

Г. С. Бисноватый-Коган

Равновесие и устойчивость звезд • Белые карлики
и нейтронные звезды • Черные дыры • Звездные скопления •
Эволюция массивных звезд и сверхновые

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ АСТРОФИЗИКА и ФИЗИЧЕСКАЯ КОСМОЛОГИЯ

Космологические модели • Ранние стадии расширения
Вселенной • Гравитационная неустойчивость • Реликтовое
излучение • Космомикрофизика • Фоновые составляющие
Вселенной • Проблемы современной космологии —
очень ранняя Вселенная



URSS



URSS

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ АСТРОФИЗИКА
и ФИЗИЧЕСКАЯ КОСМОЛОГИЯ

Об авторе



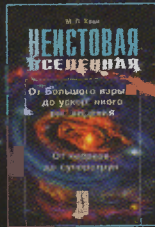
Геннадий Семенович БИСНОВАТЫЙ-КОГАН

(род. в 1941 г.)

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики МИФИ, главный научный сотрудник Института космических исследований РАН. Специалист в области астрофизики. Член Ученого совета ИКИ РАН, специализированных докторских советов ИКИ РАН и ГАИШ МГУ. Член редколлегии журналов «Gravitation and Cosmology», «Astronomical & Astrophysical Transactions» и «Астрофизика» (Армянской АН). Автор более 370 научных работ, в том числе 5 монографий.

Г. С. Бисноватый-Коган впервые предложил модель магниторотационного взрыва, объясняющую вспышки сверхновых с образованием нейтронных звезд и направленные выбросы в космических гамма-всплесках. Им предсказано существование и свойства подбурченных радиопульсаров в тесных двойных системах, прошедших стадию аккреции. Показано существование в общей теории относительности устойчивых звездных скоплений с произвольно большим красным смещением в центре и энергией связи, близкой к энергии покоя. Рассчитаны свойства фона нейтрино средних энергий во Вселенной, излучаемых при образовании нейтронных звезд и черных дыр.

Наше издательство предлагает следующие книги:



7125 ID 96506



Любые отзывы о настоящем издании, а также обнаруженные опечатки присылайте по адресу URSS@URSS.ru. Ваши замечания и предложения будут учтены и отражены на web-странице этой книги в нашем интернет-магазине <http://URSS.ru>



E-mail: URSS@URSS.ru
Каталог изданий в Интернете: <http://URSS.ru>

URSS

НАШИ НОВЫЕ КООРДИНАТЫ

ТЕЛЕФОН / ФАКС
(многоканальный)

+7(499) 724-25-45

117292, Москва, Нахимовский пр-т, 56

Г. С. Бисноватый-Коган

**РЕЛЯТИВИСТСКАЯ
АСТРОФИЗИКА
И
ФИЗИЧЕСКАЯ
КОСМОЛОГИЯ**



**URSS
МОСКВА**



*Настоящее издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект № 10-02-07017-0)*

Бисноватый-Коган Геннадий Семенович

Релятивистская астрофизика и физическая космология.

М.: КРАСАНД, 2011. — 376 с., цв. вкл.

В настоящей книге изложены вопросы релятивистской астрофизики и космологии, находящиеся в центре современных интересов изучения строения наблюдаемой Вселенной. Рассмотрены вопросы образования и приведены свойства релятивистских объектов: белых карликов, нейтронных звезд и черных дыр, а также релятивистских звездных скоплений. Изложена теория аккреции на релятивистские объекты, их наблюдательные свойства. Рассмотрены фридмановские решения, описывающие свойства однородной горячей расширяющейся Вселенной, с учетом космологической постоянной и инфляции. Приведены результаты наблюдений микроволнового фона, оставшегося после первичного взрыва, и анализа наблюдаемых флуктуаций, что позволило сделать вывод о преобладании темной энергии и темной материи в современную эпоху. Рассмотрены вопросы бариогенезиса и нуклеосинтеза, гравитационной неустойчивости и образования крупномасштабной структуры Вселенной, а также свойства различных материальных составляющих современной Вселенной.

Книга будет полезна как специалистам — физикам, астрофизикам, так и широкому кругу читателей, желающих глубже изучить строение окружающего мира.

Издательство «КРАСАНД». 117272, Москва, Нахимовский пр-т, 56.
Формат 60х90/16. Печ. л. 23,5. Зак. № 1132.

Отпечатано в ООО "ПК "Заураль".
640022, Курганская обл., Курган, ул. К. Маркса, 106.

ISBN 978-5-396-00276-0

© КРАСАНД, 2010



7125 ID 96506



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Содержание

Предисловие	10
Часть I. Релятивистская астрофизика	13
Глава 1. <i>Равновесие и устойчивость звезд</i>	15
1.1. Предмет изучения — астрономические объекты в условиях сильной гравитации и при больших скоростях	15
1.2. Равновесие звезды	19
1.3. Политропное уравнение состояния	19
1.4. Политропные звезды	21
1.5. Теорема вириала и устойчивость звезды	23
Глава 2. <i>Белые карлики и нейтронные звезды</i>	29
2.1. Уравнение состояния при больших плотностях и температурах. Белые карлики. Чандрасекаровский предел массы	29
2.2. Уравнение Оппенгеймера—Волкова. Нейтронные звезды	34
2.3. Кулоновский кристалл	36
2.4. Неравновесный слой	37

2.5. Кварковые звезды	40
2.6. Предел массы нейтронной звезды	41
Глава 3. Черные дыры	43
3.1. Уравнения общей теории относительности	43
3.2. Сферически-симметричное поле в пустоте: решение Шварцшильда (1916)	45
3.3. Гравитационный радиус и горизонт событий	46
3.4. Вращающаяся черная дыра: решение Керра	47
3.5. Извлечение энергии из вращающейся черной дыры: механизм Пенроуза; сверхизлучение Зельдовича	49
Глава 4. Аккреция на черные дыры I	55
4.1. Аккреция политропного газа	55
4.2. Усиление магнитного поля при аккреции. Хаотическое магнитное поле: гипотеза равномерного распределения. Излучение замагниченного газа при аккреции	58
4.3. Крупномасштабное магнитное поле: образование диска и картина стационарной аккреции	63
Глава 5. Аккреция на черные дыры II	71
5.1. Черные дыры в двойных системах, полость Роша ..	71
5.2. Дисковая аккреция на черную дыру: стандартное решение для турбулентного диска	75
5.3. Оптически толстые и оптически тонкие модели ...	78
5.4. Конвекция, корона и спектры излучения аккреционных дисков	81

5.5. Механизмы возникновения турбулентности	84
5.6. Случай большого потока массы при аккреции: диски с адвекцией	86
5.7. Извлечение вращательной энергии из черной дыры: механизм Бландфорда—Знаека	90
Глава 6. Наблюдения релятивистских объектов	93
6.1. Белые карлики. Радиопульсары	93
6.2. Двойные звездные системы: измерения массы звезд	95
6.3. Двойные рентгеновские источники: черные дыры в двойных системах, микроквазары ..	101
6.4. Двойные рентгеновские источники: рентгеновские пульсары и рентгеновские барстеры. Подкрученные пульсары	103
Глава 7. Аккреция на нейтронные звезды	109
7.1. Аккреция на замагниченную нейтронную звезду. Альфвеновская поверхность, неустойчивости и проникновение	109
7.2. Горячее пятно	114
7.3. Аккректор и пропеллер. Раскрутка звезды при дисковой аккреции, стационарный период. Экранирование магнитных полей	115
7.4. Пограничный слой	118
7.5. Аккреция на быстро вращающуюся звезду со слабым магнитным полем	120

Глава 8. Радиотульсары	123
8.1. Модель наклонного ротатора	123
8.2. Униполярный генератор: модель Голдрайха—Джулиана	126
8.3. Потери вращательной энергии, индекс торможения	129
8.4. Звездотрясения и скачки периодов	131
8.5. Магнитные поля пульсаров	136
8.6. Двойные и подкрученные радиопульсары	138
8.7. Определение масс нейтронных звезд. Проверка общей теории относительности	139
8.8. Излучение гравитационных волн при слиянии нейтронных звезд. Космические гамма-всплески ...	144
Глава 9. Звездные скопления	147
9.1. Релятивистские звездные скопления	148
9.2. Динамическая и термодинамическая устойчивость. Гравито-термическая катастрофа	151
9.3. Эволюция скоплений и образование сверхмассивных черных дыр	159
9.4. Звездные скопления вокруг сверхмассивных черных дыр	166
Глава 10. Эволюция массивных звезд и сверхновые	175
10.1. Ядерная эволюция массивных звезд	175
10.2. Динамическая устойчивость и критические состояния звезд различных масс	185

10.3. Вспышки сверхновых. Механизмы взрывов сверхновых. Магнито-ротационная модель	189
10.4. Космические гамма-всплески (КГВ) и сверхновые ..	194
Литература, рекомендуемая к Части I	207

Часть II. Физическая космология

Глава 11. Космологические модели

11.1. Уравнения Эйнштейна	211
11.2. Решения Фридмана	215
11.3. Красное смещение. Постоянная Хаббла	221

Глава 12. Ранние стадии расширения Вселенной

12.1. Бариогенезис	231
12.2. Смена эпох при расширении Вселенной	237
12.3. Нуклеосинтез в расширяющейся Вселенной	240

Глава 13. Гравитационная неустойчивость

13.1. Джинсовская неустойчивость	248
13.2. Гравитационная неустойчивость в расширяющейся Вселенной	252
13.3. Рост первичных возмущений	259
13.4. Нелинейные стадии развития гравитационной неустойчивости	263

Глава 14. Реликтовое излучение

14.1. Предсказание Гамова	273
---------------------------------	-----

14.2. Наблюдательное открытие	274
14.3. Предыстория	276
14.4. Свойства реликтового излучения	277
14.5. Флуктуации реликтового излучения	279
14.6. Наблюдения флуктуаций реликтового излучения ..	282
14.7. Определение глобальных параметров Вселенной ..	287
14.8. Будущие эксперименты	291
Глава 15. Космомикрофизика	293
15.1. Ограничения на массу покоя нейтрино	293
15.2. Ограничения на число легких слабовзаимодействующих частиц	297
15.3. Темная материя	299
15.4. Темная энергия	301
Глава 16. Фоновые составляющие Вселенной	305
16.1. Реликтовое излучение, нейтрино и гравитоны	306
16.2. Очень длинные гравитационные волны	310
16.3. Первичные черные дыры	314
16.4. Нейтрино средних энергий	318
16.5. Космические лучи	322
Глава 17. Проблемы современной космологии — очень ранняя Вселенная	327
17.1. Основные уравнения	327
17.2. Планковские масштабы	330
17.3. Свойства скалярных полей	331

17.4. Доменные стенки	335
17.5. Космические струны	338
17.6. Ежики (hedgehogs) и монополи	342
17.7. Текстуры (textures)	345
17.8. Инфляция	347
17.9. Формирование спектра возмущений на стадии инфляции	356
Литература, рекомендуемая к Части II	361
Список избранных трудов	
Г. С. Бисноватого-Когана	362

Предисловие

Когда я поступил в аспирантуру МФТИ, моим первым заданием осенью 1964 года было заполнение формул в рукописи второй части обзора моего руководителя Я. Б. Зельдовича и его соавтора И. Д. Новикова под названием «Релятивистская астрофизика II» для журнала «Успехи физических наук» (УФН). Первая часть этого обзора к тому времени уже была в печати [1, 2]. Вскоре была написана книга под тем же названием, основанная на этих двух частях обзора [3], которая впоследствии, сильно дополненная, была издана в двух томах под другими названиями [4, 5]. В этих обзорах и книгах было (видимо, впервые) дано систематическое изложение вопросов релятивистской астрофизики, сформулированных к тому времени. Сам термин «релятивистская астрофизика» в применении к науке, зародившейся после открытия квазаров в 1963 году, появился в работе знаменитого квартета: Ф. Хойла, У. Фаулера, Г. и М. Бербиджей [6], — и эта наука получила очень быстрое развитие после открытия пульсаров, рентгеновских и гамма-источников внутри и вне нашей Галактики.

Изложение физических вопросов космологии было дано уже в последней части книги [3], а затем, в многократно расширенном варианте, в книге «Строение и эволюция Вселенной» [5]. В промежутке между публикациями этих двух книг, в 1971 году появилась книга Дж. Пиблса [7], в названии которой было (видимо, впервые) использовано словосочетание «физическая космология». Это название как нельзя лучше

отражает суть нового этапа развития космологии, стоящего на фундаменте наблюдений реликтового излучения и его флуктуаций, статистического анализа глубоких обзоров галактик и их скоплений, а также на использовании новейших достижений в исследовании элементарных частиц и физических полей. По иронии судьбы я оказался переводчиком книги Дж. Пиблса на русский язык [8], в то время как двумя редакторами книги были Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков.

Быстрое развитие этих областей астрофизики сопровождалось написанием подробных монографий по разным вопросам этой тематики. В 1980-х годах вышли две обзорных книги Я. Б. Зельдовича с соавторами [9, 10], где излагались основные результаты, полученные к тому времени в этих двух тесно связанных областях астрофизики. С тех пор прошло более 20 лет. В настоящей книге сделана попытка осветить состояние этих вопросов с современной точки зрения. В значительной степени книга основана на спецкурсе лекций, которые ее автор читал в последние несколько лет студентам 5-го курса МИФИ, на кафедре теоретической ядерной физики.

Я выражаю искреннюю благодарность О. Д. Торопиной за помощь в работе, а также А. Д. Чернину за дружескую поддержку при написании этой книги.

Г. С. Бисноватый-Коган
26 июля 2009 года

Литература к предисловию

1. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Релятивистская астрофизика I // УФН. 1964. Т. 84. С. 377–417.
2. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Релятивистская астрофизика II // УФН. 1965. Т. 86. С. 447–536.

3. *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Релятивистская астрофизика. М.: Наука, 1967.
4. *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971.
5. *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975.
6. *Hoyle F., Fowler W. A., Burbidge G. R., Burbidge E. M.* On Relativistic Astrophysics // *Astrophysical Journal*. 1964. Vol. 139. P. 909–928.
7. *Peebles P. J. E.* Physical cosmology. Princeton Series in Physics. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1971.
8. *Пиблс П.* Физическая космология. М.: Мир, 1975.
9. *Зельдович Я. Б., Блинников С. И., Шакура Н. И.* Физические основы строения и эволюции звезд. М.: Изд-во МГУ, 1981.
10. *Долгов А. Д., Зельдович Я. Б., Сажин М. В.* Космология ранней Вселенной. М.: Изд-во МГУ, 1988.

Часть

I

**РЕЛЯТИВИСТСКАЯ
АСТРОФИЗИКА**

Глава 1.	Равновесие и устойчивость звезд	15
Глава 2.	Белые карлики и нейтронные звезды	29
Глава 3.	Черные дыры	43
Глава 4.	Аккреция на черные дыры I	55
Глава 5.	Аккреция на черные дыры II	71
Глава 6.	Наблюдения релятивистских объектов	93
Глава 7.	Аккреция на нейтронные звезды	109
Глава 8.	Радиопульсары	123
Глава 9.	Звездные скопления	147
Глава 10.	Эволюция массивных звезд и сверхновые	175

Глава 1

Равновесие и устойчивость звезд

- Предмет изучения — астрономические объекты в условиях сильной гравитации и при больших скоростях
- Равновесие звезды
- Политропное уравнение состояния
- Политропные звезды
- Теорема вириала и устойчивость звезды

1.1. Предмет изучения — астрономические объекты в условиях сильной гравитации и при больших скоростях

Релятивистская астрофизика — сравнительно молодая наука, изучающая астрофизические объекты при экстремальных параметрах в условиях сильной гравитации. При этом необходимо использовать релятивистские теории относительности, специальную (СТО) и общую (ОТО):

$$\begin{aligned} \text{СТО: } v &\sim c, \quad \frac{GM}{R} \ll c^2, \\ \text{ОТО: } \frac{GM}{R} &\sim c^2, \quad v \text{ произвольно.} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь v — характерная скорость, R — характерный радиус, M — характерная масса, c — скорость света, G — гравитационная постоянная. Сочетание «релятивистская астрофизика» появилось в 1964 году, когда под этим названием вышли статьи Я. Б. Зельдовича и И. Д. Новикова в УФН и Ф. Хойла, У. Фаулера, М. и Дж. Бербиджей в «Астрофизическом журнале» (США). Однако первой работой о релятивистских звездах можно, по-видимому, считать работу С. Чандрасекара (1931), где было показано существование предельной массы холодной звезды на последних стадиях эволюции. Этот предел, который называется чандрасекаровским, M_{ch} , составляет $\sim 1,4M_{\odot}$ и связан с релятивистским вырождением электронов в рамках ньютоновской теории гравитации. В 1932 году, после открытия нейтрона, Л. Ландау сделал предположение о возможности существования нейтронных звезд. Первые расчеты внутреннего строения нейтронных звезд на основе уравнений ОТО были сделаны в 1939 году Дж. Оппегемером и Г. Волковым для уравнения состояния полностью вырожденных нейтронов. Звезды большой массы, для которых отсутствуют равновесные решения при нулевой температуре, заканчивают свою жизнь релятивистским коллапсом, при котором радиус звезды приближается асимптотически к гравитационному радиусу Шварцшильда

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Первые расчеты коллапса звезды к радиусу Шварцшильда были получены Дж. Оппегемером и Г. Снайдером в 1939 году.

Долгое время эти теоретические работы не имели широкой известности, так как не были подтверждены наблюдениями. Нейтронные звезды и черные дыры слабо светят в оптическом диапазоне, а почти все излучение в остальных областях спектра поглощается земной атмосферой. Для их наблюдательного обнаружения в рентгеновском и гамма-диапазонах необходимо было выйти за пределы земной атмосферы.

Открытие первого рентгеновского источника за пределами Солнечной системы было сделано группой экспериментаторов под руководством Р. Джиаккони, итальянского ученого, работавшего в США, в 1962 году, во время запуска ракеты с детектором рентгеновского излучения в диапазоне 1–10 кэВ. Был открыт самый яркий источник на рентгеновском небе в созвездии Скорпиона, получивший название Скорпион X-1 (Sco X-1). В последующие 10 лет этой группой при ракетных запусках было открыто около 25 рентгеновских источников. Природа этих источников точно не была определена ввиду отрывочности наблюдений и отсутствия каких-либо партнеров в других диапазонах. Концентрация рентгеновских источников к плоскости галактики наводила на оказавшееся верным предположение о том, что они являются нейтронными звездами или черными дырами звездной массы внутри нашей галактики. Это предположение полностью подтвердилось после запуска группой Джиаккони первого рентгеновского спутника «УХУРУ» (UHURU) в декабре 1970 года. Наблюдениями с этого спутника вскоре были открыты рентгеновские пульсары и другие рентгеновские источники в тесных двойных системах.

В течение почти 10 лет, прошедших с момента запуска рентгеновской ракеты до рентгеновского спутника, в астрофизике было сделано три других замечательных открытия,

что в итоге привело к появлению релятивистской астрофизики. В 1963 году голландский астроном, работавший в США, Маартин Шмидт открыл квазары, представляющие собой компактные источники очень мощного излучения, расположенные от нас на огромных расстояниях. Излучение от этих источников испытывает космологическое красное смещение линий, связанное с расширением Вселенной. Как стало ясно впоследствии, квазары представляют собой ядра галактик на самой активной фазе своей эволюции, когда светимость ядра существенно превышает светимость окружающей галактики и препятствует ее обнаружению. В 1965 году радиоастрономами США А. Пензиасом и Р. Вилсоном было сделано важнейшее открытие реликтового излучения, являющегося остатком от Большого взрыва в расширяющейся Вселенной. В 1968 году Дж. Белл, аспирантка английского радиоастронома А. Хьюиша, сделала открытие пульсаров, которые вскоре были отождествлены как сильно замагниченные быстро вращающиеся нейтронные звезды. Таким образом, радиоастрономы опередили рентгеновских астрономов с надежным открытием нейтронных звезд. Последним замечательным открытием в релятивистской астрофизике, сделанным в 1973 году учеными США Р. Клебесаделом, И. Стронгом и Р. Олсоном, были космические гамма-всплески. Эти источники, несмотря на 35 лет интенсивных наблюдений с различных спутников, до сих пор представляются загадочными. Удалось выяснить, что многие из них расположены на огромных космологических расстояниях, соответствующих красным смещениям вплоть до $z \sim 6$, что определяет их гигантское энерговыделение за короткое время 1–100 секунд. Причины такого энерговыделения до сих пор не ясны, хотя имеется много различных гипотез.

1.2. Равновесие звезды

В отсутствии вращения и магнитного поля звезда имеет сферическую форму, и ее равновесие определяется балансом сил гравитации и градиента давления. Рассмотрим баланс сил в сферическом слое толщиной Δr , плотностью ρ , на уровне лагранжевой массы m . На него действует сила притяжения внутренней массы

$$dF_g = -\frac{Gm}{r^2}(4\pi r^2 \rho \delta r)$$

и силы давления

$$dF_P = (4\pi r^2) \delta P, \quad \text{где} \quad \delta P = \frac{dP}{dr} \delta r.$$

Баланс этих сил приводит к уравнению равновесия

$$\frac{dP}{dr} + \rho \frac{Gm}{r^2} = 0. \quad (1.2)$$

Связь плотности и лагранжевой массы определяется уравнением неразрывности

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi \rho r^2. \quad (1.3)$$

В обычных звездах, где идут ядерные реакции и излучение энергии с поверхности, для нахождения теплового потока и распределения температуры следует добавить уравнения переноса тепла и баланса энергии. В релятивистских вырожденных звездах на последних стадиях эволюции давление зависит только от плотности и определяется уравнением состояния $P = P(\rho)$.

1.3. Политропное уравнение состояния

Степенная зависимость давления от плотности $P = K \rho^\gamma$ носит название политропы, а звезды с таким уравнением состо-

яния называются политропными. Показатель политропы γ и индекс политропы n связаны соотношением $\gamma = 1 + 1/n$. Адиабата в газе часто имеет вид политропы, но в общем случае они могут не совпадать. Энергия единицы массы E определяется из термодинамики, и для нерелятивистской адиабаты есть равенство $\rho E = nP$. В одноатомном нерелятивистском невырожденном газе адиабата имеет показатель $\gamma = 5/3$; $n = 1,5$; $\rho E = 1,5P$; в ультрарелятивистском газе вдоль адиабаты $\gamma = 4/3$; $n = 3$; $\rho E = 3P$. В последнем случае предполагается, что масса покоя определяется в основном тяжелыми нерелятивистскими частицами (барионами), а давление — легкими ультрарелятивистскими (электроны, фотоны), так что $\rho \approx \rho_0 = n_b m_p$, $E \ll c^2$, n_b — концентрация барионов. Здесь E не включает в себя энергию покоя барионов $\rho_0 E_0 = \varepsilon_0 = \rho_0 c^2$. При наличии вырождения показатели адиабаты и политропы сохраняются теми же для нерелятивистского и ультрарелятивистского случаев.

При очень больших плотностях играет роль взаимодействие между нуклонами, изменяющее уравнение состояния. Предельно жесткое уравнение состояния при очень больших плотностях имеет вид $P = K \rho_0^2$, однако это имеет место в условиях, когда $\rho = \varepsilon/c^2 \gg \rho_0$, $\varepsilon \gg \varepsilon_0$. Из термодинамики следует, что $\varepsilon = P$ при $\gamma = 2$, $n = 1$. Скорость звука в среде v_s определяется из соотношения $v_s^2 = dP/d\rho$. При предельно жестком уравнении состояния $P = \varepsilon = \rho c^2$, $v_s^2 = c^2$. В ультрарелятивистской среде при $\rho \gg \rho_0$ уравнение состояния в общем случае имеет вид $P = \beta \varepsilon$. Из принципа причинности, согласно которому информация не может передаваться со скоростью (звука), превышающей скорость света, следует, что $\beta \leq 1$. В последнем случае помимо нерелятивистского показателя политропы в уравнении состояния

$P = K\rho_0^\gamma$ важно знать также величину β в уравнении состояния $P = \beta\epsilon$, так что $v_s^2 = \beta c^2$; $\beta = \gamma - 1$; $\gamma \leq 2$. Отметим, что в любой ультрарелятивистской среде из невзаимодействующих частиц имеет место $\gamma = 4/3$; $\beta = 1/3$. Для частиц с нулевой массой покоя, например фотонов, вместо ρ_0 нужно использовать концентрацию частиц, например n_γ .

1.4. Политропные звезды

Рассмотрим нерелятивистскую политропу с $P = K\rho^\gamma$. Дифференцируя (1.2) с учетом (1.3), имеем

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right] = -4\pi G \rho r^2. \quad (1.4)$$

Используя уравнение состояния политропы, получаем

$$K\gamma \frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho} \rho^{\gamma-1} \frac{d\rho}{dr} \right] = -4\pi G \rho r^2. \quad (1.5)$$

Перейдем к безразмерным переменным (ρ_c — плотность в центре звезды)

$$r = R_0 \xi, \quad \rho = \rho_c \theta^n, \quad \gamma - 1 = \frac{1}{n}, \quad (1.6)$$

тогда

$$\frac{d\rho}{dr} = n\rho_c \theta^{n-1} \frac{d\theta}{dr} = \frac{n\rho_c}{R_0} \theta^{n-1} \frac{d\theta}{d\xi}. \quad (1.7)$$

Подставляя в (1.5), получаем

$$Kn\gamma\rho_c^{1/n} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -4\pi G \rho_c R_0^2 \xi^2 \theta^n. \quad (1.8)$$

Выбирая

$$R_0^2 = \frac{(n+1)K}{4\pi G} \rho_c^{\frac{1}{n}-1}, \quad (1.9)$$

получаем уравнение равновесия политропной звезды Лена—Эмдена

$$\frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\xi^2 \theta^n \quad (1.10)$$

с начальными условиями $\theta(0) = 1$, $\frac{d\theta}{d\xi}(0) = 0$. При этом безразмерный радиус звезды ξ_1 определяется из условия нулевой плотности на границе $\theta(\xi_1) = 0$, а радиус звезды равен $r_* = \xi_1 R_0$. Масса политропной звезды выражается следующим образом:

$$M = \int_0^{r_*} 4\pi \rho r^2 dr = 4\pi \left[\frac{(n+1)K}{4\pi G} \right]^{3/2} \rho_c^{\frac{3-n}{2n}} \int_0^{\xi_1} \theta^n \xi^2 d\xi. \quad (1.11)$$

Интеграл в (1.11) для различных значений n затабулирован и равен

$$\int_0^{\xi_1} \theta^2 \xi^2 d\xi = 2,018$$

для $n = 3$. При $n < 3$ масса политропной звезды растет с ростом центральной плотности, а при $n > 3$ — падает. Это соответствует устойчивым звездам при $n < 3$ и неустойчивым при $n > 3$. При $n = 3$ звезда находится в безразличном равновесии, которое имеет место только для одной массы при любой центральной плотности:

$$M = \int_0^{r_*} 4\pi \rho r^2 dr = 4\pi \left[\frac{(n+1)K}{4\pi G} \right]^{3/2} \int_0^{\xi_1} \theta^3 \xi^2 d\xi \quad \text{при } n = 3. \quad (1.12)$$

Отметим, что заключение об устойчивости справедливо только при совпадении индексов политропы и адиабаты, что предполагается в дальнейшем по умолчанию.

1.5. Теорема вириала и устойчивость звезды

Теорема вириала устанавливает связь между внутренней и гравитационной энергией равновесной сферической звезды. Из теории потенциала известно, что гравитационная энергия сферической звезды равна

$$\mathcal{E}_{\text{grav}} = -G \int_0^M \frac{m \, dm}{r}. \quad (1.13)$$

Выражение для внутренней энергии, с учетом уравнения равновесия (1.2) и политропной связи внутренней энергии с давлением $\rho E = nP$, преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{int}} &= \int_0^M E \, dm = n \int_0^M \frac{P}{\rho} \, dm = n \int_0^{V_*} P \, dV = -n \int_0^{r_*} V \frac{dP}{dr} \, dr = \\ &= n \int_0^{r_*} V \frac{\rho G m}{r^2} \, dr = n \frac{V}{r_*^3} \int_0^{r_*} G \rho r m \, dr = \frac{n}{3} \int_0^M \frac{G m \, dm}{r} = -\frac{n}{3} \mathcal{E}_{\text{grav}}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Здесь лагранжев объем звезды есть $V = \frac{4\pi}{3} r^3$, а $V_* = \frac{4\pi}{3} r_*^3$ — полный объем звезды. Полная энергия звезды есть

$$\mathcal{E}_{\text{tot}} = \mathcal{E}_{\text{grav}} + \mathcal{E}_{\text{int}} = \left(1 - \frac{3}{n}\right) \mathcal{E}_{\text{int}}.$$

В механически (гидродинамически) устойчивой звезде полная энергия должна быть отрицательна, чтобы избежать разлета на бесконечность. Для политропы $\mathcal{E}_{\text{tot}} < 0$ при $n < 3$, $\gamma > 4/3$. У звезд на различных стадиях эволюции распределение энтропии по звезде может быть неоднородным, тогда распределение плотности не совпадает с политропой, при степенном уравнении состояния на адиабате. Либо распределение плотности по звезде может быть близким к политропному, однако индексы политропы и адиабаты не совпадают между собой. Примером такого случая является Солнце, где распределение плотности близко к политропному с индексом $n = 3$, в то время как показатель адиабаты вещества на Солнце близок к $\gamma_a \approx 5/3$, $n_a \approx 1,5$. Именно средний по звезде показатель адиабаты $\langle \gamma_a \rangle$ характеризует механическую устойчивость звезды, приближенный критерий которой имеет вид

$$\langle \gamma_a \rangle = \left(\int_0^M \gamma_a \frac{P}{\rho} dm \right) \left(\int_0^M \frac{P}{\rho} dm \right)^{-1} > \frac{4}{3}. \quad (1.15)$$

Критерий (1.15) справедлив для ньютоновской гравитации и может быть получен с помощью метода малых возмущений либо с помощью вариационного принципа. На поздних стадиях эволюции массивных звезд в центре образуется горячее железное ядро, где возможны только реакции с поглощением энергии, связанные с диссоциацией железа. В этих условиях давление слабо растет с ростом плотности и показатель адиабаты становится существенно меньше $4/3$. Когда усредненный показатель адиабаты $\langle \gamma_a \rangle$ становится меньше $4/3$, звезда теряет устойчивость и начинается коллапс, который может закончиться образованием нейтронной звезды, причем

уравнение состояния соответствует адиабате с показателем, существенно превышающим $4/3$. Нейтронная звезда в равновесии имеет большую энергию связи ($\sim 15\text{--}20\%$ Mc^2), которая выделяется в основном в виде энергичных нейтрино с энергией $E_\nu \sim 10\text{--}20$ МэВ. Небольшая часть этой энергии связи переходит в кинетическую энергию вещества и в излучение, которое наблюдается в виде ярких оптических всплесков, имеющих название сверхновых звезд. Последняя сверхновая звезда, видимая простым глазом, вспыхнула в 1987 году в Большом Магеллановом Облаке, видимом из Южного полушария. Почти каждый день на Земле регистрируется рождение сверхновых в какой-либо далекой галактике.

При учете эффектов ОТО критерий устойчивости (1.15) претерпевает изменения, так как в ОТО гравитационная сила растет с расстоянием быстрее, чем $1/r^2$. Это приводит к тому, что в устойчивой звезде средний показатель адиабаты должен превышать $4/3$ на конечную величину, которая по порядку величины равна r_g/r_* , где $r_g = 2GM/c^2$ называется гравитационным, или шварцшильдовским, радиусом звезды. Более точный критерий в ОТО, так же как и в ньютоновской теории, получается из решения линейного уравнения для малых возмущений либо из вариационного принципа и имеет несколько более сложный вид.

Кроме механической устойчивости, звезда должна быть также устойчивой относительно возмущений температуры или энергии. Если при увеличении энергии звезды, например из-за случайного увеличения скорости ядерных реакций, равновесная температура звезды возрастет, то вследствие резкого (экспоненциального) роста скоростей ядерных реакций с температурой произойдет тепловой взрыв, звезда может разлететься либо сильно увеличить свою светимость.

Из теоремы вириала следует, что политропная звезда имеет *отрицательную теплоемкость* и потому является устойчивой относительно тепловых возмущений. Действительно, внутренняя (положительная) энергия звезды связана с ее полной (отрицательной) энергией соотношением

$$\mathcal{E}_{int} = \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{-1} \mathcal{E}_{tot}, \quad n < 3. \quad (1.16)$$

При случайном увеличении скорости ядерных реакций полная энергия звезды увеличивается, но ввиду отрицательного знака ее абсолютная величина уменьшается. Соответственно, уменьшаются внутренняя энергия, а следовательно, уменьшаются температура и скорость ядерных реакций. Таким образом, звезда находится в состоянии тепловой устойчивости ввиду отрицательной теплоемкости, когда случайный рост энерговыделения приводит к расширению звезды и уменьшению ее температуры, что возвращает звезду к состоянию теплового равновесия. Напротив, случайное уменьшение энерговыделения приводит к росту внутренней энергии и увеличению скорости реакций. При анализе тепловой устойчивости звезда предполагается находящейся в состоянии механического равновесия, так как гидродинамическое время, за которое устанавливается это равновесие, как правило, много меньше характерного времени тепловыделения или теплообмена, за исключением взрывных стадий, приводящих к разлету звезды. Так как звезды излучают за счет термоядерных реакций превращения водорода в гелий, гелия в углерод и т. д., можно сказать, что вследствие отрицательной теплоемкости они представляют собой устойчивые термоядерные реакторы. На поздних стадиях эволюции теплоемкость звезды может стать положительной, и тогда

либо происходят тепловые вспышки, после которых восстанавливается отрицательная теплоемкость, либо происходит тепловой взрыв, ведущий к полному разлету звезды.

Задача 1. Найти показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{\varepsilon}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial \varepsilon} \right)_S$$

(ε — удельная энергия на одну частицу, S — энтропия) ультрарелятивистского газа с уравнением состояния адиабаты $P = An^b$, n — концентрация частиц ($N = nV$ сохраняется при сжатии или расширении, N — полное число частиц в системе, V — удельный объем на одну частицу).

Решение. Из первого закона термодинамики имеем

$$d\left(\frac{\varepsilon}{n}\right) = -P dV = \frac{P}{n^2}, \quad dn = An^{b-2} dn.$$

Интегрируя, получаем

$$\frac{\varepsilon}{n} = \frac{An^{b-1}}{b-1}, \quad P = (b-1)\varepsilon,$$

т. е. $\gamma = 1$.

▷

Глава 2

Белые карлики и нейтронные звезды

- Уравнение состояния при больших плотностях и температурах. Белые карлики. Чандрасекаровский предел массы
- Уравнение Оппенгеймера—Волкова. Нейтронные звезды
- Кулоновский кристалл
- Неравновесный слой
- Кварковые звезды
- Предел массы нейтронной звезды

2.1. Уравнение состояния при больших плотностях и температурах. Белые карлики.

Чандрасекаровский предел массы

Белые карлики являются конечным продуктом эволюции звезд средних масс, $M_* \lesssim 8M_\odot$. После выгорания водорода и гелия образуется вырожденное углеродно-кислородное ядро с массой $M_{bh} \lesssim 1M_\odot$, которое после потери окружающей

ядро оболочки и образует белый карлик. Значительная (большая) часть массы звезды уходит в межзвездное пространство, что является фактом, следующим из наблюдений, хотя механизм такой большой потери массы до сих пор не вполне ясен. Внутреннее строение белого карлика исследуется достаточно просто, так как из-за большой плотности и сравнительно невысокой температуры внутри него электроны в белом карлике можно с достаточной точностью считать полностью вырожденными. В отсутствие ядерных реакций нет необходимости решать уравнения теплового баланса, а можно просто рассматривать равновесие газового шара нулевой температуры с уравнением состояния полностью вырожденных электронов. При температурах, имеющих место внутри такой звезды, ядра могут оставаться невырожденными, но их вклад в давление остается малым и обычно не учитывается. В то же время масса покоя ядер намного превышает релятивистскую поправку к массе за счет энергии вырождения электронов, поэтому даже в условиях релятивистского вырождения электронов можно использовать уравнения с ньютоновской гравитацией.

Рассмотрим уравнение состояния полностью вырожденных электронов. Ввиду того что электроны являются фермионами с полуцелым спином $1/2$, в ячейке фазового про-

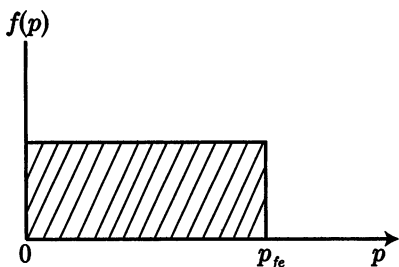


Рис. 2.1. Функция распределения полностью вырожденных электронов в фазовом пространстве: полочка в области $0 \leq p \leq p_{fe}$

странства может находиться только один электрон с данным спином. Функция распределения при полном вырождении $f_e(p)$ задается полочкой в области $0 < p < p_{fe}$, где максимальный импульс электронов p_{fe} называется импульсом Ферми (рис. 2.1). Объем одной ячейки фазового пространства равен $(2\pi\hbar)^3$, при этом электроны занимают в фазовом пространстве сферический объем V_{ph} с радиусом p_{fe} . Имеем

$$V_{ph} = 4\pi \int_0^{p_{fe}} p^2 dp = \frac{4\pi}{3} p_{fe}^3.$$

Следует также учесть, что в одной ячейке фазового пространства находятся два электрона со спинами $1/2$ и $-1/2$, поэтому концентрация полностью вырожденных электронов запишется в виде

$$n_e = \frac{2V_{ph}}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{8\pi}{3} \frac{p_{fe}^3}{(2\pi\hbar)^3}.$$

Это соотношение определяет зависимость p_{fe} от концентрации n_e :

$$p_{fe} = \left(\frac{3n_e}{8\pi} \right)^{1/3} 2\pi\hbar. \quad (2.1)$$

Изотропное давление электронов P_e определяется потоком импульса в виде

$$P_e = \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{3} \int_0^{p_{fe}} v p^3 dp = \frac{8\pi c}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{3} \int_0^{p_{fe}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_e^2 c^2}}. \quad (2.2)$$

Здесь использовано релятивистское соотношение между скоростью и импульсом

$$p^2 = \frac{m^2 v^2}{1 - v^2/c^2}, \quad v^2 = \frac{p^2 c^2}{p^2 + m^2 c^2}.$$

Энергия единицы объема ε_e записывается аналогично (2.2); полная энергия одного электрона равна $\sqrt{p^2 + m_e^2 c^2}$, а максимальная кинетическая энергия электрона в вырожденном веществе (энергия Ферми) есть

$$E_{fe} = \sqrt{p_{fe}^2 + m_e^2 c^2} - m_e c^2.$$

Интеграл в (2.2) выражается аналитически довольно громоздко, но в нерелятивистском и ультрарелятивистском пределах соотношения очень простые:

$$P_e = \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p_{fe}^5}{15m_e} = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_e} n_e^{5/3}$$

– нерелятивистский предел, $p_{fe} \ll m_e c^2$;

$$P_e = \frac{8\pi c}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p_{fe}^4}{12} = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \hbar c n_e^{4/3}$$

– ультрарелятивистский предел, $p_{fe} \gg m_e c^2$.

(2.3)

Концентрация электронов в силу электронейтральности выражается через плотность вещества

$$n_e = \frac{\rho}{\mu_e m_p},$$

где μ_e – число нуклонов на один электрон. Для водорода $\mu_e = 1$, в веществе, состоящим из гелия, углерода, кислорода, $\mu_e = 2$. Из (2.3) видно, что в нерелятивистских белых карликах вещество имеет показатель политропы $\gamma = 5/3$ и, согласно (1.11), масса растет с увеличением центральной плотности: $M_{wd} \sim \sqrt{\rho_c}$ (рис. 2.2). При больших плотностях в ультрарелятивистском пределе показатель политропы $\gamma = 4/3$

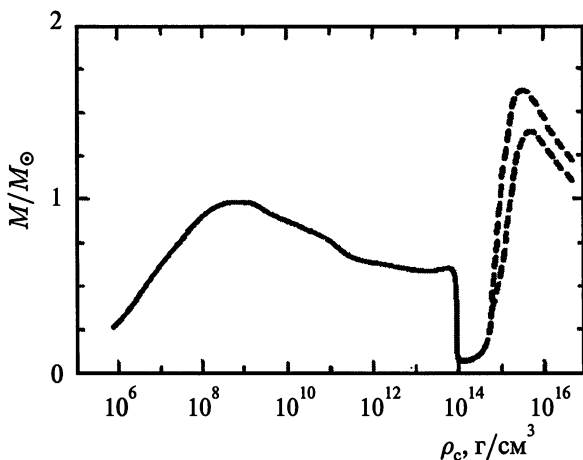


Рис. 2.2. Зависимость массы от центральной плотности для звезд нулевой температуры в состоянии полного ядерного равновесия. Звезды слева от первого максимума (чандрасекаровского предела) при $\rho_c = 1,4 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$ есть устойчивые белые карлики, а справа от минимума при $\rho_c = 1,6 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ — нейтронные звезды. При построении штриховых линий использовались различные уравнения состояния: с учетом гиперонов (нижняя кривая) и для чистых нейтронов (верхняя). Нейтронные звезды за вторым максимумом неустойчивы

и масса равновесной звезды с ростом плотности стремится к пределу M_{Ch} , который называется чандрасекаровским:

$$\begin{aligned}
 M_{Ch} &= 4\pi \left(\frac{K}{\pi G} \right)^{3/2} \int_0^{\xi_1} \theta^2 \xi^2 d\xi = \\
 &= \frac{\sqrt{3\pi}}{2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \frac{M_3}{(\mu_e m_p)^2} \approx \frac{5,83}{\mu_e^2} M_{\odot}.
 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь

$$M_3 = \int_0^{\xi_1} \theta^3 \xi^2 d\xi = 2,018 \quad \text{для } n = 3.$$

В углеродно-кислородных белых карликах $\mu_e = 2$, поэтому $M_{Ch} \approx 1,4M_{\odot}$.

2.2. Уравнение Оппенгеймера—Волкова.

Нейтронные звезды

Когда масса ядра звезды превышает чандрасекаровский предел, то белый карлик не может образоваться, и может произойти быстрое сжатие (коллапс) ядра вплоть до образования нейтронной звезды. На начальных стадиях коллапса происходит нейтронизация из-за большой плотности, когда электроны захватываются ядрами, где протон превращается в нейтрон, либо диссоциация ядер, главным образом железа, на нуклоны из-за большой температуры. При этих реакциях кинетическая энергия электронов переходит в массу покоя, давление растет медленно ($\gamma < 4/3$) и может остановить коллапс, пока не образуется нейтронная звезда. Из-за эффектов ОТО сила гравитации при сжатии растет быстрее, чем в ньютоновской теории. При больших плотностях нейтронный газ становится неидеальным и силы отталкивания между нуклонами создают большое давление, которое может остановить сжатие с образованием нейтронной звезды. Радиус нейтронной звезды столь мал, что он соизмерим с гравитационным радиусом, поэтому необходимо использовать уравнение равновесия, следующее из ОТО. Это уравнение называется по имени Оппенгеймера и Волкова (ОВ), в работе которых

1939 года это уравнение было выведено, и оно имеет вид

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{G(\rho c^2 + P)(mc^2 + 4\pi Pr^3)}{r^2 c^4 - 2Gmrc^2}. \quad (2.5)$$

Здесь ρ включает в себя все виды энергии, в том числе кинетическую, а m включает в себя еще и гравитационную энергию связи. Радиус r определяет длину окружности $2\pi r$ и отличается от физического радиуса звезды r_{ph} , элемент которого равен $dr_{\text{ph}} = \sqrt{g_{11}}dr$. Уравнение ОВ учитывает кривизну пространства, а также вес давления и кинетической энергии. Уравнение сохранения массы внешне совпадают с ньютоновским:

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi \rho r^2, \quad (2.6)$$

но физический смысл ρ и m отличается ньютоновского, где обе эти величины связаны только с массой покоя. Метрика, в которой выведено уравнение (2.5), имеет вид

$$ds^2 = g_{00} dt^2 - g_{11} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),$$

$$g_{11} = \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)^{-1}. \quad (2.7)$$

Холодная нейтронная звезда состоит из нескольких слоев с различными свойствами.

Внешняя оболочка нейтронной звезды, при $\rho \lesssim 10^9$ г/см⁻³ состоит из обычного вырожденного вещества, которое, видимо, представляет из себя железо ⁵⁶Fe, которое является наиболее стабильным изотопом с максимальной энергией связи, при отсчете ее от водорода.

В интервале плотностей $10^9 \lesssim \rho \lesssim 3 \cdot 10^{11}$ г/см⁻³ происходит нейтронизация ядер. Ядро захватывает электрон,

когда энергия Ферми становится больше разности энергий покоя соседних ядер, в которых один протон заменяется нейтроном. С увеличением плотности, в равновесии с окружающими электронами ядра становятся все больше перебогащенными нейтронами. Наконец, число нейтронов в ядре становится столь большим, что энергия нейтрона в ядре становится положительной, и появляются свободные нейтроны.

В интервале плотностей $3 \cdot 10^{11} \lesssim \rho \lesssim 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^{-3}$ нейтронизация ядер продолжается, но наряду с ней происходит испарение нейтронов и увеличение доли свободных нейтронов в веществе. Если рассматривать ядра, соответствующие состоянию минимальной энергии, то их атомный вес A , заряд Z и радиус ядра растут с увеличением плотности. При $\rho \sim 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^{-3}$ ядра начинают касаться друг друга, сливаются, и происходит фазовый переход к однородной ядерной материи.

2.3. Кулоновский кристалл

В холодном веществе энергетически более выгодным является упорядоченное расположение ядер, так что оболочка нейтронной звезды имеет кристаллическую структуру и называется корой. Та часть оболочки, которая расположена в чисто ядерной области, где нет нейтронов, называется внешней корой, а область кристалла, где появляются свободные нейтроны, — внутренней корой. Кристаллическая структура коры нейтронной звезды принципиально отличается от тех кристаллов, которые мы имеем на Земле. В наших земных кристаллах главный вклад в упругость вносит взаимодействие между ионами или атомами. Вклад свободных

электронов в давление существенно меньше либо их вообще нет. В противоположность этому, в коре нейтронной звезды упругость электронов примерно в сотню раз превосходит упругость кристаллической решетки. В таком кристалле прочность решетки невелика, и она довольно легко ломается при внешних воздействиях. Подобный кристалл называют *кулоновским*. Считается, что скачки периода в сторону его уменьшения, наблюдаемые в пульсарах, связаны с разломом коры и ее перестройкой, вызванной накоплением деформации в коре при замедлении вращения пульсара и уменьшении вклада центробежной силы в поддержание равновесия.

2.4. Неравновесный слой

При образовании и эволюции нейтронной звезды в ее коре при плотностях $3 \cdot 10^9 - 10^{13} \text{ г/см}^{-3}$ ядерный состав может отличаться от равновесного. Для достижения равновесного состояния ядра должны перестраиваться, чтобы достичь ядерного равновесия, при котором их атомный вес растет с ростом плотности. Два различных типа неравновесности в коре нейтронной звезды возникает при двух типах эволюции: при росте массы холодной нейтронной звезды за счет аккреции вещества в тесной двойной системе либо при остывании очень горячей молодой нейтронной звезды после ее образования, сопровождающегося взрывом сверхновой. В первом случае после начала нейтронизации происходит захват электронов и уменьшение заряда ядра при постоянном атомном весе до тех пор, пока не станет отрицательной энергия связи нейтронов и начнется их испарение. Дальнейшее увеличение плотности будет сопровождаться уменьшением как заряда ядра за счет нейтронизации, так и атомного веса

за счет испарения нейтронов. Такая эволюция будет происходить до тех пор, пока энергия нейтронизации растет с уменьшением атомного веса. Согласно оценкам, эта энергия достигает абсолютного максимума в ядре углерода ^{22}C при плотности $\rho_m \sim 10^{12} \text{ г/см}^{-3}$, и дальнейшая нейтронизация приведет к перестройке всего состава, нагреву вещества и возможному приближению к ядерному равновесию. До этого момента температура в процессе нейтронизации оставалась невысокой, и из-за большого кулоновского барьера ядра не могли перестраиваться, чтобы достигнуть энергетического минимума. Как показывают расчеты, незадолго до достижения плотности ρ_m становится существенным экранирование кулоновского барьера и уменьшение расстояния между ядрами для прохождения реакций слияния ядер. Слияние происходит в результате подбарьерного перехода в режиме ядерной реакции, который называется пикноядерным. Протекание пикноядерной реакции приводит к росту атомного веса ядер, приближая его к равновесному. Одновременно быстрее растет доля свободных нейтронов и замедляется рост энергии Ферми электронов при увеличении плотности. Таким образом, учет пикноядерных реакции приводит к тому, что с ростом плотности приближение к равновесному составу происходит более плавно и затягивается до более высоких плотностей $\rho_{mp} \sim 10^{13} \text{ г/см}^{-3}$.

Другой тип неравновесности состава формируется при остывании горячей нейтронной звезды, начиная с температуры, когда все ядерные реакции протекают достаточно быстро. При уменьшении температуры происходит замедление скоростей реакций. Из-за быстрого остывания, вызванного сильным нейтринным излучением, ядерный состав не успевает приблизиться к равновесному, и концентрация

ядер останется недостаточной для достижения равновесия. Важным свойством вещества после остывания является большой избыток свободных нейтронов, которые при большой энергии Ферми электронов захватываются ядрами до тех пор, пока ядра не достигнут границы испарения нейтронов. Чем больше энергия Ферми, тем меньше атомный вес ядра на границе испарения, пока не образуется ядро ^{22}C . Процессы, протекающие на внутренней границе неравновесного слоя, будут такими же, как и в случае остывания, включая роль пикноядерных реакций при установлении равновесного состава. Совершенно другая картина ожидается на внешней границе неравновесного слоя, формирующегося при остывании. Из-за большого избытка свободных нейтронов атомный вес ядра становится очень большим из-за захватов нейтрона и бета-распадов, причем A растет с уменьшением плотности (энергии Ферми электронов), так как ядро может захватить больше нейтронов из-за большего числа бета-распадов. В итоге при $\rho_i \sim 10^{11} \text{ г/см}^{-3}$ образуется столь большое ядро $A \geq 400$, что оно оказывается неустойчивым относительно деления и альфа-распада, несмотря на сильное переобогащение нейтронами вблизи границы испарения нейтронов. Таким образом, в остывающей звезде неравновесный слой начинается с гораздо больших плотностей. Этот слой долго может находиться в метастабильном равновесии при большой плотности. Если в результате какого-либо события (звездотрясения) произойдет перемещение неравновесного вещества в область меньших плотностей, создадутся условия для ядерного взрыва за счет реакции деления. При выносе в область меньших плотностей с меньшей энергией Ферми начнется бета-распад, приводящий к росту заряда ядра. Это делает его неустойчивым относительно деления

и альфа-распада и приводит в итоге к цепной реакции и ядерному взрыву. Ядерные взрывы из-за деления на поверхности нейтронных звезд приводят к вспышкам гамма-излучения, аналогичным тем, которые наблюдались на Земле при ядерных испытаниях.

При $\rho \gtrsim 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^{-3}$ однородная ядерная материя состоит в основном из нейтронов, между которыми имеются силы притяжения, переходящие с ростом плотности в силы отталкивания. При $\rho \gtrsim 5 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^{-3}$ начинается превращение нуклонов в различные виды гиперонов, а также возможно рождение пи-мезонов (пионизация).

2.5. Кварковые звезды

При дальнейшем увеличении плотности $\rho \gtrsim 10^{15} \text{ г/см}^{-3}$ создаются условия появления свободных кварков (деконфайнмент). Причем, помимо обычного вещества, состоящего из нуклонов, в строении которых участвуют *u*- и *d*-кварки, может появиться так называемое *странное* вещество, содержащее *s*-кварк. Свойства странного вещества должны существенно отличаться от свойств обычного, в частности из-за сильных сил притяжения давление P обращается в нуль при плотности, близкой к ядерной, $\rho \sim 10^{14} \text{ г/см}^{-3}$. Помимо нейтронных звезд, ожидается также существование странных кварковых звезд, свойства которых сильно отличаются от нейтронных. В частности, масса кварковых звезд должна расти с ростом радиуса, в то время как у нейтронных звезд радиус падает с ростом массы (рис. 2.3). Следует иметь в виду, что в отличие от нейтронных звезд, существование которых однозначно следует как из теории, так и из наблюдений, возможность существования кварковых звезд требует

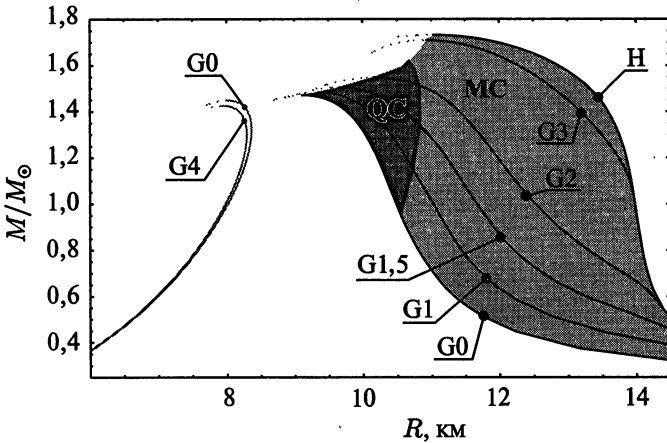


Рис. 2.3. Связь масса — радиус для чистых «странных» кварковых звезд (слева), и гибридных звезд (справа). Модели G0–G4 соответствуют различным параметрам, определяющим свойства странной материи. H: чисто адронная звезда, QC: звезда с кварковым ядром, MC: звезда со смешанным ядром

определенного сочетания параметров сверхплотного вещества, которые остаются неизвестными. Одним из заманчивых следствий гипотетического существования кварковых звезд является возможность получения огромного энерговыделения при переходе нейтронной звезды в кварковую, которое используется некоторыми авторами для объяснения космических гамма-всплесков.

2.6. Предел массы нейтронной звезды

Предел массы нейтронной звезды (правый максимум на рис. 2.2) зависит от уравнения состояния сверхплотной материи, который известен неточно. Для свободных полностью

вырожденных нейтронов этот предел получен Оппенгеймером и Волковым и составляет $\sim 0,7M_{\odot}$, т. е. меньше чандрасекаровского предела. При таком соотношении между двумя пределами трудно было бы ожидать рождения нейтронных звезд, так как коллапсирующая звезда с массой, превышающей чандрасекаровский предел, не смогла бы остановиться и продолжила бы сжиматься до образования черной дыры. Ядерные исследования показали, что при больших плотностях нуклоны испытывают сильное отталкивание, поэтому уравнение состояния должно быть намного более жестким, чем у вырожденных нейтронов. Открытие нейтронных звезд в виде пульсаров и рентгеновских источников подтвердило этот вывод. К настоящему времени масса нейтронных звезд измеряется с большой точностью у двойных радиопульсаров, где она не превышает $\sim 1,4M_{\odot}$, в некоторых объектах масса нейтронной звезды может быть порядка $\sim 2M_{\odot}$, но интервал ошибок здесь довольно велик. Наиболее реалистические уравнения состояния приводят к максимуму массы нейтронной звезды, не превышающему $2M_{\odot}$. Предел массы кварковых звезд имеет гораздо больший разброс, и его величина может оказаться меньше предела Оппенгеймера и Волкова для свободных нейтронов. Образование кваркового ядра в центре нейтронной звезды ведет к уменьшению верхнего предела ее массы.

Задача 2. Вывести формулу для чандрасекаровского предела массы белого карлика ($P = P_e$, ньютоновская гравитация, $T = 0$).

Решение. Формула для чандрасекаровского предела массы (2.4) следует из подстановки P_e в ультрарелятивистском пределе из (2.3) в формулу для массы политропной звезды (1.12). ▷

Глава 3

Черные дыры

- Уравнения общей теории относительности
- Сферически-симметричное поле в пустоте: решение Шварцшильда (1916)
- Гравитационный радиус и горизонт событий
- Вращающаяся черная дыра: решение Керра
- Извлечение энергии из вращающейся черной дыры: механизм Пенроуза; сверхизлучение Зельдовича

3.1. Уравнения общей теории относительности

Гравитационный потенциал GM/R в нейтронных звездах может достигать $\sim 20\% c^2$, поэтому вместо ньютоновской теории тяготения необходимо использовать общую теорию относительности (ОТО). Пространство-время в ОТО является кривым (неплоским), с метрическим тензором g_{ik} . В общем случае, по определению метрического тензора, имеет место равенство $g_{il}g^{lk} = \delta_i^k$. В плоском пространстве имеем

$g_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}$, $g_{00} = 1$, $g_{0\alpha} = g_{\alpha 0} = 0$, $\alpha, \beta = 1, 2, 3$. Пространственно-временной интервал ds в ОТО записывается в виде

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \quad (3.1)$$

g_{ik} находится из уравнений Эйнштейна. В дифференциальной геометрии кривое пространство характеризуется тензором

$$R_{klm}^i \text{ — тензор кривизны Римана,} \quad (3.2)$$

содержащим вторые производные от метрического тензора g_{ik} и произведения его первых производных. Помимо этого рассматриваются величины

$$R_{km} = g_i^l R_{klm}^i \text{ — тензор Риччи,} \quad (3.3)$$

$$R = g^{km} R_{km} \text{ — скалярная кривизна пространства.}$$

Вещество характеризуется тензором энергии-импульса T_{ik} . В системе покоя газ имеет тензор энергии-импульса в виде

$$\begin{aligned} T_i^k &= 0 \quad \text{при } i \neq k; \quad T_0^0 = \varepsilon = \rho c^2; \\ T_\alpha^\alpha &= -P, \quad \alpha = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Уравнения Эйнштейна в общем случае имеют вид

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}, \quad (3.5)$$

где Λ — космологическая постоянная, которая может быть важна в космологии, но пренебрежимо мала для влияния на строение звезд. Из уравнений Эйнштейна следует уравнение для тензора энергии-импульса в виде

$$T_{i;k}^k = 0. \quad (3.6)$$

Знак точки с запятой означает ковариантное дифференцирование. Уравнения (3.6) представляют собой уравнения гидродинамики, которые в плоском пространстве сводятся к уравнениям Эйлера (движения), и сохранения массы.

3.2. Сферически-симметричное поле в пустоте: решение Шварцшильда (1916)

Интервал в пустом пространстве-времени вокруг тяготеющей точки с массой M сферически симметричен и записывается в виде

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = e^\nu c^2 dt^2 - e^\lambda dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (3.7)$$

В пустоте $T_{ik} = 0$, уравнения Эйнштейна сводятся к следующим трем уравнениям:

$$e^{-\lambda} \left(\frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) - \frac{1}{r^2} = 0; \quad e^{-\lambda} \left(\frac{\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} = 0; \quad (3.8)$$

$$\dot{\lambda} = 0.$$

Здесь значок «'» означает дифференцирование по r , а « $\dot{}$ » — по t . Складывая первое и второе уравнения (3.8), получаем $(\nu + \lambda)' = 0$. При интегрировании этого уравнения возникает произвольная функция $f(t)$, которая соответствующим выбором временной координаты может быть обращена в нуль, так что

$$\nu + \lambda = 0; \quad \nu = -\lambda. \quad (3.9)$$

Второе уравнение (3.8) может быть проинтегрировано, и в результате имеем

$$e^{-\lambda} = e^\nu = 1 + \frac{\text{const}}{r}. \quad (3.10)$$

Из принципа соответствия ньютоновской теории на бесконечности имеем

$$g_{00} = e^\nu \approx 1 + \frac{2\varphi_g}{c^2}, \quad \varphi_g = -\frac{GM}{r}, \quad \text{const} = -\frac{2GM}{c^2}. \quad (3.11)$$

В итоге получаем решение Шварцшильда для метрики точечного тяготеющего тела в пустоте в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (3.12)$$

3.3. Гравитационный радиус и горизонт событий

В ОТО время течет по-разному в разных системах отсчета. В метрике (3.12) время t измеряется по часам бесконечно удаленного наблюдателя, где $g_{00} = 1$. Время в собственной системе отсчета свободно падающего наблюдателя τ течет быстрее, так что

$$d\tau = \sqrt{g_{00}} dt = \sqrt{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)} dt, \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (3.13)$$

При $r \rightarrow r_g$ время в системе удаленного наблюдателя t стремится к бесконечности при конечном времени падающего наблюдателя τ ,

$$dt = d\tau \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1/2}.$$

Соответственно, если в собственной системе излучается фотон с частотой ω_0 , то к удаленному наблюдателю этот фотон

придет с частотой

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{r_g}{r}}.$$

Таким образом, свободно падающий наблюдатель за конечное время τ пересечет границу гравитационного радиуса, в то время как удаленный наблюдатель за бесконечное время увидит лишь приближение падающего тела к гравитационному радиусу. Это свойство обусловило название коллапсирующего тела — *застывшая звезда*, которое затем была заменено термином *черная дыра*. Кроме того, фотоны, испускаемые падающим телом, испытывают красное смещение, так что их частота экспоненциально быстро стремится к нулю по мере приближения тела к гравитационному радиусу. Радиус r_g , где $g_{11} = \infty$, $g_{00} = 0$, называется радиусом *горизонта событий*.

3.4. Вращающаяся черная дыра: решение Керра

Решение для метрики вращающейся черной дыры потребовало больших математических усилий в течение длительного времени. Эти усилия увенчались успехом только почти через 50 лет. После различных преобразований координат в наиболее удобной форме метрика Керра (1963) имеет вид ($c = G = 1$, $r_g = 2m$)

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g r}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - \left(r^2 + a^2 + \frac{r_g r a^2}{\rho^2} \sin^2 \theta\right) \sin^2 \theta d\phi^2 + \frac{2r_g r a}{\rho^2} \sin^2 \theta d\phi dt, \quad (3.14)$$

где

$$\Delta = r^2 - r r_g + a^2, \quad \rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \quad (3.15)$$

При больших r имеем разложение

$$g_{00} \approx 1 - \frac{r_g}{r}, \quad g_{11} \approx 1 + \frac{r_g}{r}, \quad g_{03} \approx \frac{r_g a}{r} \sin^2 \theta. \quad (3.16)$$

Здесь a есть момент вращения черной дыры с массой m . В области вокруг черной дыры различают две особых поверхности. Радиус горизонта событий r_{hor} , откуда сигналы не приходят к внешнему наблюдателю, определяется условием

$$g_{11} = \infty, \quad \Delta = 0, \quad (3.17)$$

$$r_{\text{hor}} = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\left(\frac{r_g}{2}\right)^2 - a^2} = m + \sqrt{m^2 - a^2}.$$

Вторая особая поверхность, внутри которой тело не может находиться в состоянии покоя, называется поверхностью *эргосферы* с радиусом r_{erg} , и определяется условием

$$g_{00} = 0, \quad (3.18)$$

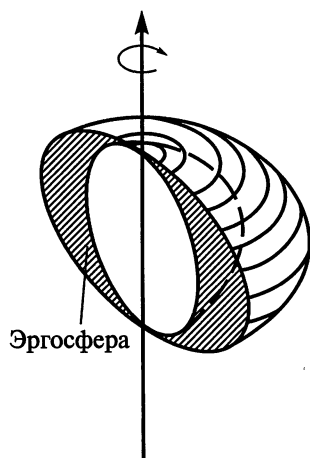
$$r_{\text{erg}} = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\left(\frac{r_g}{2}\right)^2 - a^2 \cos^2 \theta} = m + \sqrt{m^2 - a^2 \cos^2 \theta}.$$

Внутренняя граница эргосферы совпадает с поверхностью горизонта. Предельное значение углового момента в метрике Керра, при котором решение является действительным, равно

$$a_{\text{lim}} = \frac{r_g}{2} = m,$$

при большем значении a черная дыра не образуется из-за противодействия центробежных сил. Меридиональное сечение пространства вокруг черной дыры с поверхностью горизонта и эргосферой представлено на рис. 3.1. Поверхность горизонта является сферой, радиус которой меняется

Рис. 3.1. Меридиональное сечение пространства вокруг черной дыры со значением углового момента $a \leq a_{\text{lim}}$. Горизонт событий с $g_{11} = \infty$ находится внутри круга, эргосфера, расположенная между горизонтом и поверхностью, на которой $g_{00} = 0$, заштрихована



от $r_g = 2m$ до $r_g/2 = m$ при изменении a от нуля до $a_{\text{lim}} = m$. При этом поверхность эргосферы на оси вращения имеет радиус, равный радиусу горизонта, а на экваторе радиус эргосферы равен $r_g = 2m$ при всех a .

3.5. Извлечение энергии из вращающейся черной дыры: механизм Пенроуза; сверхизлучение Зельдовича

Исследования по керровской черной дыре привели к выводу о том, что при любых действиях в рамках классической ОТО площадь горизонта событий S_{hor} не уменьшается и может рассматриваться как энтропия черной дыры. Площадь горизонта S_{hor} определяется в виде

$$\begin{aligned} S_{\text{hor}}(r, t = \text{const}) &= \int \sqrt{g_{22} g_{33}} d\theta d\phi = 4\pi (r_{\text{hor}}^2 + a^2) = \\ &= 4\pi [(m + \sqrt{m^2 - a^2})^2 + a^2]. \end{aligned} \quad (3.19)$$

После потери вращательной энергии поверхность горизонта не уменьшается, при этом масса невращающейся черной дыры m_0 , площадь горизонта которой равна

$$S_{\text{hor}0} = 4\pi(2m_0)^2,$$

определяется из условия

$$4m_0^2 = [m + \sqrt{m^2 - a^2}]^2 + a^2. \quad (3.20)$$

При этом энергия

$$(m - m_0)c^2 = \left[m - \frac{1}{2} \sqrt{(m + \sqrt{m^2 - a^2})^2 + a^2} \right] c^2 \quad (3.21)$$

может быть извлечена из черной дыры. Максимальное количество энергии ϵ , которую черная дыра с предельным вращением $a = a_{\text{lim}} = m$ может передать в окружающее пространство, равно

$$\epsilon_{\text{max}} = m \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) c^2 \approx 0,293 mc^2.$$

Первый физический механизм извлечения энергии из черной дыры был рассмотрен Р. Пенроузом в 1969 году. Этот механизм основан на специфических свойствах эргосферы, где возможно существование частиц (тел) с отрицательной полной энергией. Таким образом, если внутри эргосферы произойдет распад прилетевшей извне частицы (с положительной энергией) на две, одна из которых имеет полную отрицательную энергию, то другая частица приобретет энергию и вылетит с большей энергией. При этом черная дыра, куда влетает частица с отрицательной полной энергией, уменьшает свою энергию-массу, т. е. происходит извлечение

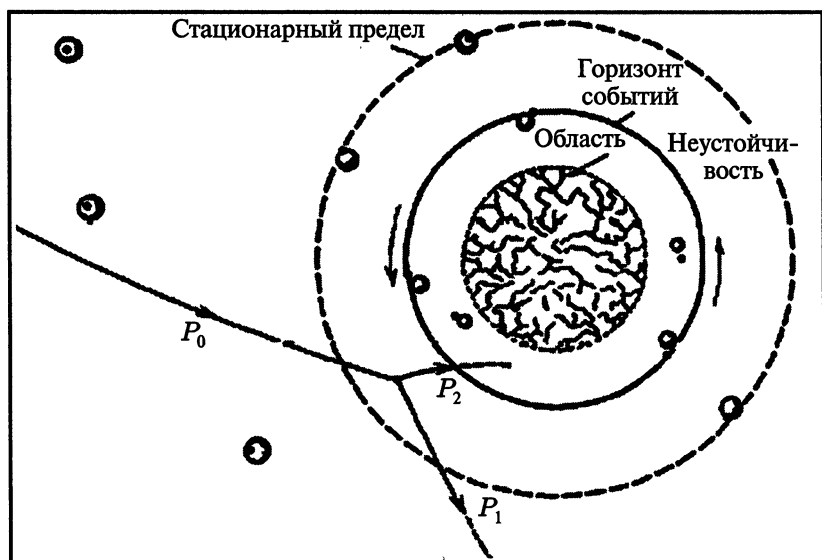


Рис. 3.2. Можно извлечь энергию из вращающейся черной дыры даже в тех условиях, когда никакой материальный объект, попавший за горизонт событий, не может выйти из-под этого горизонта (сплошная линия). Если черная дыра вращается, то вращается и горизонт событий. Стационарный предел представляет собой сфероидальную поверхность (штриховая линия), основным свойством которой является следующее: скорость сигнала или тела на этой поверхности должна быть равна скорости света, чтобы наблюдатель на бесконечности видел сигнал или тело «стоящим все время на одном и том же месте». Если частица P_0 падает из бесконечности внутрь поверхности стационарного предела, то она может разделиться на две части, причем так, что одна из ее частей P_2 падает внутрь черной дыры, а другой компонент P_1 снова уходит на бесконечность, обладая большей массой-энергией, чем исходная частица P_0 . Таким путем P_1 извлекает некоторую часть энергии вращения черной дыры

энергии из черной дыры. Частица с отрицательной энергией имеет удельный момент вращения меньший, чем черная дыра, таким образом, наряду с уменьшением энергии происходит и уменьшение полного углового момента черной дыры (рис. 3.2).

Извлечение энергии из черной дыры за счет падения в нее частиц с полной отрицательной энергией можно осуществить не только в результате распада частиц внутри эргосферы. При наличии достаточно сильного тороидального магнитного поля в веществе происходит передача углового момента от внутренних областей во внешние, в результате чего внутри эргосферы также образуются частицы (слои вещества) с отрицательной полной энергией, падающие в черную дыру. При этом часть энергии черной дыры и ее углового момента выносится наружу за счет действия сил магнитного поля. Возможно, и другие вязкие силы, действующие внутри эргосферы, способны привести к тому же эффекту извлечения энергии и углового момента из черной дыры.

Другой способ извлечения энергии из вращающейся черной дыры был предложен Я. Б. Зельдовичем (1971) и называется *сверхотражением*. Пусть черная дыра вращается с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{a}{2mr_{\text{гор}}} \quad (3.22)$$

и на нее падает цилиндрическая волна, поле которой имеет вид $\sim \exp(-i\omega t + im\phi)$, $m = 1, 2, \dots$. Как было показано, при взаимодействии волны с черной дырой происходит усиление отраженной волны, если направления вращения волны и черной дыры совпадают, при условии что

$$\frac{1}{\Omega} - \frac{m}{\omega} < 0, \quad \omega < m\Omega. \quad (3.23)$$

Волна с другой поляризацией, вращение которой противоположно вращению черной дыры, не усиливается, а частично поглощается, увеличивая массу черной дыры и уменьшая ее угловой момент.

Задача 3. Вывести формулу (3.19) для площади горизонта керовской черной дыры.

Решение. Из (3.14) имеем на горизонте

$$g_{22} = \rho_{\text{hor}}^2 = r_{\text{hor}}^2 + a^2 \cos^2 \theta;$$

$$g_{33} = \left(r_{\text{hor}}^2 + a^2 + \frac{r_g r_{\text{hor}} a^2}{\rho_{\text{hor}}^2} \sin^2 \theta \right) \sin^2 \theta;$$

$$\begin{aligned} g_{22} g_{33} &= (r_{\text{hor}}^2 + a^2 \cos^2 \theta)(r_{\text{hor}}^2 + a^2) \sin^2 \theta + r_g r_{\text{hor}} a^2 \sin^4 \theta = \\ &= \left[(r_{\text{hor}}^2 + a^2)^2 - (r_{\text{hor}}^2 + a^2) a^2 \sin^2 \theta + r_g r_{\text{hor}} a^2 \sin^2 \theta \right] \sin^2 \theta = \\ &= (r_{\text{hor}}^2 + a^2)^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Последнее равенство следует из тождества $r_g r_{\text{hor}} = r_{\text{hor}}^2 + a^2$. Подставляя (3.24) в интеграл (3.19) и интегрируя по $d\theta d\phi$, получаем результат, приведенный в (3.19). $\triangleright$

Аккреция на черные дыры I

- Аккреция политропного газа
- Усиление магнитного поля при аккреции.
Хаотическое магнитное поле: гипотеза равномерного распределения.
Излучение замагниченного газа при аккреции
- Крупномасштабное магнитное поле: образование диска
и картина стационарной аккреции

4.1. Аккреция политропного газа

Аккреция — это падение газа на гравитирующее тело (черную дыру), при котором гравитационная энергия превращается в тепло и излучается наружу. Уравнения, описывающие стационарную аккрецию политропного газа на черную дыру массы M , имеют вид

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} + \frac{GM}{r^2} = 0, \quad 4\pi \rho v r^2 = -\dot{M}, \quad P = K \rho^\gamma. \quad (4.1)$$

Здесь квадрат скорости звука $v_s^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right) \Big|_S$, S — энтропия, $v < 0$, $\dot{M} > 0$ — стационарный поток массы в черную дыру.

Преобразуя уравнения, получаем

$$\begin{aligned} v \frac{dv}{dr} + v_s^2 \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} + \frac{GM}{r^2} &= 0, \\ \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} + \frac{1}{v} \frac{dv}{dr} + \frac{2}{r} &= 0, \\ \frac{1}{v} \frac{dv}{dr} (v^2 - v_s^2) &= 2 \frac{v_s^2}{r} - \frac{GM}{r^2}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Уравнения (4.2) имеют особую точку при

$$v_c = v_{sc} = \sqrt{\frac{GM}{2r_c}},$$

где v_c и v_{sc} — скорость и скорость звука в критической точке, соответственно, и имеет место интеграл Бернулли

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} - \frac{GM}{r} = H. \quad (4.3)$$

Соотношения в особой точке в сочетании с интегралом Бернулли позволяют получить выражение для потока массы в черную дыру $\dot{M}$ в зависимости от плотности и температуры газа на бесконечности ρ_∞ и T_∞ , полученное Бонди в 1952 году:

$$\begin{aligned} \dot{M} &= B(\gamma) \frac{\rho_\infty (GM)^2}{(\mathcal{R}T_\infty)^{3/2}}, \\ B &= \pi \left(\frac{n}{n+1} \right)^n \left(\frac{2n-3}{2n+2} \right)^{\frac{3}{2}-n}, \quad \gamma = 1 + \frac{1}{n}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Гравитационное поле играет роль сопла Лаваля, позволяя непрерывный переход через скорость звука при аккреции.

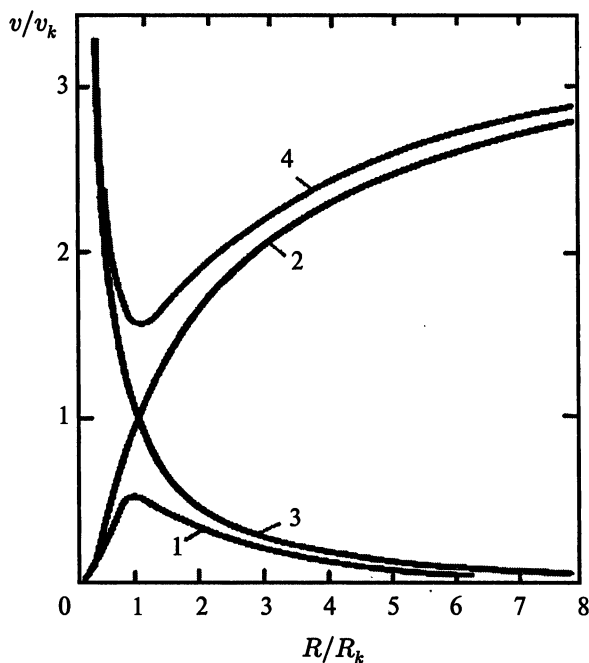


Рис. 4.1. Структура линий тока на плоскости $(v \equiv v_r, R)$ при аккреции на гравитирующий центр. Непрерывное решение 3 из бесконечности проходит через особую точку (пересечение двух кривых); v_k и R_k — параметры особой точки. Решение 2 соответствует солнечному (звездному) ветру, а решения 1 и 4 не соответствуют физическим решениям

Звездный ветер — это истечение вещества в пустоту из звезды через гравитационное сопло, частный случай такого истечения — *солнечный ветер*. Постоянная $B(\gamma)$ располагается примерно между 3,4 и 14 при изменении γ между 1,5 и 1. Решение для $\gamma = 5/3$ является особым, при нем не происходит перехода через скорость звука. Стационарное решение при

$\gamma = 5/3$ соответствует постоянному числу Маха $M = v/v_s$. Структура интегральных кривых в области особой точки представлена на рис. 4.1.

4.2. Усиление магнитного поля при аккреции.

Хаотическое магнитное поле: гипотеза равнораспределения. Излучение замагниченного газа при аккреции

При аккреции на звезду, у которой есть поверхность, почти вся гравитационная энергия переходит в тепло и излучается во время падения или при ударе о поверхность звезды. При аккреции на черную дыру излучение возможно только во время падения, так как при приближении к горизонту событий поток излучения затухает экспоненциально быстро. В отсутствие магнитного поля падающий газ излучает только за счет свободно-свободных ϵ_{ff} -переходов и свободно-связанных ϵ_{fb} -переходов. В сверхзвуковой области газ при аккреции нагревается до высоких температур, так что электроны становятся ультрарелятивистскими. Для нерелятивистских электронов

$$\epsilon_{ff} + \epsilon_{fb} \approx 2 \cdot 10^{22} \rho T^{1/2} \quad [\text{эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}]. \quad (4.5)$$

В релятивистской области остаются только свободно-свободные переходы

$$\epsilon_{ff} \approx 2 \cdot 10^{16} \rho T \ln \frac{kT}{mc^2} \quad [\text{эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}]. \quad (4.6)$$

Полная энергия, излучаемая падающим газом, определяется интегралом по области, занятой веществом:

$$L_{ff} + L_{fb} = 4\pi \int_{r_{in}}^{\infty} \rho(\varepsilon_{ff} + \varepsilon_{fb}) r^2 dr \quad [\text{эрг} \cdot \text{с}^{-1}], \quad (4.7)$$

$$r_{in} \approx 1,5 r_g.$$

Основная энергия излучается в области высоких температур, внутри особой поверхности $r = r_c$, где скорость аккреции близка к скорости свободного падения,

$$v \approx v_{ff} = -\sqrt{\frac{2GM}{r}},$$

электроны являются ультрарелятивистскими, а протоны — нерелятивистскими. Показатель адиабаты такого газа (водорода) с одинаковыми температурами электронов и протонов, $T_e = T_p = T$, определяется следующим образом. Давление выражается одинаково для нерелятивистских и ультрарелятивистских частиц, а выражения для удельной энергии различны:

$$P_e = n_e kT, \quad P_p = n_p kT, \quad (4.8)$$

$$\rho E_e = 3n_e kT, \quad \rho E_p = \frac{3}{2} n_p kT, \quad n_e = n_p.$$

Полное давление P связано с полной удельной энергией ρE индексом адиабаты n , $\rho E = nP$. Из (4.8) имеем

$$P = P_e + P_p = 2 n_e kT, \quad \rho E = \rho E_e + \rho E_p = \frac{9}{2} n_e kT, \quad (4.9)$$

$$\rho E = \frac{9}{4} P, \quad n = \frac{9}{4}, \quad \gamma = \frac{13}{9}.$$

В сверхзвуковой области, где скорость близка к скорости свободного падения, плотность находится из уравнения не-

разрывности (4.1), а для нахождения температуры надо решить уравнение энергии:

$$\rho = -\frac{\dot{M}}{4\pi r^2 v}, \quad T \frac{dS}{dr} = \frac{dE}{dr} - \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dr} = \frac{Q_+ - Q_-}{v}. \quad (4.10)$$

В отсутствие магнитного поля скорость нагрева плазмы $Q_+ = 0$, а скорость охлаждения $Q_- = \epsilon_{ff} + \epsilon_{fb}$. Как показал В. Ф. Шварцман (1971), для средних плотностей межзвездной среды $\rho_\infty = 10^{-24}$ г/см⁻³, $T_\infty = 10^3$ – 10^4 К в условиях полной прозрачности падающего газа излучение в отсутствие магнитного поля малоэффективно. Излучается только порядка 10^{-8} от энергии покоя падающего газа $\dot{M}c^2$, и для эффективного выделения энергии при аккреции необходим учет магнитного поля, которое всегда присутствует в межзвездном газе. При максвелловском распределении электронов магнитотормозные потери ϵ_B , циклотронное и синхротронное излучения для, соответственно, нерелятивистских и ультрарелятивистских электронов, записываются в виде:

$$\epsilon_B = \frac{e^2}{m_p c} \left(\frac{eB_\perp}{m_e c} \right)^2 \frac{kT}{m_e c^2} \approx 0,46 T B_\perp^2 \quad [\text{эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}]$$

для нерелятивистских электронов, $kT \ll m_e c^2$; (4.11)

$$\epsilon_B = 8 \frac{e^2}{m_p c} \left(\frac{eB_\perp}{m_e c} \right)^2 \left(\frac{kT}{m_e c^2} \right)^2 \approx 3,2 \cdot 10^{-10} T^2 B_\perp^2 \quad [\text{эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}]$$

для релятивистских электронов, $kT \gg m_e c^2$. (4.12)

Здесь $B_\perp$ представляет собой компоненту поля, перпендикулярную плоскости движения излучающего электрона, так как при движении вдоль поля электрон не излучает.

Если рассматривать аккрецию плазмы большой проводимости с сохранением магнитного потока, то при чисто ра-

диальном падении магнитная энергия растет быстрее остальных видов энергии, включая кинетическую. Действительно, при сохранении радиальной компоненты магнитного потока $\Phi_r \sim r^2 B_r$ имеет место зависимость $B_r \sim r^{-2}$. Соответственно, магнитная энергия единицы объема, определяемая в основном радиальным полем, растет как

$$E_B \sim B_r^2 \sim r^{-4}.$$

В то же время кинетическая энергия растет медленнее:

$$E_k \sim \rho v^2 \sim r^{-3/2} r^{-1} \sim r^{-5/2}.$$

При адиабатическом падении внутренняя энергия растет еще медленнее

$$\rho E \sim \rho^\gamma \sim r^{-3\gamma/2} \sim r^{-13/6}$$

для водородной плазмы, и $\sim r^{-21/10}$ для гелиевой плазмы с ультрарелятивистскими электронами (см. задачу 4). Таким образом, даже при слабом магнитном поле может наступить равенство удельных энергий $E_B = E_k$, после чего структура аккреционного потока должна измениться. При хаотическом магнитном поле может начаться аннигиляция поля за счет пересоединения магнитных силовых линий, так что поток останется почти радиальным, с равномерным распределением между кинетической и магнитной энергиями, что было предположено В. Шварцманом в 1971 году. При этом из-за перехода кинетической энергии в магнитную радиальная скорость будет меньше скорости свободного падения, $v = \alpha v_{ff}$, $\alpha^2 \sim 1/3$, а энергия, выделяемая при аннигиляции поля, как показано Бисноватым-Коганом и Рузмайкиным в 1974 году, идет на нагрев вещества:

$$\frac{B^2}{8\pi} = \frac{1}{2} \rho v_r^2, \quad v_r = \alpha v_{ff} = \alpha \sqrt{\frac{2GM}{r}}, \quad \overline{B_\perp^2} = \frac{2}{3} \overline{B^2}. \quad (4.13)$$

Здесь B есть полная напряженность магнитного поля. В (4.13) приведена связь средних квадратов $B_\perp$ и B для хаотического поля. Нагрев за счет аннигиляции поля в условиях равномерного распределения легко вывести из следующих соображений. Без учета аннигиляции $E_B \sim r^{-4}$, а в реальности $(E_B)_r \sim E_k \sim r^{-5/2}$. Та часть энергии, которая следует из разности этих двух зависимостей, превращается в тепло. Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} \frac{dE_B}{dr} &= -4 \frac{E_B}{r}, \quad \left(\frac{dE_B}{dr} \right)_r = -\frac{5}{2} \frac{E_B}{r}, \\ \frac{\rho Q_+}{v} &= \frac{dE_B}{dr} - \left(\frac{dE_B}{dr} \right)_r = -\frac{3}{2} \frac{E_B}{r} = -\frac{3}{2r} \frac{B^2}{8\pi}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Магнитотормозные потери намного больше остальных, так что $Q_- = \varepsilon_B$. Решение уравнения (4.10) с учетом (4.11)–(4.14) для температуры и вычисление светимости по формуле

$$L = L_B = 4\pi \int_{r_{\text{in}}}^{\infty} \rho \varepsilon_B r^2 dr \quad [\text{эрг} \cdot \text{с}^{-1}], \quad r_{\text{in}} \approx 1,5 r_g, \quad (4.15)$$

приводят к следующим результатам. Без учета нагрева за счет аннигиляции эффективность излучения в условиях равномерного распределения составляет

$$L = L_B \sim 0,1 \dot{M} c^2,$$

как показал В. Ф. Шварцман в 1971 году, а при учете нагрева достигает

$$L = L_B \sim 0,3 \dot{M} c^2$$

(как показали Г. С. Бисноватый-Коган и А. А. Рузмайкин в 1974 году).

4.3. Крупномасштабное магнитное поле: образование диска и картина стационарной аккреции

Уравнения для компонент $\mathbf{B} = (B_r, B_\theta, B_\phi)$ магнитного поля в среде с бесконечной проводимостью при радиальном движении (без учета обратного влияния поля на движение среды) сводятся к следующей системе:

$$\frac{d(r^2 B_r)}{dt} = 0, \quad \frac{d(rv_r B_\theta)}{dt} = 0, \quad \frac{d(rv_r B_\phi)}{dt} = 0; \quad (4.16)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_r \frac{\partial}{\partial r}. \quad (4.17)$$

Решение системы (4.16)–(4.17) определяют 4 первых интеграла уравнений характеристик:

$$C_1 = t - \int \frac{dr}{v_r}, \quad C_2 = r^2 B_r, \quad C_3 = rv_r B_\theta, \quad C_4 = rv_r B_\phi. \quad (4.18)$$

Для случая свободного падения ($v_r = -\sqrt{2GM/r}$) получаем

$$C_1 = t + \frac{2}{3} \frac{r^{3/2}}{\sqrt{2GM}}. \quad (4.19)$$

Для заданных начальных условий при $t = 0$ задача решается отдельно для полоидальной и тороидальной компонент поля. Для однородного начального поля, $B_{r0} = B_0 \cos \theta$, $B_{\theta0} = -B_0 \sin \theta$, первые три интеграла в C_1 (4.18) имеет вид

$$C_1 = \frac{2}{3} \frac{r^{3/2}}{\sqrt{2GM}}, \quad C_2 = r^2 B_0 \cos \theta, \quad C_3 = \sqrt{2GM} r B_0 \sin \theta. \quad (4.20)$$

При $t = 0$ находим связь $r(C_1)$ и подставляем в другие интегралы. Данная связь между интегралами остается справедливой для произвольных t . В итоге получаем решение для эволюции вначале однородного замороженного магнитного поля при свободном падении вещества:

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{B_0 \cos \theta}{r^2} \left(r^{3/2} + \frac{3}{2} t \sqrt{2GM} \right)^{4/3}; \\ B_\theta &= -\frac{B_0 \sin \theta}{\sqrt{r}} \left(r^{3/2} + \frac{3}{2} t \sqrt{2GM} \right)^{1/3}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Из (4.21) очевидно, что на больших временах быстрее всего растет радиальная компонента магнитного поля: $B_r \propto r^{-2}$.

Торoidalное магнитное поле, с учетом C_4 , для начального распределения в виде

$$B_{\phi 0} = B_0 r^n f(\theta)$$

изменяется со временем согласно решению

$$B_\phi = \frac{B_0 f(\theta)}{\sqrt{r}} \left(r^{3/2} + \frac{3}{2} t \sqrt{2GM} \right)^{\frac{1}{3} + \frac{2n}{3}}. \quad (4.22)$$

Со временем магнитное поле вырастает настолько, что начинает менять картину аккреции на черную дыру. Во всем потоке, за исключением плоскости экватора, вещество течет вдоль силовых линий к данной плоскости в условиях равномерного распределения между магнитной и кинетической энергиями. В плоскости экватора два потока сталкиваются, и формируется турбулентный аккреционный диск, в котором вещество по радиусу двигается к черной дыре, просачиваясь сквозь магнитное поле. В турбулентном диске проводимость

плазмы σ_{turb} невелика и аппроксимируется соотношением (h — полутолщина диска)

$$\sigma_{turb} = \frac{c^2}{4\pi\alpha_m h v_s}, \quad v_s^2 = \frac{P}{\rho}. \quad (4.23)$$

Формула (4.23) получена из феноменологического предположения о том, что безразмерный параметр — магнитное число Рейнольдса Re_m — определяется величиной $1/\alpha_m > 1$, которая не является слишком большой, $\alpha_m = 0,01-0,1$. Учитывая связи между магнитным числом Рейнольдса, магнитной вязкостью η_m и проводимостью

$$Re_m = \frac{\rho v l}{\eta_m}, \quad \sigma = \frac{\rho c^2}{4\pi\eta_m}, \quad (4.24)$$

а также выбирая в (4.24) характерные скорость $v = v_s$ и масштаб $l = h$, получаем для турбулентной проводимости формулу (4.23), найденную Бисноватым-Коганом и Рузмайкиным в 1976 году. Самосогласованная картина стационарного течения вещества на черную дыру с крупномасштабным магнитным полем, однородным на бесконечности, представлена на рис. 4.2.

Коэффициент преобразования гравитационной энергии в тепло всегда велик при наличии крупномасштабного магнитного поля, порядка нескольких десятков процентов. За счет усиления магнитное поле в аккреционном диске может достигать огромных значений во внутренних областях: $B \sim 10^{10}$ Гс. Эти поля обеспечиваются электрическими токами в квазистационарном аккреционном диске и не затухают при падении вещества в черную дыру, как это происходит с полями, источники которых падают в черную дыру или находятся внутри коллапсирующей звезды, как показано В. Л. Гинзбургом в 1964 году.

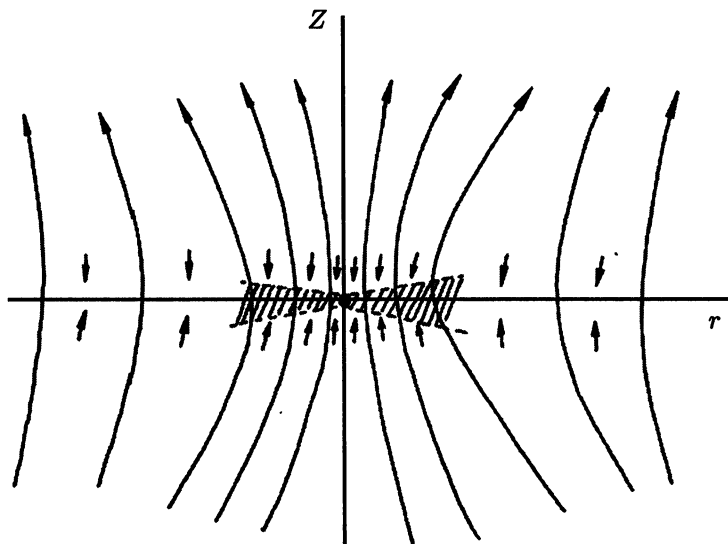


Рис. 4.2. Самосогласованная качественная картина стационарного течения вещества на черную дыру с крупномасштабным магнитным полем, однородным на бесконечности. Отдельные стрелки указывают направление движения вещества, направление поля отмечено стрелками на силовых линиях. Падающее вещество образует диск в экваториальной плоскости, который медленно оседает на центр

Задача 4. Вывести формулу для коэффициента $B(\gamma)$ в формуле (4.4).

Решение. Из последнего уравнения (4.2) имеем

$$\frac{dv}{dr} = \frac{v}{r} \cdot \frac{\frac{GM}{r} - 2v_s^2}{v^2 - v_s^2}, \quad v_s^2 = \frac{dP}{d\rho} = \gamma K \rho^{\gamma-1}. \quad (4.25)$$

Особая точка при $r = r_c$ в (4.25) имеет тип седла, и непрерывное решение для аккреции должно проходить через эту

точку, где

$$v_{sc}^2 = \frac{GM}{2r_c} = v_c^2, \quad \rho_c = \left(\frac{n}{n+1} \frac{GM}{2Kr_c} \right)^n, \quad \gamma = 1 + \frac{1}{n}. \quad (4.26)$$

Интеграл Бернулли H из (4.3) в особой точке имеет вид

$$H = \frac{2n-3}{4} \frac{GM}{r_c}. \quad (4.27)$$

Принимая плотность и температуру на бесконечности равными ρ_∞ и T_∞ и учитывая газовое уравнение состояния

$$P = \rho \mathcal{R} T = K \rho^\gamma,$$

получаем

$$H = (n+1) K \rho_\infty^{1/n} = (n+1) \mathcal{R} T_\infty, \quad (4.28)$$

$$r_c = \frac{2n-3}{4} \frac{GM}{(n+1) \mathcal{R} T_\infty}, \quad K = \rho_\infty^{-1/n} \mathcal{R} T_\infty.$$

Из (4.27) следует, что переход через скорость звука возможен только при $n > 1,5$; $\gamma < 5/3$. В одноатомном газе изоэнтропа соответствует $\gamma = 5/3$, но из-за потерь на излучение эффективный индекс политропы $n > 1,5$ и политропное $\gamma < 5/3$. Учитывая (4.26), (4.28) в $\dot{M}$ из (4.1), получаем формулу (4.4) для $B(\gamma)$. Имеем для

$$\frac{B}{\pi} = \left(\frac{n}{n+1} \right)^n \left(\frac{2n-3}{2n+2} \right)^{\frac{3}{2}-n} = 1,089; 1,509; 1,831; 2,651;$$

$$e^{3/2} = 4,482$$

при $n = 2; 2,5; 3; 5; \infty$ соответственно. ▷

Задача 5. Найти показатель адиабаты для равновесной смеси ультрарелятивистских электронов с нерелятивистскими ядрами гелия ${}^4\text{He}$.

Решение. Аналогично (4.8), (4.9) получаем

$$\begin{aligned} P_e &= n_e kT, & P_{\text{He}} &= n_{\text{He}} kT; \\ \rho E_e &= 3n_e kT, & \rho E_p &= \frac{3}{2} n_{\text{He}} kT, & n_e &= 2n_{\text{He}}; \\ P &= P_e + P_{\text{He}} = \frac{3}{2} n_e kT, & \rho E &= \rho E_e + \rho E_{\text{He}} = \frac{15}{4} n_e kT, & (4.29) \\ \rho E &= \frac{5}{2} P, & n &= \frac{5}{2}, & \gamma &= \frac{7}{5}. \end{aligned}$$

Таким образом, показатель адиабаты такого газа такой же, как у газа, состоящего из двухатомных молекул. $\triangleright$

Задача 6. Найти решение для эволюции замороженного магнитного поля при свободном падении вещества, если при $t = 0$ поле является дипольным.

Решение. Начальное дипольное магнитное поле определяется формулами

$$B_{r0} = \frac{B_0 \cos \theta}{r^3}, \quad B_{\theta 0} = -\frac{B_0 \sin \theta}{2r^3}.$$

Для дипольного поля из (4.18) имеем первые интегралы при $t = 0$ в виде

$$C_1 = \frac{2}{3} \frac{r^{3/2}}{\sqrt{2GM}}, \quad C_2 = \frac{B_0 \cos \theta}{r}, \quad C_3 = \frac{\sqrt{2GM} r B_0 \sin \theta}{2r^3}.$$

Используя связь $r(C_1)$ при $t = 0$, получаем решение в виде

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{B_0 \cos \theta}{r^2} \left(r^{3/2} + \frac{3}{2} t \sqrt{2GM} \right)^{-2/3}; \\ B_\theta &= -\frac{B_0 \sin \theta}{2\sqrt{r}} \left(r^{3/2} + \frac{3}{2} t \sqrt{2GM} \right)^{-5/3}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Здесь магнитное поле везде уменьшается со временем, монотонно стремясь к нулю. Дипольное магнитное поле при аккреции прижимается к поверхности звезды или сжимается в точку в ньютоновской теории (прижимается к гравитационному радиусу в ОТО). $\triangleright$

Аккреция на черные дыры II

- Черные дыры в двойных системах, полость Роша
- Дисковая аккреция на черную дыру: стандартное решение для турбулентного диска
- Оптически толстые и оптически тонкие модели
- Конвекция, корона и спектры излучения аккреционных дисков
- Механизмы возникновения турбулентности
- Случай большого потока массы при аккреции: диски с адвекцией
- Извлечение вращательной энергии из черной дыры: механизм Бландфорда—Знаека

5.1. Черные дыры в двойных системах, полость Роша

Плотность межзвездного газа невелика, поэтому светимость одиночных черных дыр в Галактике столь мала, что они пока не обнаружены. Если в двойной системе черная дыра нахо-

дится в паре с обычной звездой, может возникнуть поток массы с обычной звезды на черную дыру, светимость увеличится и появится яркий рентгеновский источник. Первый такой источник, Лебедь X-1 (Cyg X-1) был обнаружен с рентгеновского спутника «УХУРУ» вскоре после его запуска. Отождествление источника Лебедь X-1 с черной дырой было связано с возможностью определения нижнего предела массы компактной звезды по измерениям периода двойной системы, а также оценки самой массы. Масса рентгеновского источника в Лебеде X-1, по оценке, равнялась $5\text{--}10M_{\odot}$, что существенно превышало предельную массу нейтронной звезды. Помимо массы, этот источник имел спектр, отличающийся от спектров аккрецирующих нейтронных звезд, обнаруженных с того же спутника, и переменности блеска на различных временных масштабах.

В двойной системе вещество, падающее в черную дыру, обладает большим угловым моментом, останавливается центробежными силами и может упасть в черную дыру только в результате потери углового момента, предположительно в результате действия вязких сил. Из-за быстрого охлаждения падающий газ собирается в экваториальной плоскости, образуя аккреционный диск. Приближенная («стандартная») модель дисковой аккреции использует два существенных упрощения. Рассматривается приближенное описание вязкости, при котором компонента тензора напряжений $t_{r\phi}$ предполагается пропорциональной давлению, $t_{r\phi} = \alpha P$. Второе предположение определяет локальный тепловой баланс аккреционного диска: тепло, выделяемое за счет вязкости, излучается через стороны диска и не переносится в радиальном направлении. Выбранное описание вязкости соответствует турбулентному состоянию диска и большой вязкости.

Вязкость плазмы, связанная с кулоновскими столкновениями, очень мала, так что при плазменной вязкости вещество аккреционного диска почти не теряет угловой момент и почти не падает в черную дыру. Светимость ее в двойной системе была бы столь мала, что она не была бы зарегистрирована. Наличие яркого рентгеновского источника с черной дырой возможно только при большой вязкости, что возможно только в турбулентном диске. Отметим, что физический механизм развития турбулентности в аккреционном диске с кеплеровским распределением угловой скорости не вполне ясен до сих пор.

Двойная рентгеновская система состоит из обычной звезды и компактного объекта, нейтронной звезды или черной дыры. Важной характеристикой двойной системы является ее полость Роша. Эта полость представляет собой область вокруг звезд, внешней границей которой служит поверхность равного суммарного, гравитационного и центробежного, потенциала, содержащая так называемую первую точку Лагранжа. Положим, что массы звезд M_1 и M_2 , вращающихся по круговым орбитам вокруг общего центра масс O , сосредоточены в их центрах (рис. 5.1). Пусть периоды собственного вращения звезд совпадают с орбитальным периодом. В системе координат, вращающейся вместе с двойной системой, на каждую покоящуюся пробную частицу действуют три силы: силы притяжения со стороны M_1 и M_2 , возрастающие с приближением к гравитирующим массам, и центробежная, нарастающая при удалении от оси вращения. По соотношению действующих сил все пространство можно разделить двумя поверхностями равного потенциала (внутренней критической и внешней критической) на четыре области. Внутренняя критическая поверхность, содержа-

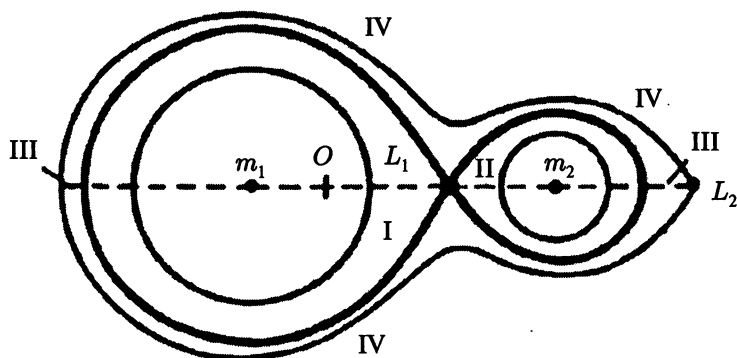


Рис. 5.1. Критические эквипотенциальные поверхности и полости Роша в двойной звездной системе с отношением масс компонентов $\mathcal{M}_2/\mathcal{M}_1 = 0,215$

щая точку L_1 (так называемую первую точку Лагранжа), ограничивает две области, прилегающие к тяготеющим массам $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$. В первой из этих областей (I) сила притяжения звезды $\mathcal{M}_1$ превосходит как силу притяжения со стороны звезды-спутника, так и центробежную силу. Аналогично в полости II, прилегающей к $\mathcal{M}_2$, преобладает сила притяжения последней. В области III, заключенной между критическими поверхностями с точками L_1 и L_2 (второй точкой Лагранжа), суммарная сила гравитации масс $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$ превосходит центробежную силу. В области IV (за внешней критической поверхностью с точкой L_2) действие центробежной силы преобладает, и вещество системы, попадающее сюда, оказывается для нее утерянным. Полость, содержащая одну из гравитирующих масс и выделенная поверхностью с точкой L_1 , называется полостью Роша. Относительные размеры полостей Роша и положение точек Лагранжа связаны с отношением масс звезд — компонентов двойной системы. Когда

обычная звезда заполняет свою полость Роша, ее вещество может свободно перетекать в полость компактного объекта. При этом оно вытекает из окрестности точки L_1 в виде сравнительно тонкой струи.

5.2. Дисковая аккреция на черную дыру:

стандартное решение для турбулентного диска

Уравнения стандартной модели получаются из уравнений гидродинамики с радиационными процессами в гравитационном поле черной дыры. Первые три уравнения определяют механическое равновесие аккреционного диска. Для тонкого диска равновесие по радиусу определяется равенством центробежной и гравитационной сил, что сводится к кеплеровскому распределению угловой скорости вращения в диске

$$\Omega = \Omega_K = \left(\frac{GM}{r^3} \right)^{1/2}. \quad (5.1)$$

Равновесие в вертикальном направлении определяется равенством проекции гравитационной силы на ось z и силы от градиента давления. В приближенной модели производная от давления P по z заменяется отношением P/z . В результате получается зависимость полутолщины диска h от радиуса

$$\frac{dP}{dz} = -\rho \frac{GMz}{r^3}, \quad h \approx \frac{1}{\Omega_K} \left(\frac{P}{\rho} \right)^{1/2} = \frac{v_s}{\Omega_K}. \quad (5.2)$$

Следующее уравнение выражает баланс углового момента в стационарном аккреционном диске. Оно является первым интегралом углового уравнения Эйлера

$$\dot{M}(j - j_{\text{in}}) = -2\pi r^2 2ht_{r\phi}, \quad t_{r\phi} = \eta r \frac{d\Omega}{dr}, \quad j = v_\phi r = \Omega r^2. \quad (5.3)$$

Здесь $t_{r\phi}$ есть (r, ϕ) -компонента тензора вязких напряжений, $\dot{M} > 0$ — скорость аккреции, j_{in} — постоянная интегрирования. Произведение $j_{\text{in}} \dot{M}$ определяет разность между вязким и адвективным потоками углового момента вдоль радиуса. Оно равно потоку углового момента, приносимого падающим веществом в черную дыру. При аккреции на черную дыру в стандартной модели предполагается, что вязкий поток углового момента и, соответственно, градиент угловой скорости равны нулю на внутреннем радиусе аккреционного диска, который полагается равным радиусу последней устойчивой орбиты в гравитационном поле черной дыры. Тогда

$$j_{\text{in}} = \Omega_K r_{\text{in}}^2, \quad (5.4)$$

что равно кеплеровскому угловому моменту на последней устойчивой орбите. Для шварцшильдовской черной дыры

$$r_{\text{in}} = 3r_g = \frac{6GM}{c^2},$$

для предельного решения Керра с $a = m$ радиус последней устойчивой орбиты равен

$$r_{\text{in}} = \frac{r_g}{2} = \frac{GM}{c^2},$$

когда направление вращения диска совпадает с вращением черной дыры, и

$$r_{\text{in}} = \frac{9r_g}{2} = \frac{9GM}{c^2},$$

когда направления вращений диска и черной дыры противоположны. В обоих случаях рассматриваются аккреционные диски, находящиеся в плоскости экватора черной дыры. В приближенной стандартной модели используется соотношение для турбулентного диска, предложенное Н. И. Шакурой

в 1972 году,

$$t_{r\phi} = -\alpha \rho v_s^2 = -\alpha P. \quad (5.5)$$

Эта простая параметризация соответствует коэффициенту турбулентной вязкости $\eta_t \approx \rho v_t \ell$, где $v_t = \alpha v_s$ — средняя линейная скорость вихрей ($\alpha < 1$), а $\ell \approx h$ — средняя длина пробега турбулентного элемента. Тогда, с учетом (5.2),

$$t_{r\phi} = \rho v_t h r \frac{d\Omega}{dr} \approx -\rho v_t v_s = -\alpha \rho v_s^2. \quad (5.6)$$

Представления $t_{r\phi}$ в (5.5) и (5.6) эквивалентны, если угловая скорость диска близка к кеплеровской. В противном случае более правильно использовать член с производной из (5.6). В стандартной модели рассматривается локальный тепловой баланс, когда все тепло, производимое вязкостью в диске в интервале между r и $r + dr$ излучается через стороны диска при том же r . Количество тепла Q_+ , которое производится вязкостью на единицу площади диска, равно, с учетом (5.3),

$$Q_+ = h t_{r\phi} r \frac{d\Omega}{dr} = \frac{3}{8\pi} \dot{M} \frac{GM}{r^3} \left(1 - \frac{j_{\text{in}}}{j} \right). \quad (5.7)$$

В стандартной модели используются выражения для потока излучения с единицы поверхности оптически толстого диска Q_- , массы единицы площади диска Σ_0 , радиальной скорости вещества в диске v_r , а также уравнение теплового баланса. Эти соотношения имеют вид

$$Q_- \approx \frac{4}{3} \frac{acT^4}{\kappa \Sigma_0}; \quad (5.8)$$

$$\Sigma_0 = 2\rho h; \quad (5.9)$$

$$Q_+ = Q_-; \quad (5.10)$$

$$v_r = \frac{\dot{M}}{4\pi r h \rho} = \frac{\dot{M}}{2\pi r \Sigma_0}. \quad (5.11)$$

Последнее уравнение используется для нахождения скорости радиального движения v_r . Для степенных зависимостей давления P и непрозрачности κ от температуры и плотности решения в стандартной модели аккреционного диска получаются аналитически. Такие решения получены для уравнений состояния идеального газа $P = P_g = \rho \mathcal{R} T$ ($\mathcal{R}$ — газовая постоянная), или давления излучения $P = P_{\text{rad}} = a T^4 / 3$, при использовании непрозрачности в виде электронного рассеяния $\kappa = \kappa_e \approx 0,2(1 + X) \text{ см}^2/\text{г}$ (для плазмы с весовой долей водорода, равной X), или краммеровской непрозрачности по свободно-свободным и связанно-свободным переходам $\kappa = \kappa_k \approx 210^{24} \rho / T^{7/2} \text{ см}^2/\text{г}$.

5.3. Оптически толстые и оптически тонкие модели

Наряду с оптически толстым аккреционным диском можно представить себе существование оптически тонкого диска, где потери энергии происходят за счет объемных потерь, давление излучения много меньше газового,

$$P_{\text{rad}} \ll P_g, \quad P \approx P_g,$$

а

$$Q_- \approx q \rho h, \tag{5.12}$$

где

$$q = q_{ff} + q_{fb} \approx 2 \cdot 10^{22} \rho T^{1/2} \text{ [эрг/(г} \cdot \text{с)]}$$

— объемное излучение за счет свободно-свободных и свободно-связанных переходов. Оказывается, что предположение о малой вертикальной оптической толщине диска также позволяет получить самосогласованное решение. Таким образом, для стандартной модели аккреционного диска есть два самосогласованных решения, причем оптически толстый диск

имеет гораздо более высокую температуру и излучает гораздо более жесткое излучение, чем оптически тонкий, однако устойчивым является только решение для оптически толстого диска. Приближенно будем рассматривать излучение оптически толстого диска как излучение черного тела с планковским спектром, соответствующим эффективной температуре T_{ef} , определяемой из уравнения

$$\sigma T_{\text{ef}}^4 = Q_+, \quad (5.13)$$

где σ — постоянная Стефана–Больцмана. С учетом (5.7) для шварцшильдовской черной дыры получаем

$$T_{\text{ef}}(r) \approx 2 \cdot 10^7 \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_{\text{cr}}} \frac{M_{\odot}}{M} \right)^{1/4} \left(\frac{3r_g}{r} \right)^{3/4} \left(1 - \sqrt{\frac{3r_g}{r}} \right)^{1/4} \text{ К.} \quad (5.14)$$

Здесь $\dot{M}_{\text{cr}}$ соответствует аккреционному потоку, при котором светимость диска равна критической эддингтоновской светимости L_{Edd} , при которой давление света при томсоновском рассеянии уравнивает гравитационное притяжение звезды:

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi c G M}{\kappa_e} \approx 1,2 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_{\odot}}. \quad (5.15)$$

Критический поток массы зависит от эффективности выделения энергии при аккреции η_{acc} , которая соответствует энергии связи на последней устойчивой орбите. Для шварцшильдовской черной дыры имеем $\eta_{\text{acc}} = 0,06$, что дает

$$\dot{M}_{\text{cr}} = \frac{L_{\text{Edd}}}{\eta_{\text{acc}} c^2} = \frac{L_{\text{Edd}}}{0,06 c^2} \approx 3 \cdot 10^{-8} \frac{M}{M_{\odot}} \text{ [масс Солнца в год]}. \quad (5.16)$$

Для керровской черной дыры с предельным вращением $\eta_{\text{acc}} = 0,42$, когда частица вращается в ту же сторону, что

и черная дыра. Соответственно, для предельной керровской дыры

$$\dot{M}_{\text{сг}} \approx 4,3 \cdot 10^{-9} \frac{M}{M_{\odot}} \quad [\text{масс Солнца в год}].$$

Рентгеновские источники в галактике с массами черных дыр в несколько солнечных масс имеют характерные спектральные температуры излучения $\sim 10^7$ К, а в сверхмассивных черных дырах в активных ядрах галактик и квазарах, где характерные массы составляют от десятков миллионов до миллиардов солнечных, характерные наблюдаемые спектральные температуры составляют $\sim 10^5$ К, в соответствии с формулой (5.14). Наблюдения показали, что наряду с тепловой составляющей спектра, определяемой эффективной температурой (5.14), в спектрах рентгеновских источников, содержащих черные дыры, всегда присутствует составляю-

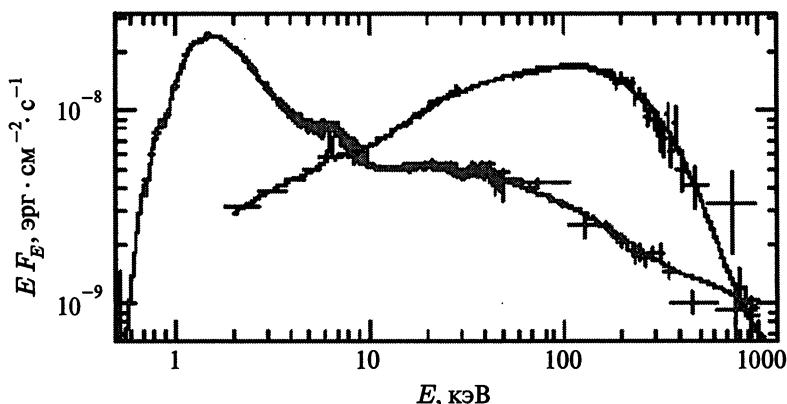


Рис. 5.2. Спектральные состояния в Cyg X-1, при которых жесткое излучение сильно изменяет свою мощность, однако общий поток излучения меняется слабо

щая жесткого рентгеновского излучения, простирающаяся до нескольких сотен кэВ, причем соотношение между жесткой и тепловой составляющими спектра не остается постоянным, а меняется нерегулярно, см. рис. 5.2. На рисунке по вертикальной оси отложена измеряемая на Земле светимость источника, приходящаяся на единицу интервала энергии, F_E , умноженная на значение этой энергии E .

5.4. Конвекция, корона и спектры излучения аккреционных дисков

Присутствие жесткого конца спектра в галактических рентгеновских источниках с черными дырами указывает на то, что кроме фотосферы диска в формировании излучения участвует горячий газ в виде горячей короны над ней, образующейся аналогично горячей короне Солнца. Горячая корона Солнца с температурой порядка миллиона градусов образуется над фотосферой Солнца с температурой около 6000 К в результате нетеплового нагрева. Гидродинамические и магнитогидродинамические волны, генерируемые в конвективной оболочке Солнца, выходят за пределы фотосферы и диссипируют, нагревая окружающий разреженный газ до высоких температур. Примерно то же самое происходит и над фотосферой аккреционного диска, внутренние части которого оказываются конвективно неустойчивыми.

Если подробнее рассмотреть модель оптически толстого аккреционного диска, то можно получить три характерных области. Наиболее важной из них является внутренняя, наиболее горячая область, в которой производится основная доля энергии. Эта область характеризуется преобладанием давления излучения над газовым, $P_{\text{rad}} \gg P_g$, а также пре-

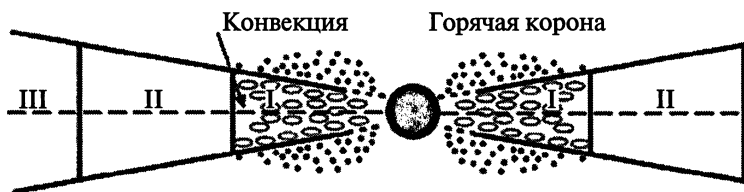


Рис. 5.3. Схематическая модель дисковой аккреции на черную дыру при субкритической светимости: I — область преобладания радиационного давления и электронного рассеяния (конвективно-неустойчивая область); II — область преобладания газового давления и электронного рассеяния; III — область преобладания радиационного давления и непрозрачности Краммерса (свободно-свободные и свободно-связанные переходы). Точками отмечена горячая корона над областью I

обладанием томсоновского рассеяния над краммерсовской непрозрачностью, $\kappa \approx \kappa_e \gg \kappa_k$ (область I на рис. 5.3). При больших радиусах расположена область II, где преобладает газовое давление $P_g \gg P_{\text{rad}}$ и томсоновская непрозрачность, а снаружи расположена самая холодная область III, где имеет место преобладание газового давления и краммерсовской непрозрачности $\kappa \approx \kappa_k \gg \kappa_e$. Расчеты, проведенные Бисноватым-Коганом и Блинниковым в 1976 году, показали, что область I, с преобладанием давления излучения и электронного рассеяния, является конвективно неустойчивой. В ней генерируются волны различного типа, диссипация которых приводит к нетепловому нагреву и формированию горячей короны, ответственной за появление жесткого, порядка нескольких сотен кэВ, излучения подобных источников.

Этот вывод следует из естественного предположения о том, что выделение энергии вдоль толщины диска пропорционально плотности, т. е. изменение потока энергии вдоль

оси z , F_{rad} , записывается, с учетом (5.7), в виде

$$\frac{dF_{\text{rad}}}{dz} = 2Q_+ \frac{\rho}{\Sigma_0} = \frac{3}{4\pi} \dot{M} \frac{GM}{r^3} \left(1 - \frac{j_{\text{in}}}{j}\right) \frac{\rho}{\Sigma_0}. \quad (5.17)$$

После интегрирования получаем

$$F_{\text{rad}} = 2Q_+ \frac{\Sigma}{\Sigma_0}, \quad (\Sigma(h) = \Sigma_0/2, \quad d\Sigma = \rho dz), \quad (5.18)$$

где Σ — масса в слое $(0, z)$. Дифференциальное уравнение лучистой теплопроводности вдоль оси z имеет вид

$$F_{\text{rad}} = -\frac{ac}{3\kappa\rho} \frac{dT^4}{dz} = -\frac{ac}{3\kappa} \frac{dT^4}{d\Sigma}. \quad (5.19)$$

При $\kappa = \kappa_e$, с учетом (5.18), решение этого уравнения имеет вид

$$T^4 = T_0^4 \left(1 - \frac{3\kappa_e Q_+ \Sigma^2}{ac \Sigma_0 T_0^4}\right), \quad T_0^4 = T_{\text{ef}}^4 \left(1 + \frac{3\kappa_e \Sigma_0}{16}\right), \quad (5.20)$$

где T_0 — температура в плоскости симметрии диска. На поверхности диска

$$\Sigma = \frac{\Sigma_0}{2}, \quad T = T_{\text{ef}}, \quad Q_+ = \frac{ac T_{\text{ef}}^4}{4}, \quad \sigma = \frac{ac}{4}, \quad (5.21)$$

a — постоянная плотности излучения. Для диска с большой оптической толщиной, при $\Sigma_0 \kappa_e \gg 1$, из (5.20) имеем

$$T^4 = T_0^4 \left[1 - \left(\frac{2\Sigma}{\Sigma_0}\right)^2\right]. \quad (5.22)$$

Дифференциальное уравнение равновесия по оси z при

$$P \approx P_{\text{rad}} = \frac{aT^4}{3}$$

имеет вид

$$\frac{a}{3\rho} \frac{dT^4}{dz} = -\frac{GMz}{r^3}. \quad (5.23)$$

Отсюда, с учетом (5.18)–(5.19), получаем линейный рост поверхностной плотности в вертикальном направлении,

$$\Sigma = \frac{GMc\Sigma_0}{2r^3\kappa_e Q_+}, \quad (5.24)$$

что соответствует постоянной плотности вещества в диске

$$\rho = \frac{GMc\Sigma_0}{2r^3\kappa_e Q_+}. \quad (5.25)$$

При постоянной плотности и температуре, падающей вдоль оси z , энтропия

$$S = \frac{4}{3} \frac{aT^3}{\rho}$$

уменьшается в направлении, противоположном гравитационной силе, что соответствует конвективно неустойчивой среде.

Обратное комптоновское излучение горячих электронов в короне с тепловым излучением поверхности диска приводит к формированию жесткого степенного хвоста в спектре излучения, причем показатель степени уменьшается (спектр становится более жестким) с ростом температуры короны и ее оптической толщи по рассеянию.

5.5. Механизмы возникновения турбулентности

Существование ярких рентгеновских источников требует большой вязкости вещества в аккреционном диске, что возможно только в том случае, когда диск является турбулентным. Происхождение турбулентности в аккреционном диске не является тривиальным, так как кеплеровский аккреционный диск

устойчив относительно малых возмущений. Я. Б. Зельдович предположил, что турбулентность в кеплеровском диске является результатом развития нелинейных возмущений. Амплитуда таких возмущений может быть достаточно малой, благодаря очень большому значению числа Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{\rho v l}{\eta_p},$$

соответствующему малому коэффициенту вязкости плазмы η_p . Опыты Тейлора с вращающимися цилиндрами обнаружили развитие турбулентности в случае вращения внешнего цилиндра, который устойчив относительно малых возмущений, однако начало турбулентности происходило при числе Рейнольдса $\text{Re} \approx 2 \cdot 10^5$, тогда как при течении вдоль плоской пластины турбулентность наступает в результате развития линейной неустойчивости относительно малых возмущений при $\text{Re} \approx 2000$. В опытах Тейлора имелись стенки цилиндров, вблизи которых начиналось развитие турбулентности, и которые отсутствуют в аккреционном диске. В связи с этим нельзя результаты опытов Тейлора непосредственно распространять на аккреционные диски, и ситуация далека от ясности. Линейные неустойчивости в кеплеровских аккреционных дисках находят при учете вертикальной стратификации. Возмущения в аккреционных дисках при формальной линейной устойчивости могут сильно вырастать на промежуточных этапах, прежде чем испытать затухание. Еще одним механизмом возбуждения турбулентности может служить конвективная неустойчивость.

Возможным механизмом возникновения турбулентности может быть магниторотационная неустойчивость, развитие которой связано с перекачкой энергии вращения в энергию

хаотического магнитного поля и энергию хаотических движений, что и является переходом к турбулентному состоянию. Различные типы магниторотационных неустойчивостей исследовались для условий как лабораторной, так и космической плазмы. Условие наступления такой неустойчивости связано с сильным превышением полоидальной компоненты магнитного поля над тороидальной, либо наоборот. В аккреционных дисках рассматривается неустойчивость вертикального магнитного поля в дифференциально вращающихся дисках, а неустойчивость в условиях сильного превышения тороидального магнитного поля над полоидальным развивается при магниторотационном взрыве сверхновой. К настоящему времени нет единого мнения относительно механизма возникновения турбулентности в кеплеровских аккреционных дисках, хотя большинство исследователей предпочитают магниторотационный механизм.

5.6. Случай большого потока массы при аккреции: диски с адвекцией

В стандартной модели баланс тепла является локальным, однако вблизи последней устойчивой орбиты такое приближение явно неприменимо. Согласно (5.7), (5.14), в стандартной локальной модели температура на последней устойчивой орбите обращается в нуль, что физически недостижимо. Ясно, что перенос тепла по радиусу диска не позволит сильно упасть температуре, и стандартная модель должна быть дополнена радиальным переносом тепла. Этот перенос тепла был назван *адвекцией*. В самом простом варианте учет адвекции связан с добавлением в уравнение баланса энергии (5.10) дифференциального члена с адвекцией, в результате

чего это уравнение примет вид

$$Q_+ - Q_- = Q_{\text{adv}} = -\frac{\dot{M}}{2\pi r} T \frac{dS}{dr}, \quad (5.26)$$

где S — энтропия вещества, так что

$$dS = dE - \frac{P}{\rho^2} d\rho.$$

Более последовательный учет адвекции требует учета радиальных движений и инерционного члена в уравнении радиального равновесия, что приводит к отклонениям от кеплеровской угловой скорости в стационарном аккреционном диске. Появление дифференциальных членов в уравнениях аккреционного диска сильно усложняет задачу. Скорость радиального движения переходит через скорость звука, что соответствует особой точке системы уравнений, которая допускает только численное решение. При больших светимостях локальное решение стандартной модели аккреционного диска оказывается неприменимым по другой, более существенной причине. Если записать вертикальные перенос тепла и давление излучения в виде формул, пригодных при любой оптической толще, то решение должно сразу дать величину вертикальной оптической толщи в аккреционном диске. Решение при этом не может быть получено аналитически, но ищется численно. При небольших потоках массы имеется 2 независимых решения, соответствующих оптически толстому и оптически тонкому случаям, в полном соответствии с полученными ранее результатами. При приближении светимости диска к критической эддингтоновской ситуация меняется качественно. С ростом потока массы и светимости два решения приближаются друг к другу, и при некотором

$L = L_d(\alpha)$, см. формулу (5.5), происходит касание двух решений. При дальнейшем росте L решение в стандартной модели уже не является глобальным, в аккреционном диске появляются области, в которых решение отсутствует. В реальной ситуации такое невозможно, поэтому невозможным следует считать применение локальной стандартной модели к диску большой светимости. В таких дисках учет адвекции является принципиально важным, и позволяет получить непрерывное решение, полученное Ю. В. Артемовой с соавторами в 2006 году. Это непрерывное решение является оптически толстым вдали от черной дыры, непрерывно уменьшает оптическую толщину по мере приближения к ней и становится оптически тонким в центральных областях диска (рис. 5.4). Оптическая толщина определяется по эффективной непрозрачности κ_{ef} . При наличии рассеяния и истинного поглощения с непрозрачностями κ_e и κ_k , соответственно, эта величина записывается в виде

$$\kappa_{\text{ef}} = \sqrt{\kappa_k(\kappa_k + \kappa_e)}.$$

Для количественных характеристик удобно ввести безразмерный поток массы

$$\dot{m} = \frac{\dot{M}c^2}{L_{\text{Edd}}}. \quad (5.27)$$

При критической светимости $L = L_{\text{Edd}}$ имеет место $\dot{m}_{\text{Edd}} \approx 16$ для шварцшильдовской черной дыры. Для $\alpha = 1$ исчезновение решений в локальной модели происходит при $\dot{m} = \dot{m}_d \approx 9,4$, для $\alpha = 0,5$ имеем $\dot{m}_d \approx 36$.

Во внутренних оптически тонких областях давление излучения мало, поэтому газ должен иметь высокую температуру, чтобы поддерживать вертикальное равновесие диска. Формально, во внутренней области температура в оптически

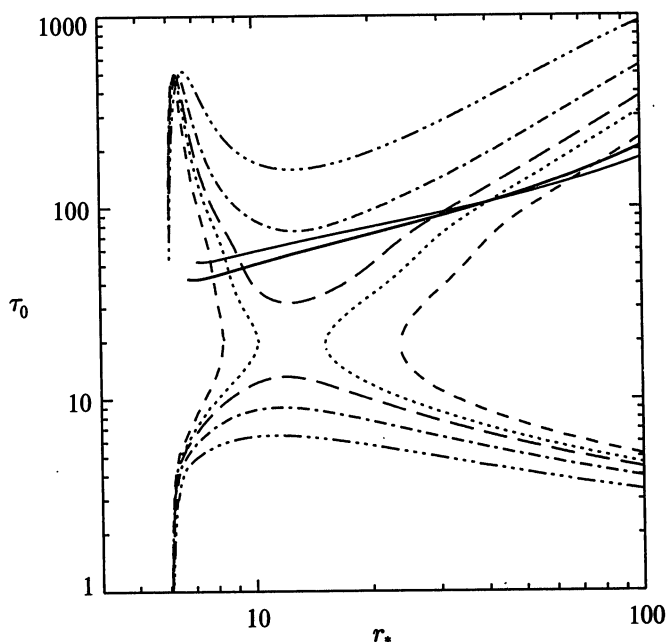


Рис. 5.4. Зависимость толщи по томсоновскому рассеянию от безразмерного радиуса $r_* = rc^2/GM$ для модели с $\alpha = 0,5$ и $M_{bh} = 10M_\odot$. Штриховые линии соответствуют решениям без адвекции, при $\dot{m} < \dot{m}_d = 36$. Точечные линии соответствуют нефизическим решениям без адвекции при $\dot{m} = \dot{m}_{cr} = 36$ и $\dot{m} = 50$ (от центра рисунка к его периферии). Сплошные линии соответствуют решениям с адвекцией, когда поток массы превышает $\dot{m}_d$. Жирная линия соответствует $\dot{m} = 36,0$, а тонкая сплошная линия — $\dot{m} = 50,0$

толстом диске примерно в 100 раз меньше, чем температура в той же области, которая получается в решении с адвекцией и самосогласованным описанием оптической толщи. Фактически, только это последнее решение имеет смысл, так как предположение о большой оптической толще при $\dot{m} > \dot{m}_d$

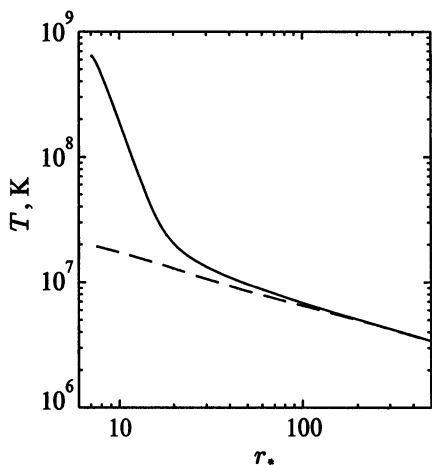


Рис. 5.5. Зависимость температуры от безразмерного радиуса $r_* = rc^2/GM$ для моделей с $M_{bh} = 10M_\odot$, $\alpha = 0,5$ и $\dot{m} = 48$. Штриховая линия соответствует решению для оптически толстого адвективного диска (формальное решение), а сплошная линия соответствует физическому решению с переходом от оптически толстого к оптически тонкому диску

противоречит результату решения, и потому не имеет смысла (рис. 5.5). Наличие горячей оптически тонкой области во внутренних частях аккреционного диска приводит к тому же эффекту появления жесткого степенного хвоста в спектре излучения за счет обратного комптоновского взаимодействия, что и в случае горячей короны, и может служить альтернативой горячей короне для сверхкритических дисков.

5.7. Извлечение вращательной энергии из черной дыры: механизм Бландфорда—Знаека

Как отмечалось в предыдущей главе, при аккреции замагниченного вещества вблизи черной дыры с аккреционным диском возможно формирование больших магнитных полей. Если черная дыра быстро вращается и описывается решением Керра, а аккреционный диск вращается по Кеплеру, то магнитное поле может способствовать извлечению вращательной энергии из черной дыры. Механизм такого извле-

чения подобен механизму Пенроуза и связан с появлением вещества с полной отрицательной плотностью энергии внутри эргосферы. В данном случае появление такого вещества связано не с распадом частицы внутри эргосферы, но с взаимодействием плазмы с тороидальным магнитным полем, что приводит к появлению слоев плазмы, вращающихся в сторону, противоположную вращению черной дыры. Падение такой плазмы с отрицательной плотностью энергии и отрицательным удельным моментом в черную дыру приводит к уменьшению ее полной энергии, которая передается веществу аккреционного диска и выделяется в виде тепла либо направленных выбросов. В такой интерпретации механизм Бландфорда—Знаека может быть назван также магнитным механизмом Пенроуза, который рассматривался ранее, в 1975 году, Руффини и Вильсоном. Другая интерпретация действия данного механизма была предложена Бландфордом и Знаеком. Она связана с генерацией магнитного поля на горизонте событий и индуцированного электрического поля в магнитосфере вращающейся черной дыры, которое ускоряет заряженные частицы, используя при этом вращательную энергию черной дыры.

Глава 6

Наблюдения релятивистских объектов

- Белые карлики. Радиопульсары
- Двойные звездные системы: измерения массы звезд
- Двойные рентгеновские источники: черные дыры в двойных системах, микроквазары
- Двойные рентгеновские источники: рентгеновские пульсары и рентгеновские барстеры. Подкрученные пульсары

6.1. Белые карлики. Радиопульсары

Первыми компактными звездами, обнаруженными в наблюдениях, были белые карлики. Это были слабые объекты с высокой температурой. Их малый по меркам звезд размер ($2 \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^9$ см), в сочетании с большой массой указывали на огромную плотность вещества, которая в центре составляет $\rho_c = 10^6 - 10^9$ г/см³. Такие огромные плотности характеризуют релятивистское вырождение вещества, при котором масса статической звезды не может превышать предельное значение, найденное Чандрасекаром в 1931 году. Из-за маленького размера и малой светимости охлаждение белого

карлика происходит медленно, поверхность долгое время остается горячей ($T \sim 10^4$ К), что и определяет белый цвет этих звезд.

Исследованные теоретически нейтронные звезды гораздо плотнее и меньше белых карликов, их радиус $R_{ns} \sim 10^6$ см, а центральная плотность $\rho_c = 10^{14} - 10^{15}$ г/см³. При таком малом размере сколь-нибудь заметная светимость возможна только при очень горячей поверхности, $T_s \sim 10^6 - 10^7$ К, когда основное излучение приходится на рентгеновский диапазон. Исследование неба в рентгеновских лучах привело к открытию ярких рентгеновских источников в двойных системах, излучающих за счет аккреции. Однако первые нейтронные звезды были открыты в 1968 году в виде радиоисточников периодического излучения с очень малыми периодами (~ 1 с) — *радиопульсаров*. Эти источники вскоре были интерпретированы как сильно замагниченные, быстро вращающиеся нейтронные звезды, у которых магнитная ось (диполя) наклонена к оси вращения. Несовпадение осей приводит к появлению импульсов с периодом, равным периоду вращения, так как светимость сильно замагниченной звезды анизотропна и радиоизлучение идет из области магнитных полюсов.

Радиоизлучение радиопульсаров должно быть нетепловым и когерентным, так как при малом радиусе нейтронной звезды яркостная температура наблюдаемого радиоизлучения составляет $T_b \sim 10^{25}$ К, что, конечно, недостижимо в тепловой плазме. Когерентность может быть связана с мазерным излучением в результате установления инверсного распределения в магнитном поле электронов либо плазменных волн. Другой причиной появления столь высокой яркостной температуры излучения может быть объединение электро-

нов в сгустки с зарядом ne , где n — число электронов в сгустке. Излучение такого сгустка при движении по кривой траектории $\sim n^2 e^2$, что при большом $n \sim 10^{12}$ приводит к сильному увеличению светимости. Если сгустки движутся с релятивистским фактором $\gamma \sim 10^6$, то будем иметь усиление излучения в $\sim 10^{18}$ раз, т. е. электроны с характерной температурой 10^7 К будут давать излучение с яркостной температурой 10^{25} К. Это излучение имеет узкую диаграмму направленности, и столь высокое значение T_b характерно только для радиодиапазона частот. Первый из рассмотренных выше механизмов называется мазерным, а второй — антенным. Окончательный выбор между ними не сделан до сих пор.

Таким образом, радиопульсар является наклонным магнитным ротатором. Полная уверенность в справедливости такой интерпретации появилась после открытия радиопульсара в Крабовидной туманности — молодом остатке сверхновой. Нейтронные звезды рассматривались как продукты гравитационного коллапса, приводящего к взрыву сверхновой, поэтому интерпретация обнаруженного там радиопульсара как нейтронной звезды сразу стала общепринятым. Кроме того, оценка возраста радиопульсара хорошо согласовывалась с возрастом Крабовидной туманности, известным с хорошей точностью благодаря китайским и арабским хроникам, где рассказывалось о появлении очень яркой звезды на месте образования Крабовидной туманности в 1054 году.

6.2. Двойные звездные системы: измерения массы звезд

Нейтронные звезды быстро остывают и остаются яркими рентгеновскими источниками только в результате аккреции

на них вещества. Малая плотность межзвездного газа не позволяет иметь яркие одиночные рентгеновские источники, светящиеся за счет аккреции, поэтому все подобные источники входят в состав тесных двойных систем. При аккреции на нейтронную звезду с сильным магнитным полем падение газа и нагрев поверхности идут неравномерно, поэтому при вращении нейтронной звезды ее излучение модулировано периодом вращения, и такая звезда является *рентгеновским пульсаром*. Все яркие рентгеновские пульсары находятся в тесных двойных. Первыми со спутника «УХУРУ» были открыты два рентгеновских пульсара: Her X-1, период вращения нейтронной звезды $P_x = 1,24$ с, орбитальный период $P_{\text{orb}} = 1,7$ дня; и Cen X-3, имеющий $P_x = 4,84$ с, $P_{\text{orb}} = 2,09$ дня. Вхождение звезды в двойную систему приводит к периодическим изменениям радиальной проекции скорости звезды на орбите, что позволяет найти массу компаньона, не используя теоретических расчетов эволюции звезды, которые содержат различные неопределенности.

При определении периода вращения нейтронной звезды более точные результаты, по сравнению с фурье-анализом, дает метод наложения эпох. Весь интервал наблюдений T делится на отрезки, равные пробному периоду вращения нейтронной звезды, и все наблюдательные точки располагаются внутри одного периода с учетом их фазы. Если период выбран неудачно, то данные будут расфазированы, и точки заполнят этот период почти равномерно. Чем ближе пробный период к истинному, тем лучше фазировка сигнала и тем ближе кривая, полученная наложением эпох, к истинной кривой блеска пульсара. Наилучший выбор периода P_x происходит при наибольшем контрасте сигнала внутри периода, представляющего истинную кривую блеска. В двойной системе

помимо вращения имеется орбитальное движение с периодом P_{orb} и ненулевым эксцентриситетом e , поэтому при нахождении параметров системы необходимо варьировать все три величины. В итоге находится максимум функции контраста $F(P_x, P_{\text{orb}}, e)$ как функции трех переменных, который и соответствует истинным параметрам системы. Все времена прихода импульсов нужно измерять в одной и той же системе координат, которая обычно связана с Солнцем. Для перехода к этой системе, называемой *барицентрической*, необходимо знать векторы движения Земли и космического аппарата вокруг Солнца, а также знать точные угловые координаты источника на небе. Сравнительно небольшая ошибка в координатах может привести к ошибке в определении периода. Это сказывается на точности измерений первой и, особенно, второй производных изменения периода вращения нейтронной звезды. Ошибка при нахождении последней может в несколько раз превышать саму величину второй производной. Для некоторых радиопульсаров точности времен прихода импульсов столь высоки, что для них максимизация функции контраста была проведена в пространстве более высокой размерности, где в качестве искомых параметров включались угловые координаты источника. Из сравнения угловых координат, найденных в разные эпохи, были найдены, таким образом, собственные движения этих радиопульсаров.

Измеряя для рентгеновских пульсаров три величины (P_x, P_{orb}, e) в течение длительного времени, можно определять не только сами величины, но и их медленные изменения со временем. В частности, проводящиеся в течение более 35 лет измерения параметров Her X-1 позволили проследить изменения периода пульсара P_x , который ведет себя немонотонно, но в среднем уменьшается со временем. Это

свидетельствует об ускорении вращения этого рентгеновского пульсара за счет аккреции вещества с большим удельным угловым моментом, примерно равным кеплеровскому. Этот удельный угловой момент существенно больше среднего удельного углового момента нейтронной звезды даже при ее максимально быстром твердотельном вращении.

Исследуя спектры звезды-компаньона, можно, используя законы Кеплера, получить оценку нижнего предела массы нейтронной звезды. Спектральные измерения позволяют по периодическому доплеровскому смещению линий определить орбитальный период P_{orb} и величину v_1 , которая представляет собой проекцию амплитуды скорости на линию, соединяющую звезду с наблюдателем. Если угол между этой линией и нормалью к плоскости орбиты равен i , а расстояние между центром масс двойной системы и центром инерции оптической звезды равно a_1 , то в случае круговых орбит звезд в двойной системе с периодом P_{orb}

$$v_1 = \frac{2\pi}{P_{\text{orb}}} a_1 \sin i. \quad (6.1)$$

По определению центра масс

$$M_1 a_1 - M_2 a_2 = 0; \quad a_1 + a_2 = a, \quad (6.2)$$

где $M_1, M_2 \equiv M_x$ — массы оптической и нейтронной звезд соответственно, a_2 — расстояние между центром масс и центром инерции нейтронной звезды, a — расстояние между центрами инерции звезд в паре. Имеем из (6.1), (6.2)

$$a_1 = \frac{v_1 P_{\text{orb}}}{2\pi \sin i}; \quad a = \frac{M_1 + M_2}{M_2} a_1. \quad (6.3)$$

Воспользуемся законом Кеплера

$$\frac{G(M_1 + M_2)}{a^3} = \left(\frac{2\pi}{P_{\text{orb}}} \right)^2, \quad (6.4)$$

который после использования (6.3) примет вид

$$\frac{GM_2^3}{(M_1 + M_2)^2 a_1^3} = \frac{GM_2^3 (2\pi \sin i)^3}{(M_1 + M_2)^2 v_1^3 P_{\text{orb}}^3} = \left(\frac{2\pi}{P_{\text{orb}}} \right)^2. \quad (6.5)$$

Из наблюдаемых величин составляется комбинация f_1 , имеющая размерность массы и называемая *функцией масс*. Функция масс, определяемая по наблюдениям оптической звезды, определяет нижнюю границу массы компактного объекта, нейтронной звезды или черной дыры

$$\frac{(M_2 \sin i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{P_{\text{orb}} v_1^3}{2\pi G} = f_1. \quad (6.6)$$

Если нейтронная звезда является пульсаром, то наряду с функцией масс оптической звезды f_1 можно найти из наблюдений функцию масс нейтронной звезды

$$f_2 = \frac{P_{\text{orb}} v_2^3}{2\pi G} = \frac{M_1 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2},$$

которая определяет нижнюю границу массы оптической звезды. Зная функции масс обоих объектов, можно определить отношение масс звезд в паре

$$q = \frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^{1/3}. \quad (6.7)$$

Тогда единственной неопределенной величиной остается угол наклона орбиты i . Из (6.6), (6.7) получаем

$$f_1 = \frac{M_2 \sin^3 i}{(1 + q)^2}.$$

Если компактный объект является черной дырой, то он не является пульсаром, и наблюдательно определяется только

функция f_1 . Определение функции масс является самым надежным способом отождествления черной дыры в двойной системе. Если f_1 превышает предел массы устойчивой нейтронной звезды, то в рамках ОТО компаньоном оптической звезды должна быть черная дыра. Именно таким способом была найдена первая черная дыра в Галактике, находящаяся в двойной системе, испытывающей мощные вспышки и называемой рентгеновской новой A0620-00. По наблюдениям оптической звезды в спокойном состоянии ее функция масс равнялась $f_1 \approx 3,2M_\odot$, что уже превышает предел массы устойчивой нейтронной звезды. Компаньоном компактного объекта здесь является маломассивная звезда с $q \sim 0,2-0,5$, а угол наклона оценивается как $i = 59-85^\circ$. Таким образом, компактный объект в рентгеновском источнике A0620-00 явился первой надежно отождествленной черной дырой в нашей Галактике. Яркий рентгеновский источник Cyg X-1 имеет функцию масс $f_1 \approx 0,25M_\odot$, однако ввиду большого возможного отношения масс $q \sim 2$ и соответствующего угла наклона масса черной дыры в этом источнике оценивается в $10-20M_\odot$. Ввиду малой функции масс считается, что в Cyg X-1 находится всего лишь «кандидат в черную дыру», но судя по остальным характеристикам (спектр, свойства переменности) наличие черной дыры в этом источнике сомнений не вызывает. В двойных системах, содержащих радиопульсары, точность измерений гораздо выше. Помимо ньютоновских законов, там измеряются эффекты ОТО, что позволяет найти однозначно величины масс объектов, а также проверять правильность самой теории ОТО. Пока никаких противоречий между наблюдениями и ОТО не обнаружено, в пределах имеющихся ошибок ($\sim 0,05\%$).

6.3. Двойные рентгеновские источники: черные дыры в двойных системах, микроквазары

К настоящему времени среди двойных рентгеновских источников в нашей Галактике известно около 20 черных дыр и около 200 нейтронных звезд. Свойства этих источников весьма разнообразны. По массе оптического компаньона они делятся на массивные (HMXB — high mass X binaries) и маломассивные (LMXB — low mass X binaries) системы, причем такое разделение справедливо как для черных дыр, так и для нейтронных звезд.

Маломассивные системы с черными дырами представляют собой *рентгеновские новые*, аналогичные источнику A0620–00. В этих системах имеется сравнительно небольшой поток массы от маломассивного компаньона на черную дыру, который обеспечивает слабую рентгеновскую светимость. По не установленным с определенностью причинам каждые 10–20 лет происходит резкое увеличение скорости аккреции на черную дыру, приводящее с увеличению светимости более чем на 3 порядка величины, длящееся порядка месяца. Наиболее вероятной причиной такой вспышки является накопление вещества в аккреционном диске, которое затем быстро высыпается на черную дыру в результате развития неустойчивости. Одним из проявлений такой неустойчивости может быть существенное увеличение коэффициента турбулентной вязкости α . При малом $\alpha = 10^{-4}$ – 10^{-3} не весь поток массы от компаньона падает на черную дыру, часть его накапливается в диске. Неустойчивость развивается, по-видимому, когда масса аккреционного диска превысит некоторую критическую величину. Развитие неустойчивости может привести к увеличению α на 3–4 порядка, увеличив соответственно поток массы на черную дыру и рентгеновскую светимость.

Массивные системы с черными дырами являются аналогами первого «кандидата в черные дыры» — Cyg X-1. Все это яркие рентгеновские источники с разнообразными свойствами переменности. В этих источниках меняется светимость, но главные изменения происходят в спектре, который меняется без какого-либо точного периода с характерным временем порядка месяца. Все источники излучают жесткое рентгеновское излучение, свидетельствующее о наличии там горячей плазмы в виде короны или оптически тонкой внутренней части диска. Быстрые переходы между спектральными состояниями сопровождаются образованием направленных выбросов. Наличие таких выбросов характерно для всех массивных систем с черными дырами. Самое яркое проявление выброса наблюдается в уникальном источнике SS 433, из которого видны две узкие струи, симметрично вытекающие с одинаковыми скоростями $\sim 0,26c$. Эти струи вытекают перпендикулярно аккреционному диску, который находится в состоянии прецессии с периодом, близким к 164 дням. Один из выбросов показывает синее, а другой — красное доплеровское смещение линий. Во время прецессии два выброса проходят через состояние, в котором они оба перпендикулярны лучу зрения наблюдателя и показывают одинаковое красное смещение. При этом можно точно определить скорость выбросов по поперечному эффекту Допплера, который наблюдается в этом состоянии. Источник SS 433 является уникально ярким, со светимостью, в несколько раз превышающей критическую. Вследствие этого основная часть энергии теряется в виде кинетической энергии выбросов, а рентгеновский источник остается сравнительно слабым. Сверхкритическая аккреция, видимо, обуславливает также отсутствие сильной переменности в этом источнике и суще-

ствование двух почти стационарных узко направленных выбросов — джетов. В аналогичных источниках с меньшей светимостью происходит развитие неустойчивостей, наблюдаются более сильные переменности светимости, спектра и нестационарность выбросов. Сильная нестационарность и образование направленных выбросов являются характерными свойствами квазаров и активных ядер галактик, которые, по всей вероятности, представляют собой сверхмассивные черные дыры в состоянии аккреции. Из-за такой аналогии между квазарами и галактическими черными дырами в двойных системах последние часто называют *микрквазарами*. Отметим, что к микрквазарам относят иногда двойные системы с нейтронными звездами, показывающими сходные свойства переменности и образование направленных выбросов. Общим свойством систем с черными дырами является отсутствие в них каких-либо периодических пульсаций, такие системы никогда не являются пульсарами.

6.4. Двойные рентгеновские источники: рентгеновские пульсары и рентгеновские барстеры. Подкрученные пульсары

В системах с нейтронными звездами также имеются существенные различия между массивными и маломассивными системами. В системах с массивным оптическим компаньоном имеется мощный звездный ветер, который может препятствовать образованию аккреционного диска. Происходит аккреция из звездного ветра, при которой вещество, падающее на нейтронную звезду, имеет малый угловой момент, и вращение нейтронной звезды замедляется. В таких системах наблюдаются длиннопериодические рентгеновские

пульсары, у которых периоды вращения могут достигать сотен секунд. Такие двойные системы могут обладать большим эксцентриситетом, что приводит к большой вариации скорости аккреции и светимости рентгеновского источника. Обычно имеется сравнительно короткий период большой светимости, который соответствует минимальному расстоянию между оптической и нейтронной звездами, во время которого скорость движения по орбите максимальна. В тесных двойных системах с малым орбитальным периодом происходит дисковая аккреция, когда вещество, падающее на нейтронную звезду, имеет большой угловой момент. В источнике Cen X-3 период пульсара равен $P_z = 4,84$ с, при орбитальном периоде $P_{\text{orb}} = 2,09$ дня. У источников с длиннопериодическими пульсарами орбитальные периоды достигают 260 дней. Маломассивные двойные рентгеновские источники являются гораздо более тесными системами с орбитальными периодами, достигающими 11,4 мин. Если массивные системы скорее всего являются продуктом эволюции звезд в паре, то происхождение маломассивных систем не столь очевидно. В шаровых скоплениях, где плотность звезд примерно в 1000 раз превышает среднюю плотность звезд в Галактике, наблюдается очень большая концентрация маломассивных систем. Там расположено примерно половина всех LMXB, хотя суммарная масса шаровых скоплений примерно на три порядка меньше массы галактики. Такие соотношения указывают на то, что образование маломассивных систем произошло путем захвата карликовой звезды нейтронной звездой из-за приливных взаимодействий или тройных звездных сближений. Большинство LMXB дают вспышки в рентгене и потому получили название *рентгеновских барстеров*. Причиной таких вспышек является взрывное горение водорода

в вырожденных оболочках нейтронных звезд. LMXB в периоды между вспышками являются слабыми рентгеновскими источниками, светящимися за счет аккреции при перетекании вещества с карлика, который заполняет свою полость Роша. При небольшой скорости аккреции температура в падающем на нейтронную звезду веществе не достигает температуры горения водорода, который накапливается в оболочке. По мере продолжения аккреции плотность у основания водородной оболочки растет и увеличивается степень вырождения вещества, которое становится неустойчивым относительно ядерного горения, и происходит вспышка. Периоды между вспышками нерегулярны и меняются от сотен секунд до сотен дней.

Одиночные радиопулсары имеют в среднем магнитные поля порядка 10^{12} Гс и периоды порядка одной секунды. К настоящему времени открыто около 2000 радиопулсаров. Около 200 из них сильно отличаются от остальных по своим свойствам. Они вращаются гораздо быстрее, со средним значением периода порядка нескольких миллисекунд; их магнитные поля намного меньше, составляя $\sim 10^8$ Гс, а распределение по Галактике удивительно совпадает с распределением LMBX, с такой же концентрацией этих объектов в шаровых скоплениях. Во время аккреции падающее вещество экранирует магнитное поле нейтронной звезды, и оно уменьшается для внешнего наблюдателя. По мере уменьшения поля аккреционный диск приближается к поверхности нейтронной звезды, вращаясь с кеплеровской скоростью. При этом скорость вращения нейтронной звезды стремится к кеплеровской скорости аккреционного диска за счет падения вещества с большим угловым моментом. В итоге образуется быстровращающаяся нейтронная звезда со сла-

бым магнитным полем. Когда компаньон нейтронной звезды остынет и аккреция прекратится, образуется быстровращающийся радиопульсар в двойной системе со слабым магнитным полем. В некоторых случаях этот холодный компаньон может быть потерян, за счет столкновений со звездами поля в плотных шаровых скоплениях либо по иной причине, и тогда образуется одиночный быстровращающийся радиопульсар со слабым магнитным полем. В обоих случаях такие радиопульсары ускорили свое вращение за счет аккреции и получили название *подкрученных* (recycled). Генетическая связь подкрученных пульсаров с LMXB подтвердилась дополнительно после открытия пульсаций в некоторых LMXB. Периоды пульсаций оказались хорошо совпадающими с периодами подкрученных радиопульсаров. У некоторых из этих объектов периоды вращения не намного превышают миллисекунду, поэтому они называются также *миллисекундными пульсарами*.

Между миллисекундными пульсарами, компаньонами которых в двойных системах являются карликовые звезды малой массы, и обычными одиночными радиопульсарами, не проходившими стадию аккреции, расположена небольшая (<10) группа двойных подкрученных радиопульсаров, состоящих из пары нейтронных звезд. В одной такой паре (PSR J0737–3039A,B) обе нейтронных звезды являются радиопульсарами, причем один из них является подкрученным, а другой обычным. В полном соответствии с рассмотренной эволюционной схемой, быстровращающийся подкрученный радиопульсар более чем в 4 раза старше обычного (210 и 50 млн лет). В остальных только одна нейтронная звезда видна как подкрученный радиопульсар. Периоды подкрученных радиопульсаров в парах нейтронных звезд составляют

несколько десятков миллисекунд. Магнитные поля их также имеют промежуточные значения $\sim 10^{10}$ Гс. Такое различие между двумя типами подкрученных радиопульсаров можно объяснить различием масс компаньонов. В миллисекундных пульсарах маломассивный компаньон может перетекать на нейтронную звезду в течение нескольких миллиардов лет. За это время нейтронная звезда ускоряется, и затухает ее магнитное поле. Время жизни массивного компаньона, заканчивающего свою жизнь коллапсом и образованием нейтронной звезды, намного меньше, и не превышает 10 млн лет. За это время ускорение вращения нейтронной звезды и затухание ее магнитного поля не успевает пойти достаточно далеко, и в итоге эти параметры остаются промежуточными. В двойных системах, состоящих из двух нейтронных звезд, приливные эффекты очень малы, и движение обеих звезд в паре можно рассматривать как движение двух точечных масс. Это позволило изучить многие эффекты, связанные с ОТО, в частности излучение гравитационных волн, а также подтвердить справедливость ОТО с точностью порядка 99,95 %.

Глава 7

Аккреция на нейтронные звезды

- Аккреция на намагниченную нейтронную звезду. Альфвеновская поверхность, неустойчивости и проникновение
- Горячее пятно
- Аккректор и пропеллер. Раскрутка звезды при дисковой аккреции, стационарный период. Экранирование магнитных полей
- Пограничный слой
- Аккреция на быстро вращающуюся звезду со слабым магнитным полем

7.1. Аккреция на намагниченную нейтронную звезду. Альфвеновская поверхность, неустойчивости и проникновение

Основными отличиями аккреции на нейтронную звезду по сравнению с аккрецией на черную дыру являются наличие твердой поверхности и возможность присутствия сильного

магнитного поля, обусловленного электрическими токами внутри звезды. Вне звезды магнитное поле имеет полоидальную структуру ($B_\phi = 0$) и состоит из различных мультиполей. Наиболее медленно спадает с радиусом дипольная компонента поля, поэтому только она рассматривается при взаимодействии с аккреционным потоком. Дипольное поле имеет вид

$$B_r = \frac{2\mu}{r^3} \cos \theta; \quad B_\theta = \frac{\mu}{r^3} \sin \theta, \quad (7.1)$$

где $\mu = B_e R_*^3$ — магнитный дипольный момент, B_e — магнитное поле на экваторе звезды, R_* — радиус звезды. Рассмотрим радиальный стационарный сферически симметричный сверхзвуковой аккреционный поток, задаваемый соотношениями

$$\dot{M} = -4\pi\rho v_r r^2; \quad v_r = -\sqrt{\frac{2GM}{r}}; \quad \rho = \frac{\dot{M}}{4\pi\sqrt{2GM}r^{3/2}}. \quad (7.2)$$

Динамическое давление аккреционного потока P_r и давление магнитного поля P_B определяются формулами

$$P_r = \rho v_r^2 = \frac{\dot{M}\sqrt{2GM}}{4\pi r^{5/2}}; \quad (7.3)$$

$$P_B = \frac{B^2}{24\pi} = \frac{\mu^2}{24\pi r^6} (1 + 3 \cos^2 \theta).$$

Альфвеновский радиус r_A на экваторе звезды ($\theta = \pi/2$) соответствует радиусу остановки потока вещества магнитным полем и определяется равенством динамического и магнитного давлений $P_k = P_B$, что дает

$$r_A = \frac{\mu^{4/7}}{(6\dot{M}\sqrt{2GM})^{2/7}} \approx 2 \cdot 10^8 \dot{M}_{17}^{-2/7} \mu_{30}^{4/7} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{-1/7} [\text{см}]. \quad (7.4)$$

Здесь

$$\mu_{30} = \frac{\mu}{10^{30}} = \left(\frac{B}{10^{12} [\text{Гс}]} \right) \left(\frac{R_*}{10^6 [\text{см}]} \right)^3; \quad (7.5)$$

$$\dot{M}_{17} = \frac{\dot{M}}{10^{17} [\text{г/с}]} \approx 1,6 \cdot 10^{-9} \frac{M_\odot}{[\text{год}]}.$$

При эффективности $\eta = 0,2$ выделения энергии при аккреции на нейтронную звезду темпу аккреции $\dot{M}_{17} = 1$ соответствует светимость $L = 0,2 c^2 \dot{M} \approx 1,8 \cdot 10^{37}$ эрг/с. Для массы нейтронной звезды, равной $1,4 M_\odot$, при аккреции водорода это составляет примерно 0,1 от критической эддингтоновской светимости L_{Edd} , при которой давление света из-за томсоновского рассеяния на электронах уравнивает силу гравитации. Для водородной плазмы при $\kappa_e = 0,4$ имеем

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi c G M}{\kappa_e} \approx 1,3 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_\odot} \left[\frac{\text{эрг}}{\text{с}} \right] \approx 3 \cdot 10^4 \frac{M}{M_\odot} L_\odot. \quad (7.6)$$

Если весовая доля водорода в падающем веществе равна x_H , то $\kappa_e = 0,2(1 + x_H)$. Соответственно, в $2/(1 + x_H)$ раз увеличивается значение критической светимости. При наличии в веществе электронно-позитронных пар с концентрацией позитронов n_+ критическая светимость может существенно уменьшиться за счет умножения на

$$\frac{2}{1 + x_H + (4n_+ m_p)/\rho}.$$

Когда число пар намного превышает число исходных электронов, критическая светимость уменьшается в $2n_+ m_p/\rho \gg 1$ раз, где m_p — масса протона. Для $\dot{M}_{17} = 1$ и магнитного поля $B = 10^{12}$ Гс альфвеновский радиус

$$r_A = 2 \cdot 10^8 [\text{см}] \gg R_* = 10^6 [\text{см}].$$

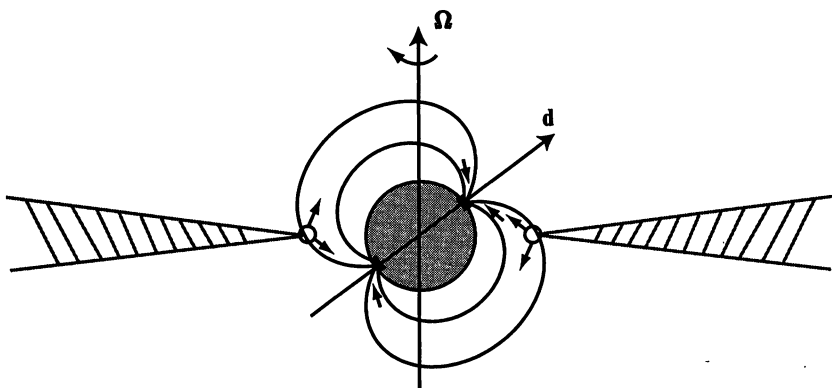


Рис. 7.1. Дисковая аккреция на нейтронную звезду. Вещество проникает в магнитосферу звезды на экваторе в результате развития неустойчивости типа релей-тейлоровской. Вещество течет вдоль силовых линий к магнитным полюсам. При его столкновении с поверхностью нейтронной звезды формируются горячие пятна, излучающие в рентгеновской области спектра. Вращающаяся нейтронная звезда с горячими полюсами является рентгеновским пульсаром, когда ось вращения не совпадает с магнитной осью

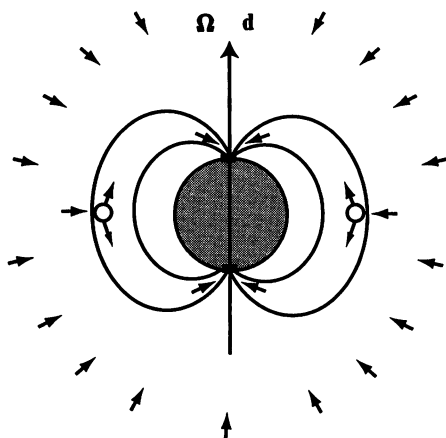


Рис. 7.2. Сферическая аккреция на нейтронную звезду. Вещество проникает в магнитосферу звезды на экваторе в результате развития неустойчивости типа релей-тейлоровской. После проникновения вещество течет вдоль силовых линий к магнитным полюсам

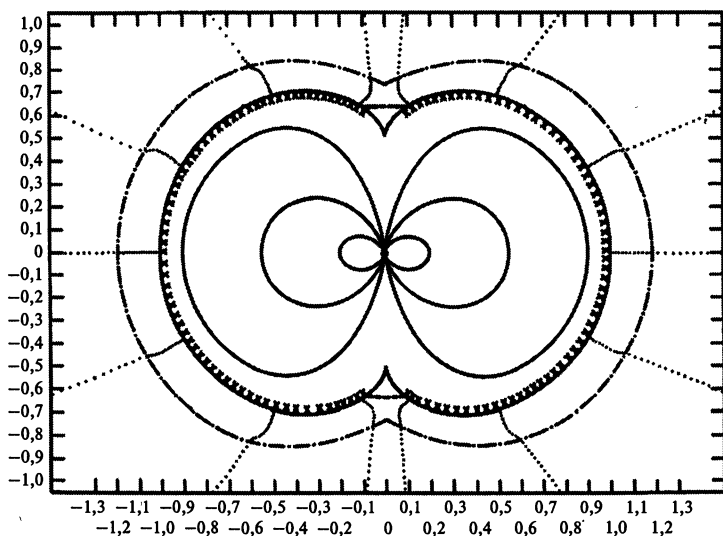


Рис. 7.3. Форма аккрецирующей аксиально и зеркально симметричной магнитосферы. Радиус нейтронной звезды $R_* = 10$ км, экваториальный радиус магнитосферы $R_e = 10^3$ км соответствует единице по оси x . Темной линией с крестиками показана магнитопауза, которая представляет собой границу магнитосферы нейтронной звезды, где давление магнитного поля равно давлению окружающей магнитосферу плазмы. Сплошными линиями представлены силовые линии магнитного поля, при этом не показана, для ясности, силовая линия, соединяющая острый угол магнитопаузы (касп — cusp) с нейтронной звездой. Области магнитопаузы, маркированные крестами, неустойчивы относительно перестановочной (релей-тейлоровской) неустойчивости, согласно расчетам Дж. Аронса и С. Ли (1976). Область каспа является устойчивой. При сферической аккреции вокруг магнитопаузы формируется ударная волна, отмеченная штрих-пунктирной линией. Штриховой линией указано положение тангенциального разрыва, отделяющего статический касп от области за фронтом ударной волны. Пунктиром указаны линии тока вещества при сферической аккреции

При $B = 10^8$, $\mu = 10^{26}$ имеем

$$r_A \approx R_*.$$

Сильное магнитное поле останавливает аккреционный поток вблизи альфеновского радиуса. Вещество из аккреционного диска проникает внутрь магнитосферы нейтронной звезды в зоне вокруг экватора, в результате развития неустойчивости типа релей-тейлоровской, и затем стекает вдоль магнитных силовых линий к магнитным полюсам, где формируется горячее пятно (рис. 7.1). При сферической аккреции проникновение внутрь магнитосферы также происходит в экваториальной зоне (рис. 7.2). Если не рассматривать неустойчивости, то при сферической аккреции формируется магнитопауза, являющаяся внешней границей магнитосферы, форма которой показана на рис. 7.3. Если не учитывать развитие неустойчивости, то вещество не проникает в магнитосферу звезды, а деформирует ее так, что она не позволяет веществу упасть на нейтронную звезду. В области магнитных полюсов силовые линии магнитного поля образуют острый угол (касп — cusp), соединенный прямой магнитной силовой линией с поверхностью звезды. При этом поток вещества на звезду отсутствует, и оно накапливается вокруг магнитопаузы. В областях магнитных полюсов (каспов) перестановочная магнитогидродинамическая (МГД) неустойчивость не развивается.

7.2. Горячее пятно

При дисковой аккреции вещество проникает внутрь магнитосферы звезды до альфеновского радиуса r_A . Предполагая, что после достижения этого радиуса вещество течет к полюсу вдоль магнитной силовой линии дипольного поля, полу-

чим оценку размера горячего пятна на магнитных полюсах. Уравнение силовой линии дипольного магнитного поля, экваториальный радиус которого равен r_A , имеет вид

$$r = r_A \sin^2 \theta, \quad r = r_A \quad \text{при} \quad \theta = \frac{\pi}{2}. \quad (7.7)$$

На полюсе вещество достигает радиуса звезды R_* , так что угловой размер горячего пятна θ_c определяется соотношением

$$\sin^2 \theta_c = \frac{R_*}{r_A}. \quad (7.8)$$

7.3. Аккректор и пропеллер. Раскрутка звезды при дисковой аккреции, стационарный период. Экранирование магнитных полей

Тип падения вещества при дисковой аккреции зависит от соотношения угловых скоростей звезды $\Omega_* = 2\pi/P_*$ (P_* — период вращения звезды) и аккреционного диска Ω_d на альфвеновском радиусе. Учитывая, что диск вращается с почти кеплеровской угловой скоростью

$$\Omega_d \approx \Omega_K = \sqrt{\frac{GM}{r^3}},$$

можно сравнить скорости звезды Ω_* и аккреционного диска на альфвеновском радиусе $\Omega_A = \Omega_d(r_A)$. При этом имеют место два варианта.

1. $\Omega_A > \Omega_*$. При этом вещество на альфвеновском радиусе вращается быстрее звезды, и при падении на нее приносит угловой момент, превышающий средний угловой момент

звезды. Удельный угловой момент j_* однородной звезды равен $j_* = \frac{2}{5} \Omega_* R_*^2$. На альфвеновском радиусе удельный угловой момент j_A равен $j_A = \Omega_A r_A^2$. При аккреции угловой момент звезды J_* растёт со скоростью $\dot{J} = \Omega_A r_A^2 \dot{M}$, что приводит к ускорению вращения, согласно следующему соотношению:

$$\dot{\Omega}_* \approx \frac{5}{2} \frac{\dot{M}}{M} \left(\frac{r_A}{R_*} \right)^2 \Omega_A. \quad (7.9)$$

2. $\Omega_A < \Omega_*$. В этом случае звезда вращается быстрее вещества на альфвеновском радиусе, что ведет к частичному отбрасыванию аккрецирующего вещества и может привести к замедлению вращения нейтронной звезды. Наблюдения рентгеновских пульсаров показывают периоды как ускорения, так и замедления, что свидетельствует о возможности реализации обеих стадий аккреции. При $\Omega_A = \Omega_*$ звезда находится в состоянии вращательного равновесия, когда устанавливается стационарное вращение. Ввиду зависимости $r_A(\dot{M})$ (7.4), условие стационарности нарушается в ту или другую сторону при изменении $\dot{M}$, поэтому в одном и том же рентгеновском пульсаре могут наблюдаться интервалы как ускорения, так и замедления вращения звезды. Ускорение вращения нейтронной звезды наблюдается гораздо чаще ее замедления. При малом магнитном поле $B \sim 10^8$ Гс альфвеновский радиус совпадает с радиусом звезды, и нейтронная звезда может ускорить свое вращение до максимально возможного, с угловой скоростью

$$\Omega_{\text{lim}} \approx \left(\frac{GM}{R_*^3} \right)^{1/2}$$

и периодом $P \sim 1$ мс. Наблюдения показывают наличие как рентгеновских, так и радиопульсаров, периоды вращения

которых немного превышают одну миллисекунду. Это свидетельствует о малом магнитном поле нейтронной звезды, которое существенно уменьшилось из-за экранирования при аккреции на нее хорошо проводящей плазмы аккреционного диска.

При отсутствии неустойчивостей падающее вещество прижало бы магнитное поле звезды к ее поверхности за относительно короткое время порядка одного года. Действительно, магнитное поле будет полностью прижато к поверхности нейтронной звезды, когда давление вещества на поверхности P_m станет равным магнитному давлению P_B . Если m есть масса упавшего на единицу площади вещества, а g — ускорение силы тяжести на поверхности звезды, то из простых оценок получаем

$$P_m = mg = m \frac{GM}{R_*^2}; \quad m = \frac{\dot{M}t}{4\pi R_*^2} \approx \dot{M}_{17} 10^4 t; \quad (7.10)$$

$$P_m \approx \dot{M}_{17} \frac{M}{M_\odot} 10^{18} t; \quad P_B = \frac{B^2}{24\pi} \approx 10^{22} \text{ [эрг/см}^3\text{]}$$

при $R_* = 10^6$ см, $B = 10^{12}$ Гс. Отсюда следует, что при отсутствии неустойчивостей давление вещества на поверхности нейтронной звезды сравнивается с магнитным за время $t \sim 10^4$ с, т. е. очень быстро. Развитие магнитогидродинамических неустойчивостей при аккреции позволяет веществу падать на нейтронную звезду, образуя рентгеновский источник, и на много порядков увеличивает время экранировки и уменьшения магнитного поля. Из наблюдений подкрученных пульсаров, характерное время затухания поля составляет 10^6 – 10^7 лет, что сравнимо с временем эволюции массивных звезд, т. е. возрастает на десять порядков.

7.4. Пограничный слой

При слабом магнитном поле аккреционный диск достигает поверхности нейтронной звезды, и если звезда вращается не очень быстро, то между аккреционным диском и поверхностью звезды возникает пограничный слой, в котором происходит быстрое падение угловой скорости и выделяется много энергии (см. рис. 7.4). Оценки показывают, что толщина пограничного слоя Δ много меньше полутолщины диска h . При аккреции на невращающуюся нейтронную звезду количество энергии, выделяемое в диске Q_d и в пограничном слое Q_{bl} , оказывается одинаковым:

$$Q_d = Q_{bl} = \frac{\dot{M}}{2} \frac{GM}{R_*}. \quad (7.11)$$

Чем быстрее вращается звезда, угловая скорость которой Ω_* , тем меньше энергии выделяется в пограничном слое. Количество энергии, выделяемое в пограничном слое за счет вязкости на единицу радиального размера q_+ , равно

$$q_+ = 4\pi h t_{r\phi} r^2 \frac{d\Omega}{dr} = 4\pi h r \eta \left(r \frac{d\Omega}{dr} \right)^2, \quad t_{r\phi} = \eta r \frac{d\Omega}{dr}. \quad (7.12)$$

Учитывая, что в пограничном слое радиус примерно равен радиусу нейтронной звезды, из уравнения сохранения углового момента

$$\dot{M}(j - j_{in}) = -2\pi r^2 2h t_{r\phi}, \quad j_{in} = \Omega_K R_*^2, \quad j = \Omega R_*^2, \quad (7.13)$$

получаем

$$t_{r\phi} = \frac{\dot{M} \Omega_K}{4\pi h} (1 - \omega) \quad \text{при} \quad \omega = \frac{\Omega}{\Omega_K}. \quad (7.14)$$

Безразмерная угловая скорость нейтронной звезды определяется как $\omega_* = \Omega_*/\Omega_K$. С учетом (7.14), имеем из (7.12) для

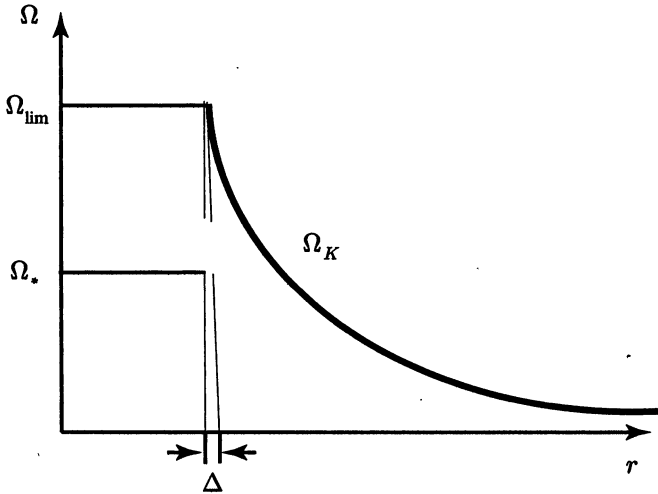


Рис. 7.4. Распределение угловой скорости вещества в геометрически тонком аккреционном диске вокруг нейтронной звезды со слабым магнитным полем, скорость вращения которой меньше критической. Основная часть диска вращается со скоростью, близкой к кеплеровской, и быстро падает в пограничном слое, достигая скорости вращения экватора нейтронной звезды

удельного выделения тепла в пограничном слое выражение

$$q_+ = 4\pi h t_{r\phi} r^2 \frac{d\Omega}{dr} = \dot{M} \Omega_K^2 R_*^2 \frac{d\omega}{dr} (1 - \omega) = \frac{GM\dot{M}}{R_*} (1 - \omega) \frac{d\omega}{dr}. \quad (7.15)$$

Полное выделение тепла в пограничном слое находится интегрированием (7.15) по толщине слоя Δ :

$$Q_{bl} = \int_{R_*}^{R_* + \Delta} q_+ dr = \int_{\omega_*}^1 q_+ d\omega = \frac{GM\dot{M}}{2r_*} (1 - \omega_*)^2. \quad (7.16)$$

Отметим, что в пограничном слое основной поток тепла идет вдоль радиуса, что может вести к повторному разогреву нейтронной звезды.

7.5. Аккреция на быстро вращающуюся звезду со слабым магнитным полем

Рассмотрим звезду, вращающуюся с критической скоростью, когда скорость ее вращения равна кеплеровской скорости на экваториальной границе звезды. Будем рассматривать только твердотельное вращение и называть такую звезду быстро вращающейся. Режим аккреции быстро вращающейся звезды существенно изменяется. Вещество, падающее на быстро вращающуюся звезду, будет обладать меньшим угловым моментом, чем кеплеровский, т. е.

$$\begin{aligned} j_{\text{in}} &= \Omega_K R_*^2 \quad \text{при} \quad \Omega_s < \Omega_{*K}, \quad \omega_s < 1; \\ j_{\text{in}} &< \Omega_K R_*^2 \quad \text{при} \quad \Omega_s = \Omega_{*K}, \quad \omega_s = 1. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Величина j_{in} находится из принципа самосогласованности, согласно которому в процессе аккреции и увеличения массы быстро вращающаяся звезда все время остается на границе критического вращения, т. е.

$$j_{\text{in}} = \left. \frac{dJ}{dM} \right|_{\text{crit}} < \Omega_{*K} R_*^2, \quad (7.18)$$

где J — полный угловой момент звезды. Для нахождения j_{in} в (7.18) необходимо рассчитать модели быстро вращающихся звезд. Такие модели были построены для политропных звезд,

для которых было, например, получено

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{j_{\text{in}}}{\Omega_{*K} R_*^2} = 0,18 \quad \text{для} \quad \gamma = \frac{5}{3}; \\ &= 0,33 \quad \text{для} \quad \gamma = 2.\end{aligned}\quad (7.19)$$

Для того чтобы звезда оставалась в критическом состоянии при аккреции, необходимо, чтобы излишек углового момента передавался наружу за счет вязкости. Это приводит к увеличению тепловыделения в аккреционном диске. Полное тепловыделение в диске $Q_{\text{disk}}^{\text{tot}}$ находится интегрированием по поверхности диска (см. соотношение (5.7)):

$$\begin{aligned}Q_{\text{disk}}^{\text{tot}} &= 4\pi \int_{R_*}^{\infty} Q_+ r dr = 4\pi \int_{R_*}^{\infty} \frac{3}{8\pi} \dot{M} \frac{GM}{r^2} \left(1 - \frac{j_{\text{in}}}{j}\right) dr = \\ &= \frac{GM\dot{M}}{R_*} \left(\frac{3}{2} - \beta\right).\end{aligned}\quad (7.20)$$

Для медленно вращающихся звезд имеет место

$$j_{\text{in}} = \Omega_K R_*^2; \quad \beta = 1; \quad Q_{\text{disk}}^{\text{tot}} = \frac{1}{2} \frac{GM\dot{M}}{R_*}.$$

Для быстро вращающейся политропы с $\gamma = 5/3$, при $\beta = 0,18$, светимость диска вырастает в $(3 - 2 \cdot 0,18) = 2,64$ раза, что может быть обнаружено рентгеновскими наблюдениями. Такой большой рост светимости диска связан с тем, что по достижении критического вращения та часть выделяющейся гравитационной энергии, которая тратилась на раскрутку звезды, начинает выделяться в виде тепла и резко увеличивает светимость диска.

Глава 8

Радиопульсары

- Модель наклонного ротатора
- Униполярный генератор: модель Голдрайха—Джулиана
- Потери вращательной энергии, индекс торможения
- Звездотрясения и скачки периодов
- Магнитные поля пульсаров
- Двойные и подкрученные радиопульсары
- Определение масс нейтронных звезд.
Проверка общей теории относительности
- Излучение гравитационных волн при слиянии нейтронных звезд. Космические гамма-всплески

8.1. Модель наклонного ротатора

Вскоре после открытия пульсаров было установлено, что они являются вращающимися нейтронными звездами с сильным магнитным полем, предположительно, дипольного типа, с осью диполя, не совпадающей с осью вращения (наклонный ротатор, рис. 8.1). Вообще говоря, магнитное поле

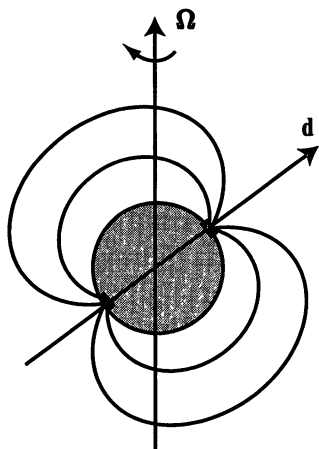


Рис. 8.1. Схематическая картина вращающейся нейтронной звезды с дипольным магнитным полем и несовпадающими осями диполя $\mathbf{d}$ и вращения Ω

нейтронной звезды может состоять из различных мультиполей, но дипольное поле спадает с радиусом медленнее других мультиполей, потому на достаточном расстоянии от звезды поле близко к дипольному. В наклонном ротаторе магнитный диполь $\mathbf{d}$ периодически меняется со временем, что сопровождается магнито-дипольным электромагнитным излучением с мощностью L_d :

$$d_z = B_e R_*^3 \cos \theta_0,$$

$$d_r = B_e R_*^3 \sin \theta_0 \sin \Omega t,$$

$$d_\phi = B_e R_*^3 \sin \theta_0 \cos \Omega t;$$

$$|\ddot{\mathbf{d}}| = B_e \Omega^2 R_*^3 \sin \theta_0;$$

$$L_d = \frac{2}{3c^3} |\ddot{\mathbf{d}}|^2 = \frac{2}{3} \frac{B_e^2 \Omega^4 R_*^6 \sin^2 \theta_0}{c^3}. \quad (8.1)$$

Здесь θ_0 — угол между осями вращения и магнитного поля, Ω — угловая скорость вращения нейтронной звезды, R_* — радиус нейтронной звезды, B_e — магнитное поле на экваторе магнитного диполя. Отметим, что мощность излучения, связанная с другими мультиполями, много меньше мощности для дипольного, и им обычно пренебрегают. Магнитодипольное излучение пульсара — наклонного ротатора — приводит к потере вращательной энергии и вращательного момента звезды. Наряду с магнитодипольным излучением вдоль магнитных полюсов происходит истечение

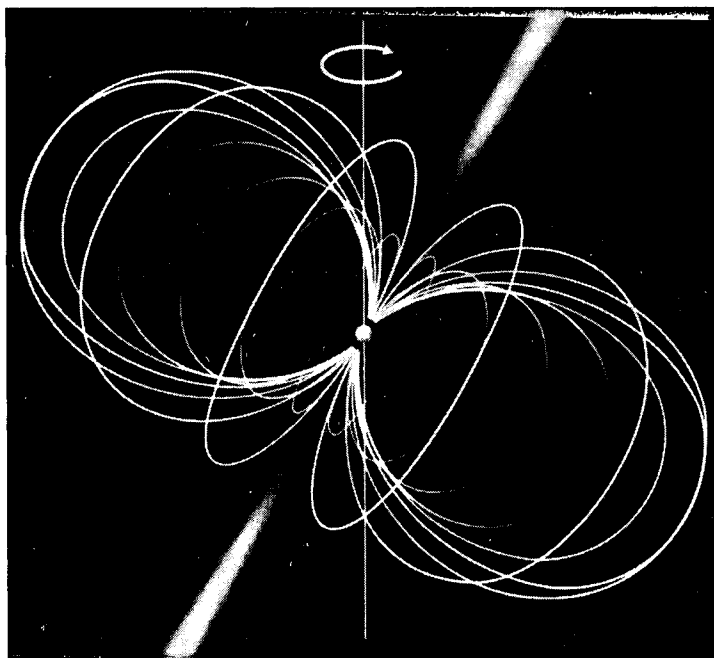


Рис. 8.2. Пульсар как наклонный магнитный ротатор с дипольным магнитным полем. Направленное излучение идет в виде двух узких конусов вдоль магнитной оси пульсара

плазмы (рис. 8.2), поток которой расширяется при удалении от пульсара, образуя пульсарный ветер. При магнитодипольном излучении теряется компонента вращательного момента, перпендикулярная оси магнитного диполя. Со временем ось вращения нейтронной звезды приближается к оси магнитного диполя, но остается неподвижной в пространстве. Напротив, ось магнитного момента остается неподвижной относительно вещества звезды, но меняет направление в пространстве.

8.2. Униполярный генератор: модель Голдрайха—Джулиана

Если магнитная ось звезды совпадает с осью вращения, то излучение будет идти постоянно в виде узких лучей вдоль оси симметрии, т. е. пульсар не образуется. Тем не менее звезда

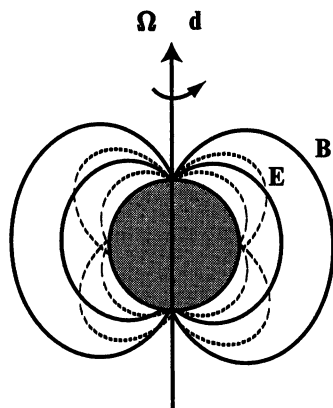


Рис. 8.3. Схематическая картина вращающейся нейтронной звезды с дипольным магнитным полем и совпадающими осями диполя $\mathbf{d}$ и вращения Ω

теряет энергию в виде звездного ветра, мощность которого примерно совпадает с мощностью излучения наклонного ротатора с перпендикулярными осями вращения и магнитного поля. Замагниченная вращающаяся нейтронная звезда является униполярным генератором. В системе координат вращающейся звезды полное электрическое поле близко к нулю из-за большой электропроводности, а в лабораторной системе координат возникает индуцированное электрическое поле, появляется также поверхностный электрический заряд. Электрическое поле создает

ускорение заряженных частиц, которые истекают из нейтронной звезды вдоль открытых магнитных силовых линий. Электрическое поле, генерируемое вращающимся диполем, является квадрупольным (рис. 8.3). Во вращающейся системе координат эффективное электрическое поле $\mathbf{E}_{\text{rot}}$ равно нулю:

$$\mathbf{E}_{\text{rot}} = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} = 0, \quad (8.2)$$

где $\mathbf{v} = \Omega \times \mathbf{r}$. На границе звезды с вакуумом тангенциальная компонента электрического поля $\mathbf{E}$, E_θ , непрерывна, но в лабораторной системе в вакууме отсутствует индукционный член, поэтому при непрерывности E_θ возникает поверхностный электрический заряд, который и является источником электрического поля вокруг звезды. Это электрическое поле имеет квадрупольную структуру с электрическим потенциалом

$$\Phi_e = -\frac{B_e \Omega R_*^5}{3cr^3} P_2(\cos \theta), \quad (8.3)$$

где угол θ отсчитывается от оси симметрии. При этом полюса звезды заряжены одинаково, но в зависимости от взаимного направления осей вращения и магнитного поля поверхностный заряд будет положительным или отрицательным. Открытые силовые линии магнитного поля лежат в области полюсов, поэтому в зависимости от направлений ускоряются либо электроны, либо ядра, причем ускорение электронов осуществить гораздо легче. Плазма, истекающая из звезды, образует пульсарный ветер, который уносит вращательную энергию звезды в том же количестве, как наклонный ротор с перпендикулярными осями. Предполагается, что ветер несет пространственный заряд ρ_e , который определяется из условия того, что он зануляет компоненту электрического поля вдоль магнитного поля, т. е.

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0; \quad \rho_e = \frac{\operatorname{div} \mathbf{E}}{4\pi} = -\frac{\Omega \cdot \mathbf{B}}{2\pi c} \left[1 - \left(\frac{\Omega r}{c} \right)^2 \sin^2 \theta \right]^{-1}. \quad (8.4)$$

Световой цилиндр определяется цилиндрическим радиусом r_l , на котором скорость вращения вращающейся системы координат равна скорости света ($\Omega r_l = c$), а плотность электрического заряда $\rho_e \rightarrow \infty$. В действительности, никакой бес-

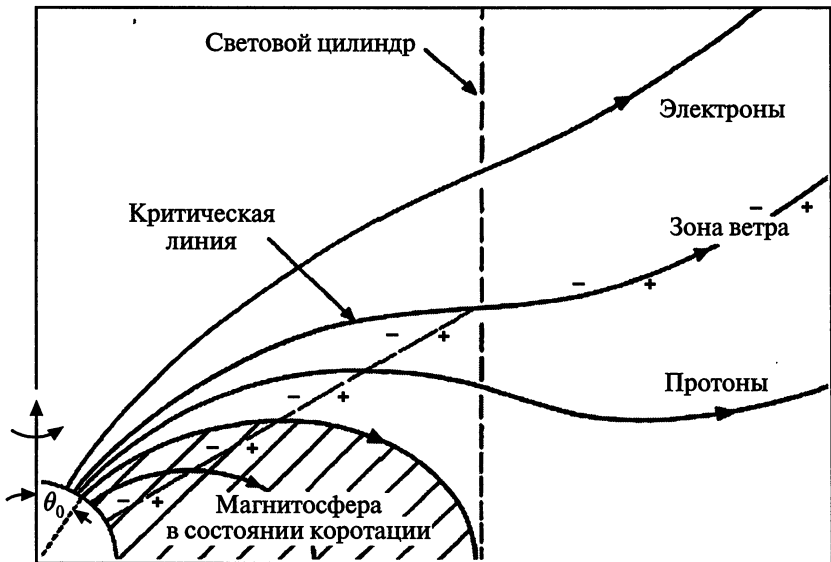


Рис. 8.4. Схематическая диаграмма магнитосферы, вращающейся с той же скоростью, что и нейтронная звезда, и зоны ветра. Звезда представлена в левом нижнем углу. Взаимные направления осей вращения и магнитного поля таковы, что полюса звезды заряжены отрицательно и из них вылетают электроны

конечности не возникает, а формируется релятивистский ветер, который уносит энергию, эквивалентную светимости L_w (см. рис. 8.4):

$$L_w = \frac{2}{3} \frac{B_e^2 \Omega^4 R_*^6}{c^3}. \quad (8.5)$$

Таким образом, полные потери энергии пульсара L_{tot} не зависят от угла наклона магнитной оси θ_0 , $L_{\text{tot}} \sim L_w$. Пульсарный ветер состоит из релятивистских пар (e^-, e^+) с релятивистским фактором $\gamma \sim 10^6$. Основные потери энергии пульсара

происходят в виде релятивистского ветра, а потери в виде электромагнитного излучения идут, главным образом, в виде жесткого гамма-излучения в интервале энергий $10\text{--}10^4$ МэВ. Когеррентное радиоизлучение составляет малую долю от излучения в гамма-области, $L_{\text{radio}} \sim 10^{-3} L_{\gamma}$. Существует несколько моделей радиоизлучения пульсаров. Их можно разделить на две группы механизмов, одним из которых является *мазерный*, основанный на развитии плазменных неустойчивостей и установлении инверсного распределения частиц по энергиям. Другой, *антенный*, механизм основан на формировании сгустков зараженных частиц, мощность излучения которых $\sim n^2$, где n — число частиц в сгустке. Возникновение сгустков также может быть результатом развития неустойчивости.

8.3. Потери вращательной энергии, индекс торможения

Источником энергии для пульсарного излучения является энергия вращения нейтронной звезды E_{rot}

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \Omega^2, \quad \dot{E}_{\text{rot}} = I \Omega \dot{\Omega} = -A \Omega^4, \quad A = \frac{2}{3} \frac{B_e^2 R_*^6}{c^3}, \quad (8.6)$$

где I — момент инерции нейтронной звезды. Первая и вторая производные периода, $\dot{\Omega}$ и $\ddot{\Omega}$, определяются из наблюдений. Из трех значений Ω , $\dot{\Omega}$, $\ddot{\Omega}$ составляется комбинация, называемая индексом торможения n_b , которая одинакова для всех пульсаров, если потери вращательной энергии L_{tot} определяются звездным ветром и магнитодипольным излучением (8.1), (8.5):

$$\dot{\Omega} = -A \frac{\Omega^3}{I}; \quad \ddot{\Omega} = -3A \frac{\Omega^2}{I} \dot{\Omega}; \quad n_b = \frac{\Omega \ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2} = 3. \quad (8.7)$$

При более общем законе потерь вращательной энергии $\dot{E} = -A\Omega^p$ индекс торможения n_b связан с p ($p = 4$ для дипольных потерь)

$$\begin{aligned}\dot{E}_{\text{rot}} &= I\Omega\dot{\Omega} = -A\Omega^p; & \dot{\Omega} &= -A\frac{\Omega^{p-1}}{I}; \\ \ddot{\Omega} &= -(p-1)A\frac{\Omega^{p-2}}{I}\dot{\Omega}, & n_b &= \frac{\Omega\ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2} = p-1.\end{aligned}\quad (8.8)$$

Наблюдательное определение индекса торможения сделано для не столь большого числа пульсаров, так как нахождение $\ddot{\Omega}$ требует очень большой точности наблюдений, недостижимой для большинства пульсаров. Наблюдательные индексы имеют значения $n_b < 3$. Это может быть связано с искажениями магнитного поля нейтронной звезды пульсарным ветром, что приводит к уменьшению p и n_b по сравнению с диполем, $n_b = 2,515 \pm 0,005$ для пульсара в Крабовидной туманности и $n_b = 2,83 \pm 0,03$ для PSR 1509-58, согласно наблюдениям Р. Манчестера и др., опубликованным в 1985 году. Решая уравнение для торможения пульсара при потерях в случае магнитного диполя (8.6), получаем закон торможения пульсара в виде

$$\dot{\Omega} = A\frac{\Omega^3}{I}; \quad \Omega = \Omega_0 \left(1 + \frac{2\Omega_0^2}{I}At\right)^{-1/2}, \quad (8.9)$$

где Ω_0 — угловая скорость вращения пульсара в начальный момент $t = 0$. Отсюда находим возраст пульсара, родившегося с угловой скоростью Ω_0 , в виде

$$t = \frac{1}{2} \frac{I}{A\Omega^2} \left(1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_0^2}\right) \approx -\frac{1}{2} \frac{\Omega}{\dot{\Omega}} = \frac{1}{2} \frac{P}{\dot{P}}. \quad (8.10)$$

при $\Omega_0 \gg \Omega$. Для пульсара в Крабовидной туманности возраст, определяемый из (8.10), составляет ~ 1250 лет, а сверх-

новая, из которой он возник, взорвалась в 1054 году, т. е. дипольная модель дает возраст, только приблизительно на 20 % больше наблюдаемого.

8.4. Звездотрясения и скачки периодов

Как следует из (8.9), при дипольных потерях вращательной энергии частота вращения нейтронной звезды монотонно падает, а период вращения растет. Вскоре после открытия пульсаров было обнаружено, что при общем росте периода пульсаций происходят кратковременные сбои периода, когда он скачком уменьшается на небольшую величину $|\Delta P/P| = \Delta\Omega/\Omega \leq 2 \cdot 10^{-6}$. Здесь знак равенства соответствует первому, наблюдаемому Радхакришнаном и Манчестером в 1969 году, скачку периода пульсара PSR 0833-45 в созвездии Паруса (Vela, Вела-пульсар). Впоследствии наблюдалось еще несколько скачков периода в этом пульсаре, первые три из которых представлены на рис. 8.5. Скачок периода здесь сопровождался также скачком производной периода

$$\frac{\Delta\dot{\Omega}}{\dot{\Omega}} \approx 2 \cdot 10^{-2}. \quad (8.11)$$

Аналогичные скачки периода наблюдались у нескольких других пульсаров. Величины скачков существенно различаются, у пульсара в Крабовидной туманности наблюдаемые скачки на два-три порядка слабее, но наблюдаются гораздо чаще, иногда несколько раз в год. Наличие скачков в изменении периода со временем свидетельствует о том, что эти изменения связаны не только с магнитодипольными потерями. В рамках одного механизма трудно объяснить наличие скачков столь различной величины. Возможное объяснение скачков периода связывается с наличием у нейтронной звезды твердой

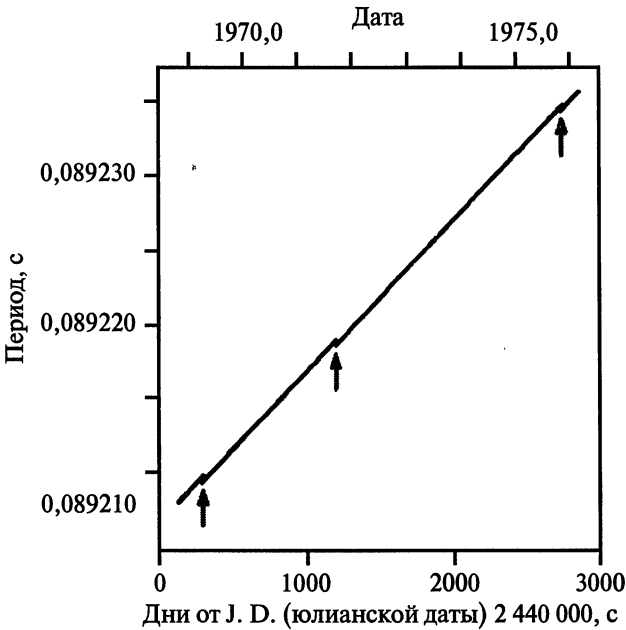


Рис. 8.5. Изменения периода Вела-пульсара PSR 0833–45 между 1968 и 1976 годами, где видны три скачка периода

коры, состоящей из кулоновского кристалла, а поведение периода между скачками объясняется в модели сверхтекучего ядра нейтронной звезды, рассмотренной Рудерманом в 1976 году.

В сверхтекучей компоненте угловой момент сосредоточен в вихревых нитях, и может уменьшаться только при их движении наружу. Когда вихревые нити пронизывают решетку коры, происходит деформация вихревых нитей, ввиду того что сверхтекучая часть нейтронной звезды не может замедляться вместе с ее основной частью. Деформация вихревых нитей создает напряжения в коре, и она испытывает раз-

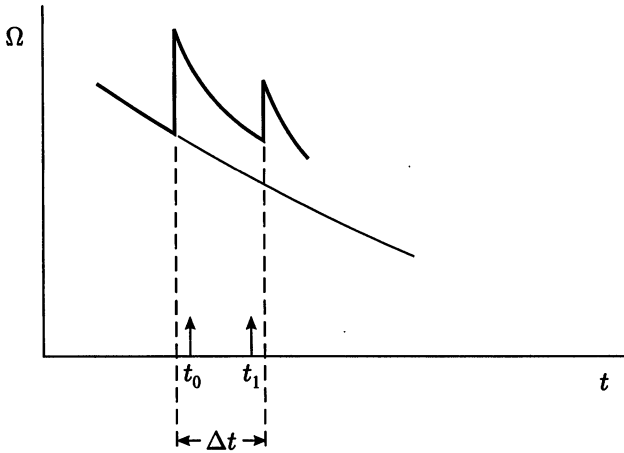


Рис. 8.6. Схематическое представление в произвольном масштабе наблюдаемого поведения угловой частоты вращения Вела-пульсара между двумя обнаруженными скачками периода

лом, когда деформация достигает критического значения. В результате разлома коры скорость вращения сверхтекучей компоненты и основной части звезды сравниваются, и происходит скачкообразный рост наблюдаемой скорости вращения. Скачок в скорости замедления (8.11) и последующее восстановление этой величины к значению, имевшему место до скачка в течение нескольких лет (см. рис. 8.6), согласуется с моделью, в которой кристаллическая кора замедляется также за счет взаимодействия с вихревыми нитями, пронизывающими кору. Подобная релаксация происходит значительно быстрее в более горячей коре пульсара в Крабовидной туманности, что препятствует появлению больших скачков периода у молодых пульсаров. Предложенная модель может быть справедливой как в случае наличия слоя, разделяющего сверхтекучие вихревые нити в коре и в ядре звезды, так

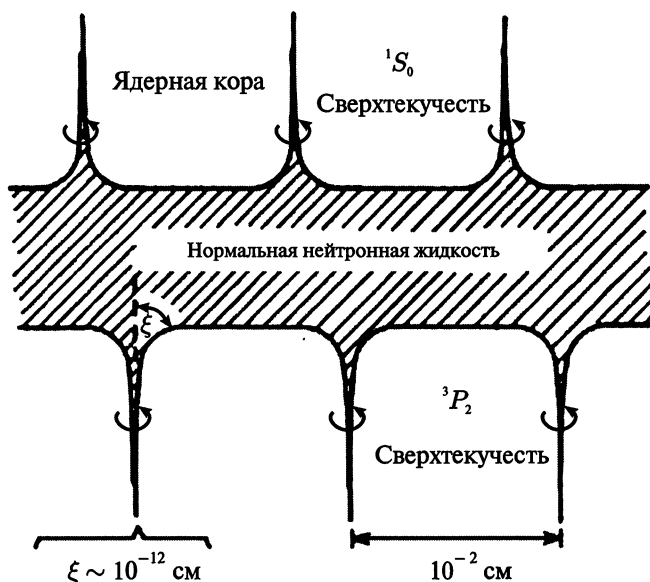


Рис. 8.7. Слияние сверхпроводящих вихревых нитей с нормальной жидкостью в слое вокруг плотности $\rho \approx 1,4 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ в теплых нейтронных звездах. В этом тонком Δ -слое температура превышает $0,8\Delta/k$. Вихри сверхтекучей жидкости в коре нейтронной звезды не соединены непосредственно с внутренними вихрями. $\Delta \sim 1 \text{ МэВ}$ — энергетическая щель, разделяющая состояния нейтронов обычной и сверхтекучей фаз; k — постоянная Больцмана; 1S_0 и 3P_2 — различные типы взаимодействий между нейтронами, приводящих к их спариванию

и при отсутствии такого слоя, когда вихревые нити непрерывно связывают кору с ядром звезды (рис. 8.7, 8.8).

Возможной причиной разлома коры с последующим скачком периода может быть рост напряжений в коре, связанный с ростом упругих деформаций при уменьшении центробежной силы. Момент инерции коры почти не меняется за счет

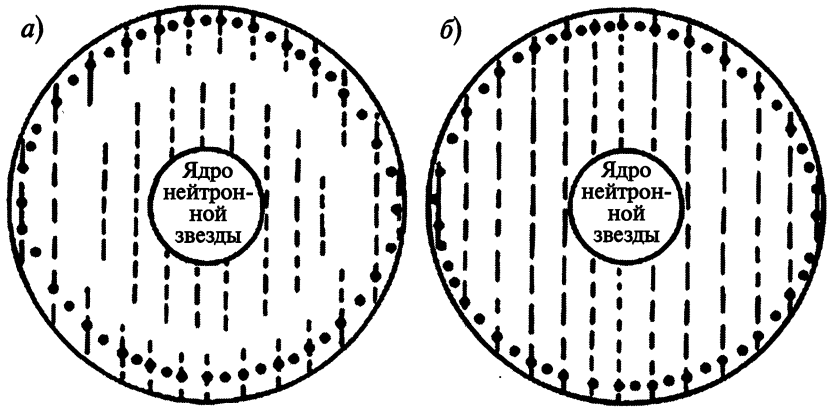


Рис. 8.8. Схематическое представление в произвольном масштабе распределения вихревых нитей, проникающих в кору, во вращающейся нейтронной звезде (вихревые линии представлены в виде вертикальных штриховых линий, а ядра в виде жирных точек): а) внутренняя сверхтекучая область отделена от области сверхтекучих нейтронов в коре слоем нормальной нейтронной жидкости вблизи плотности $\rho \approx 1,4 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$; б) слой нормальной нейтронной жидкости отсутствует. Нейтронная звезда, с массой $M = 1,25 M_{\odot}$ и радиусом $R \approx 10 \text{ км}$, имеет кору, расположенную между 7 и 8 км. В Вела-пульсаре толщина коры и длина вихревых нитей в коре равны примерно 1 км. Расстояние между ядрами в области, где имеются вихревые нити, составляет $\sim 5 \cdot 10^{-12} \text{ см}$. Расстояние между вихревыми нитями в Вела-пульсаре рано примерно 10^{-2} см

упругих сил, что приводит к более быстрому замедлению скорости вращения по сравнению с жидкой частью остальной звезды. После разлома коры по достижении критической деформации момент инерции скачком уменьшается, приводя к скачку периода. После скачка скорость вращения коры становится немного больше скорости вращения основной части звезды, что приводит скачком к более быстрому замедлению

вращения коры за счет дополнительного замедления, из-за взаимодействия с ядром. Оценки показывают, что наличие сверхтекучей компоненты необходимо для объяснения длительного периода релаксации и возвращения к величине $\dot{P}$, имевшей место до скачка. В отсутствие сверхтекучей компоненты и вихревых нитей временной масштаб релаксации был бы значительно меньше наблюдаемого.

8.5. Магнитные поля пульсаров

Измерения периода и его первой производной позволяют сделать оценку магнитного поля нейтронной звезды в рамках модели потери вращательной энергии из-за магнитодипольных потерь, используя (8.6). Имеем

$$B_e = \left(-\frac{3I\dot{\Omega}c^3}{2\Omega^3 R_*^6} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3IP\dot{P}c^3}{2R_*^4} \right)^{1/2}. \quad (8.12)$$

Используя характерные для нейтронной звезды значения радиуса $R_* = 10^6$ см, массы $M = 1,4M_\odot$ и $I \approx 0,36MR_*^2 \approx 10^{45}$ г·см², получаем

$$B_e \approx 3,2 \cdot 10^{19} (P\dot{P})^{1/2} [\text{Гс}]. \quad (8.13)$$

Наблюдения позволили приближенно определить значения магнитных полей у многих пульсаров. Распределение пульсаров на плоскости $(P, \dot{P})$ приведено на рис. 8.9 из обзора Д. Лоримера 2005 года. Этот обзор раз в несколько лет обновляется в Интернете. Из этого рисунка ясно видно, что по напряженности дипольного магнитного поля пульсары делятся на две неравные группы. Справа вверху расположена основная группа пульсаров, $N_n \sim 2000$, магнитные поля которых лежат в интервале $B = 10^{11} - 10^{14}$ Гс, а их периоды

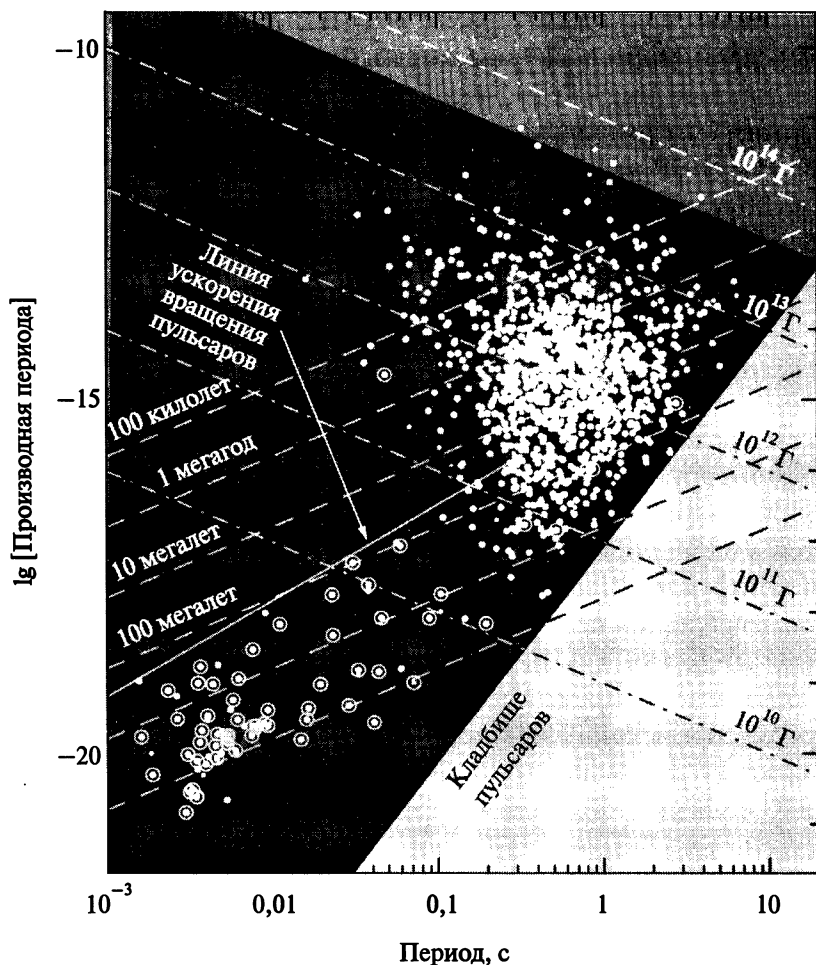


Рис. 8.9. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Диаграмма распределения радиопульсаров на плоскости $(P, \dot{P})$ (период, производная периода). Точки, соответствующие объектам в двойных системах, обведены кружочками. Существующие теоретические модели не допускают радиоизлучения пульсаров в правой нижней области

вращения лежат в интервале $P = 0,1\text{--}10$ с. Вторая группа пульсаров, расположенная на диаграмме слева внизу, по численности примерно на порядок меньше, $N_b \sim 200$. Она содержит быстровращающиеся нейтронные звезды с периодами $P = 1\text{--}50$ мс, с гораздо меньшими магнитными полями $B = 10^8\text{--}5 \cdot 10^{10}$ Гс. Как видно из рис. 8.9, большая часть звезд со сравнительно небольшими магнитными полями входит в двойные системы.

8.6. Двойные и подкрученные радиопульсары

Если в результате образования нейтронной звезды в двойной системе при гравитационном коллапсе и взрыве сверхновой разрыв пары не происходит, то нейтронная звезда оказывается в паре с обычной звездой, и начинается аккреция газа на нейтронную звезду. В результате дисковой аккреции скорость вращения нейтронной звезды увеличивается. Г. С. Бисноватый-Коган и Б. В. Комберг в 1974 году сделали вывод, что помимо ускорения вращения нейтронной звезды при аккреции происходит экранирование магнитного поля звезды падающей плазмой, что приводит к наблюдаемому уменьшению ее магнитного поля. Открытие первого пульсара в двойной системе Халсом и Тейлором (1975), а также других радиопульсаров в двойных системах подтвердило этот вывод. Радиопульсары, прошедшие стадию дисковой аккреции в двойной системе, получили название *подкрученных* – *recycled*.

Среди примерно 200 открытых подкрученных пульсаров подавляющее большинство входят в тесную двойную систему с маломассивным белым карликом либо являются одиночными. Признаками того, что одиночный радиопульсар является подкрученным, служат очень быстрое вращение

и небольшое магнитное поле, что располагает их на диаграмме ($P\dot{P}$) в левой нижней части (рис. 8.9), вместе с пульсарами, входящими в двойные системы. Небольшая часть двойных пульсаров, примерно 10 объектов, представляют собой тесные пары, состоящие из двух нейтронных звезд. Их скорости вращения меньше, чем у систем с белыми карликами, а магнитные поля на 1–2 порядка больше. Это, видимо, является результатом того, что компаньон подкрученного пульсара достаточно массивен, стадия дисковой аккреции на такой пульсар была более кратковременной, длящейся $\leq 10^7$ лет и заканчивающейся коллапсом компаньона и образованием второй нейтронной звезды. Стадия дисковой аккреции в системе с белым карликом может длиться значительно дольше ($\sim 10^9$ лет) ввиду невозможности коллапса маломассивной звезды. В результате длительной стадии аккреции звезда сильнее раскручивается, а магнитное поле сильнее экранируется в результате падения большего количества вещества. Можно ожидать, что при образовании нейтронной звезды в результате коллапса масса ее была существенно меньше наблюдаемой в настоящее время. Двойные системы, состоящие из двух нейтронных звезд, являются наиболее ценными источниками информации о массах нейтронных звезд, об излучении гравитационных волн, и с помощью наиболее тесных из них сделана наиболее точная проверка справедливости общей теории относительности.

8.7. Определение масс нейтронных звезд.

Проверка общей теории относительности

Наиболее точная информация о массах получена из наблюдений двух пар, состоящих из двух нейтронных звезд. Первая

пара — это двойной пульсар Халса и Тейлора PRS 1913+16 — первый двойной пульсар, открытый в 1975 году. Орбитальный период здесь равен 7,73 часа, период вращения пульсара равен 59 мс, а массы пульсара и его компаньона почти одинаковы и составляют $\sim 1,4M_{\odot}$. Наиболее точные значения масс нейтронных звезд получены из наблюдений уникальной двойной системы, состоящей из двух радиопульсаров J0737–3039 A, B, один из которых (A) является подкрученным с периодом вращения 22,7 мс, а второй пульсар (B) — обычный, с периодом вращения 2,77 сек. Эта уникальная система была открыта в 2004 году. Второй пульсар здесь не проходил стадию аккреции, поэтому его вращение не было ускорено, и его магнитное поле не уменьшилось. Характеристический возраст подкрученного пульсара $\tau_m \approx 210$ млн лет, а обычный пульсар моложе, его возраст $\tau_p \approx 50$ млн лет. Магнитные поля пульсаров равны $B_m \approx 6,3 \cdot 10^9$ у миллисекундного пульсара, и $B_p \approx 1,6 \cdot 10^{12}$ у обычного. Масса миллисекундного пульсара равна $M_m = 1,3387 \pm 0,0007M_{\odot}$, а масса обычного пульсара $M_p = 1,2489 \pm 0,0007M_{\odot}$, что следует из наблюдений М. Крамера и др., опубликованных в 2006 году. Эти данные получены за два года наблюдений, точность определения массы растёт по мере дальнейших наблюдений. Система из двух пульсаров является самой тесной из всех, ее орбитальный период $P_b \approx 2,45$ часа, и в ней наблюдаются наиболее сильные релятивистские эффекты.

Анализ времени прихода импульсов миллисекундного пульсара в двойной системе позволяет найти 5 посткеплеровских (ПК), или постньютоновских, величин. Первый ПК-параметр $\dot{\omega}$ измеряется наиболее легко и представляет собой скорость релятивистского поворота линии апсид, что соответствует прецессии орбиты Меркурия. Параметр γ опре-

делая амплитуду запаздывания времени прибытия сигнала, вызванного влиянием переменного гравитационного красного смещения и растяжением времени (квадратичный эффект Доплера) при движении пульсара по эллиптической орбите, из-за переменностей в расстоянии между звездами и в скорости движения пульсара. Излучение гравитационных волн приводит к потере системой орбитального углового момента и уменьшению орбитального периода, определяя $\dot{P}_b$. Оставшиеся два параметра r и s определяют задержку времени, согласно эффекту Шапиро, и связаны с гравитационным полем компаньона. При достижении достаточной точности временных измерений эти два параметра можно определить из наблюдений, только если орбита двойной системы видна почти с ребра, что как раз характерно для J0737-3039 A, B. Соотношения, связывающие пять наблюдаемых релятивистских параметров с параметрами двойной системы, полученные Т. Дамуром и Н. Дерюэль в 1986 году, имеют вид:

$$\dot{\omega} = 3T_{\odot}^{2/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{-5/3} \frac{1}{1-e^2} (M_A + M_B)^{2/3}; \quad (8.14)$$

$$\gamma = T_{\odot}^{2/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{1/3} e \frac{M_B(M_A + 2M_B)}{(M_A + M_B)^{4/3}}; \quad (8.15)$$

$$\dot{P}_b = -\frac{192\pi}{5} T_{\odot}^{5/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{-5/3} \frac{\left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4 \right)}{(1-e^2)^{7/2}} \frac{M_A M_B}{(M_A + M_B)^{1/3}}; \quad (8.16)$$

$$r = T_{\odot} M_B; \quad (8.17)$$

$$s = x T_{\odot}^{-1/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{-2/3} \frac{(M_A + M_B)^{2/3}}{M_B}, \quad (8.18)$$

где P_b , e и x — соответственно период, эксцентриситет и большая полуось орбиты двойной системы, получаемые из наблюдений. Массы M_A и M_B относятся, соответственно, к пульсарам А (миллисекундный) и В (обычный) в двойном пульсаре J0737–3039, либо к пульсару и его невидимому компаньону в других парах с двумя нейтронными звездами. Обе массы выражаются в массах Солнца ($M_\odot$). Постоянная $T_\odot$ определяется в виде $T_\odot = GM_\odot/c^3 = 4,925490947$ микросекунд, где G и c — ньютоновская гравитационная постоянная и скорость света соответственно. Согласно (8.14), измерение $\dot{\omega}$ сразу определяет полную массу системы ($M_A + M_B$). Все величины в левых частях уравнений (8.14)–(8.18) измеряются наблюдательно. В правых частях этих соотношений имеются только две неизвестных величины: M_A и M_B . На плоскости (M_A, M_B) строится 5 кривых, которые в случае справедливости ОТО пересекаются в одной точке, определяя однозначно массы обеих нейтронных звезд. Для первого двойного пульсара PRS 1913+16 наблюдательно определяются только три величины $\dot{\omega}$, γ и $\dot{P}_b$. Измерения $\dot{P}_b$ в этом пульсаре позволили косвенно подтвердить излучение гравитационных волн при орбитальном движении, мощность которого соответствует предсказанию ОТО в рамках имеющейся точности. Благодаря удачному расположению орбиты в пульсаре J0737–3039 измеряются наблюдательно все пять величин в левых частях уравнений (8.14)–(8.18). Так как в данной системе наблюдаются два пульсара, это дает возможность получить из наблюдений шестое соотношение между массами нейтронных звезд. Измеряя проекции больших полуосей орбит обоих пульсаров А (x_A) и В (x_B), из третьего закона Кеплера можно получить точное значение для отношения масс обеих звезд $R(M_A, M_B)$, которое определяет дополнительную,

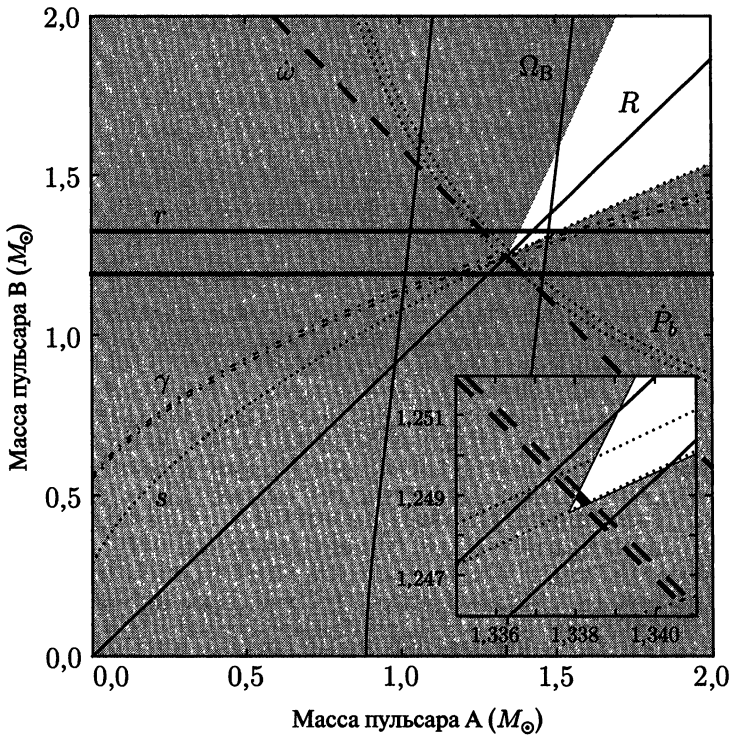


Рис. 8.10. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Наблюдательные ограничения на массы нейтронных звезд в паре пульсаров J0737–3039 на плоскости (M_A, M_B) . Затенена область масс, которая запрещена функциями масс обоих пульсаров. Другие ограничения показаны парами линий, между которыми расположены разрешенные в ОТО области масс, задаваемые соответствующими ПК-параметрами ($\dot{\omega}$, γ , $\dot{P}_b$, r и s), с известным отношением масс, соответствующим линии R . Представлены также ограничения, основанные на измерениях прецессии спина пульсара В, Ω_B . В квадрате справа дана увеличенная в 16 раз диаграмма для малой области вокруг пересечения областей трех наиболее сильных ограничений ($\dot{\omega}$, R , s). Разрешенная область находится на пересечении всех трех полос

шестую линию на плоскости (M_A, M_B) :

$$R(M_A, M_B) \equiv \frac{M_A}{M_B} = \frac{x_B}{x_A}. \quad (8.19)$$

Все шесть кривых на плоскости (M_A, M_B) пересекающиеся в одной точке, представлены на рис. 8.10 из работы Р. Бретона и др., опубликованной в 2008 году. Интервалы ошибок при построении данных кривых позволяют сделать вывод о том, что все наблюдательные данные согласуются с ОТО с точностью лучше 99,5 %.

8.8. Излучение гравитационных волн при слиянии нейтронных звезд. Космические гамма-всплески

Основной всплеск гравитационного излучения при сближении нейтронных звезд в паре (НП) происходит непосредственно перед их слиянием. НП являются основными потенциальными объектами наблюдений гравитационных волн. К настоящему времени наиболее чувствительными из действующих являются наземные лазерные интерферометры ЛИГО в США (LIGO $\equiv$ Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory), ГЕО в Германии (GEO) и ВИРГО в Италии (VIRGO). На интерферометрах подобного типа длиной несколько километров возможны измерения относительно-го изменения расстояния

$$h = \frac{\Delta L}{L} \sim 10^{-22}.$$

Величина $h = g_{00} - 1$ соответствует амплитуде регистрируемой гравитационной волны. Такие интерферометры предназначены для регистрации гравитационных волн с частотой

$\nu \sim 1000$ Гц, которые излучаются при слиянии нейтронных звезд. Оценки частоты слияний релятивистских звезд (нейтронных звезд и черных дыр) очень важны для выработки стратегии строительства гравитационно-волновых интерферометров. Эти оценки связаны с частотой слияний в окружающем объеме, из которого гравитационно-волновой сигнал может быть зафиксирован, зависящей от мощности источника и чувствительности приемника. Наиболее надежным представляется эмпирический подход, основанный на свойствах известных тесных НП, при учете эффектов селекции. Однако и здесь неопределенность оценок превышает два порядка величины, ввиду малого числа известных тесных НП. Время жизни НП PSR J0737–3039 до слияния (около 85 млн лет) примерно в 3,5 раза меньше, чем у следующего по времени слияния пульсара PSR B 1913+16. Это привело к увеличению в 6–7 раз оценки ожидаемой частоты слияний. Ожидаемое число регистрируемых гравитационно-волновых событий с помощью существующих интерферометров составляет примерно раз в 10–20 лет, но предполагаемая реконструкция ЛИГО может увеличить частоту регистраций до нескольких десятков в год.

Слияние нейтронных звезд ведет к быстрому выделению огромной энергии,

$$\epsilon_m \sim \frac{GM_1 M_2}{R_{ns}} \sim 6 \cdot 10^{53} \text{ [эрг]},$$

поэтому иногда рассматривается в качестве источника энергии космических гамма-всплесков. Обнаружение космологической природы гамма-всплесков (ГВ) по измерению красных смещений линий в спектрах их оптических послесвечений указало на огромные масштабы энерговыделения, которые не могут быть получены в результате таких слияний.

В численных расчетах слияния нейтронных звезд производство гамма-излучения происходило при аннигиляции ($\nu, \bar{\nu}$), и выход энергии в форме излучения оказался недостаточным для объяснения самых мощных космологических гамма-всплесков (КГВ), даже в предположении сильной направленности излучения КГВ. Энергия, излучаемая только в оптическом послесвечении гамма-всплеска GRB 990123, примерно на порядок превышает полный выход энергии излучения в этой модели. КГВ можно разделить по крайней мере на два типа: длинные, время свечения которых τ_γ превышает 2 с, и короткие, с $\tau_\gamma < 2$ с. Длинные КГВ являются наиболее мощными, их длительность достигает несколько сот секунд, и часто они имеют сложную многопиковую кривую блеска. Около 40 % ГВ являются короткими и состоят, как правило, из одного импульса. Вполне возможно, что короткие ГВ не имеют столь сильного энерговыделения и могут быть связаны со слиянием НП звезд.

Глава 9

Звездные скопления

- Релятивистские звездные скопления
- Динамическая и термодинамическая устойчивость.
Гравито-термическая катастрофа
- Эволюция скоплений и образование сверхмассивных черных дыр
- Звездные скопления вокруг сверхмассивных черных дыр

Звезды во Вселенной объединены в гравитационно связанные скопления разных масштабов и плотностей. Мера релятивизма скопления как целого, ξ , определяется отношением гравитационного радиуса скопления к его физическому радиусу:

$$\xi = \frac{2GM_{cl}}{R_{cl}c^2}, \quad (9.1)$$

где M_{cl} и R_{cl} — масса и радиус скопления соответственно. Наиболее плотными из известных скоплений являются шаровые скопления в Галактике и звездное скопление в центре нашей Галактики. Еще более плотные звездные скопления

ожидаются вокруг сверхмассивных черных дыр в центрах активных галактик и квазарах. Само формирование сверхмассивных черных дыр может быть связано с релятивистским коллапсом плотного звездного скопления. В связи с этим исследуется равновесие и устойчивость скоплений относительно релятивистского коллапса.

9.1. Релятивистские звездные скопления

Когда параметр ξ не намного меньше единицы, строение звездного скопления должно рассматриваться в рамках ОТО. Рассмотрим сферически симметричные скопления, следуя пионерской работе Я. Б. Зельдовича и М. А. Подурца 1965 года. В отличие от вещества внутри звезд, сами звезды в скоплениях редко сталкиваются, поэтому для описания их поведения необходимо использовать функцию распределения звезд по координатам и импульсам. Хотя столкновения являются редкими, за длительное время существования в скоплении устанавливается равновесное распределение, которое в сферически симметричном случае задается функцией распределения Больцмана по энергиям $f = Ae^{-E/T}$. Здесь постоянный по скоплению параметр T характеризует «температуру», или среднюю энергию звезд в скоплении, а E — полная энергия звезды в скоплении, включая энергию покоя. Кинетическая энергия звезды в гравитационно связанном скоплении отрицательна ($E - mc^2 < 0$). Если рассматривать звезды во всем отрицательном интервале кинетических энергий, вплоть до $E - mc^2 = 0$, то мы получим скопление с бесконечной массой и бесконечным радиусом. Для исследования реальных скоплений требуется ограничить кинетическую энергию звезд в скоплении конечной отрицательной

величиной, так что

$$E \leq mc^2 - \alpha \frac{T}{2} \equiv E_{\text{cut}}; \quad f = Ae^{-E/T}. \quad (9.2)$$

Функция распределения (9.2) зависит только от интеграла энергии E и потому является точным решением релятивистского кинетического уравнения в сферически симметричной системе, гравитация которой определяется метрикой

$$ds^2 = e^\nu c^2 dt^2 - e^\lambda dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (9.3)$$

а функции ν и λ в метрике определяются решением сферически симметричных уравнений Эйнштейна

$$\begin{aligned} e^{-\lambda} \left(\frac{1}{r} \frac{d\nu}{dr} + \frac{1}{r^2} \right) - \frac{1}{r^2} &= \frac{8\pi G}{c^4} P; \\ e^{-\lambda} \left(\frac{1}{r} \frac{d\lambda}{dr} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} &= \frac{8\pi G}{c^2} \rho; \\ \frac{dP}{dr} &= -\frac{P + \rho c^2}{2} \frac{d\nu}{dr}. \end{aligned} \quad (9.4)$$

Из первых двух уравнений в (9.4) следуют соотношения

$$\begin{aligned} e^\lambda &= \left(1 - \frac{2GM_r}{rc^2} \right)^{-1}; \quad M_r = 4\pi \int_0^r \rho r^2 dr; \\ \frac{d\nu}{dr} &= \frac{2G}{rc^2} \frac{M_r c^2 + 4\pi P r^3}{rc^2 - 2GM_r}. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Здесь M_r — масса внутри лагранжевого радиуса r . Интеграл энергии в сильном гравитационном поле равен

$$E = e^{\nu/2} (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2}, \quad (9.6)$$

а давление P и плотность полной энергии (покоя плюс кинетическая) ρc^2 выражаются через функцию распределения в виде

$$P = \frac{4\pi}{3c^3} A e^{-\nu/2} \int_{mc^2 e^{\nu/2}}^{E_{\text{cut}}} e^{-E/T} (e^{-\nu} E^2 - m^2 c^4)^{3/2} dE; \quad (9.7)$$

$$\rho c^2 = \frac{4\pi}{c^3} A e^{-3\nu/2} \int_{mc^2 e^{\nu/2}}^{E_{\text{cut}}} e^{-E/T} \sqrt{e^{-\nu} E^2 - m^2 c^4} E^2 dE. \quad (9.8)$$

Здесь m — одинаковая для всех звезд масса. Из третьих уравнений в (9.4), (9.5) следует уравнение равновесия Оппенгеймера—Волкова, а второе уравнение в (9.5) сводится к уравнению непрерывности. В итоге имеем систему уравнений, определяющую равновесие релятивистской звезды

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G}{c^2} \frac{(P + \rho c^2)(M_r c^2 + 4\pi P r^3)}{r(r c^2 - 2GM_r)}; \quad \frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (9.9)$$

которая решается при граничных условиях $M_r(0)=0$, $P(0)=P_0$, а радиус скопления R_{cl} определяется обращением в нуль давления и плотности энергии $P(R_{\text{cl}})=\rho(R_{\text{cl}})=0$. Для нахождения равновесного решения структуры релятивистского скопления удобнее решать два первых уравнения (9.4) вместо уравнения Оппенгеймера—Волкова. При этом значение метрического коэффициента ν на внешней границе есть $e^{\nu_{\text{out}}/2} = E_{\text{cut}}/mc^2$, а граничные условия задаются в центре звезды ($\lambda(0)=0$, $\nu(0)=\nu_c$) и на внешней границе ($\nu_{\text{out}} + \lambda_{\text{out}} = 0$), что соответствует сшивке с внешним решением Шварцшильда. Выпишем также соотношения для концентрации звезд n_s

и для полного числа звезд в скоплении N :

$$n_s = \frac{4\pi}{c^3} A e^{-\nu} \int_{mc^2 e^{\nu/2}}^{E_{\text{cut}}} e^{-E/T} \sqrt{e^{-\nu} E^2 - m^2 c^4} E dE;$$

$$N = 4\pi \int_0^R \frac{n_s r^2 dr}{\sqrt{1 - \frac{2GM_r}{rc^2}}}, \quad (9.10)$$

а также для удельной энергии связи скопления:

$$\frac{E_b}{N} = \frac{Nm - M_{\text{cl}}}{N}. \quad (9.11)$$

9.2. Динамическая и термодинамическая устойчивость. Гравито-термическая катастрофа

При $\xi \ll 1$ звездное скопление динамически устойчиво, ввиду того что звезды в скоплении эквивалентны нерелятивистскому идеальному газу с показателем адиабаты $\gamma = 5/3$. Когда скопление становится более плотным, скорость звезд в равновесии увеличивается и соответственно растет степень их релятивизма, что уменьшает показатель адиабаты. Наряду с этим гравитация отклоняется от ньютоновского закона, в соответствии с ОТО. Оба эффекта приводят к тому, что скопление теряет динамическую устойчивость и коллапсирует с образованием сверхмассивной черной дыры. Начиная с работы Зельдовича и Подурца (1965) динамическая устойчивость с функцией распределения (9.2) исследовалась разными авторами с использованием различных критериев. Наиболее детальные расчеты *динамической устойчивости* скоплений (9.2) с различными значениями E_{cut} приведены

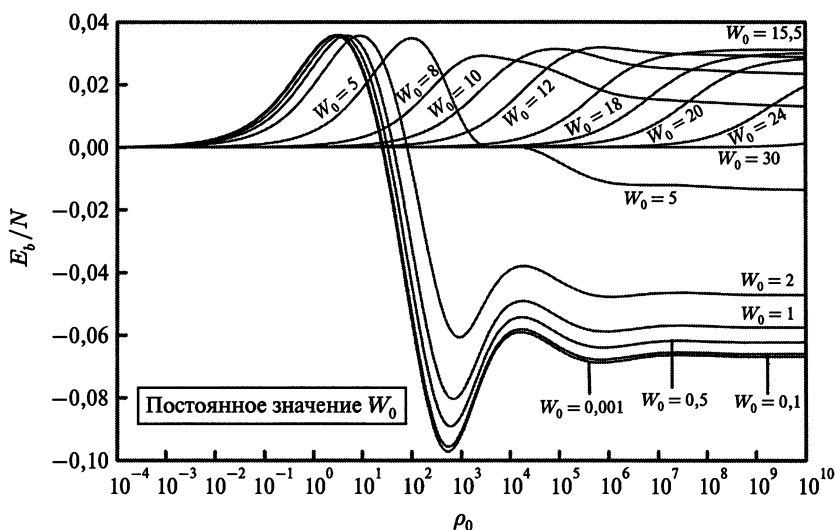


Рис. 9.1. Удельная энергия связи E_b/N равновесного скопления с функцией распределения (9.2) как функция центральной плотности ρ_0 . Каждая кривая построена при постоянном параметре W_0 . Первый максимум на кривых соответствует точке потери динамической устойчивости. При $W_0 \geq 15,5$ кривые монотонно растут вплоть до очень больших плотностей, поэтому такие скопления динамически устойчивы при сколь угодно больших плотностях. Каждый последующий экстремум на кривых с $W_0 \leq 15,5$ соответствует появлению новой динамически неустойчивой моды

на рис. 9.1 из работы Бисноватого-Когана и Мерафина 2006 года, откуда взяты также рис. 9.3 и 9.4.

Величина W_0 определена в работе М. Мерафина и Р. Руффини 1989 года в виде

$$W_0 = \left(\frac{\epsilon_{\text{cut}}}{T_r} \right)_{r=0}, \quad (9.12)$$

$$\epsilon_{\text{cut}} = e^{-\nu/2} E_{\text{cut}} - mc^2, \quad T_r = T e^{-\nu(r)/2}.$$

Здесь T_r — локальная термодинамическая температура, в то время как постоянная T равна температуре, фиксируемой бесконечно удаленным наблюдателем. Выбор величины W_0 в качестве параметра, который фиксируется вдоль кривой равновесных состояний, при исследовании динамической устойчивости связан с различными обстоятельствами. Этот параметр представляется наиболее подходящим для исследования устойчивости с помощью статического критерия. Этот критерий впервые был сформулирован при исследовании устойчивости звезд звезд Я. Б. Зельдовичем в 1963 году. Он состоит в построении серии равновесных моделей звезд, или звездных скоплений, вдоль которых фиксирован параметр адиабатичности. В случае изэнтропических звезд таким параметром является удельная энтропия, а W_0 является приближенным аналогом такого параметра для случая термодинамически равновесных скоплений. Впервые этот параметр был использован в ньютоновском пределе при исследовании термодинамической неустойчивости Д. Линден-Беллом и Р. Вудом в 1968 году. Строго говоря, наличие обрезания энергии в функции распределения (9.2) немного нарушает термодинамическое равновесие. Более строго было бы рассматривать скопления с фиксированной внешней границей — сферой, которые могут находиться в строгом термодинамическом равновесии. Численный анализ ньютоновского случая показал, что свойства устойчивости скопления внутри сферы очень близки к свойствам устойчивости скопления с функцией распределения (9.2). Модели с $W_0 \geq 15,8$ динамически устойчивы при сколь угодно больших плотностях. Можно показать, что при увеличении центральной плотности скопления неограниченно растет красное смещение фотонов, идущих из центра. Таким образом, возможно су-

ществование динамически устойчивых звездных скоплений с бесконечным красным смещением лучей, идущих из центра конфигурации. Эти модели являются, однако, неустойчивыми термодинамически. Граница динамически устойчивых моделей с большим красным смещением соответствует температуре $T = T_* = 0,06 mc^2$. Все модели (9.2) с температурами $T < T_*$ динамически устойчивы, а с уменьшением центральной плотности растет температура моделей на границе динамической устойчивости.

Скопление может быть также устойчивым или неустойчивым относительно возмущений, связанных с отклонениями от термодинамического равновесия, что называется *термодинамической неустойчивостью*. В отличие от динамической устойчивости всех скоплений в ньютоновском пределе, термодинамическая неустойчивость может возникать как в ньютоновских, так и в релятивистских скоплениях, по тем же самым причинам. Исследование термодинамической устойчивости скопления внутри замкнутой сферы впервые было сделано В. А. Антоновым в 1962 году, и подробно описано в 1968 году в работе Д. Линден-Белла и Р. Вуда. В этой работе открытая В. А. Антоновым неустойчивость была названа *гравитермической катастрофой*. Была построена серия термодинамически равновесных моделей (см. рис. 9.2), которые устойчивы только слева от первого максимума на сплошной кривой. Адиабатическое возмущение, при котором увеличивается центральная плотность, сопровождается ростом температуры в центре, что вызывает поток тепловой энергии наружу. Для возмущений слева от максимума в результате обмена энергией установится новое равновесное состояние с большей энергией связи и большей центральной плотностью, пропорциональной параметру $(-v_1)$. Для моделей

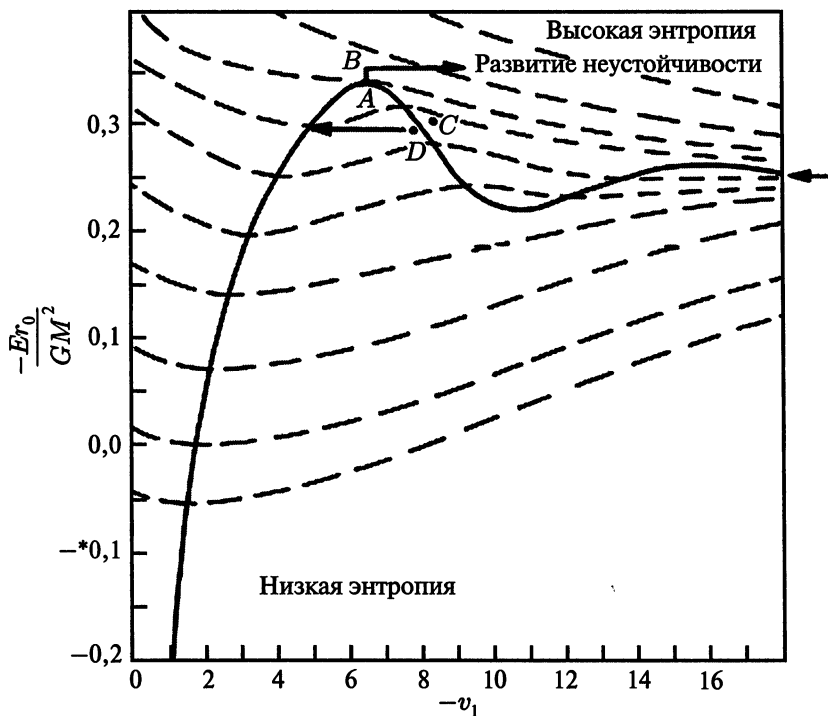


Рис. 9.2. Зависимость безразмерной энергии ньютоновского скопления $Er_0/(GM^2)$, внутри сферы радиуса r_e , от параметра $(-v_1)$ из (9.13), пропорционального плотности. Все термодинамически равновесные состояния представлены сплошной линией. Штриховыми линиями условно представлены конфигурации с постоянной энтропией

справа от этого максимума увеличение энергии связи не ведет к новому равновесному состоянию, так как оно отсутствует. В результате поток тепла наружу ведет к дальнейшему росту плотности, и этот рост продолжается неограниченно. В результате в звездном скоплении формируется ядро

с постоянно растущей плотностью, что и было названо гравитермической катастрофой. Параметр $(-v_1)$ определяется как

$$-v_1 = \frac{m(\varphi_e - \varphi_0)}{T} = \ln \frac{\rho_0}{\rho_e}. \quad (9.13)$$

Покажем, что параметр W_0 в ньютоновском пределе совпадает с $-v_1$. В ньютоновском пределе имеем (φ — ньютоновский гравитационный потенциал, постоянная α определена в формуле (9.2))

$$e^{\nu/2} \approx 1 + \frac{\varphi}{c^2}, \quad (9.14)$$

$$W_0 = \frac{e^{-\nu_0/2} E_{\text{cut}} - mc^2}{T e^{-\nu_0/2}} = \frac{E_{\text{cut}}}{T} - \frac{mc^2}{T} e^{\nu_0/2} = -\frac{\alpha}{2} - \frac{m\varphi_0}{T}.$$

На внешней границе имеем

$$e^{\nu_{\text{out}}/2} = 1 + \frac{\varphi_{\text{out}}}{c^2} = \frac{E_{\text{cut}}}{mc^2} = 1 - \frac{\alpha T}{2mc^2}, \quad (9.15)$$

Таким образом, на внешней границе

$$\varphi_{\text{out}} = -\frac{\alpha T}{2m}, \quad \frac{\alpha}{2} = -\frac{m\varphi_{\text{out}}}{T},$$

и в ньютоновском пределе

$$W_0 = \frac{m}{T}(\varphi_{\text{out}} - \varphi_0),$$

что совпадает с $(-v_1)$ из (9.13). Как отмечалось выше, модели скоплений внутри сферы данного радиуса по своим свойствам близки к моделям с функцией распределения (9.2), где есть обрезание по энергиям. В частности, исследование термодинамической устойчивости моделей (9.2) в ньютоновском пределе с помощью построения кривой $E_b/N(W_0)$, дает максимум этой кривой при $W_0 = 6,42$, что очень близко

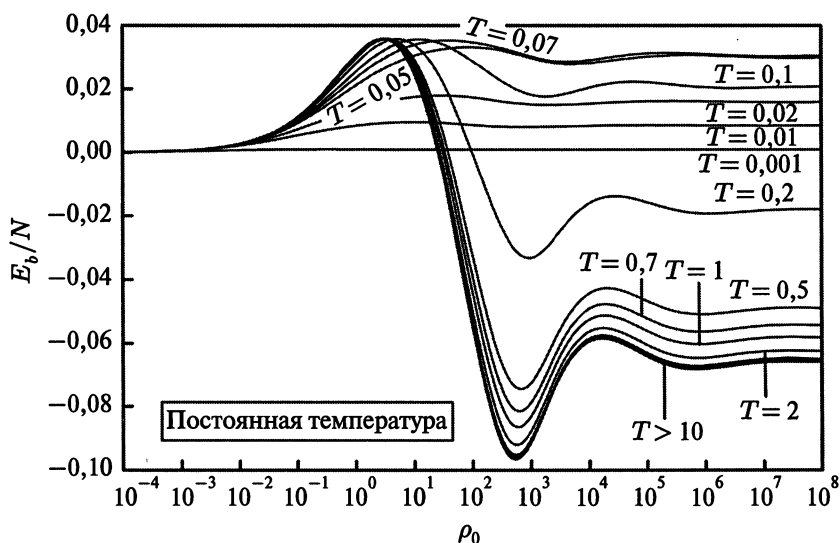


Рис. 9.3. Удельная энергия связи E_b/N равновесного скопления с функцией распределения (9.2) как функция центральной плотности ρ_0 для постоянного значения температуры вдоль каждой кривой. Каждый последующий экстремум на кривых соответствует появлению новой термодинамически неустойчивой моды

к максимуму кривой равновесных состояний на рис. 9.2, который приходится на $-v_1 = 6,55$. Для релятивистских скоплений термодинамическая устойчивость определяется построением кривых E_b/N в зависимости от плотности, при постоянной температуре вдоль каждой кривой (см. рис. 9.3). Ньютоновский предел получается здесь при стремлении температуры к нулю. Сопоставление кривых на рис. 9.1 и 9.3, а также использование соотношения для красного смещения фотонов z_c , идущих из центра, в виде

$$1 + z_c = e^{-v_c/2},$$

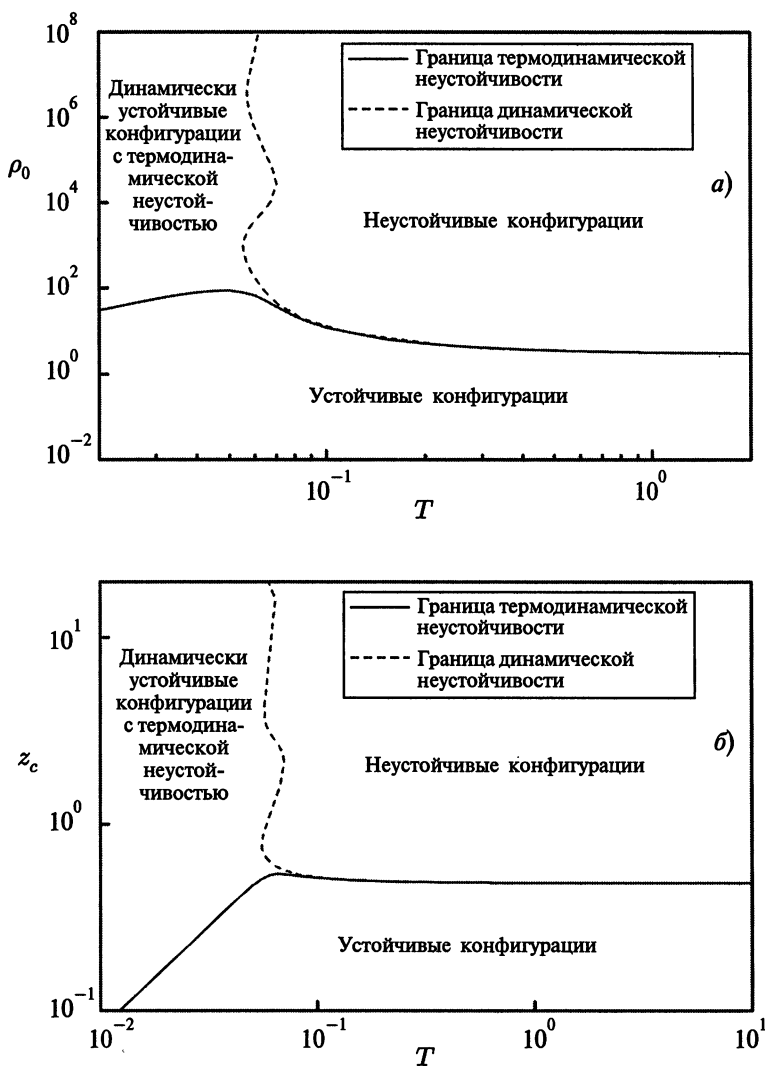


Рис. 9.4. Области динамической и термодинамической устойчивости на плоскостях (T, ρ_0) (а) и (T, z_c) (б)

позволяют выделить области динамической и термодинамической устойчивости на плоскостях (T, ρ_0) и (T, z_c) (рис. 9.4).

9.3. Эволюция скоплений и образование сверхмассивных черных дыр

Редкие столкновения в звездных скоплениях стремятся установить в них максвелловское распределение по импульсам и выровнять температуру вдоль скопления. Время релаксации, за которое происходит установление максвелловского распределения, вычисляется аналогично времени релаксации частиц в плазме, так как кулоновская и ньютоновская силы взаимодействия имеют одинаковую зависимость от расстояния между частицами (звездами), $\sim r^{-2}$. В динамически равновесном ньютоновском скоплении средняя скорость звезд $\bar{v}$ связана теоремой вириала с гравитационным потенциалом, так что

$$\bar{v}^2 \approx \frac{GM}{R} = \frac{GmN}{R}, \quad (9.16)$$

где M, R, N — масса, радиус и число звезд в скоплении соответственно, а m — масса одной звезды, предполагаемая одинаковой для всех звезд, $M = mN$. Используя (9.16), можно выразить время релаксации τ через параметры скопления в виде, полученном К. Шварцшильдом, и опубликованном в 1924 году:

$$\tau = 8,8 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{NR^3}{m}} \frac{1}{\ln N - 0,45} \quad [\text{лет}]. \quad (9.17)$$

Здесь R выражено в парсеках, m — в массах Солнца $M_\odot$. Для частиц, взаимодействующих по закону обратных квадратов, преобладают далекие столкновения с большим при-

цельным параметром, что приводит к логарифмической расходимости сечения в однородной бесконечной гравитирующей среде. В квазинейтральной плазме бесконечность в сечении устраняется корреляциями, приводящими к эффективному экранированию заряда на длине дебаевского радиуса. В гравитирующем скоплении вместо дебаевского радиуса используется радиус скопления, и в обоих случаях логарифмический член оказывается конечным. В отличие от плазмы, в гравитирующей среде экранирование отсутствует, и можно было бы ожидать существования логарифмической расходимости за счет взаимодействия с далекими галактиками. В расширяющейся Вселенной данная расходимость устраняется за счет однородного разбегания галактик, относительная скорость которых растет с ростом расстояния между ними. Ввиду того что сечение парных столкновений σ_b быстро падает с ростом v_{rel} — относительной скорости, $\sigma_b \sim v_{\text{rel}}^{-4}$, получается, что вклад далеких галактик оказывается несущественным, как показано Г. С. Бисноватым-Коганом и И. Г. Шухманом в 1982 году. Расширение Вселенной разрешает парадокс бесконечности сечения парных столкновений таким же, по существу, способом, как был решен фотометрический парадокс Ольберса о свечении неба, яркость которого в стационарной бесконечной Вселенной должна была бы равняться солнечной. В силу слабости гравитационного взаимодействия время релаксации велико даже для самых плотных из известных скоплений, однако оно может быть существенно меньше времени существования плотного скопления, поэтому плотные скопления находятся в состоянии, близком к термодинамическому равновесию. Полное равновесие в самогравитирующем скоплении недостижимо. Выравнивание температуры приводит к росту центральной

плотности, с одной стороны, и радиуса скопления — с другой. Взаимодействие скопления с другими объектами, а также влияние усредненного гравитационного потенциала Галактики приводят к тому, что далекие звезды отрываются от скопления (испаряются), и масса его монотонно уменьшается. Скорость испарения скопления обратно пропорционально времени релаксации, но с учетом того, что улететь может лишь малая часть звезд скопления из максвелловского распределения, с полной энергией больше нуля, в скорости испарения появляется малый коэффициент, что получено В. А. Амбарцумяном в 1938 году:

$$\frac{dN}{dt} = -0,0074 \frac{N}{\tau}. \quad (9.18)$$

Ввиду преобладания далеких скоплений с малой передачей импульса, энергия улетающей звезды скопления, гравитационная и кинетическая, без энергии покоя, близка к нулю. Поэтому в процессе испарения полная энергия скопления (без энергии покоя) E_{cl} остается примерно постоянной, как показано Л. Э. Гуревичем и Б. Ю. Левиным в 1950 году, так что

$$E_{cl} = -\frac{GM^2}{4R} = -\frac{G(mN)^2}{4R} = \text{const}. \quad (9.19)$$

По мере испарения звезд из скопления остаток сжимается, и важными могут стать физические столкновения звезд, приводящие к выбросу газа и слипанию звезд. Время между физическими (лобовыми) столкновениями звезд t_c определяется их радиусами, скоростями, а также зависит от гравитационной фокусировки, приводящей к увеличению концентрации окружающих звезд и уменьшению времени между столкновениями. В итоге имеем выражение, полученное Л. Спитцером

и У. Саслау в 1966 году:

$$t_c = \frac{10^{22} R^{7/2}}{N^{3/2} (m^{1/2} r^2) (1 + 8,8 \cdot 10^7 R / (rN))} \quad [\text{лет}], \quad (9.20)$$

где r — радиус звезды в $R_\odot$. На стадии лобовых столкновений светимость системы резко возрастает из-за быстрого высвечивания газа. Увеличение звезд при слияниях ускоряет эволюцию и приводит к вспышкам сверхновых. Образуются нейтронные звезды и черные дыры, в результате чего активность системы продолжается, или увеличивается, за счет аккреции и активности пульсаров. Если лобовые столкновения несущественны, то испарение звезд будет продолжаться до наступления динамической неустойчивости и начала релятивистского коллапса. Если рассматривать только термодинамически устойчивые скопления с функцией распределения (9.2), то можно принять точку потери устойчивости соответствующей радиусу скопления

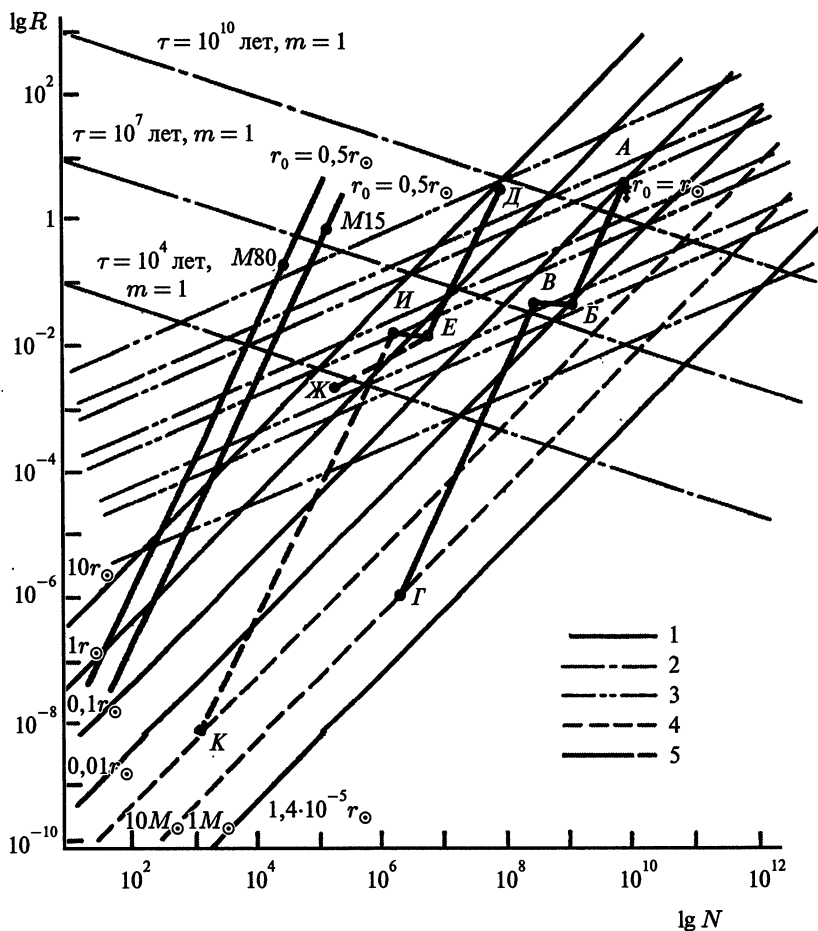
$$R_c \approx 5R_g,$$

Рис. 9.5. Диаграмма $\lg R / \lg N$, на которой приведены свойства и эволюционные пути плотных сферических звездных скоплений: 1 — линии $\tau = t_c$ для различных радиусов звезд r_s ; 2 — линии постоянного τ при $m = 1$; 3 — линии постоянного t_c (точки тройного пересечения данных линий с линиями постоянного $\tau = \text{const}$ и $\tau = t_c$, отмеченные на рисунке, определяют значения t_c r_s , которым они соответствуют; зависимость от m является слабой, поэтому кривые $\tau = \text{const}$ и $\tau = t_c$ приведены только для $m = 1$); 4 — линии, где скопления с массами звезд $m = 1$, $m = 10$ теряют устойчивость относительно релятивистского коллапса; 5 — эволюционные треки скоплений различной начальной массы

где

$$R_g = \frac{2GM}{c^2}$$

— гравитационный радиус скопления. Если в процессе испарения звезд энергия скопления сохраняется (9.19), то масса



коллапсирующего остатка скопления M_c с начальной массой M_0 и начальным радиусом R_0 определяется соотношениями

$$\frac{GM_c^2}{4R_c} = \frac{GM_0^2}{4R_0}, \quad (9.21)$$

$$M_c = M_0 \frac{10GM_0}{R_0 c^2} = 5 \left(\frac{v_{\text{esc}}}{c} \right)^2 M_0, \quad v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM_0}{R_0}}.$$

Эволюционные пути плотных скоплений различной массы представлены на рис. 9.5 из работы Г. С. Бисноватого-Когана 1978 года.

Линия $АВВГ$ могла бы представлять эволюционный путь квазара или активного ядра галактики. В этом плотном массивном скоплении с самого начала время между лобовыми столкновениями звезд $t_c \approx 10^9$ лет, меньше времени испарения τ . За время между столкновениями даже звезды небольшой массы (с $M \leq 2M_\odot$) успевают проэволюционировать и превратиться в белые карлики (БК), а небольшое число более массивных звезд превращаются в нейтронные (НЗ) и черные дыры (ЧД). Компактные звезды, БК, НЗ и ЧД, перестают сталкиваться из-за малого радиуса, и вплоть до точки $В$ основным эволюционным процессом является испарение БК. В точке $В$ скопление становится настолько плотным, что начинают преобладать столкновения между белыми карликами. На линии $ВВ$ столкновения белых карликов, взрывы сверхновых делают этот отрезок жизни скопления особенно активным. Его продолжительность ($\sim 10^7$ лет) соответствует оценке времени жизни квазара или активной стадии галактического ядра. В точке $В$ скопление состоит из нейтронных и коллапсирующих звезд, которые испаряются вплоть до наступления релятивистского коллапса и образования сверх-

массивной черной дыры. Масса коллапсирующего ядра составляет $M_c \sim 10^7 M_\odot$, если начальная масса скопления была $M_0 \sim 10^{10} M_\odot$.

Линии *ДЕИК* и *ДЕЖ* показывают возможные пути эволюции менее массивного скопления с $M_0 \sim 10^8 M_\odot$. На линии *ДЕ* преобладает испарение звезд примерно солнечной массы. В точке *Е* начинают преобладать лобовые столкновения с $t_c \sim 10^6$ лет. При слияниях образуются массивные, быстро эволюционирующие звезды. После точки *Е* можно выделить два предельно возможных эволюционных пути. Если эволюция массивных звезд успеет завершиться до полного слияния скопления в одно большое тело, то образуются нейтронные звезды и черные дыры звездной массы на линии *ЕИ* и продолжится испарение вплоть до наступления динамической неустойчивости и релятивистского коллапса. При этом $M_c \sim 10^4 M_\odot$. Если слияние звезд произойдет быстрее их эволюции, то процесс закончится образованием одной сверхзвезды с массой $\sim 10^5$ – $10^6 M_\odot$ (линия *ЕЖ*), которая после непродолжительной эволюции коллапсирует с образованием сверхмассивной черной дыры. Сверхмассивные звезды с массой вблизи $\sim 10^5 M_\odot$ заканчивают свое существование термоядерным взрывом, приводящим к полному разлету всей звезды. Подобные скопления можно сопоставить с обычными (неактивными) ядрами галактик. Две прямых линии в левой части рисунка соответствуют эволюции шаровых скоплений, расположенных внутри нашей и других галактик. Точками указаны наблюдаемые состояния шаровых скоплений М80 и М15 в нашей Галактике. Испарение звезд преобладает в эволюции этих скоплений вплоть до числа звезд ~ 10 – 100 , когда в результате приливных захватов, или тройных столкновений, произойдет образование одной

или нескольких тесных пар звезд. Взаимодействие тесных пар со звездами поля приводит к приобретению кинетической энергии звездами поля за счет увеличения энергии связи пары и ведет, в конечном итоге, к разрушению звездного скопления. В центрах шаровых скоплений маловероятно образование массивных черных дыр с массами $\sim 10^3 M_\odot$, хотя и нельзя полностью исключить такой возможности. Предельной возможностью является образование первичных шаровых скоплений, из которых могла состоять молодая галактика, и их последующее испарение. В этом случае сферические составляющие галактик могли бы полностью состоять из звезд из распавшихся шаровых скоплений.

9.4. Звездные скопления вокруг сверхмассивных черных дыр

Как следует из наблюдений, в центрах галактик имеются сверхмассивные черные дыры (СЧД) с $m \geq 10^6 M_\odot$, аккреция на которые является источником энергии активных ядер галактик (АЯГ) и квазаров. Наблюдаемые из многих АЯГ длинные узкие выбросы — джеты — возникают при релятивистском коллимированном истечении вещества из замеченных аккреционных дисков вокруг СЧД. СЧД окружены плотными звездными скоплениями, и вещество для аккреционных дисков поставляется при разрушении звезд в близкой окрестности СЧД. Можно отметить три причины разрушения или исчезновения звезды вблизи СЧД. Первая из них связана с физическими столкновениями звезд, ведущими к полному или частичному их разрушению. Мы не будем здесь рассматривать этот процесс, изучение которого основано на сложных трехмерных газодинамических

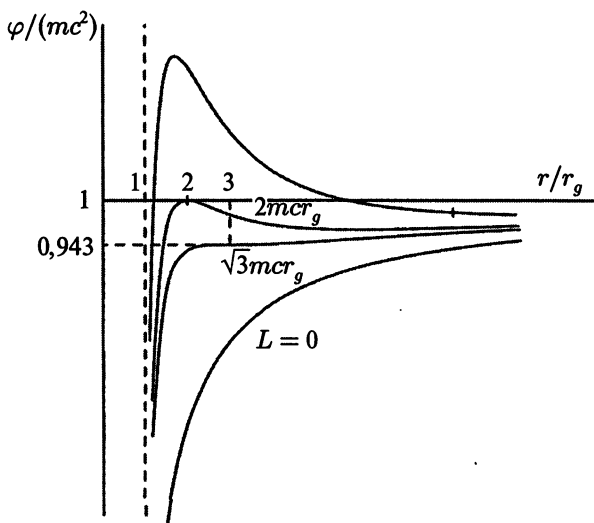


Рис. 9.6. Зависимость эффективного потенциала $\varphi(r)$ для различных значений углового момента: $L = 0, \sqrt{3} mcr_g, 2mcr_g, 5mcr_g$

расчетах. Два других процесса связаны со взаимодействием звезд с СЧД. Рассмотрим невращающуюся СЧД со шварцшильдовской метрикой. Орбиты звезд вокруг такой ЧД определяются уравнением

$$\frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} \frac{dr}{c dt} = \frac{1}{\mathcal{E}} [\mathcal{E}^2 - \varphi^2(r)]^{1/2}, \quad (9.22)$$

где

$$\varphi(r) = mc^2 \left[\left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(1 + \frac{L^2}{m^2 c^2 r^2} \right) \right]^{1/2}.$$

Функция $\varphi(r)$ является эффективным потенциалом, в котором движется звезда (см. рис. 9.6), $r_g = 2GM/c^2$ — гравитационный радиус ЧД, L — угловой момент звезды. Допустим

мые области движения удовлетворяют условию, при котором полная энергия звезды $\mathcal{E} \geq \varphi(r)$. Экстремумы потенциала $\varphi'(x) = 0$ расположены на радиусах:

$$\frac{r_{\pm}}{r_g} = \frac{L^2}{m^2 c^2 r_g^2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{3m^2 c^2 r_g^2}{L^2}} \right). \quad (9.23)$$

Здесь верхний знак относится к устойчивым (минимум потенциала), а нижний — к неустойчивым (максимум потенциала) круговым орбитам. При этом в точках экстремумов имеет место равенство

$$1 + \frac{L^2}{m^2 c^2 r^2} = 2 \frac{L^2}{m^2 c^2 r r_g} \left(1 - \frac{r_g}{r} \right), \quad (9.24)$$

а энергия звезды на круговой орбите $\mathcal{E}_0 = \varphi(r)$ есть

$$\mathcal{E}_0 = Lc \sqrt{\frac{2}{rr_g}} \left(1 - \frac{r_g}{r} \right). \quad (9.25)$$

При уменьшении L радиусы r_+ и r_- сближаются и сливаются при $L = L_{\text{in}} = \sqrt{3} mcr_g$. При меньших L потенциал не имеет экстремумов, и круговые орбиты отсутствуют. Угловому моменту L_{in} соответствует ближайшая к ЧД устойчивая орбита с параметрами

$$\begin{aligned} r_{\text{in}} &= 3r_g; \quad L_{\text{in}} = \sqrt{3} mcr_g; \\ \mathcal{E}_{0\text{in}} &= \sqrt{\frac{8}{9}} mc^2 \approx 0,943 mc^2. \end{aligned} \quad (9.26)$$

Все звезды вокруг ЧД с угловым моментом $L < L_{\text{in}}$ падают в черную дыру. Если $L > L_{\text{in}}$, но звезда имеет энергию, превышающую высоту потенциального барьера $\mathcal{E} > \varphi(r_-)$, то такая звезда также упадет на ЧД. Такое происходит только

в рамках ОТО. В ньютоновской теории центробежный барьер всегда препятствует падению звезды на центр. Радиус r_- внутреннего экстремума потенциала, соответствующего неустойчивой круговой орбите, приближается к ЧД с ростом L и в пределе больших L стремится к

$$r_- \approx \frac{3r_g}{2}, \quad \varphi(r_-) \approx \frac{1}{\sqrt{27}} \frac{Lc^3}{GM},$$

поэтому ближайшее расстояние до черной дыры, с которого звезда с очень большим угловым моментом еще может улететь обратно, равно $r_{\min} = (3/2)r_g$. Для связанных звезд, у которых полная энергия не превышает энергию покоя, минимальный радиус сближения и улета, без поглощения ЧД, равен $r_- = r_b$ и достигается при $L = L_b$:

$$r_- = r_b = 2r_g, \quad L_b = \sqrt{2} mcr_g, \quad \mathcal{E}_b = \varphi(r_b) = mc^2. \quad (9.27)$$

Таким образом, если звезда приблизится к черной дыре на расстояние $r_e = (1,5-3)r_g$, то, в зависимости от ее полной энергии $\mathcal{E}$ и углового момента L , она может поглотиться черной дырой. Это произойдет, однако, только если звезда не будет разрушена на большем расстоянии от черной дыры приливными силами.

В поле черной дыры на звезду у поверхности действуют приливные силы: F_T , разрывающая звезду вдоль линии, соединяющей центр звезды с ЧД, и $F_T/2$, сжимающая звезду в поперечном направлении. Когда на радиусе r_T разрывающая приливная сила превышает самогравитацию F_g , звезда разрывается и размазывается вокруг черной дыры,

$$F_T = 2 \frac{GM}{r^3} R_s, \quad F_g = \frac{Gm}{R_s^2}, \quad r_T = R_s \left(2 \frac{M}{m} \right)^{1/3}. \quad (9.28)$$

Сравнивая $r_e = 3r_g$ и r_T , определяем массу ЧД, при которой приливное разрушение звезды происходит до ее падения в ЧД,

$$r_T > r_e = 3r_g \quad \text{при} \quad \frac{M}{m} < \sqrt{2} \left(\frac{R_s}{3R_{sg}} \right)^{3/2}. \quad (9.29)$$

Для различных радиусов звезд с массой $m = M_\odot$ и $3R_{sg} \approx 10^6$ см получаем неравенства

$$r_T > r_e \quad \text{при}$$

$$M < \sqrt{2} M_\odot \quad \text{для } R_s = 10^6 \text{ см — нейтронная звезда;} \quad (9.30)$$

$$M < 4,5 \cdot 10^4 M_\odot \quad \text{для } R_s = 10^9 \text{ см — белый карлик;}$$

$$M < 3 \cdot 10^7 M_\odot \quad \text{для } R_s = 7 \cdot 10^{10} \text{ см — Солнце.}$$

Рассмотрим задачу в ньютоновском приближении, определив энергию звезды E и угловой момент L следующим образом:

$$E = \mathcal{E} - 1 = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r}; \quad L = mvr \sin \theta, \quad (9.31)$$

θ — угол между направлением скорости и направлением на центр ЧД. Если масса ЧД много больше массы скопления, то все связанные звезды движутся по эллипсам с минимальным расстоянием $r_{\min}$ от центра ЧД:

$$r_{\min} = -\frac{GMm}{2E} \left[1 - \left(1 + \frac{2EL^2}{m^3(GM)^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (9.32)$$

Если столкновения между звездами в скоплении очень редкие, то почти все звезды с $r_{\min} < r_e$ или $r_{\min} < r_T$ будут поглощены или разрушены ЧД, в дальнейшем минимальный радиус существования звезд обозначен как r_0 . В фазовом

пространстве (E, L) образуется пустой конус потерь, который определяется соотношением

$$\frac{L^2}{m^2 r_0^2} \leq \frac{2GM}{r_0} + \frac{2E}{m},$$

или

$$\frac{r^2 v^2 \sin^2 \theta}{r_0^2} \leq \frac{2GM}{r_0} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) + v^2. \quad (9.33)$$

Граница конуса потерь определяется интегралами движения E, L , поэтому легко записываются точные решения бесстолкновительного кинетического уравнения для скопления звезд, без самогравитации, с пустым конусом (9.33) потерь и пустой областью вокруг СЧД:

$$f_1 = A e^{-E/T} = n_\infty \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{1}{T} \left(\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} \right) \right),$$

$$r > r_0; \quad E \leq 0; \quad v^2 \geq \frac{\frac{2GM}{r_0} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}{\frac{r^2 \sin^2 \theta}{r_0^2} - 1}; \quad (9.34)$$

$$\frac{2GM}{r \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)} \leq v^2 \leq \frac{2GM}{r}; \quad \arcsin \sqrt{\frac{r_0}{r}} < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

Это решение соответствует изотермическому максвелловскому скоплению неограниченного радиуса. Если скопление имеет ограниченный радиус r_1 , то эллипсы, по которым движется звезды, имеют большую полуось $r_{\max} < r_1$,

$$r_{\max} = -\frac{GMm}{2E} \left[1 + \left(1 + \frac{2EL^2}{m^3(GM)^2} \right)^{1/2} \right], \quad (9.35)$$

что определяет внешнюю пустую область фазового пространства в виде

$$\frac{L^2}{m^2 r_1^2} \leq \frac{2GM}{r_1} + \frac{2E}{m},$$

или

$$\frac{r^2 v^2 \sin^2 \theta}{r_1^2} \leq -\frac{2GM}{r} \left(1 - \frac{r}{r_1}\right) + v^2. \quad (9.36)$$

Помимо максвелловской функции распределения рассматривалась также степенная функция в той же области фазового пространства, что и функция f_1 в (9.34):

$$f_3 = K \left(-\frac{E}{m}\right)^p = K \left(\frac{GM}{r} - \frac{v^2}{2}\right)^p, \quad r > r_0. \quad (9.37)$$

При отсутствии конуса потерь распределение плотности $n_p(r)$ в скоплении с функцией распределения (9.37) имеет степенной вид

$$n \sim r^{-p-\frac{3}{2}}. \quad (9.38)$$

Функции распределения с $p = 3/4$ и $p = 1/4$ являются выделенными, если рассматривать диффузию звезд в фазовом пространстве за счет далеких столкновений. Эти два распределения являются стационарными решениями кинетического уравнения со столкновительным членом. При этом решение с $p = 3/4$ и распределением плотности $n \sim r^{-9/4}$ соответствует постоянному потоку звезд в фазовом пространстве, как показано Дж. Пиблсом в 1972 году, а решение с $p = 1/4$, $n \sim r^{-7/4}$ соответствует нулевому потоку звезд в фазовом пространстве, которое было получено для распределения электронов вокруг ядер в столкновительной плазме А. В. Гуревичем в 1964 году. Численные решения кинетического уравнения со столкновительным членом для нахождения

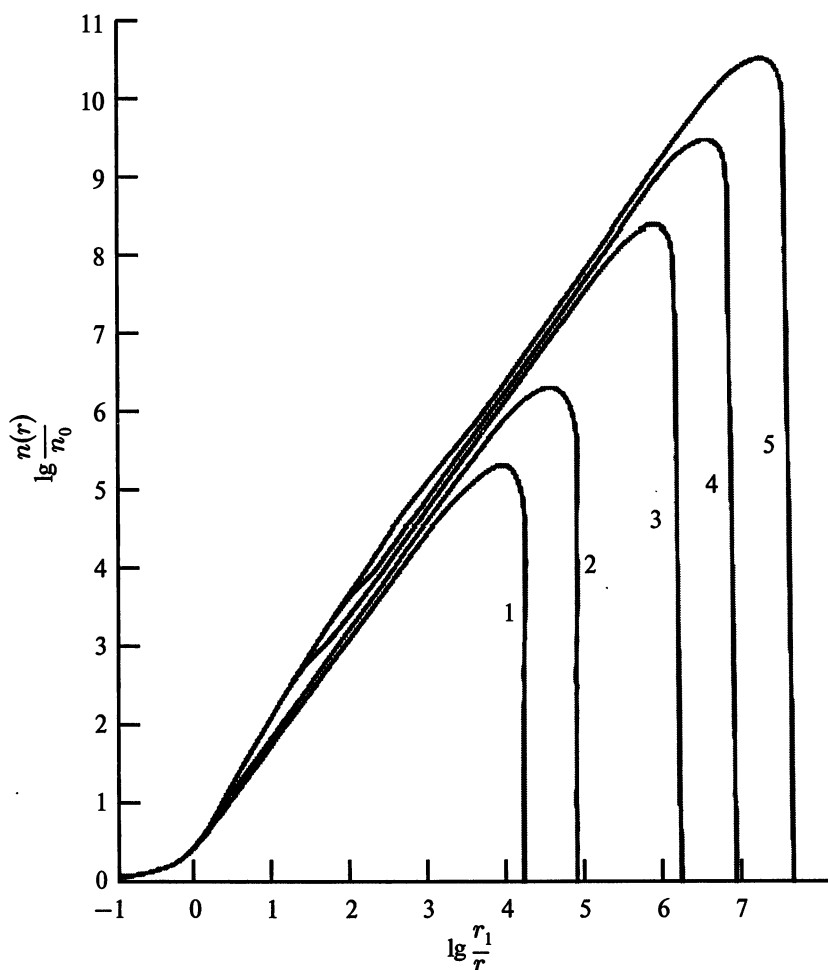


Рис. 9.7. Концентрация звезд как функция расстояния, в логарифмическом масштабе, для различных масс черных дыр: 1 – $M = 10^2 M_\odot$, 2 – $M = 10^3 M_\odot$, 3 – $M = 10^5 M_\odot$, 4 – $M = 10^6 M_\odot$, 5 – $M = 10^7 M_\odot$. Параметры скопления и звезд даны в (9.39), радиус захвата определяется приливными разрушениями, $r_0 = r_T$ из (9.28), $r_1/r_0 \sim M^{2/3}$

распределения звезд вокруг СЧД представляет собой сложную задачу даже в ньютоновском стационарном сферически симметричном случае с минимальной размерностью три, радиус и две компоненты скорости. Эта задача решалась многими авторами, один пример распределения плотности, полученного с помощью численного решения, приведен на рис. 9.7:

$$n_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ [пк}^{-3}\text{]}; \quad \langle v^2 \rangle = 100 \text{ [км}^2\text{/с}^2\text{]}; \quad m = M_\odot; \\ R_s = R_\odot; \quad r_1 = \frac{GM}{\langle v^2 \rangle}. \quad (9.39)$$

Это решение имеет степенную зависимость вдали от СЧД, меняющуюся по показателю степени от $n \sim r^{-1,8}$ для удаленных областей до $n \sim r^{-1,5}$ для более близких к ЧД. В других расчетах показатели степени получались иными, в зависимости от метода вычислений и способа упрощения расчетов, что и позволяло получить результат. Их значения в различных областях скопления и у различных авторов получались равными 1,25, 1,65, 2,5. Такие расхождения указывают на то, что проблема распределения звезд вокруг СЧД требует дальнейших исследований.

Глава 10

Эволюция массивных звезд и сверхновые

- Ядерная эволюция массивных звезд
- Динамическая устойчивость и критические состояния звезд различных масс
- Вспышки сверхновых. Механизмы взрывов сверхновых. Магнито-ротационная модель
- Космические гамма-всплески (КГВ) и сверхновые

10.1. Ядерная эволюция массивных звезд

Долгое время считалось, что в звездах содержится бóльшая часть барионного вещества Вселенной, и только после обнаружения горячего газа в скоплениях галактик выяснилось, что количество барионов в звездах примерно в 5 раз меньше, чем в газовой среде. Тем не менее звезды играют большую роль в строении Вселенной, так как практически все элементы тяжелее ${}^4\text{He}$ образовались в результате их эволюции. Важнейшим конечным результатом этих процессов явилось

рождение планет вокруг звезд, на одной из которых (а может быть, и не только на ней) возникла органическая и разумная жизнь. Для релятивистской астрофизики наибольший интерес представляют массивные звезды с $M \gtrsim 10M_{\odot}$, эволюция которых заканчивается взрывом сверхновой, образованием нейтронной звезды или черной дыры. Самые первые звезды во Вселенной состояли из водорода и гелия ${}^4\text{He}$, с небольшой примесью дейтерия и ${}^3\text{He}$. В процессе эволюции в звезде идут термоядерные реакции и образуются более тяжелые элементы, вплоть до ядер группы железа. При взрывах звезд тяжелые элементы выбрасываются наружу и обогащают межзвездную среду. Формирующиеся затем из этого газа другие звезды уже содержат в своем составе тяжелые элементы, и чем позже образовалась звезда, тем больше тяжелых элементов содержится в ее первичном составе.

Время жизни звезды обратно пропорционально ее светимости. Для массивных звезд на самом длительном периоде их существования светимость $L \sim M^3$, поэтому самыми старыми являются маломассивные звезды с $M < 0,5M_{\odot}$, у которых наблюдается самая низкая концентрация тяжелых элементов, $x_z \leq 10^{-3}$. У молодых массивных звезд x_z может достигать $\sim 3\%$. Все молодые звезды на $\sim 75\%$ состоят из водорода, который загорается в первую очередь в силу самого низкого кулоновского барьера. На стадии горения водорода звезда любой массы проводит более 90 % времени своего существования. Это связано, во-первых, с тем, что на стадии горения водорода светимость звезды минимальна, в 10–100 раз меньше, чем на последующих стадиях горения. Вторая причина состоит в том, что при превращении одного грамма водорода в гелий выделяется количество энергии, примерно в 10 раз большее, чем в каждой из последующих

ядерных реакций. Эволюцию звезды можно наглядно представить на диаграмме ($\lg L / \lg T_{\text{eff}}$), которая называется диаграммой Герцшпрунга—Рассела (ГР). При расчетах эволюции звезд их эволюционный путь (трек) изображается на этой диаграмме (рис. 10.1). При использовании наблюдательных данных по ординате на ГР-диаграмме используется показатель цвета ($B-V$), где звездная величина в фильтре B определяет светимость звезды в голубом цвете, а в фильтре V — светимость звезды в видимом цвете (рис. 10.2). Наблюдательные ГР-диаграммы строят для звездных скоплений, когда расстояния до всех звезд примерно одинаковы и не нужна поправка на расстояние. Абсолютная звездная величина M связана со светимостью L следующим соотношением:

$$\lg \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right) = 0,4(M_{\odot} - M), \quad (10.1)$$

где $L_{\odot}$ и $M_{\odot}$ — светимость и абсолютная звездная величина Солнца. Видимая звездная величина m связана с расстоянием до объекта d и абсолютной звездной величиной M по формуле

$$M = m - 5 \lg \left(\frac{d}{d_0} \right), \quad (10.2)$$

где $d_0 = 10$ пк = 32,616 световых лет. Звезды, где происходит горение водорода в ядре, расположены на линии на ГР-диаграмме, которая называется *главной последовательностью* (рис. 10.1, 10.2).

Система уравнений, определяющих эволюцию сферически симметричных звезд, имеет вид

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{Gm}{r^2} - \text{уравнение равновесия}; \quad (10.3)$$

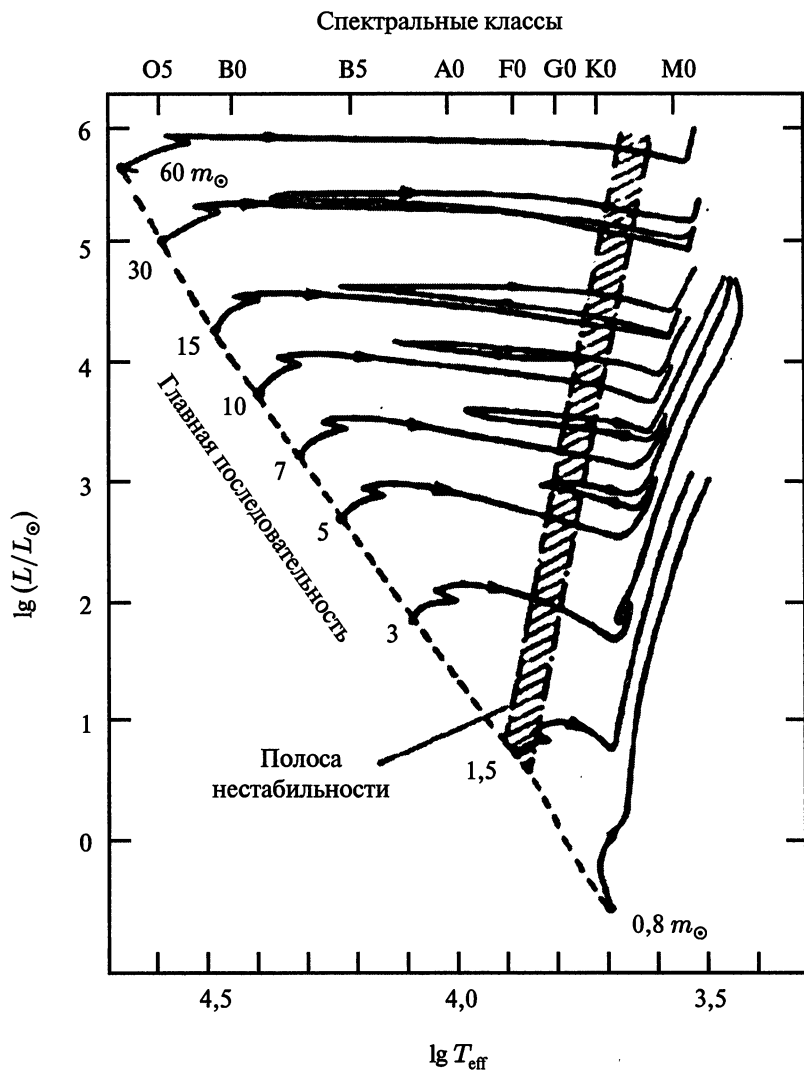


Рис. 10.1. Эволюционные треки звезд различной массы на ГР-диаграмме ($\lg L/\lg T_{\text{eff}}$)

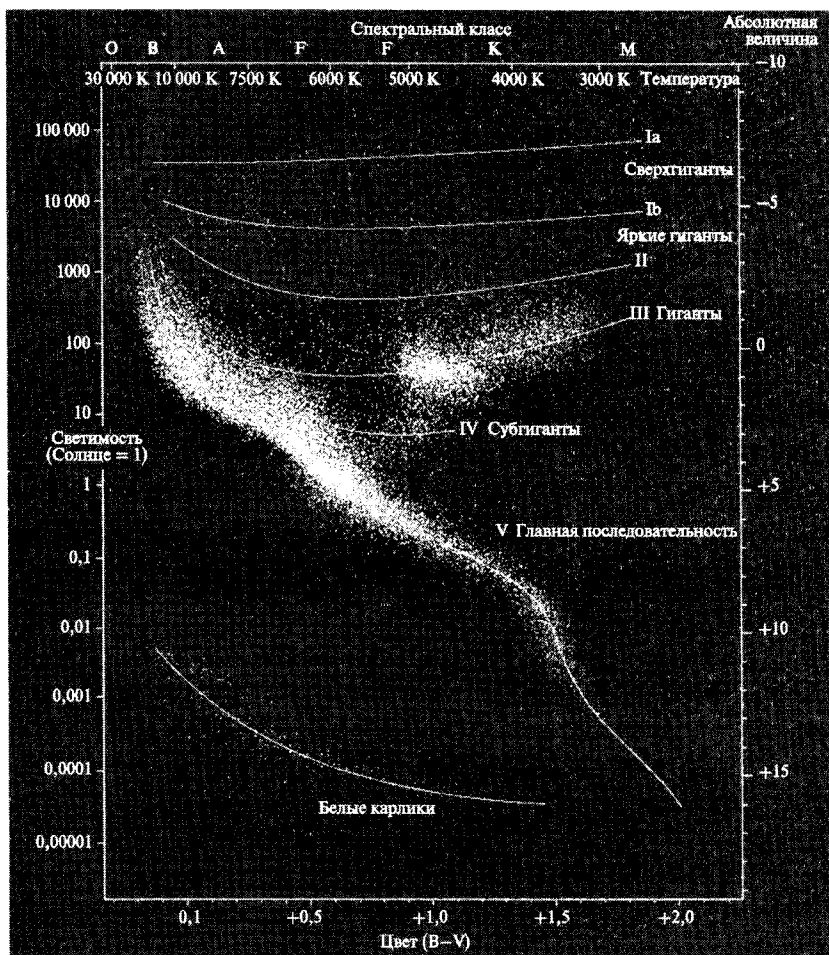


Рис. 10.2. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Наблюдательные характеристики звезд на ГР-диаграмме $\lg L/(B-V)$

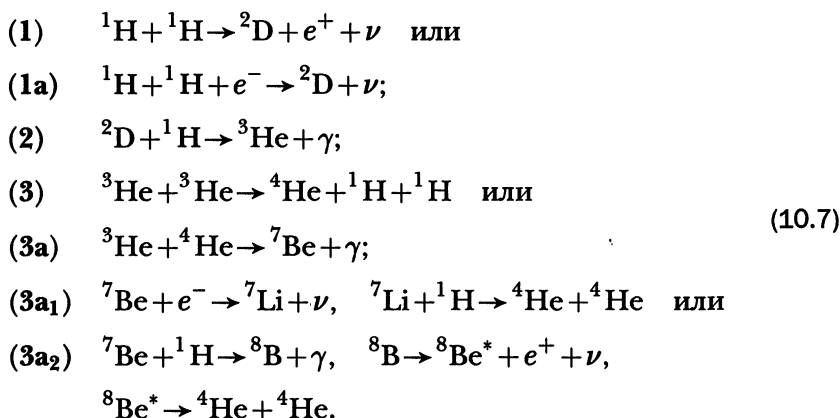
$$\frac{dm}{dr} = 4\pi\rho r^2 - \text{уравнение неразрывности;} \quad (10.4)$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi\rho r^2 \left(\epsilon_n - \epsilon_\nu - \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) - \text{уравнение энергии;} \quad (10.5)$$

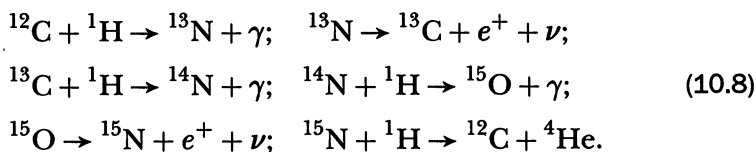
$$L_r = -\frac{4acT^3}{3\kappa\rho} 4\pi r^2 \frac{dT}{dr} + L_{\text{conv}} - \text{уравнение переноса тепла.} \quad (10.6)$$

Здесь m — масса внутри лагранжевого радиуса r , L_r — радиальный поток тепла. В уравнении (10.6) первый член справа определяет лучистый поток энергии, а второй — конвективный, непрозрачность κ определяет усредненное сечение поглощения/рассеяния на грамм вещества, для томсоновского рассеяния в полностью ионизованном водороде $\kappa_T = \frac{\sigma_T}{m_p}$ см²/г. Непрозрачность определяется также для различных процессов излучения, ионизации и возбуждения при взаимодействии фотонов с веществом. В конвективных областях перенос энергии конвекцией обычно преобладает, хотя во внешних разреженных конвективных оболочках звезд вклад конвективного и лучистого переносов может быть сравнимым. Условием возникновения конвекции в звездах достаточно принять превышение градиента температуры над адиабатическим, что имеет место в ядрах массивных звезд ввиду резкой зависимости скорости энерговыделения от температуры либо в достаточно холодных оболочках звезд, где адиабатический градиент мал в зонах рекомбинации гелия и водорода. Для описания конвективного переноса в звездах используются различные приближенные модели конвекции, самой распространенной из которых является модель среднего пути перемешивания. Два

последних члена в правой части (10.5) определяют выделение или поглощение энергии при гравитационном сжатии или расширении, ϵ_n и ϵ_ν определяют выделение энергии при термоядерных реакциях и потери энергии за счет нейтринного излучения соответственно. Реакция горения водорода с образованием ${}^4\text{He}$ в отсутствие тяжелых элементов либо для звезд с $M \lesssim M_\odot$, у которых температура в центре не превышает $1,5 \cdot 10^7$ К, идет по протон-протонному циклу, представляющему собой следующую цепочку реакций:



В ядрах массивных звезд последующих поколений, где имеются тяжелые элементы, водород горит по так называемому CNO-циклу, когда углерод, азот и кислород выступают в виде катализаторов процесса. Гелий образуется в следующей цепочке реакций:



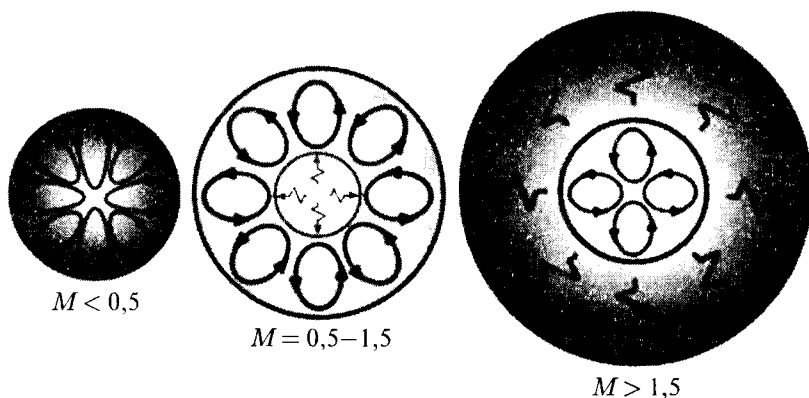
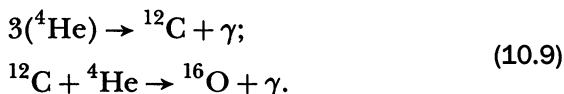


Рис. 10.3. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.)

Конвективные и лучистые зоны звезд различной массы на главной последовательности

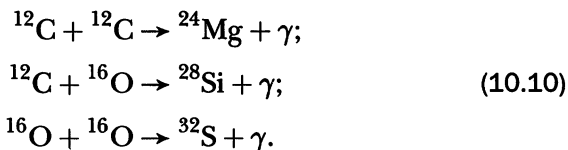
Для горения водорода по CNO-циклу требуется более высокая температура, так как ядрам приходится преодолевать более высокий кулоновский барьер. Количество энергии, выделяемое при горении водорода, составляет $\sim 6 \cdot 10^{18}$ эрг/г, т. е. выделяется $\sim 1/150$ от энергии покоя. Тепло, выделяемое при ядерном горении, переносится наружу с помощью лучистой теплопроводности либо с помощью конвекции. В звездах с $M \leq 1,5 M_{\odot}$ при горении по протон-протонному циклу ядро звезды является лучистым, но в оболочке развивается конвекция ввиду неполной ионизации вещества. Напротив, в массивных звездах при горении по CNO-циклу в ядре развивается конвекция, а оболочка остается лучистой ввиду высокой температуры и почти полной ионизации. Звезды малой массы $M \leq 0,5 M_{\odot}$, в которых тепло выделяется за счет гравитационного сжатия, являются полностью конвективными (рис. 10.3).

После выгорания водорода в ядре звезды тепло, излучаемое с поверхности, не компенсируется горением водорода, поэтому для поддержания гидростатического равновесия звезда сжимается, выделяя тепло за счет гравитационного сжатия. При этом светимость звезды возрастает, радиус ее увеличивается, и она движется вправо вверх по ГР-диаграмме, переходя в состояние звезды-гиганта или сверхгиганта. Рост температуры в ядре звезды заканчивается, когда происходит достижение температуры, при которой начинается горение гелия в реакциях

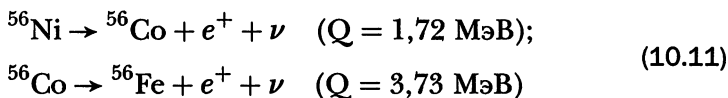


Выделение энергии в каждой реакции из (10.9) примерно на порядок меньше, чем при превращении водорода в гелий. Если учесть, что на стадии горения гелия светимость звезды растет, получаем, что время жизни звезды на этой стадии примерно на два порядка меньше, чем на стадии горения водорода. Дальнейшая судьба звезды кардинально зависит от ее массы. Звезды с массой $M \lesssim 8M_{\odot}$ успевают потерять свою оболочку в процессе эволюции, по-видимому, на стадии горения слоевого гелиевого источника над вырожденным углеродно-кислородным ядром. Оставшееся голое ядро имеет массу меньше чандрасекаровского предела и медленно остывает в виде белого карлика. В звездах с массой $M \gtrsim 8M_{\odot}$ масса вырожденного ядра начинает превышать чандрасекаровский предел, температура ядра превышает температуру горения углерода, происходит развитие тепловой неустойчивости и термоядерный взрыв C—O-ядра, приводящий к разлету всей звезды. Этот взрыв отождествляется со взрывами сверхновых типа Ia. Он происходит в результате ядерных

реакций



После образования ${}^{32}\text{S}$ в горении преобладает захват ядрами альфа-частиц — ядер гелия, вплоть до образования элементов группы железа, обладающих максимально возможной энергией связи. Первым таким элементом является ${}^{56}\text{Ni}$, состоящий из 14 альфа-частиц. Радиоактивный распад никеля ведет к образованию ядра с самой большой энергией связи ${}^{56}\text{Fe}$ в цепочке реакций



(в скобках указано энергосодержание на одну реакцию). Сверхновые этого типа имеют очень похожие кривые блеска, определяемые радиоактивным распадом никеля, что позволяет использовать их в качестве «стандартной свечи» в космологии. В выбросах этих сверхновых имеются самые разнообразные ядра, которые обогащают межзвездную среду тяжелыми элементами. Сопоставление наблюдаемого изотопного состава выброшенных ядер с теорией позволяет получить ограничения на рассматриваемые модели взрыва. В еще более массивных звездах с $M \gtrsim 12M_{\odot}$ C—O-ядро получается невырожденным, и ядерное горение в гидростатическом режиме продолжается вплоть до образования в ядре элементов группы железа. Ввиду больших нейтринных потерь время эволюции на этой стадии невелико, порядка одного дня. После образования железного ядра выделение энергии

прекращается, звезда теряет устойчивость и коллапсирует с образованием нейтронной звезды, что наблюдается в виде вспышки сверхновой типа SN II или SN I b, c.

10.2. Динамическая устойчивость и критические состояния звезд различных масс

Предельная масса холодного устойчивого белого карлика составляет $\sim 1,2M_{\odot}$ для железного состава. Предельная масса звезды растет с ростом энтропии. Для нахождения зависимости предельной массы от энтропии, для изэнтропических звезд, или от температуры, для изотермических звезд, можно воспользоваться приближенным энергетическим методом (Зельдович, 1963). Согласно законам механики, равновесное состояние тела соответствует минимуму его полной энергии, зависящей от одного параметра, а потеря устойчивости происходит в точке перегиба. Если задать распределение плотности по звезде функцией, зависящей от одного параметра, центральной плотности, $\rho = \rho_c \phi\left(\frac{m}{M}\right)$, то при заданной энтропии или температуре можно записать полную энергию звезды как функцию одного параметра ρ_c . Здесь m — масса внутри лагранжевого радиуса, а функция $\phi\left(\frac{m}{M}\right)$ задается политропой с индексом $n = 3$, $\gamma = 4/3$. В чисто политропных звездах эта модель находится в безразличном равновесии, что разделяет устойчивые и неустойчивые модели. Если вещество в звезде имеет переменный показатель адиабаты, то граница устойчивости звезды определяется средним по звезде показателем адиабаты. При зависимости только от одной переменной ρ_c уравнение равновесия и уравнение, определяющее границу устойчивости,

получаются простым дифференцированием выражения для полной энергии по ρ_c . Полная энергия звезды (без массы покоя), включающая в себя тепловую и ньютоновскую гравитационную энергии, а также первую поправку на ОТО, при разложении по r_g/r имеет вид

$$\begin{aligned}\epsilon &= \int_0^M E(\rho, T) dm - \int_0^M \frac{Gm dm}{r} + \epsilon_{GR} = \\ &= \int_0^M E(\rho, T) dm - 0,639 GM^{5/3} \rho_c^{1/3} - 0,918 \frac{GM^{7/3}}{c^2} \rho_c^{2/3}, \\ dm &= 4\pi r^2 dr.\end{aligned}\quad (10.12)$$

В последней строчке приведено значение полной энергии для звезды с распределением плотности согласно политропе с показателем $n = 3$. Приближенное уравнение равновесия получается после дифференцирования выражения для энергии по центральной плотности, точнее по $\rho_c^{1/3}$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_c^{1/3}} &= 3\rho_c^{4/3} \int_0^M P \frac{dm}{\varphi(m/M)} - \\ &- 0,639 GM^{5/3} - 1,84 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} \rho_c^{1/3} = 0.\end{aligned}\quad (10.13)$$

Критическая точка, где теряется устойчивость, определяется нулем второй производной:

$$\frac{\partial^2 \epsilon}{(\rho_c^{1/3})^2} = 9\rho_c^{-5/3} \int_0^M \left(\gamma - \frac{4}{3} \right) P \frac{dm}{\varphi(m/M)} - 1,84 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} = 0.\quad (10.14)$$

При выводе (10.13) и (10.14) использовались соотношения

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial \rho_c^{1/3}} &= \left(\frac{\partial E}{\partial \rho} \right)_s \frac{\partial \rho}{\partial \rho_c} 3\rho_c^{2/3} = \\ &= \frac{P}{\rho^2} \varphi(m/M) 3\rho_c^{2/3} = 3 \frac{P}{\varphi(m/M)} \rho_c^{-4/3}; \\ \frac{\partial P}{\partial \rho_c^{1/3}} &= \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s \varphi \left(\frac{m}{M} \right) 3\rho_c^{2/3} = 3\gamma P \rho_c^{-1/3}, \\ \gamma &= \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_s.\end{aligned}\tag{10.15}$$

Рассматривались ядра звезд, состоящие из железа, которое при высоких температурах диссоциирует. В продуктах диссоциации учитывались p , n и ${}^4\text{He}$. В уравнении состояния учитывались также излучение, равновесные электрон-позитронные пары произвольной степени вырождения и релятивизма. Энтропия вещества предполагалась постоянной по звезде. На рис. 10.4 б представлена зависимость плотности звезды от массы в точке потери гидродинамической устойчивости, полученная в результате решения системы уравнений (10.13) и (10.14). Для холодного белого карлика потеря устойчивости происходит вблизи плотности нейтронизации железа при $\rho_c \approx 1,2 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$ для $M \approx 1,17 M_\odot$. Энтропия звезды монотонно растет с ростом массы. Небольшое увеличение критической плотности для небольших масс связано со стабилизирующим действием нерелятивистских ядер с ростом их температуры. Причины потери устойчивости для железных ядер различных масс различны. При $M > 1,2 M_\odot$ нейтронизация, как причина неустойчивости, постепенно уступает место диссоциации железа, которая остается основной причиной неустойчивости вплоть до $500 M_\odot$.

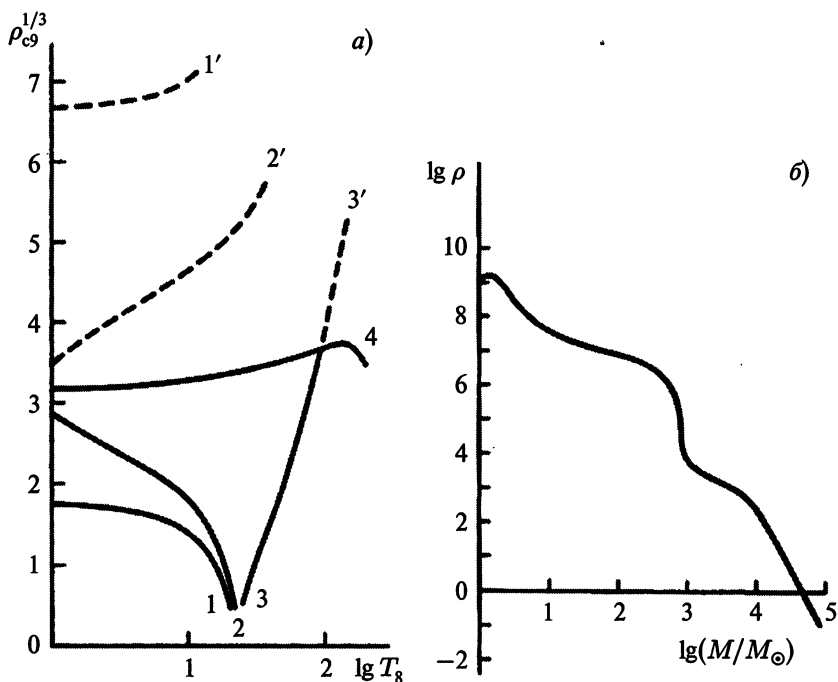


Рис. 10.4. а) Эволюционные кривые и критические состояния изотермических белых карликов на плоскости $(\rho_{c9}^{1/3}, \lg T_8)$, с учетом ОТО: 1, 2, 3 — эволюционные кривые для масс $1,19$, $1,20$ и $1,36 M_\odot$ соответственно (штриховыми линиями даны неустойчивые состояния); 4 — кривая критических состояний, последняя точка соответствует $M = 1,7 M_\odot$; б) центральные плотности критических состояний железных звезд в точке потери устойчивости, с учетом диссоциации железа, ОТО и нейтронизации, в зависимости от массы звезды

При $M = 500 - 10^4 M_\odot$ неустойчивость вызвана рождением пар, а при $M > 10^4 M_\odot$ главную роль играют эффекты ОТО. Для таких сверхмассивных звезд энтропия в критическом состоянии столь велика, что основную роль в давлении играет из-

лучение с небольшой примесью плазмы, важной для устойчивости. При этом зависимость центральной плотности в критическом состоянии $\rho_c(M)$ определяется формулой

$$\rho_c = 2,4 \cdot 10^{17} \frac{1}{\mu^3} \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^{7/2} [\text{г/см}^3]. \quad (10.16)$$

Здесь μ — число барионов на одну частицу. На рис. 10.4 *а* представлены критические состояния изотермических белых карликов без учета нейтронизации, когда устойчивость теряется только за счет эффектов ОТО. Центральная плотность в критическом состоянии здесь примерно на порядок больше, чем на рис. 10.4 *б* при учете нейтронизации, хотя критическая масса холодной звезды увеличилась всего на $\sim 5\%$. Белый карлик теряет устойчивость за счет эффектов ОТО, если он состоит из ^{12}C или ^4He . У этих элементов высок порог нейтронизации, так что она еще не происходит при достижении критической плотности за счет ОТО.

10.3. Вспышки сверхновых. Механизмы взрывов сверхновых. Магнито-ротационная модель

Проблема объяснения механизма взрыва сверхновой с коллапсирующим ядром является одной из актуальных и не решенных до конца в настоящее время. На начальной стадии исследований предполагалось, что взрыв связан с прогревом оболочки мощным потоком нейтрино, идущим из центрального ядра (нейтринная депозиция). В процессе коллапса железного ядра массивной звезды формируется ударная волна отскока, которая, как предполагалось, отходя от центральных областей звезды, позволит получить взрыв сверхновой. Однако ни одномерные (сферически-симметричные),

ни двумерные и трехмерные модели сверхновых, основанные на действии нейтринной депозиции в сочетании с ударной волной отскока, не позволили получить взрыв сверхновой с коллапсирующим ядром. Модель сверхновой, основанная на использовании механизма нейтринной конвекции, также не приводит к взрыву сверхновой. Для получения взрыва коллапсирующей сверхновой необходимо учесть вращение и наличие магнитного поля, сочетание которых позволяет получить магниторотационный (МР) взрыв сверхновой, рассмотренный Бисноватым-Коганом в 1970 году.

В настоящее время МР-механизм взрыва сверхновых с коллапсирующим ядром является практически единственным, позволяющим получить взрыв сверхновой с энергией, соответствующей результатам наблюдений. Энергия взрыва в МР-механизме получается из энергии вращения предсверхновой. Преобразование энергии вращения в радиальную кинетическую энергию происходит при помощи магнитного поля. В результате неоднородного коллапса ядра возникает дифференциальное вращение. Благодаря дифференциальному вращению при наличии полоидального магнитного поля, дипольного или квадрупольного типа (рис. 10.5) возникает тороидальное магнитное поле, усиливающееся со временем. Сильное тороидальное магнитное поле позволяет преобразовать часть энергии вращения в радиальную кинетическую энергию (энергию взрыва). Как показывают результаты двумерного моделирования МР-механизма взрыва сверхновой, после начальной стадии линейного роста тороидальной компоненты магнитного поля начинается стадия экспоненциального роста тороидальной и полоидальных компонент магнитного поля. Развивается магниторотационная неустойчивость. Система уравнений идеальной МГД с бесконечной

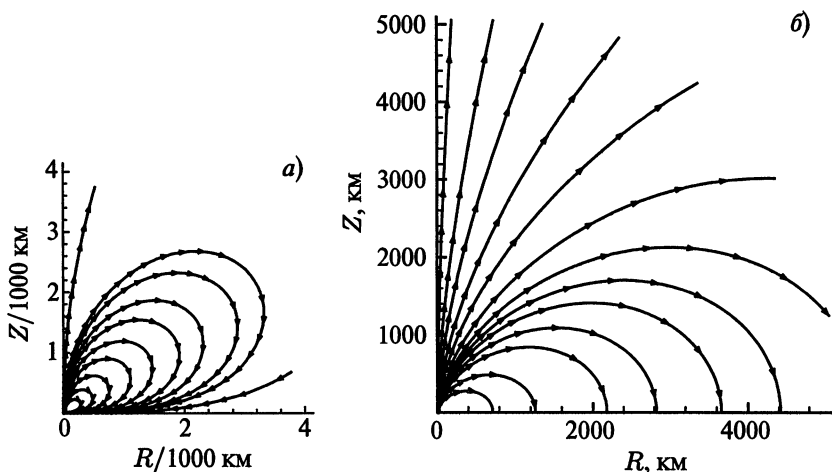


Рис. 10.5. а) Начальное полоидальное магнитное поле квадрупольного типа; б) конфигурация начального полоидального магнитного поля дипольного типа симметрии

проводимостью, для исследования МР-взрыва, имеет вид

$$\begin{aligned}
 \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{v}; \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \\
 \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\text{grad} \left(P + \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}}{8\pi} \right) + \frac{\nabla \cdot (\mathbf{H} \otimes \mathbf{H})}{4\pi} - \rho \nabla \Phi; \\
 \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{H}}{\rho} \right) &= \mathbf{H} \cdot \nabla \mathbf{v}; \quad \Delta \Phi = 4\pi G \rho; \\
 \rho \frac{d\varepsilon}{dt} + P \nabla \cdot \mathbf{v} + \rho F(\rho, T) &= 0; \\
 P &= P(\rho, T); \quad \varepsilon = \varepsilon(\rho, T).
 \end{aligned}
 \tag{10.17}$$

Здесь $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$ — полная производная, $\mathbf{x} = (r, \varphi, z)$, $\mathbf{v} = (v_r, v_\varphi, v_z)$ — вектор скорости, ρ — плотность, P — дав-

ление, $\mathbf{H} = (H_r, H_\varphi, H_z)$ — вектор магнитного поля, Φ — ньютоновский гравитационный потенциал, ε — внутренняя энергия на грамм, G — гравитационная постоянная, $\mathbf{H} \otimes \mathbf{H}$ — тензор второго ранга, $F(\rho, T)$ — функция нейтринных потерь (эрг/г/с), r, φ, z — пространственные лагранжевы координаты, т. е.

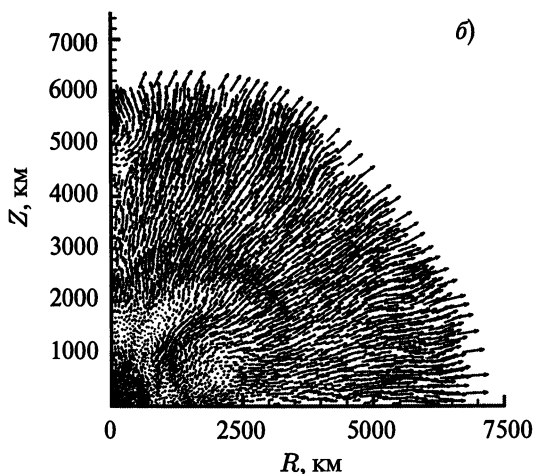
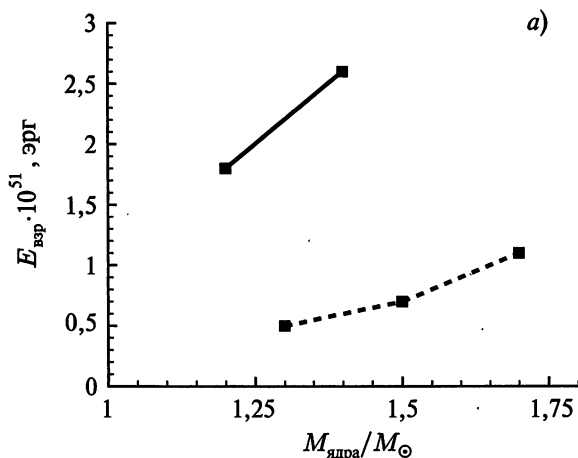
$$r = r(r_0, \varphi_0, z_0, t), \quad \varphi = \varphi(r_0, \varphi_0, z_0, t), \quad z = z(r_0, \varphi_0, z_0, t),$$

где r_0, φ_0, z_0 — начальные значения координат в распределении вещества в пространстве. С учетом симметрии задачи ($\partial/\partial\varphi = 0$) дивергенция тензора $\mathbf{H} \otimes \mathbf{H}$ представляется в следующем виде:

$$\nabla \cdot (\mathbf{H} \otimes \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial(r H_r H_r)}{\partial r} + \frac{\partial(H_z H_r)}{\partial z} - \frac{1}{r} H_\varphi H_\varphi \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(r H_r H_\varphi)}{\partial r} + \frac{\partial(H_z H_\varphi)}{\partial z} + \frac{1}{r} H_\varphi H_r \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(r H_r H_z)}{\partial r} + \frac{\partial(H_z H_z)}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (10.18)$$

Рис. 10.6. а) Зависимость энергии МР-взрыва сверхновой от начальной массы ядра при различных значениях удельной энергии вращения перед началом эволюции магнитного поля (перед коллапсом) $E_{\text{rot}}/M_{\text{core}} \approx (0,39-0,40) \cdot 10^{19}$ эрг/г (сплошная линия) и $E_{\text{rot}}/M_{\text{core}} \approx (0,19-0,23) \cdot 10^{19}$ эрг/г (штриховая линия); б) поле скоростей при МР-взрыве сверхновой с начальным магнитным полем квадрупольного типа в момент времени $t = 0,18$ с после начала эволюции тороидального магнитного поля: начальная масса ядра $1,2M_\odot$; удельная энергия вращения в момент включения магнитного поля $E_{\text{rot}}/M_{\text{core}} = 0,39 \cdot 10^{19}$ эрг/г; начальное магнитное поле — квадрупольного типа

Термодинамические функции $P(\rho, T)$, $\varepsilon(\rho, T)$ учитывают вклад излучения, частично вырожденных электронов, невырожденных ядер и взаимодействие нуклонов при плотностях, превышающих ядерную. Основным источником ней-



тринных потерь являются Урка-процессы. В сверхплотном горячем нейтронном ядре, образующемся в результате коллапса, нейтрино не вылетают свободно, а испытывают поглощение и рассеяние. Некоторые результаты двумерных расчетов представлены на рис. 10.6.

Энергия МР-взрыва сверхновой зависит от массы железного ядра и начальной вращательной энергии (начальной угловой скорости). Как показали расчеты, энергия МР-взрыва сверхновой растет с увеличением массы ядра и энергии вращения (рис. 10.6). Очевидно, что при магниторотационном взрыве сверхновой выделяется энергия, достаточная для объяснения явления взрыва сверхновых с коллапсирующим ядром, $(0,5-2,6) \cdot 10^{51}$ эрг (сверхновые типа II и типа Ib). Энергия взрыва сверхновых типа Ic может быть больше, это, по-видимому, связано с коллапсом более массивных ядер, порядка нескольких десятков солнечных масс.

10.4. Космические гамма-всплески (КГВ) и сверхновые

КГВ были открыты благодаря тому, что их излучение попадает в область регистрации излучения ядерных испытаний на Земле. На орбиту вокруг Земли в 1960-х годах в США была запущена система спутников «ВЕЛА» (VELA), которые и зарегистрировали гамма-излучение, идущее не от Земли, а из космоса. Сообщение об этом открытии опубликовано в 1973 году Р. Клебесаделем и др. Неземное происхождение гамма-импульсов удалось установить благодаря наличию нескольких спутников, с помощью которых проводится триангуляция импульса. Время прихода импульса регистрируется

с большой точностью, и по разности времен прихода импульсов одного КГВ на разных спутниках определяется область на небе, откуда мог придти импульс. При наличии двух спутников на небе выделяется допустимая окружность, три спутника выделяют две допустимые на небе точки, а в случае четырех и более спутников направление, откуда приходит импульс, определяется однозначно. После установления внеземного происхождения КГВ началось их широкое исследование. На многих спутниках вокруг Земли, а также на межпланетных аппаратах были установлены приборы регистрации КГВ, что позволило, благодаря триангуляции, уже к началу 1980-х годов получить локализацию некоторых мощных всплесков с точностью, достигающей несколько десятков секунд дуги. Было проведено глубокое исследование областей локализации нескольких КГВ в оптике, не приведшее к положительному результату. Триангуляционный метод определения направления требовал значительного времени для обработки результатов, поэтому между гамма- и оптическими наблюдениями проходило много времени, хотя оптический партнер мог оказаться столь же кратковременным, как и КГВ. Длительность их редко превышает несколько сот секунд, а длительность самых коротких из них достигает нескольких десятков миллисекунд.

Система, позволяющая получить быструю, хотя и не очень точную, с областью ошибок порядка нескольких градусов, локализацию КГВ была впервые применена в советском эксперименте «Конус» группы из Ленинградского физтеха под руководством Е. П. Мазеца. Впервые этот эксперимент был реализован в 1978 году на спутниках «Венера-9» и «Венера-10», а впоследствии эксперимент «Конус» был реализован на различных советских, российских и амери-

канских спутниках. Прибор США для регистрации КГВ под названием «БАТСЕ» (BATSE), установленный на Комптоновской гамма-обсерватории (1991–2000), обладал тем же принципом действия, что и «Конус». За время своей работы «БАТСЕ» регистрировал КГВ примерно раз в день, зарегистрировав в общей сложности более 3000 КГВ при чувствительности около $3 \cdot 10^{-8}$ эрг/см², что было примерно в 3 раза выше чувствительности первого эксперимента «Конус». При этом «Конус» имел преимущество, так как проводя наблюдения с межпланетной миссии обладал практически постоянным гамма-фоном. Комптоновская гамма-обсерватория летала вокруг Земли, при этом из-за наличия вокруг Земли радиационных поясов гамма-фон на этой обсерватории изменялся в несколько раз, что увеличивало ошибки как в определении энергии КГВ, так и в точности локализации допустимой области прихода импульса. Принцип действия «Конуса» основан на использовании зависимости чувствительности детектора от направления падения на него гамма-импульса, максимальной при перпендикулярном падении. Установив три взаимно перпендикулярных детектора, можно получить точность локализации тем лучше, чем ярче КГВ, но, как правило, не лучше нескольких градусов дуги. В эксперименте «БАТСЕ» было установлено 4 таких детектора.

Качественный скачок был достигнут благодаря результатам, полученным на итальянском спутнике «БеппоСАКС» (BeppoSAX), начавшим свою работу в 1996 году. На этом спутнике была использована другая схема локализации КГВ, приведшая к успеху. Так как значительная часть энергии КГВ идет в жесткой рентгеновской области, то первичная регистрация КГВ проводится широкоугольным телескопом рентгеновского излучения в области примерно от 2 до 30 кэВ с ко-

дирующей маской. Такой телескоп позволяет сделать локализацию с точностью порядка десяти угловых минут. Второй телескоп мягкого (0,1–10 кэВ) рентгеновского излучения сразу наводится на это место, позволяя уменьшить область локализации примерно до одной минуты дуги. По достижении такой точности информация передается на различные обсерватории на Земле, которые исследуют область локализации с возможно большей подробностью. В такой схеме КГВ регистрируются из ограниченной области неба порядка стерадиана, но благодаря быстрой и точной локализации в 1997 году удалось сделать первое оптическое отождествление КГВ, получить оптический спектр послесвечения, найти красное смещение и установить его космологическую природу. К настоящему времени зарегистрирован КГВ, в послесвечении которого измерено красное смещение $z > 6$. С этой интерпретацией согласуется распределение КГВ по небесной сфере, близкое к изотропному (рис. 10.7). Даже в этой схеме между регистрацией КГВ и его оптическим отождествлением проходит не меньше часа, а получение спектра на большом телескопе оказывается возможным сделать с еще большей задержкой по времени. Первое наблюдение прямого оптического излучения КГВ 990123, которое по счастливой случайности было начато всего лишь через 22 секунды после его регистрации в гамма-области, зарегистрировало яркого оптического партнера КГВ, ярче 9 звездной величины, длительность которого была сравнима с длительностью самого КГВ, т. е. длилась всего несколько сот секунд. Второе прямое оптическое наблюдение КГВ 080319В, выполненное на российско-итальянском широкоугольном телескопе «ТОРТОРА» в Чили, позволило зарегистрировать оптическую вспышку, звездная величина которой достигала 5,5, что можно

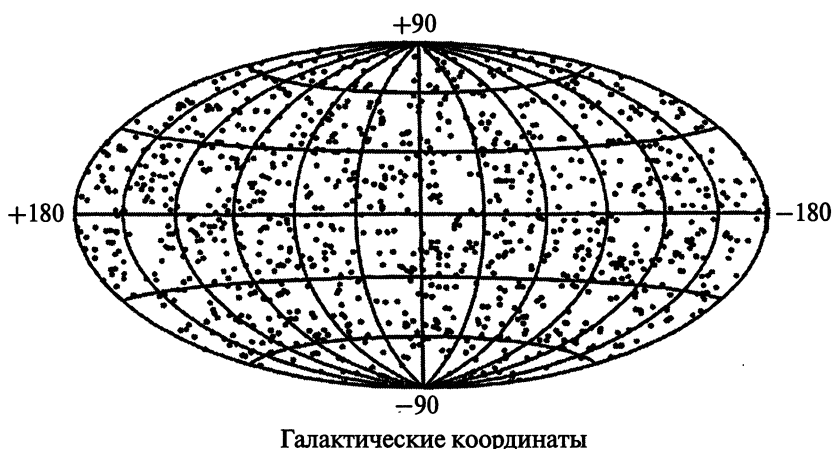


Рис. 10.7. Распределение на небесной сфере 1121 КГВ, зарегистрированных «БАТСЕ» в течение 3 лет, в галактических координатах.

Не наблюдается какого-либо сгущивания или анизотропии

было бы наблюдать невооруженным глазом (рис. 10.8). Для избежания огромного энерговыделения в космологических КГВ, которое в случае изотропного излучения могло превышать энергию покоя Солнца, их излучение предполагается коллимированным. Как видно на рис. 10.8, оптическая кривая блеска повторяет с небольшой задержкой кривую блеска в гамма-области, что указывает на возможное совпадение углов коллимации гамма-всплеска и прямого оптического излучения. Быстрый спад в оптике и появление слабого оптического источника, длительность которого может достигать нескольких недель и месяцев, свидетельствует в пользу различного происхождения прямого оптического излучения и оптического послесвечения.

Указания на связь КГВ со взрывами сверхновых были получены при наблюдении GRB 980425, который совпал на

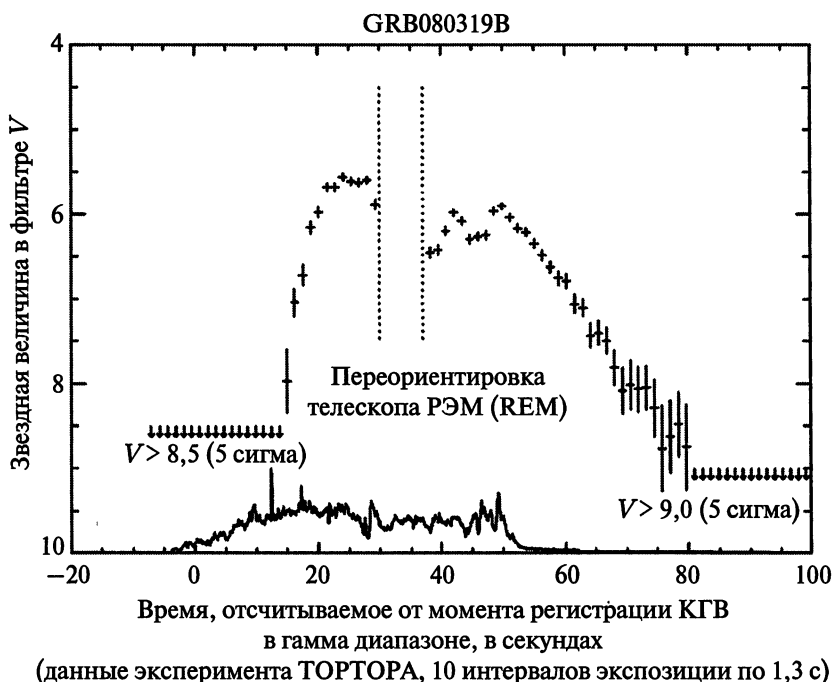


Рис. 10.8. Оптическая кривая блеска КГВ 080319В. Внизу приведена кривая блеска в гамма-области. Провал в оптических наблюдениях связан с включением итальянского телескопа «РЭМ», совмещенного с телескопом «ТОРТОРА»

небе с SN 1998bw. Эта сверхновая оказалась аномально яркой по сравнению с другими СН типа SN Ib/c, имела пекулярные спектры и необычно большую радиосветимость на начальных стадиях. Она взорвалась в близкой галактике с красным смещением, намного меньшим, чем те, которые наблюдаются в оптических послесвечениях других КГВ, что указывало на небольшое энерговыделение в GRB 980425. Нельзя исключить, что примерное совпадение во времени и в про-

екции на небесную сферу СН и КГВ является случайным, а расстояния до них сильно различаются. Тем не менее даже при явной пекулярности близкого GRB 980425 при его связи с SN 1998bw идея происхождения КГВ при взрыве пекулярной очень яркой сверхновой SN Ic (гиперновая) стала весьма популярной. Наиболее интересным послесвечением, наблюдавшимся на многих обсерваториях, обладал GRB 030329, где особенности спектра послесвечения показали наличие сверхновой. На некотором этапе было замечено подобие спектра послесвечения и пекулярной сверхновой SN 1998bw, что позволило заявить об открытии SN 2003dh, связанной с этим КГВ. Сравнение спектров SN 2003dh и SN 1998bw дано на рис. 10.9.

Наблюдения эксперимента «ЭГРЕТ» (EGRET) на борту орбитальной комптоновской гамма-обсерватории «СГРО» (CGRO) показали, что КГВ излучают также и в жесткой гамма-области вплоть до энергий 20 ГэВ. Жесткое гамма-излучение было зарегистрировано примерно у 10 КГВ, причем у 5 КГВ, как правило, жесткое гамма-излучение длится дольше, чем основной, мягкий КГВ, вплоть до 1,5 часа в GRB 940217 (см. рис. 10.10). Сравнение угловой апертуры экспериментов «ЭГРЕТ» и «БАТСЕ», а также длительности их работы на орбите приводит к выводу о том, что жесткое гамма-излучение должно наблюдаться у значительной части, примерно от трети до половины всех КГВ. Если КГВ связан со взрывом сверхновой и рождением нейтронной звезды, то остаточные после взрыва колебания нейтронной звезды могут быть ответственны за продолжительное послесвечение в жесткой гамма-области.

Интересно сравнить свойства коротких КГВ с гигантскими вспышками мягких гамма-повторителей (МГП), рас-

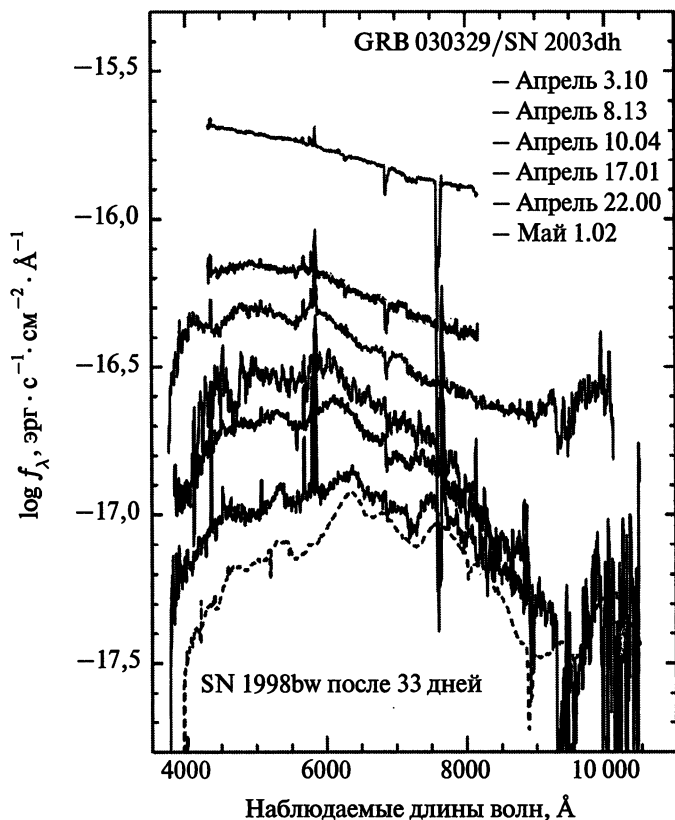


Рис.10.9. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Эволюция спектра суммарного оптического излучения f_λ послесвечения GRB 030329, связанной с ним сверхновой SN 2003dh и их родительской галактики. После названия месяца указана дата и, после точки, универсальное время наблюдения, с точностью до часа, которое соответствует числу часов, прошедших после полуночи в Гринвичской временной зоне

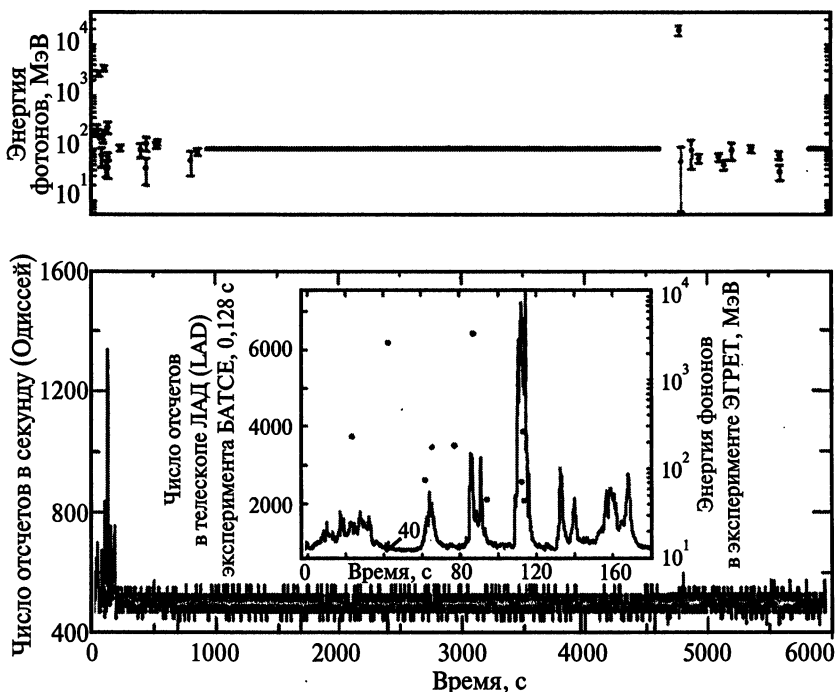


Рис. 10.10. Вспышка КГВ 17 февраля 1994, от которой наблюдались гамма-кванты в ГэВной области энергий на эксперименте ЭГРЕТ в течение 1,5 часа после основной вспышки. Составной рисунок включает данные ЭГРЕТ, а также данные наблюдений основной вспышки в эксперименте БАТСЕ и на спутнике «Одиссей» (Ulysses)

положенных внутри Галактики. Если бы МГП располагались на большем расстоянии, на котором обычная активность МГП не была бы видна, а регистрировались бы только гигантские всплески, то, без сомнений, эти последние были бы отнесены к обычным коротким КГВ. Кривые блеска гигантского всплеска приведена на рис. 10.11 согласно наблюде-

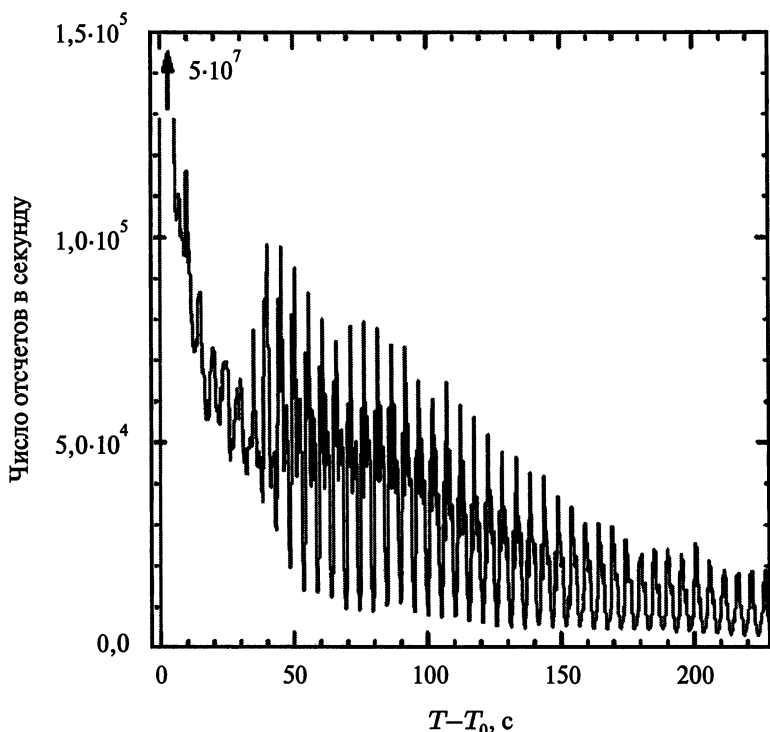


Рис. 10.11. Кривая блеска гигантского всплеска SGR 1900+14 27 августа 1998 года. Приведены данные детектора «Конус-Винд» об излучении в области энергий квантов $E > 15$ кэВ

ниям на приборе «Конус-Винд» (KONUS-WIND). Мощность гигантского всплеска в Галактике столь велика, что в области максимума все летающие приборы достигают насыщения, и это не позволяло измерить пиковую мощность. Во время самой мощной вспышки SGR 1806–20, 27 декабря 2004 года, которая в максимуме превышала 1 эрг/с/см^3 , на орбите летали 2 спутника с гамма-спектрометрами. Рос-

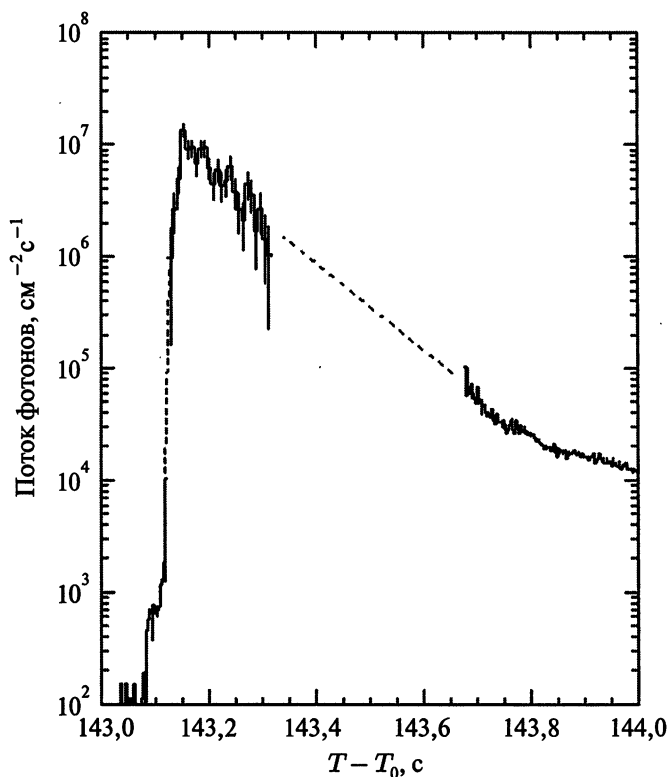


Рис. 10.12. Реконструированная кривая блеска мощной вспышки SGR 1806–20 27 декабря 2004 года. Верхняя часть графика получена из наблюдений отраженного от Луны сигнала на гамма-спектрометре «Геликон» на борту российского спутника «Коронас Ф», а на нижней части рисунка приведены данные детектора «Конус-Винд». Штриховой линией указан интервал, где детектор «Конус-Винд» находится на стадии насыщения, но отраженный сигнал слишком мал для спектрометра «Геликон»

сийский спутник «Коронас Ф», на борту которого находился гамма-спектрометр «Геликон», был закрыт Землей от прямого излучения, но удалось зарегистрировать сигнал, отраженный от Луны. Это позволило, после проведения соответствующих расчетов, восстановить кривую блеска этой вспышки в области максимума (рис. 10.12). Частота и мощность гигантских всплесков МГП, наблюдавшихся уже в 4-х из 6-ти отождествленных МГП в Галактике и Большом Магеллановом Облаке, таковы, что имеется реальная возможность их наблюдений от соседних галактик локальной группы в виде коротких КГВ. Первое указание на гигантскую вспышку МГП в Туманности Андромеды (M31) было получено в наблюдениях прибора «Конус-Винд» в 2007 году.

Вероятной моделью космологического КГВ представляется коллапс ядра звезды большой массы с формированием черной дыры, окруженной массивным вращающимся диском. Быстрое падение диска на черную дыру в результате магниторотационных процессов, сопровождаемое огромным энерговыделением в виде нейтрино, излучения и электронно-позитронных пар, может быть источником рождения КГВ. МГП являются галактическими нейтронными звездами (5 объектов), по одному МГП зарегистрировано в Большом Магеллановом Облаке и, возможно, в галактике M31 в Туманности Андромеды. КГВ интерпретируются как очень сильно замагниченные звезды – магнетары. Магнитная энергии при этом является источником излучения МГП. Периоды вращения нейтронных звезд в МГП составляют несколько (примерно до 8) секунд, поэтому энергия вращения намного меньше, чем требуется для объяснения их светимости. Другим возможным источником энергии в МГП является ядерная энергия, запасенная в неравновесном слое в коре

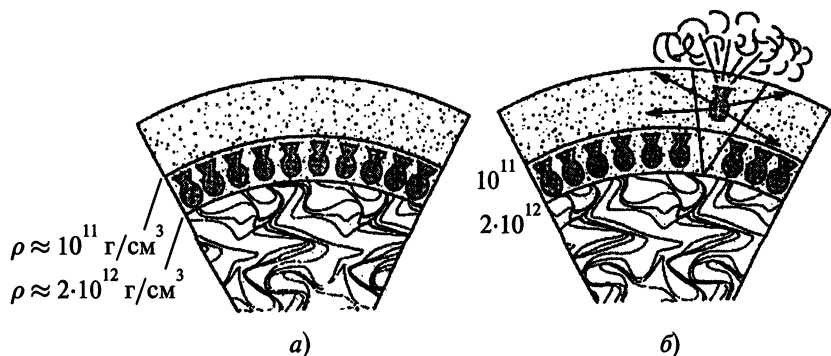


Рис. 10.13. Схематическое представление неравновесного слоя в коре нейтронной звезды: а) в спокойном состоянии; б) после звездотрясения и ядерного взрыва за счет деления сверхтяжелых ядер во внешних слоях оболочки

нейтронной звезды, состоящем из сверхтяжелых ядер. Когда в результате звездотрясения вещество неравновесного слоя выходит в область небольших скоростей, начинается спонтанное деление, которое заканчивается цепной реакцией деления и ядерным взрывом (рис. 10.13).

Литература, рекомендуемая к Части I

1. *Бисноватый-Коган Г. С.* Физические вопросы теории звездной эволюции. М.: Наука, 1989.
2. *Гуревич Л. Э., Чернин Л. Д.* Введение в космогонию. М.: Наука, 1978.
3. *Зельдович Я. Б., Блинников С. И., Шакура Н. И.* Физические основы строения и эволюции звезд. М.: Изд-во МГУ, 1981.
4. *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Наука, 2001.
6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1976.
7. *Липунов В. М.* Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987.
8. *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация. Бишкек: Айнштейн, 1996.
9. *Новиков И. Д., Фролов В. П.* Физика черных дыр. М.: Наука, 1986.
10. *Чандрасекхар С.* Введение в учение о строении звезд. М.: ИЛ, 1950.
11. *Шапиро С., Тюкольски С.* Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. М.: Мир, 1985.

Часть

II

**ФИЗИЧЕСКАЯ
КОСМОЛОГИЯ**

Глава 11. Космологические модели	211
Глава 12. Ранние стадии расширения Вселенной	229
Глава 13. Гравитационная неустойчивость	247
Глава 14. Реликтовое излучение	273
Глава 15. Космомикрофизика	293
Глава 16. Фоновые составляющие Вселенной	305
Глава 17. Проблемы современной космологии — очень ранняя Вселенная	327

Глава 11

Космологические модели

- Уравнения Эйнштейна
- Решения Фридмана
- Красное смещение. Постоянная Хаббла

11.1. Уравнения Эйнштейна

Космология — наука о Вселенной в целом, ее глобальных свойствах и физических процессах. Основу космологии составляет общая теория относительности (ОТО) Эйнштейна. Изучение физических процессов требует применения почти всех областей физики. В ОТО:

- кривое (неплоское) пространство-время;
- кривизна определяется материей.

В большинстве космологических моделей Вселенная предполагается однородной, изотропной, расширяющейся, а наблюдаемые неоднородности возникают на поздних стадиях расширения. Эти предположения подтверждаются наблюдениями. Геометрия пространства-времени задается мет-

рическим тензором g_{ik} , который определяет интервал ds :

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (11.1)$$

В плоском пространстве Минковского, в инерциальной системе отсчета координат (*галилеевой*), квадрат интервала определяется формулой

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (11.2)$$

$$g_{00} = 1, \quad g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1,$$

$$g_{ik} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq k; \quad g_{ik} = g_{ki} = g^{ik} = g^{ki}.$$

В кривом пространстве имеет место ненулевой четырехмерный тензор Римана—Кристоффеля (тензор кривизны), составленный из вторых производных метрического тензора и произведений первых производных:

$$R_{iklm} \sim \left(\frac{\partial^2 g_{ik}}{\partial x^l \partial x^m}, \frac{\partial g_{pk}}{\partial x^i} \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^p} \right). \quad (11.3)$$

Свертка тензора кривизны называется тензором Риччи

$$R_{ik} = g^{lm} R_{iklm}.$$

Отметим, что в общем случае для метрического тензора имеет место соотношение $g_{im} g^{mk} = \delta_i^k$; $\delta_i^k = 1$ при $i = k$, $\delta_i^k = 0$ при $i \neq k$ ¹⁾. Уравнение ОТО (Эйнштейна) связывает тензор

¹⁾ Тензоры с верхними индексами называются контравариантными, а с нижними — ковариантными. Они по разному преобразуются при преобразованиях координат. Связь между ко- и контравариантными компонентами одного и того же тензора осуществляется сверткой с метрическим тензором (поднятие или опускание индексов). Например, $A_i^k = g_{il} A^{lk} = g^{kl} A_{li}$.

Риччи с тензором энергии-импульса T_{ik} :

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R - \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}. \quad (11.4)$$

В уравнение Эйнштейна помимо тензора Риччи входят:

- скалярная кривизна $R = g^{ik}R_{ik}$;
- космологическая постоянная Λ ;
- тензор энергии импульса T_{ik} ;
- гравитационная постоянная G ;
- скорость света c .

Космологическая постоянная введена Эйнштейном в уравнения ОТО для того, чтобы иметь возможность построения модели статической Вселенной, не нарушая релятивистской инвариантности уравнений. Для идеального газа — среды, в которой кинетическая энергия частиц много больше энергии взаимодействия между ними и поэтому не учитывается в T_{ik} , — имеем

$$\begin{aligned} T^{ik} &= (P + \varepsilon)u^i u^k - P g^{ik}, \\ T_k^i &= (P + \varepsilon)u^i u_k - P \delta_k^i. \end{aligned} \quad (11.5)$$

Здесь вводится четырехмерная скорость

$$u^i = \frac{\partial x^i}{ds}; \quad u^i = (1, 0, 0, 0) \quad \text{в состоянии покоя.} \quad (11.6)$$

В состоянии покоя имеем также, согласно (11.5), (11.6),

$$\begin{aligned} T_0^0 &= \varepsilon; \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -P; \\ T_i^k &= 0 \quad \text{при } i \neq k. \end{aligned} \quad (11.7)$$

В плоском пространстве с галилеевой метрикой имеем в состоянии покоя

$$\begin{aligned} T^{00} &= T_{00} = \varepsilon; \\ T^{11} &= T^{22} = T^{33} = T_{11} = T_{22} = T_{33} = -P; \\ T^{ik} &= T_{ik} = 0 \quad \text{при } i \neq k. \end{aligned} \quad (11.8)$$

Для замыкания системы уравнений необходимо знать уравнение состояния $P = P(\varepsilon)$, связывающее между собой давление вещества P с плотностью энергии ε . Плотность энергии складывается из энергии покоя $\rho_0 c^2$ и внутренней тепловой энергии хаотического движения частиц E_{th} . Полная плотность вещества ρ определяется плотностью энергии $\varepsilon = \rho c^2$. В нерелятивистском пределе при скоростях движения $v \ll c$, $E_{\text{th}} \ll \rho_0 c^2$ уравнение состояния сводится к связи давления с плотностью массы покоя $P = P(\rho_0)$, а компонента g_{00} метрического тензора отличается от единицы на малую величину, пропорциональную ньютоновскому гравитационному потенциалу φ_G :

$$g_{00} = 1 + 2 \frac{\varphi_G}{c^2}, \quad \varphi_G \ll c^2. \quad (11.9)$$

В отличие от ньютоновской теории тяготения, где гравитационный потенциал определяется из линейного уравнения Пуассона

$$\Delta \varphi_G = 4\pi G \rho_0, \quad (11.10)$$

уравнения Эйнштейна (11.4) нелинейны относительно компонент метрического тензора, что приводит к возможности существования неплоского пространства в отсутствие вещества, в виде гравитационных волн.

11.2. Решения Фридмана

Однородное пространство представляет собой однородную трехмерную сферу (конечную или бесконечную) в четырехмерном пространстве, интервал в которой можно записать в сопутствующей системе координат в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2. \quad (11.11)$$

Пространственный интервал dl однородной сферы в сферической системе координат (r, θ, φ) записывается в виде

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 \mp r^2/a^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (11.12)$$

Здесь знак « $-$ » соответствует трехмерному пространству положительной кривизны, с конечным радиусом сферы $a(t)$. Знак « $+$ » соответствует трехмерному пространству отрицательной кривизны, с мнимым радиусом сферы $ia(t)$. Это означает, что трехмерное пространство бесконечно, а $a(t)$ в действительности является не радиусом сферы, а масштабным фактором. Кривизна трехмерного пространства может равняться нулю, и тогда трехмерный интервал примет вид

$$dl^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (11.13)$$

При переходе к безразмерной радиальной координате $\tilde{r} = r/a(t)$ интервал в однородной нестационарной Вселенной запишется в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{d\tilde{r}^2}{1 - k\tilde{r}^2} + \tilde{r}^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right], \quad (11.14)$$

где $k = 1$ соответствует конечной закрытой Вселенной; $k = -1$ — бесконечной открытой Вселенной; $k = 0$ — бесконечной плоской Вселенной.

В плоской Вселенной нулевой является трехмерная кривизна, а четырехмерное пространство остается кривым. Из «00»-уравнения Эйнштейна (11.4)

$$R_0^0 - \frac{1}{2}R - \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_0^0$$

получаем следующее уравнение для масштабного фактора $a(t)$:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon + \frac{\Lambda}{3}c^2. \quad (11.15)$$

Для адиабатического расширения имеем

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon + P} = -\frac{dV}{V} = -3\frac{da}{a}, \quad V - \text{объем}. \quad (11.16)$$

Рассмотрим несколько частных случаев уравнения состояния.

1. Пыль,

$$P = 0, \quad \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = -3\frac{da}{a}, \quad \varepsilon \sim a^{-3}.$$

Это соответствует сохранению массы покоя и числа частиц (барионов) при расширении.

2. Ультрарелятивистский газ,

$$P = \frac{\varepsilon}{3}, \quad \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = -4\frac{da}{a}, \quad \varepsilon \sim a^{-4}.$$

Это соответствует тому, что при расширении энергия ультрарелятивистской частицы падает $\sim a^{-1}$, аналогично энергии фотона, при сохранении числа частиц.

3. Сильно взаимодействующее вещество,

$$P = \varepsilon, \quad \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = -6\frac{da}{a}, \quad \varepsilon \sim a^{-6}.$$

Это уравнение состояния, рассмотренное Я. Б. Зельдовичем в 1962 году, называется предельно жестким, так как скорость звука $v_s^2 = dP/d\rho$ здесь равна скорости света c , $\varepsilon = \rho c^2$.

4. Состояние с отрицательным давлением,

$$P = -\beta\varepsilon, \quad \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = -3(1-\beta)\frac{da}{a}, \quad \varepsilon \sim a^{3(\beta-1)}.$$

При $\beta = 1$ расширение происходит без изменения энергии, что характеризует состояние вакуума. Рассмотрим частные случаи расширяющихся Вселенных.

1. Закрытая пылевая Вселенная

$k = 1$, $P = 0$, с $\Lambda = 0$. Из (11.15), (11.16) имеем

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon; \quad \varepsilon = \rho c^2 \equiv \rho_0 c^2; \quad \rho = \rho_* \frac{a_*^3}{a^3}. \quad (11.17)$$

В закрытой Вселенной a является ее радиусом, ρ_* и a_*^3 определяют плотность и радиус Вселенной в фиксированный (произвольный) момент времени t_* . Согласно соотношениям дифференциальной геометрии, объем трехмерной сферы с пространственной метрикой (11.12) в четырехмерном пространстве определяется соотношением²⁾

²⁾ Здесь и дальше учтены табличные интегралы

$$\int \sqrt{b^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left(b^2 \arcsin \frac{x}{b} + x \sqrt{b^2 - x^2} \right); \quad \int \frac{dx}{\sqrt{b^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{b};$$

$$\int \sqrt{b^2 + x^2} dx = \frac{1}{2} \left(b^2 \operatorname{arsh} \frac{x}{b} + x \sqrt{b^2 + x^2} \right); \quad \int \frac{dx}{\sqrt{b^2 + x^2}} = \operatorname{arsh} \frac{x}{b}.$$

$$\begin{aligned}
 V &= 2 \cdot 4\pi \int_0^a \frac{r^2 dr}{\sqrt{1 - (r^2/a^2)}} = 2 \cdot 4\pi a^3 \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \\
 &= 8\pi a^3 \left(\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} - \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx \right) = \\
 &= 8\pi a^3 \cdot \frac{1}{2} \left(\arcsin x - x\sqrt{1 - x^2} \right) \Big|_0^1 = 2\pi^2 a^3. \quad (11.18)
 \end{aligned}$$

Масса однородной пылевой закрытой Вселенной

$$M = \rho V = 2\pi^2 \rho a^3$$

сохраняется при расширении, поэтому плотность находится из соотношения $\rho = \frac{M}{2\pi^2 a^3}$. Найдём теперь зависимость от времени радиуса Вселенной $a(t)$ из (11.17), которая записывается в виде

$$\frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3} a^2 - c^2} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \frac{M}{2\pi^2 a} - c^2} = \frac{c}{\sqrt{a}} \sqrt{\frac{8\pi G M}{6\pi^2 c^2} - a}. \quad (11.19)$$

Переходя к переменной $x = \sqrt{a}$ и вводя постоянную $b^2 = \frac{4GM}{3\pi c^2}$, получаем из (11.19)

$$x^2 \frac{dx}{dt} = \frac{c}{2} \sqrt{b^2 - x^2}. \quad (11.20)$$

Решая (11.20) для начальных условий Большого взрыва $a = x = 0$ при $t = 0$, получаем, с учетом интегралов в сноске 2,

$$ct = \frac{4GM}{3\pi c^2} \arcsin \sqrt{\frac{3\pi c^2 a}{4GM}} - \sqrt{a} \sqrt{\frac{4GM}{3\pi c^2} - a}. \quad (11.21)$$

Как следует из (11.21), в процессе расширения радиус закрытой Вселенной достигает своего максимального значения $a_{\max} = \frac{4GM}{3\pi c^2}$ на момент $t_{\max} = \frac{2GM}{3c^3}$ после начала расширения, после чего начинается сжатие. Если принять время остановки $t_{\max}$ равным современному возрасту Вселенной $5 \cdot 10^{17}$ с, то это соответствовало бы массе Вселенной, равной $M = \frac{3c^3 t_{\max}}{2G} \approx 10^{56}$ г, а максимальный радиус Вселенной равнялся бы современному радиусу горизонта $a_{\max} = a_{\text{hor}} = ct_{\max} = 1,5 \cdot 10^{28}$ см = 5000 Мегاپарсек³⁾.

2. Плоская Вселенная

$k=0$ с ультрарелятивистским уравнением состояния $P = \varepsilon/3$. В этом случае Вселенная бесконечна в пространстве, поэтому $a(t)$ имеет смысл масштабного фактора. Из (11.15), (11.16) имеем

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon + \frac{\Lambda}{3} c^2, \quad \varepsilon = \rho c^2 = \rho_* c^2 \frac{a_*^4}{a^4}. \quad (11.22)$$

Уравнение (11.22) сводится к виду

$$a \frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_*}{3} a_*^4 + \frac{\Lambda}{3} c^2 a^4}. \quad (11.23)$$

При введении переменной $x = a^2$ уравнение (11.23) примет вид

$$\frac{dx}{dt} = 2\sqrt{\frac{8\pi G \rho_*}{3} a_*^4 + \frac{\Lambda}{3} c^2 x^2} \quad (11.24)$$

³⁾ Используемая в астрономии единица длины 1 парсек (пк) $\approx 3 \cdot 10^{18}$ см соответствует расстоянию до звезды с параллаксом 1 угловая секунда.

и решается аналитически, с учетом интегралов в сноске 2:

$$a^2 = a_*^2 \sqrt{\frac{8\pi G \rho_*}{\Lambda c^2}} \operatorname{sh} \left(2 \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct \right). \quad (11.25)$$

Здесь учтено начальное условие Большого взрыва $a = x = 0$ при $t = 0$. Рассмотрим асимптотические решения для этих двух случаев вблизи начала расширения и при очень больших временах. При $t, a \rightarrow 0$ можно использовать разложения

$$\arcsin x = x + \frac{x^3}{6}, \quad \operatorname{sh} x = x + \frac{x^3}{6},$$

тогда получаем из (11.21) для закрытой Вселенной

$$a^3 = \frac{3}{\pi} G M t^2; \quad \rho = \frac{1}{6\pi G t^2}, \quad (11.26)$$

а из (11.25), (11.22) для плоской Вселенной

$$a^2 = a_*^2 t \sqrt{\frac{32\pi}{3} G \rho_*}; \quad \rho = \frac{3}{32\pi G t^2}. \quad (11.27)$$

Как легко получить из (11.17), решение (11.26) является точным решением для плоской пылевой Вселенной, а из (11.22) видно, что решение (11.27) является точным решением для плоской Вселенной с ультрарелятивистским уравнением состояния и нулевым Λ -членом. Таким образом, в начале расширения все решения совпадают с решениями для плоской Вселенной вне зависимости от k и Λ , а зависят только от уравнения состояния.

При больших временах $t \rightarrow \infty$ асимптотика всех решений для Вселенной с Λ -членом сводится к экспоненциально быстрому расширению. Например, с учетом асимптотики

$\text{sh } x \approx e^x/2$, при больших x , из (11.25) получаем

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{a_*^2}{2} \sqrt{\frac{8\pi G \rho_*}{\Lambda c^2}} \exp\left(2\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct\right); \\ \rho &= \frac{\Lambda c^2}{2\pi G} \exp\left(-4\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct\right). \end{aligned} \quad (11.28)$$

11.3. Красное смещение. Постоянная Хаббла

При адиабатическом расширении энергия фотона изменяется обратно пропорционально масштабу $\omega a = \text{const}$. Если t_0 — момент испускания фотона с частотой ω_0 , то

$$\omega = \omega_0 \frac{a_0}{a}; \quad \delta\omega = \omega - \omega_0 = \omega_0 \frac{a_0 - a}{a}. \quad (11.29)$$

Для «близких» объектов можно ограничиться линейным членом разложения

$$a_0 = a - \dot{a}\delta t, \quad \delta t = \frac{R}{c},$$

где R — расстояние до источника, δt — время движения фотона от источника к наблюдателю. Красное смещение

$$z = -\frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{\dot{a}}{a}\delta t = \frac{\dot{a}}{a} \frac{R}{c}. \quad (11.30)$$

Используя связь радиуса R с лагранжевой координатой $\tilde{r}$ в виде

$$R = a\tilde{r}, \quad v = \dot{R} = \dot{a}\tilde{r} = \frac{\dot{a}}{a}R,$$

получаем

$$z = \frac{v}{c}; \quad v = HR; \quad H = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (11.31)$$

Коэффициент пропорциональности H между скоростью убегания v и расстоянием до источника R называется постоянной Хаббла, по имени астронома, который впервые установил закон линейной пропорциональности между скоростью и расстоянием. Измерение постоянной Хаббла представляет собой очень сложную многоступенчатую наблюдательную задачу. Скорость убегания звезды находится по измерениям красного смещения линий z при спектральных измерениях. Для определения H нужно также измерить абсолютное расстояние до достаточно далеких источников, у которых скорость регулярного расширения существенно превышает хаотическую. Знание H позволяет легко определять расстояния до самых далеких источников по измерению красного смещения в их спектрах. Измерение расстояний состоит из нескольких этапов:

1. Первый шаг основан на определении абсолютного расстояния до источника *методом параллакса*, который позволяет определить источники, представляющие собой «стандартную свечу».
2. Измерения абсолютных расстояний позволили выделить особый класс периодически переменных звезд, называемых *цефеидами*, светимость которых L однозначно связана с периодом переменности T . Таким образом, зная $L(T)$, можно по наблюдениям периода определить абсолютную светимость звезды и, следовательно, расстояние до нее. Измерения расстояний до далеких ярких объектов по методу цефеид позволили выделить несколько различных видов источников, представляющих собой, в среднем, стандартную свечу. Каждый из этих источников может отклоняться от стандарта, но в среднем они следуют некоторой известной закономерности. Для из-

мерения расстояния необходимо исследовать несколько источников и находить среднее значение. Для дальнейшего определения абсолютных расстояний используются следующие источники.

3. *Шаровые скопления.* В нашей и других галактиках найдены скопления, состоящие из 10^5 – 10^7 звезд сравнительно небольшой массы ($\sim M_{\odot}$). В далеких галактиках шаровые скопления видны как единые источники, и отдельные звезды в них не разрешаются. Так как средние свойства шаровых скоплений примерно одинаковы во всех галактиках, по среднему наблюдаемому потоку от них можно найти расстояние до далекой галактики.
4. *Яркие сверхгиганты.* Массивные звезды с $M = 30$ – $50 M_{\odot}$ имеют огромную светимость, в десятки и сотни тысяч раз больше солнечной.
5. *Новые звезды.* Яркие вспышки слабых звезд, в которых светимость превышает миллионы солнечных. Происходят в результате термоядерного взрыва в водородно-гелиевой оболочке белого карлика, появившейся из-за аккреции вещества от близкого компаньона в двойной системе — маломассивной звезды вблизи главной последовательности.
6. *Звездные комплексы.* Комплексы ярких массивных звезд в далеких галактиках, не разрешаемых на отдельные звезды.
7. *Эллиптические галактики в скоплениях.* В далеких скоплениях галактик самая массивная эллиптическая галактика имеет примерно одну и ту же светимость.
8. *Сверхновые звезды типа Ia.* Взрывы сверхновых, сопровождающиеся полным разлетом звезды. Отличаются от

других типов сверхновых (с коллапсирующим ядром) гораздо большей близостью свойств. Благодаря огромной светимости, в десятки миллиардов солнечных, они видны на очень больших расстояниях.

9. *Исследование флуктуаций реликтового микроволнового фона.* Различные свойства флуктуаций реликтового микроволнового фона определяются глобальными параметрами Вселенной, к которым относится и постоянная Хаббла.

Задача 1. Найти закон расширения открытой пылевой Вселенной, $k = -1$, $P = 0$, с $\Lambda = 0$.

Решение. Из (11.15), (11.16) имеем

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{c^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon; \quad \varepsilon = \rho c^2 \equiv \rho_0 c^2; \quad \rho = \rho_* \frac{a_*^3}{a^3}. \quad (11.32)$$

Запишем уравнение (11.32) в виде

$$\frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3} a^2 + c^2} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_* a_*^3}{a} + c^2} = \frac{c}{\sqrt{a}} \sqrt{\frac{8\pi G \rho_* a_*^3}{3c^2} + a}. \quad (11.33)$$

Переходя к переменной $x = \sqrt{a}$ и вводя постоянную $b^2 = \frac{8\pi G \rho_* a_*^3}{3c^2}$, получаем из (11.33)

$$x^2 \frac{dx}{dt} = \frac{c}{2} \sqrt{b^2 + x^2}. \quad (11.34)$$

Решая (11.34) для начальных условий Большого взрыва $a = x = 0$ при $t = 0$, получаем

$$ct = \sqrt{a} \sqrt{\frac{8\pi G \rho_* a_*^3}{3c^2} + a} - \frac{8\pi G \rho_* a_*^3}{3c^2} \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{3c^2 a}{8\pi G \rho_* a_*^3}}. \quad (11.35)$$

Из (11.35), (11.32) получаем асимптотики при больших и малых временах t :

$$ct \approx \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho_* a_*^3}} \frac{2}{3} a^{3/2}, \quad a \approx \left(\frac{8\pi G\rho_* a_*^3}{3} \right)^{1/3} \left(\frac{3t}{2} \right)^{2/3}, \quad (11.36)$$

$$\rho \approx \frac{1}{6\pi G t^2} \quad \text{при } t \rightarrow 0;$$

$$a \approx ct, \quad \rho \approx \rho_* \frac{a_*^3}{c^3 t^3} \quad \text{при } t \rightarrow \infty. \quad \triangleright \quad (11.37)$$

Задача 2. Найти законы расширения для плоской Вселенной, $k = 0$, с $\Lambda = 0$, для уравнений состояний: а) $P = 0$; б) $P = \varepsilon/3$; в) $P = \varepsilon$; г) $P = -\beta\varepsilon$ ⁴⁾.

Решение.

$$\begin{aligned} \text{а) } P = 0, \quad \rho \sim a^{-3}, \quad \frac{da}{dt} &= \sqrt{\frac{8\pi G\rho}{3}} a^2 = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_* a_*^3}{a}}, \\ a &= \left(\frac{8\pi G\rho_* a_*^3}{3} \right)^{1/3} \left(\frac{3t}{2} \right)^{2/3}, \quad \rho = \frac{1}{6\pi G t^2}. \end{aligned} \quad (11.38)$$

$$\begin{aligned} \text{б) } P = \frac{\varepsilon}{3}, \quad \rho \sim a^{-4}, \quad \frac{da}{dt} &= \sqrt{\frac{8\pi G\rho}{3}} a^2 = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_* a_*^4}{a^2}}, \\ a &= \left(\frac{32\pi G\rho_* a_*^4 t^2}{3} \right)^{1/4}, \quad \rho = \frac{3}{32\pi G t^2}. \end{aligned} \quad (11.39)$$

⁴⁾ Случай $\beta = 1$, $P = -\varepsilon$ эквивалентен наличию эффективной космологической постоянной $\Lambda = 8\pi G\varepsilon/c^4$.

Глава 11

$$\text{в) } P = \varepsilon, \quad \rho \sim a^{-6}, \quad \frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3}} a^2 = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{\rho_* a_*^6}{a^4}, \quad (11.40)$$

$$a = (24\pi G \rho_* a_*^6 t^2)^{1/6}, \quad \rho = \frac{1}{24\pi G t^2}.$$

$$\text{г) } P = -\beta\varepsilon, \quad \rho \sim a^{3(\beta-1)},$$

$$\frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3}} a^2 = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{\rho_* a_*^{3(1-\beta)}}{a^{1-3\beta}}, \quad (11.41)$$

$$a = \left[\frac{3}{2}(1-\beta) \right]^{\frac{2}{3(1-\beta)}} \left[\frac{8\pi G}{3} \rho_* a_*^{3(1-\beta)} t^2 \right]^{\frac{1}{3(1-\beta)}},$$

$$\rho = \frac{1}{6\pi G t^2 (1-\beta)^2}. \quad \triangleright$$

Задача 3. Найти закон изменения радиуса и скорости на поверхности $(R(t), V(t))$ для однородного пылевого ($P = 0$), гравитирующего шара массы M при произвольных начальных значениях радиуса R_0 и скорости на поверхности шара V_0 и распределением скорости

$$v(r, t) = V(t) \frac{r}{R},$$

сохраняющим однородность плотности при расширении и сжатии шара.

Решение. При сохранении однородности плотности шара достаточно рассмотреть уравнение движения его поверхности

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2}, \quad (11.42)$$

которое имеет первый интеграл E :

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{GM}{R}, \quad \frac{dR}{dt} = \left(2 \frac{GM}{R} + 2E \right)^{1/2}, \quad (11.43)$$

$$E = \frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R_0}.$$

Решение уравнения (11.43) имеет различный вид в зависимости от величины E :

$$R = \left(\frac{9GM}{2} \right)^{1/3} t^{2/3}, \quad \rho = \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{1}{6\pi G t^2} \quad \text{при } E = 0; \quad (11.44)$$

$$R_{\max} \arcsin \sqrt{\frac{R}{R_{\max}}} - \sqrt{R} \sqrt{R_{\max} - R} = \sqrt{\frac{2GM}{R_{\max}}} t \quad \text{при } E < 0. \quad (11.45)$$

Здесь $R = 0$ при $t = 0$, $R_{\max} = GM/|E|$ — максимальное значение радиуса шара, когда $V = 0$. В решении (11.45) радиус меняется периодически от 0 до $R_{\max}$ с периодом $T = \pi \sqrt{\frac{R_{\max}^3}{2GM}}$. Отметим, что решение (11.45) периодически проходит через сингулярность с $R = 0$;

$$\sqrt{R} \sqrt{\frac{GM}{E} + R} - \frac{GM}{E} \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{RE}{GM}} = \sqrt{2E} t \quad \text{при } E > 0. \quad (11.46)$$

Вблизи $t = 0$, $R = 0$ решения (11.45), (11.46) имеют одну и ту же асимптотику, совпадающую с решением (11.44), а при больших t из (11.46) получаем решение $R = \sqrt{2E} t$, соответствующее расширению шара с постоянной скоростью поверхности. $\triangleright$

Глава 12

Ранние стадии расширения Вселенной

- Бариогенезис
- Смена эпох при расширении Вселенной
- Нуклеосинтез в расширяющейся Вселенной

Расширение Вселенной началось из сингулярности в результате Большого взрыва (Big Bang). До 1980 года принималось, что начало расширения идет по модели Фридмана с уравнением состояния $P = \epsilon/3$ либо близким к нему. В модели Фридмана были тем не менее трудности, которые требовали преодоления:

1. Крупномасштабная структура Вселенной образуется в результате роста возмущений, которые должны рождаться на ранних стадиях расширения в виде квантовых флуктуаций. Как показали оценки и расчеты, в модели Фридмана амплитуда таких флуктуаций слишком мала, чтобы к настоящему времени, а в действительности раньше, наблюдаемая крупномасштабная структура успела сформироваться.

2. При очень больших плотности ρ и температуре T на ранних стадиях расширения все взаимодействия (сильные, слабые, электромагнитные) объединены. Их расслоение связано с фазовыми переходами, при которых возникают «топологические дефекты» — области, где такое расслоение невозможно по топологическим причинам. Такие дефекты представляют собой:

- а) плоскости, или доменные стенки;
- б) линии, или космологические струны;
- в) точки, или магнитные монополи.

Наиболее вероятным — это считается установленным — является образование магнитных монополей. При нарушении термодинамического равновесия в процессе расширения происходит «закалка» частиц с малым сечением взаимодействия, и какое-то их число должно сохраниться до сих пор. Оценки для числа сохранившихся монополей были сделаны Я. Б. Зельдовичем и М. Ю. Хлоповым в 1978 году. Во Вселенной Фридмана это число оказалось столь большим, что плотность Вселенной была бы намного больше критической, что полностью противоречило наблюдениям.

В 1980 году А. Гут построил модель, в которой экспоненциальный закон расширения на ранних стадиях (решение де Ситтера) переходит затем во фридмановское расширение. Этот переход Гут назвал инфляцией. Еще раньше экспоненциальный закон расширения для ранних стадий рассматривал в 1965 году Э. Б. Глинер, затем Д. А. Киржниц и А. Д. Линде, А. А. Старобинский, однако только в работе Гута было получено физически непротиворечивое решение, описывающее переход от экспоненциальной стадии к фридмановской.

В результате экспоненциального расширения плотность монополей сильно падает, а при рождении вещества в результате инфляции температура оказывается недостаточной для рождения монополей. В конце инфляции температура соответствует массе частиц скалярного поля $m_\phi \approx 10^{14} - 10^{15}$ ГэВ, что много меньше предполагаемой массы магнитного монополя $m_{\text{мон}} \approx 10^{16} - 10^{17}$ ГэВ. На стадии инфляции рождаются флуктуации с амплитудой, достаточной для формирования крупномасштабной структуры. Если сформулировать грубо, то можно охарактеризовать инфляцию как переход энергии поля, которое действовало так же, как большая космологическая постоянная Λ , в энергию вещества. Это сопровождается уменьшением эффективного Λ и переходом к фридмановскому расширению.

В начале фридмановской стадии T и ρ очень велики, так что присутствует большое разнообразие частиц: γ — гамма-кванты или фотоны, p — протоны, n — нейтроны, e — электроны, μ — мюоны, τ — тау-лептоны, $\nu_{e,\mu,\tau}$ — нейтрино трех сортов, гипероны, кварки, глюоны, векторные бозоны: $W^\pm$, Z^0 , X , Y ; хиггсы — Ξ — кванты скалярных полей Хиггса, а также все их античастицы. Из вышеперечисленных частиц не были обнаружены экспериментально только X , Y -бозоны, массы которых оцениваются в $10^{14} - 10^{15}$ ГэВ, и хиггсы с предполагаемой массой 120–250 ГэВ.

12.1. Бариогенезис

Логично предположить, хотя бы из эстетических соображений, что ранняя Вселенная была симметрична относительно частиц и античастиц. Вселенная, в которой мы живем, асимметрична, она состоит из частиц, а античастицы составляют

очень малую долю. Если экстраполировать назад по времени, то окажется, что современная «сильная» асимметрия соответствует очень слабой асимметрии на ранних стадиях расширения. Сделаем соответствующие оценки. На ранних стадиях при очень высоких температурах и плотностях имело место локальное термодинамическое равновесие (ЛТР). При таком равновесии концентрации всех частиц с массой покоя $m_i \ll kT$ почти одинаковы (ультрарелятивистский предел). Стадия ЛТР имеет место при красных смещениях $z \geq 10^3$, при этом на границе, при $z \approx 10^3$, отношение концентрации фотонов n_γ к концентрации барионов n_b примерно то же, что и в нашу эпоху:

$$\frac{n_b}{n_\gamma} \approx 5 \cdot 10^{-10}. \quad (12.1)$$

На самых ранних стадиях при $kT \gg m_p$, m_p — масса протона, концентрация барион-антибарионных пар была примерно равна концентрации фотонов, поэтому степень барионной асимметрии тогда определялась тем же числом (12.1). Эта асимметрия возникла во Вселенной, которая на еще более ранних стадиях была зарядово симметричной, в результате бариогенезиса. Условия, при которых возможен бариогенезис в расширяющейся Вселенной, были сформулированы А. Д. Сахаровым в 1967 году. Они включают три пункта:

1. Возможность нарушения CP - или T -симметрии при взаимодействиях элементарных частиц.
2. Наличие стрелы времени — расширения, которое приводит к отклонениям от ЛТР.
3. Нестабильность протона, или несохранение барионного заряда.

Из этих условий только третье не обнаружено экспериментально. Установлен только нижний предел времени

жизни протона τ_p , который сейчас составляет $\tau_p > 10^{32}$ лет. Рассмотрим подробнее схему бариогенезиса.

Вещество состоит из *кварков* и *лептонов*, причем барионы, нейтрон и протон (n, p) состоят только из двух кварков: up- (u), и down- (d). Кварки являются массивными фермионами с дробным электрическим зарядом и полуцелым спином $s = 1/2$, которым соответствуют антикварки, с противоположным знаком электрического заряда ($\bar{u}, \bar{d}$):

$$\begin{aligned} n &= (udd), \quad p = (uud), \quad q_u = \frac{2}{3}e, \quad q_d = -\frac{1}{3}e; \\ \bar{n} &= (\bar{u}\bar{d}\bar{d}), \quad \bar{p} = (\bar{u}\bar{u}\bar{d}), \quad q_{\bar{u}} = -\frac{2}{3}e, \quad q_{\bar{d}} = \frac{1}{3}e. \end{aligned} \quad (12.2)$$

Аналогично строятся пи-мезоны:

$$\pi^+ = (u\bar{d}), \quad \pi^- = (\bar{u}d), \quad \pi_0 = (u\bar{u}, d\bar{d}). \quad (12.3)$$

Всего имеется 6 кварков, сгруппированных в пары:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{up,} \\ \text{down,} \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{charm,} \\ \text{strange,} \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{top,} \\ \text{bottom.} \end{matrix} \quad (12.4)$$

Все кварки наблюдались на ускорителях, масса самого легкого u -кварка $m_u \sim 5$ МэВ, а самого тяжелого t -кварка $m_t \sim 40$ ГэВ. Каждой паре кварков соответствует пара лептонов (нейтрино — лептон):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{электронное нейтрино,} \\ \text{электрон,} \end{matrix} & \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{мюонное нейтрино,} \\ \text{мюон,} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{тау-нейтрино,} \\ \text{тау-лептон.} \end{matrix} & & \end{aligned} \quad (12.5)$$

Взаимодействие, объединяющее электрическое и слабое (электрослабое), а также сильное, передается *векторными бозонами*:

γ — фотон безмассовый (электромагнитное);

$W^{\pm}, Z^0$ — промежуточные бозоны массивные (слабое);

g — глюоны безмассовые (сильное).

(12.6)

Каждый из шести типов кварков называется *ароматом*. Помимо аромата, каждый кварк имеет *цвет*, кварк каждого аромата представлен тремя цветами. Наличие дополнительного квантового числа — цвета — следует из существования барионного дельта-резонанса Δ^{++} , имеющего заряд $q = 2$ и спин $s = 3/2$. Очевидно, этот резонанс состоит из трех u -кварков, $\Delta^{++} = (uuu)$, однако, согласно принципу Паули для фермионов, все три кварка не могут быть тождественными. Так как заряды и спины этих кварков одинаковы, они должны различаться между собой каким-то другим квантовым числом, которое и было названо *цветом* (или цветовым зарядом). Всего имеется 3 цвета, которые условно называются красным (red), голубым (blue) и желтым (yellow). Соответственно, каждый кварк представлен тремя цветовыми модификациями, например, имеются 3 u -кварка: u_r, u_d, u_y . Теория сильных взаимодействий была названа поэтому *квантовой хромодинамикой*, от греческого слова *хромос* — цвет. Глюоны, которые являются переносчиками сильного взаимодействия, оказываются цветными, так что при поглощении глюона кварком цвет кварка меняется, без изменения других квантовых чисел: спина, электрического заряда и аромата. При наличии трех различных цветов число типов глюонов равно восьми. Всем кваркам и лептонам соответствуют античастицы с противоположным электрическим зарядом и ароматом, в то

время как у векторных бозонов частицы и античастицы тождественны между собой. Теория сильного взаимодействия нелинейна, поэтому глюоны взаимодействуют между собой. Это приводит к усилению сильного взаимодействия между цветными частицами с расстоянием между ними и к невозможности существования цветных частиц в свободном состоянии. Это свойство называется *конфайнментом*. Все мезоны, нуклоны и другие барионы могут находиться в свободном состоянии благодаря тому, что они являются бесцветными, т. е. состоят из кварков всех трех сортов. При большой кинетической энергии частиц возможно их столь тесное сближение, что цветовое взаимодействие (сильное) становится несущественным, и остается только электрослабое, такое состояние называется «деконфайнментом».

Как предполагается, при больших энергиях ($\sim 10^{15}$ ГэВ) происходит объединение электрослабого и сильного взаимодействий, которые составляют *теорию великого объединения*. Во всех вариантах теории великого объединения помимо имеющихся 12 векторных бозонов γ , $W^\pm$, Z^0 , g , приходилось вводить дополнительно столько же или больше новых векторных частиц X - и Y -бозонов. Фундаментальные векторные бозоны X и Y должны иметь огромные массы ($\sim 10^{15}$ ГэВ). По идее А. Д. Сахарова, бариогенезис связан с существованием двух каналов распада и, соответственно, образования этих частиц. Электрические заряды этих бозонов равны

$$X : \left(\pm \frac{4}{3} e \right); \quad Y : \left(\pm \frac{1}{3} e \right). \quad (12.7)$$

Положительно заряженные X и Y бозоны распадаются и образуются по следующим каналам:

$$X \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 2u \\ (\bar{d}\bar{e}) \end{pmatrix}; \quad Y \longleftrightarrow \begin{pmatrix} ud \\ (\bar{u}\bar{e}) \end{pmatrix}. \quad (12.8)$$

При наличии таких двух каналов схемы распада с несохранением барионного числа (распад протона) выглядят следующим образом:

$$p \equiv 2u + d \rightarrow X + d \rightarrow \bar{d} + \bar{e} + d \rightarrow \bar{e} + \pi^0 \quad (\text{рис. 12.1}); \quad (12.9)$$

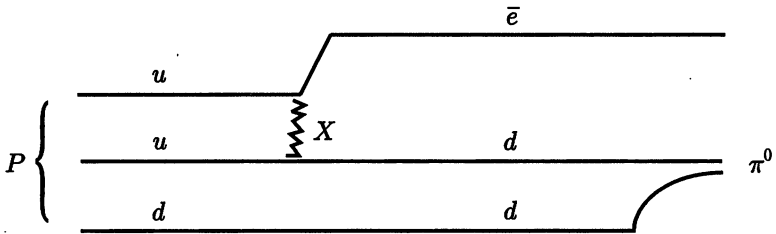


Рис. 12.1. Бариогенезис при распаде X -бозона

$$p \equiv ud + u \rightarrow Y + u \rightarrow \bar{u} + \bar{e} + u \rightarrow \bar{e} + \pi^0 \quad (\text{рис. 12.2}). \quad (12.10)$$

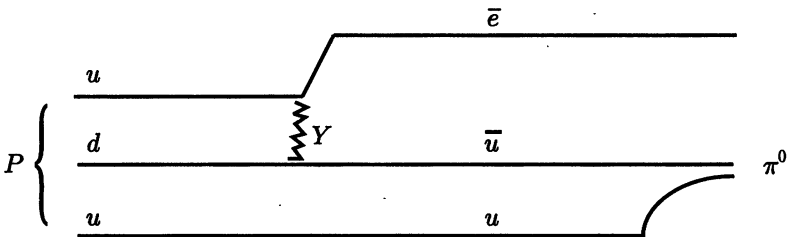


Рис. 12.2. Бариогенезис при распаде Y -бозона

В обеих схемах распада происходит уменьшение барионного числа $\Delta B = -1$. Аналогичная реакция с античастицами приводит к $\Delta B = +1$. В равновесии прямая и обратная реакции уравниваются, так что суммарное $\Delta B = 0$ в каждой

отдельно из реакций с частицами и античастицами. Отклонения от равновесия при расширении Вселенной ведут к превращению распадов над слияниями, так что $\Delta B \neq 0$ в каждой из реакций распада частиц и античастиц. В силу нарушения CP -инвариантности распад частиц и античастиц происходит неодинаково, так что $|\Delta B| \neq |\Delta \bar{B}|$, поэтому в итоге получается суммарное $\Delta B \neq 0$, что определяет бариогенезис. Вместе с барионным зарядом в данной схеме рождается и лептонный заряд L той же величины. Приведенная выше модель бариогенезиса является первой, но не единственной. Трудностью ее является необходимость иметь время распада протона, которое существенно меньше экспериментального нижнего предела. В некоторых существующих моделях $\Delta(B - L) \neq 0$.

12.2. Смена эпох при расширении Вселенной

1. Планковская эпоха соответствует температурам и плотностям, при которых важны эффекты квантовой гравитации, теория которой пока не построена. Частица планковской массы m_{pl} , по определению, имеет гравитационный радиус

$$r_g = \frac{2Gm}{c^2},$$

порядка ее комптоновской длины $\lambda_k = \hbar/(mc)$,

$$\frac{Gm_{\text{pl}}}{c^2} = \frac{\hbar}{m_{\text{pl}}c}. \quad (12.11)$$

Тогда получаем для планковских массы m_{pl} , температуры T_{pl} , длины l_{pl} , плотности ρ_{pl} и времени t_{pl} следующие

выражения:

$$\begin{aligned}
 m_{\text{pl}} &= \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ [г]}; \\
 T_{\text{pl}} &= \frac{m_{\text{pl}} c^2}{k} \approx 10^{32} \text{ [К]} \approx 10^{19} \text{ [ГэВ]}; \\
 l_{\text{pl}} &= \frac{G m_{\text{pl}}}{c^2} = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^3}} \approx 10^{-33} \text{ [см]}; \\
 \rho_{\text{pl}} &= \frac{m_{\text{pl}}}{l_{\text{pl}}^3} = \frac{c^5}{G^2 \hbar} \approx 10^{94} \text{ [г/см}^3\text{]}; \\
 t_{\text{pl}} &= \frac{l_{\text{pl}}}{c} = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^5}} \approx 10^{-43} \text{ [с]}.
 \end{aligned} \tag{12.12}$$

Квантовая гравитация важна при $t < t_{\text{pl}}$. Отметим, что, по оценкам, масса магнитного монополя соответствует энергии $\sim 10^{16}-10^{17}$ ГэВ, т. е. существенно меньше планковской.

- После непонятной планковской эпохи начинается экспоненциальное де-ситтеровское расширение, в процессе которого энергия скалярного поля переходит в вещество с температурой $T_\phi = m_\phi c^2/k \approx 10^{27}-10^{28}$ К, при $m_\phi \approx 10^{14}-10^{15}$ ГэВ. Эта стадия называется инфляцией. При инфляции вещество рождается неравновесным, поэтому возникают возмущения, достаточные для последующего формирования крупномасштабной структуры Вселенной в результате развития гравитационной неустойчивости.
- После инфляции начинается стадия фридмановского расширения, в начале которой происходит фазовый переход, связанный с нарушением великого объединения

и отделением сильного взаимодействия от электрослабого. На этой стадии происходит бариогенезис за счет неравновесных распадов X - и Y -бозонов. Этот фазовый переход примерно совпадает с окончанием инфляции, так как массы X - и Y -бозонов примерно равны массе частиц инфляционного скалярного поля: $m_X \sim m_Y \sim m_\phi \approx 10^{14} - 10^{15}$ ГэВ.

4. Еще один фазовый переход происходит на стадии фридмановского расширения, при температуре $T \sim 2 \cdot 10^{15}$ К ~ 200 ГэВ, которая соответствует энергии промежуточных бозонов $m_W \sim 80$ ГэВ, $m_Z \sim 90$ ГэВ. В этом фазовом переходе происходит разделение слабого и электромагнитного взаимодействий. Согласно некоторым теориям, при этом фазовом переходе также может происходить бариогенезис из-за возможного несохранения токов при слабом взаимодействии, которое имеет название *квантовой аномалии*.
5. В настоящее время считается, что современная космологическая постоянная довольно велика и соответствует «темной энергии», составляющей более $2/3$ средней полной плотности энергии Вселенной. При таком соотношении между темной энергией и веществом в настоящее время должен происходить переход от фридмановского расширения к новой фазе экспоненциального расширения де Ситтера. Самым удивительным в этой истории является то, что мы каким-то образом попали в самый центр событий. Ведь плотность темной энергии не меняется при расширении, а плотность вещества падает по степенному закону, поэтому до нас преобладало вещество, а в будущем должна преобладать темная

энергия. Получается, как в песне: «Кругом тайга, одна тайга, и мы посередине».

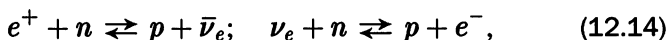
Если мир многомерен (размерность пространства > 3), то рождение барионов (выход из других измерений или других пространств), как утверждается, может происходить и в настоящее время. При достаточно быстром рождении барионов такое положение возвратило бы нас к теории стационарной Вселенной с непрерывным рождением вещества, предложенной в 1948 году Г. Бонди, Т. Голдом и Ф. Хойлом в качестве альтернативы гамовской модели Большого взрыва. Открытие реликтового излучения с почти идеальным планковским спектром явилось сильнейшим доводом в пользу модели Гамова.

12.3. Нуклеосинтез в расширяющейся Вселенной

Когда в процессе расширения Вселенной температура станет существенно меньше 1 ГэВ, произойдет почти полная аннигиляция барион-антибарионных пар и останутся только барионы, рожденные в бариогенезисе. На момент времени $t \approx 10^{-4}$ с параметры Вселенной таковы:

$$\begin{aligned} T &= 10^{12} \text{ [K]}; & kT &= 100 \text{ [МэВ]}; \\ \rho_b &\approx 10^4 \text{ [г/см}^3\text{]}; & \rho_{\text{tot}} &\approx 10^{13} \text{ [г/см}^3\text{]}, \end{aligned} \quad (12.13)$$

где ρ_b — плотность барионов, ρ_{tot} — плотность излучения, нейтрино и электронно-позитронных пар. В этих условиях для электронных нейтрино выполняется ЛТР и идут реакции



а равновесное отношение концентрации нейтронов n_n к концентрации протонов n_p есть

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp\left(-\frac{\Delta m_e c^2}{kT}\right), \quad \Delta m_e c^2 = 1,29 \text{ [МэВ]}, \quad (12.15)$$

$$n_n + n_p = 1.$$

При $kT = 100$ МэВ имеет место $n_n/n_p \approx 1$. Со временем, при дальнейшем расширении, нейтрино становятся свободными, и для нахождения концентраций n_n и n_p нужно решать кинетические уравнения на фоне падающих температуры и плотности:

$$\frac{dn_n}{dt} = -a(t)n_n + b(t)n_p; \quad \frac{dn_p}{dt} = -b(t)n_p + a(t)n_n, \quad (12.16)$$

где $a(t)$, $b(t)$ определяются сечениями слабых реакций. Простую оценку отношения n_n/n_p , остающегося после практического прекращения слабых реакций и заковки, можно сделать, не решая уравнений (12.16). Рассмотрим приближенно, что реакции с нейтрино прекращаются, когда характерное время слабой реакции τ_{weak} станет равным времени расширения Вселенной τ_{univ} , а до этого момента состав был равновесным. Это возможно, так как после наступления момента $\tau_{\text{weak}} \sim \tau_{\text{univ}}$ сечение слабого взаимодействия быстро падает с уменьшением температуры и плотности:

$$\sigma_w = \sigma_{w0} \left(\frac{3kT}{m_e c^2}\right)^2 [\text{см}^2] = 0,88 \left(\frac{3kT}{m_e c^2}\right)^2 10^{-44} [\text{см}^2].$$

Для уравнения состояния $P = \epsilon/3$ на радиационно-доминированной стадии плотность падает по закону (11.27)

$$\rho = \frac{3}{32\pi G t^2} = \frac{4,5 \cdot 10^5}{t^2} [\text{г/см}^3], \quad \epsilon = \rho c^2 = \kappa_0 a T^4, \quad (12.17)$$

где

$$\kappa_0 = 1 + 5\frac{7}{8} = 5,375$$

определяется числом сортов легких частиц на эту эпоху (фотоны — бозоны; и фермионы — электроны, позитроны и 3 сорта нейтрино),

$$a = \frac{\pi^3 k^4}{15c^3 \hbar^3} = 7,56 \cdot 10^{-15}$$

— постоянная плотности излучения, $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ — постоянная Больцмана. Для температуры T и концентрации частиц n получаем

$$T = \left(\frac{\varepsilon}{\kappa_0 a} \right)^{1/4} \approx \frac{1,5 \cdot 10^{10}}{t^{1/2} \kappa_0^{1/4}} \text{ K} = \frac{1,29}{t^{1/2} \kappa_0^{1/4}} [\text{МэВ}];$$

$$n \approx \frac{\varepsilon}{2,8 kT} \approx \frac{6,5 \cdot 10^{31}}{t^{3/2} \kappa_0^{1/4}} [\text{см}^{-3}]. \quad (12.18)$$

Характерное время слабой реакции τ_w определяется сечением слабого взаимодействия σ_w и концентрацией частиц n_w , участвующих в реакциях (12.14). Полагая τ_w равным трем временам расширения $3t_{\text{univ}}$, из (12.18) получаем параметры момента времени t_* , когда слабые реакции становятся пренебрежимыми:

$$\tau_w = \frac{1}{\sigma_w n_w c};$$

$$t_*^{3/2} = \frac{27 \cdot 3^{1/4} k \sigma_{w0}}{m_e^2 \sqrt{c} (32\pi G)^{5/4} (\kappa_0 a)^{1/4}} \frac{3 \cdot 21}{2,8 \cdot 8 \kappa_0}; \quad (12.19)$$

$$t_* \approx 1,0 [\text{с}]; \quad T_* \approx 0,8 [\text{МэВ}].$$

Зависимость от κ_0 имеет вид $t_* \sim \kappa_0^{-5/6}$, $T_* \sim \kappa_0^{1/6}$, n_w определяется электронами, позитронами и электронными ней-

трино, так что $n_w = \frac{21}{8\kappa_0} n = \frac{21}{43} n$. Концентрация нейтронов в момент времени t_* оцениваем по равновесной формуле (12.15):

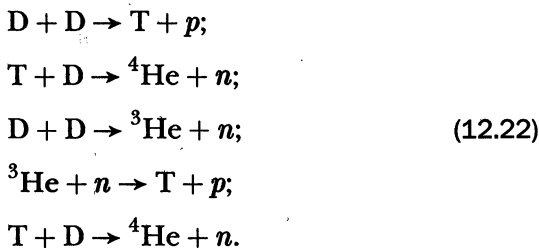
$$\frac{n_n}{n_p} = \exp\left(-\frac{\Delta m_e c^2}{kT}\right) = \exp(-1,6) = 0,2;$$

$$X_n = \frac{n_n}{n_n + n_p} \approx 0,17. \quad (12.20)$$

Простая оценка дает несколько завышенное значение X_n , которое при более точных расчетах получается примерно равным 0,125. При уменьшении температуры нейтроны и протоны соединяются с образованием ядер дейтерия, энергия связи которого составляет $\Delta_d = 2,2$ МэВ:



При $t > 14$ с, когда величина kT опускается ниже $0,1\Delta_d$ разбиение дейтерия прекращается, при этом почти все нейтроны присоединяются к протонам. Одновременно с образованием дейтерия происходит его выгорание с конечным превращением в ${}^4\text{He}$ в реакциях



В результате этих реакций почти весь дейтерий превращается в ${}^4\text{He}$, однако небольшая часть D и ${}^3\text{He}$ остается. Чем

выше плотность барионов, тем меньше дейтерия и ^3He остается после расширения. Так как образование дейтерия в современную эпоху практически не происходит ввиду его малой энергии связи, оценку плотности барионов во Вселенной можно сделать по максимально наблюдаемой концентрации дейтерия, которая составляет по массе $X_D \approx 10^{-4}$. Для того чтобы к настоящему времени оставалось столь много дейтерия, плотность барионов во Вселенной не должна превышать величины $\rho_b \leq 0,04\rho_c$, где ρ_c соответствует плотности плоской пылевой Вселенной из (11.26). Обозначая $\Omega = \rho/\rho_c$ и считая что наблюдаемая концентрация дейтерия является первичной, получаем $\Omega_b = 0,04$.

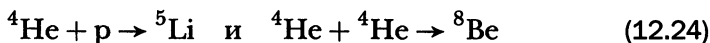
Как отметил впервые В. Ф. Шварцман в 1969 году, увеличение величины κ_0 при наличии дополнительных сортов слабовзаимодействующих безмассовых частиц изменяет скорость расширения и влияет на нуклеосинтез. Зависимость параметров в точке заковки от κ_0 имеет вид

$$T_* \sim \frac{1}{t_*^{1/2} \kappa_0^{1/4}}; \quad \tau_{w*} \sim \frac{1}{T_*^5}; \quad T_* \sim \kappa_0^{1/6}; \quad t_* \sim \frac{1}{\kappa_0^{5/6}}. \quad (12.23)$$

При увеличении температуры заковки отношение n_n/n_p приближается к единице, и соответственно растет концентрация ^4He , которая при росте κ_0 также стремится к 1. Из наблюдений следует, что первичная концентрация ^4He не превышает 24–26 %, что, в итоге, накладывает ограничение на число сортов безмассовых нейтрино $N_\nu \leq 4$. Проведенные в ЦЕРНе в 1990 году эксперименты по распаду Z^0 -бозона (резонанса) показали, что ширина резонанса соответствует в точности трем сортам безмассовых нейтрино, что согласуется с предсказаниями из космологии.

В первичном нуклеосинтезе образуется небольшое количество легких элементов Li, Be, B с $X_i \leq 10^{-9}$, так как

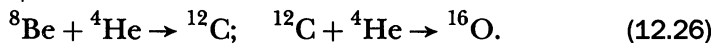
не удастся перейти атомные массы с $A = 5$ и $A = 8$, для которых отсутствуют какие-либо связанные изотопы. Это привело к тому, что реакции



практически не идут. Весь дальнейший нуклеосинтез проходит в звездах. Сначала водород превращается в гелий в звездах на главной последовательности, как в недрах Солнца. Превращение гелия в углерод происходит при большой плотности в горячих звездных ядрах после выгорания в них водорода и стадии гравитационного сжатия. Возможность такого превращения имеет место благодаря наличию резонанса с энергией $Q = 92$ кэВ в неустойчивом ядре ${}^8\text{Be}$, имеющем отрицательную энергию связи. Концентрация таких резонансов находится из равновесной формулы

$$n({}^8\text{Be}) = n^2({}^4\text{He}) \frac{A_{\text{Be}}^{3/2}}{A_{\text{He}}^3} \frac{h^3}{(2\pi m_p kT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{Q}{kT}\right), \quad (12.25)$$

которая справедлива при $kT \geq 20$ кэВ. В центральных областях (ядрах) звезд, состоящих из гелия, ядра Be в состоянии резонанса захватывают ядра гелия с образованием устойчивых ядер углерода ${}^{12}\text{C}$, часть которых захватывают ядра гелия с образованием кислорода ${}^{16}\text{O}$:



Последующие элементы ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{28}\text{Si}$, ${}^{32}\text{S}$, ... образуются на последующих эволюционных стадиях, когда идут главным образом реакции захвата α -частиц (ядер ${}^4\text{He}$). Почти все остальные элементы образуются в недрах различных звезд путем захватов нейтронов с последующими бета-распадами,

а также в результате взрывного нуклеосинтеза в веществе, выброшенном при взрывах сверхновых. Первичные звезды из вещества, образованного в результате Большого взрыва, не должны содержать элементы тяжелее ^{11}B , однако они не найдены. Звезды, которые называются «старыми», имеют малое ($X_Z \leq 3 \cdot 10^{-3}$) весовое содержание тяжелых элементов с $A \geq 12$, $Z \geq 6$ и составляют «Население II». «Молодые» звезды образовались из вещества, переработанного в звездах и сверхновых, имеют ($X_Z = 0,02-0,03$), и составляют «Население I», к которому принадлежит и наше Солнце. Возможно, что перед образованием «первых» звезд произошло обогащение вещества тяжелыми элементами при взрывах очень массивных звезд, которые были сформированы до образования галактик.

Задача 4. Вывести формулу для равновесной концентрации неустойчивых, с отрицательной энергией связи $B = -Q$, ядер бериллия в реакции $^8\text{Be} \rightleftharpoons 2\alpha$.

Решение. Равновесная концентрация определяется из равенства химических потенциалов μ_i участников реакции, т. е.

$$\mu(^8\text{Be}) = 2\mu(^4\text{He});$$

$$\mu_{A,Z} = -kT \ln \left[\left(\frac{m_{A,Z} kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \frac{g_{A,Z}}{n_{A,Z}} \right] + m_{A,Z} c^2. \quad (12.27)$$

Учитывая под знаком логарифма

$$m(^8\text{Be}) = A_{\text{Be}} m_p, \quad m(^4\text{He}) = A_{\text{He}} m_p, \quad g(^8\text{Be}) = g(^4\text{He}) = 1,$$

а в свободном члене $m(^8\text{Be}) - 2m(^4\text{He}) = Q$, получаем формулу (12.25), $\hbar = 2\pi \hbar$. $\triangleright$

Глава 13

Гравитационная неустойчивость

- Джинсовская неустойчивость
- Гравитационная неустойчивость в расширяющейся Вселенной
- Рост первичных возмущений
- Нелинейные стадии развития гравитационной неустойчивости

Наблюдения крупномасштабной структуры Вселенной показывают сильную неоднородность в распределении плотности. Видимое вещество в основном сконцентрировано в звездах, которые объединены в звездные скопления и галактики. Те, в свою очередь, объединяются в скопления галактик, а затем и в сверхскопления. Структурные составляющие видимой Вселенной имеют следующие характерные массы (табл. 13.1).

Наблюдения реликтового излучения с температурой $T \approx 2,7$ К показывают удивительную угловую однородность и изотропию, с флуктуациями на уровне $\Delta T/T \approx 10^{-5}$, что свидетельствует об однородности ранней Вселенной. Современная Вселенная остается однородной на очень больших масштабах ($M \gg 10^{16} M_{\odot}$).

Таблица 13.1

Планеты	Звезды	Галактики	Скопления галактик	Сверхскопления
$0,1-300 M_{\oplus}$	$0,1-100 M_{\odot}$	$10^8-10^{12} M_{\odot}$	$(1-3) \cdot 10^{14} M_{\odot}$	$(1-3) \cdot 10^{15} M_{\odot}$

Стадия рекомбинации во Вселенной наступила при $z \sim 10^3$, $T \sim 4 \cdot 10^3$ К. До этого вещество и излучение во Вселенной находились в состоянии ЛТР, давление излучения было много больше давления вещества. Уравнение состояния было ультрарелятивистским ($P = \epsilon/3$), все флуктуации испытывали акустические колебания и, строго говоря, не возрастали. После рекомбинации излучение отделилось от вещества, и в нем сохранились флуктуации, сформированные на самых ранних стадиях расширения (квантовые флуктуации). Уравнение состояния нерелятивистского вещества $P = K\rho^{5/3}$ соответствовало адиабатическому расширению, так как оно состояло из одноатомного газа в отсутствие переноса, нагрева или охлаждения. Расширение нерелятивистского самогравитирующего газа неустойчиво относительно роста возмущений плотности.

13.1. Джинсовская неустойчивость

При рассмотрении гравитационной неустойчивости в качестве невозмущенного Дж. Джинс рассматривал однородное состояние гравитирующей среды в состоянии покоя, что не совсем корректно, так как такое состояние не является состоянием равновесия. Тем не менее этот вывод приводит к правильному значению для границы устойчивости. Исходная система уравнений состоит из уравнений Эйлера и Пуас-

сона в одномерном приближении

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = F_G - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}; \quad \frac{\partial F_G}{\partial x} = -4\pi G \rho, \quad (13.1)$$

где $F_G = -\partial \varphi_G / \partial x$, и уравнения состояния $P = K \rho^\gamma$. Возмущения рассматриваются относительно однородной среды в состоянии покоя

$$u_0 = 0, \quad F_{G0} = 0, \quad \rho = \rho_0. \quad (13.2)$$

Линеаризованная система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} = F_G - \frac{v_{s0}^2}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x}; \quad \frac{\partial F_G}{\partial x} = -4\pi G \rho. \quad (13.3)$$

Здесь возмущенная производная давления $\partial P / \partial x$ выражается через возмущенную производную плотности $\partial \rho / \partial x$ в виде

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \left(\frac{\partial P_0}{\partial \rho_0} \right)_s \frac{\partial \rho}{\partial x} = v_{s0}^2 \frac{\partial \rho}{\partial x}.$$

Используя вместо возмущенной плотности ρ относительное значение $\delta = \rho / \rho_0$, получаем из (13.3)

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} = F_G - v_{s0}^2 \frac{\partial \delta}{\partial x}; \quad \frac{\partial F_G}{\partial x} = -4\pi G \rho_0 \delta. \quad (13.4)$$

Ищем решение возмущенных уравнений в виде $\sim e^{ikx}$, тогда из (13.4) получаем

$$\dot{\delta} + iku = 0; \quad \dot{u} = F_G - ikv_{s0}^2 \delta; \quad ikF_G = -4\pi G \rho_0 \delta. \quad (13.5)$$

Из первого и последнего уравнений получаем

$$u = \frac{i}{k} \dot{\delta}, \quad F_G = \frac{i}{k} 4\pi G \rho_0 \delta$$

и, учтя это во втором уравнении, получим

$$\ddot{\delta} + (k^2 v_{s0}^2 - 4\pi G \rho_0) \delta = 0. \quad (13.6)$$

Учтя также зависимость от времени в виде $\sim e^{i\omega t}$, получаем дисперсионное уравнение

$$\omega^2 = k^2 v_{s0}^2 - 4\pi G \rho_0. \quad (13.7)$$

Таким образом, при малых k (длинные волны) возмущения неустойчивы, а коротковолновые возмущения (большие k) распространяются в виде звуковых волн. Из (13.7) получаем граничное значение $k = k_J$, разделяющее устойчивые ($k > k_J$) и неустойчивые ($k < k_J$) возмущения:

$$k_J^2 = \frac{\omega_J^2}{v_{s0}^2}; \quad \omega_J^2 = 4\pi G \rho_0; \quad \lambda_J = \frac{2\pi}{k_J}. \quad (13.8)$$

Здесь джинсовская длина волны λ_J , разделяющая устойчивые и неустойчивые возмущения, соответствует джинсовской массе M_J :

$$M_J = \rho_0 \left(\frac{\lambda_J}{2} \right)^3 = \frac{\pi^3 \rho_0}{k_J^3} = \frac{\pi^3 \rho_0 v_{s0}^3}{\omega_J^3} = \frac{\pi^{3/2} v_{s0}^3}{\rho_0^{1/2} (4G)^{3/2}}. \quad (13.9)$$

Таким образом, возмущения с массой $M > M_J$ растут из-за гравитационной неустойчивости, а при $M < M_J$ возмущения распространяются в виде звуковых волн. Сделанное выше нерелятивистское рассмотрение имеет применение для нашей Вселенной после рекомбинации, когда уравнение состояния определяется газом с $P = K \rho^{5/3}$, а излучение почти не играет роли в росте возмущений из-за слабого взаимодействия с веществом.

Сделаем оценку джинсовской массы на стадии рекомбинации и в настоящую эпоху. Примем закон расширения от стадии рекомбинации до настоящего времени как в плоской пылевой Вселенной (11.26) и температуру рекомбинации $T_{\text{rec}} = 4 \cdot 10^3$ К, $v_{s, \text{rec}}^2 \approx 4 \cdot 10^{11}$ (см/с)². Это соответствует красному смещению на стадии рекомбинации $z_{\text{rec}} = T_{\text{rec}}/T_{\text{mod}} \approx 1500$, где современная температура излучения $T_{\text{mod}} \approx 2,7$ К. Принимая современную плотность барионов $\rho_b = 5 \cdot 10^{-31}$ г/см³, а на стадии рекомбинации $\rho_{b, \text{rec}} = \rho_b z_{\text{rec}}^3 \approx 2 \cdot 10^{-21}$ г/см³, получаем из (13.9) величину $M_{J, \text{rec}} \approx 10^5 M_\odot$. Массы 10^5 – $10^6 M_\odot$ близки к массам шаровых скоплений и, возможно, были рождены первыми во Вселенной не только в виде шаровых скоплений, но и в виде сверхмассивных звезд. Наличие темной материи может уменьшить джинсовскую массу из-за увеличения силы тяготения, но из-за отсутствия взаимодействия с барионным веществом это уменьшение, по-видимому, несущественно. Перед рекомбинацией, при $T_{\text{rec1}} \approx 10^4$ К, вещество было связано с излучением, что резко увеличивало скорость звука и соответствующую джинсовскую массу. При этом плотность излучения $\rho_r \approx 8 \cdot 10^{-20}$ г/см³ превышала плотность вещества, а скорость звука равнялась $v_{s, r}^2 = c^2/3$. Формально из (13.9) полная джинсовская масса составляет $M_{J, r} \approx 4 \cdot 10^{17} M_\odot$, что близко к массе горизонта на ту эпоху. Плотность барионной массы этих образований составляла $\rho_{b, \text{rec1}} = \rho_b z_{\text{rec1}}^3 \approx 2 \cdot 10^{-20}$, а джинсовская масса барионов $M_{J, b} \approx 10^{17} M_\odot$.

Характерная масса скоплений галактик $\sim 10^{13} M_\odot$ существенно меньше $M_{J, b}$. Возмущения для еще меньших масс затухают на радиационно-доминированной стадии из-за влияния вязкости и теплопроводности излучения. Строго го-

вора, развитие возмущений в ультрарелятивистской среде сильно отличается от нерелятивистского случая. В частности, все возмущения в такой среде распространяются в виде звуковых колебаний, следы которых наблюдаются в спектре флуктуаций реликтового излучения.

13.2. Гравитационная неустойчивость в расширяющейся Вселенной

Некорректность рассмотрения Джинса состоял в том, что он рассматривал развитие возмущений в однородной неподвижной среде, состояние которой при наличии гравитации не является равновесным. Корректный анализ гравитационной неустойчивости на фоне расширяющейся Вселенной был сделан В. Боннором в 1957 году в ньютоновской теории гравитации. Задолго до этого корректная теория гравитационной неустойчивости в рамках общей теории относительности была построена Е. М. Лифшицем в 1946 году. Для адиабатических возмущений, которые здесь рассматриваются, результаты этих работ совпадают в пределах применимости ньютоновской теории. Рассмотрим вывод Боннора, как гораздо более простой. В качестве невозмущенного решения рассмотрим однородно расширяющуюся Вселенную с политропным уравнением состояния вещества и однородной плотностью, зависящей только от времени:

$$\begin{aligned} u_0 &= H(t)\mathbf{x}; \quad \rho_0 = \rho_0(t); \quad P = K\rho^\gamma; \\ \varphi_{G0} &= \frac{2}{3}\pi G\rho_0(t)(x^2 + y^2 + z^2). \end{aligned} \quad (13.10)$$

Здесь ϕ_G — ньютоновский гравитационный потенциал в однородной среде, начало координат которой можно выбирать

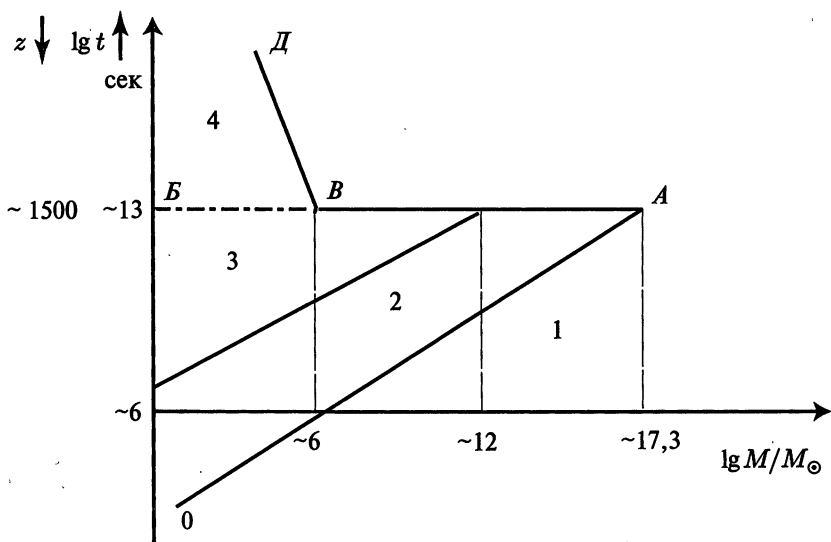


Рис. 13.1. Схематическая диаграмма развития гравитационной неустойчивости на плоскости (масса $(M/M_\odot)$ / красное смещение z). Выделены цифрами следующие области: 1 — область роста амплитуды звуковых колебаний в радиационно-доминированной плазме до максимума на прямой OA ; 2 — область распространения незатухающих акустических колебаний в радиационно-доминированной плазме; 3 — область затухания акустических колебаний в радиационно-доминированной плазме; 4 — область распространения акустических колебаний в барионной материи. Рекомбинация происходит на линии BBA . Справа и сверху от линии $ДВА$ происходит рост возмущений в барионной материи вплоть до достижения нелинейных стадий

произвольно. Уравнения Эйлера и неразрывности имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\nabla \varphi_G - \frac{1}{\rho} \nabla P; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0; \quad \Delta \varphi_G = 4\pi G \rho. \quad (13.11)$$

Невозмущенное решение для плотности и скорости удовлетворяет системе уравнений

$$\frac{dH}{dt} + H^2 = -\frac{4}{3}\pi G\rho_0; \quad \frac{d\rho_0}{dt} + 3H\rho_0 = 0. \quad (13.12)$$

Рассмотрим возмущения, зависящие от одной координаты x . Линеаризованная система, определяющая развитие малых возмущений в расширяющейся Вселенной, имеет вид ($\mathbf{u} = (u, v, w)$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + Hu + Hx \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{\partial \varphi_G}{\partial x} - \frac{v_{s0}^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}; \quad dP = v_{s0}^2 d\rho; \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + 3H\rho + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} + Hx \frac{\partial \rho}{\partial x} &= 0; \quad \frac{\partial^2 \varphi_G}{\partial x^2} = 4\pi G\rho. \end{aligned} \quad (13.13)$$

Рассмотрим невозмущенное решение, которое в строгом релятивистском рассмотрении соответствует плоской пылевой Вселенной (11.26). С учетом (11.31) невозмущенное решение имеет вид

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{2}{3t}; \quad \rho_0 = \frac{1}{6\pi Gt^2}. \quad (13.14)$$

Легко видеть, что это решение удовлетворяет системе (13.12). Уравнение характеристик возмущенной системы $dx/dt = Hx$ имеет решение $x/t^{2/3} = \text{const}$, поэтому перейдем к новым переменным $y = x/t^{2/3}$, $\tau = t$, где y является сопутствующей, или лагранжевой, координатой. При переходе к новым координатам нужно учесть

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial y} \left(-\frac{2y}{3\tau} \right); \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\tau^{2/3}} \frac{\partial u}{\partial y}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \left(-\frac{2y}{3\tau} \right); \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{\tau^{2/3}} \frac{\partial \rho}{\partial y}. \end{aligned} \quad (13.15)$$

В новых переменных система (13.13), после приведения подобных членов, примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{2u}{3\tau} &= -\frac{1}{\tau^{2/3}} \frac{\partial \varphi_G}{\partial y} - \frac{v_{s0}^2}{\tau^{2/3}} \frac{\partial(\rho/\rho_0)}{\partial y}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + 2\frac{\rho}{\tau} + \frac{\rho_0}{\tau^{2/3}} \frac{\partial u}{\partial y} &= 0; \quad \frac{\partial^2 \varphi_G}{\partial y^2} = 4\pi G \rho \tau^{4/3}. \end{aligned} \quad (13.16)$$

Здесь учтено, что

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial(\rho/\rho_0)}{\partial x}.$$

Переходя к переменной $\delta = \rho/\rho_0$ вместо ρ и учитывая соотношения

$$\tau^2 = \frac{1}{6\pi G \rho_0};$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + 2\frac{\rho}{\tau} = \frac{1}{\tau^2} \frac{\partial(\rho \tau^2)}{\partial \tau} = \frac{1}{6\pi G \tau^2} \frac{\partial(\rho/\rho_0)}{\partial \tau} = \rho_0 \frac{\partial(\rho/\rho_0)}{\partial \tau},$$

из (13.16) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{2u}{3\tau} &= -\frac{1}{\tau^{2/3}} \frac{\partial \varphi_G}{\partial y} - \frac{v_{s0}^2}{\tau^{2/3}} \frac{\partial \delta}{\partial y}, \quad \frac{\partial \delta}{\partial \tau} + \frac{1}{\tau^{2/3}} \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial^2 \varphi_G}{\partial y^2} &= 4\pi G \rho \tau^{4/3}. \end{aligned} \quad (13.17)$$

В системе (13.17) коэффициенты при производных не зависят от y , поэтому ищем решение в виде $\sim \exp(ik\tau)$. Тогда из (13.17) получаем

$$\begin{aligned} \dot{u} + \frac{2u}{3\tau} &= -\frac{i\kappa \varphi_G}{\tau^{2/3}} - \frac{v_{s0}^2}{\tau^{2/3}} i\kappa \delta; \quad \dot{\delta} + \frac{i\kappa u}{\tau^{2/3}} = 0; \\ \varphi_G &= -\frac{4\pi G \rho \tau^{4/3}}{\kappa^2} \quad \left(\equiv \frac{d}{d\tau} \right). \end{aligned} \quad (13.18)$$

Выражая u , φ_G через δ из двух последних соотношений и подставляя в первое, получаем после приведения подобных членов

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3} \frac{\dot{\delta}}{\tau} = \left(4\pi G \rho_0 - \frac{\kappa^2 v_{s0}^2}{\tau^{4/3}} \right) \delta. \quad (13.19)$$

Для политропного уравнения состояния $P = K \rho^\gamma$ имеем

$$v_{s0}^2 = \gamma K \rho_0^{\gamma-1} = \frac{\gamma K}{(6\pi G)^{\gamma-1}} \frac{1}{\tau^{2(\gamma-1)}} \quad \text{при} \quad \rho_0 = \frac{1}{6\pi G \tau^2}. \quad (13.20)$$

При произвольном γ уравнение (13.19) аналитически не решается, однако при $\gamma = 4/3$ имеется степенное решение. Для $\gamma = 4/3$ из (13.19) с учетом (13.20) получаем

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3} \frac{\dot{\delta}}{\tau} = \left(\frac{2}{3} - b^2 \kappa^2 \right) \frac{\delta}{\tau^2}, \quad b^2 = \frac{4K}{3(6\pi G)^{1/3}}. \quad (13.21)$$

Решение уравнения (13.21) ищем в виде степени $\delta = \delta_1 \tau^n$, что после подстановки в (13.21) приводит к квадратному уравнению для n :

$$n^2 + \frac{n}{3} + \kappa^2 b^2 - \frac{2}{3} = 0, \quad n = -\frac{1}{6} \pm \sqrt{\frac{25}{36} - b^2 \kappa^2}. \quad (13.22)$$

Граничным значением, разделяющим неустойчивые и колебательные решения, является величина $b^2 \kappa_J^2 = 25/36$, заставляющая подкоренное выражение. Если, аналогично (13.9), найти соответствующую джинсовскую массу, разделяющую устойчивые и неустойчивые решения в расширяющейся Вселенной, то получим, имея в виду что $\kappa = k t^{2/3}$ и учтя b^2 из (13.21),

$$M_J = \rho_0 \left(\frac{\lambda_J}{2} \right)^3 = \frac{\pi^3 \rho_0}{k_J^3} = \frac{\pi^3 \rho_0 t^2}{\kappa_J^3} = \frac{\pi^2}{6G \kappa_J^3} = \frac{\pi^2 b^3}{6G} \left(\frac{36}{25} \right)^{3/2} =$$

$$= \frac{\pi^{3/2}}{\rho_0^{1/2}(4G)^{3/2}} \left(\frac{4K\rho_0^{1/3}}{3} \right)^{3/2} \left(\frac{24}{25} \right)^{3/2}. \quad (13.23)$$

Отсюда видно, что при $\gamma = 4/3$ джинсовская масса не зависит от времени. После рекомбинации во Вселенной имеет место $\gamma = 5/3$. Используем полученное выше решение для оценки поведения джинсовской массы в случае $\gamma = 5/3$. Для этого учтем, что скорость звука при $\gamma = 4/3$ равна $v_{s0} = \left(\frac{4K\rho_0^{1/3}}{3} \right)^{1/2}$, и запишем M_J из (13.23) в виде

$$M_J = \frac{\pi^{3/2}v_{s0}^3}{\rho_0^{1/2}(4G)^{3/2}} \left(\frac{24}{25} \right)^{3/2} \quad (13.24)$$

Сравнивая с (13.9), получаем, что корректный вывод Боннора дает граничное значение M_J , составляющее $\left(\frac{24}{25} \right)^{3/2} = 0,94$ от величины, полученной Джинсом, т. е. практически то же самое. В случае $\gamma = 5/3$ скорость звука $v_{s0}^2 = \frac{5}{3}K\rho_0^{2/3}$, поэтому для M_J имеем зависимость от времени

$$\begin{aligned} M_J &= \frac{\pi^{3/2}v_{s0}^3}{\rho_0^{1/2}(4G)^{3/2}} \left(\frac{24}{25} \right)^{3/2} = \frac{\pi^{3/2}\rho_0^{1/2}}{(4G)^{3/2}} \left(\frac{5K}{3} \right)^{3/2} \left(\frac{24}{25} \right)^{3/2} = \\ &= \left(\frac{8K}{5} \right)^{3/2} \frac{\pi}{8\sqrt{6}G^2t}. \end{aligned} \quad (13.25)$$

Таким образом, джинсовская масса барионов во Вселенной падает обратно пропорционально времени при адиабатическом расширении. В действительности, расширение не всегда является адиабатическим. Как показывают наблюдения, имел место существенный разогрев вещества, так что

в современную эпоху джинсовская масса гораздо больше величины, следующей из формулы (13.25). В образовании звезд в современную эпоху, помимо гравитационной неустойчивости, большую роль играют процессы нагрева, охлаждения и переноса тепла, что создает большое разнообразие физических условий и дает возможность образования звезд различной массы. В показателе степени (13.22), помимо квадратного корня, входит величина $(-1/6)$. Эта добавка в показателе степени не имеет отношения к гравитационной неустойчивости и обусловлена уменьшением амплитуды возмущений при адиабатическом расширении плазмы. Для достаточно высокочастотных звуковых колебаний из сохранения адиабатического инварианта следует, что энергия звуковой волны E_s падает пропорционально ее частоте ω_s . Так как волновой вектор $k \sim t^{-2/3}$, то имеем

$$\omega_s \sim kv_{s0} \sim t^{-2/3} \rho_0^{1/6} \sim t^{-1} \quad (13.26)$$

для $\gamma = 4/3$. Соответственно, для $\gamma = 5/3$ имеет место $v_{s0} \sim \rho_0^{1/3}$; $\omega_s \sim t^{-4/3}$. Энергия звуковой волны записывается в виде

$$E_s \sim \frac{\rho_0 u^2}{k^3} \sim u^2. \quad (13.27)$$

Из (13.18) следует $u \sim \dot{\delta} \tau^{2/3} \sim \delta \tau^{-1/3}$, поэтому

$$E_s \sim u^2 \sim \delta^2 t^{-2/3} \sim \omega_s \sim t^{-1}; \quad \delta \sim t^{-1/6} \quad (13.28)$$

в соответствии с добавкой в показателе степени в (13.22) для $\gamma = 4/3$. При $\gamma = 5/3$ частота звуковой волны при расширении убывает: $\omega_s \sim t^{-4/3}$ и $\delta \sim t^{-1/3}$, что определяет соответствующую добавку в показателе степени в законе для изменения δ при высокочастотных колебаниях. При увеличении

длины волны добавка к показателю степени при $\gamma \neq 4/3$ изменяется, и в пределе очень длинных волн эта добавка всегда стремится к $(-1/6)$. Как следует из корректного рассмотрения на фоне расширяющейся Вселенной, закон роста возмущений является степенным, т. е. гораздо более медленным по сравнению с экспоненциальным ростом, полученным Джинсом, несмотря на хорошее совпадение величин для границы неустойчивости. Тем не менее из результата Джинса можно получить закон роста длинных волн, близкий к точному, если учесть изменение джинсовской частоты $\omega_J = \sqrt{4\pi G \rho_0} = \sqrt{2/(3t^2)}$ в законе роста возмущений

$$\delta \sim e^{\int \omega_J dt} \sim \exp \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{dt}{t} \right) \sim \exp \left(\ln (t^{\sqrt{2/3}}) \right) \sim t^{\sqrt{2/3}}. \quad (13.29)$$

В точном законе роста возмущений показатель степени для длинных волн в (13.22) равен $5/6 = 0,833$, а из (13.29) имеем $\sqrt{2/3} = 0,816$, т. е. результаты очень близки. В обоих случаях в показателе степени следует учесть поправку $(-1/6)$ за счет адиабатического расширения.

13.3. Рост первичных возмущений

Линейная теория развития возмущений в расширяющейся Вселенной в точной постановке в рамках ОТО была разработана Е. М. Лифшицем в 1946 году. Было показано существование в ОТО трех типов возмущений.

1. *Потенциальные, или скалярные, возмущения.* При сохранении энтропии они представляют собой либо звуковые волны, либо сжимающиеся сгустки. Этот тип возмущений рассмотрен выше в рамках ньютоновской гравитации.

Помимо адиабатических возмущений, в которых одновременно возмущаются плотность, давление и температура, имеется класс потенциальных возмущений, в которых параметры плазмы меняются одновременно так, чтобы давление и плотность энергии не менялись. Эти возмущения связаны с возмущениями энтропии и называются также изотермическими. Их амплитуда не меняется на ранних стадиях расширения. При уменьшении температуры, когда появляются нерелятивистские частицы, различные компоненты начинают меняться по разному. При этом появляются возмущения давления и из энтропийных возмущений возникают адиабатические.

2. *Вихревые возмущения, или векторные, которые связаны с появлением вращательных скоростей.* Эти возмущения обладают нетривиальными свойствами. При приближении к сингулярности возмущенная вращательная скорость не меняется, т. е. в начале расширения возможно было бы наличие малых вращательных возмущений. Однако связанные с ними возмущения метрики в сингулярности расходятся, поэтому наличие векторных возмущений оказывается несовместимым с однородностью ранней Вселенной, и потому их появление на ранних стадиях считается невозможным.

3. *Гравитационно-волновые, или тензорные, возмущения.* При этих возмущениях параметры плазмы и ее скорость не меняются. Возмущается лишь метрика в связи с появлением гравитационных волн, имеющих тензорные характеристики. Поведение тензорных волн аналогично поведению адиабатических возмущений в ультрарелятивистской среде, т. е. они также распространяются в виде колебаний и не испытывают гравитационной неустойчивости. Однако, как показал Л. П. Гришук в 1974 году, в однородной изотропной Вселен-

ной возможно рождение гравитонов, связанное с неадиабатичностью расширения. Адиабатическое изменение плотности энергии гравитонов имеет место в расширяющейся Вселенной с уравнением состояния $P = \epsilon/3$. При другом законе расширения происходит неадиабатическое рождение гравитонов, эквивалентное росту относительной энергии гравитационных волн, связанных с тензорными возмущениями. Особенно быстрый рост тензорных возмущений происходит, когда меняется уравнение состояния и, соответственно, меняется закон расширения, например меняется степень зависимости масштабного фактора a от времени. Сверхадиабатическое усиление тензорных возмущений важно на ранних стадиях расширения, когда происходит наиболее быстрое изменение параметров. Оно важно только для длинноволновых возмущений, которые в настоящее время имеют масштабы наиболее крупных структур во Вселенной, и несущественно для длин волн на масштабах микроволнового реликтового фона, где спектр гравитонов близок к равновесному. Усиленные таким образом длинные гравитационные волны будут влиять на амплитуду и спектр флуктуаций реликтового излучения, а также на свойства его поляризации, которые могут быть проверены наблюдениями. Источником для потенциальных возмущений, рост которых приводит к формированию современной крупномасштабной крупномасштабной структуры, являются квантовые флуктуации, усиливающиеся на стадии инфляции. Рост квантовых флуктуации при инфляции будет рассмотрен в главе 17.

Как уже отмечалось выше, особенностью радиационно доминированной Вселенной с $\rho_m \ll \rho_r$ является отсутствие роста потенциальных возмущений. Наличие первичных вихревых возмущений противоречит наблюдениям высокой сте-

пени однородности реликтового фона, тензорные гравитационно-волновые возмущения очень слабо взаимодействуют с веществом, а их амплитуда, даже при учете неадиабатического усиления, остается слишком малой для какого-либо влияния. Если отвлечься от различных экзотических источников, то единственным механизмом, приводящим к формированию неоднородной структуры современной Вселенной, является рост потенциальных возмущений, причем как энтропийных, так и изотермических, на стадии после рекомбинации, когда вещество и излучение начинают расширяться независимо. До момента рекомбинации адиабатические возмущения имели вид когерентных звуковых волн, поэтому амплитуда этих возмущений на момент рекомбинации изменялась колебательно в зависимости от длины волны. Подобные колебания были предсказаны А. Д. Сахаровым в 1965 году и называются сахаровскими. Необходимость когерентности первичных возмущений можно понять из простого примера. Рассмотрим некогерентные звуковые колебания, представимые в виде суммы $A \sin \omega_s t + B \cos \omega_s t$, где $\omega_s = kv_s$. При случайном соотношении между коэффициентами A и B амплитуды колебаний будут хаотически меняться в зависимости от длины волны, в среднем отражая зависимость первичного спектра возмущений. Однако во Вселенной имеет место ситуация, когда в первичном спектре возмущений $B = 0$. Это требование связано с тем же ограничением, на основе которого мы были вынуждены исключить из рассмотрения вихревые возмущения. Как показал точный анализ, возмущения, связанные с членом типа $B \cos \omega_s t$, приводят к расходимости метрики в сингулярности, и следовательно, приводили бы к сильным неоднородностям реликтового излучения в современную эпоху, в противоречии с наблюде-

ниями. Таким образом, закон эволюции адиабатических возмущений определяется одним членом $A \sin \omega_s t$, что соответствует когерентности. Линия OA на рис. 13.1 соответствует максимуму амплитуды колебаний, т. е. $\sin \omega_s t = 1$, $\omega_s = k v_s$, $k v_s t = \pi/2$. При учете соотношений

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \frac{3}{32\pi G t^2}; \quad v_s^2 = \frac{c^2}{3}; \\ M &= \frac{\pi^3 \rho_0}{k^3} = 8\rho_0 v_s^3 t^3 = \frac{c^3 t}{4\pi G \sqrt{3}} \end{aligned} \quad (13.30)$$

получаем зависимость массы от времени на линии OA в виде $M/M_\odot = 10^4 t$. Используя время рекомбинации

$$t_{\text{rec}} = \frac{t_{\text{mod}}}{z_{\text{rec}}^{3/2}} = 10^{13} \text{ [c]},$$

получаем в точке A значение массы $M_A \sim 10^{17} M_\odot$, что согласуется с оценкой массы в этой точке, сделанной выше на основе теории гравитационной неустойчивости, имея в виду грубость обеих оценок.

13.4. Нелинейные стадии развития гравитационной неустойчивости

После рекомбинации начинается рост возмущений во всех масштабах, больших джинсовских. Ввиду затухания адиабатических возмущений на масштабах менее $M_E \sim 10^{12} M_\odot$, быстрее растут возмущения с массой $M > M_E$. В этих масштабах роль газового давления пренебрежимо мала и возмущения развиваются как в пылевой среде. Я. Б. Зельдович в 1970 году показал, что произвольное возмущение в пыле-

вой среде приводит к образованию «блинов», которые называются блинами Зельдовича. Исключение составляет чисто сферическое возмущение, которое коллапсирует в точку. Вначале образование блинов, приводящих в итоге к формированию скоплений галактик и образованию крупномасштабной структуры, рассматривалось в барионном газе. В этой среде после образования блина формируется ударная волна, распространяющаяся перпендикулярно блину, за фронтом которой газ охлаждается и фрагментирует, образуя связные структуры. Если предположить, что блин имеет масштаб скопления галактик, то из фрагментов должны образоваться галактики.

Наличие темной материи, средняя плотность которой в 6–7 раз больше плотности барионов, существенно меняет картину формирования крупномасштабной структуры. Основным гравитирующим компонентом является темная материя, и движение барионов определяется ее гравитацией. Развитие возмущений в расширяющейся Вселенной на нелинейной стадии и формирование гравитационно связанных объектов в среде, где имеются барионный газ и слабо взаимодействующая (бесстолкновительная) темная материя, изучается на основе численного моделирования многими группами исследователей. Первой стадией образования крупномасштабной структуры является коллапс бесстолкновительной темной материи с образованием блина и последующая релаксация с образованием квазиравновесной структуры. Эта стадия может быть исследована приближенно на основе решения уравнений движения однородного гравитирующего эллипсоида. Ввиду отсутствия столкновений при образовании блина частицы пролетают мимо друг друга, приводя к перемешиванию в фазовом пространстве, что соответствует

релаксации, которая была впервые исследована Д. Линден-Беллом в 1967 году. Параметры однородного эллипсоида массы m с угловым моментом M , полуосями a, b, c , однородной плотностью ρ , угловой скоростью вращения вокруг оси c связаны соотношениями

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1; \quad m = \rho V = \frac{4\pi}{3} \rho abc; \quad M = \frac{m}{5} \Omega (a^2 + b^2). \quad (13.31)$$

Рассмотрим распределение скоростей, линейное по координатам, сохраняющее эллипсоидальную форму фигуры:

$$v_x = \frac{\dot{a}x}{a}; \quad v_y = \frac{\dot{b}y}{b}; \quad v_z = \frac{\dot{c}z}{c} \quad (v = \mathbf{H}\mathbf{x}). \quad (13.32)$$

Для вывода уравнений движения, определяющих изменение со временем $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$, запишем функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned} L &= U_{\text{kin}} - U_{\text{pot}}; \quad U_{\text{pot}} = U_g + E_{\text{th}} + U_{\text{rot}}; \\ U_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} \rho \int_V (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dV = \frac{m}{10} (\dot{a}^2 + \dot{b}^2 + \dot{c}^2); \\ U_{\text{rot}} &= \frac{1}{2} \rho \int_V v_{\text{rot}}^2 dV = \\ &= \frac{1}{2} \rho \Omega^2 \int_V (x^2 + y^2) dx dy dz = \frac{m}{10} \Omega^2 (a^2 + b^2); \quad (13.33) \\ U_g &= -\frac{3Gm^2}{10} \int_0^\infty \frac{du}{\sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}}; \\ E_{\text{th}} &= \frac{\varepsilon}{(abc)^{2/3}}. \end{aligned}$$

Величина ϵ сохраняется при адиабатических процессах в нерелятивистском бесстолкновительном веществе с показателем адиабаты $\gamma = 5/3$ и является функцией энтропии. Она меняется только при наличии диссипативных процессов. Уравнения движения получаются из функции Лагранжа

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = 0, \quad q = a, b, c, \quad (13.34)$$

и имеют вид

$$\ddot{a} = -\frac{3Gm}{2}a \int_0^\infty \frac{du}{(a^2+u)\Delta} + \frac{10}{3m} \frac{1}{a} \frac{\epsilon}{(abc)^{2/3}} + \frac{25M^2}{m^2} \frac{a}{(a^2+b^2)^2}; \quad (13.35)$$

$$\ddot{b} = -\frac{3Gm}{2}b \int_0^\infty \frac{du}{(b^2+u)\Delta} + \frac{10}{3m} \frac{1}{b} \frac{\epsilon}{(abc)^{2/3}} + \frac{25M^2}{m^2} \frac{b}{(a^2+b^2)^2}; \quad (13.36)$$

$$\ddot{c} = -\frac{3Gm}{2}c \int_0^\infty \frac{du}{(c^2+u)\Delta} + \frac{10}{3m} \frac{1}{c} \frac{\epsilon}{(abc)^{2/3}} \quad (13.37)$$

$$(\Delta^2 = (a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)).$$

Для больших масс ($m \gg m_J$) максимальное ускорение идет по малой оси, которая стремится к нулю при $\epsilon = 0$ и достигает конечного минимального значения за счет роста давления при $\epsilon \neq 0$. Таким образом появляется блин Зельдовича, через который проходит вещество при формировании крупномасштабной структуры Вселенной. В зависимости от свойств вещества образуются блины двух типов.

- 1) При сжатии барионного вещества, составляющего $\sim 4\%$ массы Вселенной, сжатие останавливается давлением,

формируется ударная волна, за фронтом которой происходят остывание, фрагментация и образование вихрей, приводящие к образованию спиральных галактик с большим вращательным моментом. Примером такой галактики является наша Галактика — Млечный Путь.

- 2) Бесстолкновительное вещество — темная холодная материя, составляющая $\sim 25\%$ массы вещества во Вселенной, — ведет себя иначе при конечных значениях ϵ . Здесь также образуется блин конечной толщины, которая уменьшается с уменьшением ϵ , но ударная волна не образуется. Частицы пролетают друг сквозь друга много раз за счет колебаний относительно плоскости блина, происходит перемешивание в фазовом пространстве — бурная релаксация. Свое название такая релаксация получила из-за высокой эффективности, когда «термализация» вещества происходит за время нескольких пролетов плоскости блина. Схематически процесс бурной релаксации представлен на рис. 13.2. Формально в бесстолкновительном веществе больцмановская энтропия сохраняется, но растет эффективная энтропия, получающаяся после дополнительного усреднения в фазовом пространстве, так что в итоге имеет место $\dot{\epsilon} > 0$.

Бурная релаксация, помимо термализации, ведет к появлению частиц с положительной энергией, улетающих из системы. Установившееся равновесное состояние имеет форму, зависящую от вращательного момента, и размеры, зависящие от установившихся после бурной релаксации значений энергии и энтропии. Невращающиеся фигуры всегда приобретают форму шара. При наличии вращения образуется сфероид, а при большом вращательном моменте равновесная фигура является трехосным эллипсоидом. В действительности

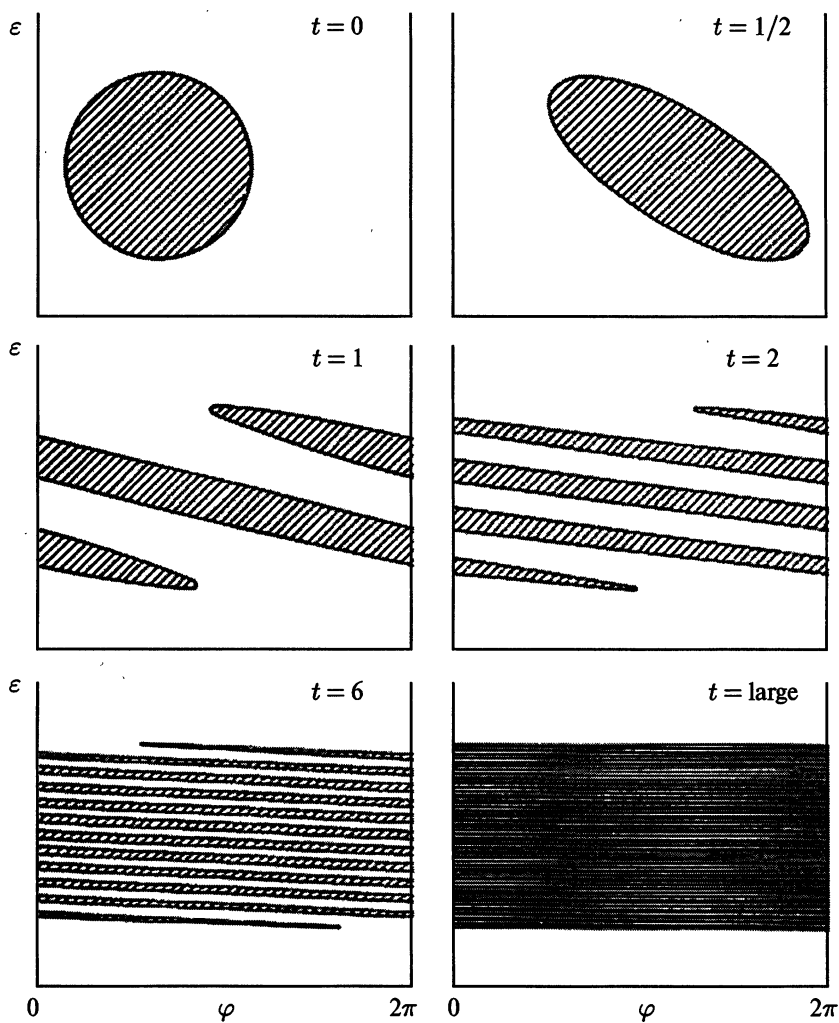


Рис. 13.2. Бурная релаксация в бесстолкновительной системе за счет перемешивания в фазовом пространстве, по Линден-Беллу

эволюция барионной и темной материй протекает совместно. Ввиду образования вихрей за ударной волной можно ожидать, что барионное вещество станет вращаться гораздо быстрее темной материи, образуя спиральные (дисковые) галактики. Темная материя приобретает форму шара или слабо сплюснутого сфероида, если был приобретен вращательный момент, например за счет приливного взаимодействия сгустков темной материи на масштабах галактик или их скоплений. Наблюдения свидетельствуют о том, что темная материя распределена гораздо более плавно, чем барионная. В нашей Галактике темная материя формирует большое квазисферическое гало, не проявляя признаков диска со спиральной структурой.

Задача 5. Найти параметры Вселенной в эпоху рекомбинации и величину джинсовской массы в барионном газе в современную эпоху в предположении адиабатического расширения от момента рекомбинации, при $\gamma = 5/3$.

Решение. Исходными являются следующие параметры Вселенной: возраст Вселенной t_u , современная плотность барионов ρ_b , температура реликтового излучения T_r и температура рекомбинации T_{rec} :

$$\begin{aligned} t_u &= 5 \cdot 10^{17} \text{ [с]}; & \rho_b &= 5 \cdot 10^{-31} \text{ [г/см}^3\text{]}; \\ T_r &= 2,7 \text{ [K]}; & T_{\text{rec}} &= 4000 \text{ [K]}. \end{aligned} \quad (13.38)$$

После рекомбинации расширение Вселенной примерно следует пылевому варианту с

$$\rho = \frac{1}{6\pi G t^2}; \quad a \sim t^{2/3}. \quad (13.39)$$

Красное смещение на эпоху рекомбинации и соответствующий возраст Вселенной определяются соотношениями

$$1 + z_{\text{rec}} = \frac{T_{\text{rec}}}{T_r} \approx 1500; \quad 1 + z_{\text{rec}} = \frac{a_{\text{mod}}}{a_{\text{rec}}} = \left(\frac{t_u}{t_{\text{rec}}} \right)^{2/3};$$

$$t_{\text{rec}} = \frac{t_u}{(1 + z_{\text{rec}})^{3/2}} \approx 10^{13} \text{ [с]};$$

$$\rho_{\text{rec}} = \rho_b (1 + z_{\text{rec}})^3 \approx 2 \cdot 10^{-21} \text{ [г/см}^3\text{]}.$$
(13.40)

Джинсовская масса барионов при адиабатическом расширении определяется формулой (13.25), где параметр энтропии K известен в эпоху рекомбинации, когда барионы и излучение находились в равновесии:

$$K = \frac{\mathcal{R} T_{\text{rec}}}{\rho_{\text{rec}}^{2/3}} = 2^{4/3} \cdot 10^{25},$$
(13.41)

с учетом (13.38) и при значении газовой постоянной $\mathcal{R} = 10^8$. Используя это значение K и $t = t_u$ в формуле (13.25), получаем джинсовскую массу барионов в современную эпоху:

$$M_{Jb, \text{mod}} \approx 4,6 M_{\odot}. \quad \triangleright$$
(13.42)

Задача 6. Вывести уравнения для массы m , углового момента M и гравитационной энергии U_g однородного эллипсоида плотности ρ с полуосями a, b, c , и однородного сфероида с $a = b \neq c$.

Решение. Пусть поверхность эллипсоида задается уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$
(13.43)

При постоянной плотности имеем

$$\begin{aligned}
 m = \rho V &= 8\rho \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} dy \int_0^{\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}} dz = \\
 &= 8\rho abc \int_0^1 du \int_0^{\sqrt{1-u^2}} dv \int_0^{\sqrt{1-u^2-v^2}} dw = \frac{4\pi}{3} \rho abc; \quad (13.44)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M &= 8\rho \Omega \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} (x^2 + y^2) dy \int_0^{\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}} dz = \\
 &= 8\rho \Omega abc \int_0^1 du \int_0^{\sqrt{1-u^2}} (a^2 u^2 + b^2 v^2) dv \int_0^{\sqrt{1-u^2-v^2}} dw = \\
 &= \frac{m}{5} \Omega (a^2 + b^2). \quad (13.45)
 \end{aligned}$$

Гравитационная энергия эллипсоида выражается интегралом

$$U_g = \frac{1}{2} \int \rho \varphi_g dV. \quad (13.46)$$

Гравитационный потенциал внутри эллипсоида φ_g определяется решением уравнения Пуассона

$$\begin{aligned}
 \varphi_g &= -\pi \rho abc \int_0^\infty \left(1 - \frac{x^2}{a^2 + u} - \frac{y^2}{b^2 + u} - \frac{z^2}{b^2 + u} \right) \frac{du}{R_u}, \quad (13.47) \\
 R_u &= \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}.
 \end{aligned}$$

Подставляя (13.47) в (13.46) и выполняя интегрирование, получаем гравитационную энергию эллипсоида в виде

$$U_g = -\frac{3Gm^2}{10} \int_0^\infty \frac{du}{R_u}. \quad (13.48)$$

Для сфероидов при $a = b$ интеграл берется в элементарных функциях. Для сплюснутого ($a > c$) и вытянутого ($a < c$) сфероидов получаем

$$\begin{aligned} U_g &= -\frac{3Gm^2}{5\sqrt{a^2 - c^2}} \arccos \frac{c}{a} \quad (a > c); \\ U_g &= -\frac{3Gm^2}{5\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{arch} \frac{a}{c} \quad (a < c). \quad \triangleright \end{aligned} \quad (13.49)$$

Глава 14

Реликтовое излучение

- Предсказание Гамова
- Наблюдательное открытие
- Предыстория
- Свойства реликтового излучения
- Флуктуации реликтового излучения
- Наблюдения флуктуаций реликтового излучения
- Определение глобальных параметров Вселенной
- Будущие эксперименты

14.1. Предсказание Гамова

Предсказание о существовании равновесного фонового излучения с температурой в несколько градусов было сделано Г. А. Гамовым в 1946 году. Этот вывод следовал из предложенной им модели горячей Вселенной, исходя из общих положений о том, что на ранних стадиях уравнение состояния имеет вид $P = \varepsilon/3$, что определяет закон расширения

в виде

$$\rho = \frac{3}{32\pi G t^2}.$$

Вплоть до момента рекомбинации $T_{\text{rec}} = 4000$ К давление излучения преобладало, поэтому, принимая $\rho = \rho_{\text{rad}} = aT^4$, получаем время рекомбинации $t_{\text{rec}} \approx 10^{13}$ с. После рекомбинации плотность определяется веществом и продолжает падать ($\sim t^{-2}$). При этом температура вещества падала со скоростью $\sim \rho^{2/3} \sim t^{-4/3} \sim a^{-2}$, а температура излучения, отделившегося от вещества, падала медленнее ($\sim a^{-1} \sim t^{-2/3}$). Принимая современный возраст Вселенной $t_0 = 5 \cdot 10^{17}$ с, получаем современную температуру излучения $T_{\text{б0}} = T_{\text{rec}}(t_{\text{rec}}/t_0)^{2/3} \approx 3$ К. Гамов использовал меньший современный возраст Вселенной, поэтому оценивал современную температуру излучения на уровне 4–5 К.

14.2. Наблюдательное открытие

В 1964 году А. Г. Дорошкевич и И. Д. Новиков, следуя предсказанию Гамова, исследовали возможности наблюдательного обнаружения фона излучения, который мог бы остаться после расширения горячей Вселенной. Они показали, что при возможной температуре 1–5 К фоновое излучение может быть уверенно обнаружено на длинах волн в области $\lambda = 0,1\text{--}100$ см. Это связано с тем, что в этой области спектра ожидаемый фон значительно превышает суммарный фон от радиогалактик, преобладающий в области более длинных волн, а также суммарный фон от инфракрасных звезд, который преобладает в коротковолновой области ($\lambda \ll 0,1$ см). Они отмечали также, что наиболее подходящим инструментом является двадцатифутовый рупорный радиотелескоп ла-



Рис. 14.1. Спектр электромагнитного фонового излучения Вселенной. Сплошная линия — результаты наблюдений, штриховая — теоретические оценки.
 I_ν в эрг/(см² · Гц · ср), ν в Гц

боратории «Белл» в Кроуфорд Хилл. Открытие микроволнового фонового излучения, или реликтового излучения (РИ), было сделано в США А. Пензиасом и Р. Вильсоном при наладке именно этой радиоантенны компании «Белл». Они обнаружили изотропное излучение, приходящее из космоса, температуру которого они оценили в $3,5 \pm 1$ К на частоте 4080 МГц, что соответствует длине волны 7,5 см. Одновременно другая группа астрономов США, работающая в Принстонском университете под руководством Р. Дикке, видимо, зная о предсказании Гамова, собиралась провести поиск микроволнового фона, но не успела провести наблюдения. Спектр фонового излучения в широкой области спектра от радио- до гамма-области приведен на рис. 14.1.

14.3. Предыстория

Уже после открытия РИ было обращено внимание на то, что косвенные проявления РИ наблюдались гораздо раньше. В 1941 году канадский астроном Э. Мак-Келлар обнаружил существование молекул циана в межзвездном пространстве, исследуя спектр звезды, проходящий через облако межзвездного газа. Атомы и молекулы этого газа определяют линии поглощения света звезды на строго определенных длинах волн. Линии поглощения используются для изучения свойств межзвездного газа и звездных атмосфер, так как они свидетельствуют о наличии определенных атомов и молекул в различных состояниях возбуждения. Мак-Келлар исследовал линии поглощения, определяемые молекулой циана в спектре звезды ϵ Знаменосца. Он пришел к выводу о том, что эти линии могут быть вызваны только вращательно возбужденными молекулами циана, и оценил термодинамическую температуру, соответствующую наблюдаемому уровню возбуждения, в 2,3 К. В 1966 году несколькими учеными было показано, что возбуждение вращательных уровней циана вызвано квантами РИ.

Еще более поразительными были наблюдения, которые проводил в Пулковской обсерватории в середине 1950-х годов аспирант Т. А. Шмаонов, работавший под руководством известных советских радиоастрономов С. Э. Хайкина и Н. Л. Кайдановского. Он измерял интенсивность радиоизлучения космоса на длине волны 3,2 см с помощью рупорной антенны, подобной вышеупомянутой антенне компании «Белл». В результате своих измерений он обнаружил изотропную составляющую радиофона с температурой 4 ± 3 К. Этот результат был опубликован в журнале «Приборы и техника эксперимента» в 1957 году, а также вошел в кандидатскую диссер-

тацию Т. А. Шмаонова. Ни сам автор, ни радиоастрономы, с которыми он обсуждал свои результаты, не придали значения этому эффекту, статистическая значимость которого была невелика. Можно не сомневаться, что если бы автор подозревал о том, что он наблюдает РИ, он смог бы набрать достаточно статистики для получения уверенного результата, увеличивая наблюдательное время.

14.4. Свойства реликтового излучения

Наиболее точные измерения спектра РИ в области миллиметровых длин волн, вблизи максимума спектра, были сделаны на спектрометре в дальней инфракрасной области, установленном на американском спутнике «КОБЕ» (COBE). Измеренная там температура составила $T_R = 2,725 \pm 0,001$ К, а отклонения от планковского спектра по интенсивности были не более $5 \cdot 10^{-5}$ (см. рис. 14.2).

Интенсивность излучения с планковским спектром B_ν имеет вид

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} n_\nu [\text{эрг} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1} \cdot \text{Гц}^{-1}];$$

$$n_\nu = \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (14.1)$$

В предельных случаях длинных (Д), $h\nu \ll kT$, и коротких (К), $h\nu \gg kT$, волн получаем

$$B_\nu = \frac{2\nu^2}{c^2} kT \quad (\text{Д, Релей-Джинс}); \quad (14.2)$$

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \quad (\text{К, Вин}). \quad (14.3)$$

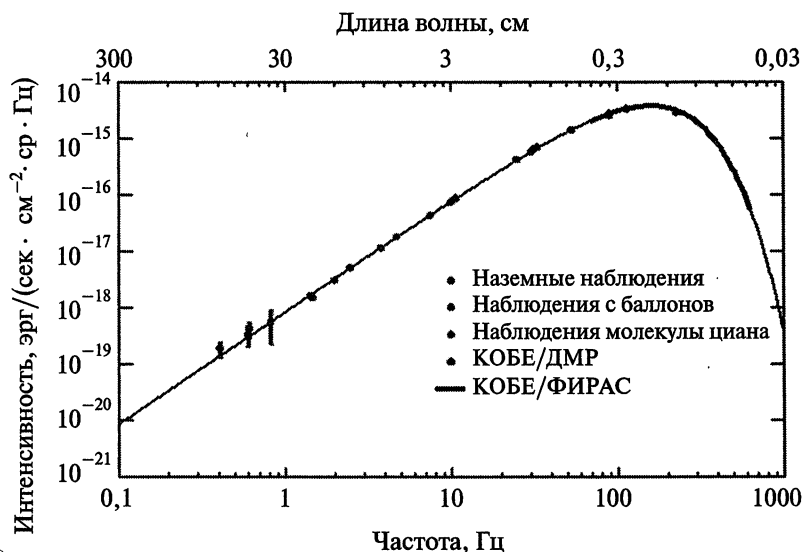


Рис. 14.2. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Спектр реликтового излучения по данным различных наблюдений; DMR (Differential Microwave Radiometer) — ДМР (дифференциальный микроволновой радиометр), FIRAS (Far Infrared Absolute Spectrophotometer) — ФИРАС (абсолютный спектрометр в дальней инфракрасной области)

Яркостная температура излучения T_A на данной длине волны $\lambda = c/\nu$ находится из распределения Релея—Джинса, путем измерения у Земли интенсивности радиоизлучения $B_{\nu 0}$ на этой длине волны (частоте), при условии знания расстояния до источника R и размера излучающей области r_s ,

$$B_\nu = B_{\nu 0} \left(\frac{R}{r_s} \right)^2; \quad T_A = \frac{c^2}{2k\nu^2} B_\nu. \quad (14.4)$$

Если спектр наблюдаемого объекта является равновесным, то после нахождения T_A можно найти термодинамическую

температуру T , входящую в формулу Планка,

$$x = \ln(x_A + 1); \quad x_A = \frac{h\nu}{kT_A}; \quad x = \frac{h\nu}{kT}. \quad (14.5)$$

Очевидно, что $x < x_A$, $T > T_A$, т. е. термодинамическая температура всегда больше яркостной. В ряде источников в радиодиапазоне T_A может быть очень большой, достигающей огромной величины $\sim 10^{30}$ К в некоторых радиопульсарах. Аномально большие T_A свидетельствуют о нетепловой, синхротронной или когерентной мазерной природе радиоизлучения. Плотность энергии излучения в современную эпоху ρ_R и концентрация квантов n_γ равны, соответственно,

$$\rho_R = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{aT^4}{c^2} \approx 5 \cdot 10^{-34} \text{ [Г/см}^3\text{]};$$

$$n_\gamma = \frac{2\zeta(3) kT}{\pi^2 \hbar c} = \frac{\varepsilon}{2,701kT} \approx 450 \text{ [см}^{-3}\text{]}. \quad (14.6)$$

Современная концентрация барионов n_b и число фотонов на один барион, примерно соответствующее удельной энтропии Вселенной, равны, соответственно,

$$n_b = \frac{\rho_b}{m_p} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ [см}^{-3}\text{]}; \quad \frac{n_\gamma}{n_b} \approx 1,5 \cdot 10^9. \quad (14.7)$$

При расширении Вселенной отношение $\rho_R/\rho_b \sim 1+z$, так что при $z \approx 10^3$ плотности вещества и излучения сравниваются.

14.5. Флуктуации реликтового излучения

Крупномасштабная структура современной Вселенной возникла в результате роста скалярных возмущений в барионном веществе. До начала рекомбинации вещество и излучение находились в термодинамическом равновесии между

собой, а затем излучение отделилось от вещества, и уровень флуктуаций РИ в настоящее время почти такой же, как и в эпоху рекомбинации. Поэтому флуктуации РИ в настоящее время отражают уровень флуктуаций в барионном веществе в эпоху рекомбинации. Само рождение флуктуаций произошло на ранних стадиях расширения Вселенной за счет квантовых эффектов. Для исследования роста возмущений на ранних стадиях необходимо использовать уравнения ОТО на фоне равновесного решения для однородной Вселенной. Рассмотрим решение Фридмана с уравнением состояния $P = \alpha\epsilon$, в котором изменение масштабного фактора со временем происходит по степенному закону $a \sim t^\beta$, $\beta = 2/3, 1/2$ для $\alpha = 0, 1/3$ соответственно. Рост лагранжевого радиуса x также соответствует степенному закону, который находится из соотношений

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\beta}{t}; \quad v = Hx = \dot{x}; \quad x \sim t^\beta. \quad (14.8)$$

Если вместо координаты x использовать переменную $\xi = x/t^\beta$, то в ньютоновском приближении уравнения для возмущений не зависят от ξ , поэтому решение для возмущенной скалярной функции $\delta = \delta\rho/\rho$ можно искать в виде $\delta \sim e^{i\kappa\xi}$, и для роста возмущений во времени для каждого постоянного κ получается обыкновенное дифференциальное уравнение. В ОТО аналогичная процедура получения обыкновенного дифференциального уравнения для возмущений имеет несколько более сложный вид. Возмущение гравитационного поля выражается в виде возмущения метрики $h_{\alpha\beta}$:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) - \text{невозмущенная метрика};$$

$$g_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}^{(0)} + h_{\alpha\beta}. \quad (14.9)$$

Вместо относительного возмущения плотности δ рассматривается скаляр

$$q = 3 \left(\frac{\dot{a}}{a} v - \frac{A}{2} \right). \quad (14.10)$$

Здесь v — возмущение скорости, A — возмущение метрики, связанное с v . Вместо времени t в ОТО вводится переменная η . На ранних стадиях расширения, в радиационно-доминированной Вселенной, имеем

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{3}{32\pi G t^2}; & a &= a_* \sqrt{\frac{t}{t_*}}; & \eta &= \int c \frac{dt}{a}; & \omega &= \frac{k}{\sqrt{3}}; \\ \chi &= \omega \eta; & q_k &\sim e^{ikx}; & \bar{q}_k &= \alpha q_k; \\ \alpha &= \left(\frac{4}{9} \right)^{1/2} \frac{a}{v_s}; & v_s^2 &= \frac{c^2}{3}. \end{aligned} \quad (14.11)$$

В метрике (14.9) координата x является лагранжевой координатой, эквивалентной координате ξ в ньютоновском пределе, поэтому здесь разложение $\sim e^{ikx}$ эквивалентно ньютоновскому разложению $\sim e^{ik\xi}$. Решение уравнения для скаляра имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{q} &\sim C_1 \sin \chi + C_2 \cos \chi; & A &= C_1 \frac{1 - \cos \chi}{\chi^2} + C_2 \frac{\sin \chi}{\chi^2}; \\ \frac{\delta \varepsilon}{\varepsilon} = \delta &= C_1 \left[-\cos \chi + 2 \left(\frac{\sin \chi}{\chi} + \frac{\cos \chi - 1}{\chi^2} \right) \right] + \\ &+ C_2 \left[\sin \chi + 2 \left(\frac{\cos \chi}{\chi} - \frac{\sin \chi}{\chi^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (14.12)$$

Из (14.12) следует, что при ненулевом C_2 возмущения плотности и метрики расходятся в начале расширения при $\chi = t = 0$. Ввиду того что исходное состояние Вселенной считается

однородным, принимают $C_2 = 0$, поэтому все возмущения в ранней Вселенной оказываются коррелированными. При этом в ранней Вселенной возмущения не растут, а носят колебательный характер (см. рис. 13.1). В результате эволюции возмущений к началу рекомбинации при $t = t_{\text{rec}}$ зависимость амплитуды возмущений от длины волны λ (волнового вектора $k = 2\pi/\lambda$) имеет вид $\sim \sin(Bk\sqrt{t_{\text{rec}}})$, $B = \text{const}$, т. е. колебательно зависит от длины волны и волнового вектора k . Наряду с названием «сахаровские», они называются также акустическими, так как связаны, помимо когерентного рождения возмущений, со звуковым характером поведения возмущений в ранней, радиационно-доминантной Вселенной.

14.6. Наблюдения флуктуаций реликтового излучения

Наблюдения с хорошим угловым разрешением $\sim 20'$ на спутнике «ВМАП» (WMAP), а также на баллонных экспериментах BOOMERANG, MAXIMA, DASI и других привели к построению спектра мощности флуктуаций РИ, который качественно согласуется с теоретическими предсказаниями (см. рис. 14.3). Первый максимум расположен при $l \approx 220$, где l — номер сферической гармоники в разложении спектра мощности. Это примерно соответствует размеру горизонта событий на момент рекомбинации (точка А на рис. 13.1). На момент рекомбинации $t_{\text{rec}} \approx 10^{13}$ с размер горизонта равен $r_{\text{hor, rec}} = ct_{\text{rec}} \approx 3 \cdot 10^{23}$ см $\approx 10^5$ пк. В процессе расширения флуктуация, соответствующая $r_{\text{hor, rec}}$, растет пропорционально масштабному фактору $\sim t^{2/3}$, а размер самого горизонта растет $\sim t$, так что к настоящему времени $t_0 \approx 5 \cdot 10^{17}$ с. На размере современного горизонта $r_0 \approx 1,5 \cdot 10^{28}$ см уме-

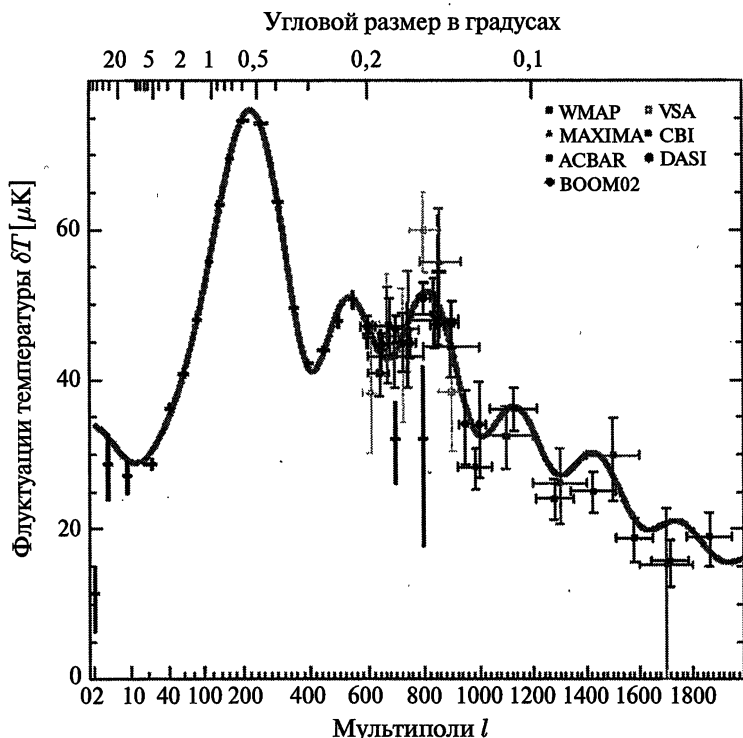


Рис. 14.3. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Спектр анизотропии, построенный по данным спутниковых и баллонных наблюдений. Сплошной линией дана теоретическая кривая, построенная для начального спектра возмущений Гаррисона–Зельдовича с параметрами модели $\Omega_\Lambda = 0,7$, $\Omega_m = 0,3$

стится $\sim (t_0/t_{\text{rec}})^{1/3} \approx 37$ размеров флуктуаций $r_{\text{hor, rec}}$. Если учесть, что число этих флуктуаций на окружности в 2π раз больше, то в итоге получим, что максимум спектра мощности флуктуаций расположен при $l \approx 2\pi \cdot 37 \approx 230$, что очень близко к наблюдаемому значению максимума $l \approx 220$.

Построение спектра мощности флуктуаций по данным наблюдений представляет собой весьма сложную задачу. С математической стороны она сводится к разложению по сферическим гармоникам $Y_{lm}(\theta, \phi)$ наблюдательных данных, расположенных на сфере. Если учесть, что число гармоник по l и m достигает нескольких тысяч по каждому из индексов, а число наблюдательных точек примерно равно миллиону, решение такой задачи сложно технически. Астрономических трудностей при обработке данных гораздо больше, ввиду того что наряду с РИ наблюдательные данные содержат излучение всех объектов Вселенной: галактик, звезд и газа. Самой большой проблемой является избавление (очистка) наблюдательных данных от постороннего излучения для выделения флуктуаций РИ. При этом фоновое излучение, особенно излучение нашей Галактики, содержит флуктуации различных масштабов, которые могут превышать флуктуации РИ (рис. 14.4), особенно на более низких частотах. Распределение флуктуаций РИ после вычитания источников представлены на рис. 14.5 по измерениям на спутнике COBE и на рис. 14.6 по измерениям на спутнике WMAP. Очевиден большой прогресс в пространственном разрешении неоднородностей, сделанный на спутнике WMAP. На COBE угловое разрешение позволило исследовать возмущения РИ в масштабах $l \leq 20$, в то время как измерения на WMAP и на баллонах позволили довести измерения флуктуаций до $l \sim 400$. Считается, что на WMAP проблемы во многом успешно преодолены, и спектр флуктуаций мощности C_l , особенно в районе первого максимума, известен с хорошей точностью (рис. 14.3).

Вплоть до начала рекомбинации адиабатические возмущения были одинаковы в веществе и в излучении. После отделе-

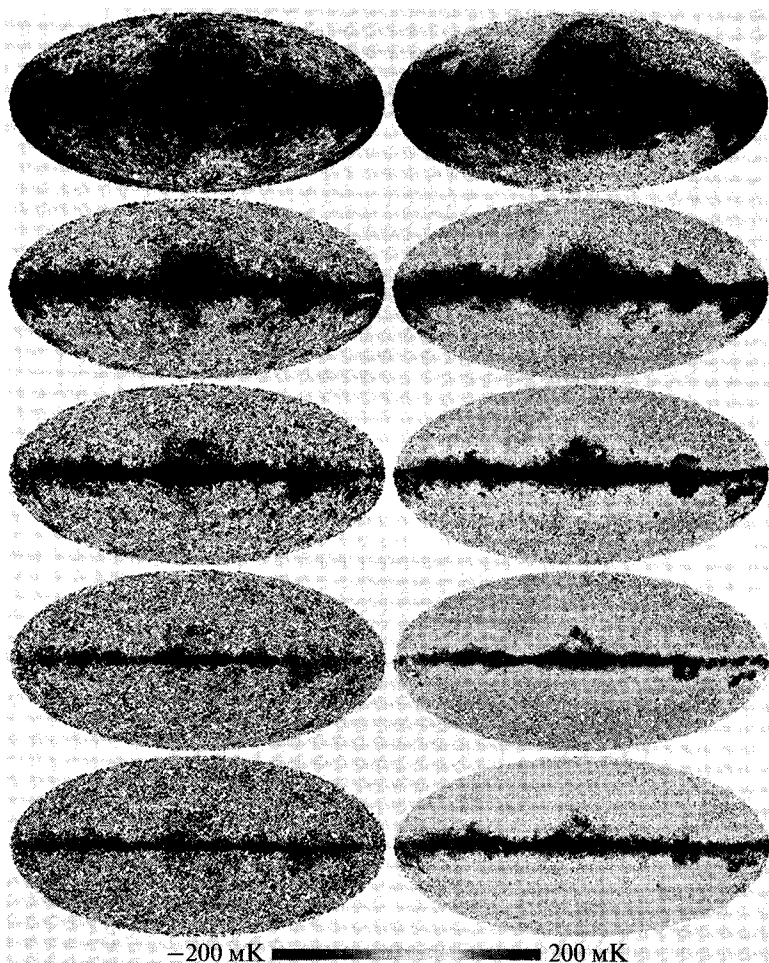


Рис. 14.4. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Распределение по небу неоднородностей фона в пяти частотных диапазонах с центрами на частотах (сверху вниз) 22,8, 33,0, 40,7, 60,8 и 93,5 ГГц, по измерениям на спутнике WMAP (слева); то же после удаления неоднородностей РИ (справа)



Рис. 14.5. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Усредненное распределение по небу неоднородностей РИ по измерениям на спутнике COBE после очистки от других источников неоднородностей фона

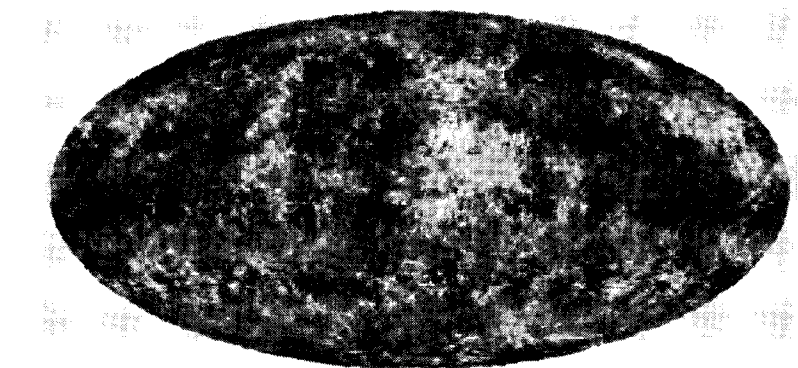


Рис. 14.6. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Усредненное распределение по небу неоднородностей РИ по измерениям на спутнике WMAP после очистки от других источников неоднородностей фона

ния вещества от излучения амплитуда флуктуаций в излучении не менялась, а в веществе возмущения росли, образовав современную крупномасштабную структуру Вселенной. Таким образом, спектр мощности возмущений в веществе, в масштабах скоплений и сверхскоплений галактик, вообще говоря, должен совпадать со спектром мощности флуктуаций РИ. Проблема здесь осложняется наличием темной материи, исследование флуктуаций в которой пока не представляется возможным, хотя предполагается, что они примерно совпадают с крупномасштабной структурой видимого вещества во Вселенной. Исследование C_l по структуре крупномасштабного распределения вещества дают представление о структуре флуктуаций на сравнительно малых масштабах, при больших l .

14.7. Определение глобальных параметров Вселенной

Теоретический спектр мощности возмущений РИ примерно совпадает с наблюдаемым, если принять следующие параметры Вселенной:

$$\begin{aligned} \Omega_\Lambda \approx 0,7; \quad \Omega_m \approx 0,3; \quad \Omega_b \approx 0,04; \\ H_0 \approx 72 \text{ [км/(с} \cdot \text{Мпк)]}. \end{aligned} \tag{14.13}$$

Здесь H_0 — современное значение постоянной Хаббла, относительная плотность темной энергии Ω_Λ определяется, в основном, по положению максимума спектра C_l на рис. 14.3; плотность вещества Ω_m , которая включает в себя плотность барионов Ω_b , определяется, в основном, высотой первого максимума на рис. 14.3, а плотность барионов Ω_b определяется независимо от спектра флуктуаций РИ по измерениям

относительного содержания ^2D , ^3He и ^4He , образовавшихся во Вселенной в результате нуклеосинтеза, до формирования первых звезд. Измерения флуктуаций РИ в пределах ошибок хорошо согласуются с моделью плоской Вселенной с $\Omega = \Omega_\Lambda + \Omega_m = 1$, что соответствует полной плотности энергии

$$\rho = \rho_\Lambda + \rho_m = \rho_{\text{cr}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 2 \cdot 10^{-29} h^2 \text{ [г/см}^3\text{]}, \quad (14.14)$$

$$h = \frac{H_0}{100 \text{ [км/(с \cdot Мпк)]}}.$$

Спектр первичных флуктуаций, связанный с квантовыми эффектами на ранней стадии расширения Вселенной, был предложен Е. Гаррисоном в 1970 году и, независимо, Я. Б. Зельдовичем в 1973 году в виде

$$|h_{lm}|_k \sim k^{-3/2}; \quad \delta_k \sim \ln^{3/2} \left(\frac{1}{k} \right), \quad (14.15)$$

что соответствует почти плоскому спектру по возмущениям относительной плотности δ_k . В модели инфляционной Вселенной спектр (14.14) следует из теории, см. гл. 17.

Первые указания на преобладание плотности темной энергии в современную эпоху были получены по наблюдениям далеких взрывов сверхновых первого типа: SN Ia. Так же как у всех сверхновых первого типа, в их спектрах не видны линии водорода, но сверхновые этого типа являются единственными, в которых энергия черпается из термоядерного взрыва вырожденного углеродно-кислородного ядра, приводящего к полному разлету звезды без остатка. Сверхновые этого типа представляют собой почти *стандартную свечу*, ввиду примерного равенства масс и состава взрывающихся звездных ядер. Зная светимость сверхновой SN Ia и наблюдаемый поток излучения, можно определить расстояние

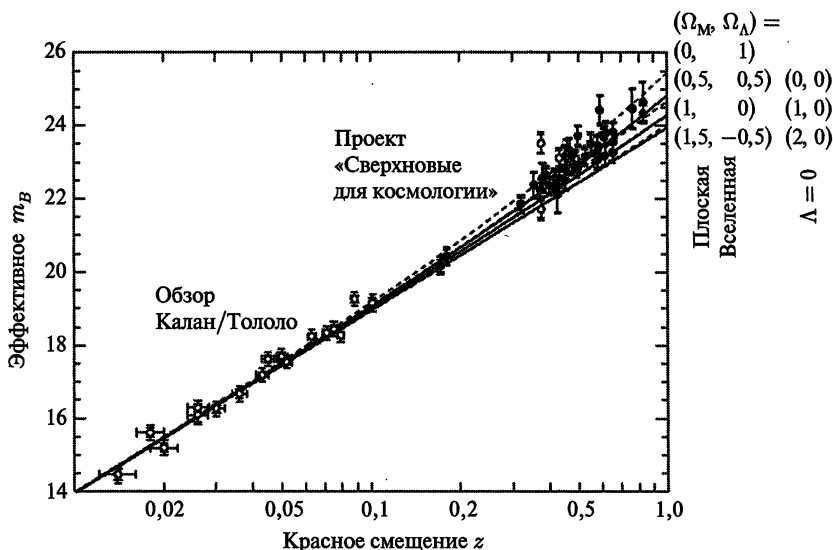
до нее, а по красному смещению линий в спектре найти космологическую скорость разлета. Таким образом, для каждой далекой сверхновой можно найти постоянную Хаббла H и найти ее зависимость от времени $H(t)$ и от красного смещения $H(z)$. Сравнение с теоретическими формулами позволяет оценить полную плотность вещества и различных его компонент во Вселенной. В отсутствие темной энергии, согласно пылевому решению для плоской фридмановской Вселенной, при небольших красных смещениях $z \leq 1$ имеет место равенство (гл. 11)

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{2}{3t}, \quad (14.16)$$

т. е. постоянная Хаббла со временем должна уменьшаться, что справедливо для всех фридмановских моделей с $\Lambda = 0$. Однако наблюдения SN Ia на далеких расстояниях, до $z \sim 1$, дали другой результат. Оказалось, что постоянная Хаббла в современную эпоху уменьшается заметно медленнее, чем это следует из (14.16). Это проявилось в том, что видимая яркость SN Ia падала с красным смещением быстрее, чем это должно быть во фридмановской Вселенной. Такая ситуация возможна только при ненулевой космологической постоянной, которая, согласно этим наблюдениям, должна давать преобладающий вклад в плотность энергии. Наличие такой космологической постоянной приводит к тому, что расширение Вселенной в современную эпоху происходит с ускорением. Вскоре этот вывод был подтвержден анализом спектра флуктуаций РИ, и параметры Вселенной из (14.13) согласуются как с ним, так и с наблюдениями SN Ia. В наблюдениях SN Ia ускорение расширения проявляется в том, что наблюдаемая звездная величина SN Ia растет с ростом красного смещения быстрее (яркость SN Ia падает быстрее),

Рис. 14.7. (Цветную версию рисунка см. на вклейке.) Диаграмма Хаббла для 42-х SN Ia с большими красными смещениями, исследованных в рамках проекта «Сверхновые для космологии», и 18-ти SN Ia с небольшими красными смещениями из проекта обзора сверхновых Калан/Тололо. Для всех сверхновых сделаны поправки, связанные с зависимостью светимости от длительности на кривой блеска. Внутренние интервалы ошибок связаны с ошибками измерений. Внешние интервалы ошибок включают в себя также неопределенность, равную $0,17^m$ (эффективной звездной величины), обусловленную внутренней дисперсией светимости. Эта неопределенность изображена в виде квадрата и связана с ошибками при поправке на зависимость светимости от длительности на кривых блеска SN Ia. Горизонтальные интервалы ошибок связаны с пекулярными скоростями, которые выбраны равными 300 км/с. Сплошные кривые построены теоретически для различных космологических моделей с $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0, 0)$ — верхняя кривая, $(1, 0)$ — средняя кривая, $(2, 0)$ — нижняя кривая. Штриховые линии соответствуют плоским космологическим моделям с $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0, 1)$ — верхняя кривая, $(0,5, 0,5)$ — вторая кривая сверху, $(1, 0)$ — третья кривая сверху, $(1,5, -0,5)$ — нижняя кривая. Из дальнейшего анализа данных получено, что наилучшее согласие с наблюдениями получается при $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0,28, 0,72)$

чем это ожидается при замедлении расширения со временем (см. рис. 14.7). С течением времени плотность темной энергии не меняется, а плотность всей остальной материи уменьшается со скоростью $\sim t^{-2}$. Далеко в прошлом плотность вещества намного превосходила плотность темной материи, в то время как в далеком будущем плотность материи станет пренебрежимо мала по сравнению с темной энергией. В этой ситуации представляется большой загадкой, почему мы живем как раз в ту эпоху, когда плотности обеих



материй сравнимы друг с другом. Нельзя исключить вероятность того, что ошибки в определении глобальных параметров Вселенной на самом деле существенно больше и вывод о существовании большой плотности темной энергии окажется пересмотренным.

14.8. Будущие эксперименты

Дальнейшее исследование флуктуаций РИ предполагается проводиться на спутнике «Планк» (Planck) Европейского космического агентства (ESA), запуск которого был сделан 14 мая 2009 года. На этом спутнике расположено 10 частотных каналов, должно быть достигнуто примерно в 10 раз лучшее угловое разрешение и проведено измерение поляризации излучения. Поляризационные измерения должны

проверить одно из предсказаний теории, связанное с наличием очень длинных гравитационных волн, оставшихся после расширения Вселенной. Если закон расширения Вселенной меняется, то происходит параметрическое усиление гравитационных волн с длинами порядка горизонта в эпоху перемены. Например, изменяется показатель степени в законе роста $a(t)$ при переходе от радиационно-доминированной к пылевой Вселенной или меняется режим расширения при переходе от инфляционной стадии расширения к фридмановской. Теоретический анализ показал, что основной эффект от существования длинных гравитационных волн заключается в появлении поляризации во флуктуациях РИ. Следует отметить, что длинные гравитационные волны примерно той же длины и интенсивности должны появиться также при рождении крупномасштабной структуры Вселенной, на нелинейной стадии при несферическом коллапсе вещества, в основном темной материи, и образовании блинов Зельдовича. Определить, каким из этих двух механизмов произошло образование длинных гравитационных волн, вряд ли представится возможным, даже если удастся измерить поляризацию флуктуаций РИ.

Для более детального исследования параметров Вселенной с помощью наблюдений SN Ia был предложен проект «Исследование ускорения расширения Вселенной с помощью сверхновых SN Ia» (Supernovae acceleration probe, SNAP). Этот совместный проект НАСА и Департамента энергии предложен в США для более далекого будущего и в случае его принятия должен быть реализован до 2020 года. В проекте предполагается провести измерение кривых блеска около 2000 SN Ia, до красных смещений $z = 1,7$.

Глава 15

Космомикрофизика

- Ограничения на массу покоя нейтрино
- Ограничения на число легких слабовзаимодействующих частиц
- Темная материя
- Темная энергия

Физика макро- и микромира находится в тесной взаимосвязи. Для изучения ранних стадий расширения Вселенной были использованы многие разделы физики элементарных частиц. В свою очередь, изучение процессов во Вселенной помогает исследовать свойства элементарных частиц.

15.1. Ограничения на массу покоя нейтрино

Одна из первых попыток использования астрономических данных для установления свойств элементарных частиц была сделана Я. Б. Зельдовичем и Я. А. Смородинским в 1961 году. В 1966 году С. С. Герштейном и Я. Б. Зельдовичем было дано

космологическое ограничение на массу покоя мюонного нейтрино $m_{\nu_\mu} \leq 400$ эВ. Авторы получили это ограничение, используя следующие известные к тому времени параметры Вселенной:

$$H \approx 75 \left[\frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}} \right]; \text{ время жизни Вселенной } \tau_0 \geq 5 \cdot 10^9 \text{ лет};$$

$$T_\gamma \approx 3 \text{ [K]}. \quad (15.1)$$

Из температуры РИ была получена современная концентрация фотонов и мюонных нейтрино + антинейтрино $n_\gamma \approx 550 \text{ см}^{-3}$, $n_{\nu_\mu} \approx 300 \text{ см}^{-3}$. При принятии τ_0 равным времени максимального расширения в закрытой модели было получено ограничение на полную плотность вещества в современную эпоху $\rho_0 \leq 2 \cdot 10^{-28} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, что привело к ограничению на массу $m_{\nu_\mu} \leq 400$ эВ. Это было более чем на 3 порядка меньше лабораторного ограничения на массу покоя мюонного нейтрино $m_{\nu_\mu}(\text{lab}) \leq 2,5 \text{ МэВ}$. Определения плотности закрытой пылевой Вселенной известного возраста в момент максимального радиуса следует из формул гл. 11

$$a_{\text{max}} = \frac{4GM}{3\pi c^2}; \quad \tau_0 = \frac{4GM}{3\pi c^3}; \quad \rho = \frac{M}{2\pi^2 a^3}. \quad (15.2)$$

Отсюда получаем используемое выше ограничение на полную плотность

$$\rho_0 \leq \frac{3}{8G\tau_0^2} \approx 2 \cdot 10^{-28} \text{ [г/см}^3\text{]}. \quad (15.3)$$

Используя современные данные о Вселенной и о нейтрино, получаем более сильные ограничения на массу нейтрино. Возраст современной Вселенной $\tau_0 \approx 5 \cdot 10^{17} \text{ с}$, что в $10/3$ раза

больше используемого выше. Герштейн и Зельдович считали, что массивное нейтрино, подобно электрону, имеет статистический вес $g_\nu = 2$, в соответствии со своим спином $s_\nu = 1/2$, $g_\nu = 2s_\nu + 1$. При этом не принимались во внимание неизвестные тогда тау-нейтрино, а также электронные нейтрино, известное ограничение на массу которых, $m_{\nu_e} \leq 200$ эВ, делало их вклад сравнительно небольшим. Для увеличенного возраста Вселенной ограничения на массу нейтрино гораздо сильнее известных к тому времени лабораторных ограничений на массу электронного нейтрино. Для получения космологического предела на массу нейтрино учтем все три сорта ν_e , ν_μ , ν_τ и будем считать их статистический вес равным половине электронного, несмотря на ненулевую массу (нейтрино Майорана). С использованием более точного значения температуры РИ $T_\gamma \approx 2,7$ К получаем концентрацию всех трех сортов нейтрино-антинейтрино $n_\nu \approx 300 \text{ см}^{-3}$, примерно совпадающую с использованной ранее оценкой концентрации одних только мюонных нейтрино ($\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$). В итоге из современной космологии получаем следующее ограничение на среднюю массу покоя нейтрино всех сортов:

$$\begin{aligned} \rho_0 &\leq \frac{3}{8G\tau_0^2} \approx 1,8 \cdot 10^{-29} \text{ [г/см}^3\text{]}; \\ m_\nu &\leq \frac{\rho_0}{300} \approx 6 \cdot 10^{-32} \text{ [г]} \approx 33 \text{ [эВ]}. \end{aligned} \tag{15.4}$$

При этом $1 \text{ эВ} \approx 1,8 \cdot 10^{-33} \text{ г}$. Современный этап раздела науки под названием «космомикрофизика» начался в 1980 году, когда группа экспериментаторов из Института экспериментальной и теоретической физики (ИТЭФ) опубликовала сообщение об измерении массы покоя электронного нейтрино, равной $m_{\nu_e} = 30$ эВ. Эта публикация имела огромный «космо-

логический» резонанс, отголоски которого слышны и поныне. Ввиду известных уже данных по существованию скрытой массы, стала исследоваться роль самых различных гипотетических частиц, стабильных и нестабильных, которые, наряду с нейтрино, могли бы составлять эту скрытую массу. К настоящему времени в результате сопоставления расчетов и различных наблюдательных данных сделан вывод о том, что скрытая масса состоит из массивных нерелятивистских частиц, масса которых может существенно превышать массу бариона, так называемая «холодная темная материя» (Cold Dark Matter). В то же время природа этих частиц остается неизвестной, и десятки экспериментов ведутся в разных странах по поиску темной материи. При этом предполагается, что сечение взаимодействия частиц темной материи с веществом, хотя и малое, но все же отлично от нуля. Кроме того, надежда возлагается на то, что частицы темной материи могут быть нестабильными и будут распадаться с образованием энергичных гамма-квантов. На поиск темной материи ориентированы все космические эксперименты по регистрации гамма-квантов в области энергий порядка ГэВ и выше. В итоге, эксперимент ИТЭФ оказался ошибочным. Последующие, более точные, лабораторные эксперименты позволили получить только верхний предел на массу электронного нейтрино, который к настоящему времени (19.12.2009) составляет ~ 2 эВ, а лабораторные ограничения на массу покоя мю- и тау-нейтрино все еще существенно превышают космологические ограничения:

$$\begin{aligned}m_{0\nu_e} &\leq 2 \text{ [эВ]}; \\m_{0\nu_\mu} &\leq 170 \text{ [кэВ]}; \\m_{0\nu_\tau} &\leq 16 \text{ [МэВ]}.\end{aligned}\tag{15.5}$$

15.2. Ограничения на число легких слабовзаимодействующих частиц

В 1969 году, в небольшой заметке, В. Ф. Шварцман обратил внимание на связь скорости космологического расширения с числом сортов безмассовых частиц в природе κ_0 . С ростом числа безмассовых частиц температура в горячей Вселенной уменьшается. Закалка отношения числа нейтронов к протонам происходит, когда нейтрино становятся свободными и отношение нейтронов к протонам перестает меняться. Это происходит, когда характерное время распада нейтрона еще намного больше времен расширения и бета-реакций. При законе расширения в ранней Вселенной $\rho = 3/(32\pi Gt^2)$ и зависимости плотности от температура в виде $\rho = \kappa_0 a T^4$ получаем связь температуры Вселенной от времени в виде $\kappa_0 T^4 \sim t^{-2}$. Характерное время слабого взаимодействия $\tau_w \sim (\sigma_w n_w)^{-1} \sim T^{-5}$, так как сечение слабого взаимодействия $\sigma_w \sim T^2$, а концентрация электронных нейтрино, электронов и позитронов $n_w \sim T^3$. В момент заковки характерные времена слабого взаимодействия и расширения Вселенной сравнимы между собой, поэтому для определения момента заковки имеем два соотношения, из которых сразу следует зависимость температуры заковки от числа сортов легких слабовзаимодействующих частиц

$$\begin{aligned} \kappa_0 T_*^4 \sim t_*^{-2}; \quad \tau_w \sim (\sigma_w n_w)^{-1} \sim T_*^{-5} \sim t_*; \\ T_*^6 \sim \kappa_0; \quad T_* \sim \kappa_0^{1/6}. \end{aligned} \quad (15.6)$$

При увеличении температуры заковки равновесное отношение растет,

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp\left(-\frac{\Delta mc^2}{kT}\right),$$

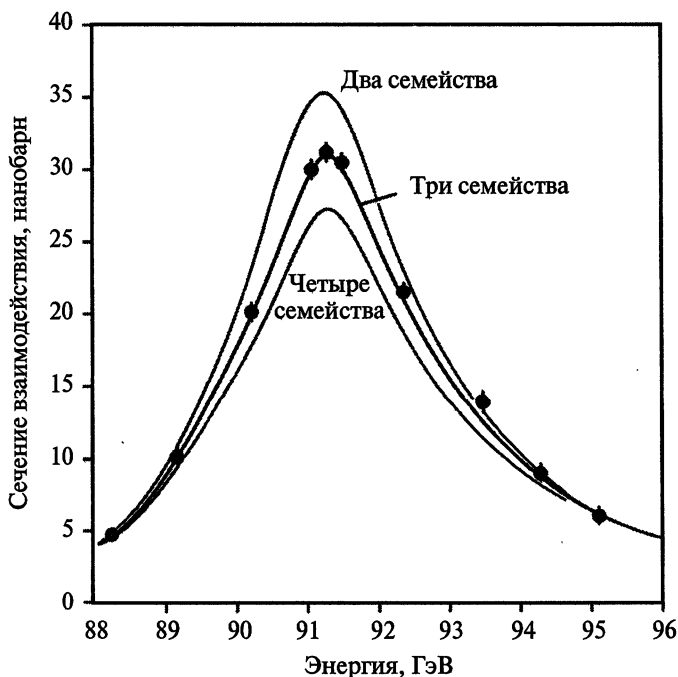


Рис. 15.1. Форма кривой Z^0 резонанса показывает, что число пар кварков и число лептонов равно трем, и существование каких-либо новых кварков и лептонов не ожидается. Высота и ширина максимума зависят от числа сортов легких нейтрино и, следовательно, числа семейств элементарных частиц. С увеличением числа сортов пик становится ниже и уже. Измерения резонанса, проведенные в ЦЕРНе, полностью согласуются с тремя семействами и исключают два или четыре и более семейств

и соответственно растет концентрация ${}^4\text{He}$, которая при росте k_0 стремится к 1. Из наблюдений следует, что первичная концентрация ${}^4\text{He}$ не превышает 24–26 %, что позволило еще в 1977 году наложить ограничение на число сор-

тов безмассовых нейтрино: $N_\nu \leq 5$. Проведенные в ЦЕРНе в 1990 году эксперименты по распаду Z^0 -бозона (резонанса) показали, что ширина резонанса соответствует в точности трем сортам безмассовых нейтрино, что согласуется с предсказаниями из космологии (см. рис. 15.1).

15.3. Темная материя

В 1937 году Ф. Цвикки получил, что вириальная масса, определяемая по скоростям движения галактик, в скоплении галактик Кома более чем в 100 раз превышает массу, определяемую по светимости близких звезд в нашей Галактике. Детальные исследования показали, что отношение вириальной массы двойных галактик и скоплений галактик к их светимости составляет $M/L \sim 100$, в то время как это отношение для спиральных галактик — $M/L \sim 3-10$, а для эллиптических — $M/L \sim 10-80$. Таким образом, в скоплениях галактик имеется избыток невидимой массы, которую называют *скрытой массой* или *темной материей*.

Еще одно свидетельство существования темной материи следует из наблюдений кривых вращения различных спиральных галактик. С увеличением радиуса скорость вращения спадает значительно медленнее, чем это следует из определения массы по светимости видимой материи. В некоторых галактиках скорость вращения вообще постоянна вплоть до радиусов ~ 50 пк (рис. 15.2), радиус нашей Галактики равен ~ 14 пк. Таким образом, во внешних частях галактик находится невидимое вещество (темная материя), которое создает дополнительную гравитацию. Это проявляется в увеличении равновесной скорости вращения, необходимой для уравнивания гравитации центробежной силой.

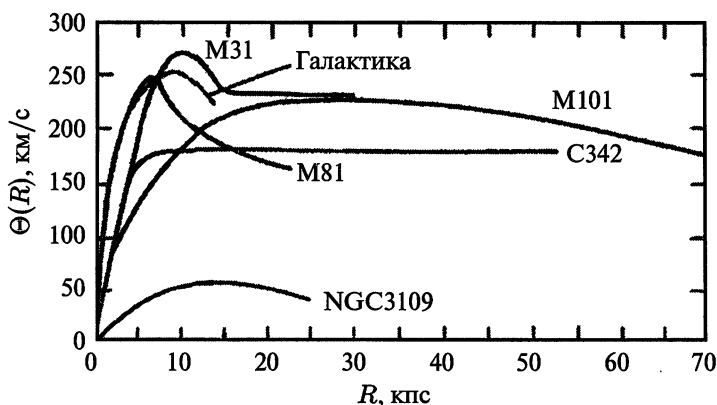


Рис. 15.2. Скорость вращения в различных галактиках как функция радиуса

Количественные оценки плотности темной материи получены из исследования спектра флуктуаций РИ, из которого следует, что средняя плотность темной материи во Вселенной примерно в 6,5 раз больше плотности барионной материи, 26 и 4 % соответственно (гл. 14).

Состав темной материи остается неизвестным. Теоретически получено, что темная материя должна состоять из нерелятивистских частиц, возможно, достаточно массивных ($m_{\text{dm}} \gg 1$ ГэВ) или холодных маломассивных (аксионы). Массивные частицы могут быть суперсимметричными партнерами известных частиц, возникающих при обобщении теории элементарных частиц, которое называется *суперсимметрией*. Самой легкой из суперсимметричных частиц является *нейтралино* с массой 30–5000 ГэВ, которое является основным кандидатом в составляющие холодной темной материи. Нейтралино участвует только в слабом и гравитационном взаимодействиях. Если оно стабильно, то при взаимодей-

ствии с ядром детектора частиц нейтралينو, или подобная ей частица, должна потерять энергию порядка 10 кэВ. Поиск суперсимметричных частиц, других возможных кандидатов в темную материю, ведется в более чем десятке экспериментов в лаборатории и в космосе. В лаборатории пытаются наблюдать явления и закономерности при регистрации элементарных частиц, необъяснимые в рамках известных частиц. В большинстве экспериментов устанавливаются ограничения на свойства частиц темной материи, но есть также заявления об их обнаружении, например в эксперименте DAMA (dark matter), который проводится в подземной лаборатории Gran Sasso в Италии. В этом эксперименте с использованием сверхчистого сцинтиллятора утверждается об обнаружении годичного периода в регистрации сигнала. Это приписывается переменному потоку частиц темной материи при изменении вектора скорости Земли при ее движении вокруг Солнца. В космических экспериментах предполагается регистрировать энергичные диффузные гамма-кванты с энергиями в десятки и сотни ГэВ, которые могли бы возникнуть при распаде нестабильных частиц темной материи. Наиболее чувствительным является эксперимент ГЛАСТ (GLAST), который запущен в июне 2008 года и может регистрировать гамма-кванты в диапазоне энергий 30 МэВ – 300 ГэВ. Упомянем также эксперимент «Памела», с участием российских ученых, который запущен в июне 2006 года и может регистрировать заряженные частицы с энергиями 100 МэВ – 100 ГэВ.

15.4. Темная энергия

Параметр Λ был введен в уравнения ОТО как величина, постоянная в пространстве и времени. В 70-х годах XX века

было показано, что наличие постоянной Λ может быть обусловлено наличием физических полей определенного типа, которые могут изменяться со временем. Уравнение состояния такого поля, $P = -\epsilon$, называется вакуумным, так как плотность энергии такого поля остается неизменной в любых системах координат, движущихся с произвольными скоростями. В отличие от космологической постоянной, являющейся мировой константой, состояние поля зависит от состояния окружающего вещества. С уменьшением температуры вещества энергия такого поля переходит в энергию вещества в результате фазового перехода, который был назван инфляцией. На ранних стадиях расширения, при больших температурах, потенциал поля высок, что эквивалентно большой космологической постоянной. В процессе фазового перехода потенциал поля уменьшается, и энергия поля переходит в энергию вещества. Оставался вопрос, становится ли энергия поля равной нулю в результате инфляции, или потенциал станет конечным, хотя и малым. Следствием малого, но конечного остатка потенциала явился бы переход от фридмановского расширения с замедлением к де-ситтеровской стадии экспоненциального расширения с ускорением. Это произошло бы после того, как плотность вещества станет малой по сравнению с плотностью энергии вакуумно-подобного поля, которая остается неизменной при расширении Вселенной. Измерения спектра мощности флуктуаций РИ, а также исследование зависимости скорости расширения Вселенной от времени показали, что начиная с времени, соответствующего красному смещению $z \sim 0,8$, расширение увеличивает свою скорость. При этом вклад энергии поля (темной энергии) в плотность энергии Вселенной составляет примерно $\Omega_\Lambda \sim 0,7$, а полное $\Omega \sim 1$.

Наблюдения не позволяют установить, точно ли соответствует ускорение Вселенной вакуумному уравнению состояния $P = -\varepsilon$ либо имеет место уравнение состояния $P = -\beta\varepsilon$ при $\beta \neq 1$. Между тем небольшие отличия от $\beta = 1$ в ту или другую стороны соответствуют совершенно разным моделям Вселенной. Рассмотрим плоскую Вселенную, для которой справедливы уравнения (11.17), (11.23), при $\Lambda = 0$:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon; \quad P = -\beta\varepsilon; \quad \varepsilon = \varepsilon_* \frac{a^{3(\beta-1)}}{a_*^{3(\beta-1)}}. \quad (15.7)$$

Решение уравнения (15.7) имеет вид

$$a = a_* \left(\frac{8\pi G\varepsilon_*}{3c^2} \right)^{\frac{1}{3(1-\beta)}} \left[\frac{3}{2}(1-\beta)t \right]^{\frac{2}{3(1-\beta)}}; \quad (15.8)$$

$$\dot{a} \sim t^{\frac{3\beta-1}{3(\beta-1)}} \quad \text{при} \quad \beta < 1.$$

При $\beta < 1$ Вселенная расширяется со временем t из точки по степенному закону с показателем степени $\frac{2}{3(1-\beta)}$, который растет до бесконечности при стремлении β к единице. Скорость расширения $\dot{a}$ растет со временем при $\beta > 1/3$ и падает со временем при $\beta < 1/3$,

a_* и ε_* — значения переменных при

$$t = t_* = \left(\frac{3c^2}{8\pi G\varepsilon_*} \right)^{1/2} \frac{2}{3(1-\beta)}. \quad (15.9)$$

Поле, соответствующее уравнению состояния с $\beta < 1$, называется *квинтэссенцией*. При $\beta > 1$ поле называется *фантомной материей*, когда Вселенная расширяется со столь силь-

ным ускорением, что масштабный фактор обращается в бесконечность при конечном времени расширения:

$$a = a_* \left[1 - \frac{3}{2}(\beta - 1) \left(\frac{8\pi G \varepsilon_*}{3c^2} \right)^{1/2} t \right]^{-\frac{2}{3(\beta-1)}} \quad \text{при } \beta > 1. \quad (15.10)$$

Постоянная интегрирования выбрана так, что

$$a(0) = a_*, \quad \varepsilon(0) = \varepsilon_*.$$

Масштабный фактор обращается в бесконечность при

$$t = t_\infty = \frac{2}{3(\beta - 1)} \left(\frac{3c^2}{8\pi G \varepsilon_*} \right)^{1/2}.$$

При $\beta = 1$ получаем известное решение де Ситтера

$$a = a_* \operatorname{sh}^{1/2} \left(2 \sqrt{\frac{8\pi G \varepsilon}{3c^2}} t \right) \quad \text{при } \beta = 1, \quad \varepsilon = \varepsilon_*, \quad (15.11)$$

в котором плотность энергии поля остается постоянной при расширении, а масштабный фактор стремится к бесконечности экспоненциально при $t \rightarrow \infty$. Построение микроскопической теории поля, которое приводило бы к уравнению состояния с $\beta > 1$, встречается с трудностями, которые пока не преодолены.

Глава 16

Фоновые составляющие Вселенной

- Реликтовое излучение, нейтрино и гравитоны
- Очень длинные гравитационные волны
- Первичные черные дыры
- Нейтрино средних энергий
- Космические лучи

Основными составляющими Вселенной являются: темная энергия ($\rho_\Lambda \approx 70 \% \rho_{\text{tot}}$), темная материя ($\rho_{\text{dm}} \approx 26 \% \rho_{\text{tot}}$) и барионная материя ($\rho_b \approx 4 \% \rho_{\text{tot}}$). Полная плотность Вселенной равна или близка к критической ρ_c , соответствующей плоскому трехмерному пространству Вселенной, с $\Omega = \rho/\rho_c = 1$. Помимо этих основных компонентов Вселенная содержит другие составляющие, плотность энергии которых незначительна по сравнению с основными, но исследование которых может дать важную информацию о свойствах Вселенной.

16.1. Реликтовое излучение, нейтрино и гравитоны

Самой важной из малых компонент, составляющих Вселенную, является реликтовое излучение с температурой $T_R \approx 2,725$ К, плотностью материи $\rho_R \approx 4,6 \cdot 10^{-34}$ г $\cdot$ см $^{-3}$ и концентрацией $n_\gamma \approx 410$ см $^{-3}$, рассмотренное в гл. 14. Помимо РИ, в современной Вселенной присутствуют другие реликтовые компоненты: нейтрино трех сортов ν_e , $\bar{\nu}_e$, ν_μ , $\bar{\nu}_\mu$, ν_τ , $\bar{\nu}_\tau$ и гравитоны g . На ранних стадиях, при термодинамическом равновесии, температуры всех этих компонент были одинаковы. Ввиду большой разности сечений фотонов (электромагнитное взаимодействие) и нейтрино (слабое взаимодействие) отделение нейтрино от остального вещества происходит значительно раньше, чем у излучения, а у гравитонов (гравитационное взаимодействие) еще раньше. Не исключается также, что гравитоны никогда не были в равновесии с остальным веществом. После отделения нейтрино вещество содержит равновесные электронно-позитронные пары, аннигилирующие при последующем расширении, образуя дополнительные гамма-кванты, которые быстро термализуются. Современная температура РИ получилась после превращения энергии равновесных (e^+e^-) -пар в энергию излучения. Фотоны подчиняются статистике Бозе—Эйнштейна (бозоны), а (e^+e^-) -пары и нейтрино (фермионы) подчинены статистике Ферми—Дирака. Функции распределения фотонов f_γ и (e^+e^-) -пар f_e равны, соответственно,

$$f_\gamma = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}; \quad f_e = \frac{1}{e^{E_e/kT} + 1}. \quad (16.1)$$

Опуская фазовый множитель, одинаковый для всех интегралов, запишем выражения для концентраций $n_{\gamma,e}$, плотностей

энергии $\varepsilon_{\gamma,e}$ и энтропии единицы объема S фотонов и ультрарелятивистских (e^+e^-) -пар с нулевым химическим потенциалом ($E_e = p_e c$, $|n_{e^-} - n_{e^+}| \ll n_{e^-}$):

$$\begin{aligned} n_\gamma &\sim 2 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} T^3; & n_{e^-} = n_{e^+} &\sim 2 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x + 1} T^3; \\ \varepsilon_\gamma &\sim 2 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} T^4; & \varepsilon_{e^-} = \varepsilon_{e^+} &\sim 2 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x + 1} T^4; \\ S_\gamma &\sim \frac{4}{3} 2 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} T^3; & S_{e^-} = S_{e^+} &\sim \frac{4}{3} 2 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x + 1} T^3. \end{aligned} \quad (16.2)$$

Входящие сюда интегралы вычисляются точно:

$$\begin{aligned} I_{\gamma\varepsilon} &= \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{(2\pi)^4 B_2}{8}; \\ I_{e\varepsilon} &= \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x + 1} = \frac{2^3 - 1}{4} \pi^4 B_2; \\ I_{\gamma n} &= \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \Gamma(3)\zeta(3); \\ I_{en} &= \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x + 1} = \frac{3}{4} \Gamma(3)\zeta(3), \end{aligned} \quad (16.3)$$

где $\zeta(x)$ — ζ -функция Римана, число Бернулли $B_2 = 1/30$, $\zeta(3) = 1,202057$. Из (16.2), (16.3) получаем отношение плотностей энергий, энтропий и концентраций ультрареляти-

вистских электронов и излучения:

$$\frac{n_{e^-}}{n_\gamma} = \frac{I_{en}}{I_{\gamma n}} = \frac{3}{4}; \quad \frac{\varepsilon_{e^-}}{\varepsilon_\gamma} = \frac{S_{e^-}}{S_\gamma} = \frac{I_{e\varepsilon}}{I_{\gamma\varepsilon}} = \frac{7}{8}. \quad (16.4)$$

После аннигиляции (e^+e^-) -пар при изэнтропическом расширении энтропия излучения увеличится в

$$\left(1 + \frac{7}{4}\right) = \frac{11}{4} \text{ раза.}$$

Аннигиляция пар не внесла вклада в энергию нейтрино, поэтому их энтропия не меняется. В результате получаем, что температура нейтрино после аннигиляции пар в $(11/4)^{1/3} = 1,4$ раза меньше температуры излучения $T_\gamma \approx 2,73$ К, т. е. $T_\nu \approx 1,95$ К.

Плотность энергии каждого сорта нейтрино в

$$\frac{8}{7} \left(\frac{T_\gamma}{T_\nu}\right)^4 = \frac{8}{7} \left(\frac{11}{4}\right)^{4/3} \approx 4,4 \text{ раза}$$

меньше плотности излучения. Это соотношение относится к электронным нейтрино ν_e , но оно также справедливо и для двух других сортов нейтрино — ν_μ и ν_τ . Из-за наличия нейтральных токов в слабых взаимодействиях термализация нейтрино ν_μ и ν_τ происходит после аннигиляции τ лептонов и мюонов при аннигиляции (e^+e^-) -пар и рассеяния на них. Здесь учтено, что нейтрино являются фермионами со спином $1/2$, но в силу лево-спиральности нейтрино их статистический вес равен 1. Поэтому в равновесии плотность энергии ультрарелятивистских (e^+e^-) -пар в 2 раза больше плотности энергии нейтрино-антинейтринных пар каждого сорта. Таким образом, полная плотность энергии нейтрино

всех сортов во Вселенной составляет $3/4,4 \approx 0,68$ от плотности энергии РИ. Соответственно, концентрация нейтрино всех сортов в

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} \left(\frac{T_\gamma}{T_\nu} \right)^3 = \frac{11}{9} \approx 1,2 \text{ раза}$$

меньше концентрации фотонов. Для современной Вселенной имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\nu_e \bar{\nu}_e} &= \varepsilon_{\nu_\mu \bar{\nu}_\mu} = \varepsilon_{\nu_\tau \bar{\nu}_\tau} = 0,23 \varepsilon_\gamma; \\ n_{\nu_e \bar{\nu}_e} &= n_{\nu_\mu \bar{\nu}_\mu} = n_{\nu_\tau \bar{\nu}_\tau} = 0,28 n_\gamma \approx 115. \end{aligned} \quad (16.5)$$

Кроме фотонов и нейтрино, от самых ранних стадий расширения Вселенной должны остаться гравитоны — кванты гравитационных волн. В силу исключительной слабости гравитационного взаимодействия гравитоны отделились от остального вещества очень рано, когда число различных пар было достаточно большим. При последующем расширении и аннигиляции эти пары (кварки, гипероны, барионы) увеличивали энергию фотонов и нейтрино, но не вносили вклада в энергию гравитонов. Для оценки современной температуры реликтовых гравитонов примем число сортов пар, аннигилирующих после отделения гравитонов, равным $N = 15$. Тогда получим следующие значения энтропии и температуры гравитонов:

$$\frac{S_\gamma}{S_{\text{grav}}} \approx 1 + \frac{7}{4} N \approx 27, \quad T_{\text{grav}} < \frac{T_R}{27^{1/3}} = \frac{2,725}{3} \approx 0,9 \text{ [K]}. \quad (16.6)$$

Помимо реликтовых составляющих фона, большое число фотонов и нейтрино появилось во Вселенной при формировании галактик и звезд, ядерной эволюции звезд, взрывах сверхновых, а также в результате суммарного излучения радиогалактик в радиодиапазоне.

16.2. Очень длинные гравитационные волны

Помимо тепловых реликтовых гравитонов, во Вселенной имеется фон очень длинных гравитационных волн, с длиной $\lambda \sim \text{Мпк}$ или больше, образовавшихся на переходных стадиях расширения. Гравитационные волны, генерируемые таким образом, имели размер порядка горизонта. Их усиление связано с действием сверхадиабатического, или параметрического, механизма рассмотренного Л. П. Грищуком в 1974 году. Примером переходного этапа может быть переход от экспоненциальной де-ситтеровской стадии к степенной фридмановской в результате инфляции. Другой такой этап возникает при смене уравнения состояния от ультра-релятивистского с $P = \varepsilon/3$ к пылевому с $P = 0$ в процессе рекомбинации и последующего расширения. Гравитационные волны, генерируемые на этих двух переходных этапах, имеют очень разную длину. Интересными являются длинные гравитационные волны, появляющиеся после рекомбинации, длина которых сопоставима с размером масштаба флуктуаций РИ в максимуме спектра мощности, а также с размером наибольших масштабов с структуре Вселенной.

Другим источником очень длинных гравитационных волн в нынешней Вселенной является их излучение в процессе формирования крупномасштабной структуры. После рекомбинации вещество отделяется от излучения, и флуктуации плотности начинают расти в масштабах, превышающих джинсовскую массу. На масштабах скоплений галактик роль давления пренебрежимо мала, и любое отклонение от сферической симметрии растёт при сжатии, приводя к формированию блинов, рассмотренных Я. Б. Зельдовичем в 1970 году. Бесстолкновительная темная материя составляет основную долю массы блина. При прохождении минимума толщины

блина (отскока), имеет место наиболее быстрое изменение гравитационного потенциала, имеющего квадрупольную составляющую, что приводит к излучению гравитационной волны, как показал И. Д. Новиков в 1975 году. В случае прохождения стадии блина в темном веществе происходит взаимопроникновение противоположно направленных потоков, бурная релаксация и образование квазистационарной фигуры. При этом часть вещества улетает на бесконечность, и, как показал Г. С. Бисноватый-Коган в 2004 году, происходит излучение гравитационной волны (ГрВ). Оценки показали, что энергия, унесенная такой ГрВ, очень мала, но из-за очень большого масштаба напряженность гравитационного поля в такой волне намного превышает ожидаемые на Земле амплитуды от слияния нейтронных звезд или гравитационных коллапсов при взрывах сверхновых с коллапсирующим ядром. Энергия гравитационной волны U_{GW} , генерируемая при отскоке, оценивается формулой

$$U_{GW} \approx 0,01 \left(\frac{r_g}{a_{eq}} \right)^{7/2} \left(\frac{a_{eq}}{c_{min}} \right) M c^2. \quad (16.7)$$

Здесь a_{eq} — равновесный экваториальный радиус блина, c_{min} — минимальная толщина блина в процессе отскока, $r_g = 2GM/c^2$ — шварцшильдовский гравитационный радиус блина. Согласно расчетам, $a_{eq}/c_{min} \leq 100$. Величину r_g/a_{eq} можно оценить, зная среднюю скорость галактик в богатых скоплениях ($v_g \sim 3000$ км/с) и используя вириальное соотношение

$$\frac{r_g}{a_{eq}} \sim \left(\frac{v_g}{c} \right)^2 \approx 10^{-4}. \quad (16.8)$$

При этом энергия, уносимая гравитационными волнами, составит примерно $U_{GW} \approx 10^{-14} M c^2$. Если вся темная мате-

рия проходила стадию блина, то средняя плотность энергии очень длинных гравитационных волн во Вселенной, с длиной волны порядка размера скопления галактик, составит величину

$$\varepsilon_{GW} \approx 10^{-14} \rho_{\text{dm}} c^2 \approx 3 \cdot 10^{-23} \text{ [эрг/см}^3\text{]}, \quad (16.9)$$

где использовалось значение плотности темной материи $\rho_{\text{dm}} = 3 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3$. Средняя напряженность гравитационного поля E_{GW} сверхдлинной ГрВ оценивается по формуле из книги Ландау и Лифшица «Теория поля»

$$\varepsilon_{GW} = \frac{c^2}{16\pi G} \dot{h}^2, \quad (16.10)$$

где h — безразмерное возмущение метрического тензора гравитационной волной. С учетом соотношений $\dot{h} = \omega h = 2\pi c h / \lambda$, $\lambda \sim 10 \text{ Мпк}$ — длина ГрВ порядка размера скопления галактик, получаем среднее значение возмущения метрики очень длинными ГрВ в виде

$$\bar{h} = \frac{2\lambda}{c^2} \left(\frac{G\varepsilon_{GW}}{\pi} \right)^{1/2} \approx 6 \cdot 10^{-11}, \quad (16.11)$$

что на много порядков больше возмущений метрики $h \leq 10^{-22}$, ожидаемых на Земле от взрывов сверхновых, слияния нейтронных звезд и т. д. Это связано с очень высоким уровнем когерентности гравитонов в сверхдлинной ГрВ. Существующие методы регистрации ГрВ на Земле применимы к волнам с длиной $\sim 10^6 - 10^{13} \text{ см}$. Работающие проекты (LIGO, VIRGO и т. д.), построенные для регистрации наиболее коротких ГрВ из этого диапазона, не привели еще к их открытию. Поиск сверхдлинных ГрВ можно осуществлять по их гравитационному влиянию на свет далеких точечных источников, типа квазаров. Если бы гравитационные волны отклоняли свет

так же, как обычное тело той же массы, то можно было бы оценить угол отклонения, используя результат эксперимента по отклонению света Солнцем, $\Delta\theta = 1,75$ с дуги, при прохождении луча близко от поверхности Солнца. Учтя возмущение плоской метрики Солнцем $h_{\text{sun}} = GM/Rc^2 \approx 2 \cdot 10^{-6}$, мы получим ожидаемый угол отклонения сверхдлинной ГрВ в виде

$$\theta_{GW} = \theta_{\text{sun}} \frac{\bar{h}}{h_{\text{sun}}} = 3 \cdot 10^{-4} \theta_{\text{sun}} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ [секунд дуги]}. \quad (16.12)$$

Эту оценку можно было бы считать верхним пределом отклонения света фоновыми сверхдлинными ГрВ, что в реальности приводило бы к размыванию изображения далекого точечного источника до указанного углового размера из-за сложного несферического потенциала линзирующего тела. В действительности дело обстоит хуже, так как в вакууме гравитационная волна не создает отклонения лучей света из-за особенностей ее гравитационного потенциала. При наличии плазмы можно ожидать линзирующего влияния гравитационной волны, но это относится только к волнам, частота которых не очень сильно превышает плазменную частоту

$$\omega_{\text{pl}} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}},$$

что возможно только для очень длинных радиоволн. Отметим, что современные оптические интерферометры позволяют достигать углового разрешения $\theta_{GW} \sim 10^{-5}$ с дуги для достаточно ярких источников. Аналогичное угловое разрешение предполагается достигнуть на радиоинтерферометре со сверхдлинной базой, одним приемником которого будет космический радиотелескоп на удалении $\sim 300\,000$ км от Земли.

16.3. Первичные черные дыры

Если на ранних стадиях расширения Вселенной, сразу после инфляции, возникли большие возмущения плотности, то они могли привести к рождению первичных черных дыр. Открытые до сих пор черные дыры звездных масс в Галактике или сверхмассивные черные дыры в ядрах активных галактик возникли в процессе эволюции звезд и звездных скоплений, уже после рекомбинации. Это ограничение следует из малости измеренных флуктуаций РИ. Из наблюдений по микролинзированию было получено, что средняя плотность черных дыр со звездными массами существенно меньше величины, которая могла бы объяснить наличие темной материи.

В классической теории черные дыры могут только поглощать все, что на них падает. При учете квантовых эффектов в рамках термодинамики черной дыры температура поверхности черной дыры отлична от нуля, и она должна излучать энергию, т. е. испаряться. Дж. Бекенштейн (1973), проведя мысленный эксперимент, показал, что при учете квантовых эффектов энтропия, а также температура черной дыры должны быть отличной от нуля. С. Хоукинг (1974) сделал следующий шаг и показал, что черная дыра излучает энергию в соответствии с этой температурой T_{bh} ,

$$T_{bh} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G M_{bh}} = 6,2 \cdot 10^{-8} \left(\frac{M_{\odot}}{M_{bh}} \right) \text{ [K]}. \quad (16.13)$$

Выражение для температуры черной дыры, с точностью до коэффициента, можно получить из простых термодинамических соображений, не прибегая к квантовой механике или к мысленному эксперименту. Используем то условие, что тело с конечной температурой T , помещенное в тепловую баню с температурой T_h , либо излучает (при $T > T_h$), либо по-

глощает энергию (при $T < T_h$). Очевидно, что черная дыра поглощает частицы и кванты, размер которых (их комптоновская длина, или длина волны) меньше гравитационного радиуса $r_g = 2GM/c^2$, но если длина волны намного превышает r_g , то такая волна рассеивается черной дырой, а не поглощается ей. Таким образом, имеется длина волны λ_c , разделяющая кванты, которые поглощаются и которые не поглощаются черной дырой. Таким же свойством обладает черное тело, которое поглощает кванты с энергией, много превышающей kT , и не поглощает (рассеивает и переизлучает) кванты с много меньшей энергией. Для черной дыры пограничная длина волны, разделяющая кванты поглощаемые и рассеиваемые (излучаемые), должна быть пропорциональна гравитационному радиусу, причем если принять, что гравитационный радиус равен четверти длины волны фотона, то получим

$$\lambda_c = \frac{8GM_{bh}}{c^2}; \quad \nu_c = \frac{c}{\lambda_c} = \frac{c^3}{8GM_{bh}}; \quad \varepsilon_c = 2\pi\hbar\nu_c = \frac{\pi\hbar c^3}{4GM_{bh}}, \quad (16.14)$$

где ν_c и ε_c — частота и энергия пограничного кванта соответственно. При излучении черного тела с температурой T_{bh} максимум спектра приходится на $\varepsilon_m = h\nu_m = 2,82 kT_{bh}$. Энергия, соответствующая пограничной энергии, должна существенно превышать энергию максимума планковского спектра, $\nu_c \gg \nu_m$, чтобы излучаемый спектр был близок к чернотельному (см. рис. 16.1), т. е.

$$\varepsilon_c = \eta h\nu_m = \eta 2,82 kT_{bh}; \quad \eta \gg 1; \quad T_{bh} = \frac{\pi\hbar c^3}{\eta 2,82 \cdot 4kGM_{bh}}. \quad (16.15)$$

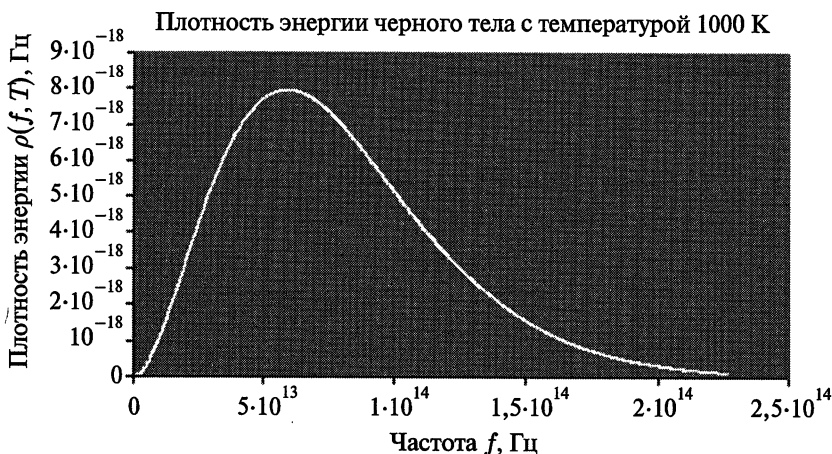


Рис. 16.1. Планковский спектр излучения черной дыры с массой $M_{\text{bh}} = 6,2 \cdot 10^{-11} M_{\odot} = 1,2 \cdot 10^{23}$ г, $T_{\text{bh}} = 1000$ К. Положение пограничной частоты, при превышении которой все кванты поглощаются черной дырой, лежит справа за пределами рисунка

Полагая $\eta = \frac{2\pi^2}{2,82} \approx 7,0$, получим температуру черной дыры (16.13), выведенную Хоукингом. При высокой температуре, которую имеют черные дыры достаточно малой массы, происходит излучение различных типов частиц: фотонов, нейтрино, гравитонов, электрон-позитронных и других пар. Из-за наличия потенциального барьера, определяемого гравитацией, фотонная светимость черной дыры несколько меньше планковской. Примем, что приближенно потери энергии черной дырой равны фотонной светимости черного тела

$$L_{\text{bh}} \approx \sigma T_{\text{bh}}^4 4\pi r_g^2 = \frac{\hbar c^6}{30\pi 8^3 G^2 M_{\text{bh}}^2}. \quad (16.16)$$

Зная светимость, можно оценить время испарения черной дыры τ_{bh} :

$$\tau_{bh} \approx \frac{M_{bh} c^2}{L_{bh}} = 30\pi \cdot 8^3 \frac{G^2 M_{bh}^3}{\hbar c^4} \approx 10^{19} M_{15}^3 [\text{c}], \quad (16.17)$$

где $M_{15} = M_{bh}/10^{15}$ г. Отсюда получаем, что к настоящему времени $t = \tau_{univ}$ должны испариться все первичные черные дыры с массами меньше M_{lim} :

$$\tau_{univ} \approx 5 \cdot 10^{17} [\text{c}]; \quad M_{lim} \approx 4 \cdot 10^{14} [\text{г}]. \quad (16.18)$$

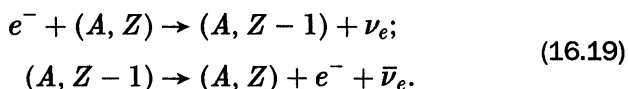
Излучение черных дыр с массой вблизи предела имеет температуру $T_{bh} \approx 3 \cdot 10^{11}$ К, что соответствует гамма-излучению с энергией ~ 30 МэВ. Сильные ограничения на количество первичных черных дыр с массой, близкой к пределу, следуют из измерений гамма-фона, что дает $\Omega_{pbh}^{lim} < 3,3 \cdot 10^{-9}$, $\Omega_{pbh}^{lim} = \rho_{pbh}^{lim}/\rho_{cr}$. Черные дыры меньшей массы испаряются раньше, для $M_{bh} \approx 10^{13}$ г испарение заканчивается к моменту рекомбинации. Если выделение энергии во Вселенной произошло при $z \geq z_{ph} \approx 10^6$, то успела произойти термализация и спектр РИ остался планковским. Поэтому ограничения на плотность первичных черных дыр (ПЧД) заключаются только в том, чтобы их испарение не создало современной плотности РИ больше наблюдаемой. При испарении ПЧД, наряду с другими элементарными частицами, излучаются гравитоны высоких энергий, которые не могут быть рождены ни в каком другом известном нам процессе. Доля энергии гравитонов при излучении черного тела большой температуры, излучающего фотоны, три сорта нейтрино, и три пары соответствующих лептонов, составляет $8/79 \approx 0,1$ от полной излучаемой энергии, так что современная плотность энергии гравитонов высокой энергии не мо-

жет превышать 0,1 от плотности энергии РИ. К моменту времени, соответствующему красному смещению $z = 10^6$, испаряются ПЧД с массой, не превышающей 10^{11} г. При их испарении образуются гравитоны, которые к настоящему времени имеют плотность энергии, не превышающую 0,1 от плотности РИ, а средняя энергия этих гравитонов $E_{\text{гр}} \sim 300$ кэВ. ПЧД меньшей массы испаряются еще раньше, и они испаряют гравитоны, энергия которых в настоящее время меньше. Например, ПЧД с массой $5 \cdot 10^6$ г испаряются при $z \sim 3 \cdot 10^{12}$, и испаренные ими гравитоны имеют сейчас энергию $E_{\text{гр}} \sim 2$ кэВ; соответственно, для $M_{\text{bh}} = 1$ г имеем $E_{\text{гр}} \sim 1$ эВ. Таким образом, испарение ПЧД может привести к наличию в настоящее время изотропного фона энергичных гравитонов с энергией, не превышающей 300 кэВ, полная плотность которых не превышает $\rho_{\text{гр}} \leq 0,1 \rho_R$.

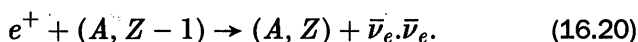
16.4. Нейтрино средних энергий

Эволюция звезд с начальными массами, превышающими $\gtrsim 12M_{\odot}$, заканчивается коллапсом и образованием нейтронной звезды или черной дыры для $M \gtrsim (40-50)M_{\odot}$. При образовании нейтронной звезды выделяется 15–20 % от ее энергии покоя Mc^2 , что составляет энергию связи нейтронной звезды. Почти вся эта энергия выделяется в виде нейтрино всех трех сортов, с энергиями 5–100 МэВ. Энергия распределяется примерно равномерно между всеми типами нейтрино: ν_e , $\bar{\nu}_e$, ν_{μ} , $\bar{\nu}_{\mu}$, ν_{τ} , $\bar{\nu}_{\tau}$. Каждый тип нейтрино уносит примерно $0,8 \cdot 10^{53}$ эрг, так что полная энергия, уносимая нейтрино при образовании нейтронной звезды, составляет $\sim 5 \cdot 10^{53}$ эрг. Энергия покоя Солнца равна $M_{\odot}c^2 = 1,8 \cdot 10^{54}$ эрг, измеренная масса нейтронной звезды

близка к $1,4M_{\odot}$. Время излучения нейтрино равно ~ 30 с. Первый мощный нейтринный импульс, связанный с коллапсом, длится доли секунды, а затем нейтринная светимость падает, но за 30 с остывания горячей нейтронной звезды излучается гораздо больше энергии, чем в первом импульсе. Среди слабых процессов, при которых образуются нейтрино, наиболее важным являются *Урка-процесс* на ядрах, рассмотренный Г. Гамовым и М. Шенбергом в 1941 году:



В реакции принимают участие стабильное ядро (A, Z) , которое энергетически может захватить электрон, и бета-радиоактивное ядро $(A, Z - 1)$, распадающееся с излучением такого же электрона. В результате этих двух реакций химический состав вещества не меняется, но нейтрино-антинейтринная пара уносит энергию. При высоких температурах, когда в веществе имеются электрон-позитронные пары, наряду со второй реакцией в (16.19) протекает реакция



В горячей плазме, с релятивистскими электронами, эта реакция гораздо более эффективна, чем вторая реакция в (16.19), и вместе с первой реакцией из (16.19) образует цикл, который называется *модифицированный Урка-процесс*, рассмотренный В. С. Пинаевым в 1963 году. Наряду с Урка-процессом, нейтрино образуется при аннигиляции $(e^{-}e^{+})$ -пар



В реакциях (16.19), (16.20), где участвуют заряженные слабые токи, образуются только электронные нейтрино. Реак-

ция (16.21) может быть обусловлена как заряженными, так и нейтральными слабыми токами, поэтому в ней образуются нейтрино всех трех сортов — e , μ , τ . Ядро образующейся горячей нейтронной звезды непрозрачно для всех трех сортов нейтрино, поэтому образуются нейтриносферы, с которых нейтрино разных сортов улетают почти свободно, как фотоны улетают с фотосферы (поверхности) Солнца. Сечения слабых взаимодействий $\sim E^2 \sim T^2$, но для разных слабых процессов имеют место разные коэффициенты пропорциональности. Чем меньше сечение взаимодействия, тем при большей температуре и меньшем радиусе расположена нейтриносфера, соответственно, тем более энергичные нейтрино излучаются. Самым большим сечением взаимодействия обладают электронные нейтрино, поэтому они излучаются с наименьшей энергией, среднее значение которой $\bar{E}_\nu \sim 11$ МэВ, а энергия наиболее энергичных нейтрино достигает ~ 60 МэВ. Антинейтрино имеют немного меньшее сечение взаимодействия и немного большую среднюю энергию $\bar{E}_{\bar{\nu}} \sim 12$ МэВ, причем максимальная энергия излучаемых антинейтрино примерно равна нейтринной. При температурах, недостаточно больших для рождения мю- и тау-мезонов, образование мю- и тау-нейтрино проходит только в реакции (16.21), в той ее части, которая связана с нейтральными слабыми токами. Сечение, связанное со слабыми нейтральными токами, в несколько раз меньше, чем сечение, связанное со слабыми заряженными токами, поэтому на нейтриносфере, соответствующей мю- и тау-нейтрино, температура в несколько раз больше, так же как и средняя энергия излучаемых мю- и тау-нейтрино, и она лежит глубже при меньшем радиусе. Для всех четырех сортов нейтрино ν_μ , $\bar{\nu}_\mu$, ν_τ , $\bar{\nu}_\tau$ сечения взаимодействия и, соответственно, радиусы нейтри-

носфер примерно одинаковы. Средняя энергия этих сортов нейтрино равна ~ 24 МэВ, а максимальная энергия может превышать 80 МэВ.

Нейтринные импульсы излучаются в виде фронтов с толщиной порядка 30 световых секунд, $\Delta\nu \approx 30 \text{ с} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см}$. Среднюю плотность нейтрино, излученных при коллапсах звезд, можно приближенно оценить, если учесть, что нейтронные звезды могут составлять примерно 5 % от барионного вещества Вселенной, и при рождении каждой нейтронной звезды 20 % массы покоя было излучено в виде нейтрино, т. е. плотность нейтрино средних энергий может достигать 1 % от плотности барионов. Для плотности барионов $5 \cdot 10^{-31} \text{ г/см}^3$ получаем верхнюю оценку плотности нейтрино $\sim 5 \cdot 10^{-33} \text{ г/см}^3$, причем на каждый тип нейтрино или антинейтрино приходится $\sim 1/6$ от этой величины. Так как сверхновые взрываются за все время жизни галактик, образование которых можно отнести к красным смещениям $z \sim 2-6$, нейтрино от сверхновых, взорвавшихся на больших расстояниях, испытывают красное смещение и могут иметь энергию в $\sim 2-3$ меньше, чем энергия при их излучении.

Поиск нейтрино из фона, образованного при коллапсе и формировании нейтронных звезд, ведется в Японии, на установке «Суперкамиоканде», основанной на измерении событий, связанных с взаимодействием нейтрино, в огромном массиве воды. По утверждению экспериментаторов, к настоящему времени (2009 год) установлен верхний предел на плотность нейтринного фона от сверхновых, который всего на 20 % выше величины, предсказанной теоретически. При этом были использованы теоретические результаты с учетом современных данных об эволюции звезд и галактик, нейтринного излучения и нейтринных спектров при

коллапсе, что, однако, привело к результатам, близким к приведенным выше простым оценкам. Поток нейтрино от Солнца на Земле существенно выше, чем поток от фоновых нейтрино, и привел бы к сигналу в Cl-Ag -детекторе, регистрирующем солнечные нейтрино на уровне $\leq 6 \cdot 10^{-3}$ СНЕ (1 СНЕ — солнечная нейтринная единица — соответствует 10^{-36} захватам в секунду на один атом мишени), в то время как от Солнца наблюдается поток на уровне ~ 3 СНЕ. Тем не менее за счет разности в спектрах и различии в угловом распределении сигнала, изотропного для фона и узконаправленного для Солнца, на установках типа «Суперкамиоканде», основанных на измерениях черенковского излучения заряженной частицы, ускоренной в результате рассеяния нейтрино, измерение нейтринного фона оказывается возможным.

16.5. Космические лучи

Происхождение космических лучей (КЛ), открытых В. Ф. Гессом в 1912 году, остается не до конца понятным. Они состоят, в основном, из барионов очень высоких энергий, вплоть до $\sim 10^{20}$ эВ. Средняя плотность энергии космических лучей в современную эпоху сравнима с плотностью энергии РИ. Спектр КЛ измерен с высокой точностью. Он имеет хорошо выделяемый излом в области энергий $\sim 3 \cdot 10^{15}$ эВ, называемый *коленом* (рис. 16.2). Ввиду неопределенностей в вопросе ускорения КЛ, происхождение колена также точно не установлено. Это может быть связано с различным происхождением КЛ разных энергий. Обычно предполагается, что КЛ меньших энергий (до колена) образуются внутри Галактики, а КЛ самых высоких энергий (после колена) имеют внегалактическое происхождение. На это может накладыв-

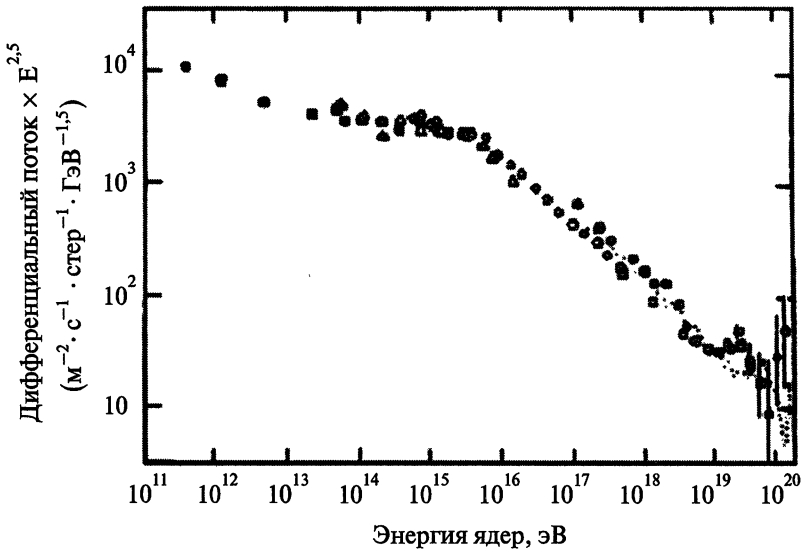


Рис. 16.2. Поток космических лучей у Земли как функция энергии, в логарифмических координатах. Прямая линия в этих координатах соответствует степенной зависимости. «Колено» при $E \approx 3 \cdot 10^{15}$ эВ появляется как излом линии наблюдательных данных. В действительности излом очень мал и почти не виден в нормальных координатах. Однако число наблюдаемых космических лучей в области колена столь велико, что измерения являются очень точными, и интервалы ошибок очень малы. Для энергий вблизи ГЗК-предела см. рис. 16.3

ваться различие механизмов ускорения, которые разделяются на регулярные и стохастические. Регулярный механизм связан с ускорением заряженных частиц сильным электрическим полем, которое генерируется вокруг вращающихся замагниченных пульсаров или в центральных областях замагниченных аккреционных дисков вокруг черных дыр внут-

ри Галактики, вокруг сверхмассивных черных дыр в ядрах активных галактик, а также в релятивистских выбросах, наблюдаемых из этих ядер.

Стохастический механизм ускорения основан на идее Э. Ферми об ускорении частиц при их рассеянии на макроскопических телах типа межзвездных облаков. При таких рассеяниях энергия частиц стремится достичь равнораспределения с энергией макроскопических тел, и поэтому они могут быть ускорены до огромных энергий. Наиболее вероятными местами стохастического ускорения рассматриваются различные ударные волны во Вселенной, образующиеся при взрывах сверхновых в их остатках, а также во внегалактическом пространстве, при взрывах в ядрах галактик и в космических гамма-всплесках. При этом в качестве макроскопических тел выступают неоднородности плотности и магнитные поля во фронте ударной волны. Вскоре после открытия РИ было рассмотрено взаимодействие РИ с космическими лучами. В 1966 году К. Грейзен в США и Г. Зацепин и В. Кузьмин в СССР показали, что из-за рождения π -мезонов при взаимодействии фотонов из РИ с протонами и быстрых потерь энергии спектр космических лучей должен резко обрываться при $E \sim 4 \cdot 10^{19}$ эВ — ГЗК-предел (Грейзен—Зацепин—Кузьмин). Имеются в виду следующие реакции:

$$\gamma + p \rightarrow \Delta^+ \rightarrow p + \pi^0; \quad \gamma + p \rightarrow \Delta^+ \rightarrow n + \pi^+. \quad (16.22)$$

Для исследования космических лучей высоких энергий строятся установки огромной площади, так как при взаимодействии с атмосферой Земли образуется поток вторичных частиц — широкие атмосферные ливни (ШАЛ). Они состоят из вторичных субатомных частиц (преимущественно, электронов), образующихся в результате множественных каскад-

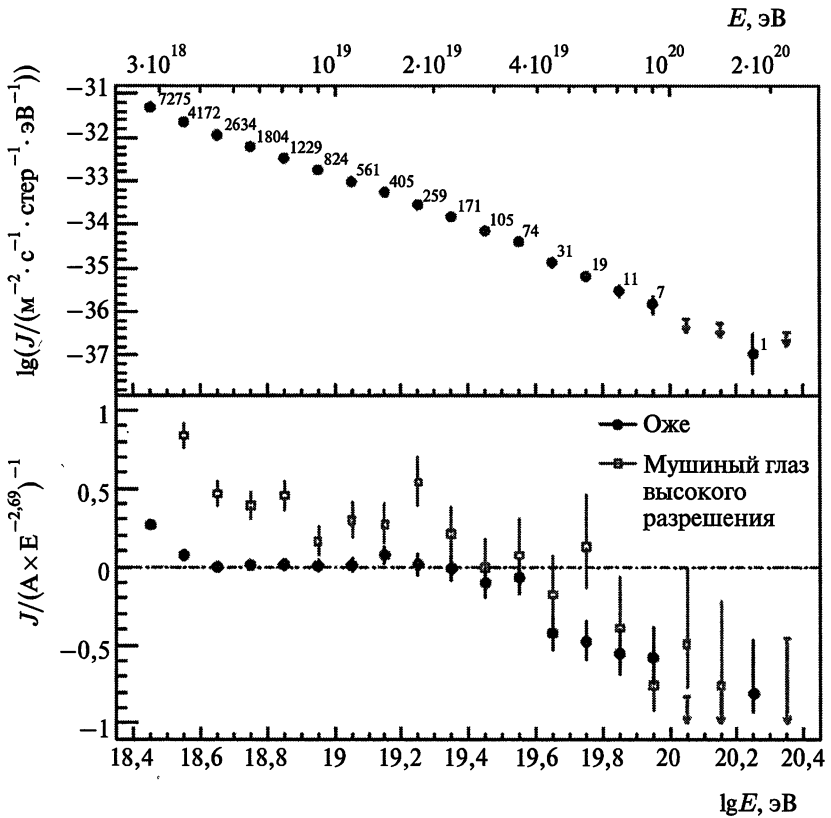


Рис. 16.3. Сверху: дифференциальный поток J как функция энергии, со статистическими неопределенностями. Внизу: сравнение данных, полученных на установках «Оже» и «Мушиный глаз», со степенным спектром с индексом 2,69

ных реакций в земной атмосфере. Родоначальником ливня является попавшая в атмосферу из космоса первичная частица, вступающая в реакции с ядрами атомов воздуха. Широкие атмосферные ливни являются нормальным явлением,

незаметны для человека и регистрируются с помощью специальных детекторов частиц. Ширина ливня у поверхности земли может достигать сотен и тысяч метров, площадь — десятков квадратных километров. Для получения характеристик первичной частицы (в первую очередь, ее энергии), которые закодированы в характеристиках вторичных частиц, необходимо разместить детекторы на как можно большей площади. В 1993 году в Японии начала работу установка АГАСА (AGASA) по регистрации ШАЛ. Эта установка покрывала площадь порядка 100 км^2 . В результате измерений, сделанных на этой установке, было заявлено об обнаружении 11 событий с энергией, превышающей 10^{20} эВ (до $2,46 \cdot 10^{20}$ эВ), в течение 10 лет, что значительно больше ГЗК-предела. Наиболее чувствительной к настоящему времени является ШАЛ-установка на космической обсерватории Пьера Оже (Pierre Auger) в Аргентине, покрывающая площадь около 3000 км^2 . Первые экспериментальные данные появились в 2001 году. Данные измерений на этой обсерватории к 2008 году показали сильное укрупнение спектра при энергиях, больших $4 \cdot 10^{19}$ эВ, в полном соответствии с наличием ГЗК-предела (рис. 16.3).

Глава 17

Проблемы современной космологии — очень ранняя Вселенная

- Основные уравнения
- Планковские масштабы
- Свойства скалярных полей
- Доменные стенки
- Космические струны
- Ежики (hedgehogs) и монополи
- Текстуры (textures)
- Инфляция
- Формирование спектра возмущений на стадии инфляции

17.1. Основные уравнения

Метрика однородной расширяющейся Вселенной (см. (11.14))

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{d\tilde{r}^2}{1 - k\tilde{r}^2} + \tilde{r}^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right], \quad (17.1)$$

где $k = 1$ соответствует конечной закрытой Вселенной; $k = -1$ — бесконечной открытой Вселенной; $k = 0$ — бесконечной плоской Вселенной.

Уравнение, определяющее изменение масштабного фактора $a(t)$ (см. (11.14)),

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon + \frac{\Lambda}{3}c^2. \quad (17.2)$$

Для адиабатического расширения имеем

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon + P} = -\frac{dV}{V} = -3\frac{da}{a}, \quad V - \text{объем.} \quad (17.3)$$

На ранних стадиях рассматривают два типа моделей: модель Фридмана–Гамова и модель де Ситтера. В первом случае используется ультрарелятивистское уравнение состояния, например $P = \varepsilon/3$, $\Lambda = 0$. Модель де Ситтера была построена раньше первой, в 1917 году, но лишь в 1980 году она стала окончательно основной для описания ранних стадий. В этой модели $\Lambda \neq 0$, а $P = 0$ либо $P = -\varepsilon$. Как следует из (17.3), в последнем случае $d\varepsilon = 0$, $\varepsilon = \text{const}$ при сжатиях и расширениях, что, по определению, соответствует вакууму. Если ввести постоянную

$$\tilde{\Lambda} = \Lambda + \frac{8\pi G\varepsilon}{c^4},$$

то уравнение (17.2) примет вид, соответствующий пустому пространству $\varepsilon = 0$ с ненулевой космологической постоянной $\tilde{\Lambda}$:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{\tilde{\Lambda}}{3}c^2; \quad \dot{a}^2 = \frac{\tilde{\Lambda}}{3}c^2a^2 - kc^2; \quad c \, dt = \frac{da}{\sqrt{\frac{\tilde{\Lambda}}{3}a^2 - k}}. \quad (17.4)$$

Решение этого уравнения при различных k имеет различный вид. При $k = 1$ имеем решение

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{3}{\tilde{\Lambda}}} \operatorname{ch} \left(\sqrt{\frac{\tilde{\Lambda}}{3}} ct \right), \quad a = \sqrt{\frac{3}{\tilde{\Lambda}}} \quad \text{при } t = 0; \\ a &\rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\tilde{\Lambda}}} \exp \left(\sqrt{\frac{\tilde{\Lambda}}{3}} ct \right) \quad \text{при } t \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (17.5)$$

В этом решении отсутствует сингулярность, а константа интегрирования выбрана так, чтобы минимум a достигался при $t = 0$. При больших t имеет место экспоненциальный рост масштабного фактора — экспоненциально быстрое расширение. В плоской Вселенной решение имеет вид

$$a = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\tilde{\Lambda}}} \exp \left(\sqrt{\frac{\tilde{\Lambda}}{3}} ct \right) \quad \text{при } k = 0. \quad (17.6)$$

В этом случае сингулярность также отсутствует. В открытой Вселенной ($k = -1$)

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{3}{\tilde{\Lambda}}} \operatorname{sh} \left(\sqrt{\frac{\tilde{\Lambda}}{3}} ct \right), \quad a \rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow 0; \\ a &\rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\tilde{\Lambda}}} \exp \left(\sqrt{\frac{\tilde{\Lambda}}{3}} ct \right) \quad \text{при } t \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (17.7)$$

В открытой Вселенной имеется сингулярность. Все решения стремятся к экспоненциальному расширению при $t \rightarrow \infty$. Наряду с вакуумным уравнением состояния $P = -\beta\epsilon$ с $\beta = 1$ наблюдения допускают наличие темной энергии с небольшими отклонениями от единицы в обе стороны. При $\beta < 1$ темная

энергии называется *квинтэссенцией*, а при $\beta > 1$ — *фантомной энергией*. Как следует из (11.16), при $\beta > 1$ плотность фантомной энергии неограниченно растет по мере расширения Вселенной. В итоге, связанная с ней отрицательная гравитация превысит все другие силы, и произойдет разрыв всей материи, вплоть до элементарных частиц. Такое гипотетическое событие получило название *Большого разрыва* (Big Rip). Существование фантомной материи и связанного с ней Большого разрыва представляется крайне маловероятным.

Модель *инфляции* представляет собой начальной состоянием возбужденного вакуума с де-ситтеровским экспоненциальным разлетом, который переходит во фридмановское расширение по мере распада возбужденного вакуума и превращения его в обычное вещество. Эта модель возникла из-за необходимости объяснить отсутствие магнитных монополей в современной Вселенной, а также для объяснения происхождения флуктуаций, из которых образовалась крупномасштабная структура Вселенной. Эта модель помогает разрешить философский вопрос о наблюдаемой однородности Вселенной: как могли появиться совершенно одинаковыми различные части Вселенной, которые изначально не были причинно связанными. При экспоненциальном расширении вся наша Вселенная могла образоваться из одного небольшого причинно связанного «пузыря», который успел раздуться до размеров современного горизонта и, возможно, больше.

17.2. Планковские масштабы

Все физические величины в очень ранней Вселенной начинаются с планковских масштабов, которые приведены ниже. Планковская эпоха соответствует температурам и плотностям, при которых важны эффекты квантовой гравитации,

теория которой пока не построена. Частица планковской массы m_{pl} , по определению, имеет гравитационный радиус $r_g = 2Gm/c^2$ порядка ее комптоновской длины $\lambda_k = \hbar/mc$. В итоге получаем

$$m_{\text{pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ [г]} \text{ — планковская масса;} \quad (17.8)$$

$$E_{\text{pl}} = m_{\text{pl}} c^2 = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \approx 2,0 \cdot 10^{16} \text{ [эрг]} \approx 1,2 \cdot 10^{19} \text{ [ГэВ]} \\ \text{— планковская энергия;} \quad (17.9)$$

$$T_{\text{pl}} = \frac{m_{\text{pl}} c^2}{k} \approx 1,4 \cdot 10^{32} \text{ [К]} \text{ — планковская температура;} \quad (17.10)$$

$$l_{\text{pl}} = \frac{Gm_{\text{pl}}}{c^2} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \approx 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ [см]} \text{ — планковская длина;} \quad (17.11)$$

$$\rho_{\text{pl}} = \frac{m_{\text{pl}}}{l_{\text{pl}}^3} = \frac{c^5}{G^2 \hbar} \approx 5,2 \cdot 10^{93} \text{ [г/см}^3\text{]} \text{ — планковская плотность;} \quad (17.12)$$

$$t_{\text{pl}} = \frac{l_{\text{pl}}}{c} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \approx 5,4 \cdot 10^{-44} \text{ — секпланковское время.} \quad (17.13)$$

17.3. Свойства скалярных полей

Необходимость введения в релятивистскую теорию элементарных частиц скалярного поля была связана с требованием перенормируемости теории, т. е. отсутствия в ней неустрашимых бесконечностей. Любая теория с массивными части-

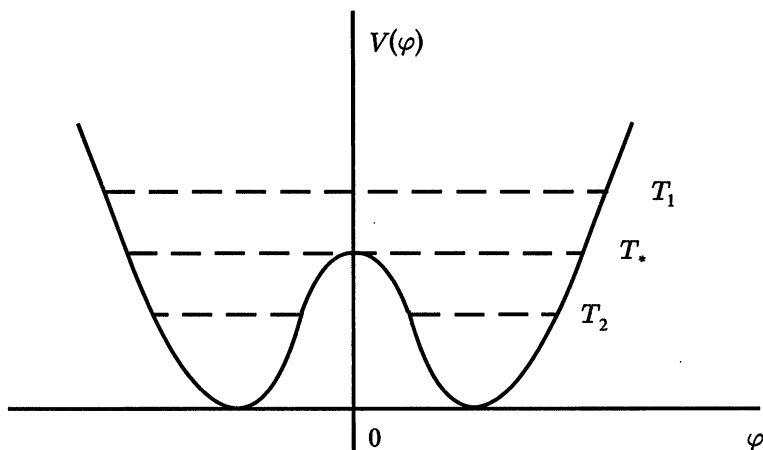


Рис. 17.1. Потенциал поля Хиггса, при взаимодействии с которым безмассовая частица приобретает эффективную массу покоя. При $T > T_*$ поле Хиггса симметрично, а при $T < T_*$ происходит спонтанное нарушение симметрии и напряженность поля ϕ приобретает одно из конечных значений, соответствующих минимуму потенциала V

цами поля является неперенормируемой. Способ устранения этой трудности был предложен П. Хиггсом в 1964 году. Согласно Хиггсу, частицы полей изначально являются безмассовыми, но они приобретают эффективную массу за счет взаимодействия с гипотетическим скалярным полем (полем Хиггса), потенциал которого $V(\phi)$ достигает минимума при ненулевом значении напряженности поля ϕ . Такой потенциал, является симметричным (рис. 17.1), имеет два минимума и один максимум. При больших температурах имеет место полная симметрия, но при уменьшении температуры происходит спонтанное нарушение симметрии и напряженность поля приобретает одно из ненулевых значений минимума

потенциала. Взаимодействие поля ψ с безмассовыми частицами с этим скалярным полем приводит к появлению в уравнениях поля ψ члена, который эквивалентен свободной массивной частице. Наличие различных скалярных полей типа хиггсовского в ранней Вселенной приводит к спонтанному нарушению симметрии при фазовом переходе, наступающем при уменьшении температуры, и появлению во Вселенной различных топологических дефектов.

Рассмотрим скалярные поля $\phi_b(x)$, $x = (\mathbf{x}, t)$, $1 \leq b \leq N$, где N — число скалярных полей. Плотность лагранжиана скалярного поля $\mathcal{L}$ записывается в виде ($\hbar = c = 1$)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_b g^{ij} \phi_{b,i} \phi_{b,j} - V(\phi);$$

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \eta^2)^2; \quad \phi^2 = \sum_b \phi_b^2. \quad (17.14)$$

Здесь $\phi_{b,i} \equiv \partial \phi_b / \partial x_i$ — ковариантные производные, которые для скаляра ϕ_b совпадают с частными; $V(\phi)$ — один из вариантов потенциала хиггсовского поля. В космологии рассматриваются и другие формы этого потенциала. Основное состояние для полей ϕ_b соответствует следующим равенствам:

$$\phi_{b,i} = 0; \quad \sum_b \phi_b^2 = \eta^2; \quad V = 0.$$

Для потенциала типа хиггсовского основное состояние неоднозначно, и $V = 0$ достигается при различных комбинациях полей. Границы между различными основными состояниями представляют собой топологические дефекты, создающие пространственные неоднородности. Рассмотрим плоскую Вселенную с метрикой в виде

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (17.15)$$

Действие для скалярного поля записывается в виде интеграла от плотности лагранжиана по 4-пространству

$$S = \int \sqrt{-g} \mathcal{L} d^4x = \int a^3 d^4x \left[\sum_b \left(\frac{\dot{\phi}_b^2}{2} - \frac{(\nabla \phi_b)^2}{2a^2} \right) - V(\phi) \right]. \quad (17.16)$$

Вариация действия приводит к волновому уравнению для скалярного поля

$$\ddot{\phi}_b + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}_b - \frac{\nabla^2 \phi_b}{a^2} = -\frac{\partial V}{\partial \phi_b} = -\lambda \phi_b (\phi^2 - \eta^2). \quad (17.17)$$

В системе координат, локально совпадающей с системой Минковского ($a = 1$), это уравнение примет вид

$$\ddot{\phi}_b - \nabla^2 \phi_b = -\lambda \phi_b (\phi^2 - \eta^2). \quad (17.18)$$

Согласно уравнению (17.17), различные компоненты тензора энергии-импульса T_{ij} равны:

плотность энергии поля:

$$\rho_\phi = \sum_b \left(\frac{\dot{\phi}_b^2}{2} + \frac{(\nabla \phi_b)^2}{2a^2} \right) + \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \eta^2)^2; \quad (17.19)$$

тензор давлений (напряжений):

$$T_{\alpha\beta} = \phi_{,\alpha} \phi_{,\beta} + a^2 \delta_{\alpha\beta} \left[\frac{1}{2} \phi_{,k} \phi_{,l} g^{kl} - \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \eta^2)^2 \right] \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3). \quad (17.20)$$

При большой температуре T поле возбуждено и имеет место полная симметрия. При расширении Вселенной T уменьшается и поле стремится к своему основному состоянию

$\phi^2 = \eta^2$. Из-за наличия двух или более основных состояний между ними возникают неустранимые границы, на которых поле не может занять основное состояние. Таким образом, во Вселенной образуются топологические дефекты.

17.4. Доменные стенки

Рассмотрим случай одного скалярного поля $N = 1$. В этом случае поле имеет два основных состояния $\phi = \pm\eta$, разделенных доменной стенкой. Рассмотрим поля в статическом состоянии ($\dot{\phi} = 0$). При этом волновое уравнение примет вид

$$\frac{d^2\phi}{dl^2} = \frac{dV}{d\phi} = \lambda\phi(\phi^2 - \eta^2). \quad (17.21)$$

Здесь координата l отсчитывается от стенки вдоль оси $x^{(3)}$, перпендикулярной к стенке. Умножая на $d\phi/dl$ и интегрируя, получаем первый интеграл

$$\left(\frac{d\phi}{dl}\right)^2 = 2V, \quad (17.22)$$

где уже учтено граничное условие на бесконечности

$$\frac{d\phi}{dl} \rightarrow 0; \quad \phi \rightarrow \pm\eta; \quad V \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad l \rightarrow \infty. \quad (17.23)$$

Компоненты тензора энергии-импульса примут вид

$$\begin{aligned} \rho_\phi = T^{00} = -T^{11} = -T^{22} &= \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dl}\right)^2 + V = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dl}\right)^2 + \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \eta^2)^2; \\ T^{33} &= \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dl}\right)^2 - V = \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dl}\right)^2 - \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \eta^2)^2. \end{aligned} \quad (17.24)$$

С учетом первого интеграла (17.22) имеем

$$\rho_\phi = T^{00} = -T^{11} = -T^{22} = 2V, \quad T^{33} = 0. \quad (17.25)$$

Таким образом, давление в плоскости доменной стенки оказывается отрицательным, представляя собой поверхностное натяжение. Если учесть вклад отрицательного давления в гравитацию, то получим, что гравитационная сила направлена от стенки и представляет собой *отталкивание*. Соответственно, отрицательной является эффективная гравитирующая масса единицы площади ($-\sigma < 0$). В окрестности стенки, на расстояниях меньших $1/G\sigma$, гравитационное ускорение g равно

$$g = 2\pi G\sigma, \quad (17.26)$$

и направлено от стенки. Поверхностное натяжение σ есть энергия на единицу площади, так как работа по увеличению площади должна быть равна приращению поверхностной энергии. Изгибы поверхности стремятся перемещаться со скоростью света.

Оценим верхний предел энергии на единицу площади стенки исходя из того, что вносимое стенками возмущение плотности не должно превышать наблюдательного значения, следующего из анализа наблюдений микроволнового фона. При удалении от стенки ее гравитационное поле изменяется на характерную величину η на расстоянии длины когерентности ξ . Из первого интеграла (17.22) получаем в окрестности стенки следующую оценку:

$$\left(\frac{d\phi}{dl}\right)^2 \sim \frac{\eta^2}{\xi^2} \sim V \sim \lambda\eta^4. \quad (17.27)$$

Отсюда получаем оценку на длину когерентности ξ и энергию единицы площади σ в виде

$$\xi \sim \frac{1}{\lambda^{1/2}\eta}; \quad \sigma \sim V\xi \sim \lambda^{1/2}\eta^3. \quad (17.28)$$

Стенки движутся со скоростью света и аннигилируют либо сливаются до тех пор, пока на хаббловской длине (порядка горизонта) не останется только одна стенка. Масса этой стенки должна быть достаточно мала, чтобы не нарушать наблюдаемую изотропию фонового реликтового излучения. В выбранных единицах хаббловская длина — размер горизонта¹⁾ — примерно равна H_0^{-1} , тогда масса стенки внутри горизонта M_w есть

$$M_w \sim \sigma H_0^{-2}. \quad (17.29)$$

В то же время масса Вселенной внутри горизонта M_u есть²⁾

$$M_u \sim \frac{1}{G H_0} \sim \frac{m_{\text{pl}}^2}{H_0}. \quad (17.30)$$

Флуктуация, вносимая стенкой δ_h , по порядку величины равна

$$\delta_h \sim \frac{M_w}{M_u} \sim \frac{\lambda^{1/2} \eta^3}{m_{\text{pl}}^2 H_0} \leq 10^{-5}. \quad (17.31)$$

Энергия, связанная с постоянной Хаббла, равна

$$\begin{aligned} \hbar H_0 &= 3,4 \cdot 10^{-45} \hbar \text{ [эрг]} = 2,1 \cdot 10^{-32} \hbar \text{ [эВ]}; \\ h &= \frac{H_0}{100} \text{ [км/(с} \cdot \text{Мпк)]}. \end{aligned} \quad (17.32)$$

В результате получаем

$$\eta \leq 5\lambda^{-1/6} \text{ [МэВ]}. \quad (17.33)$$

¹⁾ В единицах CGS размер горизонта R_{hor} примерно определяется соотношением $v = c = H_0 R_{\text{hor}}$.

²⁾ В единицах CGS масса Вселенной внутри горизонта по порядку величины равна

$$M_u \sim \rho_b R_{\text{hor}}^3; \quad \rho_b \sim \frac{1}{G t_u^2}; \quad t_u \sim \frac{R_{\text{hor}}}{c}; \quad M_u \sim \frac{c^3}{G H_0}; \quad m_{\text{pl}} \sim \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}.$$

При не очень малых λ энергия, соответствующая (17.33), слишком мала для какого-либо известного фазового перехода в физике частиц. Таким образом, по всей вероятности, существование доменных стенок во Вселенной можно исключить.

17.5. Космические струны

Рассмотрим случай двух скалярных полей ($N = 2$). В основном состоянии имеет место равенство

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \eta^2, \quad (17.34)$$

что выполняется при произвольном значении θ , если (17.34) представить в виде

$$\phi_1 = \eta \cos \theta, \quad \phi_2 = \eta \sin \theta. \quad (17.35)$$

Градиент плотности энергии $(\nabla\phi)^2$ в (17.19) минимален при постоянном θ , поэтому он способствует тому, чтобы угол θ стал везде постоянным. Если же при обращении вдоль окружности θ увеличивается на 2π , то это оказывается невозможным. Причина состоит в том, что при возможности полного поворота на 2π в силу непрерывности можно вращаться дальше, делая обороты на 4π , 6π и т. д. Если мы при этом будем уменьшать внутреннюю площадь, то градиент энергии поля устремился бы к бесконечности. Решение этой проблемы, следующее из уравнений поля, состоит в том, что возникает область шириной ξ , внутри которой $\phi^2 = \phi_1^2 + \phi_2^2$ отличаются от η^2 и величины ϕ_b ($b = 1, 2$) проходят через ноль, так что, пересекая эту область, компоненты ϕ_b могут плавно сменить знаки. Два уравнения $\phi_b = 0$ определяют две

поверхности, которые пересекаются вдоль линии, определяемой уравнением $\phi_1^2 + \phi_2^2 = 0$, и эта линия является ядром космической струны. Рассмотрим статическое цилиндрически симметричное поле космической струны в виде

$$\phi_b = \frac{\nu(r)r_b}{r}; \quad \sum_b r_b^2 = r^2, \quad (17.36)$$

где r — радиальная цилиндрическая координата, ϕ_b — дублет скалярных полей, $b = 1, 2$. В плоскости цилиндра каждое из полей ϕ_b постоянно вдоль одной координаты и меняется вдоль другой. Последние взаимно перпендикулярны для обоих полей. Уравнение поля (17.18) тогда примет вид

$$\frac{d^2\nu}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\nu}{dr} - \frac{\nu}{r^2} = \lambda\nu(\nu^2 - \eta^2). \quad (17.37)$$

Пусть ξ — длина (радиус) когерентности, на которой поле изменяется от нулевого значения $\nu = 0$ в струне до равновесного значения $\nu = \eta$. Вблизи оси имеем

$$\nu(r) \approx \frac{\eta r}{\xi}. \quad (17.38)$$

По порядку величины левая часть равна ν/ξ^2 , а правая — $\nu\lambda\eta^2$. Таким образом, из (17.37) следует оценка

$$\xi \sim \frac{1}{\lambda^{1/2}\eta}, \quad (17.39)$$

что совпадает с оценкой длины когерентности для доменной стенки (17.28). Энергия единицы длины космической струны внутри радиуса когерентности ξ есть

$$\mu_c \sim V\xi^2 \sim \lambda\eta^4\xi^2 \sim \eta^2. \quad (17.40)$$

При $r \gg \xi$ градиент поля $\nabla\phi \sim \eta/r$, так что в уравнении для плотности энергии поля (17.19) $\rho_\phi \sim (\nabla\phi)^2 \sim \eta^2/r^2$. Тогда масса поля на единицу длины струны равна

$$\mu \sim \int_{\xi}^R \rho_\phi r \, dr \sim \eta^2 \log \left(\frac{R}{\xi} \right). \quad (17.41)$$

Отметим, что внешняя масса доменной стенки равна нулю в силу постоянства значения поля (17.23) при расстояниях от стенки больше длины когерентности. Решение (17.41) называется глобальной струной. Если рассматривать ϕ_1 и ϕ_2 как компоненты одного комплексного поля ϕ , то лагранжиан (17.14) оказывается инвариантным относительно преобразования фазы $\phi \rightarrow \phi \exp(i\chi)$ с постоянной в пространстве фазой χ , т. е. лагранжиан является инвариантным относительно глобального преобразования фазы. Янг-миллзовское обобщение локальной инвариантности электромагнитного поля относительно преобразования фазы приводит к лагранжиану, инвариантному относительно локального преобразования фазы, когда χ допускается быть функцией координат. В такой калибровочно инвариантной струне поле вне длины когерентности оказывается подавленным, так что полная масса струны концентрируется в нескольких длинах когерентности и определяется соотношением (17.40), и логарифмический член в (17.41) можно опустить.

Натяжение в струне равно удельной работе по увеличению ее длины. Энергия струны на единицу длины равна μ , поэтому натяжение должно быть равно $T = \mu$. Из классической механики следует, что скорость волны малой амплитуды вдоль струны равна $(T/\mu)^{1/2}$, т. е. скорость распространения возмущений вдоль струны равна скорости света. Система

струн стремится к одной прямой струне длиной l во всю Вселенную:

$$l \sim \frac{1}{H_0}. \quad (17.42)$$

Масса струны внутри хаббловского объема порядка $\mu l \sim \mu/H_0$, что приводит к средней плотности струны во Вселенной

$$\rho_s \sim 50\mu H_0^2. \quad (17.43)$$

Приведенный здесь численный коэффициент получен из расчетов эволюции системы космических струн в радиационно доминированной Вселенной Эйнштейна–де Ситтера. Отношение средней плотности струны к плотности вещества во Вселенной равно

$$\frac{\rho_s}{\rho_b} \sim \frac{8\pi G \rho_s}{3H_0^2} \sim 300G\mu \sim 300 \frac{\eta^2}{m_{\text{pl}}^2} \sim \delta_h < 10^{-5}. \quad (17.44)$$

При этом получаем

$$\eta \leq \frac{3 \cdot 10^{-3} m_{\text{pl}}}{300^{1/2}} \sim 3 \cdot 10^{15} \text{ [ГэВ]}, \quad (17.45)$$

что примерно соответствует энергии, при которой происходит объединение сильного и электрослабого взаимодействий. Космические струны обладают рядом необычных свойств. Эффективная гравитирующая масса струны равна нулю. Это является следствием равенства по абсолютной величине между плотностью и натяжением в струне

$$T^{00} = -T^{33} = \rho_s, \quad T^{11} = T^{22} = 0.$$

Эффективная гравитирующая масса определяется нулевой величиной

$$\rho + 3P = T^{00} + T^{33} = 0. \quad (17.46)$$

Напомним, что для доменной стенки с

$$T^{00} = -T^{11} = -T^{22} = \rho_w, \quad T^{33} = 0$$

имеет место соотношение

$$\rho + 3P = T^{00} + T^{11} + T^{22} = -\rho_w,$$

т. е. эффективная гравитирующая масса стенки отрицательна. Если возмущение метрики, вызванное космической струной мало ($G\mu \ll 1$), то локально, как возмущение метрики Минковского, интервал вне струны имеет вид в цилиндрической системе координат

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - (1 - 8G\mu)r^2 d\phi^2 - dz^2. \quad (17.47)$$

При такой метрике длина окружности C радиуса r с центром на струне, расположенной в плоскости, перпендикулярной к струне, равна $C = 2\pi(1 - 4G\mu)r$, что соответствует постоянному дефициту угла $\Delta\theta$

$$\Delta\theta = -8\pi G\mu. \quad (17.48)$$

Движение струны по пространству происходит со скоростью, близкой к световой. После прохождения струны происходит схлопывание вещества позади нее, при заполнении дефицита угла с примерной скоростью $\sim |c\Delta\theta| \leq 100$ м/с, при учете ограничения (17.44).

17.6. Ежики (hedgehogs) и монополи

При $N = 3$ топологические дефекты имеют характер точки, называемой ежиком, которая представляет собой пересечение трех плоскостей: $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = 0$, $\phi_3 = 0$. Решение для ежика ищется в виде

$$\phi_b = \frac{u(r)r_b}{r}; \quad \sum_b r_b^2 = r^2, \quad (17.49)$$

где r — радиальная сферическая координата, ϕ_b — триплет скалярных полей, $b = 1, 2, 3$. Вне ежика каждое из полей ϕ_b постоянно вдоль двух координат и меняется вдоль одной r_b . Последние взаимно перпендикулярны для всех трех полей. Уравнение поля (17.18) тогда примет вид

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du}{dr} - 2 \frac{u}{r^2} = \lambda u(u^2 - \eta^2). \quad (17.50)$$

Так же как для струны или стенки, введем ξ — длину (радиус) когерентности, на которой поле изменяется от нулевого значения $u = 0$ в точке до равновесного значения $u = \eta$ вдали от нее, на расстояниях $r \gg \xi$. При $r \ll \xi$ решение растет линейно с радиусом $u \sim r\eta/\xi$. Приравнявая левую и правую части уравнения (17.50), по порядку величины получаем $u/\xi^2 \sim u\lambda\eta^2$, откуда следует та же оценка длины когерентности $\xi \sim 1/(\eta\lambda^{1/2})$, что и для стенок (17.28), и для струн (17.39). Плотность потенциальной энергии внутри ежика, при $r < \xi$, равна $V \sim \lambda\eta^4$, тогда масса внутри ежика есть

$$m_c \sim V\xi^3 \sim \frac{\lambda\eta^4}{\eta^3\lambda^{3/2}} \sim \eta\lambda^{-1/2}. \quad (17.51)$$

Вне ежика, где $u \sim \eta$, квадрат градиента поля, определяющий плотность энергии (17.19), есть

$$\sum_b (\nabla \phi_b)^2 = \frac{2\eta^2}{r^2}. \quad (17.52)$$

Тогда масса поля внутри радиуса R есть

$$m(r < R) = 8\pi\eta^2 R \quad \text{для} \quad R \gg \xi. \quad (17.53)$$

Ежики называют также глобальным монополем, по аналогии с глобальной космической струной. В калибровочном

монополе поле комплексно, а лагранжиан становится инвариантным относительно локального преобразования фазы путем добавления калибровочного поля Янга–Миллза. Таким образом устраняется градиент энергии поля вне ядра, и решение ведет себя как частица с концентрацией конечной массы в ядре. Внешнее калибровочное поле содержит часть, которая ведет себя как электромагнитное поле. Если сделать такое отождествление, то, как показали независимо друг от друга Д. т'Хофт и А. М. Поляков в 1974 году, внешнее поле окажется полем магнитного монополя с концентрацией массы и длиной когерентности, задаваемыми величинами, аналогичными m_c и ξ для глобального монополя, с модификацией за счет калибровочного взаимодействия. Во фридмановской Вселенной плотность падает со скоростью $\sim a(t)^{-3}$, т. е. медленнее, чем плотность энергии излучения, поэтому к настоящему времени, после их аннигиляции, должна была остаться довольно большая плотность монополей, которая исключена ограничениями на современную среднюю плотность вещества во Вселенной. Для объяснения отсутствия монополей в настоящее время привлекается модель инфляции. Аналогично струнам, монополи вносят возмущения плотности во Вселенную $\delta_h \sim \eta^2/m_{\text{pl}}^2$, что ограничивает массу монополя величиной

$$m_m \approx (10^{16}-10^{17}) \text{ [ГэВ]} \approx (10^{-3}-10^{-2})m_{\text{pl}}.$$

Магнитный заряд дираковского монополя g равен

$$g = \frac{\hbar c}{2e} = \frac{\hbar c}{e^2} \frac{e}{2} = \frac{137}{2} e = 68,5 e, \quad (17.54)$$

где $e^2/(\hbar c) = 137$ — постоянная тонкой структуры.

17.7. Текстуры (textures)

При $N = 4$ минимум потенциальной энергии при

$$\phi^2 = \sum \phi_b^2 = \eta^2$$

может достигаться во всем пространстве, оставляя в качестве начальных условий три произвольных функции координат. В 1987 году Р. Дэвис рассмотрел случай, когда градиент энергии поля добавляет однородный член в полную космологическую плотность массы. Н. Турок в 1989 и 1991 годах показал, что неоднородности в градиенте плотности энергии поля могут переходить в кратковременные возмущения самой плотности энергии, названные текстурами, и создавать плавные возмущения плотности на масштабах хаббловской длины. Н. Турок заметил, что эти возмущения могут явиться зародышами для формирования структур в расширяющейся Вселенной. Когда компоненты всех четырех полей находятся в основном состоянии, когда $\sum \phi_b^2 = \eta^2$, это имеет место при произвольных значениях трех параметров, которые представляются в виде углов χ, θ, φ на поверхности 3-сферы в 4-пространстве. В сферически симметричном решении Н. Турока для текстурных дефектов четыре поля можно записать в виде

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \eta \sin [\chi(r, t)] \sin \theta \cos \varphi; \\ \phi_2 &= \eta \sin [\chi(r, t)] \sin \theta \sin \varphi; \\ \phi_3 &= \eta \sin [\chi(r, t)] \cos \theta; \\ \phi_4 &= \eta \cos [\chi(r, t)],\end{aligned}\tag{17.55}$$

где r, θ, φ — обычные сферические координаты в нашем трехмерном пространстве, а функция $\chi(r, t)$ при фиксированном времени изменяется от $\chi = 0$ при $r = 0$, до $\chi \rightarrow \pi$ при

$r \rightarrow \infty$. В этой конфигурации направление поля на трехмерной сфере направлено к северному полюсу ($\chi = 0$) при малых r и к южному полюсу при больших r . Чтобы понять, как эволюционирует данная конфигурация поля, рассмотрим радиус $r = \xi$, на который приходится половина переориентации направления поля от северного полюса к южному. Тогда плотность энергии градиента поля $\sim \eta^2 / \xi^2$ внутри объема когерентности ξ^3 , а вся энергия градиента поля внутри данной области $U_t \sim \eta^2 \xi$. Поле изменяется в направлении уменьшения ξ , так как это уменьшает потенциальную энергию, связанную с градиентом. Поле эволюционирует к состоянию с компонентами $\phi_b = (0, 0, 0, -\eta)$ везде, кроме области внутри ядра с уменьшающимся размером ξ , где компоненты поля эволюционируют к значениям $\phi_b = (0, 0, 0, +\eta)$. Когда плотность энергии градиента поля $u_t \sim \eta^2 / \xi^2$ внутри этого ядра вырастает до величины, сравнимой с потенциальной энергией барьера $V \sim \lambda \eta^4$, она выталкивает поле из ядра, которое переходит через значение $\phi_b = 0$ к значению вне этого ядра. Энергия текстур излучается в виде колебаний направления поля, которые затухают с расширением Вселенной, и поле стремится к однородному состоянию.

Возмущения плотности $\sim (\eta H_0)^2$, вносимые текстурами в плотность вещества $\rho_b \sim (m_{\text{pl}} H)^2$, есть

$$\delta_h \sim \frac{\eta^2}{m_{\text{pl}}^2}, \quad (17.56)$$

что при $\delta_h \sim 10^{-5}$ приводит к такой же оценке, как и в случае монополей: $\eta \leq 3 \cdot 10^{-3} m_{\text{pl}} \sim 3 \cdot 10^{16}$ ГэВ.

При $N = 5$ количество свободных функций в основном состоянии $\phi^2 = \eta^2$ допускает его существование при посто-

яестве везде всех полей. Возможные флуктуации плотности имеют при этом свойства, отличающиеся от гауссовских. Если же $N \gg 5$, возникающие флуктуации плотности будут близки к гауссовским. В этом случае флуктуации от текстур было бы трудно отличить от квантовых флуктуаций, возникающих в моделях инфляционного сценария, которые обычно применяются в качестве начальных возмущений для формирования крупномасштабной структуры Вселенной.

17.8. Инфляция

Наличие космологической постоянной в уравнениях Эйнштейна эквивалентно существованию ненулевой энергии вакуума с тензором энергии-импульса

$$T_{ik} = \Lambda \frac{g_{ik}}{8\pi G}. \quad (17.57)$$

Наличие гравитационной постоянной, или тензора энергии-импульса (17.57), обуславливает экспоненциальное расширение Вселенной (решение де Ситтера), которое неоднократно ранее предполагалось для начальных стадий жизни Вселенной. В итоге это привело к появлению инфляционной модели ранних стадий расширения. Насколько нам известно, первое предложение использовать решение де Ситтера для описания ранних стадий было сделано Э. Б. Глинером в 1965 году. В 1968 году Я. Б. Зельдович показал, что скалярное поле имеет уравнение состояния $P = -\epsilon$ и действует эквивалентно тензору энергии-импульса (17.57). В 1974 году Д. А. Киржниц и А. Д. Линде рассмотрели вакуумные фазовые переходы во Вселенной, сопровождающиеся эффективным изменением космологической постоянной. В 1979 А. А. Старобинский получил де-ситтеровское решение для началь-

ных стадий расширения, учитывая квадратичные поправки к ОТО за счет квантовых флуктуаций. В 1981 году А. Гус получил решение для расширяющейся Вселенной с распадом вакуума, которое было названо им *инфляцией*. Вскоре после этого последовали различные модификации этой модели (Линде, Альбрехт и Штейнхардт и др.), лучше соответствующие наблюдениям. Инфляция — это, скорее, сценарий, чем модель, так как степень произвола при выборе инфляционного потенциала весьма велика. Из работ, предшествующих появлению модели инфляции, отметим работу А. Д. Линде 1974 года и работу С. Бладмана и М. Рудермана 1977 года, где было показано, что фазовый переход с приобретением массы частиц и установлением закона взаимодействия при малых энергиях сопровождается существенным изменением средней плотности энергии поля. Если на ранних стадиях скалярное поле имитировало космологическую постоянную, то с уменьшением температуры энергия поля зануляется (рис. 17.1) или становится очень малой (рис. 17.2), согласно современному состоянию, а возрастает плотность вещества. При этом после фазового перехода эффективное значение Λ уменьшается более чем на 100 порядков, согласно оценкам, следующим из наблюдений. Д. Казанас в 1980 году и К. Сато в 1981 году рассматривали начальные де-ситтеровские (экспоненциальные) стадии расширения Вселенной для избавления от доменных стенок и отмечали возможность превращения космологической постоянной в вещество. Самосогласованная физическая картина инфляции была построена в 1981 году Гусом. В инфляционном сценарии фазовый переход в вакууме происходит подбарьерно, чтобы пузырь новой фазы успел вырасти до больших размеров. В модели Гуса рассматривался фазовый переход первого рода, при кото-

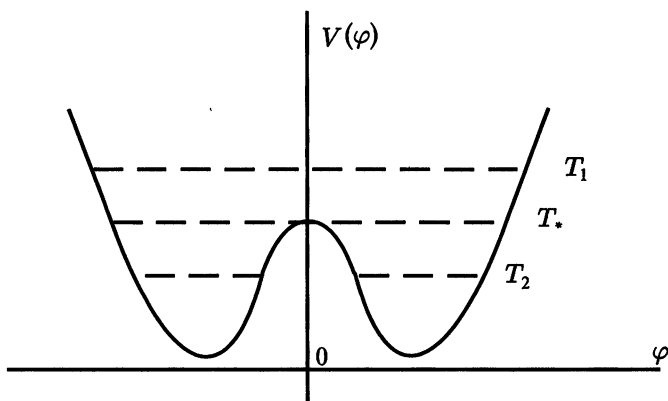


Рис. 17.2. Потенциал поля Хиггса, при взаимодействии с которым безмассовая частица приобретает эффективную массу покоя в результате спонтанного нарушения симметрии, напряженность поля ϕ приобретает одно из конечных значений, соответствующих минимуму потенциала V , который отличен от нуля

ром энтропия создавалась слишком быстро. Пузырь не успевал раздуться до достаточно больших размеров, так что раздувание пузырей происходило медленнее, чем их разбегание. Это приводило к слишком большим (ненаблюдаемым) возмущениям в реликтовом излучении. Модифицированные сценарии инфляции, основанные на непрерывном переходе от расширения де Ситтера к фридмановскому, были рассмотрены А. Д. Линде в 1982 и 1983 годах, а также А. Альбрехтом и П. Штейнхардтом в 1982 году. Они отличаются большим разнообразием вариантов.

Фридмановская модель имеет 3 существенных трудности:

1. Проблема причинности: на ранних стадиях размер горизонта был очень мал, так что между различными областями Вселенной не было причинной связи. Между тем,

в современном состоянии все эти части оказались почти совершенно одинаковыми, что следует из малости наблюдаемых флуктуаций реликта на уровне $\Delta T/T \sim 10^{-5}$.

2. Проблема начальных флуктуаций: источники возмущений в расширяющейся Вселенной имеют квантовую природу. Как показали расчеты, во фридмановской Вселенной они не имеют возможности вырасти до наблюдаемых величин, обуславливающих также современную крупномасштабную структуру Вселенной.
3. Проблема магнитных монополей. Расчеты Я. Б. Зельдовича и М. Ю. Хлопова в 1978 году показали, что после аннигиляции монополей, происходящей по мере расширения Вселенной и уменьшения температуры, остаточная концентрация монополей должна составить $\sim 10^{-19} \text{ см}^{-3} \sim 3 \cdot 10^{-3} \text{ ГэВ/см}^3 \sim 3 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/см}^3 \sim 3 \cdot 10^{-27} \text{ г/см}^3$, что на несколько порядков превышает все мыслимые верхние пределы плотности вещества в современной Вселенной.

Инфляционный сценарий расширения Вселенной позволил разрешить эти три трудности. На ранних стадиях расширения, при $z \rightarrow \infty$, Вселенная всегда с большой точностью описывается моделью с плоским трехмерным пространством, в которой (см. гл. 11)

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} = \left(\frac{8}{3} \pi G \rho \right)^{1/2}; \quad \dot{\rho} = -3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + P). \quad (17.58)$$

Для устранения проблемы причинности нужно построить модель, в которой на ранних стадиях размер горизонта охватывал бы всю видимую часть Вселенной. Интервал расстояния между двумя лагранжевыми частицами есть $d\tilde{r} = dt/a$,

а лагранжев размер горизонта, т. е. расстояние $\tilde{r}$, которое свет успеет обойти за время расширения от $a = 0$ до $a = a_0$, равно, с учетом (17.58),

$$\tilde{r} = \int_0^{a_0} \frac{dt}{a} = \int_0^{a_0} \frac{da}{a\dot{a}} \sim \int_0^{a_0} \frac{da}{a^2 \sqrt{\rho}}. \quad (17.59)$$

При адиабатическом расширении зависимость $\rho(a)$ определяется уравнениями состояния (см. (11.16), (11.17))

$$P = 0; \quad \rho \sim a^{-3}; \quad P = \frac{\varepsilon}{3}; \quad \rho \sim a^{-4}; \quad (17.60)$$

$$P = -\varepsilon; \quad \rho = \text{const}; \quad P < -\frac{\varepsilon}{3}; \quad \rho < a^{-2}. \quad (17.61)$$

Для уравнений состояния из (17.60) интеграл (17.59) сходится в нуле, так что размер горизонта при этом стремится к нулю, что указывает на отсутствие причинной связи. Напротив, для уравнений состояния из (17.61) интеграл (17.59) в нуле расходится. Это указывает на то, что свет успевает с самого начала расширения установить причинную связь между всеми областями Вселенной. Таким образом, сценарий инфляции, где на ранних стадиях имеет место соотношение $P = -\varepsilon$, решает проблему причинности.

Для создания отрицательного давления используется скалярное поле с плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \phi_{,i} \phi_{,j} g^{ij} - V(\phi). \quad (17.62)$$

Соответствующие уравнения поля имеют вид

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\sqrt{-g} g^{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x^j} \right) + \frac{dV}{d\phi} = 0. \quad (17.63)$$

Тензор напряжений в плоской расширяющейся Вселенной с метрикой

$$\begin{aligned} ds^2 &= dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) = \\ &= dt^2 - a^2(t)(dr^2 + r^2 d\Omega^2); \quad \sqrt{-g} = a^3 \end{aligned} \quad (17.64)$$

равен

$$T_{\alpha\beta} = \phi_{,\alpha}\phi_{,\beta} + a^2\delta_{\alpha\beta} \left[\frac{1}{2}\phi_{,k}\phi_{,l}g^{kl} - V(\phi) \right] \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3), \quad (17.65)$$

а плотность энергии поля —

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{(\nabla\phi)^2}{2a^2} + V(\phi). \quad (17.66)$$

Для построения модели инфляционной Вселенной необходимо совместное решение уравнений для расширения однородной Вселенной с уравнениями поля, которые определяют совместную эволюцию Вселенной и скалярного поля. В однородной Вселенной эволюция поля определяется уравнением, следующим из (17.63)–(17.66), в единицах с $c = 1$:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + 3\frac{\dot{a}}{a}\frac{d\phi}{dt} = -\frac{dV}{d\phi}; \quad \rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V; \quad P_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V. \quad (17.67)$$

Это уравнение решается совместно с уравнением Эйнштейна и соотношением адиабаты

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_\phi; \quad \dot{\rho}_\phi = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_\phi + P_\phi). \quad (17.68)$$

При достаточно медленном изменении ϕ имеет место соотношение $P < -\rho/3$. При $\dot{\phi} = 0$ имеем $P = -\rho$; $V = \text{const}$, ре-

шение уравнений Эйнштейна типа полученного де Ситтером

$$\rho_\phi = V = \text{const}; \quad a \sim e^{H_V t}; \quad H_V = \left(\frac{8\pi G V}{3} \right)^{1/2}. \quad (17.69)$$

При учете переменности V получаются различные самосогласованные решения с распадом скалярного поля, зависящие от потенциала $V(\phi)$. Простое аналитическое решение имеет место при потенциале $V(\phi) = A e^{b\phi}$, для которого самосогласованная система уравнений имеет вид

$$\ddot{\phi} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\phi} = -A b e^{b\phi}; \quad \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + A e^{b\phi} \right). \quad (17.70)$$

Решение этой системы ищем в виде

$$\begin{aligned} \frac{V}{A} = e^{b\phi} = \frac{D}{t^2}; \quad b \dot{\phi} e^{b\phi} = -\frac{2D}{t^3}; \quad \dot{\phi} = -\frac{2}{bt}; \quad \ddot{\phi} = \frac{2}{bt^2}; \\ a \sim t^n; \quad \frac{\dot{a}}{a} = \frac{n}{t}. \end{aligned} \quad (17.71)$$

Подставляя (17.71) в (17.70), получаем систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \frac{2}{bt^2} + \frac{3n}{t} \left(-\frac{2}{bt} \right) &= -Ab \frac{D}{t^2}; \\ \frac{n^2}{t^2} &= \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{2}{b^2 t^2} + \frac{AD}{t^2} \right); \\ 2 - 6n &= -ADb^2; \quad \frac{3b^2 n^2}{8\pi G} = 2 + ADb^2. \end{aligned} \quad (17.72)$$

Решение определяется следующими параметрами:

$$n = \frac{16\pi G}{b^2}, \quad D = -\frac{2}{Ab^2} \left(1 - \frac{48\pi G}{b^2} \right) \quad (17.73)$$

и представляет собой степенную инфляцию. При малых b , когда $n > 1$, интеграл в (17.59) расходится, что решает проблему причинности. Отметим, что при $t \rightarrow \infty$ имеет место $V \rightarrow 0$, $\phi \rightarrow -\infty$, что представляется довольно искусственным, хотя на этом примере можно качественно исследовать физические процессы, происходящие при инфляции. Основным является переход потенциальной энергии поля V в кинетическую $\dot{\phi}$, которая, в свою очередь, превращается в другие виды материи, представляющие собой вещество высокой температуры и плотности. Процесс превращения энергии поля в материю происходит путем формирования пузырьков, раздувание которых происходит одновременно с этим превращением. Рассмотрим более реалистические потенциалы $V(\phi)$.

1. Потенциал Хиггса, зависящий от температуры (рис. 17.3)

$$V(\phi, T) = \frac{\lambda}{4}(\phi^2 - \eta^2)^2 + bT^2\phi^2. \quad (17.74)$$

Фазовый переход начинается в виде подбарьерного туннелирования через максимум потенциала. После фазового перехода и окончания инфляции произойдет релаксация (термализация) и приход в состояние термодинамического рав-

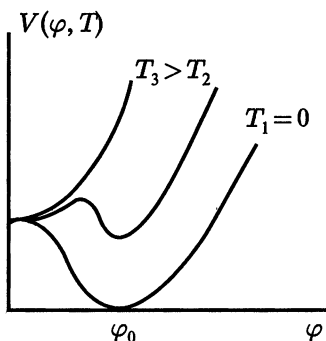


Рис. 17.3. Потенциал поля Хиггса, зависящий от температуры: $T_3 > T_2 > T_1 = 0$. Фазовый переход начинается в виде туннелирования через потенциальный барьер и переходит в безбарьерное скатывание при уменьшении температуры

новесия с температурой

$$aT^4 = \frac{\lambda \eta^4}{4}. \quad (17.75)$$

2. Потенциал Хоукинга и Мосса (рис. 17.4)

Этот потенциал не зависит от температуры, и фазовый переход всегда происходит в виде туннелирования. В обоих потенциалах сразу после туннелирования происходит быстрое скатывание поля к нулевому равновесному значению, после чего заканчивается экспоненциальное раздувание пузырьков новой фазы. В результате размер пузырьков оказывается много меньше современного горизонта, и создаваемые ими возмущения оказываются слишком большими, значительно превышающими наблюдаемые. Модифицированная модель инфляции отличается тем, что после туннелирования потенциал выбирается очень пологим, так что скатывание к нулю потенциала сильно замедляется, и размер каждого пузырька становится больше современного горизонта.

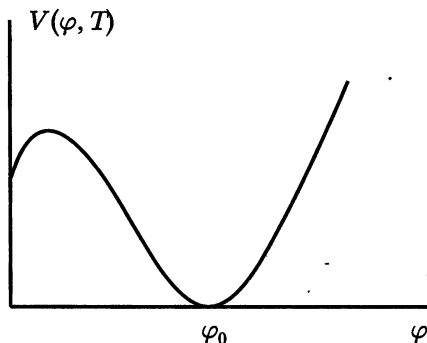


Рис. 17.4. Потенциал Хоукинга–Мосса. Фазовый переход начинается в виде туннелирования через потенциальный барьер и переходит в безбарьерное скатывание

3. Потенциал Линде—Альбрехта—Штейнхардта (рис. 17.5)

При наличии такого потенциала вся наша видимая Вселенная расположена внутри одного зародышевого пузырька.

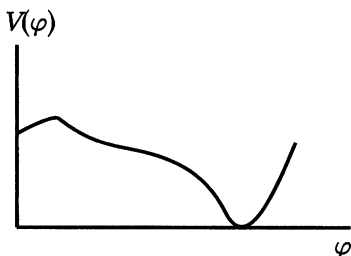


Рис. 17.5. Потенциал поля Линде–Альбрехта–Штейнхардта. Фазовый переход начинается в виде туннелирования через потенциальный барьер и переходит в безбарьерное скатывание, которое идет медленно ввиду пологости потенциала. Это приводит к тому, что в результате

экспоненциального раздувания размер одного зародышевого пузырька становится больше горизонта Вселенной

Продолжением этого сценария является рассмотренная А. Д. Линде хаотическая инфляция, в которой предполагается существование большого числа пузырьков, каждый из которых раздулся до размеров больше горизонта. В этом сценарии современная Большая Вселенная состоит из множества несвязанных между собой пузырьков (вселенных), между которыми в далеком будущем, когда размер горизонта вырастет до размера нашего пузырька, может оказаться возможным информационная связь.

17.9. Формирование спектра возмущений на стадии инфляции

Структура Вселенной, наблюдаемая в настоящее время, возникла в результате развития первоначально небольших флуктуаций плотности. Физические процессы могут привести к флуктуациям на гигантских, существенных для космологии расстояниях в рамках инфляционной модели. Квантовые флуктуации, которые обычно разыгрываются на микроскопических масштабах, в экспоненциально расширяющейся

Вселенной гигантским образом увеличивают свою длину волны $l \rightarrow le^{Ht}$, а также и амплитуду, и становятся космологически значимыми. В силу этого галактики, их скопления и прочие структуры представляют собой макропроявления микроскопических, но гигантски расширившихся, квантовых флуктуаций. Если во Вселенной из-за квантовых флуктуаций возникают неоднородности, то в уравнении поля (17.63) нужно учитывать пространственные производные. В однородно расширяющейся Вселенной, с учетом неоднородностей, скалярное поле удовлетворяет уравнению

$$\ddot{\phi} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\phi} = \frac{\nabla^2 \phi}{a^2} - \frac{dV}{d\phi}. \quad (17.76)$$

Во Вселенной де Ситтера

$$a = a_0 e^{Ht}, \quad H = \frac{\dot{a}}{a} = \left(\frac{8\pi G \rho_\phi}{3} \right)^{1/2}.$$

Если отклонения от неоднородности малы, то, представляя $\phi = \phi_0(t) + \delta\phi(\mathbf{r}, t)$, для $\delta\phi$ получаем линейное уравнение

$$\ddot{\delta\phi} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\delta\phi} = \frac{\nabla^2 \delta\phi}{a^2} - \frac{d^2 V}{d\phi^2} \delta\phi. \quad (17.77)$$

Из-за флуктуаций время падения поля к положению равновесия изменяется на величину $\delta t(\mathbf{r})$, зависящую от координат:

$$\delta t(\mathbf{r}) = - \frac{\delta\phi(\mathbf{r}, t)}{\dot{\phi}_0(t)}. \quad (17.78)$$

Это следует из следующего рассмотрения. При больших t роль члена, содержащего пространственные координаты, становится несущественной, и уравнение для $\delta\phi$ начинает

удовлетворять тому же уравнению, что и $\dot{\phi}_0$, которое получается дифференцированием в (17.76). Поэтому отношение $\delta\phi/\dot{\phi}_0$ при $t \rightarrow \infty$ стремится к не зависящей от времени величине (17.78). Тогда в первом порядке по возмущениям имеем

$$\begin{aligned}\phi(\mathbf{r}, t) &= \phi_0(t) + \delta\phi(\mathbf{r}, t) \approx \\ &\approx \phi_0(t) - \dot{\phi}_0 \delta t(\mathbf{r}) \approx \phi_0[t - \delta t(\mathbf{r})].\end{aligned}\quad (17.79)$$

Таким образом, переход от де-ситтеровского расширения к фридмановскому происходит в разное время в разных точках пространства, что приводит к относительным флуктуациям метрики

$$h \approx \frac{\delta a}{a} \approx H \delta t(\mathbf{r}). \quad (17.80)$$

Флуктуации метрики приводят к флуктуациям плотности, относительная величина которых совпадает с флуктуациями метрики в момент, когда длина волны возмущений равна горизонту. Квантовые флуктуации поля ϕ в пространстве де Ситтера, для волн возмущений размером с горизонт, имеют величину³⁾ порядка $\delta\phi \sim H$. Поэтому для флуктуаций плотности на горизонте получаем оценку, с учетом (17.78), (17.80),

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \approx h \approx H \delta t(\mathbf{r}) \approx \frac{H \delta\phi}{\dot{\phi}_0(t)} \approx \frac{H^2}{\dot{\phi}_0(t)}. \quad (17.81)$$

Величина $\dot{\phi}_0(t)$ определяется из уравнения (17.76) для однородной Вселенной, где в силу медленного изменения ϕ

³⁾ Здесь использована система единиц $G = c = \hbar_p = 1$, $\hbar_p$ — постоянная Планка. В обычной системе единиц, при квантовой флуктуации на масштабе горизонта $l \sim H^{-1}$, возмущение поля составляет $\delta\phi \sim \hbar_p \nu / c = \hbar_p / l = \hbar_p H$.

пренебрегаем $\ddot{\phi}$. Для представления потенциала в процессе инфляции в виде

$$V(\phi) = V_0 - \lambda \frac{\phi^4}{4}; \quad \frac{dV}{d\phi} = -\lambda \phi^3, \quad (17.82)$$

из (17.76) получаем решение

$$\phi_0(t) = \left[\frac{3H}{\lambda(t_0 - t)} \right]^{1/2}. \quad (17.83)$$

Здесь t_0 относится к моменту окончания инфляции. При временах, приближающихся к t_0 , решение (17.83) теряет смысл, и при более сложном самосогласованном потенциале решение для $\phi_0(t)$ выходит на постоянное значение

$$\phi_{0,\min} \sim (V_0/\lambda)^{1/4},$$

которое соответствует минимуму такого потенциала. Наблюдаемая флуктуация с волновым вектором k_0 возникла в результате экспоненциального роста волны с начальной длиной H^{-1} в течение времени τ , таким образом

$$k_0^{-1} = H^{-1} e^{H\tau}. \quad (17.84)$$

Время роста возмущений τ на стадии инфляции логарифмически зависит от длины волны

$$\tau = H^{-1} \ln \left(\frac{H}{k_0} \right). \quad (17.85)$$

Находя $\dot{\phi}_0$ из (17.83) в момент времени τ и подставляя в (17.80), получаем амплитуды флуктуаций плотности на горизонте

$$\dot{\phi}_0(\tau) \sim \frac{H^{1/2}}{\lambda^{1/2} \tau^{3/2}}; \quad \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)_H = \lambda^{1/2} \ln^{3/2} \left(\frac{H}{k_0} \right) \cdot \text{const.} \quad (17.86)$$

При более точном расчете $\text{const} \sim 0,1$. Эти флуктуации являются чисто квантовыми, возникающими из нулевых колебаний с амплитудами $\hbar\omega/2$. Спектр этих колебаний оказывается приближенно плоским, с точностью до логарифмических членов. Чтобы стать космологически значимой, длина волны должна вырасти в $10^{20}-10^{25}$ раз, что дает $\ln(H/k_0) \approx 50$. Для наблюдаемых величин флуктуаций температуры РИ $\delta T/T \sim 10^{-5}$ получаем

$$10^{-5} \sim \frac{\delta T}{T} \sim \frac{\delta \rho}{\rho} \sim 0,1 \lambda^{1/2} \ln^{3/2} \left(\frac{H}{k_0} \right), \quad \lambda \sim 10^{-13}. \quad (17.87)$$

Таким образом, инфляционная модель может обеспечить (и даже с избытком) флуктуации, необходимые для образования структуры Вселенной. При этом инфляция приводит к наблюдаемой однородности нашей Вселенной в большом масштабе, так как все первоначальные (доинфляционные) неоднородности разглаживаются во время де-ситтеровской стадии. Однако на очень больших масштабах, существенно превышающих сегодняшний горизонт, инфляционная модель (по крайней мере в варианте хаотической инфляции) предсказывает весьма существенные неоднородности.

Литература, рекомендуемая к Части II

1. Вейнберг С. Гравитация и космология. М.: Мир, 1975.
2. Горбунов Д. С., Рубаков В. А. Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2008.
3. Долгов А. Д., Зельдович Я. Б., Сажин М. В. Космология ранней Вселенной. М.: Изд-во МГУ, 1988.
4. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Структура и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 2001.
6. Линде А. Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М.: Наука, 1990.
7. Насельский П. Д., Новиков И. Д., Новиков Д. И. Реликтовое излучение Вселенной. М.: Наука, 2003.
8. Новиков И. Д., Фролов В. П. Физика черных дыр. М.: Наука, 1986.
9. Ожунь Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2008.
10. Пиблс П. Физическая космология. М.: Мир, 1975.
11. Рубаков В. А. Классические калибровочные поля. В 2 кн. М.: Книжный дом «Либроком»/URSS, 2010.
12. Gamow G. The creation of the universe. N. Y.: Viking Press, 1952.
13. Peebles P. J. E. Principles of physical cosmology. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1993.

Список избранных трудов Г. С. Бисноватого-Когана

Бисноватый-Коган Г. С., Зельдович Я. Б. Развитие возмущений в расширяющейся Вселенной из свободных частиц // *Астрономический журнал*. 1970. Т. 47. С. 942–947.

Бисноватый-Коган Г. С., Комберг Б. В. Пульсары и тесные двойные системы // *Астрономический журнал*. 1974. Т. 51. С. 374–383.

Bisnovatyi-Kogan G. S., Blinnikov S. I. Disc accretion into a black hole at subcritical luminosity // *Astron. Ap.* 1977. Vol. 59. P. 111–125.

Бисноватый-Коган Г. С., Четкин В. М. Неравновесные оболочки нейтронных звезд, их роль в подде ржании рентгеновской светимости и нуклеосинтезе // *УФН*. 1979. Т. 127. С. 263–285.

Бисноватый-Коган Г. С., Новиков И. Д. Космология с ненулевой массой покоя нейтрино // *Астрономический журнал*. 1980. Т. 57. С. 899–902.

Bisnovatyi-Kogan G. S., Paczynski B. A model of a thin disc around a black hole // *Acta Astron.* 1981. Vol. 31. P. 283–291.

Бисноватый-Коган Г. С., Сеидов З. Ф. Нейтрино средних энергий во Вселенной // *Астрономический журнал*. 1982. Т. 59. С. 213–223.

Бисноватый-Коган Г. С., Романова М. М. Диффузия нейтронов и перенос тепла в коре нейтронных звезд // *ЖЭТФ*. 1982. Т. 83. С. 449–459.

Бисноватый-Коган Г. С., Сеидов З. Ф. Нейтринный горизонт Вселенной // *Астрономический журнал*. 1983. Т. 60. С. 220–222.

Bisnovatyi-Kogan G. S. Analytical self-consistent solution for the structure of polytropic. Accretion disks with boundary layers // *Month. Not. R. A. S.* 1994. Vol. 269. P. 557–562.

Bisnovatyi-Kogan G. S., Silich S. A. Shock wave propagation in the nonuniform interstellar medium // *Rev. Mod. Phys.* 1995. Vol. 67. P. 661–713.

Bisnovatyi-Kogan G. S., Lovelace R. V. E. Advective accretion disks and related problems including magnetic fields // *New Astron. Reviews.* 2001. Vol. 45. P. 663–742.

Bisnovatyi-Kogan G. S. A simplified model of the formation of structures in the dark matter, and a background of very long gravitational waves // *Mon. Not. R. A. S.* 2004. Vol. 347. P. 163–172.

Бисноватый-Коган Г. С. Всплески космического гамма-излучения: наблюдения и моделирование // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* Дубна, 2006. Т. 37. С. 1235–1284.

Artemova Y. V., Bisnovatyi-Kogan G. S., Igumenshchev I. V., Novikov I. D. Black Hole Advective Accretion Disks with Optical Depth Transition // *Astrophysical Journal.* 2006. Vol. 637. P. 968–977.

Bisnovatyi-Kogan G. S., Merafina M. Self-gravitating gas spheres in a box and relativistic clusters: relation between dynamical and thermodynamical stability // *Astrophysical Journal.* 2006. Vol. 653. P. 1445–1453.

Бисноватый-Коган Г. С. Двойные и подкрученные радиопульсары: через 30 лет после наблюдательного открытия // *УФН.* 2006. Т. 176. С. 59–75.

Bisnovatyi-Kogan G. S. Dynamic confinement of jets by magneto-torsional oscillations // *MNRAS.* 2007. Vol. 376. P. 457–464.

Бисноватый-Коган Г. С., Моисеенко С. Г., Арделян Н. В. Различные магниторотационные сверхновые // *Астрономический журнал.* 2008. Т. 85. С. 1109–1121.

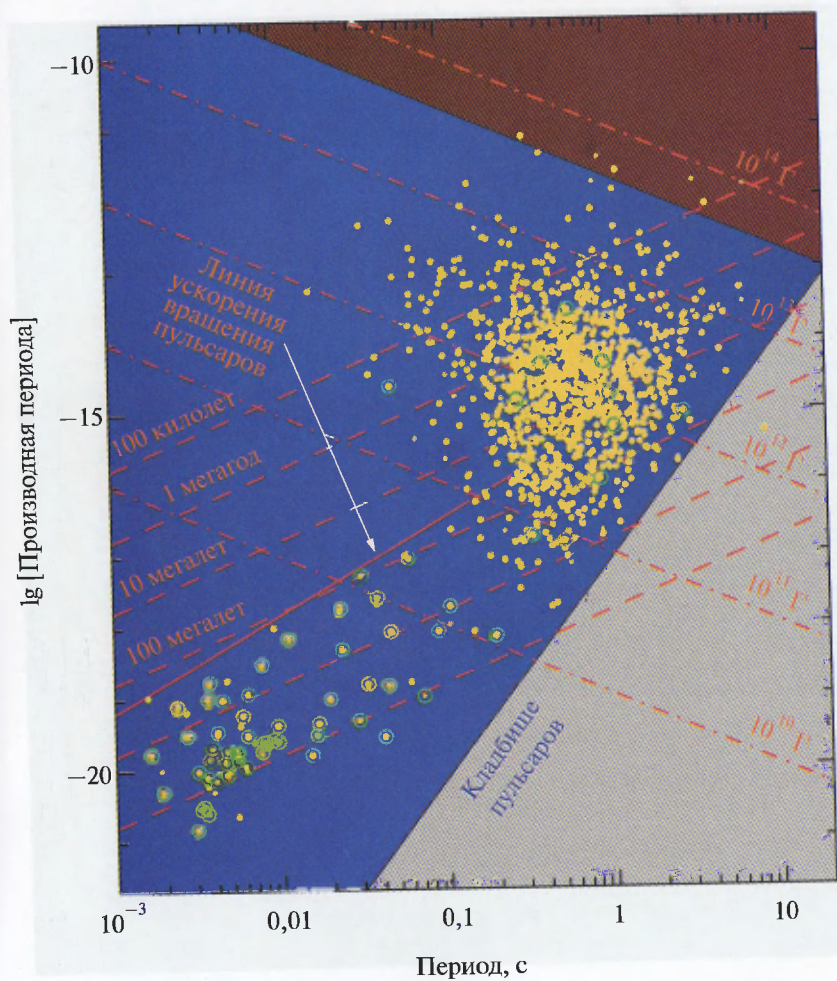


Рис. 8.9 (стр. 137)

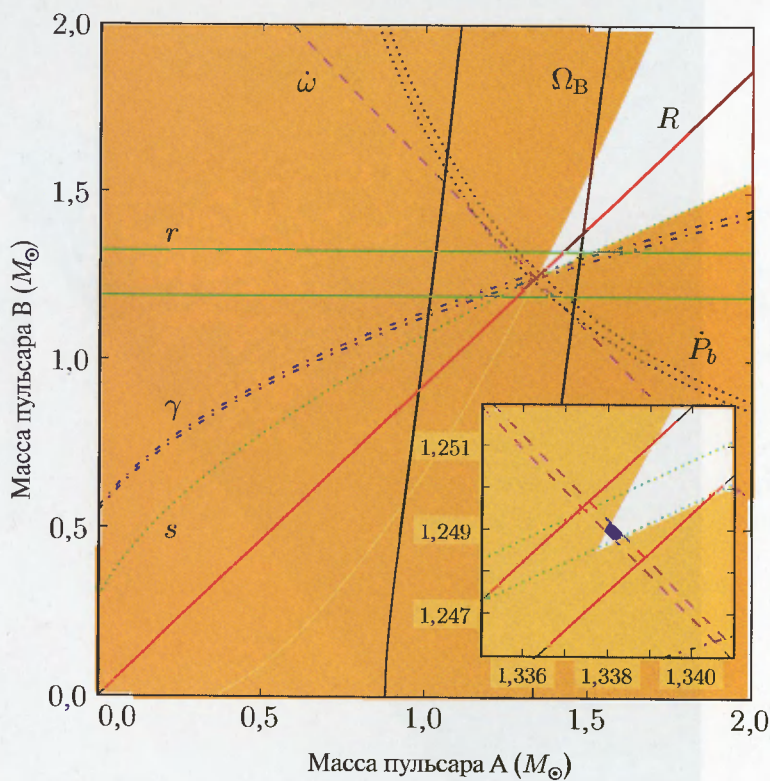


Рис. 8.10 (стр. 143)

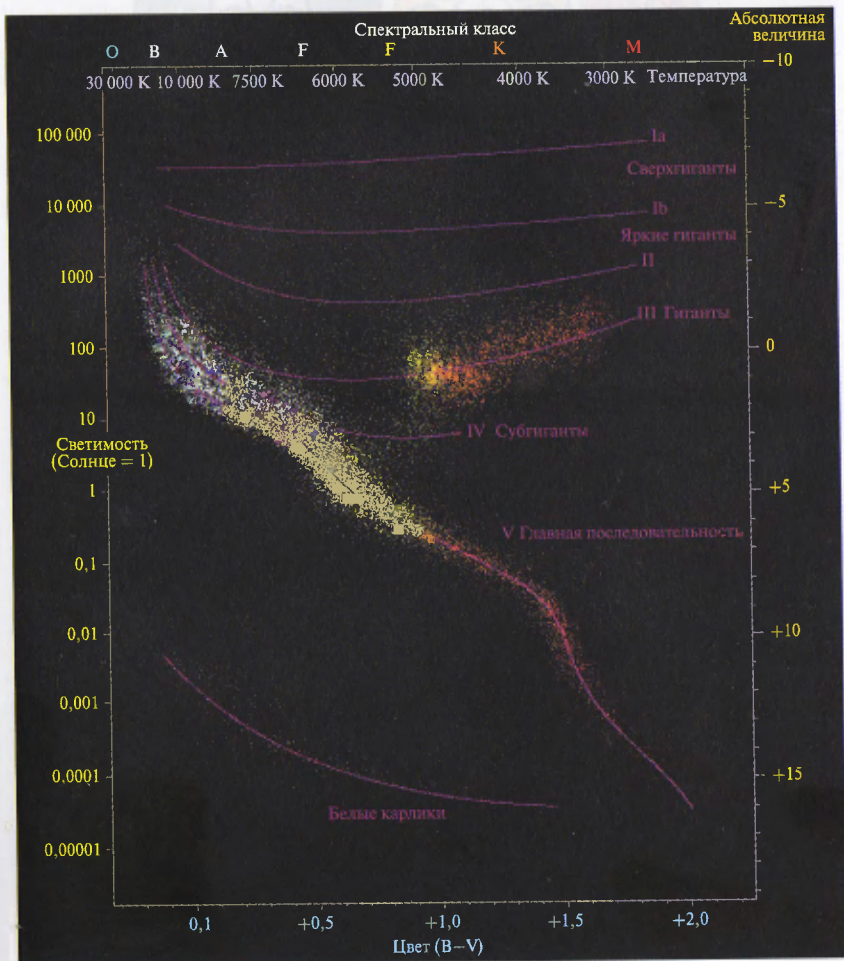


Рис. 10.2 (стр. 179)

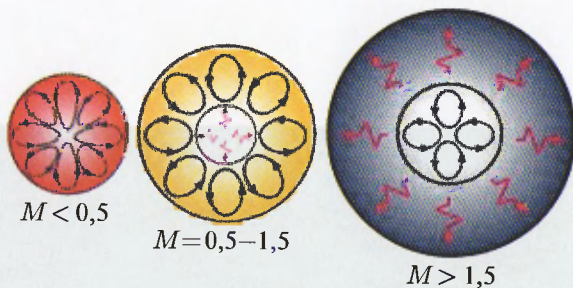


Рис. 10.3 (стр. 182)

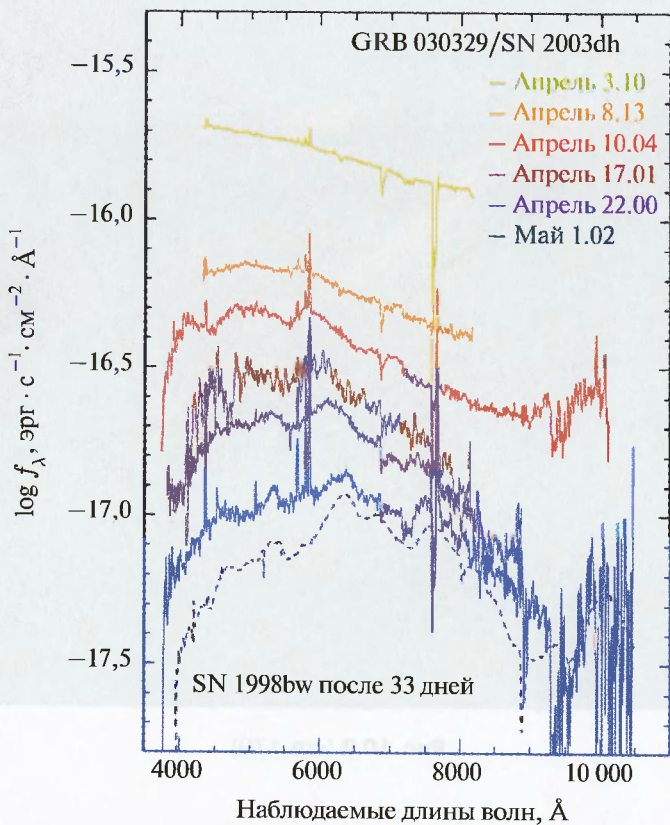


Рис. 10.9 (стр. 201)

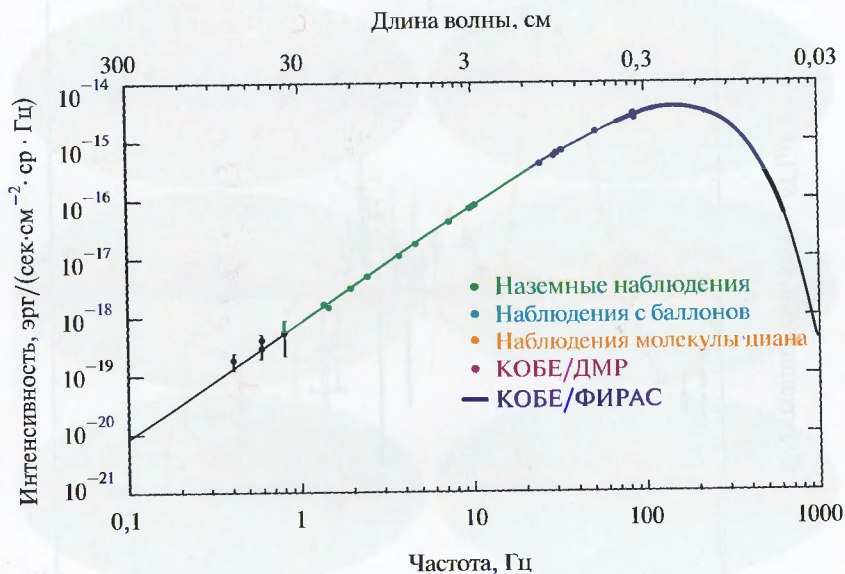


Рис. 14.2 (стр. 278)

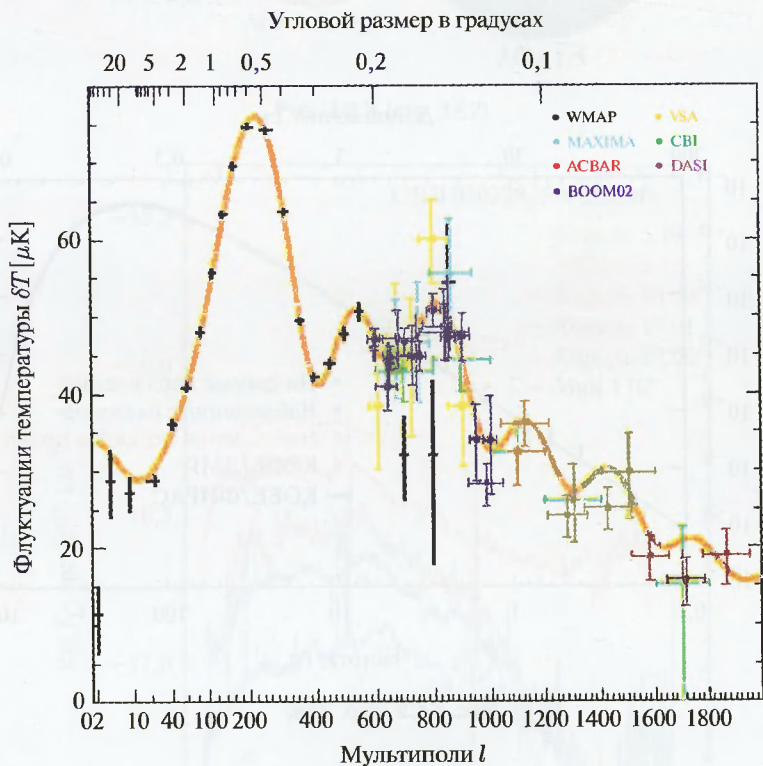


Рис. 14.3 (стр. 283)

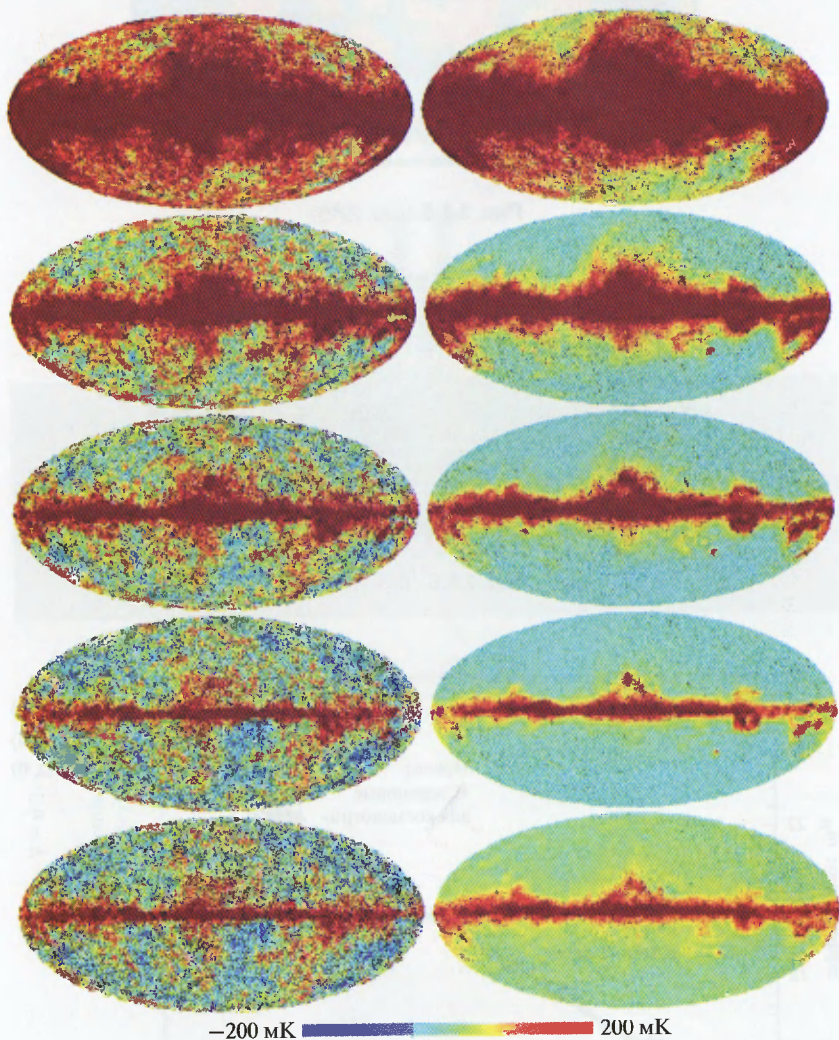


Рис. 14.4 (стр. 285)

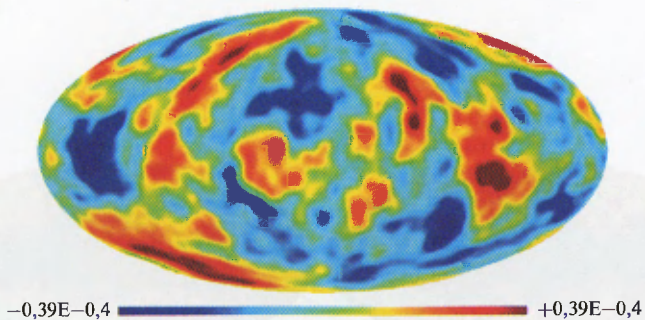


Рис. 14.5 (стр. 286)

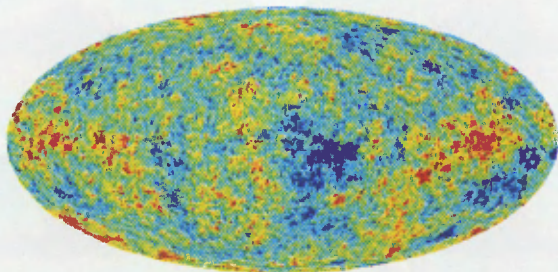


Рис. 14.6 (стр. 286)

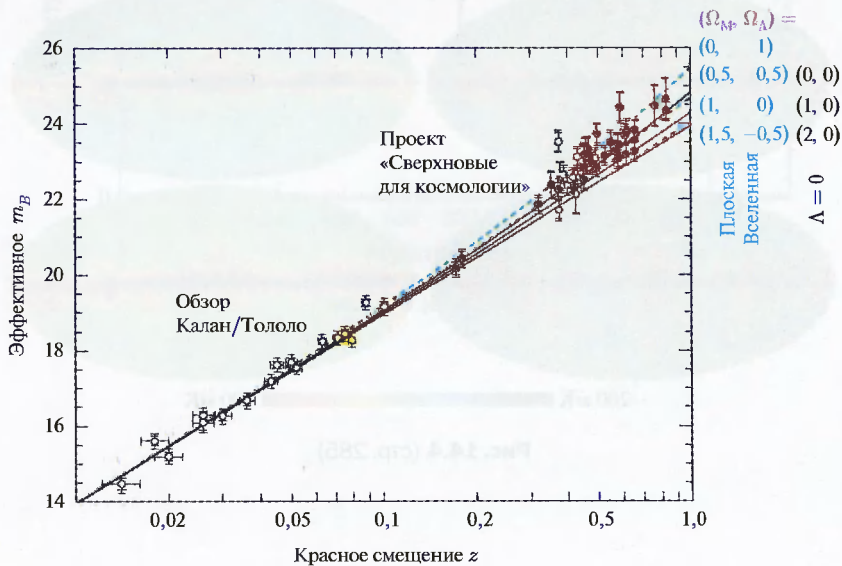


Рис. 14.7 (стр. 290)