

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ВСЕСОЮЗНОЕ АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ
ОБЩЕСТВО

Г. М. Попов

КОНЦЕНТРИЧЕСКИЕ
ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ
И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ
В ОПТИЧЕСКОМ
ПРИБОРОСТРОЕНИИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
Москва 1969

Концентрические оптические системы и их применение в оптическом приборостроении. Попов Г. М. Изд-во «Наука», 1969.

В книге описываются так называемые концентрические оптические системы, сочетающие большую светосилу со значительным полем зрения. В первой части книги дается общая теория концентрических систем, во второй — применение изложенной теории к конкретным оптическим системам, которые используются или могут использоваться в астрономическом приборостроении. Автор дает простой метод расчета оптических систем и создаваемых ими аберраций с примерами его применения. В частности, рассмотрены такие пользующиеся популярностью системы, как система Максудова, Шмидта, Супер-Шмидт и другие.

Рассчитана на оптиков-конструкторов, астрономов-специалистов, аспирантов и студентов астрономической специальности.

Страниц 125. Иллюстр. 36. Табл. 11.

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

кандидат физ.-матем. наук

Н. Н. М И Х Е Л Ь С О Н

ВВЕДЕНИЕ

Среди книг по оптике и приборостроению остается неосвещенным вопрос о концентрических оптических системах, которые находят все большее применение как в астрофизике, так и в различных других областях науки и техники — в спектроскопии, в рентгеновской технике (фотографирование изображения, возникающего на флуоресцирующем экране), а также для проекции изображений, в основном телевизионных, на экран и в других областях.

Исходя из этих соображений, мы и решили изложить вопросы теории и расчета концентрических систем в настоящей монографии, взяв за основу многочисленные статьи различных авторов, а также наши исследования, выполненные в КРАО АН СССР.

Интерес к концентрическим оптическим системам объясняется возможностью рассчитать и изготовить системы с ценными свойствами — большой светосилой в сочетании со значительным полем зрения. Широко известны менисковые системы, в частности, концентрические, предложенные профессором Д. Д. Максutowым и А. Бауверсом [1, 2, 3, 4]. В системе Бейкера «Супер-Шмидт» имеются два концентрических мениска и концентричное с ними сферическое зеркало, причем в центре кривизны системы расположена асферическая хроматическая пластинка. Концентрическая система Максutowа—Бауверса была впоследствии модифицирована Линфуттом [5], поместившим в центре кривизны системы асферическую хроматическую пластинку. Впоследствии А. Бауверс и В. Ф. Бабинцев нашли, что трудная в изготовлении асферическая поверхность этой пластинки может быть заменена более простой в изготовлении конической поверхностью [6, 7].

А. Бауверсом и Л. В. Романовой [6, 8] был предложен объектив типа «концентрический менисковый каскарен», разработанный затем подробно рядом авторов [9]. Был разработан также и ряд линзовых концентрических систем ([10], стр. 364; [11], стр. 495). Многие из перечисленных систем нашли применение на практике.

Однако следует отметить сравнительно низкий уровень наших знаний по теории аберраций концентрических систем, что затрудняет их расчет и тормозит поиски новых конструкций, в особенности это относится к системам с большой светосилой. Существенный

вклад в этот вопрос был сделан Геккером, разработавшим параксиальную теорию концентрических систем, а также некоторые вопросы, касающиеся аберраций в концентрических системах. Однако ему не удалось получить простых формул для аберраций концентрических систем и его разложения аберраций в степенные ряды практически непригодны для вычислений вследствие сложности. Вопрос о внеосевых аберрациях чисто теоретически рассматривался Фокке [12], установившим существование связи между коэффициентами осевых и внеосевых аберраций, но он не дал выражений для коэффициентов в явном виде, оставив, таким образом, вопрос о вычислении внеосевых аберраций без ответа. Вопрос о пространственных и бисферических системах был рассмотрен Бегебольдом и Герцбергером [13]; впрочем, этот вопрос представляет в основном лишь теоретический интерес. Формулы для вычисления сферической аберрации в концентрической системе были выведены Л. В. Романовой [14], они отличаются значительной сложностью. В работе М. М. Русинова [15] устанавливается зависимость продольной сферической аберрации концентрической системы от положения объекта. Мы ставим своей целью изложение теории аберраций концентрических систем, изучение их свойств и методики расчета, а также расчет конкретных систем, обладающих высокой светосилой и полем зрения, измеряемым десятками градусов. Поэтому наша работа состоит из двух частей: первой — теоретической, содержащей основные результаты, полученные нами и другими авторами по теории аберраций концентрических систем, и второй части, содержащей расчет наиболее употребительных концентрических систем, в том числе и ряда оригинальных конструкций, предложенных автором. Многие из рассчитанных систем были успешно осуществлены и используются астрономами.

ОСЕВЫЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКИЕ АБЕРРАЦИИ

1. Основные формулы для тригонометрического расчета хода лучей в концентрических системах

В настоящей работе мы будем рассматривать только концентрические системы. Концентрической мы называем систему, состоящую из конечного числа сферических поверхностей, центры кривизны которых совмещены в одной точке; эту точку в дальнейшем для краткости будем называть центром системы.

Сферические поверхности разграничивают среды с различными показателями преломления, причем показатели преломления, вообще говоря, могут быть функциями расстояния от центра системы.

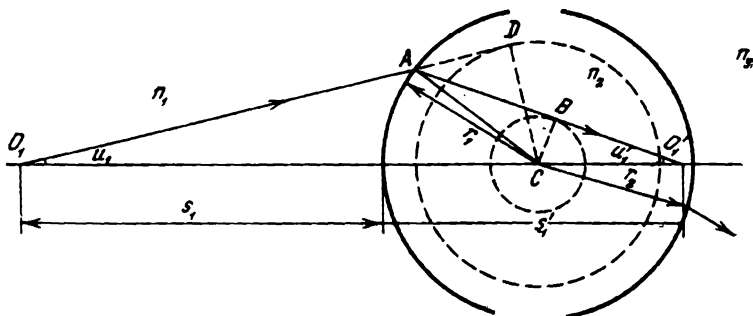


Рис. 1

Однако здесь мы ограничимся только случаем, имеющим наибольший практический интерес, а именно, случаем, когда система содержит только постоянные показатели преломления. Выведем формулы для расчета хода лучей в концентрической системе. Рассмотрим ход действительного луча, лежащего в меридиональной плоскости, через соседние концентрические поверхности (рис. 1), радиусы кривизны которых равны r_1 и r_2 ; эти поверхности разграничивают

среды с показателями преломления n_1 , n_2 и n_3 . Пусть луч света исходит из точки O_1 (см. рис. 1), расположенной на расстоянии s_1 от первой поверхности системы, и идет под углом u_1 к перпендикуляру, опущенному из точки O_1 на эту поверхность. Введем обозначение $(r_1 - s_1) \sin u_1 = H$. Графическое построение луча, проходящего через концентрическую систему, производится по касательным к окружностям, проведенным от центра системы и имеющим радиусы H , $n_1 H / n_2$ (на рис. 1 это обозначено пунктиром). Действительно, синус угла падения на первую поверхность при этом выразится формулой

$$\sin i_1 = \frac{H}{r_1}.$$

Для угла преломления аналогично имеем

$$\sin i_1' = \frac{n_1 H}{n_2 r_1}.$$

Очевидно, что $\sin i_1$ и $\sin i_1'$ удовлетворяют закону преломления

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_1'} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Из рассмотрения треугольников O_1AC , ADC , ABC и ACO_1' находим

$$u_1' = u_2 = u_1 + i_1' - i_1 = u_1 + \arcsin \frac{n_1 H}{n_2 r_1} - \arcsin \frac{H}{r_1}. \quad (1)$$

Из треугольника BCO_1' получаем

$$r_1 - s_1' = \frac{n_1 H}{n_2 \sin u_2}, \quad (2)$$

или

$$s_1' = r_1 - \frac{n_1 H}{n_2 \sin u_2}. \quad (3)$$

Формулы (1), (2) и (3) определяют ход луча, преломленного первой поверхностью системы.

Будем чертить все схемы таким образом, чтобы лучи света распространялись слева направо и будем считать положительным именно такое направление распространения света. Величины s и r положительны, если точка пересечения луча с осью и центр кривизны первой поверхности лежат вправо от вершины поверхности. Углы u и u' положительны, если для совмещения луча с положительным направлением оптической оси OO_1' луч нужно вращать против часовой стрелки. В концентрической системе часто приходится рассматривать отрезки $r - s$ и $r - s'$ — расстояния от центра системы до предмета и изображения соответственно, пра-

вило знаков для этих отрезков оказывается таким же, как и для r . В случае отражения следует принять, что отражающая поверхность разделяет две среды с показателями преломления, равными по величине, но с противоположными знаками, т. е. что $n_1 = -n_2$; при этом вышеприведенные формулы остаются в силе.

После преломления на второй поверхности будем иметь

$$\begin{aligned}\sin i_2 &= \frac{n_1 H}{n_2 r_2}; & \sin i'_2 &= \frac{n_1 H}{n_3 r_2}; \\ u'_2 &= u_3 = u_2 + \arcsin \frac{n_1 H}{n_3 r_2} - \arcsin \frac{n_1 H}{n_2 r_2}; \\ r_2 - s'_2 &= \frac{n_1 H}{n_3 \sin u_3}.\end{aligned}$$

Продолжая этот процесс, для m -й поверхности найдем

$$\begin{aligned}\sin i_m &= \frac{n_1 H}{n_m r_m}; & \sin i'_m &= \frac{n_1 H}{n_{m+1} r_m}; \\ u'_m &= u_{m+1} = u_1 + \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{n_1 H}{n_i r_i} \right); \\ r_m - s'_m &= \frac{n_1 H}{n_{m+1} \sin u_{m+1}}.\end{aligned} \quad (4)$$

Если предмет (точка O_1) лежит в бесконечности, то формула для u_{m+1} упрощается

$$u_{m+1} = \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{n_1 H}{n_i r_i} \right), \quad (5)$$

где

$$H = \lim_{s_1 \rightarrow \infty} [(r_1 - s_1) \sin u_1].$$

Введем обозначения: $P = r_1 - s_1$; $P' = r_m - s'_m$, где P представляет собой расстояние от центра системы до предмета, P' — расстояние от центра системы до изображения; эти величины подчиняются вышеизложенному правилу знаков. Заметим, что графическое построение луча через систему из m концентрических поверхностей может быть выполнено точно так же, как и вышеприведенное построение для одной поверхности. Это построение облегчается, если система содержит только зеркальные поверхности, т. к. при этом необходимо построение только одной вспомогательной окружности. Графическое построение хода лучей оказывается полезным при габаритном расчете системы, при опреде-

лении световых диаметров оптических деталей, входящих в систему, при определении виньетирования в системе, а также на начальных стадиях расчета светосильных систем для предварительного нахождения решения. Для лучшего уяснения процесса графического построения хода лучей на рис. 2 выполнено построение хода луча через менисковую concentрическую систему Максутава; вспомогательные окружности проведены пунктиром, равно как и продолжения лучей, касающиеся этих вспомогательных окружностей. Последовательность действий при построении хода луча на рис. 2 следующая: вычерчиваем в удобном масштабе схему системы, т. е. значения радиусов поверхностей ее r_1, r_2, r_3 с центром

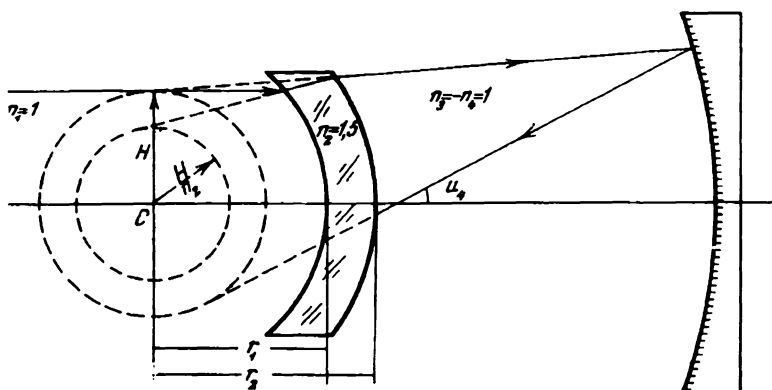


Рис. 2

в точке C , затем проводим луч, идущий в систему от объекта, расположенного слева, и строим вспомогательную окружность с радиусом H , равным расстоянию луча от точки C (очевидно, луч пойдет по касательной к окружности). Далее следует построить луч, преломленный первой поверхностью, для чего вычерчивается вспомогательная окружность с радиусом H/n_2 (предполагается, что линза находится в воздухе). Касательная к этой окружности, проходящая через точку пересечения падающего луча с первой поверхностью, представляет собой преломленный этой поверхностью луч. Находим точку пересечения преломленного луча со второй поверхностью линзы и проводим касательную из этой точки к первой вспомогательной окружности (с радиусом H). Эта касательная является лучом, преломленным второй поверхностью линзы. Находим точку пересечения этого луча с отражающей поверхностью системы и проводим касательную из этой точки к первой вспомогательной окружности; точка пересечения этого луча с оптической осью системы будет искомым изображением точки предмета. Приме-

няя формулы (4) к системе, изображенной на рис. 2, получим

$$u_4 = \arcsin \frac{H}{n_2 r_1} - \arcsin \frac{H}{r_1} + \arcsin \frac{H}{r_2} - \arcsin \frac{H}{n_2 r_2} - \\ - 2 \arcsin \frac{H}{r_3}; \\ P' = r_3 - s_3' = - \frac{H}{\sin u_4}.$$

Эти формулы однозначно определяют ход преломленного системой луча.

Покажем теперь, что для концентрической системы справедливо свойство инвариантности оптической длины перпендикуляра, опущенного из центра системы на луч. Действительно, рассмотрение выражений для $\sin i_1$, $\sin i_1'$ и $(r_1 - s_1) = P$ показывает, что они связаны соотношением

$$n_1 r_1 \sin i_1 = n_2 r_1 \sin i_1' = n_2 (r_1 - s_1') \sin u_2 = n_1 H.$$

Аналогичная зависимость имеет место и для второй поверхности

$$n_2 r_2 \sin i_2 = n_3 r_2 \sin i_2' = n_3 (r_2 - s_2') \sin u_3 = n_1 H.$$

Продолжая этот процесс, найдем для m -й поверхности

$$n_m r_m \sin i_m = n_{m+1} r_m \sin i_m' = n_{m+1} (r_m - s_m') \sin u_{m+1} = n_1 H. \quad (6)$$

Эти равенства означают, очевидно, инвариантность оптической длины перпендикуляра, опущенного из центра системы на луч; оптическую длину этого перпендикуляра, численно равную $n_1 H$, обозначим через « K » и назовем инвариантом концентрической системы.

2. Параксиальная оптика концентрических систем

Выведем основные формулы параксиальной оптики для концентрических систем. Законы параксиальной (гауссовой) оптики относятся к бесконечно малой области, окружающей оптическую ось системы. Эта область исследуется с помощью параксиальных лучей. Пользуясь законами параксиальной оптики, можно в простой математической форме найти соотношения между положением и величиной предмета и положением и величиной соответствующего ему изображения.

Пространство, в котором находятся предметы, назовем пространством предметов; пространство, в которое выходят лучи из оптической системы, назовем пространством изображения. Основные формулы для расчета параксиальных лучей в концентрической системе легко вывести из общих формул (4), полагая H

малым (при малых H тригонометрические функции в (4) заменяются аргументами этих функций)

$$(u_{m+1})_p = (u_1)_p + \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i} - \frac{n_1 H}{n_i r_i} \right); \quad (7)$$

$$r_m - (s_m)_p = \frac{n_1 H}{n_{m+1} (u_{m+1})_p} = P'_p, \quad (8)$$

где индекс p означает, что величина рассматривается в параксиальной области. Величина P'_p представляет собой расстояние параксиального изображения от центра системы, а так как это расстояние вследствие симметрии системы относительно центра одинаково как для осевого пучка, так и для произвольного наклонного пучка, то P'_p представляет собой радиус кривизны поля системы (эта формула аналогична известной формуле Петцваля, определяющей кривизну поля третьего порядка в concentрической системе при отсутствии астигматизма). Из формулы (8) находим $(u_{m+1})_p$, подставляем его в (7) и, принимая во внимание, что $(u_1)_p = H/(r_1 - s_1) = H/P$, получим

$$\frac{1}{n_{m+1} P'_p} - \frac{1}{n_1 P} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right), \quad (9)$$

где $P = r_1 - s_1$ — расстояние от центра до предмета. Формула (9) позволяет по заданному P находить P'_p . Величину $\frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right)$ назовем оптической силой i -й поверхности системы и обозначим φ_i ; тогда вся правая часть (9) представит собой оптическую силу всей системы $\Phi = \sum_{i=1}^m \varphi_i$. Таким образом, оптическая сила concentрической системы получается простым суммированием сил компонентов системы.

Выражение для заднего фокусного расстояния в параксиальной области получаем делением H на параксиальный последний угол системы, причем H есть высота точки падения луча, идущего из бесконечно удаленной точки, на первую поверхность системы в прямом ходе, а величину $(u_{m+1})_p$ находим по формуле (7), полагая $(u_1)_p = 0$

$$f' = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \frac{n_1}{r_i}} = \frac{1}{n_1 \Phi}. \quad (10)$$

Переднее фокусное расстояние f системы находим по формуле, связывающей передние и задние фокусные расстояния системы

([16], стр. 291):

$$f = (-1)^{\mu+1} f' \frac{n_1}{n_{m+1}} = (-1)^{\mu+1} \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{n_{m+1}}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right)}, \quad (11)$$

где μ — число отражающих поверхностей системы.

Зная значения переднего и заднего фокусных расстояний в системе, а также расстояния от центра до изображения при положении предмета в бесконечности и до предмета при положении изображения в бесконечности, из формул (9), (10) и (11) легко найти расстояния от центра до передней и задней главной плоскости.

Инвариант концентрической системы (6) в параксиальной области имеет вид

$$\begin{aligned} n_1(r_1 - s_1)(u_1)_p &= n_2[r_1 - (s'_1)_p](u_2)_p = n_3[r_2 - (s'_2)_p](u_3)_p = \\ &= n_{m+1} - [r_m - (s'_m)_p](u_{m+1})_p = n_1 H_p. \end{aligned} \quad (12)$$

Эта формула аналогична известной формуле Лагранжа—Гельмгольца для центрированной системы.

Линейное или поперечное увеличение в концентрической системе, как очевидно из геометрических соображений, можно найти как отношение расстояния от центра системы до изображения к расстоянию от центра системы до предмета

$$\beta = \frac{P'_p}{P},$$

или, учитывая (12),

$$\beta = \frac{n_1(u_1)_p}{(u_{m+1})_p n_{m+1}} = \frac{1}{n_{m+1} P \left[\frac{1}{n_1 P} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right]}. \quad (13)$$

3. Угловая сферическая абберация

Мы вы едем общую формулу для угловой сферической абберации в произвольной концентрической системе из m поверхностей. Угловая сферическая абберация определяется как разность последних углов рассматриваемой системы и системы, не имеющей сферической абберации; при этом последняя должна иметь то же линейное увеличение β и тот же угол u_1 между входящим в систему лучом с оптической осью, что и рассматриваемая нами система, а показатели преломления первой и последней сред должны также совпадать с соответствующими значениями у рассматриваемой системы. Предположив, что в безабберационной системе

отсутствует также и кома для заданных β и u_1 , запишем для нее закон синусов Аббе

$$n_1 l_1 \sin u_1 = n_{m+1} l_{m+1} \sin (u_{m+1})_0.$$

Откуда

$$(u_{m+1})_0 = \arcsin \left(\frac{n_1 H}{n_{m+1} \beta R} \right), \quad (14)$$

где $(u_{m+1})_0$ — последний угол безаберрационной системы.

Угловая сферическая аберрация η концентрической системы будет

$$\eta = (u_{m+1})_0 - u_{m+1} = \arcsin \left(\frac{n_1 H}{n_{m+1} \beta P} \right) - \arcsin \frac{H}{P} - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{n_1 H}{n_i r_i} \right), \quad (15)$$

так как $u_1 = \arcsin H/P$.

Если предмет находится в переднем фокусе системы, то эта формула упрощается

$$\eta = \arcsin \left(-\frac{H}{P} \right) - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{n_1 H}{n_i r_i} \right). \quad (16)$$

Две последние формулы являются точными, однако зачастую практичнее пользоваться разложением этих формул в ряды. Разлагая формулу (15) в степенной ряд, получим

$$\begin{aligned} \eta = & \frac{n_1 H}{n_{m+1} \beta P} + \frac{1}{6} \left(\frac{n_1 H}{n_{m+1} \beta P} \right)^3 + \frac{3}{40} \left(\frac{n_1 H}{n_{m+1} \beta P} \right)^5 + \dots - \frac{H}{P} - \\ & - \frac{1}{6} \left(\frac{H}{P} \right)^3 - \frac{3}{40} \left(\frac{H}{P} \right)^5 - \dots - \sum_{i=1}^m \left[\frac{n_1 H}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{6} \left(\frac{n_1 H}{r_i} \right)^3 \left(\frac{1}{n_{i+1}^3} - \frac{1}{n_i^3} \right) + \frac{3}{40} \left(\frac{n_1 H}{r_i} \right)^5 \left(\frac{1}{n_{i+1}^5} - \frac{1}{n_i^5} \right) + \dots \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Применим формулу Лагранжа—Гельмгольца

$$n_1 l_1 (u_1)_p = n_{m+1} l_{m+1} (u_{m+1})_L,$$

или

$$(u_{m+1})_p = \frac{n_1 (u_1)_p}{n_{m+1} \beta}, \quad (18)$$

где $(u_1)_p = H/P$ — параксиальный угол, соответствующий углу u_1 ; $(u_{m+1})_p$ — параксиальный угол, соответствующий углу u_{m+1} и определяемый формулой (5). Из (18), учитывая (5), получим

$$\frac{n_1 H}{n_{m+1} \beta P} = \frac{H}{P} + \sum_{i=1}^m \left[\frac{n_1 H}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right]. \quad (19)$$

Подставив (19) в формулу (17), получим окончательно

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{1}{6} \left[\left(\frac{n_1}{n_{m+1}\beta} \right)^3 - 1 \right] \left(\frac{H}{P} \right)^3 + \frac{3}{40} \left[\left(\frac{n_1}{n_{m+1}\beta} \right)^5 - 1 \right] \left(\frac{H}{P} \right)^5 + \dots \\
 &\dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)(2k+1)} \left[\left(\frac{n_1}{n_{m+1}\beta} \right)^{2k+1} - 1 \right] \left(\frac{H}{P} \right)^{2k+1} + \dots \\
 &\dots - \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{6} \left(\frac{n_1 H}{r_i} \right)^3 \left(\frac{1}{n_{i+1}^3} - \frac{1}{n_i^3} \right) + \frac{3}{40} \left(\frac{n_1 H}{r_i} \right)^5 \left(\frac{1}{n_{i+1}^5} - \frac{1}{n_i^5} \right) + \dots \right. \\
 &\dots + \left. \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)(2k+1)} \left(\frac{n_1 H}{r_i} \right)^{2k+1} \left(\frac{1}{n_{i+1}^{2k+1}} - \frac{1}{n_i^{2k+1}} \right) + \dots \right] = \\
 &= \frac{H^3}{6} \left\{ \frac{1}{P^3} \left[\left(\frac{n_1}{n_{m+1}\beta} \right)^3 - 1 \right] - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^3 \left(\frac{1}{n_{i+1}^3} - \frac{1}{n_i^3} \right) \right] \right\} + \\
 &+ \frac{3H^5}{40} \left\{ \frac{1}{P^5} \left[\left(\frac{n_1}{n_{m+1}\beta} \right)^5 - 1 \right] - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^5 \left(\frac{1}{n_{i+1}^5} - \frac{1}{n_i^5} \right) \right] \right\} + \dots \\
 &\dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)(2k+1)} \frac{H^{2k+1}}{P^{2k+1}} \left\{ \frac{1}{P^{2k+1}} \left[\left(\frac{n_1}{n_{m+1}\beta} \right)^{2k+1} - 1 \right] - \right. \\
 &- \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^{2k+1} \left(\frac{1}{n_{i+1}^{2k+1}} - \frac{1}{n_i^{2k+1}} \right) \right] \left. \right\} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} H^{2k+1} \cdot A'_k \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A'_k &= \frac{|1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)|}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)(2k+1)} \left\{ \frac{1}{P^{2k+1}} \left[\left(\frac{n_1}{n_{m+1}\beta} \right)^{2k+1} - 1 \right] - \right. \\
 &- \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^{2k+1} \left(\frac{1}{n_{i+1}^{2k+1}} - \frac{1}{n_i^{2k+1}} \right) \right] \left. \right\}, \quad (20a)
 \end{aligned}$$

где A'_k — коэффициенты сферической аберрации различных порядков. Если предмет находится в переднем фокусе системы, то формула (20) упрощается

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{H^3}{6} \left\{ -\frac{1}{P^3} - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^3 \left(\frac{1}{n_{i+1}^3} - \frac{1}{n_i^3} \right) \right] \right\} + \\
 &+ \frac{3H^5}{40} \left\{ -\frac{1}{P^5} - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^5 \left(\frac{1}{n_{i+1}^5} - \frac{1}{n_i^5} \right) \right] \right\} + \dots \\
 &\dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)(2k+1)} \left\{ -\frac{1}{P^{2k+1}} - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^{2k+1} \left(\frac{1}{n_{i+1}^{2k+1}} - \frac{1}{n_i^{2k+1}} \right) \right] \right\} + \\
 &+ \dots = \sum_{k=1}^{\infty} H^{2k+1} (A_k)_{\infty}; \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$(A_k)_{\infty} = \frac{|1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)|}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)(2k+1)} \left\{ -\frac{1}{P^{2k+1}} - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^{2k+1} \left(\frac{1}{n_{i+1}^{2k+1}} - \frac{1}{n_i^{2k+1}} \right) \right] \right\}, \quad (21a)$$

где A_r — коэффициенты сферической аберрации различных порядков при положении предмета в фокусе системы. Формулы (20) и (21) позволяют найти любое число членов разложения для η ; при этом вид выражения для коэффициентов аберраций не усложняется с переходом ко все более высоким порядкам, что является важным достоинством выведенных нами формул. Ряды (20) и (21) сходятся при следующих условиях:

$$\left| \frac{n_1 H}{n_{m+1} \beta P} \right| < 1; \quad \left| \frac{H}{P} \right| < 1; \quad \left| \frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i} \right| < 1; \quad \left| \frac{n_1 H}{n_i r_i} \right| < 1, \quad (22)$$

так как (20) и (21) представляют собой сумму рядов, каждый из которых имеет своей суммой арксинус (при условии, что аргумент арксинуса по модулю меньше единицы). На практике условия (22), как правило, выполняются. Приравнивая нулю коэффициенты сферической аберрации 3-го, 5-го, 7-го и т. д. порядков в конкретной концентрической системе, можно найти конструктивные элементы системы, в которой сферическая аберрация 3-го, 5-го, 7-го и т. д. порядков будет отсутствовать.

Пример 1. В качестве иллюстрации применения выведенных формул найдем угловую сферическую аберрацию вогнутого сферического зеркала при конечном положении предмета (среда — воздух). По формуле (13) найдем

$$\eta = \arcsin \left(-\frac{H}{\beta P} \right) - \arcsin \frac{H}{P} + 2 \arcsin \frac{H}{r},$$

где β — линейное увеличение зеркала, P — расстояние от центра кривизны зеркала до предмета, r — радиус зеркала. Или, учитывая (19),

$$\eta = \arcsin \left(\frac{H}{P} - \frac{2H}{r} \right) - \arcsin \frac{H}{P} + 2 \arcsin \frac{H}{r}.$$

Представим η в виде ряда, воспользовавшись (20)

$$\begin{aligned} \eta = & \frac{H^3}{6} \left[\frac{1}{P^3} \left(-\frac{1}{\beta^3} - 1 \right) + 2 \left(\frac{1}{r^3} \right) \right] + \frac{3}{40} H^5 \left[\frac{1}{P^5} \left(\frac{1}{\beta^5} - 1 \right) + \right. \\ & \left. + 2 \left(\frac{1}{r} \right)^5 \right] + \frac{5}{112} H^7 \left[\frac{1}{P^7} \left(-\frac{1}{\beta^7} - 1 \right) + 2 \left(\frac{1}{r} \right)^7 \right] + \\ & + \frac{35}{1152} H^9 \left[\frac{1}{P^9} \left(-\frac{1}{\beta^9} - 1 \right) + 2 \left(\frac{1}{r} \right)^9 \right] + \frac{63}{2816} H^{11} \left[\frac{1}{P^{11}} \left(-\frac{1}{\beta^{11}} - 1 \right) + \right. \\ & \left. + 2 \left(\frac{1}{r} \right)^{11} \right] + \frac{231}{13312} H^{13} \left[\frac{1}{P^{13}} \left(-\frac{1}{\beta^{13}} - 1 \right) + 2 \left(\frac{1}{r} \right)^{13} \right] + \\ & + \frac{1001}{71680} H^{15} \left[\frac{1}{P^{15}} \left(-\frac{1}{\beta^{15}} - 1 \right) + 2 \left(\frac{1}{r} \right)^{15} \right] + \dots \end{aligned}$$

Мы выписали члены ряда вплоть до пятнадцатого порядка включительно. Как правило, на практике не возникает необходимости в более высоких порядках ввиду их малости; это справедливо и для сложных концентрических систем. Когда предмет расположен в

Бесконечности, эти формулы приобретают особенно простой вид

$$\eta_{\infty} = -\arcsin\left(\frac{2H}{r}\right) + 2\arcsin\frac{H}{r} = -\left(\frac{H}{r}\right)^3 - \frac{9}{4}\left(\frac{H}{r}\right)^5 - \\ - \frac{45}{8}\left(\frac{H}{r}\right)^7 - \frac{2975}{192}\left(\frac{H}{r}\right)^9 - \frac{64449}{1408}\left(\frac{H}{r}\right)^{11} - \frac{945945}{6656}\left(\frac{H}{r}\right)^{13} - \\ - \frac{16399383}{35840}\left(\frac{H}{r}\right)^{15} - \dots$$

Следует заметить, что эти формулы справедливы и для выпуклого зеркала, но при замене величины r на $-r$; при этом последняя формула меняет знак, не меняясь по абсолютной величине.

Пример 2. Найдем сферическую абберацию находящегося в воздухе концентрического мениска с показателем преломления n и радиусами r_1, r_2 . Ограничимся случаем, когда предмет расположен в переднем фокусе мениска.

По формуле (16) получим

$$\eta = \arcsin\left(\frac{H}{f}\right) - \arcsin\frac{H}{nr_1} + \arcsin\frac{H}{r_1} + \arcsin\frac{H}{nr_2} - \\ - \arcsin\frac{H}{r_2},$$

так как $f = -P$, причем

$$f = \left(\frac{1}{nr_1} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{nr_2} + \frac{1}{r_2}\right)^{-1}.$$

Разложение в степенной ряд согласно (21) имеет вид

$$\eta = \frac{1}{6}H^3\left[\frac{1}{f^3} + \left(1 - \frac{1}{n^3}\right)\left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3}\right)\right] + \\ + \frac{3}{40}H^5\left[\frac{1}{f^5} + \left(1 - \frac{1}{n^5}\right)\left(\frac{1}{r_1^5} - \frac{1}{r_2^5}\right)\right] + \\ + \frac{5}{112}H^7\left[\frac{1}{f^7} + \left(1 - \frac{1}{n^7}\right)\left(\frac{1}{r_1^7} - \frac{1}{r_2^7}\right)\right] + \\ + \frac{35}{1152}H^9\left[\frac{1}{f^9} + \left(1 - \frac{1}{n^9}\right)\left(\frac{1}{r_1^9} - \frac{1}{r_2^9}\right)\right] + \\ + \frac{63}{2816}H^{11}\left[\frac{1}{f^{11}} + \left(1 - \frac{1}{n^{11}}\right)\left(\frac{1}{r_1^{11}} - \frac{1}{r_2^{11}}\right)\right] + \\ + \frac{231}{13312}H^{13}\left[\frac{1}{f^{13}} + \left(1 - \frac{1}{n^{13}}\right)\left(\frac{1}{r_1^{13}} - \frac{1}{r_2^{13}}\right)\right] + \\ + \frac{1001}{71680}H^{15}\left[\frac{1}{f^{15}} + \left(1 - \frac{1}{n^{15}}\right)\left(\frac{1}{r_1^{15}} - \frac{1}{r_2^{15}}\right)\right] + \dots$$

Как будет показано ниже, угловая абберация в концентрических системах в прямом и в обратном ходе лучей одинакова (это спра-

ведливо для аберраций любых порядков), поэтому найденные нами выражения справедливы и для того случая, когда объект расположен в бесконечности. Впрочем в этом легко убедиться непосредственно, положив $r_1 = -r_2$, $r_2 = -r_1$, $n = n$ в выведенных нами формулах.

Нетрудно также убедиться и в том, что η для мениска не меняется при повороте мениска на π относительно центра. Последние два свойства справедливы и для произвольного положения предмета относительно мениска. Следует также заметить, что параксиальные характеристики мениска (фокусные расстояния, оптическая сила, положение главных точек и фокусов) также не меняются при повороте на π , что было найдено Геккером [17]. Впоследствии мы покажем, что хроматические аберрации мениска также не меняются при повороте его на π ; кроме того, хроматические аберрации в прямом ходе равны хроматическим аберрациям в обратном ходе. Это говорит о том, что концентрический мениск в какой-либо оптической системе можно повернуть на π , причем оптические характеристики системы не изменятся. Например, ахроматический мениск Максута можно преобразовать, выделив из него концентрический мениск, вогнутая поверхность которого совпадает с вогнутой поверхностью исходного ахроматического мениска, и затем повернув на π концентрический мениск относительно центра. Полученная система из двух менисков, находящихся на значительном расстоянии друг от друга, тем не менее будет обладать всеми свойствами исходного ахроматического мениска — апохроматизмом, теми же значениями сферической аберрации (и сферохроматической) с точностью до членов любого порядка малости фокусное расстояние этой системы также будет совпадать с фокусным расстоянием ахроматического мениска. Другим примером может служить концентрическая система типа мениск — сферическое зеркало; ее оптические свойства, очевидно, не меняются при повороте мениска на π относительно центра.

Пример 3. Требуется рассчитать концентрическую систему для фотографирования бесконечно удаленных объектов в монохроматическом свете ($\lambda = 5893 \text{ \AA}$). Система должна иметь вид, изображенный на рис. 29, относительно отверстие системы должно составлять $A = 1 : 1,1$, фокусное расстояние $f' = 100 \text{ мм}$, для мениска взято стекло ТК16 с $n_D = 1,6126 = n$. Очевидно, расчет сводится к исправлению сферической аберрации системы для лучей D -линии патрия ($\lambda = 5893 \text{ \AA}$). Угловую сферическую аберрацию вычислим в обратном ходе: пусть лучи исходят из точки, помещенной в параксиальный фокус системы F_1 (см. рис. 29). Применим формулу (16), получим:

$$\eta = -\arcsin \frac{H}{P} - 2 \left(\arcsin \frac{H}{nr_1} - \arcsin \frac{H}{r_1} + \right. \\ \left. + \arcsin \frac{H}{r_2} - \arcsin \frac{H}{nr_2} - \arcsin \frac{H}{r_3} \right).$$

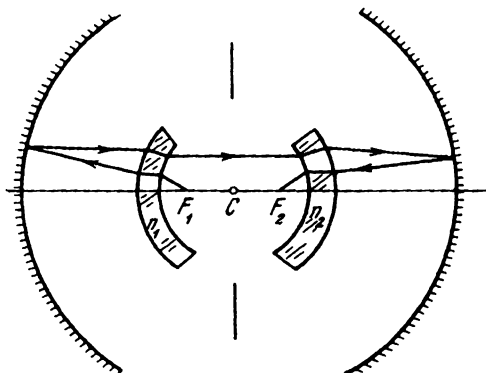


рис. 3

Разложим это выражение в ряд, приняв во внимание, что $P = -f'$, и введем приведенные значения $\bar{H} = H/f'$ и $\bar{r}_i = r_i/f'$. Ограничившись членом, содержащим \bar{H}^{13} , получим

$$\begin{aligned} \eta \cong & \frac{1}{6} \bar{H}^3 \left[1 + 2 \left(1 - \frac{1}{n^3} \right) \left(\frac{1}{\bar{r}_1^3} - \frac{1}{\bar{r}_2^3} \right) + \frac{2}{\bar{r}_3^3} \right] + \\ & + \frac{3}{40} \bar{H}^5 \left[1 + 2 \left(1 - \frac{1}{n^5} \right) \left(\frac{1}{\bar{r}_1^5} - \frac{1}{\bar{r}_2^5} \right) + \frac{2}{\bar{r}_3^5} \right] + \\ & + \frac{5}{112} \bar{H}^7 \left[1 + 2 \left(1 - \frac{1}{n^7} \right) \left(\frac{1}{\bar{r}_1^7} - \frac{1}{\bar{r}_2^7} \right) + \frac{2}{\bar{r}_3^7} \right] + \\ & + \frac{35}{1152} \bar{H}^9 \left[1 + 2 \left(1 - \frac{1}{n^9} \right) \left(\frac{1}{\bar{r}_1^9} - \frac{1}{\bar{r}_2^9} \right) + \frac{2}{\bar{r}_3^9} \right] + \\ & + \frac{63}{2816} \bar{H}^{11} \left[1 + 2 \left(1 - \frac{1}{n^{11}} \right) \left(\frac{1}{\bar{r}_1^{11}} - \frac{1}{\bar{r}_2^{11}} \right) + \frac{2}{\bar{r}_3^{11}} \right] + \\ & + \frac{231}{13312} \bar{H}^{13} \left[1 + 2 \left(1 - \frac{1}{n^{13}} \right) \left(\frac{1}{\bar{r}_1^{13}} - \frac{1}{\bar{r}_2^{13}} \right) + \frac{2}{\bar{r}_3^{13}} \right]. \end{aligned}$$

Выражение для фокусного расстояния системы имеет вид

$$f' = - \frac{1}{2 \left[\left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{r_3} \right]},$$

или

$$2 \left[\left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{r_3} \right] = -1. \quad (23)$$

Эта формула легко получается из общего выражения для заднего фокусного расстояния произвольной концентрической системы (8). Найдём частные производные от η по \bar{r}_1 , \bar{r}_2 , \bar{r}_3 и увидим, что наиболее сильным параметром, влияющим на η , является r_1 , а наименее сильным — \bar{r}_3 . Поэтому для удовлетворения условия мас-

штаба (23) целесообразно использовать именно \bar{r}_3 . Найдем \bar{r}_3 из уравнения (23), подставим его в уравнение для η и решим полученное уравнение относительно \bar{r}_1 , \bar{r}_2 в предположении, что $\eta = 0$ на крайней зоне. Величина $|\bar{r}_1|$ должна обеспечить место для кассеты, но в то же время не может быть намного больше 1, так как из решения уравнения $\eta = 0$ следует, что при этом резко возрастает толщина мениска и, следовательно, потери на поглощение света в нем. Примем поэтому $1/\bar{r}_1 = -0,9$. Тогда, решая уравнение $\eta = 0$ при $\bar{H} = -0,45$ (удобно решать точное уравнение для η по методу Ньютона), получим: $(\bar{r}_2)^{-1} = -0,5057$; $r_2 = -197,746$ мм. Из условия масштаба имеем: $(\bar{r}_3)^{-1} = -0,350212$; $r_3 = -285,541$ мм.

Аберрацию для промежуточных зон легко найти из вышеприведенных выражений для η . Результаты вычислений по точной формуле приведены в табл. 1, результаты вычислений с помощью рядов представлены в табл. 2. Сопоставление данных табл. 2 показывает, что даже член 11-го порядка существенно влияет на аберрацию, следовательно, ограничиваться при расчете вычислением аберраций 3-го или 5-го порядка, как это обычно практикуется при предварительном расчете оптической системы, недостаточно.

Таблица 1

$ \bar{H} $	+0,2	+0,3	+0,4	+0,45	+0,5
η	+0",1	0",0	-0",4	+0",27	+2",52

Это тем более справедливо для более светосильных систем. Кривая сферической аберрации в нашем случае, [как показывают данные табл. 1, имеет S-образную форму и дважды пересекает ось \bar{H} , что говорит о существенном влиянии аберраций высоких порядков (это подтверждается данными табл. 2).

Таблица 2

$2k+1$	$\eta_{2k+1} \times \bar{H} ^{-(2k+1)}$	η_{2k+1} , рад				
		$ \bar{H} = 0,2$	$ \bar{H} = 0,3$	$ \bar{H} = 0,4$	$ \bar{H} = 0,45$	$ \bar{H} = 0,5$
3	0,000124	$9,92 \cdot 10^{-7}$	$33,5 \cdot 10^{-7}$	$79,4 \cdot 10^{-7}$	$113 \cdot 10^{-7}$	$155 \cdot 10^{-7}$
5	-0,00173	$-5,41 \cdot 10^{-7}$	$-42,1 \cdot 10^{-7}$	$-177 \cdot 10^{-7}$	$-318 \cdot 10^{-7}$	$-541 \cdot 10^{-7}$
7	0,00412	$0,5 \cdot 10^{-7}$	$9,0 \cdot 10^{-7}$	$67,6 \cdot 10^{-7}$	$154 \cdot 10^{-7}$	$322 \cdot 10^{-7}$
9	0,00733	$0,04 \cdot 10^{-7}$	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$19,2 \cdot 10^{-7}$	$55,4 \cdot 10^{-7}$	$143 \cdot 10^{-7}$
11	0,0084	0,0	$0,1 \cdot 10^{-7}$	$3,5 \cdot 10^{-7}$	$12,8 \cdot 10^{-7}$	$41 \cdot 10^{-7}$
13	0,00856	0,0	0,0	$0,6 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$	$10,8 \cdot 10^{-7}$
$\eta = \sum_{k=1}^6 \eta_{2k+1}$		$5,05 \cdot 10^{-7} = 0",1$	$1,9 \cdot 10^{-7} = 0",0$	$6,7 \cdot 10^{-7} = 0",13$	$17,2 \cdot 10^{-7} = 0",35$	$130 \cdot 10^{-7} = 2",6$

Практика показывает, что S -образная форма кривой сферической аберрации у концентрических систем указывает на то, что достигнута оптимальная коррекция сферической аберрации (или близкая к оптимальной), т. е. остаточная сферическая аберрация принимает минимальное значение из возможных. При этом предполагается, что аберрация отнесена к плоскости Гаусса, т. е. дефокусировки нет. Система, рассмотренная нами, будет подробнее изучена ниже.

4. Свойства угловой сферической аберрации

Изучим теперь свойства угловой сферической аберрации, они будут широко использоваться нами в дальнейшем.

Покажем, что угловая сферическая аберрация η в прямом ходе луча равна аберрации в обратном ходе $\bar{\eta}$ для произвольной концентрической системы. Запишем выражение для аберрации в прямом ходе в таком виде:

$$\eta = \arcsin \frac{K}{n_{m+1}(P)_p} - \arcsin \frac{K}{n_1 P} - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right),$$

где $K = n_1 H$ — инвариант концентрической системы. Для аберрации в обратном ходе получим

$$\bar{\eta} = \arcsin \frac{\bar{K}}{n_{m+1}(\bar{P})_p} - \arcsin \frac{\bar{K}}{n_1 \bar{P}} - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{\bar{K}}{n_{i+1} \bar{r}_i} - \arcsin \frac{\bar{K}}{n_i \bar{r}_i} \right).$$

При этом мы можем принять $K = \bar{K}$ (это всегда можно получить выбором луча, для которого производится вычисление $\bar{\eta}$). При вычислении луча в обратном ходе принимаем:

$$r_1 = -\bar{r}_m, \quad r_2 = -\bar{r}_{m-1}, \dots; \quad n_1 = \bar{n}_{m+1}; \quad n_2 = \bar{n}_m, \dots$$

Учитывая эти соотношения, получим:

$$\bar{\eta} = \eta. \quad (24)$$

Найдем теперь выражение аберрации η_Σ сложной системы через аберрации ее компонентов. Пусть сложная концентрическая система состоит из двух компонентов, причем плоскость изображения Гаусса первого компонента является плоскостью предметов по отношению ко второму компоненту. Показатель преломления про-

странства изображения первого компонента совпадает с показателем преломления пространства предметов второго компонента. Разумеется, каждый из компонентов в отдельности представляет собой концентрическую систему. Пусть угловая сферическая абберация первого компонента имеет вид

$$\eta_1 = \arcsin \frac{K}{n_{m+1}L_1} - \arcsin \frac{K}{n_1P_1} - \\ - \sum_{i=1}^n \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right).$$

А абберация второго компонента представлена следующим образом

$$\eta_2 = \arcsin \frac{K}{n_{m+1}L_2} - \arcsin \frac{K}{n_{n+1}P_2} - \\ - \sum_{j=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{n_{j+1}r_j} - \arcsin \frac{K}{n_j r_j} \right),$$

где P_1 — расстояние от центра до предмета, а L_1 — расстояние параксиального изображения от центра в первой системе; P_2 , L_2 — соответствующие величины для второй системы. Складывая η_1 и η_2 , получим, учитывая, что по условию задачи $P_2 = L_1$

$$\eta_{1,2} = \eta_1 + \eta_2 = \arcsin \frac{K}{n_{m+1}L_2} - \arcsin \frac{K}{n_1P_1} - \\ - \sum_{i=1}^{m+n} \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right).$$

Докажем, что это выражение тождественно выражению для абберации сложной системы, полученной соединением первого и второго компонентов; для этого достаточно показать, что абберация сложной системы, имеющая вид

$$\eta_{\Sigma} = \arcsin \frac{K}{n_{m+1}L_{\Sigma}} - \arcsin \frac{K}{n_1P_1} - \\ - \sum_{i=1}^{m+n} \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right)$$

тождественна с $\eta_{1,2}$, что в свою очередь требует, чтобы $L_2 = L_{\Sigma}$. Выражение η_{Σ} не содержит, как мы видели при выводе формул (20) и (21), члена, пропорционального n_1H , т. е. пропорционального K . Используя (19), этот член можно представить в виде

$$\frac{K}{n_{m+1}L_{\Sigma}} = \frac{K}{n_iP_i} + \sum_{i=1}^{m+n} \left(\frac{K}{n_{i+1}r_i} - \frac{K}{n_i r_i} \right).$$

С другой стороны, для η_2 имеем:

$$\frac{K}{n_{m+1}L_2} = \frac{K}{n_{n+1}P_2} + \sum_{j=1}^m \left(\frac{K}{n_{j+1}r_j} - \frac{K}{n_jr_j} \right).$$

Но так как для η_1

$$\frac{K}{n_{n+1}L_1} = \frac{K}{n_1P_1} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{K}{n_{i+1}r_i} - \frac{K}{n_ir_i} \right) = \frac{K}{n_{n+1}P_2},$$

то, учитывая последнее равенство, получим окончательно:

$$\frac{K}{n_{m+1}L_2} = \frac{K}{n_1P_1} + \sum_{i=1}^{m+n} \left(\frac{K}{n_{i+1}r_i} - \frac{K}{n_ir_i} \right),$$

что тождественно выражению для $K/n_{m+1}L_\Sigma$.

Итак,

$$\frac{K}{n_{m+1}L_2} = \frac{K}{n_{m+1}L_\Sigma}, \text{ т. е. } L_2 = L_\Sigma,$$

что и требовалось доказать.

Мы доказали, что при принятых нами ранее предположениях

$$\eta_\Sigma = \eta_1 + \eta_2.$$

Очевидно, что этот результат можно обобщить на случай « p » компонентов:

$$\eta_\Sigma = \sum_{j=1}^p \eta_j. \quad (25)$$

При этом по-прежнему предполагается, что плоскость изображения Гаусса каждого предыдущего компонента является плоскостью предметов для последующего компонента, а также допускается, что показатель преломления пространства изображений каждого предыдущего компонента совпадает с показателем преломления пространства предметов каждого последующего компонента.

Обратим внимание также и на следующее почти очевидное свойство угловой аберрации: она не меняется, если значения K , R , R' , r_i умножить на некоторую постоянную C — коэффициент подобия; это означает, что данную систему можно заменить геометрически подобной ей системой с коэффициентом подобия C . Это свойство расширяет возможности применения формулы (25), так как позволяет, меняя масштабы систем, добиваться совпадения плоскости предметов какого-либо предыдущего компонента с плоскостью предметов последующего компонента. В качестве примера применения формулы (25) рассмотрим перебрасывающую систему (см.

рис. 3), состоящую из двух систем вида, представленного на рис. 29. Конструктивные элементы этих систем следующие (размеры здесь и впредь — в миллиметрах, за исключением некоторых случаев, которые будут оговорены особо).

Для системы № 1:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -100; & d_1 = 55,556; & n = 1,5163 \text{ (K8);} \\ r_2 = -155,556; & d_2 = 86,3854; & \\ r_3 = -241,941; & d_3 = -86,3854; & n = -1,5163; \\ r_4 = -155,556; & d_4 = -55,556; & \\ r_5 = -100; & D = 112; & A = 1 : 0,84. \\ f = 93,47; & & \end{array}$$

Для системы № 2:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -100; & d_1 = 75,0; & n = 1,728 \text{ (ТФ7);} \\ r_2 = -175,0; & d_2 = 88,894; & \\ r_3 = -263,894; & d_3 = -88,894; & n = -1,728; \\ r_4 = -175,0; & d_4 = -75,0; & \\ r_5 = -100; & & \\ f = -89,37; & A = 1 : 0,8; & D = 112. \end{array}$$

Графики угловых aberrаций этих систем приведены на рис. 4, а, б. Мы видим, что они близки по виду и различаются лишь знаком, поэтому можно ожидать, что в перебрасывающей системе, составленной из систем № 1 и 2, aberrация будет значительно мень-

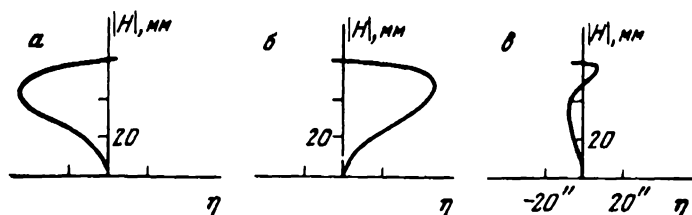


Рис. 4

ше, чем в каждом из компонентов. Результирующую aberrацию получим по формуле (25). Суммирование aberrаций удобно производить простым наложением графиков aberrаций систем № 1 и 2, тогда разность абсцисс кривых η_1 и η_2 , выраженная как функция от H , и будет искомой aberrацией сложной системы (рис. 4, в). Подобная система может быть использована для спектрографа, а также в качестве фотографической системы для ЭОП'а или телевизионной трубки, которые все более широко используются астрономами.

Вопрос об изменении сферической аберрации при изменении положения предмета изучался профессором М. М. Русиновым [15]. Но формулы, выведенные им для случая изменения продольной сферической аберрации в концентрических системах при изменении положения предмета, довольно сложны, что затрудняет их практическое использование. Зависимость же угловой сферической аберрации от положения предмета проста и может быть легко изучена. Этот вопрос представляет большую практическую ценность, так как знание этой зависимости позволяет решить вопрос о пределах применимости оптической системы, рассчитанной для определенного положения предмета, т. е. решить задачу нахождения глубины пространства, изображенного системой с аберрацией, находящейся в пределах заданного допуска.

Запишем выражение для угловой сферической аберрации в таком виде:

$$\eta = \arcsin \left[\frac{H}{P} + \sum_{i=1}^m \frac{n_i H}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right] - \arcsin \frac{H}{P} - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{n_i H}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{n_i H}{n_i r_i} \right), \quad (26)$$

где P — расстояние от центра системы до предмета. Величина P входит только в аргументы двух первых арксинусов, поэтому достаточно изучить лишь их зависимость от P . Предыдущую формулу можно переписать в следующей форме, если учесть (8):

$$\eta = \arcsin \left[\frac{H}{P} + \frac{H}{f'} \right] - \arcsin \left[\frac{H}{P} \right] - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{n_i H}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{n_i H}{n_i r_i} \right).$$

Введем в эту формулу величину $A = 2H/f'$ ($|A|$ — относительное отверстие системы) и обозначим

$$\left(\arcsin \frac{n_i H}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{n_i H}{n_i r_i} \right) = \Delta i_i.$$

Получим окончательно:

$$\eta = \arcsin \left[\frac{H}{P} + \frac{A}{2} \right] - \arcsin \frac{H}{P} - \sum_{i=1}^m \Delta i_i. \quad (27)$$

Из этой формулы следует вывод: зависимость η (P) тем слабее, чем меньше относительное отверстие системы, причем, если $A = 0$, что имеет место при $f' = \infty$ (телескопическая система), то система имеет сферическую аберрацию, не зависящую от положения предмета. Телескопические концентрические системы могут быть применены

в качестве насадок, изменяющих фокусное расстояние объектива, и представляют некоторый практический интерес.

Интересной разновидностью телескопических концентрических систем являются пространственные системы Герцбергера — Беге-хольда [18] и [13].

Существуют два типа пространственных концентрических систем: системы с радиусом одного знака и системы с радиусами разных знаков. Первый тип имеет одинаковые показатели преломления и в пространстве предметов и в пространстве изображений и имеет линейное увеличение, равное единице; простейшая система этого типа состоит из трех поверхностей. Этот вид может быть использован на практике в качестве компенсатора хроматических aberrаций: хроматизма положения и сферохроматической aberrации (разумеется, при соответствующем выборе стекол).

Вторая разновидность пространственных систем имеет, вообще говоря, различные показатели преломления в пространстве предметов и в пространстве изображений, удовлетворяющие равенству

$$n_1 n_{m+1} = n_c^2,$$

где n_c — показатель преломления, в котором находится центр системы. Линейное увеличение такого рода систем есть $\beta = \frac{n_1}{n_{m+1}}$,

т. е., вообще говоря, не равно единице, а потому эти системы могут использоваться в качестве насадок, меняющих фокусное расстояние объектива. Например, могла бы найти практическое применение система со следующими конструктивными элементами:

$$\begin{aligned} r_1 &= 1,4358; & d_1 &= 2,4358; & n_1 &= 1; \\ r_2 &= -1; & & & n_2 &= 1,4358 \text{ (флуорит)}; \\ & & & & n_3 &= 2,0615 \text{ (СТФ1)}. \end{aligned}$$

Предмет находится в воздухе, изображение — в стекле с $n_2 = 2,0615$ (СТФ1). Система рассчитана для работы в зеленой области ($\lambda \cong 520 \text{ мμ}$). Нетрудно убедиться, что $\eta \cong 0$ для этой длины волны; для других длин волн света эта система перестает быть идеальной и имеет некоторую сферическую aberrацию.

Хроматизм системы исправить, к сожалению, не удастся, что ограничивает область применения ее. На рис. 5 изображена система, состоящая из двузеркальной концентрической системы и пространственной системы, подобной приведенной выше; в данном случае пространственная система используется для повышения светосилы исходной ($A = 1 : 1$) двузеркальной системы. Вся система в целом концентрична и обладает следующими конструк-

тивными элементами:

$$\begin{aligned}
 r_1 &= 60,0; & d_1 &= -93,694; & n &= -1; \\
 r_2 &= 153,694; & d_2 &= 123,694; & n &= 1; \\
 r_3 &= 30,0; & d_3 &= 50,8942; & n &= 1,4358 \text{ (флуорит)}; \\
 r_4 &= -20,8942; & d_4 &= 2,9774; & n &= 2,0615 \text{ (СТФ1)}; \\
 r_5 &= -23,8716; & & & & \\
 D &= 50; & A &= 1:0,48; & P_p' &= -23,87.
 \end{aligned}$$

Угловая сферическая абберация для $\lambda = 520 \text{ мμ}$ изображена на рис. 6; эту абберацию вносит только двузеркальная система. Последняя поверхность системы с радиусом $r_5 = -23,8716$ находится в непосредственном контакте (на иммерсии) с фотопленкой. Система может быть использована в качестве камеры для спектрографа, а также для фотографирования в монохроматических лучах.

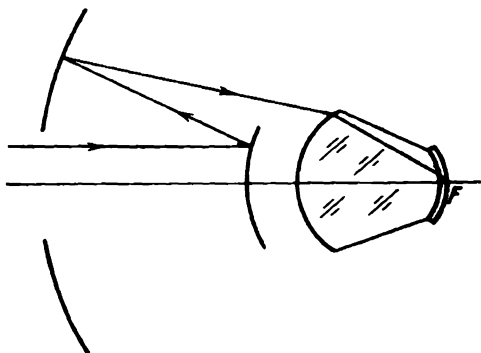


Рис. 5

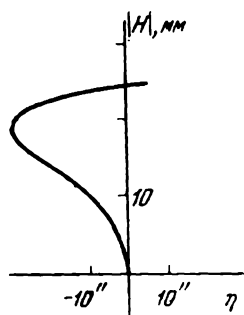


Рис. 6

Таким образом, пространственные системы представляют не только теоретический, но и некоторый практический интерес.

Приступим теперь к изучению зависимости $\eta(P)$. Введем обозначение

$$\delta = \left\{ \arcsin \left[\frac{H}{P} + \frac{A}{2} \right] - \arcsin \frac{H}{P} \right\}. \quad (27a)$$

Величина δ является функцией лишь двух переменных A и H/P , что позволяет легко табулировать δ . Значения функции $\delta(H/P, A)$ для различных H/P и A приведены в табл. 3 (мы ввели обозначение $V = 1/A$). Пользуясь таблицей, можно легко найти изменение сферической абберации η при изменении положения предмета. Действительно, если

$$\eta_1 = \delta_1 \left(\frac{H}{P_1}, A \right) - \sum_{i=1}^m \Delta i;$$

V

H/P	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
-0,1	0,51168	-0,54333	+0,25073	-0,25741	+0,16688	-0,16980	0,12517	-0,12678
-0,09	0,51258	-0,54094	+0,25081	-0,25680	0,16686	-0,16945	0,12513	-0,12657
-0,88	0,52353	-0,53864	0,25091	-0,25622	0,16686	-0,16915	0,12510	-0,12638
-0,07	0,51455	-0,53645	0,25104	-0,25567	0,16688	-0,16888	0,125085	-0,12621
-0,06	0,51564	-0,53435	0,25120	-0,25517	0,16691	-0,16862	0,12508	-0,12604
-0,05	0,51679	-0,53234	0,25138	-0,25467	0,16696	-0,16838	0,12509	-0,12598
-0,04	0,51801	-0,53043	0,25159	-0,25422	0,16705	-0,16816	0,12511	-0,12575
-0,03	0,51929	-0,52860	0,25182	-0,25379	0,16710	-0,16795	0,12515	-0,12562
-0,02	0,52067	-0,52685	0,25208	-0,25339	0,16720	-0,16777	0,12520	-0,12551
-0,01	0,52209	-0,52519	0,25237	-0,25302	0,16732	-0,16760	0,12526	-0,12541
-0,0	0,5236	-0,5236	0,25268	-0,25268	0,16745	-0,16745	0,12533	-0,12533

есть абберация системы при расстоянии от центра системы до предмета P_1 , то сферическая абберация этой системы при расстоянии до предмета P_2 будет

$$\eta_2 = \delta_2 \left(\frac{H}{P_2}, A \right) - \sum_{i=1}^m \Delta i_i,$$

а приращение сферической абберации

$$\eta_1 - \eta_2 = \Delta\eta = \delta_1 - \delta_2.$$

Таким образом, вычисление $\Delta\eta$ не требует знания конструктивных элементов системы, так как $\Delta\eta$ зависит только от H/P_1 , H/P_2 и A .

П р и м е р. Найдем изменение сферической абберации $\Delta\eta$ менисковой системы, рассмотренной в предыдущем параграфе, при перемещении предмета от $P_1 = \infty$ до $P_2 = 5000$ мм. Вычисления будем производить для зоны с $H = -50$ мм. Имеем: $V = -1$; $H/P_1 = 0$; $H/P_2 = -0,01$. По таблице находим: $\delta_1(0; -1) = -0,5236$; $\delta_2(-0,01; -1) = -0,52519$. Искомое приращение сферической абберации будет

$$\Delta\eta = \delta_1 - \delta_2 = 0,00159 = 5'30'';$$

таким образом, приращение сферической абберации оказалось весьма значительным. Найдем теперь приращение для зоны с $H = -25$ мм. Имеем: $V = -2$; $H/P_1 = 0$; $H/P_2 = -0,01$; $\delta_1 = -0,25268$; $\delta_2 = -0,25302$; $\Delta\eta = 0,00034 = 1'10''$. Получили приблизительно в пять раз меньшее приращение; уменьшив относительное отверстие, можно фотографировать и близко расположенные предметы. Например, при $H = -12,5$, $V = -2$, $P_1 = \infty$, $P_2 = 2500$ мм получим: $\Delta\eta = +0,00018 = 38''$. Изучение данных таблицы позволяет сделать вывод о большей универсальности малосветосильных концентрических систем по сравнению со светосильными системами, т. к. первые могут работать в более широком диапазоне расстояний до предмета, чем светосильные системы.

Обратим внимание также на интересное свойство угловой сферической абберации. Запишем выражение для η в виде

$$\eta_1 = \arcsin \left(\frac{n_1 H}{n_{m+1} P_{p'}} \right) - \arcsin \frac{H}{P} - \sum_{i=1}^m \Delta i_i. \quad (28)$$

Поместим теперь предмет на расстояние

$$P_1 = -\frac{n_{m+1}}{n_1} (P')_p,$$

тогда соответствующее выражение для угловой аберрации будет

$$\eta_2 = \arcsin \left[\frac{H}{P} + \sum_{i=1}^m \frac{n_i H}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right] - \arcsin \frac{H}{P_1} - \sum_{i=1}^m \Delta i_i. \quad (29)$$

С другой стороны, согласно (9) имеем

$$\frac{n_1 H}{n_{m+1} P'_p} = \frac{H}{P} + \sum_{i=1}^m \frac{n_i H}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right).$$

Подставив значение P_1 в (29) и учитывая последнее равенство, получим

$$\eta_2 = -\arcsin \frac{H}{P} + \arcsin \frac{n_1 H}{n_{m+1} P'_p} - \sum_{i=1}^m \Delta i_i.$$

Имеем $\eta_1 = \eta_2$; иными словами, при принятых нами предположениях существуют два положения предмета, вообще говоря различных, для которых сферическая аберрация (в угловой мере) имеет одно и то же значение. Исключением является случай телескопической системы, уже рассмотренный выше.

Интересное следствие вытекает из полученного свойства при $n_1 = n_{m+1}$, т. е. когда предмет и изображение расположены в среде с одним и тем же показателем преломления. В этом случае $P_1 = -P'_p$, а это означает, в силу свойства $\eta_1 = \eta_2$, что угловая сферическая аберрация не меняется при повороте системы на π относительно центра. Назовем это свойство π -инвариантностью сферической аберрации. Названные свойства имеют место также и в том случае, когда $P = \infty$. Эти свойства имеют большое практическое значение, позволяя использовать систему не только для одного положения предмета, но и для другого, связанного с первым равенством $P_1 = -\frac{n_{m+1}}{n_1} P'_p$, причем для обоих положений предмета

получается одинакового качества исправление сферической аберрации. Если входной зрачок совмещен с центром системы, то полевые аберрации в системе отсутствуют, за исключением кривизны поля, и любая прямая, проходящая через центр, является оптической осью. Поэтому полученные свойства справедливы также и для двух предметов, имеющих форму сфер, концентричных с системой и обладающих радиусами P и $P_1 = -\frac{n_{m+1}}{n_1} P'_p$.

Покажем также, что линейные увеличения для этих положений предмета связаны соотношением

$$\beta_1 \beta_2 = \left(\frac{n_1}{n_{m+1}} \right)^2,$$

где β_1 — линейное увеличение для предмета с радиусом P , β_2 — линейное увеличение для предмета с радиусом P_1 . По формуле (13) имеем

$$\beta_1 = \frac{1}{\frac{n_{m+1}}{n_1} \left[\frac{1}{P} + \sum_{i=1}^m \frac{n_1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right]} = \frac{P'_p}{P},$$

$$\beta_2 = \frac{1}{\frac{n_{m+1}}{n_1} \left[\frac{1}{P} + \sum_{i=1}^m \frac{n_1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right]} P_1 = \frac{P}{\left(\frac{n_{m+1}}{n_1} \right)^2 P'_p}.$$

Перемножив β_1 и β_2 , получим

$$\beta_1 \beta_2 = \left(\frac{n_1}{n_{m+1}} \right)^2,$$

что и требовалось доказать.

Существуют концентрические системы, в которых $\eta \equiv 0$ для некоторого положения предмета; согласно полученным результатам должно существовать и другое положение предмета, для которого также $\eta \equiv 0$. Такие системы изображают стигматически две сферы, концентричные с системой; эти системы были открыты Бегеольдом и Герцбергером [18] и [13]. Простейшей системой этого типа является апланатическая поверхность. Эти системы были названы бисферическими системами; они представляют, по-видимому, лишь ограниченный практический интерес.

Впоследствии (глава V) пространственные и бисферические системы будут нами рассмотрены подробнее.

Приведем также соотношение, связывающее P и P_1 :

$$\frac{1}{P_1} = -\frac{1}{P} - \frac{1}{F}. \quad (30)$$

Эта формула легко получается из равенства $P_1 = \frac{n_{m+1}}{n_1} P'_p$ подстановкой значения P'_p из (9).

На этом закончим изучение свойств угловой сферической аберрации. Мы рассматривали всюду свойства точного выражения для угловой сферической аберрации; но, очевидно, все эти свойства справедливы и для угловой сферической аберрации 3-го, 5-го,, $2k + 1$ порядка, т. е. для членов любого порядка малости. Мы рассмотрели столь подробно свойства угловой сферической аберрации потому, что последняя представляет значительную ценность при расчетах концентрических систем как вследствие простоты вычисления ее, так и из-за ценных свойств, ей присущих и рассмотренных выше. Угловой аберрацией можно пользоваться также и при расчетах телескопических систем.

Рассмотрим теперь другие формулы выражения сферической аберрации: продольную, поперечную и волновую. Приближенные соотношения, связывающие эти аберрации ([19], стр. 95), оказываются ненадежными для светосильных систем и зачастую приводят к грубым ошибкам.

5. Продольная сферическая аберрация

Продольная сферическая аберрация Δs системы может быть получена как разность последних отрезков P' и P'_p

$$\Delta s = P' - P'_p = \left[\frac{1}{\sin u_{m+1}} - \frac{11}{(u_{m+1})_p} \right] \frac{n_1 H}{n_{m+1}},$$

где $(u_{m+1})_p$ — параксиальный последний угол системы. Введя последний угол $(u_{m+1})_0$ безаберрационной системы, перепишем предыдущее выражение в виде

$$\Delta s = \frac{n_1 H}{n_{m+1}} \left\{ \frac{1}{\sin [(u_{m+1})_0 - \eta]} - \frac{1}{[\sin (u_{m+1})_0]} \right\}.$$

Эта формула связывает продольную сферическую аберрацию с угловой.

Разложение Δs в ряд было выполнено Геккером [17], получившим члены ряда для сферической аберрации до 12-го порядка включительно, однако эти формулы крайне сложны и практической ценности не имеют, так как тригонометрический расчет требует в несколько раз меньше времени, нежели расчеты по формулам Геккера. Изменение продольной аберрации в зависимости от изменения положения предмета было уже изучено профессором Русиновым [15], однако выведенная им формула малоприспособна для вычислений.

6. Поперечная сферическая аберрация

Выведем также выражение для поперечной сферической аберрации в концентрической системе, которое нам потребуется в дальнейшем при определении внесосевых аберраций в концентрических системах. Из геометрических соображений очевидно, что

$$\delta g = (\Delta s + \Delta) \cdot \operatorname{tg} u_{m+1}, \quad (34)$$

где δg — радиус кружка рассеяния (поперечная сферическая аберрация); Δs — продольная сферическая аберрация; Δ — смещение плоскости установки относительно плоскости Гаусса; u_{m+1} — последний угол системы. Выразим δg через u_{m+1} и H , получим

$$\delta g = \frac{n_1 H}{n_{m+1}} \sec u_{m+1} - \frac{1}{n_{m+1} A_0} \operatorname{tg} u_{m+1} + \Delta \cdot \operatorname{tg} u_{m+1},$$

$$A_0 = \frac{1}{r_1 - s_1} + \sum_{i=1}^m \frac{n_1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right).$$

Представим полученное выражение в виде ряда по степеням H . Сначала разложим в ряд u_{m+1}

$$\begin{aligned} u'_m = u_{m+1} &= \frac{H}{r_1 - s_1} + \sum_{i=1}^m \left[\frac{H}{n_{i+1}} - \frac{H}{n_i} \right] \frac{n_i}{r_i} + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} H^{2k+1} \left\{ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)(2k+1)} \left[\left(\frac{1}{r_1 - s_1} \right)^{2k+1} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_i}{r_i} \right)^{2k+1} \left(\frac{1}{n_{i+1}^{2k+1}} - \frac{1}{n^{2k+1}} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Запишем в виде ряда $\sec u_{m+1}$ и $\operatorname{tg} u_{m+1}$. Так как на практике требуется лишь конечное число членов разложения, то будем вычислять эти ряды лишь до некоторого μ -го члена. Отбрасывая в выражении для u'_m члены с $k > \mu$, найдем

$$\sec u'_m \cong \sum_{k=0}^{\mu} \frac{E_k}{(2k!)} (u'_m)^{2k},$$

где E_k — числа Эйлера.

Для вычисления степени многочлена u'_m используем формулу (см. [20], стр. 513):

$$(x_1 + x_2 + x_3 \dots + x_k)^{\mu} = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_k = \mu} \frac{\mu! x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_k^{\alpha_k}}{\alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_k!},$$

где суммирование в правой части распространяется на всевозможные системы целых неотрицательных значений $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$, удовлетворяющих условию $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_k = \mu$. Получим

$$\begin{aligned} \sec u'_m &\cong \\ &\cong 1 + \sum_{k=1}^{\mu} \sum_{\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{\mu} = 2k} \frac{E_k \cdot A_0^{\alpha_0} \cdot A_1^{\alpha_1} \dots A_{\mu}^{\alpha_{\mu}} \cdot H^{[\alpha_0 + 3\alpha_1 + \dots + (2\mu+1)\alpha_{\mu}]}}{\alpha_0! \cdot \alpha_1! \dots \alpha_{\mu}!}. \end{aligned}$$

Аналогично найдем:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} u'_m &\cong u'_m + \\ &+ \sum_{k=1}^{\mu} \sum_{\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{\mu} = 2k+1} \frac{R_1 \times 2^{2k+1} (2^{2k+2} - 1)}{\alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_{\mu}! (k+1)}, \end{aligned}$$

$$\text{где } R_1 = B_{k+1} A_0^{\alpha_0} A_1^{\alpha_1} \dots A_{\mu}^{\alpha_{\mu}} H^{[\alpha_0 + 3\alpha_1 + \dots + (2\mu+1)\alpha_{\mu}]},$$

B_{k+1} — числа Бернулли; $A'_k = -(A_k)_\infty$ (см. (21а)). Следует заметить, что при пользовании этими формулами получаются также и члены, содержащие H в степени, большей, нежели $2\mu + 1$; эти члены следует отбросить. Подставив многочлены для $\sec u'_m$ и $\operatorname{tg} u'_m$ в формулу для δg , получим:

$$\begin{aligned} \delta g \cong & \sum_{k=1}^{\mu} \left\{ \sum_{\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_\mu = 2k} \frac{n_1 \times R_2}{n_{m+1} \alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_\mu! (k+1)} + \right. \\ & + \left[\Delta - \frac{n_1}{n_{m+1} A_0} \right] \sum_{\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_\mu = 2k+1} \frac{R_3 \times 2^{(2k+1)} (2^{2k+1} - 1)}{\alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_\mu! (k+1)} + \\ & + \frac{n_1 H}{n_{m+1}} + \left[\Delta - \frac{n_1}{n_{m+1} A_0} \right] \{ H A_0 + H^3 A_1 + H^5 A_2 + \dots + H^{2\mu+1} A_\mu \}, \end{aligned} \quad (32)$$

где $R_2 = E_k A_0^{\alpha_0} A_1^{\alpha_1} \dots A_\mu^{\alpha_\mu} H^{[\alpha_0 + 3\alpha_1 + \dots + (2\mu+1)\alpha_\mu + 1]}$,

$R_3 = B_{k+1} A_0^{\alpha_0} A_1^{\alpha_1} \dots A_\mu^{\alpha_\mu} H^{[\alpha_0 + 3\alpha_1 + \dots + (2\mu+1)\alpha_\mu]}$.

Это выражение позволяет найти поперечную сферическую aberrацию с точностью до членов любого порядка. Например, ограничившись членом, содержащим H в седьмой степени, получим после преобразований

$$\begin{aligned} \delta g = & \frac{n_1}{n_{m+1}} \left[\frac{n_{m+1}}{n_1} A_0 \Delta H + \left(\frac{A_0^2}{6} - \frac{A_1}{A_0} \right) H^3 + \left(A_0^4 \frac{3}{40} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{A_2}{A_0} \right) H^5 + \left(\frac{1}{6} A_0^3 A_1 - \frac{A_1^2}{2} + \frac{31}{1008} A_0^6 - \frac{A_3}{A_0} \right) H^7 \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

При этом мы пренебрегли величиной Δ во всех членах, кроме первого, что допустимо ввиду малости Δ по сравнению с $n_1/n_{m+1} A_0$.

П р и м е р. Рассмотрим на конкретном примере применение выведенных формул: найдем δg^* камеры для спектрографа (рис. 7) с точностью до членов седьмого порядка включительно. Конструктивные элементы системы таковы (в дециметрах):

$$\begin{aligned} r_1 &= -1; & d_1 &= 1,2272; & n &= 1,6126 \text{ (TK16);} \\ r_2 &= -2,2272; \\ D &= 0,68; & P_p' &= -0,66206; & A &= 1:0,97 \end{aligned}$$

Радиус третьей поверхности $r_3 = P_p'$ непосредственно иммергируется к фотоплёнке; он, вообще говоря, может и не быть кон-

* Знак σg противоположный общепринятому, поэтому при вычислениях следует умножать σg на (-1) .

центричным с системой (поле может быть наклонено к оси, чтобы исключить влияние хроматической аберрации). Находим A_k по формуле

$$A_k = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)(2k+1)} \left[\left(\frac{1}{r_1 - s_1} \right)^{2k+1} + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_i}{r_i} \right)^{2k+1} \left(\frac{1}{n_{i+1}^{2k+1}} - \frac{1}{n_i^{2k+1}} \right) \right].$$

Получаем: $A_0 = 0,936741$; $A_1 = 0,134118$; $A_2 = 0,0683735$; $A_3 = 0,0430803$. Подставив найденные значения в формулу (33), получим: $\delta g \cong 0,936741 \cdot \Delta \cdot H - 0,001905 H^3 + 0,009452 H^5 + 0,019479 H^7$.

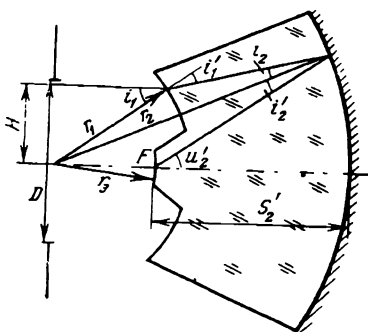


Рис. 7

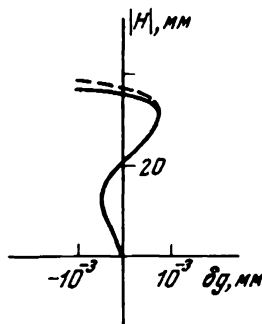


Рис. 8

График этого многочлена приведен на рис. 8; пунктиром изображена кривая, полученная расчетом по точной формуле. Несовпадение кривых при больших $|H|$ объясняется влиянием высших порядков сферической аберрации. Эта система, представляющая большой практический интерес, будет нами подробно рассмотрена в дальнейшем.

7. Волновая сферическая аберрация

Выведем общее выражение для волновой сферической аберрации в произвольной концентрической системе из m поверхностей. Оптический путь луча l в такой системе может быть найден из геометрических соображений (см. рис. 1); для оптического пути луча через первую поверхность получим

$$l_1 = n_1 (r_1 - s_1) \cos u_1 - n_2 r_1 \cos i_1' - n_1 r_1 \cos i_1 - \\ - n_2 (r_1 - s_1) \cos u_1'.$$

Продолжая этот процесс, найдем для m поверхностей:

$$l_m = n_1(r_1 - s_1) \cos u_1 - n_{m+1}(r_m - s'_m) \cos u'_m + \\ + \sum_{i=1}^m [n_{i+1} r_i \cos i'_i - n_i r_i \cos i_i].$$

Оптический путь луча l_0 вдоль оптической оси системы

$$l_0 = n_1(r_1 - s_1) - n_{m+1}(r_m - s'_m) + \sum_{i=1}^m (n_{i+1} r_i - n_i r_i). \quad (34)$$

Волновая сферическая абберация N определится как разность $l_0 - l_m$.

$$N = l_0 - l_m = n_{m+1}(r_m - s'_m) (\cos u'_m - 1) - n_1(r_1 - s_1) (\cos u_1 - 1) + \sum_{i=1}^m [r_i n_i (\cos i_i - 1) - r_i n_{i+1} (\cos i'_i - 1)]. \quad (35)$$

Преобразуем эту формулу к более удобному для вычислений виду, воспользовавшись значением инварианта системы K

$$K = n_1 H = n_{m+1}(r_m - s'_m) \sin u'_m = n_1(r_1 - s_1) \sin u_1 = \\ = n_i r_i \sin i_i = n_{i+1} r_i \sin i'_i.$$

Первый член формулы (35) преобразуется так

$$n_{m+1}(r_m - s'_m) (\cos u'_m - 1) = -n_1 H \operatorname{tg} \left(\frac{u'_m}{2} \right).$$

Выражение (35) приобретает вид

$$N = -n_1 H \operatorname{tg} \left(\frac{u'_m}{2} \right) - n_1(r_1 - s_1) (\cos u_1 - 1) + \\ + \sum_{i=1}^m [r_i n_i (\cos i_i - 1) - r_i n_{i+1} (\cos i'_i - 1)]. \quad (36)$$

Эта формула применима также и в том случае, когда предмет находится в фокусе системы (см. (35)). В этом случае получается неопределенность в первом члене. При малых углах значения косинусов получаются неточно, поэтому имеет смысл преобразовать и остальные члены формулы (36). Тогда получим

$$N = n_1 H \left[\operatorname{tg} \frac{u_1}{2} - \operatorname{tg} \frac{u'_m}{2} + \sum_{i=1}^m \left(\operatorname{tg} \frac{i'_i}{2} - \operatorname{tg} \frac{i_i}{2} \right) \right]. \quad (37)$$

Это точные формулы; однако во многих случаях желательно разложить волновую абберацию в степенной ряд. Если предмет нахо-

дится в переднем фокусе системы, то разложение выполняется весьма просто — достаточно учесть, что в этом случае последний угол системы u'_m со знаком минус представляет собой угловую сферическую абберацию $+\eta$, разложение для которой уже было получено выше. Заменяя $\operatorname{tg}(u'_m/2)$ на $\eta/2$, что можно сделать без значительной ошибки ввиду малости η (ошибка не превосходит 0,1%, если $\eta \leq 6^\circ$), разложим выражение (36) в степенной ряд по степеням H . При этом учитываем очевидные геометрические соотношения

$$\begin{aligned}\cos u_1 &= \sqrt{1 - \left(\frac{H}{r_1 - s_1}\right)^2}; \quad \cos i_i = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_i r_i}\right)^2}; \\ \cos i'_i &= \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i}\right)^2}.\end{aligned}$$

После преобразований получим

$$\begin{aligned}\bar{N}_\infty &= \frac{n_1(H)^4}{24} \left\{ \frac{1}{p^3} + \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^3 \left(\frac{1}{n_{i+1}^3} - \frac{1}{n_i^3} \right) \right] \right\} + \\ &+ \frac{n_1(H)^6}{40} \left\{ \frac{1}{p^5} + \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^5 \left(\frac{1}{n_{i+1}^5} - \frac{1}{n_i^5} \right) \right] \right\} + \frac{15n_1(H)^8}{896} \left\{ \frac{1}{p^7} + \right. \\ &+ \left. \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^7 \left(\frac{1}{n_{i+1}^7} - \frac{1}{n_i^7} \right) \right] \right\} + \dots + \frac{kn_1 A_k}{2k+2} H^{2k+2}.\end{aligned}\quad (38)$$

Заметим, что первые три члена этой формулы точные; остальные же — приближенные, так как мы заменили $\operatorname{tg}(u'_m/2)$ на $\eta/2$. Впрочем для практических целей формула (38) вполне пригодна. В общем случае, когда предмет находится на конечном расстоянии, ряд для \bar{N} имеет весьма сложный вид, малоприспособленный для вычислений, а поэтому мы его не приводим.

Заметим, что в формулах (33) и (38) фигурируют величины A_k (т. к. $(A_k)_\infty = -A_k$), поэтому, вычислив их для какой-либо системы, мы сможем легко найти и выражение для сферической абберации (угловой, поперечной, волновой). В качестве примера применения формулы (38) найдем волновую абберацию менисковой системы, уже рассмотренной нами в разделе 2 (пример 3). По формуле (38) имеем, ограничившись 12-м порядком:

$$\begin{aligned}\bar{N}_\infty &\cong \frac{H^4}{4} A_1 + \frac{H^6}{3} A_2 + \frac{3H^8}{8} A_3 + \frac{2H^{10}}{5} A_4 + \frac{5H^{12}}{12} A_5 = \\ &= 0,000031H^4 - 0,000577H^6 + 0,00154H^8 + \\ &+ 0,00293H^{10} + 0,0035H^{12},\end{aligned}$$

где H выражено в дециметрах.

Мы уделили много внимания сферической абберации, так как будет показано ниже, что сферическая абберация совместно с петцвалеовой кривизной поля определяет внеосевые монохроматические абберации в концентрических системах.

ХРОМАТИЧЕСКИЕ АБЕРРАЦИИ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В этой главе мы будем рассматривать лишь осевые хроматические aberrации концентрических систем; впоследствии (глава III) будет показано, что внеосевые, в том числе и хроматические, aberrации весьма просто выражаются через осевые (аналогично тому, как это имеет место для монохроматических aberrаций).

Выведем сначала формулы для продольных хроматических aberrаций.

Дифференцируя вторую формулу (4) по длине волны света λ , получим, заменив дифференциалы малыми приращениями

$$\begin{aligned} \Delta P' &= \Delta s_{o. xp} = -\eta_{o. xp} P' \operatorname{ctg} u'_m + \frac{\Delta n_{m+1}}{n_{m+1}} P' - \frac{\Delta n_1}{n_1} P' = \\ &= P' \left(-\eta_{o. xp} \operatorname{ctg} u'_m + \frac{\Delta n_{m+1}}{n_{m+1}} - \frac{\Delta n_1}{n_1} \right), \end{aligned} \quad (39)$$

где $\Delta s_{o. xp}$ — приращение последнего отрезка, $\eta_{o. xp}$ — приращение последнего угла $\eta_{o. xp} = -\Delta u'_m$, Δn_1 и Δn_{m+1} — частные дисперсии первой и последней среды. Величину $\Delta s_{o. xp}$ назовем общей продольной хроматической aberrацией системы; $\eta_{o. xp}$ — общей угловой хроматической aberrацией. Если $\Delta n_{m+1}/n_{m+1} = \Delta n_1/n_1$, то выражение (39) приобретает вид

$$\Delta s_{o. xp} = -\eta_{o. xp} P' \operatorname{ctg} u'_m. \quad (40)$$

Этот случай имеет наибольший практический интерес, так как обычно $n_1 = n_{m+1}$ и $\Delta n_1 = \Delta n_{m+1}$. Из формулы (40) следует, что исправление общей угловой хроматической aberrации влечет за собой и исправление общей продольной хроматической aberrации (и наоборот). Рассмотрим теперь хроматические aberrации различных порядков — хроматизм положения и сферохроматическую aberrацию.

1. Хроматизм положения

Формулу для продольного хроматизма положения проще всего получить из (6) посредством дифференцирования по λ . Получим после преобразований и замены дифференциалов приращениями

$$\Delta s_{\text{хр. п.}} = -\eta_{\text{хр. п.}} (P'_p)^2 \frac{n_{m+1}}{n_1 H} + (P'_p) \frac{\Delta n_{m+1}}{n_{m+1}} - (P'_p) \frac{\Delta n}{n_1}, \quad (41)$$

где $\Delta s_{\text{хр. п.}}$ и $\eta_{\text{хр. п.}}$ — хроматические aberrации положения, продольная и угловая соответственно. Очевидно, что (41) является первым приближением для общей хроматической aberrации, определяемой выражением (39), и при малых углах u'_m совпадает с ней в параксиальной области. В формулу (41) подставим

$$\begin{aligned} \eta_{\text{хр. п.}} &= -\Delta(u'_m)_p = \\ &= -\sum_{i=1}^m \left\{ \frac{H}{r_i} \left[\Delta n_1 \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) - n_i \left(\frac{\Delta n_{i+1}}{n_{i+1}^2} - \frac{\Delta n_i}{n_i^2} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Получим в явном виде

$$\begin{aligned} \Delta s_{\text{хр. п.}} &= (P'_p) \left\{ \frac{\Delta n_{m+1}}{n_{m+1}} - \frac{\Delta n_1}{n_1} + \sum_{i=1}^m \frac{(P'_p) n_{m+1}}{n_1 r_i} \left[\Delta n_1 \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - n_i \left(\frac{\Delta n_{i+1}}{n_{i+1}^2} - \frac{\Delta n_i}{n_i^2} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (41a)$$

Если $\Delta n_{m+1}/n_{m+1} = \Delta n_1/n_1$, то выражения (41) и (41a) упрощаются

$$\Delta s_{\text{хр. п.}} = -\eta_{\text{хр. п.}} (P'_p)^2 \frac{n_{m+1}}{n_1 H}.$$

Иными словами, в этом случае исправление $\Delta s_{\text{хр. п.}}$ (продольного хроматизма положения) имеет место лишь при исправлении углового хроматизма положения и наоборот. Когда средой пространства предметов и пространства изображений является воздух, формулы еще больше упрощаются, так как в этом случае

$$\begin{aligned} n_1 &= n_{m+1} = 1; \\ \Delta n_1 &= \Delta n_{m+1} = 0; \\ \eta_{\text{хр. п.}} &= \sum_{i=1}^m \frac{H}{r_i} \left(\frac{\Delta n_{i+1}}{n_{i+1}^2} - \frac{\Delta n_i}{n_i^2} \right); \\ \Delta s_{\text{хр. п.}} &= -\eta_{\text{хр. п.}} (P'_p)^2 \frac{1}{H}. \end{aligned} \quad (42)$$

Интересным свойством угловой хроматической aberrации является то, что она не зависит от положения предмета и изображения.

Если система состоит из линз и зеркал, находящихся в воздухе, то последнее выражение для $\eta_{\text{хр.п}}$ можно преобразовать к виду

$$\eta_{\text{хр.п}} = H \left(\frac{\Phi_1}{n_1 v_1} + \frac{\Phi_2}{n_2 v_2} + \dots + \frac{\Phi_\sigma}{n_\sigma v_\sigma} \right), \quad (43)$$

где $\Phi_1; \Phi_2; \Phi_3, \dots, \Phi_\sigma$ — оптические силы линз системы; $n_1, n_2, \dots, n_\sigma$ и $v_1, v_2, \dots, v_\sigma$ — показатели преломления и коэффициенты дисперсии стекол линз. Напомним, что оптическая сила Φ концен-

трической линзы выражается формулой $\Phi_j = \frac{n_j - 1}{n_j} \left(\frac{1}{r_j} - \frac{1}{r_{j+1}} \right)$

а коэффициент дисперсии $v_j = \frac{(n_j - 1)}{\Delta n_j}$. Заметим, что выражение (43) напоминает соответствующую формулу для бесконечно тонкого компонента, отличаясь от нее лишь наличием показателей преломления в знаменателе каждого члена. Условие устранения хроматизма положения для спектральных линий λ_1 и λ_2 , для которых даются значения коэффициентов дисперсии v_j , имеет вид:

$$\eta_{\text{хр.п}} = 0, \text{ или: } \frac{\Phi_1}{n_1 v_1} + \dots + \frac{\Phi_\sigma}{n_\sigma v_\sigma} = 0. \quad (44)$$

2. Сферохроматическая aberrация

Сферохроматическую aberrацию легко найти как разность общей хроматической aberrации и хроматической aberrации положения:

$$\begin{aligned} \Delta s_{\text{сф. хр}} &= \Delta s_{\text{о. хр}} - \Delta s_{\text{хр. п}} = \frac{\Delta n_{m+1}}{n_{m+1}} [P' - (P'_p)] - \frac{\Delta n_1}{n_1} [P' - (P'_p)] - \\ &- \eta_{\text{о. хр}} P' \text{ctg } u'_m + \eta_{\text{хр. п}} (P'_p)^2 \frac{n_{m+1}}{n_1 H} = \Delta s \left(\frac{\Delta n_{m+1}}{n_{m+1}} - \frac{\Delta n_1}{n_1} \right) - \\ &- \eta_{\text{о. хр}} P' \text{ctg } u'_m + \eta_{\text{хр. п}} (P'_p)^2 \frac{n_{m+1}}{n_1 H}. \end{aligned} \quad (45)$$

Аналогично можно выразить сферохроматическую aberrацию и в угловой мере:

$$\eta_{\text{сф. хр}} = \eta_{\text{о. хр}} - \eta_{\text{хр. п}}. \quad (46)$$

Имеем

$$\eta_{\text{о. xp}} \cong -\Delta u_{m+1} = \sum_{i=1}^m \left[\frac{H(\Delta n_1/n_{i+1} - \Delta n_{i+1} n_1/n_{i+1}^2)}{r_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i}\right)^2}} - \frac{H(\Delta n_1/n_i - \Delta n_i n_1/n_i^2)}{r_i \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_i r_i}\right)^2}} \right]. \quad (47)$$

Запишем теперь (46) в явном виде

$$\eta_{\text{сф. xp}} \cong \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{H}{r_i} \left[\Delta n_1 \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) - n_1 \left(\frac{\Delta n_{i+1}}{n_{i+1}^2} - \frac{\Delta n_i}{n_i^2} \right) \right] - \frac{H}{r_i} \left[\left(\frac{\Delta n_1}{n_{i+1}} - \frac{\Delta n_{i+1} n_1}{n_{i+1}^2} \right) \sec i'_i - \left(\frac{\Delta n_1}{n_i} - \frac{\Delta n_i n_1}{n_i^2} \right) \sec i_i \right] \right\}.$$

Разлагая в степенной ряд формулу (47), получим

$$\begin{aligned} \eta_{\text{о. xp}} \cong & - \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{H}{r_i} \left[\Delta n_1 \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) - n_1 \left(\frac{\Delta n_{i+1}}{n_{i+1}^2} - \frac{\Delta n_i}{n_i^2} \right) \right] + \right. \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{r_i} \right)^3 \left[\left(\frac{n_1}{n_{i+1}} \right)^2 \left(\frac{\Delta n_1}{n_{i+1}} - \frac{\Delta n_{i+1} n_1}{n_{i+1}^2} \right) - \left(\frac{n_1}{n_i} \right)^2 \left(\frac{\Delta n_1}{n_i} - \frac{\Delta n_i n_1}{n_i^2} \right) \right] + \dots \\ & \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2k} \left(\frac{H}{r_i} \right)^{2k+1} \left[\left(\frac{n_1}{n_{i+1}} \right)^{2k} \left(\frac{\Delta n_1}{n_{i+1}} - \frac{\Delta n_{i+1} n_1}{n_{i+1}^2} \right) - \right. \\ & \left. \left. - \left(\frac{n_1}{n_i} \right)^{2k} \left(\frac{\Delta n_1}{n_i} - \frac{\Delta n_i n_1}{n_i^2} \right) \right] + \dots \right\}. \quad (48) \end{aligned}$$

Первый член этой формулы представляет собой хроматическую абберацию положения, остальные являются сферохроматической абберацией различных порядков. Для угловой сферохроматической абберации соответственно получим

$$\begin{aligned} \eta_{\text{сф. xp}} \cong & \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{H}{r_i} \right)^3 \left[\left(\frac{n_1}{n_{i+1}} \right)^2 \left(\frac{\Delta n_1}{n_{i+1}} - \frac{\Delta n_{i+1} n_1}{n_{i+1}^2} \right) - \right. \\ & \left. - \left(\frac{n_1}{n_i} \right)^2 \left(\frac{\Delta n_1}{n_i} - \frac{\Delta n_i n_1}{n_i^2} \right) \right] + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)} \left(\frac{H}{r_i} \right)^{2k+1} \times \\ & \times \left[\left(\frac{n_1}{n_{i+1}} \right)^{2k} \left(\frac{\Delta n_1}{n_{i+1}} - \frac{\Delta n_{i+1} n_1}{n_{i+1}^2} \right) - \left(\frac{n_1}{n_i} \right)^{2k} \left(\frac{\Delta n_1}{n_i} - \frac{\Delta n_i n_1}{n_i^2} \right) \right] + \dots \right\}. \quad (49) \end{aligned}$$

Рассмотрение формул для угловых хроматических аббераций показывает, что угловые хроматические абберации концентрических систем зависят не от положения предмета и изображения, а

лишь от H , показателей преломления и радиусов системы. Практика показывает, что достаточно ограничиваться первыми двумя-тремя членами в формулах (48) и (49). Выведенные нами формулы для хроматических aberrаций верны с той степенью точности, с какой можно заменить дифференциалы приращениями, т. е. они тем точнее, чем меньше Δn . Для достижения наибольшей точности показатели преломления следует также брать равными среднему арифметическому из показателей преломления, для которых производится вычисление хроматизма. Для угловых хроматических aberrаций справедливы некоторые свойства, доказанные нами ранее для угловой сферической aberrации: хроматические aberrации системы равны сумме aberrаций компонентов ее; когда хроматические aberrации в прямом ходе равны aberrациями в обратном ходе, имеет место π -инвариантность — хроматические aberrации системы не меняются при повороте системы на π . Это справедливо и для продольных хроматических aberrаций. Однако оба эти свойства имеют место лишь тогда, когда первая и последняя среды одинаковы.

Например, покажем, что хроматические aberrации концентрического мениска не меняются при повороте его на π (мениск находится в воздухе). По формуле (47) получим для этого мениска:

$$\eta_{0. \text{хр}} = \frac{H \cdot \Delta n}{n^2} \left[\frac{1}{r_1 \sqrt{1 - \left(\frac{H}{nr_1}\right)^2}} - \frac{1}{r_2 \sqrt{1 - \left(\frac{H}{nr}\right)^2}} \right]. \quad (50)$$

После поворота на π имеем $r_1 = -\overleftarrow{r}_2$; $r_2 = -\overleftarrow{r}_1$. Подставив эти значения в формулу (47), вновь получим вышеприведенную формулу, т. е. общая хроматическая aberrация мениска не изменилась при повороте его на π . Очевидно также, что и хроматизм положения и сферохроматическая aberrация мениска также не изменились.

В качестве другого примера найдем хроматические aberrации менисковой системы, которая была рассмотрена нами в качестве примера 3 в разделе 3 первой главы.

Общий угловой хроматизм системы согласно формуле (47) будет

$$\eta_{0. \text{хр}} = \frac{2H \cdot \Delta n}{n^2} \left[\frac{1}{r_1 \sqrt{1 - \left(\frac{H}{nr_1}\right)^2}} - \frac{1}{r_2 \sqrt{1 - \left(\frac{H}{nr_2}\right)^2}} \right]. \quad (51)$$

Для хроматизма положения найдем

$$\eta_{\text{хр. п}} = \frac{2H \Delta n}{n^2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (52)$$

Сферохроматическая aberrация 3-го порядка имеет вид

$$\eta_{\text{сф. хр}} \cong \frac{H^3 \Delta n}{n^4} \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right). \quad (53)$$

Положив $H = -45$ мм, для лучей C и F получим

$$\eta_{\text{о. хр}} = +5'14''; \eta_{\text{хр. п.}} = +4'55'';$$

$$\eta_{\text{о. хр}} - \eta_{\text{хр. п.}} = +19'' = \eta_{\text{сф. хр.}}$$

Сферохроматическая aberrация 3-го порядка составляет $\sim +18''$, что удовлетворительно согласуется с точным ее значением ($+19''$). Следовательно, в данном случае при вычислении сферохроматической aberrации достаточно довольствоваться данным порядком, ибо влиянием более высоких порядков можно пренебречь ввиду их малости.

3. Концентрические изохроматические системы

Оптическую систему с нулевым (или пренебрежимо малым) хроматизмом положения мы для краткости будем называть изохроматической. Покажем, что существует обширный класс концентрических систем, имеющих идеальное исправление хроматической aberrации положения — вторичный спектр у них полностью отсутствует и в параксиальной области получается идеально-ахроматичное изображение. Действительно, рассмотрим формулу (9); предположим сначала, что предмет и изображение находятся в одной среде с показателем преломления, равным единице, а система состоит из линз и зеркал и содержит лишь $n_i, n_{i+1} = n$ или $n_i, n_{i+1} = 1$. Имеем:

$$\frac{1}{P'_p} = \frac{1}{P} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right). \quad (54)$$

Если система содержит только преломляющие поверхности, то вышеприведенное выражение можно записать в виде:

$$\frac{1}{P'_p} = \frac{1}{P} + \frac{1}{r_1} \left(-1 + \frac{1}{n} \right) + \frac{1}{r_2} \left(\frac{-1}{n} + 1 \right) + \dots$$

Очевидно, что правую часть этого выражения можно представить так:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{P} + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3} \right) + \\ & + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) + \dots = \frac{1}{P} + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + \left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3} \right) + \dots \\ & \dots + \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) + \dots \right] \end{aligned}$$

Если бы удалось член в квадратных скобках получить равным нулю, то последний отрезок не зависел бы от показателя преломления, а следовательно, и не менялся бы при переходе от одной спектраль-

ной области к другой. Приравняем нулю член в квадратных скобках

$$\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4}\right) + \dots = 0$$

или

$$\left(\frac{1}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \left(\frac{1}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4}\right) + \dots = \Phi = 0. \quad (55)$$

В правой части вышеприведенного равенства получилась сумма оптических сил линз системы; очевидно, что одна линза системы должна быть положительной (большее число положительных линз в чисто линзовой концентрической системе неосуществимо), а остальные отрицательными.

Мы пришли к выводу, что оптическая сила изохроматической диоптрической системы должна быть равна нулю, т. е. система будет телескопической. Оценка величин осуществимых радиусов в вышеприведенном выражении приводит нас к выводу, что эта телескопическая система осуществима лишь с бесконечно большими радиусами поверхностей, т. е. в виде системы плоскопараллельных пластинок. Аналогичное исследование показывает, что если предмет или изображение расположены в среде показателем преломления n , то это не спасает положения. Однако в зеркально-линзовой системе нетрудно получить изображение, свободное от хроматической аберрации положения при отличной от нуля оптической силе системы. Действительно, рассмотрим систему из трех поверхностей. Очевидно, что система из двух поверхностей, одна из которых зеркало, не может быть исправлена на хроматическую аберрацию положения. Имеем (предмет и изображение находятся в воздухе):

$$\frac{1}{P'_p} = \frac{1}{P} + \frac{1}{r_1} \left(\frac{1}{n} - 1\right) - \frac{2}{nr_2} + \frac{1}{r_3} \left(\frac{1}{n} - 1\right). \quad (56)$$

Или

$$\frac{1}{P'_p} = \frac{1}{P} - \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_3}\right) + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{2}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right). \quad (57)$$

Чтобы последний отрезок системы не зависел от n , следовательно и от λ , должно выполняться условие изохроматизма

$$\frac{1}{r_1} - \frac{2}{r_2} + \frac{1}{r_3} = 0. \quad (58)$$

При этом система оказывается совершенно свободной от хроматизма положения для любого спектрального интервала. Если это условие выполнено, то фокусное расстояние системы равно фо-

кусному расстоянию зеркала с радиусом r_2 :

$$\frac{1}{f'} = -\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_3}\right) = \frac{2}{r_2}.$$

Следовательно, такая система представляет практический интерес, хотя и дает мнимое изображение. Очевидно также, что полученное исправление хроматической aberrации положения не зависит от P , т. е. от положения предмета относительно системы. Эта система изображена на рис. 9, на котором выполнено графическое построение

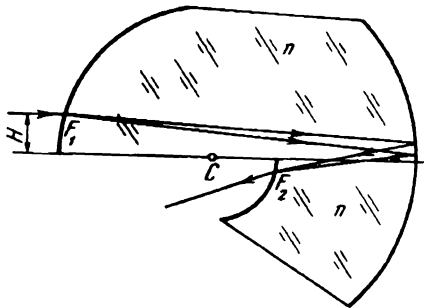


Рис. 9

хода двух лучей разного цвета, входящих в систему параллельно оптической оси и имеющих одно и то же расстояние H от оптической оси. Эти лучи падают на первую поверхность и разбиваются на два отдельно идущих цветных луча, которые вновь сходятся вместе на третьей поверхности (точка F_2 является изображением точки F_1) и, выходя в воздух, распространяются снова вдоль одной прямой; разумеется, это рассуждение справедливо лишь по отношению к параксиальным лучам. Добавив к системе вогнутое зеркало, что очевидно не нарушит исправления хроматизма, получим систему с действительным изображением, представляющую значительный практический интерес. Исправление сферической aberrации может быть легко осуществлено, так как в распоряжении конструктора имеются свободные параметры-радиусы поверхностей и показатель преломления стекла.

Заметим, что в системе, изображенной на рис. 9, используется половина входного зрачка, однако, добавив плоское зеркало, расположенное между второй и третьей поверхностью, можно использовать и весь входной зрачок, уменьшив одновременно габариты и вес системы.

Пример. В качестве примера рассчитаем систему, изображенную на рис. 9. Условие масштаба для упрощения расчета не рассматриваем. Сначала исправим хроматическую aberrацию; для этого достаточно рассмотреть систему из трех поверхностей.

Перепишем условие изохроматизма так:

$$2\rho_2 = \rho_1 + \rho_3,$$

где $\rho_i = 1/r_i$ ($i = 1, 2, 3$) — кривизны поверхностей системы. Задавая разные значения параметров ρ_1 и ρ_3 , получим совокупность значений ρ_2 , при которых достигается совершенное исправление хроматической аберрации положения. При этом система из трех поверхностей должна иметь положительную величину сферической аберрации, чтобы обеспечить исправление сферической аберрации четвертой поверхности — вогнутого зеркала; кроме того, желательны наименьшие габариты системы и минимальная толщина стекла. Учитывая эти соображения, зададимся следующими значениями кривизны, удовлетворяющими вышеприведенному условию изохроматизма: $\rho_1 = 0,004$; $\rho_2 = -0,003$; $\rho_3 = -0,01$. Считая, что предмет находится в бесконечности, дополним систему четвертой поверхностью — вогнутым зеркалом, преобразующим мнимое изображение в действительное и одновременно исправляющим сферическую аберрацию всей системы; при этом, очевидно, хроматическая коррекция системы не нарушится. Радиус кривизны четвертой поверхности выберем так, чтобы удовлетворить условию исправления сферической аберрации на зоне $H = -60$. Выражение для угловой сферической аберрации запишется в виде:

$$\begin{aligned} \eta = & \arcsin \left[H \left(-\frac{1}{nr_1} + \frac{1}{r_1} + \frac{2}{nr_2} - \frac{1}{nr_3} + \frac{1}{r_3} - \frac{2}{r_4} \right) \right] - \\ & - \arcsin \frac{H}{nr_1} + \arcsin \frac{H}{r_1} + 2 \arcsin \frac{H}{nr_2} - \\ & - \arcsin \frac{H}{nr_3} + \arcsin \frac{H}{r_3} - 2 \arcsin \frac{H}{r_4} = 0. \end{aligned}$$

Решая это трансцендентное уравнение относительно r_4 , при $H = -60$ и $n = 1,46$, найдем $r_4 = 666,666$.

Окончательные конструктивные элементы системы будут:

$$\begin{array}{lll} r_1 = 250; & d_1 = 583,333; & n = 1,46 \text{ (плавленый кварц);} \\ r_2 = -333,333; & d_2 = -233,333; & n = -1,46; \\ r_3 = -100,0; & d_3 = -766,666; & n = 1. \\ r_4 = 666,666; & & \\ A = 1:0,9; & f = 111,111; & \end{array}$$

Графики продольной сферической аберрации изображены на рис. 10 для $n = 1,46$ и $n = 1,4747$. Кривые сферической аберрации для двух разных показателей преломления не совпадают на высоких зонах, что указывает на наличие некоторой сферохроматической аберрации в системе. Исследование показывает, что сферохроматическая аберрация (ее легко подсчитать по формуле (46)) может

быть в несколько раз уменьшена, если в условии изохроматизма взять меньшее значение ρ_2 при прежнем значении ρ_3 . Однако при этом увеличивается объем стекла, используемого в системе.

Заметим, что выражение для η и условие изохроматизма не зависят от последовательности, в которой луч проходит через поверхности системы, поэтому аберрации системы не изменятся, если параллельный пучок будет падать на вогнутую преломляющую поверхность или же на вогнутое зеркало (четвертую поверхность). Предмет и изображение можно менять местами, нумерация поверхностей при этом соответственно изменится.

Системы с одинаковой сферической аберрацией мы будем называть эквивалентными; подробнее эквивалентные системы будут рассмотрены в главе IV.

В рассмотренных выше системах полное исправление хроматической аберрации (изохроматизм) выполняется для любого положения предмета и изображения. Такие системы мы назовем пространственными изохроматическими системами. Существует и другой тип изохроматических систем, в которых изохроматизм возможен только для определенного положения предмета и изображения.

Действительно, рассмотрим случай, когда предмет или изображение находится в воздухе, а изображение или предмет расположено в стекле. По-прежнему будем считать, что в системе встречаются только два типа показателей преломления $\pm n$ и ± 1 (система содержит как зеркальные, так и преломляющие поверхности). Имеем

$$\frac{1}{nP_p} - \frac{1}{P} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right).$$

Или

$$\frac{1}{P_p} = \frac{n}{P} + n \left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right). \quad (59)$$

Очевидно, что теперь условие изохроматизма будет включать в себя P — расстояние от центра системы до предмета и может быть удовлетворено только при определенном значении P . Действительно, дифференцируя формулу (59) по n и заменяя дифференциалы приращениями, получим:

$$\frac{\Delta n}{P} + \Delta \left[\sum \frac{n}{r} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right] = 0, \quad (59a)$$

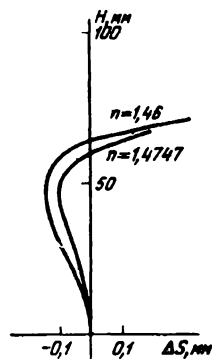


Рис. 10

где $\Delta[\Sigma \dots]$ — приращение $\Sigma \frac{1}{r} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right)$. Системы такого типа назовем локально-изохроматическими.

Заметим, что, используя свойства эквивалентных систем, изложенные в главе IV, в частности, независимость сферической и хроматической аберрации системы от последовательности, в которой луч проходит через поверхности системы, можно получить и варианты рассчитанной системы. Они изображены на рис. 11 (а, б, в). На рис. 11,а параллельный пучок падает на вогнутую поверхность.

Нумерация поверхностей меняется по сравнению с системой, изображенной на рис. 9, в данном случае поверхности первая и третья меняются местами. На рис. 11,б вся система повернута на π относительно центра, поэтому параллельный пучок падает сначала на вогнутое зеркало. Возможен также вариант, в котором параллельный пучок, отраженный от сферического зеркала, преломляется через вогнутую поверхность (рис. 11,в).

У всех полученных систем не только одинаковы аберрации, но совпадают также и значения фокусных расстояний, задних отрезков последних углов и т. д. При этом предполагается, что соответствующие радиусы зеркальных поверхностей, а также радиусы выпуклой и вогнутой преломляющих поверхностей совпадают с соответствующими цифрами для исходной системы, а показатель преломления $n = 1,46$ (плавленый кварц).

На всех рис. 11 (а, б, в) изображены системы, в которых используется не более половины входного зрачка; но, введя в систему плоское зеркало, можно использовать и почти всю площадь входного зрачка.

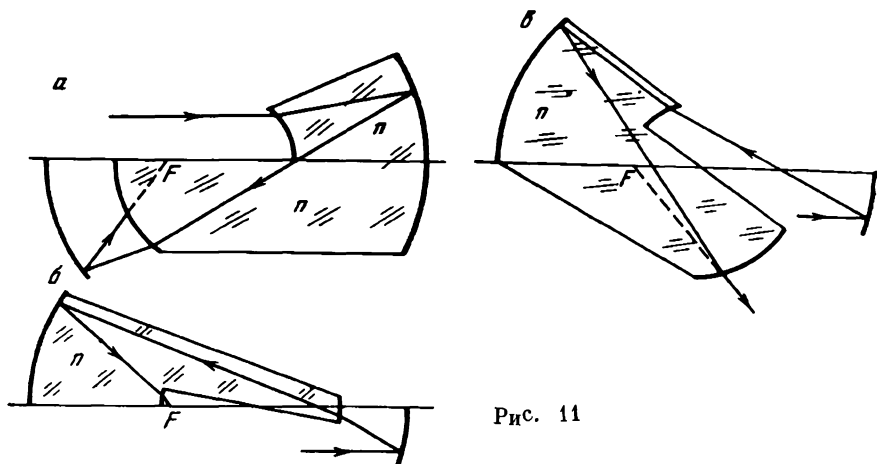


Рис. 11

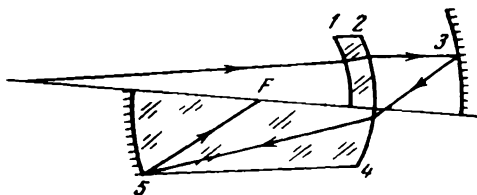


Рис. 12

Приведем пример локально-изохроматической системы (рис. 12). Примем $r_2 = r_4$, тогда условие изохроматизма (см. формулу (59a)) будет

$$\frac{1}{P} - \frac{1}{r_1} + \frac{2}{r_2} - \frac{2}{r_3} = 0.$$

Очевидно, что в этом случае положение объекта определяется радиусами системы, но не зависит от показателя преломления.

4. Остаточный хроматизм положения в концентрических системах; системы с уменьшенным вторичным спектром

Изучим хроматическую aberrацию положения в концентрических системах. Рассмотрим наиболее важный случай, когда предмет и изображение находятся в воздухе. Запишем выражение (9); для параксиальных сопряженных отрезков для двух различных длин волн света λ_1 и λ_2 вычтем из первого выражения второе, получим

$$\frac{1}{P'_{\lambda_1}} - \frac{1}{P'_{\lambda_2}} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i} \left[\left(\frac{1}{(n_{i+1})_{\lambda_1}} - \frac{1}{(n_{i+1})_{\lambda_2}} \right) - \left(\frac{1}{(n_i)_{\lambda_1}} - \frac{1}{(n_i)_{\lambda_2}} \right) \right] = \Delta S_{\lambda_1 \lambda_2}, \quad (60)$$

где $\Delta S_{\lambda_1 \lambda_2}$ означает хроматическую разность. Если система состоит из линз, находящихся в воздухе, то предыдущее выражение принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{P'_{\lambda_1}} - \frac{1}{P'_{\lambda_2}} &= \left[\frac{1}{(n_1)_{\lambda_1}} - \frac{1}{(n_1)_{\lambda_2}} \right] \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \\ &+ \left[\frac{1}{(n_2)_{\lambda_1}} - \frac{1}{(n_2)_{\lambda_2}} \right] \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) + \dots \\ &\dots + \left[\frac{1}{(n_{\frac{m}{2}})_{\lambda_1}} - \frac{1}{(n_{\frac{m}{2}})_{\lambda_2}} \right] \left(\frac{1}{r_{m-1}} - \frac{1}{r_m} \right) = \Delta S_{\lambda_1 \lambda_2}. \end{aligned} \quad (61)$$

Здесь нумерация показателей преломления изменена, а именно: n_1 — показатель преломления первой линзы, n_2 — показатель пре-

ломления второй линзы и т. д. С достаточной для практических целей точностью это выражение можно представить в виде

$$\frac{P'_\lambda - P'_{\lambda_1}}{(P'_p)^2} = \frac{(n_1)_{\lambda_2} - (n_1)_{\lambda_1}}{n_1^2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \dots,$$

где P'_p — расстояние от центра системы до изображения в параксиальной области, вычисленное для длины волны λ , расположенной между λ_1 и λ_2 , а n_1, n_2 представляет собой показатели преломления для этой длины волны. Очевидно последнее равенство будет точным, если принять

$$P'_p = \sqrt{P'_{\lambda_1} P'_{\lambda_2}}; \quad n_1 = \sqrt{(n_1)_{\lambda_1} (n_1)_{\lambda_2}}; \quad n_2 = \sqrt{(n_2)_{\lambda_1} (n_2)_{\lambda_2}}; \dots$$

Предыдущее выражение для $\Delta S_{\lambda_1, \lambda_2}$ можно преобразовать, введя число Аббе $v = \frac{(n - 1)}{(n_{\lambda_2} - n_{\lambda_1})}$.

Тогда

$$\Delta S_{\lambda_1, \lambda_2} = \frac{\Phi_1}{n_1 v_1} + \frac{\Phi_2}{n_2 v_2} + \frac{\Phi_3}{n_3 v_3} + \dots \quad (62)$$

где Φ_1, Φ_2, \dots — оптические силы линз системы. Условие исправления хроматической аберрации положения для двух длин волн λ_1, λ_2 примет вид

$$\Delta S_{\lambda_1, \lambda_2} = \frac{\Phi_1}{n_1 v_1} + \frac{\Phi_2}{n_2 v_2} + \dots = 0. \quad (63)$$

Это условие похоже на соответствующую формулу для бесконечно тонких линз, находящихся на бесконечно близком расстоянии друг от друга; однако в отличие от формулы для бесконечно тонких линз здесь оптическая сила каждой линзы делится на произведение $n v$, а не просто на v . Поэтому концентрическая система, даже содержащая стекла с одинаковыми дисперсиями, может обладать исправленным хроматизмом положения (при оптической силе системы, не равной нулю). Очевидно также, что исправление хроматизма не зависит от положения предмета и изображения. Это справедливо, если и предмет и изображение находятся в одной среде.

Найдем величину вторичного спектра в концентрической системе. Рассмотрим для конкретности лучи C, F, K и L , причем лучи K и L соответствуют двум произвольным длинам волн k и l . Аналогичное рассуждение можно провести и для любых четырех цветных лучей.

Вначале рассмотрим простейший случай — концентрическую систему из двух линз. Имеем

$$\Delta S_{C, F} = \frac{\Phi_1}{n_1 v_{1C, F}} + \frac{\Phi_2}{n_2 v_{2C, F}}; \quad \Delta S_{K, L} = \frac{\Phi_1}{n_1 v_{1K, L}} + \frac{\Phi_2}{n_2 v_{2K, L}}.$$

Введем обозначения $\psi = \varphi/(n - 1)$; тогда последние два условия совместно с условием масштаба запишутся в виде

$$\begin{aligned}(n_1 - 1)\psi_1 + (n_2 - 1)\psi_2 &= 1, \\ \frac{(n_F - n_C)_1}{n_1}\psi_1 + \frac{(n_F - n_C)_2}{n_2}\psi_2 &= \Delta S_{C,F}, \\ \frac{(n_L - n_K)_1}{n_1}\psi_1 + \frac{(n_L - n_K)_2}{n_2}\psi_2 &= \Delta S_{L,K}.\end{aligned}\quad (**)$$

Так как исправление хроматической аберрации положения не зависит от положения предмета, то достаточно рассмотреть простейший случай, когда предмет находится в бесконечности; тогда можем записать $\Delta S_{C,F} = -\frac{\delta S_{C1F}}{F^2}$; $\Delta S_{L,K} = -\frac{\delta S'_{LK}}{F^2}$, где $F = 1$ — фокусное расстояние системы. Если хроматическая аберрация положения устранена для лучей C и F , то для вычисления вторичного спектра для лучей D следует принять $\delta S_{C1F} = 0$; $K = D$; $L = F$. Тогда уравнение (**) дают

$$\delta S'_{D,F} = \frac{-(P_{D,F})_2 + (P_{D,F})_1}{n_2 v_2 - n_1 v_1}, \quad (64)$$

где $(P_{D,F})_2$ и $(P_{D,F})_1$ — относительные дисперсии стекол линз. Заметим, что это выражение также не совпадает с соответствующим выражением для тонких линз, а именно, в знаменателе формулы для вторичного спектра бесконечно тонких линз стоит разность чисел Аббе. Очевидно, что концентрические системы находятся в более выгодном положении по сравнению с системами из бесконечно тонких линз, так как величина знаменателя в формуле (64), вообще говоря, может быть значительно больше, а вторичный спектр соответственно меньше. Действительно, если взять пару стекол ТФ1 и ТК11, получим $n_2 v_2 - n_1 v_1 = 28$, в то время как $v_2 - v_1 = 17$, т. е. величина вторичного спектра в концентрической системе в этом случае почти в два раза меньше, чем в бесконечно тонкой системе. Пара ОФ1 и ТК4 дает еще больший выигрыш: $n_2 v_2 - n_1 v_1 = 17$, $v_2 - v_1 = 7$, т. е. почти в 2,5 раза. В то же время пара К8, ТФ6 дает $n_2 v_2 - n_1 v_1 = 47$, $v_2 - v_1 = 43$, т. е. небольшой выигрыш.

Таким образом, даже из обычных стекол можно рассчитать концентрическую систему со значительно уменьшенным вторичным спектром, т. е. получить значение вторичного спектра, близкое ко вторичному спектру апохроматических объективов. Это важное свойство следует всегда иметь в виду при расчете концентрических систем.

Приведем конструктивные элементы концентрической симметричной системы, вторичный спектр которой снижен почти в

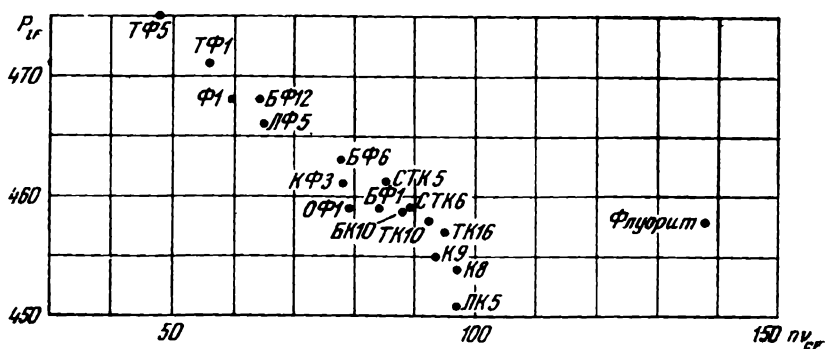


Рис. 13

в 1,5 раза (сферическая аберрация также исправлена):

$$\begin{aligned} r_1 = 1 = -r_4; & \quad n_1 = n_3 = 1,7172 \quad (\text{ТФ3}); \\ r_2 = 1,86 = -r_3; & \quad n_2 = 1,5335 \quad (\text{К15}). \end{aligned}$$

Выражение (64) приводит к простому графическому построению, позволяющему получить сведения о возможностях, которые нам дают современные оптические стекла в отношении уменьшения вторичного спектра. Отложим по оси абсцисс величины $n_{C,F}$; по оси ординат — величины $P_{l,F}$. На рис. 13 выполнено такое построение для величины $n_{C,F}$ и $P_{l,F}$, где l означает спектральную линию с $\lambda = 5461 \text{ \AA}$. Чтобы найти величину вторичного спектра, которая получится у системы из двух каких-либо стекол, следует соединить прямой точки, относящиеся к этим стеклам; тогда тангенс угла наклона этой прямой к оси абсцисс дает нам величину вторичного спектра. На графике отчетливо прослеживается горизонтальная площадка, образованная стеклами ОФ1, БФ, СТК, ТК и флуоритом; стекла, расположенные на площадке, пригодны для концентрических объективов апохроматов. Таким образом, выбор стекол для апохроматов в концентрических системах производится несравненно проще, чем в случае бесконечно тонких двухлинзовых объективов.

Приведем данные объектива-апохромата, состоящего из шара с двумя симметричными менисками:

$$\begin{aligned} r_1 = -r_4 = 1,96002; & \quad n_1 = n_3 = 1,5262 \quad (\text{КФ3}); \\ r_2 = -r_3 = 0,120227; & \quad n_2 = 1,6227 \quad (\text{ТК10}). \end{aligned}$$

Хроматизм в этой системе исправлен для трех длин волн C, D, F .

ЭЙКОНАЛ И ПОЛЕВЫЕ АБЕРРАЦИИ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1. Эйконал концентрических систем

Открытие характеристической функции В. Р. Гамильтоном [21] явилось наиболее важным событием в геометрической оптике со времени открытия закона преломления. Гамильтон определил характеристическую функцию как оптическую длину луча между двумя точками в пространствах предметов и изображений с координатами x, y, z и x', y', z' ; из свойств этой функции, зависящей от координат упомянутых точек, он вывел ряд важных положений геометрической оптики. Работы Гамильтона долгое время оставались малоизвестными, и спустя много лет Г. Брунс [22] самостоятельно открыл функцию, аналогичную характеристической, и назвал ее эйконалом. В дальнейшем в теории оптических систем применялись три вида эйконалов Брунса: координатный эйконал, угловой эйконал и эйконал со смешанными переменными [16]. Мы будем рассматривать лишь эйконалы концентрических систем; прежде всего дадим обзор результатов, ранее полученных различными авторами [13, 18], главным образом Герцбергером и Бегекольдом. Герцбергер установил, что точка, сопряженная данной точке объекта, в концентрической системе лежит всегда на прямой, соединяющей упомянутую точку объекта с центром системы. Это означает, что луч распространяется в одной и той же плоскости, содержащей оптическую ось системы (оптической осью в данном случае можно считать любую прямую, проходящую через центр системы). Герцбергер нашел также, что угловая характеристика концентрической системы является функцией лишь одной переменной и вывел формулы, позволяющие по известным угловой и смешанной характеристическим функциям найти линейное увеличение системы, а следовательно, и положение точки изображения относительно центра, если известно положение точки объекта. Бегекольдом и Герцбергером также было найдено значение угловой характеристической функции для пространственных и бисферических систем в явном виде. Однако для реальных систем значения характеристических функций получены не были. В литературе встречаются противоречивые мнения относительно важности характеристичес-

ких функций (и эйконалов) для расчета реальных систем. Например, Г. Буассе [23] считает, что практического интереса эйконал для расчетов оптических систем, в особенности светосильных и широкоугольных, не представляет. Напротив, Т. Смит полагает [24], что трудности, встречающиеся при практическом использовании алгебраических методов, опирающихся на теорию эйконала, являются временными и что усилия следует сосредоточить на преодолении этих трудностей.

Мы покажем, что в случае концентрических систем эйконал может быть легко получен в параметрической (и довольно простой) форме.

2. Угловой эйконал

Рассмотрим произвольную нетелескопическую концентрическую систему из m поверхностей, разграничивающих среды с постоянными показателями преломления $n_1; n_2, \dots, n_{m+1}$ (см. рис. 1). Ограничимся рассмотрением хода луча в меридиональной плоскости, так как в концентрической системе, как указывалось выше, любой косой луч лежит в плоскости, содержащей оптическую ось, следовательно, эта плоскость равноправна с меридиональной плоскостью. Рассмотрение более общего случая, когда луч не лежит в меридиональной плоскости, не позволяет получить выражение для эйконала в простом виде, а потому интереса не представляет.

Выведем выражение для углового эйконала W . Как известно, угловой эйконал определяется как функция направляющих косинусов луча в пространстве предметов и в пространстве изображений и численно равен оптической длине луча между основаниями перпендикуляров, опущенных из обоих начал координатных систем: одной системы в пространстве предметов, другой — в пространстве изображений. Допустим вначале, что обе системы координат имеют общее начало в центре системы, их оси также совпадают, причем ось x направлена вдоль оптической оси системы. Сначала выведем W как функцию более привычных переменных H (или K). Для одиночной сферической поверхности получим

$$W_1 = r_1 n_2 \cos i'_1 - r_1 n_1 \cos i_1 = r_1 n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_2 r_1}\right)^2} - r_1 n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{H}{r_1}\right)^2},$$

где $H = (r_1 - s_1) \sin u_1$.

Для двух поверхностей имеем:

$$W_2 = n_2 r_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_2 r_1}\right)^2} - n_1 r_1 \sqrt{1 - \left(\frac{H}{r_1}\right)^2} + n_3 r_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_3 r_2}\right)^2} - n_2 r_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_2 r_2}\right)^2}.$$

Для m поверхностей

$$W_m = \sum_{i=1}^m \left[r_i n_{i+1} \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i} \right)^2} - r_i n_i \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 H}{n_i r_i} \right)^2} \right]. \quad (65)$$

Или, введя инвариант $K = n_1 H$:

$$W_m = \sum_{i=1}^m \left[r_i n_{i+1} \sqrt{1 - \left(\frac{K}{n_{i+1} r_i} \right)^2} - r_i n_i \sqrt{1 - \left(\frac{K}{n_i r_i} \right)^2} \right]. \quad (65a)$$

Выражение (65a) представляет собой угловой эйконал, но выраженный через переменную K . Выразим W как функцию направляющих косинусов $\mu_1 = -\sin u_1$ и $\mu'_1 = -\sin u'_m$ углов луча с осью y в пространстве предметов и пространстве изображений. В главе I мы вывели выражение

$$u'_m = u_1 + \sum_{i=1}^m \Delta i_i.$$

Или

$$\sin u'_m = \sin \left[u_1 + \sum_{i=1}^m \Delta i_i \right].$$

Откуда получаем соотношение, связывающее μ_1 , μ'_1 и K

$$\arcsin \mu'_1 - \arcsin \mu_1 + \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right) = 0.$$

Получим, обозначив $\Phi(K) = \sum_{i=1}^m \Delta i_i$, следующее выражение эйконала $W(\mu_1, \mu'_1)$ в параметрической форме через параметр K

$$W = \sum_{i=1}^m \left[r_i n_{i+1} \sqrt{1 - \left(\frac{K}{n_{i+1} r_i} \right)^2} - r_i n_i \sqrt{1 - \left(\frac{K}{n_i r_i} \right)^2} \right]; \quad (66)$$

$$\arcsin \mu_1 - \arcsin \mu'_1 = \Phi(K),$$

где

$$\Phi(K) = \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1} r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right).$$

Итак, мы получим выражение для углового эйконала концентрической системы в параметрической форме через конструктивные элементы системы n_i, r_i и параметр K , причем формулы оказались

достаточно простыми, а потому пригодными для непосредственного применения на практике. Параметр K удается исключить сравнительно редко, лишь в простейших случаях; например, в случае сферического зеркала имеем

$$W_1 = -2r \sqrt{1 - \left(\frac{K}{n_1 r}\right)^2},$$

$$\arcsin \mu_1 - \arcsin \mu'_1 = -2 \arcsin \frac{K}{r}.$$

Из последнего уравнения выразим K через μ_1 и μ'_1 :

$$K = r \sin \left(\frac{\arcsin \mu'_1 - \arcsin \mu_1}{2} \right).$$

Подставив это в первое уравнение, получим

$$W_1 = -2r \cos \left(\frac{\arcsin \mu'_1 - \arcsin \mu_1}{2} \right).$$

Зная эйконал концентрической системы, можно найти все ее свойства; задачей геометрической оптики при расчете конкретных систем обычно является определение точки пересечения луча в пространстве изображений с некоторой плоскостью. Основные свойства углового эйконала, как известно, дают

$$\frac{\partial W}{\partial \mu_1} = n_1 y; \quad \frac{\partial W}{\partial \mu'_1} = -n_{m+1} y',$$

где y, y' — координаты точек пересечения луча с прямыми, проведенными через основания обоих перпендикуляров и перпендикулярными оптической оси. Эти прямые могут быть сопряженными. Например, найдем точку пересечения луча в пространстве изображений с прямой, проходящей через центр системы перпендикулярно оптической оси ее. Имеем:

$$\frac{\partial W}{\partial \mu'_1} = \frac{\partial W}{\partial K} \cdot \frac{\partial K}{\partial \mu'_1},$$

причем

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial K} &= \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{K}{r_i n_i} \left[1 - \left(\frac{K}{n_i r_i} \right)^2 \right]^{-1/2} - \frac{K}{r_i n_{i+1}} \left[1 - \left(\frac{K}{n_{i+1} r_i} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\}, \\ \frac{\partial K}{\partial \mu'_1} &= \frac{1}{\cos \left[-\arcsin \mu_1 + \sum_{i=1}^m \Delta i_i \right] \cdot E}, \end{aligned}$$

где

$$E = \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{r_i n_i} \left[1 - \left(\frac{K}{n_i r_i} \right)^2 \right]^{-1/2} - \frac{1}{r_i n_{i+1}} \left[1 - \left(\frac{K}{n_{i+1} r_i} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\}.$$

Получим

$$\frac{\partial W}{\partial \mu'} = \frac{K}{\cos u'_m} = n_{m+1} \frac{h}{\cos u'_m},$$

где h — длина перпендикуляра, опущенного из начала координат (центра) на луч в пространстве изображений. Учитывая, что $-h/\cos u'_m = y'$, получим окончательно: $\frac{\partial W}{\partial \mu'_1} = -n_{m+1}y'$, т. е. y'

может быть легко вычислено. До сих пор мы считали, что начала обеих систем координат совпадают в центре системы; рассмотрим более общий случай, когда совпадает лишь ось x обеих систем, а их начала не совпадают и находятся на расстоянии x_1 и x'_1 от центра (к величинам x_1 и x'_1 следует применить то же правило знаков, что и для радиусов системы). В этом случае выражение для углового эйконала W^* , как очевидно из геометрических соображений, принимает вид

$$W^* = W(\mu_1 \mu_2) = n_1 r_1 \sqrt{1 - \mu_1^2} - n_{m+1} x_2 \sqrt{1 - \mu_2^2}, \quad (67)$$

где $W(\mu_1, \mu_2)$ определено выражениями (66).

Особый интерес представляет случай, когда начало координат второй системы помещено на плоскость Гаусса, в этом случае дифференцирование W^* по μ'_1 позволяет найти координаты пересечения луча с плоскостью Гаусса, а в формуле (67) мы должны положить $x_2 = P_p$.

Если точка предмета лежит на оптической оси системы (мы считаем оптической осью концентрической системы прямую, проходящую через центр системы перпендикулярно к плоскости входного зрачка; все остальные прямые, проходящие через центр системы, мы будем называть псевдоосями), то ордината точки пересечения луча с плоскостью Гаусса является поперечной сферической аберрацией системы δg , т. е.

$$\delta g = -\frac{\partial W^*}{\partial \mu'_1} \cdot \frac{1}{n_{m+1}}, \quad (68)$$

причем $x_2 = P'_p$, а W^* определено формулой (67). Внеосевую поперечную аберрацию мы определим как разность ординат точек пересечения с плоскостью Гаусса данного луча ABD и луча ACE , направленного вдоль одной из псевдоосей (рис. 14) (оба луча исходят из одной точки объекта)

$$\delta g' = y' - y'_0, \quad (69)$$

где $\delta g'$ — поперечная внеосевая аберрация, y'_1 — ордината пересечения псевдооси с плоскостью Гаусса. Величина y'_0 может быть легко найдена из геометрических соображений (см. рис. 14),

если известна ордината точки предмета y_0 и параксиальные величины P и P'_p — расстояния от центра до плоскости предметов и плоскости Гаусса соответственно. Окончательно получим

$$\delta g = \frac{\partial W^*}{\partial \mu'_2} \cdot \frac{1}{n_{m+1}} - y_0 \frac{(P)_p}{P}, \quad (69a)$$

причем $x_2 = P'_p$. Выведенные нами формулы (68) и (69a) малоудобны для практического использования вследствие наличия

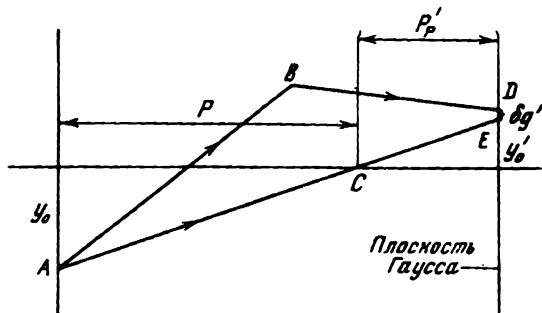


Рис. 14

переменных μ_1 и μ'_1 , а также из-за того, что при вычислении внеосевых aberrаций зависимость последних от положения входного и выходного зрачка не видна. Ниже мы опишем более удобный метод нахождения внеосевых aberrаций.

3. Полевые aberrации концентрических систем

Изучим сначала вопрос о кривизне поля концентрических систем. Пусть входной зрачок находится в центре одиночной преломляющей или отражающей поверхности. Тогда изображение сферической поверхности предмета с радиусом кривизны ρ изобразится также сферой с радиусом ρ' (центры кривизны поверхностей предмета и изображения совпадают с центром системы). Очевидно, что ρ и ρ' связаны формулой (9)

$$\frac{1}{n_1 \rho} - \frac{1}{n_2 \rho'} = \frac{1}{r_1} \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right). \quad (70)$$

К величинам ρ и ρ' применимо то же правило знаков, что и к поверхностям системы. Геккер [17] установил, что эта формула справедлива также и в том случае, если центр кривизны предмета (и изображения) не совпадает с центром поверхности, но тогда это условие является приближенным. Применяя предыдущую форму-

лу к первой, второй и т. д. поверхностям системы, получим

$$\frac{1}{n_1 \rho_1} - \frac{1}{n_2 \rho_2} = \frac{1}{r_1} \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right);$$

$$\frac{1}{n_2 \rho_2} - \frac{1}{n_3 \rho_3} = \frac{1}{r_2} \left(\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_3} \right).$$

Складывая эти уравнения, найдем

$$\frac{1}{n_1 \rho_1} - \frac{1}{n_{m+1} \rho_{m+1}} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i+1}} \right) = \frac{B}{n_1 n_{m+1}}, \quad (71)$$

где

$$B = n_i n_{m+1} \sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i+1}} \right).$$

Таким образом, мы нашли для концентрической системы уравнение того же вида, что и для одиночной поверхности, если входной зрачок помещен в центре системы. Если в частном случае поверхность концентрична с системой, мы получим $\rho_1 = P$. И, таким образом, из (71) следует, что $-\frac{n_1}{\rho_{m+1}} = -\frac{n_{m+1}}{P} + B$. Сравнивая этот результат с параксиальным уравнением (8), мы найдем $\rho_{m+1} = P'$. Следовательно, в этом частном случае (71) уже является точной формулой.

Рассмотрим теперь плоскую поверхность объекта $\rho_1 = \infty$. Имеем: $\rho_{m+1} = -\frac{n_1}{B}$. Из этого уравнения следует, что кривизна поверхности изображения не зависит от положения плоскости объекта. Если $B > 0$ (положительная система), то кривизна поля всегда отрицательна, а поверхность изображения является вогнутой по отношению к лучам, строящим изображение. Заметим, что $B > 0$ в том случае, если система содержит четное число зеркал. Если же число зеркал нечетно, то поверхность изображения является выпуклой к лучам, строящим изображение.

Найдем теперь точное выражение для кривизны поля, если поверхность объекта есть плоскость на конечном расстоянии. Из рис. 15 мы видим, что

$$-\frac{n_1}{(P'_p)_\omega} = -\frac{n_{m+1}}{(P)_\omega} + B,$$

$$\text{или } -\frac{n_1}{(P'_p)_\omega} = -\frac{n_{m+1}}{P} \cos \omega + B.$$

Последнее выражение есть уравнение конического сечения; в полярных координатах его можно переписать в более привычном

виде

$$-\frac{(P'_p)_\omega}{n_1} = \frac{\frac{1}{B}}{1 + \left(-\frac{n_{m+1}}{PB}\right) \cos \omega}. \quad (72)$$

Здесь $1/B$ играет роль параметра кривой второго порядка, $-n_{m+1}/PB$ — эксцентриситет кривой. Полярная ось направлена вдоль оптической оси. Очевидно, что в зависимости от величины эксцентриситета поле может изображаться любой кривой второго порядка.

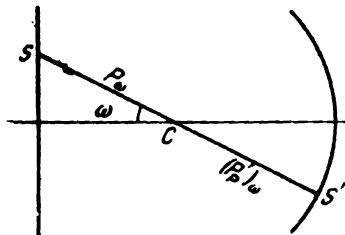


Рис. 15

Это может быть сфера, эллипс, парабола или гипербола. Действительно, допустим для простоты, что $B = -1$ при $n_1 = n_{m+1} = 1$ (предмет и изображение находятся в воздухе). Тогда при $P = \infty$ эксцентриситет $l = 0$ и поле будет сферическим; при $1 < P < \infty$, $l < 1$, т. е. поле изображается эллипсоидом вращения; при $P = 1$ поле — параболоид вращения и при $0 < P < 1$ получаем гиперболоид вращения. Таким образом, в зависимости от расстояния от центра кривизны системы до предмета форма поверхности, на которой образуется изображение, изменяется в широких пределах — от сферы до гиперболоида вращения. Совершенно аналогично можно изучить и более общий случай, когда предмет и изображение не находятся в воздухе.

Найдем способ вычисления полевых (внеосевых) аберраций для концентрических систем при произвольном положении входного зрачка, причем будем рассматривать лишь входной зрачок, имеющий формулу окружности.

В дальнейшем будем предполагать, что кривизна изображения, образованного параксиальными лучами (главный луч проходит через центр системы), нам известна и займемся определением остальных полевых аберраций. Обычно считают, что когда плоскость входного зрачка системы проходит через центр системы, то концентрическая система обладает лишь осевыми аберрациями. Однако это не верно, так как в наклонных лучах входной зрачок уже не является окружностью и пятно рассеяния также не имеет круговых очертаний. Поэтому мы будем считать, что в этом случае система обладает аберрациями наклонных пучков.

Рассмотрим теперь общий случай, когда входной зрачок не совпадает с центром системы; рассмотрим случай, когда предмет расположен в бесконечности (рис. 16). Расстояние от центра кривизны O системы до центра входного зрачка обозначим c . Величину c будем считать положительной, если входной зрачок лежит слева от центра системы, и отрицательной, если он расположен справа. Наклон луча к перпендикуляр, опущенному из центра системы на плоскость входного зрачка, обозначим ω . Знак для ω плюс, если луч распространяется слева направо и направлен вниз

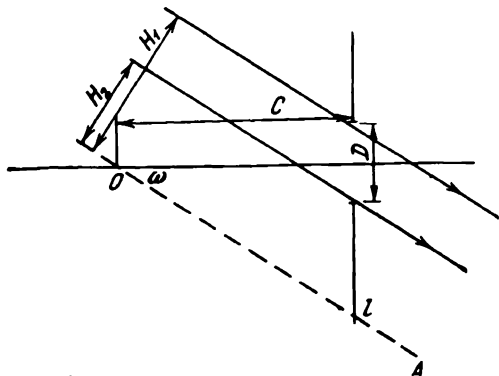


Рис. 16

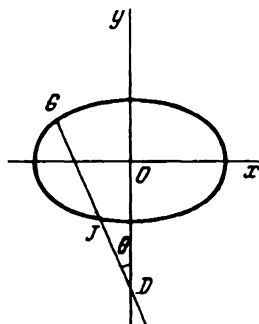


Рис. 17

(в дальнейшем, для простоты, всегда будем рассматривать лишь такие наклонные пучки — очевидно, это не ограничивает общности рассуждений). Диаметр входного зрачка обозначим через D . В дальнейшем будем предполагать, что входной зрачок не виньетирован. Рассмотрим внеосевой пучок лучей с наклоном ω ; эти лучи параллельны одной из псевдоосей системы OA (на рис. 16 эта ось нанесена пунктиром). Итак, пучок является осевым для OA , и следовательно, к нему можно применить формулы для вычисления осевых аберраций. Однако при этом на величину H , входящую в формулы для осевых аберраций, следует наложить ограничения, обусловленные влиянием входного зрачка. Действительно, из рис. 16 видно, что H может принимать только значения, заключенные в пределах $|H_2| \leq |H| \leq |H_1|$. В дальнейшем через H_1 будем обозначать максимальный (по модулю) предел. Найдем в явном виде значения H_1 и H_2 :

$$H_1 = c \sin \omega - \frac{D}{2} \cos \omega; \quad H_2 = c \sin \omega + \frac{D}{2} \cos \omega.$$

Итак, полевая аберрация в меридиональной плоскости, представляющая собой наложение всех полевых аберраций, за исключением

кривизны поля (определенной как указывалось выше), имеет вид

$$f(H);$$

$$\left| c \sin \omega + \frac{D}{2} \cos \omega \right| \leq |H| \leq \left| c \sin \omega - \frac{D}{2} \cos \omega \right|, \quad (73)$$

где $f(H)$ есть выражение для осевой аберрации. Это может быть сферическая аберрация, хроматическая аберрация положения, сферохроматическая аберрация. Заметим, что выражение (73) определяет полевую аберрацию не для плоскости Гаусса или какой-либо другой параллельной ей плоскости, а для окружности, концентричной с системой и имеющей радиус кривизны, равный R'_p — расстоянию от центра системы до параксиального изображения, образованного осевым пучком при положении предмета в бесконечности, плюс дефокусировка Δ , с которой вычисляется $f(H)$. Осевую аберрацию $f(H)$ следует вычислять с $H < 0$, если $c < 0$, и с $H > 0$, если $c > 0$.

Покажем, что аналогичный вывод справедлив и для немеридиональных (косых) лучей. Рассмотрим цилиндр, образованный вращением луча с расстоянием H_1 от псевдооси OA (см. рис. 16) вокруг этой оси. Пусть этот цилиндр заполнен лучами, идущими параллельно его оси. Полевые аберрации лучей, расположенных в произвольном сечении цилиндра, проходящем через его ось OA под углом θ к меридиональной плоскости, описываются выражением для осевой аберрации с H , заключенным в пределах от DG до DJ (рис. 17). Угол θ отсчитывается от меридиональной плоскости против часовой стрелки. Найдем пределы DG и DJ в явном виде. Спроектируем входной зрачок на плоскость, перпендикулярную к оси цилиндра. Уравнение проекции входного зрачка запишется так

$$\frac{x^2}{\left(\frac{D}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{D}{2} \cos \omega\right)^2} = 1. \quad (74)$$

Уравнение прямой DG , представляющей собой сечение проекции входного зрачка плоскостью, в которой мы находим полевые аберрации, имеет вид

$$y = -x \operatorname{ctg} \theta - c (\operatorname{tg} \omega). \quad (75)$$

Решая совместно уравнения (74) и (75), получим абсциссы и ординаты точек G и J . Зная координаты точек G и J , легко найти отрезки DG и DJ .

$$\begin{cases} DG = \sqrt{x_G^2 + (y_D - y_G)^2}; \\ DJ = \sqrt{x_J^2 + (y_D - y_J)^2}, \end{cases} \quad (76)$$

где $y_D = c (\operatorname{tg} \omega)$, $x_{J,G}$; $y_{G,J}$ — координаты точек G и J . Отрезкам DG и DJ припишем знак минус, если точка G (либо J) лежит выше, нежели точка D (см. рис. 17), и знак плюс, если она ниже; если же эти отрезки параллельны оси x , то условимся приписывать отрезку, направленному вдоль оси абсцисс (вправо от D), знак плюс и отрезку, лежащему влево от точки D , знак минус. Обозначим

$$DG = H'_1; \quad DJ = H'_2.$$

Полевая аберрация концентрической системы для бесконечно удаленного объекта в общем случае изобразится так:

$$f(H);$$

$$|H'_1| \geq |H| \geq |H'_2|, \quad (77)$$

где $f(H)$ по-прежнему есть выражение для осевой аберрации. Осевую аберрацию $f(H)$ следует вычислять с $H < 0$, если $c < 0$, и $H > 0$, если $c > 0$. Аналогично выражению (73) формула (76) определяет полевую аберрацию не для плоскости, перпендикулярной к оптической оси, а для сферы, концентричной с системой и имеющей радиус, равный $P'_p + \Delta$. Мы можем теперь сделать общий вывод: полевые аберрации концентрической системы для бесконечно удаленного объекта определяются осевой аберрацией и кривизной поля. Это справедливо по отношению к аберрациям любых порядков. Для аберраций третьего порядка это свойство установил Ян Мильто [25]. Связь между коэффициентами аберраций (записанных в неявном виде) в концентрических системах установил Фокке [12], однако его результаты не имеют практического интереса. Относительно осевой аберрации мы не делали никаких ограничений — это может быть сферическая аберрация, хроматическая аберрация положения, сферохроматическая аберрация; эти аберрации могут быть заданы в форме выражений для поперечной, угловой и т. д. аберраций, а также в виде графиков, либо таблиц, полученных тригонометрическим расчетом хода лучей. Заметим, что если $f(H) = \delta g$ (поперечная сферическая аберрация), причем δg получена на плоскости, перпендикулярной к оптической оси (см. главу I), то формулы (76), (74) дают приближенный результат, так как они в этом случае представляют поперечную аберрацию на сфере с радиусом $P'_p + \Delta$. Впрощем во всех практически интересных случаях величина $|P'_p + \Delta|$ велика по сравнению с $|\delta g|$, а потому ошибка, получающаяся при использовании формулами (74) и (76), пренебрежимо мала. Например, если $\left| \frac{\delta g}{P'_p + \Delta} \right| = 0,1$, что встречается крайне редко, ошибка,

даваемая формулами (74), (76) при вычислении поперечной полевой аберрации, составляет 1,7%. Иными словами, и в этом случае формулы дают достаточно точный результат.

Укажем также на некоторые свойства полевой аберрации. Если волновая сферическая аберрация в интервале $|H'_1| \geq |H| \geq |H'_2|$

удовлетворяет критерию Рэлея, то и полевая монохроматическая aberrация (без кривизны поля) также удовлетворяет этому критерию. Аналогичное свойство справедливо и для хроматических осевых aberrаций. Очевидно также, что если осевая aberrация меняет знак, то и полевая aberrация также меняет его.

Из рис. 16 и 17 можно также сделать следующий вывод о влиянии положения входного зрачка: если величина s меняет знак, то полевые aberrации, выраженные в угловой мере, также меняют знак, т. е. полевые aberrации меняют знак при перемещении входного зрачка через центр системы; если же при этом также величина s не меняется по абсолютной величине, то и полевые aberrации также не меняются по абсолютной величине, если $|H'_1|$ и $|H'_2|$ одинаковы. Наше исследование указывает также на ограниченную точность формулы Штебле—Лигоцкого применительно к концентрическим системам. Действительно, при вычислении комы по этой формуле учитывается лишь изменение Δf и ΔS в пределах $0 \leq |H| \leq D/2$, тогда как необходимо рассматривать интервал $|H'_1| \geq |H| \geq |H'_2|$, причем зачастую именно вследствие быстрого роста осевой aberrации в области $D/2 \leq |H| \leq |H'_1|$ происходит резкое увеличение полевой aberrации (рост размеров пятна рассеяния).

4. Построение точечных диаграмм

Зачастую необходимо знать картину распределения точек пересечения лучей с фокальной поверхностью, так называемую точечную диаграмму. Точечная диаграмма позволяет судить, пренебрегая явлениями дифракции, о распределении света в пятне рассеяния, что является важной характеристикой изображения. Обычно в случае оптической системы, имеющей ось вращения, но не концентрической, построение точечной диаграммы требует расчета большого числа косых лучей, что требует большой вычислительной работы и, как следствие, применения сложной вычислительной техники.

Опишем простой метод построения точечных диаграмм концентрических систем при положении предмета в бесконечности.

Построение точечной диаграммы производится следующим образом: вычерчиваем проекцию входного зрачка на плоскость, перпендикулярную к падающему пучку лучей (см. выражение (74)), причем, ввиду симметрии изображения относительно меридиональной плоскости, достаточно построить лишь половину входного зрачка, лежащую по одну сторону от меридиональной плоскости. Распределим лучи равномерно по площади входного зрачка, воспользовавшись, например, прямоугольной сеткой (рис. 18). На рис. 18 точки пересечения лучей с проекцией входного зрачка изображены крестами. Нанесем на рис. 18 также и проекцию центра системы, обозначив ее D . Соединим теперь точку D с ка-

кой-либо точкой M (точкой пересечения луча со входным зрачком), прямой, продолжив ее в обе стороны. Очевидно, что расстояние DM равно расстоянию данного луча от центра системы, т. е. равно H . Зная H для данного луча, вычислим для него поперечную сферическую aberrацию δg , либо найдем ее из предварительно построенного в надлежащем масштабе графика для δg , что удобнее. Затем отложим δg в выбранном масштабе на прямой MD от точки D . Полученная точка M' и представляет собой искомую точку пересечения луча со сферой, имеющей радиус $P'_p + \Delta$, где Δ — дефокусировка, с которой вычислена δg . Построение точечной диаграммы производится на плоскости, в то время как ее следовало бы строить на сфере радиуса $P'_p + \Delta$, но вызываемая этим ошибка мала и может не приниматься во внимание, как и при нахождении поперечной полевой aberrации, что уже отмечалось выше. Аналогично находим остальные точки диаграммы.

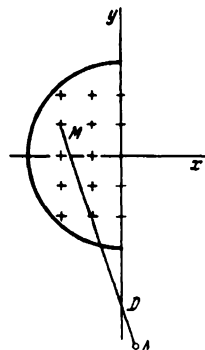


Рис. 18

Следует заметить, что точечные диаграммы можно строить и для несферического поля, т. е. можно находить точки пересечения с произвольной поверхностью и улучшить исправление полевых aberrаций; в этом случае Δ уже не является постоянной, а меняется по полю.

Пример. Рассмотрим систему вида, изображенного на рис. 7; система имеет следующие конструктивные элементы:

$$\begin{aligned} r_1 &= -100,0; & d_1 &= 120,826 \text{ (ТК 16);} \\ r_2 &= -220,826; & d_2 &= -154,826 \text{ (ТК 16);} \\ r_3 &= -66,0; & & \\ D &= 92; & A &= 1 : 0,65; \quad c = -88,0. \end{aligned}$$

Последняя поверхность системы (с радиусом r_3) иммергируется к светоприемнику — фотопленке; входной зрачок совмещен с оправой первой поверхности системы. Предмет расположен в бесконечности. Система предназначена для фотографирования в монохроматических лучах ($\lambda = 6562,8 \text{ \AA}$).

Изучим характер полевых aberrаций для угла поля $\omega = 10^\circ$. Для выяснения характера немеридиональных полевых aberrаций выберем для $\omega = 10^\circ$ совокупность значений $\theta = 0^\circ; 30^\circ; 60^\circ; 90^\circ; 120^\circ; 150^\circ$, для которых и вычислим значения H'_1 и H'_2 по формуле (73). Ниже приведены полученные значения.

θ	0°	30°	60°	90°	120°	150°
H'_1	-60,6	-59	-51	-42	-51	-59
H'_2	30,0	31	35	42	35	31

Выражение для поперечной полевой aberrации согласно (74) имеет вид

$$\delta g = \Delta s \operatorname{tg} u'_2; \quad |H'_1| \geq |H| \geq |H'_2|.$$

Нанесем на рис. 19 прямые с ординатами H'_1 и H'_2 , параллельные оси абсцисс; отрезки кривых δg , заключенные в интервале от H' до H'_2 , и будут представлять поперечную полевую aberrацию в плоскости, образующей угол θ с меридиональной плоскостью.

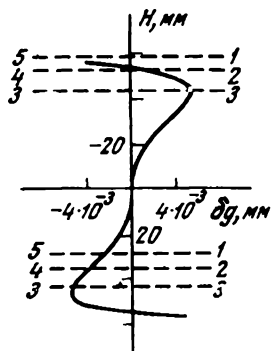


Рис. 19

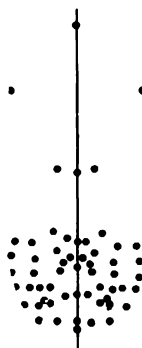


Рис. 20

На рис. 19 прямые для $\theta = 30^\circ$ обозначены цифрой 1, для $\theta = 60^\circ$ — цифрой 2 и т. д. Полученные кривые характеризуют пятно рассеяния, получающееся на сфере с радиусом $P'_p = -66,0$, что равно расстоянию параксиального осевого изображения от центра системы. Чтобы получить представление о характере распределения энергии в пятне рассеяния, построим точечную диаграмму, распределим равномерно лучи, как показано на рис. 18, по площади входного зрачка и найдем точки пересечения со сферой радиуса $P'_p = -66,0$, как описывалось выше. Построив точки пересечения лучей, лежащих по одну сторону от меридиональной плоскости, получим лишь половину пятна рассеяния; остальные точки пятна, очевидно, будут симметричны найденным точкам относительно меридиональной плоскости. Полученная точечная диаграмма приведена на рис. 20. Как видно, фигура рассеяния сконцентрирована в одной петле «восьмерки», а вторая петля является очень слабой и малозаметной, поэтому мы можем сделать вывод, что перемещение входного зрачка вносит сравнительно небольшие полевые aberrации, несущественно изменяющие структуру изображения. Наиболее яркая часть пятна рассеяния приняла характерную форму, напоминающую кардиоиду по очертаниям; наибольшая яркость этого пятна наблюдается не в центре пятна, а ближе к краевым частям поля. Как уже отмечалось, полученная картина не учитывает явлений дифракции, а потому является лишь ориентировочной.

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ КОНЦЕНТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Рассмотрим некоторую concentрическую систему с известными радиусами поверхностей r_1, r_2, \dots, r_s и показателями преломления n_1, n_2, \dots, n_{s+1} ; расстояние от центра системы до предмета обозначим P_1 ; расстояние от центра системы до параксиального изображения обозначим L_1 . Выражение для угловой сферической аберрации системы запишем в виде (см. главу I)

$$\eta_1(K) = \arcsin \frac{K}{n_{s+1}L_1} - \arcsin \frac{K}{n_1P_1} - \sum_{i=1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right), \quad (78)$$

где K — инвариант системы.

Зададимся целью найти все concentрические системы, имеющие ту же функцию $\eta(K)$, что и рассматриваемая система. Системы, обладающие одинаковой сферической аберрацией, мы будем называть эквивалентными. Изучение этого вопроса имеет не только теоретическое, но и большое прикладное значение, позволяя во многих случаях находить новые concentрические системы на основании данных об имеющихся системах, либо видоизменять последние; при этом зачастую удастся избежать кропотливых тригонометрических расчетов. Замена компонента системы некоторым специально выбранным компонентом, эквивалентным первому компоненту, позволяет воздействовать на хроматические аберрации системы — исправлять хроматическую аберрацию положения, сферохроматическую аберрацию. Эквивалентные системы могут обладать различной светосилой, что позволяет в некоторых случаях найти систему с большей светосилой, нежели светосила исходной системы. Таким образом, знакомство со свойствами эквивалентных систем может существенно уменьшить объем работы при проектировании новых систем.

Систему с известными конструктивными элементами назовем исходной системой. Пусть исходная система имеет сферическую аберрацию вида (78); для эквивалентной системы во избежание

недоразумений значения показателей преломления и радиусов будем изображать большими буквами N для показателей преломления и R для радиусов. Выражение для сферической аберрации системы, эквивалентной исходной, будем искать в виде

$$\eta_2(K) = \arcsin \frac{K}{N_{m+1}L_2} - \arcsin \frac{K}{N_1P_2} - \sum_{j=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{N_{j+1}R_j} - \arcsin \frac{K}{N_jR_j} \right), \quad (79)$$

где P_2 — расстояние от центра кривизны системы до предмета, L_2 — расстояние от центра кривизны системы до параксиального изображения. По определению для эквивалентной системы должно быть

$$\eta_1(K) \equiv \eta_2(K). \quad (80)$$

Знак тождества означает, что это равенство выполняется при любых значениях K . Наша задача сводится к тому, чтобы выразить неизвестные конструктивные элементы эквивалентной системы через известные конструктивные элементы исходной системы. Выражение (80) можно переписать в виде

$$\sum_{v=1}^n \arcsin KC_v \equiv 0,$$

где C_v — постоянные, зависящие от конструктивных элементов исходной системы и эквивалентной системы. Герцбергер и Бегекольд [18] доказали, что сумма такого вида (при n четном) равна нулю тождественно тогда и только тогда, когда арксинусы, входящие в эту сумму, попарно тождественны. В дальнейшем будем предполагать, что общее число арксинусов в (80) четное. Тогда все эквивалентные системы можно получить, приравнявая попарно во всевозможных комбинациях арксинусы в (80). При этом возможны два основных случая:

1) первый и последний углы исходной системы и эквивалентной системы попарно тождественны:

$$\arcsin \frac{K}{n_{s+1}L_1} \equiv \arcsin \frac{K}{N_{m+1}L_2}; \quad \arcsin \frac{K}{n_1P_1} \equiv \arcsin \frac{K}{N_1P_2}, \quad (81)$$

либо

$$\arcsin \frac{K}{n_{s+1}L_1} \equiv \arcsin \left(-\frac{K}{N_1P_2} \right);$$

$$\arcsin \frac{K}{n_1P_1} \equiv \arcsin \left(-\frac{K}{N_{m+1}L_2} \right);$$

2) упомянутые углы не тождественны попарно.

В первом случае эквивалентность имеет место для любого положения предмета и изображения, поэтому назовем эту эквивалентность полной; во втором случае эквивалентность имеет место только для некоторого положения предмета и изображения, либо нескольких фиксированных положений, поэтому назовем ее частичной эквивалентностью.

1. Полная эквивалентность

Изучим подробнее случай полной эквивалентности. Имеем из (80) и (81)

$$\sum_{i=1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right) \equiv \sum_{j=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{N_{j+1}R_j} - \arcsin \frac{K}{N_j R_j} \right). \quad (82)$$

Мы считаем, что левая часть тождества (82) не содержит членов, попарно уничтожающихся. Это означает также, между прочим, что исходная система не содержит пространственных концентрических систем, изученных Герцбергером и Бегекольдом в [18] и почти не имеющих, по-видимому, практического значения. Чтобы тождество (82) выполнялось, необходимо, чтобы $s \leq m$, т. е. число поверхностей исходной системы не должно превышать числа поверхностей эквивалентной системы. Случай $s < m$ означает, что эквивалентная система содержит упомянутую пространственную систему Герцбергера — Бегекольда, либо просто содержит члены попарно уничтожающиеся, а потому мы не будем рассматривать этот случай, ограничившись случаем $s = m$. Заметим, что как к исходной системе, так и к эквивалентной системе можно добавить произвольную пространственную систему — это не нарушит эквивалентности, т. к. для пространственной системы $\eta \equiv 0$. Это означает также, что все пространственные системы взаимно эквивалентны. Итак, запишем тождество (82) в таком виде

$$\sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right) \equiv \sum_{j=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{N_{j+1}R_j} - \arcsin \frac{K}{N_j R_j} \right) \quad (82a)$$

и будем считать, что ни исходная, ни эквивалентная система не содержит пространственных систем, а также членов, попарно уничтожающихся. Приравняем тождественно первый член слева в (82a) к некоторому члену справа в (82a), затем второй член слева какому-либо другому члену справа и т. д., пока не исчерпаем

всех членов. Получим $2m$ уравнений вида

$$\begin{aligned} n_2 r_1 &= N_{\lambda+1} R_\lambda, \\ n_1 r_1 &= N_\mu R_\mu, \\ &\dots\dots\dots \\ n_{m+1} r_m &= N_{\nu+1} R_\nu. \end{aligned} \tag{83}$$

Каждое из уравнений системы (83) можно преобразовать к линейному виду $\rho n r - N = 0$, введя подстановку $\rho = 1/R$. Получим систему линейных однородных уравнений, содержащую $2m$ уравнений с $2m + 1$ неизвестными $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ и N_1, N_2, \dots, N_{m+1} . Так как число уравнений меньше числа неизвестных, то система обязательно имеет нетривиальное решение — бесконечное множество решений. При этом решение системы можно выразить через параметр. В качестве параметра, например можно взять N_1 — показатель преломления пространства предметов эквивалентной системы. Заметим, что линейная комбинация решений системы (83) также будет решением этой системы. В частности, если ρ_i ($i = 1, 2, \dots, m$), N_i ($i = 1, 2, \dots, m + 1$) есть решение, то $c\rho_i$ и cN_i также будет решениями (c — произвольное число). Это дает нам возможность получать новые эквивалентные системы путем простого умножения кривизн и показателей преломления исходной системы на произвольное число. Всего из тождества (82а) можно получить $(2m)!$ различных систем уравнений вида (63), но число реальных эквивалентных систем, как правило, меньше; значения конструктивных элементов часто оказываются неосуществимыми, например, $N < 1$.

Приступим к рассмотрению конкретных систем простейшего вида; сначала рассмотрим эквивалентные системы, содержащие одну и две поверхности.

1-й с л у ч а й: одиночная поверхность ($m = 1$).

Тождество (82) в этом случае имеет вид:

$$\arcsin \frac{K}{n_2 r_1} - \arcsin \frac{K}{n_1 r_1} \equiv \arcsin \frac{K}{N_2 R_1} - \arcsin \frac{K}{N_1 R_1}.$$

Приравнивая попарно члены левой части этого тождества к членам справа, получим две системы уравнений

$$\begin{aligned} \text{I. } & \begin{cases} n_2 r_1 = N_2 R_1, \\ n_1 r_1 = N_1 R_1, \end{cases} \\ \text{II. } & \begin{cases} n_2 r_1 = -N_1 R_1, \\ n_1 r_1 = -N_2 R_1. \end{cases} \end{aligned}$$

Как система I, так и система I представляют собой системы двух уравнений с тремя неизвестными N_1, N_2, R_1 . Задавшись определенным значением одного из неизвестных, например N_1 , мы сможем найти однозначно N_2 и R_1 . Из системы I получим

$$R_1 = -\frac{n_2 r_1}{N_1}; \quad N_2 = \frac{n_1 N_1}{n_1}.$$

Пусть, например, дано: $n_1 = 1$; $n_2 = 1,5163$ (K8); $N_1 = 1,333$ (вода); $r_1 = -50$. Получим: $N_2 = 2,0212$ (близко к СТФ1); $R_1 = -37,5093$. Заметим, что этот результат легко получить, умножив кривизну поверхности и показатели преломления исходной системы на число $c = 1,333$; это основано на вышеупомянутом свойстве решения линейной однородной системы.

Из системы II найдем

$$R_1 = -\frac{n_2 r_1}{N_1}; \quad N_2 = \frac{n_1 N_1}{n_1}.$$

В этом случае эквивалентная поверхность имеет радиус противоположного знака, нежели исходная поверхность, если $n_2/N_1 > 0$.

Пример. В качестве примера применения свойств рассмотрим систему, изображенную на рис. 7 и имеющую следующие конструктивные элементы:

$$\begin{aligned} r_1 &= -100,0; & d_1 &= 117,27; & n &= 1,5163; \\ r_2 &= 221,818; \\ D &= 100; & P'_p &= -70,772; & \frac{D}{P'_p} &= 1 : 0,7. \end{aligned}$$

Система работает в воздухе в монохроматическом свете и рассчитана для съемки бесконечно-удаленных объектов. Поставим своей целью найти систему, эквивалентную данной системе, но работающую в воде ($N_1 = 1,333$). Очевидно, задача сводится к нахождению поверхности, эквивалентной первой поверхности исходной системы; поставив также условие $r_1 = R_1$, получим: $N_2 = 2,0212$.

Итак, показатель преломления эквивалентной системы, работающей в воде, равен 2,0212; это весьма близко к показателю преломления стекла СТФ1. Радиус зеркальной поверхности у эквивалентной системы будет тот же, что и у исходной системы, в чем легко убедиться, записав выражения для угловой сферической аберрации у исходной и у эквивалентной системы. Окончательно получим следующие данные эквивалентной системы, работающей в воде:

$$\begin{aligned} r_1 &= -100,0; & d_1 &= 117,27; & n &= 2,0212; \\ r_2 &= -221,818; \\ D &= 100; & P'_p &= -70,772; & \frac{D}{P'_p} &= 1 : 0,7. \end{aligned}$$

Иными словами, эквивалентная система обладает теми же данными, что и исходная, за исключением показателя преломления. Мы получили новую систему, обладающую теми же угловыми аберрациями, что и исходная система (в монохроматическом свете); при этом нам не пришлось прибегать к тригонометрическим расчетам, либо вычислениям коэффициентов аберраций.

2-й с л у ч а й: исходная система имеет две поверхности ($m = 2$).

Тождество (82) имеет в этом случае вид:

$$\begin{aligned} & \arcsin \frac{K}{n_2 r_1} - \arcsin \frac{K}{n_1 r_1} + \arcsin \frac{K}{n_3 r_2} - \arcsin \frac{K}{n_2 r_2} \equiv \\ & \equiv \arcsin \frac{K}{N_2 R_1} - \arcsin \frac{K}{N_1 R_1} + \arcsin \frac{K}{N_3 R_2} - \arcsin \frac{K}{N_2 R_2}. \quad (84) \end{aligned}$$

Общее число различных систем уравнений, получающихся из этого тождества, и определяющих различные эквивалентные системы, есть $(2m)! = 24$. Приведем наиболее интересные результаты, полученные нами из анализа этих систем уравнений. Для удобства перенумеруем члены в левой части и в правой, т. е. каждому члену будет сопоставлено некоторое число. Составим таблицу, в первой строке которой даны цифры, указывающие порядок следования членов в левой части тождества, т. е. эти числа характеризуют исходную систему; во второй строке даны цифры, указывающие порядок следования членов в правой части тождества и, следовательно, характеризующие эквивалентную систему. Например, для нашего тождества (84) составим таблицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Условимся приравнивать попарно члены в тождестве (84) так, чтобы член в первой строке таблицы приравнивался к члену во второй строке, расположенному под упомянутым членом в первой строке.

Например, используя приведенную выше таблицу, получим следующую систему уравнения:

$$n_2 r_1 = N_2 R_1;$$

$$n_1 r_1 = N_1 R_1;$$

$$n_3 r_2 = N_3 R_2;$$

$$n_2 r_2 = N_2 R_2.$$

Перестановкой цифр во второй строке таблицы получим 24 таблицы, соответствующие 24 системам уравнений:

$$\begin{array}{l} \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 1234 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 1243 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 1324 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 1342 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 1432 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 1423 \end{smallmatrix} \right); \\ \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 2134 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 2143 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 2314 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 2341 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 2413 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 2431 \end{smallmatrix} \right); \\ \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 3124 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 3142 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 3241 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 3214 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 3412 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 3421 \end{smallmatrix} \right); \\ \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 4123 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 4132 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 4213 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 4231 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 4312 \end{smallmatrix} \right); \left(\begin{smallmatrix} 1234 \\ 4321 \end{smallmatrix} \right). \end{array}$$

Приступим к изложению полученных нами результатов:

1) Рассмотрим систему уравнений, полученных из вышеприведенного тождества (84)

$$\begin{aligned} n_2 r_1 &= -N_1 R_1; \\ n_1 r_1 &= -N_2 R_1; \\ n_3 r_2 &= N_3 R_2; \\ n_2 r_2 &= N_2 R_2. \end{aligned}$$

В качестве исходной системы рассмотрим систему, изученную в работе [26] (стр. 309—317) и обладающую конструктивными элементами

$$\begin{aligned} r_1 &= -1; & n_1 &= 1; \\ r_2 &= -2,2272; & n_2 &= 1,6126 \text{ (ТК16)} = -n_3 \end{aligned}$$

(рис. 21, а). Для эквивалентной системы получим при $N_1 = n_2$

$$\begin{aligned} R_1 &= 1; \\ R_2 &= -3,59158; & N_2 &= -N_3 = 1. \end{aligned}$$

Если эта система используется при бесконечно удаленном положении предмета, то поверхность с радиусом R можно заменить плосковогнутой линзой с показателем преломления N_1 и с радиусом вогнутой поверхности, равным R_1 (рис. 21, б, в). Полученная система уже не является концентрической, что влечет за собой появление внеосевых aberrаций — дисторсии и хроматической aberrации увеличения, вносимых плоской поверхностью. Достоинством системы являются малое экранирование света кассетой, т. к. последняя расположена в расходящемся пучке лучей.

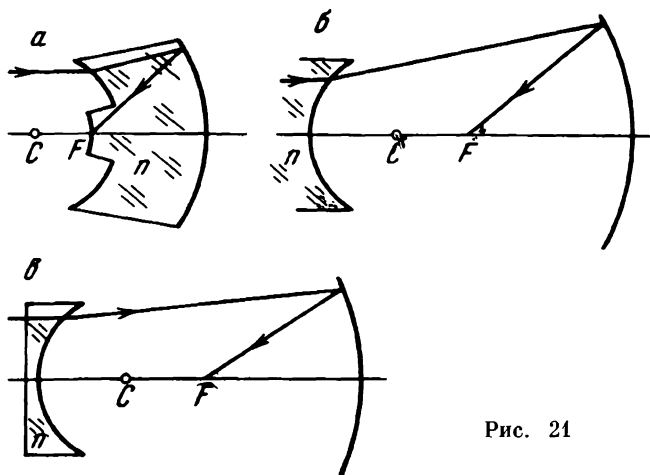


Рис. 21

2) Изучим систему:

$$n_2 r_1 = -N_2 R_2;$$

$$n_1 r_1 = -N_3 R_2;$$

$$n_3 r_3 = N_2 R_1;$$

$$n_3 r_2 = N_1 R_1.$$

В качестве исходной системы рассмотрим систему, изображенную на рис. 7 и обладающую следующими конструктивными элементами:

$$r_1 = -1;$$

$$n_1 = 1;$$

$$r_2 = -2,2272;$$

$$n_2 = 1,6126 \text{ (ТК16)} = -n_3.$$

Положив $N = 1,6126$, получим данные для эквивалентной системы:

$$R_1 = -2,2272; \quad N_2 = 1,6126;$$

$$R_2 = -1; \quad N_3 = -1.$$

Характерной особенностью полученной системы является мнимое изображение, тогда как в исходной системе оно было действительным. Интересно, что в этом случае исправление сферической aberrации вогнутого сферического зеркала производится поверхностью, довольно близко расположенной к фокусу системы, что опровергает мнение некоторых вычислителей о неэффективности компенсаторов aberrаций, расположенных близко к фокусу некоторой системы.

3) Рассмотрим также систему уравнений

$$\begin{aligned}n_2 r_1 &= N_2 R_1; \\ n_1 r_1 &= N_1 R_1; \\ n_3 r_2 &= -N_2 R_2; \\ n_2 r_2 &= -N_3 R_2.\end{aligned}$$

Эта система уравнений определяется таблицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Положим $n_1 = n_3 = N_1 = 1$, тогда конструктивные элементы эквивалентной системы следующим образом выразятся через конструктивные элементы исходной системы:

$$R_1 = r_1; \quad R_2 = -\frac{r_2}{n_2}; \quad N_2 = n_2; \quad N_3 = n_2^2.$$

Например, рассмотрим в качестве исходной системы мениск со следующими данными (рис. 22, а):

$$\begin{aligned}r_1 &= 1,2; & n_1 &= n_3 = N_1 = 1; \\ r_2 &= 1; & n_2 &= 1,4358 \text{ (флуорит, } \lambda = 520 \text{ мμ)}.\end{aligned}$$

Для эквивалентной системы найдем (рис. 22, б)

$$\begin{aligned}R_1 &= 1,2; & N_2 &= 2,0615 \text{ (СТФ1, } \lambda = 520 \text{ мμ)}; \\ R_2 &= -0,69648; & N_3 &= 1,4358.\end{aligned}$$

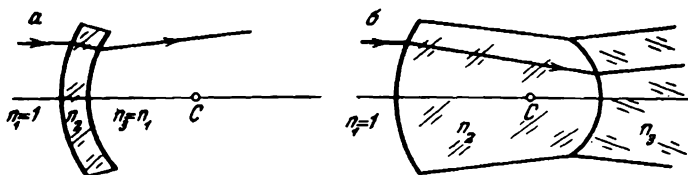


Рис. 22

Подобные системы могут использоваться для компенсации сферической аберрации в различных системах наряду с концентрическим мениском (и для замены последнего).

4) Рассмотрим систему уравнений, определяемую таблицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}n_2 r_1 &= N_2 R_1; \\n_1 r_1 &= N_2 R_2; \\n_3 r_2 &= N_3 R_2; \\n_2 r_2 &= N_1 R_1.\end{aligned}$$

Из этих уравнений легко получим

$$\frac{n_1}{n_3} = \frac{N_1}{N_3}.$$

В качестве исходной системы рассмотрим мениск. Наиболее интересен случай, когда $n_1 = n_3$, тогда $N_1 = N_3$ и решение системы уравнений имеет вид

$$R_1 = \frac{n_2 r_2}{N_1}; \quad R_2 = \frac{n_1 r_2}{N_1}; \quad N_2 = \frac{r_1 N_1}{r_2}; \quad N_1 = N_3.$$

Например, возьмем в качестве исходной системы мениск:

$$\begin{aligned}r_1 &= 1,9212; & n_1 &= n_3 = 1; \\r_2 &= 1; & n_2 &= 1,5163 \text{ (К8)}.\end{aligned}$$

Положим $N_1 = 1,333$ (вода) $= N_3$; тогда получим в качестве эквивалентной системы мениск

$$\begin{aligned}R_1 &= 1,1375; \\R_2 &= 0,750188; & N_2 &= 1,5891.\end{aligned}$$

Иными словами, мениск, находящийся в воздухе, эквивалентен другому мениску, с иными конструктивными элементами, находящемуся в воде. Частный случай, когда $n_1 = n_3 = N_1 = N_3 = 1$, наиболее интересен для приложений; эквивалентный мениск в этом случае определяется соотношениями

$$R_1 = n_2 r_2; \quad R_2 = r_2; \quad N_2 = \frac{r_1}{r_2}. \quad (85)$$

Например, рассмотрим в качестве исходной системы мениск:

$$\begin{aligned}r_1 &= 1,728; & n_1 &= n_3 = 1; \\r_2 &= 1; & n_2 &= 1,5163.\end{aligned}$$

Эквивалентной системой будет мениск:

$$\begin{aligned}R_1 &= 1,5163; & N_1 &= N_3 = 1; \\R_2 &= 1; & N_2 &= 1,718 \text{ (ТФ7)}.\end{aligned}$$

Легко установить простое правило для нахождения эквивалентных менисков: при $r_2 = R_2 = 1$, $R_1 = n_2$; $N_2 = r_1$, т. е. первый

радиус R_1 эквивалентного мениска равен показателю преломления n_2 исходного мениска, а показатель преломления эквивалентного мениска N_2 равен первому радиусу r_1 исходного мениска. Из соотношений (85) следует интересный вывод: чем больше показатель преломления эквивалентного мениска N_2 , тем меньше его толщина (и наоборот) при одинаковой сферической аберрации.

Область применения эквивалентных менисков может быть весьма обширной — их свойства позволяют заменять одно стекло другим, обладающим нужными свойствами, например, большей твердостью и химической устойчивостью, меньшим светопоглощением и т. д.; они могут быть применены также и для исправления хроматических аберраций, главным образом в диоптрических системах.

Соотношения (85) приводят также к интересному результату, если в качестве исходной системы взять концентрическую систему из двух зеркал с радиусами одного знака. Например, в качестве исходной системы возьмем «концентрический Кассегрен» с конструктивными элементами:

$$\begin{aligned} r_1 &= -2; \\ r_2 &= -1,3; \quad n_1 = -n_2 = n_3 = 1. \end{aligned}$$

В этом случае эквивалентная система является шаром:

$$\begin{aligned} R_1 &= 1,3; \quad N_1 = N_3 = 1; \\ R_2 &= 1,3; \quad N_2 = 1,53846. \end{aligned}$$

Если в качестве исходной системы взять двузеркальную систему, рассмотренную в примере на стр. 25, то в качестве эквивалентной системы также получим шар с конструктивными элементами:

$$\begin{aligned} R_1 &= 60,0; \quad N_1 = N_3 = 1; \\ R_2 &= -60,0; \quad N_2 = 2,5616. \end{aligned}$$

Сферическая аберрация этого шара, очевидно, исправлена столь же совершенно, как и у исходной двузеркальной системы, но изображение, даваемое этим шаром, мнимое.

Эти результаты могут оказаться полезными при преобразовании диоптрической системы в эквивалентную ей катадиоптрическую и наоборот, содержащую по крайней мере две зеркальные поверхности одного знака. Пример применения этих свойств на практике будет приведен ниже.

На этом закончим рассмотрение эквивалентных систем, состоящих из двух поверхностей; изучение систем из трех и более поверхностей затруднительно вследствие большого объема работы, связанной с рассмотрением большого числа систем уравнений, поэтому в этих случаях целесообразно использовать некоторые приемы, основанные на свойствах угловой сферической аберрации.

Приступим к рассмотрению свойств угловой сферической аберрации, полезных при нахождении эквивалентных систем. Некоторые свойства уже были изложены нами в главе I.

Покажем, во-первых, что произвольный компонент концентрической системы можно повернуть на π вокруг центра, не изменив угловую сферическую аберрацию системы. Предполагается, что компонент содержит четное число отражающих поверхностей (либо не содержит их вовсе) и произвольное конечное число преломляющих поверхностей; мы допускаем также, что компонент находится в воздухе, т. е. его первая и последняя среды — воздух.

Пусть сферическая аберрация исходной системы имеет следующий вид (мы предполагаем также, что первая и последняя среды у исходной системы воздух):

$$\eta = \arcsin \frac{K}{L_1} - \arcsin \frac{K}{P_1} - \sum_{i=1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right),$$

где

$$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{P_1} + \sum_{i=1}^s \left(\frac{1}{n_{i+1}r_i} - \frac{1}{n_i r_i} \right).$$

Пусть аберрация компонента, который необходимо повернуть на π и который входит в исходную систему, имеет вид

$$\eta_k = \arcsin \frac{K}{L_2} - \arcsin \frac{K}{P_1} - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right),$$

где

$$\frac{1}{L_2} = \frac{1}{P_1} + \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{n_{i+1}r_i} - \frac{1}{n_i r_i} \right).$$

Мы предполагаем, что компонент, который необходимо повернуть на π , расположен спереди; это не ограничивает общности, т. к. если бы компонент был расположен в средней части системы, то часть системы, расположенную перед компонентом, можно было бы отбросить, т. е. вычесть ее аберрацию из общего выражения для аберрации системы. Случай, когда компонент расположен сзади, можно свести к предыдущему, если рассматривать аберрацию в обратном ходе.

Аберрацию исходной системы можно представить в виде

$$\eta = \eta_k + \eta_0,$$

где

$$\eta_0 = \arcsin \frac{K}{L_1} - \arcsin \frac{K}{L_2} - \sum_{i=m+1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right).$$

Аберрация η' системы после поворота на π будет

$$\eta' = \eta'_0 + \eta'_k,$$

где η'_k — аберрация компонента, повернутого на π , η'_0 — аберрация остальной системы.

Имеем

$$\eta'_0 = \arcsin \frac{K}{L_3} - \arcsin \frac{K}{P_1} - \sum_{i=m+1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right),$$

где

$$\frac{1}{L_3} = \frac{1}{P_1} + \sum_{i=m+1}^s \left(\frac{1}{n_{i+1}r_i} - \frac{1}{n_i r_i} \right),$$

$$\eta'_k = \arcsin \frac{K}{L_4} - \arcsin \frac{K}{L_3} - \sum_{j=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{\overleftarrow{n}_{j+1}r_j} - \arcsin \frac{K}{\overleftarrow{n}_j r_j} \right),$$

где

$$\frac{1}{L_4} = \frac{1}{L_3} + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{\overleftarrow{n}_{j+1}r_j} - \frac{1}{\overleftarrow{n}_j r_j} \right).$$

Мы предполагаем, что после поворота на π компонент расположен за той частью системы, которая не участвует в повороте. Т. е. компонент после поворота на π непосредственно примыкает к пространству изображений; это не ограничивает общности результатов, т. к. мы можем отбросить часть системы, мешающую выполнению этого условия. Выражение для η'_k можно переписать в другом виде, если учесть, что

$$\overleftarrow{r}_1 = -r_m; \overleftarrow{r}_2 = -r_{m-1}; \dots; \overleftarrow{n}_2 = n_m; \dots; \overleftarrow{n}_{m+1} = n_1 = \overleftarrow{n}_1 = n_{m+1} = 1.$$

Последнее равенство, очевидно, выполняется лишь в том случае, когда компонент не содержит нечетного числа зеркал, а также если

$$\frac{1}{L_4} = \frac{1}{L_3} + \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{n_{i+1}r_i} - \frac{1}{n_i r_i} \right) = \frac{1}{P_1} + \sum_{i=1}^s \left(\frac{1}{n_{i+1}r_i} - \frac{1}{n_i r_i} \right) = \frac{1}{L_1}.$$

Подставив это значение в выражения для η'_k и для η' , получим $\eta' = \eta$, что и требовалось доказать. Итак, в результате поворота компонента на η мы получили новую систему, эквивалентную исходной. Мы предполагали для простоты, что как исходная система, так и компонент, поворачиваемый на π , находятся в воздухе. Однако мы можем считать, что концентрические воздушные мениски, отделяющие компонент и исходную систему от какой-либо другой среды, являются бесконечно тонкими, т. е. что компонент и

исходная система находится в контакте не с воздухом, а с произвольной средой.

С л е д с т в и е. Систему, у которой показатели преломления первой и последней сред совпадают, т. е. $n_1 = n_{s+1}$, можно повернуть на π , не изменив сферическую aberrацию системы η .

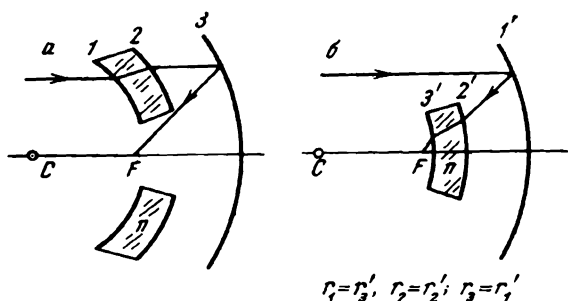


Рис. 23

Имеет место также следующее свойство: сферическая aberrация concentрической системы не зависит от очередности, с которой луч проходит через компоненты системы, т. е. компоненты системы можно менять местами (см. рис. 23). Предполагается, что компоненты системы находятся в воздухе. Доказательство этого свойства проводится аналогично доказательству предыдущего свойства. Пусть сферическая aberrация исходной системы имеет вид

$$\eta = \arcsin \frac{K}{L_1} - \arcsin \frac{K}{P_1} - \sum_{i=1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right) = \eta_1 + \eta_2,$$

где η_1 — aberrация первого компонента, η_2 — aberrация второго компонента;

$$\eta_1 = \arcsin \frac{K}{L_2} - \arcsin \frac{K}{L_1} - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right);$$

$$\eta_2 = \arcsin \frac{K}{L_1} - \arcsin \frac{K}{L_2} - \sum_{i=m+1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right).$$

Аберрация η' системы после перестановки компонентов имеет вид

$$\eta' = \eta'_1 + \eta'_2,$$

где

$$\eta'_1 = \arcsin \frac{K}{L_3} - \arcsin \frac{K}{P_1} - \sum_{i=m+1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right);$$

$$\eta'_2 = \arcsin \frac{K}{L_2} - \arcsin \frac{K}{L_3} - \sum_{i=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right).$$

Складывая η'_1 и η'_2 , получим $\eta' = \eta$, что и требовалось доказать.

В действительности компоненты удастся менять местами только тогда, когда система содержит зеркальные поверхности (мы не рассматриваем здесь случай поворота компонента на π , уже рассмотренный ниже). Примеры эквивалентных систем, полученных применением обоих найденных свойств, даны на рис. 24. Все системы, изображенные на рис. 24, имеют не только одинаковую сферическую aberrацию, но и обладают также равными хроматическими aberrациями и фокусными расстояниями. Так как последний угол системы не меняется при использовании 1-го и 2-го свойств, то хроматические aberrации и фокусные расстояния эквивалентных систем, полученных применением этих свойств, совпадают с хроматическими aberrациями и фокусными расстояниями (передним и задним) исходной системы.

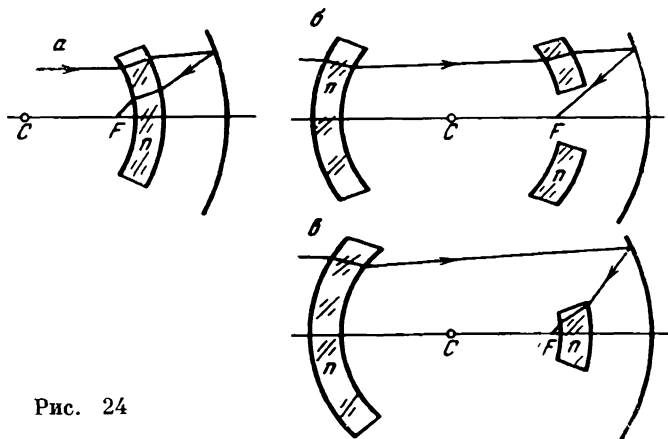


Рис. 24

Очень прост и удобен также частный метод нахождения эквивалентных систем, основанный на описанном выше свойстве решений однородной системы уравнений. Умножив кривизну и показатель преломления исходной (или эквивалентной системы) на некоторое число, получим новую эквивалентную систему.

П р и м е р. Рассмотрим в заключение пример расчета сложной системы, основанного целиком на результатах, полученных выше. Рассчитаем линзовый концентрический объектив с относитель-

ным отверстием $A = 1 : 3$ и фокусным расстоянием 150 мм (объект расположен в бесконечности). В качестве исходной системы возьмем систему типа «концентрический менисковый кассегрэн» (см. [9], стр. 333) с относительным отверстием $1 : 3$. Чтобы получить требуемое фокусное расстояние, уменьшим все размеры системы в 10 раз, что не изменит угловой сферической абберации системы согласно свойству, доказанному в главе I.

Получим следующую систему, которую и примем в качестве исходной:

$$\begin{aligned} r_1 &= -54,8; & d_1 &= 7,0; & n &= 1,5163 \text{ (K8);} \\ r_2 &= -61,8; & d_2 &= 78,2; & n &= 1; \\ r_3 &= -140,0; & d_3 &= -47,73; & n &= 1; \\ r_4 &= -92,27; \\ f &= 149,68; & D &= 50; & A &= 1 : 3. \end{aligned}$$

Наша задача сводится к нахождению линзовой ахроматизованной системы, эквивалентной исходной системе. Прежде всего удалим мениск и найдем систему, эквивалентную оставшейся двузеркальной системе; выше было показано, что эта система может иметь в качестве эквивалентной системы шар. Для него получим следующие конструктивные элементы:

$$R_1 = 92,27 = -R_2; \quad N_2 = 1,5172; \quad N_1 = N_3 = 1.$$

Наиболее близким по показателю преломления к N_2 стеклом является PKS1 ($n = 1,5173$), которое и используем для шара. Для исправления сферической абберации можно использовать тот же мениск, что и в исходной системе. Однако мениск имеет радиусы, по абсолютной величине меньше, нежели R_1 , т. е. мениск следует поместить внутрь шара, что требует создания в шаре воздушного мениска, достаточного для помещения первого мениска. Для получения воздушного мениска внутри шара воспользуемся свойствами эквивалентных менисков, изученных ранее, а именно, удалим из шара некоторый специально выбранный мениск, заменив его эквивалентным ему мениском из более тяжелого стекла. Последний, очевидно, будет иметь меньшую толщину, что приведет к образованию нужного нам «воздушного» мениска. Первый радиус удаляемого мениска выберем равным 61,8, что позволит нам приклеить мениск из исходной системы, повернув его на π ; второй радиус выберем так, чтобы, во-первых, получить «воздушный» мениск достаточной толщины и, во-вторых, уменьшить хроматизм системы путем использования тяжелых флинтв в эквивалентном мениске. Поэтому примем $r_2 = 61,8/1,728 = 35,7638$, где $n = 1,728$ (ТФ7) — показатель преломления эквивалентного мениска.

Получим следующие данные для эквивалентного мениска:

$$R'_1 = 54,2644; \quad N'_1 = N'_3 = 1;$$

$$R'_2 = r'_2 = 35,7638; \quad N'_2 = 1,728.$$

Поместив этот мениск на место удаленного, получим систему, эквивалентную шару, причем система содержит воздушный мениск, достаточный для помещения мениска из исходной системы. Введя этот мениск, получим систему, эквивалентную исходной зеркально-линзовой системе, но с неисправленным хроматизмом. Исправим хроматизм положения, не изменяя сферической аберрации системы. Эта задача также может быть решена применением эквивалентных менисков: удалив из системы специально выбранный мениск из стекла PKS1 и заменив его эквивалентным ему мениском из стекла с нужной дисперсией и показателем преломления, мы получим систему с исправленным хроматизмом положения. Чтобы не иметь дела с отрицательными величинами, повернем систему на π вокруг центра кривизны, что не изменит ее аберраций. Удалим из системы мениск с конструктивными элементами:

$$r_1 = 92,27; \quad r_2 = 54,6202; \quad n = 1,5173$$

и заменим его эквивалентным ему мениском из стекла (ТФ8), получим эквивалентный мениск с конструктивными элементами:

$$R_1 = 82,8752; \quad R_2 = r_2 = 54,6202.$$

Этот мениск мы выбрали так, чтобы устранить хроматизм положения системы для лучей C, F . Как правило, желательно иметь возможно большее расстояние от последней поверхности объектива до фокуса, поэтому целесообразно вновь повернуть систему на π ; окончательно получим систему со следующими конструктивными элементами:

$R_1 = 92,27;$	$d_1 = 30,47;$	$N_1 = 1;$
$R_2 = 61,8;$	$d_2 = 7,0;$	$N_2 = 1,5173 \text{ (PKS1);}$
$R_3 = 54,8;$	$d_3 = 0,5356,$	$N_3 = 1,5163 \text{ (K8);}$
$R_4 = 54,2644;$	$d_4 = 18,5006;$	$N_4 = 1;$
$R_5 = 35,7638;$	$d_5 = 90,384;$	$N_5 = 1,728 \text{ (ТФ7);}$
$R_6 = -54,6202;$	$d_6 = 28,255;$	$N_6 = 1,5173 \text{ (PKS1);}$
$R_7 = -82,8752;$		$N_7 = 1,6893 \text{ (ТФ8);}$
		$N_8 = 1;$
$f' = 149,68;$	$D = 50,0;$	$A = 1:3.$

Очевидно, эта система эквивалентна исходной системе типа «менисковый кассегрэн»; хроматизм системы также исправлен. Итак, довольно сложная система получена без тригонометрических расчетов, а лишь посредством использования свойств эквивалентных систем. Графики угловой сферической аберрации для лучей C , D , F приведены на рис. 25; сферическая аберрация для лучей D совпадает со сферической аберрацией исходной системы для этих же лучей.

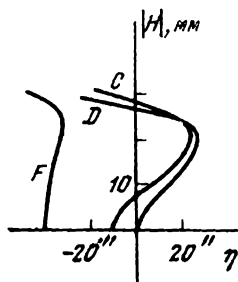


Рис. 25

Укажем также на некоторые очевидные особенности полностью эквивалентных систем:

1. Фокусные расстояния систем, полностью эквивалентных исходной, вообще говоря, не равны. Задние фокусные расстояния этих систем равны лишь при условии равенства показателей преломления пространств предметов у этих систем, передние фокусные расстояния равны при равенстве показателей преломления пространств изображений.

2. Из (81) можно получить два равенства, связывающих поперечные увеличения исходной и эквивалентной систем

$$(\beta_1)_{\text{исх}} \frac{n'}{n} = (\beta_1)_{\text{экв}} \frac{N'}{N};$$

$$(\beta_1)_{\text{исх}} \frac{n'}{n} = \frac{N}{N' (\beta_2)_{\text{экв}}},$$

где $(\beta_1)_{\text{исх}}$ и $(\beta_1)_{\text{экв}}$, $(\beta_2)_{\text{экв}}$ — поперечные увеличения исходной и эквивалентной систем, n , N и n' , N' — показатели преломления пространств предметов и изображений соответственно. Эти формулы показывают, что эквивалентная система имеет два различных положения предмета, при которых угловая сферическая аберрация имеет одно и то же значение; поперечные увеличения в этих случаях удовлетворяют условию

$$(\beta_1)_{\text{экв}} (\beta_2)_{\text{экв}} = \left(\frac{N}{N'} \right)^2.$$

Это свойство справедливо для любой концентрической системы.

3. Светосила систем, эквивалентных исходной, вообще говоря, различна, так как выходная апертура $n' \sin u'$ неодинакова в общем

случае, что позволяет получить системы с большей светосилой, нежели светосила исходной системы. Например, на рис. 21 система а) обладает большей светосилой, нежели остальные.

4. Эквивалентные системы, обладая одинаковой угловой сферической аберрацией, вообще говоря, не обладают одинаковой продольной и поперечной аберрацией. При равных последних углах u' продольная, поперечная аберрации эквивалентной системы обратно пропорциональны показателю преломления пространства изображений, т. е. выгоднее использовать ту эквивалентную систему, которая имеет больший показатель преломления пространства изображений, например, на рис. 21 систему а).

2. Частичная эквивалентность

Кратко рассмотрим случай частичной эквивалентности, который имеет, по-видимому, лишь теоретический интерес, т. к. частично-эквивалентные системы, обладая равными угловыми аберрациями, имеют совершенно различные поперечные аберрации. Имеем:

$$\begin{aligned} & \arcsin \frac{K}{n_{s+1}L_1} - \arcsin \frac{K}{n_1P_1} - \sum_{i=1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_1r_1} \right) \equiv \\ & \equiv \arcsin \frac{K}{N_{m+1}L_2} - \arcsin \frac{K}{N_1P_2} - \sum_{j=1}^m \left(\arcsin \frac{K}{N_{j+1}P_j} - \right. \\ & \left. - \arcsin \frac{K}{N_jR_j} \right). \end{aligned}$$

Мы считаем, что выражение η для исходной системы не содержит членов, попарно уничтожающихся (что означает также и то, что система не содержит пространственных и бисферических систем Герцберга—Бегеволя). Ограничимся рассмотрением случая $s = m$. Приравнявая попарно арксинусы в левой и правой частях приведенного выше тождества, получим систему уравнений вида:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{n_1P_1} + \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{n_{i+1}r_i} - \frac{1}{n_1r_i} \right) = \frac{1}{N_\pi R_\pi}; \\ & n_1P_1 = N_\rho R_\rho; \\ & \frac{1}{N_1P_2} + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{N_{j+1}R_j} - \frac{1}{N_jP_j} \right) = \frac{1}{n_\sigma r_\sigma}; \\ & N_1R_2 = n_{\tau+1}r_\tau; \\ & n_1r_1 = N_\nu R_\nu; \\ & \dots \dots \dots \\ & n_{m+1}r_m = N_{\omega+1}R_\omega. \end{aligned} \tag{86}$$

В этой системе величины L_1 и L_2 заменены их явными значениями, определенными из равенства

$$\frac{1}{n_{m+1}L_1} = \frac{1}{n_1P_1} + \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{n_{i+1}r_i} - \frac{1}{n_i r_i} \right);$$

$$\frac{1}{N_{m+1}L_2} = \frac{1}{N_1P_2} + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{N_{j+1}R_j} - \frac{1}{N_j R_j} \right).$$
(87)

Система уравнений (86) содержит $2m+2$ уравнений, причем очевидно, что любое из уравнений можно считать следствием остальных, поэтому можно вычеркнуть из (86) одно произвольное уравнение. Выгоднее всего избавиться от наиболее сложного третьего уравнения в (86). Тогда система (86) будет состоять из $2m+1$ независимых уравнений с $2m+2$ неизвестными. Неизвестными являются, во-первых, радиусы и показатели преломления частично-эквивалентной системы, во-вторых, P_2 — расстояние от центра до предмета в частично эквивалентной системе. Приняв одно из неизвестных за произвольную постоянную, например, P_2 или N_1 , мы сможем решить систему (86) и найти конструктивные элементы частично-эквивалентной системы. В частном случае, когда $P_2 = \infty$ (предмет расположен в бесконечности) число уравнений в (86) уменьшается до $2m$; число неизвестных равно $2m+1$. Введя новые переменные $\rho_i = 1/R_i$ и $x_1 = 1/P_2$, можно свести систему (86) к системе линейных однородных уравнений, но на практике проще решать эту систему непосредственно, методом исключения.

Пример. Рассмотрим преломляющую поверхность, на которую падает параллельный пучок лучей (исходная система). Найдем поверхность, частично-эквивалентную исходной. Имеем из (80) и (87):

$$\arcsin \left[K \left(\frac{1}{n_2 r_1} - \frac{1}{n_1 r_1} \right) \right] - \arcsin \frac{K}{n_2 r_1} - \arcsin \frac{K}{n_1 r_1} \equiv$$

$$\equiv \arcsin \left[K \left(\frac{1}{N_2 R_1} - \frac{1}{N_1 R_1} \right) \right] - \arcsin \frac{K}{N_2 R_1} - \arcsin \frac{K}{N_1 R_1}.$$

Попарным приравниванием членов этого тождества можно получить $3! = 6$ различных систем уравнений. Одна из систем имеет вид

$$\frac{1}{n_2 r_1} - \frac{1}{n_1 r_1} = \frac{1}{N_1 R_1};$$

$$\frac{1}{n_2 r_1} = \frac{1}{N_2 R_1}.$$

Эта система имеет интересное решение, если в качестве исходной системы взять зеркало $n_1 = 1$; $n_2 = 1$; $r_1 = -2$. Тогда частично-эквивалентной системой будет сферическая преломляющая поверх-

ность (положим $N_1 = 1$) $N_2 = 2$; $R_1 = 1$. Интересен также случай, когда система уравнений имеет вид:

$$\frac{1}{r_1} \left(\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} \right) = - \frac{1}{N_2 R_1} ;$$

$$n_1 r_1 = N_1 R_1.$$

Полагая $n_1 = N_1 = 1$; $n_2 = 1,5$; $r_1 = 1$, найдем: $N_2 = 3$; $R_1 = 1$ (в инфракрасной области встречаются значения показателя преломления, большие или равные трем).

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ И БИСФЕРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ГЕРЦБЕРГЕРА И БЕГЕХОЛЬДА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Герцбергер и Бегехольд [18] показали, что существуют концентрические системы, у которых сферическая абберация может быть полностью устранена. Простейшим примером такого рода систем может служить известная со времен Гюйгенса апланатическая преломляющая поверхность ([10], стр. 156), свойства которой широко используются в объективах микроскопа. В настоящей главе мы исследуем образование изображения в концентрической системе общего вида с радиусами r_1, r_2, \dots, r_s и показателями преломления $n_1; n_2, \dots, n_{s+1}$; расстояние от центра системы до предмета обозначим P , а расстояние от центра системы до параксиального изображения обозначим L . Выражение для угловой сферической абберации системы запишем в виде

$$\eta(K) = \arcsin \frac{K}{n_{s+1}L} - \arcsin \frac{K}{n_1P} - \sum_{i=1}^s \left(\arcsin \frac{K}{n_{i+1}r_i} - \arcsin \frac{K}{n_i r_i} \right), \quad (88)$$

где K — инвариант системы.

Очевидно, что радиус изображения сферы с радиусом P на сфере с радиусом L существует в том и только в том случае, когда для данной величины P можно найти такую величину L , что для всех значений k величина $\eta \equiv 0$. Можно доказать, что $\eta \equiv 0$ только в том случае, если члены в выражении для η попарно сокращаются. Действительно, разлагая арксинусы в выражении (88) в степенной ряд по степеням K и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях K нулю, получим

$$\sum_i \frac{1}{a_i^{2\nu-1}} = 0, \quad (89)$$

где через a_i обозначены знаменатели выражений под знаками арксинусов в (88), т. е. $a_1 = n_{s+1}L$; $a_2 = n_1P$; $a_3 = n_1r_1$; $a_n = n_s r_1$ и т. д. Будем также предполагать, что в (89) члены размещены так, что $a_1 \geq a_2^2 \geq a_3^2 \geq \dots$.

Первые s из этих уравнений можно рассматривать как линейные уравнения относительно a_1, a_2, \dots, a_s . Определителем этой системы является известный определитель Вандермонда

$$I) = \begin{vmatrix} \frac{1}{a_1^2} & \frac{1}{a_2^2} & \dots & \frac{1}{a_s^2} \\ \frac{1}{a_1^4} & \frac{1}{a_2^4} & \dots & \frac{1}{a_s^4} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{a_1^{2s}} & \frac{1}{a_2^{2s}} & \dots & \frac{1}{a_s^{2s}} \end{vmatrix} = \prod_{v < s} \left(\frac{1}{a_v^2} - \frac{1}{a_s^2} \right).$$

Очевидно, что этот определитель обращается в нуль только тогда, когда существует такой индекс v , для которого $a_v + a_{v+1} = 0$. Исключив эти функции из (88), можно применить то же рассуждение к оставшимся. В результате получим:

$$a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = \dots = 0.$$

Итак, $\eta \equiv 0$ в том и только в том случае, если арксинусы, входящие в (88), попарно сокращаются. При этом условие $\eta \equiv 0$ может быть удовлетворено двумя различными способами. Если в (88) члены, содержащие радиусы, взаимно сокращаются, то для того, чтобы выполнялось условие $\eta \equiv 0$, достаточно положить $n_{s+1}L = n_1P$ или $L = nP/n_{s+1}$. Иными словами, рассматриваемая система изображает резко все точки пространства с увеличением n/n_{s+1} . Такого рода системы называются пространственными. Очевидно, все пространственные системы обладают нулевой оптической силой. Это свойство характеризует преломляющую пространственную систему. Если же в (88) попарно сокращаются не все члены, содержащие r , а только $n - 2$ члена, то получаются два уравнения. Согласно первому из них n_1P должно быть равно либо $n_i r_i$, либо $-n_{i+1}r_i$, тогда как $n_{s+1}L$ равно второй оставшейся величине $+n_\lambda r_\lambda$ или $-n_{\sigma-1}r_\sigma$. Очевидно в этом случае имеются два решения, если

$$n_1P_1 = n_\lambda r_\lambda;$$

$$n_{s+1}L_1 = n_{\sigma-1}r_\sigma,$$

является решением, то и

$$n_1P_2 = -n_{\sigma-1}r_\sigma;$$

$$n_{s+1}L_2 = -n_\lambda r_\lambda$$

также есть решение.

Увеличения в этих двух случаях будут равны

$$\beta_1 = \frac{n_1}{n_{s+1}} \frac{n_{\sigma-1} n_{\sigma}}{n_{\lambda} r_{\lambda}} ;$$

$$\beta_2 = \frac{n_1}{n_{s+1}} \frac{n_{\lambda} r_{\lambda}}{n_{\sigma-1} r_{\sigma}} ,$$

при этом $\beta_1 \beta_2 = n_1^2 / n_{s+1}^2$. Мы доказали, что в концентрической системе, изображающей резко одну сферу, всегда имеется и вторая сфера, которая также изображается резко. Такого рода системы называются бисферическими.

Рассмотрим конкретные пространственные и бисферические системы.

Пространственных систем, состоящих из одной поверхности, не существует, в то время как бисферическая система из одной поверхности, как известно, осуществима — это апланатическая поверхность, т. е. сферическая поверхность, у которой предмет и изображение находятся на сферах с радиусом, равным расстоянию апланатических точек от центра системы. Вторая пара апланатических точек лежит на самой преломляющей поверхности. Действительно, для одиночной преломляющей поверхности условие равенства нулю сферической аберрации будет иметь вид:

$$\eta = \arcsin \frac{K}{n_2 L_1} - \arcsin \frac{K}{n_1 P} - \arcsin \frac{K}{n_2 r_1} + \arcsin \frac{K}{n_1 r_2} .$$

Отсюда получим две системы уравнений

$$\text{I. } \begin{cases} n_1 P_1 = -n_2 r_1; \\ n_2 L_1 = -n_1 r_1; \end{cases}$$

$$\text{II. } \begin{cases} n_1 P_2 = n_1 r_1; \\ n_2 L_2 = n_2 r_1. \end{cases}$$

Система I определяет первую пару апланатических точек сферы, система II — вторую пару, лежащую на преломляющей поверхности.

Переходя к системам из двух поверхностей, получим пространственную систему из двух поверхностей, одна из которых отрицательная

$$n_2 r_1 = -n_3 r_2,$$

$$n_1 r_1 = -n_2 r_2,$$

$$n_3 L = n_1 P.$$

Откуда находим:

$$n_2^2 = n_1 n_3; \quad \beta = \frac{n_1}{n_3} = \frac{L}{P} .$$

Итак, эта система, изображая резко все точки пространства, в то же

время имеет не равное нулю увеличение, а потому может использоваться в качестве компонента (насадки) в различного рода оптических системах. Например, эту систему можно использовать для уменьшения или увеличения светосилы какой-либо системы, не обязательно концентрической. Пример применения этой пространственной системы для повышения светосилы камеры был приведен выше (стр. 25).

Заметим, что пространственная система не меняет угловых абераций исходной системы, но может повлиять на кривизну поля ее.

Возможно и применение пространственной системы в качестве трансфокатора-насадки, меняющей фокусное расстояние системы. Например, пространственная система со следующими конструктивными элементами может использоваться в качестве трансфокатора для бесконечно удаленного объекта:

$$\begin{array}{lll} r_1 = 1,4358; & d_1 = 2,4358; & n_1 = 1; \\ r_2 = -1; & d_2 = 0; & n_2 = 1,4358 \text{ (флуорит)}; \\ r_3 = \infty; & & n_3 = 2,0615 \text{ (СТФ1)}; \\ & & n_4 = 1. \end{array}$$

Трансфокатор рассчитан на работу в зеленой области спектра ($\lambda \cong \cong 520 \text{ м}\mu$) и обладает увеличением $\beta_1 = 1/2,06$ или $\beta_2 = 2,06$, в зависимости от ориентации трансфокатора по отношению к предмету (трансфокатор может работать и в обратном ходе лучей). Возможно также применение упомянутого трансфокатора и для визуальных наблюдений (в качестве бинокля). Хроматически аберрации, впрочем, не позволяют использовать трансфокатор в белом свете, а лишь в монохроматическом, что естественно ограничивает область его применения.

Оптик-конструктор оптических приборов может использовать пространственные системы, наряду с бисферическими, в комбинации с концентрическими поверхностями и системами для построения изопланатических и апланатических систем. При этом следует учитывать, что в пространственных системах, содержащих радиусы разных знаков, выполняется равенство:

$$n_x^2 = n_1 n_{s+1},$$

где n_x^2 — показатель преломления положительной линзы (с радиусами разных знаков). Заметим, что пространственной системы, состоящей из двух поверхностей с радиусами одного знака, не существует.

Рассмотрим теперь бисферические системы, состоящие из двух поверхностей. Оказывается, что возможны три типа бисферических систем из двух поверхностей. Действительно, условие равенства

нулю сферической аберрации можно в этом случае записать:

$$\eta = \arcsin \frac{K}{n_3 L} - \arcsin \frac{K}{n_1 P} - \arcsin \frac{K}{n_2 r_1} + \arcsin \frac{K}{n_1 r_1} - \\ - \arcsin \frac{K}{n_3 r_2} + \arcsin \frac{K}{n_2 r_2} \equiv 0.$$

1) Системы с радиусами одного знака

$$n_3 r_2 = n_1 r_1;$$

$$n_1 P = -n_2 r_1;$$

$$n_3 L = -n_2 r_2,$$

откуда

$$\beta = \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2.$$

Итак, линза с радиусами r_1 и $r_2 = n_1 r_1 / n_3$ изображает резко две сферы: сфера с радиусом $P_1 = -n_2 r_1 / n_1$ изображается на сфере с радиусом $L_1 = -n_2 r_2 / n_3$. Очевидно также, что имеется и вторая пара резко изображающихся сфер.

2) Система с радиусами разных знаков

$$n_2 r_2 = -n_1 r_1;$$

$$n_1 P = -n_3 r_2;$$

$$n_3 L = n_2 r_1.$$

Имеем: $P_1 = -\frac{n_3}{n_1} r_2$, $L_1 = \frac{n_2}{n_3} r_1$. Если же выбрать точку предмета так, чтобы $n_1 P_2 = -n_2 r_1$, то получаем $n_3 L_2 = n_3 r_2$.

Итак, линза с радиусами r_1 и $r_2 = -n_1 r_1 / n_2$ резко изображает две сферы: сфера с радиусом $P_1 = -n_3 r_2 / n_1$ изображается на сфере с радиусом $L_1 = n_2 r_1 / n_3$, а сфера с радиусом $P_2 = -n_2 r_1 / n_1$ изображается резко на сфере с радиусом $L_2 = r_2$. При этом увеличение для первого случая равно $\beta_1 = (n_2 / n_3)^2$, для второго $\beta_2 = (n_1 / n_2)^2$. Произведение увеличений $\beta_1 \beta_2 = (n_1 / n_3)^2$, т. е. равно отношению квадратов показателей преломления первой и последней сред. Этот закон справедлив для любой бисферической системы, состоящей из преломляющих поверхностей. Интересным частным случаем этой системы является вариант, у которого $n_3 = -n_2$ (вторая поверхность — зеркало). В этом случае $\beta_1 = 1$; $\beta_2 = (n_1 / n_2)^2$.

3) Существует и другая бисферическая система из двух преломляющих поверхностей, радиусы которой удовлетворяют условию: $n_3 r_2 = -n_2 r_1$. Увеличения в этом случае равны $\beta_1 = (n_2 / n_3)^2$ и $\beta_2 = (n_1 / n_2)^2$.

Заметим, что бисферические системы с успехом могут использоваться, как и пространственные системы, для изменения светосилы какой-либо системы, но они не могут применяться в параллельном пучке лучей. Например, в системе, изображенной на рис. 5.

можно использовать вместо пространственной системы бисферическую.

Рассматривая системы из трех поверхностей одного знака, получаем одну пространственную систему и четыре бисферических. Если же одна поверхность отрицательна, то получим одну пространственную систему и шесть бисферических. Для пространственных систем с радиусами одного знака справедливо условие $n_1 = n_{s+1}$, а их увеличение равно единице, поэтому область применения этих систем значительно уже, чем пространственных систем с радиусами разных знаков. Их можно использовать в основном в сложных системах для воздействия на хроматические аберрации, а также в толстых компонентах с целью создания воздушных промежутков, необходимых для введения корректоров аберраций. В качестве примера такого использования пространственной системы рассмотрим сплошную концентрическую систему (см. рис. 7) и введем в нее пространственную систему, состоящую из трех поверхностей с радиусами одного знака. Такая система определяется равенствами

$$\begin{aligned} n_1 r_1 &= n_3 r_2, \\ n_3 r_3 &= n_2 r_1, \\ n_2 r_2 &= n_4 r_3. \end{aligned} \tag{90}$$

Пусть конструктивные элементы сплошной системы будут

$$\begin{aligned} r_1 &= -1; & d_1 &= 1,2272; & (n &= 1,6126); \\ r_2 &= -2,2272; & D &= 0,68; & A &= 1 : 0,97. \end{aligned}$$

Зададимся следующими конструктивными элементами пространственной системы

$$\begin{aligned} r'_1 &= -1,4; & n'_1 &= 1,6126; \\ r'_3 &= -2; & n_3 &= 1. \end{aligned}$$

Получим, подставив эти данные в (90)

$$r'_2 = -1,7739; \quad n'_2 = 1,8182; \quad n'_4 = 1,6126.$$

Получим воздушную прослойку между поверхностями с радиусами r'_2 и r'_3 . Лучи света проходят дважды через пространственную систему — до и после отражения от зеркальной поверхности, что не меняет сферической аберрации системы.

Заметим в заключение, что все пространственные и бисферические системы взаимно эквивалентны.

ИСПРАВЛЕНИЕ ОСТАТОЧНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ В КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ПОМОЩЬЮ КОРРЕКЦИОННОЙ ПЛАСТИНКИ

Все концентрические системы, за исключением пространственных и бисферических, представляющих ограниченный интерес для практики, обладают сферической aberrацией, которая не всегда может быть сведена расчетом к величине, допускаемой требованиями к качеству изображения в системе. Если и светосила и качество изображения в системе должны быть высокими, в особенности если фокусное расстояние системы значительно, то остаточная сферическая aberrация, как правило, настолько велика, что возникает необходимость в применении несферических поверхностей, исправляющих остаточную сферическую aberrацию системы. Для этого, очевидно, достаточно применить одну несферическую поверхность, но эта поверхность, исправляя сферическую aberrацию на оси, не должна, по возможности, вносить внесевых aberrаций.

Впервые эта задача была решена Б. Шмидтом в 1932 г. для частного случая концентрической системы—вогнутого сферического зеркала. Сферическая aberrация этого зеркала исправлялась пластинкой с поверхностями, весьма мало отличающимися от плоских, центр зеркала совпадает с центром пластинки. При отсутствии пластинки пучки, падающие на зеркало и проходящие через входной зрачок, центр которого совпадает с центром зеркала, дают изображения бесконечно удаленных предметов, исправленные в отношении комы, астигматизма и дисторсии, что следует из полной симметрии пучков лучей относительно главных лучей, проходящих через центр. Для устранения сферической aberrации зеркала и ставится плоскопараллельная пластинка, одна или обе поверхности которой деформированы так, чтобы сферическая aberrация всей системы на оси равнялась нулю. Бауверс предложил использовать аналогичную пластинку для исправления остаточной сферической aberrации сложной концентрической системы, состоящей из мениска и вогнутого сферического зеркала. Очевидно, добавление коррекционной пластинки к концентрической системе нарушает симметрию системы, следствием чего является появление внесевых aberrаций, вносимых пластинкой.

Мы поставим своей целью рассмотрение общего случая, когда коррекционная пластинка используется для исправления сферической аберрации произвольной concentрической системы. Мы выведем как уравнение формы поверхности коррекционной пластинки, так и выражения для оценки внеосевых аберраций, вносимых ею.

1. Уравнение асферической поверхности коррекционной пластинки

Мы будем рассматривать только такие concentрические системы, у которых центр кривизны находится в воздухе, что позволяет поместить коррекционную пластинку. Будем считать, что на коррекционную пластинку падает параллельный пучок лучей. Известно, что плоскопараллельная пластинка в непараллельном пучке лучей обладает внеосевыми аберрациями, а потому мы не будем рассматривать этот случай.

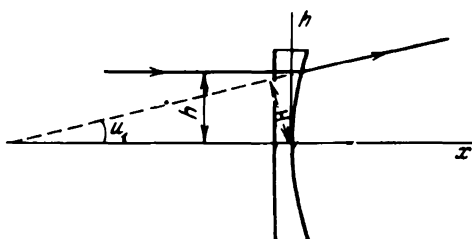


Рис. 26, а

Пусть пучок лучей, параллельных оптической оси системы, падает перпендикулярно на первую плоскую поверхность системы — коррекционную пластинку, а вершина второй (асферической) поверхности коррекционной пластинки совпадает с центром кривизны системы (рис. 26, а). Уравнение меридионального сечения асферической поверхности коррекционной пластинки имеет вид

$$x = \alpha_2 h^2 + \alpha_4 h^4 + \alpha_6 h^6 + \dots, \quad (91)$$

где x — абсцисса кривой, h — ордината, $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6, \dots$ — коэффициенты, которые необходимо найти в явном виде. Пусть пластинка вносит отклонение u_1 , причем расстояние от центра системы до луча после преломления обозначим H . Условие отсутствия сферической аберрации на оси системы запишем в виде

$$\sin u'_m = \varphi H.$$

Или

$$u'_m = \varphi H + \frac{(\varphi H)^3}{6} + \frac{3(\varphi H)^5}{40} + \dots, \quad (92)$$

где $\varphi = 1/f_0 + \Delta$, f_0 — фокусное расстояние, Δ — дефокусировка, для которой производится вычисление формы поверхности коррекционной пластинки.

Из (94) получим дифференцированием

$$\operatorname{tg} i = \frac{dx}{dh} = 2\alpha_2 h + 4\alpha_4 h^3 + 6\alpha_6 h^5 + \dots$$

Откуда

$$i = \operatorname{arctg} \frac{dx}{dh} = \beta_1 h + \beta_3 h^3 + \beta_5 h^5 + \dots, \quad (93)$$

где

$$\beta_1 = 2\alpha_2;$$

$$\beta_3 = 4\alpha_4 - \frac{8}{3} \alpha_2^3;$$

$$\beta_5 = 6\alpha_6 - 16\alpha_2^2 \alpha_4 + \frac{32}{5} \alpha_2^5.$$

Пусть n — показатель преломления коррекционной пластинки, тогда мы получим из закона преломления

$$\sin i' = n \sin i; \quad (94)$$

$$i' = \arcsin (n \sin i) = ni + n \frac{n^2 - 1}{3!} i^3 + n \frac{(n^2 - 1)(9n^2 - 1)}{5!} ni^5 + \dots$$

Вычитая из i' угол i , получим

$$u_1 = i' - i = d_1 h + d_3 h^3 + d_5 h^5 + \dots, \quad (95)$$

где

$$d_1 = (n - 1) \beta_1;$$

$$d_3 = (n - 1) \beta_3 + n \frac{n^2 - 1}{3!} \beta_1^3; \quad (96)$$

$$d_5 = (n - 1) \beta_5 + n \frac{n^2 - 1}{2!} \beta_1^2 \beta_3 + \frac{n(n^2 - 1)(9n^2 - 1)}{3!} \beta_1^5.$$

Так как u_1 должно быть выражено через H , а не через h , мы должны найти функцию $h = h(H)$. Обращаясь к рис. 26, а, мы находим

$$H = -x \sin u_1 + h \cos u_1 = h + \varepsilon_3 h^3 + \varepsilon_5 h^5 + \dots, \quad (97)$$

где

$$\varepsilon_3 = -\left(\frac{1}{2} d_1^2 + d_1 \alpha_2\right); \quad (98)$$

$$\varepsilon_5 = \frac{d_1}{4!} + \alpha_2 \frac{d_1^3}{3!} - d_1 d_3 - d_1 d_4 - \alpha_2 d_5.$$

Из (97) найдем

$$h = H + B_3 H^3 + B_5 H^5 \dots, \quad (99)$$

где

$$\begin{aligned} B_3 &= -\varepsilon_3; \\ B_5 &= 3\varepsilon_3^2 - \varepsilon_5. \end{aligned} \quad (100)$$

Подставив (99) в (95), получим:

$$u_1 = d_1 H + \delta_3 H^3 + \delta_5 H^5 + \dots, \quad (101)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_3 &= d_1 B_3 + d_3; \\ \delta_5 &= d_1 B_5 + 3B_3 d_3 + d_5. \end{aligned} \quad (102)$$

Теперь u'_m может быть вычислено по формуле (5) из главы I

$$u'_m = u_1 + \sum_{i=1}^m \left[\arcsin \left(\frac{n_1 H}{n_{i+1} r_i} \right) - \arcsin \left(\frac{n_1 H}{n_i r_i} \right) \right]. \quad (103)$$

Подставляя (101) в (103), получим

$$u'_m = a_1 H + a_3 H^3 + a_5 H^5 + \dots, \quad (104)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= F_1 + \alpha_1, \\ a_3 &= F_3 + \alpha_1 B_3 + \alpha_3, \\ a_5 &= F_5 + \alpha_1 B_5 + 3\alpha_3 B_3 + \alpha_5. \end{aligned} \quad (105)$$

Коэффициенты F_1 , F_3 и т. д. имеют вид

$$\begin{aligned} F_1 &= \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{s_i} \right) \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) \right], \\ F_3 &= \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{n_1}{r_i} \right)^3 \left(\frac{1}{n_{i+1}^3} - \frac{1}{n_i^3} \right) \right], \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

Приравнивая первые коэффициенты уравнения (104) и (92), получим

$$\varphi = a_1 = F_1 + \alpha_1 = F_1 + 2(n-1)\alpha_2.$$

Отсюда найдем значение α_2

$$\alpha_2 = \frac{\varphi - F_1}{2(n-1)}.$$

Выражения для остальных коэффициентов $\alpha_4, \alpha_6 \dots$ в явном виде получить не удастся, если не считать важного частного случая, когда $\Delta = 0$. В этом случае выражения для первых четырех коэффициентов $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6, \alpha_8$ принимают простой вид, удобный для вычислений:

$$(n-1)\alpha_2 = 0;$$

$$(n-1)\alpha_4 = \frac{(A'_1)_\infty}{4};$$

$$(n-1)\alpha_6 = \frac{(A'_2)_\infty}{6};$$

$$(n-1)\alpha_8 = \frac{(A'_3)_\infty}{8},$$

где n — показатель преломления стекла пластинки, $(A'_k)_\infty$ определяется формулой (20). Итак, если коррекция производится для параксиального фокуса системы, то формула для асферической поверхности коррекционной пластинки имеет вид (отбрасываем члены, содержащие h^9 и более высокие степени h):

$$x \cong \frac{1}{n-1} \left[\frac{(A'_1)_\infty}{4} h^4 + \frac{(A'_2)_\infty}{6} h^6 + \frac{(A'_3)_\infty}{8} h^8 \right]. \quad (106)$$

Из (99) следует, что при $\alpha_2 = 0$ $h = H$, если пренебречь членами, содержащими H^7 , и членами более высокого порядка. Поэтому

$$x \cong \frac{1}{n-1} \left[\frac{\eta_3}{4} H + \frac{\eta_5}{6} H + \frac{\eta_7}{8} H \right], \quad (107)$$

где η_3, η_5, η_7 — угловая сферическая аберрация 3-го, 5-го и 7-го порядков соответственно, вычисленная при положении предмета в параксиальном фокусе системы. В общем случае, когда $\Delta \neq 0$, уравнение коррекционной пластинки получить в явном виде не удастся.

Пример. Найдём форму коррекционной пластинки для «сплошной» концентрической системы, имеющей следующие конструктивные элементы (размеры для удобства вычислений приведены в дециметрах):

$$r_1 = -0,50; \quad d_1 = 0,57866; \quad n = 1,5163 \text{ (K8);}$$

$$r_2 = -1,07866;$$

$$P'_p = 0,346411; \quad A = 1 : 0,43.$$

Системы такого типа рассмотрены нами в главе VIII. Применение коррекционной пластинки позволяет устранить сферическую аберрацию системы и, как следствие, значительно увеличить светосилу системы.

По формуле (20) из главы I получим

$$(A_1')_{\infty} = 0,12299;$$

$$(A_2')_{\infty} = -0,23766;$$

$$(A_3')_{\infty} = -1,3546.$$

Подставив эти значения в (107), получим

$$x = \frac{1}{n_2 - 1} (0,030748H^4 - 0,03961H^6 - 0,16932H^8),$$

где n_2 — показатель преломления стекла пластинки.

2. Внеосевые аберрации в меридиональной плоскости, вносимые коррекционной пластинкой

Как указывалось выше, асферическая коррекционная пластинка вносит внеосевые аберрации. Выведем выражение для аберраций широких наклонных пучков, вносимых коррекционной пластинкой; пластинку будем считать бесконечно тонкой.

Рассмотрим отклонение луча, даваемое призмой с малым углом, и найдем зависимость этого отклонения от угла падения луча. Луч, лежащий в главной плоскости призмы, с показателем пре-

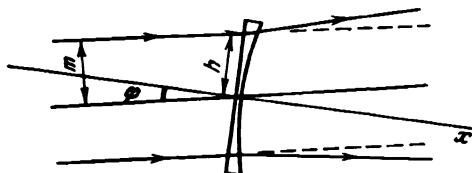


Рис. 26, б

ломления n и весьма малым углом α при вершине при падении под малым углом φ к первой поверхности отклонится призмой на угол δ , равный:

$$\delta = (n - 1)\alpha \left(1 + \frac{n+1}{2n} \varphi^2 + \dots \right) \quad (108)$$

Рассмотрим (рис. 26, б) отклонение верхнего и нижнего лучей, падающих под углом φ ; отклонение лучей определяется формулой (108). Очевидно, что расстояние от рассмотренных лучей до осевого луча, проходящего через вершину асферической поверхности пластинки, совпадающей с центром концентрической системы, будет равно $m = h \cos \varphi$, а потому отклонение, необходимое для компен-

сации ошибок концентрической системы, будет меньшим. Угол клина пластинки легко вычислить, зная уравнение асферической поверхности пластинки (107):

$$\operatorname{tg} \alpha \cong \frac{dx}{dH} \cong \frac{1}{n-1} (\eta_3 + \eta_5 + \eta_7), \quad (109)$$

или: $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{dx}{dH}$.

Пренебрегая членами, содержащими H^9 и более высокие степени H , можно положить:

$$\alpha \cong \frac{dx}{dH}. \quad (110)$$

Подставив (110) в (108), получим:

$$\delta \cong (\eta_3 + \eta_5 + \eta_7) \left(1 + \frac{n+1}{2n} \varphi^2 + \dots \right).$$

Мы нашли отклонение, вносимое пластинкой. Отклонение δ_H , действительно необходимое для компенсации монохроматической аберрации концентрической системы, очевидно, равно угловой сферической аберрации $\eta \cong \eta_3 + \eta_5 + \eta_7$ концентрической системы, вычисленной для высоты $m \cong H \cos \varphi$ (без коррекционной пластинки)

$$\delta_H \cong \eta_3(m) + \eta_5(m) + \eta_7(m).$$

Следовательно, угловая полевая аберрация, вносимая коррекционной пластинкой в меридиональной плоскости, будет равна разности $\varepsilon_m = \delta - \delta_H$:

$$\varepsilon_m \cong \left(1 + \frac{n+1}{2n} \varphi^2 \right) \eta(H) - \eta(m). \quad (111)$$

Эта формула определяет ε_m с точностью нескольких процентов, если φ не превосходит $15-20^\circ$. Аберрацию ε_m , определенную формулой (111), можно считать сферической аберрацией наклонных пучков; эта аберрация дает пятно рассеяния, симметричное относительно главного луча. Разлагая m в степенной ряд и пренебрегая членами, содержащими φ в степени выше второй, подставим полученное выражение в (111). После преобразований найдем

$$\begin{aligned} \varepsilon_m \cong \frac{\varphi^2}{2n} \{ \eta_3(H) + \eta_5(H) + \eta_7(H) + \\ + n [4\eta_3(H) + 6\eta_5(H) + 8\eta_7(H)] \}. \end{aligned} \quad (112)$$

Эта формула удобнее для вычислений, чем выражение (111).

П р и м е р. В качестве примера найдем ε_m для асферической коррекционной пластинки, рассмотренной в примере предыдущего

параграфа. Подставив значения $(A_k)_{\infty}$ в (112), получим

$$\epsilon_m = \varphi^2 \left[H^3 \cdot 0,12299 \left(\frac{4n+1}{2n} \right) - H^5 \cdot 0,23766 \left(\frac{6n+1}{2n} \right) - \right. \\ \left. - H^7 \cdot 1,3546 \left(\frac{8n+1}{2n} \right) \right].$$

Если коррекционная пластинка изготовлена из стекла КЗ, то предыдущее выражение принимает вид ($n = 1,51$):

$$\epsilon_m = \varphi^2 [0,2867H^3 - 0,79168H^5 - 5,8669H^7].$$

Например, вычислим значение ϵ_m для $\varphi = 10^\circ$, $H = -0,2$. Получим: $\epsilon = -0,00005986 \cong -13''$.

3. Внеосевые аберрации в сагиттальной плоскости, вносимые коррекционной пластинкой

Согласно Бауверсу [4], отклонение луча ϵ , проходящего через клин с малым углом α и не лежащего в главном сечении клина, определяется приближенной формулой:

$$\epsilon \cong (n-1) \left(1 + \frac{\varphi^2}{2n} \right) \alpha, \quad (113)$$

где φ — угол луча с главным сечением клина. Подставив (110) в (113), получим

$$\epsilon \cong (\eta_3 + \eta_5 + \eta_7) \left(1 + \frac{\varphi^2}{2n} \right) = (\eta_3 + \eta_5 + \eta_7) + (\eta_3 + \eta_5 + \eta_7) \frac{\varphi^2}{2n}. \quad (114)$$

Второй член дает избыточное отклонение ϵ_s , являющееся полевой аберрацией, вносимой коррекционной пластинкой в сагиттальной плоскости.

П р и м е р. В качестве примера вычислим ϵ_s для коррекционной пластинки, рассмотренной в примерах параграфа первого и второго этой главы. Имеем

$$\epsilon_s = (\eta_3 + \eta_5 + \eta_7) \frac{\varphi^2}{2n} = (0,12299H^3 - 0,23766H^5 - 1,3546H^7) \frac{\varphi^2}{2n}.$$

Положив $\varphi = 10^\circ$, $H = -0,2$, найдем $\epsilon_s = 0,000089823 \cong -2''$. Применяв коррекционную пластинку к различным концентрическим системам, можно получить модифицированные системы, например, корригированную менисковую систему с двойным ходом лучей через мениск, корригированную систему типа «менисковый концентрический касегрен» и др. Полученные корригированные системы могут быть широко использованы как в различных отраслях техники, так и в астрономии.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Как известно, методы расчета оптических систем в общем случае можно разделить на три класса.

Первый из них, метод проб, наиболее старый, но не утративший своего значения и применяемый шире, чем прежде, в связи с использованием для расчетов электронных счетных машин. Этот метод сводится к нахождению нужной системы путем подбора и интерполяции из совокупности случайно полученных систем. Из конструктивных элементов рассчитываемой системы часть используется для того, чтобы удовлетворить ряду требований (увеличение, поле зрения, габариты и др.); остальными параметрами пользуются для того, чтобы устранить aberrации, вычисляемые путем расчета хода лучей через систему. Выбирая более или менее произвольно эти параметры и исследуя влияние отдельных элементов на aberrации, находят путем интерполяции те значения конструктивных элементов, которые приводят к наилучшим результатам. Этот метод незаменим при расчетах светосильных систем. В настоящее время сделан ряд попыток автоматизировать расчет оптической системы на электронной вычислительной машине, поручив ей подбор нужных значений параметров. Это делается путем решения тем или иным способом системы трансцендентных уравнений, выражающих aberrации системы.

Второй метод — алгебраический, основанный на использовании теории aberrаций третьего порядка. Обычно коэффициенты aberrаций третьего порядка приравнивают либо нулю, либо малым числам, величина которых определяется из опыта предшествующих расчетов. В настоящее время делаются усиленные попытки автоматизировать решение на ЭВМ системы уравнений, выражающих условие устранения aberrаций третьего порядка.

Результаты, полученные этим методом, не бывают окончательными вследствие влияния aberrаций высших порядков.

Третий метод — комбинированный, расчет по которому делится на три этапа. На первом этапе производится вычисление внешних элементов системы (оптическая сила, отверстие линз, габариты, положения зрачков). Затем составляют уравнения, выражающие условия, что те или иные aberrации равны нулю или небольшим

числам, известным заранее. Решив уравнения, получают приближенные значения радиусов поверхностей, толщин и др. Наконец, производится замена бесконечно-тонких компонентов системы компонентами с конечными толщинами линз и полученную таким образом систему дорабатывают, добиваясь путем расчета хода лучей наилучшего исправления тех или иных аберраций, т. е. работа начинается алгебраическим методом, а заканчивается методом проб.

Комбинированный метод и его модификации применительно к вычислениям на ЭВМ пользуются наибольшим успехом среди конструкторов оптических приборов.

Расчет концентрических систем, разумеется, может быть также выполнен одним из упомянутых выше методов, однако проще пользоваться несколько иной методикой, основанной на результатах, полученных в предыдущих главах.

Первый этап расчета концентрической системы, как и в общем случае, состоит в определении габарита системы, фокусного расстояния, размеров линз и т. д. При этом целесообразно пользоваться формулами параксиальной оптики (см. главу I, стр. 9). Более наглядные и достаточно точные результаты могут быть получены графическим методом, т. е. путем построения хода лучей через концентрическую систему (см. главу I, стр. 8). Графический метод очень удобен также при предварительных поисках светосильной системы с исправленной сферической аберрацией, где сферическая аберрация велика и может быть легко обнаружена посредством построения хода по крайней мере двух лучей. Лучи следует брать достаточно далеко от параксиальной зоны, в противном случае неизбежны значительные ошибки, вызванные неточностью построения. На первом этапе расчета уточняется схема системы, выбираются сорта стекол с учетом ожидаемой величины вторичного спектра (см. главу II), определяется положение входного зрачка.

Следующий этап расчета — нахождение предварительного варианта системы с приближенными значениями радиусов и показателей преломления (тех значений показателей преломления, которые являются свободными параметрами). На этом этапе расчета целесообразно пользоваться условием масштаба (10) и приближенными выражениями для аберраций, выведенными в главах I и II. В общем случае получаем систему уравнений, состоящую из условия масштаба, условия исправления хроматической аберрации положения и условия равенства нулю сферической аберрации третьего порядка. Заметим, что исправление хроматизма положения можно произвести во вторую очередь, после исправления сферической аберрации. Для этого можно использовать либо стекла с одинаковыми показателями преломления, но разными дисперсиями, либо использовать свойства эквивалентных менисков (пример был приведен в главе IV). Эта система уравнений имеет вид (предполагается, что система состоит из линз и зеркал, разделенных

воздушными промежутками):

$\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_m = 1$ — условие масштаба;

$\frac{\varphi_1}{n_1 v_1} + \frac{\varphi_2}{n_2 v_2} + \dots + \frac{\varphi_m}{n_m v_m} = 0$ — условие устранения хроматической аберрации положения;

(115)

$$\frac{1}{L} - \frac{1}{P} - \left(1 - \frac{1}{n_1^3}\right) \left(\frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3}\right) - \dots - \left(1 - \frac{1}{n_m^3}\right) \left(\frac{1}{r_{2m}^3} - \frac{1}{r_{2m-1}^3}\right) = 0$$

условие равенства нулю угловой сферической аберрации третьего порядка.

Здесь

$$\varphi_1 = \left(1 - \frac{1}{n_1}\right) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right), \quad \varphi_2 = \left(1 - \frac{1}{n_2}\right) \left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3}\right), \quad \dots,$$

$$\varphi_m = \left(1 - \frac{1}{n_m}\right) \left(\frac{1}{r_{2m}} - \frac{1}{r_{2m-1}}\right),$$

n_1, n_2, \dots, n_m и v_1, v_2, \dots, v_m — показатели преломления и числа Аббе соответственно для линз системы. P и L суть расстояния от предмета и параксиального изображения до центра системы соответственно, r_i — радиусы поверхностей системы. Эту систему легко решить относительно r_i (или n_i), хотя бы графически, получив две-три значащие цифры.

Заметим, что число параметров в реальных системах, как правило, больше трех, следовательно, в системе (115) будут свободные параметры, которыми можно воспользоваться, например, для уменьшения аберраций высших порядков. При выборе действительных параметров для исправления аберраций целесообразно производить оценку частных производных от аберраций по r_i (или n_i). Получив в результате решения системы три значения r_i (и n_i), следует их уточнить, для чего нужно решить систему точных уравнений, из которых первое по-прежнему является уравнением масштаба, а остальные два выражают условие равенства нулю общей хроматической аберрации $\Delta s_{0, \text{хр}}$ на некоторой зоне H_1 , близкой к полудиаметру входного зрачка системы, и угловой сферической аберрации η .

В явном виде эти уравнения имеют вид:

$$\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}\right) = 1;$$

$$\Delta s_{0, \text{хр}} = 0; \quad (116)$$

$$\eta = 0.$$

Здесь $\Delta s_{0, \text{хр}}$ определяется формулой (39), а η — выражением (16).

Решение этих уравнений можно получить следующим образом: определяем какое-либо неизвестное из уравнения масштаба и под-

ставляем его в оба оставшихся уравнения; получаем систему из двух трансцендентных уравнений, которую можно решить, например, методом Ньютона.

Аналогичный метод использовался нами в КрАО АН СССР для исправления осевых аберраций в центрированной системе из сферических поверхностей, при этом концентрическая система получалась как частный случай. Вычисления производились на ЭВМ «Минск-1». Оказалось, однако, что сходимость процесса последовательных приближений по методу Ньютона, как правило, обеспечивается лишь в том случае, если предварительные значения конструктивных элементов (корней системы уравнений) известны с достаточной точностью (две-три значащие цифры). Процесс приближений сходится очень быстро — требуется, как правило, от одного до четырех приближений в зависимости от типа системы, ее светосилы и точности предварительных значений корней.

Для нахождения предварительных значений корней на ЭВМ использовалась специальная программа, которая позволяла менять значения конструктивных элементов системы, добавляя к ним значения заданных оператором приращений. Затем производилось вычисление аберраций системы с измененными конструктивными элементами; затем конструктивные элементы снова изменялись до тех пор, пока не достигалось изменение знаков аберраций системы. Таким образом производилось отделение корней системы трансцендентных уравнений (116), необходимое для точного решения этой системы по вышеописанной программе.

Наряду с этим методом можно использовать и чисто алгебраический, воспользовавшись сравнительно простым видом выражений для угловой аберрации различных порядков. Действительно, мы можем требовать, чтобы в системе была исправлена сферическая аберрация третьего, пятого, седьмого и т. д. порядков, что приводит нас к следующей системе уравнений (см. главу I). Для простоты предположим, что предмет находится в бесконечности.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \frac{n_1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right) - 1 &= 0; \\ \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_1}{r_i} \right)^3 \left(\frac{1}{(n_{i+1})^3} - \frac{1}{(n_i)^3} \right) - 1 &= 0; \\ \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_1}{r_i} \right)^5 \left(\frac{1}{(n_{i+1})^5} - \frac{1}{(n_i)^5} \right) - 1 &= 0; \\ \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_1}{r_i} \right)^7 \left(\frac{1}{(n_{i+1})^7} - \frac{1}{(n_i)^7} - 1 \right) &= 0. \end{aligned} \tag{117}$$

Первым уравнением здесь является уравнение масштаба. Эту систему по необходимости можно дополнить условием исправления хроматизма положения и сферохроматической аберрации 3-го порядка. Естественно, что чем больше светосила системы, а также углы падения (и преломления) лучей на поверхности, тем больше уравнений следует брать в вышеприведенной системе. При этом система, как правило, должна быть достаточно сложной и содержать большое число поверхностей. Решение системы (117) может быть произведено следующим образом: введем замену переменных $\rho_i = r_i^{-1}$ и предположим, что приращения $\Delta \rho_i$ линейно влияют на изменение ρ_i , где ρ_i — предварительное решение, его можно найти решением уравнения 3-го порядка. Допустим, что уточненные значения корней будут $\rho_1 + \Delta \rho_1$, $\rho_2 + \Delta \rho_2$, ..., $\rho_m + \Delta \rho_m$, где $\Delta \rho_i$ — поправки, подлежащие определению. Эти поправки можно определить следующим образом: подставим значения $\rho_i + \Delta \rho_i = \rho_i'$ в уравнения (117) и пренебрежем членами, содержащими $\Delta \rho_i$ в степени выше первой; получим систему m линейных уравнений относительно m неизвестных $\Delta \rho_i$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m n_1 (\rho_i + \Delta \rho_i) \left[\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i} \right] - 1 &= 0; \\ \sum_{i=1}^m n_1^3 (\rho_i^3 + 3\rho_i^2 \Delta \rho_i) \left[\frac{1}{(n_{i+1})^3} - \frac{1}{(n_i)^3} \right] - 1 &= 0; \\ \sum_{i=1}^m n_1^5 (\rho_i^5 + 5\rho_i^4 \Delta \rho_i) \left[\frac{1}{(n_{i+1})^5} - \frac{1}{(n_i)^5} \right] - 1 &= 0; \end{aligned} \quad (118)$$

.

Решив систему (118) относительно неизвестных $\Delta \rho_i'$, найдем численные значения ρ_i' уточненных конструктивных элементов (первое приближение). Повторяя этот процесс, получим значения ρ_i'' во втором приближении и т. д., пока не получим достаточно точные значения конструктивных элементов. В полученной системе будет точно выполнено условие масштаба и исправлено $m - 1$ коэффициентов сферической аберрации 3-го и более высокого порядков. В заключение расчета следует оценить влияние неисправленных коэффициентов сферической аберрации. Если эти последние достигают значительных величин, то для улучшения вида кривой остаточной сферической аберрации целесообразно положить исправленные коэффициенты сферической аберрации равными малым специально выбранным числам. Часто оказывается при расчетах конкретных систем, что коэффициенты сферической аберрации в системе (118) не могут быть получены точно равными нулю, но могут быть малыми числами, которые можно варьировать в некоторых пределах. При этом, как правило, кривая сферической

абберации пересекает ось ординат не в одной точке, а в нескольких (двух-трех точках); положения этих точек легко найти, если известны коэффициенты сферической абберации. Действительно, из формулы (20) главы I следует, что

$$\eta = A_1' H^3 + A_2' H^5 + A_3' H^7 + \dots,$$

причем выражения A_1' ; A_2' ; ... имеют простую зависимость от конструктивных элементов системы. Это выражение легко преобразовать, если вынести H и ввести обозначение $H^2 = y$:

$$\eta = H [A_1' y + A_2' y^2 + A_3' y^3 + A_4' y^4 + \dots].$$

Приравняв η нулю, получим уравнение, из которого можно найти квадраты ординат точек пересечения кривой угловой сферической абберации с осью H ,

$$A_1' + A_2' y + A_3' y^2 + A_4' y^3 = 0. \quad (119)$$

Получив значения корней y_1 , y_2 , y_3 этого кубического уравнения (что можно сделать, например, по формуле Кардана), легко найти и ординаты точек H_1 , H_2 , H_3 , в которых кривая $\eta(H)$ пересекает ось H

$$H_1 = \pm \sqrt{y_1}; H_2 = \pm \sqrt{y_2}; H_3 = \pm \sqrt{y_3}.$$

Возможны случаи, когда A_4' мало — в этом случае уравнение (119) сводится к квадратному. Если же возможно пренебречь величинами A_3' и A_4' , т. е. коэффициентами сферической абберации 3-го и 4-го порядков, то получаем линейное уравнение. В светосильных системах члены высших порядков, как правило, велики, что объясняет сложный вид кривой сферической абберации в этих системах и наличие в ряде случаев нескольких точек H_i пересечения кривой $\eta(H)$ с осью H . Варьируя в небольших пределах путем изменения конструктивных элементов системы коэффициенты A_1' , A_2' ..., можно получить примерно заданную форму кривой $\eta(H)$. При этом в процессе подбора A' вначале имеет смысл оперировать с квадратным уравнением, пренебрегая коэффициентом A_4' сферической абберации 9-го порядка и лишь затем учесть его влияние. Практика показывает, что S -образная форма кривой сферической абберации (при совмещении плоскости установки с плоскостью Гаусса) указывает на то, что в системе достигнута оптимальная или близкая к оптимальной коррекция сферической абберации, т. е. остаточная сферическая абберация принимает минимальное значение из возможных. Поэтому изучим вопрос об условиях, при которых возможна S -образная форма кривой остаточной сферической абберации.

Итак, изучим квадратное уравнение вида

$$A_1' + A_2' y + A_3' y^2 = 0. \quad (120)$$

Число действительных решений этого уравнения зависит от знака дискриминанта $D = 4A_1'A_3' - (A_2')^2$. Если $D < 0$, то имеются два действительных корня, если $D = 0$, то имеется одно решение (два совпавших корня), при $D > 0$ получаем мнимые корни. Для нас наиболее интересен случай, когда $D < 0$. Получим из этого условия:

$$(A_2')^2 > 4A_1'A_3'. \quad (121)$$

Это условие существования S -образной формы кривой сферической аберрации.

Условие $D = 0$ приводит к более строгому требованию:

$$(A_2')^2 = 4A_1'A_3'. \quad (122)$$

Необходимым условием выполнения этого равенства является совпадение знаков A_1' и A_3' . Заметим также, что знаки выражений $(-A_2' \pm \sqrt{-D})$ и A_3' должны быть одинаковы.

Аналогично можно изучить и кубическое уравнение (119). Как известно, число действительных решений уравнения (119) зависит от знака дискриминанта $D = p^3 + q^2$ кубического уравнения вида: $y^3 + 3py + 2q = 0$. К такому виду можно привести уравнение общего вида (119), введя замену переменных:

$$x = y + \frac{A_3'}{3A_4'},$$

причем оказывается, что

$$\begin{aligned} 2q &= \frac{2(A_3')^3}{27(A_4')^3} - \frac{A_3'A_2'}{3A_4'} + \frac{A_1'}{A_4'}; \\ 3p &= \frac{3A_4'A_2' - (A_3')^2}{3(A_4')^2}. \end{aligned} \quad (123)$$

Если $D < 0$, то уравнение имеет три действительных различных корня; если $D = 0$, то уравнение может иметь одно или два решения; если же $D > 0$, то уравнение имеет одно решение.

Наиболее интересен случай, когда $D < 0$; необходимым, но недостаточным условием этого, очевидно, является неравенство $p < 0$, или

$$3A_2'A_4' - (A_3')^2 < 0. \quad (124)$$

Заметим, что полученные соотношения (121), (122), (124) позволяют зачастую находить решение, не пользуясь вышеизложенными методами, а просто подбирая совокупность значений, при которых выполняются эти соотношения. Разумеется, это осуществимо в тех случаях, когда число переменных мало.

В заключение заметим, что знание свойств эквивалентных систем оказывает большую помощь при расчете, позволяя заменять линзы из одного сорта стекла другим с нужными свойствами, например, с целью исправления хроматизма положения, не изменяя при этом сферической aberrации системы. Многочисленные примеры применения этих свойств были приведены в предшествующих главах. В качестве примера использования свойств эквивалентных систем рассмотрим концентрическую систему из двух зеркал (рис. 27, а) с двукратным отражением от одного из зеркал. Вспоминая (глава IV), что сферическая aberrация, а также и параксиальные характеристики концентрической системы не зависят от последовательности, в которой лучи проходят через поверхности системы, а также возможность поворота системы из четного числа зеркал на 180° (π-инвариантность), получаем системы, изображенные на рис. 27, б и рис. 27, в.

Конструктивные элементы одного из вариантов системы, изображенной на рис. 27, а, таковы:

$$\begin{aligned} r_1 &= -100; \\ r_2 &= -19,5; \\ D &= 20; \quad f'_0 = 16; \quad A = 1 : 0,63. \end{aligned}$$

При построении систем, изображенных на рис. 27, б и рис. 27, в, следует иметь в виду, что у исходной системы большое зеркало можно представить себе состоящим из двух отдельных зеркал одинакового радиуса. Система, изображенная на рис. 27, б, получена

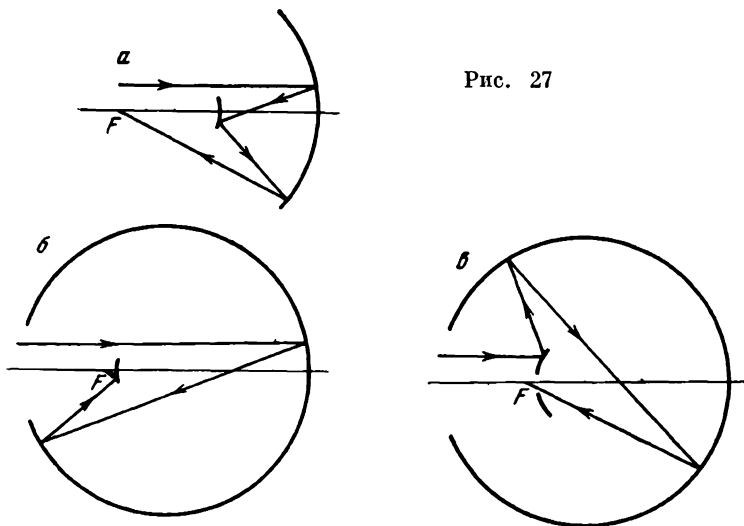


Рис. 27

путем поворота на π двух зеркал исходной системы; вторая (рис. 27, в) — путем аналогичного поворота на π с последующим применением свойства инвариантности сферической аберрации от последовательности, в которой лучи проходят через поверхности системы. Поле зрения в системе, изображенной на рис. 27, а, может достигать $25\text{--}30^\circ$ при относительном отверстии $1 : 0,63$, что представляет значительный практический интерес.

Наконец, кратко упомянем об исправлении внеосевых аберраций (о них достаточно говорилось в главе III). При их исправлении следует обращать особое внимание на поведение осевой аберрации за пределами входного зрачка, т. к. обычно именно быстрое увеличение осевой аберрации за пределами входного зрачка вызывает рост пятна комы для внеосевых точек поля.

Конечным этапом расчета должно служить построение точечных диаграмм (стр. 64), что дает картину распределения освещенности в пятне рассеяния.

В том случае, если полученная в системе остаточная сферическая аберрация оказалась выше допустимой, можно использовать коррекционную пластинку, расчет которой был дан в главе VI. При этом следует помнить, что пластинка вносит внеосевые аберрации; их также следует найти, используя формулы, приведенные в главе VI.

РАСЧЕТЫ НЕКОТОРЫХ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1. Система Максудова и ее применение

В 1941 г. выдающийся советский оптик Д. Д. Максудов предложил очень простую и удачную систему, состоящую из менискообразной линзы и вогнутого сферического зеркала. Эта система очень быстро нашла применение в качестве астрографов, телескопов, в спектрографах, в качестве телеобъективов и объективов микроскопа. Наибольшее распространение получили два типа менисковых систем — система с концентрическим мениском и система с ахроматическим мениском.

Мы рассмотрим концентрическую систему, состоящую из концентрического мениска и сферического зеркала (см. рис. 2).

Будем предполагать, что предмет и изображение находятся в воздухе. Условие масштаба для этой системы запишется в виде (см. формулу (10)):

$$\left(-1 + \frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) - \frac{2}{r_3} = \varphi, \quad (125)$$

где n — показатель преломления стекла мениска, r_1 и r_2 — радиусы мениска, r_3 — радиус зеркала, φ — оптическая сила системы. Выражение для угловой сферической аберрации системы имеет вид:

$$\eta = \arcsin \frac{H}{P'_p} - \arcsin \frac{H}{P} - \arcsin \frac{H}{nr_1} + \arcsin \frac{H}{r_1} + \\ + \arcsin \frac{H}{nr_2} - \arcsin \frac{H}{r_2} + 2 \arcsin \frac{H}{r_3},$$

где P и P'_p по-прежнему суть расстояния от центра кривизны системы до предмета и изображения соответственно. Если предмет находится в бесконечности, то эта формула упрощается

$$\eta = \arcsin \frac{H}{f_0} - \arcsin \frac{H}{nr_1} + \arcsin \frac{H}{r_1} + \arcsin \frac{H}{nr_2} - \\ - \arcsin \frac{H}{r_2} + 2 \arcsin \frac{H}{r_3},$$

где $f'_0 = \varphi^{-1}$ — фокусное расстояние системы. Легко выразить η в виде ряда, расположенного по степеням H (см. формулу (17))

$$\begin{aligned} \eta = & \frac{H^3}{6} \left[\frac{1}{(P'_p)^3} - \frac{1}{(P)^3} + \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) + 2 \frac{1}{r_3^3} \right] + \\ & + \frac{3}{40} H^5 \left[\frac{1}{(P'_p)^5} - \frac{1}{(P)^5} + \left(1 - \frac{1}{n^5}\right) \left(\frac{1}{r_1^5} - \frac{1}{r_2^5} \right) + 2 \frac{1}{r_3^5} \right] + \\ & + \frac{5}{112} H^7 \left[\frac{1}{(P'_p)^7} - \frac{1}{P^7} + \left(1 - \frac{1}{n^7}\right) \left(\frac{1}{r_1^7} - \frac{1}{r_2^7} \right) + \right. \\ & \left. + 2 \frac{1}{r_3^7} \right] + \dots, \end{aligned}$$

или

$$\eta = H^3 A'_1 + H^5 A'_2 + H^7 A'_3 + \dots$$

Для предмета, расположенного в бесконечности (удобно принять $f'_0 = 1$),

$$\begin{aligned} \eta = & \frac{1}{6} H^3 \left[1 + \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) + \frac{2}{r_3^3} \right] + \\ & + \frac{3}{40} H^5 \left[1 + \left(1 - \frac{1}{n^5}\right) \left(\frac{1}{r_1^5} - \frac{1}{r_2^5} \right) + \frac{2}{r_3^5} \right] + \\ & + \frac{5}{112} H^7 \left[1 + \left(1 - \frac{1}{n^7}\right) \left(\frac{1}{r_1^7} - \frac{1}{r_2^7} \right) + \frac{2}{r_3^7} \right] + \dots \end{aligned}$$

Угловую хроматическую aberrацию системы легко найти по формуле (42), принимающей в данном случае вид

$$\eta_{\text{хр. п}} = \frac{H \Delta n}{n^2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (126)$$

Сферохроматическую aberrацию (достаточно использовать член, содержащий H^3 , остальными членами в выражении для сферохроматической aberrации можно пренебречь) найдем по формуле (49)

$$\eta_{\text{сф. хр}} = \frac{H^3 \Delta n}{2n^4} \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right). \quad (127)$$

Различные варианты этой системы с различной светосилой и с мениском разной толщины приведены в табл. 4. В ней приведены: радиусы поверхностей мениска r_1, r_2 и зеркала r_3 , показатель преломления стекла n мениска, диаметр D входного зрачка системы, радиус R кривизны поля, равный фокусному расстоянию системы с обратным знаком, диаметр кружка наименьшего рассеивания $2\delta g_\Delta$ для лучей с $\lambda = 589 \text{ м}\mu$ и относительное отверстие A системы. Изучение данных этой таблицы позволяет сделать следующие выводы:

Таблица 4

№	r_1	r_2	r_3	n	D	$R=-f$	$28g_{\Delta}$	A
1	-100	-106,0	-355,0	1,5163 (K8)	100	-172	0,02	1:1,7
2	-100	-110,0	-320,0	1,5163 (K8)	100	-153	0,01	1:1,5
3	-100	-120	-285	1,5163 (K8)	100	-132	0,01	1:1,3
4	-100	-130	-270	1,5163 (K8)	100	-122	0,02	1:1,2
5	-100	-140	-265	1,5163 (K8)	100	-117	0,015	1:1,2
6	-85,853	-113,612	-224,45	1,6126 (TK16)	100	-100	0,03	1:1

1) Увеличение толщины мениска (рост $|r_2|$) при фиксированном значении первого радиуса системы приводит к повышению относительного отверстия системы (от 1 : 1,7 для системы № 1 до 1 : 1,2 у системы № 5).

2) Относительное отверстие системы может быть доведено до 1 : 1 при диаметре кружка наименьшего рассеяния не выше 0,03 мм.

Заметим, что у системы Максудова не удастся получить s -образную кривую сферической аберрации.

Из формул (126) и (127) следует, что с увеличением r_2 (увеличение толщины мениска) растет хроматизм положения и сферохроматическая аберрация. Впрочем, сферохроматическая аберрация, как правило, не превышает нескольких секунд дуги при переходе от лучей C к лучам F , поэтому для систем, работающих в широкой области спектра, следует использовать тонкие мениски, хотя бы и в ущерб светосиле системы (для систем, применяемых в качестве камер для спектрографов, этот недостаток не существен).

Хроматизм положения в системе можно исправить применением хроматической пластинки, т. е. плоскопараллельной пластинки, склеенной из стекол с одинаковым средним показателем преломления, но различными дисперсиями. Этот прием был использован Линфутом [5], применившим в системе Максудова асферическую коррекционную пластинку, исправляющую одновременно с хроматизмом и остаточную сферическую аберрацию. Хроматическую пластинку поместим в плоскости входного зрачка системы, проходящей через центр кривизны ее. При этом хроматическая пластинка не будет вносить (в первом приближении) хроматизма увеличения. Радиус склейки пластинки выберем так, чтобы исправить хроматизм всей системы. Из условия исправления хроматизма положения системы получим

$$r_2 = \frac{(\Delta n_1 - \Delta n_2) n_3^2}{\Delta n_3 \left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3} \right)}, \quad (128)$$

где r_2 , r_4 и r_5 — радиусы поверхности склейки хроматической пластинки, а первый и второй радиус мениска $r_1 = r_3 = \infty$, Δn_1 , Δn_2 и Δn_3 — частные дисперсии стекол хроматической пластинки и мениска соответственно.

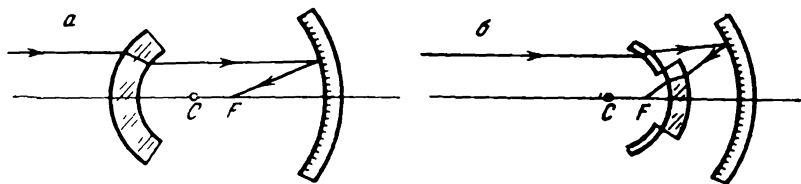


Рис. 28

Применяя свойства эквивалентных систем, легко получить новые системы, эквивалентные исходной системе Максутава. Например, повернув мениск на π , получим систему, изображенную на рис. 28, а. Систему с толстым мениском (типа систем 4—5 из табл. 4) можно преобразовать, разделив толстый мениск на тонкий, работающий в параллельном ходе лучей, и толстый мениск малого диаметра, находящийся в сходящемся пучке лучей (рис. 28, б). Такая система содержит меньше стекла, следовательно легче и допускает ахроматизацию путем введения поверхностей склейки в малом мениске, находящемся перед фокусом системы. Легко также преобразовать систему Максутава для случая, когда предмет и изображение находятся в воде или какой-либо иной среде, а также произвести замену стекла толстого мениска каким-либо другим стеклом (последняя операция осуществима только в системах с достаточно толстыми менисками). Возможна также замена одного мениска двумя с другими показателями преломления, но имеющих те же оптические характеристики.

Заметим, что пучок лучей, идущий от предмета, может сначала падать на зеркало, а затем уже проходить через мениск, однако обычно при этом получается мнимое изображение.

Иногда имеет смысл ввести некоторый хроматизм положения с тем, чтобы лучше исправить сферохроматическую aberrацию на высокой зоне. В этом случае значение r_2 необходимо несколько изменить по сравнению со значением, полученным по предыдущей формуле.

Если в полученной системе значение остаточной сферической aberrации выходит за пределы допуска, то целесообразно, подобно Линфуту [5], слегка деформировать плоскую поверхность (одну или обе) хроматической пластинки, т. е. ввести асферическую поверхность. Способ вычисления формулы этой поверхности был нами дан в главе VI. Толщина асферической пластинки $d(H)$, исправляющей остаточную сферическую aberrацию системы.

определяется формулой

$$d(H) \cong \frac{1}{n-1} \int \eta(H) dH, \quad (129)$$

где $\eta(H)$ — угловая сферическая аберрация. Разложив $d(H)$ в ряд и сохранив первые три члена разложения, получим

$$d(H) = \frac{1}{n-1} \left(\frac{H^4 A'_1}{4} + \frac{H^6 A'_2}{6} + \frac{H^8 A'_3}{8} \right), \quad (130)$$

где A'_1 , A'_2 , A'_3 определяются формулой (20а).

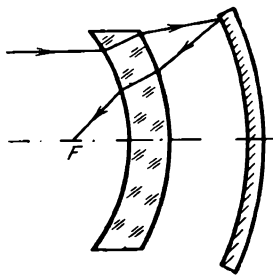
Применяя асферическую хроматическую пластинку, можно значительно увеличить относительное отверстие системы: до значений $1 : 0,6 - 1 : 0,7$ при поле зрения порядка десятков градусов. Область применения концентрической системы Максута и ее модификаций, рассмотренных выше, весьма обширна. Она может применяться во всех тех случаях, когда используется система Шмидта, т. е. как светосильная широкоугольная камера для спектрографа, камера для фотографирования метеоров, ИСЗ, туманностей, спектра ночного неба, зодиакального света и полярных сияний.

Возможно применение системы и в качестве астрографа.

2. Система, состоящая из мениска и сферического зеркала с ходом лучей через мениск до и после отражения от сферического зеркала

Рассмотрим систему, изображенную на рис. 29. С такого рода системой мы уже встречались в главе I (стр. 16), где были даны формулы для угловой сферической аберрации этой системы, а также получены выражения для хроматических аберраций ее и изложена методика расчета этой системы. Поэтому ограничимся

Рис. 29



приведением расчетных формул таблицы с результатами расчета различных вариантов системы. Ограничимся случаем, когда объект лежит в бесконечности.

Из общих формул главы I имеем

$$u'_5 = 2 \left(\arcsin \frac{H}{nr_1} - \arcsin \frac{H}{r_1} + \arcsin \frac{H}{r_2} - \arcsin \frac{H}{nr_2} - \right. \\ \left. - \arcsin \frac{H}{r_3} \right),$$

$$r_2 = r_4; \quad r_1 = r_5;$$

$$r_1 - s'_5 = - \frac{H}{\sin u'_5};$$

для параксиальных лучей соответственно получим

$$(u'_5)_p = 2H \left(\frac{1}{nr_1} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{nr_2} - \frac{1}{r_3} \right);$$

$$r_1 - (s'_5)_p = - \frac{H}{(u'_5)_p} = R = -f,$$

где R — радиус кривизны поля.

Для сферической аберрации имеем

$$\Delta s = H \left[\frac{1}{(u'_5)_p} - \frac{1}{\sin(u'_5)} \right],$$

$$\delta g = (\Delta s + \Delta) \operatorname{tg} u'_5,$$

$$\eta = \arcsin \left[2H \left(\frac{1}{nr_1} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{nr_2} - \frac{1}{r_3} \right) \right] - \\ - 2 \left(\arcsin \frac{H}{nr_1} - \arcsin \frac{H}{r_1} - \arcsin \frac{H}{r_2} - \right. \\ \left. - \arcsin \frac{H}{nr_2} - \arcsin \frac{H}{r_3} \right).$$

Хроматические аберрации проще всего вычислять в угловой мере. Тогда хроматизм положения имеет вид:

$$\eta_{\text{хр. п}} = \frac{2H\Delta n}{n^2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Хроматическая разность сферических аберраций 3-го порядка запишется в виде:

$$\eta_{\text{сф. хр}} = \frac{H^3\Delta n}{n^4} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right).$$

В большинстве случаев эта формула дает достаточно точные результаты, т. е. влиянием сферохроматических аберраций высших порядков можно пренебречь.

О методике расчета этой системы было достаточно сказано в главе I. Различные варианты системы приведены в табл. 5, обозначения прежние. Заметим, что в табл. 5 (за немногими исключениями) приведены системы со сферической абберацией, близкой к минимуму. Характерной особенностью системы является изменение знака остаточной сферической абберации при некотором значении толщины мениска, причем остаточная сферическая абберация принимает минимальное значение, например, у системы № 2 из табл. 5. Систему с минимальной остаточной абберацией мы назовем оптимальной. Из таблицы следует желательность применения стекол с большим показателем преломления, т. к. это приводит к уменьшению толщины мениска. Толщина мениска уменьшается также при переходе к более светосильным системам, что является выгодной особенностью этого типа системы. Все системы имеют кружок наименьшего рассеяния, не превышающий 0,3 мм по диаметру (для $\lambda = 5893 \text{ \AA}$). Системы, приведенные в таблице, обладают значительным хроматизмом положения; при необходимости его можно исправить хроматической пластинкой, как и ранее. Приведем формулу для радиуса r_2 склейки хроматической пластинки (первая и третья поверхности пластинки — плоские). Пластинку будем считать бесконечной тонкой

$$r_2 = \frac{(\Delta n_1 - \Delta n_2) n_3^2}{2\Delta n_3 \left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_5} \right)}.$$

Здесь $\Delta n = n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}$ — частная дисперсия, причем Δn_1 и Δn_2 — частные дисперсии стекла первой и второй линз пластинки соответственно, Δn_3 — частная дисперсия стекла мениска.

Иногда имеет смысл вводить некоторый хроматизм положения в параксиальной области с тем, чтобы лучше исправить сферохроматическую абберацию; в этом случае значение r_2 необходимо несколько изменить по сравнению со значением, даваемым предыдущей формулой, руководствуясь тригонометрическим расчетом. Например, ахроматизируем систему со следующими конструктивными элементами:

$$\begin{array}{lll} r_1 = -178,571; & d_1 = 99,2063; & (\text{TK16}); \\ r_2 = -277,778; & d_2 = 161,454; & n = 1, \\ r_3 = -439,232; & d_3 = -161,454; & n = -1; \\ r_4 = -277,778; & d_4 = -99,2063; & (\text{TK16}); \\ r_5 = -178,571; & & \\ f' = 165; & D = 200; & A = 1 : 0,82. \end{array}$$

Для хроматической пластинки возьмем стекла TK16 и Ф1, т. к. они имеют одинаковые показатели преломления при $\lambda = 597 \text{ м\mu}$, частные же дисперсии этих стекол различны. Если соединить

№	r_1	r_2	r_3	n	D	R
1	-100,0	-200,0	-260,525	1,5163 (K8)	100	-90,238
2	-100,0	-192,0	-257,213	1,5163 (K8)	100	-90,53
3	-100,0	-177,778	-251,34	1,5163 (K8)	100	-91,4352

№	r_1	r_2	r_3	n	D	R
4	-100,0	-200,0	-261,17	1,5163 (K8)	112	-90,3927
6	-100,0	-175,0	-250,0	1,5163 (K8)	120	-91,5871
5	-100,0	-155,556	-241,941	1,5163 (K8)	112	-93,4701

в фокус лучи C и F , то значение радиуса r_2 хроматической пластинки по предыдущей формуле будет равно $r_2 = 376,786$, если для первой линзы хроматической пластинки взять стекло ТК16, как обладающее большей твердостью по сравнению с Ф1. Тригонометрические расчеты показывают, что лучше взять $r_2 = 357,143$ для уменьшения сферохроматической аберрации. Окончательно получим систему со следующими конструктивными элементами:

$$\begin{aligned}
 r_1 &= \infty; & d_1 &= 5,35714; & (\text{TK16}); \\
 r_2 &= 357,143; & d_2 &= 21,4286; & (\text{Ф1}); \\
 r_3 &= \infty; & d_3 &= 157,143; & n = 1; \\
 r_4 &= -178,571; & d_4 &= 99,2063; & (\text{TK16}); \\
 r_5 &= -277,778; & d_5 &= 161,454; & n = 1; \\
 r_6 &= -439,232; & d_6 &= -161,454; & n = -1; \\
 r_7 &= -277,778; & d_7 &= -99,2063; & (\text{TK16}); \\
 r_8 &= -178,571; \\
 f' &= 165; & D &= 200; & A = 1 : 0,82; \\
 \text{Поле } 2w &= 25^\circ.
 \end{aligned}$$

Аберрации приведены на рис. 30 и рис. 31, причем на рис. 30 изображены осевые аберрации для лучей C , D , F , а на рис. 31 — внеосевые аберрации для лучей C , F для угла поля $w = 12^\circ$. Кružок наименьшего рассеяния на оси, образованный лучами от C до F , не превосходит 0,03 мм по диаметру. На краю поля протяженность пятна рассеяния в меридиональной плоскости, образованного лучами от C до F , составляет 0,05 мм, что свиде-

Таблица 5

Δs				A
$H = -20$	$H = -32$	$H = -40$	$H = -48$	
-0,0012	0,002	0,0029	0,0003	1 : 0,902
-0,002	-0,0007	0,0013	0,0004	1 : 0,906
-0,005	-0,0061	-0,0032	0,0004	1 : 0,914
Δs				A
$H = -28$	$H = -42$	$H = -56$	$H = -60$	
0,0142	0,025	0,0213	0,0	1 : 0,84
-0,009	-0,0103	0,0	0,0	1 : 0,764
-0,0306	-0,0454	-0,026	0,0	1 : 0,83

тельствует о наличии некоторого хроматизма увеличения высших порядков, который и ограничивает поле зрения системы. Система была рассчитана для фотографирования слабых метеоров и искусственных спутников Земли.

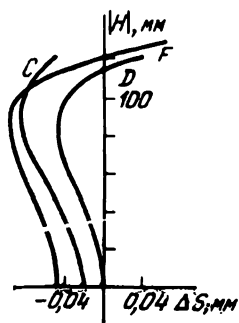


Рис. 30

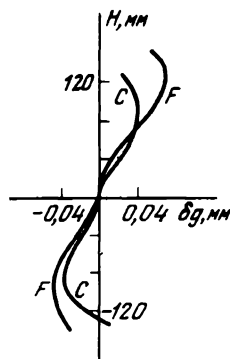


Рис. 31

Заметим, что система типа мениск с двойным ходом лучей плюс сферическое зеркало может использоваться также и в качестве камеры для спектрографа, при этом хроматическая пластинка оказывается излишней. Опытный экземпляр подобной системы был изготовлен нами совместно с сотрудником КрАО В. И. Проником.

Конструктивные элементы этой системы таковы:

$$\begin{aligned} r_1 &= -51,518; & d_1 &= 26,07; & (\text{ТК16}); \\ r_2 &= -77,588; & d_2 &= 48,122; & (n = 1); \\ r_3 &= -125,71; & d_3 &= -48,122; & (n = -1); \\ r_4 &= -77,588; & d_4 &= -26,07; & (\text{ТК16}); \\ r_5 &= -51,518; & & & \\ f' &= -47,9; & D &= 70; & A = 1 : 0,68. \end{aligned}$$

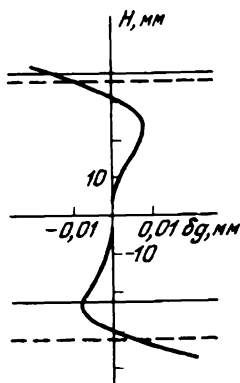


Рис. 32

Заметим, что свойства эквивалентных систем также могут быть с успехом использованы для получения различных вариантов изученной системы, эквивалентных исходной системе; некоторые из возможных вариантов системы изображены на рис. 24. Остаточная сферическая aberrация (рис. 32) этой системы также может быть устранена посредством асферической пластинки, как и в системе Максутава (формула (130)). Область применения этой системы в основном та же, что и системы Максутава, однако система с двоянным ходом обладает лучшей коррекцией сферической aberrации, а потому возможно достижение большей светосилы (до $1 : 0,7$), чем у системы Максутава.

3. Сплошная концентрическая система

Оптическая система, рассматриваемая в настоящем разделе, представляет собой кусок прозрачного вещества с показателем преломления n , большим, нежели у окружающей среды, ограниченный тремя сферическими поверхностями с радиусами r_1 , r_2 , r_3 (см. рис. 7). Центры всех трех поверхностей совмещены в одной точке. Ход лучей света — слева направо.

Свет от светящейся точки, которая в частном случае может находиться в бесконечности, преломляется через поверхность с радиусом кривизны r_n , затем отражается от поверхности с радиусом r_2 , покрытой зеркальным слоем, образуя фокус в точке F , лежащей на поверхности с радиусом r_3 . Эта последняя поверхность приводит в непосредственный контакт со светоприемником. Благодаря такой конструкции удастся получить весьма совершенное исправление aberrаций; в то же время светосила в n^2 раз выше, нежели в системе, светоприемник которой находится в воздухе. Внеосевые aberrации — кома, астигматизм, дисторсия — отсутствуют, если апертурная диафрагма расположена в плоскости, проходящей через центр кривизны системы.

Хроматические aberrации системы — хроматизм положения и сферохроматическая aberrация — остаются не исправленными в такой простейшей конструкции. Остаточную сферическую aberrацию при необходимости можно исправить соответственно рассчитанной коррекционной пластинкой, аналогичной пластинке Шмидта, поместив ее в центре кривизны системы; применение такой пластинки может потребоваться лишь при светосилах, близких к предельным (см. формулу (30)). Из рис. 7 имеем (см. стр. 33)

$$u_3 = u'_2 = -\arcsin \frac{H}{r_1} + \arcsin \frac{H}{nr_1} - 2\arcsin \frac{H}{nr_2},$$

$$r_2 - s'_2 = -\frac{H}{n \sin u'_2}; \quad n > 0.$$

Для параксиальных лучей соответственно получим

$$(u'_2)_p = -\frac{H}{r_1} + \frac{H}{nr_1} - \frac{2H}{nr_2};$$

$$r_2 - (s'_2)_p = -\frac{H}{n(u'_2)_p}; \quad n > 0.$$

Найдем продольную сферическую aberrацию как разность

$$\Delta s = (r_2 - s'_2) - [r_2 - (s'_2)_p] = -\frac{H}{n} \left[\frac{1}{\sin u'_2} - \frac{1}{(u'_2)_p} \right]. \quad (131)$$

Для поперечной сферической aberrации δg из геометрических соображений получим следующую формулу (стр. 30):

$$\delta g = (\Delta s + \Delta) \operatorname{tg} u'_2, \quad (132)$$

где Δ — смещение плоскости установки относительно плоскости Гаусса (дефокусировка).

Выражение для угловой сферической aberrации получим как разность последнего угла $(u'_2)_0$ идеальной системы и последнего угла реальной системы. Последний угол идеальной системы определим из условия

$$\Delta s = -\frac{H}{n} \left[\frac{1}{\sin (u'_2)_0} - \frac{1}{(u'_2)_p} \right] = 0,$$

так как для идеальной системы $\Delta s = 0$. Отсюда получим

$$(u'_2)_0 = \arcsin (u'_2)_p.$$

Итак, выражение для угловой сферической aberrации η в системе имеет вид:

$$\eta = \arcsin \left(\frac{H}{nr_1} - \frac{H}{r_1} - \frac{2H}{nr_2} \right) + \arcsin \frac{H}{r_1} - \arcsin \frac{H}{nr_1} + \arcsin \frac{H}{nr_2}. \quad (133)$$

Радиус кривизны поля R в концентрической системе, очевидно, равен $r_2 - (s'_2)_p$, т. е. расстоянию от центра кривизны системы до фокуса:

$$R = r_2 - (s'_2)_p = \frac{H}{-\frac{H}{r_1} + \frac{nH}{r_1} + \frac{2H}{r_2}} = \frac{1}{\frac{n-1}{r_1} + \frac{2}{r_2}}, \quad (134)$$

или, с учетом дефокусировки:

$$R = \frac{1}{\frac{n-1}{r_1} + \frac{2}{r_2}} - \Delta.$$

Продольную хроматическую aberrацию положения системы найдем как разность значений R для двух различных длин волн света λ_1 и λ_2 . Получим

$$\Delta s_{xp} = \frac{n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}}{r_1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{n-1}{r_1} + \frac{2}{r_2}\right)^2}, \quad (135)$$

где Δs_{xp} — продольная хроматическая aberrация положения системы, n_{λ_1} и n_{λ_2} — показатели преломления для длин волн λ_1 и λ_2 соответственно.

Для лучей C , F будем иметь:

$$\Delta s_{xp} = \frac{n-1}{vr_1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{n-1}{r_1} + \frac{2}{r_2}\right)^2}, \quad (136)$$

где v — число Аббе. В спектрографе хроматизм камеры не вредит.

Методика расчета

Считая известным r_1 , n и H , находим r_2 из условия, что сферическая aberrация на некоторой зоне H_1 равна нулю. Обычно это крайняя зона, равная половине отверстия системы, т. е. $H_1 = D/2$. Подставив r_1 , n и H_1 в (134), получим $\sin u'_2 = (u'_2)_p$. Это есть трансцендентное уравнение относительно r_2 . В первом приближении решение этого уравнения можно найти графически как точку пересечения кривых $\sin u'_2$ и $(u'_2)_p$. Более точное значение корня удобнее всего искать по методу Ньютона. Формула для приближений Ньютона в этом случае имеет вид:

$$r_2 = (r_2)_0 - \frac{n(r_2)_0^2/H_1[(u'_2)_p - \sin u'_2]}{1 - \{1 - [H_1/n(r_2)_0]^2\}^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos u'_2}. \quad (137)$$

Получив r_2 (достаточно пяти значащих цифр), вычисляем значение сферической aberrации на промежуточных зонах $0 < |H| < |H_1|$ по одной из формул (131) — (132). Вычисляем также кривизну поля системы по формуле (134) и хроматическую aberrацию по формуле (135).

Результаты вычислений

Результаты расчетов различных вариантов системы даны в табл. 6. Здесь приведены: конструктивные элементы системы r_1 , r_2 , n_D (показатель преломления для $\lambda = 5893 \text{ \AA}$), диаметр апертурной диафрагмы D , радиус кривизны поля R с учетом дефокусировки Δ , абсолютная величина отношения R/D (квадрат его обратно пропорционален светосиле системы; следовательно, эта величина может служить для сравнения светосил различных систем). Даны также значения продольной сферической aberrации Δ_s для различных значений H ($\lambda = 5893 \text{ \AA}$); приведено значение дефокусировки Δ , при которой получается наименьший кружок рассеяния с радиусом δg_Δ ; наконец, дано значение продольной хроматической aberrации $\Delta_{\text{хр}}$ для лучей C , F . В третьем разделе таблицы приведены для сравнения $|R/D|_{\text{теор}}$ — предельные теоретические значения $|R/D|$. Величины Δ и δg_Δ получены графическим путем — посредством вычерчивания хода лучей вблизи фокуса. Все размеры даны в миллиметрах. Таблица позволяет сделать следующие выводы:

1. Выгодно применять стекла с большим показателем преломления, так как при этом сферическая aberrация уменьшается, а светосила возрастает. В то же время дисперсия стекла должна быть минимальной, чтобы уменьшить хроматизм.

2. Все рассчитанные системы имеют радиус кружка наименьшего рассеяния, не превосходящий $0,015 \text{ мм}$, что соответствует разрешающей способности высокочувствительной фотографической эмульсии. Следует заметить, что значения δg_Δ и Δ для различных цветов различны (сферохроматическая aberrация), а поэтому в ответственных случаях следует вычислять сферическую aberrацию также и для других цветов.

3. Хроматическая aberrация положения значительна, но это не препятствует использованию системы в качестве камеры для спектрографа, для съемок в монохроматических лучах и т. п.

4. Светосила систем 11—15 близка к теоретическому пределу.

5. Целесообразно использовать данную систему как заменитель сплошной (да и обычной) камеры Шмидта, трудоемкой в изготовлении и обладающей труднодоступной фокальной поверхностью. Поле зрения системы практически ограничено лишь экранированием света светоприемником (кассетой) и может достигать 20° и более при потерях на экранирование не выше 25%. Системы, эквивалентные сплошной системе, изображены на рис. 21.

№	r_1	r_2	n_D	D	R	Δs	
						$H = -7$	$H = -12$
1	-50,0	-113,635	1,5163 (K8)	34,0	-35,8124	-0,0021	-0,0046
2	-50,0	-111,36	1,6126 (TK16)	34,0	-33,103	-0,0019	-0,0041
3	-50,0	-109,09	1,7550 (ТФ5)	34,0	-29,9123	-0,0012	-0,0027
4	-50,0	-107,434	1,9000 (ТФ6)	34,0	-27,3068	-0,0089	-0,0019
5	-50,0	-106,18	2,0361 (СТФ1)	34,0	-25,2810	-0,0082	-0,0019

№	r_1	r_2	n_D	D	R	Δs	
						$H = -10$	$H = -20$
6	-50,0	-111,409	1,5163 (K8)	50,0	-35,386	-0,0106	-0,0286
7	-50,0	-109,53	1,6126 (TK16)	50,0	-32,792	-0,0084	-0,0226
8	-50,0	-107,558	1,7550 (ТФ5)	50,0	-29,693	-0,00798	-0,0162
9	-50,0	-106,0	1,9000 (ТФ6)	50,0	-27,135	-0,00532	-0,0140
10	-50,0	-105,16	2,0361 (СТФ1)	50,0	-25,169	-0,00344	-0,00936

№	r_1	r_2	n_D	D	R	Δs	
						$H = -10$	$H = -20$
11	-50,0	-107,86	1,5163 (K8)	60,0	-34,734	-0,0207	-0,075
12	-50,0	-106,90	1,6126 (TK16)	60,0	-32,363	-0,0146	-0,0527
13	-50,0	-105,14	1,7550 (ТФ5)	60,0	-29,359	-0,0125	-0,0432
14	-50,0	-104,23	1,9000 (ТФ6)	60,0	-26,928	-0,0087	-0,0291
15	-50,0	-103,50	2,0361 (СТФ1)	60,0	-25,001	-0,0069	-0,0232

Нами были изучены различные модификации сплошной системы — сплошная система с мениском, сплошная система с плоско-вогнутой линзой [27]. Эти системы имеют светосилу, близкую к предельной.

4. Двухзеркальная концентрическая система

Для исследований в далекой ультрафиолетовой и инфракрасной областях спектра непригодны оптические системы, содержащие диоптрические элементы (линзы, коррекционные пластинки и т. п.), так как в большинстве случаев не удастся найти оптическую среду, пропускающую требуемую область спектра. В этих случаях используют зеркальные системы, выбор которых весьма ограничен: это либо классические неапланатические системы (Кассегрена,

Таблица 6

Δs		Δ	$\delta g \Delta$	$\Delta s_{\text{хр. п}}$	$\left \frac{R}{D} \right $	
$H = -17$	$H = -20$					
-0,0042	0,0	0,0036	0,00025	-0,206	1,05330	
-0,0041	-0,0009	0,0035	0,00022	-0,231	0,973618	
-0,0024	-0,00023	0,0022	0,00015	-0,490	0,879773	
-0,0017	+0,00026	0,0016	0,00011	-0,638	0,803141	
-0,0019	0,0	0,0016	0,0001	-0,722	0,743568	

Δs		Δ	$\delta g \Delta$	$\Delta s_{\text{хр. п}}$	$\left \frac{R}{D} \right $	
$H = -25$	$H = -30$					
-0,0264	-0,0007	0,023	0,0023	-0,202	0,707726	
-0,0207	-0,0	0,018	0,0020	-0,227	0,655484	
-0,0148	-0,0	0,015	0,0012	-0,45	0,593592	
-0,0139	-0,0041	0,012	0,0011	-0,63	0,54249	
-0,00858	-0,00206	0,007	0,001	-0,722	0,50324	

Δs		Δ	$\delta g \Delta$	$\Delta s_{\text{хр. п}}$	$\left \frac{R}{D} \right $	$\left \frac{R}{D} \right _{\text{теор.}}$
$H = -30$	$H = -40$					
-0,1145	0,0	0,093	0,015	-0,19	0,57890	0,33
-0,0765	0,0	0,063	0,010	-0,22	0,53938	0,31
-0,064	0,0	0,052	0,009	-0,47	0,48845	0,285
-0,045	0,0	0,037	0,006	-0,623	0,4488	0,263
-0,0352	0,0	0,029	0,005	-0,715	0,41663	0,246

Грегори, Мерсена) и их модификации, либо более современные апланатические системы Шварцшильда, Куде, Кретьена и Максудова [28], [10]. Однако все эти системы обладают рядом недостатков: они состоят из асферических поверхностей, трудных в изготовлении, обладают сравнительно большими полевыми аберрациями, и, как следствие, малым полем зрения, в особенности при больших относительных отверстиях, что ограничивает область их применения.

Мы изучим оптическую систему, состоящую из двух концентрических сферических зеркал (рис. 33). Эта система обладает весьма совершенным исправлением аберраций даже при очень высокой светосиле (относительное отверстие достигает 1 : 0,8). Поле зрения системы ограничено лишь допустимым виньетированием света зеркалами и может достигать 15°.

Из общих формул главы I находим

$$u_3 = 2 \arcsin \frac{H}{r_2} - 2 \arcsin \frac{H}{r_1}.$$

Для поперечной и угловой сферической аберрации имеем:

$$\delta g = (\Delta s + \Delta) \operatorname{tg} u_3;$$

$$\eta = \arcsin 2\left(\frac{H}{r_2} - \frac{H}{r_1}\right) - 2 \arcsin \frac{H}{r_2} + 2 \arcsin \frac{H}{r_1}. \quad (138)$$

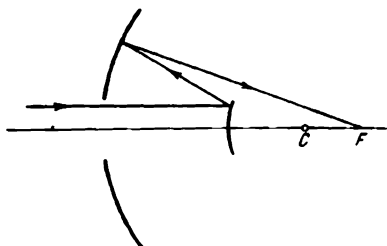


Рис. 33

Радиус кривизны поля находим по формуле:

$$R = \frac{1}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}.$$

При предварительных расчетах можно использовать формулу (138) в виде разложения в степенной ряд, причем достаточно рассматривать член 3-го порядка относительно H , т. к. влияние высших порядков в этой системе незначительно:

$$\eta = \frac{4H^3}{3} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)^3 + \frac{H^3}{3r_1^3} - \frac{H^3}{3r_2^3} + \dots$$

Находим предварительное значение корня, например, r_1 при фиксированном r_2 , уточняем его, решая точное уравнение (138) по методу Ньютона, который обычно быстро приводит к цели.

Результаты вычислений

Результаты расчетов различных вариантов системы даны в табл. 7. Здесь приведены конструктивные элементы системы: r_1 , r_2 , диаметр апертурной диафрагмы D , радиус кривизны поля R , совпадающий со значением фокусного расстояния системы. Далее приведены значения угловой η и поперечной сферической аберрации. В последнем столбце таблицы даны значения относительного отверстия A . Размеры даны в миллиметрах. Таблица позволяет сделать следующие выводы:

Таблица 7

№	r_1	r_2	D	R	η				δg_Δ	A
1	100,0	259,77	50,0	-81,2499	-0",8	-2",1	-1",8	0",0	0,0004	1 : 1,63
2	85,0	220,1	50,0	-69,2394	-1,6	-5,0	-6,0	0,0	0,001015	1 : 1,33
3	60,0	153,694	50,0	-49,2113	-3,4	-30,0	-31,0	0,0	0,0036	1 : 1
4	50,0	126,35	50,0	-41,372	-27,0	-1'40"	-1'58"	0,0	0,0101	1 : 0,82

1) Система обладает весьма совершенным исправлением сферической аберрации (волновая аберрация при $A = 1 : 1,63$ почти удовлетворяет критерию Релея для $\lambda = 5893 \text{ \AA}$); можно применять относительное отверстие порядка $1 : 0,8$.

2) Все рассчитанные системы имеют угловую сферическую аберрацию, не превосходящую $2'$, что соответствует разрешающей способности высокочувствительной фотографической эмульсии, а их поперечная аберрация не превышает $0,01 \text{ мм}$.

Поле зрения системы может достигать 15° и более в зависимости от допустимого виньетирования. Определение виньетирования в произвольной концентрической системе рассмотрено в [17]. Некоторым недостатком системы являются значительные габариты. Система может быть использована для изучения туманностей, зодиакального света, свечения ночного неба и т. д. в широком диапазоне спектра — от далекого ультрафиолета до инфракрасной области включительно. Это делает систему перспективной для использования при исследованиях на искусственных спутниках Земли космических объектов в далеком ультрафиолете и инфракрасных лучах. Возможно также применение системы в качестве камеры для спектрографа. Опытный экземпляр системы был изготовлен и испытан визуально в Крымской астрофизической обсерватории АН СССР. Система имеет $D = 20 \text{ мм}$, $f = 28 \text{ мм}$ и предназначена для переброски изображения в 640-миллиметровую камеру с $A = 1 : 1,4$. Заметим, что аберрации системы не изменятся, если систему повернуть на π относительно центра, но изображение станет мнимым.

Повышение светосилы системы

В некоторых случаях светосила системы может оказаться недостаточной; в этом случае возможно увеличение ее светосилы посредством апланатической линзы. Во избежание появления полевых аберраций поверхности этой линзы должны быть концентричны с системой. Конструктивные элементы линзы можно найти, используя свойства апланатических точек сферы:

$$z = -\frac{r_3}{n}; \quad z' = -nr_3, \quad (139)$$

где n — показатель преломления линзы; z, z' — расстояния апланатических точек от центра кривизны; r_3 — радиус апланатической поверхности. Считая n известным, совмещаем фокус исходной системы с точкой, лежащей на расстоянии z' от центра кривизны системы:

$$-f = z' = -nr_3, \quad (140)$$

где f — фокусное расстояние исходной системы.

Найдя r_3 из (140), подставим его в первую формулу (139) и найдем $z = r_4$ — радиус кривизны второй поверхности линзы, к которой непосредственно иммергируется фотопленка. Относительное отверстие системы увеличивается в n^2 раз по сравнению с исходной системой. Например, рассчитаем линзу из плавленого кварца для $\lambda = 2144 \text{ \AA}$ ($n = 1,5341$) для системы № 4 из табл. 7. Получим: $r_3 = 26,968$, $r_4 = -17,579$; относительное отверстие системы с линзой составляет $1 : 0,37$ вместо $1 : 0,82$ у исходной системы.

Следует заметить, что линза вносит хроматические aberrации, а потому ее следует использовать лишь в тех случаях, когда хроматизм не мешает, например, в качестве камеры для спектрографа, для фотографирования в монохроматических лучах и т. д.

Укажем также, что для повышения светосилы двузеркальной системы можно использовать пространственные системы Герцбергера (последние могут быть использованы и для увеличения светосилы почти любой другой системы), а также бисферические системы [13], того же автора.

5. Система типа «менисковый кассегрэн»

Рассмотрим концентрическую систему кассегреновского (рис. 34) типа, дополненную концентрическим мениском. Система такого типа была предложена Бауверсом [4] и изучена рядом авторов [9],

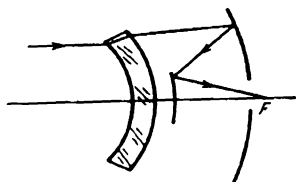


Рис. 34

[29]. По-прежнему из общих формул главы I получим:

$$\begin{aligned} u'_4 = u_5 &= \arcsin \frac{H}{nr_1} - \arcsin \frac{H}{r_1} + \arcsin \frac{H}{r_2} - \\ &- \arcsin \frac{H}{nr_2} - 2 \arcsin \frac{H}{r_3} + 2 \arcsin \frac{H}{r_4}, \\ \eta &= \arcsin \frac{H}{f'_0} - u_5, \end{aligned} \quad (141)$$

где r_1, r_2 — радиусы поверхностей мениска; r_3 и r_4 — радиусы главного и вторичного зеркал соответственно; n — показатель преломления стекла мениска, f'_0 — фокусное расстояние системы. По-прежнему можно разложить η в степенной ряд и использовать в начальной стадии расчета члены 3-го и 5-го порядков; на следующем этапе расчета следует оценить также и члены более высоких порядков, либо произвести расчет по точной формуле (141). Зна-

Т а б л и ц а 8

№	r_1	r_2	r_3	r_4	n	D	f'_0	δg_Δ	A
1	-85,56	-99,56	-200,0	132,0	1,5163 (K8)	100	217,966	0,065	1 : 2,2
2	-109,6	-123,6	-280,0	-184,54	1,5163 (K8)	100	299,36	0,017	1 : 3
3	-143,182	-157,182	-400,0	-263,2	1,5163 (K8)	100	419,208	0,005	1 : 4,2
4	-243,0	-257,0	-800,0	-526,6	1,5163 (K8)	100	818,956	0,0005	1 : 8,2

чение поперечной аберрации δg можно найти по общей формуле для δg , приведенной в главе I. Заметим, что угловую хроматическую аберрацию положения и сферохроматическую аберрацию можно рассчитывать по формулам, приведенным в первом разделе этой главы для системы Максутава; хроматическую пластинку также можно рассчитать по формулам, приведенным в том же разделе. Результаты расчетов ряда вариантов системы приведены в табл. 8. Обозначения прежние и не требуют пояснений.

Изучение данных таблицы позволяет сделать некоторые выводы. Системы №№ 2, 3, 4 имеют малую остаточную сферическую аберрацию, в особенности системы № 3 и № 4, которые можно значительно увеличить в размерах, пропорционально увеличив все линейные конструктивные элементы, т. е. радиусы и толщины. Хроматические аберрации систем, приведенных в табл. 8, невелики. Система № 1 из таблицы имеет чрезмерно большую остаточную аберрацию и для ее коррекции следует применить коррекционную асферическую пластинку. Расчет толщины этой пластинки можно произвести по формуле (130), приведенной в разделе 1 этой главы. Пример преобразования этой системы в эквивалентную диоптрическую систему был приведен в главе об эквивалентных системах.

Эта система может быть применена в качестве телеобъектива камеры и каллиматора спектрографа, а также в качестве астрографа.

6. Система кассегреновского типа с зеркалом на мениске и тройным ходом лучей через мениск

Рассмотрим систему, изображенную на рис. 35. Эта система сравнительно недавно была запатентована Бауверсом. Расчет этой системы легко выполнить, пользуясь общими формулами I главы.

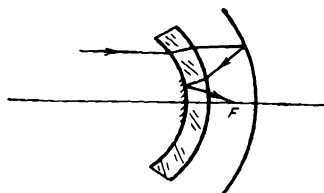


Рис. 35

Для сферической аберрации имеем:

$$\eta = \arcsin \frac{H}{f'_0} = 3 \left(\arcsin \frac{H}{nr_1} - \arcsin \frac{H}{r_1} - \arcsin \frac{H}{nr_2} + \right. \\ \left. + \arcsin \frac{H}{r_2} \right) - 2 \arcsin \frac{H}{r_1} + 2 \arcsin \frac{H}{r_3},$$

где r_1, r_2, n — радиусы мениска и показатель преломления его, r_3 — радиус главного зеркала системы.

Угловую хроматическую аберрацию положения и сферохроматическую аберрацию можно вычислять по формулам (126) и (127), но результат следует утраивать. Все, что было сказано относительно расчета менискового кассегрена, справедливо и по отношению к рассматриваемой системе. Результаты расчетов ряда вариантов системы приведены в табл. 9. Изучение данных таблицы показывает,

Таблица 9

№	$r_1=r_5$	$r_2=r_4=r_6$	r_3	n	D	f'_0	δg_Δ	A
1	—100,0	—120,0	—124,0	1,5163	100	460,7	0,015	1 : 4,61
2	—100,0	—127,27	—135,0	1,5163	100	333,3	0,015	1 : 3,33
3	—100,0	—140,0	—160,0	1,5163	100	218,1	0,007	1 : 2,2
4	—100,0	—150,0	—180,0	1,5163	100	182,3	0,03	1 : 1,82

что с увеличением толщины мениска светосила системы повышается, а расстояние фокуса от последней поверхности системы (разность $f'_0 - |r_2|$) уменьшается. Вычисления показывают, что применение еще более толстых менисков нецелесообразно, т. к. фокус системы становится мнимым.

Уменьшив значение $|r_2|$, можно получить систему, в которой главное зеркало совпадает со второй поверхностью мениска, т. е. вся система состоит из концентрического мениска, у которого первая поверхность (в центре) и вторая поверхность по всей площади (кроме центра) покрыты зеркальным слоем. Относительное отверстие такой системы невелико, а вынос фокуса за пределы системы значителен.

Хроматические aberrации системы значительны благодаря применению сравнительно толстых менисков. Исправление хроматических aberrаций, как обычно, можно осуществить хроматической пластинкой. Ее расчет аналогичен расчету хроматической пластинки для системы Максутава; расчет «хроматического радиуса» пластинки можно производить по формуле (128), но полученный радиус следует разделить на три.

Исправление остаточной сферической aberrации может быть также произведено с помощью несферической поверхности (формула (130)). Эта система может использоваться в качестве телеобъектива, камеры спектрографа и т. д. Важным достоинством этой системы наряду с хорошим исправлением сферической aberrации является вынос фокуса за пределы системы (этим качеством обладают также и менисковый кассегрен и двузеркальная система).

7. Система типа «Супер-Шмидт»

Рассмотрим систему, изображенную на рис. 36. Лучи света от предмета проходят через два мениска, затем отражаются от зеркала

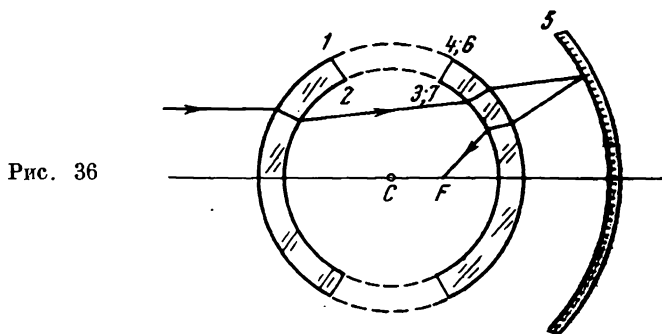


Рис. 36

ла, снова проходят через мениск и образуют изображение в фокусе F . Формула для сферической aberrации системы в этом случае примет вид:

$$\eta = \arcsin \frac{H}{f_0} - 3 \left(\arcsin \frac{H}{nr_1} - \arcsin \frac{H}{r_1} - \arcsin \frac{H}{nr_2} + \arcsin \frac{H}{r_2} \right) + 2 \arcsin \frac{H}{r_3}.$$

N_0	$r_1 = -r_4 =$ $= -r_6$	$r_2 = -r_3 =$ $= -r_7$	r_8	n	D	f'_0	$2\delta g_\Delta$	A
1	132,933	100,0	-228,77	1,5163 (K8)	110	-88,707	0,015	1 : 0,8
2	127,27	100,0	-227,2	1,5163 (K8)	110	-90,977	0,025	1 : 0,82
3	133,0	100,0	-228,77	1,5163 (K8)	110	-88,7	0,005	1 : 0,89
4	127,27	100,0	-227,3	1,5163 (K8)	110	-90,98	0,006	1 : 0,91

Хроматическая aberrация положения и сферохроматическая aberrация этой системы совпадают с соответствующими значениями для изученной ранее касегреновской системы с тройным ходом лучей через мениск. Расчеты нескольких систем такого типа приведены в табл. 10. Изучение данных таблицы показывает, что допустимое относительное отверстие системы может быть весьма значительным (около 1 : 0,8). Бейкер [30] дополнил эту систему асферической хроматической пластинкой и получил систему с относительным отверстием 1 : 0,65 при поле зрения $\sim 50^\circ$. Системы такого типа используются в настоящее время для изучения слабых метеоров, искусственных спутников Земли и других слабых объектов.

8. Линзовые концентрические системы

Мы рассмотрим один из вариантов линзовых концентрических систем. Эта система является шаром с приклеенными к нему одинаковыми концентрическими менисками.

Расчет такой системы сводится к совместному решению двух уравнений, одно из которых выражает условие исправления хроматической aberrации положения $\eta_{\text{хр.п}} = 0$, а второе выражает условие равенства нулю сферической aberrации η на некоторой выбранной нами зоне, например, на краю входного зрачка системы. Запишем эти условия в явном виде (условие масштаба для упрощения изложения не рассматриваем):

$$\eta_{\text{хр.п}} = \left(\frac{2\varphi_1}{n_1 v_1} + \frac{\varphi_2}{n_2 v_2} \right) = 0;$$

$$\eta = \arcsin \frac{H}{f'_0} - 2 \arcsin \frac{H}{n_1 r_1} + 2 \arcsin \frac{H}{r_1} -$$

$$- 2 \arcsin \frac{H}{n_2 r_2} + 2 \arcsin \frac{H}{n_1 r_2}, \quad (142)$$

где

$$\varphi_1 = \left(1 - \frac{1}{n_1} \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{и} \quad \varphi_2 = \left(1 - \frac{1}{n_2} \right) \left(\frac{2}{r_2} \right)$$

есть оптические силы мениска и шара соответственно; ν_1 и ν_2 — числа Аббе для стекла мениска и шара соответственно. При этом предполагается, что первый и последний мениски одинаковы, а потому $r_1 = -r_4$, $r_2 = -r_3$. Радиус шара совпадает с радиусами внутренних поверхностей менисков. Предполагается, что система находится в воздухе, т. е. что среда пространства предметов и изображений — воздух.

Решая совместно уравнения (142), получим значения r_1 , r_2 . Удобно свести эту систему к одному трансцендентному уравнению с одним неизвестным, исключив одно из неизвестных из второго уравнения. Полученное трансцендентное уравнение с одним неизвестным можно решить по методу Ньютона.

Заметим, что этот расчет, как и расчет всех систем, приведенных в этой главе, можно провести и чисто алгебраическим методом, пользуясь формулами для сферической и хроматической аберраций различных порядков, приведенных в главах I и II, методикой, описанной в главе VII.

Таблица 11

№	$r_1 = -r_4$	$r_2 = -r_3$	$n_1 = n_3$	n_2	D	f'_0	δg_Δ	A
1	62,775	25,7376	1,603 (Ф6)	1,54 (BK6)	62	100,0	0,016	1 : 1,6
2	55,9285	28,0335	1,7172 (ТФ3)	1,5335 (K15)	56	100,0	0,015	1 : 1,8
3	55,2792	27,6395	1,6641 (БФ28)	1,51 (K3)	55	100,0	0,015	1 : 2
4	54,645	26,776	1,6641 (БФ28)	1,51 (K3)	33	100,0	0,005	1 : 3

Результаты расчета ряда вариантов системы приведены в табл. 11 (все системы, приведенные в таблице, ахроматизованы в спектральном интервале от C до F). Изучение данных таблицы позволяет сделать следующие выводы:

1. Относительное отверстие линзовой системы может быть достаточно большим (до 1 : 1,6) при диаметре кружка наименьшего рассеяния не более 0,03 мм для спектрального интервала от C до F и при фокусном расстоянии 100 мм.

2. Расстояние фокуса от последней поверхности системы ~ 40—80 мм. Радиус кривизны поля равен фокусному расстоянию системы f'_0 .

Заметим, что полезное поле этой системы может достигать 180° , что в сочетании со значительной светосилой системы делает ее весьма ценной для аэрофотосъемок, фотографирования метеоров и их спектров, а также для наблюдений за искусственными спутниками Земли. Система может применяться также и в качестве окуляра. Важным достоинством системы является также малое количество рассеянного света и отсутствие рефлексов от поверхностей линз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Д. Максutow. Новые катадиоптрические системы.— Докл. АН СССР, 1942, 37, 4.
2. Д. Д. Максutow. Новые катадиоптрические менисковые системы.— Журнал техн. физики, 1943, № 3.
3. Д. Д. Максutow. Новые катадиоптрические менисковые системы.— Труды ГОИ, 1944, вып. 124.
4. A. Bouwers. Achievements in optics, N. Y., London, Amsterdam, Brussels, 1950.
5. D. G. Hawkins, E. H. Linfoot. Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1945, 3, 334—344.
6. A. Bouwers. Appl. Scient. Res., B, 1953, 3, 147.
7. В. Ф. Бабинцев. Особо светосильные объективы для флуорографии.— Труды ГОИ, 8, 1960, 28, вып. 157.
8. Л. В. Романова. Концентрический зеркально-линзовый объектив с двумя отражениями.— ЛИТМО, 1958, вып. 27, 61—65.
9. Т. С. Белороссова, Н. В. Мерман, М. А. Соснина. Новый зеркально-линзовый объектив.— Астрон. ж., 1962, 39, вып. 2, 330—334.
10. Д. Д. Максutow. Астрономическая оптика. ОГИЗ, 1946.
11. Amateur telescope making, book 3. Scient. Amer. Inc., 1953.
12. Jenaer Jahrbuch, 1952, S. 65—68.
13. M. Herzberger. Modern geometrical optics. N. Y., 1958; М. Герцбергер. Современная геометрическая оптика. М., 1962.
14. Л. В. Романова. О возможности исправления аберраций в концентрических оптических системах на основании рассмотрения хода действительного луча.— ЛИТМО, 1956, вып. 19, 31—36.
15. М. М. Русинов. Об изменении сферической аберрации оптических систем, составленных из концентрических поверхностей при изменении положения предмета.— ЛИТМО, 1958, вып. 27, 32—38.
16. А. И. Тудоровский. Теория оптических приборов. Изд-во АН СССР, 1948, I и II.
17. F. Hekker. On concentric optical system. Lissert. Delft, 1947.
18. H. Voeghold und M. Herzberger.— Z. angew. Math. und Mech., 1935, 15, 157.
19. Luneberg. Mathematical theory of optics. Bronn. Univ., 1944.
20. С. И. Новоселов. Специальный курс элементарной алгебры, 195.
21. W. R. Hamilton. The mathematical papers of Sir William Rowan Hamilton, v. I. Geometr. Optics. Cambridge, 1931.
22. H. Bruns. Das Eikonol.— Leipzig, Sitzungsber., 21, 1895, 321—436.
23. H. Bouasse. Optique géométrique supérieure, 1926, 62—63.
24. H. W. Lee. Trans. Opt. Soc. London, 1923—1924, 25, 240.
25. Jan Miltó. Okular monocentriczny.— Zesz. nauk. Politechn. warszawsk., 1960, N 35, 25—37.

26. Г. М. Попов. Новая светосильная камера со сферической оптикой.— Изв. Крымск. астрофиз. обсерв., 1962, 27, 309.
27. Г. М. Попов. О некоторых светосильных катадиоптрических системах.— Изв. Крымск. астрофиз. обсерв., 1962, 28, 341.
28. Г. Г. С л ю с а р е в. Методы расчета оптических систем, ОНТИ, 1937.
29. R. L. Waland. J. Opt. Soc. America, 1961, 51, 3, 359.
30. I. G. Baker. Sky and Telescope, 1951, 10, 219.

Д о п о л н и т е л ь н а я л и т е р а т у р а

- Д. С. Волосов. Методы расчета сложных фотографических систем. ОГИЗ, 1948.
- Г. М. Попов. Аберрации концентрических систем.— Журнал ОМП, 1961, вып. 3.
- Г. М. Попов. Монохроматические аберрации концентрических систем.— Журнал ОМП, 1962, вып. 7.
- Г. М. Попов. Двухзеркальная концентрическая система.— Изв. Крымск. астрофиз. обсерв., 1963, 29, 318.
- Г. М. Попов. Светосильная зеркально-линзовая система.— Изв. Крымск. астрофиз. обсерв., 1963, 30, 320.
- Г. М. Попов. Эквивалентные концентрические системы.— Журнал ОМП, вып. 10, 1964.
- Р. Ж. Фотокиноаппаратура и опт. приборы, 1962, № 8.
- А. З. Ф р а д и н. Антенны сверхвысоких частот, 1957.
- R. J. Brace. Astrophys. J., 1936, 83, 179—186. A. Brun. Astronomie, 1953, 67, 420.
- W. R. Rayton. Astrophys. J., 1930, 72, 59—71.
- B. Schmidt. Mitt. Hamburg-Bergedorf, 7, 1932, N 36, 15—17.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
I	
Г л а в а I. Осевые монохроматические aberrации	5
1. Основные формулы для тригонометрического расчета хода лучей в концентрических системах	5
2. Параксиальная оптика концентрических систем	9
3. Угловая сферическая aberrация	11
4. Свойства угловой сферической aberrации	19
5. Продольная сферическая aberrация	30
6. Поперечная сферическая aberrация	30
7. Волновая сферическая aberrация	33
Г л а в а II. Хроматические aberrации концентрических систем . .	36
1. Хроматизм положения	37
2. Сферохроматическая aberrация	38
3. Концентрические изохроматические системы	41
4. Остаточный хроматизм положения в концентрических системах; системы с уменьшенным вторичным спектром	47
Г л а в а III. Эйконал и полевые aberrации концентрических систем	51
1. Эйконал концентрических систем	51
2. Угловой эйконал	52
3. Полевые aberrации концентрических систем	56
4. Построение точечных диаграмм	62
Г л а в а IV. Эквивалентные концентрические системы	65
1. Полная эквивалентность	67
2. Частичная эквивалентность	83
Г л а в а V. Пространственные и бисферические системы Герцбергера и Бегехольда и их применение	86
Г л а в а VI. Исправление остаточной сферической aberrации в концентрических системах с помощью коррекционной пластинки	92
1. Уравнение асферической поверхности коррекционной пластинки	93

2. Внеосевые аберрации в меридиональной плоскости, вносимые коррекционной пластинкой	97
3. Внеосевые аберрации в сагитальной плоскости, вносимые коррекционной пластинкой	99
Г л а в а VII. Методика расчета концентрических систем	100

II

Г л а в а VIII. Расчеты некоторых концентрических систем	109
1. Системы Максутава и ее применение	109
2. Система, состоящая из мениска и сферического зеркала с ходом лучей через мениск до и после отражения от сферического зеркала	113
3. Сплошная концентрическая система	118
4. Двужеркальная концентрическая система	122
5. Система типа «менисковый кассегрэн»	126
6. Система кассегреновского типа с зеркалом на мениске и тройным ходом лучей через мениск	128
7. Система типа «Супер-Шмидт»	129
8. Линзовые концентрические системы	130
Литература	132