

Н. Н. ПАШКОВ, Н. А. КИЛЬ

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

ДЛЯ СТРОИТЕЛЕЙ

ИЗДАНИЕ 3-е, ПЕРЕРАБОТАННОЕ
И ДОПОЛНЕННОЕ

Одобрено Ученым советом
Государственного комитета Совета Министров СССР
по профессионально-техническому образованию
в качестве учебного пособия
для средних профессионально-технических училищ



МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1977

Николай Николаевич Пашков, Наталья Алексеевна Киль

Техническая механика для строителей

Научный редактор В. А. Обмения. Редактор З. В. Михальчук.
Художник А. И. Шавард. Художественный редактор
Т. В. Панина. Технический редактор Н. Н. Баранова.
Корректор Р. К. Косинова

ИБ № 836

Сдано в набор 19/1—77 г. Подп. к печати 16/VI—77 г. Формат 84×108¹/₃₂.
Бум. тип. № 3. Объем 4,5 печ. л. Усл. п. л. 7,56. Уч.-изд. л. 6,94
Изд. № ИНД—90. Тираж 75 000 экз. Цена 15 коп.

План выпуска литературы издательства «Высшая школа»
(профтехобразование) на 1977 г. Позиция № 9.

Издательство «Высшая школа»,
Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14,

Владимирская типография Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
600000, г. Владимир, Октябрьский пр., д. 7. Зак. 23

Пашков Н. Н. и Киль Н. А.

П22 Техническая механика для строителей. Учеб.
пособие для средних проф.-техн. училищ. Изд. 3-е,
перераб. и доп. М.; «Выш. школа», 1977.

144 с. с ил. (Профтехобразование. Прикладная механика)

В книге изложены основы статики, кинематики, динамики, сопротивления материалов. Приведены методы решения задач на сжатие, растяжение, сдвиг, изгиб, кручение. Даны расчеты балок, ферм, разъемных и неразъемных соединений и других элементов сооружений и деталей машин; расчеты снабжены примерами и упражнениями.

Третье издание переработано в соответствии с новой программой.

П $\frac{30106-375}{052(01)-77}$ 9—77

605

© Издательство «Высшая школа», 1977 г.

Механика — наука, которая занимается изучением законов о механическом движении (перемещении) или равновесии физических тел, а также о возникающих при этом взаимодействиях между телами. Законы механики имеют огромное практическое значение для создания технических средств и орудий труда (зданий и сооружений, машин и механизмов, механических приборов и автоматов).

Развитие таких отраслей техники, как строительство и машиностроение, требует решения новых специальных задач. Комплекс дисциплин — *теоретическая механика, сопротивление материалов, строительная механика, детали машин* — называется технической механикой.

Знание основ теоретической механики, сопротивления материалов и деталей машин вооружает строителя для самостоятельного инженерного решения ряда производственных технических вопросов и подготавливает его к изучению других специальных технических дисциплин.

Курс «Теоретическая механика» по характеру рассматриваемых задач делится на статику, кинематику и динамику.

Статика изучает равновесие физических тел под действием приложенных к ним сил. Кинематика рассматривает движение тел только с геометрической точки зрения, т. е. определяет положение тела в любой момент времени. Динамика изучает причины изменения движения физических тел под действием приложенных сил и устанавливает связь между силами.

В курсе «Сопротивление материалов» изучается теория расчета оптимальных размеров отдельных элементов сооружений и машин на прочность и устойчивость, что обеспечивает надежность их работы при заданной нагрузке.

Курс «Строительная механика» знакомит с теорией расчета конструкций инженерных сооружений на прочность, устойчивость и жесткость под воздействием различного рода нагрузок.

В курсе «Детали машин» изучаются теория расчета и принципы конструирования отдельных элементов и простейших соединений машин.

История строительства богата примерами грандиозных сооружений. Некоторые из них (пирамиды, крепостные стены, башни, храмы, мосты, плотины и др.) сохранились до наших дней и служат образцами строительного искусства. Чтобы построить такие и подобные им сооружения, необходимо знать законы механики и уметь пользоваться механизмами и машинами.

Возникновение и развитие технической механики как науки неразрывно связано с именами Леонардо да Винчи (1452—1519), Галилео Галилея (1564—1642), Исаака Ньютона (1643—1727) и с историей развития общественного производства и техники.

Большой вклад в развитие технической механики вносят советские ученые.

Всему миру известны имена передовых советских ученых и архитекторов — строителей новых городов и промышленных объектов.

Под руководством академиков Г. О. Графтио, Б. Е. Веденеева и И. Г. Александрова в нашей стране спроектированы и построены мощные гидроэлектростанции, созданы оригинальные типы новых строительных конструкций (почетным академиком В. Г. Шуховым); новые методы динамического расчета и конструирования мостов (Л. Д. Проскуряковым); проекты строительства арочных металлических мостов (проф. Н. С. Стрелецким); конструкции железобетонных мостов (акад. Г. П. Передерием); новые методы сварки (акад. Е. О. Патном) и т. д.

Изучая и обобщая опыт строительства и эксплуатации инженерных сооружений, профессора А. Ф. Лолейт, А. А. Гвоздев, Герой Социалистического Труда, член-корреспондент Академии наук СССР Н. С. Стрелецкий разработали новую, более рациональную методику расчета несущих конструкций по предельным состояниям.

Развитию методов расчета сооружений и отдельных элементов на устойчивость и на динамические нагрузки посвящены работы академиков А. Н. Динника, К. С. Зав-

риева, Н. В. Корноухова и профессоров Н. Н. Давиденкова, М. М. Филоненко-Бородича, И. М. Рабиновича, С. Н. Бернштейна, Н. И. Безухова и др. Член-корреспондент Академии наук СССР В. З. Власов разработал общую теорию расчета тонкостенных конструкций (оболочек).

Советские ученые успешно развивают и совершенствуют экспериментальные методы исследования и проектирования инженерных конструкций. Для этой цели в Советском Союзе во всех отраслях техники созданы научно-исследовательские институты и многочисленные специальные лаборатории.

Выполнение основной задачи десятого пятилетнего плана на 1976—1980 гг. по повышению производительности труда в строительстве, непрерывный рост и совершенствование строительного производства, внедрение новой техники и новых технологических процессов требуют от специалистов-строителей знания научных основ современной техники, теоретической механики, сопротивления материалов и деталей машин.

Технические знания каждого рабочего-строителя должны быть использованы в его работе, чтобы в кратчайшие сроки и с наименьшими затратами средств выполнить задания десятого пятилетнего плана.

* * *

Третье издание учебного пособия «Техническая механика для строителей» переработано авторами с учетом требований новых учебных программ по предмету «Специальная технология» (тема «Сведения из технической механики»), утвержденных Государственным комитетом Совета Министров СССР по профессионально-техническому образованию.

В третьем издании предлагаемого пособия материал распределен по трем разделам.

В разделе I «Некоторые понятия статики, кинематики, динамики» приводятся сведения по теоретической механике, необходимые для сознательного усвоения материала последующих разделов.

В разделе II «Основы сопротивления материалов» излагаются задачи предмета, физические основы и методы решения типовых задач на деформации (сжатие, растяжение, сдвиг, изгиб, кручение). Даются основы

расчета балок, ферм, разъемных и неразъемных соединений и других элементов сооружений и деталей машин. Приведенные в пособии задачи и примеры имеют непосредственное отношение к строительному производству.

В разделе III «Основные понятия о механизмах, машинах и деталях машин» рассматриваются основные виды соединений деталей машин, передач и простейшие грузоподъемные машины.

Данное пособие не только даст возможность учащимся усвоить основные понятия по элементам теоретической механики, сопротивлению материалов, простейшим механизмам и деталям машин, но и ознакомит их с основами теории расчета простейших механических систем, элементов сооружений, монтажных приспособлений и креплений; расширит их общетехнический кругозор и повысит профессиональное мастерство.

Изучение пособия будет способствовать приобретению навыков самостоятельного составления элементарных расчетных схем и решения простейших технических задач на прочность и устойчивость, приобщая учащихся к изобретательству и рационализации.

РАЗДЕЛ I

НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ СТАТИКИ, КИНЕМАТИКИ, ДИНАМИКИ

ГЛАВА I. СТАТИКА

§ 1. Векторные и скалярные величины

В технике многие величины характеризуются не только числом, но и направлением. К таким величинам относятся, например, скорость, ускорение, сила. Величина, которая задается численным значением, направлением и точкой приложения, называется *векторной величиной* или *вектором*.

Если для характеристики величины достаточно знать лишь ее численное значение, то ее называют *скалярной величиной* или *скаляром*. Скалярными величинами являются, например, время, объем, температура и т. д.

Графически вектор изображают в виде отрезка определенной длины со стрелкой на конце, указывающей его направление. Длина отрезка в выбранном масштабе показывает численное значение вектора (его модуль).

Векторные величины обозначаются одной или двумя буквами (первая буква соответствует точке, в которой вектор начинается, а вторая — в которой кончается). Над буквами ставят стрелку (\vec{a} , \vec{v} , \vec{F} , \vec{MN}). Иногда вектор обозначают буквой жирного шрифта (\mathbf{a} , \mathbf{b}). Модуль (абсолютное значение) вектора обозначают той же буквой со стрелкой, что и сам вектор, но перед буквой и за ней ставят вертикальные линии. Например, $|\vec{F}|$ — модуль вектора силы \vec{F} .

Вместо вектора часто рассматривают скалярные величины — проекции вектора на координатные оси. Что это такое — проекция вектора на координатную ось? Возьмем прямоугольную систему координат $ХОУ$ и из точек начала и конца вектора AB (рис. 1) опустим

перпендикуляры AA_1 и BB_1 на ось X и AA_2 и BB_2 на ось Y .

Длина отрезка A_1B_1 есть проекция вектора \vec{AB} на ось X , а A_2B_2 — на ось Y .

Проекция считается положительной, если от проекции начала к проекции конца вектора нужно идти по направлению оси, и отрицательной в противоположном случае.

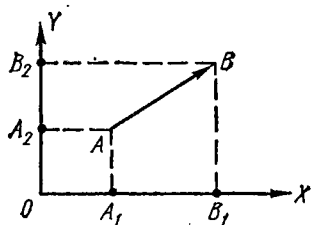


Рис 1. К понятию проекций вектора на координатные оси

Проекцию вектора на оси координат обозначают той же буквой, что и вектор, но без стрелки над ней и с индексом, показывающим, к какой оси относится проекция: F_x — проекция вектора \vec{F} на ось X , F_y — его проекция на ось Y . Если имеется только одна ось, то индекс у проекции вектора обычно не пишут.

Если известны проекции F_x и F_y вектора \vec{F} на оси координат, то абсолютное значение самого вектора равно

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \text{ (теорема Пифагора).}$$

§ 2. Основные понятия статики

Статика — это раздел теоретической механики, в котором изучают свойства сил, условия их одновременного действия на тело и условия равновесия тел под действием этих сил. В статике рассматривают условия равновесия тел только под действием внешних сил.

Изучая действие сил на тело (например, на какое-нибудь сооружение), можно не учитывать его деформации, т. е. изменения формы и размеров, так как они очень малы по сравнению с размерами самого тела. Поэтому в статике пользуются такими абстрактными понятиями, как абсолютно твердое тело и материальная точка.

Абсолютно твердым телом называют такое тело, расстояния между любыми двумя точками которого не ме-

няются. Можно также сказать, что абсолютно твердое тело под действием силы (нагрузки) не меняет своей формы, т. е. не деформируется.

Материальной точкой называют абсолютно твердое тело, размерами которого можно пренебречь, мысленно сосредоточив всю массу этого тела в точке. Например, движение спутника вокруг планеты можно рассматривать как движение материальной точки, так как размеры спутника ничтожно малы по сравнению с размерами планеты и его орбиты.

Все тела в природе взаимодействуют друг с другом. Несколько абсолютно твердых тел, которые связаны между собой так, что движение и положение каждого из них зависит от движения и положения остальных, составляют механическую систему (например, механической системой можно считать любой механизм).

Мерой механического взаимодействия тел служит особая физическая величина—сила. В Международной системе единиц (СИ) силу измеряют в ньютонах (Н). В технике широкое применение имеют такие единицы, как килограмм-сила (кгс) и тонна-сила (тс).

Силы, характеризующие взаимодействие данного тела с другими телами, называют *внешними*, а силы, характеризующие взаимодействие частиц (элементов) данного тела, — *внутренними*.

Силы (нагрузки), действующие на тела, в зависимости от условий их приложения к телу могут быть поверхностными и объемными.

Поверхностные силы делят на сосредоточенные, распределенные и равномерно распределенные.

Сила, приложенная к телу в какой-нибудь одной его точке, называется *сосредоточенной силой*. Понятие о сосредоточенной силе условно и по существу соответствует понятию равнодействующей некоторых распределенных сил.

Силу, действующую на определенную часть поверхности тела (конструкции или детали), называют *распределенной*. При равномерном воздействии распределенные по поверхности тела силы характеризуют интенсивностью равномерно распределенной нагрузки (давлением) и определяют отношением силы к площади, на которую эта сила действует.

Давление измеряют в следующих единицах: Н/м² (Па), кгс/см², тс/м².

Примером равномерно распределенной нагрузки может служить атмосферное давление, давление жидкости на дно сосуда, снегового покрова на землю и т. п.

Если поверхностные силы распределены по всей длине конструкции (балки) или по части ее длины, то ин-

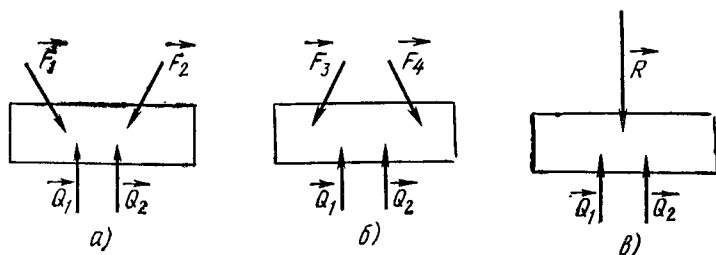


Рис. 2. \vec{F}_1 и \vec{F}_2 (а), \vec{F}_3 и \vec{F}_4 (б) и \vec{R} (в) — эквивалентные системы сил, уравнивающие силы \vec{Q}_1 и \vec{Q}_2

тенсивность такой погонной нагрузки измеряют в Н/м, кгс/см, тс/м.

Объемные силы распределены по всему объему тела, поэтому их интенсивность q измеряется в Н/м³, кгс/м³, тс/м³. Примером объемных сил могут служить силы тяжести, интенсивность которых соответствует удельному весу тела γ :

$$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g,$$

где P и m — соответственно вес и масса тела; V — его объем; ρ — плотность вещества тела; g — ускорение свободного падения.

По условиям изменения модуля силы во времени нагрузки делятся на:

статические — не изменяются с течением времени;

периодические — неоднократно повторяются;

ударные — мгновенного действия.

Сила — величина векторная. Для ее характеристики необходимо знать численное значение, направление действия и точку приложения к телу.

Совокупность сил, действующих на тело, называется *системой сил*.

Если под действием сил тело остается в покое или движется равномерно и прямолинейно по отношению к другим телам, то такое состояние тела называется *равновесием*. Равновесие возможно в том случае, если система сил, действующих на тело, уравновешена. Такую систему сил называют *уравновешивающейся* или *эквивалентной нулю*.

Системы сил называются *эквивалентными*, если их действие на тело одинаково. Например, если системы сил \vec{F}_1, \vec{F}_2 (рис. 2, а) и \vec{F}_3, \vec{F}_4 (рис. 2, б) порознь уравновешивают систему сил \vec{Q}_1, \vec{Q}_2 , то эти две системы сил будут эквивалентными друг другу. Если данная система сил \vec{F}_1, \vec{F}_2 эквивалентна одной силе \vec{R} (рис. 2, в), то эта сила называется *равнодействующей данной системы сил*.

Силы \vec{F}_3, \vec{F}_4 или \vec{F}_1, \vec{F}_2 , которые могут заменить силу \vec{R} , называют *составляющими силами*.

§ 3. Аксиомы статики

Аксиомы, или принципы, статики выражают основные свойства сил, действующих на твердое тело.

Большинство аксиом статики является следствием основных законов механики. Так закон инерции нашел свое отражение в условиях равновесия твердого тела.

Рассматривая условия равновесия системы внешних сил, решают вопрос о частном случае движения твердого тела — состоянии покоя.

Закон независимости действия сил. Если на материальную точку (твердое тело) действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил действует независимо от других. Следствием этого закона механики является обобщенный закон параллелограмма сил (аксиома III): система сил действует на материальную точку так же, как одна сила, равная геометрической сумме этих сил.

Аксиома I. Если на абсолютно твердое тело действуют две равные и противоположно направленные силы, лежащие на одной прямой, то они уравновешивают друг друга.

Аксиома II. Действие системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или от нее отнять любую уравновешенную систему сил.

Следствие из I и II аксиом. Действие силы на твердое тело не изменится, если эту силу перенести по линии ее действия в любую точку тела.

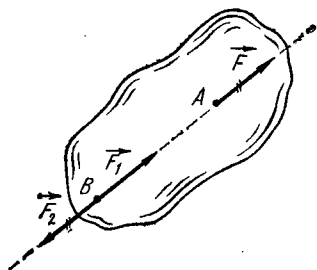


Рис. 3. Перенос силы по линии ее действия

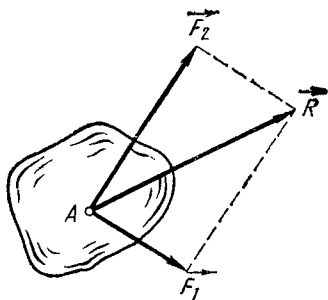


Рис. 4. Параллелограмм сил и равнодействующая

Пусть на тело в точке A действует сила \vec{F} (рис. 3). Приложим к телу по линии действия силы \vec{F} в точке B две уравновешенные силы \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , равные по модулю $|\vec{F}|$. Система трех сил \vec{F} , \vec{F}_1 и \vec{F}_2 будет эквивалентна либо силе \vec{F} , либо силе \vec{F}_1 (так как если $\vec{F}_1 = \vec{F}$ и $\vec{F}_2 = -\vec{F}$, то систему уравновешенных сил \vec{F}_2 , \vec{F} можно не учитывать). В результате в точке B на тело будет действовать сила $\vec{F}_1 = \vec{F}$, что равносильно переносу силы \vec{F} из точки A в точку B .

Аксиома III. Две силы, действующие на тело в одной точке, имеют равнодействующую, приложенную в той же точке и изображаемую вектором, представляющим собой диагональ параллелограмма, построенного на векторах этих сил, как на сторонах.

Равнодействующую \vec{R} (рис. 4) сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 называют геометрической суммой слагаемых векторов: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R}$.

Следовательно, аксиому III можно сформулировать так: равнодействующая двух сил, действующих на тело в одной точке, равна геометрической (векторной) сумме

этих сил и приложена в той же точке тела. Данная аксиома выражает правило параллелограмма сил.

Аксиома IV (принцип противодействия)¹. При всяком действии одного материального тела на другое возникает равное по величине и противоположное по направлению противодействие. При этом система двух равных и противоположно направленных сил не является уравновешенной, так как эти силы взаимодействия приложены к различным телам.

Аксиома V (принцип отвердевания). Равновесие деформируемого тела, находящегося под действием системы сил, не нарушится, если под нагрузкой тело станет абсолютно твердым.

Аксиома VI (аксиома связей). Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если механическое действие связей заменить реакциями этих связей. (Об этом см. § 4.) Приведенные принципы и аксиомы положены в основу методов решения задач статики.

§ 4. Связи и реакции связей

Тело называется *свободным*, если оно может перемещаться в любом направлении, например воздушный шар в потоке воздуха. Обычно в окружающей нас среде движение тел в пространстве ограничено. Такие тела называются *несвободными*.

Любое тело, ограничивающее свободу перемещения другого тела, называют *связью*.

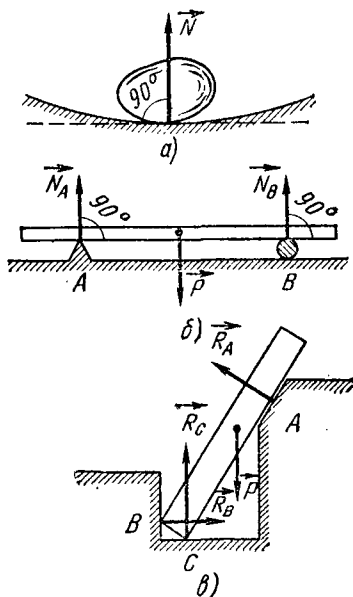


Рис. 5. Направление опорных реакций при свободном опирании тел с одной (а), двумя (б) и тремя (в) точками опоры

¹ Аксиома IV в виде одного из основных законов механики впервые была сформулирована Ньютоном.

Если в качестве физического тела рассматривать какой-либо элемент инженерного сооружения (балку, колонну, ферму, плиту и т. п.), который передает давление на опоры, то реакции опор (связей) называют *опорными реакциями*.

Для определения реакции любого вида связи необходимо найти величину этой реакции, линию и направление ее действия. Линия действия реакции обычно проходит через точку касания тела и связи (рис. 5). Численное значение реакции определяют расчетом, а направление реакции зависит от вида (конструкции) связи. Для определения направления реакции необходимо установить особенности взаимодействия твердого тела со связями различного вида.

При определении направления реакции связи следует иметь в виду, что она всегда направлена в сторону, противоположную той, куда связь препятствует перемещению тела.

Если при взаимодействии тела со связями силы трения ничтожно малы и практически не влияют на равновесие тела, то такие связи называют *идеальными*.

§ 5. Основные виды типовых связей

1. Гладкая поверхность препятствует перемещению тел (см. рис. 5) только по направлению перпендикуляра, восстановленного из точек опоры (A , B , C) тел к этой поверхности. Поэтому реакция направлена также по перпендикуляру к опорной поверхности.

2. Перемещение тела от точки подвеса A ограничено гибкой нерастяжимой нитью AB (рис. 6, a) или нитями AB и CD (рис. 6, b). Реакция натянутой нити всегда направлена вдоль нити к точке ее прикрепления.

3. Цилиндрический шарнир (рис. 7) представляет собой опорный элемент (подшипник) вращающейся оси. Подшипники, исключая перемещение тела в плоскости, перпендикулярной оси вращения, не препятствуют его вращению вокруг оси AB . Реакция цилиндрического шарнира \vec{R} расположена в плоскости, перпендикулярной оси возможного вращения, и ее направление определяют две взаимно перпендикулярные составляющие \vec{R}_x и \vec{R}_y , соответствующие направлению выбранных координатных осей.

4. Сферический шарнир и подпятник (рис. 8) препятствуют перемещению какой-нибудь точки тела в пространстве, допуская при этом лишь вращение тела вокруг точки A .

Реакция \vec{R} сферического шарнира или подпятника может иметь любое направление в пространстве, которое полностью определяется тремя взаимно перпендикулярными составляющими \vec{R}_x , \vec{R}_y и \vec{R}_z .

Каждая из этих трех составляющих препятствует перемещению тела по направлению ее действия вдоль осей X , Y , Z . Если не учитывать силы трения, реакция сферического шарнира проходит через его центр A .

5. Связь в виде невесомого шарнирного жесткого стержня AB (рис. 9) препятствует перемещению тела по направлению оси стержня. Стержень AB испытывает действие только двух сил, приложенных в шарнирах A и B . Если стержень AB находится в равновесии, то по аксиоме I эти две силы должны быть направлены вдоль оси стержня.

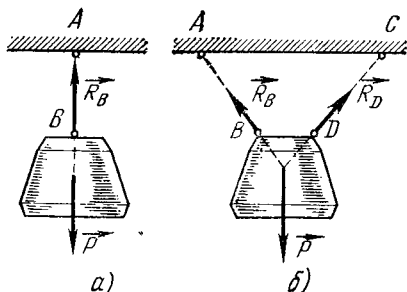


Рис. 6. Равновесие тела под действием активной силы и реакций гибких связей при одной (а) и двух (б) точках подвеса

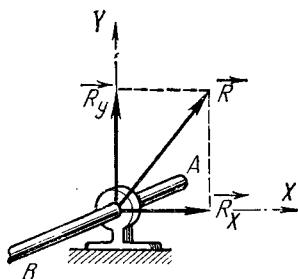


Рис. 7. Две составляющие опорной реакции цилиндрического шарнира

В отличие от гибкой нерастяжимой нити шарнирный стержень строго фиксирует расстояние между двумя точками двух различных тел, которые не могут ни сблизиться (сжатие), ни удалиться (растяжение). Следовательно, стержень AB в данном случае может работать как на растяжение, так и на сжатие.

6. Абсолютной (закрепляющей) или жесткой заделкой называют соединение, исключающее возможность каких-либо перемещений абсолютно твердого тела.

Балка жестко заделана в стену в точке A (рис. 10) и свободно на катках опирается в точке B . Перемещению ее в вертикальном направлении относительно точки A препятствует реакция \vec{R}_A'' , перемещению в горизонтальном направлении — реакция \vec{R}_A' и повороту вокруг точки A — опорный момент M_A . Поэтому в качестве реакций этого вида связи будет действовать не только сосредоточенная сила или ее составляющие, но также момент сил, препятствующих вращению тела относительно какой-либо оси. В точке B опорная реакция \vec{R}_B направлена перпендикулярно плоскости свободного перемещения опоры вдоль линии BB' .

7. В строительстве в качестве опорных элементов сооружений (опор) применяются следующие виды связей: свободное опирание (рис. 11, а), подвижная катковая опора (рис. 11, б), шарнирно-неподвижная опора (рис. 11, в) и заделка (рис. 11, г). Направление

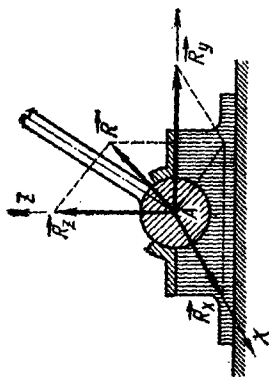


Рис. 8. Три составляющие опорной реакции сферического шарнира

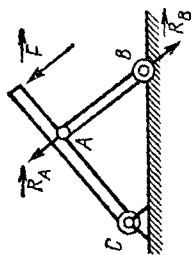
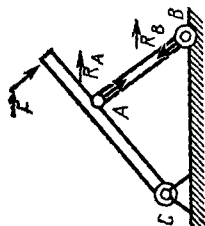


Рис. 9. Работа шарнирного стержня АВ на растяжение и сжатие (направление сил указано стрелками)

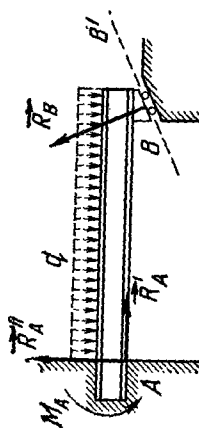


Рис. 10. Составляющие реакций балки с одним защемленным и другим свободно опирающимся на катки концом

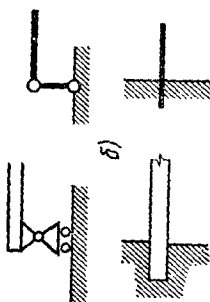
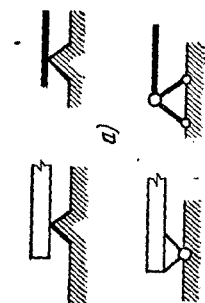


Рис. 11. Схема опор различных видов:

а — свободное опирание, б — подвижная катковая опора, в — шарнирно-неподвижная опора, г — заделка

опорной реакции в соответствии с типом принятой опоры всегда противоположно направлению, в котором связь препятствует перемещению тела.

Таким образом, при свободном опирании тела (см. рис. 5) и при подвижной катковой опоре опорная реакция направлена перпендикулярно плоскости опорной поверхности или плоскости свободного перемещения катков. В шарнирно-неподвижной опоре (см. рис. 7) опорная реакция определяется двумя взаимно перпендикулярными составляющими \vec{R}_x и \vec{R}_y ; в заделке (см. рис. 10) возникают две опорные реакции \vec{R}_A , \vec{R}_A'' и опорный момент M_A .

§ 6. Плоская система сил. Момент силы. Пара сил

Если на тело действует система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости, то такая система сил называется *плоской*.

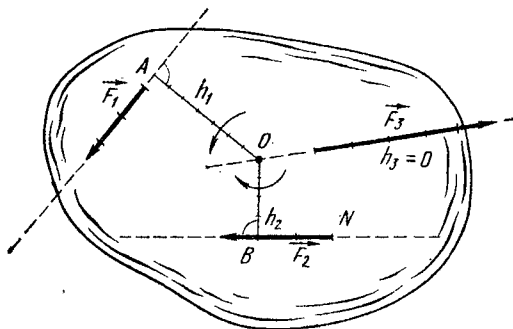


Рис. 12. Определение момента силы относительно точки

Простейшими видами действия на тело являются одна сила и пара сил.

Действие силы на тело, как уже было сказано, характеризуется ее численным значением, линией действия и направлением. Кроме того, в случае закрепленного тела (в одной или в нескольких точках) вводится понятие момента силы относительно точки.

Момент силы относительно точки характеризует вращающее действие силы относительно этой точки. Его определяют как произведение силы F на длину перпендикуляра h , опущенного из этой точки на линию действия силы (рис. 12). Длину этого перпендикуляра для краткости называют *плечом*.

Таким образом, формулу для момента силы можно записать так:

$$M_O = F_i h_i, \quad (1)$$

где индекс «O» обозначает точку, которую называют *центром момента*, а h_i — плечо силы \vec{F}_i .

Момент силы считают положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра момента по ходу часовой стрелки ($M_2 = F_2 h_2$), и отрицательным, если против часовой стрелки ($M_1 = -F_1 h_1$).

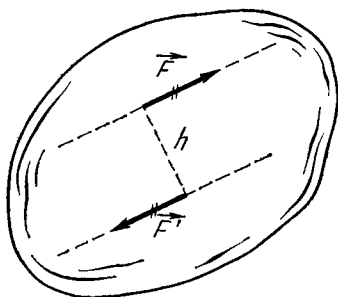


Рис. 13. Пара сил и ее плечо

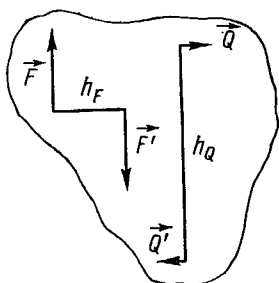


Рис. 14. К примеру 2

Момент силы относительно точки равен нулю ($M_3 = 0$), если точка лежит на линии действия данной силы.

В этом случае плечо силы \vec{F}_3 равно нулю (см. рис. 12).

Момент силы измеряют в ньютон-метрах (Н·м), килограмм-сила-метрах (кгс·м), тонна-сила-метрах (тс·м).

Пример 1. Определить моменты относительно точки O (см. рис. 12), если $F_1 = 2,5$ кгс; $F_2 = 3,0$ кгс и $F_3 = 5$ кгс, $h_1 = 7$ м, $h_2 = 4$ м и $h_3 = 0$.

Решение. Для определения моментов воспользуемся формулой (1).

$$M_O(\vec{F}_1) = -F_1 h_1 = -2,5 \cdot 7 \text{ кгс} \cdot \text{м} = -17,5 \text{ кгс} \cdot \text{м};$$

$$M_O(\vec{F}_2) = +F_2 h_2 = 3 \cdot 4 \text{ кгс} \cdot \text{м} = 12 \text{ кгс} \cdot \text{м};$$

$$M_O(\vec{F}_3) = F_3 h_3 = 5 \cdot 0 = 0.$$

Пара сил — это две силы, равные по абсолютному значению, противоположные по направлению (антипа-

параллельные) и имеющие разные линии действия (рис. 13). Плоскость, в которой действует пара сил, называется плоскостью пары. *Пара сил не имеет равнодействующей и может быть заменена только другой эквивалентной парой сил. Сумма проекций сил, образующих пару, на любую координатную ось равна нулю.*

Длина перпендикуляра, соединяющего линии действия равных антипараллельных сил, называется плечом пары h .

Момент пары равен произведению одной из ее сил на плечо. Знак момента определяют по правилу момента силы относительно точки. Пара сообщает телу вращательное движение.

Момент пары с учетом направления вращения полностью характеризует действие пары сил на твердое тело.

Пара сил обладает следующими свойствами:

1) действие пары на тело не изменится, если пару перенести в плоскости ее действия в любое другое положение;

2) две пары сил, лежащие в одной плоскости, эквивалентны, если их моменты равны.

Пример 2. Установить, эквивалентны или нет пары сил \vec{F} , \vec{F}' и \vec{Q} , \vec{Q}' (рис. 14), если $F=12$ кгс, $Q=4$ кгс, $h_F=2$ м, $h_Q=6$ м.

Решение. Определим моменты пар M_F и M_Q . $M_F=12 \cdot 2$ кгс·м = $=24$ кгс·м; $M_Q=4 \cdot 6$ кгс·м = $=24$ кгс·м.

Моменты M_F и M_Q равны по абсолютному значению и по знаку, значит, пары эквивалентны.

§ 7. Две основные задачи статики для плоской системы сил

В статике решают две основные задачи:

1) сложную систему сил заменяют более простой — приводят систему сил к простейшему виду;

2) устанавливают, когда тело под действием данной системы сил находится в равновесии — составляют условия равновесия.

Чтобы решить первую задачу, необходимо знать, какой простейший вид может иметь плоская система сил. Можно показать, что любая плоская система сил эквивалентна одной силе (равнодействующей) или одной паре сил. Для того чтобы привести систему к простейшему виду, определяют проекции всех сил системы на коор-

динатные оси OX и OY , затем вычисляют алгебраические суммы проекций на каждую из осей: ΣF_{ix} и ΣF_{iy} . Если обе эти суммы не равны нулю, то они равны проекциям равнодействующей на оси: $R_x = \Sigma F_{ix}$, $R_y = \Sigma F_{iy}$. Линию действия равнодействующей находят, последовательно складывая силы по правилу параллелограмма. Существуют и другие способы определения равнодействующей; эти способы рассматриваются в подробных курсах статики.

Если суммы проекций сил системы на каждую ось равны нулю, то определяют алгебраическую сумму моментов сил относительно какой-либо точки: $\Sigma M_{io} = \Sigma F_i h_i$. Эта сумма есть главный момент системы.

Рассмотрим все возможные случаи приведения плоской системы сил к простейшему виду.

1. Суммы проекций сил на оси не равны нулю: $\Sigma F_{ix} \neq 0$, $\Sigma F_{iy} \neq 0$. Система имеет равнодействующую

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

2. Обе суммы проекций сил на оси OX и OY равны нулю: $\Sigma F_{ix} = 0$, $\Sigma F_{iy} = 0$. Главный момент системы не равен нулю: $\Sigma M_{io} \neq 0$. Система эквивалентна паре сил; момент этой пары равен главному моменту системы.

3. Суммы проекций сил на оси и главный момент системы равны нулю:

$$\Sigma F_{ix} = 0, \Sigma F_{iy} = 0, \Sigma M_{io} = 0.$$

Тело под действием такой системы сил находится в равновесии.

Решение второй задачи статики состоит в составлении условий равновесия системы сил, действующих на твердое тело.

Чтобы решить задачу о равновесии тела, нужно:

- 1) установить, равновесие какого тела рассматривается;
- 2) показать силы, действующие на это тело;
- 3) определить, какие связи наложены на тело;
- 4) отбросить связи, заменив их действие реакциями связей;
- 5) составить условия равновесия тела под действием полученной системы сил.

В зависимости от вида системы сил условия равновесия могут быть записаны в различной форме, наибо-

лее удобной для данного случая. Различают следующие виды плоской системы сил:

произвольная плоская система, когда силы расположены произвольно;

система сходящихся сил, когда линии действия всех сил системы проходят через одну точку;

система параллельных сил, когда линии действия сил параллельны (обычно одной из координатных осей);

система пар сил.

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на координатные оси равнялись нулю и чтобы алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки на плоскости равнялась нулю:

$$\sum_1^n F_{xi} = 0; \sum_1^n F_{yi} = 0 \text{ и } \sum_1^n M_O(\vec{F}_i) = 0 \quad (2)$$

или, что то же самое,

$$\sum_1^n X_i = 0; \sum_1^n Y_i = 0 \text{ и } \sum_1^n M_O = 0.$$

Часто уравнения (2) называют *основными уравнениями равновесия*; первые два — уравнениями проекций, третье — уравнением моментов. Уравнение моментов в плоскости координат XU можно составлять относительно любой точки, которую обычно называют моментной.

Располагая тремя уравнениями (2), можно решать различные инженерные задачи с тремя неизвестными, которыми могут быть как силы, так и геометрические размеры сооружения.

Уравнения равновесия в зависимости от условий задачи и расположения заданных сил иногда целесообразно составлять в виде двух уравнений моментов и одного уравнения проекций:

$$\sum_1^n M_A(\vec{F}_i) = 0; \sum_1^n M_B(\vec{F}_i) = 0 \text{ и } \sum_1^n F_{xi} = 0 \quad (2a)$$

или трех уравнений моментов относительно трех точек координатной плоскости:

$$\sum_1^n M_A(\vec{F}_i) = 0; \sum_1^n M_B(\vec{F}_i) = 0; \sum_1^n M_C(\vec{F}_i) = 0. \quad (2б)$$

Составляя уравнения равновесия по формулам (2а) и (2б), необходимо учитывать следующие правила:

уравнения (2а) действительны лишь при условии, что координатная ось X не перпендикулярна линии AB (рис. 15, а), соединяющей обе моментные точки A и B ;

уравнения (2б) действительны лишь при условии, что все три моментные точки A , B и C (рис. 15, б) не лежат на одной прямой.

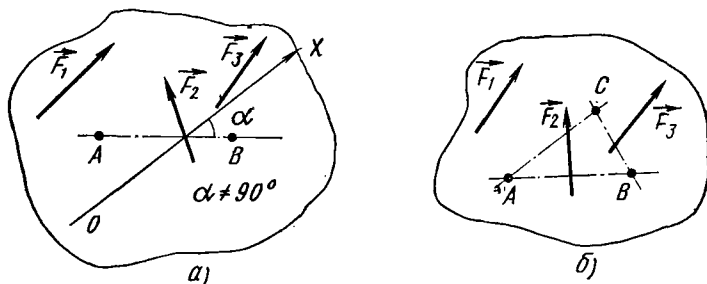


Рис. 15. К условиям составления уравнений равновесия

В некоторых частных случаях плоской системы сил условия равновесия имеют вид:

для сил, направленных по одной прямой,

$$\sum_1^n F_{oi} = 0;$$

для системы сходящихся сил

$$\sum_1^n F_{xi} = 0 \text{ и } \sum_1^n F_{yi} = 0;$$

для сил, параллельных оси X ,

$$\sum_1^n F_{xi} = 0 \text{ и } \sum_1^n M_A = 0;$$

для сил, параллельных оси Y ,

$$\sum_1^n F_{yi} = 0 \text{ и } \sum_1^n M_A = 0;$$

(2в)

для системы *параллельных сил в форме двух моментов*

$$\sum_1^n M_A = 0 \text{ и } \sum_1^n M_B = 0;$$

для системы *пар сил*

$$\sum_1^n M_i = 0.$$

Таким образом, для системы сходящихся и параллельных сил получено по два уравнения равновесия; для сил, направленных по одной прямой, и системы пар сил — одно уравнение равновесия.

§ 8. Решение задач о равновесии тел под действием плоской системы сил

Пример 3. Шарнирная опорная балка AB (рис. 16) временных строительных подмостей, весом которой можно пренебречь, удерживается в горизонтальном положении гибкой тягой CD . Найти растягивающее усилие \vec{N} в тяге и реакцию \vec{R} шарнира A , если на край подмостей встанет рабочий весом $P=60$ кс.

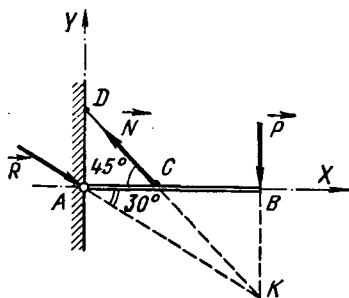


Рис. 16. К примеру 3

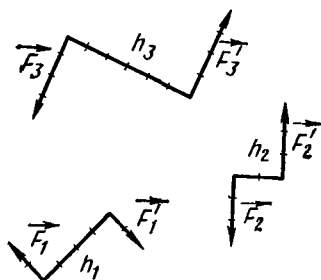


Рис. 17. К примеру 4

Решение. Балка AB находится в равновесии под действием трех сил \vec{P} , \vec{N} и \vec{R} , линии действия которых пересекаются в точке K . С учетом направления осей координат уравнения равновесия можно записать в следующем виде:

$$\sum F_x = R \cos 30^\circ - N \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_y = N \cos 45^\circ - P - R \cos 60^\circ = 0.$$

После подстановки численных значений косинусов имеем:

$$0,867 R - 0,707 N = 0; \quad -0,5R + 0,707N = P.$$

Сложив эти два уравнения, получим $0,367 R = P$.

Отсюда

$$R = \frac{P}{0,367} = \frac{60 \text{ кгс}}{0,367} = 163,5 \text{ кгс}.$$

Зная R , находим N из уравнения

$$163,5 \cdot 0,867 - 0,707 \cdot N = 0; \quad N = \frac{163,5 \cdot 0,867}{0,707} \text{ кгс} = 200,5 \text{ кгс}.$$

Пример 4. Для трех заданных пар (рис. 17) определить момент равнодействующей пары, если $F_1 = 2 \text{ кгс}$; $F_2 = 2,5 \text{ кгс}$; $F_3 = 4 \text{ кгс}$, $h_1 = 5 \text{ м}$; $h_2 = 3,2 \text{ м}$; $h_3 = 7 \text{ м}$.

Решение. Найдём момент каждой пары:

$$M_1 = +2 \cdot 5 \text{ кгс} \cdot \text{м} = +10 \text{ кгс} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = -2,5 \cdot 3,2 \text{ кгс} \cdot \text{м} = -8 \text{ кгс} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = -4 \cdot 7 \text{ кгс} \cdot \text{м} = -28 \text{ кгс} \cdot \text{м}.$$

Момент равнодействующей пары равен алгебраической сумме приложенных пар:

$$M_R = \sum_1^n M_i.$$

Следовательно, $M_R = -26 \text{ кгс} \cdot \text{м}$.

Пример 5. На балку AB длиной $l = 6 \text{ м}$ (рис. 18) действует пара сил с моментом $M_1 = 42 \text{ кгс} \cdot \text{м}$. Определить опорные реакции \vec{N}_A и \vec{N}_B .

Решение. Опорные реакции \vec{N}_A и \vec{N}_B должны образовывать пару сил с равным моментом противоположного направления вращения, следовательно, $M_1 = +N_A l$, откуда

$$N_A = \frac{M_1}{l} = +\frac{42}{6} \text{ кгс} = +7 \text{ кгс}, \quad N_B = -7 \text{ кгс}.$$

Момент пары опорных реакций \vec{N}_A и \vec{N}_B уравнивает действие момента M_1 .

Пример 6. На зубчатое колесо диаметром $d = 0,5 \text{ м}$ ротора землеройной машины (рис. 19) передается момент $M_1 = 1,5 \text{ тс} \cdot \text{м}$. Определить усилие \vec{S}_k , развиваемое ковшами, если диаметр ротора $D = 3 \text{ м}$. Потерями на трение можно пренебречь.

Решение. Момент силы резания грунта равен действующему моменту, т. е.

$$M_F = M_1, \text{ или } S_k R = M_1,$$

откуда

$$S_k = \frac{M_1}{R} = \frac{1,5}{1,5} \text{ тс} = 1,0 \text{ тс}.$$

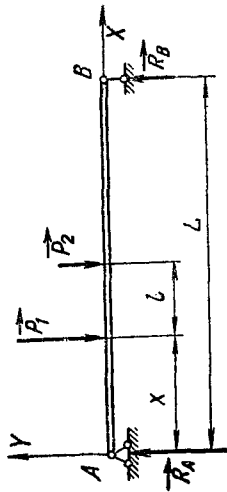


Рис. 20. К примеру 7

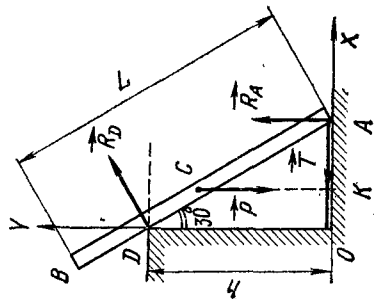


Рис. 21. К примеру 8

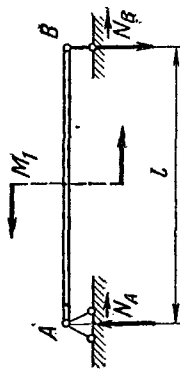


Рис. 18. К примеру 5

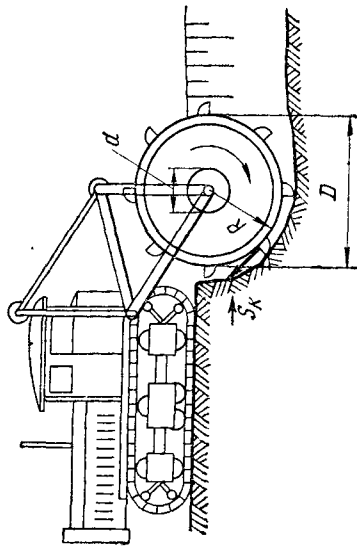


Рис. 19. К примеру 6

Пример 7. На свободно лежащую горизонтальную балку AB (рис. 20) длиной $L=4$ м положены два груза, вес которых соответственно $P_1=2000$ кгс и $P_2=1000$ кгс, так, чтобы без учета веса балки реакция опоры A была бы в два раза больше реакции опоры B . Расстояние между грузами $l=1$ м. Определить опорные реакции \vec{R}_A и \vec{R}_B . Чему равно расстояние x от опоры A до первого груза?

Решение. На балку AB действует система параллельных сил. Из уравнений (2 а) выбираем уравнения равновесия $\sum_1^n F_{yi}=0$ и $\sum_1^n M_B=0$ для системы сил, параллельных оси Y .

Для заданных сил эти уравнения примут вид:

$$\sum_1^n F_{yi}=0; R_A - P_1 - P_2 + R_B = 0;$$

$$\sum_1^n M_B = 0; R_A L - P_1 (L - x) - P_2 (L - x - l) = 0.$$

Зная по условию задачи, что $R_A = 2 R_B$, подставляем вместо R_A в уравнение проекций $2 R_B$:

$$2 R_B - P_1 - P_2 + R_B = 0.$$

Решив уравнения, определим опорные реакции:

$$R_B = \frac{P_1 + P_2}{3} = 1000 \text{ кгс и } R_A = 2000 \text{ кгс.}$$

Из уравнения моментов находим

$$x = \frac{P_1 L + P_2 (L - l) - R_A L}{P_1 + P_2} = \frac{2000 \cdot 4 + 1000 \cdot 3 - 2000 \cdot 4}{2000 + 1000} \text{ м} = 1 \text{ м.}$$

Пример 8. Балка AB (рис. 21) весом $P=60$ кгс и длиной $L=4$ м опирается на гладкий пол и верхний угол стены OD высотой $h=3$ м. Угол между стеной и балкой 30° . В таком положении балку удерживает веревка OA . Пренебрегая трением, определить силу натяжения веревки \vec{T} и реакции \vec{R}_A и \vec{R}_D .

Решение. Вес балки считаем приложенным в ее середине C , действие веревки AO и опор в точках A и D соответственно заменяем силой \vec{T} и реакциями \vec{R}_A и \vec{R}_D , тогда по уравнению (2) в принятой системе координат XOY можно записать следующие равенства:

$$\sum_1^n F_{xi} = -T + R_D \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_1^n F_{yi} = R_A - P + R_D \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_1^n M_A = -P \cdot KA + R_D \cdot AD = 0.$$

За моментную точку принимаем точку A , так как при этом из уравнения моментов выпадают два неизвестных T и R_A и уравнение упрощается; его можно решить относительно R_D :

$$R_D = P \frac{KA}{AD}.$$

По условию

$$AD = \frac{OD}{\cos 30^\circ} = \frac{3 \text{ м}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 2\sqrt{3} \text{ м};$$

$$KA = \frac{AB}{2} \cos 60^\circ = 1 \text{ м}.$$

Следовательно,

$$R_D = 60 \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ кгс} = 17,3 \text{ кгс}.$$

Получив $R_D = 17,3$ кгс, из первого уравнения проекций определяем натяжение T веревки:

$$T = R_D \cos 30^\circ = 17,3 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ кгс} = 15,0 \text{ кгс}.$$

Из второго уравнения проекций находим, что

$$R_A = P - R_D \cos 60^\circ = 51,35 \text{ кгс}.$$

Пример¹ 9*. При сборке моста мостовую ферму ABC поднимают тремя канатами, как показано на рис. 22. Вес фермы $P = 42,0$ тс, сила тяжести проходит через точку D ; $AD = 4$ м, $DB = 2$ м и $BF = 1$ м. Определить натяжение канатов, если прямая AC горизонтальна. Значения углов приведены на рисунке.

Примечание. В качестве моментной точки удобнее принять точку E .

Ответ: $T_A = 18$ тс; $T_B = 17,57$ тс, $T_C = 12,43$ тс.

Пример 10*. Лестница AB весом $Q = 20$ кгс (рис. 23) опирается под углом в 45° на выступ пола A и гладкую вертикальную стену в точке B . В точке D на расстоянии, равном $\frac{1}{3}$ длины лестницы от нижнего конца, стоит человек весом $P = 60$ кгс. Найти давление лестницы на опору A и на стену.

Ответ: $R_B = 50$ кгс; $R_{Ax} = 50$ кгс; $R_{Ay} = 80$ кгс.

Пример 11. Строительный кран NMK (рис. 24) с вертикальной осью вращения $MN = 5$ м и консолью $MK = 5$ м имеет вес $Q = 2,0$ тс. Кран подает железобетонную плиту перекрытия весом $P = 3,0$ тс. Центр тяжести крана находится в точке D . Определить реакцию подшипника \vec{R}_{Mx} и подпятника \vec{R}_{Nx} и \vec{R}_{Ny} .

Решение. На кран NMK действуют две параллельные силы \vec{P} и \vec{Q} .

Реакция \vec{R}_{Mx} подшипника M расположена в горизонтальной плоско-

¹ Примеры, отмеченные звездочками, даны без решения и предназначены для самостоятельного рассмотрения.

сти, перпендикулярной оси вращения MN крана. Реакцию подпятника \vec{N} определяем по двум составляющим \vec{R}_{Nx} и \vec{R}_{Ny} .

В данном случае на тело действует произвольная плоская система сил $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}_{Mx}, \vec{R}_{Nx}, \vec{R}_{Ny}$.

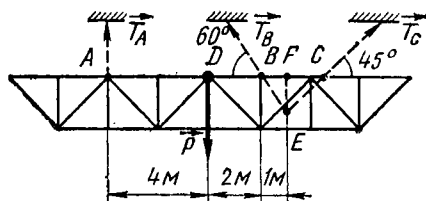


Рис. 22. К примеру 9

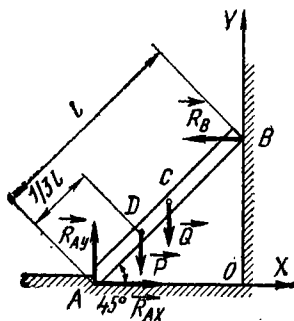


Рис. 23. К примеру 10

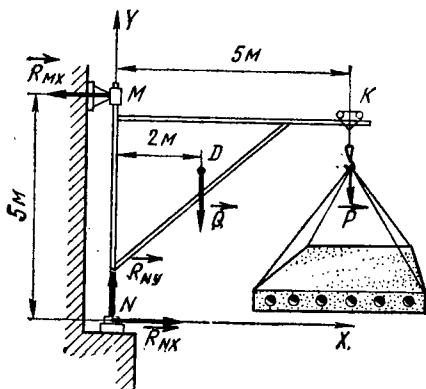


Рис. 24. К примеру 11

Если точку N принять за начало системы координат XY , то уравнение моментов относительно этой точки будет содержать лишь одну неизвестную реакцию R_{Mx} .

Приложив действующие силы и реакции, как показано на рис. 24, составим для них уравнения равновесия (2):

$$\sum_1^n F_{xi} = R_{Nx} - R_{Mx} = 0;$$

$$\sum_1^n F_{yi} = R_{Ny} - Q - P = 0;$$

$$\sum_1^n M_N = -R_{Mx} \cdot 5 + Q \cdot 2 + P \cdot 5 = 0.$$

Из уравнения моментов находим

$$R_{Mx} = \frac{Q \cdot 2 + P \cdot 5}{5} = \frac{2,0 \cdot 2 + 3,0 \cdot 5}{5} \text{ тс} = 3,8 \text{ тс.}$$

Из второго уравнения проекций определяем

$$R_{Ny} = Q + P = 5,0 \text{ тс.}$$

Из первого уравнения находим, что

$$R_{Nx} = R_{Mx} = 3,8 \text{ тс.}$$

Пример 12. Симметричная стропильная ферма ABC (рис. 25) весом $P=10$ тс имеет шарнирную A и катковую B опоры. В точке D перпендикулярно левому скату крыши AC на ферму действует сила $S=0,8$ тс. Определить опорные реакции в опорах A и B , если $AC=6$ м, а $\angle CAB=30^\circ$.

Решение. Так как ферма ABC симметричная, то силу \vec{P} прикладываем в ее середине. Сила \vec{S} приложена в точке D . Реакция катковой опоры \vec{R}_B направлена вертикально. Реакция шарнира A раскладывается на две составляющие \vec{R}_{Ax} и \vec{R}_{Ay} . Для определения трех неизвестных (R_B ; R_{Ax} и R_{Ay}) составим уравнения:

$$\sum_1^n F_{xi} = R_{Ax} + S \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_1^n F_{yi} = R_{Ay} - S \cos 30^\circ - P + R_B = 0;$$

$$\sum_1^n M_A = + S \cdot AD + P \cdot AC \cos 30^\circ - R_B (AC + CB) \cos 30^\circ = 0.$$

Из уравнения моментов находим

$$R_B = \frac{S \cdot AD + P \cdot AC \cos 30^\circ}{(AC + CB) \cos 30^\circ} = \frac{0,8 \cdot 3 + 10 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{(6 + 6) \frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ тс} = 5,2 \text{ тс.}$$

Из первого уравнения проекций вычисляем

$$R_{Ax} = - S \cos 60^\circ = - 0,8 \frac{1}{2} \text{ тс} = - 0,4 \text{ тс}$$

(знак «минус» показывает, что на схеме направление горизонтальной составляющей следует изменить на противоположное).

Из второго уравнения проекций определяем

$$R_{Ay} = P + S \cos 30^\circ - R_B = 5,49 \text{ тс.}$$

Пример 13*. Арочная симметричная ферма ангара (рис. 26) весом $P=10$ тс имеет шарнирную B и катковую A опоры. Плоскость

катковой опоры A наклонена к горизонту под углом 30° . Определить опорные реакции \vec{R}_A , \vec{R}_{Bx} и \vec{R}_{By} , если кроме собственного веса на ферму действует ветровая нагрузка $S=2,0$ тс. Линия действия силы \vec{S} горизонтальна и отстоит от линии AB на 4 м.

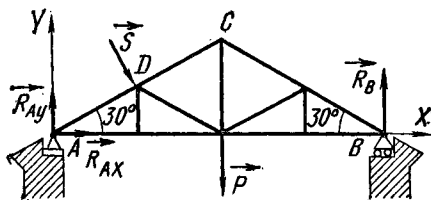


Рис. 25. К примеру 12

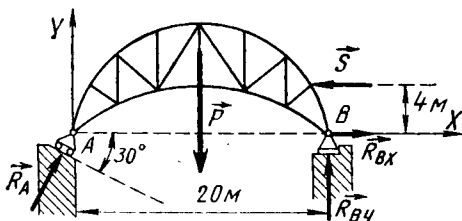


Рис. 26. К примеру 13

Ответ: $R_A=6,24$ тс; $R_{Bx}=-1,12$ тс; $R_{By}=4,6$ тс.

(Знак «минус» у R_{Bx} указывает на то, что горизонтальная составляющая реакции опорного шарнира B \vec{R}_{Bx} направлена в сторону, противоположную указанной на рисунке.)

§ 9. Трение

Движению одного тела по поверхности другого препятствуют реактивные силы, называемые *силами трения*. В зависимости от характера движения различают трение скольжения (трение первого рода) и трение качения (трение второго рода).

Трением скольжения называют сопротивление, возникающее при скольжении одного тела по поверхности другого. Любое тело можно передвигать по поверхности скольжением, но для этого надо приложить усилие, за счет которого преодолевается трение, действующее в плоскости соприкосновения тела с поверхностью.

В 1771 г. французским ученым Кулоном были установлены основные законы трения:

максимальная сила трения не зависит от размеров трущихся поверхностей;

максимальная сила трения зависит от материала и шероховатости трущихся поверхностей;

максимальная сила трения прямо пропорциональна силе нормального давления;

максимальная сила трения при малых скоростях скольжения практически не зависит от скорости.

Силу трения \vec{T} определяют по формуле

$$|\vec{T}| = f |\vec{N}|, \quad (3)$$

где f — коэффициент трения; \vec{N} — сила нормального давления.

В момент начального сдвига сила трения \vec{T}_0 по абсолютному значению превышает силу, необходимую для поддержания уже существующего движения.

При трении покоя коэффициент трения называют *коэффициентом статического трения* f_0 , при движении — *коэффициентом скольжения* f . Значения этих коэффициентов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Материал	Коэффициент трения	
	f_0	f
Бетон по скале	0,65—0,7	—
Камень по камню	0,6—0,7	—
Бетон по галечнику	0,5—0,6	—
Веревка по дереву	0,5—0,8	0,5
Дерево по дереву	0,4—0,7	0,3
Кирпич по сухой глине	0,5	—
Металл по дереву	0,4—0,6	0,3—0,5
Бетон по песку	0,4—0,5	—
Камень по дереву	0,4	—
Бетон по супеси	0,35—0,40	—
Кожа по металлу	0,3—0,4	0,3
Бетон по суглинку	0,25—0,35	—
Бетон по глине	0,2—0,3	—
Металл по металлу	0,15—0,25	0,1
Бронза по чугуну	0,16	—
Сталь по льду	0,03	0,015

Коэффициент статического трения f_0 можно определить опытным путем. На рис. 27 изображена наклонная плоскость. Силу тяжести \vec{F}_T , действующую на тело на наклонной плоскости, разложим на составляющие: \vec{Q} — силу нормального давления и \vec{F} — силу,двигающую тело вдоль наклонной плоскости. В состоянии покоя \vec{Q}

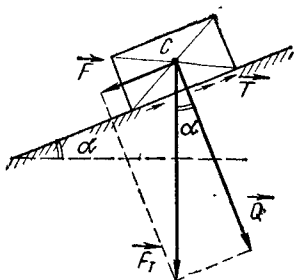


Рис. 27. Трение скольжения

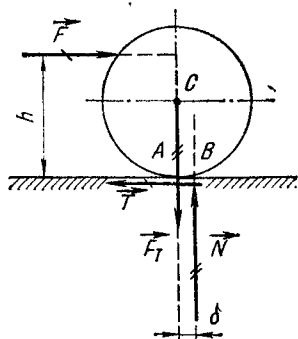


Рис. 28. Трение качения

уравновешивается нормальной реакцией \vec{N} ; \vec{F} — уравновешивается силой трения \vec{T} ; $\frac{|\vec{F}|}{|\vec{Q}|} = \frac{|\vec{T}|}{|\vec{N}|} = \operatorname{tg} \alpha$. Если посте-

пенно увеличивать угол наклона α до угла φ_0 , то наступит момент ($F \geq T$), когда тело начнет двигаться вниз по наклонной плоскости. В момент предельного равновесия ($F = T_0$, $Q = N$) отношение начальной силы сдвига к нормальной реакции

$$\frac{|\vec{T}_0|}{|\vec{N}|} = \operatorname{tg} \varphi_0, \text{ или } |\vec{T}_0| = |\vec{N}| \operatorname{tg} \varphi_0.$$

Сравнивая полученную формулу с формулой (3), можем записать, что

$$f_0 = \operatorname{tg} \varphi_0. \quad (4)$$

Этот предельный угол φ_0 называют *углом трения*. Следовательно, для того чтобы тело находилось в равновесии на поверхности какого-либо тела, необходимо и достаточно, чтобы угол между направлениями силы тя-

жести и ее нормальной составляющей не превышал угла трения ($\alpha < \varphi_0$).

Трением качения называют сопротивление, возникающее при качении одного тела по поверхности другого. Для того чтобы сдвинуть (повернуть) каток, на который действует сила тяжести \vec{F}_T (рис. 28), необходимо на высоте h приложить усилие \vec{F} . Если \vec{F} меньше \vec{T} (\vec{T} — сила трения), то каток останется неподвижным (будет находиться в равновесии). Что же уравнивает силу \vec{F} , если ее линия действия не совпадает с линией действия силы трения \vec{T} ? Чтобы объяснить, как возникает трение качения, нужно учесть деформацию катка и опорной поверхности¹. Каток вдавливается в поверхность, в результате чего возникает контакт двух тел не в одной точке, а на некоторой площадке.

Силу трения \vec{T} можно приложить в точке A , а реакцию опорной поверхности \vec{N} в точке B на расстоянии δ от оси катка.

Для равновесия катка необходимо, чтобы силы \vec{F} и \vec{T} и \vec{F}_T и \vec{N} соответственно уравнивали друг друга и чтобы пары сил $(\vec{F}; \vec{T})$ и $(\vec{F}_T; \vec{N})$ имели равные моменты:

$$Fh = F_T \delta. \quad (5)$$

Момент пары $(\vec{F}_T, \vec{N}) M_c = F_T \delta$ препятствует начальному вращению катка относительно точки касания. Этот момент называют *моментом сопротивления качению*, а его плечо δ — *коэффициентом трения качения*. Коэффициент трения качения измеряется в единицах длины (мм; см). Он зависит от твердости материала и шероховатости соприкасающихся поверхностей. Значения коэффициента трения качения приведены в табл. 2.

Силу трения качения определяют по формуле

$$|\vec{T}| = \frac{\delta}{h} |\vec{F}|. \quad (6)$$

¹ В данном случае «гипотеза твердого тела» (см. § 2) не применима.

Таблица 2

Материал	Коэффициент δ , см
Дерево по дереву	0,05—0,08
Дерево по стали	0,03—0,04
Чугун по чугуну	0,005
Мягкая сталь по мягкой стали	0,005
Закаленная сталь по закаленной стали .	0,001

Сила трения качения значительно меньше силы трения скольжения, поэтому в технике всегда стремятся заменить скольжение качением.

Пример 14. Определить усилие \vec{N} (рис. 29), действующее на тормозные колодки, останавливающие вал, вращающий момент ко-

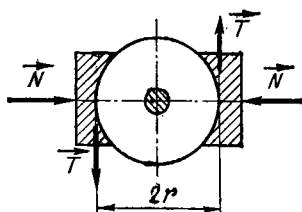


Рис. 29. К примеру 14

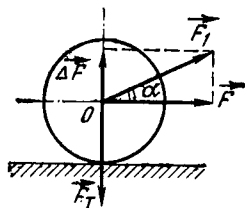


Рис. 30. К примеру 15

торого $M=50$ тс·м, если радиус тормозного колеса $r=0,25$ м, а коэффициент статического трения $f_0=0,25$.

Решение. Исходя из определения вращающего момента $M=Th=$
 $=T \cdot 2r$, находим силу трения:

$$T = \frac{M}{2r} = \frac{50}{2 \cdot 0,25} \text{ тс} = 100 \text{ тс}.$$

Искомое усилие N определяем по формуле

$$N = \frac{T}{f_0} = \frac{100 \text{ тс}}{0,25} = 400 \text{ тс}.$$

Пример 15. Определить силу \vec{F}_1 (рис. 30), обеспечивающую равномерное качение по горизонтали цилиндрического катка диаметром 60 см, на который действует сила тяжести $F_T=300$ кгс, если коэффициент трения качения $\delta=0,5$ см и сила \vec{F}_1 приложена к оси катка под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту.

Решение. Каток давит на землю с силой $P=F_T-\Delta F=F_T-F_1 \sin \alpha$.

Сила F , обеспечивающая качение, равна $F_1 \cos \alpha$. Плечо пары качения $h=r$. Подставляя эти значения в формулу (6), получим:

$$F_1 \cos \alpha = \frac{\delta}{r} (F_T - F_1 \sin \alpha),$$

откуда

$$F_1 = \frac{\delta}{(r \cos \alpha + \delta \sin \alpha)} F_T.$$

Подставив числовые данные, получим:

$$F_1 = \frac{0,5}{(30 \cdot 0,867 + 0,5 \cdot 0,5)} 300 \text{ кгс} = 5,72 \text{ кгс}.$$

Пример 16. Сторожевую будку весом $P = 2,0$ тс требуется переместить волоком или на симметрично расположенных катках диаметром $d = 30$ см по деревянному настилу (рис. 31). Во сколько раз сила трения скольжения T_0 больше силы трения качения F , если коэффициент статического трения $f_0 = 0,4$, а коэффициент трения качения $\delta = 0,6$ см?

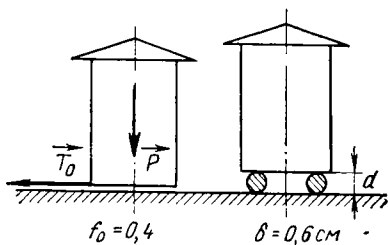


Рис. 31. К примеру 16

Решение. По формулам (3) и (6) находим, что сила трения скольжения равна:

$$T_0 = f_0 N = 0,4 \cdot 2 \text{ тс} = 0,8 \text{ тс} (N = P);$$

а сила трения качения

$$T = \frac{\delta}{h} P = \frac{0,6}{30} \cdot 2 \text{ тс} = 0,04 \text{ тс}.$$

Следовательно, при качении получается выигрыш в силе в

$$n = \frac{T_0}{F} = \frac{0,8}{0,04} = 20 \text{ раз}.$$

ГЛАВА II. КИНЕМАТИКА

§ 10. Основные понятия

Кинематика — раздел механики, в котором изучают геометрическую сторону движения тел независимо от причин, вызывающих это движение.

Механическое движение — изменение положения одного тела по отношению к другому с течением времени.

Тело, по отношению к которому рассматривают движение, называют *телом отсчета*. Обычно в кинематике в качестве системы отсчета принимают Землю, но если в задаче нужно учесть движение Земли, тогда системой отсчета считают Солнце или другие звезды.

При решении задач кинематики нужно сначала выбрать систему отсчета и установить, движение какого объекта рассматривается. В дальнейшем мы будем изучать движение материальной точки и движение абсолютно твердого тела.

Движение материальной точки, как и всякое движение, происходит в пространстве и во времени.

Воображаемый след, который оставляет точка при движении ее в пространстве, есть *траектория* движения точки.

Быстроту изменения положения точки в пространстве характеризуют скоростью движения. Если скорость с течением времени изменяется, то для характеристики быстроты изменения скорости служит ускорение.

Скорость и ускорение — это векторные величины.

Абсолютно твердое тело — это тело, которое можно рассматривать, как совокупность точек, причем расстояния между этими точками всегда постоянны. При движении твердого тела его точки могут двигаться по-разному. Поэтому для твердого тела различают характеристики движения тела в целом и характеристики движения его отдельных точек.

Простейшими видами движения твердого тела являются поступательное движение и вращение вокруг неподвижной оси.

§ 11. Поступательное движение твердого тела

Поступательным движением называют такое движение, при котором любая прямая в теле остается параллельной самой себе.

В качестве примера поступательного движения можно назвать движение поршня паровой машины, движение бабьи с бетонной смесью при подъеме ее краном.

При поступательном движении твердого тела все его точки описывают одинаковые траектории, имеют одинаковые скорости и ускорения. Это основное свойство поступательного движения дает возможность изучать движение не всех точек твердого тела, а только какой-

либо одной его точки, так как все кинематические характеристики движения (траектория, скорость, ускорение) одинаковы для всех точек тела, движущегося поступательно.

В случае поступательного движения характеристики движения тела в целом и всех его точек совпадают.

При решении задач для поступательного движения твердого тела используют те же формулы, что и для движения точки.

Ниже приведены некоторые зависимости, характеризующие движение материальной точки, и, следовательно, имеющие место и при поступательном движении абсолютно твердого тела.

Равномерное прямолинейное движение. Формула для перемещения имеет вид: $\vec{s} = \vec{v}t$, где \vec{s} — перемещение точки, \vec{v} — скорость ($\vec{v} = \text{const}$), t — время. Координату x тела (материальной точки) в любой момент времени t можно вычислить по формуле

$$x = x_0 + vt,$$

где x_0 — начальная координата тела, а v — проекция вектора скорости \vec{v} на ось X .

Равнопеременное прямолинейное движение. Для этого движения имеют место следующие формулы:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$v = v_0 + at,$$

где s , v_0 , v и a — проекции векторов \vec{s} , \vec{v}_0 , \vec{v} и \vec{a} на выбранную координатную ось; x — координата тела в любой момент времени t ; x_0 — начальная координата.

Равномерное движение по окружности радиусом R . Скорость \vec{v} — постоянная по модулю, но меняется по направлению, так как вектор скорости направлен по касательной к траектории. Касательное ускорение равно нулю, нормальное (центро-

стремительное) ускорение направлено по радиусу к центру окружности и определяется по формуле:

$$a_{\text{норм}} = \frac{v^2}{R}.$$

Равнопеременное движение по окружности радиусом R .

Касательное ускорение $a_{\text{кас}}$ есть величина постоянная, скорость определяется по формуле $v = v_0 + a_{\text{кас}}t$. Нормальное ускорение $a_{\text{норм}} = \frac{v^2}{R}$. Полное ускорение определяется по формуле (рис. 32):

$$a = \sqrt{a_{\text{норм}}^2 + a_{\text{кас}}^2}. \quad (7)$$

Пример 17. Груз поднимают из точки A с помощью башенного крана (рис. 33). Скорость подъема груза 4 м/с. Скорость горизонтального перемещения тележки 1 м/с. Сначала в течение 2 с поднимают груз, затем начинает перемещаться тележка. После 5 с, считая с начала движения, подъем прекращается, а тележка продолжает двигаться еще 5 с. Построить траекторию груза. Где окажется груз в конце движения? Подъем груза и движение тележки считать равномерными. Груз перемещается поступательно.

Решение. Координатную ось Y направим вертикально вверх, ось X — горизонтально влево. Начало координат поместим в точку A ; за начало отсчета времени примем момент нахождения груза в этой точке.

Проекция скорости груза на ось Y $v_y = 4$ м/с, на ось X $v_x = 1$ м/с. Напишем уравнения движения. Так как $v_y = \text{const}$ и $v_x = \text{const}$, то $x = v_x(t - 2 \text{ с})$; $y = v_y t (t = 5 \text{ с})$.

Подсчитаем значения координат груза в различные моменты времени. Результаты расчетов запишем в следующем виде:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	4	8	12	16	20	20	20	20	20	20

Пользуясь полученными значениями координат, изобразим траекторию груза. В конце движения груз переместится в точку B .

Пример 18. Колесо обозрения радиусом $R=15$ м делает 3 оборота в час. Определить скорость и ускорение кабины.

Решение. Подвеска кабины осуществлена так, что кабина перемещается поступательно. Поэтому при решении задачи можно применять формулы для определения скорости v и ускорения a точки, которая совершает равномерное движение по окружности.

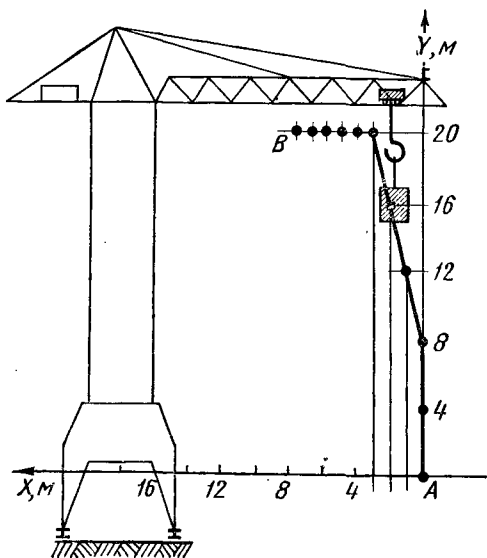


Рис. 33. К примеру 17

Определим путь, который совершит точка за один оборот, т. е. за 20 мин. Этот путь равен длине окружности $s=2\pi R=2\cdot 3,14\cdot 15\text{ м}=94,2\text{ м}$.

Так как $v=\text{const}$, то $s=vt$. Отсюда

$$v = \frac{s}{t} = \frac{94,2}{20\cdot 60} \text{ м/с} = 0,0785 \text{ м/с} = 7,85 \text{ см/с}.$$

При равномерном движении по окружности касательное ускорение точки $a_{\text{кас}}=0$; точка имеет только нормальное ускорение

$$a_{\text{норм}} = \frac{v^2}{R} = \frac{7,85^2}{1500} \text{ см/с}^2 = 0,041 \text{ см/с}^2.$$

§ 12. Вращательное движение твердого тела

Если твердое тело имеет при своем движении неподвижную прямую, то такое движение тела называют **вращением** вокруг неподвижной оси.

Вращательное движение тела вокруг неподвижной оси, как и поступательное, относится к простейшим видам движения, так как все другие виды движения тела можно представить в виде совокупности поступательного и вращательного движений.

Примерами вращательного движения могут служить: вращение барабана лебедки, вала мотора, поворот стрелы крана.

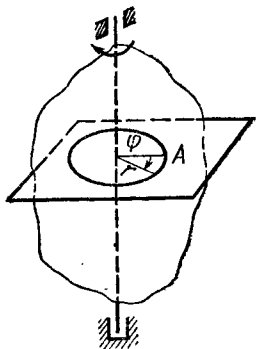


Рис. 34. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

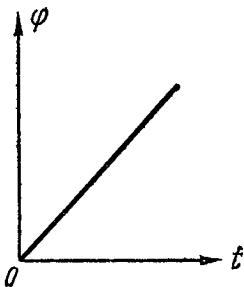


Рис. 35. График равномерного вращения

При вращательном движении положение каждой точки тела характеризуется расстоянием (радиусом) до оси вращения. При вращении тела каждая его точка (например, A , рис. 34) движется по окружности радиусом r , плоскость которой расположена перпендикулярно оси вращения. Положение вращающегося тела в целом характеризуется углом φ , на который повернулось тело с начала вращения.

Угол φ есть кинематическая характеристика при вращательном движении тела. Кроме угла φ вращательное движение тела характеризуют еще угловой скоростью и угловым ускорением.

Угловая скорость ω (омега) показывает быстроту изменения угла поворота с течением времени.

Если угловая скорость постоянна ($\omega = \text{const}$), то движение называют *равномерным вращением*.

При равномерном вращении угол φ и угловая скорость ω связаны следующими зависимостями:

$$\varphi = \omega t, \quad \omega = \frac{\varphi}{t}. \quad (8)$$

График, выражающий зависимость угла поворота тела от времени для равномерного вращения, изображен на рис. 35. Он представляет собой прямую линию.

Угловую скорость измеряют в рад/с. В технике для характеристики вращения применяется еще одна величина — частота вращения (число оборотов тела в минуту) n .

Установим зависимость между ω и n . Каждому обороту соответствует угол в 2π рад. Следовательно, числу оборотов в 1 мин n соответствует угол $2\pi n$ рад. Если тело за 1 мин поворачивается на угол $2\pi n$ рад, то за 1 с оно повернется на угол $\frac{2\pi n}{60}$, т. е.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}, \text{ откуда } n = \frac{30 \omega}{\pi}. \quad (9)$$

Пример 19. При подъеме груза барабан лебедки делает 10 об/мин. Какова угловая скорость барабана лебедки?

Решение. По формуле (9) находим угловую скорость:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 10}{30} \text{ рад/с} \approx 1,05 \text{ рад/с}.$$

Если угловая скорость непостоянна, то ее изменение характеризуют *угловым ускорением*. Угловое ускорение ε определяется по формуле $\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ и измеряется в рад/с².

Движение, происходящее с постоянным угловым ускорением, называют *равнопеременным вращением*.

При равнопеременном вращении между ω и ε существует следующая зависимость:

$$\omega = \varepsilon t.$$

Угол поворота φ определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (10)$$

При равномерном вращении, когда угловая скорость $\omega = \text{const}$, угловое ускорение $\varepsilon = 0$.

Рассмотрим движение отдельных точек твердого тела при его вращательном движении.

При вращательном движении траекторией каждой точки тела является окружность. Так как при всяком криволинейном движении скорость точки направлена по касательной к траектории, значит при движении по окружности скорость перпендикулярна радиусу.

Скорость каждой точки вращающегося тела определяют по формуле:

$$v = \omega r, \quad (11)$$

или

$$v = \frac{\pi n r}{30}. \quad (12)$$

При равномерном вращении ($\omega = \text{const}$, $n = \text{const}$) скорость v также является постоянной величиной для данной точки.

Из формулы (11) видно, что скорость точек, более удаленных от оси вращения, больше скорости точек, лежащих ближе к оси вращения.

Пример 20. Стрела строительного крана имеет наибольший вылет 18 м. По условиям безопасности максимальная скорость груза при повороте крана равна 1 м/с. Определить максимальное число оборотов стрелы крана в минуту.

Решение. Максимальное число оборотов вычисляем по формуле (12):

$$v_{\max} = \frac{\pi n_{\max} r}{30},$$

откуда

$$n_{\max} = \frac{30 v_{\max}}{\pi r}.$$

Вычисления дают $n_{\max} \approx 0,53$ об/мин.

Пример 21. Угловая скорость шкива составляет 4л рад/с. Сколько оборотов в минуту делает шкив?

Решение. Для определения числа оборотов воспользуемся формулой (9):

$$n = \frac{30\omega}{\pi}, \quad n = \frac{30 \cdot 4\pi}{\pi} \text{ об/мин} = 120 \text{ об/мин}.$$

§ 13. Преобразование движений

При решении практических задач, связанных с работой механизмов и машин, часто возникает необходимость установить, как движение одного элемента преобразуется в движение другого элемента. Обычно при

этом движение одного вида (вращательное) преобразуется в движение другого вида (поступательное или вращательное относительно другой оси). Для этого используются специальные механизмы—передачи. Рассмотрим некоторые задачи кинематики, связанные с преобразованием движений.

Пример 22. Определить линейную скорость и время подъема груза лебедкой на высоту 20 м, если диаметр барабана лебедки 20 см, а ее угловая скорость $\omega = 10$ рад/с (рис. 36).

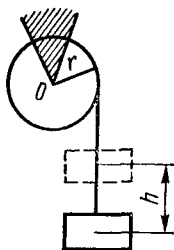


Рис. 36. К примеру 22

Решение. Груз совершает поступательное движение, а барабан лебедки — вращательное.

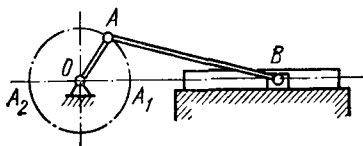


Рис. 37. К примеру 23

Скорость груза равна линейной скорости точки на ободе барабана лебедки. Вычислим ее: $v = \omega r$; $r = 10$ см, следовательно, $v = 100$ см/с = 1 м/с.

Движение груза — равномерное, поэтому для определения времени подъема груза можно воспользоваться формулой

$$h = vt, \text{ откуда } t = \frac{h}{v} = \frac{20}{1} \text{ с} = 20 \text{ с.}$$

Пример 23. В кривошипно-шатунном механизме (OA — кривошип, B — шатун) за один оборот кривошипа шатун B (рис. 37) перемещается на 400 мм. Какой путь совершит за это время точка A?

Решение. Кривошип OA совершает вращательное движение. За один оборот точка A проходит путь $s = 2\pi r$, где $r = OA$ — радиус окружности, которую описывает точка A. За это время шатун B, который совершает поступательное движение, переместится на расстояние, равное $2l$, где $l = A_1A_2 = 2 OA$. Следовательно, $2l = 4 OA$, отсюда находим $OA = 100$ мм, а затем $s = 2\pi \cdot 100 \text{ мм} = 628 \text{ мм}$.

Пример 24. В ременной передаче (рис. 38, а) диаметр шкива электродвигателя $D_1 = 160$ мм, а диаметр шкива станка $D_2 = 240$ мм (рис. 38, б). Электродвигатель совершает $n_1 = 960$ об/мин. Определить число оборотов шкива станка n_2 .

Решение. При помощи ременной передачи вращательное движение от электродвигателя передается к станку. Происходит преобразование одного вращательного движения в другое, тоже вращательное. Кинематическим условием передачи является равенство скоростей отдельных точек ремня и, следовательно, равенство скоростей точек A_1 и A_2 шкивов электродвигателя и станка: $v_1 = v_2$. Но

$$v_1 = \omega_1 r_1 \text{ и } v_2 = \omega_2 r_2.$$

Следовательно, $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$.

$$\text{По формуле (9) } \omega_1 = \frac{\pi n_1}{30}; \quad \omega_2 = \frac{\pi n_2}{30}.$$

$$\text{Поэтому } \frac{\pi n_1}{30} r_1 = \frac{\pi n_2}{30} r_2.$$

$$\text{Так как } r_1 = \frac{D_1}{2}, \quad r_2 = \frac{D_2}{2}, \quad \text{имеем}$$

$$\frac{\pi n_1}{30} \cdot \frac{D_1}{2} = \frac{\pi n_2}{30} \cdot \frac{D_2}{2};$$

$$\text{или } n_1 D_1 = n_2 D_2.$$

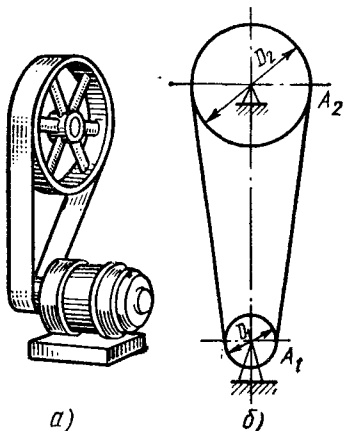


Рис. 38. К примеру 24

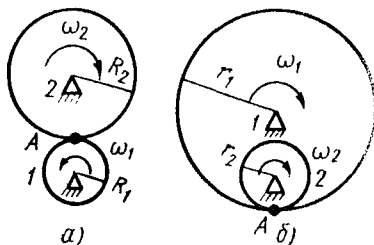


Рис. 39. К примеру 25

Откуда

$$n_2 = \frac{n_1 D_1}{D_2} = \frac{960 \cdot 160}{240} \text{ об/мин} = 640 \text{ об/мин}.$$

Пример 25. Вал электромотора совершает $n_1 = 2750$ об/мин. Определить число оборотов шпинделя сверла n_2 , если отношение диаметров шестерен $\frac{D_2}{D_1} = 4$.

Решение. Кинематическая схема передачи (внешнее зацепление) изображена на рис. 39, а. По этой схеме происходит преобразование вращательных движений. Условием передачи является равенство скоростей точек первой и второй шестерен в месте зацепления (точка А): $v_1 = v_2$.

$$v_1 = \omega_1 r_1; \quad v_2 = \omega_2 r_2;$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30}; \quad \omega_2 = \frac{\pi n_2}{30}; \quad r_1 = \frac{D_1}{2}; \quad r_2 = \frac{D_2}{2}.$$

Отсюда $n_1 D_1 = n_2 D_2$ и $n_2 = \frac{n_1 D_1}{D_2} = \frac{2750}{4}$ об/мин = 687,5 об/мин.

Пример 26. На рис. 39,б изображена кинематическая схема передачи вращательного движения при внутреннем зацеплении. На валу 1 $n_1 = 120$ об/мин. Отношение диаметров $\frac{D_1}{D_2} = 5$. Определить угловую скорость на валу 2.

Решение. Кинематическим условием передачи является равенство скоростей точек первой и второй шестерен в месте зацепления (точка А): $v_1 = v_2$.

$$v_1 = \omega_1 r_1; \quad v_2 = \omega_2 r_2.$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30}; \quad r_1 = \frac{D_1}{2}; \quad r_2 = \frac{D_2}{2}.$$

$$\frac{\pi n_1}{30} \cdot \frac{D_1}{2} = \omega_2 \frac{D_2}{2}; \quad \omega_2 = \frac{\pi n_1}{30} \cdot \frac{D_1}{D_2} = \frac{\pi 120}{30} \cdot 5 \text{ рад/с} = 62,8 \text{ рад/с}.$$

ГЛАВА III. ДИНАМИКА

§ 14. Основные понятия

Динамика — раздел механики, в котором изучают причины изменения движения тела.

Решение задач динамики позволяет определить дополнительные опорные реакции и усилия, возникающие в отдельных конструктивных элементах и деталях в результате их движения, т. е. произвести так называемые динамические расчеты машин и сооружений.

В основе динамики лежат законы, впервые изложенные английским ученым И. Ньютоном в 1687 г.

Первый закон (закон инерции). Материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока она не побуждается приложенными силами изменить это состояние.

Из первого закона Ньютона следует, что точка может изменить скорость только под действием силы. Если на точку не действует сила, то она стремится сохранить скорость неизменной; это свойство точки называется инерцией, отсюда и название закона — закон инерции.

Второй закон устанавливает зависимость между силой, действующей на точку, и ускорением точки: ускорение точки прямо пропорционально действующей силе и обратно пропорционально массе точки.

Масса есть мера инертности материальной точки. Чем больше масса, тем меньшее ускорение сообщит ей данная сила.

Обозначим полное ускорение точки через \vec{a} , а силу, действующую на эту точку, через \vec{F} . Тогда согласно второму закону можно записать

$$\vec{F} = m \vec{a},$$

где m — масса точки.

Эта зависимость отражает не только количественную связь между силой и ускорением, но и показывает, что ускорение, как вектор, направлено так же, как сила, которая его вызывает.

Третий закон (закон равенства действия и противодействия). Всякое действие вызывает равное и противоположно направленное противодействие.

Зависимость между силой тяжести и массой. На все тела со стороны Земли действует *сила тяжести*, которая является одним из проявлений сил всемирного тяготения.

Из закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона следует, что сила тяжести сообщает всем телам, находящимся вблизи поверхности Земли, ускорение

$$g = \gamma \frac{M}{R^2},$$

где M — масса Земли; R — ее радиус; γ — гравитационная постоянная, т. е. $g = \text{const}$ (тела под действием силы тяжести совершают свободное падение). Тогда исходя из второго закона Ньютона для силы тяжести \vec{F} , действующей на тело и сообщающей ему ускорение \vec{g} , можно написать:

$$\vec{F} = m \vec{g}.$$

Так как все тела притягиваются к Земле, то помещенные на опору или подвешенные на нити, они будут действовать на опору или подвес с силой, вызывая их деформацию. Силу, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес, называют *весом тела*.

Вес тела — это сила, приложенная не к телу, а к опоре или подвесу. Надо помнить, что вес и сила тяжести не одно и то же: вес и сила тяжести всегда приложены к разным телам.

Вес, как и всякую силу, измеряют в ньютонах (Н), килограмм-силах (кгс), динах (дин) и других единицах силы.

Для измерения массы применяют следующие единицы: килограмм (кг), грамм (г), тонна (т).

§ 15. Работа силы

Работа силы — это величина, которая характеризует действие силы при перемещении тела. Определяется работа произведением модулей силы и перемещения на косинус угла между векторами силы и перемещения:

$$A = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cos \alpha.$$

Рассмотрим некоторые случаи определения работы силы.

1) Постоянная сила \vec{F} действует на тело в направлении его перемещения \vec{s} (рис. 40, а; на рисунке положительное направление оси X совпадает с направлением перемещения). Работа силы в этом случае равна

$$A = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}|. \quad (13)$$

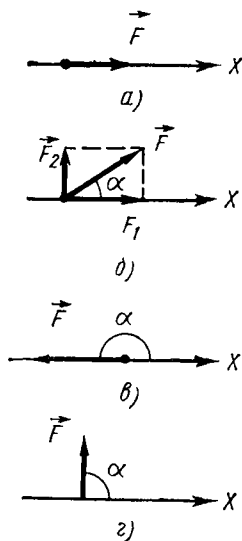


Рис. 40. Определение работы постоянной силы:

а — сила направлена вдоль перемещения, б — сила направлена под углом α к перемещению, в — сила направлена противоположно перемещению, г — сила направлена перпендикулярно перемещению

2) Сила \vec{F} направлена под углом α к направлению перемещения \vec{s} (рис. 40, б). Работу совершает только

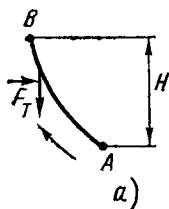
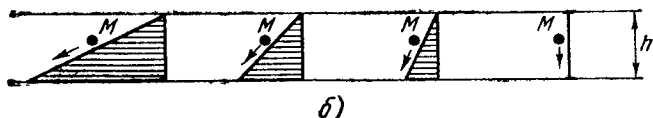


Рис. 41. Определение работы силы тяжести (а) и ее независимость от вида траектории (б)



ее горизонтальная составляющая \vec{F}_1 , т. е.

$$A = |\vec{F}_1| \cdot |\vec{s}|,$$

но из рисунка видно, что $|\vec{F}_1| = |\vec{F}| \cos \alpha$, следовательно,

$$A = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cos \alpha. \quad (14)$$

3) Сила направлена в сторону, противоположную перемещению (рис. 40, в). В этом случае сила совершает отрицательную работу ($\alpha = 180^\circ$, $\cos \alpha = -1$):

$$A = -|\vec{F}| \cdot |\vec{s}|.$$

Например, при движении тела по шероховатой поверхности сила трения, тормозящая движение, направлена в сторону, противоположную перемещению, — ее работа отрицательна.

4) Сила перпендикулярна направлению перемещения (рис. 40, г). Работа в этом случае равна нулю ($\alpha = 90^\circ$, $\cos \alpha = 0$): $A = 0$.

Так, работа силы тяжести при перемещении тела по горизонтальной поверхности равна нулю.

Работу измеряют в джоулях (Дж), килограмм-сила-метрах (кгс·м), эргах (эрг).

Работа силы тяжести. Работа силы тяжести не зависит от вида траектории, а определяется только рас-

стоянием по вертикали между начальной и конечной точками перемещения. В этом ее особое свойство.

Если точка перемещается сверху вниз из B в A (рис. 41, a), то работа силы тяжести \vec{F}_T положительна; если точка перемещается снизу вверх, то работа силы тяжести отрицательна, но в обоих случаях она определяется выражением:

$$A = \pm |\vec{F}_T|H,$$

где H — высота, на которую переместилась точка (знак «плюс» или «минус» зависит от направления перемещения).

Из этого следует очень важный вывод. Если точка переместится из B в A , а затем из A в B , то сила тяжести совершит на этом пути работу, равную нулю. Следовательно, *работа силы тяжести на замкнутом пути равна нулю*.

На рис. 41, b показано перемещение одной и той же точки M под действием силы тяжести \vec{F}_T по различным наклонным плоскостям. Поскольку высота перемещения во всех случаях одинакова, то и работа силы тяжести также одинакова и равна $A = |\vec{F}_T|h$.

§ 16. Мощность

Для того чтобы установить, насколько быстро совершается работа, вводят особую величину — *мощность* N , определяемую отношением работы A ко времени t , за которое эта работа произведена:

$$N = \frac{A}{t}. \quad (15)$$

Мощность измеряют в ваттах (Вт), килограмм-сила-метрах в секунду (кгс·м/с), лошадиных силах (л. с.) и других единицах.

Мощность можно выразить по-другому, если вместо A подставить выражение (14) и вспомнить, что

$$\frac{|\vec{s}|}{t} = |\vec{v}|;$$

$$A = \frac{N}{t} = \frac{|\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cos \alpha}{t} = |\vec{F}| \cdot |\vec{v}| \cos \alpha.$$

Следовательно, при равномерном движении

$$N = |\vec{F}| \cdot |\vec{v}| \cos \alpha. \quad (16)$$

При работе машин часто бывает нужно мощность выражать через угловую скорость вращения ω .

Для равномерного вращения справедлива следующая формула:

$$N = M_0 \omega = M_0 \frac{\pi n}{30}, \quad (17)$$

где M_0 — момент силы относительно оси вращения;
 n — число оборотов в 1 мин.

Пример. 27.

Определить вращающий момент M_0 , если мощность мотора $N = 100$ кВт и число оборотов $n = 150$ об/мин.

Решение. Для определения вращающего момента применим формулу (17):

$$N = M_0 \frac{\pi n}{30},$$

откуда

$$M_0 = \frac{30N}{\pi n} = \frac{30 \cdot 100\,000 \cdot 60}{3,14 \cdot 150} \text{ Н} \cdot \text{м} \approx 3,8 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м} \approx 38\,700 \text{ кгс} \cdot \text{м}.$$

§ 17. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия характеризует способность тела совершать работу. Энергия может быть кинетической и потенциальной.

Кинетической энергией обладает движущееся тело, так как оно способно совершать работу. Например, молоток, которым забивают гвоздь, совершает работу по преодолению сил сопротивления среды; боек парового или электрического молота, которому сообщена некоторая скорость, забивает сваю и т. д.

Для определения кинетической энергии служит формула

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Тело, находящееся в покое, в отличие от движущегося в данный момент работы не совершает, но способно ее совершать (например, сжатая пружина, поднятый над землей боек механического молота, вода на-

полненного водохранилища и т. д.). Энергию тел, которой они обладают вследствие взаимодействия друг с другом, называют *потенциальной энергией*.

Потенциальная энергия, которой обладает тело, находящееся на некоторой высоте h над поверхностью Земли, определяется по формуле:

$$E_p = mgh.$$

Рассмотрим, как связаны между собой потенциальная и кинетическая энергия, на примере тела, падающего под действием силы тяжести.

Предположим, что тело массой m переместилось из положения A в положение B . Причем в положении A оно имело скорость v_0 , а в положении B — v_1 ($v_0 < v_1$). Точка A находится над поверхностью Земли на высоте H_0 , а точка B на высоте H_1 ($H_0 > H_1$). Потенциальные энергии в этих точках соответственно равны:

$$E_{p0} = mgH_0; E_{p1} = mgH_1.$$

При перемещении тела из точки A в точку B кинетическая энергия изменилась на величину

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A.$$

Работа силы тяжести равна

$$A = mg(H_0 - H_1).$$

Одну и ту же работу мы выразили по-разному. Следовательно,

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = mgH_0 - mgH_1,$$

или

$$E_{k1} - E_{k0} = E_{p0} - E_{p1}.$$

Таким образом,

$$E_{k1} + E_{p0} = E_{k1} + E_{p1}. \quad (18)$$

Исходя из формулы (18) можно сделать вывод: *при движении тела под действием силы тяжести сумма потенциальной и кинетической энергии не изменяется*. Это и есть закон сохранения механической энергии.

Закон сохранения энергии справедлив при действии не только силы тяжести, но и некоторых других сил,

которые называются потенциальными. При действии не потенциальных сил механическая энергия частично переходит в другие виды энергии. Например, при нагревании трущихся частей машин механическая энергия переходит во внутреннюю.

Закон сохранения механической энергии является частью общего закона природы о сохранении энергии.

Применяя закон сохранения энергии, определим скорость тела, совершающего свободное падение с высоты H , при ударе о землю.

В начальной точке движения скорость тела равна $v_0=0$, его кинетическая энергия также равна нулю, а потенциальная энергия $E_p=mgH$. При падении на землю кинетическая энергия тела $E_{k1}=\frac{mv_1^2}{2}$, а потенциальная энергия равна нулю. По закону сохранения энергии

$$E_{k0} + E_{p0} = E_{k1} + E_{p1},$$

где

$$E_{k0} = 0; \quad E_{p0} = mgH;$$

$$E_{k1} = \frac{mv_1^2}{2}; \quad E_{p1} = 0.$$

Отсюда

$$mgH = \frac{mv_1^2}{2} \quad \text{и} \quad v_1 = \sqrt{2gH}. \quad (19)$$

Если в начальный момент тело имело скорость v_0 , то

$$mgH + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2},$$

откуда

$$v_1^2 = 2gH + v_0^2$$

и

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gH}. \quad (19a)$$

Пример 28. Безопасная скорость приземления человека равна 5 м/с, аварийная — 9 м/с. С какой высоты можно прыгать?

Решение. Из формулы (19) $v = \sqrt{2gH}$ выражаем H :

$$H = \frac{v^2}{2g}.$$

Вычисления дают:

$$H_{\text{ав}} = \frac{9^2}{2 \cdot 9,81} \text{ м} \approx 4,13 \text{ м};$$

$$H_{\text{без}} = \frac{5^2}{2 \cdot 9,81} \text{ м} \approx 1,27 \text{ м}.$$

§ 18. Коэффициент полезного действия

Об эффективности работы какой-либо установки или машины можно судить, пользуясь коэффициентом полезного действия. Чем большую часть составляет полезная работа $A_{\text{полез}}$ по отношению к затраченной $A_{\text{затр}}$, тем эффективнее работает установка, тем выше ее коэффициент полезного действия.

Коэффициентом полезного действия (КПД) машины или двигателя называют отношение полезной работы к затраченной. Его обозначают η и определяют по формуле:

$$\eta = \frac{A_{\text{полез}}}{A_{\text{затр}}}. \quad (20)$$

КПД всегда меньше единицы.

Для того чтобы вычислить КПД, следует найти затраченную машиной работу и ту работу, которая считается полезной (для выполнения которой и предназначена машина).

РАЗДЕЛ II

ОСНОВЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

ГЛАВА IV. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

§ 19. Задачи предмета. Определения

В разделе «Сопротивление материалов» изучают законы распределения внутренних сил, возникающих под действием внешних сил, которые действуют на элементы сооружений и деталей машин.

Пользуясь этими законами, можно решать задачи о том, как наиболее экономично подобрать материал для элементов и какую форму им придать.

В курсе «Сопротивление материалов» в отличие от «Теоретической механики» рассматривают тела, которые меняют свою форму и размеры под действием внешней нагрузки, т. е. деформируются.

Деформации могут быть упругими и остаточными. Если после снятия нагрузки тело восстанавливает свою первоначальную форму, то такие деформации называют *упругими*, а само свойство тела называется *упругостью*. Абсолютно упругих тел в природе не существует, но если деформации невелики, то тела можно считать упругими, именно о таких деформациях дальше пойдет речь.

Если тело деформируется, то нельзя переносить силу по линии ее действия или заменять систему сил равнодействующей, как мы делали это для абсолютно твердых тел в разделе «Статика». Приемы статики можно использовать, лишь когда рассматривается равновесие тела в целом и деформирующееся тело условно можно заменить абсолютно твердым.

Если после снятия нагрузки тело не восстанавливает прежней формы, то возникающие при этом деформации называют *остаточными*.

Свойства упругости зависят от вещества (материала), из которого состоит тело. Поэтому, подбирая размеры элементов, необходимо учитывать свойства материала, из которого они сделаны.

Все тела, которые изучают в курсе «Сопrotивление материалов», считают однородными и изотропными. *Изотропным* называют такое тело, свойства которого по всем направлениям одинаковы. Кроме того, считают, что весь объем тела полностью заполнен веществом.

На основании этих предположений — гипотез — можно одними и теми же методами рассчитывать элементы из различных материалов, учитывая лишь разные характеристики их упругости.

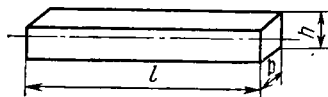


Рис 42. Брус

В природе не все строительные материалы одинаково отвечают этим гипотезам. Наиболее точно соответствует этим предположениям металл. Железобетон, состоящий из двух разнородных материалов (бетона и стали), не является однородным. Дерево, несмотря на однородный состав, имеет одни свойства вдоль волокон и другие — поперек волокон и т. д. Однако в пределах точности расчетов эти предположения дают возможность получить довольно достоверные результаты, поэтому в дальнейшем мы будем основываться на приведенных гипотезах.

Элементы сооружений классифицируют в зависимости от соотношения размеров тела: длины, ширины и высоты.

Тело, размеры которого примерно одинаковы по всем трем направлениям, называют *массивом*.

Если длина и ширина примерно одинаковы и намного больше высоты, то такое тело называют *пластинкой* (в случае ограничения плоскостями) или *оболочкой* (в случае ограничения криволинейными поверхностями).

Если длина тела значительно больше высоты и ширины, то такое тело называют *брусом* (рис. 42). Линия, которая соединяет центры тяжести отдельных поперечных сечений бруса, называется его *геометрической осью*. Если ось прямая, то брус называют *прямым*.

В зависимости от направления сил, действующих на брус, его называют *стержнем или балкой*.

Стержень — это брус, работающий на растяжение или сжатие. Внешние силы, действующие на стержень, направлены вдоль его оси.

Прямой брус называют *балкой*, если внешние силы направлены под некоторым углом к его оси. Под действием такой нагрузки балка может изгибаться, т. е. ее геометрическая ось становится криволинейной.

В зависимости от того, какие внешние силы действуют на брус, он может деформироваться по-разному, т. е. находиться в различном напряженном состоянии.

Основные виды напряженного состояния — сжатие, растяжение, изгиб, сдвиг, кручение.

О сжатии, растяжении и изгибе мы уже упоминали. Сдвиг возникает в том случае, если внешние силы стремятся сдвинуть одну часть бруса по отношению к другой.

Если к брусу приложена пара сил в плоскости, перпендикулярной его оси, то возникает *кручение* бруса. Такое явление часто встречается в технике, например кручение валов, на которые передается крутящий момент от шкивов (вал — брус, поперечное сечение которого представляет собой круг).

Напряженное состояние называют *сложным*, если оно складывается из нескольких видов, например сжатие с изгибом, изгиб с кручением, изгиб со сдвигом.

Особое место среди разного рода напряженных состояний занимает явление *продольного изгиба* (см. § 41).

§ 20. Силы, действующие на элемент

Как известно из раздела «Статика», на абсолютно твердое тело действует внешняя нагрузка, которая вызывает появление опорных реакций, возникающих в местах закрепления тела.

Внешняя распределенная или сосредоточенная нагрузка и опорные реакции, действующие на конструктивный элемент, составляют систему внешних сил.

Система внешних сил, действующих на элемент, определяется на основании методов, в основу которых положена гипотеза абсолютно твердого тела.

Для того чтобы подобрать материал и определить размеры элемента, нужно знать, какие силы возникают между отдельными его частицами. Эти силы взаимодействия называют *внутренними*.

Внутренние силы стремятся уравновесить внешние нагрузки. Если внутренние силы уравнивают внешние нагрузки, то деформация тела прекращается. Если же внешние нагрузки не могут быть уравновешены внутренними силами упругости, взаимная связь между частицами тела нарушается и тело разрушается.

Пользуясь методами курса «Сопротивление материалов», размеры элементов подбирают так, чтобы не доводить их до разрушения.

21. Метод сечений

Для определения внутренних сил, возникающих при деформации тела, пользуются методом сечений (методом разрезов). Этот метод применяют, когда известна система внешних сил, действующих на тело.

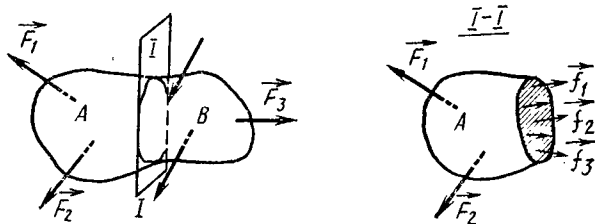


Рис. 43. Определение внутренних сил методом разрезв

Метод сечений заключается в том, что тело, подверженное действию внешних сил, рассекают и рассматривают равновесие отсеченной части.

Рассмотрим тело (рис. 43), на которое действует система внешних сил \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 и т. д. Эта система сил, определенная из уравнения статики, является уравновешенной.

Мысленно разрежем тело сечением $I—I$ на две части A и B . Отбросим одну из отсеченных частей, например B , и рассмотрим оставшуюся часть A . Заменяем действие отброшенной части силами $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3 \dots$.

Для оставшейся части A составим условия равновесия действующих сил \vec{F}_1, \vec{F}_2 (внешних) и $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3 \dots$ (внутренних). На основе этих условий равновесия определим внутренние силы, действующие в сечении.

Внутренние силы ($\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$) выражают действие правой части B на левую часть A и являются силами взаимодействия между ними. Эти силы распределены по площади сечения и различны в каждой точке его. Чтобы установить закон распределения внутренних сил, необходимо рассмотреть, как происходит деформация тела под действием различных внешних сил.

Между деформациями тела и его внутренними силами существует определенная зависимость. Найти эту зависимость — значит решить физическую сторону задачи. Таким образом, при решении задач в курсе «Сопротивление материалов» необходимо рассмотреть три стороны их решения:

1) статическая сторона (условия равновесия части тела под действием внешних и внутренних сил);

2) геометрическая сторона (распределение деформаций в теле — вид деформации);

3) физическая сторона (связь между деформациями и внутренними силами).

§ 22. Нормальное и касательное напряжения

Внутренние силы могут быть распределены по всей площади сечения равномерно или неравномерно.

Внутренняя сила, действующая на единицу площади сечения, называется *напряжением*.

Если \vec{F} — равнодействующая всех внутренних сил $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ и внутренние силы распределены равномерно по площади S сечения, то напряжение \vec{p} определяют как частное от деления \vec{F} на S :

$$\vec{p} = \frac{\vec{F}}{S}. \quad (21)$$

Единицами напряжения являются: 1 Па (Н/м^2), 1 кгс/см^2 , 1 кгс/мм^2 .

Рассмотрим случай, когда вектор напряжения \vec{p} (рис. 44) направлен под некоторым углом к плоскости сечения $I—I$.

Вектор \vec{p} можно разложить на две составляющие: $\vec{\sigma}$ — по перпендикуляру (по нормали) к плоскости сечения и $\vec{\tau}$ — по касательной к плоскости сечения.

Из прямоугольника определяем проекции составляющих:

$$\sigma = p \sin \alpha, \quad \tau = p \cos \alpha. \quad (22)$$

Составляющая $\vec{\sigma}$ напряжения, направленная по нормали к плоскости сечения, называется *нормальным напряжением*.

Составляющая $\vec{\tau}$ напряжения, направленная по касательной, называется *касательным напряжением*.

Касательное и нормальное напряжения являются основными характеристиками напряженного состояния тела. Выражаются они в тех же единицах, что и напряжение. Зная касательное и нормальное напряжения, подбирают и проверяют размеры тела.

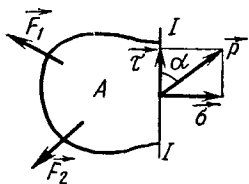


Рис. 44. Определение напряжения

§ 23. Рабочие, предельные и допускаемые напряжения. Коэффициент запаса

Размеры элементов следует подбирать так, чтобы обеспечить прочность их в работе при наименьшей затрате материала. Это может быть достигнуто, если ограничить возможные напряжения, возникающие в отдельных элементах. Такой расчет можно проводить по допускаемым напряжениям или по предельным состояниям.

Максимальное напряжение (касательное, нормальное или полное), которое возникает в элементе под действием внешней нагрузки, называют *рабочим*.

В основе расчета по допускаемым напряжениям лежит следующее. Рабочее напряжение должно быть меньше допускаемого. Допускаемые напряжения принимают меньше предельных, которые обеспечивают работу материала в зоне упругих деформаций (упругие деформации практически исчезают при снятии нагрузки).

Коэффициент, показывающий, во сколько раз допускаемое напряжение меньше предельного, называют *коэффициентом запаса* и обозначают K .

Допускаемые напряжения, обозначаемые через $[\sigma]$ и $[\tau]$, определяют по формулам:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{K}; [\tau] = \frac{\tau_{\text{пред}}}{K}. \quad (23)$$

Значение коэффициента запаса зависит от вида внешней нагрузки и от условий работы рассматриваемого элемента конструкции.

Метод расчета по допускаемым напряжениям не позволяет учесть различие в условиях работы и в нагружении для отдельных элементов. Поэтому в настоящее время строительные конструкции рассчитывают по методу предельных состояний, разработанному советскими учеными А. А. Гвоздевым, Н. С. Стрелецким и другими и положенному в основу действующих СНиП (Строительные нормы и правила).

Этот метод заключается в расчете конструкций по трем предельным состояниям:

1) по несущей способности (из условий прочности или устойчивости) — для всех видов строительных конструкций;

2) по деформациям, если они могут нарушить нормальную эксплуатацию конструктивного элемента или сооружения в целом;

3) по образованию и раскрытию трещин — для железобетонных и каменных конструкций, если по условиям их эксплуатации недопустимо появление трещин, например в резервуарах, в трубопроводах и т. д.

При расчете по предельным состояниям можно наиболее полно учесть различные отклонения от принятых нагрузок и механических свойств материалов. Вместо одного коэффициента запаса K используют группу коэффициентов n , m , k , учитывающих особенности работы сооружения.

Коэффициент перегрузки n учитывает возможные отклонения нагрузки от нормативных значений.

Нормативные нагрузки приводятся в нормах по расчету строительных конструкций. Коэффициент $n > 1$ и различен для разных видов нагрузок. Например, для постоянной нагрузки (собственный вес) его значение близко к 1, так как отклонения от нормативного значения постоянной нагрузки могут происходить только за счет отклонений реальных размеров конструкции от расчетных; обычно эти отклонения незначительны. Для временной нагрузки (полезная нагрузка) n больше, чем для постоянной, так как колебания временной нагрузки могут быть значительны.

Для постоянной нагрузки коэффициент n равен 1,1. Для временных нагрузок, например в коридорах общежитий, в залах столовых и ресторанов, аудиториях $n = 1,3$; для снеговой нагрузки $n = 1,4$.

Произведение коэффициента перегрузки n на нормативную нагрузку $q_{\text{норм}}$ равно расчетной нагрузке $q_{\text{расч}}$:

$$q_{\text{расч}} = nq_{\text{норм}} \quad (24)$$

Коэффициент условий работы m характеризует изменения, возникающие при эксплуатации сооружения или конструктивного элемента; например: превышение расчетного эксцентриситета приложения силы, возможные ослабления поперечного сечения отверстиями, влияние среды и т. д.

Некоторые значения коэффициента условий работы m приведены в табл. 3.

Коэффициент однородности материала k учитывает возможные изменения свойств материала

Таблица 3

Вид элемента	m
Для металлических колонн гражданских зданий	0,9
Для металлических элементов, прикрепляемых односторонне	0,75
Для изгибаемых железобетонных элементов сборных конструкций, изготовленных на заводах	1,10

конструкции по сравнению с нормативными. Значения этого коэффициента для различных материалов устанавливают экспериментальным путем. Во всех случаях $k < 1$. Произведение коэффициента k на нормативное сопротивление $R_{\text{норм}}$ равно расчетному сопротивлению материала $R_{\text{расч}}$:

$$R_{\text{расч}} = kR_{\text{норм}}. \quad (25)$$

Значения расчетных сопротивлений для некоторых строительных материалов приведены в табл. 4.

Т а б л и ц а 4

Материал	Вид напряженного состояния	Условное обозначение	Значение сопротивления, кгс/см ²
Ст3 при толщине от 4 до 40 мм	Растяжение, сжатие, изгиб	R	2100
	Срез	$R_{\text{ср}}$	1300
	Смятие местное	$R_{\text{см.м}}$	1600
Бетон (для марок 50—300)	Сжатие осевое	$R_{\text{пр}}$	18—115
	Сжатие при изгибе	$R_{\text{и}}$	22—140
	Растяжение	$R_{\text{р}}$	2,4—9,5
Кирпичная кладка	Сжатие	R	5—22
	Изгиб	$R_{\text{и}}$	130
Сосна и ель	Растяжение вдоль волокон	$R_{\text{р}}$	100
	Сжатие и смятие вдоль волокон	$R_{\text{с}}, R_{\text{см}}$	130

Коэффициенты n , m , k для различных материалов даются в нормах по расчету строительных конструкций.

При расчете по первому предельному состоянию (по несущей способности) значения максимальных напряжений от расчетной нагрузки должны быть меньше расчетных сопротивлений, умноженных на коэффициент условий работы m .

Расчеты по второму и третьему предельным состояниям выполняют по значениям нормативных нагрузок.

Сравнивая методы расчета по допускаемым напряжениям и по предельным состояниям, можно сказать, что расчет по допускаемым напряжениям часто дает заниженные значения рабочих напряжений по сравнению с теми, которые получаются при расчете по предельным состояниям. Например, для стали марки Ст3

допускаемое напряжение составляет $R=1600$ кгс/см², а сопротивление при расчете по несущей способности $R_{расч}=2100$ кгс/см².

Прокатные профили. В строительстве и машиностроении применяют металлический прокат нескольких видов: уголки равнобокие (рис. 45, а), уголки неравнобокие (рис. 45, б), тавр, двутавр (рис. 45, в), швеллер (рис. 45, г) и др.

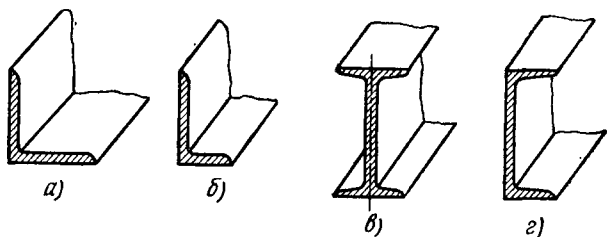


Рис. 45. Виды прокатных профилей:

а — уголок равнобокий, б — уголок неравнобокий, в — двутавр, г — швеллер

Прокатные профили применяют как самостоятельные элементы в конструкциях или как части составных элементов.

Для профилей существуют сортаменты, в которых указываются основные их размеры, масса 1 м длины и геометрические характеристики каждого профиля.

Расчетные сечения металлических элементов принимают по сортаменту типовых прокатных профилей.

§ 24. Проектный и проверочный расчеты

В курсе «Сопротивление материалов» обычно выполняют два вида расчетов: проектный и проверочный.

При выполнении проектного расчета известны схема конструкции, нагрузки на нее и материал, из которого конструкция будет выполнена. При таком расчете исходя из расчетной схемы определяют наибольшее расчетное напряжение и в соответствии с возможностями материала подбирают сечение и размеры элементов. При этом в основе определения напряжений лежит формула, соответствующая данному виду напряженного состояния.

При выполнении проверочного расчета известны схема конструкции, нагрузки на нее, материал, из которого выполнена конструкция, и все размеры элементов. При этом расчете определяют наибольший внешний силовой фактор (силу, момент) и, используя геометрические размеры сечения, определяют наибольшее рабочее напряжение, возникающее в элементе. Это рабочее напряжение должно быть меньше расчетного, зависящего от материала, из которого выполнен элемент.

ГЛАВА V. РАСТЯЖЕНИЕ, СЖАТИЕ, СМЯТИЕ

§ 25. Напряжения и деформации при растяжении и сжатии

Если на стержень действуют силы, направленные вдоль его оси, то стержень сжат или растянут.

Рассмотрим стержень, растянутый силами \vec{F} и \vec{F}_1 (рис. 46). Мысленно разрежем стержень по плоскости

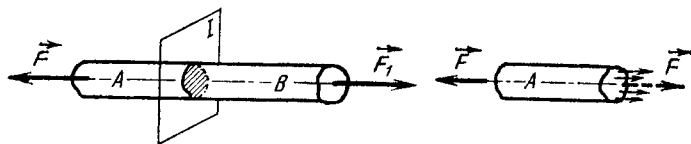


Рис. 46. Осевое растяжение прямого бруса

его поперечного сечения $I—I$. Определим внутренние силы, возникающие в сечении тела.

Применяя метод сечений, отбросим правую часть B стержня. Заменим ее действие на левую часть внутренними силами, равнодействующую которых обозначим \vec{F}' . Из условия равновесия левой части следует, что $F' = F$ (статическая сторона задачи).

Испытания на растяжение образцов показывают, что при действии силы вдоль оси стержня все продольные волокна удлиняются одинаково (геометрическая сторона задачи). Следовательно, внутренние силы распределены равномерно по всей площади сечения, что позволяет установить величину напряжения, возникаю-

щего в растянутом стержне (физическая сторона задачи) по формуле:

$$\sigma = p = \frac{F}{S}. \quad (26)$$

Возникающее напряжение является нормальным, так как сила направлена по нормали к плоскости сечения.

Если на тело действуют сжимающие силы, то они направлены в противоположную сторону (по сравнению с силами, рассмотренными в предыдущей задаче). Напряжение также определяют по формуле (26).

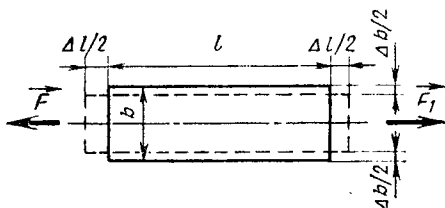


Рис. 47. Деформация при растяжении прямого бруса

При осевом растяжении силами \vec{F} , \vec{F}_1 (рис. 47) общая длина стержня l увеличивается на Δl . При растяжении Δl называют абсолютным удлинением, а при сжатии — абсолютным укорочением. Значение Δl не полностью характеризует напряженное состояние материала стержня, так как не известна степень изменения под действием нагрузки первоначальных его размеров. Например, два стержня имеют длину 2 м и 20 см и под действием нагрузки оба изменяют ее на 2 см. Для стержня длиной 2 м такая деформация незначительна, а для стержня длиной 20 см эта же деформация достаточно велика. Поэтому за характеристику деформации принимают относительную величину (относительное удлинение), которую обозначают через ε и определяют по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (27)$$

где ε — относительная продольная деформация при растяжении или сжатии прямого бруса.

На основании опытных данных в 1660 г. английский ученый Роберт Гук установил, что относительная деформация и нормальное напряжение σ прямо пропорциональны, пока имеют место упругие деформации. Зависимость между ними называют законом Гука. Закон Гука выражается формулой:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (28)$$

где E — коэффициент пропорциональности — модуль упругости (модуль Юнга), характеризующий способность материала сопротивляться деформациям.

Модуль Юнга измеряется в тех же единицах, что и напряжение σ .

Для различных материалов модуль упругости E различен. В табл. 5 приведены значения E для некоторых материалов.

Таблица 5

Материал	E , кгс/см ²
Сталь	$2 \cdot 10^6 - 2,2 \cdot 10^6$
Чугун	$0,75 \cdot 10^6 - 1,7 \cdot 10^6$
Дерево	$1 \cdot 10^5$

Зависимость между σ и ε , выражаемую законом Гука, можно изобразить графически (рис. 48) в виде прямой, наклоненной к горизонтальной оси под углом α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E. \quad (29)$$

При растяжении (или сжатии) прямого бруса кроме продольной деформации происходит изменение поперечных размеров бруса. При растяжении ширина бруса уменьшается на Δb . Это абсолютное изменение поперечного размера также можно отнести к первоначальной ширине, т. е.

$$\frac{\Delta b}{b} = \varepsilon_1,$$

где ε_1 — относительная поперечная деформация при растяжении или сжатии прямого бруса.

Отношение относительной поперечной деформации ε_1 к относительной продольной деформации ε называют *коэффициентом Пуассона* и обозначают μ :

$$\mu = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}. \quad (30)$$

Коэффициент Пуассона, так же как и модуль упругости, характеризует физические свойства материала.

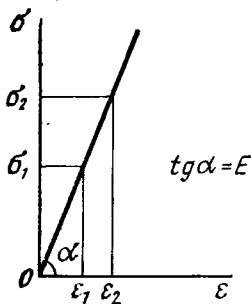


Рис. 48. Зависимость между напряжением σ и относительной деформацией ε

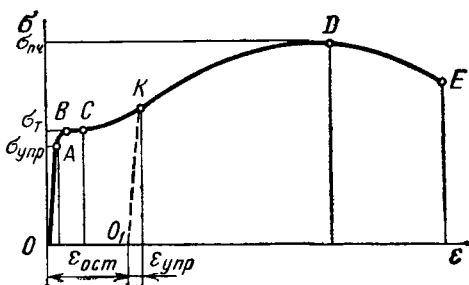


Рис. 49. Диаграмма растяжения стали

ла. Значение этого коэффициента колеблется в пределах от 0 до 0,5. Некоторые значения его приведены в табл. 6.

Таблица 6

Материал	μ	Материал	μ
Сталь	0,25—0,33	Медь	0,34
Бетон	0,16—0,22	Алюминий	0,26—0,36

Механические свойства материала устанавливают опытным путем, испытывая образцы на растяжение. Результаты испытания материалов изображают в виде графиков.

На рис. 49 изображена диаграмма растяжения цилиндрического стального образца, которая показывает

зависимость между относительными деформациями ϵ и напряжениями σ . При этом при определении напряжения учитывают первоначальную площадь поперечного сечения образца до испытания, поэтому построенную диаграмму называют условной.

Прямолинейный участок диаграммы OA характеризует упругую стадию работы материала. Напряжение, соответствующее точке A , называется *пределом упругости* $\sigma_{\text{упр}}$. Значение $\sigma_{\text{упр}}$ обычно принимают в качестве предельного напряжения при расчетах. Если разгрузить образец до момента, когда напряжение достигнет предела упругости, остаточные деформации будут настолько малы, что ими можно пренебречь. Этот участок диаграммы выражает закон Гука, т. е. прямую пропорциональную зависимость между σ и ϵ .

Когда напряжения в материале становятся несколько больше предела упругости, происходит явление, называемое текучестью материала, т. е. деформации увеличиваются без увеличения нагрузки (отрезок BC изображает стадию текучести — площадка текучести). В это время в структуре материала происходят изменения. Напряжение на площадке текучести называют *пределом текучести* и обозначают $\sigma_{\text{т}}$.

После структурных изменений с увеличением напряжений деформации могут снова возрастать до достижения материалом предела прочности $\sigma_{\text{пч}}$, соответствующего на диаграмме точке D .

В образце после достижения предела прочности появляется местное сужение — шейка. Площадь поперечного сечения в месте образования шейки значительно уменьшается, напряжения в шейке возрастают, и образец разрывается. На условной диаграмме этот момент отражает точка E , условное напряжение в которой (отнесенное к первоначальной площади поперечного сечения) меньше $\sigma_{\text{пч}}$.

Если снять нагрузку с образца после того, как пройдена площадка текучести (в точке K диаграммы), то деформации восстанавливаются по линии O_1K , причем $O_1K \parallel OA$. При этом восстанавливаются только упругие деформации, обозначенные на диаграмме $\epsilon_{\text{упр}}$, и сохраняются остаточные, обозначенные $\epsilon_{\text{ост}}$.

Если после того, как образец разгрузится, его снова начнут нагружать, то новая диаграмма пойдет по линии O_1K и предел пропорциональности (предел упруго-

сти) повысится. Это повышение предела упругости при повторном нагружении носит название *наклепа*.

Упругие свойства материала проявляются также и при сжатии.

Пределы упругости при сжатии и растяжении настолько мало отличаются друг от друга, что их считают одинаковыми, так же как и модули упругости E .

Такой вид диаграммы растяжения характерен для пластичных материалов. Пластичные материалы способны до разрушения воспринимать значительные остаточные деформации.

За пределом текучести при сжатии образец в виде цилиндра начинает принимать бочкообразную форму, постепенно переходящую в лепешку.

В отличие от пластичных хрупкие материалы (бетон, чугун) при растяжении не имеют площадки текучести, прямолинейный участок диаграммы заканчивается гораздо ниже, чем у пластичных материалов. Хрупкие материалы разрушаются при малых деформациях. При растяжении хрупкого материала шейка в образце не образуется, так как деформации при разрушении незначительны. Хрупкие материалы лучше сопротивляются сжатию, чем растяжению.

§ 26. Примеры расчета элементов на растяжение и сжатие

При расчете растянутых и сжатых элементов основной формулой является формула (26):

$$\sigma_{\text{раб}} = \frac{F_{\text{расч}}}{S} \leq R_{\text{расч}},$$

где $\sigma_{\text{раб}}$ — нормальное рабочее напряжение, кгс/см²; $F_{\text{расч}}$ — расчетная нагрузка, кгс; S — площадь поперечного сечения, см²; $R_{\text{расч}}$ — расчетное сопротивление, кгс/см².

Площадь поперечного сечения определяют, пользуясь формулой:

$$S \geq \frac{F_{\text{расч}}}{R_{\text{расч}}},$$

а допускаемую расчетную нагрузку — используя зависимость

$$F_{\text{расч}}^{\text{max}} \leq R_{\text{расч}} S.$$

Пример 29. Подобрать квадратное сечение растянутого стержня из сосны. Расчетное усилие $N_{расч}=2,4$ тс.

Решение. В задаче требуется провести проектный расчет. Стержень растянут. Расчетное сопротивление для сосны $R_p=100$ кгс/см². Определим требуемую площадь поперечного сечения по формуле (26):

$$S_{треб} = \frac{N_{расч}}{R_p} = \frac{2400}{100} \text{ см}^2 = 24 \text{ см}^2.$$

Так как сечение — квадрат, то $S=a^2$, где a — сторона квадрата. Определим $a_{треб} = \sqrt{S_{треб}} = \sqrt{24} \text{ см} \approx 4,9 \text{ см}$. Принимаем сечение 5×5 см. Проверим рабочее напряжение. $S=5 \text{ см} \times 5 \text{ см} = 25 \text{ см}^2$.

$$\sigma_{раб} = \frac{2400}{25} \text{ кгс/см}^2 = 96 \text{ кгс/см}^2 < R_p.$$

Ответ: Принимаем сечение 5×5 см.

Пример 30. Какие напряжения возникают в наиболее опасном сечении столба из кирпичной кладки (рис. 50), если на него передается вертикальная расчетная нагрузка $Q=5,0$ тс, приложенная в центре тяжести сечения? Высота столба $h=2$ м, размеры поперечного сечения $0,64 \times 0,64$ м, $n=1,1$. Определить напряжения с учетом собственного веса столба, если удельный вес кладки $\gamma=1,7$ тс/м³.

Решение. Напряжение в поперечном сечении столба складывается из напряжений, создаваемых силой $Q(\sigma_1)$ и собственным весом части столба, находящейся выше рассматриваемого сечения (σ_2):

$$\sigma_{раб} = \sigma_1 + \sigma_2.$$

Наиболее опасным является сечение $I-I$, выше которого находится весь объем кладки. Определим напряжения сжатия в этом сечении:

$$\sigma_1 = \frac{Q}{S}; \quad \sigma_2 = \frac{\gamma S h n}{S} = \gamma h n.$$

Подставляя числовые данные, получаем:

$$\sigma_1 = \frac{5}{0,64 \cdot 0,64} \text{ тс/м}^2 \approx 12,2 \text{ тс/м}^2;$$

$$\sigma_2 = 1,7 \cdot 2 \cdot 1,1 \text{ тс/м}^2 = 3,74 \text{ тс/м}^2;$$

$$\sigma_{раб} = 15,9 \text{ тс/м}^2 = 1,59 \text{ кгс/см}^2.$$

По табл. 4 находим, что $R=5 \div 22$ кгс/см². (Здесь нами проведен проверочный расчет.)

Ответ: $\sigma_{раб}=1,59 \text{ кгс/см}^2 < 5 \text{ кгс/см}^2$.

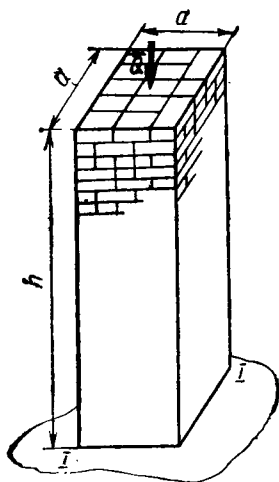


Рис. 50. К примеру 30

Пример 31. Какую максимальную расчетную нагрузку может воспринять тяж из круглой стали диаметром $d=2$ см? Расчетное сопротивление стали на растяжение $R=2100$ кгс/см².

Решение. Поперечное сечение стержня определим по формуле:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} \text{ см}^2 = 3,14 \text{ см}^2.$$

Расчетную нагрузку находим по формуле:

$$P_{\text{расч}}^{\text{max}} = RS = 2100 \cdot 3,14 \text{ кгс} = 6600 \text{ кгс} = 6,6 \text{ тс}.$$

§ 27. Смятие

Если два тела подвергаются действию сжимающей нагрузки и соприкасаются между собой, то общие поверхности соприкосновения можно назвать поверхностями контакта. На поверхностях контакта возникает явление смятия; напряжения на этих поверхностях называют *напряжениями смятия*. Смятие имеет место при соединении элементов конструкции в местах соединения и в соединительных деталях, в заклепочных и болтовых соединениях и в соединениях деревянных элементов (врубках).

Можно считать, что смятие есть местное сжатие двух тел. При расчете элемента на смятие напряжение определяют по формуле:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{S}, \quad (31)$$

где $\sigma_{\text{см}}$ — напряжение смятия, кгс/см²; F — сила смятия, кгс; S — площадь смятия, см².

При работе конструкций напряжение смятия $\sigma_{\text{см}}$ должно быть меньше расчетного сопротивления на смятие $R_{\text{см}}$.

ГЛАВА VI. СДВИГ (СРЕЗ)

§ 28. Деформации и напряжения при сдвиге (срезе)

Явление сдвига (среза) можно наблюдать, когда ножницами перерезают стальную полосу или полосу из другого материала. В этом случае к двум смежным сечениям приложены силы противоположного направления, и в области действия этих сил возникает напряжен-

ное состояние сдвига, или среза (рис. 51). В этой области происходит деформация материала — деформация сдвига, и если возникающие при этом напряжения больше предельных, то материал разрушается.

Состояние сдвига может возникнуть в коротком брусе, заделанном одним концом в стену, под действием силы \vec{Q} (рис. 52). Из условий равновесия элемента бруса при сдвиге следует, что в поперечных сечениях бруса (например, в сечении $I-I$) возникают напряжения, лежащие в плоскости поперечного сечения — касательные напряжения $\vec{\tau}$. Распределение напряжения по площади сечения условно можно принять равномерным, т. е.

$$\tau = \frac{Q}{S}.$$

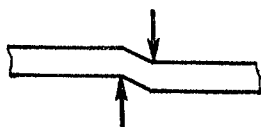


Рис. 51. Деформация сдвига (среза)

Характеристикой деформации бруса при сдвиге является угол γ , на который поворачивается верхняя грань бруса. Установлено, что касательные напряжения τ и угол γ прямо пропорциональны и связаны между собой соотношением

$$\tau = G\gamma, \quad (32)$$

где G — модуль упругости при сдвиге (по

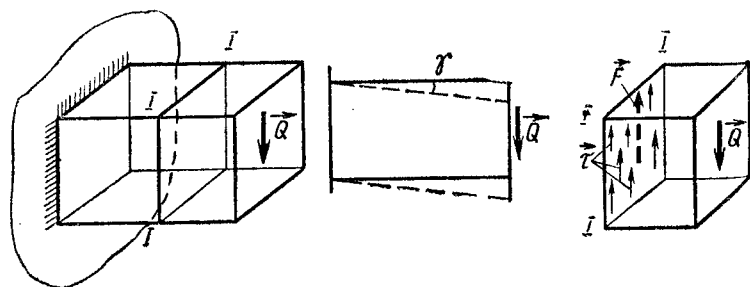


Рис. 52. Сдвиг. Напряжения и деформации при сдвиге

значению аналогичен модулю упругости при растяжении E и измеряется в тех же единицах).

Формула (32) выражает закон Гука для сдвига.

Таким образом, для характеристики механических свойств материала введены три величины: E , μ , G , которые объединены следующей формулой:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (33)$$

Если известны E и μ , то G можно определить. Например, для стали марки Ст3 $E = 2,1 \cdot 10^6$ кгс/см², $\mu = 0,3$, поэтому

$$G = \frac{2,1 \cdot 10^6}{2 \cdot (1 + 0,3)} \text{ кгс/см}^2 = 0,807 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2.$$

При эксплуатации элементов сооружений и машин чистый сдвиг, как правило, не возникает. Обычно сдвиг сопровождается другими видами напряженного состояния. Но если в элементе преобладает напряжение сдвига τ , тогда говорят, что он работает и рассчитывается на сдвиг. Такое состояние часто встречается в соединениях отдельных конструктивных элементов.

Если явление сдвига наблюдается в соединениях из дерева, то его называют *скалыванием*. При расчете на скалывание необходимо учитывать направление, в котором оно происходит — вдоль или поперек волокон, так как механические свойства дерева зависят от направления волокон.

При скалывании под углом к направлению волокон расчетное сопротивление скалывания $R_{ск}$ определяют в зависимости от этого угла.

При расчете элементов на сдвиг максимальное касательное напряжение должно быть меньше расчетного сопротивления скалывания.

§ 29. Расчет заклепки

Явление сдвига возникает при работе заклепок и болтов, когда их используют для соединения металлических элементов. О технологических особенностях этих соединений и их видах более подробно рассказано в гл. X. Здесь мы рассмотрим только работу заклепки и установим, как определяются ее размеры и несущая способность заклепочного соединения.

Заклепка представляет собой круглый стержень, вставляемый в отверстия соединяемых листов, с двумя головками, одна из которых образуется при изготовле-

нии заклепки, а другая — в процессе клепки. На рис. 53 показан общий вид заклепки в разрезе при соединении двух листов внахлестку. Рассмотрим на примере, как рассчитать несущую способность одной заклепки.

Пример 32. Определить силу \vec{F} (рис. 53), которую может воспринять заклепка. Толщина листа $\delta = 12$ мм. Диаметр заклепки $d = 20$ мм.

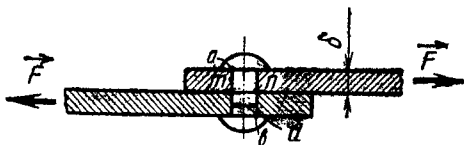


Рис. 53. К примеру 32

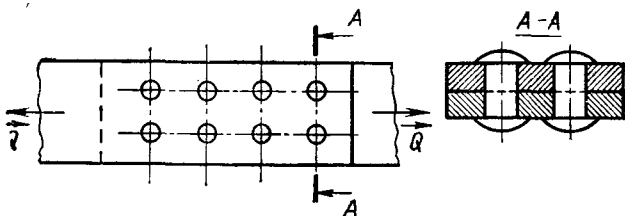


Рис. 54. К примеру 33 (A — A — сечение)

Расчетное сопротивление для заклепочных соединений из стали Ст3 составляет на смятие $R_{см}^{закл} = 3800$ кгс/см², на срез $R_{ср}^{закл} = 1600$ кгс/см².

Решение. При работе заклепка испытывает напряжение среза по сечению *mn*. Площадь среза равна площади поперечного сечения заклепки, т. е.

$$S_{ср} = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Расчетное усилие $F_{расч}$ по срезу для одной заклепки определяют по формуле:

$$F_{ср}^{расч} = S_{ср} R_{ср}^{закл} = \frac{\pi d^2}{4} R_{ср}^{закл};$$

$$F_{ср}^{расч} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} 1600 \text{ кгс} = 5020 \text{ кгс}.$$

При рассматриваемом соединении листов заклепка является однострезной, так как имеет одну плоскость среза. Кроме среза заклепка испытывает также напряжение смятия по боковым поверхностям.

Условно считаем, что площадь смятия равна $S_{см} = \delta d$ и что по этой площади напряжения $\sigma_{см}$ смятия распределены равномерно. Поэтому нагрузку на смятие определяем по следующей формуле:

$$F_{см}^{расч} = R_{см}^{закл} S_{см};$$

$$F_{см}^{расч} = 3800 \cdot 1,2 \cdot 2 \text{ кгс} = 9140 \text{ кгс}.$$

Из двух значений $F_{ср}^{расч}$ и $F_{см}^{расч}$ при расчете учитывают наименьшее. В данном случае $F_{см}^{расч} = 5020 \text{ кгс} = 5,02 \text{ тс}$.

Ответ: $F_{расч} = 5,02 \text{ тс}$.

Пример 33. Рассчитать заклепочное соединение двух металлических листов (рис. 54), если расчетное усилие $Q_{расч} = 35 \text{ тс}$; расчетное сопротивление материала листа на растяжение $R_p = 2100 \text{ кгс/см}^2$; расчетные сопротивления заклепки $R_{см}^{закл} = 3800 \text{ кгс/см}^2$; $R_{ср}^{закл} = 1600 \text{ кгс/см}^2$.

Решение. Определим расчетную площадь сечения листа:

$$S_{листа} = \frac{Q_{расч}}{R_p} = \frac{35\,000}{2100} \text{ см}^2 = 16,7 \text{ см}^2.$$

Примем $\delta_{листа} = 10 \text{ мм}$. Толщина склепываемого пакета составляет 20 мм. Предположим, что диаметр заклепки $d = 20 \text{ мм}$.

Из предыдущего примера следует, что расчетное усилие на одну заклепку диаметром $d = 20 \text{ мм}$ составляет $F_{закл} = 5,02 \text{ тс}$.

Определим число заклепок

$$n = \frac{35}{5,02} \approx 7.$$

Расположение заклепок зависит от условий работы элемента и технологии его изготовления.

Соединения, выполняемые на заклепках, являются неразъемными. Если требуется осуществить разъемные соединения, то используют болты.

Работа болта аналогична работе заклепки и расчет болта производят так же, как и заклепки.

§ 30. Расчет сварных соединений

Неразъемные соединения деталей машин и инженерных конструкций в настоящее время выполняют более прогрессивным сварным способом.

Сваркой называют процесс образования неразъемного соединения металлических частей с применением местного нагрева и использованием сил молекулярного сцепления.

Типовыми формами швов являются шов встык (рис. 55, а) и валиковый (рис. 55, б).

Расчетное усилие, возникающее при сварке, находят по формуле:

$$N_{\text{расч}} = S_{\text{расч}} R^{\text{св}},$$

где $R_0^{\text{св}} = 2100 \text{ кгс/см}^2$

$R_p^{\text{св}} = 2100 \text{ кгс/см}^2$

$R_{\text{ср}}^{\text{св}} = 1300 \text{ кгс/см}^2$

для швов встык соответственно на сжатие, растяжение, срез;

$R_y^{\text{св}} = 1500 \text{ кгс/см}^2$

для угловых швов на все виды напряжений;

$N_{\text{расч}}$ — расчетное усилие сварного шва;

$S_{\text{расч}}$ — расчетная площадь сечения сварного шва.

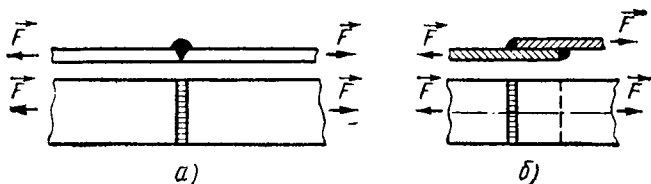


Рис. 55. Виды швов:

а — встык, б — валиковый

Рассмотрим примеры расчета сварных швов.

Пример 34. Определить расчетное усилие, воспринимаемое швом встык на растяжение. Толщина листа $\delta = 10 \text{ мм}$, $b = 100 \text{ мм}$, $R_p^{\text{св}} = 2100 \text{ кгс/см}^2$ (рис. 56).

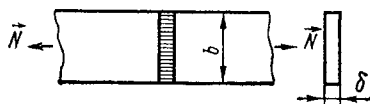


Рис. 56. К примеру 34

Решение. Определим расчетную длину шва $l_{\text{ш}}$, а затем расчетное усилие $N_{\text{расч}}$ (расчетная длина шва $l_{\text{ш}}$ принимается на 10 мм меньше общей длины):

$$l_{\text{ш}} = b - 10 \text{ мм} = 100 \text{ мм} - 10 \text{ мм} = 90 \text{ мм} = 9 \text{ см}.$$

Расчетное усилие в этом случае равно:

$$N_{\text{расч}} = R_p^{\text{св}} l_{\text{ш}} \delta = 2100 \cdot 9 \cdot 1 \text{ кгс} = 18\,900 \text{ кгс} = 18,9 \text{ тс}.$$

Пример 35. Рассчитать сварные швы (рис. 57) для присоединения полосы, передающей усилие $Q=25$ тс. Толщина полосы $\delta=10$ мм, ширина полосы $b=150$ мм. Расчетное сопротивление на срез углового шва $R_y^{св} = 1500$ кгс/см².

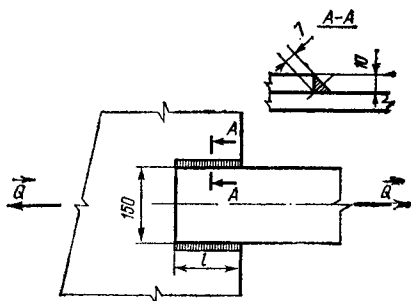


Рис. 57. К примеру 35

Решение. Полоса присоединяется двумя угловыми швами. На каждый шов приходится усилие

$$N = \frac{Q}{2} = 12,5 \text{ тс} = 12\,500 \text{ кгс.}$$

Так как толщина привариваемого листа $\delta=10$ мм, то высота $h=10$ мм. Высота равнобедренного прямоугольного треугольника, образующегося в поперечном сечении шва, составляет

$$h \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7 h.$$

Площадь среза сварного шва $S_{ср}$ равна:

$$S_{ср} = 0,7 h l_{ш}.$$

Так как известны $N=12\,500$ кгс, $h=10$ мм, $R_y^{св} = 1500$ кгс/см², можно определить длину шва:

$$l_{ш} = \frac{12\,500}{1500 \cdot 0,7 \cdot 1} \text{ см} \approx 11,9 \text{ см} = 119 \text{ мм.}$$

Общая длина $l = l_{ш} + 10 \text{ мм} = 119 \text{ мм} + 10 \text{ мм} = 129 \text{ мм}$. Принимаем $l=130$ мм.

§ 31. Расчет врубки

В качестве примера расчета на скалывание и смятие в соединениях деревянных элементов рассмотрим врубку прямым зубом.

Пример 36. Проверить работу соединения двух деревянных элементов при помощи врубки «прямым зубом». Размеры врубки указаны на рис. 58 (в миллиметрах). Передаваемое усилие $F=4$ тс.

Решение. В соединении врубкой «прямым зубом» возникают два вида напряженного состояния: смятие по сечению cb и скалывание по сечениям ab и cd . При расчете такую врубку проверяют на скалывание по сечениям ab и cd .

Определяем площадь скалывания:

$$S_{ск} = 15 \cdot 20 \text{ см}^2 = 300 \text{ см}^2.$$

При усилии, воспринимаемом врубкой, $F=4$ тс, напряжение скалывания будет составлять

$$\tau_{ск} = \frac{F}{S_{ск}} = \frac{4000}{300} \text{ кгс/см}^2 = 13,4 \text{ кгс/см}^2.$$

$$\tau_{ск} = 13,4 \text{ кгс/см}^2, R_{ск} = 24 \text{ кгс/см}^2; 13,4 \text{ кгс/см}^2 < 24 \text{ кгс/см}^2.$$

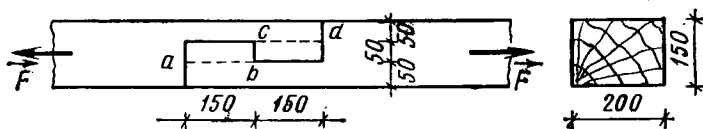


Рис. 58. К примеру 36

Следовательно, $\tau_{ск} < R_{ск}$ (при скалывании вдоль волокон).

Проверяем врубку на смятие по сечению cb . Площадь смятия равна:

$$S_{см} = 5 \cdot 20 \text{ см}^2 = 100 \text{ см}^2.$$

Напряжение смятия составляет:

$$\sigma_{см} = \frac{4000}{100} \text{ кгс/см}^2 = 40 \text{ кгс/см}^2.$$

$$\sigma_{см} = 40 \text{ кгс/см}^2, R_{см} = 130 \text{ кгс/см}^2; 40 \text{ кгс/см}^2 < 130 \text{ кгс/см}^2.$$

Следовательно, $\sigma_{см} < R_{см}$ (при смятии вдоль волокон).

ГЛАВА VII. РАСЧЕТ ФЕРМ

§ 32. Понятие о фермах

Фермами называют геометрически неизменяемые конструкции, состоящие из стержней (рис. 59), соединенных между собой шарнирами.

Различного вида деревянные, металлические и железобетонные фермы широко используют при строитель-

стве мостов, гражданских и промышленных зданий и сооружений. Фермы бывают плоские и пространственные. Ферму называют плоской, если оси всех ее стержней лежат в одной плоскости.

Основные элементы фермы носят специальные названия. Точки соединения отдельных прямолинейных стержней называются узлами фермы.

Узлы фермы, совпадающие с ее опорами, называют *опорными узлами фермы* (рис. 59). Стержни верхнего контура фермы образуют *верхний пояс*, а стержни нижнего контура — *нижний пояс*. Пояс фермы может быть наклонным или горизонтальным. Расстояния между узлами пояса фермы называют *панелями* фермы. По числу панелей фермы бывают двухпанельные, трехпанельные и многопанельные. Внутренние стержни фермы образуют ее решетку и их называют *стойками*, если их оси расположены вертикально, или *раскосами*, если их оси расположены наклонно. Из рис. 59 видно, что основной ячейкой любой неизменяемой фермы является треугольник, составленный из трех стержней, соединенных между собой шарнирами.

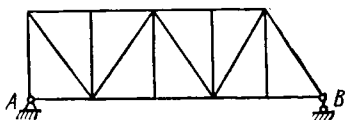


Рис. 59. Ферма

Если внешняя нагрузка приложена только в узлах фермы и собственный вес стержней можно не учитывать, то стержни фермы работают только на сжатие или растяжение, потому что они находятся в равновесии под действием двух сил, приложенных в узлах. По аксиоме I тело находится в равновесии под действием двух сил только тогда, когда силы, имея общую линию действия, равны по абсолютному значению и противоположны по направлению. Следовательно, усилия направлены вдоль стержней фермы.

При расчете фермы определяют ее опорные реакции и усилия во всех ее стержнях. Если под действием нагрузок и реакций ферма находится в равновесии, то силы, действующие на каждую часть и каждый элемент этой фермы, уравнивают друг друга.

Пользуясь этим правилом и уравнениями (2), можно рассчитывать всю ферму и отдельные ее части и элементы, т. е. определять усилия в стержнях.

§ 33. Определение усилий в стержнях ферм

Одним из методов расчета ферм является метод вырезания узлов, который состоит в том, что усилия в стержнях любого узла фермы (рис. 60) определяют при рассмотрении равновесия только этого узла. Так как все стержни любого узла пересекаются в одной точке, то усилия, направленные вдоль осей этих стержней,

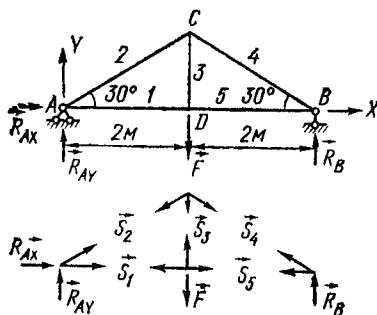


Рис. 60. Определение усилий в стержнях фермы по методу вырезания узлов

образуют систему сходящихся сил. Для сходящихся сил каждого узла фермы можно составить по два уравнения равновесия. Следовательно, для фермы, имеющей n узлов, можно составить $2n$ уравнений равновесия.

Расчет статически определимых ферм выполняют в следующем порядке.

1. Прикладывают действующие на ферму силы и, рассматривая

равновесие всей фермы, определяют ее опорные реакции.

2. Обозначив узлы буквами и стержни цифрами, поочередно вырезают узлы фермы и вычерчивают схему вырезанных узлов (рис. 60).

3. Составляют уравнения равновесия для каждого вырезанного узла, предполагая, что стержни работают на растяжение (силы направлены от узлов). Порядок вырезания узлов должен быть таким, чтобы в каждый последовательно рассматриваемый узел входили только два стержня, усилия в которых неизвестны.

4. Решая уравнения равновесия, определяют усилия во всех стержнях фермы (отрицательные усилия будут соответствовать работе стержней на сжатие — силы направлены к узлам).

Пример 37. Определить опорные реакции и усилия в стержнях фермы (рис. 60). Сила $F=4,0$ тс. Размеры указаны на чертеже.

Решение. Для определения опорных реакций фермы составим уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{xi} = R_{Ax} = 0;$$

$$\Sigma F_{yi} = R_{Ay} + R_B - F = 0;$$

$$\Sigma M_{Ai} = F \cdot 2 - R_B \cdot 4 = 0.$$

Из уравнения моментов определяем

$$R_B = \frac{F \cdot 2}{4} = 2 \text{ тс.}$$

Из второго уравнения проекций находим

$$R_{Ay} = F - R_B = 2 \text{ тс.}$$

Решая первое уравнение, видим, что $R_{Ax} = 0$.

Для определения усилий в стержнях фермы рассмотрим равновесие каждого узла.

Узел А.

$$\Sigma F_{xi} = S_1 + S_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\Sigma F_{yi} = 2 + S_2 \sin 30^\circ = 0.$$

Из второго уравнения

$$S_2 = -\frac{2 \text{ тс}}{\sin 30^\circ} = -4 \text{ тс (стержень сжат).}$$

Из первого уравнения

$$S_1 - 4 \cos 30^\circ = 0; S_1 = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ тс} = 3,52 \text{ тс (стержень растянут).}$$

Узел В.

$$\Sigma F_{xi} = -S_5 - S_4 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\Sigma F_{yi} = S_4 \sin 30^\circ + 2 = 0;$$

$$S_4 = -4 \text{ тс (стержень сжат);}$$

$$S_5 = 3,52 \text{ тс (стержень растянут).}$$

Узел D.

$$\Sigma F_{xi} = -S_1 + S_5 = 0;$$

$$\Sigma F_{yi} = S_3 - 4 = 0.$$

Первое уравнение удовлетворяется тождественно, так как $S_1 = S_5 = 3,52 \text{ тс}$ (из рассмотрения равновесия узлов А и В). Из второго уравнения получаем $S_3 = 4 \text{ тс}$ (стержень растянут).

Узел С. Усилия во всех стержнях, которые входят в узел, определены, поэтому специального рассмотрения этого узла не требуется. Можно составить условия равновесия этого узла для проверки правильности решения задачи.

$$\Sigma F_{xi} = +S_4 \cos 30^\circ - S_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$-4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,$$

$$\Sigma F_{yt} = -S_4 \sin 30^\circ - S_2 \sin 30^\circ - S_3 = 0;$$

$$4 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2} - 4 = 0.$$

Эти уравнения удовлетворяются тождественно, значит задача решена правильно.

Результаты расчета усилий удобно оформить в виде таблицы:

Стержни . . .	1	2	3	4	5
Усилия, тс . .	3,52	-4	4	-4	3,52

Так как и ферма, и нагрузка симметричны, то усилия в стержнях также симметричны.

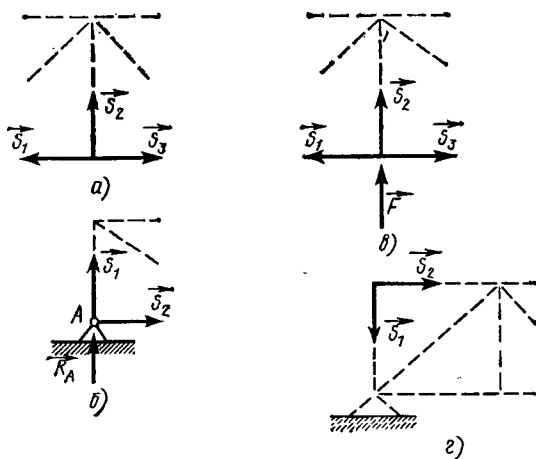


Рис. 61. Характерные схемы (а, б, в, г) равновесия узлов

Из анализа условий равновесия и результатов расчета различных узлов можно сделать некоторые общие выводы, которые необходимо учитывать при расчете ферм по методу вырезания узлов:

если узел, состоящий из трех стержней (рис. 61, а), не загружен и два стержня лежат на одной прямой, то при равновесии $\vec{S}_1 = -\vec{S}_3$, а усилие в вертикальном стержне $S_2 = 0$;

если узел, состоящий из двух стержней (рис. 61, б), загружен внешней силой \vec{R}_A , направленной по оси одно-

го стержня, то при равновесии усилие в этом стержне по абсолютному значению равно внешней силе ($|\vec{S}_1| = |\vec{R}_A|$) и направлено в противоположную ей сторону, а усилие в стержне $S_2=0$;

если узел из трех стержней (рис. 61, в) загружен внешней силой \vec{F} , направленной по оси одного стержня, а два других стержня лежат на одной прямой, то при равновесии узла усилие \vec{S}_2 равно по абсолютному значению и противоположно по направлению внешней силе \vec{F} ($\vec{S}_2 = -\vec{F}$), а усилия в стержнях \vec{S}_3 и \vec{S}_1 равны друг другу по абсолютному значению, но противоположны по направлению ($\vec{S}_3 = -\vec{S}_1$);

если узел из двух стержней (рис. 61, г) не загружен, то при равновесии усилия в его стержнях равны нулю ($S_1=0, S_2=0$).

§ 34. Подбор сечений стержней фермы

После того как произведен статический расчет фермы, т. е. определены усилия во всех стержнях фермы, подбирают сечения для стержней фермы. Подбор производится в соответствии с величиной усилия. Ниже приведен пример проектного расчета по подбору сечения стержня.

Пример 38. Подобрать сечение растянутого стержня фермы. Сечение составить из двух равнобоких уголков (рис. 62, размеры указаны в миллиметрах). Усилие в стержне от расчетной нагрузки $S=20$ тс.

Решение. Стержень растянут. Расчетное сопротивление для стали марки Ст3 $R=2100$ кгс/см².

Определим требуемую площадь поперечного сечения по формуле (26):

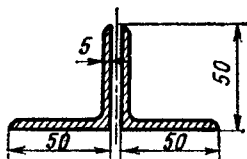


Рис. 62. К примеру 38

$$s_{\text{треб}} = \frac{F_{\text{расч}}}{R}; F_{\text{расч}} = S;$$

$$s_{\text{треб}} = \frac{20\,000}{2100} \text{ см}^2 = 9,5 \text{ см}^2.$$

Так как сечение состоит из двух уголков, то требуемая площадь каждого уголка составляет:

$$s_2 = s_1 = \frac{s_{\text{треб}}}{2} = \frac{9,5}{2} \text{ см}^2 = 4,75 \text{ см}^2.$$

Возьмем уголок № 5 с толщиной стенки 5 мм (размеры $50 \times 50 \times 5$ мм). Площадь поперечного сечения этого уголка $s = 4,80 \text{ см}^2$. Проверим рабочее напряжение. Площадь сечения составляет $s' = 2 \cdot 4,8 \text{ см}^2 = 9,6 \text{ см}^2$.

$$\sigma_{\text{раб}} = \frac{20\,000}{9,6} \text{ кгс/см}^2 = 2080 \text{ кгс/см}^2.$$

Ответ: Принимаем уголок № 5 (ГОСТ 8509—72).

Если нужно подобрать сечение сжатого стержня (особенно из металла), учитывается возможность продольного изгиба (см. § 41).

Для того чтобы скрепить стержни фермы между собой, используют различные виды соединений. В металлических фермах это может быть сварка (сварные фермы) или заклепки (клепанные фермы).

Соединения в металлических фермах производятся при помощи фасонок — металлических листов, к которым прикрепляют стержни из прокатных профилей (уголков или др.). В этом случае узлы фермы рассчитывают с учетом особенностей работы заклепок или сварных швов.

ГЛАВА VIII. ИЗГИБ БАЛОК

§ 35. Нагрузки, действующие на балку

Кроме рассмотренных напряженных состояний многие элементы подвергаются действию изгиба.

Изгиб — это такое состояние элемента, при котором под действием нагрузки прямолинейная ось бруса искривляется.

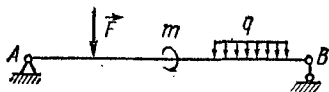


Рис. 63. Нагрузки, действующие на балку

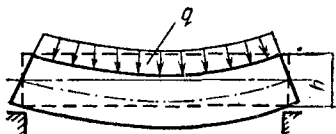


Рис. 64. Деформации балки при изгибе

Наиболее распространенным элементом, подверженным изгибу, является балка. На рис. 63 показаны нагрузки, действующие на балку:

\vec{F} — сосредоточенная сила; q — равномерно распределенная нагрузка; m — сосредоточенный момент.

Под действием этих нагрузок ось балки искривляется, т. е. возникает изгиб.

§ 36. Понятие об изгибе

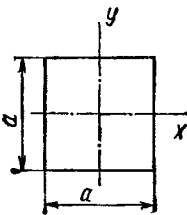
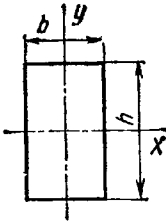
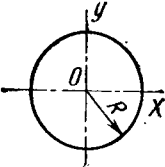
Простейшим случаем изгиба балки является плоский поперечный изгиб. Изгиб называют плоским, если поперечное сечение балки симметрично относительно вертикальной оси и действующие нагрузки расположены в плоскости симметрии. Если при этом все нагрузки вертикальные, то изгиб называют *плоским поперечным изгибом*. Мы будем изучать именно такой случай изгиба.

Рассмотрим горизонтальную балку (рис. 64), лежащую на двух опорах и загруженную равномерно распределенной вертикальной нагрузкой q . Поперечное сечение балки имеет высоту h . Если до того как балка была загружена, она представляла собой прямолинейный стержень, то под нагрузкой стержень искривился, появился прогиб, причем со стороны нагрузки стержень стал вогнутым, а с противоположной стороны — выпуклым.

Это говорит о том, что при изгибе продольные волокна, различные по высоте сечения, деформируются по-разному — одни удлиняются (в нижней части балки), а другие укорачиваются (в ее верхней части). Кроме того, эти удлинения и укорочения различны в зависимости от расположения волокон по отношению к середине сечения: чем ближе к краю (выше или ниже), тем больше деформация.

В соответствии с таким распределением деформаций напряжения, связанные с деформациями законом Гука, по высоте сечения также неодинаковы: наибольшие напряжения соответствуют наибольшим деформациям. Следовательно, краевые части площади поперечного сечения, наиболее удаленные от середины по высоте сечения, находятся в более напряженном состоянии. Поэтому для определения напряжений в сечении необходимо учитывать не только количество материала (площадь сечения), как при простом растяжении или сжатии, но и его рас-

Т а б л и ц а

Вид сечения	Момент инерции I_x	Момент сопротивления W_x
<p>Квадрат</p> 	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^3}{6}$
<p>Прямоугольник</p> 	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$
<p>Круг</p> 	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{\pi R^3}{4}$

пределение по высоте сечения. Как будет показано в дальнейшем, наиболее выгодными при изгибе оказываются сечения, в которых основная масса материала расположена по краям элемента.

Поэтому для описания явления изгиба используют такие характеристики сечения, которые учитывают распределение материала по высоте сечения. Эти характеристики называются геометрическими. Геометрические характеристики относительно оси OX —это статический момент S_x , осевой момент инерции I_x и момент сопротивления W_x . Если ось OX проходит через центр тяжести сечения,

го статический момент S_x равен нулю. Момент инерции I_x всегда больше нуля; его значение зависит от формы сечения; момент инерции измеряется в м^4 , см^4 .

Для некоторых сечений (квадрата, прямоугольника, круга) в табл. 7 приведены формулы для определения I_x . Для прокатных профилей значения I_x приводятся в ГОСТах.

Момент сопротивления W_x определяется отношением момента инерции I_x к расстоянию до наиболее удаленной от оси OX точки сечения. Например, для прямоугольника это расстояние равно половине высоты сечения $\frac{h}{2}$ и $W_x = \frac{I_x \cdot 2}{h} = \frac{bh^2}{6}$. Момент сопротивления измеряется в м^3 , см^3 . Формулы для определения момента сопротивления W_x приведены выше (табл. 7).

§ 37. Понятие об изгибающем моменте и поперечной силе

Рассмотрим балку AB (рис. 65) на двух опорах, нагруженную вертикальными силами \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Пользуясь формулами статики, можно определить опорные реакции балки \vec{R}_A и \vec{R}_B .

Для того чтобы подобрать размеры балки, определим, какие внутренние силы возникают в ее сечении при действии указанной нагрузки. Для этого воспользуемся методом сечений.

Силы, действующие в поперечном сечении балки, эквивалентны паре сил и одной силе, направленной перпендикулярно оси балки.

Момент пары M называется *изгибающим моментом* в сечении mn , а сила \vec{Q} — *поперечной (перерезывающей) силой* в сечении mn .

Поперечная сила \vec{Q} по абсолютному значению равна алгебраической сумме проекций на вертикальную ось всех сил, расположенных слева от сечения. Если алгебраическая сумма проекций дает составляющую, направленную вертикально вверх, то Q положительна, если вертикально вниз, то отрицательна.

Изгибающий момент M равен алгебраической сумме моментов сил относительно сечения, лежащих слева от

него. Если результирующий момент направлен по часовой стрелке, то изгибающий момент положителен, если против часовой стрелки, то изгибающий момент отрицателен.

Изгибающий момент и поперечную силу можно определить также, рассматривая правую часть. При этом метод определения M и Q сохраняется. Правило знаков — обратное.

Положительный изгибающий момент вызывает растяжение нижних и сжатие верхних волокон в сечении балки. Так как абсолютное значение и знак изгибающего момента и поперечной силы зависят от положения сечения на балке, то нужно уметь определять эти основные расчетные величины в любом сечении балки.

Результаты определения изгибающих моментов и поперечных сил изображают в виде

графиков, которые называются *эпюрами изгибающих моментов и поперечных сил*.

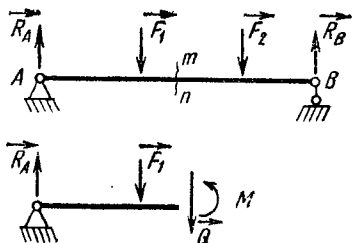


Рис. 65. К определению изгибающего момента и поперечной силы

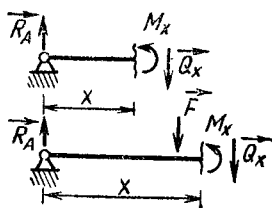
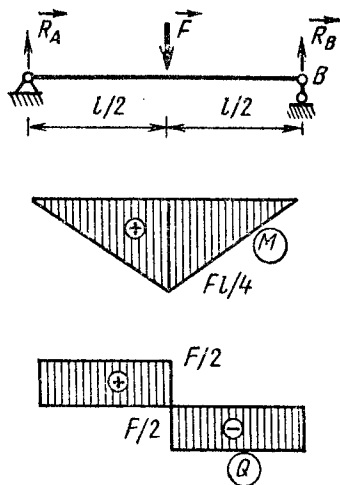


Рис. 66. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для балки, нагруженной сосредоточенной силой в середине

Эпюры изгибающих моментов строят следующим образом: от каждой точки на линии, параллельной оси балки, по перпендикуляру к ней откладывают в выбранном масштабе соответствующее значение изгибающего момента, полученные точки соединяют. Положительные значения изгибающих моментов откладывают вниз от оси балки. Поступая таким образом, изображают эпюру со стороны растянутых волокон в балке. Поэтому говорят, что эпюру моментов строят на растянутом волокне.

Аналогично строят эпюру поперечных сил, при этом положительные значения поперечной силы откладывают вверх от оси балки.

Построим эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для простейших нагрузок.

1. Балка AB (рис. 66) пролетом l загружена силой \vec{F} , приложенной в середине. Опорные реакции балки

$$R_A = R_B = \frac{F}{2}.$$

Проведем сечение на расстоянии x от левой опоры, причем $x \leq l/2$. Изгибающий момент M_x и поперечная сила Q_x соответственно равны:

$$M_x = R_A x = \frac{Fx}{2}; \quad Q_x = R_A = \frac{F}{2}.$$

Определим M_x при различных значениях x :

$$\left. \begin{aligned} x = 0, \quad M &= 0; \\ x = \frac{1}{4} l, \quad M &= \frac{Fl}{8}; \\ x = \frac{3}{8} l, \quad M &= \frac{3}{16} Fl; \\ x = \frac{1}{2} l, \quad M &= \frac{Fl}{4}. \end{aligned} \right\} Q = \frac{F}{2} = \text{const.}$$

Проведем новое сечение на расстоянии x от левой опоры так, чтобы $x \geq l/2$.

В этом случае M_x и Q_x можно найти по формулам:

$$M_x = R_A x - F \left(x - \frac{l}{2} \right) = \frac{F}{2} x - Fx + F \frac{l}{2};$$

$$M_x = F \left(\frac{l}{2} - \frac{x}{2} \right); \quad Q_x = R_A - F = -\frac{F}{2}.$$

Определим M_x при различных значениях x :

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{l}{2}, \quad M = \frac{Fl}{4}; \\ x &= \frac{5}{8}l, \quad M = \frac{3}{16}Fl; \\ x &= \frac{3}{4}l, \quad M = \frac{1}{8}Fl; \\ x &= \frac{7}{8}l, \quad M = \frac{Fl}{16}; \\ x &= l, \quad M = 0. \end{aligned} \right\} Q = -\frac{F}{2} = \text{const.}$$

Вычисления показывают, что изгибающие моменты на опорах равны нулю; изгибающий момент в середине пролета (в непосредственной близости от точки приложения силы \vec{F} слева и справа) равен $\frac{Fl}{4}$.

Поперечная сила Q на участке от левой опоры до точки приложения силы постоянна и равна $\frac{F}{2}$; на участке от точки приложения силы до правой опоры тоже постоянна и равна $\frac{F}{2}$; в точке приложения силы она дает скачок, равный значению силы F .

Построим эпюры изгибающих моментов и поперечной силы.

Построение показывает, что графически изменение изгибающих моментов изображается прямой линией. Максимальный изгибающий момент $M_{\max} = \frac{Fl}{4}$ при $x = \frac{l}{2}$ (в точке приложения силы).

2. Балка AB (рис. 67) пролетом l загружена равномерно распределенной нагрузкой q .

Определим опорные реакции \vec{R}_A и \vec{R}_B . Для этого равномерно распределенную нагрузку заменим ее равнодействующей $F = ql$, приложенной в середине балки. Составим уравнения равновесия:

$$\sum M_A = 0; \quad ql \frac{l}{2} - R_B l = 0; \quad R_B = \frac{ql}{2};$$

$$\sum F_y = 0; R_A + R_B - ql = 0; R_A = \frac{ql}{2}.$$

Проведем сечение на расстоянии x от левой опоры и определим M_x и Q_x в сечении:

$$M_x = R_A x - qx \frac{x}{2} = \frac{qlx}{2} - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2} (l - x);$$

$$Q_x = R_A - qx = \frac{ql}{2} - qx = q \left(\frac{l}{2} - x \right).$$

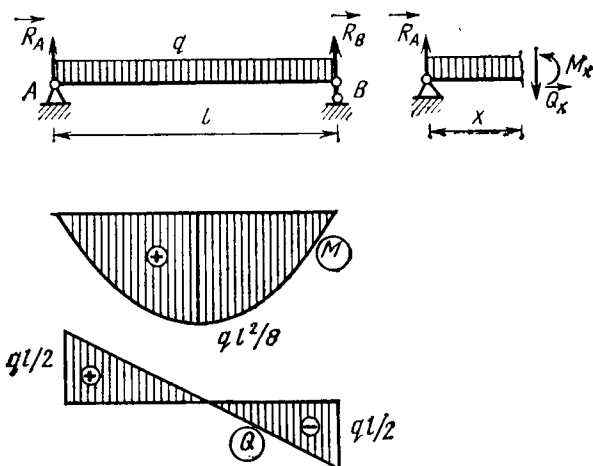


Рис. 67. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой

Построим эпюры M и Q .

Выражение для M показывает, что эпюра изгибающих моментов при равномерно распределенной нагрузке изображается квадратной параболой. Изгибающий момент максимален ($M_{\max} = \frac{ql^2}{8}$) при $x = \frac{l}{2}$ (в середине пролета).

Эпюра Q при равномерно распределенной нагрузке изображается наклонной прямой, проходящей через нуль в середине пролета.

3. Консольная балка (рис. 68), конец A которой жестко заделан в стену, нагружена сосредоточенной силой \vec{F} на другом конце.

Опорная реакция $\vec{R}_A = -\vec{F}$, опорный момент $M_A = -Fl$.

Проведем сечение на расстоянии x от конца консоли; определим M_x и Q_x :

$$M_x = -Fx;$$

$$Q_x = -F.$$

Построим по полученным данным эпюры изгибающих моментов M_x и поперечной силы Q_x .

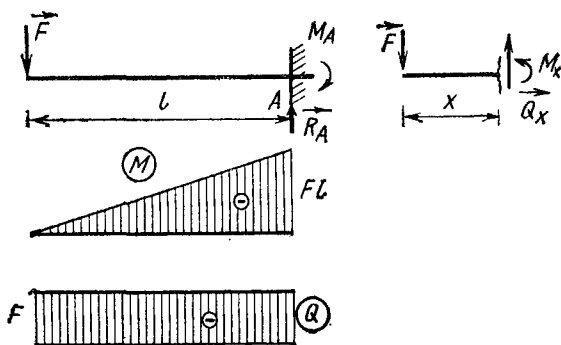


Рис. 68. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для балки в виде консоли, загруженной на конце силой \vec{F}

Эпюра изгибающих моментов изображается наклонной линией; $M_{\max} = Fl$ при $x = l$ (в заделке).

§ 38. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для балок, нагруженных сложной нагрузкой, строят в следующем порядке:

- определяют опорные реакции балки;
- разбивают балку на участки, приняв в качестве границ участков точки приложения сосредоточенных нагрузок или начало и конец участков, нагруженных распределенной нагрузкой;
- проводят сечения на каждом из участков;
- составляют для каждого участка формулу изгибающего момента и поперечной силы;

определяют значение изгибающих моментов и поперечных сил на границах всех участков; строят эпюры.

Пример 39. Для балки (рис. 69) построить эпюры M и Q . Силы и размеры указаны на рисунке.

Решение. Определим опорные реакции балки AB :

$$\sum M_A = 0; 0,2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 - R_B \cdot 7 = 0; R_B = 0,63 \text{ тс.}$$

$$\sum M_B = 0; -0,2 \cdot 5 - 1 \cdot 3 + R_A \cdot 7 = 0; R_A = 0,57 \text{ тс.}$$

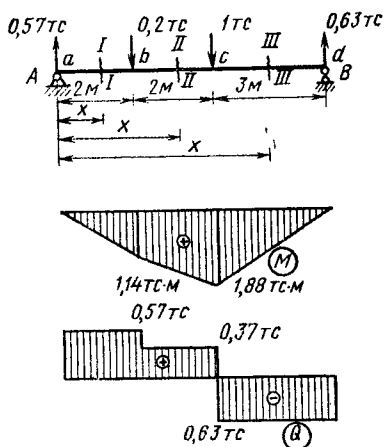


Рис. 69. К примеру 39

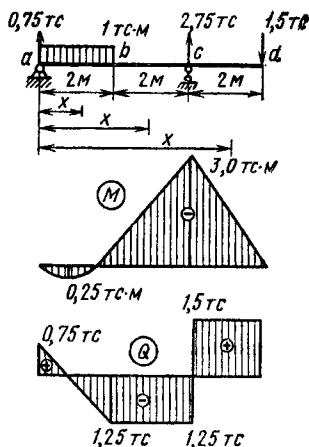


Рис. 70. К примеру 40

Разобьем балку на участки ab , bc , cd . Определим M и Q в пределах участка ab . Проведем сечение $I-I$.

$$0 \leq x \leq 2; M = 0,57x; Q = 0,57;$$

$$x = 0, M = 0$$

$$x = 2 \text{ м, } M = 1,14 \text{ тс} \cdot \text{м} \left. \vphantom{x = 2 \text{ м, } M = 1,14 \text{ тс} \cdot \text{м}} \right\} Q = 0,57 \text{ тс.}$$

Для определения M и Q на участке bc проведем сечение $II-II$.

$$2 \leq x \leq 4; M = 0,57x - 0,2(x - 2); Q = 0,57 - 0,2 = 0,37;$$

$$x = 2 \text{ м, } M = 1,14 \text{ тс} \cdot \text{м}$$

$$x = 4 \text{ м, } M = 1,88 \text{ тс} \cdot \text{м} \left. \vphantom{x = 4 \text{ м, } M = 1,88 \text{ тс} \cdot \text{м}} \right\} Q = 0,37 \text{ тс.}$$

Для определения M и Q на участке cd проведем сечение $III-III$.

$$4 \leq x \leq 7; M = 0,57x - 2 \cdot (x - 2) - 1 \cdot (x - 4);$$

$$Q = 0,57 - 0,2 - 1 = -0,63;$$

$$\left. \begin{aligned} x = 4 \text{ м}, M = 1,88 \text{ тс} \cdot \text{м} \\ x = 7 \text{ м}, M = 0 \end{aligned} \right\} Q = -0,63 \text{ тс.}$$

Отложив от соответствующих точек (границ участков) на балке полученные значения M и Q в выбранном масштабе и принимая во внимание закон изменения M и Q в зависимости от x в пределах участков, построим эпюры.

Пример 40*. Построить эпюры M и Q для балки (рис. 70). Силы и размеры указаны на рисунке.

Примечание. Эпюра M на участке ab очерчена по квадратной параболе, так как этот участок балки загружен равномерно распределенной нагрузкой.

§ 39. Напряжения при изгибе прямого бруса

Чтобы определить напряжения при изгибе, рассмотрим распределение изгибающих моментов и поперечных сил в балке (рис. 71), загруженной двумя симметрично расположенными равными силами.

По эпюре изгибающих моментов видно, что на среднем участке балки изгибающий момент M имеет постоянное значение, а эпюра поперечных сил показывает, что поперечная сила Q на этом участке равна нулю. Такое состояние балки называется *чистым изгибом*. Выясним, какие напряжения и деформации испытывает балка в состоянии чистого изгиба (рис. 72, а). Выделим элемент балки, на который действуют изгибающие

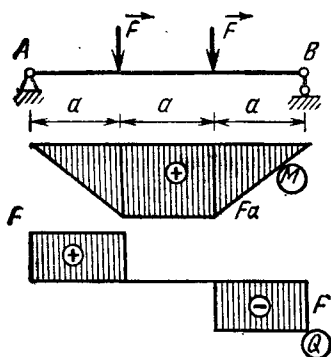


Рис. 71. Возникновение чистого изгиба балки

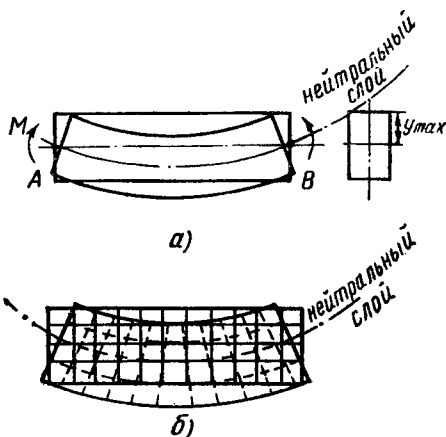


Рис. 72. Деформации при чистом изгибе:

а — балки, б — резинового бруса

моменты M . Элемент длиной l деформируется так, как показано на рис. 72.

При изгибе резинового бруса (рис. 72, б), на котором для наглядности нанесены вертикальные и горизонтальные линии, вертикальные линии, оставаясь прямыми, поворачиваются вокруг точек пересечения со средней горизонтальной плоскостью и перпендикулярны к ней после ее искривления.

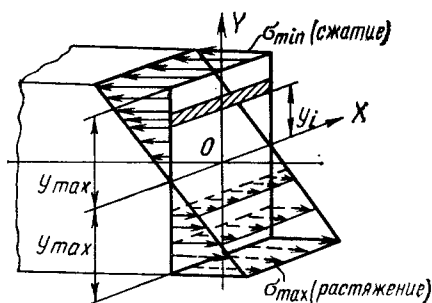


Рис. 73. Нормальные напряжения при изгибе бруса

Волокна, расположенные в горизонтальной плоскости, проходящей через ось балки, изгибаются без удлинения, поэтому эту плоскость называют *нейтральным слоем*. Волокна, лежащие выше нейтрального слоя, изгибаются и укорачиваются (сжаты), волокна, лежащие ниже нейтрального слоя, изгибаются и удлиняются (растянуты).

Линию пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения балки (ось X) называют *нейтральной осью*. При деформации чистого изгиба сечение в целом поворачивается вокруг нейтральной оси, оставаясь плоским. Это предположение, подтверждаемое опытами, носит название гипотезы плоских сечений.

Так как продольные волокна балки деформируются тем больше, чем дальше они отстоят от нейтральной оси, деформации, а значит, напряжения в поперечном сечении прямо пропорциональны (рис. 73) расстоянию y_i от нейтральной оси до рассматриваемой точки сечения.

Нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения, и напряжения на нейтральной оси равны нулю. Расчетной характеристикой для подбора балок является

максимальное значение σ_{\max} , которое возникает в верхнем и нижнем волокнах.

Для определения σ_{\max} служит следующая формула:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x}, \quad (34)$$

где σ_{\max} — максимальное нормальное напряжение при изгибе, кгс/см²; M — изгибающий момент, кгс·см; W_x — момент сопротивления при изгибе, см³.

Пример 41. Определить максимальное нормальное напряжение в двутавровой стальной балке (двутавр № 36) под действием изгибающего момента. Изгибающий момент от расчетной нагрузки $M = 9,5 \text{ тс} \cdot \text{м} = 950\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}$. Момент сопротивления (ГОСТ 8239—72) $W_x = 743 \text{ см}^3$.

Решение. σ_{\max} определяем по формуле (34):

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x} = \frac{950\,000}{743} \text{ кгс/см}^2 = 1280 \text{ кгс/см}^2.$$

Сравним полученное фактическое напряжение с расчетным сопротивлением $R = 2100 \text{ кгс/см}^2$: $1280 \text{ кгс/см}^2 < 2100 \text{ кгс/см}^2$; $\sigma_{\max} < R$.

Следовательно, стальная балка имеет значительное недонапряжение.

Состояние чистого изгиба — это частный случай напряженного состояния балки.

Обычно в сечении балки, кроме изгибающего момента M , действует поперечная сила Q , которая является равнодействующей касательных сил, возникающих в поперечном сечении балки.

Касательные напряжения обладают свойством взаимности, т. е. они возникают всегда по взаимно перпендикулярным площадкам.

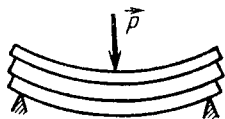


Рис. 74. Возникновение касательных напряжений при изгибе

Из этого следует, что если касательные напряжения при изгибе балок возникают в сечениях, перпендикулярных оси балки, то и в сечениях, параллельных нейтральному слою, они тоже возникают. Касательные напряжения, действующие по плоскостям, параллельным нейтральному слою, стремятся сдвинуть горизонтальные слои в балке по отношению друг к другу.

Возникновение касательных напряжений при изгибе можно иллюстрировать на таком примере.

Составим балку из горизонтальных пластинок,

свободно лежащих друг на друге. Опыт показывает, что при изгибе эти пластинки сдвигаются и края балки принимают ступенчатое очертание (рис. 74).

Если теперь склеить пластинки, то сдвига не произойдет, зато возникнут касательные напряжения, препятствующие сдвигу.

Из опыта видно, что по высоте сечения касательные напряжения в поперечном сечении распределены неравномерно и принимают наибольшие значения в среднем по высоте сечения балки.

§ 40. Расчет балок на прочность при изгибе

Основным расчетным напряжением является наибольшее нормальное напряжение, определяемое по формуле (34).

С помощью основной формулы $\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x}$ могут быть решены три типа задач по расчету балок. Рассмотрим два из них.

Первый тип. Заданы балка, нагрузка на балку и расчетное сопротивление. Требуется подобрать сечение балки (это проектный расчет).

Для решения задачи определим опорные реакции балки и построим эпюры изгибающих моментов и поперечных сил от действующих нагрузок. По максимальному изгибающему моменту M_{\max} и расчетному сопротивлению R определяем требуемый момент сопротивления $W_{\text{треб}}$ по формуле

$$W_{\text{треб}} \geq \frac{M_{\max}}{R}.$$

По сортаменту проката подбираем соответствующее сечение балки с некоторым запасом. Затем строим эпюру изгибающих моментов и поперечных сил от собственного веса балки (как от равномерно распределенной нагрузки) и определяем максимальное нормальное напряжение с учетом собственного веса; это нормальное напряжение должно быть меньше расчетного сопротивления:

$$\sigma_{\text{раб}} = \frac{M_{\text{расч}}}{W} \leq R.$$

Второй тип. Задана балка, даны нагрузки и известно ее сечение. Требуется найти наибольшее нормальное напряжение в опасном сечении балки и проверить его (это проверочный расчет).

Как и в предыдущем случае, сначала определяем опорные реакции балки и строим эпюры изгибающих моментов и поперечных сил. Затем по максимальному изгибающему моменту M_{\max} и моменту сопротивления W определяем наибольшее напряжение, которое должно быть меньше расчетного сопротивления, т. е. $\sigma_{\text{раб}} \leq R$.

После расчета балки проверяем касательные напряжения в сечении, где поперечная сила максимальна.

Пример 42. Подобрать сечение балки пролетом $l=6$ м, из прокатного двутавра, если максимальный изгибающий момент $M_{\max}=1,5$ тс·м. Коэффициент перегрузки для собственного веса $n=1,1$.

Решение Подбираем сечение по максимальному изгибающему моменту $M_{\max}=1,5$ тс·м. Расчетное сопротивление $R=2100$ кгс/см².

Определим требуемый момент сопротивления по формуле

$$W_{\text{тр.б}} = \frac{M_{\max}}{R};$$

$$W_{\text{тр.б}} = \frac{150\,000}{2100} \text{ см}^3 = 71,5 \text{ см}^3.$$

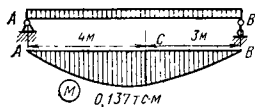


Рис. 75. К примеру 43

По сортаменту для двутавров подбираем сечение с некоторым запасом. Этот запас предусматривается в связи с тем, что в балке возникают еще дополнительные напряжения от собственного веса балки. При более точных расчетах эти дополнительные напряжения определяют и суммируют с теми, которые возникают от внешней нагрузки. Двутавр № 14 имеет момент сопротивления $W_x=$

$=81,7$ см³, масса 1 м $q=13,7$ кг/м (ГОСТ 8239—72).

Пример 43. На металлическую двутавровую балку (двутавр № 20) действует нагрузка (см. рис. 69). Проверить наибольшее нормальное напряжение в балке.

Решение. Построим эпюру изгибающих моментов M от собственного веса балки (рис. 75). Вес 1 м двутавра № 20 по сортаменту $q=$

$=21$ кгс/м; $n=1,1$.

Опорная реакция R_A от собственного веса равна:

$$R_A = \frac{qnl}{2} = \frac{21 \cdot 1,1 \cdot 7}{2} \text{ кгс} = 80,8 \text{ кгс}.$$

В сечении C , где от внешней нагрузки изгибающий момент наибольший, момент от собственного веса равен:

$$M_C = R_A \cdot 4 - \frac{qn \cdot 4^2}{2} = 323,2 \text{ кгс} \cdot \text{м} - \frac{21 \cdot 1,1 \cdot 16}{2} \text{ кгс} \cdot \text{м} = 138 \text{ кгс} \cdot \text{м}.$$

$$R_A = Q_{\max} = 80,8 \text{ кгс}.$$

Следовательно, максимальный изгибающий момент с учетом собственного веса балки равен:

$$M_{\max} = 1,88 \text{ тс} \cdot \text{м} + 0,138 \text{ тс} \cdot \text{м} = 2,018 \text{ тс} \cdot \text{м}.$$

По сортаменту момент сопротивления $W_x = 181 \text{ см}^3$.

Определим максимальное напряжение:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{201\,800}{184} \text{ кгс/см}^2 = 1097 \text{ кгс/см}^2.$$

$$1097 \text{ кгс/см}^2 < 2100 \text{ кгс/см}^2, \text{ значит } \sigma_{\max} < R.$$

Как видно из примеров, при расчете балок основной расчетной характеристикой является наибольшее нормальное напряжение σ_{\max} , определяемое по формуле (34).

Для того чтобы сечение балки было наиболее экономичным, нужно, чтобы момент сопротивления W_x был наибольшим при одной и той же затрате материала (т. е. при одной и той же площади сечения).

Поэтому показателем экономичной (рациональной) формы сечения балки является отношение W/S , где S — площадь поперечного сечения.

Это отношение для прямоугольника принимает вид:

$$\frac{W}{S} = \frac{bh^2}{6bh} = \frac{1}{6} h;$$

для круга:

$$\frac{W}{S} = \frac{\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{1}{4} R = \frac{1}{8} d,$$

где d — диаметр; h — высота сечения.

Отношение W/S для прямоугольника больше, чем для круга, значит сечение в форме прямоугольника выгоднее, чем в форме круга для изгибаемых элементов при одной и той же высоте.

При конструировании балок из металла поперечное сечение стремятся выбрать таким, чтобы наибольшее количество материала было расположено дальше от нейтральной оси. При этом сечение получается наиболее рациональным. Этому требованию отвечают некоторые прокатные профили, например двутавровое сечение.

Если прокатный профиль не подходит по условиям работы балки, то сечение составляют из листов и прокатных профилей, соединенных между собой либо заклепками, либо сварными швами.

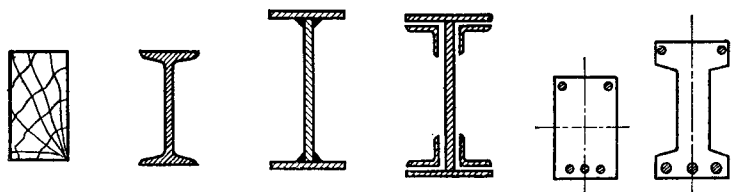


Рис. 76. Виды поперечных сечений балок

На рис. 76 приведены некоторые виды поперечных сечений балок.

§ 41. Понятие о явлении продольного изгиба

Устойчивая и неустойчивая формы равновесия тела. В физике существует понятие устойчивого и неустойчивого равновесия. Поясним это на следующем примере.

Тяжелый шарик находится в равновесии на вогнутой сфере (рис. 77, а). Если шарик вывести из этого положения, то он стремится вернуться в первоначальное положение. Такое положение равновесия *устойчивое*.

Равновесие тела устойчиво, если при малом отклонении от равновесного положения действующие на тело силы возвращают его в исходное положение.

Шарик находится в равновесии на поверхности выпуклой сферы (рис. 77, б). Малейшее отклонение от этого положения приведет к тому, что шарик скатится вниз в ту или другую сторону и будет двигаться до тех пор, пока не займет новое положение равновесия. Состояние равновесия на поверхности выпуклой сферы является *неустойчивым*. Равновесие тела неустойчиво, если при малом отклонении тела от положения равновесия действующие на него силы удаляют его от этого положения.

Продольный изгиб. Устойчивая и неустойчивая формы равновесия при продольном изгибе. В приведенном выше примере устойчивая и

неустойчивая формы равновесия не зависели от действующей на шарик силы тяжести.

Можно привести примеры, когда некоторому значению внешней силы соответствует одна форма устойчивого равновесия, а при возрастании силы выше некоторого предела эта форма становится неустойчивой.

Рассмотрим случай продольного изгиба стержня, достаточно длинного по сравнению с размерами его поперечного сечения.

Таким стержнем может быть, например, линейка, на которую действует продольная сжимающая сила. При возрастании силы линейка изгибается — такое явление называется *потерей устойчивости*.

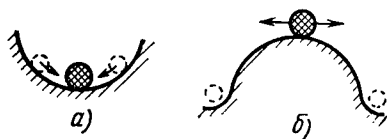


Рис. 77. К понятию устойчивого и неустойчивого равновесия:

а — шарик на поверхности вогнутой сферы, б — шарик на поверхности выпуклой сферы



Рис. 78. Потеря устойчивости при продольном изгибе

Пусть вертикальный стержень (рис. 78) закреплён шарнирами (в точке А с помощью неподвижного шарнира, а в точке В — подвижного). В точке В на стержень действует сила \vec{F} . Пока сила \vec{F} не достигла некоторого предельного значения, прямолинейная форма равновесия является устойчивой.

После некоторого предельного значения силы \vec{F} эта прямолинейная форма становится неустойчивой — стержень искривляется. После искривления деформаций и напряжения в стержне начинают быстро возрастать и стержень разрушается.

Предельное значение силы, при котором прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой, называют *критической силой* и обозначают $F_{кр}$.

Сжатые стержни обязательно должны быть проверены на устойчивость, так как потеря устойчивости часто является причиной разрушения инженерных сооружений. Особенно опасен этот вид деформации при сжатии сравнительно длинных стержней с небольшой площадью поперечного сечения, например в металлических конструкциях.

ГЛАВА IX. КРУЧЕНИЕ

§ 42. Понятие о кручении

Кручение возникает при действии на брус пары сил в плоскости, перпендикулярной оси вала. Момент пары называют *крутящим моментом*.

Рассмотрим кручение круглого бруса. Если круглый брус длиной l (рис. 79) одним концом жестко заделан,

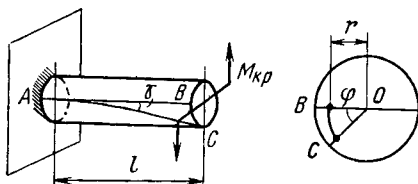


Рис. 79. Кручение круглого бруса

а на другой его конец действует крутящий момент, то брус испытывает кручение.

При кручении брус деформируется, смежные сечения бруса поворачиваются относительно друг друга, образующая AB искривляется, переходя в положение AC .

Опыты показывают, что при описании кручения вполне допустимыми являются следующие предположения:

ось бруса не деформируется;

поперечные сечения, плоские до деформации, остаются плоскими после деформации;

продольные волокна не изменяют своей длины (незначительным изменением длины за счет перехода прямой линии в винтовую линию можно пренебречь);

радиусы поперечных сечений остаются прямыми после деформации, поворачиваясь на некоторый угол.

Эти предположения говорят о том, что при кручении в бруске возникают напряжения чистого сдвига, т. е. отсутствуют нормальные напряжения в поперечном сечении, а возникают только касательные напряжения. При кручении можно считать, что поперечные сечения поворачиваются как абсолютно твердые тела.

Как показано на чертеже (см. рис. 79), при деформации кручения волокно $ОВ$ переместилось в положение $ОС$ и, следовательно, торцевое сечение повернулось по отношению к закрепленному концу на угол φ . Угол φ называют *углом закручивания бруса длиной l* .

Отношение полного угла закручивания φ к длине бруса l называют *погонным углом закручивания θ* :

$$\theta = \frac{\varphi}{l}.$$

Предельный погонный угол закручивания при некоторых специальных расчетах устанавливается нормами. Расчетной величиной при кручении является максимальное касательное напряжение τ_{\max} . Касательные напряжения при кручении распределяются по сечению неравномерно; при круговом поперечном сечении они равны нулю в центре и максимальны на внешней окружности. Значение τ зависит от значения крутящего момента $M_{кр}$ и геометрической характеристики сечения, которая учитывает распределение материала сечения по отношению к центру. Такой характеристикой является полярный момент инерции I_p . Для круга радиусом R полярный момент инерции $I_p = \frac{\pi R^4}{2}$. Полярный момент сопротивления W_p определяется отношением полярного момента инерции I_p к расстоянию до наиболее удаленной от центра точки. Для круга это расстояние равно радиусу. Поэтому для круга момент сопротивления

$$W_p = \frac{I_p}{R} = \frac{\pi R^3}{2}.$$

Наибольшее касательное напряжение τ_{\max} определяется по формуле:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p}, \quad (35)$$

которая аналогична формуле (34) для расчета максимального напряжения при изгибе балки. Если в формуле (34) заменить изгибающий момент M крутящим моментом $M_{кр}$ и момент сопротивления при изгибе W_x — соответственно моментом сопротивления при кручении W_p , то получится выражение τ_{max} при кручении.

§ 43. Расчет круглого вала на кручение

При расчете валов (круглых брусьев) на кручение максимальное касательное напряжение, вычисленное по формуле (35), должно быть меньше расчетного сопротивления на срез $R_{ср}$ для материала вала, т. е.

$$\tau_{max} < R_{ср}.$$

Основной расчетной величиной для круглого вала является крутящий момент. По наибольшему крутящему моменту и расчетному сопротивлению на сдвиг можно определить требуемый диаметр вала.

Для определения наибольшего крутящего момента строят эпюру крутящих моментов по длине вала, подобно тому, как это делалось для изгибающих моментов в случае балки. Эпюра крутящих моментов показывает, чему равен крутящий момент в каждом сечении вала. Ниже рассмотрено несколько примеров на построение эпюры крутящих моментов и определение диаметра вала.

Пример 44. Подобрать сечение круглого вала (рис. 80), к которому приложены крутящие моменты $M_1=0,2$ тс·м; $M_2=0,08$ тс·м; $M_3=0,12$ тс·м. Расчетное сопротивление для стали Ст0 $R_{ср}=1300$ кгс/см². Значения крутящих моментов — нормативные, коэффициент перегрузки $n=1,4$.

Решение. Построим эпюру крутящих моментов. Для этого будем считать моменты M_2 и M_3 положительными. Разобьем вал на участки ab и bc . На участке ab действует крутящий момент M_3 . На участке bc к нему добавляется с тем же знаком момент M_2 . Отложив эти значения моментов для соответствующих участков, получим эпюру $M_{кр}$.

Наибольший крутящий момент $M_{кр}=M_1=0,2$ тс·м.

Наибольший расчетный крутящий момент $M_{кр}^{расч}=M_{кр}n=0,2 \cdot 1,4$ тс·м $=0,28$ тс·м. По формуле (35) определим требуемый момент сопротивления при кручении для круглого вала:

$$W_{p_{треб}} = \frac{M_{кр}}{R_{ср}};$$

$$W_{p_{треб}} = \frac{28\,000}{1300} \text{ см}^3 = 21,6 \text{ см}^3.$$

Для круга $W_p = \frac{\pi R^3}{2}$, где R — радиус вала. Найдем

$$R = \sqrt[3]{\frac{2W_{p_{\text{треб}}}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 21,6}{3,14}} \text{ см} \approx 2,39 \text{ см.}$$

$$d = 2R = 4,8 \text{ см.}$$

Примем диаметр вала $d = 6,0$ см. (Эта задача является примером проектного расчета.)

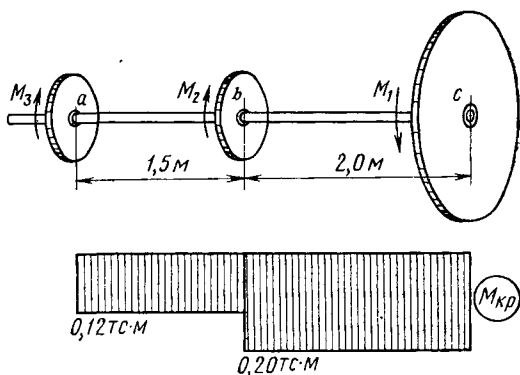


Рис. 80. К примеру 44

При более точных расчетах валов проверяют также угол закручивания вала, максимально возможное значение которого определяется нормами.

Иногда вал рассчитывают исходя из мощности, передаваемой им. Для этого нужно установить зависимость между мощностью N , числом оборотов вала n и крутящим моментом $M_{кр}$.

Если к валу приложен крутящий момент $M_{кр}$, то при повороте вала на угол φ совершается работа

$$A = M_{кр} \varphi.$$

При числе оборотов в 1 мин n вал за 1 с поворачивается на угол φ_1 , равный

$$\varphi_1 = \frac{2\pi n}{60}.$$

Поэтому за 1 с совершается работа (а это по определению есть мощность)

$$\frac{A}{t} = N = M_{\text{кр}} \varphi_1 \text{ или } N = M_{\text{кр}} \frac{2\pi n}{60}.$$

Отсюда

$$M_{\text{кр}} = \frac{60 N}{2\pi n} = \frac{30 N}{\pi n}.$$

Пример 45. Определить, может ли вал диаметром 11 см работать при числе оборотов $n_0=200$ об/мин при передаваемой мощности 300 кВт. Расчетное сопротивление $R_{\text{ср}}=1000$ кгс/см², коэффициент перегрузки $n=1,4$.

Решение. Исходя из условий работы машины находим возникающий крутящий момент:

$$M_{\text{кр}} = \frac{30N}{\pi n_0} = \frac{30 \cdot 300 \cdot 600}{200} \text{ кгс} \cdot \text{м} = 1470 \text{ кгс} \cdot \text{м} = 1,47 \text{ тс} \cdot \text{м}.$$

Определим, какой крутящий момент может воспринять вал диаметром $d=11$ см при $n=1,4$.

$$W_p = \frac{\pi R^3}{2}; \quad R = 5,5 \text{ см}; \quad W_p = 261 \text{ см}^3.$$

$$M_{\text{кр}}^{\text{расч}} = \frac{R_{\text{ср}} W_p}{n} = \frac{1000 \cdot 261}{1,4} \text{ кгс} \cdot \text{м} = 1865 \text{ кгс} \cdot \text{м}.$$

$1865 \text{ кгс} \cdot \text{м} > 1470 \text{ кгс} \cdot \text{м}$, следовательно, $M_{\text{кр}}^{\text{расч}} > M_{\text{кр}}$.

Таким образом, вал может воспринять предлагаемый режим работы с недогрузкой $\left(\frac{1865 - 1470}{1865} \cdot 100\% \approx 40\% \right)$.

(Эта задача является примером проверочного расчета.)

РАЗДЕЛ III

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О МЕХАНИЗМАХ, МАШИНАХ И ДЕТАЛЯХ МАШИН

ГЛАВА X. СОЕДИНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

§ 44. Машины и их основные элементы

Для производства различных видов работ и преобразования энергии человек использует самые разнообразные машины. *Машина* — это отдельный механизм или сочетание механизмов, осуществляющих определенные целесообразные движения для преобразования энергии или производства работы. Она состоит из трех основных частей: двигателя, передачи и рабочих органов. Для приведения в движение машин и орудий, выполняющих полезную для человека работу, необходима механическая энергия. Эту энергию получают в машинах-двигателях (паровых, дизельных, электрических, атомных и т. д.).

Механическая энергия от двигателя к рабочему органу машины передается с помощью промежуточных механических устройств, которые называют передачами. Передачи необходимы и как преобразователи различных форм движения.

Рабочими органами называют совокупность подвижно соединенных элементов, совершающих заданные движения, причем один из элементов принимается за неподвижную систему отсчета. Каждому положению любого подвижного элемента соответствует определенное положение других элементов механизма.

Подвижными элементами, из которых можно образовывать механизмы, являются звено, кинематическая пара и кинематическая цепь.

Два подвижно соединенных твердых тела образуют кинематическую пару (рис. 81, а, б, в). Тела, образующие пару, называют *звеньями*.

По характеру соприкосновения звеньев кинематические пары делят на низшие и высшие. Если звенья

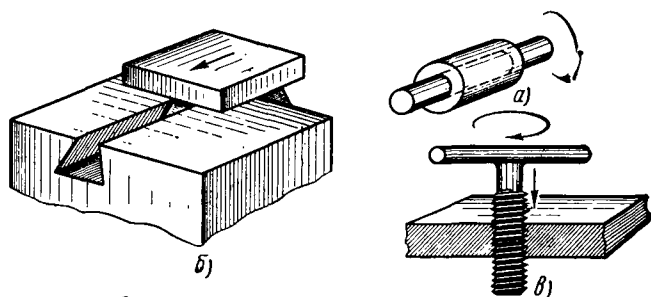


Рис. 81. Примеры низших кинематических пар:

а — вращательная, б — поступательная, в — винтовая

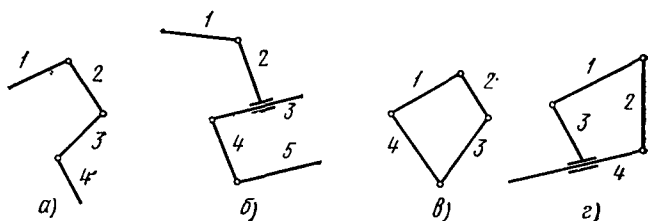


Рис. 82. Плоские кинематические цепи:

а, б — незамкнутые, в, г — замкнутые

соприкасаются поверхностями, то такую пару называют *низшей*, а если соприкасаются по линии или в точке, то пару называют *высшей*. Примером высшей пары может служить движение катка любой пары колес.

По характеру относительного движения звеньев пары могут быть плоскими (рис. 81, б) и пространственными (рис. 81, в).

Кинематической цепью называют совокупность звеньев подвижно соединенных кинематических пар.

Кинематическую цепь называют *плоской*, если ее звенья перемещаются в плоскости. На рис. 82, а, б показаны незамкнутые плоские кинематические цепи

из четырех звеньев (1, 2, 3, 4), которые образуют три вращательные пары (1—2, 2—3, 3—4) или поступательную (2—3) и вращательные (1—2, 3—4, 4—5) пары.

Если подвижно соединить крайние звенья незамкнутых цепей, то образуются замкнутые плоские кинематические цепи (рис. 82, в, г). В замкнутой цепи каждое звено с соседними звеньями составляет две кинематические пары.

При работе машины скорость ее звена может изменяться. Эти изменения бывают двух видов:

периодические — в течение одного цикла работы машины;

непериодические — возникают от внезапных изменений полезных или вредных сопротивлений.

Чтобы машина работала нормально, нужно создать условия, при которых происходили бы только периодические колебания скорости. Для этого необходимо правильно подобрать массы звеньев, использовать маховое колесо и пр.

Для регулирования непериодических движений применяют специальные регуляторы.

Механизмом называют замкнутую кинематическую цепь с одним неподвижным звеном, которая может совершать строго определенное движение.

Число степеней свободы механизма есть число независимых перемещений, которые необходимо задать его отдельным звеньям, чтобы определить движение механизма. Например, кривошипно-шатунный механизм (рис. 83) имеет одну степень свободы, так как положение всех точек его звеньев (кривошипа OA и шатуна B) определяется углом поворота кривошипа φ .

При движении отдельные звенья и элементы соединений машин и механизмов испытывают различные силовые воздействия. Поэтому при конструировании и расчете простейших механизмов машин и деталей необходимо правильно подбирать их размеры и материал. Принципы конструирования и расчеты разработаны на основе знаний теоретической механики и сопротивления материалов.

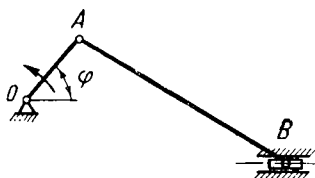


Рис. 83. Кривошипно-шатунный механизм

Деталими называют отдельные составные части или их простейшие соединения в машинах, приспособлениях и приборах.

Детали могут быть специальными, применяемыми лишь для одного вида машин, и типовыми, применяемыми для группы машин.

§ 45. Разъемные и неразъемные соединения

Для соединения отдельных элементов в сооружениях и машинах используют разъемные и неразъемные виды соединений.

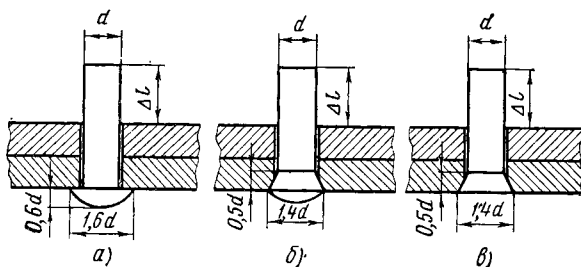


Рис. 84. Типы заклепок:

а — с круглой головкой, *б* — с полупотайной головкой, *в* — с потайной головкой

Используя неразъемные соединения — заклепочные и сварные, — детали машин соединяют неподвижно (безразборно); чтобы разъединить такое соединение, необходимо разрушить скрепляющую деталь.

Неразъемные соединения применяют при монтаже деталей и крупных узлов машин и для соединения секций инженерных сооружений (пролетов мостов, ферм, перекрытий, опорных колонн и т. д.).

Заклепочные соединения. Заклепка представляет собой цилиндрический металлический стержень с головкой, вставляемый в отверстие соединяемых деталей. В зависимости от формы головки различают заклепки с круглой (рис. 84, *а*), полупотайной (рис. 84, *б*) и потайной (рис. 84, *в*) головками. (Соотношение размеров элементов заклепок, приведенных на рис. 84, дано по ГОСТ 10299—68, ГОСТ 10301—68 и ГОСТ 10300—68.)

Заклепки изготовляют из углеродистой мартеновской стали марок Ст2 и Ст3, а также из низколегированной стали 09Г2. Обычно заклепки делают из материала склепываемых деталей.

Чтобы удобнее было устанавливать заклепку, ее диаметр делают несколько меньше диаметра отверстия детали, а ее стержень на конце сводят на конус.

Длину заклепки l_3 определяют по формуле:

$$l_3 = l_1 + \Delta l = l_1 + (1,3 \div 1,7) d, \quad (36)$$

где l_1 — суммарная толщина склепываемых деталей, см; d — диаметр заклепки, мм; $\Delta l = (1,3 \div 1,7) d$ — запас длины на образование замыкающей головки, мм.

Отверстия для заклепок пробивают или просверливают по разметке. При пробивке ухудшается качество пробиваемого материала: вблизи отверстий он становится более хрупким, отверстие книзу уширяется, образуются заусенцы. Это снижает точность монтажа соединяемых деталей. При сверлении образуется отверстие без трещин и заусенцев строго цилиндрической формы.

Можно одновременно сверлить обе склепываемые детали, что повышает точность соединения. Однако сверление отверстий более трудоемко и дорого, чем пробивка. Широкое распространение получил комбинированный способ обработки материала под заклепки: сначала пробивают отверстия меньшего диаметра, затем их рассверливают до нужного размера. При этом основные недостатки метода пробивки устраняются.

В готовые отверстия ставят заклепки. Под закладную головку заклепки подставляют поддержку с углублением, соответствующим очертанию головки. Поддержка опирается на массивную наковальню.

Клепку выполняют вручную и механическим способом, применяя пневматические молотки или гидравлические и электрические клепальные машины.

Вручную можно клепать заклепки диаметром не более 25 мм. Ударами молотка по выступающему концу заклепки осаживают стержень, который заполняет отверстие. Образовавшуюся замыкающую головку выравнивают обжимкой или оправкой и получают сфериче-

скую форму. При механическом способе клепки соединительный шов бывает более качественным. Обычно применяют горячую клепку; холодная клепка применяется только в строительных конструкциях при диаметре стержня не более 12 мм.

При горячем способе клепки шов получается плотный, так как при остывании уменьшается длина заклепки и детали прижимаются друг к другу. Но при этом уменьшаются также и поперечные размеры заклепки,

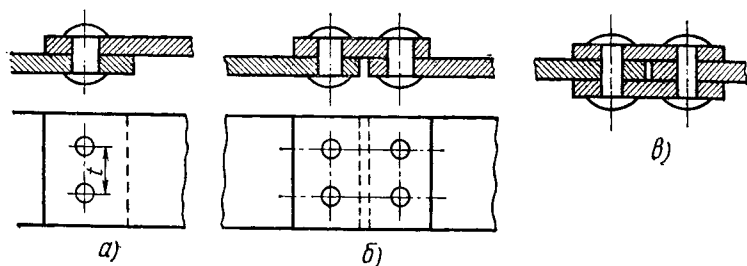


Рис. 85. Виды заклепочных соединений:

а — внахлестку, *б* — с накладкой, *в* — с двумя накладками

что вызывает появление зазора между заклепкой и стенкой отверстия. Для устранения зазора необходимо выполнить дополнительно обжатие шва. При холодной клепке зазора между стержнем заклепки и стенкой отверстия не образуется.

В зависимости от условий работы заклепочные швы делятся на:

прочные — обеспечивают расчетную прочность соединения; применяются при клепке металлоконструкций (балок, ферм, колонн);

прочно-плотные — обеспечивают как расчетную прочность, так и герметичность соединения; применяются при клепке паровых котлов и резервуаров (емкости для жидкостей, газов и паров, находящихся под давлением):

плотные — обеспечивают герметичность соединения; применяются при клепке резервуаров и трубопроводов с небольшим избыточным давлением.

В зависимости от расположения соединяемых деталей (листов) швы выполняют **внахлестку** (рис.

85, а), с накладкой (рис. 85, б), с двумя накладками (рис. 85, в).

При работе заклепки по сечению, где соприкасаются соединяемые листы, возникает явление среза.

По условиям работы заклепок швы бывают односрезными, двухсрезными и многосрезными.

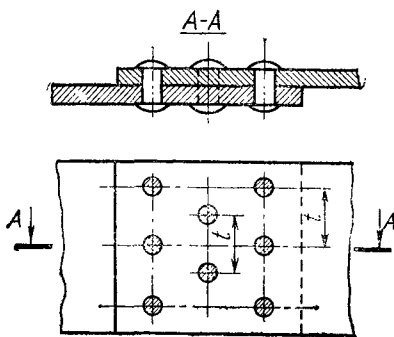


Рис. 86. Шахматное расположение заклепок:
(A—A — сечение, t — шаг)

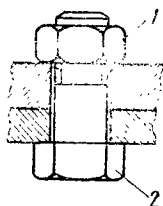


Рис. 87. Болт:
1 — гайка, 2 — головка

В зависимости от того, как расположены заклепки, различают швы однорядные, двухрядные и многорядные с рядовым или шахматным расположением заклепок (рис. 86).

Расчет заклепок был рассмотрен в примерах (см. § 29).

Соединения, выполняемые на заклепках, являются неразъемными. Чтобы осуществить разъемные соединения, используют болты.

Болтовые соединения. Болт (рис. 87) представляет собой цилиндрический стержень с головкой, обычно шестигранной. Часть длины стержня снабжена винтовой нарезкой. Болт заводят в отверстие, а затем на него навинчивают гайку 1. Гайку также выполняют шестигранной, чтобы удобнее было пользоваться гаечным ключом. Иногда между гайкой и скрепляемой деталью устанавливают шайбу.

Главной частью болта является винтовая нарезка. Рассмотрим, как она образуется. На рис. 88 изобра-

жен цилиндр диаметром d и треугольник, катеты которого равны πd и h , угол при основании α . Если треугольник навернуть на цилиндр, то на нем образуется винтовая линия, угол подъема которой α , шаг h .

Если на видимой части цилиндра винтовая линия поднимается слева направо, то ее называют *правой*, если справа налево — то *левой*.

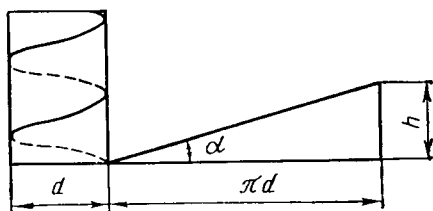


Рис. 88. Построение винтовой линии

Чтобы получить резьбу, вдоль винтовой линии перемещают резец, соответствующий профилю требуемой резьбы.

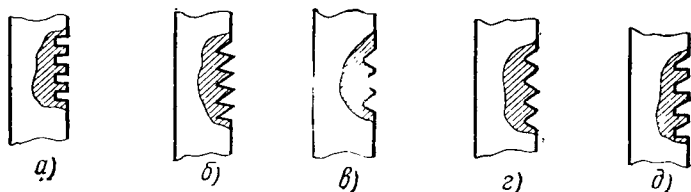


Рис. 89. Виды резьб:

а — прямоугольная, *б* — треугольная, *в* — трапецидальная, *г* — полукруглая, *д* — пилообразная

Резьба бывает различных видов:

прямоугольная (рис. 89, *а*); применяется в грузоподъемных элементах, как ходовая;

треугольная (рис. 89, *б*) — крепежная;

трапецидальная (рис. 89, *в*) — ходовая;

полукруглая (рис. 89, *г*); применяется для соединения труб под давлением;

пилообразная (рис. 89, *д*) — ходовая при одностороннем подъеме.

Основной характеристикой винтовой нарезки является шаг винта h , который показывает, на сколько передвигается болт вдоль своей оси за один оборот.

Шаг винта стандартизирован. Существуют две системы винтовых нарезок — метрическая и дюймовая. В метрической системе указывается шаг винта в миллиметрах; в дюймовой системе (1 дюйм = 25,4 мм) — целое число шагов, укладываемых в дюйме. В настоящее время используют только метрическую резьбу.

Для увеличения несущей способности болта применяют так называемые *многозаходные резьбы*. В таких резьбах расстояние между соседними витками винтовой линии делят на целое число частей и строят дополнительные винтовые линии.

Болт в конструкции работает в таких же условиях, что и заклепка.

§ 46. Сварные соединения

Неразъемные соединения деталей машин и инженерных конструкций в настоящее время выполняют более технологичным и прогрессивным сварным способом.

Сваркой называют процесс образования неразъемного соединения металлических частей с применением местного нагрева и использованием сил молекулярного сцепления.

При сварке исключены трудоемкие операции по разметке, пробивке или сверлению множества отверстий, ослабляющих сечения соединяемых деталей.

Существуют два способа сварки:

прессование (давление), когда металл при нагреве доводят до тестообразного состояния и сдавливают (сварка кузнечная и термическая);

плавление, при котором соединяемые детали расплавляются и скрепляемое место заливают расплавленным металлом (сварка газовая и электрическая).

Наибольшее распространение получила *электродуговая сварка*, которой сваривают практически все виды металлов. Источником тепла при электродуговой сварке является электрическая дуга.

Качество сварки зависит от чистоты подготовки и формы свариваемых поверхностей, от квалификации сварщика и условий производства работ.

Процесс электродуговой сварки может быть механизирован. В институте электросварки АН УССР под руководством акад. Е. О. Патона был разработан способ автоматической сварки под слоем флюса, обладающий высокой производительностью и обеспечивающий шов высокого качества. В настоящее время соединения конструкций многих мостов выполнены полностью на сварке.

Сварные швы характеризуются двумя признаками: формой самого шва и условиями его расположения по направлению к действующему усилию. Применение шва того или иного вида часто определяется конструктивными и технологическими особенностями изготовления сварного соединения.

Прочность сварных швов зависит от взаимного проникновения расплавленного металла и металла свариваемых деталей на глубину не менее 1,5 мм и не более 3 мм. В первом случае (менее 1,5 мм) возможен непровар, а во втором (больше 3 мм) — пережог металла свариваемых деталей. Оба эти дефекта ведут к снижению прочности сварного шва.

Типовыми формами швов являются шов встык и валиковый.

Шов встык имеет несколько разновидностей, зависящих от толщины соединяемых элементов. Бескосый срез применяют при толщине листов не более 5 мм, а при автоматической сварке — не более 12 мм. Односторонний срез кромок листа выполняют при толщине $\delta = 6 \div 20$ мм, а иногда и до 40 мм. Двусторонний срез кромок листа применяют для соединения толстых листов при $\delta = 12 \div 50$ мм. Для толстых листов ($\delta = 20 \div 50$ мм) применяют также односторонний срез. Различные виды швов встык изображены на рис. 90.

Все виды швов встык при высоте наплавляемого металла h могут выполняться нормальными ($h = \delta$), усиленными ($h \approx 1,2\delta$) или облегченными ($h < \delta$).

Виды валиковых швов изображены на рис. 91. При валиковом шве металл наплавляют в углу, образованном соединяемыми деталями.

Валиковые швы могут быть лобовыми (рис. 92) и фланговыми (рис. 93).

По положению в пространстве сварные швы делят на вертикальные 1 (рис. 94), горизонтальные 2, нижние (палубные) 3 и потолочные 4.

Чаще всего при соединении деталей используют комбинированные виды сварных швов (например, лобовой и фланговый).

Рис. 90. Основные формы сварных стыковых швов:

а — односторонние: без скоса кромок, со скосом одной кромки, со скосом кромок, замковый, *б* — двусторонние: без скоса кромок, со скосом кромок, с двумя симметричными скосами кромок

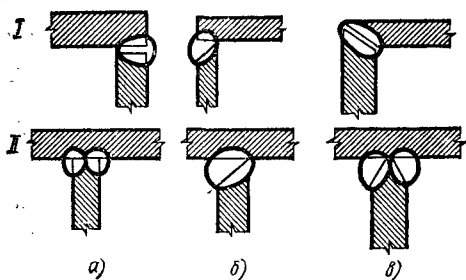
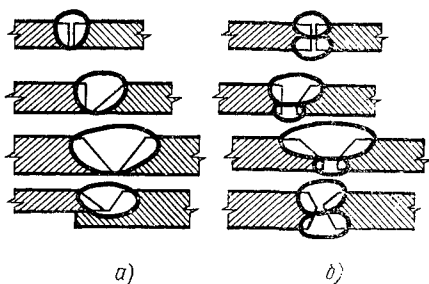


Рис. 91. Виды валиковых швов. Угловые *I* и тавровые *II* сварные соединения:

а — без скоса кромок, *б* — со скосом одной кромки, *в* — со скосом двух кромок

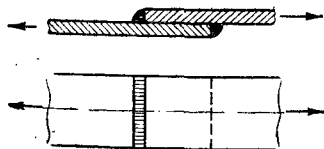


Рис. 92. Лобовой валиковый шов

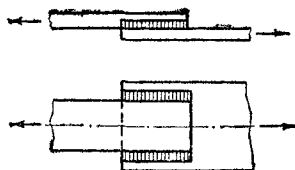


Рис. 93. Фланговый валиковый шов

Если по конструктивным соображениям комбинированного сварного шва для восприятия действующего усилия недостаточно, то его усиливают дополнительными сварными соединениями в виде электрозаклепок, электропрорезей или электропробок,

которые выполняются контактной сваркой (рис. 95). Обычно эти соединения служат лишь дополнением к основным швам и поэтому их применяют редко.

Расчет сварных швов зависит от их расположения по направлению к усилию.

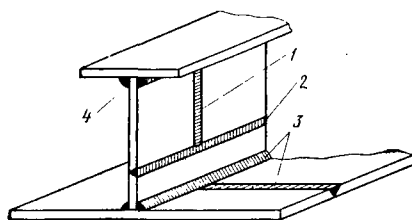


Рис. 94. Виды сварных швов:

1 — вертикальный, 2 — горизонтальный, 3 — нижний, 4 — потолочный

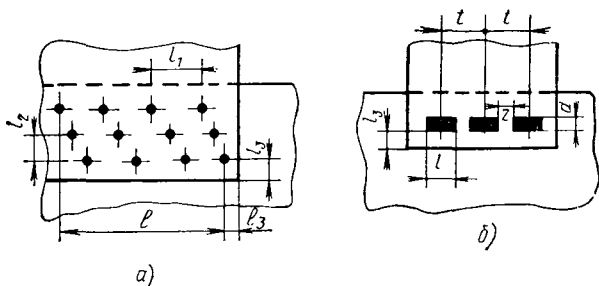


Рис. 95. Швы контактной сварки:

а — точечные многорядовые, б — роликовые прерывистые

Шов встык рассчитывают на усилие, направленное по перпендикуляру к шву. Расчетную площадь при этом определяют по формуле:

$$S_{\text{расч}} = l_{\text{ш}} \delta,$$

где δ — толщина листа, мм; $l_{\text{ш}}$ — расчетная длина шва, равная общей длине за вычетом 10 мм (на непрочвар), мм.

При расчете углового шва (флангового или лобового) его расчетную площадь определяют по формуле:

$$S_{\text{расч}} = l_{\text{ш}} \cdot 0,7 h,$$

где $l_{\text{ш}}$ — то же, что и для шва встык; h — высота шва, мм.

При работе углового шва наиболее опасным является сечение, расположенное под углом 45° к плоскостям свариваемых деталей, так как ширина рабочего сечения шва здесь равна $h \cos 45^\circ \approx 0,7 h$.

Примеры расчета сварных швов приведены в § 30.

§ 47. Клиновые соединения

Клиновые соединения, отличающиеся простотой сборки, относятся к разъемным соединениям.

Клин представляет собой стержень, применяющийся для соединения деталей. На рис. 96 изображены

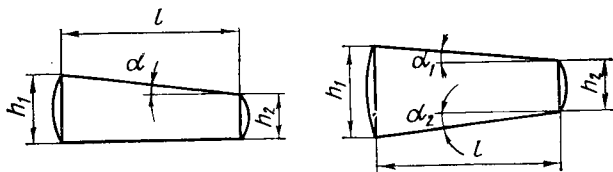


Рис. 96. Клинья

клинья, имеющие уклон с одной и с двух сторон. Клин может иметь параллельные стороны (без уклона), тогда его называют чекой.

Чтобы клин не выдавливался из гнезда, необходимо соблюдать соотношение между углом трения φ и углом его заострения α :

$$\varphi \geq \frac{\alpha}{2},$$

где $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1 - h_2}{l}$ — для клина с односторонним уклоном;

$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, $\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{h_1 - h_2}{l}$ — при двустороннем уклоне.

§ 48. Соединения на шпонках

Для соединения вала с насаженными на него деталями (зубчатым колесом, шкивом) применяют шпонки, вставляемые между валом и деталью.

Шпонка может быть врезной. При этом вал и де-

таль имеют пазы, в которые закладывают призматическую шпонку.

Шпонки клиновидные (с уклоном верхней грани 1:100) могут быть фрикционными, или «на лыске». Для установки шпонки «на лыске» на валу делают плоскую опорную поверхность, что ослабляет вал меньше, чем паз. Клиновидная шпонка «на лыске» показана на рис. 97.

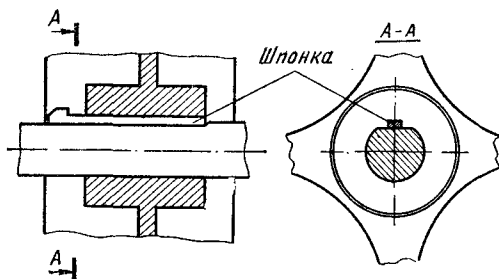


Рис. 97. Шпонка (A — A — сечение)

Чтобы шкив мог перемещаться вдоль вала, используют направляющие шпонки, которые крепят к валу болтами.

Для более точного центрирования деталей на валу применяют соединения на шлицах. При этом на валу делают выступы, а на детали — впадины соответствующей формы и размеров. Шлицевые соединения выполняют с разными числами шлицев — от 8 до 20.

ГЛАВА XI. МЕХАНИЗМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ. ПЕРЕДАЧИ

§ 49. Назначение кулачковых механизмов и передач

Производя работу, рабочие органы машин и механизмов участвуют в самых разнообразных и строго определенных видах движения.

Для преобразования движений используют кулачковые механизмы и передачи.

Основное достоинство кулачковых механизмов заключается в том, что они позволяют легко получить требуемый, наперед заданный закон движения какого-либо звена.

При работе машины между ее рабочим органом и валом двигателя вводят промежуточные устройства, называемые *передачами*.

Передачи необходимы для преобразования движений из одного вида (обычно вращательного движения вала двигателя) в другой, который требуется для рабочего органа машины и зависит от ее назначения. Например, передача может быть предназначена для преобразования вращательного движения во вращательное же, но с другой угловой скоростью для получения различных по величине угловых скоростей (коробка скоростей). При помощи передачи может передаваться вращение с одного вала на другой, отстоящий от первого на некотором расстоянии.

К передачам, преобразующим одно вращение в другое, относятся зубчатые, цепные и ременные.

§ 50. Плоские кулачковые механизмы

Среди различных кулачковых механизмов выделяют четыре основных типа. Тип кулачкового механизма зависит от вида преобразуемого движения. Кулачковый механизм состоит из ведущего звена (кулачка) и ведомого звена. Он представляет собой высшую пару, так как соприкосновение звеньев происходит в точке. Кривую, по которой описан кулачок, называют *центровым профилем*.

Если в механизме происходит преобразование поступательного движения кулачка 1 в поступательное движение стержня 2, то такой механизм относят к первому типу (рис. 98, а). Механизмы, в которых поступательное движение кулачка преобразуется во вращательное движение стержня 2, относятся ко второму типу (рис. 98, б). Механизмы, преобразующие вращение кулачка 1 в поступательное движение стержня 2, относят к третьему типу (рис. 98, в). Если вращательное движение кулачка переходит во вращение стержня, то такие механизмы относят к четвертому типу (рис. 98, г). Чтобы уменьшить трение между кулачком и стержнем, на конце стержня устанавливают ролик.

Если известен профиль кулачка, то можно построить диаграмму движения стержня, и, наоборот, по заданной диаграмме движения стержня можно получить необходимый профиль кулачка. Кулачковые механизмы

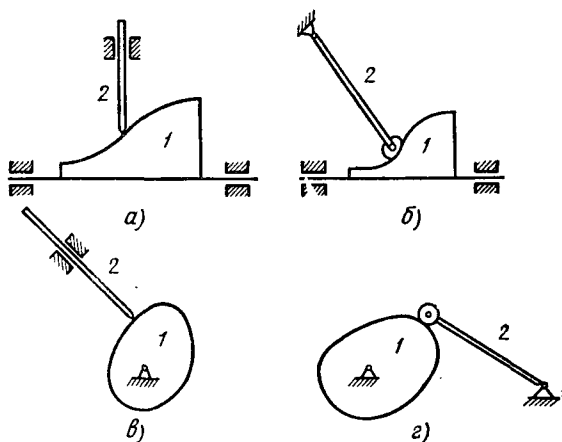


Рис. 98. Кулачковые механизмы первого (а), второго (б), третьего (в), четвертого (г) типов:

1 — кулачок, 2 — стержень

применяют в металлообрабатывающих станках-автоматах, в двигателях внутреннего сгорания и других машинах.

§ 51. Передача вращательного движения

При преобразовании вращательного движения происходит передача вращения с одного вала на другой, обычно при этом угловая скорость вращения изменяется. Вал двигателя называют *ведущим*, а вал, на который передают вращение, — *ведомым*.

Передаточным отношением $i_{1,2}$ называется отношение угловых скоростей ω_1 и ω_2 :

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Если n_1 и n_2 — соответственно частота вращения на первом и втором валах, то

$$i_{1,2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

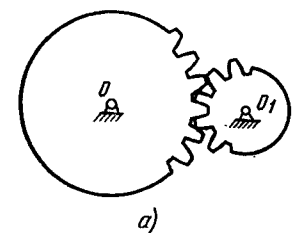
Если ω_1 (n_1) — угловая скорость ведущего вала, а ω_2 (n_2) — угловая скорость ведомого вала, то передаточное отношение в направлении силового потока равно отношению угловой скорости ω_1 к угловой скорости ω_2 и называется *передаточным числом*.

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (37)$$

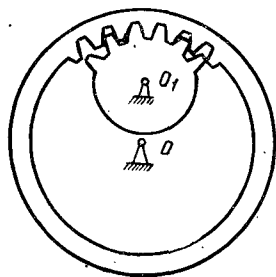
§ 52. Простейшие зубчатые передачи

Для передачи вращения с одного вала на другой, ему параллельный, используют цилиндрические зубчатые колеса. На рис. 99, а изображено внешнее зубчатое зацепление, на рис. 99, б — внутреннее зубчатое зацепление.

Элементами зацепления зубчатого колеса (рис. 100) являются:



а)



б)

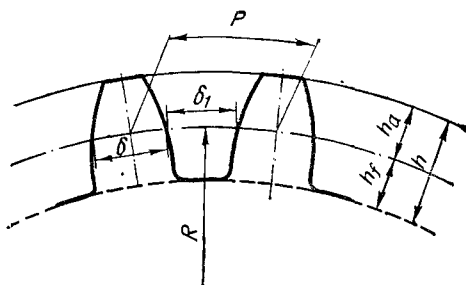


Рис. 99. Зубчатое зацепление:

а — внешнее, б — внутреннее

Рис. 100. Основные параметры зубчатого колеса

R — радиус делительной окружности зубчатого зацепления; p — шаг зацепления; h_a — высота головки зуба; h_f — высота ножки зуба; $h = h_f + h_a$ — высота зуба; δ — ширина зуба; δ_1 — ширина впадины.

По внешнему обводу зубьев проходит окружность выступов (пунктиром обозначена окружность впадин).

Обозначим число зубьев z :

$$z = \frac{2\pi R}{p} = \frac{\pi d}{p},$$

где d — диаметр делительной окружности.

Величину $\frac{p}{\pi}$ называют *модулем зубчатого колеса* и обозначают m :

$$m = \frac{p}{\pi}.$$

$$\text{Отсюда } d = mz; R = \frac{mz}{2}.$$

Модуль зацепления определяет основные его размеры по следующим зависимостям:

$$h_a = m; h_f = 1,25 m; h = 2,25 m.$$

Выбор формы зубьев определяется тем, что зубья должны перекачиваться без скольжения. Зубья могут быть очерчены по циклоиде или эвольвенте¹. Форму зубьев резьбы по циклоиде используют в точных машинах, в среднем машиностроении их очертание обычно принимают по эвольвенте.

В зубчатом зацеплении модули зацепляющих колес должны совпадать: $m_1 = m_2$; $p_1 = p_2$ (шаг зубьев одинаковый). Поскольку при зацеплении скорости колес в соприкасающихся точках одинаковы, то

$$R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2;$$

$$\text{но } R_1 = \frac{1}{2} z_1 m; \text{ и } R_2 = \frac{1}{2} z_2 m;$$

поэтому

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{z_2}{z_1}; \quad (38)$$

следовательно,

$$u_{2,1} = \frac{z_2}{z_1}$$

($u_{2,1}$ — передаточное число зубчатой передачи).

¹ Циклоида — кривая, которую описывает точка на ободе кругового диска, перекачивающегося без проскальзывания по прямой; эвольвента — кривая развертки окружности.

§ 53. Сложные зубчатые передачи. Конические зубчатые передачи

Иногда передача вращения с помощью одной пары зубчатых колес не удовлетворяет условиям работы машины, так как в такой передаче передаточное число обычно невелико. Если требуется получить большее передаточное число, то используют серию зубчатых колес — так называемую многоступенчатую передачу.

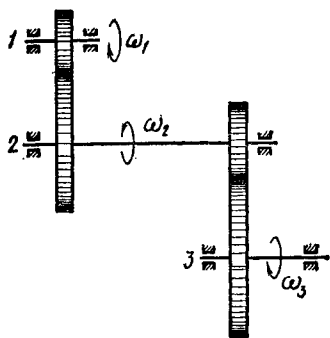


Рис. 101. Многоступенчатая зубчатая передача

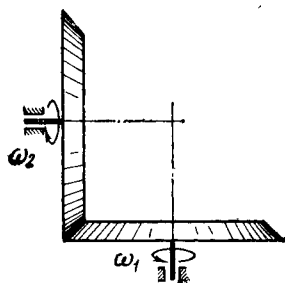


Рис. 102. Коническая зубчатая передача

Передаточное число u многоступенчатой зубчатой передачи (рис. 101) равно произведению передаточных чисел промежуточных пар колес. Действительно,

$$u_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}; \quad u_{2,3} = \frac{\omega_2}{\omega_3}; \quad u_{1,2} u_{2,3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = u_{1,3}. \quad (39)$$

Передача вращения с одного вала на другой, если валы расположены взаимно перпендикулярно, осуществляется с помощью конических зубчатых колес (рис. 102).

Передаточное число конической зубчатой передачи определяют так же, как и цилиндрической:

$$u_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}.$$

§ 54. Червячные передачи

Для передачи вращательного движения между перекрещивающимися осями применяют червячные передачи.

Червячная передача представляет собой разновидность зубчатого зацепления.

Простейшим типом червячной передачи (рис. 103) является передача с цилиндрическим червяком и колесом, когда оси вращающихся деталей расположены

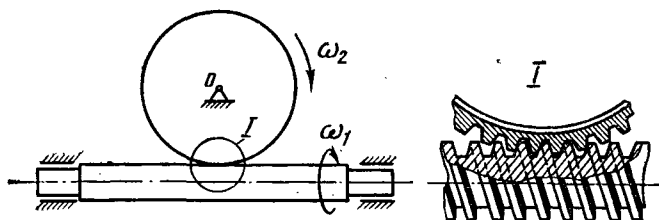


Рис. 103. Червячная передача

взаимно перпендикулярно. Червяк представляет собой вал с винтовой нарезкой. Зубчатое колесо входит в зацепление с винтом и воспринимает вращение от вала червяка.

Основные преимущества червячной передачи — плавность хода, компактность и большой диапазон передаточных чисел. Передаточное число червячной передачи принимают в пределах от 3 до 120. Передаточное число зависит от числа заходов винтовой нарезки червяка z_1 и числа зубьев колеса z_2 ; его определяют по формуле:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

§ 55. Фрикционные передачи

Для передачи вращательного движения применяют фрикционные передачи, в которых движение передается за счет трения.

На рис. 104, а изображена схема фрикционной передачи, состоящей из двух гладких цилиндрических колес, плотно прилегающих одно к другому. Возникаю-

щая между колесами сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ зависит от силы давления \vec{Q} :

$$|\vec{F}_{\text{тр}}| = f|\vec{Q}|.$$

При достаточно большой силе давления \vec{Q} ведущее колесо 1 сообщит вращательное движение ведомому колесу 2.

Как видно из приведенного примера, особенностью фрикционных передач является наличие силы внешне-

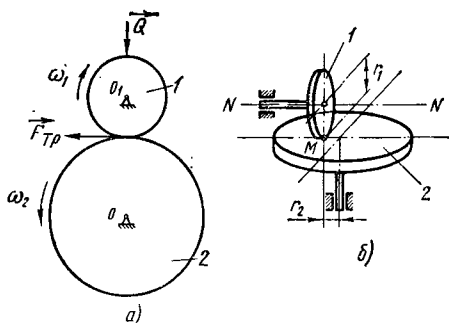


Рис. 104. Схема фрикционной передачи:

а — двух колес с параллельными осями, *б* — двух колес со взаимно перпендикулярными осями; 1 — ведущее колесо, 2 — ведомое колесо

го давления \vec{Q} . Поэтому в механизмах нужно вводить дополнительные устройства, обеспечивающие эту силу. Фрикционные передачи обладают большим преимуществом — они бесшумны и позволяют плавно изменять угловую скорость ведомого звена. Поясним это на примере. На рис. 104, *б* изображена схема фрикционной передачи, состоящей из двух цилиндрических колес, оси которых взаимно перпендикулярны.

Движение от колеса 1 передается к колесу 2 за счет трения в точке *М* (колесо 1 прижимается к колесу 2 системой пружин). Передаточное число *i* передачи равно:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \text{ но } \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2,$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1},$$

поэтому $i = \frac{r_2}{r_1}.$

Так как ведущее колесо 1 кроме вращения может совершать еще и поступательное перемещение вдоль линии NN , то радиус r_2 можно менять. При этом передаточное число будет переменным.

§ 56. Гибкие и цепные передачи

Для передачи вращательного движения при значительных расстояниях между осями валов, когда зубчатые передачи неприменимы, используют гибкие или цепные передачи.

Схема гибкой передачи изображена на рис. 105.

Передаточное число i зависит от радиусов шкивов и его определяют по формуле:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \text{ но } R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2,$$

поэтому $i = \frac{R_2}{R_1}$.

В гибких передачах вращение передается за счет силы трения, возникающей между ремнем и шкивами. Для увеличения силы трения ремень предварительно натягивают. Чтобы натянуть ремень, его длину делают несколько меньше теоретической. При этом ремень обжимает шкив и создается необходимая сила трения.

Начальное натяжение F_0 при работе ременной передачи переходит в рабочие натяжения ветвей F_1 и F_2 , между которыми существует зависимость

$$2F_0 = F_1 + F_2.$$

В ременных передачах имеет место некоторое проскальзывание ремня, поэтому диаметр ведомого шкива определяют по формуле:

$$D_2 = 0,98 i D_1,$$

где коэффициент 0,98 отражает упругое скольжение ремня.

На тяговую способность ременной передачи влияет величина угла обхвата α шкива ремнем. Чем больше α , тем больше обеспечена сила сцепления шкива с ремнем.

Цепные передачи работают по принципу зацепления. Вместо ремня в них применяют цепь, место шкивов занимают звездочки. Зацепление происходит между звеньями цепи и зубцами звездочек. Основной расчетной характеристикой цепной передачи является шаг цепи t , который равен расстоянию между звеньями.

На работе цепной передачи значительно сказываются точность монтажа и тщательность смазки. Недостатком цепной передачи является то, что цепь в процессе работы может вытягиваться.

ГЛАВА XII. ДЕТАЛИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ПРУЖИНЫ

§ 57. Оси и валы передач

Оси и валы поддерживают вращающиеся детали машин: маховики, зубчатые колеса, шкивы, барабаны и пр.

Оси и валы, обычно кругового сечения, могут быть сплошными и полыми. Оси обычно изготавливаются прямыми и могут быть двух типов: неподвижными или подвижными, вращающимися вместе с установленными на них деталями.

Как цилиндрические балки, оси передают нагрузку от веса вращающихся на них деталей на опоры и по прочности рассчитываются только на изгиб (см. гл. VIII).

В отличие от осей валы не только поддерживают вращающиеся детали машин, но и передают крутящие моменты, поэтому они испытывают сложные напряжения от совместного действия изгиба и кручения.

Валы всегда вращаются; они могут быть прямыми, коленчатыми или кривошипными. Коленчатые и кривошипные валы служат для взаимного преобразования вращательного и возвратно-поступательного движений.

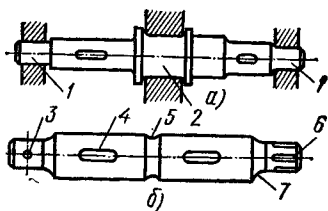


Рис. 106. Конструктивные элементы:

a — оси, b — вала; 1 — шип, 2 — шейка, 3 — отверстие, 4 — шпоночный паз, 5 — выточки, 6 — шлицы, 7 — галтель

Если значения крутящих моментов на валу значительно больше изгибающих моментов, валы считаются легко нагруженными и их можно рассчитывать только на кручение, пренебрегая влиянием изгиба (см. § 43).

Обычно оси и валы имеют две опоры, но могут быть и многоопорные трансмиссионные валы, отдельные части которых соединяются муфтами (см. § 59).

Части валов и осей, лежащие на скользящих опорах, называют *цапфами*.

В зависимости от положения на валу и направления воспринимаемой нагрузки цапфы называют шипами, шейками (рис. 106) или пятами.

Шип и шейка передают на опоры радиальную нагрузку, а пята — торцевая часть вала — передает на подпятник действие осевой силы.

Значение осевой силы особенно велико при вертикальном расположении осей и валов. Например, подпятники гидроагрегатов Волжской ГЭС им. В. И. Ленина испытывают нагрузку, достигающую 3400 тс.

Колоссальных величин достигают и крутящие моменты. Турбина через вал передает генератору вращающий момент

$$M = 0,975 \frac{N_T}{n}, \quad (40)$$

где M — вращающий момент, тс·м; N_T — мощность турбины, кВт; n — частота вращения вала, об/мин.

Вращающий момент агрегата Волжской ГЭС им. XXII съезда КПСС составляет 1640 тс·м, а агрегата Красноярской ГЭС — 3250 тс·м. Передача такого момента представляет собой сложную инженерную задачу, которая решается путем применения сварных тонкостенных валов большого диаметра (1500÷2500 мм).

Для соединения вала или оси с другими деталями на их поверхностях делают выточки, шпоночные пазы, шлицы или рассверливают отверстия (рис. 106). Для устранения концентрации напряжений переход от одного сечения вала к другому должен быть плавным в виде галтели (рис. 106).

§ 58. Опоры осей и валов

Оси и валы опираются на неподвижные части машин — опоры. Нагрузка от оси или вала передается опорами на станину машины и фундамент. В зависимости от направления воспринимаемой нагрузки опоры

делятся на подшипники, воспринимающие радиальную нагрузку, и подпятники, воспринимающие осевые силы. Комбинированные опоры воспринимают и радиальные и осевые нагрузки одновременно.

По роду трения между вращающейся деталью и опорой различают подшипники скольжения и подшипники качения.

Опоры скольжения. Простейшая конструкция подшипника, воспринимающего радиальную нагрузку, показана на рис. 107, а, б. Цапфа оси скользит по поверхности глухой втулки. Если втулка отлита как одно целое с корпусом 1, то в результате износа ее внутренней поверхности такой подшипник заменяют новым. В подшипниках со сменной втулкой 2 корпус сохраняется, а изношенная в работе втулка заменяется. Неразъемные (глухие) подшипники осложняют монтаж машины и поэтому применяются на концевых опорах тихоходных слабонагруженных осей и валов.

Разъемный подшипник (рис. 108) состоит из корпуса 2, прикрепляемого к станине 1 болтами 3, крышки подшипника 4 со смазочным устройством 5 и сменных вкладышей (полувтулок) 6. Крышка подшипника соединяется с корпусом болтами 7.

Зазор между валом и вкладышами регулируется прокладками, а по мере износа вкладышей подтягиванием болтов 4. Разъемные подшипники легко устанавливаются под любые части вала, под шипы, шейки, под промежуточные опоры.

Опоры скольжения, воспринимающие осевую нагрузку, называются *подпятниками* (рис. 109). В корпусе 2 подпятника помещена бронзовая или стальная линза 3, которая по мере износа заменяется новой. В ряде случаев в зависимости от вида смазки вкладыши изготавливают из дерева, текстолита, лигностона, винипласта, лигнофоля, резины.

Втулка 4 воспринимает радиальные нагрузки. Корпус 1 подпятника выполняют из серого чугуна или стального литья.

Опоры скольжения применяют при любых нагрузках и частотах вращения.

Опоры качения. Потери на трение качения в десятки раз меньше потерь на трение скольжения. По этой причине широкое распространение в технике получили подшипники качения.

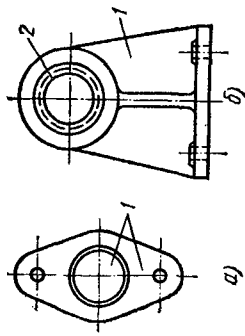


Рис. 107. Глухой подшипник:

а — литой, б — со съемной втулкой; 1 — корпус, 2 — съемная втулка

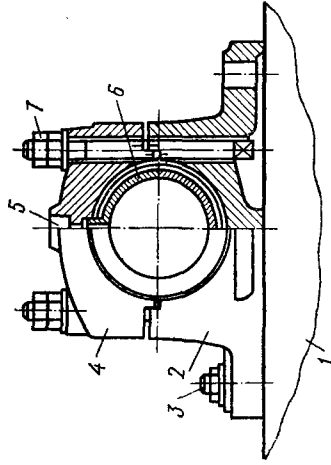


Рис. 108. Разъемный подшипник:

1 — станина, 2 — корпус, 3, 7 — болты, 4 — крышка, 5 — смазочное устройство, 6 — сменные вкладыши

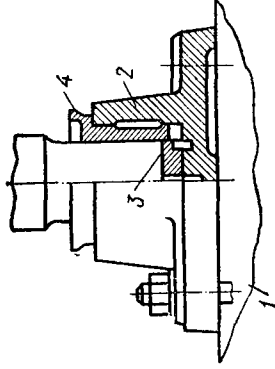


Рис. 109. Подпятник:

1 — станина, 2 — корпус, 3 — опорная линза, 4 — втулка

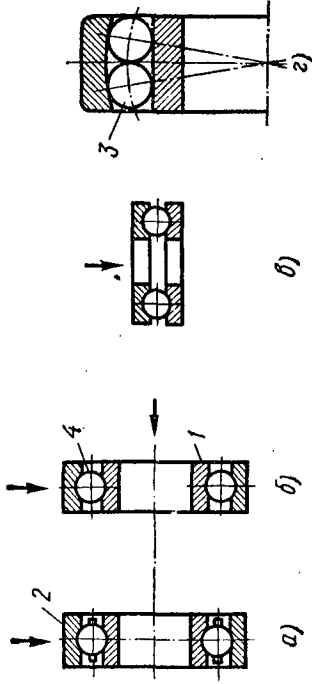


Рис. 110. Подшипник качения:

а, б, в — однорядные, г — двухрядные; 1 — внутреннее кольцо, 2 — наружное кольцо, 3 — тело качения, 4 — сепаратор

Подшипники качения (рис. 110) состоят из внутреннего кольца 1, наружного кольца 2, тел качения 3 и сепаратора 4.

Внутреннее кольцо пасаживается на вал или ось, а наружное кольцо соединяет вал с корпусом опоры. Между наружным и внутренним кольцом располагаются тела качения, удерживаемые кольцевой обоймой — сепаратором на постоянном расстоянии друг от друга. Телами качения в подшипниках являются шарики или ролики цилиндрической, конической, бочкообразной формы. По числу рядов тел качения подшипники могут быть однорядные (рис. 110, а, б, в) и двухрядные (рис. 110, г).

По характеру воспринимаемых нагрузок подшипники качения делятся на радиальные (рис. 110, а), воспринимающие только радиальные нагрузки; упорные (осевые) (см. рис. 110, б), воспринимающие только осевые нагрузки; радиально-упорные (см. рис. 110, в), воспринимающие радиальные и осевые нагрузки одновременно.

Все виды подшипников стандартизированы и в зависимости от размеров, действующих на них нагрузок и долговечности объединены в серии: легкие, средние и тяжелые подшипники.

В отличие от подшипников скольжения применение подшипников качения при больших нагрузках и высоких частотах вращения ограничено, они менее надежны при динамических нагрузках, более громоздки и дороги (в сериях тяжелых подшипников).

Подшипники качения смазывают густой или жидкой (при 5 м/с) смазкой, которая уменьшает трение скольжения тел качения о сепаратор, в торцах роликоподшипников, улучшает теплоотвод и предохраняет подшипники от коррозии.

§ 59. Муфты

Муфты служат для соединения отдельных частей вала в одно целое и передачи при этом крутящего момента от одного вала к другому. С помощью муфт можно также передавать вращение с вала на зубчатые колеса и шкивы, свободно насаженные на этом валу.

В зависимости от условий соединения и работы валов различают следующие конструкции муфт:

муфты постоянные, обеспечивающие длительное соединение валов и разъединяемые только при ремонте передачи;

муфты сцепные, позволяющие многократно соединять и разъединять валы во время работы;

муфты предохранительные, ограничивающие значение угловой скорости и крутящего момента или компенсирующие продольные температурные деформации вала;

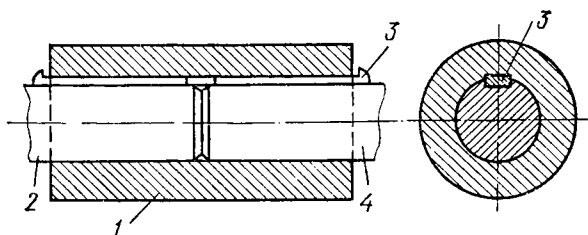


Рис. 111. Глухая втулочная муфта:
1 — корпус, 2, 4 — соединяемые валы, 3 — шпонка

муфты свободного хода, передающие вращение только в одном направлении.

Муфты постоянные могут быть жесткими или упругими. Упругие постоянные муфты смягчают удары и толчки.

Сцепные муфты делятся на следующие типы: а) кулачковые; б) фрикционные (дисковые, многодисковые, конусные, барабанные и др.); в) пружинно-шарнирные.

Предохранительные муфты могут быть жесткими и фрикционными. Жесткие муфты требуют точной центровки соединяемых частей вала. Ознакомимся с основными конструкциями муфт различного типа.

Глухая втулочная муфта (рис. 111) насаживается на концы соединяемых валов 2 и 3 и закрепляется на них с помощью шпонок 4.

Поперечно-свертная муфта (рис. 112) состоит из двух дисков 1 и 2, которые напрессовываются на концы соединяемых валов 3 и 4.

Центровка частей вала, соединяемых дисковой муфтой, обеспечивается центрирующим выступом 5.

Крутящий момент от одной части вала к другой передается через соединительные болты поперечно-сверт-

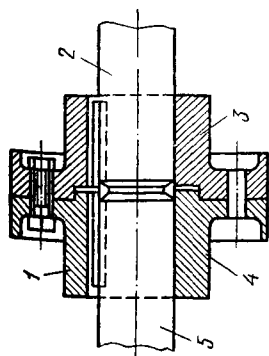


Рис. 112. Поперечно-свертная муфта:
1, 3 — диски, 2, 5 — соединяемые валы,
4 — центрирующий выступ

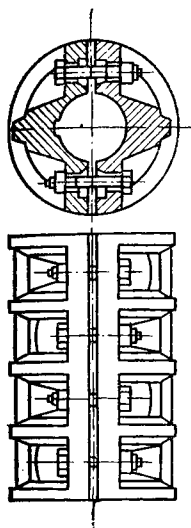


Рис. 113. Продольно-свертная муфта

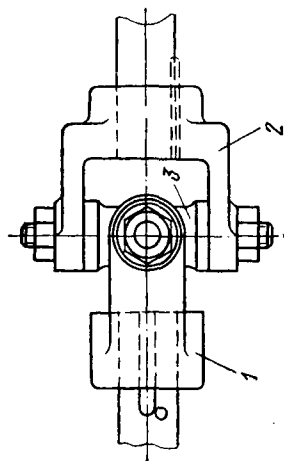
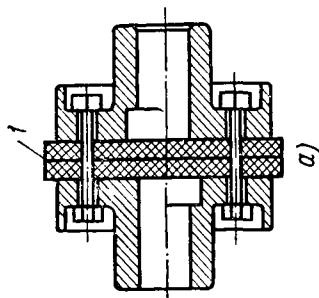
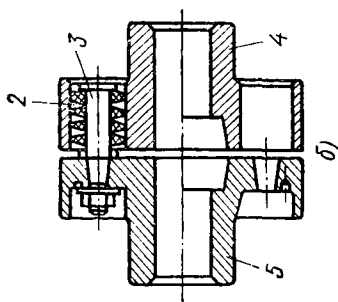


Рис. 114. Крестово-шарнирная муфта:
1, 2 — вилки, 3 — крестовина



а)



б)

Рис. 115. Упругая муфта с прокладками (а) и резиновыми пальцами и кольцами (б):

1 — упругие прокладки, 2 — кольца, 3 — стальной палец, 4, 5 — полу-муфта

ной муфты за счет трения, возникающего в торцах дисков.

Продольно-свертная муфта (рис. 113) состоит из двух полумуфт, стягиваемых на валу болтами. Крутящий момент в продольно-свертной муфте передается силами трения муфты о вал и шпонкой. При установке продольно-свертных муфт соединяемые части вала должны быть точно центрированы.

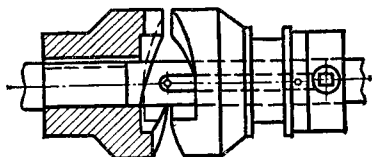


Рис. 116. Сцепная кулачковая муфта

К жестким сцепным муфтам относится крестово - шарнирная муфта (рис. 114), которой соединяют валы, пересекающиеся под углом, когда передача не может быть выполнена по одной прямой.

Крестово-шарнирная муфта состоит из двух вилок 1, 2 и крестовины 3, соединенных шарнирно.

Незначительные монтажные перекосы и смещения геометрических осей валов нейтрализуются упругими муфтами.

В упругой муфте жесткие диски, сидящие на полувалах, соединяются между собой через упругое тело (резиновые прокладки, втулки, пальцы или стальные пружины).

На рис. 115, а, б показаны упругие муфты, в которых упругим телом служит набор резиновых прокладок 1, или резиновых колец 2, надетых на стальной палец 3, закрепленный в полумуфте 4. Полумуфта 5 приводится в движение через палец и кольца 2.

Сцепная кулачковая муфта (рис. 116) используется для многократного соединения и отключения валов во время работы. Одна из полумуфт при этом жестко соединена с валом, а другая может перемещаться по шпонке или по шлицам вдоль вала. При включении муфты кулачки (зубцы), расположенные на торцевых поверхностях одной полумуфты, входят во впадины другой.

Фрикционные сцепные муфты передают крутящий момент силами трения, обеспечивая плавное соединение ведущего вала с неподвижным валом.

§ 60. Пружины

Для компенсации и амортизации резких толчков, вибраций и смещений, вызванных динамическими нагрузками, в конструкциях машин и приборов широко используют пружины (рис. 117). Пружины пред-

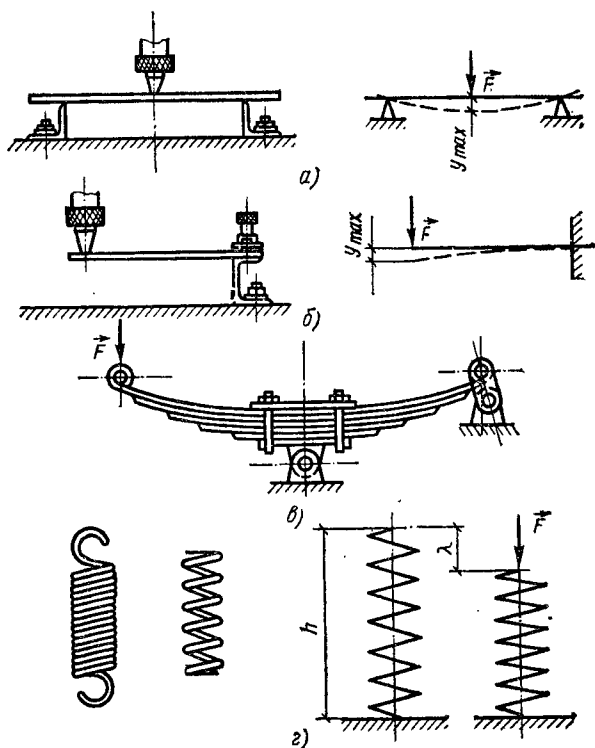


Рис. 117. Плоская консольная пружина (а), балочная пружина (б), рессора (в), цилиндрическая винтовая пружина (г)

ставляют собой различного вида (плоские, цилиндрические, кольцевые) упругие элементы, деформация которых (растяжение, сжатие) прямо пропорциональна упругой силе:

$$F = -cx, \quad (41)$$

где c — постоянный коэффициент пропорциональности

(жесткость пружины), кгс/см; x — смещение точки массой m от положения равновесия, см.

Тело, подвешенное на упругой пружине, совершает гармонические колебания

$$x = a \sin (kt + \alpha) \quad (42)$$

с амплитудой

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{k^2}} \quad (43)$$

и начальной фазой α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{kx_0}{v_0}, \quad (44)$$

где x_0 и v_0 — соответственно начальные смещения и скорость, при которых начались эти колебания; $k^2 = \frac{c}{m}$

(k — круговая частота колебаний).

Период таких колебаний определяют по формуле

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}. \quad (45)$$

Если вес груза P полностью уравновешивается реакцией пружины:

$$P = c\lambda_{\text{ст}},$$

где $\lambda_{\text{ст}}$ — статическое удлинение пружины в положении равновесия, то период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda_{\text{ст}}}{g}}. \quad (46)$$

При решении задач по формуле (41) обычно приходится определять либо величину деформации пружины (x), либо силу, которая воздействует на пружину при ее допустимой деформации.

Предельные прогибы плоских консольных пружин

$$y_{\text{max}} = \frac{Fl^3}{3EI}, \quad (47)$$

а для полосовых листов, опертых на две опоры,

$$y_{\text{max}} = \frac{Fl^3}{48EI}, \quad (48)$$

где F — сосредоточенная сила; l — длина консоли или

пролета балки между опорами; E и I — соответственно модуль упругости материала и осевой момент инерции сечения.

Если нагрузка значительна, то полосовые листы собирают в виде пакетов (рессор), упругие свойства которых характеризуются их коэффициентом жесткости.

Жесткость таких сложных рессор s определяют опытным путем.

Осадку винтовой цилиндрической пружины вычисляют по приближенной формуле

$$\lambda \doteq \frac{8FD^3n}{Gd^4}, \quad (49)$$

где F — осевая нагрузка; D и n — соответственно средний диаметр и число витков пружины; G — модуль сдвига (см. § 28); d — диаметр проволоки пружины.

Осадка пружины λ равна изменению высоты пружины под нагрузкой (см. рис. 117, z).

Шагом пружины называют расстояние между осями проволоки двух смежных витков. Различают пружины с малым и большим шагом. Для пружин с малым шагом угол наклона витка пружины не превышает $8 \div 10^\circ$.

Отношение $p = \frac{D}{d}$ называют *индексом пружины*, который обычно колеблется в пределах $4 \div 12$.

Винтовые пружины должны сочетать прочность с большой деформативностью, поэтому их изготавливают из высокопрочных материалов, применяя закалку и термическую обработку металлов. Для пружин, испытывающих динамические и переменные напряжения, допускаемые напряжения снижают на $20 \div 60\%$.

ГЛАВА XIII. ПРОСТЫЕ ГРУЗОПОДЪЕМНЫЕ МАШИНЫ

Применяемые в строительстве грузоподъемные машины предназначены для перемещения грузов в пределах строительной площадки. К ним относятся разного рода подъемники, лебедки, домкраты, строительные краны и другие машины и приспособления. При современном уровне сборного домостроения грузоподъемные машины являются неотъемлемой частью оборудования строительной площадки. Грузоподъемные машины облегчают труд рабочих, повышая производительность их труда.

§ 61. Блоки и полиспасты

К самым простым грузоподъемным машинам относятся блоки и полиспасты (тали).

Блок представляет собой диск, имеющий ось вращения; по ободу блока расположен желобок, в котором скользит трос. Если ось блока закреплена, то блок

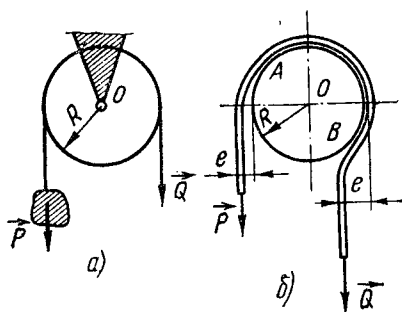


Рис. 118. Неподвижный блок:
а — схема, б — действующие силы

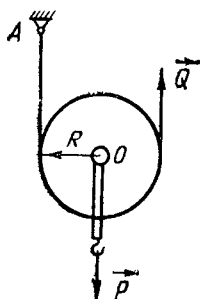


Рис. 119. Подвижный блок

называют *неподвижным* (рис. 118, а). Действующими силами являются: натяжение троса от руки рабочего \vec{Q} и вес поднимаемого груза \vec{P} . Из условий равновесия (суммы моментов относительно центра) следует, что $P=Q$. Таким образом, неподвижный блок не дает выигрыша в силе, он лишь изменяет ее направление.

С учетом коэффициента полезного действия η можно записать:

$$Q = \frac{P}{\eta}.$$

Значение коэффициента полезного действия зависит от потерь на трение, а также от жесткости троса. При работе блока трос, набегая на блок (слева на рис. 118, б), не сразу принимает его кривизну и начинает прилегать к блоку в точке А. В то же время, сбега с блока (справа на рис. 118, б), трос задерживается, отделяясь от блока лишь в точке В. В результате уравнение равновесия (сумма моментов относительно центра) имеет вид:

$$P(R + e) = Q(R - e).$$

Отсюда

$$Q = P \left(\frac{R+e}{R-e} \right) = P \left(\frac{1 + \frac{e}{R}}{1 - \frac{e}{R}} \right) = P \left(1 + \frac{2e}{R-e} \right) \approx \approx P \left(1 + 2 \frac{e}{R} \right). \quad (50)$$

Величину $\frac{2e}{R}$, зависящую от жесткости троса, определяют экспериментально.

Подвижным блоком (рис. 119) называют блок, геометрическая ось которого может перемещаться. Из условий равновесия имеем:

$$\sum M_A = 0; PR = Q \cdot 2R; Q = \frac{P}{2}.$$

Таким образом, теоретически подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза.

С учетом коэффициента полезного действия натяжение троса определяют по формуле:

$$Q = \frac{P}{2\eta}.$$

Коэффициент полезного действия подвижного блока, так же как и неподвижного, зависит от трения и жесткости троса.

Полиспаст (таль) представляет собой систему соединенных подвижных и неподвижных блоков. Полиспаст, показанный на рис. 120, состоит из шести блоков: трех подвижных и трех неподвижных. Все подвижные блоки соединены в обойму I, а неподвижные — в обойму II.

Рассекая трос сечением mn , из условий равновесия получим:

$$P = 6Q; Q = \frac{P}{6},$$

но выигрывая в силе, проигрываем в расстоянии.

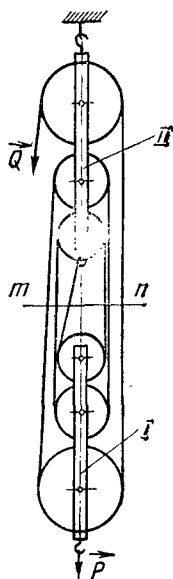


Рис. 120. Полиспаст

§ 62. Лебедки и домкраты

Более сложная грузоподъемная машина — строительная лебедка, основными элементами которой являются барабан и зубчатые колеса для передачи вращения от ведущего вала к ведомому — к барабану.

Различают лебедки ручные и механические. Ручные лебедки приводятся в движение от руки рабочего (на лебедках могут работать один-два или четыре рабочих). Грузоподъемность ручных лебедок до 10 тс. Механические лебедки работают от электродвигателя.

Для подъема груза на небольшую высоту используют домкраты.

Домкрат удобен тем, что благодаря небольшому весу и компактности его можно переносить с одного места на другое.

Отличие домкрата от других подъемных механизмов заключается в том, что он приподнимает груз снизу, поэтому при подъеме груза необходимо удерживать от опрокидывания.

Домкратом можно поднимать груз до 15 тс на высоту до 0,4 м.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение

3

Раздел I.

Некоторые понятия статики, кинематики, динамики

Глава I. Статика	7
§ 1. Векторные и скалярные величины	7
§ 2. Основные понятия статики	8
§ 3. Аксиомы статики	11
§ 4. Связи и реакции связей	13
§ 5. Основные виды типовых связей	14
§ 6. Плоская система сил. Момент силы. Пара сил	17
§ 7. Две основные задачи статики для плоской системы сил	19
§ 8. Решение задач о равновесии тел под действием плоской системы сил	23
§ 9. Трение	30
Глава II. Кинематика	35
§ 10. Основные понятия	35
§ 11. Поступательное движение твердого тела	36
§ 12. Вращательное движение твердого тела	39
§ 13. Преобразование движений	42
Глава III. Динамика	45
§ 14. Основные понятия	45
§ 15. Работа силы	47
§ 16. Мощность	49
§ 17. Закон сохранения механической энергии	50
§ 18. Коэффициент полезного действия	53

Раздел II.

Основы сопротивления материалов

Глава IV. Основные понятия	54
§ 19. Задачи предмета. Определения	54
§ 20. Силы, действующие на элемент	56
§ 21. Метод сечений	57
§ 22. Нормальное и касательное напряжения	58
§ 23. Рабочие, предельные и допускаемые напряжения. Коэффициент запаса	59
§ 24. Проектный и проверочный расчеты	63
Глава V. Растяжение, сжатие, смятие	64
§ 25. Напряжения и деформации при растяжении и сжатии	64
§ 26. Примеры расчета элементов на растяжение и сжатие	69
§ 27. Смятие	71

Глава VI. Сдвиг (срез)	71
§ 28. Деформации и напряжения при сдвиге (срезе)	71
§ 29. Расчет заклепки	73
§ 30. Расчет сварных соединений	75
§ 31. Расчет врубки	77
Глава VII. Расчет ферм	78
§ 32. Понятие о фермах	78
§ 33. Определение усилий в стержнях ферм	80
§ 34. Подбор сечений стержней фермы	83
Глава VIII. Изгиб балок	84
§ 35. Нагрузки, действующие на балку	84
§ 36. Понятие об изгибе	85
§ 37. Понятие об изгибающем моменте и поперечной силе	87
§ 38. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов	92
§ 39. Напряжения при изгибе прямого бруса	94
§ 40. Расчет балок на прочность при изгибе	97
§ 41. Понятие о явлении продольного изгиба	100
Глава IX. Кручение	102
§ 42. Понятие о кручении	102
§ 43. Расчет круглого вала на кручение	104

Раздел III.

Основные понятия о механизмах, машинах и деталях машин

Глава X. Соединения деталей машин	107
§ 44. Машины и их основные элементы	107
§ 45. Разъемные и неразъемные соединения	110
§ 46. Сварные соединения	115
§ 47. Клиновые соединения	119
§ 48. Соединения на шпонках	119
Глава XI. Механизмы преобразования движения. Передачи	120
§ 49. Назначение кулачковых механизмов и передач	120
§ 50. Плоские кулачковые механизмы	121
§ 51. Передача вращательного движения	122
§ 52. Простейшие зубчатые передачи	123
§ 53. Сложные зубчатые передачи. Конические зубчатые передачи	125
§ 54. Червячные передачи	126
§ 55. Фрикционные передачи	126
§ 56. Гибкие и цепные передачи	128
Глава XII. Детали вращательного движения. Пружины	129
§ 57. Оси и валы передач	129
§ 58. Опоры осей и валов	130
§ 59. Муфты	133
§ 60. Пружины	137
Глава XIII. Простые грузоподъемные машины	139
§ 61. Блоки и полиспасты	140
§ 62. Лебедки и домкраты	142

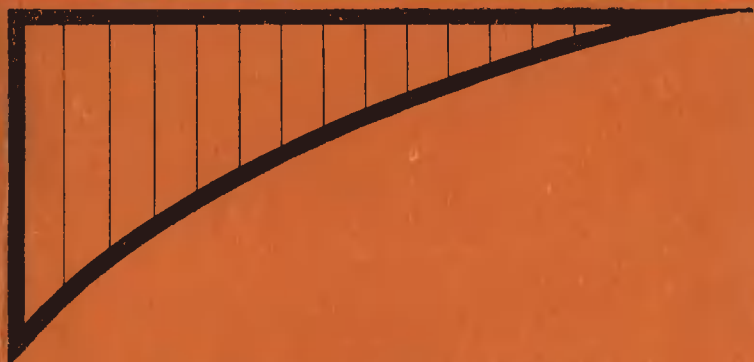
15 коп.

ПРОФТЕХОБРАЗОВАНИЕ



ПРИКЛАДНАЯ
МЕХАНИКА

Н.Н.ПАШКОВ·Н.А.НИЛЬ



ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ДЛЯ СТРОИТЕЛЕЙ

