков зависит от эффективности детектора, а следовательно, от его размеров, состава и давления наполнителя. Эффективность можно выразить соотношением $\epsilon = 1 - \exp(-\Sigma_n x)$, где Σ_n — макроскопическое сечение рассеяния нейтронов на ядрах водорода. Величина x — неопределенна, поскольку из-за краевого эффекта рабочий объем счетчика нельзя точно определить.

Структурная схема спектрометра с пропорциональным счетчиком или импульсной камерой, наполняемых водородом, аналогична схеме полупроводникового гамма-спектрометра. Для усиления импульсов используют низкошумящие зарядо-чувствительные предусилители с полевыми транзисторами на входе. Для снижения уровня помех и наводок большое внимание уделяется экранировке и монтажу деталей предусилителя. Импульсы с предусилителя подаются на спектрометрический неперегружающийся усилитель. Амплитудные распределения импульсов от протонов отдачи регистрируются многоканальным анализатором.

Счетчики делают цилиндрической или сферической формы. Первые представляют собой цилиндры из нержавеющей стали диаметром 30—35 мм и толщиной стенки $\sim 0,5$ мм. Собирающий электрод счетчика (нить) выполняется обычно из вольфрамовой проволоки диаметром $\sim 0,03$ мм; охранный электрод — трубка диаметром ~ 2 мм и трубки поля имеют диаметр ~ 5 мм. Охранные электроды и трубки поля ввариваются в стеклянные изоляторы.

Спектрометрами с водородным и метановым счетчиками и с кристаллом стильбена можно измерить спектры нейтронов от 1 кэв до 20 Мэв.

§ 3.5. ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРОНОВ С ВЕЩЕСТВОМ

Взаимодействие нейтронов с веществом является процессом сложным и разнообразным. Основной причиной этого разнообразия является тот факт, что с ядрами способны эффективно взаимодействовать нейтроны самых различных энергий. Поскольку нейтрон не имеет электрического заряда, то кулоновские силы не препятствуют его взаимодействию с ядрами и границу ядра может пересечь нейтрон,двигающийся даже с тепловой скоростью. В соответствии с огромной областью энергий, в которой нейтроны испытывают взаимодействие с веществом, наблюдается и большое разнообразие типов взаимодействия.

Мерой взаимодействия нейтронов с веществом является *эффективное нейтронное сечение* σ . Скорость взаимодействия (реакции) зависит от числа нейтронов, их энергии, а также от числа и типа ядер облучаемого вещества. Эффективное сечение ядра для какой-либо реакции и есть характеристика этого ядра, зависящая от энергии падающего нейтрона. Эффективные сечения измеряют в единицах площади, причем за единицу площади принят барн, $1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2$. В общем случае σ значительно отличается от геометрического сечения облучаемого ядра и является функцией энергии нейтрона. Тем не менее такое простое представление об эффективном сечении ядра очень полезно, так как дает возможность правильно вычислить

число реакций и делает наглядной концепцию поперечного сечения ядра.

Под воздействием нейтронов в веществе могут происходить различные реакции. Каждая из них описывается своим эффективным сечением. Сечение, характеризующее собой вероятность столкновения нейтрона с ядром безотносительно к тому, что произойдет после взаимодействия, называют *полным эффективным сечением* σ_{tot} . Оно определяет количество нейтронов, вышедших из проходящего через вещество потока нейтронов. Полные сечения подразделяются на парциальные сечения, каждое из которых пропорционально вероятности одного из возможных событий. Сечения сильно отличаются от нуклида к нуклиду. Введем понятия парциальных сечений и рассмотрим явления, сопровождающие тот или иной тип взаимодействия нейтронов с веществом.

Сечение рассеяния σ_s . Рассеяние — наиболее часто встречающееся взаимодействие нейтрона с ядрами. Оно может быть связано с двумя процессами: нейтрон рассеивается ядром, не проникая вглубь его, — этот процесс называют *потенциальным рассеянием*; нейтрон, проникнув в ядро, образует составное ядро с последующим испусканием нейтрона. Рассеяние может быть упругим и неупругим. Под *упругим* понимают потенциальное рассеяние и ту часть рассеяния с образованием составного ядра, когда конечное ядро остается невозбужденным. *Неупругое* рассеяние характеризуется тем, что нейтрон теряет часть своей энергии на возбуждение ядра, которое затем снимается испусканием γ -квантов.

Сечение радиационного захвата. Наряду с рассеянием возможны и такие процессы взаимодействия нейтронов с ядрами, в результате которых нейтроны не испускаются. Продуктами реакции в этом случае являются конечное ядро, заряженная частица или γ -квант. Такие процессы взаимодействия характеризуются соответствующими парциальными сечениями. Сечение радиационного захвата σ_c характеризует взаимодействие, при котором нейтрон поглощается ядром с последующим испусканием γ -кванта. Если сечение рассеяния характеризует процесс замедления нейтрона путем последовательных соударений с ядрами вещества, то сечение захвата — вывод нейтронов из пучка. В результате реакции (n, γ) происходит образование нового нуклида.

Сечение активации $\sigma_{\text{акт}}$ соответствует тем процессам взаимодействия, которые измеряются по радиоактивности образовавшегося ядра. Обычно радиоактивные ядра возникают в процессе радиационного захвата нейтронов, а также в реакциях (n, p) , (n, α) и т. п. Поэтому $\sigma_{\text{акт}}$ больше сечения радиационного захвата или какой-либо другой реакции.

Сечение деления σ_f характеризует процесс деления тяжелых ядер под действием нейтронов. Для различных ядер деление

может происходить под действием нейтронов разных энергий. Обычно деление сопровождается испусканием нейтронов и γ -квантов.

Все процессы, в которых захваченный ядром нейтрон не испускается, объединены одним понятием взаимодействия, характеризующимся *сечением поглощения* σ_a . Поэтому полное сечение взаимодействия можно представить как сумму $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_s + \sigma_a$.

Рассмотрим методы измерения сечений. Как правило, сечения измеряют в зависимости от энергии нейтронов. Наиболее проще и точнее может быть измерено полное сечение взаимодействия нейтронов с веществом σ_{tot} по ослаблению пучка нейтронов в образце (метод пропускания).

Если на пути коллимированного пучка моноэнергетических нейтронов с плотностью потока Φ_0 поместить образец в виде тонкого слоя вещества, то часть нейтронов рассеется или поглотится ядрами этого вещества. В результате из падающих Φ_0 нейтронов в пучке останется только $\Phi = \Phi_0 \exp(-N\sigma_{\text{tot}}x)$ нейтронов, где N — число ядер в 1 см^3 образца; x — его толщина. Пропускание есть отношение потока, прошедшего через образец, к падающему на него первичному потоку:

$$T = \Phi/\Phi_0 = \exp[-N\sigma_{\text{tot}}x]. \quad (3.30)$$

Экспоненциальный закон ослабления потока нейтронов строго выполняется при условии, что нейтроны в образце рассеиваются не более одного раза. Вследствие простоты зависимости (3.30) полное сечение легко определяется этим методом. Из выражения (3.30) получаем

$$\sigma_{\text{tot}} = \ln(1/T)/(Nx). \quad (3.31)$$

Отсюда видно, что для измерения полного сечения нет необходимости в абсолютной градуировке детектора. Отношение плотностей потоков нейтронов можно измерить с хорошей точностью. Все величины в правой части соотношения (3.31) легко и довольно точно определяются. Измерение толщины затруднено только в случае очень тонких образцов или наличия неоднородностей в толщине образца. Поскольку число отсчетов детектора пропорционально числу падающих на него нейтронов, то пропускание T можно находить непосредственно из отношений скоростей счета детектора с образцом m и без образца m_0 :

$$T = m/m_0.$$

Любое взаимодействие в образце, выводящее нейтроны из пучка в результате рассеяния или другой реакции, дает вклад в измеряемое таким методом полное сечение. Поэтому необходимо помнить, что в детектор конечных размеров могут попасть рассеянные на малые углы нейтроны. Пропускание изме-

ряют в условиях хорошей геометрии, когда каждый нейтрон, провзаимодействовавший с ядром, не может быть зарегистрирован. Элементы экспериментального устройства (детектор, источник и образец) должны быть расположены вдоль одной прямой. Если это условие не выполнено, то детектор будет «видеть» источник даже в положении с образцом. Это приведет к завышению пропускания, а следовательно, к занижению полного сечения. Необходима точная юстировка системы.

Так как образец должен полностью затенять детектор от источника, то накладываются условия на диаметр образца. Делать образец слишком большим нежелательно, поскольку выступающие за пределы пучка части образца увеличивают рассеяние нейтронов в детектор. Обычно диаметры образцов берут в пределах от 2 до 5 см. Образец можно помещать в любой точке между источником и детектором, но лучше располагать его посредине. В этом случае поправки на рассеяние минимальны. С этой же целью желательно располагать источник от детектора на достаточно большом расстоянии, однако при этом падает скорость счета. Необходимо искать компромиссное решение. Толщину образца выбирают, исходя из ожидаемого значения полного сечения. Желательно брать образцы не очень толстыми, чтобы нейтроны рассеивались в нем не более одного раза. Однако разница между Φ и Φ_0 может быть небольшой, что ухудшает статистическую точность измерений. На практике толщину образцов выбирают такой, чтобы пропускание составляло 0,5—0,7.

При точных измерениях пропускания необходимо внимательно рассмотреть вопросы, связанные с составом образца. Желательно использовать химически чистые элементы. Измерения пропускания газообразных веществ сильно затруднительны и выполняются обычно с газами при высоком давлении или в сжиженном состоянии.

Измерения скорости счета с образцом и без него разделены во времени, поэтому необходимо контролировать первичный поток нейтронов. Такой контроль можно проводить с помощью ионизационных камер или счетчиков, которые устанавливаются в определенном месте вне исследуемого пучка.

При измерениях полных сечений с помощью источников моноэнергетических нейтронов каждая пара измерений с образцом и без него позволяет получить σ_{tot} для одного значения энергии нейтронов E . Для получения зависимости σ_{tot} от E последовательно изменяют энергию нейтронов.

Перед вычислением сечения в полученные экспериментальные данные необходимо вводить поправки. В опытах по пропусканию нужно учитывать фон нейтронов, рассеянных от стен помещения, который измеряется при установлении на месте образца теневого конуса, исключающего попадание в детектор нейтронов первичного пучка. Существенной может быть

поправка на рассеяние нейтронов в детектор. Нейтроны, рассеянные на ядрах образца, не должны попасть в детектор, однако это может быть выполнено лишь при условии, если источник, детектор и образец имеют бесконечно малые размеры. При реальных их размерах всегда есть вероятность того, что нейтроны, рассеянные на малые углы или многократно рассеянные в образце, попадут в детектор.

Экспериментально доказано, что для большинства ядер полные сечения в тепловой области энергий нейтронов подчиняются закону $1/v$ ($1/\sqrt{E}$). Данную закономерность легко представить, предположив, что вероятность взаимодействия нейтронов с ядрами пропорциональна времени пролета нейтронов вблизи ядер.

Если измерения проводятся в пучке с широким энергетическим спектром $\Phi(E)$, то простая интерпретация опыта становится невозможной. В этом случае можно говорить о сечениях, усредненных по некоторому интервалу энергии. Наиболее широко используемыми в экспериментах спектрами являются спектры нейтронов реактора: спектр Максвелла тепловых нейтронов, спектр замедляющихся нейтронов с распределением $1/E$ и спектр нейтронов деления. Рассмотрим выражения для полных сечений при облучении образцов нейтронами, имеющими различные распределения по энергиям.

Большое число экспериментов выполнено на потоках тепловых нейтронов. Они получают замедлением быстрых нейтронов деления и находятся в тепловом равновесии с ядрами замедлителя. Тепловому равновесию соответствует максвелловское распределение нейтронов по энергиям:

$$\frac{\Phi(E)}{\Phi_{th}} dE = \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \frac{E}{kT} \frac{dE}{kT},$$

где $\Phi(E)$ — плотность потока нейтронов с энергией E , приходящаяся на единичный интервал энергии; Φ_{th} — полная плотность потока тепловых нейтронов в пучке; $\Phi(E)dE$ — плотность потока нейтронов в интервале энергий от E до $E+\Delta E$; k — постоянная Больцмана ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ дж/град); T — температура, °К. При $T=293^\circ\text{К}$ энергия нейтрона $kT=0,0253$ эв и представляет собой наиболее вероятную энергию в распределении.

Измерения сечений на тепловых нейтронах можно проводить как внутри реактора, так и на выходящих из него пучках, на которых можно устанавливать селекторы скоростей и измерять сечения при определенных энергиях нейтронов, а не использовать все максвелловское распределение. Для экспериментальных работ, проводимых внутри реактора, например при производстве радиоактивных нуклидов, необходимо знать сечения, соответствующие полному максвелловскому распределению. В этом случае пропускание как отношение скоростей сче-

тов с образцом и без образца определять нельзя. Дело в том, что в зависимости от толщины образца нейтроны различных энергий по-разному выводятся из пучка. Кроме того, эффективность детектора к нейтронам различных энергий неодинакова. Поэтому в зависимости от толщины используемого образца будут получаться и различные отношения скоростей счета, а следовательно, и различные значения средних сечений. Пропускание определяют из отношения распределений потока нейтронов, прошедшего образец к падавшему на него. В общем случае для пропускания образца при облучении его нейтронами с распределением $f(E)$ запишем:

$$T = \frac{\int_{\Delta E} f(E) \varepsilon(E) \exp[-N\sigma_{\text{tot}}(E)x] dE}{\int_{\Delta E} f(E) \varepsilon(E) dE}, \quad (3.32)$$

где ΔE — интервал энергии, занимаемый данным распределением нейтронов $f(E)$. В случае максвелловского распределения $f(E) = [\exp(-E/kT)](E/kT) dE$; $\varepsilon(E)$ — эффективность детектора, используемого для измерения пропускания.

Значение T (3.32) отличается от значений T , описываемых экспоненциальным законом

$$T = \exp(-N\bar{\sigma}_{\text{tot}}x). \quad (3.33)$$

Соотношения (3.32) и (3.33) совпадают только при малых толщинах образцов, так как при разложении в ряд экспоненциальной функции в выражении (3.32) и ограничении двумя членами разложения приходим к выражению (3.33). Из этого выражения и определяем $\bar{\sigma}_{\text{tot}}$. Опыты показали, что $\bar{\sigma}_{\text{tot}}$ равно сечению при наиболее вероятной энергии, когда пропускание равно примерно 0,5. В таблицах и атласах нейтронных сечений обычно приводят значения сечений, соответствующие энергии нейтронов 0,0253 эв, а не усредненные по всему максвелловскому распределению.

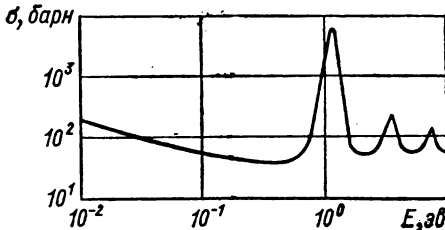


Рис. 3.28. Полное сечение как функция энергии нейтронов

За областью, где сечение ведет себя по закону $1/v$, следует резонансная область. Она характеризуется наличием в сечении резонансных пиков (рис. 3.28). Физический смысл резонансной структуры сечений состоит в том, что для определенных значений энергии нейтронов вероятность того, что нейтрон проваимодействует с ядром, исключительно велика, так как сумма кинетической энергии падающего нейтрона и его энергия

связи в ядре равна или очень близка к одному из квантовых состояний возникающего возбужденного составного ядра. Поэтому измерение полных сечений методом пропускания в резонансной области представляет интерес для определения резонансных параметров уровней ядер. По времени пролета методом пропускания можно получить полные сечения $\sigma_{\text{tot}}(E)$ при различных энергиях нейтронов с помощью соотношения (3.31).

Эксперименты по пропусканию в резонансной области проводятся и с использованием замедляющихся нейтронов с распределением

$$[\Phi(E)/\Phi_{\text{epi}}] dE = dE/E$$

(спектр эпитепловых или резонансных нейтронов). В этом случае пропускание, определенное по соотношению (3.32),

$$T = \frac{\int_{\Delta E} [\varepsilon(E)/E] \exp[-N\sigma_{\text{tot}}(E)x] dE}{\int_{\Delta E} [\varepsilon(E)/E] dE}.$$

Кривая пропускания имеет провалы, соответствующие резонансам в сечении. Однако истинный ход сечения из нее получить очень трудно, поскольку функция разрешения прибора изменяет форму кривой пропускания (уширяет ее, делает более плоской). Если энергетическое разрешение прибора много меньше, чем ширина резонанса, то сечение с хорошей точностью определяется по соотношению (3.31). Если же она составляет значительную часть от ширины резонанса, то сечение, вычисленное по формуле (3.31), дает искаженную форму резонанса. Поэтому для получения истинной формы кривую пропускания необходимо исправить с учетом разрешения. Эффект влияния разрешения можно исключить, если обрабатывать результаты методом площадей. Достоинством этого метода является то, что, хотя разрешение и изменяет форму кривой пропускания, площадь под ней не изменяется, поскольку она пропорциональна полному числу поглощенных и рассеянных нейтронов, которое в свою очередь не зависит от разрешающей способности прибора.

Для определения сечений в области больших энергий используют нейтроны спектра деления, которые имеют непрерывное распределение в диапазоне энергий от 0 до 15 Мэв. Форма спектра хорошо описывается эмпирической формулой

$$N(E) = \exp(-E) \text{sh} \sqrt{E},$$

где E — энергия нейтронов, Мэв; $N(E)$ — число нейтронов с энергией E .

Почти все типы сечений можно измерить с использованием источника нейтронов деления. Естественно, что в этом случае полные сечения являются усредненными по широкому интервалу энергий нейтронов. Полные сечения, определенные на спектре деления, находят большое практическое применение ввиду широкого использования ядерных реакторов в качестве интенсивных источников нейтронов и как средства для внутри-реакторных исследований.

Перейдем к методам определения парциальных сечений.

Определение сечения рассеяния σ_s . Сечение σ_s можно измерить, убрав детектор с прямого пучка и поместив его таким

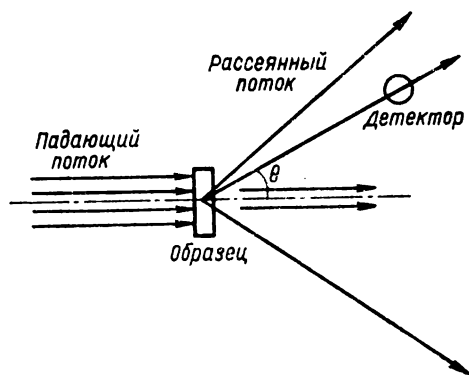


Рис. 3.29. Геометрия опыта по определению сечения рассеяния

образом, чтобы он регистрировал только рассеянные под определенным углом нейтроны (рис. 3.29). Таким образом определяется дифференциальное сечение, т. е. сечение, описывающее взаимодействие, в результате которого нейтроны, рассеянные под заданным углом θ , попадают в единичный телесный угол:

$$d\sigma_s/d\omega = \Phi/(\Phi_0 \Delta\omega N x),$$

где $d\sigma_s/d\omega$ — дифференциальное сечение рассеяния в лабораторной системе координат; Φ_0 и Φ — плотности падающего и рассеянного потоков нейтронов; N — число ядер в 1 см^3 образца; x — его толщина. Естественно, что сечение рассеяния не может быть просто определено из соотношения скоростей счета с образцом и без образца, поскольку состав спектра и интенсивности прямого и рассеянного пучков нейтронов различны. Поэтому для определения абсолютного значения σ_s необходимо знать эффективность детектора. В направлении детектора рас-

сеивается малая доля нейтронов пучка, а в сам детектор попадает часть этой доли, равная $\Delta\omega/4\pi$, если рассеяние изотропно. Сечение σ_s определяется интегрированием дифференциального сечения по всему телесному углу 4π .

При измерении дифференциального сечения рассеяния толщина образца x должна быть достаточно тонкой, чтобы многократным рассеянием нейтронов в образце можно было пренебречь.

Определение сечения поглощения σ_a . Если требуется измерить сечение поглощения, характеризующее все процессы, выводящие нейтроны из пучка, кроме рассеяния, то опыт должен быть осуществлен таким образом, чтобы рассеяние не влияло на его результат. В настоящее время наиболее употребительным методом, дающим непосредственно сечение поглощения, является метод измерений в сферической геометрии. При этом достигается полная компенсация рассеяния. Действительно, если изотропный источник окружить сферическим слоем вещества, способного только рассеивать нейтроны, но не поглощать их, то это не изменит числа выходящих во внешнее пространство нейтронов. Рассеяние из пучка, направленного на детектор, компенсируется рассеянием в детектор из других точек сферы. В силу сферической симметрии всего устройства число нейтронов, проходящих через каждый квадратный сантиметр сферической поверхности, также не изменяется. Любая реальная оболочка способна не только рассеивать нейтроны, но и поглощать их. В этом случае скорость счета детектора уменьшится, но эффект этот будет связан только с поглощением нейтронов, поэтому по изменению скорости счета детектора можно определить сечение поглощения нейтронов веществом сферического образца. Для определения пропускания сферы T проводят измерения со сферой и без нее. Тогда

$$T = \exp(-N \sigma_a x),$$

где x — толщина сферического слоя. Это выражение справедливо при условии, что образец тонкий, источник и детектор имеют малые размеры и расстояние между ними намного больше диаметра сферы. Иными словами, необходимы условия хорошей геометрии. Реально же ни одно из этих условий полностью не выполняется, и необходимо введение поправок.

Выбор изотропных источников моноэнергетических нейтронов весьма ограничен, а мишень ускорителя невозможно поместить внутрь сферы. Поэтому в некоторых случаях оказывается возможным поменять источник и детектор местами, окружая сферическим образцом детектор. Такая геометрия опыта называется обратной. Опыты в прямой и обратной геометриях эквивалентны. На рис. 3.30 видно, что для каждого возможного пути нейтрона в прямой геометрии существует эквивалентный путь в обратной геометрии.

На практике не удается обеспечить условия хорошей геометрии. Чем меньше толщина образца, тем пропускание ближе к единице и его становится труднее измерить с необходимой точностью. Если же образец сделать толстым, то за счет многократных столкновений нейтронов с ядрами их путь в образце $\bar{l} > x$. В этом случае измеряемое пропускание

$$T = \exp(-N\sigma_a\bar{l}).$$

Величина \bar{l} определяется не только геометрическими размерами образца, но также угловой зависимостью и сечением упругого рассеяния. Расчет этой величины является трудной задачей и она вычисляется приближенно.

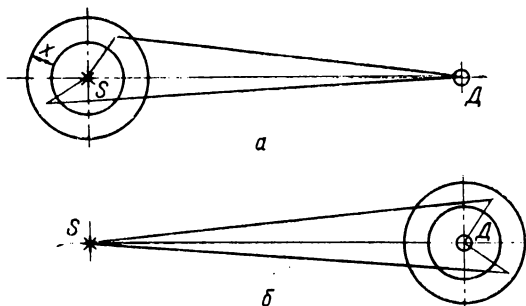


Рис. 3.30. Геометрия опыта по определению сечения поглощения:

a — прямая; b — обратная; S — источник; D — детектор

При определении сечения методом пропускания в сферической геометрии в измеренное значение пропускания следует вводить поправки, учитывающие отклонение условий проведения эксперимента от идеальных. Часто, особенно в обратной геометрии, в сферическом образце необходимо иметь отверстия, щели, что нарушает сферичность образца. Для уменьшения этого эффекта надо стараться делать так, чтобы все отверстия в образце лежали как можно дальше от прямой, соединяющей центры источника и детектора.

Одной из существенных поправок является учет анизотропии чувствительности детектора (или анизотропии вылета нейтронов из источника в прямой геометрии). Данный эффект может привести к частичному или полному отсутствию компенсации упругого рассеяния в сферическом образце. Если, например, анизотропия чувствительности внешнего детектора столь велика, что он регистрирует только нейтроны, летящие вдоль оси, проходящей через центры источника и детектора, и совсем не регистрирует нейтроны по другим направлениям, то в результате опыта будет фактически измерено не значение

σ_a , а полное сечение σ_{tot} . Поправка на этот эффект вводится путем проведения соответствующих расчетов.

Наименее определенной величиной, ограничивающей точность проводимых измерений, является эффект блокировки сечений. Однако без учета этого обстоятельства точность измерений сечения поглощения методом пропускания в сферической геометрии достаточно высока, как и при измерениях полных сечений в хорошей геометрии.

Определение сечения активации $\sigma_{акт}$. Для медленных нейтронов, обладающих малой кинетической энергией, наиболее вероятной, порой даже единственной, является реакция захвата нейтронов. В этом случае $\sigma_{n, \gamma} = \sigma_{акт}$.

Если образующиеся при реакции $A(n, \gamma)B$ ядра B радиоактивны, то сечение данной реакции можно определить измерением наведенной активности образца. Поскольку число нуклидов, при захвате которыми нейтронов образуются радиоактивные нуклиды с подходящими периодами полураспада и вторичным типом излучения, довольно велико, определение сечения захвата методом активации широко распространен. Особенностью метода активации является то, что он дает сечения захвата отдельных нуклидов даже в случаях, когда в качестве образца используется элемент с естественным составом нуклидов. В большинстве случаев изотопы элемента заметно отличаются и по периодам полураспада, и по энергиям вторичных излучений. Поэтому, измерив, например, спектр γ -квантов от такого активируемого элемента, можно определить активность каждого из изотопов в отдельности. Сечение активации находят через активность насыщения $A_{нас}$:

$$\sigma_{акт} = m/(eN\Phi),$$

где $m = eA_{нас}$ — скорость счета, *имп/сек*; N — число ядер в 1 см^3 образца; e — эффективность регистрирующей установки.

ГЛАВА 4

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

§ 4.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Физической величиной называют свойство, общее в качественном отношении многим физическим объектам (физическим системам, их состояниям и происходящим в них процессам), но в количественном отношении индивидуальное для каждого объекта. При этом индивидуальность в количественном отношении следует понимать в том смысле, что свойство может быть для одного объекта в определенное число раз больше или меньше, чем для другого. Оценка физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц определяет *значение физической величины*. Отвлеченное число, входящее в значение физической величины, называют *числовым значением*. За *единицу физической величины* принимают физическую величину, которой по определению присвоено числовое значение, равное 1. Причем этот термин применяется также для обозначения единицы, входящей множителем в значение физической величины. Значение физической величины находят путем измерений. Любая физическая величина обладает *истинным значением* (для статистических по своей природе величин это будет *истинное среднее значение*). *Истинным значением физической величины* называют значение ее, идеальным образом отражающее в качественном и количественном отношениях соответствующие свойства объекта.

Под *измерением* понимают нахождение значения физической величины экспериментальным путем с помощью специальных технических средств. Измерения могут быть как *прямыми*, когда искомую величину находят непосредственно из опытных данных, так и *косвенными*, когда искомую величину определяют на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям. Значение величины, найденное измерением, называют *результатом измерения*.

Несовершенство измерительных приборов и органов чувств человека, а часто и природа самой измеряемой величины приводят к тому, что при любых измерениях результаты получа-

ются с определенной точностью, т. е. эксперимент дает не истинное значение измеряемой величины, а лишь ее приближенное значение. Под *действительным значением* физической величины понимают ее значение, найденное экспериментально и настолько приближающееся к истинному значению, что для данной цели может быть использовано вместо него.

Точность измерения определяется близостью его результата к истинному значению измеряемой величины. Точность прибора определяется степенью приближения его показаний к истинному значению искомой величины, а точность метода — физическим явлением, на котором он основан. *Погрешность измерительного прибора* равна цене наименьшего деления шкалы, до которой можно производить отсчет, не сомневаясь в правильности получаемого результата (обычно 0,5 деления). Погрешность уменьшается с увеличением точности прибора. Не имеет смысла стараться перейти предел точности прибора при измерениях. Может оказаться, что различные измеряемые величины определяются с различной точностью. В таких случаях нецелесообразно вести измерения с точностью много большей, чем наименее точно определяемая величина. Для повышения точности результатов эксперимента измерения необходимо проводить несколько раз в одинаковых условиях.

Оценка точности измерений есть часть любого эксперимента. Эту оценку можно сделать, найдя погрешность измерений. *Погрешности* измерений характеризуются отклонением результатов измерений от истинного значения измеряемой величины.

§ 4.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ С ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЧИСЛАМИ

В результате измерений, а также при проведении многих математических операций получаются приближенные значения искомых физических величин. Поэтому рассмотрим ряд простых правил вычислений с приближенными значениями. Эти правила позволят уменьшить объем вычислительной работы и исключить дополнительные погрешности. Приближенные значения имеют такие величины, как π , логарифмы и т. п., различные физические постоянные, результаты измерений.

Как известно, любое число записывают с помощью цифр: 1, 2, ..., 9, 0; при этом значащими цифрами считают 1, 2, ..., 9. Ноль может быть как значащей цифрой, если он стоит в середине или в конце числа, так и незначащей, если он стоит в десятичной дроби с левой стороны и указывает лишь разряд остальных цифр. Чтобы разделить целую и дробную части, в числе ставят запятую. В целой части числа разряды отсчитываются влево от запятой (единицы, десятки и т. д.), а в дробной — вправо от запятой (десятые, сотые и т. д.).

При записи приближенного числа следует учитывать, что цифры, составляющие его, могут быть верными, сомнительными и неверными. Цифра *верна*, если абсолютная погрешность числа меньше одной единицы разряда этой цифры (слева от нее все цифры будут верными). *Сомнительной* называют цифру, стоящую справа от верной цифры, а цифры справа от сомнительной *неверные*. Их необходимо отбросить не только в результате, но и в исходных данных. Округлять число при этом не нужно. Погрешности чисел, полученных из измерений, определяются на основе излагаемой ниже методики. Для физических постоянных и вычисляемых величин, значения которых могут быть взяты с какой угодно точностью, погрешности определяют из сравнения с более точными значениями. Когда погрешность числа не указана, то следует считать, что абсолютная погрешность его равна половине единицы разряда последней цифры. Разряд старшей цифры погрешности показывает разряд сомнительной цифры в числе. Так, число $452,6 \pm 3,1$ следует записывать $452 \pm 3,1$, а цифру 6 необходимо отбросить как неверную.

В качестве значащих цифр могут быть только верные и сомнительные цифры, но если погрешность числа не указана, то все цифры значащие.

Результаты физических экспериментов записывают только значащими цифрами. Запятую ставят сразу после отличной от нуля цифры, а число умножают на десять в соответствующей степени. Нули, стоящие в начале или конце числа, как правило, не записывают. Например, числа 0,00435 и 234 000 записываются так: $4,35 \cdot 10^{-3}$ и $2,34 \cdot 10^5$. Подобная запись упрощает вычисления, особенно в случае формул, удобных для логарифмирования.

При необходимости приближенные числа можно брать с различной точностью, т. е. оставлять в них разное число десятичных знаков. Всегда полезно производить необходимые округления, чтобы не было ложного впечатления о большей, чем это есть на самом деле, точности результата. При округлении отбрасывают все цифры, стоящие справа от разряда, до которого производится округление; последнюю остающуюся цифру увеличивают на единицу, если старшая отбрасываемая цифра равна или больше 5, или не изменяют, если старшая отбрасываемая цифра меньше 5. Если же отбрасывают только одну цифру 5 (или после нее стоят нули), то последнюю оставляемую цифру увеличивают на единицу, когда она нечетная, и оставляют неизменной, когда она четная. Погрешность округления, представляющая собой разность между округленным и первоначальным числами, не бывает больше половины единицы разряда последней оставляемой цифры. При округлении погрешностей последняя оставляемая цифра всегда увеличивается на единицу, если только отбрасываемая цифра не нуль. Однако в ряде случаев, когда завышение погрешности очень большое,

можно сохранить лишнюю цифру (например, нецелесообразно округление $\pm 3,1$ до ± 4).

Имеет смысл округлять только конечный результат. Чтобы не допустить дополнительной погрешности при округлении, необходимо отбрасывать только неверные цифры. Погрешность конечного результата находят по выражениям, рассматриваемым ниже, а для результатов промежуточных вычислений пользуются правилами вычислений с приближенными числами.

Операции сложения и вычитания приближенных чисел понимают как алгебраическое сложение (т. е. некоторые из слагаемых могут быть отрицательными числами). Слагаемые записывают как без множителя 10^k , так и с этим множителем. В последнем случае показатель степени должен быть одинаковым для всех слагаемых. Разряд сомнительной цифры суммы совпадает со старшим разрядом сомнительных цифр слагаемых, поэтому для упрощения вычислений сумма округляется до этого разряда. (Для большей уверенности в недопущении дополнительной погрешности необходимо оставить в слагаемых один лишний разряд.) Например, сложить числа $3,141 \cdot 10^4$; $2,60 \cdot 10^2$, $-1,26 \cdot 10^3$, последние цифры в которых сомнительные. $(314,1 + 2,6 - 12,6) \cdot 10^2 = 3,041 \cdot 10^4$. Здесь единица — сомнительная цифра.

Умножение или деление удобно производить, когда число записано с множителем 10^k . Состав цифр результата этих операций не зависит от положения запятой в исходных данных, поэтому для упрощения вычислений запятую ставят после первой цифры. С множителями 10^k действия проводят отдельно. Такая запись исходных данных позволяет в уме определить положение запятой и количество значащих цифр в результате математической операции. Результат умножения (деления) содержит столько же значащих цифр, сколько в том исходном числе, которое содержит наименьшее количество их. Следовательно, исходные данные целесообразно округлить до этого же количества значащих цифр. Здесь, так же как и при сложении, можно оставить по одной дополнительной цифре, чтобы избежать дополнительной погрешности.

Примеры.

1. Умножить числа 4311 и 0,056, последние цифры в которых сомнительные:

$$4,311 \cdot 10^3 \cdot 5,6 \cdot 10^{-2} = 2,4 \cdot 10^2.$$

Так как при умножении неверной цифры на верную получается неверная, а при умножении сомнительной на верную — сомнительная, то в данном случае цифра 4 в результате умножения уже сомнительная, и целесообразно провести округление до этой цифры.

2. Разделить 45 на 0,237. Последние цифры этих чисел сомнительные:

$$\frac{4,5 \cdot 10^1}{2,37 \cdot 10^{-1}} = 1,9 \cdot 10^2.$$

В этом случае старшей сомнительной цифрой результата деления является первая цифра справа от запятой, и правильной будет запись $1,9 \cdot 10^2$.

Возведение в степень является умножением одинаковых сомножителей, количество которых равно показателю степени. В результирующем числе количество значащих цифр такое же, что и в основании степени. Например, $(1,7 \cdot 10^3)^2 = 2,9 \cdot 10^6$. С увеличением показателя степени надежность последней цифры результата уменьшается. Когда из приближенного числа извлекают корень, то эту операцию следует проводить до тех пор, пока не сравняется количество значащих цифр в результате и в подкоренном выражении.

3. Извлечь квадратный корень из числа 5,35, в котором последняя цифра сомнительная.

$$\sqrt{5,35} = 2,31$$

4	1 35
43	1 29
3	6??
461	1461

Так как далее в остатке получаются только неверные цифры, то извлечение корня прекращаем.

При логарифмировании приближенного числа мантисса логарифма должна содержать то же количество значащих цифр, что и само число. Потенцирование, т. е. нахождение числа по его логарифму, подчиняется тем же правилам.

Для уменьшения погрешности округления при извлечении корня, логарифмировании и потенцировании необходимо в исходных данных, если это возможно, оставлять на одну запасную цифру больше, чем это требуется правилами округления. Следует также отметить, что если в экспериментальных данных последняя цифра всегда сомнительная, то в числах, взятых из таблиц, содержатся только верные цифры, и погрешности их не превышают половины единицы разряда последней цифры. Отсюда следует, что при вычислениях с использованием тех и других данных можно не сохранять сомнительную цифру.

§ 4.3. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Погрешности измерений вызываются разными причинами и их принято подразделять на систематические, случайные и ошибки.

Систематической называют составляющую погрешности измерения, которая остается постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины. Систематические погрешности появляются вследствие неисправности приборов, неточности метода измерения, какого-либо упу-

щения экспериментатора, использования для вычислений неточных данных. В качестве примеров систематических погрешностей можно привести: взвешивание на весах при помощи неточных гирь, измерение силы тока неправильно отградуированным амперметром и т. п. При измерениях необходимо сделать все возможное, чтобы исключить систематические погрешности, так как они могут быть так велики, что сильно исказят результаты измерений. Часто такие погрешности характеризуются постоянством знака, т. е. либо только увеличивают, либо только уменьшают результаты отсчетов. Обнаружить систематические погрешности, а также устранить их во многих случаях нелегко. Требуется кропотливый и тщательный анализ метода измерений, строгая проверка всех измерительных приборов и безусловное выполнение выработанных практикой правил экспериментальных работ.

Если систематические погрешности вызваны известными причинами, то их можно точно определить, например погрешность, вызванную температурным расширением измеряемого объекта и измерительного прибора. Подобные погрешности устраняют введением поправок. Однако, если поправка много меньше погрешности, вносимой самим измерительным прибором, то вводить ее не имеет смысла, например в случае, когда шкала прибора такова, что длину тела можно измерить с погрешностью 0,1 мм, а температурная поправка равна 0,01 мм. Рекомендуется пренебрегать поправкой, если она не превышает 0,005 средней квадратической погрешности.

Причина систематической погрешности может быть известна, но неизвестно ее значение, например погрешность измерительного прибора; погрешности этого типа исключить невозможно. Однако почти всегда известны их наибольшие значения, определяемые классом точности прибора. Так, если класс точности прибора 0,5, то измеряемая величина, равная n делений шкалы, определяется с точностью $n \pm 0,5\%$, и пытаться измерить ее с большей точностью — бессмысленно. Для точных приборов цена деления согласована с классом точности, поэтому не следует стараться на глаз оценить доли наименьшего деления шкалы.

Систематические погрешности возникают также при проведении сложных измерений. О них экспериментатор может не знать, хотя они бывают очень большими. Поэтому в этих случаях нужно тщательно проанализировать методику измерений. Такие погрешности можно обнаружить, в частности, проведя измерения искомой величины другим методом. Совпадение результатов измерений обоими методами служит определенной гарантией отсутствия систематических погрешностей. Примером погрешности этого типа является погрешность измерения плотности материала путем определения объема и массы, если неизвестно, что внутри материала есть пустоты.

Наконец, существуют систематические погрешности, обусловленные свойствами объектов измерений, например такая погрешность появится, если измерить один раз диаметр не совсем круглого цилиндра. Часто такая погрешность может быть переведена в случайную. Это иногда позволяет улучшить точность результата. Однако нужно быть осторожным в выборе метода измерений, чтобы исключить подобные систематические погрешности.

Чтобы систематическую погрешность перевести в случайную, необходимо организовать измерения так, что постоянный фактор, влияющий на результат измерений, в каждом из них действовал по-разному. Этот способ называют *рандомизацией*. Так, диаметр не совсем круглого цилиндра нужно измерить в нескольких местах и взять среднее значение. Если есть подозрение, что измерительный прибор вносит систематическую погрешность, то измерение следует провести несколькими приборами. Сравнение этих измерений позволит перевести систематическую погрешность в случайную.

Случайной называют составляющую погрешности измерения, которая изменяется случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности называются как объективными, так и субъективными причинами, например: освещением приборов, их расположением, изменением температуры в процессе измерений, изменением напряжения в электрической сети, состоянием чувств экспериментатора, психологической настроенностью на измерения, реакцией на наблюдаемое и т. п. Такие погрешности имеют неизвестные экспериментатору значения, которые отличаются в отдельных измерениях, т. е. их значение неодинаково даже для измерений, сделанных в совершенно одинаковых условиях. Поскольку причины, приводящие к случайным погрешностям, не одинаковы в каждом эксперименте и не могут быть учтены, исключить такие погрешности нельзя, можно лишь оценить их значение. Случайные погрешности определяются по законам теории ошибок, основанной на теории вероятностей.

Когда случайная погрешность больше погрешности, определяемой точностью прибора, необходимо многократно повторять одно и то же измерение для уменьшения ее значения. Это позволяет сделать случайную погрешность сравнимой с погрешностью, вносимой прибором. Если же она меньше погрешности прибора, то уменьшать ее не имеет смысла.

Погрешность измерения, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях, называют *ошибкой*. Ошибки вызываются невнимательностью экспериментатора, неправильно сделавшего отсчет или неверно записавшего его и т. п. Поэтому экспериментатор должен аккуратно и внимательно проводить измерения и записывать их результаты, так как нередко повторение измерений в одинаковых условиях не выявляет ошибку.

Для выявления ошибки необходимо провести измерения в других условиях или повторить измерения через некоторое время. Ошибка должна быть обязательно исключена из результатов измерений по описанной ниже методике.

Дадим определения еще трех погрешностей, которые ниже будут рассматриваться подробнее. *Абсолютной погрешностью измерения* считают погрешность, выраженную в единицах измеряемой величины. *Относительная погрешность измерения* — отношение абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины. Составляющую погрешности измерения, которая зависит от погрешностей применяемых средств измерения, называют *инструментальной погрешностью измерения*.

§ 4.4. ПОГРЕШНОСТИ ПРЯМЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Прямые измерения — это такие измерения, когда значение изучаемой величины находят непосредственно из опытных данных, например измерение промежутка времени с помощью секундомера. Для нахождения случайной погрешности замер необходимо провести несколько раз. Результаты таких измерений, сделанных тщательно, имеют близкие значения погрешностей и называются *равноточными*.

Пусть в результате k измерений величины x , проведенных с одинаковой точностью, получен ряд значений: x_1, x_2, \dots, x_k . Как показано в теории ошибок, наиболее близким к истинному значению x_0 измеряемой величины x является среднее арифметическое значение

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i. \quad (4.1)$$

Следует иметь в виду, что среднее арифметическое значение рассматривают только как наиболее вероятное значение измеряемой величины. Среднее арифметическое значение часто (для краткости) называют просто средним значением.

Обсудим теперь способы характеристики погрешностей измерений. Результаты отдельных измерений в общем случае отличаются от истинного значения. Абсолютные погрешности i -го измерения

$$\Delta x'_i = x_0 - x_i$$

могут принимать как положительные, так и отрицательные значения с равной вероятностью. Суммируя погрешности, получаем

$$\sum_{i=1}^k \Delta x'_i = kx_0 - \sum_{i=1}^k x_i.$$

Откуда

$$x_0 = \bar{x} + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \Delta x_i' \quad (4.2)$$

В этом выражении второе слагаемое в правой части при большом k равно нулю, так как всякой положительной погрешности можно поставить в соответствие равную ей отрицательную погрешность, тогда $x_0 = \bar{x}$. При ограниченном числе измерений будет лишь приближенное равенство: $x_0 \approx \bar{x}$. Таким образом, \bar{x} можно назвать действительным значением.

Во всех практических случаях значение x_0 неизвестно и нельзя определить абсолютную погрешность $\Delta x_i'$. Есть лишь определенная вероятность того, что x_0 находится в каком-то интервале вблизи \bar{x} и требуется определить этот интервал, соответствующий некоторой вероятности. В качестве оценки абсолютной погрешности отдельного измерения используют

$$\Delta x_i = \bar{x} - x_i.$$

Она определяет точность данного измерения.

В связи с тем что оценку погрешности ряда измерений (среднего значения) нельзя характеризовать простой суммой отклонений $\sum_i^k (\bar{x} - x_i)$, так как она равна нулю, то берут либо абсолютные значения разностей $(\bar{x} - x_i)$, либо их квадраты. В соответствии с этим такие оценки называют средней арифметической погрешностью или средней квадратической погрешностью.

Средняя арифметическая погрешность

$$\eta = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |\Delta x_i| = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |\bar{x} - x_i|.$$

Она определяет пределы, в которых лежит более половины измерений. Следовательно, значение x_0 с достаточно большой вероятностью попадает в интервал от $\bar{x} - \eta$ до $\bar{x} + \eta$. Результаты измерений величины x записывают тогда в виде:

$$x_0 = \bar{x} \pm \eta.$$

Величина x измерена тем точнее, чем меньше интервал, в котором находится истинное значение x_0 .

Абсолютная погрешность результатов измерений Δx сама по себе еще не определяет точности измерений. Пусть, например, точность некоторого амперметра составляет $\pm 0,1$ а. Были проведены измерения силы тока в двух электрических цепях. При этом получили следующие значения: $32,0 \pm 0,1$ а и $0,2 \pm 0,1$ а. Из этого примера видно, что, хотя абсолютная погрешность измерений одинакова, точность измерений различна.

В первом случае измерения достаточно точны, а во втором — позволяют судить лишь о порядке величины. Следовательно, при оценке качества измерения необходимо сравнивать погрешность с измеренным значением, что дает более наглядное представление о точности измерений. Для этого вводится понятие *относительной погрешности*

$$\delta_x = \Delta x / \bar{x}. \quad (4.3)$$

Относительную погрешность выражают обычно в процентах.

Поскольку в большинстве случаев физические величины имеют размерность, то и абсолютные погрешности размерны, а относительные погрешности безразмерны. Поэтому с помощью последних можно производить сравнение точности измерений разнородных физических величин. Наконец, эксперимент должен быть поставлен таким образом, чтобы относительная погрешность оставалась постоянной во всем диапазоне измерений.

Пример. При измерении длины стержня l было сделано четыре отсчета. При этом измеренные значения длины получились следующими, см: 78,5; 78,2; 78,9; 78,0. Найти \bar{l} и η .

По формуле (4.1) определим среднее арифметическое значение

$$\bar{l} = \frac{78,5 + 78,2 + 78,9 + 78,0}{4} = 78,4 \text{ см.}$$

Погрешности отдельных измерений равны:

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= 78,4 - 78,5 = -0,1 \text{ см}, & \Delta l_2 &= 78,4 - 78,2 = 0,2 \text{ см}, \\ \Delta l_3 &= 78,4 - 78,9 = -0,5 \text{ см}, & \Delta l_4 &= 78,4 - 78,0 = 0,4 \text{ см}. \end{aligned}$$

Используя выражение (4.3), найдем среднюю арифметическую погрешность

$$\eta = \frac{0,1 + 0,2 + 0,5 + 0,4}{4} = 0,3 \text{ см.}$$

Таким образом,

$$l_0 = 78,4 \pm 0,3 \text{ см.}$$

При этом относительная погрешность

$$\delta = \frac{0,3}{78,4} 100\% = 0,385\% \approx 0,4\%.$$

Следует отметить, что при правильных и тщательно выполненных измерениях средняя арифметическая погрешность их результата близка к погрешности прибора.

Если измерения искомой величины x проведены много раз, то частоты появления того или иного значения x_i можно представить в виде графика, имеющего вид ступенчатой кривой, гистограммы (рис. 4.1), где y — число отсчетов; $\Delta x_i = x_i - x_{i+1}$ (i изменяется от $-k$ до $+k$). С увеличением числа измерений и уменьшением интервала Δx_i гистограмма в пределе переходит в непрерывную кривую, характеризующую плотность

распределения вероятности величине x_i оказаться в интервале Δx_i .

Под *распределением случайной величины* понимают совокупность всех возможных значений случайной величины и соответствующих им вероятностей. *Законом распределения случайной величины* называют всякое соответствие случайной величины возможным значениям их вероятностей. Наиболее общей формой закона распределения является функция распределения $P(x)$. Тогда функция $p(x) = P'(x)$ — *плотность распределения вероятности* или дифференциальная функция распределения.

Можно ввести функцию плотности распределения $p(x)$, которая характеризуется тем, что произведение $p(x)dx$ есть вероятность оказаться отдельному, случайно выбранному значению измеряемой величины в интервале $(x, x+dx)$. В общем случае эта вероятность может определяться различными законами распределений.

Однако часто вероятность появления величины x_i в интервале $(x, x+dx)$ описывают нормальным законом распределения — законом Гаусса (рис. 4.2):

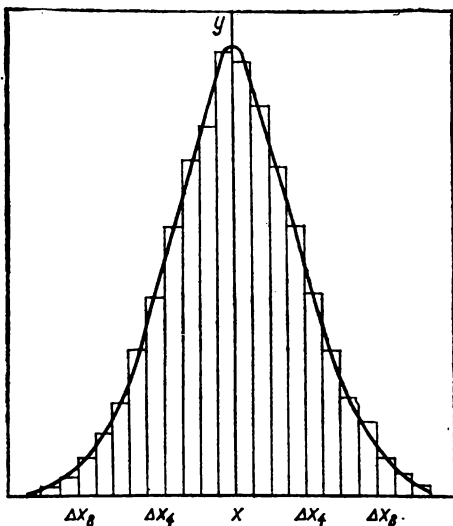


Рис. 4.1. Гистограмма результатов измерений

$$p(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(\bar{x} - x_i)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (4.4)$$

где σ^2 — дисперсия генеральной совокупности. *Генеральной совокупностью* называют все множество возможных значений измерений x_i или возможных значений погрешностей Δx_i .

Широкое использование закона Гаусса в теории ошибок объясняется следующими причинами:

- 1) равные по абсолютному значению погрешности встречаются одинаково часто при большом числе измерений;
- 2) малые по абсолютному значению погрешности встречаются чаще, чем большие, т. е. вероятность появления погрешности тем меньше, чем больше ее абсолютное значение;
- 3) погрешности измерений принимают непрерывный ряд значений.

Однако эти условия не выполняются никогда достаточно строго. Тем не менее эксперименты подтвердили, что в области, где погрешности не очень велики, нормальный закон распределения хорошо согласуется с опытными данными. С помощью нормального закона можно найти вероятность появления погрешности того или иного значения.

Распределение Гаусса характеризуется двумя параметрами: средним значением случайной величины \bar{x} и дисперсией σ^2 .

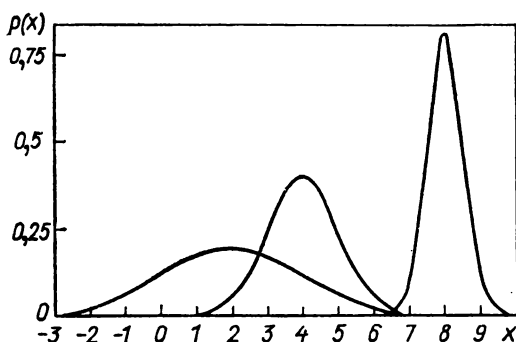


Рис. 4.2. Нормальное распределение для разных x и σ

Среднее значение определяется абсциссой ($x=\bar{x}$) оси симметрии кривой распределения, а дисперсия показывает, как быстро уменьшается вероятность появления погрешности с увеличением ее абсолютного значения. Кривая $p(x)$ имеет максимум при $x=\bar{x}$ $p(x)=1/\sqrt{2\pi\sigma^2}$. Следовательно, среднее значение является наиболее вероятным значением величины x . Оно вычисляется по формуле (4.1). Дисперсия определяется полушириной кривой распределения $p(x_i)$, т. е. отрезками, соединяющими точки перегиба этой кривой слева и справа от оси симметрии, так что выше этих отрезков кривая обращена выпуклой стороной вверх, а ниже их выпуклость левой и правой ветвей кривой распределения обращена вниз. По теории вероятностей следует, что $\sigma^2=(x-\bar{x})^2=\bar{x}^2-\bar{x}^2$, т. е. σ^2 является средним квадратом отклонения результатов отдельных измерений от их среднего арифметического значения по всему распределению. Если при измерении физической величины получают только постоянные значения $x=\bar{x}$, то $\sigma^2=0$. Но если значения случайной величины x принимают значения, не равные \bar{x} , то дисперсия ее отличается от нуля и положительна. Дисперсия, таким образом, служит мерой флуктуации значений случайной величины.

Мера рассеяния результатов отдельных измерений x_i от среднего значения \bar{x} должна выражаться в тех же единицах, что и значения измеряемой величины. В связи с этим в качест-

ве показателя флуктуации результатов измерений гораздо чаще используют величину

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2},$$

называемую *средней квадратической погрешностью*. Она является важнейшей характеристикой результатов измерений и остается постоянной при неизменности условий эксперимента. Значение этой величины определяет форму кривой распределения $p(x_i)$. Так как при изменении σ площадь под кривой, оставаясь постоянной, меняет свою форму, то с уменьшением σ кривая распределения вытягивается вверх вблизи максимума при $x=\bar{x}$, сжимаясь в горизонтальном направлении. С увеличением σ значение $p(x_i)_{\text{макс}}$ уменьшается, и кривая распределения растягивается вдоль оси x (см. рис. 4.2).

Так как наиболее вероятное значение измеряемой величины x соответствует максимуму вероятности $p(\Delta x)$ для минимального значения показателя степени при экспоненте, то это означает, что максимум будет наблюдаться, если сумма квадратов погрешностей минимальна. Поэтому при достаточно большом числе измерений ($k \rightarrow \infty$) $\sum_{i=1}^k (\Delta x_i)^2 \rightarrow 0$ и $x_0 = \bar{x}$.

Для нормального закона распределения средняя квадратическая погрешность отдельного измерения

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_0 - x_i)^2}{k-1}}, \quad (4.5)$$

а средняя квадратическая погрешность среднего значения

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_0 - x_i)^2}{k(k-1)}}. \quad (4.6)$$

Средняя квадратическая погрешность более точно характеризует погрешности измерений, чем средняя арифметическая погрешность, так как она получена достаточно строго из закона распределения случайных величин погрешностей. Кроме того, непосредственная связь ее с дисперсией, вычисление которой облегчается рядом теорем, делает среднюю квадратическую погрешность очень удобным параметром.

Большое значение в теории вероятностей имеют функции

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-t^2/2)$$

и

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t \exp(-t'^2/2) dt', \quad (4.7)$$

где $t = (\bar{x} - x)/\sigma$; $\Phi(t)$ — интеграл вероятности (или функции Лапласа), а также нормальная функция распределения. С помощью функций $f(t)$ и $\Phi(t)$ вычисляется вероятность того, что значение измеренной величины, распределенной по закону Гаусса, попадет в интервал $(\bar{x} - t\sigma, \bar{x} + t\sigma)$. Значения этих функций приведены в табл. П.1 приложения.

Наряду с размерной погрешностью σ используют и безразмерную относительную погрешность $\delta_\sigma = \sigma/\bar{x}$, которая, как и δ_x , выражается либо в долях единицы, либо в процентах.

Окончательный результат измерений записывают в виде:

$$x_0 = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}, \quad \delta_0 = \sigma_{\bar{x}}/\bar{x}. \quad (4.8)$$

Для характеристики результатов измерений иногда применяют вероятную погрешность ρ , представляющую собой вероятность, равную 1/2, того, что погрешность не превзойдет по абсолютному значению $\rho = 0,6745 \sigma$. На практике невозможно провести слишком много замеров, поэтому нельзя построить нормальное распределение, чтобы точно определить истинное значение x_0 . В этом случае хорошим приближением к истинному значению можно считать \bar{x} , а достаточно точной оценкой ошибки измерений — выборочную дисперсию S_k^2 , вытекающую из нормального закона распределения, но относящуюся к конечному числу измерений. Такое название величины S_k^2 объясняется тем, что из всего множества возможных значений x_i , т. е. генеральной совокупности, выбирают (измеряют) лишь конечное число значений величины x_i (равное k), называемых *выборкой*, которая характеризуется уже выборочным средним значением и выборочной дисперсией.

Корень квадратный из выборочной дисперсии определяет среднюю квадратическую погрешность отдельного измерения

$$S_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{x} - x_i)^2}{k-1}}, \quad (4.9)$$

а средняя квадратическая погрешность ряда измерений

$$S_{\bar{x}} = S_k / \sqrt{k}. \quad (4.10)$$

Из выражения (4.10) видно, что, увеличивая число измерений, можно сделать сколь угодно малой среднюю квадратическую погрешность $S_{\bar{x}}$. Но число k входит в знаменатель в сте-

пени $1/2$ и при $k > 10$ заметное изменение величины $S_{\bar{x}}$ достигается лишь при весьма значительном числе измерений, поэтому дальнейшее увеличение числа измерений нецелесообразно. К тому же, невозможно добиться полного исключения систематических погрешностей, и при $S_{\bar{x}}$ меньшей систематической погрешности, дальнейшее увеличение числа измерений просто не имеет смысла.

Итак, задача нахождения приближенного значения физической величины и его погрешности решена. Теперь необходимо определить надежность найденного действительного значения. Под надежностью измерений понимают вероятность попадания истинного значения в данный доверительный интервал. Интервал $(\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon)$, в котором находится с заданной вероятностью истинное значение x_0 , называют *доверительным интервалом*.

Допустим, что вероятность отличия результата измерений x от истинного значения x_0 на величину, большую чем ε , равна α , т. е.

$$p(\bar{x} - \varepsilon < x_0 < \bar{x} + \varepsilon) = \alpha.$$

В теории ошибок обычно под ε понимают величину $tS_{\bar{x}}$. Поэтому

$$p(\bar{x} - tS_{\bar{x}} < x_0 < \bar{x} + tS_{\bar{x}}) = \Phi(t), \quad (4.11)$$

где $\Phi(t)$ — интеграл вероятности.

Таким образом, чтобы характеризовать истинное значение, требуется знать как погрешность, так и надежность. Если доверительный интервал увеличивается, то возрастает надежность того, что истинное значение x_0 попадает в данный интервал. Высокая степень надежности необходима при ответственных измерениях. Это означает, что в таком случае нужно выбирать большой доверительный интервал или вести измерения с большой точностью (т. е. уменьшить величину $S_{\bar{x}}$), что можно сделать, например многократным повторением измерений. В подавляющем большинстве экспериментальных задач доверительная вероятность составляет 0,90—0,95 и большая надежность не требуется.

Пример 1. Определим, какому доверительному интервалу соответствует та или иная надежность. Пусть $t=1$, тогда из формулы (4.11) находим (по табл. П.1 приложения), что $\alpha=0,683$, т. е. более 68% измерений находится в интервале $(x - S_{\bar{x}}, x + S_{\bar{x}})$. При $t=2$ $\alpha=0,955$, $t=3$ $\alpha=0,997$. Последнее означает, что в интервале $(x - 3S_{\bar{x}}, x + 3S_{\bar{x}})$ находятся почти все измеренные значения. Из данного примера видно, что интервал $\pm S_{\bar{x}}$ действительно содержит большинство измеренных значений (случайных величин) изучаемого объекта, т. е. параметр α может служить хорошей характеристикой точности измерений.

До сих пор предполагалось, что число измерений хотя и конечно, но достаточно велико. В действительности же число

измерений почти всегда бывает небольшим. Более того, как в технике, так и в научных исследованиях нередко используют результаты двух-трех измерений. В этой ситуации величины S_k^2 и S_x^2 в лучшем случае могут определить лишь порядок величины дисперсии. Существует корректный метод для определения вероятности нахождения искомого значения в заданном доверительном интервале, основанный на использовании распределения Стьюдента. Обозначим через $\pm \Delta x$ интервал, на

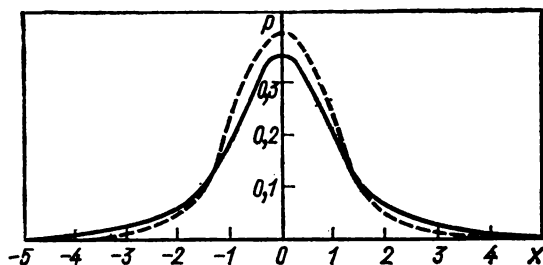


Рис. 4.3. Кривые плотностей вероятностей распределений Стьюдента при $k=3$ (—) и Гаусса при $x=0$ и $\sigma=1$ (---)

который может отклоняться среднее арифметическое значение \bar{x} от истинного значения x_0 , т. е. $\Delta x = x_0 - \bar{x}$. Иными словами, мы хотим определить значение

$$\Delta x = t_{\alpha} S_k / \sqrt{k}.$$

Тогда

$$t_{\alpha} = \Delta x \sqrt{k} / S_k, \quad (4.12)$$

где S_k определяется формулой (4.9). Эта величина подчиняется распределению Стьюдента. Распределение Стьюдента характерно тем, что не зависит от параметров x_0 и σ нормальной генеральной совокупности и позволяет при небольшом числе измерений ($k < 20$) оценить погрешность $\Delta x = \bar{x} - x_i$ по заданной доверительной вероятности α или по заданному значению Δx найти надежность измерений. Это распределение зависит только от переменной t_{α} и числа степеней свободы $l = k - 1$, где k — число измерений. Распределение Стьюдента справедливо при $k \geq 2$ и симметрично относительно $t_{\alpha} = 0$. С ростом числа измерений t_{α} -распределение стремится к нормальному распределению (фактически при $k > 20$).

На рис. 4.3 изображено распределение Стьюдента для $k=3$ и нормальное распределение для $\bar{x}=0$ и $\sigma=1$. Как видно из этого рисунка, данному доверительному интервалу будет соответствовать меньшая надежность (вероятность больших отклонений выше, чем при нормальном распределении). Более

широкий доверительный интервал для оценки среднего значения при использовании распределения Стьюдента свидетельствует о его преимуществе, так как учитывается, что никакой доверительной информации о σ^2 , кроме той, которую дает выборка, нет.

Доверительную вероятность α при заданной погрешности результата измерений получают из выражения

$$p(\bar{x} - t_\alpha S_k / \sqrt{k} < x_0 < \bar{x} + t_\alpha S_k / \sqrt{k}) = \alpha. \quad (4.13)$$

При этом величина t_α аналогична коэффициенту t в формуле (4.11). Величину t_α называют *коэффициентом Стьюдента*, его значения приведены в табл. П.2 приложения. Используя соотношения (4.13) и табл. П.2, можно решить и обратную задачу: по заданной надежности α определить допустимую погрешность результата измерений.

Распределение Стьюдента позволяет также установить, что с вероятностью, как угодно близкой к достоверности, при достаточно большом k среднее арифметическое значение \bar{x} будет как угодно мало отличаться от истинного значения x_0 .

Пример 2. Допустим, что проведено шесть измерений некоторой величины. При этом оказалось, что $\bar{x}=16,4$ и $S_k=0,31$. Найдем: 1) доверительный интервал для $\alpha=0,90$ и 2) доверительную вероятность того, что среднее арифметическое значение отличается от истинного не более чем на 0,2.

1) Из табл. П.2 находим, что для $\alpha=0,90$ и $k=6$ $t_\alpha=2,0$. Тогда $\Delta x=2,0 \cdot 0,31/6=0,25$.

2) Определим значение $t_\alpha=0,2 \cdot \sqrt{6}/0,31=1,58$. Из табл. П.2 получаем для $\alpha=0,80$ и $k=6$ $t_\alpha=1,5$, а при $\alpha=0,90$ и $k=6$ $t_\alpha=2,0$. Следовательно, доверительная вероятность в данном случае лежит в интервале между 0,80 и 0,90. Для получения более точного значения α необходимо вычислить пропорциональную часть тем же методом, что и при использовании таблицы логарифмов.

Ввиду того что для малого числа измерений возникают случайные погрешности при определении S_k^2 , то целесообразно найти доверительную вероятность того, что S_k^2 отличается от σ^2 не более чем на некоторую заданную величину, т. е. найти разброс отдельных измерений относительно среднего значения. Если число измерений мало, то доверительный интервал для σ^2 может быть вычислен при помощи χ^2 -распределения (распределения Пирсона) достаточно строго. Величина χ^2 определяется следующим выражением:

$$\chi^2 = (k-1) S_k^2 / \sigma^2, \quad (4.14)$$

связывающим дисперсию σ^2 и величину χ^2 . χ^2 -Распределение несимметрично. Несимметричность увеличивается с уменьшением числа измерений. С увеличением числа измерений χ^2 -распределение переходит в нормальное с дисперсией $\sigma_{S_k} = \sigma/\sqrt{2(k-1)}$. Часто, чтобы определить доверительный интервал для диспер-

сии, вместо χ^2 используют величину $\gamma^2 = (k-1)/\chi^2$. В этом случае находят значения $\gamma_{p_1}^2$ и $\gamma_{p_2}^2$, так чтобы выполнялись следующие условия:

$$\begin{aligned} p(\gamma_{p_1}^2 S_k^2 \leq \sigma^2) &= \alpha_1 = (1 - \alpha)/2 \text{ и } p(\gamma_{p_2}^2 S_k^2 \geq \sigma^2) = \\ &= \alpha_2 = (1 + \alpha)/2. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Тогда соотношение

$$\gamma_{p_1}^2 S_k^2 \leq \sigma^2 \leq \gamma_{p_2}^2 S_k^2$$

выполняется с доверительной вероятностью α . Точно так же оценивают и дисперсию среднего арифметического значения

$$\gamma_{p_1}^2 S_x^2 \leq \sigma_x^2 \leq \gamma_{p_2}^2 S_x^2 \quad (4.16)$$

или

$$\gamma_{p_1} S_x \leq \sigma_x \leq \gamma_{p_2} S_x.$$

При этом следует помнить, что поскольку χ^2 -распределение несимметрично, то равные погрешности разного знака не равновероятны; при $\alpha_1 = \alpha_2$ $\gamma_{p_1} \neq \gamma_{p_2}$. В табл. П.3 приложения даны значения $\gamma_{p_1}^2$ и $\gamma_{p_2}^2$ для различных α .

Пример 3. Пусть $S_k = 1,5$ найдена из семи измерений. Определим при $\alpha = 0,90$ доверительный интервал для σ^2 . Из табл. П.3 находим $\gamma_{p_1}^2 = 0,476$ и $\gamma_{p_2}^2 = 3,67$. Тогда $0,476 \cdot 2,25 \leq \sigma^2 \leq 3,67 \cdot 2,25$ или $1,07 \leq \sigma \leq 2,89$. После округления получим $1,1 \leq \sigma \leq 2,9$. Из этого примера видна несимметричность χ^2 -распределения.

Отметим также следующее. Поскольку погрешность приближенного равенства $x_0 \approx \bar{x}$ оценивается в долях стандарта S_k , как это видно из (4.12), то отношение t_α/\sqrt{k} есть не что иное, как относительная погрешность равенства $S_{\bar{x}} = S_k/\sqrt{k}$ с надежностью α . Поэтому из выражения

$$\delta_\alpha = t_\alpha/\sqrt{k}. \quad (4.17)$$

можно найти число измерений, необходимое для получения заданной относительной погрешности δ_α при доверительной вероятности α (табл. 4.1).

При изложении метода получения случайной погрешности предполагалось, что закон ее распределения известен. Однако часто при решении практических задач не обязательно знание закона распределения, достаточно лишь изучить некоторые числовые характеристики случайной величины, например среднее значение и дисперсию. При этом вычисление дисперсии позволяет оценить доверительную вероятность даже в случае, когда закон распределения погрешности неизвестен или отличается от гауссовского. Надо только помнить, что при этом вероятность больших погрешностей выше.

Таблица 4.1
Необходимое число измерений

$\alpha \backslash \delta\alpha$	0,50	0,90	0,99	0,999
1,0	2	5	11	17
0,5	3	13	31	50
0,1	47	272	670	1090
0,05	182	1090	2660	4340
0,01	4540	27100	66360	109000

Наконец, представляет интерес вопрос о том, как определить точность измерения, если сделан всего один замер. Для физических величин точность измерения в этом случае (если оно проведено тщательно) характеризуется точностью измерительного прибора.

Пример 4. Пусть проведено 20 измерений некоторой величины x . Результаты приведены в табл. 4.2. Найти \bar{x} , σ_x , σ_x .

Таблица 4.2

i	x_i	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$	i	x_i	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$
1	78,5	0,5	0,25	11	77,3	-0,7	0,49
2	77,4	-0,6	0,36	12	78,3	0,3	0,09
3	79,0	1,0	1,00	13	77,9	-0,1	0,01
4	78,1	0,1	0,01	14	78,8	0,8	0,64
5	78,0	0,0	0,00	15	77,8	-0,2	0,04
6	77,6	-0,4	0,16	16	78,6	0,6	0,36
7	78,7	0,7	0,49	17	77,5	-0,5	0,25
8	78,2	0,2	0,04	18	78,9	0,9	0,81
9	77,7	-0,3	0,09	19	77,2	-0,8	0,64
10	78,4	0,4	0,16	20	78,7	0,7	0,49

Величины \bar{x} , σ_k удобнее находить по формулам:

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_i - a) + a,$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - a)^2 - k(\bar{x} - a)^2}{k - 1}},$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - a)^2 - k(\bar{x} - a)^2}{k(k - 1)}}.$$

При этом число a выбирается возможно ближе к среднему значению. Так, из табл. 4.2 видно, что можно выбрать $a=78,0$. Величины $(x-a)$ и $(x-a)^2$ также приведены в табл. 4.2. Используя данные этой таблицы, получаем: $\bar{x}=78,13$, $\sigma_k=0,56$ и $\sigma_x=0,13$, т. е. $x_0=78,13 \pm 0,13$. Надежность результатов измерений определим для $t=1$. Из табл. П.1 приложения находим $\alpha=0,683$.

Поскольку в этом примере число измерений не бесконечно, то необходимо проверить, достаточно ли точно определены доверительный интервал и доверительная вероятность. Используем для этого критерии Стьюдента и Пирсона. Из табл. П.2 для $k=20$ и $\alpha=0,95$ получаем $t_\alpha=2,09$. Тогда $S_x=2,09 \cdot 0,13=0,27$, поэтому $x_0=78,13 \pm 0,27$. Найдем теперь доверительный интервал для дисперсии σ_x^2 . Для тех же, что и выше, значений α и k получим: $\nu_{P_1}^2=0,578$ и $\nu_{P_2}^2=2,13$. Отсюда $0,578 \cdot 0,16 < \sigma_x^2 < 2,13 \cdot 0,16$ или $0,09 \leq \sigma_x^2 < 0,34$. Следовательно, $0,30 < \sigma_x < 0,59$.

§ 4.5. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН, РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПО ЗАКОНУ ПУАССОНА

При измерениях в ядерной физике необходимо учитывать, что часто флуктуации величин вызваны статистическим характером фундаментальных законов природы и эти флуктуации невозможно сделать как угодно малыми. Так, при регистрации числа частиц, испускаемых источником за определенное время, флуктуирует измеряемая величина, а измерительный прибор нередко можно считать идеальным, поскольку погрешности прибора много меньше флуктуаций. Необходимо также учесть, что измеряемая величина дискретна, например число актов радиоактивного распада. Поэтому распределение случайной величины подчиняется, в основном, закону Пуассона или в ряде случаев — биномиальному закону. Кроме того, в ядерно-физических исследованиях статистика используется не только при обработке результатов измерений, но и для изучения природы наблюдаемых явлений (например, установления природы радиоактивного распада).

Таким образом, измерение ядерно-физических величин в принципе не дает возможности определить истинное значение x_0 , так как его не существует, а есть лишь действительное значение (истинное среднее значение) \bar{x}_0 , которое получается при бесконечно большом числе измерений. Но в реальном случае провести бесконечно много измерений невозможно, поэтому получаемое среднее значение \bar{x} отличается от действительного значения \bar{x}_0 . Точность измерения действительного значения называют статистической точностью, а разность $\bar{x}_0 - \bar{x}$ является случайной погрешностью, характеризующейся дисперсией.

Однако в ядерно-физических измерениях можно использовать и непрерывные распределения, например при большом числе зарегистрированных событий, когда закон Пуассона переходит в нормальный закон. С другой стороны, измерительные

приборы (счетчики частиц, ФЭУ и др.) чувствительны к влиянию внешних и внутренних случайных воздействий, т. е. не являются идеальными. Действительное значение находят как наиболее вероятное. Проводят достаточно большое количество измерений, строят график распределения случайной величины, находят его максимум, определяющий истинное среднее значение, и вводят σ^2 , характеризующее отклонение от истинного среднего значения.

Укажем некоторые задачи, для которых используется закон Пуассона.

1. Распределение отсчетов счетчика, облучаемого потоком статистически независимых частиц с постоянной или переменной интенсивностью.

2. Распределение отсчетов счетчика, облучаемого частицами от двух (или более) независимых источников, если отсчеты, вызванные от любого отдельного источника, подчиняются распределению Пуассона.

3. Распределение отсчетов двух или более счетчиков, облучаемых частицами от одного источника, при условии, что одна частица вызывает срабатывание только одного счетчика.

4. Распределение числа распадов за время t (или число отсчетов счетчика, регистрирующего радиоактивный распад), если $\lambda t \ll 1$, а число радиоактивных ядер N_0 велико. В этом случае число распадов в момент времени t_2 практически не зависит от числа распадов за время t_1 , так как за время t_1 и t_2 распадается лишь ничтожная часть радиоактивных ядер.

5. Распределение полного числа распадов (для долгоживущего источника, когда $\lambda t \ll 1$) в радиоактивной цепочке, состоящей, например, из двух параллельных компонентов, измеряемое счетчиком, регистрирующим частицы обеих ветвей распада.

6. Распределение числа поглотившихся (или прошедших) частиц. Исключение составляет поглощение γ -квантов с энергией больше $2m_0c^2$ (при образовании пар электрон — позитрон полное число частиц не подчиняется распределению Пуассона). Здесь надо иметь в виду, что если из событий, распределенных по закону Пуассона, производится выборка, то выбранные события подчиняются распределению Пуассона только в случае статистической выборки, а в рассматриваемом случае нарушается условие применимости закона Пуассона.

7. Распределение отсчетов детектора, регистрирующего тепловые нейтроны, образовавшиеся в результате замедления быстрых нейтронов, испускаемых источником. При этом закон замедления может быть любым, т. е. смещение событий во времени не нарушает условий применимости распределения Пуассона.

Предположим, что детектор облучается потоком независимо следующих друг за другом частиц. Пусть n — интенсивность падающих на детектор частиц. Тогда при постоянном n веро-

ятность M отсчетов в детекторе за время определяется при помощи закона Пуассона (рис. 4.4).

$$p(M) = \frac{(nt)^M}{M!} \exp(-nt). \quad (4.18)$$

Если n меняется за время измерений (например, при периоде полураспада, сравнимом со временем измерения), то

$$\bar{N}_0 = \int_0^t n(t') dt'$$

определяет действительное (часто его называют истинным средним) значение числа частиц, падающих на детектор за время t .

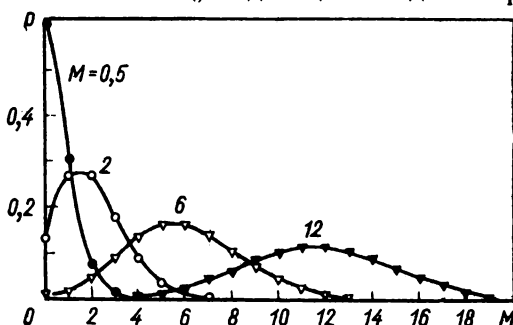


Рис. 4.4. Распределение Пуассона для разных \bar{M}

Тогда выражение (4.18) можно записать в виде:

$$p(M) = \frac{\bar{N}_0^M}{M!} \exp(-\bar{N}_0).$$

Среднее число отсчетов в этом случае

$$\bar{M} = \sum_{M=0}^{\infty} M p(M).$$

Поэтому равенство (4.18) можно записать в виде

$$p(M) = \frac{\bar{M}^M}{M!} \exp(-\bar{M}). \quad (4.19)$$

Для случайной величины, распределенной по закону Пуассона, дисперсия

$$\sigma^2(M) = \bar{M}. \quad (4.20)$$

Отсюда абсолютная и относительная погрешности определяются как

$$\sigma_M = \sqrt{\bar{M}} \text{ и } \delta_M = 1 / \sqrt{\bar{M}}. \quad (4.21)$$

Тогда средняя квадратическая погрешность ряда измерений

$$\sigma_{\bar{M}} = \sqrt{\bar{M}} / \sqrt{k},$$

где k — число измерений. Относительная погрешность в этом случае обратно пропорциональна корню квадратному из общего числа зарегистрированных событий:

$$\delta_M = 1 / \sqrt{k\bar{M}}.$$

Следовательно, увеличивая число зарегистрированных импульсов, можно обеспечить заданную точность измерений. Так, для получения относительной погрешности $\pm 1\%$ необходимо зарегистрировать 10^4 актов наблюдаемого события.

Вероятность того, что измеренное значение отличается от действительного значения меньше, чем на $t\sigma$ (согласно § 4.4),

$$p(\bar{M} - t\sigma_{\bar{M}} < M < \bar{M} + t\sigma_{\bar{M}}) = \alpha = \Phi(t) \quad (4.22)$$

или при $t=1$ и $\sigma_{\bar{M}} = \sqrt{\bar{M}}/\sqrt{k}$ получаем:

$$p\left(\bar{M} - \frac{\sqrt{\bar{M}}}{\sqrt{k}} < M < \bar{M} + \frac{\sqrt{\bar{M}}}{\sqrt{k}}\right) = 0,683.$$

Закон Пуассона можно применить и для описания событий, распределенных в пространстве. Например, при облучении мишени потоком частиц, каждая из которых вызывает только одно ядерное взаимодействие, вероятность появления M ядерных взаимодействий на пути l

$$p(M) = \frac{(\bar{M}l)^M}{M!} \exp(-\bar{M}l),$$

где \bar{M} — среднее число взаимодействий на единице длины пути.

Аналогично для двумерных и трехмерных задач получаем:

$$p(M) = \frac{(\bar{M}S)^M}{M!} \exp(-\bar{M}S), \quad p(M) = \frac{(\bar{M}V)^M}{M!} \exp(-\bar{M}V),$$

где S — площадь; V — объем; \bar{M} — среднее число взаимодействий на единице площади или объема. Примером использования многомерного закона Пуассона служит распределение следов α -частиц от радиоактивного распада урана или тория в многослойной фотоэмульсии, пропитанной раствором радиоактивного элемента.

С ростом \bar{M} распределение, описываемое выражением (4.19), становится симметричнее. При $\sqrt{\bar{M}} \gg 1$ достигается практически полная симметрия и в области $2\sqrt{\bar{M}}$ находится

преобладающее число значений M . В этом случае удобнее искать вероятность того, что число отсчетов регистрирующего прибора заключено в интервале $(M, M+dM)$, т. е. дискретное распределение заменяется на непрерывное. Как показано в § 4.4, такое распределение описывается нормальным законом. При этом распределение Пуассона переходит в такое распределение Гаусса, для которого $S_k^2 = \bar{M}$, т. е.

$$p(M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{M}}} \exp \left[-\frac{(M - \bar{M})^2}{2\bar{M}} \right]. \quad (4.23)$$

Несмотря на то, что выражение (4.23) справедливо для всех значений M , а закон Пуассона выполняется только для целых $M > 0$, переход от (4.19) к (4.23) возможен, так как $p(M)$ быстро убывает и становится практически равной нулю еще для положительных значений M .

Итак, рассмотрены условия применимости законов Пуассона и Гаусса для распределений отсчетов при регистрации ионизирующих излучений и приведены теоретические формулы для вычисления погрешностей измерений. Остановимся теперь на том, как находят погрешности измерений на практике.

Обычно истинное среднее значение \bar{M} неизвестно. Поэтому, получим некоторое число импульсов M , результат записывают в виде $M \pm \sqrt{M}$. Это означает, что с вероятностью, равной приблизительно 68%, истинное среднее число отсчетов \bar{M} отличается от M не более чем на \sqrt{M} , если применим закон Пуассона. При этом предполагаем, что $\sigma^2 = \bar{M} \approx M$. Как показала практика, это предположение очень хорошо согласуется с теорией. Поэтому в дальнейшем в формулы для вычисления погрешностей вместо \bar{M} будем подставлять M .

Возникает также вопрос, каким образом достигается более полная информация: при измерении за один отсчет суммарного числа импульсов M или при регистрации k отсчетов, так что $M = \sum_{i=1}^k M_i$ (т. е. в одном отсчете регистрируется M_i импульсов).

Если число импульсов в отсчете распределено по закону Пуассона, то оба способа получения M дают одинаковую точность измерения. Однако второй способ не является бесполезным, так как, проводя ряд замеров, можно убедиться в постоянстве измеряемой интенсивности излучения во времени и стабильности измерительной аппаратуры. Кроме того, можно проверить закон распределения изучаемой величины.

До сих пор, рассматривая вероятность осуществления события, предполагали, что \bar{N}_0 известно. Однако на практике гораздо чаще требуется определить неизвестную интенсивность, если известно число отсчетов M , произошедших за время t .

Поскольку вероятность $p(M)$ подчиняется закону Пуассона, то в условиях хорошей статистики

$$n = (M + 1)/t. \quad (4.24)$$

Стандартная и относительная погрешности вычисляются по формулам

$$S_n = \sqrt{M+1}/t, \quad \delta_n = 1/\sqrt{M+1}.$$

Так как при больших M распределение Пуассона переходит в распределение Гаусса, то

$$n = M/t, \quad \sigma_n^2 = M/t^2. \quad (4.25)$$

Если проведен только один замер, то погрешность измерения определяется не точностью измерительного прибора, а находится из следующих соображений. Измеренное значение искомой величины может быть как очень близким к истинному среднему значению, так и очень далеким (в принципе оно может быть и 0, и ∞). В то же время, как следует из изложенного, существует определенная вероятность того, что большая часть измерений (68,3%) лежит в интервале $\pm S_x$. Поэтому принято считать за погрешность единичного замера \sqrt{M} .

При измерениях ядерно-физических величин почти всегда приходится учитывать фон. Корректный учет фона позволяет правильно рассчитать число отсчетов, необходимое для получения заданной точности. Если число отсчетов, вызванных фоновыми источниками, $m_\Phi \ll M$, то наличием фона можно пренебречь, точнее влияние фона несущественно при выполнении условия

$$\frac{M}{t} - n_\Phi \gg \frac{\sqrt{M}}{t}. \quad (4.26)$$

В случае хорошей статистики (при больших скоростях счета m_Φ) и неизвестном фоне для $n_{\text{эф}} > n_\Phi$ измерения проводятся в следующем порядке. Сначала измеряют фон. Затем регистрируют суммарное излучение от исследуемого источника и фона n_c в течение времени t . В этих условиях n_c и n_Φ независимы между собой, а распределение $n_{\text{эф}}$ подчиняется закону Гаусса. Тогда

$$n_{\text{эф}} \pm \sqrt{n_{\text{эф}}} = \left(\frac{M_c}{t} - \frac{M_\Phi}{t_\Phi} \right) \pm \sqrt{\frac{M_c}{t^2} + \frac{M_\Phi}{t_\Phi^2}}. \quad (4.27)$$

Дисперсию и относительную погрешность находят из формул:

$$\sigma_{n_{\text{эф}}}^2 = \frac{M_c}{t^2} + \frac{M_\Phi}{t_\Phi^2}, \quad \delta_{n_{\text{эф}}} = \frac{\sqrt{M_c/t^2 + M_\Phi/t_\Phi^2}}{M_c/t - M_\Phi/t_\Phi}.$$

В ряде случаев необходимо определить, каковы должны быть t и t_Φ , чтобы n_{Φ} была найдена с наибольшей точностью, т. е. найти минимум для $\sigma_{n_{\Phi}}^2$. При этом получается соотношение между t и t_Φ

$$t_\Phi/t = \sqrt{n_\Phi/n_c}, \quad (4.28)$$

т. е. для измерения меньшей интенсивности требуется меньшее время.

Если изучаемый эффект мал по сравнению с фоном, то наилучший результат получится при $t \approx t_\Phi$, причем

$$\delta_{n_{\Phi}} \approx \frac{2}{n_{\Phi}} \sqrt{\frac{n_{\Phi}}{t + t_\Phi}}. \quad (4.29)$$

Из этого соотношения можно определить необходимое время для определения n_{Φ} с заданной точностью.

Пусть нам необходимо определить отношение двух активностей, например, при сравнении исследуемого источника с эталонным. Предположим, что $q = n_1 t_1 / (n_2 t_2)$, тогда

$$q = \frac{M_1 + 1}{M_2}, \quad \sigma_q^2 = \frac{(M_1 + 1)(M_1 + M_2 + 1)}{M_2^2(M_2 - 1)}. \quad (4.30)$$

Если измерения ведутся в условиях «хорошей» статистики, формулы (4.30) переходят в

$$q = \frac{M_1}{M_2}, \quad \sigma_q^2 = \frac{M_1^2}{M_2^2} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right).$$

Оптимальные значения времен t_1 и t_2 при таких измерениях находятся из соотношения

$$t_1/t_2 = \sqrt{n_2/n_1}. \quad (4.31)$$

Из формулы (4.31) следует, что меньшую активность необходимо измерять большее время, так как наибольшая относительная погрешность получается при измерении меньшей интенсивности. Различия между формулами (4.28) и (4.31) объясняются тем, что при вычитании двух величин складываются их абсолютные погрешности, а при делении суммируются относительные погрешности.

Рассмотрим теперь статистические погрешности при измерениях коэффициента поглощения. Изменение потока излучения, падающего на слой вещества толщиной l , описывается равенством

$$N = N_0 \exp(-\mu l).$$

Отсюда коэффициент поглощения

$$\mu = (1/l) \ln (N_0/N).$$

Поскольку толщина l известна, то остается найти отношение N_0/N . При «хорошей» статистике и не слишком тонком слое l , распределения для N_0 и N не перекрываются и применимы полученные ранее результаты. Тогда

$$\mu = \frac{1}{l} \ln \frac{m_0 t_2}{m t_1}, \quad \sigma_\mu^2 = \frac{1}{l^2} \left(\frac{1}{M_0} + \frac{1}{M} \right).$$

Оптимальные времена для измерения величин N_0 и N находят из формулы (4.31). Оптимальное значение l при измерениях μ находят из следующих соображений. Если толщина слоя очень мала, то N_0 и N близки друг к другу и погрешность определения N_0/N велика. Погрешность будет большой и при значительной толщине поглотителя из-за малости N . Оптимальную толщину слоя l находят из условия $\delta_\mu^\infty = \min$.

Пример 1. При сравнении двух источников γ -квантов было сделано по одному измерению для определения активности каждого источника. Счет от первого источника равен $4 \cdot 10^4$, а второго — $2,5 \cdot 10^3$ *имп*. Определить абсолютные и относительные погрешности и найти оптимальные времена измерения активностей этих источников, если суммарное время измерения для обоих источников составляет 20 *мин*:

$$\begin{aligned} \Delta N_1 &= \sqrt{4 \cdot 10^4} = 2 \cdot 10^2, & \Delta N_2 &= \sqrt{25 \cdot 10^2} = 5 \cdot 10^1; \\ \delta_{N_1} &= \frac{100}{\sqrt{4 \cdot 10^4}} = 0,5\%, & \delta_{N_2} &= \frac{100}{\sqrt{25 \cdot 10^2}} = 2\%; \\ \frac{t_1}{t_2} &= \sqrt{\frac{25 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^4}} = \sqrt{6,25 \cdot 10^{-2}} = 0,25. \end{aligned}$$

Следовательно, измерение активности первого источника должно производиться 4 *мин*, а второго — 16 *мин*.

Пример 2. С помощью торцового счетчика Гейгера — Мюллера исследовалась активность фольги. При этом было найдено, что $n_c = 1,67 \cdot 10^2$ *имп/сек*, $n_\phi = 2$ *имп/сек*. Определить погрешности измерений, если время измерения $t = 10$ *сек*:

$$n_{\text{эф}} = (n_c - n_\phi) \pm \sqrt{\frac{M_c}{t} + \frac{M_\phi}{t}} = (1,65 \pm 0,04) \cdot 10^2 \text{ имп/сек}$$

или

$$\delta_{n_{\text{эф}}} \approx 2,4\%.$$

В этом случае оптимальное отношение времени измерений суммарной скорости счета от источника и фона и скорости счета фона

$$\frac{t_\phi}{t} = \sqrt{\frac{2}{1,67 \cdot 10^2}} \approx 0,11.$$

До сих пор предполагалось, что измерительные приборы не влияют на погрешности измерений (т. е. являются идеальными).

ми). Однако на практике идеальных регистрирующих приборов не существует, поэтому погрешность измерений определяется суммой двух компонент: статистической флуктуацией изучаемой величины и погрешностью прибора. Эти компоненты полной погрешности являются независимыми случайными величинами, следовательно, применима центральная предельная теорема Ляпунова, согласно которой при наличии определенного числа независимых случайных величин сумма их подчиняется закону Гаусса, даже если слагаемые не описываются этим распределением. Важно лишь то, чтобы ни одно из слагаемых не вносило преобладающего вклада. Тогда дисперсия результатов измерений искомой величины

$$\sigma_{\text{эф}}^2 = \sigma_{\text{ив}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2,$$

где $\sigma_{\text{ив}}^2$ — дисперсия, вызванная статистической природой измеряемой величины; $\sigma_{\text{пр}}^2$ — дисперсия, обусловленная несовершенством измерительной аппаратуры.

Необходимо учитывать два возможных крайних случая: 1) $\sigma_{\text{ив}}^2 \gg \sigma_{\text{пр}}^2$, используются формулы для определения погрешностей, приведенные в § 4.5; 2) $\sigma_{\text{ив}}^2 \ll \sigma_{\text{пр}}^2$, погрешность результатов измерений в данном случае определяется точностью регистрирующего прибора, но средняя квадратическая погрешность находится как \sqrt{M} , где M — число зарегистрированных событий. Если же сделано только одно измерение, то значение \sqrt{M} указывает лишь определенную вероятность нахождения искомого истинного значения (среднего истинного значения) изучаемой величины в интервале $\pm \sqrt{M}$.

В связи с указанным выше представляет определенный интерес рассмотреть вопрос о влиянии измерительных приборов на погрешности измерений. Одним из проявлений неидеальности регистрирующего прибора является наличие у него мертвого времени, которое приводит к тому, что при больших интенсивностях облучения появляется статистическая зависимость между соседними отсчетами, распределенными не по закону Пуассона. Поэтому при измерениях стремятся к выполнению соотношения $m\tau \ll 1$. В условиях хорошей статистики (т. е. когда зарегистрировано достаточно много событий изучаемого явления за приемлемое время) погрешности N определяются следующим образом [см. формулу (4.20)]:

$$\sigma_N^2 = M/(1 - m\tau)^2, \quad \delta_N = \sqrt{1/M}. \quad (4.32)$$

При этом $M = mt$, а $N = M/(1 - m\tau)$. Таким образом, наличие мертвого времени приводит к возникновению погрешности в определении значения N . Пусть теперь (как это часто бывает

на практике) τ определяется с некоторой погрешностью $\Delta\tau$. Тогда, опуская вывод, получаем соотношение

$$\sigma_N^2 = \frac{M [1 + m^2 \sigma_\tau^2]}{(1 - m\tau)^3}. \quad (4.33)$$

Определим σ_τ^2 . Мертвое время можно, например, определить сопоставлением совместного и раздельного действий на прибор двух источников по формуле (3.7). При этом точность результатов измерений характеризуется погрешностями величин M_1 , M_2 , M_c , которые статистически независимы. При $m\tau \ll 1$ они распределены по закону Пуассона и для них $\sigma_{M_1}^2 = M_1$, $\sigma_{M_2}^2 = M_2$ и $\sigma_{M_c}^2 = M_c$. Следовательно,

$$\sigma_\tau^2 = \frac{m_1/t_1 + m_2/t_2 + m_c/t_c}{4m_1^2 m_2^2}. \quad (4.34)$$

Поскольку метод совпадений широко применяется при измерении ядерно-физических величин, большой интерес представляет оценка погрешностей результатов измерений в этом случае. Если нагрузка входных каналов мала ($m_1\tau_1 \ll 1$ и $m_2\tau_2 \ll 1$), то число случайных совпадений определяется распределением Пуассона. Обычно стремятся избегать перегрузок каналов, так как наряду с появлением просчетов из-за мертвого времени акты регистрации совпадений становятся статистически зависимыми, и закон Пуассона не может быть применен.

В случае малых нагрузок дисперсия и относительная погрешность определяются из выражений:

$$\sigma_{M_{12}}^2 = M_{12}, \quad \delta_{M_{12}} = 1/\sqrt{M_{12}}. \quad (4.35)$$

Выражения (4.35) получаются из следующих соображений. Пусть измеряются β — γ совпадения. Как правило, e_β и $e_\gamma \ll 1$, поэтому M_β и $M_\gamma \gg M_{\beta\gamma_{\text{нст}}}$. Следовательно, величины M_β и M_γ можно считать определенными с высокой степенью точности. Тогда $\delta_M = \delta_{M_{\beta\gamma_{\text{нст}}}}$. А так как все отсчеты распределены по закону Пуассона, то

$$\delta_M = \sqrt{1/M_\beta + 1/M_\gamma + 1/M_{\beta\gamma_{\text{нст}}}} = 1 / \sqrt{M_{\beta\gamma_{\text{нст}}}}. \quad (4.36)$$

Рассмотрим погрешности, возникающие вследствие того, что счетчик входного канала может регистрировать частицы разных типов (например, бета-счетчик имеет определенную, отличную от нуля, эффективность регистрации γ -квантов). Допустим, что в каждом акте распада испускается N частиц. Пусть также e'_i и e''_i — эффективности регистрации частицы при попадании ее в счетчики 1 и 2, а μ'_i и μ''_i — коэффициенты, учитывающие поглощение частиц на пути от источника до счет-

чика и в стенках счетчика. Тогда для двух одинаковых счетчиков и двух одинаковых частиц

$$M = (1 - \Delta^2) M_1 M_2 / 2 M_{12\text{ист}}, \quad (4.37)$$

где

$$\Delta = (e_1 \mu_1 - e_2 \mu_2) / (e_1 \mu_1 + e_2 \mu_2).$$

Иногда Δ связана со свойствами излучения. Так, если стенки счетчика прозрачны для γ -квантов (как правило, это наблюдается для энергий $E_\gamma > 0,3 \text{ Мэв}$), то можно считать $\mu_1 \approx \mu_2 \approx 1$. Тогда

$$\Delta = (e_1 - e_2) / (e_1 + e_2).$$

Ввиду того что бета-счетчик может регистрировать и γ -кванты, это является источником систематических погрешностей из-за более быстрого роста скорости регистрации одиночных отсчетов по сравнению со скоростью регистрации истинных совпадений. Для простого $\beta - \gamma$ -распада учет этих погрешностей осуществляется в дополнительном эксперименте: два бета-счетчика включаются на совпадения. Из этих измерений находят

$$F = M_1 M_2 / M_{12\text{ист}}, \quad (4.38)$$

где $F > M$, так как \bar{M}_1 и \bar{M}_2 включают счет не только β -частиц, но и γ -квантов. Далее один из счетчиков экранируют фильтром, задерживающим все β -частицы, и получают

$$L = M_1 M'_2 / M'_{12\text{ист}}. \quad (4.39)$$

Причем $L < F$ из-за большего снижения скорости счета одиночных импульсов. M определяют по формуле

$$M = L - L^2 / 2F. \quad (4.40)$$

В различных работах, посвященных статистике при регистрации ядерных частиц, было показано, что число антисовпадений распределено по закону Пуассона. Поэтому, учитывая изложенное в § 4.5, выражение для дисперсии в данном случае можно представить в виде:

$$\sigma_{M_{\text{ас}}}^2 = M_{\text{ас}}. \quad (4.41)$$

Приведенные выше простые соотношения не учитывают наличия статистических флуктуаций интервалов времени от момента попадания частицы в счетчик до появления импульса на входе схемы совпадений. Эти флуктуации оказывают большое влияние на работу схемы совпадений. Все же в ряде случаев решающее время схемы совпадений больше временных флук-

туаций и для анализа результатов измерений можно использовать приведенные формулы.

Статистические методы можно использовать также для оценки погрешностей при использовании приборов, регистрирующих среднюю интенсивность. Интегрирующие ионизационные камеры измеряют интенсивность радиоактивного излучения как по силе ионизационного тока, так и по накопленному заряду.

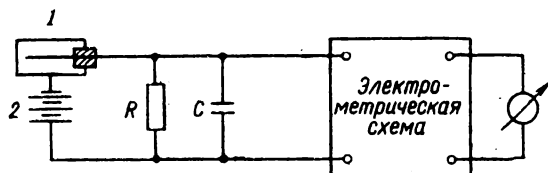


Рис. 4.5. Схема включения интегрирующей ионизационной камеры:

1 — ионизационная камера; 2 — источник питания

Для камер первого типа даже в случае постоянства среднего потока излучения мгновенные значения показаний прибора могут заметно флуктуировать. Эти флуктуации вызваны статистическими изменениями числа попавших в камеру частиц ядерного излучения и экспоненциальной зависимостью процессов на входе в электроизмерительный прибор. Так, выходной сигнал определяется постоянной времени $\tau = RC$ схемы. Здесь R — сопротивление нагрузки, а C — «паразитная» емкость (рис. 4.5).

Как известно, ток в ионизационной камере $I = Q/RC$. Учитывая, что $1/RC$ — постоянный множитель для данной измерительной установки, получаем $\sigma_I^2 = (1/R^2C^2)\sigma_Q^2$. Если за время от t до $t+dt$ в ионизационной камере создан заряд $qndt$, где n — средняя скорость поступления частиц в камеру; q — заряд, создаваемый одной частицей, то к моменту времени t' останется лишь его доля $qn \exp[-(t'-t)/RC]dt$. Вследствие независимости зарядов, образованных регистрируемыми частицами в разные моменты времени, σ_Q^2 получается суммированием средних квадратов отклонений зарядов, образованных в разные моменты времени:

$$\sigma_Q^2 = \int_{-\infty}^{t'} q^2 n \exp\left[-\frac{2(t'-t)}{RC}\right] dt = \frac{q^2 n RC}{2}$$

Поскольку средний ток можно представить как $\bar{I} = nq$, то

$$\sigma_Q^2 = q \bar{I} RC / 2. \quad (4.42)$$

Следовательно, в установившемся режиме дисперсия мгновенного значения тока описывается соотношением

$$\sigma_I^2 = q\bar{I}/(2RC). \quad (4.43)$$

Относительная погрешность

$$\delta_I = 1 / \sqrt{2IRC}. \quad (4.44)$$

Для камер конденсаторного типа, измеряющих интенсивность ядерного излучения по накопленному заряду, дисперсия заряда определяется статистической природой радиоактивного распада (т.е. статистическими изменениями в числе частиц n , попавших в ионизационную камеру).

Так как $N=Q/q$, то, как показано в § 4.5, для величин, распределенных по закону Пуассона, дисперсия равна среднему значению измеряемой величины. Поэтому, если пренебречь флуктуациями заряда q , создаваемого каждой частицей,

$$\sigma_Q^2 = Q/q, \quad (4.45)$$

где Q — полный заряд, создаваемый в ионизационной камере.

Пример 1. С помощью схемы совпадений измерена активность образца изотопа ^{198}Au . Были получены следующие значения величин: $M_\beta = 4,38 \times 10^5$ *имп*, $M_\gamma = 7,17 \cdot 10^3$ *имп*, $M_{\beta\gamma_{\text{ист}}} = 1,07 \cdot 10^3$ *имп*; при этом время измерения составляло 100 *сек*. Найти активность изотопа ^{198}Au за единицу времени.

Принимая во внимание, что каждый счетчик регистрирует только один вид излучения, а фоном можно пренебречь, получаем

$$\bar{N} = \frac{m_\beta m_\gamma}{m_{\beta\gamma_{\text{ист}}}} = \frac{4,38 \cdot 10^5 \cdot 7,17 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{1,07 \cdot 10^3 \cdot 10^4} = 2,94 \cdot 10^4 \text{ расп/сек}.$$

Относительная погрешность результатов измерений, согласно (4.35),

$$\delta_N = \frac{100\%}{\sqrt{1,07 \cdot 10^3}} = 3,1\%.$$

Пример 2. На детектор падает поток частиц $2,4 \cdot 10^4$ *част/мин*. Мертвое время измерительного прибора не флуктуирует и составляет $1,1 \cdot 10^{-4}$ *сек*. Какова скорость счета этого детектора? Здесь возможны два случая.

1) Детектор обладает мертвым временем непродлевающегося типа. Тогда

$$m = \frac{2,4 \cdot 10^4}{1 + \left(\frac{2,4 \cdot 10^4}{60} \right) \cdot 1,1 \cdot 10^{-4}} = 2,3 \cdot 10^4 \text{ имп/мин}.$$

2) Детектор обладает мертвым временем продлевающегося типа. Учитывая, что $n\tau = 4,4 \cdot 10^{-2} \ll 1$, получаем

$$m = ne^{-n\tau} \approx n(1 - n\tau) = 2,4 \cdot 10^4 (1 - 4,4 \cdot 10^{-4}) = 2,3 \cdot 10^4 \text{ имп/мин}.$$

Таким образом, при малых нагрузках оба типа мертвого времени проявляются совершенно одинаково.

Рассмотрим на этом же примере случай, когда $\mu\tau \geq 1$.

а) В приборе с непродлевающимся мертвым временем после каждого отсчета (когда за время τ будет много попаданий частиц в детектор) через интервал τ сразу же следует другой отсчет, т.е. все отсчеты идут через одинаковые промежутки и $n\tau = 1/\tau = 9,1 \cdot 10^3$ имп/сек. Зависимость между m и n представлена на рис. 4.6, а.

б) Прибор с продлевающимся типом мертвого времени. Подставим в формулу $m = n \exp(-\mu\tau)$ несколько значений n и найдем соответствующие им значения m (рис. 4.6, б). Как видно, число отсчетов сначала возрастает, достигая максимума при $\mu\tau = 1$, а затем убывает при дальнейшем

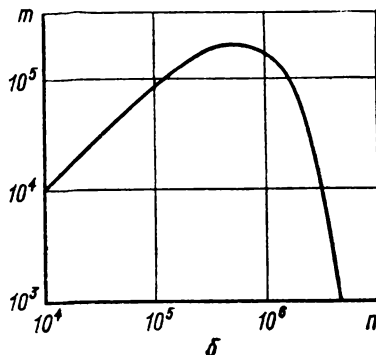
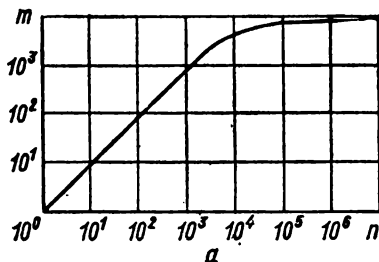


Рис. 4.6. Зависимость m от n в случае, если прибор обладает мертвым временем непродлевающегося (а) и продлевающегося (б) типа

увеличении потока падающих частиц. В случае мертвого времени продлевающегося типа существует некоторая неопределенность, связанная с тем, что одному значению m соответствуют два значения n , но нетрудно выяснить, какое из двух значений n должно быть в действительности. Поскольку при больших нагрузках корректное введение поправок на мертвое время достаточно сложно, измерения лучше проводить в условиях малых нагрузок.

Найдем теперь дисперсию и относительную погрешность:

$$\sigma_M^2 = \frac{2,3 \cdot 10^4}{(1 + 0,044)^3} = 2,1 \cdot 10^4, \quad \sigma_M = \sqrt{2,1 \cdot 10^4} = 1,45 \cdot 10^2 \text{ и } \delta_M = 0,63\%.$$

Пример 3. Используем для определения мертвого времени два источника постоянной интенсивности. При этом оказалось, что $m_1 = 3,1 \cdot 10^2$, $m_2 = 7,2 \cdot 10^2$, $m_3 = 9,7 \cdot 10^2$ имп/сек. В этом случае

$$\tau = \frac{3,1 \cdot 10^2 + 7,2 \cdot 10^2 - 9,7 \cdot 10^2}{2 \cdot 3,1 \cdot 10^2 \cdot 7,2 \cdot 10^2} = 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ сек.}$$

Допустим, что $t_1 = t_2 = t_3 = 10$ сек, тогда дисперсию можно определить как

$$\sigma_\tau^2 = \frac{3,1 + 7,2 + 9,7}{4,9,61 \cdot 10^4 \cdot 51,84 \cdot 10^4} = 1 \cdot 10^{-16}.$$

§ 4.6. ПОГРЕШНОСТИ ПРЯМЫХ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

При измерениях нередко бывают случаи, когда в одном и том же эксперименте используются приборы разного качества, участвуют экспериментаторы различной квалификации, изменяются условия, поэтому различные измерения могут иметь

разную точность. Кроме того, возможен и такой случай, когда одним и тем же методом проводятся несколько серий измерений, но число измерений в каждой серии различно. Такие измерения нельзя обрабатывать как равноточные, так как информация об искомой величине будет неправильно интерпретирована. Отбрасывать результаты измерений, доверие к которым меньше, также плохо, ибо часть информации при этом будет потеряна. Следовательно, нужно использовать все измерения с учетом их точности.

Пусть имеется ряд значений x_1, x_2, \dots, x_k , погрешности которых $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$. В этом случае дисперсия наблюдений

$$\sigma_i^2 = \sigma^2/g_i, \quad (4.46)$$

где σ — неизвестная величина, которую необходимо найти; $g_i \sim 1/\sigma_i^2$ — статистический вес (или просто вес) измерения. Веса определяются с точностью до постоянного коэффициента.

Для случайной выборки x_1, x_2, \dots, x_l наиболее вероятное значение измеряемой величины

$$\bar{x}' = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^l g_i x_i, \quad (4.47)$$

а дисперсия

$$S_l^2 = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^l g_i (x_i - \bar{x}')^2.$$

При этом $g = \sum_{i=1}^l g_i$, а \bar{x}' — взвешенное среднее арифметическое значение; S_l^2 — взвешенная дисперсия выборки. Плотности вероятностей независимых случайных величин x и S_l^2 даются соотношениями

$$f(x) = \frac{\sqrt{g}}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{g(\bar{x}' - x_0)^2}{2\sigma^2} \right],$$

$$f(S_l) = \frac{g^{(l-1)/2}}{2^{(l-3)/2} \Gamma\left(\frac{l-1}{2}\right)} \cdot \frac{S_l^{l-2}}{\sigma^{l-1}} \exp - \left(\frac{g S_l^2}{2\sigma^2} \right).$$

Тогда средняя квадратическая погрешность

$$\sigma = \sqrt{\frac{g S_l^2}{l-1}} = \sqrt{\frac{1}{l-1} \sum_{i=1}^l g_i (x_i - \bar{x}')^2}. \quad (4.48)$$

Функция распределения x для ряда неравноточных измерений является нормальной функцией со средним значением \bar{x}' и $\sigma_{\bar{x}'} = \sigma/\sqrt{g}$, т. е.

$$\sigma_{\bar{x}'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l g_i (x_i - \bar{x}')^2}{g(l-1)}} \quad (4.49)$$

есть средняя квадратическая погрешность взвешенного среднего значения. Вероятность нахождения x_0 в доверительном интервале при большом числе измерений находится из выражения

$$p(\bar{x}' - t\sigma_{\bar{x}'} < x_0 < \bar{x}' + t\sigma_{\bar{x}'}) = \Phi(t), \quad (4.50)$$

где $\Phi(t)$ — интеграл вероятности.

Таким образом, в случае неравноточных измерений вместо среднего арифметического значения и средней квадратической погрешности одного измерения используются среднее арифметическое значение и средняя квадратическая погрешность взвешенного среднего значения.

Как и при равноточных измерениях, в случае малого объема случайной выборки вместо нормального закона распределения необходимо использовать распределение Стьюдента. С помощью коэффициента Стьюдента определяют доверительный интервал, а доверительная вероятность находится из соотношения

$$p\left(\bar{x}' - k \frac{S_k}{\sqrt{l-1}} < x_0 < \bar{x}' + k \frac{S_k}{\sqrt{l-1}}\right) = S(k, l).$$

Тогда средняя квадратическая погрешность взвешенного среднего значения принимает вид

$$S_{\bar{x}'} = \frac{S_k}{\sqrt{g}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l g_i (x_i - \bar{x}')^2}{g(l-1)}},$$

т. е. ее можно вычислять аналогично случаю равноточных измерений.

Остановимся теперь на том, как определить вес измерения. Для очень большого круга задач вес g_i неравноточного значения x_i можно считать равным $1/\sigma_i^2$, т. е. вес обратно пропорционален дисперсии измерения. В частном случае веса g_i пропорциональны числам измерений j в сериях равноточных измерений. В этом случае вместо x_i берется \bar{x}_i — среднее значение в серии из j измерений. Для величин, распределенных по закону Пуассона,

$$g_i = M_i.$$

Пример. Имеется ряд неравноточных измерений с весами, представленный в табл. 4.3. Найти погрешности этих измерений.

Таблица 4.3

x_i	g_i	$(x_i - C)$	$(x_i - C)^2$	$g_i (x_i - C)$	$g_i (x_i - C)^2$
139	2	-1	1	-2	2
141	1	1	1	1	1
140	3	0	0	0	0
138	5	-2	4	-10	20
143	4	3	9	12	36
144	3	4	16	12	48
142	2	2	4	4	8
141	2	1	1	2	2

При проведении вычислений удобно применять следующие рабочие формулы:

$$\bar{x}' = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^l g_i (x_i - C) + C.$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{l-1} \sum_{i=1}^l g_i (x_i - C)^2 - g_i (\bar{x}' - C)^2}.$$

Выберем C . Это значение должно быть целым и близким к \bar{x} . Результаты вычислений также приведены в табл. 4.3. Подставляя из табл. 4.3 соответствующие значения в формулы, находим:

$$\bar{x}' = 141, \quad S = 3,7, \quad S_{x'} = 0,79.$$

Доверительную вероятность определим из выражения (4.50)

$$p(140,21 < x_0 < 141,79) = 0,649.$$

Результаты, приведенные различными авторами, также следует считать неравноточными измерениями.

§ 4.7. ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Очень часто при проведении физического эксперимента встречается ситуация, когда искомые величины $u(x_i)$ непосредственно определить невозможно, однако можно измерить величины x_i . Величины x_i содержат, как обычно, случайные погрешности, т.е. наблюдают величины $x'_i = x_i \pm \Delta x_i$. На практике всегда стараются выбрать такой метод измерения и такую точность, чтобы погрешности результатов были малы по сравнению с их значениями. Иначе измерения теряют смысл или в лучшем случае их можно использовать лишь для установления наличия ожидаемого эффекта и определения порядка измере-

мой величины. Как и раньше, считаем, что x_i распределены по нормальному закону:

$$f(x'_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(x'_i - x_i)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (4.51)$$

Для простоты будем считать погрешности равными. Тем более что неравноточные результаты легко сводятся к равноточным. Действительно, пусть для $u_i = f(x_i) \sigma_i^2 = \sigma^2/g_i$ ($i=1, 2, \dots, l$). Заменяем x_i на $x_i/\sqrt{g_i}$, а x'_i — на $x'_i/\sqrt{g_i}$ и Δx_i — на $\Delta x_i/\sqrt{g_i} = \Delta x'_i$.

Тогда $x'_i/\sqrt{g_i} = x_i/\sqrt{g_i} + \Delta x'_i$. Поскольку $\Delta x'_i$ независимы в совокупности, то получается случай равноточных измерений.

Достаточно точно поставленную задачу о нахождении значений u_i и погрешностей косвенных измерений по измеренным значениям x_i можно решить с помощью метода наименьших квадратов. Однако в связи с тем, что сложность вычислений сравнительно велика, остановимся на упрощенной трактовке определения погрешностей косвенных измерений. Кроме того, будем рассматривать исследования физических величин, остающихся при проведении серии измерений в неизменном состоянии, например объема прямоугольной пластины по ее сторонам.

Пусть $u = f(x)$. Точное значение результата косвенных измерений обозначим $u_0 = f(\bar{x} \pm \Delta x)$, так как $x = \bar{x} + \Delta x$. Тогда $u = f(\bar{x})$. Как было указано, $\Delta x \ll x$, поэтому можно записать

$$\Delta u_u = \{[f(x) - f(\bar{x})]^2\}^{1/2} = f(x) - f(\bar{x}).$$

Используем связь дифференциала функции df с бесконечно малым изменением аргумента

$$df(x) = (df/dx) dx.$$

В этом случае абсолютная погрешность

$$\Delta u_u = df(x) = f(\bar{x} + \Delta x) - f(\bar{x}) = \frac{df}{dx}(\bar{x}) \Delta x. \quad (4.52)$$

Относительная погрешность результата косвенных измерений

$$\delta_u = \frac{\Delta u}{u} = \frac{f'(\bar{x})}{f(\bar{x})} \Delta x = d(\ln \bar{x}).$$

После дифференцирования знак d заменяют на Δ . Например, $u = B_0 + B_1 x$. Тогда получаем $u \pm \Delta u = B_0 + B_1(x \pm \Delta x)$ или $du = B_1 dx$. Отсюда

$$\Delta u = B_1 \Delta x \text{ и } \delta_u = \frac{\Delta u}{u} = \frac{B_1 \Delta x}{B_0 + B_1 x}.$$

При $B_0 = 0$ получим $\delta_u = \Delta x/x$.

Найдем абсолютную и относительную погрешности, когда значение искомой величины определяется двумя значениями, измеряемыми в эксперименте.

В общем случае, разлагая $u=f(x, y)$ в ряд Тейлора и оставляя только члены с нулевыми и первыми степенями $\Delta'x$ и $\Delta'y$, получаем:

$$f(x, y) = f(\bar{x} + \Delta'x, \bar{y} + \Delta'y) = f(\bar{x}, \bar{y}) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta'x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta'y.$$

Тогда

$$\begin{aligned} (\Delta u)^2 &= \overline{(u_0 - \bar{u})^2} = \overline{[f(x_0, y_0) - f(\bar{x}, \bar{y})]^2} = \\ &= \overline{\left(\frac{\partial f(\bar{x}, \bar{y})}{\partial x} \Delta'x + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \Delta'y \right)^2} \approx \\ &\approx \left[\frac{\partial f(\bar{x}, \bar{y})}{\partial x} \right]^2 (\Delta'x)^2 + \left[\frac{\partial f(\bar{x}, \bar{y})}{\partial y} \right]^2 (\Delta'y)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 (\Delta y)^2. \end{aligned}$$

Таким образом, для любой функции от двух (или более) переменных средний квадрат отклонения

$$(\Delta u)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 (\Delta y)^2 \quad (4.53)$$

или

$$\Delta u = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 (\Delta y)^2}.$$

Все производные вычисляются для $x=\bar{x}$ и $y=\bar{y}$, а значения Δx и Δy вычисляются, как и для результатов прямых измерений (считаем все слагаемые положительными, чтобы быть уверенными в том, что погрешность функции не превзойдет $\pm du$). Поэтому берем не просто сумму частных дифференциалов, а сумму их абсолютных значений, какие бы знаки не получились у частных производных. Эту замену знаков производим после того, как сделаны все преобразования: приведены все члены с одним дифференциалом dx или dy в одну группу и получено их общее выражение (см. пример 1). Относительная погрешность находится так же, как и для функции одного переменного, т. е.

$$\delta_u = \frac{\Delta u}{u} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y} \right)^2 (\Delta y)^2}. \quad (4.54)$$

Приведем несколько частных случаев зависимости $u=f(x, y)$:

1. $u=x+y$. Тогда

$$\Delta u = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{и} \quad \delta_u = \frac{\Delta u}{u} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\bar{x} + \bar{y}}. \quad (4.55)$$

2. $u = x - y$.

$$\Delta u = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{и} \quad \delta_u = \frac{\Delta u}{u} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\bar{x} - \bar{y}}. \quad (4.56)$$

Сравнивая выражения (4.55) и (4.56), видим, что при одних и тех же погрешностях Δx и Δy относительная погрешность разности может быть значительно больше относительной погрешности суммы, если значения x и y близки. Следовательно, нельзя добиться хорошей точности измерений величины, если она находится как небольшая разность результатов независимых измерений двух величин, существенно превышающих искомую.

3. $u = xy$.

$$\begin{aligned} \Delta u &= \sqrt{\bar{y}^2 (\Delta x)^2 + \bar{x}^2 (\Delta y)^2}, \quad \delta_u = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\bar{y}}\right)^2}. \end{aligned} \quad (4.57)$$

4. $u = x/y$.

$$\begin{aligned} \Delta u &= \sqrt{\frac{(\Delta x)^2}{\bar{y}^2} + \frac{\bar{x}^2 (\Delta y)^2}{\bar{y}^4}}, \quad \delta_u = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\bar{y}}\right)^2}. \end{aligned} \quad (4.58)$$

Пусть теперь искомая величина есть функция нескольких независимых переменных $u = f(x, y, z, \dots)$. Значения переменных x, y, z, \dots определяются из серий l, m, n, \dots измерений. Тогда, распространяя на этот случай выводы, полученные для функции двух переменных, можно записать

$$u + \Delta u = f(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, \dots).$$

Для определения средней квадратической погрешности такой функции необходимо найти величину

$$\begin{aligned} (\Delta u)^2 &= \left[\frac{\partial f(x, y, z, \dots)}{\partial x} \right]^2 (\Delta x)^2 + \left[\frac{\partial f(x, y, z, \dots)}{\partial y} \right]^2 (\Delta y)^2 + \\ &+ \left[\frac{\partial f(x, y, z, \dots)}{\partial z} \right]^2 (\Delta z)^2 + \dots \end{aligned} \quad (4.59)$$

Когда число измерений l, m, n, \dots в сериях невелико (меньше 20), то погрешности аргументов $\sigma_{\bar{x}}, \sigma_{\bar{y}}, \sigma_{\bar{z}}, \dots$ вычисляются в соответствии с правилами, изложенными в § 4.5. При этом значение доверительной вероятности должно быть одним и тем же для всех аргументов.

Относительная погрешность функции нескольких переменных вычисляется из равенства

$$\delta_u = \frac{S_{\bar{u}}}{\bar{u}} = \sqrt{\left(\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial x} S_{\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial y} S_{\bar{y}}\right)^2 + \left(\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial z} S_{\bar{z}}\right)^2 + \dots} \quad (4.60)$$

или

$$\delta_u = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x} S_{\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y} S_{\bar{y}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z} S_{\bar{z}}\right)^2 + \dots}$$

При проведении косвенных измерений в невоспроизводимых условиях функцию находят для каждого отдельного измерения, а доверительный интервал вычисляют для полученных значений искомой величины по тому же методу, что и для прямых измерений. Следует отметить, что в случае функциональной зависимости, выраженной формулой, удобной для логарифмирования, проще сначала определить относительную погрешность, а затем из выражения

$$\Delta u = \delta_u u \quad (4.61)$$

найти абсолютную погрешность.

Для сложной функциональной зависимости часто бывает трудно определить, какую погрешность найти легче. Тогда находят формулы для обеих погрешностей и проводят вычисления по той, которая проще. Иногда вычисляют погрешность по частям для разных групп членов формулы.

В табл. 4.4 приведены формулы для вычисления абсолютных и относительных погрешностей некоторых часто встречающихся на практике функций.

Приведем ряд практических советов по вычислению погрешностей косвенных измерений. Среднее арифметическое значение и погрешность результата косвенных измерений можно вычислить двумя способами: 1) пусть $u=f(x)$. Вычисляют сначала $\bar{x} = \sum_{i=1}^k x_i/k$, а затем, подставляя его в $u=f(x)$, получают $u=f(\bar{x})$. Тогда $\Delta u=f'(x)\Delta x$; 2) можно поступить и так. Вычисляют каждое $u_i=f(x_i)$, а затем определяют $\bar{u} = \sum_{i=1}^k u_i/k$. Погрешность в этом случае определяется так:

$$\sigma_{\bar{u}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{u} - u_i)^2}{k(k-1)}}.$$

Таблица 4.4

Формулы для вычисления погрешностей функции

№ п.п.	Функция	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
1.	x^k	$k\bar{x}^{k-1}\Delta x$	$k(\Delta x/\bar{x})$
2.	$\sqrt[k]{x}$	$(1/k)\bar{x}^{\frac{1}{k}-1}\Delta x$	$(1/k)\Delta x/\bar{x}$
3.	$\frac{x}{1 \pm x}$	$\Delta x/(1 \pm \bar{x})^2$	$\Delta x/[\bar{x}(1 \pm \bar{x})]$
4.	e^x	$e^{\bar{x}}\Delta x$	Δx
5.	$\ln x$	$\frac{\Delta x}{\bar{x}}$	$\Delta x/(\bar{x} \ln x)$
6.	$\sin x$	$\cos \bar{x} \cdot \Delta x$	$\operatorname{ctg} \bar{x} \cdot \Delta x$
7.	$\cos x$	$\sin \bar{x} \cdot \Delta x$	$\operatorname{tg} \bar{x} \cdot \Delta x$
8.	$\operatorname{tg} x$	$\Delta x/\cos^2 \bar{x}$	$2\Delta x/\sin 2\bar{x}$
9.	$\operatorname{ctg} x$	$\Delta x/\sin^2 \bar{x}$	$2\Delta x/\sin 2\bar{x}$

Если погрешность мала по сравнению со значениями измеряемых величин, то оба способа дают почти идентичные результаты и безразлично, какой из них использовать. Однако первый способ менее трудоемкий.

Нередко бывает, что вклад одной (или нескольких) погрешностей в конечную погрешность намного меньше, чем вклад погрешностей других величин. В таком случае погрешностью можно пренебречь. Например, пусть $u = x + y$, $\sigma_x = 0,5$ и $\sigma_y = 3,0$. Тогда $\sigma_u = \sqrt{(0,5)^2 + (3)^2} = 3,04$. Отсюда видно, что вклад σ_x в полную погрешность очень мал, хотя $\sigma_x = \sigma_y/6$. В общем случае можно пренебречь такими погрешностями, которые не превышают одной трети максимальной погрешности для функции, представляющей собой сумму измеряемых величин.

Может также оказаться, что мала одна из измеряемых величин. Так, если $x = 10$, а $y = 100$, то погрешность Δx необходимо учитывать только при очень грубом ее измерении. С другой стороны, существенная разница в измеряемых величинах помогает установить точность, с которой нужно измерять те или другие величины.

Указанный прием можно применить и к функциям, которые являются произведением или частным измеряемых величин. Только здесь пренебрегают не абсолютной, а относительной погрешностью, составляющей менее одной трети максимальной погрешности. Из изложенного следует, что величину, погреш-

ность которой не вносит заметного вклада в погрешность окончательного результата (либо величина точно измерена, либо она является малой добавкой), достаточно оценить грубо, но обязательно с завышением, что дает гарантию правильности пренебрежения такой погрешностью. Если же эта оценка покажет, что отбрасываемая погрешность не мала, то ее нужно оценить более точно.

Нецелесообразно также использовать формулу для вычисления средней квадратической погрешности, если число измерений меньше четырех из-за большой ее неопределенности. В такой ситуации вполне допустимо использовать вместо S_k^2 среднюю арифметическую погрешность.

Из общих соображений оценивают погрешность и в случае, когда показания прибора округляют до ближайшего деления шкалы (при этом разброс показаний измерительного прибора или очень мал, или его нет совсем). Более точное значение погрешности не может быть достигнуто, даже если проводить дополнительные измерения или вычисления. Только более точный прибор позволяет уменьшить погрешность измерения.

При проведении измерений может оказаться, что, несмотря на принятые меры, систематические погрешности сравнимы со случайными. В этом случае необходимо выяснить долю систематических погрешностей. Если это невозможно, то полезно найти среднюю квадратическую погрешность для всех величин, которые могут внести систематические погрешности или хотя бы оценить верхний предел полной погрешности и разделить его на два. Следует помнить, что недопустимо вводить произвольный коэффициент, учитывающий систематические погрешности, чтобы не вносить субъективный фактор.

Найденная указанными приемами погрешность искомой величины является мерой общей воспроизводимости результатов эксперимента. Окончательное значение изучаемой величины и ее погрешность записывают с одинаковым числом имеющих реальный смысл десятичных знаков.

В заключение отметим, что способы нахождения погрешностей косвенных измерений тем точнее, чем больше число измерений. При наиболее ответственных измерениях необходимо использовать сложные методы математической статистики, например проверку гипотез, дисперсионный анализ и т. п.

Пример 1. Найдем абсолютную и относительную погрешности для следующей функциональной зависимости:

$$\tau = \frac{m_1 + m_2 - m_c}{2m_1 m_2}.$$

В этом случае удобнее искать сначала относительную погрешность. Тогда

$$d \left[\ln \left(\frac{m_1 + m_2 - m_c}{2m_1 m_2} \right) \right] = d [\ln (m_1 + m_2 - m_c) - \ln 2 - \ln m_1 - \ln m_2] =$$

$$= d[\ln(m_1 + m_2 - m_c)] - d(\ln 2) - d(\ln m_1) - d(\ln m_2) = \frac{d(m_1 + m_2 - m_c)}{m_1 + m_2 - m_c} - \frac{dm_1}{m_1} - \frac{dm_2}{m_2}.$$

До сих пор подразумевается математический смысл дифференциала, и знаки слагаемых учитываются. Раскроем теперь выражение $d(m_1 + m_2 - m_c) = dm_1 + dm_2 - dm_c$ и разделим почленно на знаменатель. Затем объединим все члены, содержащие дифференциал одной и той же переменной:

$$\begin{aligned} & \frac{dm_1}{m_1 + m_2 - m_c} + \frac{dm_2}{m_1 + m_2 - m_c} - \frac{dm_c}{m_1 + m_2 - m_c} - \frac{dm_1}{m_1} - \frac{dm_2}{m_2} = \\ & = \left(\frac{1}{m_1 + m_2 - m_c} - \frac{1}{m_1} \right) dm_1 + \left(\frac{1}{m_1 + m_2 - m_c} - \frac{1}{m_2} \right) dm_2 - \\ & \quad - \frac{dm_c}{m_1 + m_2 - m_c} = \frac{m_2 - m_c}{m_1(m_1 + m_2 - m_c)} dm_1 + \\ & \quad + \frac{m_1 - m_c}{m_2(m_1 + m_2 - m_c)} dm_2 - \frac{1}{m_1 + m_2 - m_c} dm_c. \end{aligned}$$

Используя формулу (4.59), получаем окончательно:

$$\delta_\tau = \frac{\Delta\tau}{\tau} = \sqrt{\left[\frac{m_2 - m_c}{m_1(m_1 + m_2 - m_c)} \right]^2 (\Delta m_1)^2 + \left[\frac{m_1 - m_c}{m_2(m_1 + m_2 - m_c)} \right]^2 (\Delta m_2)^2 + \left[\frac{1}{m_1 + m_2 - m_c} \right]^2 (\Delta m_c)^2}.$$

Абсолютную погрешность найдем из выражения

$$\Delta\tau = \delta_\tau \tau.$$

Пример 2. Измерены размеры прямоугольного бруска с помощью линейки, цена деления которой 1 мм, и определен объем этого бруска. Найти погрешность объема, если размеры сторон бруска оказались равными: 4, 8 и 21 см. В данном случае погрешность измерения линейных размеров бруска определяется ценой деления линейки (так как было сделано по одному измерению каждой из его сторон). Используя формулу из табл. 4.4, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \sqrt{282 + 74 + 102} = 19,1 \text{ см}^3, \\ \delta_V &= \sqrt{\left(\frac{0,1}{4} \right)^2 + \left(\frac{0,1}{8} \right)^2 + \left(\frac{0,1}{21} \right)^2} = 0,0284 = 2,84\%. \end{aligned}$$

§ 4.8. ИСКЛЮЧЕНИЕ ОШИБОК

Все измерения должны производиться так, чтобы исключить возможность ошибки. Наличие ее в небольшом числе измерений заметно искажает среднее значение искомой величины. Следовательно, ошибку необходимо выявить и исключить из окончательного результата. Если один результат из серии измерений существенно отличается от других результатов, то его

можно исключить при условии, что удалось найти причину ошибки, в противном случае необходима проверка.

Для выявления ошибки воспользуемся следующими соображениями. Как показано в § 4.4, вероятность появления отдельного измеренного значения x_i , отличающегося от среднего значения \bar{x} больше, чем на 2σ и 3σ , маловероятна (значения $1-\alpha$ равны соответственно 0,05 и 0,003). Вероятность $\beta = 1-\alpha$ растет с увеличением числа измерений. Так, при числе измерений k вероятность появления такого значения $p_\beta = (1-\alpha)^k = k\beta$. Значит, если проведено 20 измерений, вероятность одному из измеренных значений отличаться от среднего арифметического равна 6% ($p_\beta = 20 \cdot 0,003$). Так как число измерений редко превышает 10—15, то σ^2 при этом точно не известно. Поэтому недопустимо отбрасывать значения, отличающиеся от среднего арифметического более чем на 3σ .

При малом числе измерений, когда величина σ^2 неизвестна, для оценки отклонения от среднего арифметического значения вместо величины $|x_i - \bar{x}|/\sigma$ следует использовать $|x_i - \bar{x}|/S_k$. Величина $t_\alpha = |x_i - \bar{x}|/S_k$ подчинена распределению Стьюдента. Для разного числа измерений и заданных надежностей α значения t_β^{\max} определяют максимально возможные значения x_i , возникающие вследствие статистического разброса. Результат измерения, для которого $|x_i - \bar{x}| > t_\beta^{\max} S_k$, можно считать ошибкой и исключить из серии измерений, а \bar{x} и S_k вычислить из оставшихся $(k - 1)$ измерений.

Как правило, значения, вероятность появления которых вне интервала $\pm 3S_k^2$ меньше 0,01, оставлять не следует, тем более что, если вместо ошибки будет отброшено случайное отклонение, это не исказит заметно оценку искомой величины. Главное, не использовать интуитивный некритический метод. Если же оставлено сильно отклоняющееся значение и оно изменяет среднее арифметическое значение на величину, малую по сравнению с S_k , то практически это ничего не изменит. В случае появления резко выделяющегося значения вероятность которого больше 0,1, его необходимо оставить. Наконец, когда данная вероятность лежит в пределах $0,1 < p_\beta < 0,01$, то одинаково верно, если такое значение отбросить или оставить. В табл. П.4 приложения приведены значения величины t_β^{\max} , позволяющие оценить сильноотличающиеся результаты измерений, чтобы установить, является ли он ошибочным.

Пример. Произведено девять измерений емкости ионизационной камеры. Результаты измерений приведены в табл. 4.5. Пусть $a=25,4$, тогда $\bar{C} = a + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (C - a) = 25,4 + 0,1 = 25,5$. Так как $\bar{C} - a = 0,1$ и $(\bar{C} - a)^2 = 0,01$, то

$$S_k = \sqrt{\frac{1}{8} (1,65 - 8 \cdot 0,01)} = 0,44.$$

Отсюда получаем:

$$t_{\beta} = \frac{|C_6 - \bar{C}|}{0,44} = \frac{1,1}{0,44} = 2,5.$$

Таким образом, для $k=8$ $t_{\beta}^{\text{макс}} = 2,37$, согласно табл. П.4. Следовательно, при $t_{\beta} = 2,5$ $p_{\beta} \ll 0,01$. Шестое измерение является ошибкой, которую нужно отбросить. Поскольку число измерений мало, для определения доверительного

Т а б л и ц а 4.5

$N_{\text{изм}}$	$C, \text{ пф}$	$C-a$	$(C-a)^2$
1	25,3	-0,1	0,01
2	25,4	0,0	0,00
3	25,7	0,3	0,09
4	25,1	-0,3	0,09
5	25,5	0,1	0,01
6	26,6	1,2	1,44
7	25,4	0,0	0,00
8	25,3	-0,1	0,01
9	25,5	0,1	0,01

интервала воспользуемся коэффициентами Стьюдента. Так как $k-1=8$, то окончательно получаем:

$$\bar{C} = 25,4, \quad S_k = 0,17, \quad S_{\bar{C}} = 0,06, \quad t_{\alpha} = 2,4 \quad (\text{для } \alpha = 0,95)$$

или

$$\Delta C = 2,4 S_{\bar{C}} = 2,4 \cdot 0,06 = 0,14 \approx 0,2,$$

$$C_0 = \bar{C} \pm \Delta C = (25,4 \pm 0,2) \text{ пф.}$$

§ 4.9. ВЫРАВНИВАНИЕ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

В § 4.7 рассмотрены погрешности измерений физических величин, остающихся в неизменном состоянии за все время эксперимента (например, погрешности измерений мертвого времени регистрирующего прибора). Однако статистический разброс измеренных значений, приводящий к случайным погрешностям, наблюдается и в случаях, когда искомая величина изменяется за время опыта, например плотность потока нейтронов при прохождении через слой вещества. Рассмотрим способ нахождения зависимости между искомой и измеряемыми величинами (эмпирическую кривую) в этом случае.

Пусть измерены значения u_i функций $u(x)$ при заданных значениях аргумента $x_i (1 < i < k)$: $u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_k(x_k)$. Требуется найти функциональную зависимость $u(x)$, описывающую результаты эксперимента. Эта задача имеет особенность, заключающуюся в том, что наличие случайных погрешностей измерений делает бессмысленным подбор формулы, график ко-

торой должен обязательно проходить по всем точкам. Искомая функция должна лишь по возможности сгладить случайные погрешности эксперимента. Такая функция называется *сглаживающей* или *выравнивающей*. Выравнивание будет тем лучше, чем больше сделано измерений. Так, известно, что для проведения прямой достаточно двух точно известных точек $u_1(x_1)$ и $u_2(x_2)$, однако при наличии погрешностей для этой цели могут понадобиться десятки точек.

Выбор той или другой эмпирической формулы делают обычно, исходя из теоретических соображений или из упрощенного представления результатов измерений. Таким образом, задача определения функции $u(x)$ сводится к определению параметров B_i . В общем случае выбранную функцию можно представить в виде:

$$u = f(x; B_0, B_1; \dots, B_k). \quad (4.62)$$

Поскольку значения функции u_i содержат погрешности, то по ним нельзя точно определить параметры B_i . Можно лишь получить достаточно хорошие оценки этих параметров. Наиболее удобен и прост для этой цели метод наименьших квадратов, суть которого состоит в следующем.

Предположим, что измерения значений u_i независимы, а погрешности подчиняются нормальному закону распределения. Тогда для равноточных измерений оценки параметров B_i определяют из условия минимума суммы квадратов отклонений измеренных значений от кривой $u(x)$, т. е.

$$O = \sum_{i=1}^k [f(x_i; B_0, B_1, \dots, B_k) - u_i]^2 = \min. \quad (4.63)$$

Для неравноточных измерений уравнение (4.49) принимает вид:

$$O = \sum_{i=1}^k [f(x_i; B_0, B_1, \dots, B_k) - u_i]^2 g_i = \min,$$

где g_i — веса измерений. Как и выше, предполагаем, что $g_i \sim 1/\sigma_i^2$.

Для обеспечения минимума функции O необходимо, чтобы ее частные производные первого порядка по параметрам B_i были равны нулю ($\partial O/\partial B_i = 0$), а частные производные второго порядка были положительны. При этом остальные параметры $B_{j \neq i}$ полагаются постоянными. Следовательно, для определения параметров B_i , приводящих функцию O к наименьшему значению, нужно решить систему уравнений:

$$\partial O/\partial B_i = 0. \quad (4.64)$$

Решение этой системы уравнений покажем на примере функции, выражающей линейную зависимость между u и x .

Тогда, поскольку параметры B_i входят линейно в выражение (4.62), система уравнений (4.64) тоже будет линейной. Решение такой системы уравнений существенно проще. Данный случай представляет особый интерес в связи с тем, что на практике во многих случаях сложную функциональную зависимость можно преобразовать в линейную (см. § 4.11).

Итак, пусть имеется k измеренных значений $(x_1, u_1), (x_2, u_2), \dots, (x_k, u_k)$. Уравнение искомой прямой представим в виде $u = B_0 + B_1 x$. Требуется подобрать коэффициенты B_0 и B_1 наилучшим образом.

Ищем минимум выражения

$$O = \sum_{i=1}^k (B_0 + B_1 x_i - u_i)^2. \quad (4.65)$$

Продифференцируем эту формулу по параметрам B_0 и B_1 и приравняем производные нулю:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial O}{\partial B_0} &= \sum_{i=1}^k 2(B_0 + B_1 x_i - u_i) = 0, \\ \frac{\partial O}{\partial B_1} &= \sum_{i=1}^k 2x_i (B_0 + B_1 x_i - u_i) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.66)$$

Следовательно, необходимо решить систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} kB_0 + B_1 \sum_{i=1}^k x_i &= \sum_{i=1}^k u_i, \\ B_0 \sum_{i=1}^k x_i + B_1 \sum_{i=1}^k x_i^2 &= \sum_{i=1}^k x_i u_i. \end{aligned} \right\} \quad (4.67)$$

Эта система уравнений называется нормальной. Решив ее, получим:

$$\begin{aligned} B_0 &= \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^k u_i - \sum_{i=1}^k x_i \cdot \sum_{i=1}^k x_i u_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2}, \\ B_1 &= \frac{k \sum_{i=1}^k x_i u_i - \sum_{i=1}^k x_i \cdot \sum_{i=1}^k u_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2}. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Таким образом получим коэффициенты прямой линии, которая является лучшим приближением к искомой зависимости физических величин x и u .

Дисперсию отклонения точек от прямой S_u^2 и дисперсию коэффициентов аппроксимирующей прямой $S_{B_0}^2$ и $S_{B_1}^2$ находят из следующих выражений:

$$\left. \begin{aligned} S_u^2 &= \frac{\sum_{i=1}^k (u_i)^2}{k-2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k u_i\right)^2}{k(k-2)} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i \cdot \sum_{i=1}^k u_i - k \sum_{i=1}^k x_i u_i\right)^2}{\left[k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i\right)^2\right] k(k-2)}, \\ S_{B_0}^2 &= \frac{S_u^2 \sum_{i=1}^k x_i^2}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i\right)^2} \text{ и } S_{B_1}^2 = \frac{k S_u^2}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i\right)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.69)$$

Метод наименьших квадратов может быть применен также и для определения коэффициентов в некоторых случаях нелинейной зависимости $f(x, B_0, B_1, \dots, B_k)$ от параметров, например:

$$u = f(x, B_0, B_1) = B_0 \exp(-B_1 x). \quad (4.70)$$

Представим эту формулу в виде $\ln u = \ln B_0 - B_1 x$ и произведем замену переменных $u' = \ln u$; $B'_0 = \ln B_0$; $B'_1 = -B_1$. Тогда можно записать $u' = B'_0 + B_1 x$, т. е. получим линейное уравнение, коэффициенты которого определяются из соотношений (4.68). Произведя обратную замену переменных, получим:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot \sum_{i=1}^k \ln u_i - k \sum_{i=1}^k x_i \ln u_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i\right)^2}, \\ \ln B_0 &= \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^k \ln u_i - \sum_{i=1}^k x_i \cdot \sum_{i=1}^k x_i \ln u_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i\right)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.71)$$

Во многих практических задачах функцию $u = f(x, B_0, B_1, \dots, B_k)$ представляют в виде многочлена типа

$$f(x) = B_0 + B_1 x + \dots + B_l x^l, \quad (4.72)$$

где $l < k-1$. Приведем без вывода нормальную систему уравнений для данного случая

$$\sum_{i=0}^l B_i \cdot \sum_{j=1}^k x_j^{i+1} = \sum_{j=1}^k x_j^i u_j. \quad (4.73)$$

Решение системы уравнений (4.73) аналогично рассмотренному выше способу решения системы уравнений (4.67). Число уравнений в системе (4.73) равно $(l+1)$, и они содержат $(l+1)$ неизвестных коэффициентов, по отношению к которым линейны. Решив систему линейных уравнений, найдем значения всех коэффициентов B_i . При этом, если $k < l$, то число уравнений меньше числа неизвестных параметров B_i и их нельзя определить. В случае $k = l$ число уравнений равно числу неизвестных параметров и определение их оценок возможно при условии, что x и u определены точно. А так как величины x и u известны с погрешностями, то увеличением числа измерений стараются компенсировать погрешности каждого измерения, стремясь к тому, чтобы выполнялось условие $k > l$. При $k > l$ число уравнений больше числа неизвестных параметров и эти уравнения используют для нахождения наилучшего приближения к заданной функции.

Используя метод наименьших квадратов, следует быть внимательным, чтобы не получить совершенно неприемлемых результатов. Необходимо, чтобы искомая функция в исследуемой области не имела особых точек, разрывов и т.п., т.е. кривая должна быть достаточно гладкой, а экспериментальные точки должны располагаться достаточно равномерно в рассматриваемой области. Так, в случае острого максимума и медленно спадающих «крыльев» для равномерного расположения точек аппроксимирующая кривая дает хорошие результаты на «крыльях» и не обеспечивает истинной зависимости в области максимума, так как малое число вблизи него не вносит заметного вклада в величину

$$\sum_i [f(x_i, B_i) - u_i]^2.$$

Если все вычисления проводить с достаточной точностью, то метод наименьших квадратов обеспечивает надежные результаты.

Так как в формулах [например, (4.62)] есть члены, содержащие вторые и более высокие степени переменной, то коэффициенты приходится умножать на большие числа. Поэтому возможен случай, когда цифры множимого, стоящие на третьем месте после запятой, перейдут в разряд целых. Хотя ряд (4.62) — сходящийся и коэффициенты B_i быстро уменьшаются, все же значения их надо давать с достаточно большим числом десятичных знаков, а все исходные данные для вычисления коэффициентов B_i считать точными числами. Только после вычисления всех коэффициентов B_i следует в их окончательных значениях отбросить лишние знаки, чтобы значения функции u , вычисленные по найденной эмпирической зависимости, имели ту же точность, что и табличные значения. Таким образом, число десятичных знаков не одинаково для различных коэффициентов и растет с увеличением индекса B_i .

Пример 1. В результате проведенных экспериментов для некоторой величины N получены значения, приведенные в табл. 4.6. К этой задаче приводит, например, изучение закона радиоактивного распада. Представим его в виде $\ln N = \ln N_0 - \lambda t$. Используя формулы (4.71), получаем, что коэффициенты λ и N_0 находятся из следующих соотношений:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^k t_i \cdot \sum_{i=1}^k \ln N_i - k \sum_{i=1}^k t_i \ln N_i}{k \sum_{i=1}^k t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k t_i \right)^2} = \frac{19,4397 \cdot 10,5 - 6 \cdot 30,1997}{6 \cdot 22,75 - 110,25} = 0,873,$$

Таблица 4.6

i	t_i	N_i	$\ln N_i$	t_i^2	$t_i \ln N_i$
1	0,5	6,0	4,0943	0,25	2,0472
2	1,0	5,0	3,9120	1,00	3,9120
3	1,5	3,7	3,6109	2,25	5,4164
4	2,0	2,6	3,2581	4,00	6,5162
5	2,5	1,6	2,7726	6,25	6,9315
6	3,0	0,6	1,7918	9,00	5,3764
Σ_i	10,5		19,4397	22,75	30,4997

$$\ln N_0 = \frac{\sum_{i=1}^k t_i^2 \cdot \sum_{i=1}^k \ln N_i - \sum_{i=1}^k t_i \cdot \sum_{i=1}^k t_i \ln N_i}{k \sum_{i=1}^k t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k t_i \right)^2} =$$

$$= \frac{22,75 \cdot 19,4397 - 10,5 \cdot 30,1997}{6 \cdot 22,75 - 110,25} = 4,7679.$$

Здесь $\left(\sum_{i=1}^k t_i \right)^2 = 110,25$. Следовательно, наилучшая аппроксимирующая кривая имеет вид

$$N = 11,8e^{-0,87t}.$$

Пример 2. Найдем параметры зависимости $y = B_0 + B_1 x + B_2 x^2$. Такого вида зависимость наблюдается, например, для термопары платинородий — платина, для которой термо-э.д.с. и температура окружающей среды связаны уравнением $E = a + bt + ct^2$. Потребуем, чтобы сумма квадратов отклонений была минимальной, т. е.

$$\sum_{i=1}^k (E_i - a - bt_i - ct_i^2)^2 = \min.$$

После дифференцирования по параметрам получаем:

$$\sum_{i=1}^k (E_i - a - bt_i - ct_i^2) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^k (E_i - a - bt_i - ct_i^2) t_i = 0,$$

$$\sum_{i=1}^k (E_i - a - bt_i - ct_i^2) t_i^2 = 0$$

или

$$\left. \begin{aligned} ka + b \sum_{i=1}^k t_i + c \sum_{i=1}^k t_i^2 &= \sum_{i=1}^k E_i, \\ a \sum_{i=1}^k t_i + b \sum_{i=1}^k t_i^2 + c \sum_{i=1}^k t_i^3 &= \sum_{i=1}^k t_i E_i, \\ a \sum_{i=1}^k t_i^2 + b \sum_{i=1}^k t_i^3 + c \sum_{i=1}^k t_i^4 &= \sum_{i=1}^k t_i^2 E_i. \end{aligned} \right\} \quad (4.74)$$

В табл. 4.7 приведены значения E в зависимости от t . В этой же таблице представлены необходимые данные для проведения вычислений по формулам (4.74).

Таблица 4.7

i	$t_i, ^\circ\text{C}$	$E_i, \text{мВ}$	$t_i^2, 10^4 ^\circ\text{C}^2$	$t_i^3, 10^7 ^\circ\text{C}^3$	$t_i^4, 10^{10} ^\circ\text{C}^4$	$t_i E_i, 10^3 ^\circ\text{C} \cdot \text{мВ}$	$t_i^2 E_i, 10^6 ^\circ\text{C}^2 \cdot \text{мВ}$
1	300	2,2	9,00	2,7	0,81	6,6	0,198
2	400	3,1	16	6,4	2,56	12,4	0,496
3	500	4,1	25	12,5	6,25	20,5	1,03
4	600	5,1	36	21,6	13	30,6	1,83
5	700	6,1	49	34,3	24	42,7	2,99
6	800	7,2	64	51,2	41	57,6	4,60
7	900	8,3	81	72,9	66	74,7	6,73
8	1000	9,3	100	100	100	93	9,30
9	1100	10,6	121	133	146	117	12,8
10	1200	11,6	144	173	207	139	16,7
11	1300	13,1	169	220	286	170	22,1
Σ_i	8800		814	827,6	892,62	764,1	78,774

Подставляя данные табл. 4.7, находим неизвестные параметры: $a = -0,37$, $b = 8,4 \cdot 10^{-3} ^\circ\text{C}^{-1}$; $c = 1,6 \cdot 10^{-6} ^\circ\text{C}^{-2}$. Полученные значения близки к табличным, т. е. задача решена правильно.

§ 4.10. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Результаты измерений можно представить в виде графиков и таблиц. Последний способ наиболее прост: надо лишь напротив значений аргумента вписать соответствующие им значения функции. В ряде случаев результаты исследований можно представлять только в виде таблицы. Но таблица не дает

наглядного представления о зависимости одной физической величины от другой, поэтому во многих случаях строят график. Им можно пользоваться для быстрого нахождения зависимости одной физической величины от другой, т.е. по измеренным данным находят аналитическую формулу, связывающую величины x и y . Такие формулы называют эмпирическими. Точность нахождения функции $y(x)$ по графику определяется корректностью построения графика. Следовательно, когда не требуется большой точности, графики удобнее таблиц: они занимают меньше места, по ним быстрее проводить отсчеты, при построении их сглаживаются выбросы в ходе функции из-за случайных погрешностей измерений. Если требуется особо высокая точность, результаты эксперимента предпочтительнее представлять в виде таблиц, а промежуточные значения находить по интерполяционным формулам.

Математическая обработка результатов измерений экспериментатором не ставит задачу раскрыть истинный характер функциональной зависимости между переменными, а лишь дает возможность наиболее простой формулой описать результаты эксперимента, что позволяет использовать интерполирование и применить к наблюдаемым данным методы математического анализа.

Графический метод. Чаще всего для построения графиков используют прямоугольную систему координат. В ней положение точки определяют координатами x и y . Чтобы облегчить построение, нужно использовать миллиметровую бумагу. При этом отсчеты расстояний на графиках следует делать только по делениям на бумаге, а не при помощи циркуля и линейки, хотя, возможно, длина делений на бумаге различна в вертикальном и горизонтальном направлениях. Предварительно нужно выбрать разумные масштабы по осям так, чтобы точность измерения соответствовала точности отсчета по графику и график не был растянут или сжат вдоль одной из осей, так как это ведет к увеличению погрешности отсчета. Если начальные значения x или y отличаются намного от нуля, то предпочтительнее начинать отсчет делений на соответствующей оси с некоторого значения, которое лишь немногим меньше найденного на опыте значения переменного, откладываемого на данной оси, иначе на графике будет необоснованно много пустого места. После нанесения масштабных делений на осях около них пишут необходимые цифры. У концов осей наносят обозначения откладываемых величин, а единицы их измерений отделяют запятой; если надпись имеет более пяти знаков, то ее располагают вдоль оси, посередине ее.

Далее на график наносят точки, представляющие результаты измерений. Для выделения разных результатов (например, результатов разных авторов), их наносят значками: кружками, треугольниками, крестиками и т.п. Так как в большинстве

случаев погрешности значений функции больше погрешностей аргумента, то наносят только погрешность функции в виде отрезка длиной, равной удвоенной погрешности в данном масштабе. При этом экспериментальная точка находится в середине этого отрезка, который с обоих концов ограничивается черточками (рис. 4.7). После этого проводят плавную кривую так, чтобы она проходила возможно ближе ко всем экспериментальным точкам и примерно одинаковое число точек находилось по обеим сторонам кривой. Кривая должна (как правило) лежать в пределах погрешностей измерений. Чем меньше эти погрешности, тем лучше кривая совпадает с экспериментальными точками. Отметим, что лучше провести плавную кривую вне пределов погрешности, чем допустить излом кривой вблизи отдельной точки. Если одна или несколько точек лежат далеко от кривой, то это часто свидетельствует о грубой ошибке при вычислении или измерении. Кривые на графиках строят с помощью лекал.

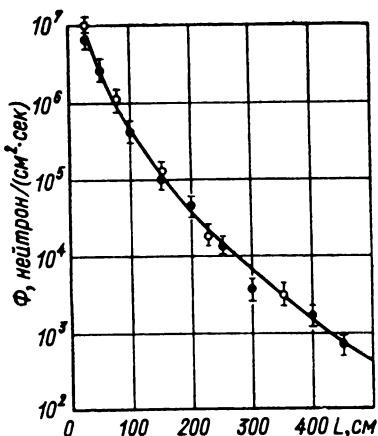


Рис. 4.7. Изображение результатов измерений на графике

Не следует брать очень много точек при построении графика плавной зависимости переменных и только для кривых с максимумами и минимумами необходимо в области экстремума наносить точки более часто. Нужно также иметь в виду, что каждая кривая соответствует только вполне определенным значениям коэффициентов, найденных для данной функциональной зависимости, и если коэффициенты изменяются, то и кривая будет совершенно другой.

При построении графиков (даже опытными специалистами) наблюдается большой произвол. Можно, конечно, использовать основное условие метода наименьших квадратов, но, к сожалению, при построении кривых удовлетворить его достаточно строго весьма трудно. Поэтому можно использовать прием, позволяющий, хотя и с меньшей точностью, значительно проще найти зависимость $y(x)$. Этот метод называют способом выравнивания или способом натянутой нити. Он основан на геометрическом подборе прямой «на глаз».

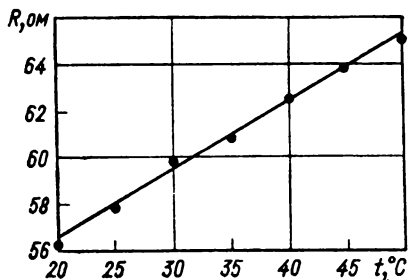
Если этот прием не удастся, то во многих случаях преобразование кривой в прямую достигается применением одной из функциональных шкал или сеток (чаще всего применяются логарифмическая или полулогарифмическая сетки). Этот прием полезен и в тех случаях, когда нужно растянуть или сжать

какой-либо участок кривой. Так, логарифмический масштаб удобно использовать для изображения изучаемой величины, изменяющейся на несколько порядков в пределах измерений. Для построения графиков в этих случаях используют специально разграфленную бумагу (или на обычной миллиметровой бумаге изготавливают необходимую сетку), логарифмическую или полулогарифмическую, т.е. в первом случае координатная сетка имеет обе шкалы в логарифмическом масштабе, во втором — одну в логарифмическом, а вторую — в линейном масштабе. При этом, если функциональные координатные сетки имеют достаточно мелкие и точные деления, то графический метод дает хорошие результаты. Этот метод рекомендуется для нахождения приближенных значений коэффициентов в эмпирических формулах или для измерений с невысокой точностью данных. При использовании логарифмической сетки прямой линией изображается зависимость типа $y = B_0 + B_1 x^k$, а при использовании полулогарифмической сетки — зависимость типа $y = B_0 + B_1 e^{kx}$. Коэффициент B_0 в некоторых случаях может быть равен нулю. Отметим также, что при использовании линейного масштаба все значения на графике отсчитывают с одинаковой абсолютной точностью, а при использовании логарифмического масштаба — с одинаковой относительной точностью.

Пример 1. Результаты измерений сопротивления проводника в зависимости от изменения температуры приведены в таблице:

$t, ^\circ\text{C}$	20	25	30	35	40	45	50
$R, \text{ом}$	56,3	57,8	59,8	60,8	62,4	63,9	65,1

Найти эмпирическую зависимость R от t . Нанесем результаты измерений на прямоугольную координатную сетку (рис. 4.8). Построим прямую возможно ближе ко всем точкам. Как видно из рисунка, эта прямая достаточно хорошо ложится на экспериментальные точки. Выберем две удаленные друг от друга точки с координатами (20; 56,3) и (50; 65,1). Подставляя эти данные в уравнение прямой, получаем:



$$B_0 + B_1 \cdot 20 = 56,3;$$

$$B_0 + B_1 \cdot 50 = 65,1.$$

Рис. 4.8. Зависимость сопротивления проводника от температуры

Отсюда находим, что

$$B_1 = 8,8/30 = 0,293; \quad B_0 = 56,3 - 20 \cdot 0,293 = 50,44.$$

Следовательно, $R=50,44+0,293I$. Так можно только грубо оценить коэффициенты. Более точно их нужно определять по формулам выравнивания, приведенным в § 4.9.

Пример 2. Измерена скорость счета β -частиц m в зависимости от толщины поглотителя I . Получены следующие данные:

$I, \text{ мг/см}^2$	9,6	16,6	23,6	31,4	39,4	68,5	88,0	127,0
$m, \text{ имп/сек}$	52,5	45,5	41,0	35,5	30,4	19,0	12,2	6,8

Найти аналитическое выражение для зависимости m от I .

Построив результаты измерений (рис. 4.9, а), получим кривую, характерную для показательных функций. Поэтому нанесем экспериментальные

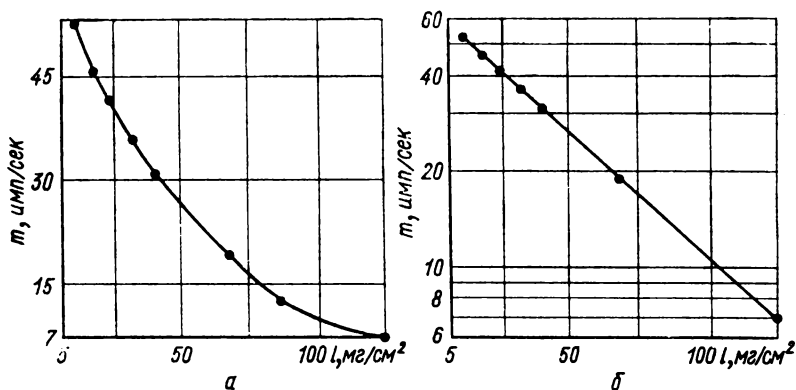


Рис. 4.9. Изменение скорости счета β -частиц в зависимости от толщины поглотителя:

а — в прямоугольной системе координат; б — в полулогарифмической сетке

точки на полулогарифмическую сетку (рис. 4.9, б). Как видно из этого рисунка, получили прямую линию, т. е. наше предположение оказалось верным. Следовательно, $m=B_0+B_1e^{kI}$. Прологарифмируем это выражение, тогда $\ln m = \ln B_1 + kI$, поскольку $B_0=0$, как видно из графика. Подставляя измеренные значения в последнее уравнение и беря две точки, далеко отстоящие друг от друга, получаем:

$$\ln 52,5 = \ln B_1 + 9,6 k,$$

$$\ln 6,8 = \ln B_1 + 127k.$$

Отсюда

$$k = -\frac{2,04}{117,4} = -0,0174.$$

В качестве B_1 необходимо взять значение m_1 в первой точке. Окончательно $m=52,5 \exp(0,0174 I)$. Получили закон ослабления излучения при прохождении через вещество, который в общем виде выглядит так: $N=N_0e^{-\Sigma I}$, где Σ — сечение взаимодействия излучения с веществом. Более точно величины Σ и N_0 находят методом наименьших квадратов.

Из последнего примера хорошо видна роль функциональных сеток при обработке экспериментальных данных. Следует также заметить, что часто бывает трудно по имеющемуся ограниченному участку кривой (особенно, если не все точки лежат на кривой) судить о том, какого типа функцию необходимо использовать для приближения. Поэтому переводят экспериментальные точки на ту или иную координатную сетку и уже потом смотрят, на какой из них полученные данные ближе всего совпадают с прямой, и в соответствии с этим выбирают эмпирическую формулу.

Подбор эмпирических формул. Рассмотрим некоторые формулы, позволяющие представить в аналитической форме результаты измерений. Хотя нет общего метода, который давал бы возможность подобрать наилучшую эмпирическую формулу для любых результатов измерений, все же можно найти эмпирическое соотношение, наиболее точно отражающее искомую зависимость. Для этого необходимо учитывать упоминавшиеся выше условия подбора формул наилучшего типа. Нужно отметить, что не следует добиваться полного совпадения между экспериментальными данными и искомой формулой, так как интерполяционный многочлен или другая аппроксимирующая формула будет повторять все погрешности измерений, а коэффициенты не будут иметь физического смысла. Поэтому, если не известна теоретическая зависимость между x и y , то выбирают такую формулу, которая лучше совпадает с измеренными значениями и содержит меньше параметров. Для определения подходящей формулы экспериментальные данные изображают графически и сравнивают с различными кривыми, которые строят по известным формулам в том же масштабе. Изменяя параметры в формуле, можно в определенной степени менять вид кривой. В процессе сравнения необходимо учитывать имевшиеся максимумы и минимумы, поведение функции при различных значениях аргумента, выпуклость кривой в ту или иную сторону на разных участках. Подобрав формулу, определяют значения параметров так, чтобы различие между кривой и экспериментальными данными было не больше погрешностей измерений. Ниже приводятся кривые, наиболее часто употребляемые на практике (за исключением прямой, о которой говорилось выше).

1. Показательная зависимость

$$y = B_0 + B_1 e^{kx}.$$

При $B_0=0$ возможны следующие случаи. Если $x=0$, то во всех ситуациях $y=B_0+B_1$. При $B_0=0$ и $k>0$ кривая с увеличением x возрастает. При $k<0$ кривая стремится к оси абсцисс. Чем больше $|k|$, тем быстрее рост (или спад) кривой. График кривой $y=B_1 e^{kx}$ представляет собой прямую линию в полулога-

рифмической сетке координат. Тангенс угла наклона прямой равен k , а параметр B_1 — ординате при $x=0$.

2. Степенная зависимость

$$y = B_0 + B_1 x^k.$$

Если $B_0=0$, то при $x=1$ $y=B_1$. Если $0 < x < 1$, кривая тем ближе подходит к оси абсцисс, чем больше k . В случае $x > 1$ кривая более быстро растет при увеличении k . При $0 < k < 1$ кривая касается оси ординат в точке $x=0$, а при $k > 1$ кривая касается оси абсцисс в этой же точке. Если $-1 < k < 0$, кривая подходит ближе к оси ординат, а при $k < -1$ — ближе к оси абсцисс. График описываемой зависимости — прямая линия в логарифмической сетке координат. Параметр k равен тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс.

Как показано, вид кривых очень сильно меняется при изменении значений параметров. Это представляет широкие возможности выбора подходящей эмпирической зависимости для представления результатов измерений, хотя и требует определенных практических навыков.

§ 4.11. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ. ЭКСТРАПОЛИРОВАНИЕ

Под *интерполированием* понимают, во-первых, нахождение значений функции для промежуточных значений аргумента, отсутствующих в таблице и, во-вторых, замену функции интерполирующим многочленом, если аналитическое выражение ее не известно, а функция должна подвергаться определенным математическим операциям. Наиболее простые способы интерполирования — линейное и графическое. Линейное интерполирование можно применять тогда, когда зависимость $y(x)$ выражается прямой линией или кривой, близкой к прямой, для которой такое интерполирование не приводит к грубым погрешностям. В некоторых случаях можно проводить линейное интерполирование и при сложной зависимости $y(x)$, если оно ведется в пределах настолько малого изменения аргумента, что зависимость между переменными можно считать линейной без заметных погрешностей. При графическом интерполировании неизвестную функцию $y(x)$ заменяют ее приближенным графическим изображением (по экспериментальным точкам или табличным данным), из которого определяют значения y при любых x в пределах измерений. Однако точное графическое построение сложных кривых иногда оказывается очень трудным, например кривой с резкими экстремумами, поэтому графическое интерполирование имеет ограниченное применение.

Таким образом, во многих случаях невозможно применить ни линейного, ни графического интерполирования. В связи с этим были найдены интерполирующие функции, позволяющие вычислить значения y с достаточной точностью для любой

функциональной зависимости $y(x)$ при условии, что она является непрерывной. Интерполирующая функция имеет вид

$$y \approx f(x) = B_0 + B_1x + \dots + B_kx^k, \quad (4.75)$$

где $B_0, B_1, B_2, \dots, B_k$ — определяемые коэффициенты. Так как многочлен (4.75) изображается кривой параболического типа, то такая интерполяция называется параболической.

Коэффициенты интерполирующего многочлена находят, решая систему из $(l+1)$ линейных уравнений, получающихся при подстановке в (4.75) известных значений y_i и x_i . Решение такой системы уравнений при большом числе неизвестных весьма сложно. Кроме того, при $l < k$ задача становится неопределенной. Это очень редко бывает на практике и можно считать $l \geq k$. Это же условие определяет и степень многочлена k .

Наиболее просто производится интерполирование, когда интервалы между значениями аргумента постоянны, т. е.

$$x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \dots = x_k - x_{k-1} = h,$$

где h — постоянная величина, называемая шагом. В общем случае

$$x_l = x_0 + lh. \quad (4.76)$$

В выражении (4.76) l может быть как целым, так и дробным числом. При использовании интерполяционных формул приходится иметь дело с разностями значений y и разностями этих разностей, т. е. разностями функции $y(x)$ различных порядков. Разности любого порядка вычисляются по формуле

$$\Delta^k y_l = \Delta^{k-1} y_{l+1} - \Delta^{k-1} y_l. \quad (4.77)$$

Например, $\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0 = y_2 - 2y_1 + y_0$ и $y_1 - y_0 = y(x_0 + h) - y(x_0) = \Delta y(x_0) = \Delta y_0$. При вычислении разностей их удобно располагать в виде табл. 4.8, в каждом столбце которой

Таблица 4.8

Разности функции $x(y)$

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
x_0	y_0	Δy_0			
x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_0$
x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	
x_3	y_3	Δy_3	$\Delta^2 y_2$		
x_4	y_4				

разности записывают между соответствующими значениями уменьшаемого и вычитаемого, т. е. составляется таблица диагонального типа. Обычно разности записывают в единицах последнего знака.

Так как функция $y(x)$ выражается многочленом (4.75) k -й степени относительно x , то разности также являются многочленами, степени которых понижаются на единицу при переходе к последующей разности. K -я разность многочлена k -й степени является постоянным числом, т. е. содержит x в нулевой степени. Все разности более высокого порядка равны нулю. Это определяет степень интерполирующего многочлена. Действительно, если для ряда значений $x_0, x_1, \dots, x_k; y_0, y_1, \dots, y_k$ при заполнении таблицы разностей оказывается, что разности порядка l — постоянные числа, то зависимость y от x может быть представлена многочленом порядка l . Указанная закономерность справедлива только для случаев постоянного h в формуле (4.76). При обработке результатов измерений разности могут оказаться лишь относительно постоянными, так как измеренные значения не точны вследствие наличия погрешностей или статистической природы изучаемого явления. Однако и в этих случаях интерполяционные формулы могут дать хорошую интерполирующую кривую, если различие между разностями будет в пределах доверительного интервала. Если при измерении или вычислении y и их разностей допущена ошибка, то в таблице разностей ошибка распространяется на все более широкую зону и возрастает, как это видно из табл. 4.9.

Таблица 4.9

Разности с ошибкой

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
x_0	y_0			
x_1	y_1	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$
x_2	y_2	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1 + \epsilon$
x_3	y_3	Δy_2	$\Delta^2 y_2 + \epsilon$	$\Delta^3 y_2 - 3\epsilon$
x_4	y_4	$\Delta y_3 + \epsilon$	$\Delta^2 y_3 - 2\epsilon$	$\Delta^3 y_3 + 3\epsilon$
x_5	y_5	$\Delta y_4 - \epsilon$	$\Delta^2 y_4 + \epsilon$	$\Delta^3 y_4 - \epsilon$
x_6	y_6	Δy_5	$\Delta^2 y_5$	$\Delta^3 y_5$
x_7	y_7	Δy_6	$\Delta^2 y_6$	
x_8	y_8	Δy_7		

При этом, если отклонение разностей от их среднего арифметического значения систематически растет, то, по-видимому, в измерениях или вычислениях допущена ошибка, и их необходимо проверить. Например, оказалось, что вторые разности постоянны всюду, кроме одного участка ¹(см. табл. 4.9), следовательно, ошибочные разности можно исправить. За исправленное значение принимают среднее арифметическое трех разностей $\Delta^2 y_l$ с ошибками

$$\widetilde{\Delta^2 y_3} = (\Delta^2 y_2 + \Delta^2 y_3 + \Delta^2 y_4)/3. \quad (4.78)$$

Эта сумма уже не содержит ошибки. Определив $\overline{\Delta^2 y_3}$, нетрудно найти ошибку в значении y_4 , которое находится на той же строке, что и исправленная вторая разность,

$$\varepsilon = (\Delta^2 y_3 - \widetilde{\Delta^2 y_3})/2. \quad (4.79)$$

Аналогично могут быть исправлены и разности более высокого порядка. После исправления ошибки необходимо заново вычислить все разности. Указанным способом могут быть обнаружены только отдельные ошибки, которые находятся далеко друг от друга. Если же все было сделано правильно, а отклонение разностей от среднего есть, то, по-видимому, измеряемый процесс таков, что непрерывность его в некоторых областях нарушается.

Представим функцию $f(x)$ не в виде (4.75), а следующим способом:

$$f(x) = B_0 + B_1(x - x_0) + B_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + B_k(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1}). \quad (4.80)$$

Подставив последовательно все значения x в это выражение, получим $(l+1)$ уравнений, из которых можно найти коэффициенты B_i :

$$\text{при } x = x_0 \quad f(x_0) = y_0 = B_0;$$

$$\text{при } x = x_1 \quad f(x_1) = y_1 = B_0 + B_1(x_1 - x_0) = B_0 + B_1 h \text{ и т. д.}$$

В общем случае

$$B_l = \Delta^l y_0 / (l! h^l). \quad (4.81)$$

Подставив в формулу (4.80) найденные коэффициенты, получим выражение для интерполирующего многочлена

$$y(x) \approx f(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h} (x - x_0) + \dots + \frac{\Delta^k y_0}{k! h^k} (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1}). \quad (4.82)$$

Выражение (4.82) называют *первой интерполяционной формулой Ньютона*. Она используется для нахождения значений y при любых x в пределах измерений. Представим формулу (4.82) в несколько ином виде:

$$y \approx f(x) = y_0 + l\Delta y_0 + \frac{l(l-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \\ + \frac{l(l-1) \dots (l-k+1)}{k!} \Delta^k y_0. \quad (4.83)$$

Последние две формулы иногда называют интерполяционными формулами Ньютона для интерполирования вперед. Действительно, в эти формулы входят разности, идущие по диагонали вниз, и их удобно использовать в начале таблицы экспериментальных данных, где разностей достаточно.

Представим теперь интерполирующий многочлен в виде

$$f(x) = B_0 + B_1(x - x_k) + B_2(x - x_k)(x - x_{k-1}) + \\ + \dots + B_k(x - x_k) \dots (x - x_1). \quad (4.84)$$

Коэффициенты B_l определяют так же, как и выше, тогда общая формула для их определения имеет вид

$$B_l = \Delta^l y_{k-l} / (l! h^l), \quad (4.85)$$

где $l=1, 2, 3, \dots, k$. Подставив коэффициенты B_l в выражение (4.84), получим

$$f(x) = y_k + \frac{\Delta y_{k-1}}{h} (x - x_k) + \dots + \\ + \frac{\Delta^k y_0}{k! h^k} (x - x_k)(x - x_{k-1}) \dots (x - x_1). \quad (4.86)$$

Эту формулу называют *второй интерполяционной формулой Ньютона*. Ее можно представить и так:

$$f(x) = y_k + l\Delta y_{k-1} + \frac{l(l-1)}{2!} \Delta^2 y_{k-2} + \dots + \\ + \frac{l(l-1) \dots (l+k-1)}{k!} \Delta^k y_0. \quad (4.87)$$

Формулу (4.87) принято называть интерполяционной формулой Ньютона для интерполирования назад. Она используется для определения значений y в конце таблицы.

Пример 1. Вычислить y при $x=3,2$ по данным из табл. 4.10. Так как вторые разности постоянны, то интерполирующий многочлен в этом случае имеет вторую степень. Интерполирование надо провести между значениями x , равными 3 и 4. Из таблицы разностей берем значения y и его разностей. Итак,

$x_0=3, x_1=4, y_0=14, y_1=22, \Delta y_0=8, \Delta^2 y_0=2, h=1$. Применим формулу (4.82), которая принимает вид

$$y = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h} (x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2h^2} (x - x_0)(x - x_1).$$

Т а б л и ц а 4.10

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
1	4			
2	8	4		
3	14	6	2	0
4	22	8	2	0
5	32	10	2	0
6	44	12		

Подставим численные значения:

$$y(3,2) = 14 + \frac{8}{1} (3,2 - 3) + \frac{2}{2 \cdot 1} (3,2 - 3)(3,2 - 4) = 15,44.$$

Для решения данной задачи можно также использовать формулу (4.83), которая принимает вид

$$y = y_0 + l \Delta y_0 + \frac{l(l-1)}{2!} \Delta^2 y.$$

Найдем значение $l = (3,2 - 3)/1 = 0,2$. Взяв необходимые данные из таблицы разностей, получим

$$y(3,2) = 14 + 0,2 \cdot 8 - \frac{0,2 \cdot 0,82}{1 \cdot 2} = 15,44.$$

Покажем на этом примере, что в качестве x_0 и x_1 можно брать не только ближайшие к x значения, но и любые другие, стоящие выше в таблице разностей. Так, положим, что $x_0=1$, а $x_1=2$, тогда $l = (3,2 - 1)/1 = 2,2$; $y_0=4$; $y_1=8$; $\Delta y_0=4$; $\Delta^2 y_0=2$. Применив последовательно формулы (4.82) и (4.83), получим

$$y(3,2) = 4 + \frac{4}{1} (3,2 - 1) + \frac{2}{2 \cdot 1} (3,2 - 1)(3,2 - 2) = 15,44$$

и

$$y(3,2) = 4 + 2,2 \cdot 4 + \frac{2,2 \cdot 1,2}{1 \cdot 2} 2 = 15,44.$$

Используем теперь формулу (4.87): $x_k=6$; $x_{k-1}=5$; $l=-2,8$; $y_k=44$, $\Delta y_{k-1}=12$; $\Delta^2 y_{k-2}=2$. Тогда

$$y(3,2) = 44 - 2,8 \cdot 12 + \frac{2,8 \cdot 1,8}{1 \cdot 2} 2 = 15,44.$$

Возьмем в качестве x_k и x_{k-1} ближайшие к x значения: $x_k=4$; $x_{k-1}=3$. В этом случае получаем $l = (3,2 - 4)/1 = -0,8$ и $y_k=22$; $\Delta y_{k-1}=8$; $\Delta^2 y_{k-2}=2$ и

$$y(3,2) = 22 - 0,8 \cdot 8 - \frac{0,8 \cdot 0,2}{1 \cdot 2} 2 = 15,44.$$

Следовательно, для вычислений можно использовать разные значения x и разные интерполяционные формулы. Это позволяет проверять результаты. Кроме того, формулы (4.82) и (4.83) дают возможность определить коэффициенты интерполирующего многочлена. Для этого раскроем скобки в правой

части указанных формул и запишем их по восходящим степеням x (можно, конечно, записывать и по нисходящим степеням). Для рассматриваемого примера

$$y = \left(y_0 - x_0 \frac{\Delta y_0}{h} + x_0 x_1 \frac{\Delta^2 y_0}{2h^2} \right) + \left(\frac{\Delta y_0}{h} - x_0 \frac{\Delta^2 y_0}{2h^2} - x_1 \frac{\Delta^2 y_0}{2h^2} \right) x + \frac{\Delta^2 y_0}{2h^2} x^2. \quad (4.88)$$

Подставив числовые значения, получим

$$B_0 = 14 - 3 \frac{8}{1} + 3 \cdot 4 \frac{2}{2 \cdot 1} = 2; \quad B_1 = \frac{8}{1} - 3 \frac{2}{2 \cdot 1} - 4 \frac{2}{2 \cdot 1} = 1;$$

$$B_2 = \frac{2}{2 \cdot 1} = 1.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае интерполирующая функция $y = 2 + x + x^2$. Подставляя в эту формулу разные значения x , убеждаемся, что формула подобрана правильно.

Пример 2. При исследовании некоторого процесса было найдено, что изменение параметра B с течением времени t такое, как показано в табл. 4.11.

Т а б л и ц а 4.11

t	B	ΔB	$\Delta^2 B$	$\Delta^3 B$	$\Delta^4 B$
1	63,7				
5	52,9	-10,8			
9	43,2	-9,7	1,1		
13	34,7	-8,5	1,2	0,1	0
17	27,5	-7,2	1,3	0,1	-0,3
21	21,4	-6,1	1,1	-0,2	0,1
25	16,3	-5,1	1,0	-0,1	

Как видно из таблицы, при $t=13$, по-видимому, была сделана ошибка в измерениях, и все же вторые разности можно считать относительно постоянными. Для интерполирования используем формулу (4.83). Из таблицы разностей находим, что $t_0=9$; $t_1=13$; $B_0=43,2$; $B_1=34,7$; $\Delta B_0=-8,5$; $\Delta^2 B_0=1,2$ и $l=(x-x_0)/h=(10-9)/4=0,25$. Тогда

$$B(13) = B_0 + l \Delta B_0 + \frac{l(l-1)}{2!} \Delta^2 B_0 = 43,2 - 0,25 \cdot 8,5 - \frac{0,25 \cdot 0,75 \cdot 1,2}{1 \cdot 2} = 40,85.$$

Так как исходные данные содержат только десятые доли, то после округления $B=40,9$.

Пример 3. Дана зависимость $y(x)$ в табл. 4.12. Там же приведены разности значений y , которые записаны в единицах последнего знака без нулей впереди. Как видно, вторые разности не постоянны для $x=4 \div 6$. Видимо, при $x=5$ в значении y содержится ошибка. Попытаемся исправить ее. Используя формулу (4.78), получаем

$$\tilde{\Delta^2 y}_3 = \frac{48 + 9 + 48}{3} = 35.$$

Ошибку y найдем из (4.79): $\varepsilon = (9 - 35)/2 = -13$ единиц третьего знака. Определив исправленное значение $y = 4,637$, вычислим заново первые и вторые разности (табл. 4.13). Вторые разности теперь всюду постоянны.

Таблица 4.12

x	y	Δy	$\Delta^2 y$
1	1,643	696	
2	2,339	731	35
3	3,070	766	35
4	3,836	814	48
5	4,650	823	9
6	5,473	871	48
7	6,344	906	35
8	7,250		

Таблица 4.13

x	y	Δy	$\Delta^2 y$
1	1,643	696	
2	2,339	731	35
3	3,070	766	35
4	3,836	801	35
5	4,637	836	35
6	5,473	871	35
7	6,344	906	35
8	7,250		

Следует отметить, что для ряда с небольшой сходимостью (такие случаи не так уж редки на практике) для получения значений функции с необходимой точностью надо брать достаточно большое число членов в интерполирующей формуле.

Рассмотрим теперь, как интерполировать при неравноотстоящих значениях аргумента.

Пусть по-прежнему функция $y(x)$ задается рядом значений x_i и y_i , но интервалы между последовательными значениями x_i неодинаковы. Использовать формулы (4.82) и (4.83) нельзя, ибо они основаны на соотношении (4.76). В задачах такого рода необходимо вычислить приведенные разности:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Delta} y_0 &= \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}; \quad \bar{\Delta} y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ и т. д.,} \\ \bar{\Delta}^2 y_0 &= \frac{\bar{\Delta} y_1 - \bar{\Delta} y_0}{x_2 - x_0}; \quad \bar{\Delta}^2 y_1 = \frac{\bar{\Delta} y_2 - \bar{\Delta} y_1}{x_3 - x_1} \text{ и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (4.89)$$

Разности более высоких порядков вычисляются аналогично. Как и для случая равноотстоящих значений аргумента, если

$f(x)$ — многочлен k -й степени, то разности k -го порядка постоянны, а разности более высокого порядка равны нулю. В простых случаях таблицы приведенных разностей имеют вид, аналогичный таблицам разностей при равноотстоящих значениях аргумента.

Таблица 4.14

x	y	$\bar{\Delta}y$	$\bar{\Delta}^2y$	$\bar{\Delta}^3y$
1	1,6			
2	4,6	3,0		
4	16,6	6,0	1,0	0
7	49,6	11,0	1,0	0
11	121,6	18,0	1,0	0
16	256,6	27,0		

Пример 4. Пусть зависимость $y(x)$ такова, как показано в табл. 4.14. Найти значение y при $x=3$. Так как вторые разности постоянны, то интерполирующая формула будет содержать три члена в правой части, т. е.

$$y = y_0 + \bar{\Delta}y_0 (x - x_0) + \bar{\Delta}^2y_0 (x - x_0) (x - x_1).$$

Из условий задачи имеем: $x_0=2$; $x_1=4$; $y_0=4,6$; $\bar{\Delta}y_0=6,0$; $\bar{\Delta}^2y_0=1,0$.

Тогда $y(3)=4,6+6(3-2)+1 \times (3-4)=9,6$.

Помимо рассмотренных интерполяционных формул часто применяют интерполяционную формулу Лагранжа:

$$y \approx f(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2) \dots (x-x_k)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2) \dots (x_0-x_k)} y_0 + \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_{k-1})}{(x_k-x_0)(x_k-x_1) \dots (x_k-x_{k-1})} y_k. \quad (4.90)$$

В этой формуле каждое из слагаемых представляет собой многочлен k -й степени и все они равноправны. Поэтому до окончания вычислений нельзя пренебрегать какими-либо из них.

Как уже отмечалось, при интерполировании функцией $y(x)$ заменяют некоторой приближенной функцией $f(x)$ — целым рациональным многочленом с ограниченным количеством членов. Важно знать, всегда ли допустима такая замена и какова при этом погрешность. В теории дифференциального исчисления доказано, что, если функция непрерывна и имеет k непрерывных производных, то ее можно представить в виде целого рационального многочлена степени k . Члены такого ряда вычисляют по начальным данным. Необходимо также, чтобы в рассматриваемом интервале значений x ряд был сходящимся. Сходимость таких рядов очевидна, так как интерполяционные функции имеют всегда ограниченное число членов, значение которых уменьшается с увеличением степени. Когда изучаемый процесс носит непрерывный характер, экспериментальные точки должны ложиться на плавную кривую в пределах экспериментальных погрешностей (хотя некоторые из них могут и не лежать на кривой из-за погрешностей измерений). В этих случаях замена функции $y(x)$ рациональным многочленом достаточно обоснована.

Если при разложении функции в степенной ряд ограничить его первыми k членами, то погрешность этой операции определяется значением остаточного члена интерполяции, т. е. погрешность при замене функции $y(x)$ на функцию $f(x)$ равна разности

$$y(x) - f(x) = \Delta.$$

Величину Δ называют погрешностью интерполирования. Она определяется алгебраической суммой всех членов многочлена, которые были отброшены. На практике значение Δ часто определяют по первому отброшенному члену интерполяционной функции, что обеспечивает приемлемую точность. Погрешность можно определить из таблицы разностей, для чего находят среднее арифметическое значение разностей соответствующего порядка и вычисляют первый отбрасываемый член.

Определим погрешность, которая была внесена в вычисления во втором примере из-за отбрасывания в интерполирующем многочлене всех членов, начиная с четвертого. Найдем среднее арифметическое значение третьей разности. Оно равно 0,13. Тогда четвертый член равен

$$\frac{0,25 \cdot 0,75 \cdot 1,75}{1 \cdot 2 \cdot 3} 0,13 = 0,007.$$

Следовательно, в полученном результате все цифры верны с точностью до 0,007. При всех интерполяционных вычислениях наблюдается аналогичная ситуация, если отбрасывают только те разности, которые очень малы.

Обратное интерполирование. На практике иногда бывает необходимо найти значение аргумента, которому соответствует определенное значение функции. В этом случае интерполируют обратную функцию и следует иметь в виду, что разности функции не постоянны и интерполирование нужно проводить для неравноотстоящих значений аргумента, т. е. использовать формулу (4.89) или (4.90).

Экстраполирование. *Экстраполированием* называют вычисление значений y за пределами интервала значений x , в котором были проведены измерения. При неизвестном аналитическом выражении искомой функции экстраполирование нужно проводить весьма осторожно, так как не известно поведение функции $y(x)$ за пределами интервала измерений. Экстраполяция допускается, если ход кривой плавный и нет причин ждать резких изменений в исследуемом процессе. Тем не менее экстраполирование должно проводиться в узких пределах, например в пределах h . В более далеких точках можно получить неверные значения y . Для экстраполирования применяются те же формулы, что и для интерполирования. Так, первая формула Ньютона используется при экстраполировании назад, а вторая формула Ньютона — при экстраполировании вперед. Формула Лагранжа применяется в обоих случаях. Надо также иметь в виду, что экстраполирование приводит к большим погрешностям, чем интерполирование.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П.1

Значения функции $\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-t'^2/2} dt'$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,0	0,0000	1,3	0,8064	2,6	0,99068	3,9	0,999903
0,1	0,0797	1,4	0,8385	2,7	0,99307	4,0	0,999937
0,2	0,1585	1,5	0,8664	2,8	0,99489	4,1	0,999959
0,3	0,2358	1,6	0,8904	2,9	0,99627	4,2	0,999973
0,4	0,3108	1,7	0,9109	3,0	0,99730	4,3	0,999983
0,5	0,3829	1,8	0,9281	3,1	0,99806	4,4	0,999989
0,6	0,4515	1,9	0,9426	3,2	0,99863	4,5	0,999993
0,7	0,5161	2,0	0,9545	3,3	0,99903	4,6	0,9999958
0,8	0,5763	2,1	0,9643	3,4	0,99933	4,7	0,9999974
0,9	0,6319	2,2	0,9722	3,5	0,99953	4,8	0,9999984
1,0	0,6827	2,3	0,9786	3,6	0,99968	4,9	0,99999904
1,1	0,7287	2,4	0,9836	3,7	0,99978	5,0	0,99999943
1,2	0,7699	2,5	0,9876	3,8	0,99986		

Таблица П.2

Коэффициенты Стьюдента t_α

k	α									
	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	0,16	0,33	0,73	1,38	3,08	6,31	12,7	31,8	63,7	637
3	0,14	0,29	0,62	1,06	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6
4	0,14	0,28	0,58	0,98	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	12,9
5	0,13	0,27	0,57	0,94	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
6	0,13	0,27	0,56	0,92	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	6,87
7	0,13	0,27	0,55	0,90	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
8	0,13	0,26	0,54	0,90	1,42	1,89	2,36	3,00	3,50	5,41
9	0,13	0,26	0,54	0,90	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
10	0,13	0,26	0,54	0,88	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
12	0,13	0,26	0,54	0,87	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
14	0,13	0,26	0,54	0,87	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
16	0,13	0,26	0,54	0,87	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
18	0,13	0,26	0,53	0,86	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
20	0,13	0,26	0,53	0,86	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
25	0,13	0,26	0,53	0,86	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
30	0,13	0,26	0,53	0,85	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
35	0,13	0,26	0,53	0,85	1,31	1,69	2,04	2,45	2,73	3,60
40	0,13	0,26	0,53	0,85	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,55
45	0,13	0,26	0,53	0,85	1,30	1,68	2,02	2,41	2,69	3,53
50	0,13	0,26	0,53	0,85	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,51
60	0,13	0,25	0,53	0,85	1,30	1,67	2,00	2,39	2,67	3,46
70	0,13	0,25	0,53	0,85	1,30	1,67	1,99	2,38	2,66	3,44
80	0,13	0,25	0,53	0,85	1,30	1,66	1,99	2,37	2,65	3,42

Продолжение табл. П.2

k	α									
	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
90	0,13	0,25	0,53	0,85	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,40
100	0,13	0,25	0,53	0,85	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,39
150	0,13	0,25	0,53	0,85	1,29	1,66	1,98	2,35	2,62	3,36
200	0,13	0,25	0,53	0,84	1,29	1,65	1,97	2,35	2,61	3,34
300	0,13	0,25	0,52	0,84	1,29	1,65	1,97	2,34	2,60	3,32
400	0,13	0,25	0,52	0,84	1,29	1,65	1,97	2,34	2,59	3,32
500	0,13	0,25	0,52	0,84	1,29	1,65	1,96	2,33	2,59	3,31
∞	0,13	0,25	0,52	0,84	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,30

Таблица П.3

Доверительные интервалы для дисперсии σ^2

k	$\alpha=0,90$		$\alpha=0,95$		$\alpha=0,99$	
	$v_{p_1}^2$	$v_{p_2}^2$	$v_{p_1}^2$	$v_{p_2}^2$	$v_{p_1}^2$	$v_{p_2}^2$
2	0,260	254	0,199	1018	0,127	25464
3	0,334	19,5	0,271	39,5	0,189	199
4	0,384	8,53	0,321	13,9	0,234	41,8
5	0,422	5,63	0,359	8,26	0,269	19,3
6	0,452	4,36	0,390	6,02	0,299	12,1
7	0,476	3,67	0,415	4,85	0,324	8,88
8	0,498	3,23	0,437	4,14	0,345	7,08
9	0,516	2,93	0,456	3,67	0,364	5,95
10	0,532	2,71	0,473	3,33	0,382	5,19
12	0,559	2,40	0,502	2,88	0,411	4,23
14	0,581	2,21	0,526	2,60	0,436	3,65
16	0,600	2,07	0,546	2,40	0,457	3,26
18	0,616	1,96	0,563	2,25	0,476	2,98
20	0,630	1,88	0,578	2,13	0,492	2,78
22	0,643	1,81	0,592	2,04	0,507	2,61
24	0,654	1,76	0,604	1,97	0,521	2,48
26	0,664	1,71	0,615	1,91	0,533	2,38
28	0,673	1,67	0,625	1,85	0,544	2,29
30	0,681	1,64	0,634	1,81	0,554	2,21
35	0,700	1,57	0,654	1,72	0,577	2,06
40	0,715	1,52	0,671	1,65	0,596	1,95
45	0,728	1,48	0,685	1,60	0,612	1,87
50	0,739	1,44	0,698	1,55	0,626	1,80
55	0,748	1,42	0,709	1,52	0,639	1,74
60	0,757	1,39	0,718	1,49	0,650	1,70
70	0,772	1,36	0,735	1,44	0,670	1,62
80	0,784	1,33	0,749	1,40	0,686	1,57
90	0,794	1,30	0,761	1,37	0,700	1,52
100	0,810	1,21	0,774	1,35	0,723	1,44
200	0,865	1,21	0,819	1,21	0,791	1,21

Таблица П.4

Значения $\mu_{\beta}^{\text{макс}}$ для разного числа измерений и разных вероятностей β

k	β			k	β		
	0,1	0,05	0,01		0,1	0,05	0,01
3	1,41	1,41	1,41	21	2,47	2,64	2,98
4	1,64	1,69	1,72	22	2,49	2,66	3,01
5	1,79	1,87	1,96	23	2,50	2,68	3,03
6	1,89	2,00	2,13	24	2,52	2,70	3,05
7	1,97	2,09	2,26	25	2,54	2,72	3,07
8	2,04	2,17	2,37	27	2,57	2,75	3,11
9	2,10	2,24	2,46	29	2,60	2,78	3,14
10	2,15	2,29	2,54	31	2,62	2,80	3,17
11	2,19	2,34	2,61	33	2,65	2,83	3,20
12	2,23	2,39	2,66	35	2,67	2,85	3,22
13	2,26	2,43	2,71	37	2,69	2,87	3,25
14	2,30	2,46	2,76	39	2,71	2,89	3,27
15	2,33	2,49	2,80	41	2,73	2,91	3,29
16	2,35	2,52	2,84	43	2,74	2,93	3,31
17	2,38	2,55	2,87	45	2,76	2,95	3,33
18	2,40	2,58	2,90	47	2,78	2,96	3,35
19	2,43	2,60	2,93	49	2,79	2,98	3,36
20	2,45	2,62	2,96	51	2,81	2,99	3,38

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абрамов А. И., Казанский Ю. А., Матусевич Е. С. Основы экспериментальных методов ядерной физики. М., Атомиздат, 1970.
- Агекян Т. А. Основы теории ошибок. М., «Наука», 1972.
- Ангерер Э. Техника физического эксперимента. Пер. с 12-го нем. изд. Под ред. К. П. Яковлева. М., Физматгиз, 1962.
- Гольданский В. И., Куценко А. В., Подгорецкий М. И. Статистика отсчетов при регистрации частиц. М., Физматгиз, 1959.
- Гутер Р. С., Овчинский Б. В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. М., Физматгиз, 1962.
- Зайдель А. Н. Ошибки измерений физических величин. М., «Наука», 1974.
- Кассандрова О. Н., Лебедев В. В. Обработка результатов измерений. М., «Наука», 1970.
- Кейн В. М. Конструирование терморегуляторов. М., «Советское радио», 1971.
- Левин В. Е., Хамьянов Л. П. Регистрация ионизирующих излучений. М., Атомиздат, 1973.
- Методы работы с применением радиоактивных индикаторов. М., Изд-во АН СССР, 1955. Авт.: В. И. Синицын, П. Н. Кадочигин, М. М. Голутвин, А. Ф. Кузина, З. А. Соколова.
- Полупроводниковые детекторы ядерных частиц и их применение. М., Атомиздат, 1967. Авт.: Ю. К. Акимов, А. И. Калинин, В. Ф. Кушнчрук, Х. Юнгклауссен.
- Прикладная спектрометрия с полупроводниковыми детекторами. М., Атомиздат, 1974. Авт.: С. А. Балдин, Н. А. Вартанов, Ю. В. Ерыхайлов, Л. М. Иоаннесянц, В. В. Матвеев, Ю. П. Сельдяков.
- Пустовалов Г. Е., Талалаева Е. В. Простейшие физические измерения и их обработка. М., Изд-во МГУ, 1967.
- Сидякин В. Г., Алтайский Ю. М. Техника физического эксперимента. Изд-во Киевского ун-та, 1965.
- Сквайрс Дж. Практическая физика. Пер. с англ. Под ред. Е. М. Лейкина. М., «Мир», 1971.
- Физический практикум. Под ред. проф. В. И. Ивероновой. М., Физматгиз, 1967.
- Яковлев К. П. Математическая обработка результатов измерений. М., Гостехиздат, 1953.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Активационный анализ 6, 60, 64
Активность 41, 59, 60
 α -Частица 71
Амплитуда импульса 75, 81, 87
Анализатор амплитудный 81
— многоканальный 75
Аннигиляция 83
Анизотропия чувствительности детектора 121

Б

Барн 112
 β -Частица 42
Блокировка сечения 122

В

Вакуум 23
Вакуумметры 30, 31
Вакуумные насосы 25
— — диффузионные 27
— — золотниковые 27
— — пластинчато-роторные 25
— — пластинчато-статорные 27
Вакуумные установки 24
Вентили 23
Взвешенная дисперсия выборки 156
Впекание 14
Время восстановления 45
Выборка 136, 156
Вычисления самопроверяющиеся 10
— несамопроверяющиеся 10

Г

Газопоглотители (геттеры) 29
Гальванизация 15
 γ -Линия 63, 79
Генеральная совокупность 133
Геометрия опыта 49, 121
Гистограмма 77, 133
Градуировка спектрометра 37, 59, 64, 105
Графический метод 174

Д

Детектор полупроводниковый 86
— сцинтилляционный 79
Действительное значение 124
Дискриминатор дифференциальный 75
— интегральный 75
Дисперсия 133, 144
— выборочная 136
Диэлектрики 12, 13
Диэлектрическая проницаемость 14
Доверительная вероятность 137, 145, 157
Доверительный интервал 137, 139, 157
Доля телесного угла 49
Дьюара сосуд 31

Е

Единица физической величины 123

З

Загрузка 47
Закон распределения случайной величины 133, 142, 156
Замазки 19
Замедление нейтронов 66
Замена переменных 46
Захват нейтронов 59
Защитный домик 50
Значение физической величины 123

И

Измерения 123
— активности абсолютные 60, 69
— — относительные 60, 69
— косвенные 123
— неравноточные 155
— плотности потока нейтронов 59
— прямые 123
— равноточные 130
— температуры 34
— — тел по их излучению 38

— с помощью сегнетоэлектриков 39
 Изотопный состав 64, 68
 Интеграл вероятности 136, 189
 Интенсивность 47, 143
 Интерполирование 179
 — графическое 179
 — линейное 179
 — обратное 188
 — параболическое 180
 — при равноотстоящих значениях аргумента 180
 — при неравноотстоящих значениях аргумента 183
 Интерполяционная формула Лагранжа 187
 — — Ньютона первая 183
 — — — вторая 183
 Ионизационный ток 71
 Исключение ошибок 165
 Испарение в вакууме 17
 Истинное значение 123
 Источник тонкий плоский 79
 — точечный 78

К

Камера деления 72
 Канал анализатора 75
 Катодное распыление 16
 Качество счетчика 44
 Клей 19
 — акриловые 21
 — бакелитовый 21
 — БФ 20
 — полистироловый 21
 — термopеновый 21
 — эпоксидный 21
 Коэффициент массовый 53
 — ослабления 52
 — самопоглощения 53
 — Стюдента 139, 157
 Краевой эффект 103
 Краски 18
 Кривая просчетов 48
 Криостат 87
 Крутизна плато 44

Л

Лаки 18
 Линейность спектрометра 81
 Ловушки 28

М

Манометры 30
 — компрессионные 30
 — магнитные 31
 — образцовые 30

 — радиоактивные 30
 — тепловые 30
 — электронные 31
 Масштаб логарифмический 176
 — полулогарифмический 176
 Мертвое время 44
 — — непродлевающегося типа 46
 — — продлевающегося типа 46
 Материал-носитель 53
 Метод активационных детекторов 6, 61
 — наименьших квадратов 167
 — пропускания 114
 — совпадений 55

Н

Надежность измерения 137, 145, 157
 Накопление радиоактивных ядер 60
 Нейтроны 59
 — быстрые 65
 — надтепловые 65, 66
 — тепловые 65
 Неметаллические покрытия 18
 Нормальная система уравнений 169
 Нормальная функция распределения 136

О

Обнаружение течи в вакуумной аппаратуре 30
 Округление 125, 165
 Операции с цифрами 126
 Относительные измерения 41, 69
 Ошибка 129, 165

П

Пайка 22, 23
 Парный пик 83
 Паяльник 22
 Период полураспада 61
 Пик обратного рассеяния 84
 — парный 83
 — полупарный 83
 Пленки 19
 Плотность распределения вероятности 133
 Погрешность 124, 127
 — абсолютная 130
 — вероятная 136
 — косвенных измерений величин 158
 — измерительного прибора 124
 — инструментальная 130
 — интерполирования 187
 — относительная 130, 132
 — систематическая 127
 — случайная 129

- среднеарифметическая 131
- среднеквадратичная 135, 136, 145, 156, 160
- Подбор эмпирических формул 188
- Подложка 54
- Покрyтия из металла 14
- Поправка на разрешающее время 45
 - на геометрические условия опыта 49
- Постоянная распада 60, 85
- Предусилитель 44
 - зарядочувствительный 89
- Прерыватель механический 97
- Приближенные числа 124
- Припой мягкий 22
 - твердый 22
- Пробивное напряжение 12
- Просчитанные импульсы 47

Р

- Рабочая характеристика 44
- Разрешающая способность 44
 - — энергетическая 77
- Разрешающее время 44
 - — совпадений 55
- Разрешение спектрометра 77
 - — по времени пролета 99
 - — энергетическое 103
- Рандомизация 129
- Распределение амплитудное 75, 101
 - Гаусса 134
 - Максвелла 116
 - Пирсона 139
 - Пуассона 142
 - случайной величины 133
 - Стьюдента 138
 - χ^2 139
- Рассеяние 52, 54
 - комптоновское 82
 - многократное 103
 - обратное 54
- Результат измерения 123
- Рецикличность 97

С

- Самопоглощение излучения 52
- Сварка 22
- Световыход 102
- Светосила спектрометра 76
- Сжиженные газы 31
- Сечения 59
 - активации 61, 63, 113
 - деления 113
 - пороговой реакции 67
 - радиационного захвата 113
 - рассеяния 113
 - эффективное 67, 72
- Слой полного поглощения 42

Совпадения 55

- β — γ 57
- β — γ 57
- двойные 56
- истинные 56
- случайные 56, 58
- Спектр 42
 - γ -квантов 74
 - деления 118
 - нейтронов 104
 - энергетический 74
- Спектральная линия 78
- Спектрометр германиево-литиевый 86
 - по времени пролета 95
 - с пропорциональным счетчиком 109
 - сцинтилляционный 79, 101
- Способ выравнивания (способ натянутой нити) 175
- Среднеарифметическое значение 130, 139
 - — взвешенное 156
- Статистический вес измерения 156
- Стеночный эффект 110
- Схема разделения 107
 - распада 85
 - совпадений 56
 - структурная 42, 57
 - счетная 44
- Счетчик борный 72
 - всеволновый 72
 - водородный 111
 - Гейгера — Мюллера 43, 44
 - пропорциональный 70
 - 4π 50

Т

- Телесный угол 49, 74
- Температура 33
- Термометры 34
 - биметаллические 35
 - жидкостные стеклянные 34
 - проволочные 36
- Термопары 35
- Терморезисторы 36
- Точность измерения 124, 131

У

- Удельная ионизация 51
- Удельное сопротивление объемное 12, 13
 - — поверхностное 12, 13

Ф

- Физическая величина 123
- Флюс 22
- Фольги 19
- Фон 50, 147

Форма спектральной линии 81
Фотопик 82
Функция пропускания прерывателя
— распределения случайной величины 133

Х

Химическое осаждение 15
Хладопровод 91

Ц

Цифры верные 125
— значащие 124
— неверные 125
— сомнительные 125

Ч

Чувствительность 73

Э

Эксперимент 5
Экстраполирование 52, 188
Электрическая прочность 12
Электроизоляционные материалы 12
Эффективная толщина 52
Эффективность регистрации 41, 51,
71, 84, 111

Я

Ядерная реакция 65

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Принципы проведения физического эксперимента	5
§ 1.1. Роль эксперимента в физических исследованиях	5
§ 1.2. Ядерно-физический эксперимент	6
Глава 2. Техника физического эксперимента	12
§ 2.1. Конструкционные и электроизоляционные материалы	12
§ 2.2. Нанесение покрытий. Приготовление пленок	14
§ 2.3. Способы соединения деталей	19
§ 2.4. Основы вакуумной техники	23
§ 2.5. Низкие температуры. Хранение сжиженных газов	31
§ 2.6. Измерение температуры	33
Глава 3. Ядерно-физические измерения	41
§ 3.1. Определение активности источника	41
§ 3.2. Измерение плотности потока нейтронов	59
§ 3.3. Спектрометрия γ -квантов	74
§ 3.4. Спектрометрия нейтронов	95
§ 3.5. Измерение сечений взаимодействия нейтронов с веществом	112
Глава 4. Методы обработки и представление результатов эксперимента	123
§ 4.1. Основные определения	123
§ 4.2. Математические операции с приближенными числами	124
§ 4.3. Классификация погрешностей	127
§ 4.4. Погрешности прямых равноточных измерений	130
§ 4.5. Погрешности измерений случайных величин, распределенных по закону Пуассона	142
§ 4.6. Погрешности прямых неравноточных измерений	155
§ 4.7. Погрешности косвенных измерений	158
§ 4.8. Исключение ошибок	165
§ 4.9. Выравнивание методом наименьших квадратов	167
§ 4.10. Представление результатов измерений	173
§ 4.11. Интерполирование. Экстраполирование	179
Приложение	189
Список литературы	192
Предметный указатель	193

ИБ № 224

**Анатолий Петрович Кондрашов,
Евгений Васильевич Шестопалов**

**ОСНОВЫ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА
РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

**Редактор Ю. С. Аборин
Художественный редактор А. Т. Кирьянов
Переплет художника Н. Н. Румянцев
Технический редактор Н. А. Власова
Корректор М. В. Кудрявцева**

Сдано в набор 1.X.1976 г.

Подписано к печати 5.1.1977 г.

Т-01601. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага тип. № 2.

Усл. печ. л. 12,5. Уч.-изд. л. 12,54. Тираж 10.600 экз.

Зак. изд. 74327. Зак. тип. 4395 Цена 67 коп.

Атомиздат, Москва, К-31, ул. Жданова, 5.

**Московская типография № 6 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
109088, Москва, Ж-88, Южнопортовая ул., 24.**

