

А. А. Чернов, Г. М. Чернявский

ОРБИТЫ СПУТНИКОВ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ

Лекции и упражнения



«РАДИО и СВЯЗЬ»

А.А. ЧЕРНОВ, Г.М. ЧЕРНЯВСКИЙ

**ОРБИТЫ СПУТНИКОВ
ДИСТАНЦИОННОГО
ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ.
ЛЕКЦИИ И УПРАЖНЕНИЯ**



**«Радио и связь»
Москва
2004**

УДК 551.507.362
ББК 26.23
Ч45

Рецензенты: д.т.н. В.Н. Почукаев и к.т.н. О.Г. Сытин

Чернов А.А., Чернявский Г.М. Орбиты спутников дистан-
Ч45 ционного зондирования Земли. Лекции и упражнения. – М.:
Радио и связь, 2004. – 200 с.: ил.

ISBN 5-256-01752-7.

Изложены основы баллистико-навигационного обеспечения космических систем дистанционного зондирования Земли (КС ДЗЗ), функционирующих на солнечно-синхронных кратных круговых орбитах (ССО). Рассмотрены требования, предъявляемые к подобным системам, и приведены соотношения для расчета основных параметров орбиты КА ДЗЗ. Рассматриваются вопросы, связанные с освещенностью точек съемки, определением времени старта КА на ССО, эволюцией параметров орбиты КА под влиянием различного рода возмущений, а также оцениваются запасы топлива, необходимые для стабилизации параметров орбиты около требуемых значений. Предложена методика расчета располагаемой энергетики солнечных батарей, неподвижно закрепленных на корпусе КА, находящегося на ССО. Теоретический материал сопровождается задачами с подобными решениями.

Для инженеров и студентов радиотехнических специальностей, которым необходимо получить общее представление о задачах баллистического обеспечения космических систем ДЗЗ.

Табл. 25. Илл. 95. Библиогр. 18 назв.

ББК 26.23

Введение

При проектировании космических систем дистанционного зондирования Земли (КС ДЗЗ) инженер вынужден учитывать ряд факторов, требований и ограничений. Эти ограничения в конечном счете и определяют область возможных решений проектной задачи. Несколько упрощая ситуацию, их можно разделить на две группы.

Первая группа — это множество ограничений, налагаемых природой и технологией космического аппаратостроения. К ним относят, в том числе, баллистические ограничения: ограничения на высоту и наклонение орбиты космического аппарата (КА), вытекающие из предельных возможностей ракеты-носителя, КА и аппаратуры бортового измерительного комплекса КА (БИК КА); необходимость размещения на КА некоторого запаса топлива для компенсации падения высоты орбиты вследствие атмосферного торможения; необходимость учета прецессии орбиты вследствие несферичности Земли; ограничения на время старта ракеты, обеспечивающие требуемые условия освещенности обследуемых территорий. Вторая группа — это множество ограничений и требований Технического задания. Может случиться, что множества решений, удовлетворяющих всем этим требованиям, не пересекаются. В этом случае на этапе системного проекта взаимоотношения Разработчика и Заказчика перетекают в область итерационных компромиссов с целью нахождения допустимого решения. В конечном счете с учетом и на основании всех этих требований и ограничений определяются структура и функции КС, ее орбитальная группировка и земной сегмент, баллистическое построение, параметры бортовых служебных систем и целевой аппаратуры, устанавливаются диапазоны изменения основных тактико-технических характеристик, обеспечивающих выполнение космической системой ее целевого назначения.

В создании КА принимают участие специалисты разного профиля: проектанты, конструкторы, аэродинамики, прочнисты, баллистики, радиотехники, двигателисты, физики, управленцы и т.д. Разные науки, разные специальности, но при проектировании КА инженеры говорят на одном «техническом языке». И в этой связи необходимо отметить, что студенты радиотехнических специальностей, приступая к работе по космической тематике, испытывают определенные трудности, так как не владеют терминологией и основными сведениями из баллистики и динамики полета. А обойтись без этого невозможно, потому что космический аппарат — это аппарат летающий. Отметим сразу, что здесь речь идет о достаточно элементарных сведениях, которые тем не менее специалист аэрокосмической отрасли должен знать, так как они, образно говоря, составляют «азбуку» космических технологий. В свое время бы-

ло издано достаточное количество литературы по указанной тематике, однако она предназначена для специалистов по космической баллистике и не может быть использована для первоначального ознакомления с предметом инженерами и студентами радиотехнических специальностей. Данная книга имеет своей целью заполнить образовавшуюся нишу и с помощью элементарного математического аппарата познакомить студентов с важнейшим классом орбит — круговых солнечно-синхронных кратных, которые часто используются для построения КС ДЗЗ. Теоретический материал плюс задачи с решениями достаточно подробно освещают эту тему. Приводятся основные необходимые сведения и определения из космической баллистики.

Книга представляет собой конспект семестрового курса, прочитанного авторами на кафедре «Космические информационные технологии» факультета «Радиотехнические системы и устройства» Московского института радиотехники, электроники и автоматики из расчета одна лекция плюс одно семинарское занятие в неделю. Она подготовлена на основе одноименного учебного пособия, изданного в МИРЭА в 2004 г. Использование книги позволяет войти в жесткие временные рамки лекционного курса благодаря экономии лекционного времени за счет ссылок на имеющиеся в ней иллюстрации, графики и упражнения.

Часть материала книги кажется изложенной излишне подробно. Авторы объясняют это тем, что книга не только сообщает студенту определенные сведения, но и служит руководством для выполнения расчетных работ. Поэтому приходится до минимума сокращать расстояние от книги до компьютерной программы. Решение задач является обязательным, так как в них дана часть теоретического материала.

Авторы выражают искреннюю признательность В.Н. Почукаеву, помощь которого при подготовке рукописи вышла далеко за рамки формального рецензирования, О.Г. Сытину как рецензенту книги и соавтору глав 8 и 9, А.И. Назаренко, написавшему раздел 9.6, и А.И. Звереву, принявшему участие в обсуждении рукописи. Эта книга не вышла бы в свет без действенной технической и организационной помощи Г.А. Дмитриева, которому мы выражаем особую благодарность.

Часть первая

Глава 1

Основные понятия и определения

Площадь кривой есть непрестанно рождающееся количество, увеличивающееся непрерывной флюксией, пропорциональной ординате кривой

И. Ньютон. Математические начала натуральной философии. 1687.

В 1665 г. только что окончивший колледж 22-летний бакалавр И. Ньютон (1643–1727), спасаясь от эпидемии чумы, уехал из Кэмбриджа в деревню. В последующие два года он сделал три своих главных открытия: дифференциальное и интегральное исчисление, объяснение природы света и закон всемирного тяготения. На пороге XVIII столетия Ньютон соединил мощные математические методы с данными астрономических наблюдений и основал Небесную механику, подведя итог исследованиям Птолемея, Коперника, Тихо Браге, Кеплера, Галилея.

Из законов Ньютона следует, что в *центральном гравитационном поле* ИСЗ движется по окружности, эллипсу, параболе или гиперболе (центральное поле — это гравитационное поле точечной массы или однородной сферы). При этом траектория лежит целиком в неподвижной плоскости, проведенной через начальное направление скорости и центр Земли. Если начальная скорость не превышает некоторую величину, то траектория представляет собой эллипс, причем центр притяжения находится в одном из его фокусов (мы далее будем говорить только о частном случае эллиптических орбит-круговых орбитах). Если траектория не пересекается с поверхностью Земли, то космический аппарат является искусственным спутником Земли. Баллистические ракеты движутся по эллиптическим траекториям, пересекающим поверхность Земли. Пассивное движение в центральном поле тяготения называют *кеплеровским движением*, а траектории объединяют под общим названием *кеплеровских орбит*.

Поле Земли только в первом приближении может рассматриваться как центральное. Полярное сжатие (сплюснутость) Земли и неравномерность распределения масс делают гравитационное поле отличным от

центрального и оказывают динамическое воздействие на орбиту ИСЗ, в результате чего она отличается от окружности или эллипса. Спутник «прижимается» к Земле, пролетая над областями с более тяжелыми породами и поднимается над более «легкими» областями, отклоняется вправо или влево, притягиваясь к аномальным массам, плоскость орбиты не остается неподвижной относительно инерциального пространства.

Для наглядного представления движения спутника относительно земного наблюдателя строят проекцию траектории полета на поверхность Земли. Эту проекцию называют *трассой полета* ИСЗ. Часть орбиты между двумя последовательными прохождением восходящего узла называют *витком* орбиты. За счет суточного вращения Земли восходящие узлы трассы на каждом витке смещаются по экватору в западном направлении (Земля вращается против часовой стрелки, если смотреть с Северного полюса). Величина этого смещения за один виток называется *межвитковым расстоянием*. Оно определяется угловой скоростью суточного вращения Земли, наклоном орбиты и периодом обращения ИСЗ. Может случиться, что через N суток трасса ИСЗ полностью повторяется, т.е. совпадает с той, что была N суток назад. Орбиты, обладающие таким свойством, называют орбитами *N -суточной кратности*. Слово «кратность» здесь употреблено потому, что у этих орбит период обращения кратен периоду вращения Земли вокруг своей оси (точное определение кратности дано в гл. 5).

Движение ИСЗ как материальной точки описывается шестью обыкновенными нелинейными дифференциальными уравнениями первого порядка — уравнениями динамики Ньютона. В правых частях уравнений стоят действующие на ИСЗ силы притяжения Земли, атмосферного воздействия, тяги маршевых двигателей. Кроме того, здесь могут быть силы, вызванные влиянием Солнца и планет, силы от органов управления аппаратом, а также некоторые «условные силы», появляющиеся из-за специфичности системы координат, в которой рассматривается движение. Чтобы проинтегрировать уравнения движения (в терминах теории дифференциальных уравнений — *решить задачу Коши*), надо иметь шесть начальных условий: положение $\mathbf{r}(t_0)$ и скорость $\mathbf{V}(t_0)$ ИСЗ в начальный момент времени $t = t_0$. Шестимерный вектор $(\mathbf{r}(t), \mathbf{V}(t))$ называют вектором состояния КА. Задавая его в момент $t = t_0$ и интегрируя уравнения движения, мы получаем вектор состояния КА в любой интересующий нас момент времени t в той системе координат, в которой записаны уравнения движения. Впрочем, состояние КА можно задавать не только вектором $(\mathbf{r}(t), \mathbf{V}(t))$. В небесной механике орбиту традиционно описывают другими шестью параметрами — *элементами орбиты* (рис. 1.1):

- a — *большая полуось* и e — *эксцентриситет* характеризуют размер и форму орбиты в ее плоскости;
- Ω — *долгота восходящего узла*, i — *наклонение* и ω — *аргумент перигея* характеризуют положение орбиты в пространстве;

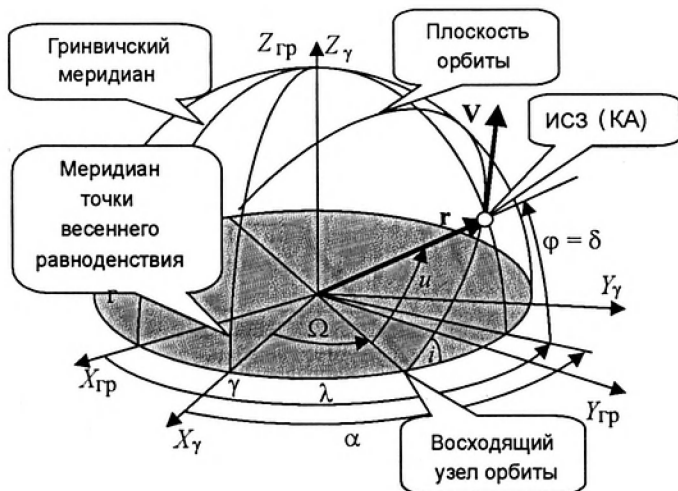


Рис. 1.1. Элементы круговой орбиты ИСЗ: $X_Y Y_Z Z_Y$ — геоцентрическая инерциальная экваториальная система осей координат (СК № 1); $X_{Гр} Y_{Гр} Z_{Гр}$ — гринвичская вращающаяся система координат (СК № 2); r — радиус-вектор КА; V — вектор скорости КА; Ω — долгота восходящего узла орбиты в $X_Y Y_Z Z_Y$; i — наклонение орбиты КА; λ — географическая долгота КА в СК № 2; φ — географическая широта КА; u — аргумент широты КА

- τ — момент времени, когда спутник находился в *перигее*. Вместе с текущим временем t характеризует положение спутника на орбите.

Удобство этих параметров, кроме, конечно, их наглядности, состоит еще и в том, что они для кеплеровского движения — величины постоянные. Вектор состояния ИСЗ в любой момент времени может быть выражен через постоянные элементы орбиты с помощью известных соотношений кеплеровского движения. Кеплеровскую модель движения используют для проектных, приближенных расчетов. Для точного прогноза движения необходим точный учет сил, действующих на КА. В результате модель становится более сложной, движение не кеплеровским, *возмущенным*, а элементы орбиты уже не постоянными, а меняющимися со временем: $a(t)$, $e(t)$, $\Omega(t)$ и т.д. Теперь задача прогнозирования движения ИСЗ сводится, во-первых, к нахождению уравнений, описывающих изменение элементов орбиты во времени, и, во-вторых, к интегрированию этих уравнений.

В небесной механике [5] принято называть уравнения для переменных элементов орбиты — *уравнениями в оскулирующих элементах*, а сами переменные элементы $a(t)$, $e(t)$, $\Omega(t)$ и т.д. — *оскулирующими элементами*. После нахождения оскулирующих элементов, вектор состояния $(\mathbf{r}(t), \mathbf{V}(t))$ находится через них по тем же формулам, что и в невозмущенном кеплеровском движении. Как касательная, которая есть наилучшее линейное приближение к кривой в заданной точке x , так и оскулирующий эллипс есть наилучшее кеплеровское приближение

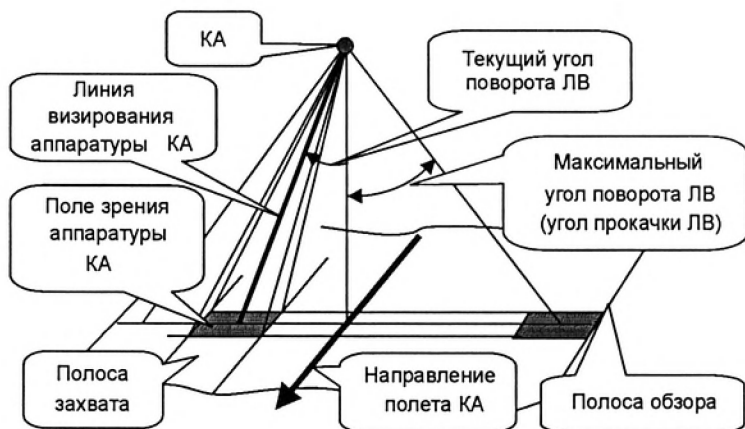


Рис. 1.2. К определению поля зрения, полосы захвата, полосы обзора аппаратуры КА и углов прокачки линии визирования (ЛВ)

к реальному движению в заданный момент времени t . Как в случае с касательной нужно отыскивать новую производную при изменении аргумента x , так же надо отыскивать новый оскулирующий эллипс при изменении *момента оскуляции* t . Таким образом, в небесной механике считают, что ИСЗ всегда движется по эллипсу, который непрерывно меняется, оставаясь, однако, в любой момент эллипсом. Это позволяет в исследованиях не отказываться от простой и хорошо изученной модели эллиптического движения.

Положение любой точки в СК № 1 задается двумя угловыми координатами: прямым восхождением α , измеряемым от оси X_γ в плоскости экватора против часовой стрелки до меридиана точки, и склонением δ , совпадающим с географической широтой φ .

Напомним широко используемые понятия *полосы захвата* и *полосы обзора* бортовой аппаратуры КА (рис. 1.2). *Полоса захвата* аппаратуры КА определяется величиной ее поля зрения. *Полоса обзора* аппаратуры КА определяется размером полосы захвата и максимальным углом отклонения линии визирования от направления на центр Земли (углом прокачки) вследствие либо разворотов самого КА, либо разворотов платформы, на которой аппаратура установлена, либо поворотов оптических элементов, например, зеркал, управляющих положением поля зрения [3].

Приведем значения некоторых часто используемых констант:

$\mu = 3,98601 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$ — гравитационный параметр Земли;

$J_2 = 1,082628 \cdot 10^{-3}$ — безразмерный коэффициент, характеризующий форму Земли, сплюснутую у полюсов. Разность между экваториальным и полярным радиусами примерно 21 км. «Механическая» модель Земли — однородный шар с надетым на него на экваторе обручем. Поле тяготения однородного шара *центральное*; обруч возмущает поле

тяготения шара и поэтому реальное поле тяготения Земли *нецентрально* (хотя в первом приближении его можно считать центральным);

$R_e = 6378,14$ км — экваториальный радиус Земли. Далее в расчетах будем полагать Землю сферой радиуса R_e ;

$T_{cc} = 86400$ с — продолжительность *средних солнечных суток* (или просто суток), т.е. периода обращения Земли вокруг своей оси (в «суточном» движении) относительно направления из центра Земли на Солнце. Суточное вращение Земли происходит против часовой стрелки, если смотреть с Северного полюса;

$T_r = 365,2422$ суток — продолжительность *тропического года*, т.е. времени, в течение которого Земля совершает один полный оборот в своем годичном движении вокруг Солнца. Движение происходит в плоскости *эклиптики*, наклоненной к плоскости экватора Земли (небесного экватора) под углом $23,5^\circ$. На линии пересечения плоскости эклиптики и плоскости экватора расположены точки *весеннего* γ и *осеннего равноденствия*;

$T_{zc} = 86164$ с — продолжительность *звездных суток*, т.е. периода обращения Земли вокруг своей оси (в ее «суточном» движении) относительно инерциального пространства (относительно «неподвижных звезд»). Таким образом, звездные сутки приблизительно на 4 минуты меньше солнечных суток;

$T_{др}$ — *драконический период* обращения спутника — интервал времени между двумя последовательными прохождением КА восходящего узла. Для орбиты нулевой высоты $T_{др} = 84,4$ мин; до высоты 1000 км период увеличивается примерно на 1 мин каждые 50 км.

$\omega_c = 2\pi/(T_r T_{cc}) = 0,199106 \cdot 10^{-6}$ рад/с = $360^\circ/365,2422$ суток = $0,9856^\circ$ /сутки — средняя угловая скорость орбитального движения Земли вокруг Солнца (в плоскости эклиптики);

$\omega_z = 360^\circ/86164$ с = $361^\circ/86400$ с = $7,2921235 \cdot 10^{-5}$ рад/с $\approx 1^\circ$ за 4 мин — средняя угловая скорость суточного вращения Земли вокруг оси относительно инерциального пространства (см. гл. 2);

$[a]$ — целая часть a ; $[a]^+ = \begin{cases} a, & \text{если } a \text{ целое;} \\ [a] + 1, & \text{если } a \text{ не целое.} \end{cases}$

Задача 1.1. ИСЗ на круговой орбите не падает на Землю, потому что сила притяжения спутника Землей

$$G = \mu m / (R_e + h)^2$$

уравновешивается центробежной силой

$$T = mV^2 / (R_e + h).$$

Приравнявая эти силы, находим скорость спутника на высоте h над Землей (*первая космическая*, или *круговая* скорость ИСЗ):

$$V = \sqrt{\frac{\mu}{(R_e + h)}}.$$

Найдите ошибку в рассуждениях.

Г л а в а 2

Измерение времени

Существуют люди, которые утверждают, что... Земля вращается вокруг своей оси с запада на восток, делая один оборот в сутки... И правда, ничто не мешает для большей простоты допустить это. Но эти люди не сознают... что в результате этого все предметы, не опирающиеся на Землю, должны казаться совершающими такое же движение в обратном направлении; ни облака, ни другие летящие или парящие объекты никогда не будут видимы движущимися на восток, поскольку движение Земли к востоку будет отбрасывать их... в обратном направлении.

К. Птолемей. Александрия. II век н.э.

Пришедший к нам из прошлого способ измерения времени связан с изучением **видимого** движения Солнца и звезд по небесной сфере. Следуя создателю «теории неба», величайшему астроному, математику, физику и философу К. Птолемею, в наших рассуждениях мы полагаем, что Солнце и звезды вращаются вокруг неподвижной Земли и течение времени связываем с изменением видимого положения Солнца или звезд на небе. Угол, который направление на Солнце (звезду) образует с плоскостью некоторого меридиана, определяет местное солнечное (звездное) время на данном меридиане. Таким образом, измерение времени фактически сводится к измерению углов на небесной сфере. Радиус небесной сферы — произвольный, ее центр расположен в точке наблюдения (т.е. в Вас) и совпадает в силу малости радиуса Земли по сравнению с расстоянием до Солнца и звезд с центром Земли.

Орбитальное («годовое») движение Земли вокруг Солнца является причиной различия звездного и солнечного времени [8]. Звездные сутки меньше солнечных, так как за звездные сутки Земля в суточном вращении поворачивается вокруг своей оси относительно инерциального пространства на угол 2π , а за солнечные сутки — на угол $\varphi \approx (2\pi + 1^\circ)$ (рис. 2.1). Разница в 1° появляется за счет того, что точка Земли A , время в которой мы измеряем, повернувшись в суточном вращении точно на угол 360° , перейдя в положение A_1 и «прожив» свои звездные сутки,

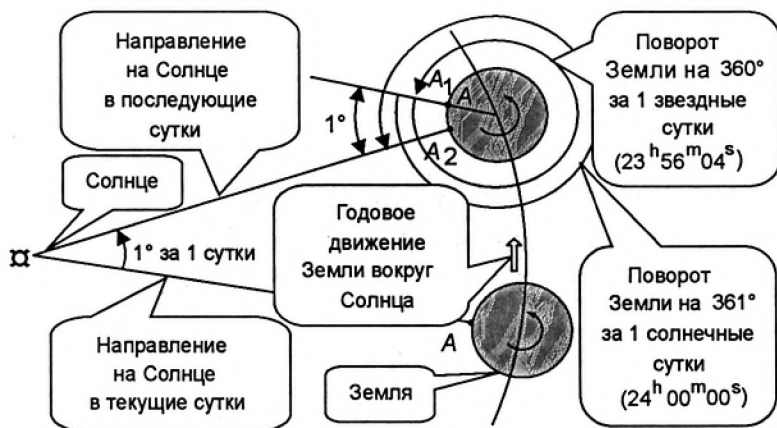


Рис. 2.1. К понятию солнечных и звездных суток

тем не менее солнечные сутки не заканчивает: направление на Солнце она пересечет в точке A_2 еще через $t \approx 4$ минуты, повернувшись еще на $\varphi \approx 1$ градус (точное значение равно $360^\circ/365,2422$ суток = $0,9856^\circ$ за *средние солнечные сутки*).

Мы вынуждены говорить о средних, а не истинных солнечных сутках, потому что годовое движение Земли относительно Солнца не является равномерным. В результате истинные солнечные сутки в течение года имеют различную длительность и не удобны для практической деятельности человека. Поэтому для измерения времени вводится понятие средних солнечных суток, связанных с движением условного «*среднего экваториального Солнца*» — фиктивной точки, **равномерно** движущейся по экватору в ту же сторону, что и реальное Солнце по эклиптике, и совершающее полный оборот по экватору за тот же период, за который истинное Солнце совершает оборот по эклиптике. Для справки заметим, что истинные и средние солнечные сутки совпадают четыре раза в году: 15.04, 14.06, 01.09, 24.12; максимальное отличие между ними в 16 минут достигается в ноябре.

Средние солнечные сутки были выбраны в качестве «первичной» единицы измерения времени. Разбив этот отрезок времени на 24, 1440 и 86400 частей, получаем производные единицы для измерения времени, называемые солнечным часом (1^h), солнечной минутой (1^m) и солнечной секундой (1^s) соответственно.

Это и есть те обычные единицы измерения времени, которыми мы повседневно пользуемся, измеряя их бытовыми часами и опуская слова «средний» и «солнечный». Напомним, что термины «час», «минута» и «секунда» используют не только при измерении времени, но и при измерении углов (сохраняя те же обозначения). Принято, что при измерении углов 1^h — центральный угол, соответствующий дуге в $1/24$ часть окружности; 1^m — $1/60$ часть углового часа; 1^s — $1/60$ часть угловой

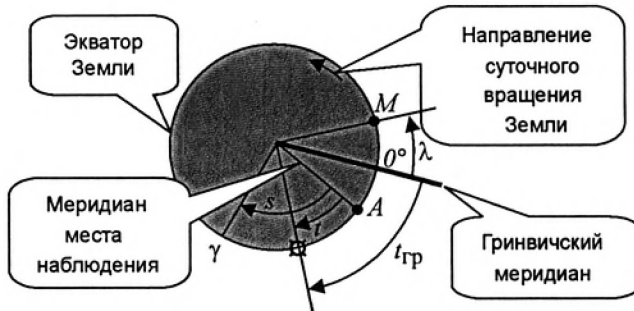


Рис. 2.2. Определение часового угла

минуты. Таким образом, $1^h = 15^\circ$, $1^m = 15'$, а $1^s = 15''$:

$$\frac{(15 \cdot 60 \cdot 60)'' = (15 \cdot 60)' = 15^\circ}{\text{дуговая мера углов}} = \frac{1}{24} \frac{\text{часть}}{\text{окружности}} = \frac{1^h = 60^m = 60 \cdot 60^s}{\text{часовая мера углов}};$$

$$\text{угол } 360^\circ = 2\pi \text{ рад} = 86400^s = 1296000''.$$

Как же измеряется время в данной точке A Земли, точнее, чему равно местное время на меридиане, проходящем через место наблюдения A ? Для измерения времени на меридиане места наблюдения вводится понятие часового угла светила относительно меридиана места (рис. 2.2). В качестве светила при измерении солнечного времени используют Солнце; при измерении звездного времени — точку весеннего равноденствия. Положительное направление измерения часового угла — по часовой стрелке, если смотреть с Северного полюса. Введение часового угла позволяет ответить на поставленный выше вопрос: *местное солнечное время m на меридиане места наблюдения равно часовому углу t среднего Солнца относительно данного меридиана плюс 12 часов, т.е.*

$$m = t^h + 12^h. \quad (2.1)$$

Верхний индекс h показывает, что часовый угол t измеряется в часовой мере. В силу этого определения, например, в момент прохождения Солнца через меридиан места наблюдения часовый угол Солнца $t = 0^h$, и поэтому местное солнечное время $m = 12^h$. Это — средний солнечный полдень.

Итак, мерой времени, протекшего в данной точке A от среднего полудня до текущего момента, является часовый угол t (см. рис. 2.2): среднего Солнца относительно точки A , выраженный в часовой мере. Местное время в точке наблюдения, лежащей на гринвичском меридиане $m_{\text{гр}}$, ввиду особого статуса этого меридиана называют всемирным (гринвичским) временем:

$$m_{\text{гр}} = t_{\text{гр}}^h + 12^h.$$

В один и тот же физический момент времени местное время m_M на

меридиане, находящемся на долготе λ_M , и местное время на Гринвиче связаны между собой соотношением

$$m_M = m_{\text{Гр}} + \lambda_M^h. \quad (2.2)$$

Это положение следует непосредственно из определения часового угла Солнца относительно меридиана точки M (см. рис. 2.2) и выражения (2.1). В формуле (2.2) λ_M^h — географическая долгота т. M в гринвичской вращающейся системе координат, измеряется в часовой мере, положительное направление — против часов. Отсюда получаем, что *разность долгот двух пунктов равна разности их местных времен*. Это — основное положение морской навигации. Интересы ради отметим, что в московском метро разница в местном времени между станциями Молодежная и Щелковская равна 91-й секунде.

Если известно m_M — местное среднее солнечное время какого-либо события в точке M и λ_M^h — географическая долгота точки M , то $T_{\text{Мск}}$ — московское декретное время этого события вычисляется по формуле

$$T_{\text{Мск}} = m_M - \lambda_M^h + 3^h. \quad (2.3)$$

В выражении (2.3) вычитание λ_M^h превращает местное время m_M в гринвичское, а последующее добавление 3^h переводит гринвичское время в *московское декретное* или просто в *московское*, как мы привыкли говорить. $3^h = 2^h$ (время 2-го часового пояса, в котором расположена Москва) + 1^h (это час, добавленный к поясному времени декретом правительства от 16.06.1930). Поясним это подробнее.

В поясной системе измерения времени Земля разделена на 24 меридианальных часовых пояса (с номерами от 0 до 23). Поясное время в смежных поясах различается на 1 час. Границы часовых поясов, теоретически отстоящие на $\pm 7,5^\circ$ по долготе от основного меридиана часового пояса, фактически отражают административное деление территорий и географические особенности — государственные границы, большие реки, водоразделы и т.п. Для всех точек данного часового пояса время принимается одинаковым и равным местному среднему солнечному времени основного меридиана данного часового пояса, т.е. каждый населенный пункт часового пояса живет не по своему местному времени, а по местному времени основного меридиана этого пояса. В каждом из часовых поясов поясное время отличается от всемирного на целое число часов, а минуты и секунды совпадают с гринвичскими. Основным меридианом нулевого пояса является гринвичский. Второй часовой пояс с основным меридианом 30° называют московским, хотя Москва, долгота которой $\lambda = 2^h 30^m = 37,5^\circ$, на основном меридиане этого пояса не лежит. Так что московское время правильнее назвать, например, «сестрорецким» или «лужским» по названию городов Сестрорецк и Луга, лежащих на меридиане 30° .

Заметим еще, что на части территорий России принято время, отличающееся от времени соответствующего часового пояса. Например,

в третьем часовом поясе живут по московскому времени, т.е. по времени второго часового пояса.

Декретом правительства от 16.06.1930 на всей территории СССР часовые стрелки всех часов, шедших по поясному времени, были переведены на 1 час вперед. Это время получило название декретного. Оно равно поясному времени для данного места плюс 1 час. Летом часы переводят еще на 1 час вперед — это «летнее» время. В Центре управления полетом (ЦУПе) ко времени относятся серьезнее — здесь переход на летнее время не практикуется.

Задача 2.1. Всемирное время $m_{\text{гр}} = 22^{\text{h}} 10^{\text{m}} 30^{\text{s}}$. Найти соответствующие ему поясное и декретное время в Москве, долгота которой $\lambda_M^{\text{h}} = 2^{\text{h}} 30^{\text{m}}$.

Задача 2.2. КА проходил над Москвой в 10 час 10 мин по московскому декретному времени. Найти среднее солнечное время в Москве ($\lambda_M^{\text{h}} = 2^{\text{h}} 30^{\text{m}}$) в момент наблюдения КА.

Задача 2.3. Старт КА произведен в $9^{\text{h}} 30^{\text{m}}$ по местному времени с космодрома, долгота которого $\lambda_1 = 128,184^\circ$. Каково будет местное время в пункте наблюдения с долготой $\lambda_2 = 35^\circ 40'$ в момент старта?

Задача 2.4. Предположим, что на КА имеются часы, которые показывают местное солнечное время подспутниковой точки. Как ведут себя показания этих часов, если орбита КА полярная, высотой около 600 км?

Задача 2.5. Пусть в некоторой точке M часовой угол среднего Солнца в текущий момент $t = 45^\circ$. Из формулы (2.1) следует, что местное время в данной точке численно равно величине этого угла, записанной в часовой мере: $m = 45^\circ : 15^\circ/h = 3^{\text{h}}$ (слагаемое 12^{h} в (2.1) можно учесть, сказав, что это 3^{h} после полудня). Но ведь физически Земля за 3^{h} поворачивается не на угол, равный $15^\circ/h \cdot 3^{\text{h}}$, а на угол $\omega_3 \cdot 3^{\text{h}}$. А этот угол больше 45° . Не намного, но больше! Значит, часовому углу в 45° соответствует время не 3^{h} . Значит, формула (2.1) не верна? Найдите ошибку в рассуждениях.

Задача 2.6. В пункте A ($\lambda_A^{\text{h}} = 2^{\text{h}} 24^{\text{m}} 54^{\text{s}}$) местное среднее солнечное время $m_A = 3^{\text{h}} 02^{\text{m}} 17^{\text{s}}$. Найти местное среднее солнечное время в пункте B , долгота которого $\lambda_B^{\text{h}} = 2^{\text{h}} 01^{\text{m}} 01^{\text{s}}$.

Задача 2.7. Летом Вы находитесь в пункте K , лежащем приблизительно на расстоянии $L = 200$ км восточнее Москвы, долгота которой $\lambda_M^{\text{h}} = 2^{\text{h}} 30^{\text{m}}$. В какое время по вашим бытовым часам наступает местный средний солнечный полдень?

Продолжим разговор о времени. Приведенные выше сведения о местном солнечном времени не позволяют определить угловое положение Земли (в ее суточном вращении) в инерциальном пространстве в произвольный момент времени. Для решения этой задачи используется звездное время. Звездное время s на данном меридиане (см. рис. 2.2) равно часовому углу точки весеннего равноденствия γ («точки весны») относительно данного меридиана. В Астрономическом ежегоднике, периодически издаваемом Академией наук, дается звездное время на грин-



Рис. 2.3. К расчету звездного времени

вичском меридиане в среднюю гринвичскую полночь каждого дня года. Эта величина традиционно обозначается S_0 (рис. 2.3).

Звездное время $s_{гр}$ на гринвичском меридиане в момент $m_{гр}$ местного (гринвичского) времени вычисляется по формуле

$$s_{гр} = S_0 + \omega_z m_{гр}, \quad (2.4)$$

где $s_{гр}$ и S_0 измеряются в радианах, $\omega_z = 7,2921235 \cdot 10^{-5}$ рад/с, $m_{гр}$ — местное время на Гринвиче (т.е. время, прошедшее после гринвичской полуночи), измеренное в секундах.

Звездное время в точке M с географической долготой λ_M в момент $m_{гр}$ гринвичского времени вычисляется по формуле

$$s_M = S_0 + \omega_z m_{гр} + \lambda_M. \quad (2.5)$$

Звездное время в точке M с долготой λ_M в момент $T_{Мск}$ московского декретного времени вычисляется по формуле

$$s_M = S_0 + \omega_z (T_{Мск} - 3^h) + \lambda_M. \quad (2.6)$$

Итак, формула (2.5) позволяет найти угол s_M между плоскостью местного меридиана т. M и направлением на точку весны γ в любой момент времени любой даты, т.е. фактически определяет угловое положение Земного шара в пространстве. Этот угол s_M называют звездным временем в т. M . С точностью до знака он совпадает с долготой т. M в геоцентрической экваториальной инерциальной системе координат (СК № 1) или прямым восхождением т. M .

Для приближенных вычислений звездного времени S_0 может служить табл. 2.1.

Т а б л и ц а 2.1
Звездное время S_0 на Гринвиче в среднюю гринвичскую полночь

22 сентября	0 ^h	23 марта	12 ^h
22 октября	2 ^h	23 апреля	14 ^h
22 ноября	4 ^h	23 мая	16 ^h
22 декабря	6 ^h	22 июня	18 ^h
21 января	8 ^h	23 июля	20 ^h
21 февраля	10 ^h	22 августа	22 ^h

Изменяется S_0 со скоростью приблизительно $1^\circ/\text{сутки}$, т.е. со скоростью движения среднего экваториального Солнца. Для более точных расчетов может быть использована формула

$$S_0 = 100,460618374 + 0,9856473662d + 3,879333 \cdot 10^{-4} \tau^2 \text{ град}, \quad (2.7)$$

где d — количество суток, прошедшее от $12^{\text{h}} 1$ января 2000 года до 0^{h} рассматриваемой даты, $\tau = d/36525$. Для нахождения d могут быть использованы стандартные процедуры, имеющиеся в языках программирования. Например, в языке Visual Basic эту задачу выполняет функция DateDiff().

Задача 2.8. Определить долготу т. M в СК № 1 в $10^{\text{h}} 15^{\text{m}} 30^{\text{s}}$ всемирного времени 22 октября. Географическая долгота т. M в гринвичской системе координат $\lambda_M^{\text{h}} = 2^{\text{h}} 30^{\text{m}} 17^{\text{s}}$.

Задача 2.9. Найти звездное время, соответствующее 31 октября $22^{\text{h}} 45^{\text{m}} 48^{\text{s}}$ московского декретного времени, в пункте M с географической долготой $\lambda_M^{\text{h}} = 03^{\text{h}} 00^{\text{m}} 20^{\text{s}}$.

Задача 2.10. Напишите процедуру-функцию $S0$ для нахождения звездного времени на Гринвиче в среднюю гринвичскую полночь даты dd.mm.yyyy (день.месяц.год).

Задача 2.11. Наблюдатель, находившийся в пункте наблюдения A с географической долготой $\lambda_A^{\text{h}} = 6^{\text{h}} 00^{\text{m}} 40^{\text{s}}$, зафиксировал, что встреча двух КА произошла 22 октября в $19^{\text{h}} 47^{\text{m}} 23^{\text{s}}$ по местному времени пункта M с географической долготой $\lambda_M^{\text{h}} = 2^{\text{h}} 30^{\text{m}} 17^{\text{s}}$. Найдите звездное время в пункте наблюдения в этот момент.

Задача 2.12. Когда угловой диаметр Луны больше: когда Вы наблюдаете ее вблизи зенита или вблизи горизонта Земли?

Задача 2.13. На Земле Франца-Иосифа из пункта A на аэросанях 1 декабря в $12^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}}$ местного времени отправляется экспедиция, постоянно держа свой курс в направлении звезды Альдебаран. Экспедиция через сутки должна выйти на связь. Однако не выходит, и поэтому 4 декабря в $12^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}}$ на тех же условиях, что и первая, стартует спасательная экспедиция в расчете пройти по пути первой и обнаружить ее. Верен ли расчет?

Заканчивая разговор об измерении времени, скажем несколько слов о календаре. Полагают, что юлианский календарь был введен в 46 г. до н.э. Продолжительность года в юлианском календаре равнялась 365,25 средних солнечных суток: три года содержали по 365 суток, каждый четвертый — високосный, содержал 366 суток (точное значение тропического года равно 365,2422 средних суток). Счет времени юлианскими годами давал погрешность в измерении времени, равную одним суткам за 128 лет ($1/(365,25 - 365,2422) \approx 128$). К 1582 г. это расхождение (отставание от истинного времени) составило 10 суток, поэтому римский папа Григорий XIII произвел реформу календаря. Во-первых, после 4 октября 1582 г. приказом папы наступило 15 октября, во-вторых, високосными годами не стали считать 1700, 1800, 1900, 2100 и т.д. годы,

в которых число сотен не делится без остатка на 4. Эта модификация календаря (новый стиль) привела к установлению продолжительности года, равной 365,2425 средних солнечных суток. Теперь разница в целые сутки накапливается только за 3333 года.

В России новый стиль в это время введен не был. До XV века год начинался 1 марта. В XV веке Новый год был перенесен на 1 сентября. В 1699 г. Петром Великим велено было вести летоисчисление не по старому обычаю — от «сотворения мира», а по европейски — от Рождества Христова, и начало нового года праздновать не 1 сентября, а 1 января: «Поелику в России считают Новый год по-разному, с сего числа перестать дурить головы людям и считать Новый год повсеместно с 1 января. А в знак доброго начинания и веселия поздравлять друг друга с Новым годом, желая в делах благополучия и в семье благоденствия. В честь Нового года учинять украшения из елей, детей забавлять, на санках катать с гор. А взрослым людям пьянства и мордобоя не учинять — на то других дней хватает». Так, 7208 г. по старому летоисчислению стал 1700 годом по новому.

Новый стиль в России был введен только в 1918 г., при этом 1 февраля было предписано считать 14 февраля, так как расхождение юлианского календаря с истинным временем достигло к 1918 г. уже 13 суток.

Г л а в а 3

Зоны обзора с наземного пункта и с ИСЗ

*Ни одно животное не станет смотреть
вверх... Только это нелепое создание — человек
— тратит время попусту, глаза на небо.*

Г.Д. Уэллс. Это было в каменном веке

Пусть в некоторой точке q на поверхности Земли (рис. 3.1) находится наземный пункт приема информации (ППИ). Проведем через точку q касательную плоскость к поверхности земного шара — плоскость местного горизонта. Зоной видимости (зоной обзора) ППИ назовем область пространства, в которой ИСЗ виден с данного пункта. Причем под видимостью будем понимать «практическую радиовидимость», которая начинается с некоторого минимального угла возвышения наблюдаемой точки над горизонтом $\delta = \delta_{\min} = 5...10^\circ$. Величина минимального угла радиовидимости определяется условиями распространения радиоволн и требованиями уверенного приема сигнала на ИСЗ и ППИ. На рис. 3.1 штриховкой изображена зона радиовидимости ППИ. В пределах этой зоны, ограниченной геоцентрическим углом $\pm\varphi$, ИСЗ, имеющий круговую орбиту высотой h , будет наблюдаться при углах места $\delta > \delta_{\min}$. Найдем выражение для расчета углового радиуса геоцентрической зоны обзора (зоны видимости) ППИ $\varphi = \varphi_\delta$, соответствующей минимальному углу радиовидимости $\delta = \delta_{\min}$. Через R_e обозначим радиус сферической Земли.

Внутренние углы треугольника osq удовлетворяют равенству:

$$(\pi/2 + \delta) + \varphi + \varepsilon = \pi,$$

следовательно,

$$\varphi = \pi/2 - \varepsilon - \delta. \quad (3.1)$$

По теореме синусов имеем

$$\frac{\sin(\pi/2 + \delta)}{R_e + h} = \frac{\sin \varepsilon}{R_e}.$$

Отсюда с учетом равенства $\sin(\pi/2 + \delta) = \cos \delta$ получаем зависимость между углами ε и δ :

$$\varepsilon = \arcsin \left(\frac{R_e}{R_e + h} \cos \delta \right). \quad (3.2)$$

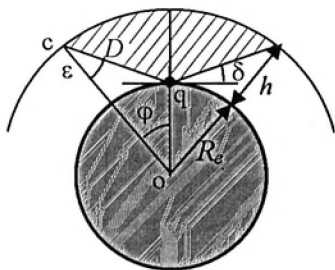


Рис. 3.1. Зона радиовидимости ППИ (точка q)

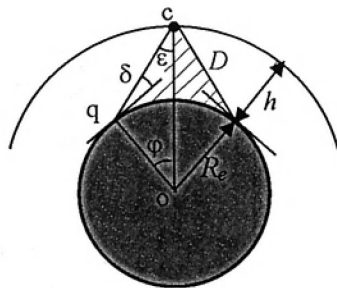


Рис. 3.2. Зона радиовидимости с ИСЗ (точка c)

Подставив ϵ из последнего равенства в (3.1) и воспользовавшись тождеством

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{R_e}{R_e + h} \cos \delta\right) = \arccos\left(\frac{R_e}{R_e + h} \cos \delta\right),$$

получим зависимость центрального угла φ от угла места КА δ :

$$\varphi = \arccos\left(\frac{R_e}{R_e + h} \cos \delta\right) - \delta. \quad (3.3)$$

Положив в (3.3) $\delta = \delta_{\min}$, $\varphi = \varphi_{\delta}$, получим искомое выражение для углового геоцентрического радиуса зоны обзора ППИ:

$$\varphi_{\delta} = \arccos\left(\frac{R_e}{R_e + h} \cos \delta_{\min}\right) - \delta_{\min}. \quad (3.4)$$

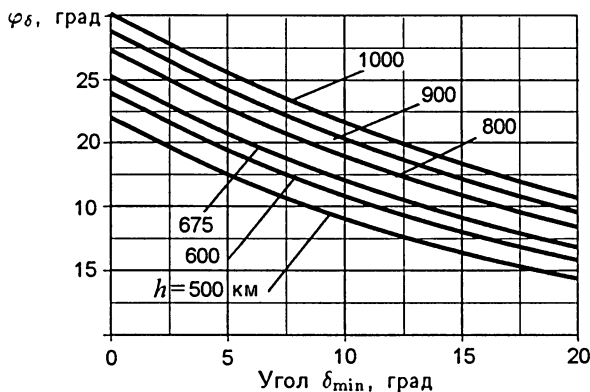
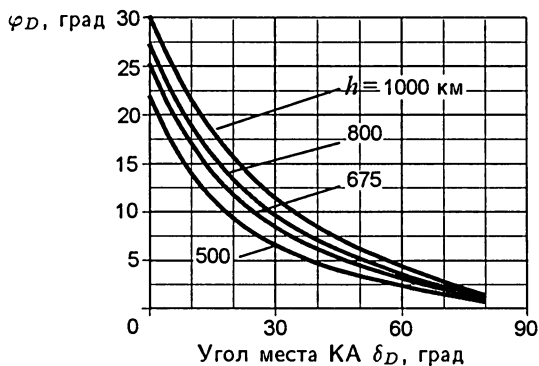
На рис. 3.3 приведены данные расчетов углового радиуса зоны видимости φ_{δ} как функции $\delta_{\min}$ для различных h .

Граница зоны видимости КА с ППИ определяется не только минимальным углом радиовидимости $\delta = \delta_{\min}$, но и максимальной дальностью связи $D_{\max}$, которую может обеспечить аппаратура ППИ и КА. Из треугольника ocq (рис. 3.1) следует выражение для дальности D КА от ППИ, как функции геоцентрического угла φ и высоты полета КА h :

$$D = \sqrt{(R_e + h)^2 + R_e^2 - 2(R_e + h)R_e \cos \varphi}. \quad (3.5)$$

Добавим к этому выражению соотношение (3.3) и положим в них $D = D_{\max}$, $\varphi = \varphi_D$, $\delta = \delta_D$. В результате получим выражения, устанавливающие связь между максимальной дальностью связи $D_{\max}$, углом места КА δ_D , при котором эта дальность достигается, и соответствующим угловым радиусом зоны обзора φ_D :

$$\begin{aligned} D_{\max} &= \sqrt{(R_e + h)^2 + R_e^2 - 2(R_e + h)R_e \cos \varphi_D}; \\ \varphi_D &= \arccos\left(\frac{R_e}{R_e + h} \cos \delta_D\right) - \delta_D. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Рис. 3.3. Зона видимости как функция $\delta_{\min}$ Рис. 3.4. Характеристики зоны видимости ППИ при ограничении дальности видимости $D_{\max}$

На рис. 3.4 и 3.5 приведены данные расчетов $D_{\max}$ и φ_D по формулам (3.6) для различных h и δ_D .

Теперь найдем выражение для расчета φ_ϵ — зоны видимости поверхности Земли с КА (геоцентрический угловой радиус полосы обзора), полагая, что угловое поле обзора аппаратуры КА есть конус с вершиной в КА, с осью, направленной по вертикали и углом полураствора ϵ (см. рис. 3.2).

Повторив проделанные выше выкладки, придем к формуле (3.2), которую теперь запишем в виде:

$$\delta = \arccos \left(\frac{R_e + h}{R_e} \sin \epsilon \right).$$

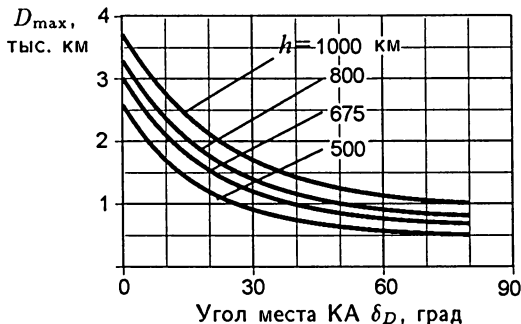


Рис. 3.5. Характеристики зоны видимости ППИ при ограничении дальности видимости $D_{\max}$

Подставляя это соотношение в (3.1), получаем выражение для φ_ϵ :

$$\varphi_\epsilon = \arcsin \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right) \sin \epsilon \right] - \epsilon. \quad (3.7)$$

Найдем теперь обратное соотношение, выразив ϵ как функцию φ_ϵ . Для этого запишем соотношение (3.7) в виде

$$\sin(\varphi_\epsilon + \epsilon) = \left(1 + \frac{h}{R_e} \right) \sin \epsilon.$$

Используя формулу для синуса суммы двух углов, получаем

$$\sin \varphi_\epsilon \cos \epsilon + \cos \varphi_\epsilon \sin \epsilon = \left(1 + \frac{h}{R_e} \right) \sin \epsilon.$$

Разделив обе части равенства на $\sin \epsilon$, получим

$$\frac{\sin \varphi_\epsilon}{\operatorname{tg} \epsilon} = \left(1 + \frac{h}{R_e} \right) - \cos \varphi_\epsilon.$$

Из этого соотношения получаем искомое соотношение для ϵ :

$$\epsilon = \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi_\epsilon}{\left(1 + \frac{h}{R_e} \right) - \cos \varphi_\epsilon}. \quad (3.8)$$

Из выражения (3.7) выразим h как функцию φ_ϵ и ϵ :

$$h = R_e \left(\frac{\sin(\varphi_\epsilon + \epsilon)}{\sin \epsilon} - 1 \right). \quad (3.9)$$

Для рассматриваемых значений h порядка 1000 км и ϵ порядка 30...45°, угол φ_ϵ не превышает 10°, поэтому положим $\sin \varphi_\epsilon \approx \varphi_\epsilon$ и $\cos \varphi_\epsilon \approx 1$. Тогда из выражения (3.8) получим

$$\varphi_\epsilon \approx \frac{h}{R_e} \operatorname{tg} \epsilon. \quad (3.8')$$

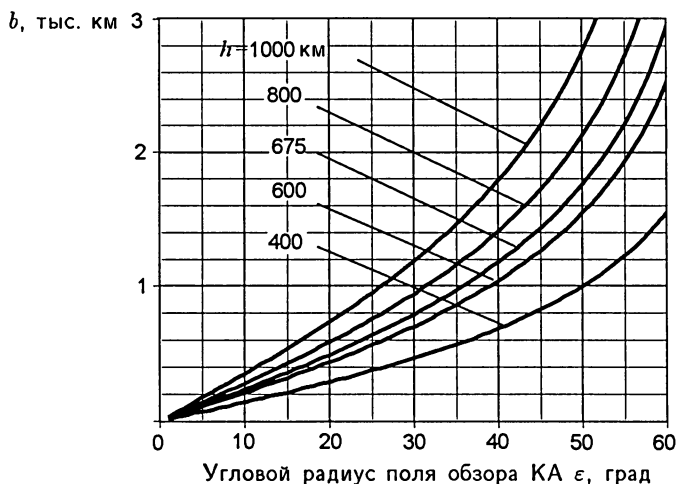


Рис. 3.6. Ширина полосы обзора b , в зависимости от углового радиуса поля зрения аппаратуры ϵ и высоты орбиты h

Соотношения (3.7)–(3.9) позволяют определить одну из переменных h — высоту орбиты КА, ϵ — угловой радиус поля обзора аппаратуры КА, φ_e — геоцентрический угловой радиус полосы обзора КА через две других.

Таким образом, в своем движении относительно Земли ИСЗ аппаратурой с полем обзора 2ϵ «освещает» на поверхности Земли полосу обзора геоцентрической шириной $2\varphi_e$, симметричную относительно трассы полета. Линейный размер полосы обзора $b = R_e 2\varphi_e$, или с учетом выражений (3.7) и (3.8')

$$b = 2R_e \left\{ \arcsin \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right) \sin \epsilon \right] - \epsilon \right\} \approx 2h \operatorname{tg} \epsilon. \quad (3.7')$$

На рис. 3.6 приведены данные расчетов по формуле (3.7'). Заметим, кстати, что линейный размер L на поверхности Земли связан с геоцентрическим углом φ° (в градусах) соотношением $L \approx 111\varphi^\circ$ км.

Может возникнуть вопрос, почему зону радиовидимости ППИ, а тем более зону обзора поверхности Земли с КА оценивают геоцентрическим углом.

Смысл использования геоцентрического представления зон обзора заключается в том, что и положение ППИ и положение КА при проведении баллистических расчетов также задаются геоцентрическими радиус-векторами, следовательно, видимость КА с ППИ легко обнаруживается при вычислении центрального угла μ между этими векторами: если μ меньше углового радиуса зоны обзора, то ППИ видит КА. Для вычисле-

ния угла μ заметим, что векторы $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_{\text{ППИ}}$ могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= r(\cos \varphi \cos \lambda, \cos \varphi \sin \lambda, \sin \varphi)^T; \\ \mathbf{r}_{\text{ППИ}} &= R_e(\cos \varphi_{\text{ППИ}} \cos \lambda_{\text{ППИ}}, \cos \varphi_{\text{ППИ}} \sin \lambda_{\text{ППИ}}, \sin \varphi_{\text{ППИ}})^T,\end{aligned}\quad (3.10)$$

где λ , φ и $\lambda_{\text{ППИ}}$, $\varphi_{\text{ППИ}}$ — долгота и широта КА и ППИ соответственно в некоторой геоцентрической прямоугольной системе координат (не важно в какой). Центральный угол μ между векторами $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_{\text{ППИ}}$ определяется из соотношения

$$\cos \mu = (\mathbf{r}, \mathbf{r}_{\text{ППИ}}) / (r R_e). \quad (3.11)$$

Раскрывая в (3.11) выражение для скалярного произведения и используя при этом соотношения (3.10), получаем:

$$\cos \mu = \sin \varphi \sin \varphi_{\text{ППИ}} + \cos \varphi \cos \varphi_{\text{ППИ}} \cos(\lambda - \lambda_{\text{ППИ}}). \quad (3.12)$$

Координаты ППИ известны, координаты КА определяются интегрированием системы дифференциальных уравнений его движения. Далее определяется угол μ и сравнивается с угловым радиусом зоны обзора. Результат — вывод о видимости КА с заданного ППИ или заданной точки поверхности Земли с КА в текущий момент времени.

Задача 3.1. Антенна ППИ работает при минимальном угле $\delta_{\min} = 5^\circ$ с максимальной дальностью $D_{\max} = 2000$ км. Оцените максимальное время, которое КА, находящийся на круговой орбите $h = 600$ км, может пребывать в зоне радиовидимости ППИ.

Задача 3.2. Определите, под какими углами азимута A и места δ надо установить телевизионную антенну («тарелку») в Москве (долгота $L_M = 37,5^\circ$, широта $B_M = 56^\circ$), чтобы принимать телевизионный сигнал с геостационарного спутника, расположенного на экваторе в точке стояния с географической долготой $L_0 = 36^\circ$ в.д.

Задача 3.3. КА находится на орбите высотой 500 км. Определите размер полосы обзора бортовой аппаратуры, если угол прокачки аппаратуры КА равен $\pm 40^\circ$. Размером поля зрения аппаратуры можно пренебречь.

Задача 3.4. КА находится на круговой орбите высотой h км. Найти максимальную зону радиовидимости ППИ φ_δ , максимальную дальность видимости от ППИ до КА $D_{\max}$, максимальную геоцентрическую зону обзора поверхности Земли со спутника φ_ε , минимальное поле зрения бортовой аппаратуры 2ε для одновременного наблюдения всего земного горизонта.

Анализ требований к баллистическому построению космической системы ДЗЗ

Но позвольте задать вопрос: что важнее, порядок или внутреннее содержание? Конечно же порядок, потому что он задается враз и навсегда и спускается сверху. За ним можно следить, его удобно контролировать. А как ты проконтролируешь внутреннее содержание.

Б. Можаяев. История села Брехово, писанная Петром Афанасьевичем Булкиным

К баллистическому построению КС ДЗЗ, как правило, предъявляются следующие требования [1, 2]:

1. Должен быть обеспечен глобальный обзор Земли, т.е. полное (сплошное, непрерывное) покрытие земного шара полосами захвата (или полосами обзора) бортовой аппаратуры КА (см. рис. 5.3). Время глобального обзора должно быть по возможности минимальным.

2. Должна быть обеспечена заданная периодичность обзора любых локальных районов поверхности Земли (возможно, за исключением ее околополюсных районов).

3. Орбита КА, как правило, должна быть круговой, так как измерительная аппаратура КА настраивается перед пуском на заданную высоту и в полете возможности перенастройки не имеет.

4. На КА устанавливается аппаратура двух типов: СВЧ-аппаратура, не требующая освещенности наблюдаемой поверхности Солнцем, и аппаратура видимого и ИК-диапазонов, требующая освещенности наблюдаемой поверхности при возможно большей высоте Солнца над местным горизонтом. Однако существуют задачи [11], которые требуют, чтобы на снимках просматривались определенного размера тени от изучаемых объектов, а это возможно только при некоторой определенной высоте Солнца над горизонтом.

5. Изменение условий освещенности трассы КА во время съемки должно быть минимальным в течение всего срока активного существования.

6. Высота орбит КА не должна превышать $H_{\text{зад}}$ км, что определяется возможностями бортовой аппаратуры и ракеты-носителя. Например, для современных конверсионных ракет $H_{\text{зад}}$ может иметь величину порядка $H_{\text{зад}} \approx 600$ км (при выводимом полезном грузе $m_{\text{пг}} \approx 300$ кг).

7. Съемка территорий Земли должна производиться на освещенных *восходящих (или нисходящих) ветвях* орбиты.

8. Наклонение орбиты должно находиться в диапазоне, обеспечивающем падение ступеней ракеты-носителя в специально отведенные районы (*районы падения*).

9. Ориентация орбиты относительно Солнца должна быть такой, чтобы обеспечить приемлемые условия работы систем энергоснабжения и терморегулирования КА. Это требование может быть сформулировано, например, таким образом: время пребывания КА в тени Земли не должно превышать τ_T ; выход энергии с солнечных батарей должен быть не менее $p_{ср}^B$ в среднем за виток.

10. Время существования КА должно быть не менее $T_{сущ}$. КА может иметь двигательную установку, которая используется, например, для коррекции высоты орбиты, понижающейся вследствие атмосферного торможения.

Как известно, из-за нецентральности гравитационного поля Земли плоскость орбиты КА не остается неподвижной в пространстве, а поворачивается (прецессирует) вокруг земной оси. При этом восходящий узел орбиты движется вдоль экватора с востока на запад, если наклонение орбиты $i < 90^\circ$, и с запада на восток при $i > 90^\circ$. Скорость смещения узла орбиты $\omega_{пр}$ (рис. 4.1) может быть вычислена по формуле [4]

$$\omega_{пр} = -\frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_e}{a} \right)^2 \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cos i \text{ рад/с,}$$

где $a = R_e + h$ — большая полуось орбиты, h — высота орбиты, положительное направление прецессии имеет, когда восходящий узел движется с запада на восток.

Отсюда следует, что выбирая подходящие значения высоты орбиты и ее наклонения, можно обеспечить *равенство скорости прецессии орбиты и средней угловой скорости годового движения Земли вокруг Солнца*. Подобную орбиту принято называть *солнечно-синхронной (ССО)*. Она «следит» за Солнцем, изменяя свое положение синхронно с направлением Солнце–Земля. Так как видимое годовое движение Солнца по небесной сфере происходит с запада на восток, в отличие от суточного, то и ССО должна прецессировать с запада на восток, следовательно, наклонение ССО должно быть больше 90° .

Солнечно-синхронные орбиты интересны тем, что солнечное время прохождения ИСЗ над одними и теми же точками трассы (а значит, и условия освещенности подспутниковых точек) от витка к витку практически не меняется. Небольшие отличия вызваны тем, что Солнце на небесной сфере движется в плоскости эклиптики, а не в плоскости экватора, и в силу этого перемещается из одного полушария Земли в другое. Таким образом, говоря об условиях освещенности в точке съемки, положение Солнца относительно плоскости ССО можно считать «почти постоянным». Значит, местное время в каждой фиксированной точке

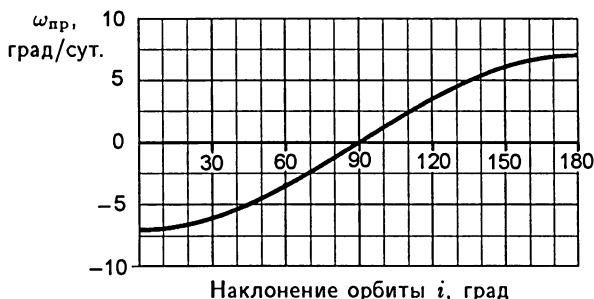


Рис. 4.1. Угловая скорость $\omega_{пр}$ прецессии орбиты в зависимости от ее наклона i

орбиты тоже остается «почти постоянным» в течение всего полета и определяется фактически только временем старта КА.

Отсюда следуют два вывода:

- ориентацию ССО относительно Солнца удобно определять местным солнечным временем в какой-нибудь характерной точке орбиты. В качестве такой точки можно взять восходящий узел орбиты. Обозначим это время $m_{\Omega \uparrow}$;
- на ССО могут быть выполнены условия 4, 5 и 9, а так как ССО может быть круговой с $h < H_{зад}$ км, то и условия 3 и 6 тоже.

Для сравнения заметим, что для орбит, не являющихся ССО, из-за прецессии линии узлов и годового движения Земли местное солнечное время в восходящем узле в течение длительного срока существования может меняться в очень широких пределах. По этой причине солнечная освещенность точек съемки также будет изменяться от нуля до максимального значения, а поэтому условия 4 и 5 для них выполнены не будут. Далее будет показано, что наклонение ССО для высот 400...1000 км составляет $97...98,5^\circ$, т.е. не слишком сильно отклоняется от 90° , поэтому условие обзора всех широт земного шара, необходимое для выполнения условия 1, для ССО тоже обеспечивается. Следовательно:

- ССО может быть выбрана круговой, заданной высоты;
- освещенность Солнцем трассы КА в любой фиксированной точке ССО изменяется во времени сравнительно мало и зависит только от времени года, исключая высокие широты;
- дату и время старта КА можно выбрать такими, чтобы обеспечить заданное $m_{\Omega \uparrow}$ — местное время в восходящем узле орбиты. Задание этого времени полностью определяет орбиту КА при условии, что траектория выведения известна;
- подбором $m_{\Omega \uparrow}$ можно обеспечить условия (требование 7) освещения Солнцем подспутниковых точек либо восходящей, либо нисходящей ветви орбиты, на которой будет производиться съемка, а также условия (требование 9), предъявляемые к орбите системами энергоснабжения и терморегулирования.

Наличие этих свойств позволяет выбрать для построения КС ДЗЗ круговые ССО высотой не более $H_{\text{зад}}$ км как наиболее предпочтительные с точки зрения 1-го, 3-го, 4-го, 5-го и 6-го из приведенных выше требований. Кроме того, на ССО упрощается управление научной аппаратурой, солнечными батареями и системой терморегулирования. Однако условие 1 глобальности и условие 2 периодичности обзора требуют не только возможности просмотра с КА всех широт Земли, но и отсутствия пропусков при просмотре ее поверхности в долготном направлении в течение некоторого заданного Заказчиком периода съемки. Обращаясь к анализу этого требования, заметим, что вследствие вращения Земли смещение трассы КА за виток на любой широте в угловом измерении получается одинаковым. Однако, если рассмотреть эту картину в линейных единицах, то межвитковое расстояние получается наибольшим на экваторе. Поэтому, если на экваторе осуществить сплошное покрытие, то тем более оно будет обеспечено на любой другой широте. Следовательно, выполнение условий 1 и 2 гарантируется, если полосы захвата (или обзора) аппаратуры КА за некоторый фиксированный *период съемки* без разрывов покрывают экватор Земли, а трассы образуют на поверхности Земли сетку из равноотстоящих маршрутов, проходящих в каждом периоде съемки по одним и тем же точкам местности. Орбиты, обладающие такими свойствами периодичности, называют кратными*. Условия 1 и 2 требуют использования кратных орбит сплошного покрытия с минимально возможным периодом съемки, так как только на кратных орбитах может быть обеспечена заданная периодичность наблюдения произвольного локального района поверхности Земли. Из множества этих орбит необходимо выбрать орбиты с наклонением, удовлетворяющим условию 8. Отметим также, что кратные орбиты позволяют разработать и затем осуществлять в ЦУПе типовой план операций управления бортовым комплексом управления (БКУ) и наземным комплексом управления (НКУ), который будет повторяться на любом периоде кратности.

Итак, в качестве допустимых будем рассматривать круговые кратные солнечно-синхронные орбиты сплошного покрытия с минимально возможным периодом съемки, наклонением, обеспечивающим падение ступеней носителя в выделенные районы, и высотой, которую способен обеспечить выбранный носитель. Местное время прохождения восходящего узла должно выбираться таким, чтобы обеспечить требуемые условия освещенности подспутниковой точки для проведения съемок, а также создать требуемые условия для работы систем энергоснабжения и терморегулирования КА.

* По аналогии с солнечно-синхронными, кратные орбиты можно назвать геосинхронными, подчеркивая синхронность вращения Земли и ИСЗ (определение кратных орбит см. в разд. 5), а если они при этом обеспечивают покрытие земного шара без разрывов полосами захвата (обзора) — кратными орбитами сплошного покрытия.

Кратные солнечно-синхронные орбиты полного покрытия

По результатам исследований одонго английского университета, не имеют значения, в каком порядке расположены буквы в слове. Галвоне, чтобы прева и последняя буква были на месте. Остальные буквы могут следовать в любом беспорядке, все равно текст читается без помех. Причиной этого является то, что мы читаем не каждую букву по отдельности, а все слово целиком.

5.1. Кратность орбит, высота и наклонение солнечно-синхронных орбит

Назовем эффективными [7] сутками $T_{\text{эфф}}$ — время, за которое Земля в своем суточном вращении совершает один полный оборот относительно плоскости прецессирующей орбиты:

$$T_{\text{эфф}} = 2\pi/\omega_{\text{З/орб}}, \quad (5.1)$$

где $\omega_{\text{З/орб}}$ — угловая скорость суточного вращения Земли относительно плоскости орбиты.

По определению ССО Земля совершает оборот относительно плоскости орбиты за то же время, что и оборот относительно направления на Солнце, т.е. за одни солнечные сутки, поэтому для ССО

$$T_{\text{эфф}} = T_{\text{сс}} = 86400 \text{ с.} \quad (5.2)$$

Полярная орбита не прецессирует, ее плоскость неподвижна относительно инерциального пространства, поэтому оборот относительно плоскости полярной орбиты Земля совершит за одни звездные сутки:

$$T_{\text{эфф}} = T_{\text{зс}} = 86164 \text{ с.}$$

В случае произвольного наклона орбиты $T_{\text{эфф}}$ вычисляется по формуле (5.1) с учетом направления угловых скоростей вращения Земли и прецессии плоскости орбиты.

Космический аппарат за средние солнечные сутки не обязательно совершает целое число витков, т.е. число $T_{cc}/T_{др}$, где $T_{др}$ — драконический период обращения спутника может быть дробным. Например, при $T_{др} = 5515$ с

$$\frac{T_{cc}}{T_{др}} = \frac{86400}{5515} = 15\frac{4}{6}.$$

Обозначим $n_{пс} = [T_{cc}/T_{др}]$ — целую часть числа $T_{cc}/T_{др}$. Введенную величину $n_{пс}$ будем называть *числом витков в полетных сутках* КА и в соответствии с этим называть орбиты $n_{пс}$ — *витковыми*, например 15-витковыми для $n_{пс} = 15$. В литературе полетные сутки иногда определяют несколько иначе [4, 7], однако в нашем случае это отличие не существенно.

Дадим общее определение кратной орбиты. Будем говорить, что орбита имеет N -суточную кратность, если за N эффективных суток КА делает n полных витков:

$$NT_{эфф} = nT_{др}. \quad (5.3)$$

В этом выражении определим N и n следующим образом: N — целое число (период кратности), $N = 1, 2, 3, \dots$; n — полное число витков КА в периоде кратности N , $n = n_{пс}N + m$; $m = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ для каждого $n_{пс}$. Например, для $N = 6$ имеем $n = 84, 85, \dots, 90, 91, \dots, 95$. Первые шесть значений получены для $n_{пс} = 14$; вторые шесть — для $n_{пс} = 15$. Заметим, что используя операцию сравнения по модулю, можно записать $n \equiv m \pmod{N}$.

Далее мы, как правило, будем рассматривать в примерах только значения $n_{пс} = 14$ и $n_{пс} = 15$. Дело в том, что 16-витковые орбиты имеют слишком малое время существования из-за торможения атмосферой, а орбиты с $n_{пс} < 14$ имеют высоты более 1000 км, которые исключаются в силу требования 6 гл. 4. Смысл параметра m выясним позднее.

Подставляя в (5.3) выражение для $T_{эфф}$ из (5.2), получаем для кратной солнечно-синхронной орбиты:

$$T_{др} = T_{cc}N/n. \quad (5.4)$$

Период $T_{др}$ с учетом нецентральности поля Земли можно записать в виде [4]

$$T_{др} = 2\pi \frac{a_{оск}^{3/2}}{\sqrt{\mu}} - \frac{3\pi R_e^2 J_2}{2\sqrt{\mu} a_{оск}} (1 + 5\cos^2 i). \quad (5.5)$$

где $a_{оск}$ — оскулирующая большая полуось орбиты, определенная в ее восходящем узле. Приравняв правые части (5.4) и (5.5), получаем для определения $a_{оск}$ кратной орбиты уравнение

$$2\pi \frac{a_{оск}^{3/2}}{\sqrt{\mu}} = T_{cc} \left(\frac{N}{n} \right) + \frac{3\pi R_e^2 J_2}{2\sqrt{\mu} a_{оск}} (1 + 5\cos^2 i). \quad (5.6)$$

Для нахождения $a_{\text{оск}}$ из уравнения (5.6) воспользуемся методом последовательных приближений. Запишем уравнение (5.6) в виде

$$f(a_{\text{оск}}) = C + \varphi(a_{\text{оск}}), \quad (5.7)$$

где

$$f(a_{\text{оск}}) = 2\pi \frac{a_{\text{оск}}^{3/2}}{\sqrt{\mu}}; \quad C = T_{\text{сс}} \left(\frac{N}{n} \right); \quad \varphi(a_{\text{оск}}) = \frac{3\pi R_e^2 J_2}{2\sqrt{\mu} a_{\text{оск}}} (1 + 5 \cos^2 i).$$

Известно, что поправка к оскулирующему периоду (второе слагаемое в выражении (5.5)) много меньше самого периода. Для ССО она не превышает 4,5 с в то время, как период может достигать 13600 с. Поэтому, временно пренебрегая величиной $\varphi(a_{\text{оск}})$ в (5.7), получаем соотношение

$$f(a) = C, \quad (5.8)$$

из которого найдем a (первое приближение для $a_{\text{оск}}$):

$$a = \left(\frac{T_{\text{сс}} \sqrt{\mu}}{2\pi} \right)^{2/3} \left(\frac{N}{n} \right)^{2/3}. \quad (5.9)$$

Подставляя в (5.9) значения $T_{\text{сс}}$, μ и π , получаем

$$a = 42241,12 \left(\frac{N}{n} \right)^{2/3}. \quad (5.10)$$

Теперь уточним найденное значение. Для этого представим $a_{\text{оск}}$ в виде $a_{\text{оск}} = a + \delta a$. Тогда (5.7) примет вид

$$f(a + \delta a) = C + \varphi(a + \delta a).$$

Разложим левую и правую части последнего соотношения в ряд с сохранением линейных членов, воспользуемся соотношением (5.8) и пренебрежем в силу малости линейным членом в разложении $\varphi(a + \delta a)$. Получим

$$\frac{\partial f(a)}{\partial a} \delta a = \varphi(a).$$

Отсюда следует:

$$\delta a = \frac{\varphi(a)}{\frac{df}{da}(a)} = 0,5 \frac{R_e^2 J_2}{a} (1 + 5 \cos^2 i).$$

Таким образом, для $a_{\text{оск}}$ на экваторе получаем

$$a_{\text{оск}} = a + \delta a = 42241,12 \left(\frac{N}{n} \right)^{2/3} + 0,5 \frac{R_e^2 J_2}{a} (1 + 5 \cos^2 i). \quad (5.11)$$

Если требования к точности расчетов позволяют пренебречь вторым членом в выражении (5.11), то для определения $a_{\text{оск}}$ можно пользоваться формулой (5.10):

$$a_{\text{оск}} \approx a = 42241,12 \left(\frac{N}{n} \right)^{2/3} = 42241,12 \frac{1}{(n_{\text{пс}} + m/N)^{2/3}} \text{ км.}$$

Отметим, что для ССО величина второго члена в выражении (5.11) равна $\delta a \approx 3...11$ км, поэтому пренебрежение им дает погрешность в определении высоты орбиты $1...0,2$ % (см. задачу 5.1). В этом случае высота круговой орбиты (в километрах) на экваторе определяется формулой

$$h = 42241,12 \left(\frac{N}{n} \right)^{2/3} - R_e = 42241,12 \frac{1}{(n_{\text{пс}} + m/N)^{2/3}} - 6378,14. \quad (5.11')$$

Для нахождения наклонения ССО запишем условие ее солнечной синхронности:

$$\omega_{\text{пр}} = \omega_C = 0,199106 \cdot 10^{-6} \text{ рад/с,}$$

где

$$\omega_{\text{пр}} = -\frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_e}{a} \right)^2 \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cos i = -\frac{3}{2} J_2 R_e^2 \sqrt{\mu} \frac{1}{a^{7/2}} \cos i \text{ рад/с.}$$

Отсюда следует выражение для $\cos i$ ССО:

$$\cos i = -\frac{\omega_C}{1,5 J_2 R_e^2 \sqrt{\mu}} a^{7/2}, \quad (5.12)$$

которое после подстановки значений J_2 , R_e , μ и ω_C преобразуется к виду

$$a = 12352,54 (-\cos i)^{2/7} \text{ км.} \quad (5.13)$$

Итак, мы имеем выражение (5.10) для большой полуоси кратной орбиты (поправкой δa пренебрегаем) и выражение (5.13) для большой полуоси ССО. Приравнявая эти выражения, получаем для кратной солнечно-синхронной орбиты

$$\cos i = -73,942 \left(\frac{N}{n} \right)^{7/3}, \quad (5.14)$$

или

$$\frac{N}{n} = 0,1581 (-\cos i)^{3/7}.$$

Так как $|\cos i| \leq 1$, то из (5.13) следует, что высота h ССО ограничена сверху величиной 5975 км (рис. 5.1):

$$h = a - R_e \leq 12352,54 - 6378,14 \approx 5975 \text{ км.}$$

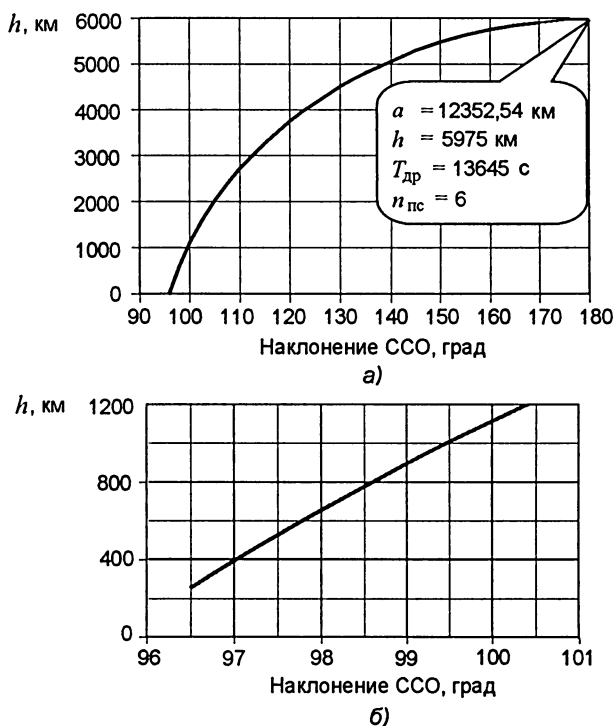


Рис. 5.1. Высота h ССО как функция ее наклона

В свою очередь, из (5.13) и из естественного ограничения $a \geq R_e = 6378,14$ км следует ограничение на наклонение ССО:

$$i \geq 95,68^\circ.$$

Для кратных ССО из условия $|\cos i| \leq 1$ в (5.14) следует ограничение (см. задачу 5.2)

$$0,0587 \leq N/n \leq 0,1581.$$

В заключение этого раздела отметим следующее. Из определения кратности ССО (см. выражение (5.3))

$$\frac{86400}{T_{\text{др}}} = \frac{n}{N}$$

следует, что для любых допустимых в смысле определения (5.3) N и n всегда можно найти орбиту некоторой кратности. Для этого по заданным N и n из (5.4) находим драконический период $T_{\text{др}}$, а из (5.14) — наклонение i . Затем из выражений (5.11) или (5.13) определяем полуось орбиты $a_{\text{оск}}$ и ее высоту.

Обратное, вообще говоря, не верно. Если задана высота орбиты

Т а б л и ц а 5.1

Параметры круговых кратных ССО

N	$n_{\text{пс}}$	m	h , км	i , град	$T_{\text{др}}$, с	$L_{\text{сут}}$, км	$L_{\text{МВ}}$, км	c , км
1	14	0	897	99,0	6171	0	2863	2863
	15	0	570	97,7	5760	0	2672	2762
2	14	0	897	99,0	6171	0	2863	2863
	1	1	729	98,3	5959	1382	2764	1382
	15	0	570	97,7	5760	0	2672	2672
	1	1	420	97,1	5574	1293	2585	1293
3	14	0	897	99,0	6171	0	2863	2863
	1	1	784	98,5	6028	932	2796	932
	2	2	675	98,1	5891	1822	2732	911
	0	0	570	97,7	5760	0	2672	2672
	15	1	469	97,3	5635	871	2614	871
	2	2	372	96,9	5515	1705	2558	853
4	14	0	897	99,0	6171	0	2863	2863
	1	1	812	98,6	6063	703	2812	703
	2	2	729	98,3	5959	1382	2764	1382
	3	3	649	98,0	5858	2038	2717	679
	15	0	570	97,7	5760	0	2672	2672
	1	1	494	97,4	5666	657	2628	657
	2	2	420	97,1	5574	1293	2585	1293
	3	3	384	96,8	5486	1908	2544	636
5	14	0	897	99,0	6171	0	2863	2863
	1	1	829	98,7	6085	564	2822	564
	2	2	762	98,4	6000	1113	2783	557
	3	3	697	98,2	5918	1647	2745	549
	4	4	633	97,9	5838	2166	2708	542
	0	0	570	97,7	5760	0	2672	2672
	15	1	509	97,4	5684	527	2637	527
	2	2	450	97,2	5610	1041	2602	521
	3	3	391	97,0	5538	1541	2569	514
	4	4	334	96,8	5468	2029	2536	507

(или, что то же самое, ее период $T_{\text{др}}$), то такая орбита «не обязана» иметь какую-то кратность. Она будет кратной, если отношение $86400/T_{\text{др}}$ есть число рациональное и значит может быть представлено как отношение p/q двух взаимно простых натуральных чисел. Если же это отношение есть число иррациональное, то орбита с указанным периодом $T_{\text{др}}$ не может иметь какую-либо кратность. Утешением в данном случае может служить тот факт, что иррациональное число с любой степенью точности может быть приближено рациональным числом p/q . В частности, можно найти десятичную дробь, как угодно мало отличающуюся от данного иррационального числа. А так как численные расчеты могут проводиться только с конечным числом десятичных знаков, то это дает определенные основания говорить, что «все орбиты — кратные», только кратность их может быть весьма велика.

В табл. 5.1, 5.2 и на рис. 5.2 приведены некоторые параметры круговых кратных ССО, рассчитанные по приведенным выше соотношениям. Высота в табл. 5.2 рассчитывалась с учетом поправки δa по формуле (5.11). Поправка $\delta a \approx 3,5$ км. Обратим внимание на рис. 5.2, где даны

Таблица 5.2.6

Высота круговых кратных ССО ($n_{\text{лс}} = 15$; $n = n_{\text{лс}}N + m$)

N	m												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	570,3												
2	570,3	420,2											
3	570,3	469,3	371,9										
4	570,3	494,2	420,2	348,1									
5	570,3	509,3	449,6	391,1	333,9								
6	570,3	519,4	469,3	420,2	371,9	324,5							
7	570,3	526,6	483,5	441,1	399,4	358,3	317,8						
8	570,3	532,0	494,2	457,0	420,2	383,9	348,1	312,8					
9	570,3	536,3	502,6	469,3	436,5	404,0	371,9	340,2	308,9				
10	570,3	539,6	509,3	479,3	449,6	420,2	391,1	362,4	333,9	305,8			
11	570,3	542,4	514,8	487,4	460,3	433,5	406,9	380,6	354,6	328,8	303,2		
12	570,3	544,7	519,4	494,2	469,3	444,7	420,2	396,0	371,9	348,1	324,5	301,1	
13	570,3	546,7	523,3	500,0	477,0	454,1	431,5	409,0	386,7	364,6	342,7	320,9	299,3
14	570,3	548,4	526,6	505,0	483,5	462,3	441,1	420,2	399,4	378,8	358,3	338,0	317,8
15	570,3	549,8	529,5	509,3	489,2	469,3	449,6	430,0	410,5	391,1	371,9	352,9	333,9
16	570,3	551,1	532,0	513,1	494,2	475,5	457,0	438,5	420,2	402,0	383,9	366,0	348,1
17	570,3	552,2	534,3	516,4	498,7	481,0	463,5	446,1	428,8	411,6	394,5	377,6	360,7
18	570,3	553,2	536,3	519,4	502,6	485,9	469,3	452,9	436,5	420,2	404,0	387,9	371,9
19	570,3	554,1	538,0	522,0	506,1	490,3	474,6	458,9	443,4	427,9	412,5	397,2	382,0
20	570,3	554,9	539,6	524,4	509,3	494,2	479,3	464,4	449,6	434,8	420,2	405,6	391,1
21	570,3	555,7	541,1	526,6	512,2	497,8	483,5	469,3	455,2	441,1	427,2	413,2	399,4
22	570,3	556,3	542,4	528,6	514,8	501,1	487,4	473,8	460,3	446,9	433,5	420,2	406,9
23	570,3	556,9	543,6	530,4	517,2	504,0	491,0	478,0	465,0	452,1	439,3	426,6	413,9
24	570,3	557,5	544,7	532,0	519,4	506,8	494,2	481,8	469,3	457,0	444,7	432,4	420,2
													297,8
													315,1
													330,4
													343,9
													356,0
													366,9
													376,7
													385,6
													393,8
													401,2
													408,0

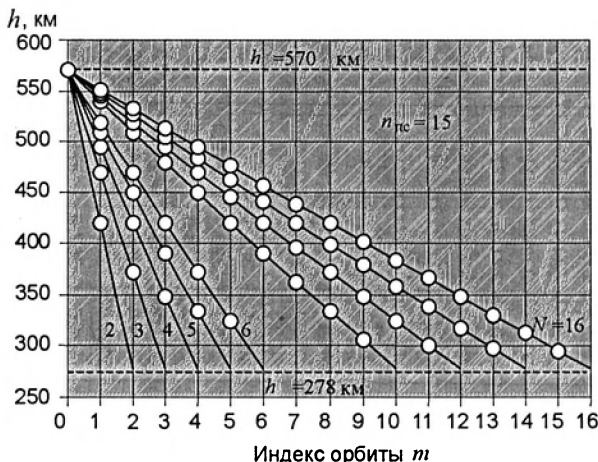


Рис. 5.2. Кратные ССО одного класса

графики зависимости $h = f(m, N, n_{\text{пс}})$, построенные по формуле (5.11') для параметров $N = 1, 2, \dots, 16$ и $n_{\text{пс}} = 15$.

С достаточной для проектной практики точностью можно считать, что эта зависимость изображается прямой линией. Это означает, что высоту круговых кратных ССО можно найти фактически не проводя численных расчетов, с помощью «карандаша и линейки». Нужно только знать нижнюю и верхнюю высоты рассматриваемого класса орбит (см. задачу 5.3). Для класса $n_{\text{пс}} = 15$ это $h_{\text{max}} = 570$ км, $h_{\text{min}} = 278$ км. Затем для разных N (на рис. 5.2 это $N = 2, \dots, 16$) строится пучок прямых, исходящих из точки $(m = 0, h = h_{\text{max}})$ к точкам $(m, h = h_{\text{min}})$, $m = 1, 2, \dots, N - 1$. При любом фиксированном m (на рис. 5.2 от $m = 0$ до $m = 15$) этот пучок определяет высоты всех возможных ССО кратности до $N - 1$. Это построение показывает (см. задачу 5.3) некоторые любопытные свойства круговых кратных ССО, например, орбит кратности N в классе ровно N , количество всех орбит кратности до N включительно в одном классе $K_N = N(N + 1)/2$, высоты орбит в данном классе определяются только отношением m/N и поэтому орбиты, у которых отношение m/N совпадает, имеют одну и ту же высоту.

5.2. Суточное смещение трассы. Полное покрытие территории экватора полосами обзора аппаратуры КА

Отношение n/N в определении кратности (5.3) можно представить в виде правильной дроби:

$$\frac{n}{N} = \left\{ n_{\text{пс}} \frac{m}{N} \right\},$$

где $m = 0, 1, 2, \dots, N - 1$; m — целое число витков, которые КА совершит в период кратности N за счет **превышения** суточного числа витков (n/N) над числом витков в полетных сутках $n_{\text{пс}} = [n/N]$. Здесь, как и ранее, $[\cdot]$ — целая часть числа. Подчеркнем, что в последнем выражении мы имеем ввиду именно дробь, а не произведение $n_{\text{пс}}m/N$. Например, для $n = 94$ и $N = 6$ имеем

$$\frac{n}{N} = \frac{94}{6} = 15\frac{4}{6}.$$

Этим соотношением описана 15-витковая орбита шестисуточной кратности с $m = 4$, что дает за период кратности $N = 6$ общее число витков $n = n_{\text{пс}}N + m = 15 \cdot 6 + 4 = 94$. Обратим внимание, что дробь $15\frac{4}{6}$ может быть записана также в виде $15\frac{2}{3}$, которая описывает уже 15-витковую орбиту трехсуточной кратности с $m = 2$. Это дает за период кратности $n = n_{\text{пс}}N + m = 15 \cdot 3 + 2 = 47$ витков (!), что противоречит указанному ранее числу $n = 94$. В действительности это противоречие лишь кажущееся. В самом деле, если на 15-витковой орбите КА за период кратности $N = 6$ суток «накрутит» $m = 4$ дополнительных витка, то это означает, что он на этой же самой орбите за трое суток «накручивает» два дополнительных витка. Но это как раз и означает, что речь идет о 15-суточной орбите трехсуточной кратности с $m = 2$ и, следовательно, с $n = n_{\text{пс}}N + m = 15 \cdot 3 + 2 = 47$. Таким образом, 15-витковая орбита шестисуточной кратности с $m = 4$ в то же время является 15-витковой орбитой трехсуточной кратности с $m = 2$. Таблица 5.1 подтверждает сказанное: высоты этих орбит равны.

Будем далее для краткости m называть *индексом кратной орбиты* и будем полагать, что сокращение m и N на одно и то же число, если это было возможно, уже произведено, т.е. m и N взаимно простые натуральные числа. Понятно, что значению $m = 0$ соответствует $n_{\text{пс}}$ -витковая орбита односуточной кратности, так как в этом случае КА совершает в одни средние солнечные сутки ровно $n_{\text{пс}}$ витков. Отметим также, что индекс орбиты m не может превышать $N - 1$. Рассмотрим, например, орбиту трехсуточной кратности с $n_{\text{пс}} = 14$. Значению $m = 0$ соответствует орбита односуточной кратности; на орбите с $m = 1$ КА к 42 виткам добавит за трое суток еще один виток; на орбите с $m = 2$ — еще два витка; на орбите с $m = 3$ — еще три витка, но это означает, что каждые сутки к $n_{\text{пс}}$ виткам он добавлял один виток, т.е. уже имел орбиту не с $n_{\text{пс}} = 14$, а с $n_{\text{пс}} = 15$.

Как уже упоминалось, для ССО $T_{\text{эфф}} = T_{\text{сс}}$. Из этого определения следует, что на кратной орбите за N суток КА совершит точно n витков:

$$n = N \left\{ n_{\text{пс}} \frac{m}{N} \right\} = N \left(n_{\text{пс}} + \frac{m}{N} \right) = n_{\text{пс}}N + m,$$

что эквивалентно определению кратности в смысле (5.3).

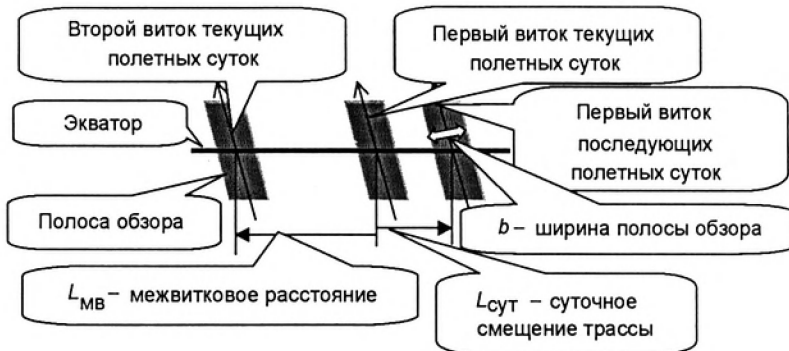


Рис. 5.3. Межвитковое и суточное смещение трассы КА

Рассмотрим теперь *суточное смещение (сдвиг) трассы*, понимая под ним расстояние по экватору между восходящими узлами первого витка текущих и последующих полетных суток (рис. 5.3). Суточный сдвиг трассы происходит в том случае, когда орбита имеет не односуточную кратность, точнее, если орбита имеет индекс $m \neq 0$. В этом случае КА за средние солнечные сутки совершает $n/N = n_{\text{пс}} + m/N$ витков. Так как в полетные сутки включаются только $n_{\text{пс}}$ витков, от момента окончания $n_{\text{пс}}$ -го витка до окончания средних солнечных суток останется время, равное $(m/N)T_{\text{др}}$, которому соответствует геоцентрический угол поворота Земли относительно плоскости орбиты, равный $\frac{m}{N}T_{\text{др}}\frac{2\pi}{T_{\text{сб}}}$.

Следовательно, в СК № 2 долгота начала первого витка новых полетных суток сдвинется в **восточном** направлении относительно начала первого витка предыдущих полетных суток. Это и есть *суточный сдвиг*, который в линейной мере будет равен

$$L_{\text{сут}} = \frac{m}{N}T_{\text{др}}\frac{2\pi}{T_{\text{сб}}}R_e = \frac{m}{N}\frac{T_{\text{др}}}{T_{\text{сб}}}2\pi R_e.$$

Учитывая соотношение (5.3) для кратных ССО, получаем

$$L_{\text{сут}} = \frac{m}{n}2\pi R_e = \frac{m}{n_{\text{пс}}N + m}2\pi R_e = \frac{m/N}{n_{\text{пс}} + m/N}2\pi R_e, \quad (5.15)$$

где, как и ранее, N — кратность орбиты; m — индекс орбиты, $n_{\text{пс}}$ — число витков в полетных сутках (класс орбиты). Заметим теперь, что для кратных ССО межвитковое расстояние на экваторе в линейной мере может быть записано в виде

$$L_{\text{МВ}} = \frac{2\pi}{T_{\text{сб}}}T_{\text{др}}R_e = \frac{N}{n}2\pi R_e = \frac{1}{n_{\text{пс}} + m/N}2\pi R_e. \quad (5.15')$$

Величины $L_{\text{сут}}$ и $L_{\text{МВ}}$ приведены в табл. 5.2. Сравнивая последнее

выражение с выражением (5.15), получаем

$$\frac{L_{\text{МВ}}}{L_{\text{СУТ}}} = \frac{N}{m}, \quad m \neq 0,$$

или

$$L_{\text{СУТ}}N = L_{\text{МВ}}m. \quad (5.16)$$

Выражение (5.16) позволяет сформулировать еще одно определение кратности ССО, теперь уже в терминах, связанных с трассой КА: « *m межвитковых расстояний равны N суточным сдвигам*». Это определение не используется для $m = 0$. Мы еще раз убеждаемся в необходимости при исследовании кратности орбит указывать для них не только период кратности N , но и индекс орбиты m . Поэтому для указания кратности далее будем использовать обозначение $K = [N; m]$ или $K = N_m$. Величину $L_{\text{СУТ}}N = L_{\text{МВ}}m$ назовем L_N — *сдвигом трассы за период кратности N* . Необходимость использования этого понятия обусловлена тем, что повторяемость (изомаршрутность) расположения трасс на поверхности Земли, которая собственно и дает основание для рассмотрения кратных орбит, проявляется не на межвитковом расстоянии $L_{\text{МВ}}$, а на участке экватора длиной L_N . Сдвиг трассы за период кратности L_N можно считать «образом экватора», и поэтому свойства кратных орбит, например полноту и частоту покрытия экватора полосами обзора бортовой аппаратуры, изучать не на всей длине экватора*, а только на части его, равной L_N . В частном случае $m = 1$ имеем $L_N = L_{\text{МВ}}$, и все особенности трасс, связанные с кратностью, действительно проявляются на одном межвитковом расстоянии. Если же $m > 1$, то для изучения эффектов, связанных с кратностью, необходимо рассматривать картину распределения трасс на сдвиге $L_N = mL_{\text{МВ}}$.

На рис. 5.4 показано расположение восходящих узлов орбиты за период кратности. Для определенности представлен случай $N = 11$, $m = 4$, поэтому на четырех межвитковых расстояниях располагаются 11 суточных сдвигов. Следовательно, сдвиг трассы за период кратности $L_N = 4L_{\text{МВ}}$. Это обязывает нас принимать к рассмотрению четыре межвитковых расстояния и, значит, изображать на рисунке восходящие узлы для четырех последовательных витков периода кратности.

Понятно, что они располагаются через одно межвитковое расстояние друг от друга. В каждые следующие сутки эти узлы, сохраняя свое взаимное расположение, сдвигаются вправо на один суточный сдвиг $L_{\text{СУТ}}$. Так строится картинка для всех 11 суток. На построенной схеме видно, что на каждый суточный сдвиг за период кратности обязательно попадает по m восходящих узлов орбиты. Не приводя строгого доказательства, объясним суть дела. Рассмотрим, например, отрезок

* Здесь нам удобнее полагать, что $L_N < 2\pi R_E$. На практике чаще всего это так. Однако неравенство может быть и обратным.

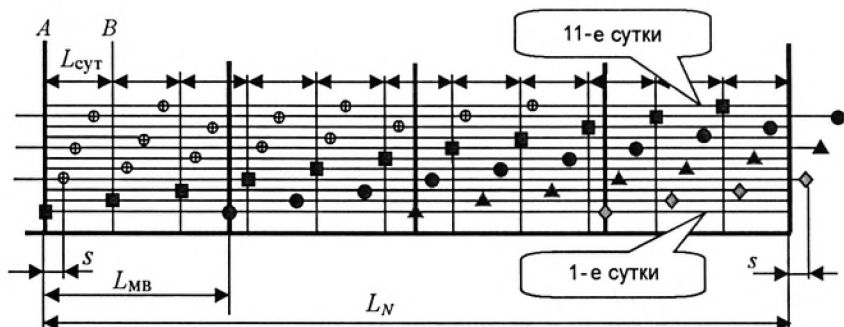


Рис. 5.4. Схема расположения восходящих узлов первого ($\diamond$), второго (Δ), третьего ($\circ$), четвертого ($\square$) и последующих ($\oplus$) витков на периоде кратности, $K = [11; 4]$, $L_N = 4L_{MB}$

AB первого суточного сдвига. В первые сутки в левой крайней точке A этого отрезка находится восходящий узел *четвертого* витка данного периода кратности. На вторые и на третьи сутки узлы всех четырех витков, сохраняя свое взаимное расположение, сдвигаются на один суточный сдвиг вправо. В четвертые сутки (через $[L_{MB}/L_{сут}] + 1 = 3$ суток) узел первого витка выходит из межвиткового расстояния за правую границу сдвига L_N . Это смещение на рис. 5.4 обозначено через s . А на первом суточном сдвиге, причем на том же расстоянии s от левой границы L_N (точки A), появляется узел пятого витка. Сдвиг s от точки A можно оценить по формуле

$$s = \left(\left[\frac{L_{MB}}{L_{сут}} \right] + 1 \right) L_{сут} - L_{MB}.$$

Учтем, что $L_{сут}N = L_{MB}m$ (см. выражение (5.16)), тогда последнее равенство примет вид

$$s = \left(\left[\frac{N}{m} \right] + 1 - \frac{N}{m} \right) L_{сут}. \quad (5.17)$$

Так как m и N целые и $m = 1, \dots, N-1$, то N/m можно представить в виде $\frac{N}{m} = \left[\frac{N}{m} \right] + \frac{l}{m}$, где l — некоторое целое число, принадлежащее отрезку $[1, m-1]$. Следовательно, выражение (5.17) принимает вид

$$s = \left(1 - \frac{l}{m} \right) L_{сут}.$$

Это выражение может быть записано в виде

$$s = \left(\frac{m-l}{m} \right) L_{сут} = \frac{q}{m} L_{сут}. \quad (5.18)$$

где q — некоторое целое число, принадлежащее отрезку $[1, m-1]$ (в данном случае $q = 1$).

В следующие трое суток картина повторяется, в результате чего в седьмые сутки за правую границу L_N выходит узел 2-го витка, а на первом суточном сдвиге соответственно появляется узел 6-го витка. Расстояние его от точки A также будет описываться выражением (5.18), но с другим значением q . Еще через трое суток на первый суточный сдвиг попадет узел 7-го витка. Таким образом, для рассматриваемого на рис. 5.4 случая кратности $[11; 4]$ на отрезок AB попадет четыре узла: один попадает в точку A , другой располагается от т. A на расстоянии $(1/4)L_{\text{сут}}$, третий — $(2/4)L_{\text{сут}}$, четвертый — $(3/4)L_{\text{сут}}$.

Заметим, что в данном случае q принимает последовательно возрастающие значения $q = 1, 2, 3, 4$. Для других кратностей значения q могут и не быть последовательно возрастающими, например для $K = [11, 7]$ имеем $q = 3, 6, 2, 5, 1, 4$. Таким образом, приходим к следующему утверждению.

Теорема об узлах кратной орбиты. На любой суточный сдвиг трассы ССО кратности $K = [N; m]$ за период кратности N попадают m восходящих узлов орбиты. При этом расстояние между любыми двумя соседними узлами

$$c = \frac{L_{\text{сут}}}{m} = \frac{2\pi R_e}{n} = \frac{2\pi R_e}{n_{\text{пс}}N + m}. \quad (5.19)$$

Значения c для некоторых кратностей класса $n_{\text{пс}} = 14$ приведены в табл. 5.3.

Т а б л и ц а 5.3

Значения $c = L_{\text{сут}}/m$ ($n_{\text{пс}} = 14$)

N	m								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	1382								
3	932	911							
4	703	1382	679						
5	564	557	549	542					
6	471	932	1382	911	450				
7	405	401	397	393	389	385			
8	355	703	348	1382	343	679	337		
9	316	401	932	308	306	911	301	299	
10	284	564	280	557	1382	549	273	542	269
11	259	257	255	254	252	250	249	247	246
12	237	471	703	932	232	1382	229	911	679
13	219	218	217	215	214	213	212	211	210
14	203	405	201	401	199	397	1382	393	196
15	190	189	564	187	932	557	185	184	549

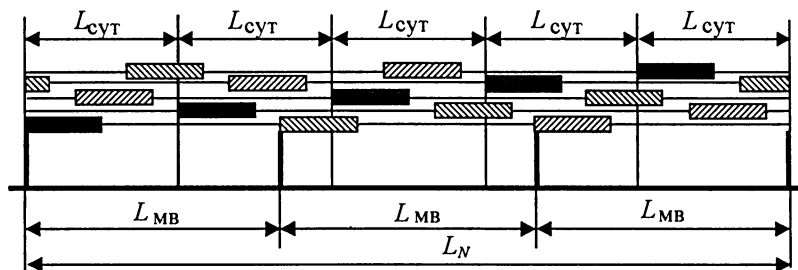


Рис. 5.5. Схема покрытия экватора полосами обзора при обеспечении полного покрытия: $K = [5, 3]$, $L_N = 3L_{\text{МВ}}$, $b_3 = 0,5L_{\text{сут}}$

Теперь можно естественно перейти к рассмотрению условия, о котором говорилось выше: условия полноты покрытия наблюдаемой территории полосами обзора (или полосами захвата) аппаратуры КА на кратной орбите. Для определенности мы будем говорить о полосах обзора, хотя фактически имеет значение только то, что покрытие поверхности производится «полосами покрытия», имеющими некоторую заданную ширину. Если надо обеспечить возможность наблюдения **всех** точек поверхности Земли за период кратности, то в качестве «полос покрытия» рассматривают полосы захвата. Если надо обеспечить возможность наблюдения **любой** точки поверхности Земли за период кратности, то в качестве «полос покрытия» рассматривают полосы обзора аппаратуры КА.

Будем далее говорить о выполнении условий непрерывности покрытия **на экваторе**, поскольку это условие достаточно для выполнения условий непрерывности покрытия на широте $\varphi \neq 0$ (точнее, $0 \leq \varphi \leq i$). Ширину полосы обзора, измеряемую по экватору, обозначим $b_3 \approx b/\sin i$. Конечно, здесь и далее, мы полагаем, что $b_3 < L_{\text{МВ}}$. В противном случае разрывов покрытия просто не может быть — задача о покрытии вырождается. Говоря о покрытии, будем рассматривать только восходящие или только нисходящие ветви орбиты в соответствии с требованиями к освещенности точек съемки. Чтобы найти условия, при которых будет обеспечиваться полное покрытие экватора, воспользуемся схемой расположения восходящих узлов (рис. 5.5), изобразив на ней полосы обзора аппаратуры КА. Не снижая общности задачи, можно считать, что полосы обзора расположены не симметрично относительно трассы полета, а лежат с одной стороны ее, например справа.

Понятно, что если кратность орбиты задана, то только ширина полосы обзора определяет будет обеспечено полное покрытие или нет. Просматривая различные значения b_3 , начиная от $b_3 = 0$, мы получим возможные варианты покрытия для рассматриваемой кратной орбиты. В свете приведенной выше теоремы об узлах кратной орбиты становится понятным следующее утверждение.

Теорема о полном покрытии. Для того чтобы ССО кратности $K = [N; m]$ была орбитой полного покрытия, необходимо и достаточно, чтобы ширина полосы обзора удовлетворяла условию

$$b_3 \geq \frac{L_{\text{сут}}}{m} = \frac{2\pi R_e}{n} = c. \quad (5.20)$$

При этом полное покрытие будет осуществлено за время, не превосходящее период кратности N .

Необходимость. Пусть сплошной обзор за период кратности N обеспечен (значит, он обеспечен и на сдвиге трассы за период кратности L_N). Допустим, что условие (5.20) не выполнено, т.е. $b_3 < L_{\text{сут}}/m$. Из теоремы об узлах кратной орбиты следует, что на каждом из N суточных сдвигов располагаются m восходящих узлов орбиты, а значит, и m полос обзора. Но, расположив на суточном сдвиге m полос обзора даже без перекрытия последовательно друг за другом, мы получим суммарную покрываемую за период кратности полосу $Nmb_3 < NmL_{\text{сут}}/m = NL_{\text{сут}} = L_N$. Это противоречит предположению о сплошном обзоре за период кратности, поэтому допущение $b_3 < L_{\text{сут}}/m$ не верно и $b_3 \geq L_{\text{сут}}/m$.

Достаточность. Пусть $b_3 \geq L_{\text{сут}}/m$. На каждом суточном сдвиге располагаются m восходящих узлов орбиты, причем первый из них совпадает с левой границей суточного сдвига, а каждый последующий располагается на расстоянии $L_{\text{сут}}/m$ от предыдущего. Справа от каждого узла расположим полосу обзора. Тогда все полосы обзора за период кратности покроют в совокупности отрезок длиной Nmb_3 . Так как $b_3 \geq L_{\text{сут}}/m$, имеет место неравенство $Nmb_3 \geq NmL_{\text{сут}}/m = NL_{\text{сут}}$. Значит, $L_N = NL_{\text{сут}}$ — сдвиг трассы за период кратности полностью покрыт полосами обзора — сплошное покрытие обеспечивается. Теорема доказана.

С учетом выражений (5.15) и (5.19), условие (5.20) примет вид

$$b_3 \geq \frac{L_{\text{сут}}}{m} = \frac{1}{m} \frac{m}{n} 2\pi R_e = \frac{2\pi R_e}{n} = \frac{2\pi R_e}{n_{\text{пс}}N + m} = c. \quad (5.21)$$

Заметим следующее. Выражение (5.20) может быть записано также в виде

$$\frac{mb_3}{L_{\text{сут}}} \geq 1.$$

Отношение $mb_3/L_{\text{сут}}$ часто появляется при анализе покрытий для кратных орбит. Представляется разумным присвоить этому отношению некоторое обозначение и наименование. Будем называть его *относительной шириной полосы обзора* и обозначать $\bar{b}_3$. Учитывая, что $L_{\text{сут}} = 2\pi R_e m/n$, получаем следующее определение $\bar{b}_3$:

$$\bar{b}_3 = \frac{mb_3}{L_{\text{сут}}} = \frac{nb_3}{2\pi R_e} = \frac{b_3}{c}.$$

Условие (5.20) с использованием этого определения может быть записано в виде $\bar{b}_3 \geq 1$. Заметим, что $b_3 = L_{\text{сут}}$ эквивалентно $\bar{b}_3 = m$. Добавим к (5.21) естественные ограничения на m и N , налагаемые их определением. В результате получим систему неравенств, выполнение которых обеспечивает сплошное (полное) покрытие экватора полосами обзора шириной b_3 :

$$\begin{cases} n_{\text{пс}}N + m \geq \frac{2\pi R_e}{b_3}; \\ \frac{m}{N} < 1, \quad m \geq 0, N \geq 1; \end{cases} \quad N, m \text{ — целые, взаимно простые.} \quad (5.22)$$

Для значений m , N и b_3 , удовлетворяющих системе (5.22), полосы обзора за период кратности N без разрывов накроют m межвитковых расстояний (или N суточных сдвигов, или L_N — сдвиг трассы за период кратности). При этом, возможно, соседние полосы обзора будут перекрываться, в результате чего некоторые участки экватора будут просматриваться два или более раз.

Анализируя зависимости (5.22), можно получить ряд рекомендаций, которые могут быть использованы при проектировании целевой аппаратуры или выборе орбит КА ДЗЗ. Например:

- орбиты с более высокой кратностью N требуют для обеспечения полного покрытия меньшей ширины полосы обзора b_3 (т.е. $Nb_3 \approx \text{const}$);
- при заданном периоде кратности орбиты N , уменьшение требуемой ширины полосы обзора b_3 достигается переходом к орбитам с более высоким индексом m ;
- для орбиты с периодом кратности $N \geq 2$ расстояние c между соседними узлами, реализовавшееся за время $t \geq N$, удовлетворяет неравенствам:

$$\frac{2\pi R_e}{N(n_{\text{пс}} + 1)} < c < \frac{2\pi R_e}{Nn_{\text{пс}}};$$

- наименьшая кратность для орбит сплошного покрытия $K = [2; 1]$. Требуемая ширина полосы обзора при этом $b_3 = 1382$ км для $n_{\text{пс}} = 14$, $b_3 = 1293$ км для $n_{\text{пс}} = 15$. Увеличение b_3 сверх этой величины приводит только к появлению участков многократного просмотра.

Из (5.22) следует, что для любого b_3 можно найти минимальный период кратности N^* такой, что все орбиты с периодом кратности $N \geq N^*$ будут за период кратности обеспечивать сплошное покрытие. Выражение для N^* имеет вид

$$N^* = \frac{m}{n_{\text{пс}}} \left(\frac{2\pi R_e}{mb_3} - 1 \right), \quad N^* \geq m + 1. \quad (5.23)$$

На рис. 5.6 представлен график зависимости N^* от b_3 для $n_{\text{пс}} = 14$, $m = 1, \dots, 7$. Значения N^* , полученные по (5.23), округлены до целого

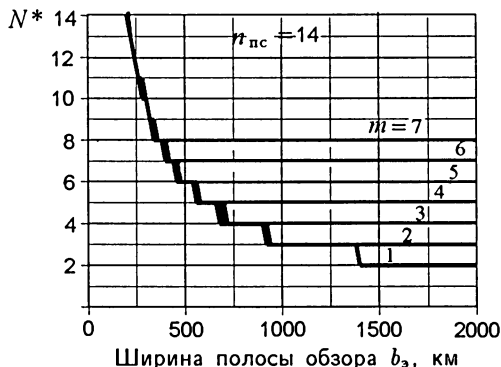


Рис. 5.6. Минимальный период кратности N^* орбиты сплошного покрытия в зависимости от ширины полосы обзора b_z

в большую сторону. Кроме того, учтено, что вместе с соотношением (5.22) должно выполняться естественное ограничение на m и N , т.е. $m \leq N - 1$, откуда следует $N \geq m + 1$.

Учитывая сказанное, можно сформулировать теорему о полном покрытии несколько иначе (см. задачу 5.5):

Для ССО любого периода кратности $N \geq 2$ можно найти полосу обзора, обеспечивающую полное покрытие, и наоборот, для любой полосы обзора b_z можно найти кратную ССО полного покрытия.

Заканчивая обсуждение этого вопроса, заметим, что из условия (5.20) и определения кратности (5.16) следует соотношение

$$N \geq L_{\text{МВ}}/b_z,$$

которое (полагая $L_{\text{МВ}} \approx 2600 \dots 2900$ км) можно использовать для быстрой приближенной оценки периода кратности орбиты сплошного покрытия при заданной ширине полосы обзора b_z . Такими «пальцевыми» оценками пользуются проектанты, чтобы сориентироваться в порядке величин и правильно выбрать направление проектного поиска.

Теперь поговорим о связи N^* и высоты орбиты. Поскольку для любого значения b_z существует минимальный период кратности N^* , то существует и минимальная высота h^* , при которой обеспечивается полное покрытие, а также согласованное с h^* поле обзора аппаратуры КА. Как их определить? Из теоремы о полном покрытии можно получить (см. задачу 5.6) соотношения, связывающие минимально допустимую высоту h^* ССО сплошного покрытия, ширину полосы обзора на экваторе b_z , заданный класс орбиты $n_{\text{пс}}$ и индекс орбиты m :

$$h^*(n_{\text{пс}}, m, b_z) = \frac{42241,12}{n_{\text{пс}}^{2/3}} \left(1 - \frac{mb_z}{2\pi R_e} \right)^{2/3} - 6378,14 \text{ км.} \quad (5.24)$$

Так как истинная (не экваториальная!) ширина полосы обзора $b = b_3 \sin i$, то соответствующий ей геоцентрический угол $2\varphi_\epsilon$ может быть найден из равенства

$$\varphi_\epsilon = \frac{b_3 \sin i}{2R_e}.$$

С учетом этого выражения, из (5.24) получаем соотношение для определения высоты h^* как функции φ_ϵ :

$$h^* = \frac{42241,12}{n_{\text{пс}}^{2/3}} \left(1 - \frac{m}{\pi \sin i} \varphi_\epsilon \right)^{2/3} - 6378,14, \quad (5.24')$$

или обратное ему соотношение

$$\varphi_\epsilon = \frac{\pi \sin i}{m} \left[1 - 0,05867 n_{\text{пс}} \left(1 + \frac{h^*}{R_e} \right)^{3/2} \right]. \quad (5.24'')$$

И, наконец, по формуле (3.8) или (3.8') можно найти соответствующий геоцентрическому углу φ_ϵ угловой радиус поля обзора бортовой аппаратуры ϵ :

$$\epsilon = \arctg \frac{\sin \varphi_\epsilon}{(1 + h/R_e) - \cos \varphi_\epsilon}.$$

Итак, последовательность расчета h^* и поля обзора бортовой аппаратуры 2ϵ , обеспечивающих полное покрытие (при заданной ширине полосы b_3), следующая. Для полосы обзора b_3 задаемся классом орбиты $n_{\text{пс}}$, индексом орбиты m и наклоном орбиты i . Хорошим ориентиром при этом могут служить табл. 5.2 и 5.3, рис. 5.1 и 5.6. Затем по формуле (5.24) (рис. 5.7) находим h^* , по табл. 5.2 находим $h \geq h^*$, по формуле $\varphi_\epsilon = b_3 \sin i / (2R_e)$ — геоцентрический угловой радиус поля обзора φ_ϵ и, наконец, по формуле (3.8) (рис. 3.6) — угол ϵ .

Формула (5.24), так же как и (5.24'), определяет высоту h^* через ширину полосы обзора b . В практике, однако, часто требуется определить высоту орбиты h^* непосредственно как функцию углового радиуса поля обзора аппаратуры ϵ . Приравняв левые части равенств (3.7) и (5.24''), получим точное уравнение, связывающее h^* и ϵ . Разрешить это уравнение относительно h^* , однако, не удастся, поэтому вместо (3.7) воспользуемся линейным соотношением (3.8'). В результате получим

$$\frac{h^*}{R_e} \operatorname{tg} \epsilon = \frac{\pi \sin i}{m} \left[1 - 0,05867 n_{\text{пс}} \left(1 + \frac{h^*}{R_e} \right)^{3/2} \right]. \quad (5.25)$$

Обозначим $A = \frac{\pi R_e \sin i}{m \operatorname{tg} \epsilon}$, тогда из (5.25) имеем

$$\frac{1}{(0,05867 n_{\text{пс}})^{2/3}} \left(1 - \frac{h^*}{A} \right)^{2/3} = 1 + \frac{h^*}{R_e}.$$

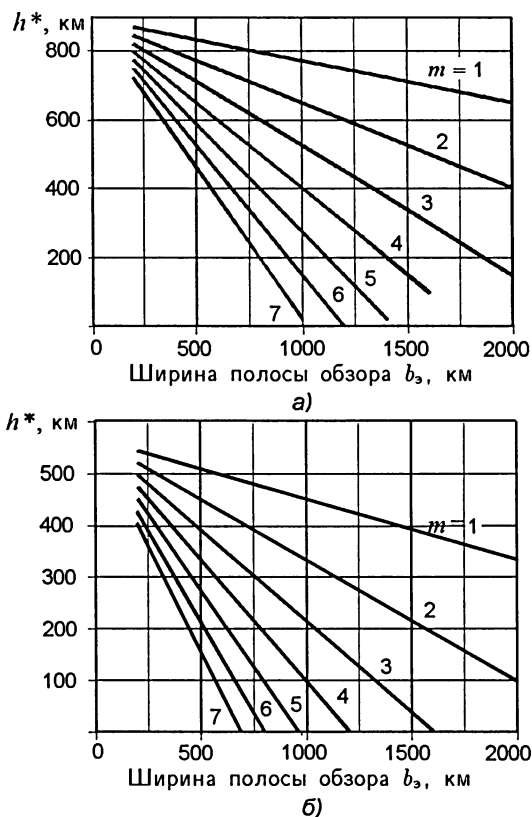


Рис. 5.7. Зависимость $h^* = f(b_s)$ на кратной ССО: а — $n_{\text{пс}} = 14$; б — $n_{\text{пс}} = 15$; $m = 1, \dots, 7$

Вследствие малости h^*/A , используем разложение

$$\left(1 - \frac{h^*}{A}\right)^{2/3} \approx 1 - \frac{2}{3} \frac{h^*}{A}.$$

Выражая отсюда h^* , после элементарных преобразований получаем

$$h^* = R_e \frac{6,623 - n_{\text{пс}}^{2/3}}{1,406 \frac{m \operatorname{tg} \varepsilon}{\sin i} + n_{\text{пс}}^{2/3}} \text{ км.} \quad (5.26)$$

Напомним, что h^* — минимальная высота ССО сплошного покрытия для заданного угла ε . При использовании формулы (5.26) (рис. 5.8) наклонение i ССО надо положить равным некоторому среднему значению, например $i = 98^\circ$. Затем по найденному значению $h \geq h^*$ наклонение орбиты можно уточнить.

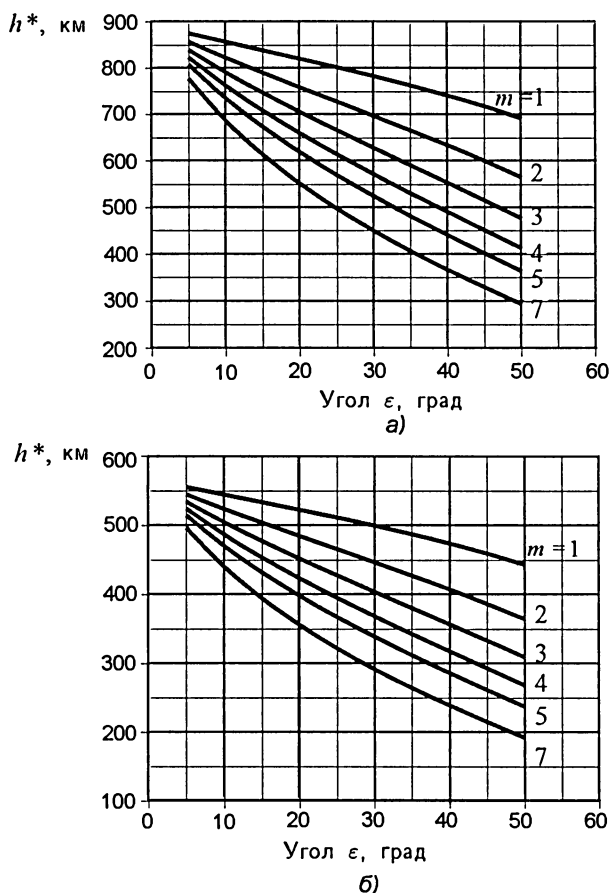


Рис. 5.8. Зависимость h^* — минимальной высоты ССО сплошного покрытия от ϵ — углового радиуса поля обзора аппаратуры: а — $n_{\text{пс}} = 14$; б — $n_{\text{пс}} = 15$; $m = 1, \dots, 7$

Задача 5.1. Постройте график поправки $\delta a = f(i)$ к большой полуоси (см. выражение (5.11)) для солнечно-синхронных орбит.

Задача 5.2. Рассмотрите выражения для большой полуоси, наклона и суточного сдвига круговой ССО и найдите следующие из них ограничения на параметры орбиты.

Задача 5.3. Предложите способ классификации солнечно-синхронных орбит кратности N и оцените их количество.

Задача 5.4. Найдите несколько ССО из класса 14-витковых ($n_{\text{пс}} = 14$), обеспечивающих сплошное покрытие поверхности Земли полосами обзора на экваторе, при а) $b_3 = 1400$ км; б) $b_3 = 400$ км.

Задача 5.5. Докажите утверждение: для любой ширины полосы обзора аппаратуры b_3 можно найти ССО, на которой за период кратности

$N = f(n_{\text{пс}}, m, b_{\text{э}})$ обеспечивается сплошное покрытие.

Задача 5.6. Найдите выражение для наименьшей высоты ССО сплошного покрытия, в зависимости от ширины полосы обзора аппаратуры КА, и соответствующее этой полосе поле обзора аппаратуры КА.

Задача 5.7. Найдите высоту ССО, ее кратность и поле зрения аппаратуры КА, обеспечивающие сплошное покрытие при полосе захвата аппаратуры $b = 1190$ км. Высота орбиты должна принадлежать диапазону $h = 600, \dots, 800$ км.

Задача 5.8. В классе орбит $n_{\text{пс}} = 14$ найдите параметры круговой ССО сплошного покрытия с периодом кратности $N = 4$. Угловой радиус поля обзора бортовой аппаратуры КА $\varepsilon = 20^\circ$.

Задача 5.9. Приведите пример баллистического построения космической системы (КС) для ведения фоторазведки. Высота орбиты около 600 км, бортовая аппаратура имеет полное поле обзора $2\varepsilon = 115^\circ$. КС должна осуществлять периодический полный обзор поверхности Земли за наименьшее время.

5.3. Продолжительность полного покрытия поверхности Земли

5.3.1. Продолжительность полного покрытия

В разд. 5.2 показано, что для произвольной кратности $K = [N; m]$ можно подобрать орбиту, обеспечивающую сплошное покрытие (теорема о полном покрытии). Определяющим параметром здесь является ширина полосы обзора $b_{\text{э}}$, точнее, относительная ширина полосы обзора $\bar{b}_{\text{э}}$.

Если $\bar{b}_{\text{э}} = \frac{mb_{\text{э}}}{L_{\text{сут}}} = 1$, то полосы обзора без перекрытий один раз накроют все точки L_N — сдвига трассы за период кратности (а значит, и весь экватор). Время, в течение которого достигается полное покрытие экватора, называют *продолжительностью полного покрытия* $T_{\text{пок}}$. В теореме о полном покрытии утверждается, что существует наименьшая ширина полосы обзора $b_{\text{э}} = L_{\text{сут}}/m$, при которой обеспечивается полное покрытие, и при этом продолжительность покрытия $T_{\text{пок}}$ равна периоду кратности N . А как будет изменяться $T_{\text{пок}}$ при возрастании ширины полосы обзора сверх этой минимальной величины? Как определить минимально возможную продолжительность полного покрытия? При какой ширине полосы обзора она будет обеспечиваться? Какие еще характеристики кратной орбиты начнут изменяться при изменении $b_{\text{э}}$?

Прежде всего, заметим, что из теоремы о полном покрытии следует, что при $\bar{b}_{\text{э}} < 1$ полного покрытия экваториальных областей за период кратности не будет. При $\bar{b}_{\text{э}} = 1$ наступает полное одноразовое покрытие экватора за время $T_{\text{пок}} = N$. При $\bar{b}_{\text{э}} > 1$ соседние полосы захвата начнут перекрываться, и наряду с одноразовым появятся участки с покрытием два и более раз. Посмотрим, как при этом будет изменяться

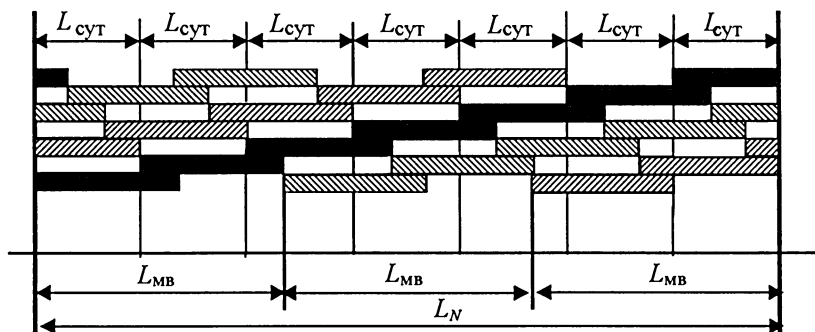


Рис. 5.9. Схема расположения полос захвата для орбиты полного покрытия. $K = [7; 3]$, $mb_3/L_{\text{сут}} = 4$: ■ — третий виток полетных суток; ▨ — второй виток полетных суток; ▩ — первый виток полетных суток

продолжительность полного покрытия $T_{\text{пок}}$. Обратимся к рис. 5.9, на котором для ССО полного покрытия кратности $K = [7; 3]$ изображены полосы обзора при $\bar{b}_3 > 1$ на сдвиге траектории за период кратности $L_N = 3L_{\text{МВ}}$. Из рис. 5.9 видно, что полное покрытие обеспечивается через двое суток. Значит, в этом примере удалось подобрать такую ширину полосы обзора, что время полного покрытия стало меньше периода кратности N , равного 7 суток.

Оказывается, что имеет место следующее утверждение:

Теорема о продолжительности полного покрытия. Для того чтобы на ССО кратности $K = [N; m]$ продолжительность полного покрытия $T_{\text{пок}}$ равнялась k суток: $T_{\text{пок}} = k$, где $2 \leq k \leq [N/m]^+$, k — целое, необходимо и достаточно, чтобы ширина полосы обзора удовлетворяла неравенству:

$$\bar{b}_3 \geq \max\{m; N - m(k - 1)\}. \quad (5.27)$$

Графически это утверждение иллюстрировано на рис. 5.10. Напоминаем, что $[N/m]^+ = N/m$, если N/m — целое и $[N/m]^+ = [N/m] + 1$, если N/m — не целое.

Рассмотрим более общий случай, когда N/m не целое. Из определения кратности орбиты $N L_{\text{сут}} = m L_{\text{МВ}}$ следует, что на каждое межитковое расстояние попадает $[N/m]$ полных суточных сдвигов (см. рис. 5.9). Это означает, что на каждое межитковое расстояние в первые $[N/m] + 1$ суток последовательно попадают $[N/m] + 1$ полос обзора.

Точнее, на $L_{\text{МВ}}$ попадут левые границы полос, а их правые границы в зависимости от ширины полосы могут и выходить за пределы рассматриваемого межиткового расстояния. В любом случае, однако, в первые $[N/m] + 1$ суток покрытие осуществляется последовательно расположенными полосами обзора, начала которых отстоят друг от друга

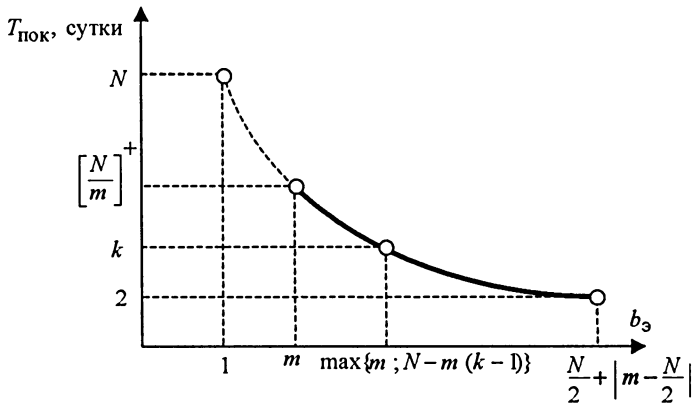


Рис. 5.10. К теореме о продолжительности полного покрытия

на расстоянии, равном суточному сдвигу. Отсюда следует, что для осуществления полного покрытия за k суток ($k \leq [N/m] + 1$) необходимо и достаточно, чтобы в первые $k - 1$ суток закрылись $k - 1$ суточных сдвигов, а в k -е сутки были закрыты «окна» межвитковых расстояний, оставшиеся после предыдущих $k - 1$ суток. «Окна», образовавшееся к k -м суткам на каждом межвитковом расстоянии, равны

$$L_{\text{МВ}} - (k - 1)L_{\text{сут}} = \frac{N}{m}L_{\text{сут}} - (k - 1)L_{\text{сут}} = \left(\frac{N}{m} - (k - 1)\right)L_{\text{сут}}.$$

Если учесть, что в каждые предыдущие сутки полоса обзора закрывала один суточный сдвиг, то для ширины полосы обзора можно записать

$$b_z \geq \max\{L_{\text{сут}}; (N/m - (k - 1))L_{\text{сут}}\} = \max\{1; N/m - (k - 1)\}L_{\text{сут}}.$$

Переходя к относительной ширине полосы обзора, получаем

$$\bar{b}_z = \max\{m; N - m(k - 1)\}. \quad (5.28)$$

Так как $b_z < L_{\text{МВ}}$ по условию, то $T_{\text{пок}} = k > 1$. Следовательно, для осуществления полного покрытия за k суток, где $2 \leq k \leq [N/m]^+$, необходимо и достаточно, чтобы ширина полосы обзора равнялась $\bar{b}_z \geq \max\{m; N - m(k - 1)\}$. Например, для $K = [7, 3]$ (см. рис. 5.9) продолжительность полного покрытия $T_{\text{пок}} = k = [N/m]^+ = 3$ суток (при периоде кратности 7 суток!) достигается при $\bar{b}_z = \max\{3; 7 - 3(3 - 1)\} = 3 = m$, или, учитывая (5.27) и (5.15), при $b_z = L_{\text{сут}} = \frac{2\pi R_e \cdot 3}{7n_{\text{ПС}} + 3}$. Для 14-витковой орбиты это составляет $b_z = 1190$ км. Заметим, что условие (5.28) может быть записано также в виде

$$\bar{b}_z = \max\{m; N - m(k - 1)\} = \begin{cases} N - m(k - 1), & N > km; \\ m, & N \leq km. \end{cases} \quad (5.29)$$

Т а б л и ц а 5.4

Ширина полосы обзора для обеспечения полного покрытия ($n_{\text{пс}} = 14$)

$K = [N; m]$	$T_{\text{пок}} = k \leq [N/m]^+$	Условие	$\bar{b}_3(k)$	$b_3 = \frac{\bar{b}_3(k)}{m} L_{\text{сут}}$	$b_3, \text{ км}$
[14; 1]	14	$N = km$	$\bar{b}_3 = 1$	$b_3 = L_{\text{сут}}$	203
[14; 1]	10	$N > km$	$\bar{b}_3 = 5$	$b_3 = 5L_{\text{сут}}$	1017
[14; 2]=[7; 1]	3	$N > km$	$\bar{b}_3 = 5$	$b_3 = 5L_{\text{сут}}$	2024
[14; 5]	3	$N < km$	$\bar{b}_3 = 5$	$b_3 = L_{\text{сут}}$	995
[14; 5]	2	$N > km$	$\bar{b}_3 = 9$	$b_3 = (9/5)L_{\text{сут}}$	1791
[14; 7]=[2; 1]	2	$N = km$	$\bar{b}_3 = 1$	$b_3 = L_{\text{сут}}$	1382

В табл. 5.4 приведены примеры расчета ширины полосы обзора, необходимой для обеспечения полного покрытия за заданное время $T_{\text{пок}} = k$ суток. Величины N , m и k назначались в соответствии с условием $2 \leq k \leq [N/m]^+$, значение $\bar{b}_3(k) = f(N, m, k)$ рассчитывалось по формуле (5.29). Высота орбиты бралась из табл. 5.2 для класса $n_{\text{пс}} = 14$.

Определив относительную ширину полосы обзора $\bar{b}_3(k)$, требуемую для получения времени полного покрытия $T_{\text{пок}} = k$ суток, находим соответствующую ей экваториальную полосу обзора b_3 по формуле

$$b_3 = \frac{L_{\text{сут}}}{m} \bar{b}_3(k) = \frac{2\pi R_e}{n_{\text{пс}} N + m} \bar{b}_3(k) = \frac{2\pi R_e}{n} \bar{b}_3(k) = c \bar{b}_3(k), \quad (5.30)$$

где c — наименьшее расстояние между восходящими узлами трассы, реализующееся за период кратности N (см. выражение (5.19) и табл. 5.3). Из соотношения (5.30) следует утверждение:

При заданной кратности $K = [N; m]$ уменьшение времени полного покрытия с N суток до k суток, где $2 \leq k \leq [N/m]^+$, достигается увеличением полосы обзора в $\bar{b}_3(k)$ раз: от $b_3 = c$ до $b_3 = \bar{b}_3(k)c$.

Рассмотрим, например, орбиту кратности [14; 5] класса «14». Из табл. 5.3 находим для нее $c = 199$ км. Значит, для $b_3 = 199$ км время полного покрытия $T_{\text{пок}}$ будет равно 14 суток. Пусть надо обеспечить время $T_{\text{пок}} = k = 3 = [14/5]^+$ суток. Из соотношения (5.29) находим, что для выполнения этого требования $\bar{b}_3$ должно равняться m , т.е. $\bar{b}_3 = 5$. Следовательно, для уменьшения времени полного покрытия с 14 до 3 суток необходимо полосу обзора увеличить в 5 раз: от 199 до 995 км. Пусть надо обеспечить время $T_{\text{пок}} = k = 2$ суток. Тогда должно быть выполнено $\bar{b}_3 = N - m = 9$. Значит, полоса обзора должна быть в 9 раз больше c , т.е. $b_3 = 9 \cdot 199 = 1791$ км (см. табл. 5.4).

5.3.2. Минимальное время полного покрытия

Потребитель данных космического мониторинга Земли, как правило, заинтересован в том, чтобы продолжительность полного покрытия была возможно меньше. Уменьшения ее можно достигнуть за счет снижения периода кратности N , однако зачастую это не представляется

возможным из-за требований к высоте или наклонению орбиты. Приведенные расчеты показывают, что приемлемую продолжительность полного покрытия можно обеспечить за счет подбора ширины поля обзора аппаратуры КА.

Выше уже отмечалось, что менее двух суток $T_{\text{пок}}$ может быть, только если $b_3 \geq L_{\text{мв}}$. Мы же рассматриваем наиболее часто встречающийся в практике случай $b_3 < L_{\text{мв}}$, поэтому минимальная продолжительность покрытия может быть равна $T_{\text{пок}} = 2$ суток! Условия существования такого покрытия дает следующая теорема.

Теорема о минимальном времени полного покрытия. Минимальная продолжительность полного покрытия, равная двум суткам, достигается при относительной ширине полосы обзора

$$\bar{b}_3 \geq \frac{N}{2} + \left| m - \frac{N}{2} \right|. \quad (5.31)$$

Прежде всего отметим, что условие $2 \leq k \leq [N/m]^+$ здесь всегда выполнено, поэтому теоремой о продолжительности полного покрытия пользоваться можно. Из выражения (5.29) следует, что $T_{\text{пок}} = k = 2$ суток обеспечивается при

$$\bar{b}_3 = \max\{m; N - m\} = \begin{cases} N - m, & N > 2m; \\ m, & N \leq 2m. \end{cases} \quad (5.32)$$

Построив график функции $\bar{b}_3 = \max\{m, N - m\} = f(m)$, видим, что он представляет собой график функции $y = |x|$, смещенный вдоль осей координат на величину $N/2$. Но такая функция имеет вид $y = N/2 + |x - N/2|$. Значит, функция $b_3 = \max\{m; N - m\}$ может быть записана в виде (5.31). Заметим, что с учетом соотношения (5.27), выражение (5.32), обеспечивающее $T_{\text{пок}} = 2$ суток, можно записать также в виде

$$b_3 = \begin{cases} (N/m - 1)L_{\text{сут}}, & N > 2m; \\ L_{\text{сут}}, & N \leq 2m. \end{cases} \quad (5.33)$$

В качестве еще одного примера рассмотрим орбиты кратности $K = [2; 1]$, $K = [5; 3]$ и $K = [13; 9]$. Для получения полного покрытия за двое суток относительная ширина полосы обзора, подсчитанная по формуле (5.29) или (5.31), должна равняться $\bar{b}_3 = m$, т.е. соответственно $\bar{b}_3 = 1$, $\bar{b}_3 = 3$ и $\bar{b}_3 = 9$. Экваториальная ширина полосы обзора $b_3 = \frac{L_{\text{сут}}}{m} \bar{b}_3$ во всех трех случаях одинакова и равна $L_{\text{сут}}$. В линейных единицах она различна и равна соответственно $L_{\text{сут}} = \frac{m}{n} 2\pi R_e = 1382, 1647$ и 1888 км (для $n_{\text{пс}} = 14$).

В табл. 5.5 приведена вычисленная по формуле (5.33) ширина полос обзора b_3 , обеспечивающих полное покрытие за двое суток при различных кратностях орбит $K = [N; m]$ (для $n_{\text{пс}} = 14$). Из таблицы

Т а б л и ц а 5.5

Ширина полосы обзора, при которой обеспечивается полное покрытие
за 2 суток на ССО кратности $K = [N; m]$ ($n_{\text{пс}} = 14$)

N	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N — четное										
2	1382									
4	2109	1382	2038							
6	2357	1864	1382	1822	2251					
8	2483	2109	1742	1382	1713	2038	2357			
10	2558	2258	1962	1670	1382	1647	1908	2166	2421	
12	2608	2357	2109	1864	1622	1382	1603	1822	2038	2251
14	2645	2429	2215	2004	1794	1587	1382	1572	1759	1945
16	2672	2483	2295	2109	1925	1742	1561	1382	1548	1713
18	2693	2524	2357	2192	2027	1864	1702	1541	1382	1530
20	2710	2558	2407	2258	2109	1962	1815	1670	1525	1382
N — нечетное										
3	1864	1822								
5	2258	1670	1647	2166						
7	2429	2004	1587	1572	1945	2312				
9	2524	2192	1864	1541	1530	1822	2109	2393		
11	2585	2312	2042	1775	1512	1503	1742	1979	2213	2444
13	2628	2396	2166	1939	1714	1492	1484	1687	1888	2087
15	2659	2457	2258	2060	1864	1670	1477	1471	1647	1822
17	2683	2505	2328	2153	1979	1807	1636	1466	1460	1616
19	2702	2542	2384	2226	2070	1915	1762	1609	1457	1452
21	2717	2572	2429	2286	2144	2004	1864	1725	1587	1450

прослеживается различие и общность орбит с четным и нечетным периодами кратности. Орбита кратности $K = [2; 1]$ одновременно является орбитой с любым четным периодом кратности ($N = 2, 4, 6, \dots$) и индексом $m = N/2$. Для нее полоса обзора, обеспечивающая $T_{\text{пок}} = 2$ суток, имеет ширину

$$b_3 = L_{\text{сут}} = \frac{2\pi R_e}{\frac{N}{m}n_{\text{пс}} + 1} = \frac{2\pi R_e}{2n_{\text{пс}} + 1}. \quad (5.34)$$

Отсюда следует, что в случае кратности $[N; N/2]$ (N — четное) ширина полосы обзора не зависит от N и имеет минимально возможную величину, так как для всех четных N и $m \neq N/2$ полоса обзора, найденная по формуле (5.33), имеет ширину большую, чем дает формула (5.34). Для $n_{\text{пс}} = 14$ это минимальное значение равно $b_3 = 1382$ км (см. табл. 5.5).

У орбит с нечетным N индекс не может быть равен $m = N/2$, так как m , по определению, целое. Из табл. 5.5, однако, видно, что для ближайшего к $N/2$ значения $m = (N+1)/2$ полоса обзора, обеспечивающая $T_{\text{пок}} = 2$ суток, также имеет минимальную ширину, как и в случае четного N . Правда, в отличие от четного периода кратности, этот минимум

зависит от N — является убывающей функцией N :

$$b_3 = L_{\text{сут}} = \frac{2\pi R_e}{\frac{N}{m}n_{\text{пс}} + 1} = \frac{2\pi R_e}{\frac{N}{N+1}2n_{\text{пс}} + 1}$$

и имеет максимальное значение для $K = [3; 2]$. Для $n_{\text{пс}} = 14$ это максимальное значение минимума равно $b_3 = 1822$ км (см. табл. 5.5). Это дает определенные основания при проектировании бортовой измерительной аппаратуры ограничить сверху ширину ее полосы обзора величиной

$$b_3^{\text{max}} = \frac{2\pi R_e}{1,5n_{\text{пс}} + 1}.$$

Полученный вывод можно сформулировать в виде следующего утверждения:

Теорема о минимальной ширине полосы обзора. Среди кратных ССО с двухсуточным полным покрытием, орбиты кратности $K = [N; [N/2]^+]$ имеют минимальную ширину полосы обзора

$$b_3^{\text{min}} = \begin{cases} \frac{2\pi R_e}{2n_{\text{пс}} + 1}, & N \text{ — четное;} \\ \frac{2\pi R_e}{\frac{N}{N+1}2n_{\text{пс}} + 1}, & N \text{ — нечетное.} \end{cases}$$

Подведем итоги. Для орбиты кратности $K = [N; m]$ продолжительность полного покрытия в зависимости от ширины полосы обзора может быть от N до 2 суток. Обеспечивается эта продолжительность полосой обзора аппаратуры шириной соответственно от $b_3 = L_{\text{сут}}/m$ до $b_3 = (N/m - 1)L_{\text{сут}}$:

$$T_{\text{пок}} = \begin{cases} N, & \bar{b}_3 = 1; \\ [N/m]^+, & \bar{b}_3 = m; \\ k < [N/m]^+, & \bar{b}_3 = N - m(k - 1); \\ 2, & \bar{b}_3 = \frac{N}{2} + \left| m - \frac{N}{2} \right|. \end{cases} \quad (5.35)$$

Найти зависимость $T_{\text{пок}} = f(\bar{b}_3)$ при $1 < \bar{b}_3 < m$ (или при $[N/m]^+ < T_{\text{пок}} < N$) предоставляем любознательному читателю.

Задача 5.10. КА на 14-витковой ССО совершает за период кратности $N = 5$ суток $n = 73$ витка. Найти ширину полосы обзора бортовой аппаратуры, чтобы время полного покрытия поверхности Земли равнялось двум суткам, пяти суткам.

Задача 5.11. В требованиях к проектируемой космической системе на высоту орбиты (в пределах заданного класса $n_{\text{пс}} = 14$) ограничений не наложено, однако указано, что

- период кратности орбиты должен быть четным;
- должно обеспечиваться полное покрытие за 2 суток;
- ширина полосы обзора должна быть минимальной.

Найти кратность и высоту орбиты, а также требуемую ширину полосы обзора, удовлетворяющие этим условиям.

Задача 5.12. Показать, что среди всех ССО, обеспечивающих полное покрытие за двое суток, орбиты с индексом $m = [N/2]^+$ имеют наименьшую полосу обзора, равную суточному сдвигу, независимо от периода кратности орбиты.

Задача 5.13. Найдите параметры 14-витковой орбиты с периодом кратности $N = 3$ при обеспечении полного покрытия.

5.4. Частота просмотра экваториальных областей за период кратности орбиты

Как уже отмечалось в разд. 5.2 и 5.3, при $\bar{b}_3 = 1$ имеет место полное одноразовое покрытие экватора полосами обзора за время $T_{\text{пок}} = N$. На рис. 5.11 в качестве примера показана схема реализации такого покрытия для орбиты кратности $[5; 3]$. Так как, по определению, $\bar{b}_3 = \frac{b_3}{c} = \frac{b_3}{L_{\text{сут}}/m}$, то из условия $\bar{b}_3 = 1$ следует, что полоса обзора $b_3 = c = L_{\text{сут}}/3$.

При $\bar{b}_3 > 1$ соседние полосы захвата начнут перекрываться, и наряду с одноразовым появятся участки экватора с покрытием два и более раз. Будем говорить, что обеспечивается p -разовое покрытие некоторой точки экватора, если эта точка p раз за период кратности N накрывается полосой обзора бортовой аппаратуры КА. Если данное условие выполняется для любой точки экватора, будем говорить, что имеет место p -разовое покрытие экватора за период кратности орбиты.

Посмотрим, как выглядит схема покрытия, когда $\bar{b}_3 > 1$. На рис. 5.12 дана схема покрытия для орбиты той же кратности $[5; 3]$, но с $\bar{b}_3 = 2$. В этом случае $b_3 = 2c = 2L_{\text{сут}}/m = 2/3L_{\text{сут}}$. Из рисунка следует, что на всей протяженности экватора обеспечивается полное двухразовое покрытие.

Итак, при $\bar{b}_3 = 1$ имеем одноразовое полное покрытие, при $\bar{b}_3 = 2$ имеем двухразовое полное покрытие. Может быть, при $\bar{b}_3 = 3$ будет обеспечиваться трехразовое покрытие? Рис. 5.13 подтверждает это предположение! В этом случае $b_3 = 3c = 3L_{\text{сут}}/m = 3/3L_{\text{сут}} = L_{\text{сут}}$.

Рассмотрим еще один пример, решение которого очевидно и проверим на нем наше предположение о том, что при $\bar{b}_3 = p$ будет обеспечиваться p -разовое покрытие экватора.

Пусть $b_3 = L_{\text{МВ}}$. Понятно, что в этом случае за 1 сутки будет обеспечено полное покрытие экватора, значит, за период кратности N суток будет обеспечено N -разовое покрытие экватора. Найдем $\bar{b}_3$, используя определения кратности орбиты $NL_{\text{сут}} = mL_{\text{МВ}}$ и параметра

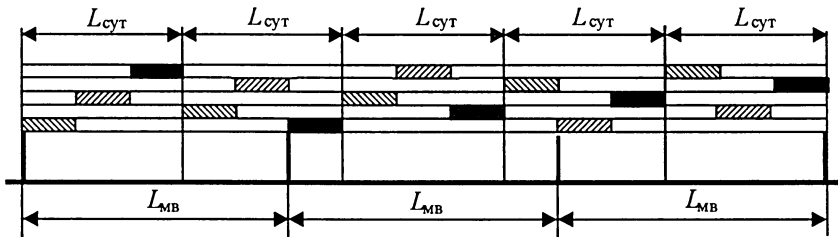


Рис. 5.11. Полное одноразовое покрытие экватора полосами обзора за период кратности: $K = [5; 3]$, $\bar{b}_3 = 1$

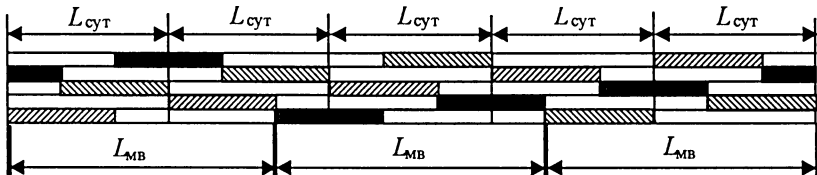


Рис. 5.12. Полное двухразовое покрытие экватора полосами обзора за период кратности: $K = [5; 3]$, $\bar{b}_3 = 2$

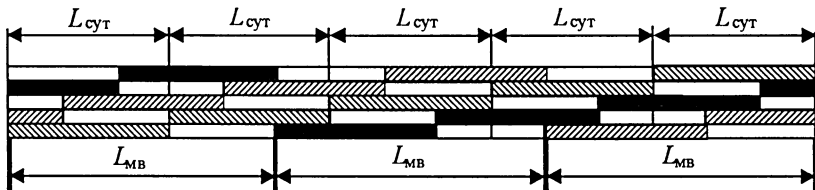


Рис. 5.13. Полное трехразовое покрытие экватора полосами обзора за период кратности: $K = [5; 3]$, $\bar{b}_3 = 3$

$c = L_{\text{сут}}/m$. Получим:

$$\bar{b}_3 = \frac{b_3}{c} = \frac{L_{\text{МВ}}}{c} = \frac{N}{m} L_{\text{сут}} \frac{m}{L_{\text{сут}}} = N.$$

Таким образом, действительно, при $\bar{b}_3 = N$ имеем N -разовое покрытие экватора за период кратности. Следовательно, можно сформулировать следующее предложение:

Теорема о частоте покрытия. Для того чтобы на ССО кратности $K = [N; m]$ частота покрытия экватора за период кратности орбиты равнялась p , где $p = 1, \dots, N$, необходимо и достаточно, чтобы полоса обзора имела относительную ширину $\bar{b}_3 = p$.

Справедливость этого предложения следует из теоремы о полном покрытии. Действительно, полное одноразовое покрытие обеспечивается, когда $\bar{b}_3 = 1$, или, что то же самое, $b_3 = c$. В этом случае полосы

обзора вплотную примыкая друг к другу, но без перекрытия, полностью 1 раз покроют всю длину экватора (см. рис. 5.11). Если в p раз увеличить каждую полосу обзора, то, естественно, каждую точку экватора накроют p полос. Относительная ширина полосы обзора при этом будет равна

$$\bar{b}_э = \frac{b_э}{c} = \frac{pc}{c} = p.$$

Рассмотрим пример. Пусть круговая солнечно-синхронная орбита КА класса «15» имеет кратность [11; 2]. Поле обзора бортовой аппаратуры равно $2\varepsilon \approx \pm 34,8^\circ$. Найдем частоту покрытия экватора за период кратности $N = 11$ суток. Из табл. 5.2,6 находим высоту орбиты $h = 514,8$ км; наклонение $i \approx 97,4^\circ$. Из рис. 3.6 или формулы (3.7') находим полосу обзора бортовой аппаратуры КА $b \approx 2h \operatorname{tg}(35^\circ) \approx 715$ км. Экваториальная полоса обзора $b_э = b / \sin i \approx 720$ км. По формуле (5.19) находим

$$c = \frac{L_{\text{сут}}}{m} = \frac{2\pi R_e}{n} = \frac{2\pi R_e}{15N + m} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6378,14}{15 \cdot 11 + 2} \approx 240 \text{ км.}$$

Следовательно,

$$\bar{b}_э = \frac{b_э}{c} = \frac{720}{240} = 3.$$

Значит, за 11 суток будет обеспечиваться трехразовое покрытие экватора полосами обзора бортовой аппаратуры КА.

Заметим, что теорема с некоторым уточнением может быть распространена на случай $b_э/c$ — не целое. При этом в качестве p удобно рассматривать величину

$$p = \left[\frac{b_э}{c} \right]^+ = \left[\frac{b_э}{c} \right] + 1.$$

Нетрудно сообразить, что в этом случае:

$$\left(\frac{b_э}{c} - (p - 1) \right) \cdot 100 \% \text{ длины экватора покрывается } p \text{ раз;}$$

$$\left(p - \frac{b_э}{c} \right) \cdot 100 \% \text{ длины экватора покрывается } (p - 1) \text{ раз.}$$

Например, если $b_э/c = 2,4$, то $p = 3$ и 40 % экватора покрываются 3 раза, а 60 % — покрываются 2 раза.

Отметим еще одно обстоятельство. В теореме о частоте покрытия показано, что ширина полосы обзора, при которой достигается p -разовое покрытие экватора за период кратности N ,

$$b_э = pc.$$

Ширина полосы обзора, при которой время полного покрытия равно k суток,

$$b_3 = \bar{b}_3(k)c,$$

где $\bar{b}_3(k)$ определяется из теоремы о продолжительности полного покрытия (см. выражение (5.29)):

$$\bar{b}_3(k) = \max\{m; N - m(k - 1)\},$$

где $2 \leq k \leq [N/m]^+$.

Сравнивая выражения для b_3 , получаем следующее утверждение:

Теорема соответствия продолжительности и частоты полного покрытия. Если ширина полосы обзора такова, что продолжительность полного покрытия орбиты кратности $[N; m]$ равна k суток, где $2 \leq k \leq [N/m]^+$, то за период кратности орбиты N будет обеспечено p -разовое покрытие экватора, где $p = \max\{m; N - m(k - 1)\}$.

Обратимся к уже рассмотренному выше примеру орбиты кратности $[11; 2]$. Пусть, например, Техническое задание на КА ДЗЗ требует, чтобы продолжительность полного покрытия была равна $T_{\text{пок}} = k = 5$ суток (данное значение k удовлетворяет условию теоремы, поскольку $5 < [11/2]^+ = 6$). Из теоремы соответствия следует, что в этом случае $p = \max\{2; 11 - 2(5 - 1)\} = 3$. Следовательно, произвольная точка экватора за период кратности 11 суток 3 раза попадет в поле обзора КА (обеспечивается трехразовое покрытие экватора).

В заключение отметим, что частота покрытия при возрастании широты места будет выше, чем на экваторе. Этот вопрос достаточно полно разобран в монографии [7], поэтому здесь он обсуждаться не будет.

Задача 5.14. Для ССО класса $n_{\text{пс}} = 15$ с периодом кратности $N = 11$ и двухсуточным полным покрытием определите высоту ССО и частоту покрытия экватора при условии, что полоса обзора аппаратуры КА имеет минимально возможную ширину.

Задача 5.15. Какова частота покрытия экватора на ССО кратности $K = [3; 2]$, если полоса обзора аппаратуры $b_3 = 2100$ км?

Задача 5.16. Приведите примеры солнечно-синхронных орбит класса «15», имеющих период кратности $N = 11$ суток, время полного покрытия $T_{\text{пок}} = 4$ суток и найдите для них частоту покрытия экватора за период кратности.

Г л а в а 6

Местное время прохождения восходящего узла орбиты. Освещенность КА в орбитальном полете

*Если ты все понимаешь, значит тебе не обо всем
говорят.*

«Пшекруй»

6.1. Местное время прохождения восходящего узла орбиты

Перейдем к рассмотрению параметра $m_{\Omega\uparrow}$ — *местного солнечного времени прохождения восходящего узла орбиты*. Этот параметр определяет взаимное расположение плоскости орбиты и направления на Солнце, а так же высоту Солнца h_C над местным горизонтом КА (равную высоте Солнца над местным горизонтом подспутниковой точки).

Местное солнечное время на любом меридиане Земли равно часовому углу Солнца относительно этого меридиана плюс 12 часов (см. выражение (2.1)). Следовательно, местное солнечное время в восходящем узле орбиты $m_{\Omega\uparrow}$

$$m_{\Omega\uparrow} = t + 12^h, \quad (6.1)$$

где t — часовой угол Солнца в восходящем узле орбиты (рис. 6.1). Из рис. 6.1 следует:

$$\alpha_C + t = \Omega, \quad (6.2)$$

где Ω — долгота восходящего узла орбиты и α_C — прямое восхождение Солнца, отсчитываемые от точки весеннего равноденствия γ .

Из выражений (6.1) и (6.2) следуют соотношения для определения местного солнечного времени в момент прохождения восходящего (6.3') и нисходящего (6.3'') узлов орбиты:

$$m_{\Omega\uparrow} = \Omega - \alpha_C + 12^h; \quad (6.3')$$

$$m_{\Omega\downarrow} = \Omega - \alpha_C. \quad (6.3'')$$

На рис. 6.2 показано местное время $m_{\Omega\uparrow}$ в восходящем узле орбиты при различных положениях среднего экваториального Солнца. Из выражений (6.3) видно, что местное солнечное время m_{Ω} в узлах орбиты остается постоянным для ССО, так как условием солнечной синхронности является равенство во времени скоростей изменения Ω и α_C , откуда

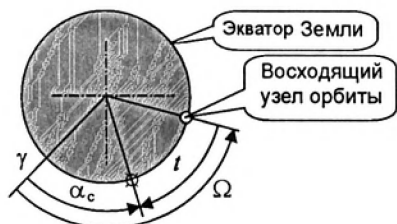


Рис. 6.1. К определению местного времени прохождения восходящего узла орбиты $m_{\Omega\uparrow}$

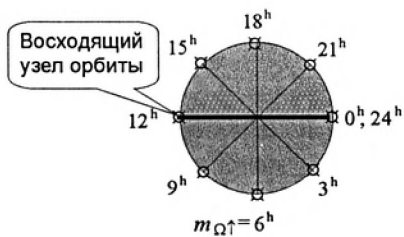


Рис. 6.2. Положение среднего экваториального Солнца и соответствующее ему $m_{\Omega\uparrow}$

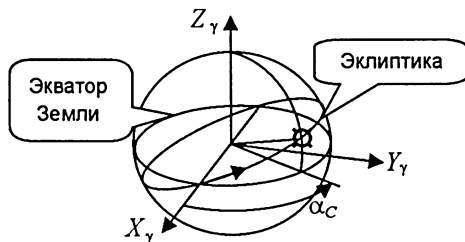


Рис. 6.3. Видимое годовое движение Солнца по небесной сфере

следует постоянство во времени разности $(\Omega - \alpha_c)$, а значит, и m_{Ω} . Однако как скорость прецессии, так и скорость изменения α_c , строго говоря, не постоянны во времени. Скорость прецессии меняется из-за падения высоты орбиты вследствие атмосферного торможения.

Скорость изменения α_c не постоянна по двум причинам: видимое годовое движение Солнца происходит в плоскости эклиптики, а не в плоскости экватора, в которой определен угол α_c (рис. 6.3), скорость движения Земли вокруг Солнца (а значит, и скорость движения «видимого Солнца» по эклиптике) не постоянна во времени вследствие эллиптичности орбиты Земли.

В первом приближении, однако, эти факторы можно не учитывать. Обратим внимание еще на одно обстоятельство. В гл. 2 мы ввели понятие местного времени, определяя его через часовой угол *среднего* экваториального Солнца. Использование понятия фиктивного *равномерно движущегося* среднего экваториального Солнца объяснялось требованием равномерности течения измеряемого «бытового» времени. Сейчас мы определяем не время, а взаиморасположение *истинного* Солнца и плоскости орбиты. Это взаиморасположение определяется прямым восхождением истинного Солнца α_c и долгой восходящего узла орбиты Ω . Как следствие, разность $(\Omega - \alpha_c)$, названная *местным солнечным временем прохождения восходящего узла*, — есть истинное (а не среднее) солнечное время в узле орбиты. Поэтому через $m_{\Omega\uparrow}$ и могут быть выражены некоторые параметры, определяющие реальную освещенность орбиты КА (см. ниже). Отметим, что параметр $m_{\Omega\uparrow}$ дал основание

для деления ССО на дополуночные ($m_{\Omega\uparrow} < 12^h$) и послеполуночные ($m_{\Omega\uparrow} > 12^h$) орбиты.

6.2. Взаимное положение Солнца и плоскости орбиты

Одним из параметров, характеризующих условия освещенности точки съемки (подспутниковой точки), является угол β между плоскостью орбиты КА, положение которой задается ортом вектора кинетического момента орбиты c^0 , и s^0 — ортом направления на Солнце (рис. 6.4). Найдем угол β .

Из рис. 6.4 следуют выражения для векторов s^0 и c^0 :

$$\begin{aligned} s^0 &= \|\cos \delta_C \cos \alpha_C, \cos \delta_C \sin \alpha_C, \sin \delta_C\|^T; \\ c^0 &= \|\sin i \sin \Omega, -\sin i \cos \Omega, \cos i\|^T, \end{aligned} \quad (6.4)$$

где δ_C и α_C — склонение и прямое восхождение Солнца. Скалярное произведение этих векторов

$$(s^0, c^0) = \cos(90^\circ + \beta) = -\sin \beta.$$

С другой стороны, его можно выразить через координаты векторов s^0 и c^0 , заданных выражением (6.4):

$$(s^0, c^0) = -\cos \delta_C \sin i \sin(\alpha_C - \Omega) + \sin \delta_C \cos i.$$

Выражая $(\alpha_C - \Omega)$ через $m_{\Omega\uparrow}$ (см. выражение (6.3)), получаем

$$\sin \beta = \cos \delta_C \sin i \sin(12^h - m_{\Omega\uparrow}) - \sin \delta_C \cos i. \quad (6.5)$$

Угол β по модулю не превосходит $\pi/2$, положителен при $m_{\Omega\uparrow} < 12^h$. Для определения угла δ_C воспользуемся теоремой синусов:

$$\frac{\sin \delta_C}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_C}{\sin 90^\circ}.$$

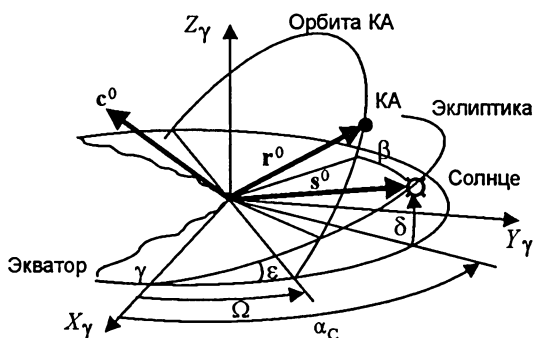
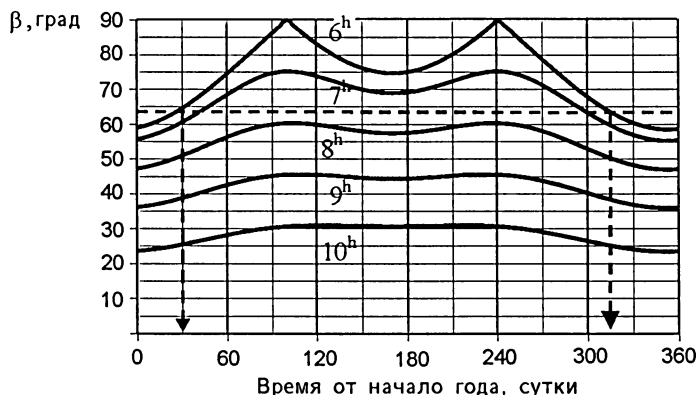


Рис. 6.4. Взаимное расположение Солнца и орбиты

Рис. 6.5. Угол β между вектором Солнца и плоскостью ССО

Отсюда получаем

$$\sin \delta_C = \sin \varepsilon \sin \lambda_C,$$

где $\varepsilon = 23,5^\circ$ — угол наклона плоскости эклиптики к плоскости экватора, λ_C — угол в плоскости эклиптики между направлением в точку весеннего равноденствия и направлением на Солнце (эклиптическая долгота Солнца). Для проектных оценок освещенности вполне достаточно знать угол λ_C с точностью $\pm 1^\circ$, поэтому будем для его определения использовать соотношение

$$\lambda_C = \frac{2\pi}{365,2422} d_{21.03},$$

где первый сомножитель — средняя суточная скорость годового движения Солнца по эклиптике, а $d_{21.03}$ — количество суток, прошедших от 21 марта, когда Солнце находилось в точке весеннего равноденствия γ и имело $\lambda_C = 0$, до текущего момента времени. Для более точных расчетов прямого восхождения α_C и склонения δ_C Солнца в 0 часов рассматриваемой даты можно использовать следующий алгоритм:

1) $\tau = d/36525$, где d — количество суток, прошедшее от 12^h 1 января 2000 года до 0^h рассматриваемой даты. Для нахождения d могут быть использованы стандартные процедуры, имеющиеся в языках программирования. Например, в языке Visual Basic эту задачу выполняет функция DateDiff();

2) $\lambda_M = 280,4606184^\circ + 36000,77005361\tau$;

3) $M = 357,5277233^\circ + 35999,05034\tau$;

4) $\lambda_{\text{ecliptic}} = \lambda_M + 1,914666471^\circ \sin M + 0,019994643 \sin 2M$;

5) $\varepsilon = 23,439291^\circ - 0,0130042\tau$;

6) $\sin \delta_C = \sin \varepsilon \sin \lambda_{\text{ecliptic}}$; $\sin \alpha_C = \text{tg } \delta_C / \text{tg } \varepsilon$.

На рис. 6.5 приведены графики зависимости угла β от времени для ССО с местным солнечным временем в восходящем узле, равным

$m_{\Omega\uparrow} = 6^h, \dots, 10^h$. Наклонение орбит принято равным $i = 98^\circ$. Расчеты показывают, что угол β в течение года, для ССО с $m_{\Omega\uparrow} = 9^h, \dots, 12^h$, меняется в диапазоне $\pm 5^\circ$ около своего среднего значения. Для ориентировочных расчетов этим изменением в течение года можно пренебречь. Но это означает, что угол β не будет зависеть от годового движения Солнца и будет определяться только величинами i и $m_{\Omega\uparrow}$. Поэтому, полагая $d_{21.03} = 0$, из (6.5) получаем

$$\sin \beta \approx \sin i \sin(12^h - m_{\Omega\uparrow}).$$

А так как для ССО рассматриваемых высот $\sin i \approx 1$, то для грубых оценок угла β получаем соотношение $\beta^h \approx 12^h - m_{\Omega\uparrow}$, или, в градусной мере, $\beta^\circ \approx 15(12^h - m_{\Omega\uparrow})$. Например, для $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$ имеем $\beta \approx 45^\circ$.

6.3. Высота Солнца над местным горизонтом в точке съемки

Высота Солнца h_C над местным горизонтом подспутниковой точки КА (угол места Солнца) определяет условия съемки по трассе КА. Разработчики бортовой аппаратуры обычно предъявляют к высоте Солнца во время съемки определенные требования, например, величина этого угла должна быть не менее $10\dots 15^\circ$. Найдем выражение для расчета угла места Солнца в подспутниковой точке во время движения КА по орбите.

Из рис. 6.4 следует выражение для τ^0 — орта вектора положения КА на орбите:

$$\tau^0 = \|\cos \varphi \cos(\alpha_C + \xi), \cos \varphi \sin(\alpha_C + \xi), \sin \varphi\|^T,$$

где φ — широта подспутниковой точки; ξ — текущий часовой угол Солнца относительно КА. Напомним, что положительное направление его измерения к западу от КА.

Обозначим угол между векторами s^0 и τ^0 через ψ . Скалярное произведение этих векторов $(s^0, \tau^0) = \cos \psi$ может быть выражено через координаты этих векторов:

$$\cos \psi = \sin \delta_C \sin \varphi + \cos \delta_C \cos \varphi \cos \xi. \quad (6.6)$$

Из определения векторов s^0 и τ^0 вытекает, что $h_C + \psi = 90^\circ$, а значит, $\psi = 90^\circ - h_C$. Поэтому из выражения (6.6) для определения h_C получаем соотношение:

$$\sin h_C = \sin \delta_C \sin \varphi + \cos \delta_C \cos \varphi \cos \xi. \quad (6.7)$$

Из теоремы синусов в треугольнике ABC (рис. 6.6) для широты подспутниковой точки φ имеем соотношение:

$$\sin \varphi = \sin i \sin u,$$

где $u = (2\pi/T_{\text{др}})t$ — аргумент широты КА, движущегося по круговой орбите; t — время полета КА от восходящего узла.

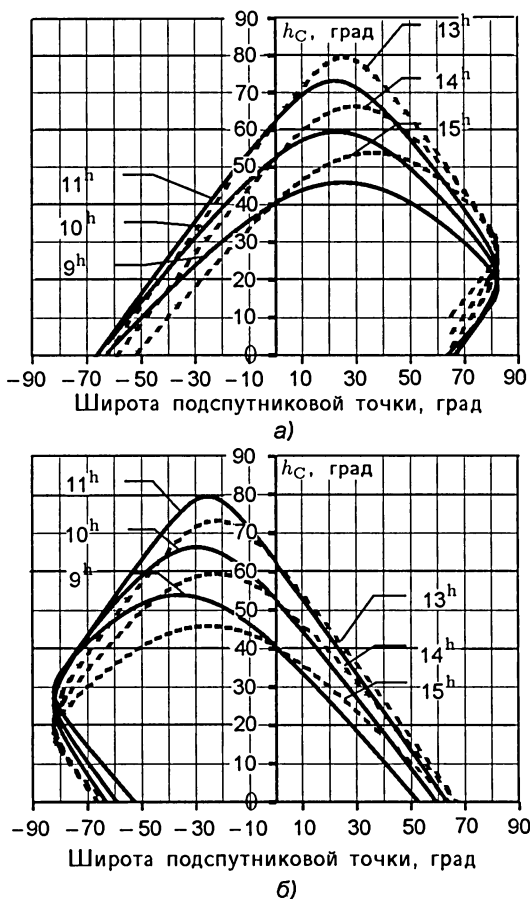


Рис. 6.7. Высота Солнца h_C над местным горизонтом подспутниковой точки: а — для 21 июня; б — для 21 декабря; $m_{\Omega\uparrow} = 9^h, \dots, 15^h$; $i = 97,7^\circ$; $T_{др} = 5760$ с

ветвях орбиты для различных $m_{\Omega\uparrow}$. При этом местное время в восходящем узле варьировалось от 9^h до 15^h ; $i = 97,7^\circ$; $T_{др} = 5760$ с.

На рис. 6.8 приведены зависимости высоты Солнца над горизонтом как функции геоцентрической широты КА при съемке на восходящей ветви ССО с наклонением $i = 98,1^\circ$ (высотой $h = 675$ км) и местным временем прохождения восходящего узла, равным $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$. График $h_C = f(\varphi)$ строился для 15 числа каждого месяца года. Номер месяца указан на выноске около соответствующей кривой. Таким образом, данные графики показывают эволюцию параметра h_C за год для конкретной (9-часовой) орбиты.

Рассмотрим поведение кривых $h_C = f(\varphi, m_{\Omega\uparrow})$ на рис. 6.7. Будем называть КА с $m_{\Omega\uparrow} > 12^h$ — послеполуденным, а с $m_{\Omega\uparrow} < 12^h$

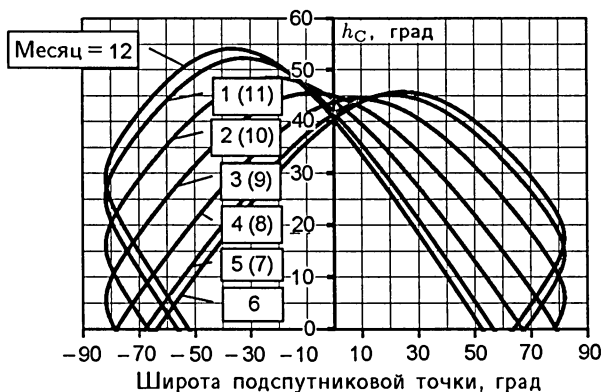


Рис. 6.8. Высота Солнца над местным горизонтом для разного времени года:
 $h = 675$ км, $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$, $i = 98,1^\circ$

Т а б л и ц а 6.1

Предпочтительные значения $m_{\Omega\uparrow}$

Полушарие	Лето		Зима	
Северное полушарие	$< 12^h$	$> 12^h$	$< 12^h$	$> 12^h$
Южное полушарие	$< 12^h$		$< 12^h$	$> 12^h$

— дополуденным. Определим, при каком $m_{\Omega\uparrow}$ будут обеспечиваться наилучшие условия для съемки (полагая, что наилучшие условия для съемки обеспечиваются при максимальной высоте Солнца над местным горизонтом). Из рис. 6.7 следует, что летом (см. рис. 6.7,а) в северном полушарии Земли обеспечиваются хорошие условия для съемки как для $m_{\Omega\uparrow} > 12^h$, так и для $m_{\Omega\uparrow} < 12^h$; в южном — более предпочтительно $m_{\Omega\uparrow} < 12^h$. Зимой (см. рис. 6.7,б) в южном полушарии Земли обеспечиваются хорошие условия для съемки как для $m_{\Omega\uparrow} < 12^h$, так и для $m_{\Omega\uparrow} > 12^h$; в северном — более предпочтительно $m_{\Omega\uparrow} > 12^h$.

Полученные результаты сведем в табл. 6.1, которая позволяет сделать следующие выводы: в течение всего года в северном полушарии в более предпочтительных условиях оказывается послеполуденный КА, в южном полушарии — дополуденный КА; дополуденный КА зимой в северном полушарии и послеполуденный КА летом в южном полушарии — имеют наихудшие для съемки условия (по высоте Солнца над горизонтом).

Таким образом, если КС ДЗЗ содержит, например, два КА, то один целесообразно сделать послеполуденным, а другой — дополуденным. Первый будет иметь предпочтительные условия съемки в северном полушарии Земли, а второй — в южном. Напоминаем, что рассматривалась съемка на восходящей ветви орбиты.

После того как в проектно-баллистическом анализе выбран «тип» КА — дополуденный или послеполуденный, надо выбрать конкретное

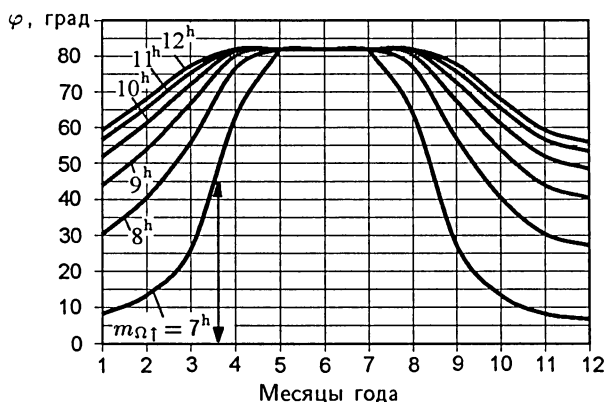


Рис. 6.9. Широта φ подспутниковой точки, для которой высота Солнца $h_C = 10^\circ$ (северное полушарие Земли); $m_{\Omega\uparrow} = 7^h, \dots, 12^h, i = 98,1^\circ$. Стрелкой показан диапазон широт, в котором $h_C \geq 10^\circ$ при $m_{\Omega\uparrow} = 7^h$

значение $m_{\Omega\uparrow}$. Для этого рассмотрим еще один вопрос, относящийся к условиям съемки. Съемка поверхности Земли возможна, если угол места Солнца (см. гл. 4) не меньше некоторой определенной величины $h_{C\min}$. Определим диапазон широт, для которого в подспутниковой точке выполнено неравенство $h_C \geq h_{C\min}$. Этот диапазон может быть найден из выражения (6.7), в котором положено $h_C \geq h_{C\min}$:

$$\sin \delta_C \sin \varphi + \cos \delta_C \cos \varphi \cos[(m_{\Omega\uparrow} - 12^h) + \arcsin(\operatorname{tg} \varphi / \operatorname{tg} i)] \geq \sin(h_{C\min}). \quad (6.10)$$

Результаты численного решения относительно φ неравенства (6.10) для северного полушария Земли, 21 числа каждого месяца года, $h = 675$ км ($i = 98,1^\circ$), $h_{C\min} = 10^\circ$ и $m_{\Omega\uparrow} = 7^h, \dots, 12^h$ представлены на рис. 6.9. Эти графики выделяют область на поверхности Земли, в каждой точке которой угол места Солнца удовлетворяет неравенству $h_C \geq 10^\circ$. Ширина этой области фактически «регулируется» значением $m_{\Omega\uparrow}$, поэтому графики, подобные рис. 6.9, служат одним из оснований для выбора $m_{\Omega\uparrow}$ при проектировании орбит КА ДЗЗ. Другие основания появляются при проектировании системы энергопитания КА.

Из рис. 6.9 следует, что в северном полушарии «утренние» орбиты практически не пригодны для съемок, так как весь год, кроме летних месяцев, только в экваториальных областях высота Солнца достаточна для съемок. Например, орбита с $m_{\Omega\uparrow} = 7^h$ зимой имеет достаточную для съемки высоту Солнца только в районах с широтой $\varphi \approx 0 \dots 15^\circ$ с.ш.

Переход к более «поздним» орбитам значительно расширяет область съемки. Например, на орбите с $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$ съемка возможна до 45° северной широты. В летние месяцы в северном полушарии съемка возможна на всех широтах ($0 \leq \varphi \leq i = 98,1^\circ$), независимо от времени прохождения восходящего узла, однако и в этом случае нецелесообразно использовать «утренние» орбиты, так как они не обеспечивают условий

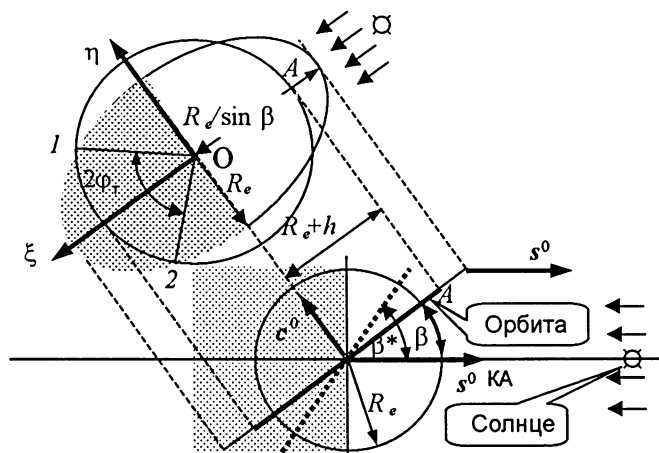


Рис. 6.10. К определению затененного участка орбиты

съемки в южном полушарии Земли. С другой стороны, «полуденные» орбиты с $m_{\Omega\uparrow} = 12^h$ также могут не удовлетворять проектанта. Дело в том, что длительность теневого участка на них больше, чем на «утренних» орбитах, а это ухудшает энергоснабжение КА. Солнце может находиться как слева, так и справа от КА, а это усложняет работу научной аппаратуры и системы терморегулирования. Поиск компромисса привел к тому, что, как правило, «дополуденные» КА имеют $m_{\Omega\uparrow} = 9^h, \dots, 11^h$, «послеполуденные» — $m_{\Omega\uparrow} = 13^h, \dots, 15^h$.

6.4. Тень на орбите

Определим, при каких условиях на орбите КА появляется тень. Будем полагать Землю сферой и считать, что тень Земли имеет вид прямого кругового цилиндра (рис. 6.10). Это допущение справедливо для спутников с высотой орбит порядка несколько тысяч километров.

Из рис. 6.10 следует, что существует «критический» угол β^* между направлением на Солнце и плоскостью орбиты, такой, что при $\beta > \beta^*$ спутник освещен Солнцем в течение всего витка, а при $\beta \leq \beta^*$ на орбите обязательно имеется тень. Угол β^* для круговой орбиты высотой h может быть найден из выражения:

$$\sin \beta^* = \frac{R_e}{R_e + h}. \quad (6.11)$$

На рис. 6.11 дана зависимость β^* от высоты h . Из этого графика следует, что, например, для высоты $h = 675$ км угол $\beta^* = 64,7^\circ$. Обратившись к рис. 6.5 видим, что угол β для орбиты с $m_{\Omega\uparrow} = 6^h$ в интервале времени, начинающемся в 30 сутки и заканчивающемся в 310 сутки от начала года, больше $64,7^\circ$. Следовательно, на этом интервале времени, длительностью примерно 9 месяцев, орбита КА будет

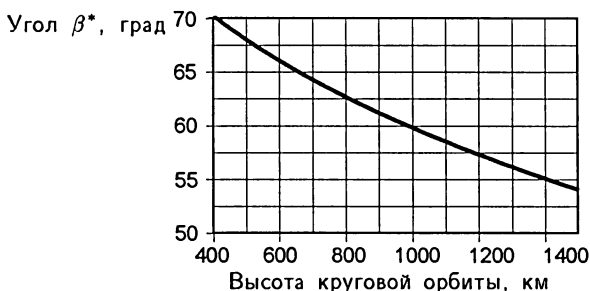


Рис. 6.11. Зависимость угла β^* от высоты круговой орбиты

непрерывно освещена Солнцем; все остальное время в году на каждом витке ее будут участки тени. У орбиты с $m_{\Omega\uparrow} = 7^h$ участок, на котором витки орбиты имеют область тени, более продолжителен. Орбита с $m_{\Omega\uparrow} = 8^h$ уже имеет угол $\beta^* < 64,7^\circ$ в течение всего года, и значит на каждом ее витке есть участок тени.

Увеличение высоты ССО при $m_{\Omega\uparrow} = \text{const}$ приводит к сокращению интервала времени, в течение которого на каждом витке орбиты есть область тени. Для орбиты с параметрами $m_{\Omega\uparrow} = 6^h$, $h = 1400$ км, $i = 101,4^\circ$ длительность этого участка становится равной нулю. Следовательно, ССО высотой $h = 1400$ км является в некотором смысле критической: ССО высотой $h > 1400$ км могут быть непрерывно освещены Солнцем в течение всего года, ССО меньшей высоты — нет. Местное время $m_{\Omega\uparrow} = 6^h$ мы рассматриваем потому, что орбита с таким $m_{\Omega\uparrow}$ «наиболее солнечная», так как нормаль к плоскости ССО в наименьшей степени отклоняется от направления на Солнце. Понятно, что если угол между ними 90° , то Солнце лежит в плоскости орбиты, $m_{\Omega\uparrow} = 12^h$ или 24^h и теневой участок орбиты максимальный.

Можно поставить задачу нахождения для каждого дня года местного времени в восходящем узле ССО, при котором орбита в этот день полностью освещена Солнцем («солнечная орбита»). Это время (обозначим его $m_{\Omega\uparrow}^*$) можно найти, приравнявая выражения для β и β^* . Из полученного уравнения найдем два значения $m_{\Omega\uparrow}^*$:

$$m_{\Omega\uparrow}^* = 6^h \pm \left\{ 6^h - \frac{12}{\pi} \arcsin \left[\frac{1}{\cos \delta_C \sin i} \left(\frac{R_e}{R_e + h} + \sin \delta_C \cos i \right) \right] \right\}, \quad (6.12)$$

где высота и наклонение ССО связаны соотношением (5.12). Все $m_{\Omega\uparrow}^*$, лежащие между этими двумя значениями, удовлетворяют условию задачи. Зависимость $m_{\Omega\uparrow}^*$ от времени приведена на рис. 6.12.

Теперь определим продолжительность теневого участка на круговой орбите. Вновь обратимся к рис. 6.10. Здесь показано сечение «теневого цилиндра» плоскостью круговой орбиты при $\beta \leq \beta^*$ (при этом, как указывалось выше, на витке обязательно есть теневая область). Геоцентрический угол $2\varphi_T$, внутри которого спутник находится в тени, может

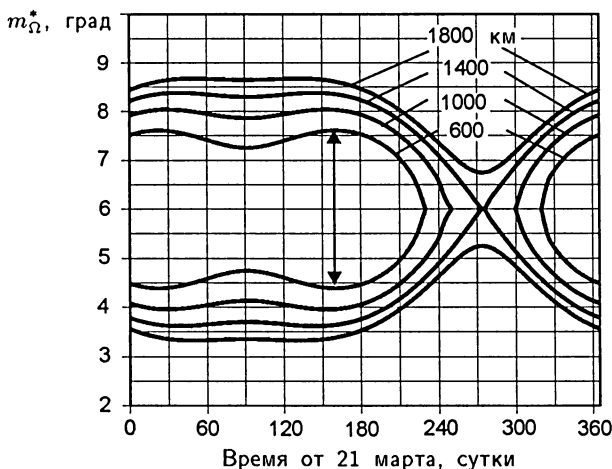


Рис. 6.12. Диапазон местного времени прохождения восходящего узла ССО, при котором орбита является «солнечной» (стрелкой показан диапазон для высоты 600 км)

быть найден, если известны координаты точек 1 и 2 пересечения орбиты с «теневым цилиндром». Из рис. 6.10 следует, что 1 и 2 — это точки пересечения окружности радиуса $(R_e + h)$ и эллипса с большой полуосью $a = R_e / \sin \beta$ и малой полуосью $b = R_e$. В системе координат $\xi O \eta$ уравнения эллипса и окружности соответственно имеют вид:

$$\frac{\xi^2}{(R_e / \sin \beta)^2} + \frac{\eta^2}{R_e^2} = 1; \quad \xi^2 + \eta^2 = (R_e + h)^2. \quad (6.13)$$

Так как т. 1 и т. 2 расположены симметрично относительно большой полуоси эллипса, достаточно найти только координаты т. 1. Решая систему уравнений (6.13), находим

$$\xi_1^2 = (2R_e h + h^2) / \cos^2 \beta.$$

Учитывая последнее соотношение из рис. 6.10, получаем

$$\cos \varphi_T = \frac{\xi_1}{R_e + h} = \frac{1}{\cos \beta} \sqrt{1 - \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2}.$$

Принимая во внимание (6.11), получаем окончательно

$$\cos \varphi_T = \frac{\cos \beta^*}{\cos \beta}.$$

Следовательно, геоцентрический угол, внутри которого движущийся по

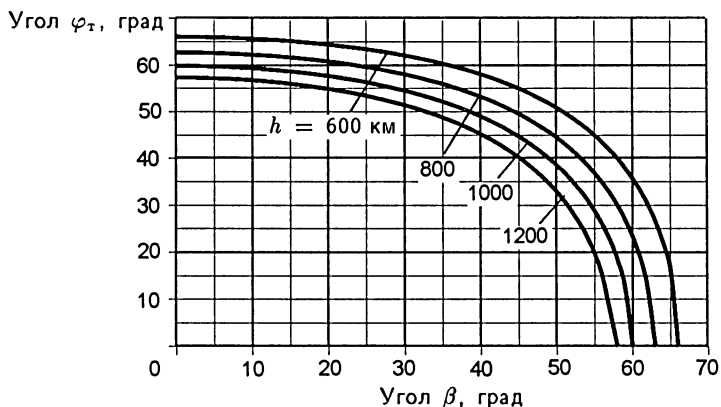


Рис. 6.13. Угол тени φ_{τ} в зависимости от β и высоты орбиты h

орбите спутник находится в тени Земли,

$$2\varphi_{\tau} = 2 \arccos \left(\frac{\cos \beta^*}{\cos \beta} \right). \quad (6.14)$$

Из выражения (6.14), в частности, следует, что при $\beta = 0$ (Солнце в плоскости орбиты) $\varphi_{\tau} = \beta^*$; при $\beta = \beta^*$ угол $\varphi_{\tau} = 0$ (тень на орбите отсутствует).

На рис. 6.13 представлены результаты расчетов по формуле (6.14), показывающие как меняется угол φ_{τ} при изменении высоты орбиты h и положения Солнца относительно ее плоскости, т.е. угла β .

Интересно посмотреть, как меняется продолжительность теневого участка на орбите заданной высоты (например, 675 км) в течение года. Конечно она будет зависеть в том числе и от падения высоты вследствие атмосферного торможения, но принимая во внимание наш «учебно-проектный» интерес, будем пока этим эффектом пренебрегать. Для ответа на этот вопрос опять воспользуемся формулой (6.14), в которой положим $\beta^* = 64,7^\circ$ (см. рис. 6.11 для $h = 675$ км).

Задавшись определенным временем прохождения восходящего узла $m_{\Omega \uparrow}$, будем варьировать дату года и определять для каждой из них угол β (см. рис. 6.5), а затем находить φ_{τ} . Углу φ_{τ} соответствует время движения по круговой орбите

$$\tau_{\tau} = \frac{T_{\text{др}}}{2\pi} \varphi_{\tau},$$

где $T_{\text{др}}$ — драконический период орбиты (см. соотношение (5.5)).

Результаты расчетов τ_{τ} приведены на рис. 6.14. Из него следует, что чем ближе $m_{\Omega \uparrow}$ к 6^h , тем больше на τ_{τ} сказывается годовое движение Солнца, в котором оно переходит из одного полушария Земли в другое (конечно, имеется в виду видимое движение Солнца на небесной сфере).

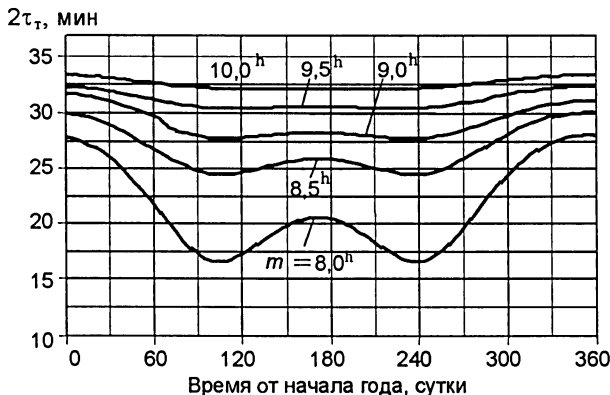


Рис. 6.14. Продолжительность тени $2\tau_t$ на круговой ССО высотой $h = 675$ км для местного времени прохождения восходящего узла $m_{\Omega\uparrow} = 8,0^h, \dots, 10,0^h$

Графики, приведенные на рис. 6.14, используются при расчете систем терморегулирования, систем энергоснабжения КА и планировании наблюдений поверхности Земли.

Задача 6.1. На КА, расположенном на ССО высотой $h = 675$ км и наклонением $i = 98,1^\circ$ 29 августа 2005 осуществляется эксперимент, необходимым условием проведения которого является полная освещенность орбиты КА Солнцем. Найдите, при каких долготах восходящего узла орбиты обеспечивается выполнение этого условия.

Задача 6.2. Найти высоту Солнца над местным горизонтом в подспутниковой точке на витке полета КА. Орбита КА солнечно-синхронная, высотой 675 км. Местное время прохождения восходящего узла $8^h, 9^h, 10^h$. Расчет провести для дат 21 декабря, 21 марта, 21 июня.

Задача 6.3. 21.03.2005 с КА, находящегося на ССО высотой $h = 675$ км, должна быть проведена съемка территории, расположенной на широте $\varphi = 71^\circ$. Определите местное время прохождения восходящего узла орбиты, с которой может быть произведена эта съемка. Угол места Солнца в подспутниковой точке в момент съемки должен быть не менее 10° , съемка проводится на восходящей ветви траектории, КА — допущенный.

Оценка времени старта КА на солнечно-синхронную орбиту. Азимут старта

Всегда думаешь: «Это я еще успею. Еще много будет в моей жизни молока и сена». А на самом деле никогда этого больше не будет. Так и знайте: это была лучшая ночь в нашей жизни, мои бедные друзья. А вы этого даже не заметили.

О. Бендер

7.1. Оценка времени старта при выведении КА на орбиту с заданным временем прохождения восходящего узла

Одним из вопросов, решаемых на начальной стадии баллистического проектирования полета КА ДЗЗ, является выбор момента старта носителя, выводящего КА на заданную орбиту.

Обычно выбор времени старта осуществляется, исходя из необходимости:

- обеспечить требуемые условия освещенности КА или его подспутниковой точки в заданный момент времени;
- вывести КА в плоскость орбиты другого КА или в плоскость, обеспечивающую заданное взаимное расположение запускаемого и летающего КА.

В первой задаче нас интересует взаимное положение орбитальной плоскости выведенного КА и вектора Солнца, во второй — взаимное положение орбитальных плоскостей двух КА. Таким образом, в обеих задачах определяющим фактором является положение плоскости орбиты, формируемой в конце участка выведения в момент срабатывания контактов отделения КА от последней ступени носителя («момент КО»). Следовательно, для расчета времени старта необходимо знать параметры траектории выведения. Определяются они в результате численного интегрирования дифференциальных уравнений управляемого движения ракеты — задачи достаточно сложной. Положение облегчается тем, что траектория движения носителя на участке выведения не зависит от времени старта, поэтому можно рассчитать траекторию выведения в неко-

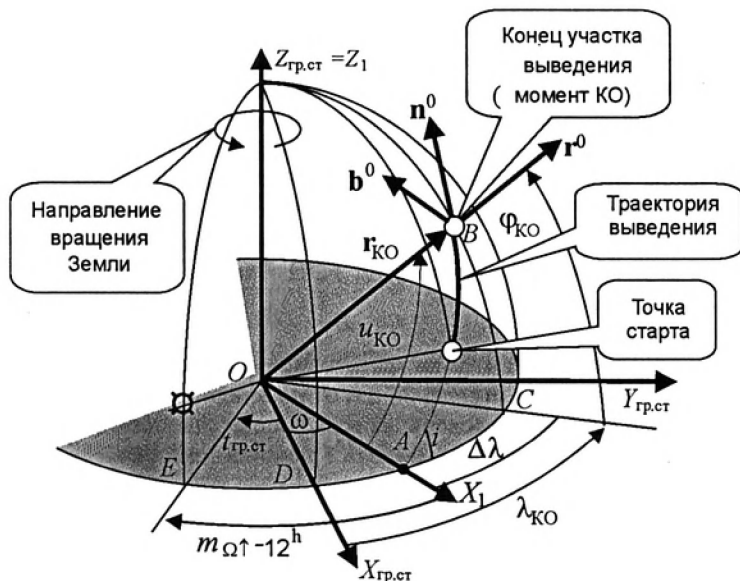


Рис. 7.1. Траектория участка выведения в Гринвичской системе координат, «замороженной» на момент старта

торой инерциальной системе координат один раз, а затем использовать насчитанную траекторию как «шаблон» при выборе времени старта.

В качестве системы координат удобно использовать Гринвичскую систему координат, «замороженную» на момент старта (рис. 7.1). «Замораживание» — это термин, используемый в баллистике для построения систем координат, которые движутся в пространстве до момента «замораживания» t , а в момент t фиксируют свое положение в инерциальном пространстве, превращаясь, таким образом, из неинерциальных систем отсчета в инерциальные. Понятно, что процедура «замораживания» вектор положения точки не меняет, а вектор скорости меняет, так как скорость точки относительно подвижной и неподвижной систем координат различна.

Итак, приступая к нахождению времени старта, будем полагать, что выполнены следующие положения:

- проинтегрированы уравнения управляемого движения ракеты на участке выведения в $X_{гр.ст}Y_{гр.ст}Z_{гр.ст}$ — Гринвичской системе координат, «замороженной» на момент старта, и, следовательно, известен вектор состояния КА в момент отделения от носителя ($r_{КО}$, $V_{КО}$) в этой системе координат;
- вычислены географические координаты $\varphi_{КО}$ и $\lambda_{КО}$ точки отделения КА от носителя на момент КО в $X_{гр.ст}Y_{гр.ст}Z_{гр.ст}$;
- в момент КО носитель формирует орбиту, у которой наклонение i равно заданному.

Найдем выражение для оценки времени старта КА на ССО с заданным $m_{\Omega\uparrow}$ — местным временем прохождения восходящего узла. Обратимся к рис. 7.1. В некоторый момент времени происходит старт ракеты. В этот момент времени Гринвичская система координат «замораживается» и становится неподвижной инерциальной системой координат. На Гринвичском меридиане в этот момент местное время равно $m_{гр.ст}$. В силу соотношения (2.1) имеем $t_{гр.ст}^h + 12^h = m_{гр.ст}$. Здесь $t_{гр.ст}^h$ — часовой угол Солнца на Гринвичском меридиане, выраженный в часовой мере. На рис. 7.1 этот угол есть угол EOD . Таким образом, имеем

$$t_{гр.ст}^h = m_{гр.ст} - 12^h. \quad (7.1)$$

Далее носитель движется по траектории выведения; через некоторое время наступает момент отделения КА от носителя (момент КО). В этот момент орбита КА сформирована, ее восходящий узел находится в точке A и имеет долготу в «замороженном» Гринвиче, равную углу DOA . На рис. 7.1 он обозначен через ω и равен

$$\omega = \lambda_{КО}^h - \Delta\lambda^h, \quad (7.2)$$

где $\lambda_{КО}^h$ — долгота конца участка выведения в «замороженном» Гринвиче, $\Delta\lambda^h$ — угол AOC между меридианом конца участка выведения и восходящим узлом орбиты. Оба угла выражены в часовой мере.

Из рис. 7.1 следует, что

$$\angle AOE = t_{гр.ст}^h + \omega.$$

С другой стороны, угол AOE — есть часовой угол восходящего узла орбиты. По условию, после выведения (в момент КО) этот угол должен равняться

$$\angle AOE = m_{\Omega\uparrow} - 12^h.$$

Сравнивая эти два представления угла AOE , получаем

$$t_{гр.ст}^h + \omega = m_{\Omega\uparrow} - 12^h. \quad (7.3)$$

Используя (7.1) и (7.2), из выражения (7.3) получаем

$$m_{гр.ст} = m_{\Omega\uparrow} - \lambda_{КО}^h + \Delta\lambda^h.$$

Итак, гринвичское время старта получено. Московское декретное время старта отличается от гринвичского на $+3^h$ (см. (2.3)). Угол $\Delta\lambda^h$ может быть найден из рассмотрения прямоугольного сферического треугольника ABC . Если носитель формирует орбиту с наклоном i , то угол $\Delta\lambda$ определяется из выражения

$$\sin \Delta\lambda = \operatorname{tg} \varphi_{КО} / \operatorname{tg} i. \quad (7.4)$$

Следовательно,

$$T_{Мск.ст} = m_{\Omega\uparrow} - \lambda_{КО}^h + (12/\pi) \arcsin(\operatorname{tg} \varphi_{КО} / \operatorname{tg} i) + 3^h. \quad (7.5)$$

Пусть, например, $m_{\Omega\uparrow} = 15^h$, $\varphi_{\text{КО}}^0 = 76,6278^\circ$, $\lambda_{\text{КО}}^0 = 103,7885^\circ$, $i = 97,8^\circ$. Тогда расчет по формуле (7.4) дает $T_{\text{Мск.ст}} = 8,735^h = 8^h 44^m 06^s$. Заметим, что соотношение (7.4) не определяет $\Delta\lambda$ однозначно (другое значение $\Delta\lambda = \pi - \arcsin(\text{tg } \varphi_{\text{КО}} / \text{tg } i)$). Элементарный геометрический анализ активного участка позволяет выбрать нужное значение $\Delta\lambda$.

Если конец участка выведения задан вектором положения $\mathbf{r}_{\text{КО}} = (x_{\text{КО}}, y_{\text{КО}}, z_{\text{КО}})^T$, а не полярными координатами $\varphi_{\text{КО}}$, $\lambda_{\text{КО}}$, то последние могут быть определены по формулам:

$$\sin \varphi_{\text{КО}} = \frac{z_{\text{КО}}}{\sqrt{x_{\text{КО}}^2 + y_{\text{КО}}^2}}; \quad \sin \lambda_{\text{КО}} = \frac{y_{\text{КО}}}{\sqrt{x_{\text{КО}}^2 + y_{\text{КО}}^2}}. \quad (7.6)$$

При расчете $\lambda_{\text{КО}}$ знак $x_{\text{КО}}$ позволяет устранить неоднозначность.

Координаты конца участка выведения могут быть заданы в Гринвичской вращающейся системе координат. Обозначим их $\varphi'_{\text{КО}}$, $\lambda'_{\text{КО}}$. Тогда переход к координатам в «замороженном» Гринвиче производится по соотношениям:

$$\varphi_{\text{КО}} = \varphi'_{\text{КО}}; \quad \lambda_{\text{КО}} = \lambda'_{\text{КО}} + \omega_3 \tau_{\text{в}},$$

где $\tau_{\text{в}}$ — длительность участка выведения (от старта до срабатывания контактов отделения).

Итак, выше было показано, как выбором времени старта можно формировать требуемую долготу восходящего узла, которая в свою очередь определяет местное время в восходящем узле ССО, а значит, и условия освещенности в подспутниковых точках (точках съемки).

7.2. Азимут старта

Другая важная характеристика орбиты — наклонение — формируется выбором азимута старта. Определение азимута старта дано на рис. 7.2, где i — наклонение орбиты, $\varphi_{\text{СТ}}$ — широта точки старта, A — азимут старта; треугольник pqr прямоугольный. Азимут старта измеряется от направления на Север; положительное направление — в направлении движения часовой стрелки. Для сферического прямоугольного треугольника pqr имеют место часто используемые в баллистических расчетах соотношения:

$$\sin \Delta\lambda_{\text{СТ}} = \text{tg } \varphi_{\text{СТ}} / \text{tg } i; \quad (7.7)$$

$$\text{tg } \Delta\lambda_{\text{СТ}} = \sin \varphi_{\text{СТ}} \text{tg } A; \quad (7.8)$$

$$\cos i = \cos \varphi_{\text{СТ}} \sin A; \quad (7.9)$$

$$\sin u_{\text{СТ}} = \sin \varphi_{\text{СТ}} / \sin i; \quad (7.10)$$

$$\text{ctg } u_{\text{СТ}} = \cos A / \text{tg } \varphi_{\text{СТ}}; \quad (7.11)$$

$$\text{tg } u_{\text{СТ}} = \text{tg } \Delta\lambda_{\text{СТ}} / \cos i. \quad (7.12)$$

Прицеливание по азимуту первых баллистических ракет производилось с помощью поворотных устройств на стартовых столах. Стоящая

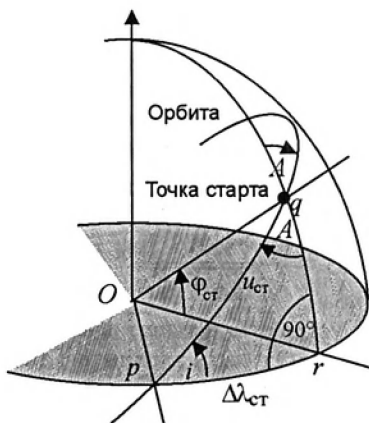


Рис. 7.2. К определению азимута старта

на столе ракета бойцами стартового расчета разворачивалась вокруг вертикальной оси на угол азимута прицеливания так, чтобы ввести плоскость стабилизаторов I...III в плоскость траектории выведения (плоскость стрельбы). В качестве точек отсчета использовались триангуляционные вышки, координаты которых известны с высокой точностью.

Прицеливание занимало десятки минут. В настоящее время используется другой способ прицеливания, основанный на том, что система управления ракеты во время полета стабилизирует угол крена равным нулю. Прочитаем отрывок из книги [10], которую можно рассматривать как базовую для знаком-

ства с ракетно-космической техникой: «С тем чтобы на старте не заниматься установкой ракеты по линии прицеливания и освободить тем самым стартовую систему от громоздких и тяжелых поворотных механизмов, вводится программа разворота по крену. Ракета на стартовой позиции устанавливается в раз и навсегда принятом положении, независимо от направления предстоящего пуска. Азимут вычисляется заранее и передается бортовому запоминающему устройству. Как только ракета оторвалась от стартового устройства и еще поднимается по вертикали, автомат стабилизации угла крена разворачивает ее относительно вертикальной оси на линию прицеливания. На это уходит примерно 10...15 секунд, после чего начинается разворот ракеты по тангажу.»

Задача 7.1. Построить график зависимости $T_{\text{МСК.ст}}$ — московского времени старта от $m_{\Omega\uparrow}$ — местного времени прохождения восходящего узла орбиты для следующих исходных данных: $m_{\Omega\uparrow} = 9^{\text{h}}...15^{\text{h}}$, $\varphi_{\text{КО}}^{\circ} = 76,6278^{\circ}$, $\lambda_{\text{КО}}^{\circ} = 103,7885^{\circ}$, $i = 97,8^{\circ}$.

Задача 7.2. При выведении КА могут реализоваться ситуации, в которых носитель обеспечит минимальную (658,0 с), номинальную (691,7 с) или максимальную (768,1 с) длительности участка выведения. В Гринвичской замороженной на момент старта системе координат векторы положения на момент КО равны соответственно:

$$\tau_{\text{КО}}^{\text{min}} = \parallel -474,44; 1645,97; 6764,62 \parallel^{\text{T}} \text{ км};$$

$$\tau_{\text{КО}}^{\text{nom}} = \parallel -384,65; 1567,37; 6788,95 \parallel^{\text{T}} \text{ км},$$

$$\tau_{\text{КО}}^{\text{max}} = \parallel -151,39; 1367,76; 6841,10 \parallel^{\text{T}} \text{ км}.$$

Определите разброс местного времени прохождения восходящего узла орбиты для номинального времени старта, равного $T_{\text{МСК.ст}} = 8,735^{\text{h}} = 8^{\text{h}} 44^{\text{m}} 6^{\text{s}}$. Наклонение орбиты $i = 97,8^{\circ}$.

Задача 7.3. Даны широта точки старта ракеты-носителя $\varphi_{\text{ст}}$ и азимут стрельбы A . Определить наклонение орбиты в случаях а) $\varphi_{\text{ст}} = 60^\circ$, $A = 30^\circ$; б) $\varphi_{\text{ст}} = 60^\circ$, $A = -30^\circ$.

Задача 7.4. Определить азимут старта для запуска КА на солнечно-синхронную орбиту с наклонением $97,8^\circ$. Широта точки старта $\varphi_{\text{ст}} = 51,791^\circ$.

Задача 7.5. КА выводится на орбиту с пускового устройства, расположенного на географических широте $\varphi_{\text{ст}} = 30^\circ$ и долготе $\lambda_{\text{ст}} = 60^\circ$. Азимут стрельбы $A = 45^\circ$. Продолжительностью активного участка пренебрегаем. Определить гринвичскую долготу восходящего узла орбиты ω .

Задача 7.6. Путешественник вышел из т. N точно на Юг. Пройдя 10 км, он повернул на Восток и прошел еще 10 км. Здесь он встретил медведя и уходя от него, пошел точно на Север. Через 10 км он оказался в т. N . Какого цвета был медведь?

Задача 7.7. КА движется по круговой полярной орбите. Для простоты положим $h = 0$ км. Под каким углом пересекает трасса КА экватор Земли?

Задача 7.8. Определите с какой точностью должен выдерживаться азимут стрельбы в конце активного участка полета баллистической ракеты, чтобы боковое отклонение от цели не превышало ± 5 км. Дальность стрельбы 8000 км.

На этом мы закончим первую часть книги, посвященную свойствам кратных солнечно-синхронных орбит. Эти свойства в некотором смысле можно назвать «статикой» кратных ССО. Простота рассмотренных вопросов объясняется прежде всего «солнечной синхронностью» орбит, вследствие которой один оборот относительно прецессирующей орбиты Земля делает ровно за одни солнечные сутки. Это позволило в выражении (5.3) заменить $T_{\text{эфф}}$ на $T_{\text{сс}}$ и получить для кратной ССО очень простое соотношение (5.4), выражающее драконический период непосредственно через кратность орбиты. Попробуйте записать аналогичные соотношения для орбиты произвольного наклонения, и все станет сложнее. Впрочем, многие рассмотренные свойства действительны для любых кратных орбит, а не только для солнечно-синхронных кратных. Мы, однако, специально не подчеркивали этих моментов, желая сохранить тематическую направленность, даже в ущерб общности результатов.

Излишне говорить, что многие вопросы даже такой узкой темы не обсуждались в книге. Причиной этого являются жесткие временные рамки лекционного курса, «втиснуться» в которые удастся только благодаря экономии лекционного времени за счет ссылок на иллюстрации, графики и упражнения, имеющиеся в книге.

Прибегнув к уже упомянутой аналогии, вопросы, обсуждаемые далее, можно назвать «динамикой» кратных солнечно-синхронных орбит. Они более сложны и для преподавателя, и для студента, но ознакомившись с ними можно составить представление о «жизни» орбиты во времени.

Часть вторая

Глава 8

Возмущение параметров солнечно-синхронной орбиты

Трудные задачи выполняй немедленно, невозможные — чуть погодя.

Девиз BBC

Погрешности работы системы управления (СУ) ракеты приводят к тому, что кинематические параметры траектории $t_{КО}$ и $V_{КО}$ в конце активного участка (т.е. в момент КО), вообще говоря, не совпадают с их расчетными, номинальными значениями. Следствие этого — неточное формирование расчетной орбиты КА. Погрешности функционирования СУ ракеты случайны, поэтому случайны и отклонения параметров (разбросы) конца активного участка, а значит, и отклонения параметров орбиты КА, сформированной в момент выведения. Конечно, СУ строится так, чтобы эти отклонения были минимальными, но полностью избавиться от них не возможно, так как не возможно устранить первопричину их возникновения. Оценим влияние возмущений параметров конца активного участка на параметры ССО. Кроме того, оценим возмущения проявляющиеся и накапливающиеся с течением времени, так называемые, вековые возмущения ССО. Случайный характер возмущений приводит к необходимости использования вероятностных методов в решении этой задачи. Для определенности будем полагать, что носитель в конце выведения должен формировать круговую кратную ССО с заданным местным временем прохождения восходящего узла.

8.1. Разбросы долготы восходящего узла орбиты, вызванные ошибками выведения

Пусть вектор состояния в конце выведения получает возмущение $(\delta t, \delta V)$, тогда соответствующее возмущение $\delta \Omega$ получит долгота восходящего узла Ω . Найдем возмущение $\delta \Omega = f(\delta t, \delta V)$.

Для решения задачи используем следующий подход. Введем инерциальную систему координат $X_1 Y_1 Z_1$ (СК № 3) с ортами i^0, j^0, k^0 , полученную поворотом СК № 1 вокруг оси Z_γ на угол Ω так, чтобы ось X_1 была направлена по линии узлов *невозмущенной* орбиты. По векторам $\tau_{КО} + \delta\tau$ и $V_{КО} + \delta V$ построим в $X_1 Y_1 Z_1$ плоскость *возмущенной* орбиты. Ее линия узлов, вообще говоря, не совпадет с X_1 . Найдем уравнение линии узлов возмущенной орбиты в плоскости $X_1 Y_1$. Уравнение этой прямой позволяет определить угол между ней и осью X_1 , а это и есть искомое возмущение $\delta\Omega$.

Приступая к решению, введем еще одну систему координат — *инерциальную* орбитальную СК № 4 с центром в центре масс КА в момент окончания участка выведения. Аргумент широты КА в этот момент обозначим $u_{КО}$, наклонение орбиты $i_{КО} = i$. Орты осей СК № 4 (см. рис. 7.1) направим по радиус-вектору KA (орт τ^0), по нормали к радиус-вектору в плоскости орбиты (орт n^0), по нормали к плоскости орбиты, т.е. по бинормали к траектории (орт b^0):

$$\tau^0 = \tau_{КО}/|\tau_{КО}|; \quad n^0 = b^0 \times \tau^0; \quad b^0 = [\tau_{КО} \times V_{КО}]/|\tau_{КО} \times V_{КО}|. \quad (8.1)$$

Напоминаем, что построение СК № 4 выполняется для расчетной невозмущенной орбиты КА. Орты СК № 4 (см. рис. 7.1) выражаются через орты СК № 3 следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau^0 &= \cos u_{КО} i^0 + \sin u_{КО} \cos i j^0 + \sin u_{КО} \sin i k^0; \\ n^0 &= -\sin u_{КО} i^0 + \cos u_{КО} \cos i j^0 + \cos u_{КО} \sin i k^0; \\ b^0 &= 0 i^0 - \sin i j^0 + \cos i k^0. \end{aligned} \quad (8.2)$$

Теперь можно реализовать план, который был намечен в начале этого раздела. Векторы положения и скорости КА на расчетной орбите в конце выведения в СК № 4 записываются в виде:

$$\tau_{КО} = r_{КО}\tau^0 + 0n^0 + 0b^0; \quad V_{КО} = V_r\tau^0 + V_n n^0 + 0b^0. \quad (8.3)$$

Предположим теперь, что в конце выведения радиус-вектор $\tau_{КО}$ и вектор скорости $V_{КО}$ реализовались с погрешностями $\delta\tau$ и δV , которые зададим в виде:

$$\begin{aligned} \delta\tau &= \delta r_r \tau^0 + \delta r_n n^0 + \delta r_b b^0; \\ \delta V &= \delta V_r \tau^0 + \delta V_n n^0 + \delta V_b b^0. \end{aligned} \quad (8.4)$$

Так как компоненты возмущений, лежащие в плоскости орбиты, ориентацию плоскости орбиты не изменяют (а рассматриваемое возмущение $\delta\Omega$ появляется из-за поворота плоскости орбиты), то будем полагать, что возмущения $\delta\tau$ и δV действуют только по нормали к плоскости орбиты:

$$\delta\tau = \delta r_b b^0; \quad \delta V = \delta V_b b^0. \quad (8.4')$$

Учитывая выражения (8.3) и (8.4'), возмущенные векторы положения $\mathbf{r}_{\text{КО}}^*$ и скорости $\mathbf{V}_{\text{КО}}^*$ в момент КО в СК № 4 можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{\text{КО}}^* &= \mathbf{r}_{\text{КО}} + \delta \mathbf{r} = r_{\text{КО}} \mathbf{r}^0 + 0 \mathbf{n}^0 + \delta r_b \mathbf{b}^0; \\ \mathbf{V}_{\text{КО}}^* &= \mathbf{V}_{\text{КО}} + \delta \mathbf{V} = V_r \mathbf{r}^0 + V_n \mathbf{n}^0 + \delta V_b \mathbf{b}^0.\end{aligned}\quad (8.5)$$

Используя соотношения (8.5), найдем нормаль $\mathbf{m}^*$ к плоскости возмущенной орбиты:

$$\begin{aligned}\mathbf{m}^* &= [\mathbf{r}_{\text{КО}}^* \times \mathbf{V}_{\text{КО}}^*] = [(\mathbf{r}_{\text{КО}} + \delta \mathbf{r}) \times (\mathbf{V}_{\text{КО}} + \delta \mathbf{V})] = \\ &= (-\delta r_b V_n) \mathbf{r}^0 + (\delta r_b V_r - r_{\text{КО}} \delta V_b) \mathbf{n}^0 + (r_{\text{КО}} V_n) \mathbf{b}^0.\end{aligned}\quad (8.6)$$

Вектор $\mathbf{m}^*$ получен в системе координат СК № 4. Нам же нужно иметь его в системе координат СК № 3. Переход не представляет труда. Подставим в (8.6) выражения для ортов $\mathbf{r}^0$, $\mathbf{n}^0$, $\mathbf{b}^0$ из (8.2). В результате получим тот же вектор $\mathbf{m}^*$, но в разложении по осям СК № 3:

$$\mathbf{m}^* = A \mathbf{i}^0 + B \mathbf{j}^0 + C \mathbf{k}^0, \quad (8.7)$$

где

$$\begin{aligned}A &= -\delta r_b V_n \cos u_{\text{КО}} - (\delta r_b V_r - r_{\text{КО}} \delta V_b) \sin u_{\text{КО}}; \\ B &= -\delta r_b V_n \sin u_{\text{КО}} \cos i + (\delta r_b V_r - r_{\text{КО}} \delta V_b) \cos u_{\text{КО}} \cos i - r_{\text{КО}} V_n \sin i; \\ C &= -\delta r_b V_n \sin u_{\text{КО}} \sin i + (\delta r_b V_r - r_{\text{КО}} \delta V_b) \cos u_{\text{КО}} \sin i + r_{\text{КО}} V_n \cos i.\end{aligned}\quad (8.7')$$

Уравнение плоскости возмущенной орбиты в СК № 3 можно записать в виде

$$(\mathbf{m}^*, \rho) = (\mathbf{m}^*, \xi_1 \mathbf{i}^0 + \xi_2 \mathbf{j}^0 + \xi_3 \mathbf{k}^0) = A \xi_1 + B \xi_2 + C \xi_3 = 0, \quad (8.8)$$

где $\rho = \|\xi_1, \xi_2, \xi_3\|^\tau$ — произвольный вектор в этой плоскости.

Положив в (8.8) $\xi_3 = 0$, определим уравнение прямой, по которой пересекаются плоскость возмущенной орбиты и плоскость экватора (плоскость $X_1 X_3$ СК № 3), иначе говоря, найдем уравнение линии узлов возмущенной орбиты:

$$A \xi_1 + B \xi_2 = 0.$$

Следовательно, искомый угол $\delta \Omega$ может быть найден как:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \delta \Omega &= -\frac{\xi_2}{\xi_1} = -\frac{A}{B} = \\ &= \frac{\delta r_b V_n \cos u_{\text{КО}} + (\delta r_b V_r - r_{\text{КО}} \delta V_b) \sin u_{\text{КО}}}{-\delta r_b V_n \sin u_{\text{КО}} \cos i + (\delta r_b V_r - r_{\text{КО}} \delta V_b) \cos u_{\text{КО}} \cos i - r_{\text{КО}} V_n \sin i}.\end{aligned}\quad (8.9)$$

Разделим числитель и знаменатель на $V_n r_{\text{КО}}$, учтем, что для круговой орбиты радиальная компонента скорости $V_r = 0$, а нормальная компонента равна круговой скорости $V_n = V_{\text{кр}}$. Воспользуемся также

тем фактом, что для малых углов $\operatorname{tg}(\delta\Omega) \approx \delta\Omega$. Получим

$$\delta\Omega = \frac{-\cos u_{\text{КО}} \frac{\delta r_b}{r_{\text{КО}}} + \sin u_{\text{КО}} \frac{\delta V_b}{V_{\text{кр}}}}{\sin i + \sin u_{\text{КО}} \cos i \frac{\delta r_b}{r_{\text{КО}}} + \cos u_{\text{КО}} \cos i \frac{\delta V_b}{V_{\text{кр}}}}. \quad (8.10)$$

Так как для штатно работающей системы управления ракеты-носителя выполняются условия:

$$\frac{\delta r_b}{r_{\text{КО}}} \ll 1; \quad \frac{\delta V_b}{V_{\text{кр}}} \ll 1,$$

то можно пренебречь вторым и третьим слагаемым в знаменателе выражения (8.10). Следовательно, для возмущения $\delta\Omega$, вызванного ортогональными к орбите возмущениями радиус-вектора и вектора скорости в конце выведения, получаем следующее упрощенное выражение:

$$\delta\Omega = -\frac{1}{r_{\text{КО}}} \frac{\cos u_{\text{КО}}}{\sin i} \delta r_b + \frac{1}{V_{\text{кр}}} \frac{\sin u_{\text{КО}}}{\sin i} \delta V_b. \quad (8.11)$$

Векторы возмущений $\delta\mathbf{r}$ и $\delta\mathbf{V}$ случайные, поэтому $\delta\Omega$ есть величина случайная. Найдем ее статистические характеристики.

В системе координат СК № 4 рассмотрим полный вектор возмущений кинематических параметров траектории в конце участка выведения $\mathbf{w}_4 = (\delta r_r, \delta r_n, \delta r_b, \delta V_r, \delta V_n, \delta V_b)^T$. Здесь и далее T — символ операции транспонирования, векторы представляют собой векторы-столбцы. Математическое ожидание вектора $\mathbf{w}_4$ равно нулю, ковариационная матрица $\mathbf{K}_w$ в СК № 4 для рассматриваемого носителя полагается известной. Используя выражение (8.2), введем также вектор производных

$$\mathbf{q} = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial r_r}, \frac{\partial \Omega}{\partial r_n}, \frac{\partial \Omega}{\partial r_b}, \frac{\partial \Omega}{\partial V_r}, \frac{\partial \Omega}{\partial V_n}, \frac{\partial \Omega}{\partial V_b} \right)^T = \\ = \left(0, 0, -\frac{1}{r_{\text{КО}}} \frac{\cos u_{\text{КО}}}{\sin i}, 0, 0, \frac{1}{V_{\text{кр}}} \frac{\sin u_{\text{КО}}}{\sin i} \right)^T.$$

Введенные векторы $\mathbf{q}$ и $\mathbf{w}_4$ позволяют записать возмущение $\delta\Omega$ в виде

$$\delta\Omega = (\mathbf{q}, \mathbf{w}_4) = \mathbf{q}^T \mathbf{w}_4. \quad (8.12)$$

Тогда из теоремы о ковариационной матрице линейного преобразования случайных величин [16, 17] следует выражение для дисперсии $\sigma_{\delta\Omega}^2$ случайной величины $\delta\Omega$:

$$\sigma_{\delta\Omega}^2 = \mathbf{q}^T \mathbf{K}_w \mathbf{q}. \quad (8.13)$$

В качестве примера рассмотрим случай, когда все компоненты случайного вектора $\mathbf{w}_4$ не коррелированы и, следовательно, матрица $\mathbf{K}_w$

диагональная:

$$\mathbf{K}_w = \text{diag}(\sigma_{rr}^2, \sigma_{rn}^2, \sigma_{rb}^2, \sigma_{Vr}^2, \sigma_{Vn}^2, \sigma_{Vb}^2).$$

Тогда из выражения (8.13) получим

$$\sigma_{\Omega}^2 = \left(\frac{1}{r_{\text{КО}}} \frac{\cos u_{\text{КО}}}{\sin i} \right)^2 \sigma_{rb}^2 + \left(\frac{1}{V_{\text{кр}}} \frac{\sin u_{\text{КО}}}{\sin i} \right)^2 \sigma_{Vb}^2.$$

Из выражения (8.11) следует, что наибольшие изменения величина $\delta\Omega$ получает от возмущений радиус-вектора при $u = 0^\circ$ и от возмущений вектора скорости при $u = 90^\circ$. Например, при выведении на круговую орбиту высотой 675 км ($i \approx 98,1^\circ$, $r_{\text{КО}} = 6378 + 675 = 7053$ км, $V_{\text{кр}} = 7,518$ км/с) и $\delta r_b = 1$ км, получаем возмущение $\delta\Omega$, равное $\delta\Omega \approx -0,492' \approx -2^s$. Для $\delta V_b = 10$ м/с имеем $\delta\Omega \approx 4,62' = 18,5^s$. Таким образом, возмущения $\delta\Omega$, вызванные отклонениями кинематических параметров траектории в конце участка выведения, пренебрежимо малы.

8.2. Разбросы наклонения орбиты, вызванные ошибками выведения

В разд. 8.1 найдено возмущение $\delta\Omega = f(\delta\mathbf{r}, \delta\mathbf{V})$, вызванное ортогональными к орбите возмущениями радиус-вектора $\delta\mathbf{r}$ и вектора скорости $\delta\mathbf{V}$ в конце участка выведения. Решим теперь такую же задачу применительно к наклонению орбиты, т.е. найдем $\delta i = \varphi(\delta\mathbf{r}, \delta\mathbf{V})$. Воспользуемся результатами, полученными в разд. 8.1. Используем тот факт, что наклонение плоскости возмущенной орбиты может быть найдено как угол между вектором $\mathbf{m}^*$ и ортом $\mathbf{k}^0$.

Нормаль $\mathbf{m}^*$ к плоскости возмущенной орбиты описывается выражением (8.7):

$$\mathbf{m}^* = A\mathbf{i}^0 + B\mathbf{j}^0 + C\mathbf{k}^0.$$

Угол наклона i^* плоскости возмущенной орбиты к плоскости X_1Y_1 СК № 3 определяется равенством

$$\cos i^* = (\mathbf{m}^* / |\mathbf{m}^*|, \mathbf{k}^0).$$

С учетом (8.7) выражение для $\cos i^*$ принимает вид

$$\cos i^* = C / |\mathbf{m}^*|.$$

Здесь C определяется выражением (8.7'), а $|\mathbf{m}^*|$ можно определить из (8.6). При этом полагаем $V_r = 0$, $V_n = V_{\text{кр}}$:

$$\begin{aligned} C &= -\delta r_b V_{\text{кр}} \sin u_{\text{КО}} \sin i - r_{\text{КО}} \delta V_b \cos u_{\text{КО}} \sin i + r_{\text{КО}} V_{\text{кр}} \cos i = \\ &= r_{\text{КО}} V_{\text{кр}} \left(\cos i - \frac{\delta r_b}{r_{\text{КО}}} \sin u_{\text{КО}} \sin i - \frac{\delta V_b}{V_{\text{кр}}} \cos u_{\text{КО}} \sin i \right); \end{aligned}$$

$$|\mathbf{m}^*| = \sqrt{\delta r_b^2 V_{\text{кр}}^2 + r_{\text{КО}}^2 \delta V_b^2 + r_{\text{КО}}^2 V_{\text{кр}}^2} =$$

$$= r_{\text{КО}} V_{\text{кр}} \sqrt{1 + \frac{\delta r_b^2}{r_{\text{КО}}^2} + \frac{\delta V_b^2}{V_{\text{кр}}^2}} \approx r_{\text{КО}} V_{\text{кр}}.$$

Таким образом, для $\cos i^*$ получаем

$$\cos i^* = \cos i - \frac{\delta r_b}{r_{\text{КО}}} \sin u_{\text{КО}} \sin i - \frac{\delta V_b}{V_{\text{кр}}} \cos u_{\text{КО}} \sin i.$$

Из последнего выражения получаем

$$\cos i^* - \cos i = -\frac{\delta r_b}{r_{\text{КО}}} \sin u_{\text{КО}} \sin i - \frac{\delta V_b}{V_{\text{кр}}} \cos u_{\text{КО}} \sin i. \quad (8.14)$$

Левая часть равенства, в предположении, что i не слишком сильно отличается от i^* , может быть преобразована следующим образом:

$$\cos i^* - \cos i = -2 \sin \frac{i^* + i}{2} \sin \frac{i^* - i}{2} \approx -2 \sin i \frac{\delta i}{2} = -\sin i \delta i.$$

В результате соотношение (8.14) принимает вид

$$\delta i = \frac{1}{r_{\text{КО}}} \sin u_{\text{КО}} \delta r_b + \frac{1}{V_{\text{кр}}} \cos u_{\text{КО}} \delta V_b. \quad (8.15)$$

Таким образом, вектор производных в этом случае

$$\mathbf{q} = \left(0, 0, \frac{\sin u_{\text{КО}}}{r_{\text{КО}}}, 0, 0, \frac{\cos u_{\text{КО}}}{V_{\text{кр}}} \right)^T. \quad (8.16)$$

Статистические характеристики случайной величины δi при известных статистических характеристиках δr_b и δV_b могут быть получены так же, как и в разд. 8.1.

Из выражения (8.15) следует, что наибольшие изменения величина δi получает от возмущений радиус-вектора при $u = 90^\circ$ и от возмущений вектора скорости при $u = 0^\circ$. Например, при выведении на круговую орбиту высотой 675 км ($r_{\text{КО}} = 6378 + 675 = 7053$ км, $V_{\text{кр}} = 7,518$ км/с) и $\delta r_b = 1$ км, получаем возмущение $\delta i \approx 0,487'$. Для $\delta V_b = 10$ м/с имеем $\delta i \approx 4,57'$. Таким образом, возмущения наклона плоскости орбиты δi , вызванные отклонениями кинематических параметров носителя в конце участка выведения, достаточно малы. Однако, если в разд. 8.1 мы сделали вывод, что влиянием ошибок выведения на формирование долготы восходящего узла Ω можно пренебречь, то здесь такого вывода сделать нельзя. Дело в том, что отклонение i от расчетного значения, приводит к изменению скорости прецессии орбиты и к нарушению ее «солнечной синхронности». В результате $\delta \Omega$, разность $(\Omega - \alpha_C)$, а значит, и $m_{\Omega \uparrow}$ перестают быть постоянными и начинает расти во времени (т.е. получают так называемые *вековые возмущения*). При достаточно длительном времени полета КА, изменения этих параметров могут стать весьма значительными. Об этом мы поговорим в разд. 8.4.

8.3. Разбросы большой полуоси орбиты, вызванные ошибками выведения

Мы выяснили, как разбросы кинематических параметров в конце участка выведения влияют на долготу восходящего узла и наклонение орбиты в момент выведения. Посмотрим теперь, как они влияют на другую важнейшую характеристику орбиты — ее большую полуось. *Полная энергия ИСЗ, т.е. сумма его кинетической и потенциальной энергии на кеплеровской орбите в течение всего времени движения остается постоянной.* Этот факт записывается в виде

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = -\frac{\mu}{a}. \quad (8.17)$$

Соотношение (8.17) называют *интегралом энергии*. Интеграл энергии связывает V — модуль скорости, r — модуль радиус-вектора КА и a — большую полуось эллиптической орбиты. Для круговой орбиты $a = r = R_e + h$, где h — высота круговой орбиты. Из соотношения (8.17) найдем выражение для a :

$$a = \frac{r}{2 - k}, \quad k = \frac{rV^2}{\mu}. \quad (8.18)$$

В момент $t_{\text{КО}}$ окончания участка выведения вектор положения и вектор скорости получают возмущения $\delta \mathbf{r}$ и $\delta \mathbf{V}$, которые зададим в виде (8.4):

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{r} &= \delta r_r \mathbf{r}^0 + \delta r_n \mathbf{n}^0 + \delta r_b \mathbf{b}^0; \\ \delta \mathbf{V} &= \delta V_r \mathbf{r}^0 + \delta V_n \mathbf{n}^0 + \delta V_b \mathbf{b}^0. \end{aligned}$$

Как следствие, величины r и V , фигурирующие в интеграле энергии (8.17) и имеющие на номинальной траектории в конце выведения значения $r_{\text{КО}}$ и $V_{\text{КО}}$, также получают возмущения, которые мы обозначим Δr и ΔV . Вследствие действия этих возмущений, большая полуось a получит возмущение $\delta a_{\text{КО}}$, которое можно определить, дифференцируя равенства (8.18):

$$\delta a_{\text{КО}} = \frac{\partial a}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial a}{\partial k} \left(\frac{\partial k}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial k}{\partial V} \Delta V \right). \quad (8.19)$$

В выражении (8.19) производные вычисляются в точке $r_{\text{КО}}$, $V_{\text{КО}}$:

$$\frac{\partial a}{\partial r} = \frac{1}{2 - k_{\text{КО}}}; \quad \frac{\partial a}{\partial k} = \frac{r_{\text{КО}}}{(2 - k_{\text{КО}})^2}; \quad \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{V_{\text{КО}}^2}{\mu}; \quad \frac{\partial k}{\partial V} = \frac{2k_{\text{КО}}}{V_{\text{КО}}}. \quad (8.20)$$

Подставляя значения производных (8.20) в выражение (8.19), получаем

$$\delta a_{\text{КО}} = \frac{2}{(2 - k_{\text{КО}})^2} \Delta r + \frac{2r_{\text{КО}}k_{\text{КО}}}{(2 - k_{\text{КО}})^2 V_{\text{КО}}} \Delta V. \quad (8.21)$$

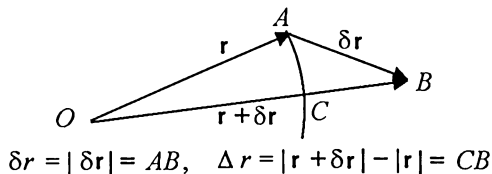


Рис. 8.1. К расчету возмущений вектора

Для круговой орбиты $V_{кр} = \sqrt{\mu/r}$ и, следовательно, $k = 1$. Таким образом, из выражения (8.21) следует

$$\delta a_{КО} = 2\Delta r + 2\frac{r_{КО}}{V_{КО}}\Delta V. \quad (8.22)$$

Обратим теперь внимание на одно существенное обстоятельство. Возмущениями кинематических параметров в конце участка выведения являются векторы $\delta \mathbf{r}$ и $\delta \mathbf{V}$. А в формуле (8.22) фигурируют величины Δr и ΔV , которые есть не модули векторов $\delta \mathbf{r}$ и $\delta \mathbf{V}$, а разности между модулями возмущенных и не возмущенных векторов $\mathbf{r}$ и $\mathbf{V}$:

$$\Delta r = |\mathbf{r} + \delta \mathbf{r}| - |\mathbf{r}|; \quad \Delta V = |\mathbf{V} + \delta \mathbf{V}| - |\mathbf{V}|,$$

где $|\cdot|$ обозначает модуль вектора. Поэтому нахождение возмущения $\delta a_{КО}$ не заканчивается на формуле (8.22): надо определить еще Δr и ΔV , считая, что в конце участка выведения имели место возмущения $\delta \mathbf{r}$ и $\delta \mathbf{V}$. Рис. 8.1 поясняет сказанное.

Найдем Δr . Воспользуемся определением модуля вектора:

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{(\mathbf{a}, \mathbf{a})}.$$

Тогда $\Delta r = |\mathbf{r} + \delta \mathbf{r}| - |\mathbf{r}| = \sqrt{(\mathbf{r} + \delta \mathbf{r}, \mathbf{r} + \delta \mathbf{r})} - \sqrt{(\mathbf{r}, \mathbf{r})}$. Пренебрегая степенями малого вектора $\delta \mathbf{r}$ выше первой, получаем

$$\Delta r = \sqrt{(\mathbf{r}, \mathbf{r})} \sqrt{1 + 2\frac{(\delta \mathbf{r}, \mathbf{r})}{(\mathbf{r}, \mathbf{r})}} - \sqrt{(\mathbf{r}, \mathbf{r})} \approx \sqrt{(\mathbf{r}, \mathbf{r})} \frac{(\delta \mathbf{r}, \mathbf{r})}{(\mathbf{r}, \mathbf{r})} = \frac{(\delta \mathbf{r}, \mathbf{r})}{r}.$$

Вектор $\delta \mathbf{r}$ задан соотношением (8.4); вектор $\mathbf{r}$ для круговой орбиты в момент конца выведения равен $\mathbf{r}_{КО} = r_{КО}\mathbf{n}^0 + 0\mathbf{n}^0 + 0\mathbf{b}^0$, поэтому для Δr получаем

$$\Delta r \approx (\delta \mathbf{r}, \mathbf{r}_{КО})/r_{КО} = \delta r_r.$$

Таким образом, для возмущения радиус-вектора $\delta \mathbf{r}$, заданного выражением (8.4), искомая величина $\Delta r \approx \delta r_r$.

Точно также можно рассмотреть возмущение ΔV , вызванное возмущением $\delta \mathbf{V}$ вектора скорости КА на круговой орбите. Учитывая, что для круговой орбиты $\mathbf{V} = \mathbf{V}_{кр} = V_{кр}\mathbf{n}^0$, получаем $\Delta V \approx \delta V_n$. Подставив по-

лученные значения $\Delta\tau$ и ΔV в выражение (8.22), получим окончательно

$$\delta a_{\text{КО}} = 2\delta r_r + 2\frac{r_{\text{КО}}}{V_{\text{кр}}}\delta V_n. \quad (8.22')$$

Таким образом, наибольшее изменение a вызывают радиальное возмущение радиус-вектора δr_r и нормальное возмущение вектора скорости δV_n . *Возмущения ортогональные плоскости орбиты в первом приближении изменения a не вызывают.* Для круговой орбиты с $i \approx 98,1^\circ$, $r_{\text{КО}} = 6378 + 675 = 7053$ км, $V_{\text{кр}} = 7,518$ км/с, $\delta r_r = 1$ км, получаем возмущение $\delta a = 2$ км. Для $\delta V_n = 10$ м/с получаем $\delta a = 18,7$ км.

Так же, как и в разд. 8.1, можно найти статистические характеристики случайной величины δa . Вектор производных $\mathbf{q}$ в этом случае равен

$$\mathbf{q} = \left(2, 0, 0, 0, \frac{2r_{\text{КО}}}{V_{\text{кр}}}, 0 \right)^T.$$

Далее надо действовать так же, как и в разд. 8.1.

Подведем итоги. Возмущения Ω , i и a круговой орбиты, вызванные возмущениями кинематических параметров траектории в конце участка выведения, в линейном приближении могут быть выражены в виде:

$$\begin{pmatrix} \delta\Omega \\ \delta i \\ \delta a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{r_{\text{КО}}} \frac{\cos u_{\text{КО}}}{\sin i} & 0 & 0 & \frac{1}{V_{\text{кр}}} \frac{\sin u_{\text{КО}}}{\sin i} \\ 0 & 0 & \frac{\sin u_{\text{КО}}}{r_{\text{КО}}} & 0 & 0 & \frac{\cos u_{\text{КО}}}{V_{\text{кр}}} \\ 2 & 0 & 0 & 0 & \frac{2r_{\text{КО}}}{V_{\text{кр}}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r \\ \delta n \\ \delta b \\ \delta V_r \\ \delta V_n \\ \delta V_b \end{pmatrix}. \quad (8.23)$$

Представляет интерес оценить возмущение периода обращения ИСЗ δT , вызванное ошибками выведения. В кеплеровском движении значение периода обращения дается формулой (см. гл. 5):

$$T = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}}.$$

Для нахождения вариации δT воспользуемся следующим эффективным приемом. Представим выражение для периода в виде $T = Ca^{3/2}$ и прологарифмируем это выражение:

$$\ln(T) = \ln C + 3/2 \ln a.$$

Теперь возьмем дифференциал от обеих частей полученного равенства, получим

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{3}{2} \frac{\delta a}{a}.$$

Искомое соотношение получено. Это выражение удобно тем, что анализируемые величины представлены в относительном виде. Например,

это дает возможность утверждать, что для любых эллиптических орбит изменение a на 1 % вызывает изменение T на 1,5 %. Из него же немедленно следует и выражение для δT :

$$\delta T = \frac{3}{2} \frac{T}{a} \delta a; \quad \delta T = 3 \frac{T}{V_{кр}} \delta V_n. \quad (8.24)$$

Для $a = 6378 + 675 = 7053$ км, $T = 5891$ с и $\delta a = 2 + 18,7 = 20,7$ км (см. пример выше), получаем $\delta T = 25,8$ с. Для погрешностей периода — это много. Таким образом, *ошибки выведения оказывают существенное влияние на большую полуось и период орбиты.*

8.4. Эволюция местного времени прохождения восходящего узла ССО в течение полета КА

Местное солнечное время $m_{\Omega\uparrow}$ прохождения восходящего узла орбиты определяется выражением (6.3'):

$$m_{\Omega\uparrow} = \Omega - \alpha_C + 12^h,$$

где Ω — долгота восходящего узла орбиты и α_C — прямое восхождение Солнца измеряются в плоскости экватора от оси OX_γ СК № 1. Для ССО в первом приближении $\Omega - \alpha_C = \text{const}$, откуда следует постоянство $m_{\Omega\uparrow}$ в течение полета КА. Однако, величина $m_{\Omega\uparrow}$ будет равна заданной только в том случае, если носитель в конце выведения точно сформирует заданную долготу восходящего узла орбиты $\Omega = \Omega(r_{КО}, V_{КО})$, где $(r_{КО}, V_{КО})$ — вектор состояния КА в инерциальной системе координат. Если же вектор состояния в конце выведения получит возмущение $(\delta r, \delta V)$, то соответствующее возмущение $\delta\Omega$ получит Ω , а следовательно, и $m_{\Omega\uparrow}$. В разд. 8.1 было показано, что разбросы $\delta m_{\Omega\uparrow} = \delta\Omega$, вызванные возмущениями кинематических параметров траектории ракеты в конце участка выведения, достаточно малы. Необходимо учитывать, однако, что и атмосферное торможение КА в полете и возмущения δa и δi также приводят к отклонению местного солнечного времени в восходящем узле орбиты от его расчетного номинального значения. Правда, отклонения эти носят вековой характер, т.е. проявляются с течением времени. Найдём отклонения $\delta m_{\Omega\uparrow}(t)$.

Формально для ССО $m_{\Omega\uparrow} = \text{const}$. Действительно, дифференцируя выражение для $m_{\Omega\uparrow}$, получаем

$$\frac{dm_{\Omega\uparrow}(t)}{dt} = \frac{d\Omega(t)}{dt} - \frac{d\alpha_C(t)}{dt} = \omega_{пр}(t) - \omega_C(t). \quad (8.25)$$

Условием «солнечной синхронности» является равенство $\omega_{пр} = \omega_C = 0,9856^\circ/\text{сутки}$, поэтому из (8.25) следует

$$\frac{dm_{\Omega\uparrow}(t)}{dt} = 0.$$

Отсюда получаем $m_{\Omega\uparrow} = \text{const}$. В реальном полете, однако, это не совсем так. Во-первых, реальное движение истинного видимого Солнца по небесной сфере отличается от равномерного движения «математического» среднего Солнца по экватору. Следовательно, на момент времени полета T реально появится отклонение прямого восхождения среднего экваториального Солнца от прямого восхождения истинного Солнца, равное $\delta\alpha_C(T)$. Соотношение для $\delta\alpha_C(t)$ называют уравнением времени, а саму величину публикуют в Астрономическом Ежегоднике. Величина $\delta\alpha_C(t)$ обращается в нуль четыре раза в году и изменяется приблизительно от +14 мин (11 февраля) до -16 мин (3 ноября). Следовательно, для $\delta\alpha_C(T)$ имеем оценку

$$|\delta\alpha_C(T)| \leq 16 \text{ мин.}$$

Во-вторых, нарушено условие $\omega_{\text{пр}}(t) = 0,9856^\circ/\text{сутки} = \text{const}$. Это происходит потому, что вследствие а) ошибок выведения по наклонению и высоте и б) атмосферного торможения в полете, наклонение орбиты i и ее большая полуось $a(t)$ отличаются от их расчетных номинальных постоянных значений. Вследствие этого $\omega_{\text{пр}}(t) \neq 0,9856^\circ/\text{сутки}$. В результате за время полета T накапливается вековая погрешность долготы восходящего узла $\delta\Omega(T)$, а значит, и $\delta m_{\Omega\uparrow}$. Оценим величину $\delta\Omega(T)$. Зная $\delta\Omega(T)$ и $\delta\alpha_C(T)$, затем можно будет определить изменение $m_{\Omega\uparrow}$ во время полета КА.

После выведения наклонение орбиты и ее большая полуось принимают значения:

$$i(t_{\text{КО}}) = i_N + \delta i(t_{\text{КО}}); \quad a(t_{\text{КО}}) = a_N + \delta a(t_{\text{КО}}),$$

где i_N и a_N — номинальные (расчетные) значения наклонения и большой полуоси ССО в момент $t_{\text{КО}}$ окончания участка выведения (в момент срабатывания контактов отделения), $\delta i(t_{\text{КО}})$ и $\delta a(t_{\text{КО}})$ — возмущения наклонения и большой полуоси орбиты, вызванные разбросами кинематических параметров траектории в конце участка выведения. В процессе полета $a(t)$ уменьшается за счет атмосферного торможения. Для точного расчета падения высоты орбиты необходимо интегрировать уравнения движения КА с учетом его массы, площади поперечного сечения и, главное, неустойчивости (динамичности) плотности атмосферы. При проведении проектных оценок, высокая точность не нужна, поэтому зададимся линейным законом изменения $a(t)$. Положим

$$a(t) = a(t_{\text{КО}}) + A_T(t - t_{\text{КО}}) = a_N + \delta a(t_{\text{КО}}) + A_T(t - t_{\text{КО}}),$$

где $A_T < 0$ — коэффициент, характеризующий атмосферное торможение КА в полете. Тогда

$$\delta a(t) = a(t) - a_N(t) = \delta a(t_{\text{КО}}) + A_T(t - t_{\text{КО}}). \quad (8.26)$$

Теперь обратимся к скорости прецессии. Обозначим через $\omega_{\text{пр}N}$ номинальную скорость прецессии ССО, соответствующую номинальным

параметрам траектории КА в момент выведения, и через $\omega_{\text{пр}}(t)$ — действительную скорость прецессии, соответствующую реальным значениям большой полуоси и наклонения орбиты в полете. Тогда

$$\omega_{\text{пр}N} = 0,9856^\circ/\text{сутки}; \quad (8.27')$$

$$\omega_{\text{пр}}(t) = C \frac{\cos i}{a(t)^{7/2}}, \quad (8.27'')$$

где $C = \text{const}$. Наклонение орбиты во время полета полагаем неизменным и равным наклонению в момент КО, так как сила торможения в атмосфере действует в плоскости орбиты и не изменяет ее наклонения. Отличие $\delta\omega_{\text{пр}}(t)$ реальной скорости прецессии от ее номинального значения найдем, дифференцируя соотношение (8.27''):

$$\delta\omega_{\text{пр}}(t) = \frac{\partial\omega_{\text{пр}}}{\partial i} \delta i + \frac{\partial\omega_{\text{пр}}}{\partial a} \delta a = -\omega_{\text{пр}N} \operatorname{tg} i_N \delta i - \frac{7}{2} \frac{\omega_{\text{пр}N}}{a_N} \delta a(t). \quad (8.28)$$

Учтем соотношения (8.26), получим

$$\delta\omega_{\text{пр}}(t) = -\omega_{\text{пр}N} \operatorname{tg} i_N \delta i(t_{\text{КО}}) - \frac{7}{2} \frac{\omega_{\text{пр}N}}{a_N} [\delta a(t_{\text{КО}}) + A_T(t - t_{\text{КО}})]. \quad (8.29)$$

Для справки, из формулы (8.28) найдем возмущения $\delta\omega_{\text{пр}}$ при изменении а) наклонения на $1'$ и б) высоты орбиты на 1 км (примем $h = 675$ км, $a_N = 7053$ км, $i = 98,1^\circ$, $\omega_{\text{пр}N} = 1,99 \cdot 10^{-7}$ рад/с):

$$\begin{aligned} \frac{\partial\omega_{\text{пр}}}{\partial i} \delta i &= -\omega_{\text{пр}N} \operatorname{tg} i_N \delta i = \\ &= -1,99 \cdot 10^{-7} \operatorname{tg} 98,1^\circ \frac{1}{60 \cdot 57,3} \cdot 86400 \cdot 57,3 \approx 0,002 \frac{^\circ/\text{сутки}}{\text{угл. мин}}; \\ \frac{\partial\omega_{\text{пр}}}{\partial a} \delta a &= -\frac{7}{2} \frac{\omega_{\text{пр}N}}{a_N} \delta a = \\ &= -\frac{7}{2} \frac{1,99 \cdot 10^{-7}}{7053} \cdot 1 \cdot 86400 \cdot 57,3 \approx -0,0005 \frac{^\circ/\text{сутки}}{\text{км}}. \end{aligned} \quad (8.30)$$

Найдем также связь между возмущениями δi и δa , при которых орбита остается солнечно-синхронной, несмотря на эти возмущения(!). Для этого положим в (8.28) $\delta\omega_{\text{пр}} = 0$, получим

$$\frac{\partial\omega_{\text{пр}}}{\partial a} \delta a = -\frac{\partial\omega_{\text{пр}}}{\partial i} \delta i.$$

Отсюда, воспользовавшись (8.30), можно выразить δa через δi :

$$\delta a = -\frac{\frac{\partial\omega_{\text{пр}}}{\partial i} \delta i}{\frac{\partial\omega_{\text{пр}}}{\partial a}} = -\frac{2}{7} a_N \operatorname{tg} i_N \delta i = \frac{\partial a}{\partial i} \delta i = a_i \delta i,$$

где $\frac{\partial a}{\partial i} = a_i = -\frac{2}{7}a_N \operatorname{tg} i_N$. Для $h = 675$ км и $i = 98,1^\circ$, например, получаем

$$\delta a \text{ (км)} = a_i \delta i = 247,1 \delta i' = 4,12 \delta i'. \quad (8.31)$$

Соотношение (8.31) определяет линеаризованную зависимость между большой полуосью и наклоном ССО. Но эта зависимость была определена ранее выражением (5.13). Следовательно, (8.31) можно также получить линеаризацией выражения (5.13) (проверьте это). Вернемся к уравнению (8.28). Долгота восходящего узла $\Omega(T)$ в момент T может быть записана в виде

$$\Omega(T) = \Omega(t_{\text{КО}}) + \int_{t_{\text{КО}}}^T \omega_{\text{пр}}(t) dt.$$

Возмущением $\delta\Omega(t_{\text{КО}})$ долготы восходящего узла в момент $t_{\text{КО}}$ в рассматриваемой задаче можно пренебречь (см. разд. 8.1). Учитывая это, из последнего выражения получаем

$$\delta\Omega(T) = \delta\Omega(t_{\text{КО}}) + \int_{t_{\text{КО}}}^T \delta\omega_{\text{пр}}(t) dt \approx \int_{t_{\text{КО}}}^T \delta\omega_{\text{пр}}(t) dt.$$

Подставляя сюда выражение $\delta\omega_{\text{пр}}(t)$ из (8.29), получаем

$$\begin{aligned} \delta\Omega(T) = & -\omega_{\text{пр}N} \operatorname{tg} i_N \delta i(t_{\text{КО}})(T - t_{\text{КО}}) - \\ & - \frac{7}{2} \frac{\omega_{\text{пр}N}}{a_N} \left[\delta a(t_{\text{КО}})(T - t_{\text{КО}}) + A_{\text{т}} \frac{(T - t_{\text{КО}})^2}{2} \right]. \end{aligned} \quad (8.32)$$

Искомая формула для $\delta\Omega(T)$ получена. Возмущение местного времени прохождения восходящего узла теперь может быть найдено из соотношения

$$\delta m_{\uparrow}(T) = \delta\Omega(T) - \delta\alpha_C(T) \leq |\delta\Omega(T)| + |\delta\alpha_C(T)|.$$

Рассмотрим пример. Пусть $a_N = 6378,14 + 675 = 7053,14$ км, $i_N = 98.087^\circ$, $(T - t_{\text{КО}}) = 5$ лет = 1825 суток, $\delta i = +2' = 0,033^\circ$, $\delta a = -15$ км, $A_{\text{т}} = -0,015$ км/сутки. Для этих довольно типичных данных получаем $\delta\Omega(T) \approx 33^\circ \approx +2^{\text{h}}$. Отклонения $\delta i = -4' = -0,067^\circ$, $\delta a = +15$ км приводят к $\delta\Omega(T) \approx -15^\circ \approx -1^{\text{h}}$.

Следовательно, разбросы кинематических параметров траектории в конце выведения и падение высоты орбиты вследствие атмосферного торможения за время существования ИСЗ могут изменить местное время прохождения восходящего узла на несколько часов! Это может привести к ухудшению условий работы системы энергоснабжения КА, появлению длительных интервалов времени, в течение которых КА будет непрерывно освещен Солнцем, нештатному режиму работы системы терморегулирования КА и его бортовой аппаратуры, проведению съемок территории Земли в нерасчетных условиях. Чтобы недопустить этого — проводят коррекцию траектории (см. гл. 9).

В заключение этого раздела приведем значения рассмотренных производных, позволяющие делать быстрые ориентировочные оценки для ССО высотой 600...800 км:

$$\begin{aligned}\Omega_r &\approx -0,492' / \text{км}; & \Omega_V &\approx 0,462' / (\text{м/с}); \\ i_r &\approx 0,487' / \text{км}; & i_V &\approx 0,457' / (\text{м/с}); \\ a_r &= 2 \text{ км/км}; & a_V &\approx 1,876 \text{ км}/(\text{м/с}); & a_i &\approx 4,12 \text{ км}' \text{ для ССО}; \\ T_a &\approx 1,25 \text{ с/км}; & T_V &\approx 2,3 \text{ с}/(\text{м/с}).\end{aligned}\quad (8.33)$$

8.5. Эволюция трассы круговых ССО при изменении высоты орбиты

Трасса ИСЗ — это траектория подспутниковой точки на поверхности Земли. Представьте, что из ИСЗ вертикально вниз опущен карандаш, длина которого равна высоте орбиты. Во время движения спутника карандаш будет чертить на поверхности вращающейся Земли линию, которая и называется трассой полета. Понятно, что возмущения орбиты КА в общем случае приводят к отклонениям реальной трассы от номинальной. В результате трасса, которая должна была пройти через район съемки, может пройти в стороне от него, и съемка станет невозможной. Определим смещение трассы, вызванное отличием высоты орбиты КА от ее номинального значения. Это отличие может быть вызвано как плановым изменением высоты в результате коррекции, так и понижением ее вследствие атмосферного торможения.

Аргумент широты КА (иногда говорят, *фазовое положение* КА) на круговой орбите

$$u(t) = \int_0^t \omega_{КА}(\tau) d\tau, \quad (8.34)$$

где t — время движения КА от начала витка (от экватора) до текущего положения, $\omega_{КА}(\tau)$ — угловая скорость обращения КА по орбите. Для круговой орбиты имеем

$$\omega_{КА} = \frac{2\pi}{T_{др}} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{a^3/\mu}} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \text{ рад/с}. \quad (8.35)$$

Пусть большая полуось круговой ССО получает возмущение $\delta a(t)$, причем $\frac{|\delta a(t)|}{a} \ll 1$. Тогда угловая скорость обращения КА получит возмущение $\delta\omega_{КА}(t)$. Для нахождения $\delta\omega_{КА}(t)$ воспользуемся способом, указанным в разд. 8.3. Логарифмируя (8.35) и затем дифференцируя полученное выражение, получаем

$$\delta\omega_{КА}(t) = -\omega_{КАN} \frac{3}{2} \frac{\delta a(t)}{a_N} = -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\mu}{a_N^3}} \frac{\delta a(t)}{a_N},$$

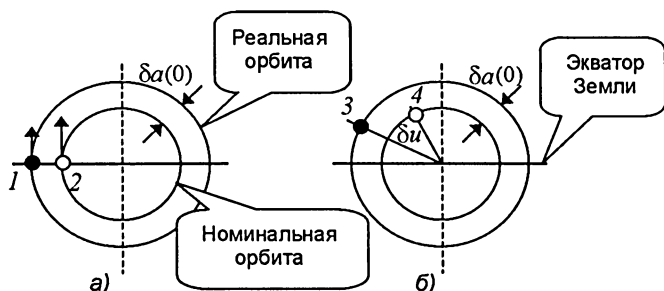


Рис. 8.2. Положение КА на реальной и номинальной орбитах: а — положение КА в восходящем узле реальной (1) и номинальной (2) орбиты в момент $t = 0$; б — положение КА на реальной (3) и номинальной (4) орбитах в момент $t > 0$

где индексом N отмечены параметры номинальной (невозмущенной) орбиты. Как и в разд. 8.4 положим закон изменения высоты линейным от времени:

$$\delta a(t) = \delta a(0) + A_T t,$$

где $\delta a(0) = \delta a_0$ — отклонение большой полуоси от номинального значения в начальный момент времени; A_T — темп падения высоты орбиты. Тогда выражение для $\delta \omega_{КА}(t)$ примет вид

$$\delta \omega_{КА}(t) = -\frac{3}{2} \omega_{КАN} \frac{\delta a_0 + A_T t}{a_N}.$$

Теперь из соотношения (8.34) получаем выражение для возмущения аргумента широты КА, вызванного возмущением δa_0 и последующим падением высоты за счет атмосферного сопротивления со скоростью A_T :

$$\delta u(t) = \int_0^t \delta \omega_{КА}(\tau) d\tau = -\frac{3}{2} \frac{\omega_{КАN}}{a_N} \left[\delta a_0 t + \frac{A_T t^2}{2} \right] = -\frac{3}{2} \omega_{КАN} A(t), \quad (8.36)$$

где $A(t) = \frac{1}{a_N} \left[\delta a_0 t + \frac{A_T t^2}{2} \right].$

Поясняя физический смысл возмущения δu , обратимся к рис. 8.2. Положим, что в момент $t = 0$ КА находится в восходящем узле орбиты (т. 1) выше своего номинального положения (т. 2) на величину $\delta a_0 > 0$. Так как его реальная высота больше номинальной, то скорость будет меньше номинальной и через время t реальное положение КА будет отставать от номинального на угол $\delta u = u_p - u_n$ (см. задачу 8.2), где u_p и u_n — аргумент широты КА в его реальном и номинальном движениях соответственно. Следовательно, если $\delta a > 0$, то возмущение аргумента широты $\delta u < 0$, что, собственно, и показывает формула (8.36). Обычно угол δu определяется в момент прохождения аппаратом восходящего узла. Поэтому $\delta u < 0$ означает, что имеет место запаздывание прихода КА в восходящий узел.

В разд. 8.4 (см. формулу (8.32)) было показано, что начальное возмущение большой полуоси плюс атмосферное торможение за время t приводят к смещению долготы восходящего узла орбиты на угол

$$\delta\Omega(t) = -\frac{7}{2} \frac{\omega_{\text{пр}N}}{a_N} \left(\delta a_0 t + \frac{A_{\text{т}} t^2}{2} \right) = -\frac{7}{2} \omega_{\text{пр}N} A(t). \quad (8.37)$$

Знак минус говорит о том, что при положительном δa отклонение $\delta\Omega$ идет к западу от номинальной точки.

Сравним возмущения δu и $\delta\Omega$. Из (8.36) и (8.37) получаем

$$\frac{\delta u}{\delta\Omega} = \frac{3}{7} \frac{\omega_{KAN}}{\omega_{\text{пр}N}}.$$

Для кратных ССО имеем $T_{\text{др}N} = T_{\text{с}N}/n$ (см. разд. 5.1), значит

$$\omega_{KAN} = \frac{2\pi}{T_{\text{др}N}} = \frac{2\pi}{T_{\text{с}N}} \frac{n}{N}; \quad \omega_{\text{пр}N} = \omega_{\text{с}} = \frac{2\pi}{365,2422 T_{\text{с}}}.$$

Поэтому

$$\frac{\delta u}{\delta\Omega} = \frac{3}{7} 365,2422 \frac{n}{N}.$$

Следовательно, это отношение определяется лишь высотой номинальной ССО. В качестве примера приведем его численное значение для ССО высотой $h = 675$ км, $N = 3$, $n = 44$:

$$\delta u = 2295,8 \delta\Omega.$$

Итак, мы видим, что возмущение большой полуоси $\delta a > 0$ сопровождается отклонением $\delta u < 0$ фазового положения КА от номинального значения. Фазовому смещению $\delta u < 0$ соответствует запаздывание времени прихода в восходящий узел от номинального значения на величину $\delta t > 0$, значит смещение δt может быть записано в виде

$$\delta t = -\frac{T_{\text{др}N}}{2\pi} \delta u. \quad (8.39)$$

Но поскольку КА приходит в восходящий узел с некоторым «запазданием» $\delta t > 0$, то Земля за это время успеет повернуться относительно номинального положения на дополнительный угол. В результате чего трасса КА (определяемая *гринвичской* долготой восходящего узла λ) сместится к западу на угол*

$$\delta\lambda = -\omega_3 \delta t. \quad (8.40)$$

* Строго говоря, в формуле (8.40) вместо ω_3 надо использовать $\omega_{3/\text{орб}}$. Здесь мы пренебрегаем изменением положения плоскости орбиты вследствие прецессии за время δt в силу его относительной малости.

Подставляя в (8.40) выражения (8.39) для δt и (8.36) для δu и учитывая, что $T_{\text{др}}\omega_{\text{КА}} = 2\pi$, получаем

$$\delta\lambda = \omega_3 \frac{T_{\text{др}}N}{2\pi} \delta u = -\frac{3}{2}\omega_3 \frac{1}{a_N} \left(\delta a_0 t + \frac{A_{\text{т}} t^2}{2} \right) = -\frac{3}{2}\omega_3 A(t). \quad (8.41)$$

Таким образом, за счет отклонения высоты орбиты от номинала на величину δa_0 , КА в номинальный момент времени будет иметь отклонение от восходящего узла по фазе на угол δu (см. выражение (8.36)). Этому углу через время δt (см. выражение (8.39)) в момент прохождения аппаратом восходящего узла будет соответствовать смещение трассы по гринвичской долготе на угол $\delta\lambda$ (см. выражение (8.41)).

Сравнивая δu и $\delta\lambda$ и учитывая, что $\omega_{\text{КА}N} = 2\pi/T_{\text{др}N}$ и $\omega_3 = 2\pi/T_{\text{зс}}$, получаем

$$\frac{\delta u}{\delta\lambda} = \frac{\omega_{\text{КА}N}}{\omega_3} = \frac{T_{\text{зс}}}{T_{\text{др}N}}.$$

Для кратных ССО имеем $T_{\text{др}N} = T_{\text{сс}}N/n$, поэтому

$$\frac{\delta u}{\delta\lambda} = \frac{T_{\text{зс}}}{T_{\text{сс}}} \frac{n}{N}.$$

Следовательно, это отношение определяется лишь высотой номинальной ССО. В качестве примера приведем его численное значение для ССО высотой $h = 675$ км, $N = 3$, $n = 44$:

$$\delta u = \frac{86164}{86400} \frac{44}{3} \delta\lambda = 14,63 \delta\lambda.$$

Для этой орбиты имеем $\delta\lambda = (1/14,63)\delta u = 0,068\delta u$, т.е. фазовое смещение на $\delta u = 180^\circ$ приводит к смещению трассы на $\delta\lambda = 12,27^\circ$. Это половина межвиткового расстояния. Пусть $\delta a_0 = 10$ км, $t = 1$ сутки $= 86400$ с, падением высоты за это время пренебрежем. Тогда из (8.41)

$$\delta\lambda = -\frac{3}{2} 7,29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{7053} \cdot 10 \cdot 86400 \cdot 57,29578 = -0,767^\circ,$$

т.е. увеличение большой полуоси орбиты на 10 км приводит за одни сутки к смещению трассы к западу на примерно на $0,8^\circ$ (на экваторе это составляет около 85 км).

Подведем итоги:

При начальном возмущении большой полуоси δa_0 и темпе падения высоты $A_{\text{т}}$, соответствующие возмущения a , u , Ω и λ задаются

соотношениями:

$$\begin{aligned}\delta a &= \delta a_0 + A_T t; \quad \delta u = -\frac{3}{2} \omega_{KAN} A(t); \\ \delta \Omega &= -\frac{7}{2} \omega_{npN} A(t); \\ \delta \lambda &= -\frac{3}{2} \omega_3 A(t),\end{aligned}\tag{8.42}$$

где $A(t) = \frac{1}{a_N} \left(\delta a_0 t + \frac{A_T t^2}{2} \right)$.

Из соотношений (8.42) можно получить некоторые рекомендации, которые могут быть использованы в практике проектной работы. Например:

- если $\text{sign}(\delta a) = \text{const}$, то смещения $\delta u(t)$, $\delta \Omega(t)$ и $\delta \lambda(t)$ тем больше, чем выше средний уровень $|\delta a(t)|$ и чем больше интервал t ;
- смещение долготы восходящего узла $\delta \Omega(t)$ возмущенной орбиты от номинальной примерно на 3 порядка меньше смещения фазового положения $\delta u(t)$. Например, если фазовое положение КА в возмущенном движении сместилось от опорного на целый виток ($\delta u(t) = 360^\circ$), то долгота восходящего узла сместится лишь на $\delta \Omega(t) = 0,157^\circ$. Это свидетельствует о достаточной устойчивости свойства солнечной синхронности;
- если результатом возмущения δa за время t является появление одного из смещений, например $\delta u(t)$, то необходимо появляются и смещения $\delta \Omega(t)$ и $\delta \lambda(t)$. Поэтому поддержание или плановое смещение траектории полета фактически сводится к коррекции поддержания или планового смещения фазового положения КА в некоторый момент времени (можно говорить также о коррекции прихода КА в некоторый восходящий узел орбиты).

Смещение траектории полета во времени наглядно можно проследить, используя понятие фазовой траектории в координатах $(\delta \lambda, \delta a)$. Соотношения для $\delta \lambda$ и δa приведены в (8.42), время t является параметром:

$$\delta \lambda = -\frac{3}{2} \omega_3 \frac{1}{a_N} \left(\delta a_0 t + A_T \frac{t^2}{2} \right); \quad \delta a = \delta a_0 + A_T t.\tag{8.43}$$

Параметр t из выражений (8.43) можно исключить. Для этого выразим t из второго выражения (8.43) и подставим его в первое, получим

$$\delta \lambda = -\frac{3}{4} \frac{\omega_3}{a_N A_T} \delta a^2 + \frac{3}{4} \frac{\omega_3}{a_N A_T} \delta a_0^2.\tag{8.44}$$

Это и есть уравнение фазовой траектории, выражающей смещение траектории $\delta \lambda$ в зависимости от отклонения высоты от номинала δa .

Пример расчета фазовой траектории приведен на рис. 8.3. При расчете фазовой траектории на рис. 8.3 предполагалось, что КА изначально в момент $t = 0$ находился на круговой орбите высотой $h = 675$ км,

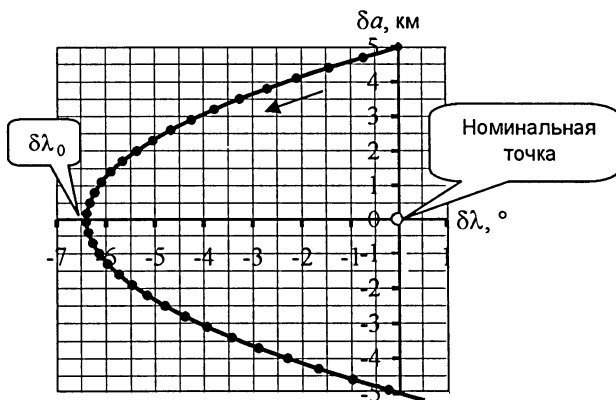


Рис. 8.3. Связь между отклонениями $\delta a(t)$ и $\delta \lambda(t)$

$T_{\text{др}} = 5891$ с. Начальное отклонение принято $\delta a_0 = +5$ км, темп падения высоты за счет атмосферного торможения $A_T = -0,150$ км/сутки. На фазовой траектории нанесены временные метки примерно через двое суток. Из рисунка следует, что с течением времени трасса отклоняется к западу от номинальной точки, а текущее отклонение δa высоты орбиты от номинала уменьшается за счет атмосферного торможения. Спустя время $\tau = -\delta a_0/A_T = 5/0,15 = 33,3$ суток отклонение высоты от номинала становится равным нулю ($\delta a = 0$), а отклонение трассы — максимальным ($\delta \lambda_0 \approx -6,4^\circ$). Дальнейшее падение высоты приводит к изменению знака δa и, как следствие, к уменьшению (по абсолютной величине) отклонения $\delta \lambda$, которое в момент $t = 2\tau$ становится равным нулю.

Для нахождения максимального отклонения $\delta \lambda_0$ подставим в формулу (8.44) значение $\delta a = 0$, получим

$$\delta \lambda_0 = \frac{3}{4} \omega_3 \frac{1}{a_N} \frac{\delta a_0^2}{A_T}. \quad (8.45)$$

Если принимать размерность A_T км/сутки, а $\delta \lambda_0$ измерять в градусах, то в (8.45) надо полагать $\omega_3 = 361^\circ/\text{сутки}$.

Задача 8.1. Ошибка выведения КА на круговую орбиту высотой h_0 составляет в точке выведения $\Delta h = +15$ км. Ошибка по скорости отсутствует (т.е. скорость равна круговой для высоты h_0). Каково будет отличие реального положения КА от его расчетного положения (при номинальном выведении) через 1 виток полета?

Задача 8.2. В момент t_0 плоскости круговых орбит двух КА совпадают, высоты отличаются на $\Delta h = 15$ км, и КА находятся точно один над другим. Как изменится относительное положение аппаратов через 1 виток полета нижнего КА?

Задача 8.3. В момент времени t_0 ИСЗ имеет период обращения T_0 . Вследствие атмосферного торможения период орбиты уменьшается

каждый последующий виток на величину ΔT . Определить время начала витка после совершения спутником n оборотов, начиная с момента t_0 .

Задача 8.4. Высота исходной ССО ($h_0 = 600$ км, $i_0 = 97,8^\circ$) за счет атмосферного торможения снижается на 0,01 км за виток полета. Как изменятся долгота восходящего узла, фазовое положение КА и трасса его полета относительно исходных через $n = 500$ витков?

Задача 8.5. Как надо изменить высоту орбиты $h_0 = 675$ км, чтобы за $n = 14$ витков (т.е. примерно за сутки) трасса полета сместилась к востоку на 1° ? Падением высоты вследствие атмосферного сопротивления пренебречь.

8.6. Устойчивость полного покрытия кратных орбит при изменении высоты орбиты

1. Может ли понижение высоты номинальной кратной орбиты полного покрытия (например, вследствие атмосферного торможения) привести к нарушению полноты покрытия?

2. Может ли повышение высоты номинальной кратной орбиты полного покрытия (например, вследствие коррекции) привести к нарушению полноты покрытия?

3. Зависит ли возможность нарушения полноты покрытия от диапазона изменения высоты орбиты?

4. Если полнота покрытия при изменении высоты нарушается, то как надо изменить ширину полосы обзора, чтобы при изменении высоты орбиты на δa_0 полнота покрытия не нарушилась?

Ответ на первый вопрос: может. Приведем пример. Предварительно заметим, что ранее мы через n обозначали число витков в периоде кратности: $n = n_{\text{пс}}N + m$. В этом параграфе n будет обозначать текущее число витков полета КА, а число витков в периоде кратности будем обозначать n_0 . Звездочку будем присваивать параметрам номинальной орбиты. Полагаем, что полное покрытие осуществляется без перекрытия полос обзора.

Итак, имеем круговую номинальную орбиту высотой $h^* = 819,5$ км. Это орбита кратности 22₅ класса «14» (см. табл. 5.2, а) с числом витков в периоде кратности $n_0^* = 14 \cdot 22 + 5 = 313$.

На рис. 8.4 приведен график изменения величины $c^*(n)$ — максимального расстояния между соседними узлами трассы («окна»), реализовавшегося к текущему моменту времени, точнее, к текущему витку полета n (о расчете $c = f(n)$ см. задачу 8.6). Расстояние между узлами трассы по истечении периода кратности (22 суток) будет равно $c_0^* = 2\pi R_e/n_0^* = 128$ км. Значит, если выбрать полосу обзора БИК КА $b_3 = 128$ км, то данная аппаратура на данной номинальной орбите за период кратности обеспечит полное покрытие.

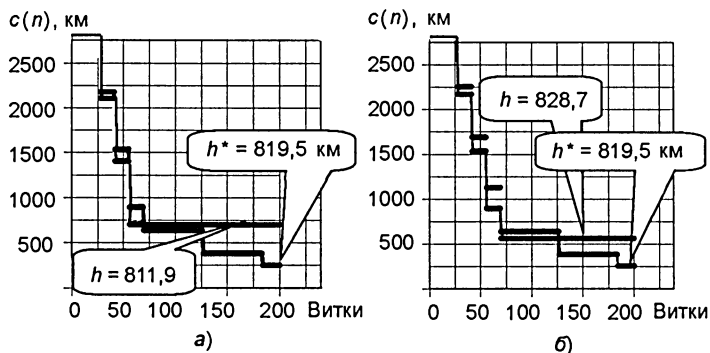


Рис. 8.4. Максимальное расстояние между соседними узлами траектории («окно») в зависимости от времени полета для номинальной орбиты $h^* = 819,5$ км и возмущенной орбиты: а — $h = 811,9$ км; б — $h = 828,7$ км

Предположим теперь, что КА просуществовал на орбите некоторое время, в течение которого высота номинальной орбиты за счет атмосферного торможения снизилась на $\delta a = -7,6$ км, т.е. КА перешел на орбиту высотой $h = 811,9$ км. Из табл. 5.2,а следует, что кратность орбиты при этом изменится и станет равной $24_6 \equiv 4_1$. Для этой кратности $n_0 = 14 \cdot 4 + 1 = 57$, $c_0 = 703$ км, и полоса обзора БИК КА $b_3 = 128$ км уже не будет обеспечивать полного покрытия. Следовательно, если допускать падение высоты орбиты КА $h^* = 819,5$ км примерно на 8 км, то для сохранения полноты покрытия надо иметь полосу обзора в $703/128 = 5,5$ раз больше номинально необходимой (см. рис. 8.4,а).

Заметим, что графики на рис. 8.4 построены для постоянной высоты, в то время как в полете высота орбиты за счет атмосферного сопротивления постоянно падает. Однако, как правило, это падение происходит достаточно медленно, и на временах порядка периода кратности (а именно для них и рассматривается процесс эволюции «окна») высоту орбиты можно считать постоянной.

Ответ на второй вопрос: может. Приведем пример. Пусть в результате коррекции высота номинальной (опорной) орбиты $h^* = 819,5$ км повышается примерно на 9 км, до $h = 828,7$ км. Эта орбита имеет кратность $20_4 \equiv 5_1$, $n_0 = 14 \cdot 5 + 1 = 71$ и $c_0 = 564$ км. Следовательно, «номинальная» полоса обзора БИК КА $b_3 = 128$ км после коррекции не будет обеспечивать полного покрытия (см. рис. 8.4,б).

Впрочем, можно привести и обратные примеры, когда изменение высоты орбиты не приводит к расширению «окна» и нарушения полноты покрытия не происходит. Рассмотрите, например, опорную орбиту $h^* = 799,9$ км, $K = 7_2$ и орбиты выше ($h = 804,3$ км, $K = 11_3$) и ниже ($h = 795,1$ км, $K = 10_3$) нее.

Ответ на третий вопрос: зависит. Здесь требуются некоторые пояснения. Вспомним, что для большой полуоси a кратной орбиты име-

ем выражение (5.10):

$$a = C \left(\frac{N}{n_0} \right)^{2/3},$$

где $C = 42241,12$. Из этого выражения, учитывая, что $n_0 = n_{\text{пс}}N + m$, получаем

$$\frac{m}{N} = \left(\frac{C}{a} \right)^{3/2} - n_{\text{пс}}. \quad (8.46)$$

Из соотношения (8.46) видно, что высота орбиты в заданном классе $n_{\text{пс}}$ определяется не собственно кратностью $K = [N; m]$, а отношением m/N . Будем далее обозначать его буквой z . Дифференцируя выражение (8.46), найдем связь между вариацией высоты орбиты δa и вариацией $\delta z = \delta(m/N)$:

$$\delta z = -\frac{3}{2} \left(\frac{C}{a^*} \right)^{3/2} \frac{\delta a}{a^*} = -\frac{3}{2} \frac{n_0^*}{N^*} \frac{\delta a}{a^*} = -\frac{3}{2} \frac{n_{\text{пс}} + z^*}{a^*} \delta a, \quad (8.47)$$

где $z^* = m^*/N^*$ — число z на опорной орбите. Отсюда вытекает, что понижение высоты кратной орбиты ($\delta a < 0$) может происходить только при росте числа z ($\delta z > 0$) и наоборот; малые изменения числа z порождают малые изменения высоты; понижение высоты кратной орбиты сопровождается уменьшением межвиткового расстояния и увеличением суточного сдвига, причем

$$\delta L_{\text{сут}} = -n_{\text{пс}} \delta L_{\text{мв}}.$$

Итак, мы видим, что если z и z^* близки, то будут близки и высоты этих орбит. Но при этом кратности орбит $[N; m]$ и $[N^*; m^*]$ могут значительно отличаться! Иначе говоря, *небольшим изменениям высоты могут соответствовать большие изменения кратности. А большие изменения кратности могут нарушить полноту покрытия*, так как c_0 — максимальное расстояние между соседними узлами кратной орбиты по истечении периода кратности, определяется именно кратностью, а не отношением m/N (см. теорему об узлах кратной орбиты (5.19)). И если КА, немного изменив высоту, попадает на орбиту, у которой $n_0 = n_{\text{пс}}N + m < n_0^* = n_{\text{пс}}N^* + m^*$, то для нее будет $c_0 > c_0^*$ и на этой орбите произойдет нарушение полного покрытия. Приведенные выше примеры относились как раз к этому случаю: опорная орбита имела кратность 22₅, а орбиты чуть ниже и чуть выше нее имели «меньшие» кратности 4₁ и 5₁ соответственно.

Итак, если в некотором диапазоне высот около опорной орбиты высотой h^* кратности $[N^*; m^*]$ имеется орбита с «меньшей» кратностью, то попадание КА на эту орбиту приведет к нарушению полного покрытия (под орбитой с «меньшей» кратностью имеем ввиду орбиту с меньшим

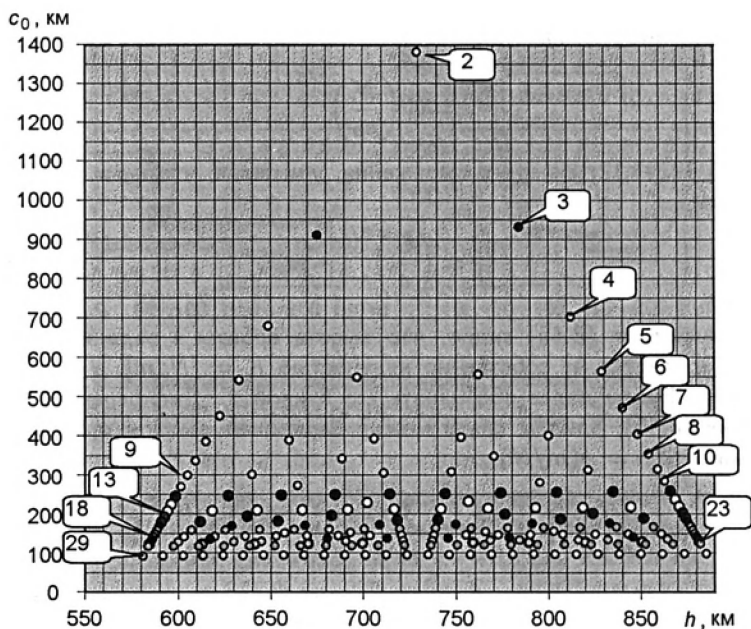


Рис. 8.5. Размеры «окон» $c_0 = f(N, h)$ для кратных ССО класса «14»

$n_0 = n_{\text{пс}}N + m$). Таким образом, возможность нарушения полноты покрытия зависит от диапазона изменения высоты орбиты, так как от его размера зависит попадут ли в него «критические» орбиты или нет.

Обнаружить, попадают ли такие «критические» орбиты в заданный диапазон изменения высоты, можно с помощью рис. 8.5. Изображенные на нем точки представляют орбиты на фазовой плоскости ($h \times c_0$), где h — высота орбиты и c_0 — размер «окна», реализовавшийся после прохождения времени, равного периоду кратности N . Например, орбита кратности 2_1 изображается точкой с фазовыми координатами $h = 729,1$ км и $c_0 = 1382$ км. Орбит с периодом кратности 3 две: 3_1 с координатами $h = 784$ км и $c_0 = 932$ км и 3_2 с координатами $h = 675,1$ км и $c_0 = 910,7$ км. Орбит с периодом кратности 4 тоже две: 4_1 и 4_3 , так как орбита кратности 4_2 есть орбита кратности 2_1 , уже отмеченная на рисунке. Орбит с периодом кратности 6 тоже две: 6_1 и 6_5 , по той же причине. Расположение точек на рис. 8.5 можно представить как результат их просеивания через последовательность сеток с разным размером ячеек. Наверху остаются кратные орбиты с большими c_0 , нижние слои образуются орбитами, с уменьшающимися размерами c_0 . Данные для построения рис. 8.5 взяты из табл. 5.3, только вместо m по оси абсцисс отложена соответствующая высота орбиты.

На оси абсцисс выделим диапазон около высоты рассматриваемой опорной орбиты, обеспечивающей полное покрытие. В этом диапазоне,

предположительно, может меняться высота полета КА. В выбранный диапазон попадет некоторое множество точек. Ниже точки, изображающей опорную орбиту, теоретически находится бесконечное множество точек, однако соответствующие им орбиты полноты покрытия не нарушат (у них размер «окна» меньше, чем у опорной орбиты). Точки, лежащие выше точки, изображающей опорную орбиту, имеют $c_0 = f(N, h)$ большее, чем у опорной орбиты, и поэтому на них может произойти нарушение полноты покрытия! Следовательно, для сохранения полноты покрытия размер диапазона должен быть таким, чтобы не включать в себя орбиты с «меньшей», чем у опорной орбиты кратностью. Если же диапазон задан и изменять его нельзя, то размер полосы обзора для обеспечения полного покрытия, надо выбирать не по опорной, а по «критической» орбите данного диапазона. *Это ответ на четвертый вопрос.*

Рассмотрим пример. Выберем в качестве номинальной орбиту из класса «14» высотой $h^* = 681,4$ км кратности 17_{11} . Для нее $n_0^* = n_{\text{пс}}N^* + m^* = 14 \cdot 17 + 11 = 249$ и $c_0^* = 2\pi R_e / n_0^* = 161$ км. Значит, БИК с полосой обзора $b_3 = 161$ км через 17 суток обеспечит на этой орбите полное покрытие. Для данной номинальной орбиты зададим диапазон D , в котором может меняться ее высота за счет атмосферного сопротивления. Пусть это диапазон $(+0; -10$ км). Попробуем теперь найти орбиты, принадлежащие диапазону D и имеющие $n_0 < n_0^*$ и, следовательно, $c_0 > c_0^*$. В нашем случае в диапазоне D действительно имеется такая орбита: $K = 3_2$, $h = 675,1$ км. У нее $c_0 = 911 > c_0^* = 161$ км, следовательно, если КА попадет на эту орбиту, то полнота покрытия нарушится.

Таким образом, рецепт, с помощью которого можно предотвратить нарушение полноты покрытия в полете, выглядит следующим образом: при проектировании КА надо выбирать полосу обзора не по опорной, а по «критической» орбите заданного высотного диапазона. «Критической» орбитой диапазона называем орбиту, принадлежащую данному диапазону и расположенную на фазовой плоскости выше опорной.

Полученный вывод сделан в предположении, что время установления стационарного «окна» по сравнению с временем функционирования КА невелико. Это дает основание считать, что весь полет проходит при $c(n) = c_0 = \text{const}$, т.е. пренебрегать «переходным процессом» установления «окна». Однако не исключено, что переходной процесс может стать настолько длительным, что значительная часть полета КА пройдет при $c(n) > c_0$, как это было бы при нарушении полноты покрытия (хотя теоретически полнота покрытия не нарушается).

Приведем пример. Рассмотрим рис. 8.6, на котором показано как изменяется размер «окна» во времени для номинальной орбиты кратности 17_{11} . Из рисунка следует, что при возрастании времени (количества витков n) «окно» уменьшается. Когда n станет равно $n_0^* = 249$ — количеству витков в периоде кратности — размер «окна» стабилизируется на величине $c(n) = c_0^* = 161$ км. На этом же рисунке приведены аналогичные графики для орбит высотой на 2, 4, 6 км меньше номинальной. Эти орбиты *не нарушают полноту покрытия в смысле данного*

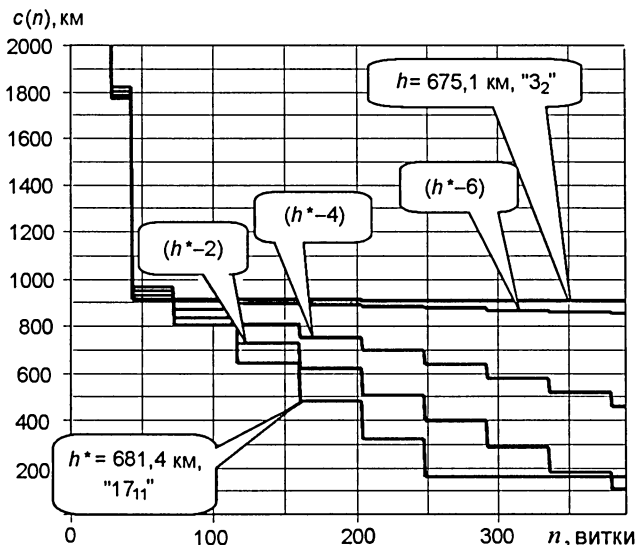


Рис. 8.6. Изменение величины «окна» $c(n) = f(N, m)$ во времени для ССО кратности 17₁₁ из класса «14»

выше определения, так как у них число витков в периоде кратности $n_{\text{пс}}N + m > n_0^*$ и поэтому $c_0 < c_0^*$. Однако точка начала стабилизации «окна» у этих орбит сдвигается все более и более вправо, в результате чего полет КА может реально проходить в условиях нарушения полного покрытия, так как наступает оно (полное покрытие) слишком поздно. При выборе допустимого диапазона изменения высоты рабочей орбиты КА этот эффект необходимо учитывать.

Задача 8.6. Напишите компьютерную программу нахождения максимального расстояния $c(n)$ между соседними узлами трассы в зависимости от количества витков полета n . Орбита солнечно-синхронная, круговая, высотой h км, кратности N_m .

Задача 8.7. Для номинальной орбиты полного покрытия высотой $h^* = 659,9$ км кратности $K = 7_5$ класса «14» найдите диапазон высот, такой, что а) любая орбита из этого диапазона не вызывает нарушения полного покрытия; б) существуют орбиты из этого диапазона, которые вызовут нарушение полного покрытия.

Задача 8.8. КА с полосой обзора 1382 км находится на номинальной ССО двухсуточной кратности класса «14». Вследствие коррекции высота орбиты повышается на 4,1 км. Требуется ли увеличение полосы обзора КА для того, чтобы продолжительность полного покрытия осталась равной двум суткам?

Коррекция параметров рабочей солнечно-синхронной орбиты КА

Новые идеи придумывать очень трудно. Для этого требуется совершенно исключительное воображение... но воображение в надежной смиренной рубашке.

Фейнман Р. Характер физических законов

9.1. Характеристическая скорость коррекции траектории КА. Расчет топлива на проведение коррекции.

Первая математическая теория движения ракет была разработана в Англии в 1810 г. Уильямом Муром в ответ на конкурс, объявленный в 1809 г. Копенгагенским научным обществом: «Тело цилиндрической формы... увлекается под произвольным углом к горизонту выходящей струей пламени. Вследствие выгорания массы вес тела постоянно уменьшается. Спрашивается: 1) по какой кривой линии, или траектории, тело будет продвигаться? 2) какие возмущения в траектории могут быть вызваны, если поверхность горения не будет все время перпендикулярна оси, и как можно наилучшим образом устранить эти возмущения? 3) поскольку для создания большей поверхности горения необходимо расщеплять ракету, какова наиболее предпочтительная форма, которую следует придавать отверстию? Общество желает, чтобы было принято по возможности во внимание давление и сопротивление воздуха...» [12] (обратите внимание на точность формулировок, как будто взятых из современного Технического задания).

У. Мур разрешил первый, основной в общей теории движения ракет вопрос. В предположении о равномерном горении пороха в ракете, он дал расчет движения ракет в несопротивляющейся среде и в среде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости движения (абсолютно современная постановка). Несмотря на это, премии он не получил, а теория его оказалась вскоре совершенно забытой, как и он сам. Королевская военная академия, где он проработал 16 лет и выполнил свои замечательные исследования по теории движения ракет, даже не располагает сведениями о годах его жизни. Известно, что Мур

был принят в Академию в 1806 г. шестым ассистентом по математике, в 1810 г. занял должность первого ассистента и, наконец, в 1821 г. стал пятым (или младшим) мастером; а в 1823 г. он был уволен в отставку по сокращению штатов [12].

Во второй половине XIX века с появлением нарезного оружия, интерес к ракетам ослаб, но в начале XX века в связи с зарождением инженерных идей космического полета исследования реактивного полета начали развиваться в России, США, Германии. К.Э. Циолковский в 1903 г., используя только элементарную математику, получил выражение для *идеальной скорости* ракеты, т.е. скорости, которую она получит в *идеальных условиях движения**:

$$V_{\text{ид}} = -c \ln \frac{m_K}{m_0} = -c \ln(\mu_K) = -c \ln \left(1 - \frac{m_T}{m_0} \right). \quad (9.1)$$

В выражении (9.1) для идеальной скорости ракеты имеем: c — постоянная относительно корпуса ракеты скорость истечения продуктов сгорания ракетного топлива на срезе сопла двигателя. Для жидкостных и твердотопливных ракетных двигателей (их иногда называют *химически-ми* РД) предельное теоретическое значение скорости истечения около 4500 м/с; в оценочных расчетах обычно полагают $c \approx 3000$ м/с. m_0 — начальная масса ракеты в момент включения двигателя, m_K — конечная масса ракеты в момент выключения двигателя, $m_T = m_0 - m_K$ — масса сгоревшего топлива. Вы можете получить эту формулу, записав второй закон Ньютона

$$m \frac{dV}{dt} = P \quad (9.2)$$

для материальной точки, движущейся под действием реактивной силы $P = -c \frac{dm}{dt} = c \dot{m}$, направленной по скорости. Здесь $\dot{m} = -\frac{dm}{dt}$ — массовый расход топлива. Интегрирование этого уравнения в пределах от t_0 до t_K с учетом условий $V_0 = 0$, $m = m_0$ при $t = t_0 = 0$ и $V = V_{\text{ид}}$, $m = m_K$ при $t = t_K$ немедленно дает формулу (9.1):

$$V_{\text{ид}} = \int_{t=0}^{t_K} \frac{P}{m(t)} dt = \int_{t=0}^{t_K} a(t) dt = -c \int_{t=0}^{t_K} \frac{dm}{m(t)} = -c \ln \left(1 - \frac{m_T}{m_0} \right),$$

где $a(t)$ — ускорение от тяги ракетного двигателя. Заметим, что под знаком логарифма находится правильная дробь, поэтому этот логарифм отрицательный, а скорость положительна. Если масса сгоревшего топлива настолько меньше m_0 , что можно воспользоваться разложением $\ln(1 - m_T/m_0) \approx -m_T/m_0$, то уравнение (9.1) может быть

* Идеальные условия движения имеет ракета, движущаяся под действием силы тяги, постоянно направленной по скорости в отсутствии поля тяготения и атмосферного сопротивления.

записано в виде

$$V_{\text{ид}} \approx c \frac{m_{\text{т}}}{m_0}. \quad (9.1')$$

Формулу (9.1), хотя и известную ранее, только К.Э. Циолковский («в техническом и духовном смысле великий пионер идей космического полета» [13]) сделал основой теоретического и инженерного анализа совокупности проблем, связанных с космическим полетом.

Идеальная скорость (а не количество топлива) является характеристикой полных энергетических возможностей КА. Она не зависит ни от режима, ни от времени расходования топлива. Коррекция может выполняться импульсно (с бесконечно большой тягой) или за конечное время (при ограниченной тяге двигателя), ракеты могут быть большие или маленькие — они получают в бессиловом поле одинаковое приращение скорости, равное $V_{\text{ид}}$, если имеют равные c и $\mu_{\text{к}}$. Все внутренние, энергетические свойства топлива и совершенство (или несовершенство) ракетного двигателя влияют на $V_{\text{ид}}$ через скорость истечения c ; количество израсходованного топлива — через $\mu_{\text{к}}$. Подчеркнем, однако, еще раз, что *идеальная скорость равна приращению величины истинной скорости материальной точки только в идеализированной ситуации бессилового поля.*

При движении в гравитационном поле и с реальной программой ориентации тяги, КА массой m_0 , выработав топливо массой $m_{\text{т}}$, вообще говоря, может и не обеспечить приращения величины своей истинной скорости на $V_{\text{ид}}$. Причину этого можно понять, рассмотрев уравнения движения КА в плоскости движения (*плоскости стрельбы*) при наличии гравитационного поля. Интегрирование этих уравнений показывает, что КА к концу активного участка изменяет начальное значение скорости на величину, складывающуюся из трех слагаемых. Первое — уже известная нам идеальная скорость $V_{\text{ид}}$, получаемая как интеграл от ускорения КА, обусловленного действием только тяги двигателя. Второе — так называемые *гравитационные потери*, появляющиеся во время работы двигателя, когда вектор скорости КА не ортогонален вектору гравитационной силы (рис. 9.1). В результате часть работы, совершаемой двигателем, идет на преодоление земного притяжения, а не на набор скорости. В третьих, это *потери на управление*, появляющиеся, когда вектор тяги двигателя не направлен по вектору скорости. В результате часть тяги двигателя уходит на искривление траектории, а не на набор скорости. Можно пренебречь указанными потерями или нет — зависит от конкретной задачи. Когда речь идет о коррекции орбиты КА ДЗЗ, снабженного химическими РД большой тяги и поэтому имеющего непродолжительные активные участки, гравитационными потерями и потерями на управление можно пренебречь. Если длительность исполнения коррекции велика, их приходится учитывать.

Обозначим потери скорости во время коррекции траектории через $\Delta V_{\text{потерь}}$. Тогда *фактическое приращение реальной скорости* КА массой

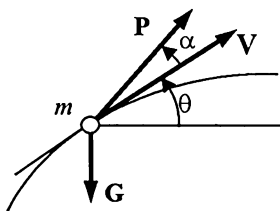


Рис. 9.1. Модель сил, действующих на КА в плоскости стрельбы на активном участке: α — угол атаки; θ — траекторный угол; $(\theta + \alpha)$ — угол тангажа; P — тяга двигателя; G — сила притяжения; V — скорость КА

m_0 за счет выработки топлива массой m_T всегда будет меньше идеального приращения и может быть записано в виде

$$-c \ln(1 - m_T/m_0) - \Delta V_{\text{потерь}}.$$

Задачей коррекции является некоторое заданное изменение траектории КА. На новой траектории КА будет иметь скорость отличную от той, что он имел до коррекции. Следовательно, для выполнения задачи коррекции необходимо, чтобы фактическое приращение скорости КА в результате коррекции было бы равно приращению, требуемому для перевода КА на новую траекторию. Обозначим такое требуемое приращение скорости КА через $\Delta V_{\text{тр}}$. Тогда уравнение коррекции можно записать в виде

$$-c \ln(1 - m_T/m_0) - \Delta V_{\text{потерь}} = \Delta V_{\text{тр}}. \quad (9.3)$$

где $\Delta V_{\text{тр}} = |\Delta V_{\text{тр}}|$.

Соотношения (9.3) можно переписать следующим образом:

$$\Delta V_{\text{тр}} + \Delta V_{\text{потерь}} = -c \ln(1 - m_T/m_0). \quad (9.4)$$

Левую часть выражения (9.4) традиционно называют характеристической скоростью коррекции V_x :

$$V_x = \Delta V_{\text{тр}} + \Delta V_{\text{потерь}}. \quad (9.5)$$

Она характеризует «энергетическую емкость» любой динамической операции, связанной с изменением траектории.

Определение характеристической скорости каждой конкретной динамической операции является одной из основных задач проектно-баллистического анализа космического полета. Энергетические затраты на весь полет, т.е. *суммарная характеристическая скорость* $V_{x\Sigma}$, вычисляются как сумма характеристических скоростей всех динамических операций, которые планируется провести в полете:

$$V_{x\Sigma} = \sum_{i=1}^n V_{xi}, \quad (9.6)$$

где V_{xi} — характеристическая скорость i -й динамической операции; n — количество динамических операций в полете.

Т а б л и ц а 9.1

Динамическая операция	V_{Σ} , м/с, примерно
Выведение ИСЗ на рабочую орбиту	11000
Перевод ИСЗ с рабочей ($i = 50^\circ$) на геостационарную орбиту	4800
Сближение КА «Союз» с орбитальной станцией	50
Спуск КА «Союз» с рабочей орбиты	115
Изменение наклона рабочей орбиты на 1°	130
Поднятие высоты рабочей орбиты примерно на 1,8 км	1

Зная величину V_{Σ} , можно определить суммарный запас топлива m_{Σ} , которым должен быть заправлен космический аппарат, чтобы отработать все планирующиеся динамические операции. Для этого запишем уравнение баланса скоростей (9.4) для найденной в проектно-баллистическом анализе суммарной характеристической скорости V_{Σ} (см. задачу 9.1):

$$V_{\Sigma} = -c \ln(1 - m_{\Sigma}/m_0). \quad (9.7)$$

Из (9.7) получаем требуемое соотношение:

$$m_{\Sigma} = m_0(1 - e^{-V_{\Sigma}/c}). \quad (9.8)$$

В табл. 9.1 для примера приведены величины характеристической скорости, требуемой для выполнения некоторых баллистических операций. Рабочей орбитой условно названа круговая орбита высотой $h \sim 200 \dots 600$ км.

Из таблицы видно, например, что для выведения ИСЗ на низкую околоземную орбиту, где его скорость $V_{кр} \approx 7,8$ км/с (*первая космическая скорость*), ракета-носитель в идеальных условиях должна иметь возможность разогнаться (т.е. иметь запас характеристической скорости) до скорости 11 км/с. Запас характеристической скорости КА «Союз» примерно равен 375 м/с. В настоящее время считается, что энергетические возможности КА с химическими двигателями ограничиваются величиной V_{Σ} порядка 25 км/с [13].

Суммарная характеристическая скорость — важнейшая характеристика КА. Во-первых, она определяет энергетические требования к КА, проектируемому для выполнения определенной целевой задачи, и позволяет рассчитать количество топлива, которое должно быть заправлено в этот КА при его заданной начальной массе. Во-вторых, она позволяет сравнивать маневренные возможности КА разной начальной массы с различающимися двигательными установками. Чем больше располагаемая характеристическая скорость КА, тем большими возможностями изменения траектории он обладает. Знание запаса топлива, имеющегося в баках КА, напрямую сделать такое заключение возможности не представляет. В третьих, характеристическая скорость позволяет оценивать «качество» различных баллистических схем выполнения определенной динамической операции. Например, если формирование рабочей орбиты КА, при прочих равных условиях, может быть осуществлено с помощью

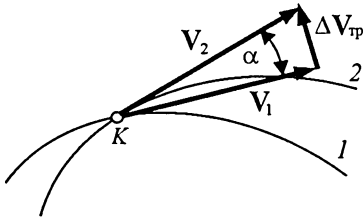


Рис. 9.2. Импульсное исполнение коррекции: 1 — начальная орбита; 2 — конечная орбита; K — точка проведения коррекции; V_1 и V_2 — векторы скорости КА в точке коррекции на начальной и конечной орбите; $\Delta V_{тр} = (V_2 - V_1)$ — вектор корректирующего импульса скорости, $\Delta V_{тр} = |\Delta V_{тр}|$ — требуемая характеристическая скорость коррекции

двух или трехимпульсной схемы коррекций, то выбирать следует схему, требующую меньшей характеристической скорости.

И еще одно. При весовом проектировании ракет и КА инженеры часто используют такие критерии оптимальности, как минимальный стартовый вес при заданном весе полезной нагрузки или максимальный вес полезной нагрузки при неизменном стартовом весе. Из выражения (9.7) следует, что эти требования эквивалентны условию, налагаемому на характеристическую скорость: $V_{х\Sigma} \rightarrow \min$.

Итак, запас топлива КА может быть определен по соотношению (9.8), если известна характеристическая скорость (выражение (9.5)) каждой динамической операции, которую произведет КА в полете. В практике проектного анализа траекторий для определения $V_{х\Sigma}$ широко используют предположение, что тяга двигателя велика и время его работы при проведении коррекции очень мало. Результатом такой *импульсной аппроксимации активного участка* является неизменность радиус-вектора КА и мгновенное изменение вектора скорости аппарата в момент проведения коррекции $t_0 = t_k$. Это обстоятельство имеет два далеко идущих следствия. Во-первых, в этом случае гравитационные потери и потери скорости на управление будут равны нулю, так как они вычисляются как интеграл от t_0 до t_k . Следовательно, импульсное решение будет точным решением задачи коррекции в случае двигателей очень большой тяги. Для реальных двигателей оно будет давать нижнюю оценку требуемой характеристической скорости. Во-вторых, весь участок коррекции, имеющей нулевую длительность, стянется в точку. Поэтому требуемая скорость коррекции $\Delta V_{тр}$ (см. (9.3)) может быть найдена чисто кинематически из треугольника скоростей в точке коррекции на исходной и конечной, после коррекции, орбите КА (рис. 9.2), так как и исходная и желаемая конечная орбиты нам известны.

Рассмотрим, например, импульсный маневр, в результате которого вектор скорости КА поворачивается на угол $\alpha = 1^\circ$ (см. рис. 9.2). Понятно, что наиболее эффективное изменение *направления* вектора скорости будет обеспечиваться корректирующим импульсом, ортогональным вектору начальной скорости V_1 . В силу малости угла α модуль вектора скорости V_1 в результате коррекции практически не изменится, а сам корректирующий импульс скорости может быть найден из прямоугольного треугольника скоростей:

$$\Delta V_{тр}/V_1 = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha.$$

Для низких круговых орбит $V_1 = 7,8$ км/с, следовательно, $\Delta V_1 \approx V_1 \alpha \approx \approx 7800 \cdot 1^\circ / 57,3 \approx 130$ м/с.

Заканчивая этот историко-терминологический экскурс, отметим, что задача расчета орбитальных маневров, т.е. расчета требуемых скоростей $\Delta V_{\text{тр}}$, даже в импульсной постановке, без учета потерь, чрезвычайно сложна. Она, помимо нахождения самих импульсов скорости, переводящих КА с начальной на конечную орбиту, требует нахождения оптимального количества импульсов и точек их приложения в *условиях ограничений реального полета КА*, а эта задача в общем случае еще не решена. Учет протяженности активного участка и, следовательно, учет потерь скорости, о которых мы говорили выше и которые неизбежно возникают в процессе реальной коррекции, также усложняет расчет V_X и фактически делает его эквивалентным точному расчету коррекции путем численного интегрирования на компьютере уравнений движения КА с тягой (а ведь оптимальную программу изменения тяги во времени, для выполнения численного интегрирования, еще надо найти!). Решение этих вопросов составляет содержание одного из интереснейших направлений науки, называемой *динамика космического полета* (*астродинамика*, как ее называют в зарубежной литературе).

9.2. Коррекция восстановления солнечной синхронности орбиты КА

Высота и наклонение солнечно-синхронной орбиты функционально связаны соотношением (5.13). Вследствие ошибок выведения и падения высоты орбиты из-за атмосферного сопротивления соответствие между высотой орбиты и ее наклонением нарушается, в результате чего орбита перестает быть солнечно-синхронной. Как восстановить солнечную синхронность орбиты? Каких энергетических затрат это потребует?

Обозначим через δa_B и δi_B отклонения большой полуоси и наклона орбиты от их номинальных значений (рис. 9.3) в некоторый момент времени. В координатах (δa (км), δi (угл. мин)) изобразим прямую m — m , которая задает связь между отклонениями большой полуоси и наклона орбиты от их номинальных значений, *при условии, что орбита остается солнечно-синхронной* (см. выражение (8.31)). Точка N в начале координат обозначает номинальную невозмущенную ССО. Точка B на плоскости $\delta a \times \delta i$ задает возмущение номинальной орбиты. Из рис. 9.3 следует, что существуют три способа восстановления солнечной синхронности орбиты:

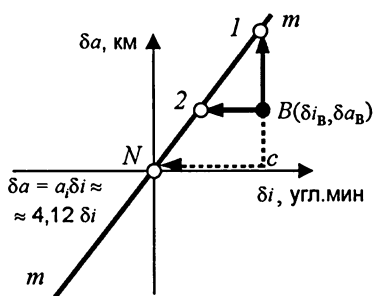


Рис. 9.3. Отклонения большой полуоси и наклона ССО от номинальных значений

- коррекция δa . Наклонение не корректируется, а большая полуось корректируется так, чтобы ее отклонение от номинала попало на прямую $m - m$ (переход в т. 1);
- коррекция δi . Большая полуось не корректируется, а наклонение корректируется так, чтобы его отклонение от номинала попало на прямую $m - m$ (переход в т. 2);
- коррекция δa и δi . Большая полуось и наклонение корректируются так, чтобы свести отклонение от номинала к нулю (переход в т. N). Будем полагать, что при этом одновременной коррекции обоих параметров не производится, т.е. сначала корректируется один параметр, затем другой (см. путь из т. B через с в т. N).

Найдем характеристическую скорость, требуемую для каждого из этих способов коррекции. Для этого нам понадобятся значения производных из 8.33):

$$\frac{\partial a}{\partial i} = a_i = -\frac{2}{7}a_N \operatorname{tg} i_N; \quad \frac{\partial a}{\partial V_n} = a_V = \frac{2a_N}{V_{\text{кр}N}}; \quad \frac{\partial i}{\partial V_b} = i_V = \frac{1}{V_{\text{кр}N}}. \quad (9.9)$$

В табл. 9.2 для справки приведены численные значения указанных производных для некоторых ССО высотой $500 < h < 900$ км (высота определялась по наклонению в соответствии с формулой (5.13)).

Из рис. 9.3, используя выражения (9.9), получаем, что для восстановления условий солнечной синхронности требуемая характеристическая скорость

$$\begin{aligned} \Delta V_x^{(a)} &= \frac{|a_i \delta i_B - \delta a_B|}{a_V} \text{ — при коррекции большой полуоси;} \\ \Delta V_x^{(i)} &= \frac{|\delta i_B - \frac{\delta a_B}{a_i}|}{i_V} \text{ — при коррекции наклонения;} \\ \Delta V_x^{(N)} &= \left| \frac{\delta a_B}{a_V} \right| + \left| \frac{\delta i_B}{i_V} \right| \text{ — при восстановлении номинальной ССО.} \end{aligned} \quad (9.10)$$

В каких же случаях надо использовать коррекцию большой полуоси, а в каких коррекцию наклонения? Для ответа на этот вопрос заметим, что скорость $\Delta V_x^{(i)}$ может быть записана в виде

$$\Delta V_x^{(i)} = \frac{a_i \delta i_B - \delta a_B}{a_i i_V},$$

поэтому

$$\frac{\Delta V_x^{(a)}}{\Delta V_x^{(i)}} = \frac{a_i i_V}{a_V} = \frac{a_i}{a_V / i_V}. \quad (9.11)$$

Из соотношения (9.11) видно, что при $a_i > a_V / i_V$ имеем $\Delta V_x^{(a)} > \Delta V_x^{(i)}$, т.е. коррекция наклонения является энергетически выгодной; при $a_i <$

Т а б л и ц а 9.2

i , угл. мин	h , км	$V_{кр}$, км/с	a_i , км/угл. мин	a_V , км/(м/с)	i_V , угл. мин/(м/с)	a_V/i_V , км/угл. мин
97,47	517,1	7,603	4,373	1,814	0,452	4,011
97,60	551,8	7,584	4,317	1,828	0,453	4,032
97,73	586,2	7,565	4,262	1,841	0,454	4,052
97,87	620,0	7,547	4,210	1,855	0,456	4,071
98,00	653,5	7,529	4,158	1,868	0,457	4,091
98,12	682,5	7,514	4,115	1,879	0,458	4,108
98,13	686,6	7,511	4,108	1,881	0,458	4,110
98,27	719,3	7,494	4,060	1,894	0,459	4,129
98,40	751,5	7,477	4,013	1,907	0,460	4,148
98,53	783,5	7,460	3,967	1,920	0,461	4,166
98,67	815,0	7,444	3,922	1,933	0,462	4,185
98,80	846,2	7,428	3,878	1,945	0,463	4,203
98,93	877,1	7,412	3,836	1,958	0,464	4,221
99,00	892,4	7,404	3,815	1,964	0,464	4,230

a_V/i_V имеем $\Delta V_x^{(a)} < \Delta V_x^{(i)}$, и, значит, более эффективна коррекция большой полуоси. При $a_i = a_V/i_V$ обе коррекции равнозначны по энергетике. Любопытно, что это свойство верно для любых величин δa и δi (конечно, сказанное верно, пока верны линеаризованные соотношения (9.9)). Какая же орбита определяется равенством $a_i = a_V/i_V$? Воспользуемся выражениями (9.9), задающими значения производных a_i , a_V , i_V , и подставим их в это равенство. Получим $\operatorname{tg} i_N = -7$. Отсюда следует, что равенство $a_i = a_V/i_V$ выполняется для ССО с наклонением $i = \operatorname{arctg}(-7) = 98,13^\circ$. ССО с таким наклонением имеет высоту $h \approx 686$ км. В табл. 9.2 приведены значения a_i и a_V/i_V . Из этой таблицы следует, что $a_i > a_V/i_V$ при $h < 686$ км и $a_i < a_V/i_V$ при $h > 686$ км. Следовательно, соотношение (9.11) позволяет сделать следующий вывод:

Теорема о коррекции солнечной синхронности. Для восстановления солнечной синхронности орбит высотой $h < 686$ км целесообразно использовать коррекцию наклонения; орбит высотой $h > 686$ км — коррекцию большой полуоси.

Численные оценки, впрочем, показывают, что значения $\Delta V_x^{(a)}$ и $\Delta V_x^{(i)}$ для рассматриваемого диапазона высот довольно близки (см. задачу 9.2). Поэтому для грубых прикидок, позволяющих оценить порядок величины характеристической скорости $\Delta V_x^{\text{ССО}}$ на восстановление солнечной синхронности орбиты, получившей возмущения δa_v и δi_v , можно использовать любую из величин $\Delta V_x^{(a)}$ и $\Delta V_x^{(i)}$. Формула для подобных оценок будет иметь вид

$$\Delta V_x^{\text{ССО}} \approx |2\delta i_v - 0,5\delta a_v| \text{ м/с.} \quad (9.12)$$

Напоминаем, что размерность δi — угл. мин, δa — км.

Что касается восстановления *номинальной* ССО (коррекция δa и δi), то требуемая характеристическая скорость в этом случае будет не меньше, чем $\Delta V_x^{ССО}$. Это легко усматривается из рис. 9.2, если учитывать сформулированную выше теорему о восстановлении солнечной синхронности.

Отметим, что, производя коррекцию наклона или высоты возмущенной орбиты, мы формируем новую ССО, отличную от номинальной, и, восстановив ее солнечную синхронность, в общем случае теряем другие ее свойства, например, кратность или расположение трассы. Если это не допустимо, то необходимо корректировать и наклонение и высоту, чтобы восстановить номинальную ССО.

9.3. Коррекция местного времени прохождения восходящего узла ССО

Сначала загляните в разд. 8.1, так как материал из него нам сейчас понадобится. Теперь продолжим. Предположим, что местное время прохождения восходящего узла исходной ССО имеет отклонение от номинального значения, равное $\delta m_{\Omega\uparrow}$. Ликвидировать это отклонение можно двумя способами. Во-первых, можно скорректировать $\delta m_{\Omega\uparrow}$ за счет непосредственного («прямого») изменения долготы восходящего узла исходной орбиты Ω (связь между $m_{\Omega\uparrow}$ и Ω обсуждалась в разд. 8.1). Оптимальные точки приложения корректирующего импульса в этом случае расположены на аргументах широты $u = 90^\circ, 270^\circ$. Необходимое для этого значение характеристической скорости может быть найдено из соотношения (8.11), связывающего возмущение скорости КА δV_b и возмущение $\delta\Omega$:

$$\delta\Omega = \frac{1}{V_{кр}} \frac{\sin u_{КО}}{\sin i} \delta V_b.$$

Полагая $\delta\Omega = -\delta m_{\Omega\uparrow}$ и $\sin u = 1$, получаем

$$\Delta V_x = |\delta V_b| = |V_{кр} \sin i \delta m_{\Omega\uparrow}|.$$

Следуя нашей традиции получать формулу для грубых, но быстрых оценок, положим $V_{кр} = 7518$ км/с, $i = 98,1^\circ$ (это параметры ССО высотой 675 км), $\delta m_{\Omega\uparrow}$ будем измерять в часовой мере (в минутах). В результате получим

$$\Delta V_x = \left| \frac{7518 \sin 98,1 \cdot 15}{60 \cdot 57,29578} \delta m_{\Omega\uparrow}^m \right| \approx |32,4 \delta m_{\Omega\uparrow}^m| \text{ м/с}.$$

Следовательно, коррекция, например, $\delta m_{\Omega\uparrow} = 4$ мин (это эквивалентно изменению Ω на 1°), требует $32,4 \cdot 4^m \approx 130$ м/с характеристической скорости. Если учесть, что только за счет неравномерности движения Солнца $m_{\Omega\uparrow}$ меняется на ± 16 минут в течение года, то целесообразность такого способа коррекции выглядит весьма сомнительной.

Во втором способе реализуется идея, которая уже обсуждалась в разд. 8.4. Она основывается на том, что импульс δV_b изменяет не только долготу восходящего узла Ω , но и наклонение i , что приводит к изменению угловой скорости прецессии орбиты. А возникшее отклонение $\delta\omega_{пр}$, накапливаясь в течение «времени ожидания» $\Delta t_{ож}$, приводит к отклонению $\delta\Omega = \delta\omega_{пр}\Delta t_{ож}$, за счет которого можно исправить $\delta m_{\Omega\uparrow}$. Такой же эффект будет и от импульса δV_n , который изменяет большую полуось, а значит и скорость прецессии орбиты. Для получения соответствующих расчетных формул воспользуемся формулой (8.32), в которую вместо $(T - t_{КО})$ подставим время $\Delta t_{ож}$:

$$\delta\Omega(\Delta t_{ож}) = -\omega_{прN} \operatorname{tg} i_N \delta i(0) \Delta t_{ож} - \frac{7}{2} \frac{\omega_{прN}}{a_N} \left[\delta a(0) \Delta t_{ож} + A_T \frac{\Delta t_{ож}^2}{2} \right], \quad (9.13)$$

где $\delta i(0)$ и $\delta a(0)$ — отклонения наклонения и большой полуоси, реализовавшиеся после соответствующих коррекций*. Из соотношений (8.23) имеем

$$\delta a(0) = \frac{2a_N}{V_{крN}} \delta V_n; \quad \delta i(0) = \frac{1}{V_{крN}} \delta V_b,$$

где $V_{крN}$ — круговая скорость на номинальной орбите, δV_n и δV_b — импульсы скоростей, корректирующих большую полуось и наклонение соответственно. Пренебрежем падением высоты за счет атмосферного сопротивления. Найдем $\delta\Omega^{(i)}$ и $\delta\Omega^{(a)}$ — возмущения долготы восходящего узла за время $\Delta t_{ож}$ вследствие изменений наклонения и большой полуоси, вызванных импульсами δV_b и δV_n соответственно:

$$\begin{aligned} \delta\Omega^{(i)} &= -\frac{\omega_{прN} \operatorname{tg} i_N}{V_{крN}} \delta V_b \Delta t_{ож}; \\ \delta\Omega^{(a)} &= -\frac{7\omega_{прN}}{V_{крN}} \delta V_n \Delta t_{ож}. \end{aligned} \quad (9.14)$$

Пренебрегая потерями при исполнении корректирующих импульсов (см. разд. 9.1) имеем: $\Delta V_x^{(i)} = |\delta V_b|$ и $\Delta V_x^{(a)} = |\delta V_n|$ — характеристические скорости коррекций.

Предположим, что импульсы δV_b и δV_n выбраны таким образом, чтобы соответствующее изменение долготы восходящего узла компенсировало возмущение $\delta m_{\Omega\uparrow}$, т.е. $\delta\Omega = -\delta m_{\Omega\uparrow}$. В этом случае имеем

$$\begin{aligned} \delta m_{\Omega\uparrow} &= \frac{\omega_{прN} \operatorname{tg} i}{V_{кр}} \delta V_b \Delta t_{ож}; \\ \delta m_{\Omega\uparrow} &= \frac{7\omega_{прN}}{V_{кр}} \delta V_n \Delta t_{ож}. \end{aligned}$$

* Эти коррекции могут проводиться раздельно, но могут быть и совмещенными, если позволяет конструкция КА и схема полета.

Отсюда получаем характеристические скорости коррекций:

$$\begin{aligned}\Delta V_x^{(i)} &= \left| \frac{\delta m_{\Omega\uparrow} V_{кр}}{\omega_{прN} \operatorname{tg} i \Delta t_{ож}} \right|; \\ \Delta V_x^{(a)} &= \left| \frac{\delta m_{\Omega\uparrow} V_{кр}}{7\omega_{прN} \Delta t_{ож}} \right|.\end{aligned}\quad (9.15)$$

Составив отношение

$$\frac{\Delta V_x^{(a)}}{\Delta V_x^{(i)}} = \frac{|\operatorname{tg} i|}{7},$$

получаем, что при $|\operatorname{tg} i| > 7$ имеем $\Delta V_x^{(a)} > \Delta V_x^{(i)}$, т.е. коррекция наклона эффективнее коррекции большой полуоси; при $|\operatorname{tg} i| < 7$ имеем $\Delta V_x^{(a)} < \Delta V_x^{(i)}$, и, значит, более эффективна коррекция большой полуоси. При $|\operatorname{tg} i| = 7$ обе коррекции равнозначны по энергетике. Для солнечно-синхронных орбит $|\operatorname{tg} i| = 7$, если $i = 98,13^\circ$ ($h = 686$ км), следовательно, мы получаем такой же вывод, что и в разд. 9.2:

Теорема о коррекции местного времени прохождения восходящего узла. Для коррекции местного времени прохождения восходящего узла ССО высотой $h < 686$ км целесообразно использовать коррекцию наклона; орбит высотой $h > 686$ км — коррекцию большой полуоси.

Вычисление характеристической скорости коррекции производится по формулам (9.15). Для грубых прикидок, позволяющих оценить порядок величины характеристической скорости ΔV_x на коррекцию местного времени прохождения восходящего узла, можно использовать любую из величин $\Delta V_x^{(i)}$ и $\Delta V_x^{(a)}$ (так как значения их весьма близки). Учитывая выражения для производных (8.30) и (8.33), получаем

$$0,002 \frac{^\circ/\text{сут}}{\text{угл.мин}} \cdot 0,457 \frac{\text{угл. мин}}{\text{м/с}} \Delta V_x (\text{м/с}) \Delta t_{ож} (\text{сут}) = \delta m_{\Omega\uparrow}^\circ,$$

откуда следует:

$$\Delta V_x \Delta t_{ож} \approx 1092 \delta m_{\Omega\uparrow}^\circ. \quad (9.16)$$

Если $\delta m_{\Omega\uparrow}$ измерять в часовой мере (в минутах), то выражение (9.16) примет вид

$$\Delta V_x \Delta t_{ож} \approx 1092 \frac{\delta m_{\Omega\uparrow}^m 15}{60} = 273 \delta m_{\Omega\uparrow}^m. \quad (9.17)$$

Следовательно, коррекция, например, $\delta m_{\Omega\uparrow} = 4$ мин (это эквивалентно изменению Ω на 1°) за 30 суток требует $273 \cdot 4^m / 30 \text{ сут} \approx 36,4$ м/с характеристической скорости.

9.4. Коррекция поддержания высоты орбиты и трассы полета КА

9.4.1. Коррекция положения трассы

Реальное орбитальное движение КА происходит в условиях воздействия внешней среды (гравитационного поля и атмосферы Земли, гравитационных полей Солнца, Луны) и возмущений, вызванных включениями двигательной установки КА.

Характерной особенностью гравитационных возмущений является то, что они не приводят к так называемым «вековым» возмущениям высоты, т.е. возмущениям, монотонно увеличивающимся с течением времени. Лишь только торможение КА в атмосфере приводит к монотонному уменьшению высоты спутников. Трудность учета этого эффекта обусловлена изменчивостью плотности верхней атмосферы, которая хотя и имеет очень малую плотность (на высоте примерно 600 км около 10^{-13} кг/м³), может изменяться на порядок в зависимости от уровня солнечной и геомагнитной активности. Эти закономерности изучены в настоящее время недостаточно, поэтому современные модели могут давать ошибку в определении плотности до 50 %. При проведении проектных расчетов для КА, которые планируется запустить через несколько лет, возникают дополнительные погрешности определения темпа падения высоты. Они связаны с погрешностями прогнозирования солнечной и геомагнитной активности, а также с погрешностями знания аэродинамических характеристик КА. Для КА, которые уже находятся на орбите, имеется возможность определить реальное (наблюдаемое) значение темпа падения высоты по данным *радиоконтроля орбиты*, поэтому атмосферное воздействие на них прогнозируется более точно.

Несмотря на малость, атмосферное сопротивление действует на всем протяжении полета КА. В результате такого длительного воздействия трасса орбиты может настолько сместиться к востоку или западу, что съемки заданного района земной поверхности станут невозможны. Аналогичные проблемы появляются и из-за ошибок выведения. Так возникает задача коррекции долготы трассы.

Обозначим $\lambda_{\text{ном}}$ и $\lambda_{\text{real}} = \lambda_{\text{ном}} + \delta\lambda_e$ — номинальную и действительную долготу восходящего узла некоторого (например, первого суточного) витка в гринвичской системе координат. Для краткости назовем их номинальной и реальной долготой трассы. Величина $\delta\lambda_e$ — ошибка долготы трассы, которую надо ликвидировать с помощью коррекции (рис. 9.4). Следовательно, требуемое смещение трассы, которое должна произвести коррекция, $\delta\lambda_{\text{тр}} = -\delta\lambda_e = -(\lambda_{\text{real}} - \lambda_{\text{ном}})$.

Прежде всего, отметим, что требуемое смещение трассы $\delta\lambda_{\text{тр}}$ не будет превышать половины межвиткового расстояния $L_{\text{мв}}$ — в противном случае менее, чем на $0,5L_{\text{мв}}$ можно сместить трассу соседнего витка. Далее вспомним, что в разд. 8.5 была получена формула (8.43), выражающая смещение трассы $\delta\lambda$ в зависимости от начального отклонения

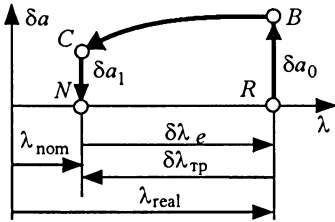


Рис. 9.4. Схема проведения коррекции трассы с двухкратной коррекцией высоты: $\lambda_{\text{ном}}$ и λ_{real} — номинальная и реальная долгота трассы; $\delta\lambda_e$ — возмущение долготы трассы; $B-C$ — движение КА по орбите фазирования

высоты от номинала δa_0 , темпа падения высоты A_T и времени t :

$$\delta\lambda = -\frac{3}{2}\omega_3 \frac{1}{a_N} \left(\delta a_0 t + \frac{A_T t^2}{2} \right).$$

Полагая в этой формуле $\delta\lambda = \delta\lambda_{\text{тр}}$ и задавшись временем $t = T_\Phi$, в течение которого должно произойти требуемое изменение долготы (время «фазирования»), определяем требуемое изменение высоты δa_0 (см. задачу 8.5):

$$\delta a_0 = -\frac{2}{3} \frac{a_N}{\omega_3 T_\Phi} \delta\lambda_{\text{тр}} - \frac{A_T T_\Phi}{2}. \quad (9.18)$$

При этом надо помнить, что повышение высоты орбиты приводит к отклонению трассы к западу ($\delta\lambda < 0$). Для смещения трассы к востоку высоту орбиты надо понизить. По истечении времени T_Φ после первой коррекции КА повторно проводит коррекцию высоты (изменение высоты δa_1 на рис. 9.4) и возвращается на исходную орбиту. На оба изменения высоты орбиты требуется суммарная характеристическая скорость:

$$V_x = \frac{|\delta a_0|}{a_V} + \frac{|\delta a_1|}{a_V} \approx 2 \frac{|\delta a_0| V_{\text{кр}N}}{2a_N} = \frac{|\delta a_0| V_{\text{кр}N}}{a_N}. \quad (9.19)$$

Коррекция высоты круговой орбиты выполняется двумя импульсами в противоположных точках орбиты («двухимпульсный переход»). Как правило, такой способ коррекции применяют, когда время фазирования сравнительно невелико — порядка нескольких суток.

Коррекция долготы трассы может быть выполнена и с помощью однократной коррекции высоты. На рис. 9.5,а показано, как вследствие естественного атмосферного торможения появляется высотное рассогласование, из-за которого происходит смещение трассы к востоку. При достижении нужного смещения долготы $\delta\lambda_{\text{тр}}$ высота орбиты поднимается на δa_1 до номинальной. Требуемое изменение высоты орбиты находим из выражения (8.44), в котором полагаем $\delta a_0 = 0$, $\delta\lambda = \delta\lambda_{\text{тр}}$.

Если требуется сместить трассу к западу, то орбиту надо поднять на такую высоту (изменение δa_0), чтобы за время естественного снижения до номинальной высоты трасса получила бы требуемое смещение $\delta\lambda_{\text{тр}}$ к западу (рис. 9.5,б). Изменение высоты орбиты находим из выражения (8.44), в котором полагаем $\delta a = 0$, $\delta\lambda = \delta\lambda_{\text{тр}}$.

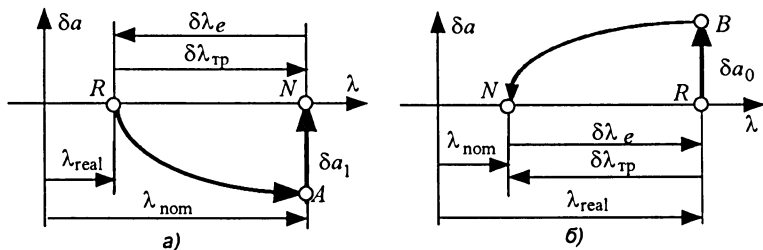


Рис. 9.5. Схема проведения коррекции трассы с однократным изменением высоты

Обозначая и в первом и во втором случаях требуемое повышение высоты орбиты через $\delta a_{\text{тр}}$, получаем

$$\delta a_{\text{тр}} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{a_N |A_T \delta \lambda_{\text{тр}}|}{\omega_3}}. \quad (9.20)$$

Время, в течение которого корректируется отклонение трассы, равно времени, в течение которого КА набирает (в первом случае) или ликвидирует (во втором случае) высотное рассогласование $\delta a_{\text{тр}}$:

$$\delta t_{\text{тр}} = -\delta a_{\text{тр}} / A_T. \quad (9.21)$$

Требуемая суммарная характеристическая скорость (см. выражения для производных в (8.23) и (8.33)):

$$V_x = \frac{\delta a_{\text{тр}}}{a_V} = \frac{\delta a_{\text{тр}} V_{\text{кр}N}}{2a_N}. \quad (9.22)$$

В заключение заметим, что в данном способе корректирования долготы трассы наиболее существенно, что изменение высоты $\delta a_{\text{тр}}$ подбиралось таким, чтобы к моменту возвращения КА на номинальную орбиту, появившееся за это время смещение $\delta \lambda$ принимало бы требуемое значение. Так как снижение высоты происходит довольно медленно, то время $\delta t_{\text{тр}}$ получается значительным (это плохо), а характеристическая скорость небольшой (это хорошо). В случае коррекции долготы трассы с двукратным изменением высоты время фазирования $T_{\text{ф}}$ можно положить достаточно малым, заплатив за это большой характеристической скоростью.

Подведем итоги:

Смещение положения трассы может быть осуществлено с применением одноразовой или двукратной коррекции высоты орбиты. В первом случае расчет коррекции производится по соотношениям (9.18), (9.19), во втором — по соотношениям (9.20)–(9.22). Для фиксированного требуемого смещения долготы расход характеристической скорости определяется: в первом случае задаваемым временем фазирования $T_{\text{ф}}$, во втором — темпом падения высоты A_T .

Регулярное смещение трассы можно использовать для организации просмотра локального района поверхности Земли *при малой ширине поля обзора* аппаратуры наблюдения КА. Действительно, в этом случае полное покрытие поверхности полосами обзора требует очень большого периода кратности, что может привести к недопустимо низкой оперативности КС Д33. Пусть, например, полоса обзора аппаратуры $b_3 = 20$ км; на высоту орбиты наложено ограничение $h = 500 \dots 520$ км; класс орбиты $n_{\text{пс}} = 15$; темп падения высоты $A_T = -0,1$ км/сутки. Необходимо произвести непрерывный обзор района протяженностью по экватору 100 км.

Из формулы (5.24) следует, что в этом случае полное покрытие может быть получено на орбите высотой $h \geq h^* = 513,6$ км при $m = 23$. Из выражения (5.23) получаем $N^* = 132$. Следовательно, полное покрытие при полосе обзора $b_3 = 20$ км достигается более, чем через 4 месяца полета КА ($n_0 = 15 \cdot 132 + 23 = 2003$ витков)! Для ряда задач Д33 это время совершенно не приемлемо.

Заметим, однако, что кратность $K = 132_{23}$ близка к кратности $K = 6_1$. Орбита класса «15» этой кратности имеет высоту (см. табл. 5.2,б) $h = 519,4$ км и, значит, удовлетворяет вышеуказанному ограничению. Но полоса $b_3 = 20$ км не может обеспечить на этой орбите полного покрытия, как как «окно» этой орбиты $c_0 = 2\pi R_e / (15 \cdot 6 + 1) = 440$ км $\gg 20$ км. Для организации непрерывного просмотра указанного района потребуем, чтобы орбита дрейфовала на запад, сдвигаясь на $b_3 = 20$ км за время $N = 6$ суток. Тогда просмотр района, имеющего длину по экватору 100 км будет осуществлен за $(100/20) \cdot 6 = 30$ суток. Для вычисления требуемого превышения высоты δa_0 воспользуемся формулой (9.18), в которой положим $T_{\Phi} = N = 6$ суток, $\delta \lambda_{\text{тр}} = -b_3/R_e \cdot 57,29578^\circ$, $a_N = 6378,14 + 519,4 = 6897,5$ км, $\omega_3 = 361^\circ/\text{сутки}$, $A_T = -0,1$ км/сутки:

$$\delta a_0 = \frac{2}{3} \frac{a_N}{\omega_3 N} b_3 - \frac{A_T N}{2} = \frac{2 \cdot 6897,5 \cdot 20 \cdot 57,29578}{3 \cdot 361 \cdot 6 \cdot 6378,14} + \frac{0,1 \cdot 6}{2} = 0,381 + 0,3 = 0,681 \text{ км.}$$

Для подъема на 0,681 км требуется характеристическая скорость

$$V_x \approx \frac{\delta a_0}{a_V} = \frac{0,681}{1,876} = 0,363 \text{ м/с.}$$

Для каждого возникшего заказа на наблюдение произвольно расположенного района необходимо подведение трассы к этому району с помощью дополнительных коррекций и последующее поддержание высоты для ликвидации влияния атмосферного торможения, так как смещение времени прихода в узел от расчетного на 1 с приводит к смещению трассы от расчетного положения на 0,46 км на экваторе. Управляя высотным рассогласованием, можно останавливать дрейф или даже менять его направление.

9.4.2. Коррекция поддержания (стабилизации) высоты орбиты и положения трассы

Предположим, что КА находится на номинальной орбите, т.е. имеет расчетные высоту, наклонение и расположение трассы ($\delta a = 0$ и $\delta \lambda = 0$). Как их сохранить (поддержать) в течение времени функционирования КА?

Повысим высоту орбиты на δa_0 . Последующее снижение высоты КА за счет атмосферного торможения сопровождается смещением трассы на запад, а затем, после снижения до номинальной высоты, на восток (рис. 9.6). После

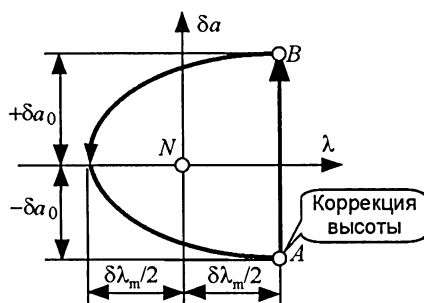


Рис. 9.6. Циклическая коррекция поддержания высоты и трассы полета КА

попадания фазовой точки в т. А проводится коррекция высоты орбиты, в результате чего КА переходит в фазовое состояние В и цикл замыкается. В среднем высота КА за время цикла будет равна номинальной, но вот долгота будет смещена к западу от номинальной на угол $\delta \lambda_m / 2$. Поэтому чтобы поддерживать в среднем высоту и положение трассы номинальными, надо сдвинуть цикл по долготе вправо на величину $\delta \lambda_m / 2$, т.е. совместить «центральную» точку цикла с номинальной долготой трассы (с т. N на рис. 9.6). Теперь высота орбиты и положение трассы в среднем за время цикла остаются равными их номинальным значениям.

Подведем итоги:

Коррекция поддержания отклонения трассы реального движения от номинальной трассы в пределах $\pm \delta \lambda_m / 2$ проводится при достижении отклонения трассы к востоку на $\delta \lambda_m / 2$. Величина подъема δa_0 высоты орбиты относительно номинальной высоты выбирается такой, чтобы в последующем полете отклонение трассы к западу также не превышало $\delta \lambda_m / 2$:

$$\delta a_0 = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{a_N |A_t \delta \lambda_m|}{\omega_3}}; \quad T_{\text{п}} = -2\delta a_0 / A_t; \quad V_x = \frac{\delta a_0 V_{\text{кр}N}}{a_N}, \quad (9.23)$$

где a_N и $V_{\text{кр}N}$ — большая полуось и круговая скорость номинальной круговой орбиты; A_t — темп падения высоты; $T_{\text{п}}$ — время полета КА между коррекциями (время цикла); V_x — характеристическая скорость для подъема высоты орбиты на $2\delta a_0$.

Для справки в табл. 9.3 приведены данные расчетов по формулам (9.23) для круговой орбиты высотой $h = 675$ км, $A_t = -0,015$ км/сутки.

Таблица 9.3

$\delta\lambda_m/2$, град	$\pm 0,5$	± 1	$\pm 1,5$	± 2	± 3	± 4	± 5
δa_0 , км	0,625	0,884	1,083	1,25	1,531	1,768	1,977
T_n , сут	83,3	117,9	144,4	166,7	204,2	235,7	263,6
V_x , м/с	0,667	0,942	1,154	1,333	1,632	1,884	2,107

В заключение отметим одно любопытное обстоятельство: суммарные затраты характеристической скорости на поддержание орбиты за достаточно длительный промежуток времени, например за год, не зависят от параметров цикла δa_0 и $\delta\lambda_m/2$, и определяются только темпом падения высоты A_T . Действительно, воспользовавшись (9.23), затраты $V_{x\Sigma}$ за год можно представить в виде

$$V_{x\Sigma} = \frac{365}{T_n} V_x = -\frac{365}{2} \frac{V_{кр}}{a_N} A_T = -183 \omega_{KAN} A_T \approx -\frac{A_T}{5},$$

где ω_{KAN} — угловая орбитальная скорость КА на номинальной орбите. Последнее приближенное равенство записано в предположении, что рассматриваются орбиты класса «15», «14»: для них ω_{KAN} имеет порядок примерно $1 \cdot 10^{-3}$ рад/с. $V_{x\Sigma}$ имеет размерность км/с, A_T — км/сутки.

9.5. Атмосферное сопротивление движению КА. Темп падения высоты

Темп падения высоты A_T характеризует изменение средней высоты за виток. Именно для такого определения справедлива формула

$$A_T = \frac{\delta a(2\pi)}{T}. \quad (9.24)$$

Здесь $\delta a(2\pi)$ — изменение большой полуоси за виток; T — период. Для орбит с малыми эксцентриситетами значение A_T может быть рассчитано по простой приближенной формуле

$$A_T = -2S\rho\sqrt{\mu a}. \quad (9.25)$$

Здесь S — баллистический коэффициент КА, м²/кг; ρ — плотность атмосферы на высоте полета КА, кг/м³; a — большая полуось орбиты, км; $\mu = 398601$ — произведение гравитационной постоянной на массу Земли, км³/с².

После учета применяемых здесь размерностей формула (9.25) принимает следующий вид:

$$A_T = -2S\rho\sqrt{a} \cdot 54,55 \cdot 10^9, \text{ км/сутки}. \quad (9.26)$$

Приближенный характер формулы (9.26) обусловлен тем, что она не учитывает вариации плотности атмосферы в пределах одного витка. Для круговых орбит эти изменения находятся на уровне десятков процентов.

Т а б л и ц а 9.4

Значения $\rho_n(h, F_{10,7})$, кг/м³

Высота, км	Фиксированный уровень солнечной активности, $F_{10,7}$		
	125	175	250
600	$6,04 \cdot 10^{-14}$	$1,81 \cdot 10^{-13}$	$5,20 \cdot 10^{-13}$
680	$2,04 \cdot 10^{-14}$	$5,84 \cdot 10^{-14}$	$1,79 \cdot 10^{-13}$
760	$8,64 \cdot 10^{-15}$	$2,19 \cdot 10^{-14}$	$6,64 \cdot 10^{-14}$
840	$4,47 \cdot 10^{-15}$	$9,71 \cdot 10^{-15}$	$2,71 \cdot 10^{-14}$
920	$2,69 \cdot 10^{-15}$	$5,07 \cdot 10^{-15}$	$1,24 \cdot 10^{-14}$
1000	$1,79 \cdot 10^{-15}$	$3,03 \cdot 10^{-15}$	$6,41 \cdot 10^{-15}$

Баллистические коэффициенты рассматриваемых КА обычно имеют значения в диапазоне $0,005 \dots 0,015$ м²/кг. Значение плотности атмосферы, вообще говоря, зависит от многих факторов: высоты и широты точки, времени, координат Солнца, значений индексов солнечной и геомагнитной активности. Формулы для расчета рекомендуемых значений плотности атмосферы в функции перечисленных аргументов приведены в Национальном стандарте РФ ГОСТ Р 25645.166-2004.

Рассмотрим пример расчета A_T по формуле (9.26) с использованием упомянутого ГОСТа для следующих условий: $S = 0,01$ м²/кг, $a = 7378$ км, текущее значение индекса солнечной активности $F_{10,7}$ совпадает со средним и равно 175 единиц, среднее значение индекса K_p равно 2,7 балла. При расчете плотности пренебрежем ее зависимостью от широты и времени. В результате значение плотности атмосферы на высоте 1000 км оказывается равным

$$\rho(h = 1000, F_{10,7} = 175) = \rho_n(h, F_{10,7})(1 + 0)(1 + 0) = 3,03 \cdot 10^{-15} \text{ кг/м}^3.$$

Здесь $\rho_n(h, F_{10,7})$ — плотность ночной атмосферы. Подстановка этого значения в (9.26) приводит к результату:

$$A_T = -2 \cdot 0,01 \cdot 3,03 \cdot 10^{-15} \sqrt{7378} \cdot 54,55 \cdot 10^9 = -0,000284 \text{ км/сутки}.$$

В табл. 9.4 приведены значения $\rho_n(h, F_{10,7})$ для некоторых значений высоты и уровня солнечной активности.

В заключение рассмотрим данные об эволюции полуоси и периода спутника «Метеор-3М» в течение 2003 г. Эти данные представлены на рис. 9.7 и 9.8. Период обращения спутника равен 105,3 мин.

Приведенные значения полуоси относятся к моменту пересечения спутником экватора в начале соответствующего витка. Из данных рис. 9.7 видно, что полуось имеет соизмеримые по величине линейную («вековую») и периодическую составляющие. Линейная составляющая полуоси имеет производную (данные снимаем с графика):

$$A_T = \frac{da}{dt} \approx \frac{(7390,11 - 7390,22) \cdot 86400}{(6750 - 5400) \cdot 105,3 \cdot 60} = -0,000278 \text{ км/сутки}.$$

Хорошее совпадение этой оценки с приведенным выше расчетным значением можно считать случайным. Следует обратить внимание на су-

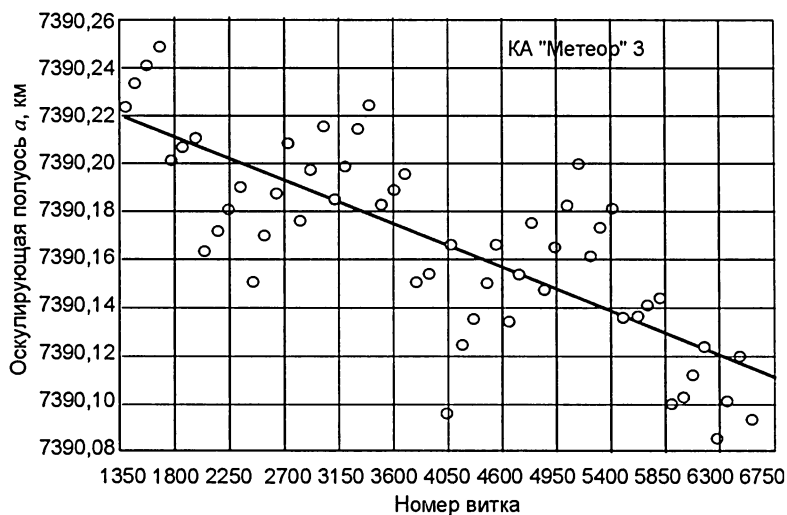


Рис. 9.7. Данные об эволюции большой полуоси

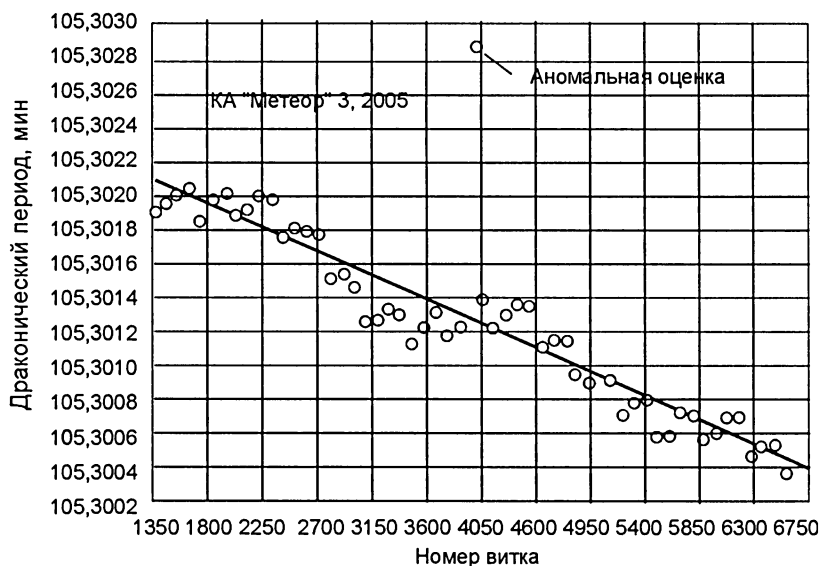


Рис. 9.8. Данные об эволюции драконического периода

ществленную роль периодической составляющей, которая в отдельные моменты времени может даже изменить знак производной da/dt .

В оценках периода (рис. 9.8) также имеются две соизмеримых составляющих: вековая и периодическая. Величина вековой составляющей и период вариаций драконического периода достаточно хорошо согласу-

ется с данными предыдущего рисунка. Любопытным фактом является то, что периодические вариации оценок полуоси и драконического периода находятся в противофазе. Объяснение этого эффекта выходит за рамки книги. Тем не менее, очевидно, что наблюдаемые периодические вариации драконического периода могут оказать существенное влияние на «деформацию» трассы полета КА. Для корректного учета этих вариаций, а также для повышения точности расчета темпа падения высоты и других возмущений необходимо применять методы интегрирования уравнений движения, учитывающих достаточное число возмущающих факторов.

Задача 9.1. Исходя из выражения (9.6) для идеальной скорости динамической операции, получите выражение (9.7) для суммарной характеристической скорости КА. Гравитационными потерями пренебречь.

Задача 9.2. При выведении КА на ССО высотой h км большая полуось и наклонение орбиты сформировались с отклонениями от номинальных значений соответственно $\delta a = 15$ км и $\delta i = 2'$, что нарушило ее солнечно-синхронность. Оцените затраты характеристической скорости для восстановления солнечно-синхронности орбиты высотой $h = 517$ км и $h = 892$ км.

Задача 9.3. Одноступенчатая ракета движется прямолинейно в бессиловом поле. Начальная масса ракеты m_0 , массовый расход топлива в двигателе $\dot{m}$. Отсечка двигателя производится в момент, когда кинетическая энергия ракеты максимальна. Найдите время работы двигателя.

Задача 9.4. Определите время работы двигателя, требуемое для изменения наклона плоскости круговой околоземной орбиты КА на 1° ? Двигатель КА имеет тягу 300 кгс, масса КА 8000 кг.

Задача 9.5. Найдите характеристическую скорость, необходимую для смещения трассы за 15 витков полета на 111 км к востоку. Орбита КА круговая, высотой 570 км.

Задача 9.6. Найдите минимальную характеристическую скорость и время, необходимые для смещения трассы на 111 км к востоку с последующим восстановлением высоты орбиты. Орбита КА круговая, высотой 570 км, темп падения высоты $A_T = -0,015$ км/сутки.

Задача 9.7. Опорная орбита имеет высоту $h = 675$ км. Постройте график требуемого отклонения высоты реальной орбиты δa_0 в зависимости от допуска на отклонение реальной трассы от опорной $\pm \delta \lambda_m / 2$. Темп падения высоты $A_T = -0,05$ км/сут.

Задача 9.8. Опорная орбита имеет высоту $h = 675$ км. Найдите характеристическую скорость на поддержание орбиты в течение года, если задан допуск на отклонение реальной трассы от опорной $\delta \lambda_m / 2 = \pm 1^\circ$. Рассмотрите темп падения высоты $A_T = -0,015; -0,05; -0,1$ и $-0,2$ км/сут.

Выбор расположения неориентируемых солнечных батарей КА на ССО

10.1. Постановка задачи. Мгновенная выходная мощность СБ

10.1.1. Постановка задачи

Мощность солнечной батареи (СБ) КА зависит от угла падения солнечных лучей на ее рабочую поверхность и может меняться при движении КА по орбите и изменении его ориентации в пространстве. Она достигает максимума при световом потоке, перпендикулярном рабочей поверхности СБ и падает до нуля в тени Земли. Для определенности будем полагать далее, что КА находится в режиме постоянной трехосной ориентации связанных осей КА в орбитальной системе координат. Оценим эффективность некоторых схем построения систем энергоснабжения (СЭП) КА.

Наибольшую энергоотдачу в общем случае обеспечивают СЭП КА с двухосной системой ориентации СБ, которая наилучшим образом располагает панели СБ относительно солнечного потока в любой момент времени. Конструктивно более простой, но, естественно, обеспечивающий меньший выход электроэнергии, является одноосная система ориентации СБ. Наиболее простой в исполнении вариант — СЭП с жестким закреплением панелей СБ на корпусе КА (неориентируемые СБ), однако он обеспечивает наименьший энерговыход. Ниже будут рассмотрены некоторые вопросы, возникающие при проектировании именно таких СЭП с неориентируемыми СБ.

Энерговыход с СБ, неподвижной относительно корпуса КА, зависит от угла ее установки на корпусе КА. Этот угол должен обеспечивать наибольшую эффективность СБ в смысле некоторого критерия в течение всего срока эксплуатации. Критерий оптимальности, использованный в [14], полагает наилучшим угол, обеспечивающий наиболее равномерный съем энергии за время функционирования КА. Мы будем использовать минимаксный критерий, для которого наилучшим считается угол установки СБ, обеспечивающий максимизацию наименьшего за год средневиткового выхода энергии.

При решении задачи выбора наилучшего расположения СБ используем следующие допущения:

- 1) орбита КА круговая солнечно-синхронная.
- 2) тень Земли — прямой круговой цилиндр с радиусом основания $R_e = 6378,14$ км.
- 3) орбита Земли в ее движении вокруг Солнца — круговая.
- 4) взаимное положение Солнца и плоскости орбиты в течение витка полета КА не меняется.
- 5) радиус орбиты КА будем полагать пренебрежимо малым по сравнению с расстоянием до Солнца.
- 6) КА в полете находится в режиме орбитальной ориентации: продольная ось — по вектору абсолютной скорости; поперечная ось — по нормали к плоскости орбиты.
- 7) панели СБ плоские, расположены за корпусом КА или впереди него так, что ось, вокруг которой вращается СБ при ее монтажке на КА, коллинеарна его продольной оси. В этом случае аэродинамическое сопротивление КА минимально. Таким образом, выбираемый оптимальный угол установки СБ — это угол, получаемый путем вращения панели СБ вокруг продольной оси КА (рис. 10.1);
- 8) выходная мощность с единицы поверхности СБ прямо пропорциональна косинусу угла α между направлением солнечных лучей s^0 и нормалью n_{CB} к поверхности панели СБ, а при углах падения $\alpha > 60^\circ$ и в тени Земли равна нулю [14];
- 9) поверхность панели СБ покрыта фотопреобразователями лучистой энергии с одной стороны, т.е. СБ — односторонняя.

10.1.2. Мгновенная выходная мощность СБ.

Кoeffициент мощности

Определим мгновенную выходную мощность СБ. Обратимся к рис. 10.1, на котором изображены плоскость орбиты КА, вектор кинетического момента орбиты c^0 , вектор направления на Солнце s^0 , угол β между направлением на Солнце и плоскостью орбиты, угол γ между нормалью n_{CB} к плоскости СБ и плоскостью орбиты, угол α между векторами s^0 и n_{CB} , плоскость ψ , проходящая через вектор c^0 и КА. Допущение 5 позволяет поместить вектор n_{CB} в начало координат. Векторы определены в системе координат $O\xi\eta\zeta$ с ортами I, J, K , ось $O\xi$ которой направлена вдоль проекции вектора s^0 на плоскость орбиты, а ось $O\zeta$ — по вектору кинетического момента орбиты. Область тени на орбите определяется углами $\pm\varphi_T$, отсчитываемыми от оси $-O\xi$:

$$\cos \varphi_T = \frac{\cos \beta^*}{\cos \beta}; \quad \sin \beta^* = \frac{R_e}{R_e + h}, \quad \beta \leq \beta^*, \quad (10.1)$$

где (см. выражение (6.5))

$$\sin \beta = \cos \delta_C \sin i \sin(12^h - m_{\Omega\uparrow}) - \sin \delta_C \cos i = f(h, d, m_{\Omega\uparrow}).$$

Угол β есть функция высоты h (так как для ССО наклонение i однозначно определяется высотой орбиты), текущей даты d (так как

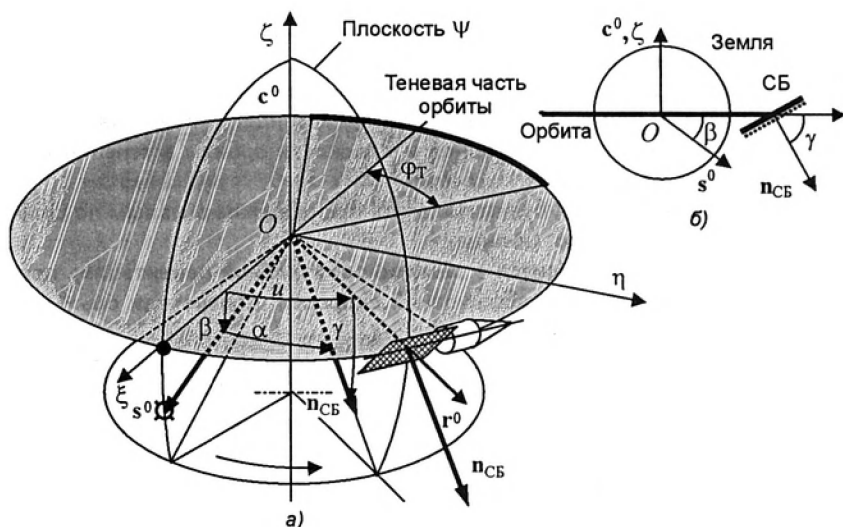


Рис. 10.1. К определению мощности, снимаемой с СБ: а — взаимное расположение векторов s^0 и n_{CB} при движении КА по орбите; б — сечение плоскостью $O\xi\eta$ при $u = 0$

она однозначно определяет склонение Солнца δ_C) и местного времени прохождения восходящего узла орбиты $m_{\Omega\uparrow}$.

Положение КА на орбите (или положение плоскости ψ) задается углом u , отсчитываемым от оси $O\xi$ и изменяющимся от 0 до 2π с постоянной скоростью. При движении КА ($0 \leq u \leq 2\pi$) вектор n_{CB} описывает коническую поверхность. Ось конуса — нормаль к плоскости орбиты, образуя наклонена к плоскости орбиты под углом установки СБ γ (см. рис. 10.1). При $\gamma = \text{const}$ — конус прямой круговой. Далее все рассуждения будем относить к диапазону $0^\circ \leq u \leq 180^\circ$, так как на другом полулитке геометрическая картина полностью симметрична.

Единичные векторы s^0 и n_{CB} в системе координат $O\xi\eta\zeta$ могут быть представлены в виде:

$$s^0 = \|\cos \beta, 0, -\sin \beta\|^T; \quad n_{CB} = \|\cos \gamma \cos u, \cos \gamma \sin u, -\sin \gamma\|^T.$$

Скалярное произведение этих векторов

$$(s^0, n_{CB}) = \cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma \cos u + \sin \beta \sin \gamma. \quad (10.2)$$

Теперь можно записать выражение, характеризующее мгновенную мощность, снимаемую с единицы поверхности СБ:

$$p(h, d, m_{\Omega\uparrow}, \gamma, u) = \begin{cases} \cos \alpha & \text{при } \cos \alpha \geq 0,5; \\ 0 & \text{при } \cos \alpha < 0,5; \\ 0 & \text{на теневом участке орбиты.} \end{cases} \quad (10.3)$$

Функцию $p(h, d, m_{\Omega\uparrow}, \gamma, u)$ будем называть коэффициентом мощности.

Эта функция отражает несовершенство принятого способа ориентации СБ. Мгновенная выходная мощность P СБ выражается через коэффициент мощности p :

$$P = \sigma \eta_{\text{ФЭП}} p(h, d, m_{\Omega \uparrow}, \gamma, u) S_{\text{СБ}} K_{\text{п}} = C p(h, d, m_{\Omega \uparrow}, \gamma, u), \quad (10.4)$$

где $\sigma = 1370 \text{ Вт/м}^2$ — солнечная постоянная; $S_{\text{СБ}}$ — полезная площадь солнечной батареи; $\eta_{\text{ФЭП}}$ — КПД фотоэлектрических преобразователей СБ; $K_{\text{п}}$ — коэффициент потерь, учитывающий влияние температуры СБ, потери мощности за счет деградации характеристик СБ во время ее эксплуатации, а также потери мощности в системе коммутации. Выражение (10.4) показывает, что коэффициент мощности p с точностью до постоянного множителя равен мгновенной выходной мощности СБ и поэтому может быть использован для анализа эффективности различных режимов ориентации СБ в полете.

10.2. Расчет освещенности СБ с одноосной оптимальной ориентацией

Постановка задачи, изложенная выше, предполагает, что солнечные батареи перед запуском КА доворотами вокруг своей продольной оси выставляются под определенным углом, найденным из решения задачи оптимизации, и далее в полете своего положения относительно корпуса КА не меняют. Понятно, что этот, в конструктивном плане наиболее простой вариант установки СБ на КА, наименее эффективен в смысле выдаваемой энергии. Поэтому интересно оценить какова «энергетическая» стоимость такой конструктивной простоты, т.е. оценить насколько такой вариант исполнения системы энергоснабжения КА проигрывает по энергетике варианту с *непрерывной оптимальной одноосной ориентацией СБ*. Кроме того, полученная оптимальная программа ориентации СБ может пригодиться в случае дефицита электроэнергии в полете. КА может отработать эту программу, управляя собственным движением вокруг центра масс, т.е. изменяя **свою ориентацию**, а вместе с ней и ориентацию СБ.

Обозначим u^* — угол, задающий положение КА на орбите в момент, когда коэффициент мощности становится равным нулю. Этот момент наступает или при попадании КА в тень Земли, или при наступлении события $\alpha > 60^\circ$ (см. выражение (10.3)). Из выражения (10.4) следует, что энергия, вырабатываемая солнечными батареями за виток полета КА,

$$E_{\text{Б}} = C_1 \int_0^{u^*} p(h, d, m_{\Omega \uparrow}, \gamma, u) du = C_1 \int_0^{u^*} \cos \alpha(u) du. \quad (10.5)$$

Подставим в (10.5) выражение для $\cos \alpha$ из (10.2) и учтем, что угол установки СБ γ теперь есть функция времени, а значит, и угла u . Получим:

$$E_{\text{Б}} = C_1 \int_0^{u^*} (\sin \beta \sin \gamma(u) + \cos \beta \cos \gamma(u) \cos u) du =$$

$$= C_1 \int_0^u F(u, \gamma(u)) du. \quad (10.6)$$

Следовательно, требуется определить функцию $\gamma(u)$, доставляющую максимум функционалу (10.6). Это задача вариационного исчисления [16, 17], которая в данном случае имеет легко определяемое решение. Для его нахождения запишем уравнение Эйлера для функционала (10.6):

$$F_\gamma(u, \gamma(u)) = 0,$$

что дает $\sin \beta \cos \gamma(u) - \cos \beta \sin \gamma(u) \cos u = 0$. Отсюда получаем уравнение экстремали

$$\operatorname{tg} \gamma^{\text{opt}}(u) = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos u}. \quad (10.7)$$

Таким образом, выражение (10.7) задает оптимальный закон изменения угла ориентации СБ, обеспечивающий максимальный энергосъем с СБ за виток. Напомним, что рассматриваются СБ, имеющие возможность поворота только вокруг оси, коллинеарной продольной оси КА, сохраняющего в полете режим орбитальной ориентации.

Покажем физический смысл оптимального управления (10.7). Обратимся к рис. 10.2. Векторы $\mathbf{s}^0$ и $\mathbf{n}_{\text{СБ}}$ здесь, в отличие от рис. 10.1, для удобства изображения расположены в той же полусфере, что и вектор $\mathbf{s}^0$. Вектор $\mathbf{n}_\psi^0$ нормали к плоскости ψ может быть найден как

$$\mathbf{n}_\psi^0 = \mathbf{r}^0 \times \mathbf{k} = \|\sin u, -\cos u, 0\|^T,$$

где $\mathbf{r}^0 = \|\cos u, \sin u, 0\|^T$ — орт радиус-вектора КА; $\mathbf{k} = \|0, 0, 1\|^T$ — орт оси ζ . Теперь можно найти $\mathbf{s}_\psi$ — проекцию вектора $\mathbf{s}^0 = \|\cos \beta, 0, \sin \beta\|^T$ на плоскость ψ :

$$\mathbf{s}_\psi = \mathbf{s}^0 - (\mathbf{s}^0, \mathbf{n}_\psi^0) \mathbf{n}_\psi^0 = \|\cos^2 u \cos \beta, \sin u \cos u \cos \beta, \sin \beta\|^T.$$

Из последнего выражения получаем, что угол φ (рис. 10.2), который вектор $\mathbf{s}_\psi$ образует с плоскостью орбиты, определяется равенством

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \beta}{\sqrt{\cos^4 u \cos^2 \beta + \sin^2 u \cos^2 u \cos^2 \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos u}. \quad (10.8)$$

Сравнивая выражения (10.7) и (10.8), получаем $\operatorname{tg} \gamma^{\text{opt}}(u) = \operatorname{tg} \varphi$.

Угол β изменяется в плоскости iOk ; угол $\gamma(u)$ изменяется в плоскости ψ , проходящей через вектор $\mathbf{s}^0$ и КА; плоскость θ проходит через вектор Солнца, ортогонально к плоскости ψ .

Теперь становится понятным физический смысл соотношения (10.7): при оптимальном управлении ориентацией СБ ее вектор нормали $\mathbf{n}_{\text{СБ}}$ направлен по проекции вектора $\mathbf{s}^0$ на плоскость ψ . Итак, оптимальный закон управления ориентацией СБ дается соотношением (10.7). Как

Интеграл, в силу симметрии подынтегральной функции, берется в пределах от 0 до π . Известно [16, 17], что выражение

$$\int_0^\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 u} du = E(\varphi, k) \quad (10.13)$$

определяет нормальный неполный эллиптический интеграл Лежандра второго рода, обозначаемый $E(\varphi, k)$. Функция $E(\varphi, k)$ затабулирована. Входами в таблицах эллиптических интегралов обычно бывают φ и вспомогательный угол δ , определяемый равенством $\sin \delta = k$. В нашем случае угол δ оказался уже введенным ранее — это угол β_N (см. (10.10)). Следовательно, величина $p_{\text{ср}}^{\text{opt}}(h, d, m_{\Omega \uparrow})$ в (10.12) может быть найдена по формуле

$$p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = \frac{1}{\pi} E(u^*, \beta_N). \quad (10.14)$$

В такой форме таблицы эллиптических интегралов даны, например, в [17].

Для использования формулы (10.14) осталось определить аргумент u^* (верхний предел интегрирования в (10.12)), при котором значение коэффициента мощности равно нулю.

Во-первых, коэффициент мощности равен нулю при входе КА в тень Земли. Из (10.1) следует, что КА входит в тень, если

$$u = u_T^* = \pi - \varphi_T = \pi - \arccos \left(\frac{\cos \beta^*}{\cos \beta} \right), \quad \beta \leq \beta^*. \quad (10.15)$$

Во-вторых, коэффициент мощности обращается в нуль при $\alpha^{\text{opt}}(u) > 60^\circ$, т.е. когда

$$\sqrt{1 - \sin^2 \beta_N \sin^2 u} < \frac{1}{2}.$$

Последнее неравенство выполняется при

$$u_\alpha^* < u < \pi - u_\alpha^*, \quad (10.16)$$

где $u_\alpha^* = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2 \cos \beta}$.

Область R допустимых значений аргумента β в выражении (10.16) есть $0 \leq \beta \leq 30^\circ$. В этой области функция u_α^* существует, а значит, на витке существует некоторая область местоположений КА, в которой СБ не работают из-за слишком большого угла падения солнечных лучей. Если же $\beta > 30^\circ$, то u_α^* не существует; для любых $0 \leq u \leq 180^\circ$ угол падения солнечных лучей $\alpha < 60^\circ$, и *солнечные батареи прекращают работу только из-за входа КА в тень Земли* (или работают непрерывно, если теневой участок отсутствует).

На рис. 10.3 даны графики угла u^* , построенные по формулам (10.15), (10.16) как функции угла β и высоты орбиты h . Из рис. 10.3

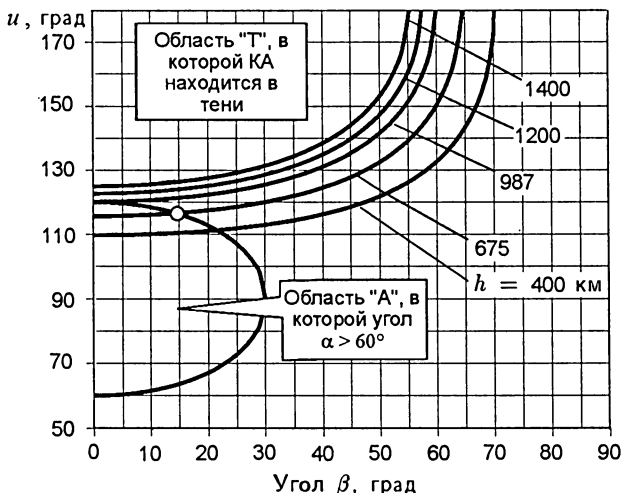


Рис. 10.3. Зависимость угла u^* , при котором прекращается энерговыход СБ, от угла β между вектором Солнца и плоскостью орбиты и высоты орбиты h

Т а б л и ц а 10.1

h , км	400	500	600	675	700	800	900	987
β_1 , град	21,6	19,36	17,01	15,09	14,42	11,57	7,7	0

следует:

1. При $\beta \leq 30^\circ$ съем энергии с СБ возможен на двух участках:
 - участок 1 — от $u = 0^\circ$ до u , при которых $\alpha \geq 60^\circ$ (т.е. до нижней границы области A на рис. 10.3);
 - участок 2 — от выхода из области A до тех u , при которых КА попадает в тень Земли (т.е. от верхней границы области A до границы области T). Если области A и T пересекаются при некотором $\beta = \beta_1$, то при $\beta \leq \beta_1$ участок 2 отсутствует. Для определения угла β_1 необходимо решить уравнение (см. табл. 10.1)

$$\pi - \arccos\left(\frac{\cos \beta^*}{\cos \beta_1}\right) = \pi - \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cos \beta_1}\right). \quad (10.17)$$

2. При $\beta > 30^\circ$ угол $\alpha < 60^\circ$ на всем витке орбиты. Область A в отрезок интегрирования не попадает и поэтому съем энергии с СБ происходит на участке от $u = 0^\circ$ до $u_T^* = \pi - \varphi_T$, т.е. до входа КА в область тени.

3. При $\beta > \beta^* = f(h)$ съем энергии производится на всем витке, так как на всем витке угол $\alpha < 60^\circ$, а теневой участок отсутствует.

И еще одно замечание. Таблицы неполных эллиптических интегралов Лежандра второго рода $E(\varphi, k)$ затабулированы для значений $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$. У нас же этот аргумент (он обозначен как u^*) может быть больше 90° , например, когда верхний предел интегрирования в (10.12)

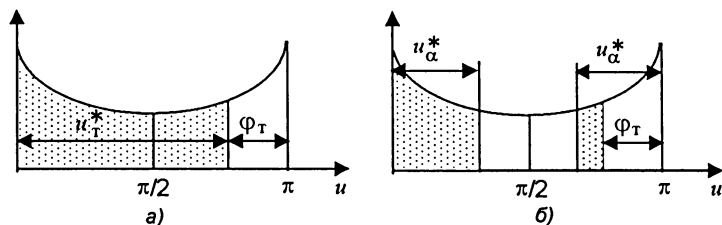


Рис. 10.4. Области интегрирования в формулах (10.19): а — третья формула в (10.19); б — вторая формула в (10.19)

есть $u^* = u_T^*$. В этом случае вследствие симметричности подынтегральной функции в (10.12) можно использовать (рис. 10.4) соотношение

$$p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = \frac{1}{\pi} E(u_T^*, \beta_N) = \frac{1}{\pi} [2E(90^\circ, \beta_N) - E(\varphi_T, \beta_N)]. \quad (10.18)$$

Подведем итоги. При оптимальном управлении ориентацией СБ, ось вращения которых коллинеарна продольной оси КА, средневитковый коэффициент мощности может быть рассчитан по соотношениям:

$$p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} E(u_\alpha^*, \beta_N), & 0 \leq \beta < \beta_1; \\ \frac{1}{\pi} [2E(u_\alpha^*, \beta_N) - E(\varphi_T, \beta_N)], & \beta_1 < \beta \leq 30^\circ; \\ \frac{1}{\pi} [2E(90^\circ, \beta_N) - E(\varphi_T, \beta_N)], & 30^\circ < \beta \leq 90^\circ, \end{cases} \quad (10.19)$$

где β — угол между вектором Солнца и плоскостью орбиты в рассматриваемую дату; h — высота круговой орбиты; $\beta_N = 90^\circ - \beta$, β_1 — решение уравнения (10.17);

$$u_\alpha^* = \arcsin \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cos \beta} \right); \quad \varphi_T = \arccos \left(\frac{\cos \beta^*}{\cos \beta} \right);$$

$$\beta^* = \arcsin \left(\frac{6378,14}{6378,14 + h} \right).$$

В табл. 10.2 даны значения средневиткового коэффициента мощности, построенные по формулам (10.19).

В заключение данного раздела заметим, что хотя орбита солнечно-синхронная, тем не менее, $p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = f(d) \neq \text{const}$. Это вызвано прежде всего сезонными изменениями склонения Солнца δ_S и, как следствие, непостоянством угла β в течение года (см. выражение (10.1)). А угол β вместе с γ — это основные параметры, определяющие величину $p_{\text{ср}}^{\text{opt}}$.

Один из входов табл. 10.2 — это угол β , определяющий взаиморасположение Солнца и плоскости орбиты. Для ССО, однако, естественней использовать другой параметр, имеющий такое же назначение, — $m_{\Omega T}$. Связь между ними задается соотношением (10.1). Для ССО эта

Т а б л и ц а 10.2

Значения средневиткового коэффициента мощности
при оптимальной одноосной ориентации СБ

h , км	Угол β , град									
	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
400	0,2823	0,3053	0,4541	0,4828	0,5135	0,5465	0,5831	0,6253	0,6776	0,7517
500	0,2823	0,3070	0,4629	0,4933	0,5259	0,5614	0,6012	0,6480	0,7081	0,8011
600	0,2823	0,3131	0,4711	0,5929	0,5372	0,5750	0,6180	0,6696	0,7386	0,8635
675	0,2823	0,3174	0,4769	0,5097	0,5453	0,5847	0,6300	0,6853	0,7620	–
700	0,2823	0,3188	0,4788	0,5119	0,5479	0,5879	0,6340	0,6905	0,7701	–
800	0,2823	0,3243	0,4861	0,5204	0,5580	0,6001	0,6493	0,7113	0,8049	–
900	0,2847	0,3295	0,4929	0,5284	0,5676	0,6119	0,6643	0,7323	0,8481	–
987	0,2882	0,3338	0,4987	0,5351	0,5756	0,6217	0,6771	0,7511	0,9340	–

формула может быть упрощена, что позволяет в проектных расчетах легко оценивать β , зная $m_{\Omega \uparrow}$:

$$\beta \approx 15(12^h - m_{\Omega \uparrow}) \text{ град},$$

и затем пользоваться табл. 10.2.

Задача 10.1. Найти средневитковый коэффициент мощности при оптимальной одноосной ориентации СБ (ось вращения СБ коллинеарна продольной оси КА), на дату 16 апреля 2003 г. Высота круговой ССО $h = 675$ км, наклонение $i = 98,1^\circ$, долгота восходящего узла орбиты а) $\Omega = -21,3^\circ$, б) $\Omega = 4,75^\circ$, в) $\Omega = 23,7^\circ$.

Задача 10.2. Найти средневитковый коэффициент мощности при оптимальной одноосной ориентации СБ (ось вращения СБ коллинеарна продольной оси КА) на полностью освещенной орбите.

10.3. Расчет освещенности и оптимального угла установки на КА неориентируемых солнечных батарей

10.3.1. Средневитковый коэффициент мощности солнечных батарей неподвижно закрепленных на корпусе КА

Положим теперь, что $\gamma(u) = \text{const}$ на витке орбиты и найдем средневитковый коэффициент мощности

$$p_{\text{ср}}^B = \frac{1}{\pi} \int_0^{u^*} \cos \alpha(u) du,$$

неориентируемых на витке СБ. Учитывая выражение (10.2) для $\cos \alpha$ и полагая β и γ постоянными на витке, получаем

$$p_{\text{ср}}^B = \frac{1}{\pi} (\cos \beta \cos \gamma \sin u^* + \sin \beta \sin \gamma u^*), \quad (10.20)$$

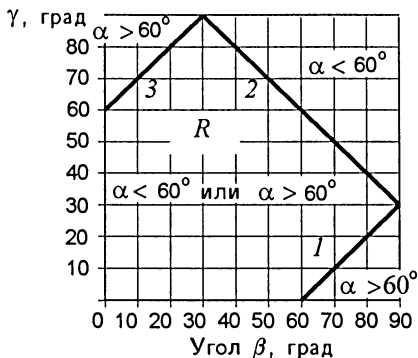


Рис. 10.5. Область R значений β и γ , в которой функция u_α^* существует: 1 — $\gamma = \beta - 60^\circ$; 2 — $\gamma = -\beta + 120^\circ$; 3 — $\gamma = \beta + 60^\circ$

где, как и ранее, u^* — угол, задающий положение КА на орбите в момент, когда коэффициент мощности становится равным нулю. Таким образом, определение $p_{\text{ср}}^B$ сводится к нахождению u^* . Решая эту задачу, заметим следующее.

Во-первых, коэффициент мощности равен нулю при входе КА в тень Земли. Угол $u = u_\alpha^*$, при котором КА входит в тень, определен соотношением (10.15). Во-вторых, коэффициент мощности обращается в нуль при $\alpha(u) > 60^\circ$. Угол u , при котором $\alpha = 60^\circ$, обозначим u_α^* . Угол u^* в выражении (10.20), таким образом, равен $u^* = \min\{u_\alpha^*(\beta, \gamma), u_\tau^*(\beta, h)\}$.

Найдем u_α^* . Из неравенства $\alpha(u) > 60^\circ$ следует:

$$\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma \cos u + \sin \beta \sin \gamma < 0,5.$$

Это неравенство (напоминаем, что $0 \leq u \leq \pi$) выполняется при

$$u > u_\alpha^*(\beta, \gamma), \quad (10.21)$$

где $u_\alpha^*(\beta, \gamma) = \arccos\left(\frac{0,5 - \sin \beta \sin \gamma}{\cos \beta \cos \gamma}\right)$.

Функция $u_\alpha^*(\beta, \gamma)$ в области R допустимых значений аргументов представляет собой поверхность, разделяющую пространство значений функции на две области: ниже нее угол $\alpha < 60^\circ$, выше — $\alpha > 60^\circ$. Область допустимых значений аргументов функции u_α^* показана на рис. 10.5.

В области R функция u_α^* существует, а значит, на витке существует точка, в которой угол $\alpha = 60^\circ$. На витке, с одной стороны от этой точки, угол $\alpha < 60^\circ$, с другой — больше. Вне области R такая точка отсутствует и, значит, при $(\beta, \gamma) \notin R$ угол α либо всегда больше, либо всегда меньше 60° . Непосредственной проверкой можно убедиться, что в областях выше прямой 3 и ниже прямой 1 угол $\alpha > 60^\circ$, следовательно, при β и γ , принадлежащих этим областям, энергосъемка с СБ не будет. Выше прямой 2 имеем $\alpha < 60^\circ$, следовательно, для любых β и γ из этой

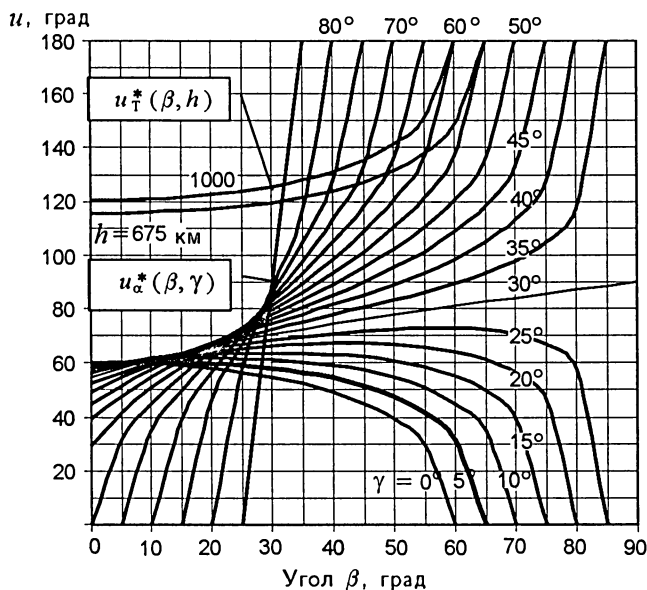


Рис. 10.6. Зависимость угла u^* , при котором прекращается энерговыход СБ, от угла β между вектором Солнца и плоскостью орбиты, угла γ установки СБ, высоты орбиты h

области СБ будет работать непрерывно до входа КА в тень Земли (либо на всем витке, если $\beta \geq \beta^*$ и тень отсутствует).

На рис. 10.6 (сравните с рис. 10.3) даны графики углов $u_\alpha^*(\beta, \gamma)$ и $u_T^*(\beta, h)$, построенные по формулам (10.21), (10.15) как функции углов β , γ и высоты h . Из рис. 10.6 следует:

1. При $\beta < 30^\circ$ и любых значениях γ , а также при $\gamma < 30^\circ$ и любых значениях β СБ прекращают работу «по углу α », так как значение α , равное 60° , достигается раньше, чем КА входит в тень Земли.

2. При значениях углов $\beta > 30^\circ$ и $\gamma > 30^\circ$ кривые $u = u_\alpha^*(\beta, \gamma)$ и $u = u_T^*(\beta, h)$ могут пересекаться. Обозначим через β_1 и γ_1 значения аргументов в точке пересечения этих кривых. Тогда можно утверждать, что при $\beta \leq \beta_1$ кривая $u = u_\alpha^*(\beta, \gamma_1)$ лежит ниже кривой $u = u_T^*(\beta, h)$, и СБ прекращают работу «по углу α ». Если же $\beta > \beta_1$, то $u_T^* < u_\alpha^*$, и СБ прекращает работу «по тени».

3. Угол γ_1 можно найти из равенства $u_\alpha^* = u_T^*$ или из равенства

$$\cos u_\alpha^* = \cos(180 - \varphi_T) = -\cos \varphi_T,$$

исключив затем из решения лишние корни. Учитывая (10.21) и (10.15), из последнего равенства получаем

$$\frac{1}{\cos \beta_1 \cos \gamma_1} \left(\frac{1}{2} - \sin \beta_1 \sin \gamma_1 \right) = -\frac{\cos \beta^*}{\cos \beta_1}, \quad \beta_1 \leq \beta^*. \quad (10.22)$$

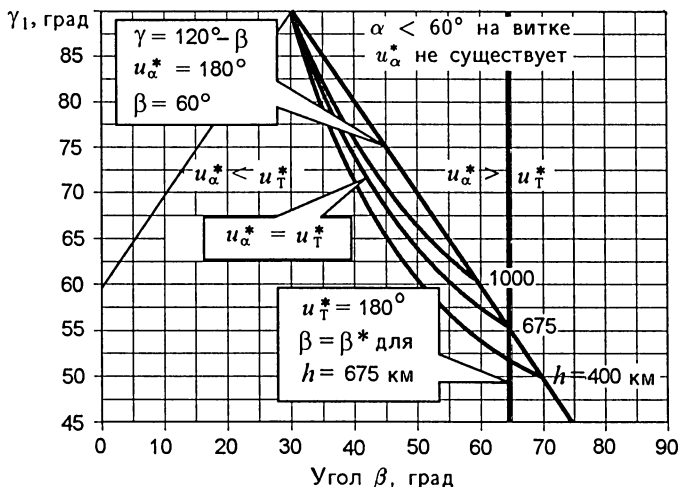


Рис. 10.7. Угол установки СБ, при котором значение угла α , равное 60° , и тень Земли на орбите достигаются космическим аппаратом одновременно

Решение уравнения (10.22) имеет вид (рис. 10.7)

$$\sin \gamma_1 = \frac{\sin \beta_1 + 2 \cos \beta^* \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \cos^2 \beta^* - 0,25}}{2(\sin^2 \beta_1 + \cos^2 \beta^*)}, \quad \beta_1 \leq \beta^*. \quad (10.23)$$

На рис. 10.7 прямая $\gamma = 120^\circ - \beta$ делит плоскость рисунка на две области: справа от нее функция $u = u_\alpha^*(\beta, \gamma)$ не существует (условно можно сказать, что $u = u_\alpha^*(\beta, \gamma) > 180^\circ$); угол $\alpha < 60^\circ$ всюду в этой области. На самой прямой угол $u_\alpha^*(\beta, \gamma) = 180^\circ$, и поэтому на ней $\alpha = 60^\circ$. Слева от $\gamma = 120^\circ - \beta$ и ниже прямой $\gamma = \beta + 60^\circ$ функция $u = u_\alpha^*(\beta, \gamma) < 180^\circ$.

Кривые $\gamma_1 = f(\beta_1, h)$ (или $u_\alpha^*(\beta, \gamma) = u_T^*(\beta, h)$), построенные по выражению (10.23) для $h = 400; 675; 1000$ км, делят плоскость рисунка на две области: справа от них $u_\alpha^*(\beta, \gamma) > u_T^*(\beta, h)$, слева — $u_\alpha^*(\beta, \gamma) < u_T^*(\beta, h)$. Таким образом, $u^* = u_\alpha^*(\beta, \gamma)$ слева от кривых $\gamma_1 = f(\beta_1, h)$ и $u^* = u_T^*(\beta, h)$ справа от них.

Прямая $\beta = \beta^*(h)$ (или $u_T^*(\beta, h) = 180^\circ$) делит плоскость рисунка на две области: слева от нее орбиты имеют теневой участок, справа — орбиты полностью освещены Солнцем. Для конкретной высоты все три кривые пересекаются в одной точке $(\beta^*(h), \gamma_1(\beta^*))$, поэтому ордината этой точки принадлежит прямой $\gamma = 120^\circ - \beta$ и равна $\gamma_1(\beta^*) = 120^\circ - \beta^*(h)$.

Подведем итоги. При $\gamma = \text{const}$ средневитковый коэффициент мощности может быть рассчитан в соответствии с алгоритмом:

$$p_{\text{ср}}^B = \frac{1}{\pi} (\cos \beta \cos \gamma \sin u^* + u^* \sin \beta \sin \gamma);$$

Т а б л и ц а 10.3

Значения $p_{\text{ср}}^b$ при $\gamma = \text{const}$ на витке и различных β , $h = 675$ км

γ , град	Угол β , град									
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0,2757	0,2701	0,2533	0,2251	0,1847	0,1286	0	–	–	–
10	0,2701	0,2803	0,2794	0,2669	0,2425	0,2045	0,1478	0	–	–
20	0,2533	0,2794	0,2950	0,2998	0,2930	0,2739	0,2406	0,1855	0	–
30	0,2251	0,2669	0,2998	0,323	0,3362	0,3389	0,3313	0,3135	0,2861	0,5000
40	0,1847	0,2425	0,293	0,3362	0,3718	0,4005	0,4252	0,4571	0,6330	0,6428
50	0,1286	0,2045	0,2739	0,3389	0,4005	0,4615	0,5324	0,7198	0,7544	0,7660
60	0	0,1478	0,2406	0,3313	0,4252	0,5324	0,6607	0,8138	0,8529	0,8660
70	–	0	0,1855	0,3135	0,4571	0,5787	0,7003	0,883	0,9254	0,9397
80	–	–	0	0,2861	0,4708	0,5782	0,7186	0,9254	0,9698	0,9848
90	–	–	–	0,3320	0,4423	0,5601	0,7151	0,9397	0,9848	1,0000

$$u^* = \begin{cases} 0, & 0 \leq \beta < 30^\circ; \gamma > \beta + 60^\circ \text{ или } 60^\circ < \beta < 90^\circ; \gamma < \beta - 60^\circ; \\ u_\alpha^*, & (\beta, \gamma) \in R, \gamma \leq \gamma_1; \\ u_T^*, & (\beta, \gamma) \in R, \gamma > \gamma_1; \\ u_T^*, & 30^\circ < \beta < 90^\circ, \gamma > 120^\circ - \beta, \end{cases} \quad (10.24)$$

где R — область, определенная на рис. 10.5; величина u_α^* определена соотношением (10.21), u_T^* — соотношением (10.15), γ_1 — соотношением (10.23).

В табл. 10.3 и на рис. 10.8 даны значения средневиткового коэффициента мощности, построенные по формулам (10.24). Первый столбец таблицы задает угол установки СБ γ , первая строка — угол β между вектором Солнца и плоскостью орбиты. Высота орбиты $h = 675$ км.

10.3.2. Угол установки неориентируемых СБ, обеспечивающий максимум средневиткового коэффициента мощности на витке

На рис. 10.8 показано изменение средневиткового коэффициента мощности как функции угла γ установки СБ для различных углов β на орбите высотой 675 км. Понятно, что изменение угла установки СБ приводит к изменению количества энергии, вырабатываемой СБ за виток. Найдем угол γ , при котором средневитковый коэффициент мощности СБ максимален. Анализ рис. 10.8 показывает, что «механизм» возникновения экстремальной точки функции $p_{\text{ср}}^b = f(\beta, \gamma, u^*(\beta, \gamma))$ зависит от значений аргументов. В зависимости от значений, принимаемых углом β , можно разбить плоскость рис. 10.8 на четыре области: 1) $0^\circ \leq \beta < 30^\circ$; 2) $30^\circ \leq \beta < \beta_{11}$; 3) $\beta_{11} \leq \beta < \beta^*$; 4) $\beta^* \leq \beta \leq 90^\circ$ (рис. 10.9). Рассмотрим особенности работы СБ в этих областях.

1) $0^\circ \leq \beta < 30^\circ$. При этих значениях угла β СБ перестает работать из-за достижения углом α значения 60° . Для получения $p_{\text{ср}}^b$ в формулу (10.20) подставляется $u^* = u_\alpha^*(\beta, \gamma)$. Оптимальное значение угла $\gamma =$

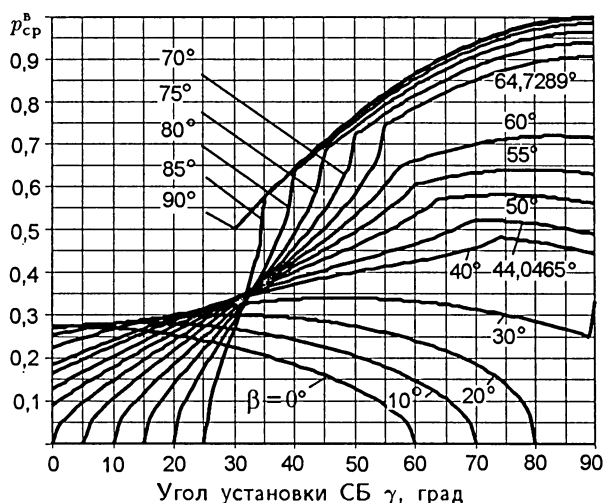


Рис. 10.8. Средневитковый коэффициент мощности p_{cp}^B при $\gamma = \text{const}$ на витке ($h = 675$ км)

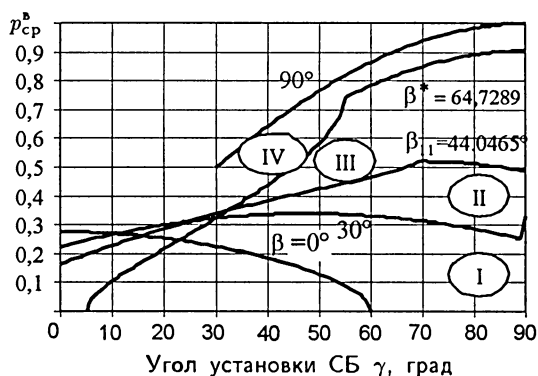


Рис. 10.9. К расчету экстремума средневиткового коэффициента мощности p_{cp}^B при $\gamma = \text{const}$ на витке ($h = 675$ км)

γ_{opt} может быть найдено из уравнения

$$\frac{\partial p_{cp}^B(\beta, \gamma, u_\alpha^*(\beta, \gamma))}{\partial \gamma} = 0.$$

Из рис. 10.9, однако, следует, что экстремум p_{cp}^B для рассматриваемых значений β весьма пологий, поэтому погрешность в определении γ_{opt} не приводит к значительным погрешностям в определении p_{cp}^B . Воспользовавшись этим соображением положим, что u_α^* не зависит от γ :

$$u_\alpha^* = \tilde{u}(\beta).$$

Тогда из выражения (10.20) получаем условие экстремума по γ :

$$\frac{\partial p_{\text{ср}}^{\text{в}}}{\partial \gamma} = \frac{1}{\pi} (-\cos \beta \sin \gamma \sin \tilde{u} + \tilde{u} \sin \beta \cos \gamma) = 0.$$

Отсюда следует

$$\operatorname{tg} \gamma_{\text{opt}} = \operatorname{tg} \beta \frac{\tilde{u}}{\sin \tilde{u}}.$$

Для рассматриваемых β угол u_{α}^* изменяется в диапазоне $60...77^\circ$, из которого и надо выбрать $\tilde{u}$ (например, $\tilde{u} = 75^\circ$). Погрешность в определении $p_{\text{ср}}^{\text{в}}$ не превышает 10 %.

2) $30^\circ \leq \beta \leq \beta_{11}$. В этой области кривая $p = f(\gamma)$ имеет характерный излом при $\gamma = \gamma_1$. При этом значении γ_1 , определенным соотношением (10.23), момент достижения углом α значения 60° , совпадает с моментом входа КА в тень Земли, и на этом значении γ_1 достигается экстремум средневиткового коэффициента мощности (см. задачу 10.3). Слева от точки $\gamma = \gamma_1$ для получения $p_{\text{ср}}^{\text{в}}$ в формулу (10.20) надо подставлять $u^* = u_{\alpha}^*(\beta, \gamma)$, справа — $u^* = u_{\tau}^*(\beta, h)$. Однако при некотором значении $\beta = \beta_{11}$ правая производная в точке γ_1 становится равной нулю и далее с ростом β начинает расти. Поэтому экстремум «уходит» из точки γ_1 и достигается уже правее точки излома. Таким образом, получаем, что область II ограничена сверху значением $\beta = \beta_{11}$; внутри этой области экстремум по γ достигается в точке $\gamma_{\text{opt}} = \gamma_1$.

Для определения угла β_{11} воспользуемся следующим соображением: экстремум функции $p_{\text{ср}}^{\text{в}} = f(\beta, \gamma, u^*)$, с одной стороны, должен достигаться на кривой (10.23), т.е. при $\gamma = \gamma_1$, а с другой — быть экстремумом по γ функции $p_{\text{ср}}^{\text{в}} = f(\beta, \gamma, u_{\tau}^*)$. Из выражения (10.20), учитывая, что u_{τ}^* от γ не зависит, получаем условие экстремума $p_{\text{ср}}^{\text{в}}$ по γ :

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \beta \frac{u_{\tau}^*}{\sin u_{\tau}^*}.$$

Следовательно, угол β_{11} может быть найден численно из уравнения

$$\operatorname{tg} \gamma_1(\beta_{11}, \beta^*) = \operatorname{tg} \beta_{11} \frac{u_{\tau}^*}{\sin u_{\tau}^*}, \quad (10.26)$$

где $\gamma_1 = f(\beta_{11}, \beta^*)$ определяется соотношением (10.23). Для примера в табл. 10.4 приведены значения β_{11} , найденные из выражения (10.26) для некоторых высот орбит.

Т а б л и ц а 10.4

h , км	β^* , град	u_{τ}^* , град	γ_1 , град	β_{11} , град	$p_{\text{ср}}^{\text{в}}$
400	70,21794	117,8298	66,182	44,1027	0,4992
675	64,72889	126,4364	69,3479	44,0465	0,5219
800	62,69167	129,5354	70,4725	43,8859	0,5393
1000	59,82161	134,2257	72,0215	43,5347	0,5387

Из табл. 10.4 следует, что в указанном диапазоне высот значение β_{11} в первом приближении можно считать постоянным и равным $\beta_{11} \approx 44^\circ$.

3) $\beta_{11} < \beta \leq \beta^*$. Как показано выше, при $\beta > \beta_{11}$, экстремум функции $p_{\text{ср}}^B$ достигается правее точки излома, и СБ прекращает работу из-за входа КА в тень Земли (при этом $\alpha \leq 60^\circ$). Следовательно, для β из рассматриваемого диапазона экстремум $p_{\text{ср}}^B$ достигается в точке γ , удовлетворяющей соотношению

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \beta \frac{u_T^*}{\sin u_T^*}.$$

4) $\beta^* < \beta \leq 90^\circ$. При $\beta \geq \beta^*$ тень на орбите исчезает; $u_T^* = 180^\circ$, и экстремум достигается в точке $\gamma = 90^\circ$.

Подведем итоги. При постоянном на витке угле установки СБ, средневитковый коэффициент мощности $p_{\text{ср}}^B$ достигает экстремального значения при угле установки СБ равном $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$. Для определения угла $\gamma_{\text{опт}}$ имеем алгоритм:

$$\gamma_{\text{опт}} = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \beta \frac{\tilde{u}}{\sin \tilde{u}} \right), & 0^\circ < \beta \leq 30^\circ; \\ \gamma_1, & 30^\circ < \beta \leq \beta_{11}; \\ \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \beta \frac{u_T^*}{\sin u_T^*} \right), & \beta_{11} < \beta \leq \beta^*; \\ 90^\circ, & \beta^* < \beta \leq 90^\circ, \end{cases} \quad (10.27)$$

где величина u_T^* определена соотношением (10.15); γ_1 — соотношением (10.23), β^* — соотношением (10.19), $\beta_{11} \approx 44^\circ$ или, более точно, может быть определена по соотношению (10.26); $\tilde{u} \approx 60...77^\circ$.

Задача 10.3. Объясните «механизм» возникновения экстремума средневиткового коэффициента мощности при изменении угла установки СБ. Ось вращения СБ коллинеарна продольной оси КА, угол установки СБ γ постоянен на витке, высота орбиты $h = 675$ км, $\beta = 35^\circ$.

10.3.3. Угол установки неориентируемых СБ, обеспечивающий максимум минимального за год средневиткового коэффициента мощности

Приведенный выше материал позволяет рассчитать максимальное значение средневиткового коэффициента мощности на витке и найти оптимальный угол установки СБ, при условии, что он на витке не меняется. Таблицы 10.2 и 10.3 позволяют оценить возникающие потери энергии за счет отказа от непрерывного оптимального управления батареями и перехода к системе энергопитания с неориентируемыми СБ. Теперь проанализируем поведение средневиткового коэффициента мощности в течение длительного промежутка времени, например за год.

Будем полагать, что СБ монтируется на КА под определенным углом γ и в полете своего положения не меняет. Будем пренебрегать

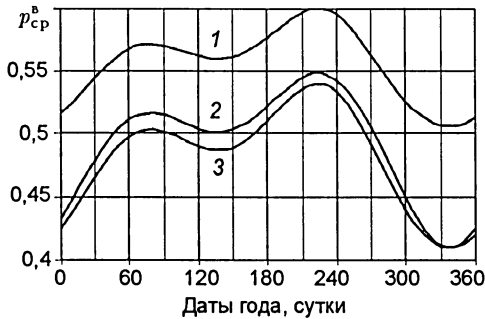


Рис. 10.10. Средневитковый коэффициент мощности СБ на ССО высотой $h = 675$ км, $m_{\Omega 1} = 9^h$; 1 — непрерывное оптимальное управление ориентацией СБ; 2 — установка СБ в оптимальное положение один раз в сутки; 3 — СБ жестко закреплены на КА под углом $\gamma = 81,8^\circ$ (оптимальный угол по минимаксному критерию для $m_{\Omega 1} = 9^h$)

также изменением $p_{ср}^в$ в течение суток. Это тем более оправдано, если рассматривать солнечно-синхронные орбиты. Варьируем γ и, пользуясь соотношениями (10.24), для каждого γ находим функцию $p_{ср}^в(d, m_{\Omega 1}, \gamma)$ как функцию даты года, а затем ее минимальное за год значение

$$p^{\min}(m_{\Omega 1}, \gamma) = \min_d \{p_{ср}^в(d, m_{\Omega 1}, \gamma)\}.$$

Выбирая затем угол установки СБ, для которого $p^{\min}(m_{\Omega 1}, \gamma)$ имеет максимальное значение, получим значение $\gamma = \gamma_{\text{опт}}(m_{\Omega 1})$, оптимальное в смысле минимаксного критерия. Значение коэффициента мощности при найденном оптимальном угле установки СБ $\gamma_{\text{опт}}(m_{\Omega 1})$, является *расчетным средневитковым коэффициентом мощности* при выборе площади солнечных батарей:

$$p^{\text{расч}}(m_{\Omega 1}) = \max_{\gamma} \min_d \{p_{ср}(m_{\Omega 1}, d, \gamma)\}.$$

Получение расчетного средневиткового коэффициента мощности может быть упрощено за счет использования свойств кривых $p_{ср}^в = f(\beta, \gamma, u^*)$ (см. рис. 10.9 и задачу 10.4).

Задача 10.4. Найдите расчетный средневитковый коэффициент мощности (по минимаксному критерию) для ССО орбиты высотой $h = 675$ км, наклонением $i = 98,087^\circ$ и местным временем прохождения восходящего узла $m_{\Omega 1} = 6^h \dots 12^h$. Год запуска КА — 2005 г. Продольная ось СБ коллинеарна продольной оси КА, угол установки СБ γ постоянен.

В заключение построим графики (рис. 10.10), позволяющие ответить на вопрос: какие энергетические потери влечет переход от конструктивно «сложной» системы энергопитания с непрерывной оптимальной одноосной ориентацией СБ (кривая 1 на рис. 10.10) к конструктивно «простой» СЭП с постоянным оптимальным по минимаксному критерию углом установки СБ (кривая 3 на рис. 10.10). Для сравнения здесь

же приведен график (кривая 2) средневиткового коэффициента мощности для «промежуточной» по сложности СЭП, которая раз в сутки доворачивает СБ в оптимальное положение, обеспечивающее максимум средневиткового коэффициента мощности (предполагается, что в течение суток положение Солнца относительно плоскости орбиты не меняется). Расчет проводился для следующих исходных данных: высота ССО $h = 675$ км, наклонение $i = 98,087^\circ$, местное время прохождения восходящего узла $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$. Предполагалось, что старт КА осуществляется 01.01.2005 так, чтобы истинное местное солнечное время прохождения восходящего узла равнялось 9^h . Для всех последующих дат моделировалось годовое движение Солнца и орбитальное движение КА (с учетом прецессии), после чего вычислялся «истинный» угол $\beta(d)$ между вектором Солнца и плоскостью орбиты для каждой даты года d . Затем по приведенной выше методике определялась средневитковая мощность для различных схем построения СЭП (кривые 1, 2 и 3 на рис. 10.10).

Из рис. 10.10 следует, что использование одноосного дискретного управляемого привода СБ, который раз в сутки доворачивает СБ в положение, обеспечивающее максимум средневиткового коэффициента мощности, повысить расчетную средневитковую мощность $p^{\text{расч}}$ (она реализуется примерно в 335-е сутки) не может, хотя величину средневиткового коэффициента мощности $p_{\text{ср}}^B$ во все остальные даты года увеличивает. Необходимо отметить также, что конкретные числовые значения оптимального угла установки СБ и средневиткового коэффициента мощности, получаемые при расчете энерговыхода СБ, строго говоря, будут зависеть от даты старта. Действительно, только в момент выведения КА положение Солнца относительно плоскости ССО равно заданному. Далее с течением времени оно несколько изменяется, и поэтому угол $\beta(d)$ в произвольную заданную дату будет зависеть от того, сколько времени прошло до нее от даты старта. Это обстоятельство приводит к изменениям $p_{\text{ср}}^B$ на величину порядка нескольких процентов, и это необходимо учитывать при сравнении результатов расчетов.

Задача 10.5. СБ неподвижно установлена на КА так, что ее продольная ось коллинеарна продольной оси КА, находящегося в режиме орбитальной ориентации (продольная ось $X_{\text{КА}}$ — по вектору скорости, вертикальная ось $Y_{\text{КА}}$ — по радиус-вектору КА, ось $Z_{\text{КА}}$ дополняет систему до правой). На аппарате возникает дефицит электроэнергии. Разработчики КА предлагают увеличить выход энергии с СБ за счет разворота аппарата по рысканью на некоторый (подлежит определению) угол ι_0 , при сохранении одноосной ориентации оси $Y_{\text{КА}}$ по радиус-вектору. Приведите расчеты подтверждающие или опровергающие целесообразность этого предложения.

10.4. Расчет требуемой площади солнечных батарей

Обозначим средневитковую мощность, потребляемую бортовой аппаратурой КА, через $w_{\text{ср}}$, $\tau_{\text{т}}$ — длительность теневого участка витка, $\tau_{\text{о}}$ — длительность освещенного участка витка. Тогда энергия, потребляемая бортовой аппаратурой КА на витке,

$$w_{\text{ср}}(\tau_{\text{о}} + \tau_{\text{т}}).$$

Эта энергия должна быть выдана потребителю непосредственно солнечной батареей на освещенной части витка и аккумуляторными батареями (АБ) на теневой его части. Следовательно, энергия, которую на освещенном участке витка должна обеспечить СБ на выходе и идущая на снабжение бортовой аппаратуры и подзарядку АБ, может быть определена в виде

$$\frac{w_{\text{ср}}}{K_{\text{СНА}}} \tau_{\text{о}} + \frac{w_{\text{ср}}}{\eta_{\text{АБ}} K_{\text{ЗРУ}}} \tau_{\text{т}}, \quad (10.28)$$

где $K_{\text{СНА}}$ — коэффициент, учитывающий потери в СНА (стабилизатор напряжения и автоматика) и проводах; $K_{\text{ЗРУ}}$ — коэффициент, учитывающий потери в ЗРУ (зарядно-разрядное устройство) и проводах; $\eta_{\text{АБ}}$ — КПД аккумуляторных батарей. С другой стороны, выходная энергия СБ на витке может быть выражена через средневитковую мощность $p_{\text{ср}}^{\text{Б}}$ с помощью выражений (10.3) и (10.4):

$$\sigma \eta \Phi \text{ЭП} S_{\text{карк}} p_{\text{ср}}^{\text{Б}}(h, d, m_{\Omega \uparrow}, \gamma)(\tau_{\text{о}} + \tau_{\text{т}}) k_{\text{зп}} k_t k_{\text{ком}} k_{\text{д}}, \quad (10.29)$$

где $S_{\text{карк}}$ — конструктивная площадь СБ (площадь каркаса); $S_{\text{СБ}} = S_{\text{карк}} k_{\text{зп}}$; $k_{\text{зп}}$ — коэффициент заполнения площади каркаса СБ фотоэлектрическими преобразователями; k_t — коэффициент, учитывающий снижение мощности при повышении температуры СБ; $k_{\text{ком}}$ — коэффициент, учитывающий потери мощности в системе коммутации СБ; $k_{\text{д}}$ — коэффициент деградации, определяющий потери мощности за счет изменения характеристик СБ за время ее эксплуатации. Приравнивая выражения (10.28) и (10.29) и вводя обозначение $K_{\text{п}} = k_{\text{зп}} k_t k_{\text{ком}} k_{\text{д}}$, получаем

$$\frac{w_{\text{ср}}}{K_{\text{СНА}}} \tau_{\text{о}} + \frac{w_{\text{ср}}}{\eta_{\text{АБ}} K_{\text{ЗРУ}}} \tau_{\text{т}} = \sigma \eta \Phi \text{ЭП} S_{\text{карк}} p_{\text{ср}}^{\text{Б}} K_{\text{п}} (\tau_{\text{о}} + \tau_{\text{т}}),$$

или, после сокращения на $\tau_{\text{о}}$,

$$\frac{w_{\text{ср}}}{K_{\text{СНА}}} + \frac{w_{\text{ср}}}{\eta_{\text{АБ}} K_{\text{ЗРУ}}} \frac{\tau_{\text{т}}}{\tau_{\text{о}}} = \sigma \eta \Phi \text{ЭП} S_{\text{карк}} p_{\text{ср}}^{\text{Б}} K_{\text{п}} \frac{\tau_{\text{о}} + \tau_{\text{т}}}{\tau_{\text{о}}}. \quad (10.30)$$

Заметим, что осреднение коэффициента мощности можно производить не по всему витку (что дает величину $p_{\text{ср}}^{\text{Б}}$), а только по освещенной его части. Полученную величину обозначим $p_{\text{ср.о}}$. Понятно,

что $p_{\text{ср}}^{\text{в}}(\tau_0 + \tau_{\text{т}}) = p_{\text{ср.о}}\tau_0$, поэтому $p_{\text{ср.о}} = p_{\text{ср}}^{\text{в}} \frac{\tau_0 + \tau_{\text{т}}}{\tau_0}$, и выражение (10.30) может быть переписано в виде

$$\frac{w_{\text{ср}}}{K_{\text{СНА}}} + \frac{w_{\text{ср}}}{\eta_{\text{АВ}} K_{\text{ЗРУ}}} \frac{\tau_{\text{т}}}{\tau_0} = \sigma \eta_{\text{ФЭП}} S_{\text{карк}} K_{\text{п}} p_{\text{ср.о}}. \quad (10.31)$$

Выражения (10.30) или (10.31) могут быть использовано для определения площади солнечных батарей, необходимой для обеспечения электроэнергией систем космического аппарата.

Задача 10.6. Определить площадь солнечных батарей, необходимую для обеспечения электроэнергией бортовых систем космического аппарата. Ось вращения СБ коллинеарна продольной оси КА; угол установки СБ γ постоянен на витке; высота ССО орбиты $h = 675$ км; расчетный угол $\beta = 35^\circ$; средневитковая мощность, потребляемая бортовой аппаратурой $w_{\text{ср}} = 500$ Вт; год запуска КА — 2005 г.

Решения задач

Культурный человек только слегка обгрызает кости, а потом бросает их под стол.

Пес Фафик

Задача 1.1. Выражение для круговой скорости ИСЗ правильное, однако получено оно не верно. Говорить, что ИСЗ на круговой орбите не падает, потому что «его вес уравнивается центробежной силой», нельзя и находить первую космическую скорость, приравнявая G и T , тоже.

Во-первых, потому, что ИСЗ *постоянно падает на Землю*. Но переместившись из т. 1 по оси Y на величину Δy , он за это время успевает пройти по оси X расстояние Δx (см. рис. 1.1) и попадает в т. 2, расположенную на том же расстоянии R_e от центра, что и т. 1. Поэтому орбита получается круговой.

Во-вторых, если бы сила притяжения спутника G уравнивалась некоторой силой T , то спутник двигался бы прямолинейно и равномерно, а это не так. Поэтому величину первой космической скорости нужно находить из уравнения второго закона Ньютона для точки, на которую действует единственная сила G :

$$ma = G = \mu \frac{m}{(R_e + h)^2}, \quad (11.1)$$

где a — ускорение на круговой орбите. Материальная точка, равномерно движущаяся по окружности, имеет только нормальное ускорение, по определению равное $\frac{V^2}{R_e + h}$. А так как на КА действует единственная сила G , то и создаваться оно может только этой силой. Поэтому из выражения (11.1) следует

$$\frac{m \frac{V^2}{R_e + h}}{(R_e + h)^2} = \mu \frac{m}{(R_e + h)^2}.$$

Отсюда получаем выражение для скорости

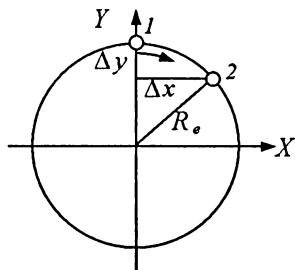


Рис. 11.1. К решению задачи 1.1

спутника на круговой орбите:

$$V = \sqrt{\frac{\mu}{(R_e + h)}}.$$

Задача 2.1. На Гринвиче время $m_{Гр} = 22^h 10^m 30^s$. Москва имеет долготу $\lambda_M = 37,5^\circ$. В часовой мере это $37,5^\circ : 15^\circ/h = 2^h 30^m$, поэтому она могла бы быть отнесена как ко второму, так и к третьему часовому поясу. Принято, что Москва относится ко второму часовому поясу. Следовательно, поясное время в Москве в рассматриваемый момент времени

$$T_{\text{Мск.поясное}} = 22^h 10^m 30^s + 2^h = 24^h 10^m 30^s = 00^h 10^m 30^s.$$

Время относится к следующим суткам. Декретное время на 1 час больше поясного: $T_{\text{Мск}} = 01^h 10^m 30^s$.

Задача 2.2. Декретное время в Москве в момент наблюдения КА $T_{\text{Мск}} = 10^h 10^m 00^s$. Учитывая, что Москва находится во втором часовом поясе, а также 1^h декретной добавки (см. формулу (1.3)), получаем, что в Гринвиче в момент наблюдения КА местное среднее солнечное время (т.е. всемирное время) было равно $10^h 10^m 00^s - 03^h 00^m 00^s = 07^h 10^m 00^s$. Добавляя к этому времени долготу Москвы $\lambda_M^h = 2^h 30^m$, получаем, что среднее солнечное время в Москве равно $07^h 10^m 00^s + 02^h 30^m 00^s = 09^h 40^m 00^s$.

Задача 2.3. Долгота космодрома, выраженная в часовой мере, $\lambda_1 = 128,184^\circ = 8^h 32^m 44^s$. Пункт наблюдения имеет долготу $\lambda_2 = 35^\circ 40' = 35,67^\circ = 2^h 22^m 41^s$. Местное солнечное время в пункте наблюдения в момент старта

$$\begin{aligned} m_2 &= m_{\text{ст}} - \lambda_1^\circ + \lambda_2^\circ = \\ &= 09^h 30^m 00^s - 08^h 32^m 44^s + 02^h 22^m 41^s = 03^h 19^m 57^s. \end{aligned}$$

Задача 2.4. Орбита высотой 600 км имеет период примерно 97 мин. Солнце по эклиптике движется со скоростью примерно 1° в сутки, значит за 97 минут оно изменит свое положение примерно на $0,07^\circ$. Изменение положения Солнца на 1° эквивалентно изменению времени на 4 минуты, а изменение на $0,07^\circ$ соответственно на $0,28 \text{ мин} = 17 \text{ с}$. В рамках нашей задачи таким изменением положения Солнца за время одного оборота КА вполне можно пренебречь. Следовательно, часовой угол Солнца относительно орбиты можно считать постоянным. Значит, часы, которые показывают местное солнечное время в подспутниковой точке, будут показывать одно и то же значение, пока КА движется от одного полюса до другого. В момент прохода над полюсом часовой угол, а значит, и местное солнечное время скачком меняются на 12^h .

Задача 2.5. В задаче задано $t = 45^\circ = 3^h$. Это означает, что Солнце на меридиане т. М кульминировало (т.е. достигло своей верхней точки) 3 часа назад. Зная, что скорость вращения Земли $\omega_3 =$

$7,2921235 \cdot 10^{-5}$ рад/с, можно найти угол, на который развернется Земля за 3^h . Он равен $\varphi_3 = \omega_3(3 \cdot 60 \text{ мин} \cdot 60 \text{ с}) = 7,2921 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с} \times \times 10800 \text{ с} \cdot 57,29578 = 45,1233^\circ = 45^\circ 07' 24''$. Значит, за 3^h Земля развернется не на 45° , а на $45^\circ 07' 24''$.

Однако противоречия с тем, что часовой угол Солнца $t = 45^\circ$, нет, и формула (2.1) верна. Дело в том, что наши часы, которыми мы измеряем время, действительно показывают угол поворота Земли t , который еще в древности называли часовым углом. И поворот Земли связали с течением времени. Но это угол поворота Земли *относительно Солнца*, а не относительно инерциального пространства. А само Солнце за время 3^h тоже развернется на угол, равный $\varphi_C = 0,199106 \cdot 10^{-6} \text{ рад/с} \cdot 10800 \text{ с} \cdot 57,29578 = 0,1233^\circ$. Таким образом, угол поворота меридиана Земли, время на котором мы измеряем, относительно Солнца $t = 45,1233^\circ - 0,1233^\circ = 45^\circ$ (конечно же, так будет и для любого другого угла, а не только для угла $t = 45^\circ = 3^h$). Другими словами, это означает, что скорость поворота Земли относительно Солнца равна $360^\circ/24^h = 15^\circ/h$. А это в свою очередь означает, что для измерения времени на некотором меридиане надо часовой угол этого меридиана просто перевести в часовую меру. В этом, собственно, и состоит смысл значка h в определении местного времени (см. формулу (2.1)) и слов в этом определении «...измеренный в часовой мере».

Задача 2.6. Из решения задачи 2.3 видно, что местное солнечное время в двух пунктах различается как разница долгот этих пунктов, измеренная в часовой мере. Следовательно,

$$\begin{aligned} m_B &= m_A + (\lambda_B^h - \lambda_A^h) = \\ &= 03^h 02^m 17^s + (02^h 01^m 01^s - 02^h 24^m 54^s) = 02^h 01^m 01^s. \end{aligned}$$

Задача 2.7. Широта Москвы $\varphi_M = 56^\circ$. Угол между меридианом Москвы и меридианом пункта K

$$\Delta\lambda^\circ = \frac{L}{R_e \cos \varphi_M} \cdot 57,29578 = \frac{200 \cdot 57,29578}{6378,16 \cos 56^\circ} = 3,21^\circ = 0^h 12^m 50^s.$$

Долгота Москвы равна $2^h 30^m$, поэтому долгота пункта K равна $02^h 30^m 00^s + 00^h 12^m 50^s = 02^h 42^m 50^s$. В полдень местное солнечное время в пункте K равно $12^h 00^m 00^s$, гринвичское (всемирное) время в этот момент равно $12^h 00^m 00^s - 02^h 42^m 50^s = 09^h 17^m 10^s$. Московское декретное время, которое показывают наши часы зимой, в момент наступления этого события равно $09^h 17^m 10^s + 03^h 00^m 00^s = 12^h 17^m 10^s$ (см. формулу (2.3)). Летнее время на 1 час больше декретного, значит, в момент наступления среднего солнечного полудня в пункте K часы будут показывать $13^h 17^m 10^s$.

Задача 2.8. Для решения задачи можно сразу воспользоваться формулой (2.5). Однако «повторение — мать учения», поэтому покажем

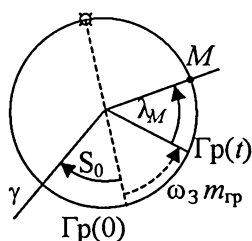


Рис. 11.2. К решению задачи 2.8

еще раз, как эта формула получается. S_0 — звездное время в среднюю гринвичскую полночь заданной даты. Его берут из Астрономического Ежегодника. Мы возьмем его из табл. 2.1: $S_0 = 2^h \cdot 15^\circ/h = 30^\circ 00' 00''$. Через $10^h 15^m 30^s = 36930$ секунд гринвичский «полночный» меридиан $\Gamma_p(0)$ за счет вращения Земли перейдет в положение $\Gamma_p(t)$ и займет положение в СК № 1 с долготой (см. рис. 11.2):

$$S_0 + \omega_З m_{Гр} = 30^\circ + 7,29212 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с} \times 36930 \text{ с} \cdot 57,29578 = 184,25^\circ.$$

Следовательно, т. M , имеющая географическую долготу $\lambda_M = 2^h 30^m 17^s = 37,57^\circ$, в СК № 1 будет иметь долготу

$$S_0 + \omega_З m_{Гр} + \lambda_M = 184,25^\circ + 37,57^\circ = 222,22^\circ.$$

Задача 2.9. Московское декретное время равно $22^h 45^m 48^s$. Гринвичское время в этот момент равно $m_{Гр} = 22^h 45^m 48^s - 3^h 00^m 00^s = 19^h 45^m 48^s = 71148$ с. Звездное время на Гринвиче в среднюю гринвичскую полночь 31 октября приблизительно можно найти из того факта, что после 22 октября, когда $S_0 = 2^h$, прошло 9 дней. Ориентировочно звездное время меняется на 1 градус в сутки. Следовательно, приблизительно $S_0 = 2^h + 9^\circ/15 = 2,6^h = 2^h 36^m = 39^\circ$. Через 71148 с гринвичский «полночный» меридиан $\Gamma_p(0)$ за счет вращения Земли перейдет в положение $\Gamma_p(t)$ и займет положение в СК № 1 с долготой

$$S_0 + \omega_З m_{Гр} = 39^\circ + 7,29212 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с} \cdot 71148 \text{ с} \cdot 57,29578 = 336,26^\circ = 22^h 25^m 02^s.$$

Пункт M будет иметь в этот момент звездное время (долготу в СК № 1), равное $22^h 25^m 02^s + 3^h 00^m 20^s = 1^h 25^m 22^s$.

Для уточнения результата, надо значение S_0 определять по формуле (2.7).

Задача 2.10. Процедура на языке Visual Basic6.0:

Public Function SO(ByVal Den As Integer, Mes As Integer, God As Integer) As String

' определяет звездное время в формате h:m:s в средних
' Гринвичскую полночь
' даты Den-день, Mes-месяц, God-год.

Dim a As Double, D As Double, c As Double, tau As Double,
Dim s As Double, h As Integer, m As Integer, sec As Integer

' найдем кол-во суток, прошедших от 12 час. 1 января 2000 г.

' до 0 часов рассматриваемой даты с помощью пользовательской

' процедуры-функции JD(Den, Mes, God), использующей

' встроенную функцию DataDiff() языка Visual Basic 6.0

Астрономические данные

Количество дней от начала года до начала рассматриваемых суток: 126

Дата: 6 / 5 / 2004

Время: 0 : 0 : 0

Очистка полей формы

Переход в главную панель

JD в рассматриваемую эпоху: 2453131.5 (юлианских суток)

Звездное время на Гринвиче в полночь рассматриваемой даты: 14:56:46 (h:m:s)

Положение Солнца в рассматриваемую эпоху:

As= 43.3444224 град 2h 53m 22.7s

Ds= 16.571697270 град 16гр :34':18.1"

Рис. 11.3. К решению задачи 2.10

' (процедура JD здесь не приводится).

$D = JD(\text{Den}, \text{Mes}, \text{God})$

$\tau = D / 36525$

'определим звездное время в градусах

$s = 100.460618374 + 0.9856473662 * D$

$s = s + 0.0003879333 * \tau * \tau +$

$0.00000002583 * \tau * \tau * \tau$

' уберем целое число оборотов, используя встроенную функцию

' Fix() языка VB6.0

$c = s - \text{Fix}(s / 360) * 360$

' приведем к требуемому формату

$h = \text{Fix}(c / 15)$

$m = \text{Fix}((c / 15 - h) * 60)$

$\text{sec} = ((c / 15 - h) * 60 - m) * 60$

$S0 = h \& ":" \& m \& ":" \& \text{sec}$

End Function

Экранная форма, на которую выводятся результаты работы этой процедуры, а также некоторых других процедур, приведена на рис. 11.3.

Задача 2.11. Звездное время на Гринвиче в среднюю гринвичскую полночь 22 октября $S_0 = 2^h = 30^\circ$. Гринвичское время встречи КА равно $m_{\text{гр}} = 19^h 47^m 23^s - 2^h 30^m 17^s = 17^h 17^m 06^s = 62226 \text{ с}$. Звездное время на Гринвиче в этот момент

$$S_0 + \omega_3 m_{\text{гр}} = 30^\circ + 7,29212 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с} \cdot 62226 \text{ с} \cdot 57,29578 = 289,98^\circ = 19^h 19^m 56^s.$$

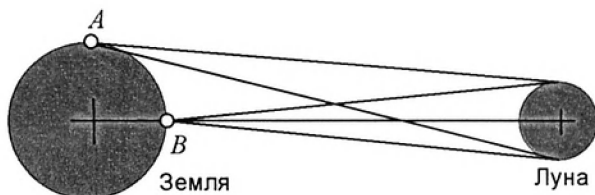


Рис. 11.4. Угол, под которым Луна видна с Земли

Пункт A будет иметь в этот момент звездное время (долготу в СК № 1), равное $19^{\text{h}} 19^{\text{m}} 56^{\text{s}} + 6^{\text{h}} 00^{\text{m}} 40^{\text{s}} = 01^{\text{h}} 20^{\text{m}} 36^{\text{s}}$.

Задача 2.12. Угловые размеры Луны определяются ее линейными размерами и расстоянием до наблюдателя (рис. 11.4). От наблюдателя A , видящего Луну на горизонте, расстояние до Луны примерно равно 384000 км. Наблюдатель B , видящий Луну в зените, находится от нее на расстоянии $384000 - R_e = 377622$ км, где $R_e = 6378,14$ км — экваториальный радиус Земли. Следовательно, угловые размеры Луны для наблюдателя B больше, чем для наблюдателя A (приблизительно на 2 %). Рефракция, приводящая к заметному сжатию вертикального диаметра Луны, находящейся близко к горизонту, дополнительно усиливает эффект, рассмотренный в задаче.

Задача 2.13. Так как дело происходит зимой во время полярной ночи и Альдебаран — незаходящая звезда северного полушария, то она видна в течение суток и постоянно держать курс на нее можно. В этом аспекте в задаче все правильно. Тем не менее спасательная экспедиция, стартовав в то же время и в направлении той же звезды, что и первая, по пути первой экспедиции не пойдет! Для пояснения этого факта предположим, что звезда и точка старта лежат на одном меридиане. Тогда через 24 часа за счет различия звездных и солнечных суток меридиан звезды окажется западнее меридиана точки старта примерно на 1° . Через 3 суток этот угол будет равен уже 3° . Следовательно, стартовав в том же направлении, что и первая экспедиция (на Альдебаран), спасательная экспедиция пойдет по другому пути. Поскольку Земля поворачивается на 1° примерно за 4 мин, то спасателям правильно было бы стартовать не ровно в полдень, а примерно в $11^{\text{h}} 48^{\text{m}} 00^{\text{s}}$, т.е. на 4 мин/сут $\cdot$ 3сут = 12 минут раньше.

Задача 3.1. Минимальный угол места, при котором работает антенна, $\delta_{\min} = 5^\circ$. Однако не этот угол в данном случае является критическим. Максимальная дальность, на которой работает антенна, $D_{\max} = 2000$ км и достигается она на угле места $\delta_D \approx 10^\circ$ (см. рис. 3.5). Соответствующий геоцентрический угол (см. рис. 3.4) $\varphi_D \approx 17,5^\circ$. Угловая скорость спутника равна $360^\circ/98$ мин, где 98 мин — примерный период обращения спутника. Значит, спутник, проходящий через зенит ППИ, будет находиться в зоне радиовидимости примерно $2 \cdot 17,5 \cdot 98/360 \approx 10$ мин. Если спутник проходит не через зенит ППИ,

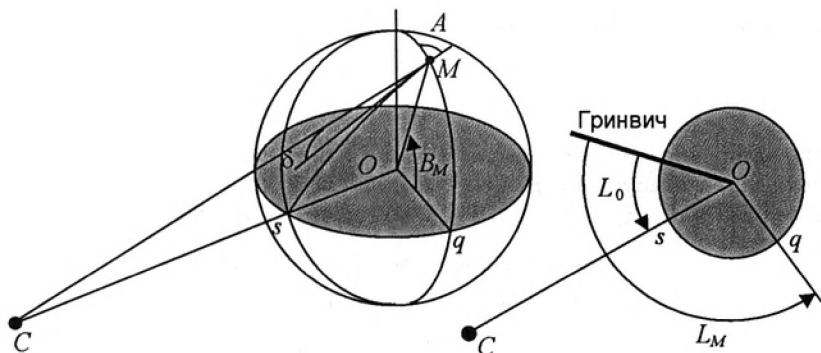


Рис. 11.5. К определению углов выставки антенны на геостационарный спутник

то время его нахождения в зоне видимости будет меньше.

Задача 3.2. Найдем угол МОС между направлениями на пункт приема (Москва) и на спутник (рис. 11.5). Для этого можно воспользоваться формулой (6.6) для угла ψ между направлениями на КА и на Солнце:

$$\cos \psi = \sin \delta_C \sin \varphi + \cos \delta_C \cos \varphi \cos \xi.$$

Поскольку КА геостационарный, его орбита лежит в плоскости экватора, и широта КА в любой точке траектории $\varphi = 0$. В качестве направления на Солнце в этой формуле рассмотрим направление на пункт приема (направление в т. М); $\angle \text{МОС} = \psi$; $\angle \xi = \angle sOq = L_M - L_0$. В результате получим для угла ψ соотношение

$$\cos \psi = \cos B_M \cos(L_M - L_0),$$

или

$$\psi = \arccos(\cos B_M \cos(L_M - L_0)).$$

Из теоремы синусов имеем

$$\frac{\sin \psi}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin(L_M - L_0)}{\sin A}.$$

Следовательно, азимут линии прицеливания можно найти из зависимости

$$A = \arcsin(\sin(L_M - L_0) / \sin \psi).$$

Чтобы определить угол места спутника δ в точке наблюдения, предварительно найдем дальность от пункта наблюдения до ИСЗ:

$$d = \sqrt{R_e^2 + (R_e + h)^2 - 2(R_e + h)R_e \cos \psi},$$

где $h = 35800$ км для геостационарной орбиты. В треугольнике АОС воспользуемся теоремой синусов:

$$d / \sin \psi = (R_e + h) / \sin(90^\circ + \delta).$$

Отсюда получаем угол места ИСЗ

$$\delta = \arccos \left(\frac{R_e + h}{d} \sin \psi \right).$$

Пользуясь полученными выражениями, найдем азимут и угол места антенны для следующих данных: $L_M = 37,5^\circ$, $L_0 = 36^\circ$, $B_M = 56^\circ$, $R_e = 6378$ км, $R_e + h = 6378 + 35800 = 42178$ км. Получаем:

$$\psi = \arccos(\cos 56^\circ \cos(37,5^\circ - 36^\circ)) \approx 56^\circ;$$

$$A = \arcsin(\sin(37,5^\circ - 36^\circ) / \sin \psi) \approx 180^\circ;$$

$$d = \sqrt{6378^2 + 42178^2 - 2 \cdot 42178 \cdot 6378 \cdot \cos 56^\circ} = 38972 \text{ км};$$

$$\delta = \arccos \left(\frac{42178}{38972} \sin 56^\circ \right) = 26^\circ.$$

Итак, антенну в Москве надо устанавливать в направлении на Юг под углом 26° к горизонту.

Задача 3.3. Размером поля зрения аппаратуры КА, по условию задачи, можно пренебречь. В этом случае угловой радиус поля обзора КА равен углу прокачки бортовой аппаратуры $\varepsilon = \pm 40^\circ$. Воспользуемся формулой (3.7), получим

$$\varphi_\varepsilon = \arcsin \left[\left(1 + \frac{500}{6378,14} \right) \sin 40^\circ \right] \cdot 57,29578 - 40^\circ = 3,9^\circ.$$

Линейный размер L на поверхности Земли связан с центральным углом φ° соотношением $L = 111\varphi^\circ$ км, поэтому полоса обзора Земли со спутника $L_{об} \approx \pm 111 \cdot 3,9^\circ = \pm 433$ км. Для проверки результата можно воспользоваться рис. 3.6.

Задача 3.4. Положим, что ИСЗ проходит точно в зените ППИ. Радиовидимость ИСЗ наступает при угле места $\delta = 0^\circ$. Поле зрения бортовой аппаратуры образует конус, образующие которого есть касательные к поверхности Земли. Тогда из рис. 11.6 можно определить все, что требуется в задаче: максимальная зона радиовидимости ППИ при $\delta = 0^\circ$:

$$\varphi_\delta = \arccos(R_e / (R_e + h));$$

максимальная дальность видимости от ППИ до КА

$$D_{\max} = \sqrt{(R_e + h)^2 - R_e^2};$$

максимальная геоцентрическая зона обзора Земли со спутника

$$\varphi_\varepsilon = \arccos(R_e / (R_e + h)) = \varphi_\delta;$$

полное поле зрения бортовой аппаратуры 2ε , предназначенной для одновременного наблюдения всего земного горизонта

$$2\varepsilon = 2 \arcsin(R_e / (R_e + h)).$$

Задача 5.1. Если заданы величины N — период кратности ССО, n — число витков в периоде кратности, i — наклонение орбиты, то большая полуось кратной орбиты, удовлетворяющей этим данным, может быть найдена по формуле (5.11):

$$a_{\text{оск}} = a + \delta a = a + 0,5 \frac{R_e^2 J_2}{a} (1 + 5 \cos^2 i),$$

где $a = 42241,12(N/n)^{2/3}$. Для ССО между большой полуосью и наклонением существует зависимость (5.13):

$$a = 12352,54(-\cos i)^{2/7}.$$

Подставим это выражение в формулу для δa , получим

$$\delta a = \frac{0,5 R_e^2 J_2 (1 + 5 \cos^2 i)}{12352,54(-\cos i)^{2/7}}.$$

График этой зависимости приведен на рис. 11.7,а. На рис. 11.7,б дана та же зависимость, но как функция высоты орбиты. Величина δa лежит в интервале 3,4...10,7 км.

Задача 5.2. Имеем выражение (5.12) для $\cos i$ как функции a — большой полуоси солнечно-синхронной орбиты (не кратной!):

$$\cos i = -\frac{\omega_C}{1,5 J_2 R_e^2 \sqrt{\mu}} a^{7/2},$$

или эквивалентное ему выражение

$$a = 12352,54(-\cos i)^{2/7}.$$

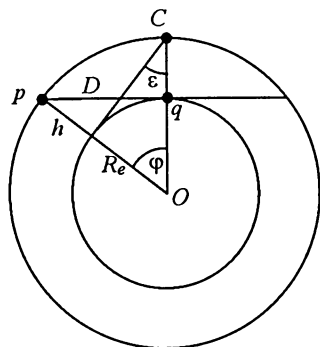
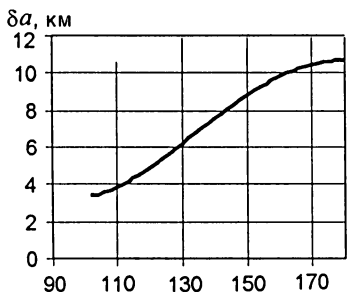
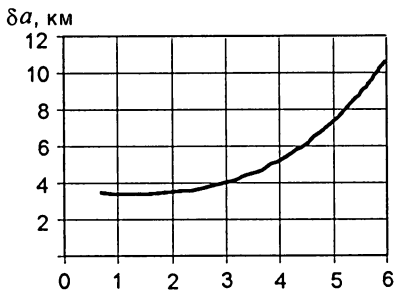


Рис. 11.6. К определению предельных характеристик зон радиовидимости с Земли и с ИСЗ



Наклонение СС орбиты, град

а)



Высота СС орбиты, $\times 1000$ км

б)

Рис. 11.7. Поправка δa к большой полуоси ССО

Зависимость высоты ССО $h = a - R_e$ от наклоения i приведена на рис. 5.1,а,б. Анализ этой зависимости позволяет сделать следующие выводы:

1. Знак минус в выражении для $\cos i$ показывает, что наклонение ССО больше 90° .

2. В предельном случае, когда высота орбиты $h = 0$ и, значит, $a = R_e = 6378,14$ км, ССО будет иметь наклонение $i = 95,68^\circ$. С другой стороны, больше 180° наклонение быть не может. Таким образом, наклонение для ССО лежит в диапазоне (см. рис. 5.1,а):

$$95,68^\circ < i \leq 180^\circ.$$

3. Большая полуось орбиты a ограничена сверху (без учета поправки δa) величиной 12352,54 км (при $\cos i = -1$). Таким образом, на высоту круговой ССО наложено ограничение:

$$h \leq 12352,54 - 6378,14 \approx 5975 \text{ км.}$$

4. Период орбиты высотой $h = 5975$ км равен $T_{\text{др}} = 13645$ с. Отношение $T_{\text{сс}}/T_{\text{др}} = 86400/13645 = 6,33$. Отсюда имеем ограничение на число витков в полетных сутках солнечно-синхронной орбиты: $n_{\text{пс}} \geq 6$.

Теперь рассмотрим кратные ССО. Для кратной ССО имеем соотношение (5.14):

$$\cos i = -73,942(N/n)^{7/3}$$

или эквивалентное ему соотношение:

$$N/n = 0,1581(-\cos i)^{3/7}.$$

Зависимость отношения N/n от наклоения i для кратных ССО, приведена на рис. 11.8. Учитывая ограничение 2 на наклонение орбиты, получаем, что отношение N/n для кратных солнечно-синхронных орбит, подчинено неравенству

$$0,0587 \leq \frac{N}{n} \leq 0,1581,$$

которое после подстановки $n = n_{\text{пс}}N + m$ принимает вид:

$$\frac{1}{0,1581} - n_{\text{пс}} \leq \frac{m}{N} \leq \frac{1}{0,0587} - n_{\text{пс}}.$$

Если учесть ограничение 4, то последнее неравенство выполняется тривиально для всех $n_{\text{пс}} > 6$, поэтому его нужно учитывать только для класса орбит с $n_{\text{пс}} = 6$. Таким образом, ограничение 5 может быть записано в виде:

$$5. \quad \frac{m}{N} \geq 0,335 \text{ для } n_{\text{пс}} = 6.$$

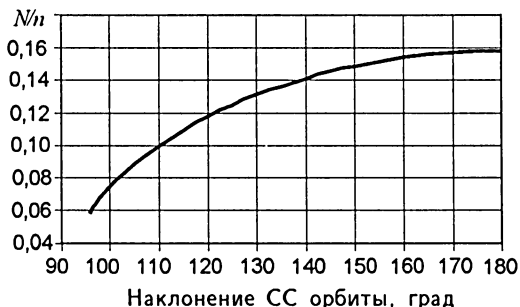


Рис. 11.8. Отношение N/n кратной ССО как функция ее наклона

В разд. 5.2 показано, что на кратных ССО обеспечивается сплошное покрытие поверхности Земли, если выполнены условия теоремы о полном покрытии, которые могут быть записаны в виде (5.22):

$$n_{\text{пс}}N + m \geq \frac{2\pi R_e}{b_3}.$$

Разделив обе части неравенства на m , получаем ограничение 6:

$$6. \quad \frac{m}{N} \leq n_{\text{пс}} / \left(\frac{2\pi R_e}{mb_3} - 1 \right) \quad \text{или} \quad \frac{m}{N} \geq \frac{2\pi R_e}{Nb_3} - n_{\text{пс}}.$$

Задача 5.3. Рассматривая круговые кратные орбиты, мы видели, что их высота и наклонение в первом приближении определяются только отношением кратности орбиты N к общему числу витков в периоде кратности $n = Nn_{\text{пс}} + m$. Видимо, параметр, по значениям которого можно разбить все возможные орбиты на какое-то количество классов, надо искать среди N , $n_{\text{пс}}$ и m . Попробуем классифицировать орбиты по величине $n_{\text{пс}} = [86400/T_{\text{др}}]$ — числу полных витков в полетных сутках. Эта величина является хорошим претендентом на звание «классификационного признака», так как она определяется периодом орбиты, который однозначно зависит от высоты. О высоте орбиты КА всегда есть какие-то соображения, следовательно, этой величиной будет удобно оперировать. Кроме того, в задаче 5.2 мы убедились, что высота ССО ограничена снизу и сверху, значит, будет ограничено и количество классов, что также удобно. Итак, будем разбивать ССО на классы в соответствии со значением, которое принимает $n_{\text{пс}}$, т.е. рассмотрим орбиты класса $n_{\text{пс}} = 16$, класса $n_{\text{пс}} = 15$, класса $n_{\text{пс}} = 14$ и т.д. до орбит класса $n_{\text{пс}} = 6$ (в задаче 5.2 было показано, что ССО с $n_{\text{пс}} < 6$ не существует). Будем далее для указания класса вместе с записью вида $n_{\text{пс}} = 15$ использовать более короткую: «15». Следовательно, мы имеем 11 классов орбит. Чтобы найти место каждого класса на шкале высот, будем изменять высоту орбит от 0 до 5975 км и для каждой из высот находить $T_{\text{др}}$ и $n_{\text{пс}}$. В результате будет найден диапазон высот, в котором $n_{\text{пс}} = 16$, затем диапазон высот, в котором $n_{\text{пс}} = 15$ и т.д. Еще легче

Таблица 11.1

Границы высотных диапазонов, км, и наклонение, град, ССО

	«15»	«14»	«13»	«12»	«11»	«10»	«9»	«8»	«7»	«6»
h_{max}	570	897	1265	1684	2166	2726	3389	4187	5173	5975
h_{min}	278	570	897	1265	1684	2166	2726	3389	4187	5173
i_{min}	96,6	97,7	99	100,7	103	106	110,1	116,1	125,4	142,3

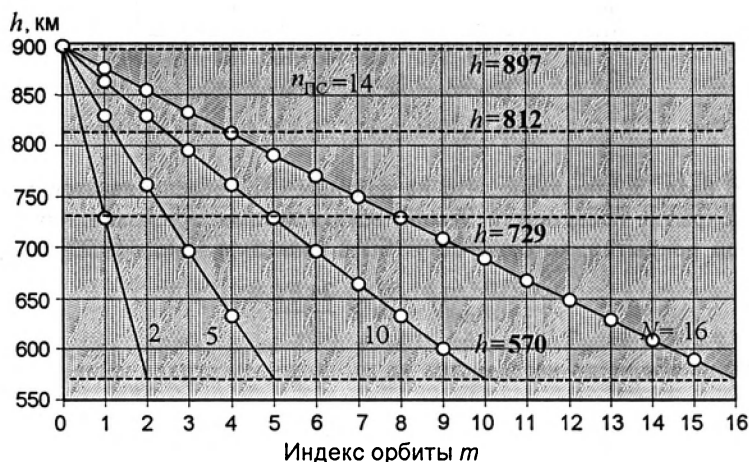


Рис. 11.9. Высота кратных орбит одного класса как функция m

такое разбиение сделать, воспользовавшись формулой (5.10) для орбит *односуточной кратности*, для которых $N = 1$, $m = 0$. В этом случае число витков в периоде кратности $N = 1$ будет $n = 1 \cdot n_{пс} + 0 = n_{пс} = 16$, 15, 14, ..., 6. В результате формула для расчета верхней границы высот орбит в классе принимает вид:

$$h_{max} = 42241,12 \left(\frac{1}{n_{пс}} \right)^{2/3} - 6378,14 \text{ км.}$$

Значения высот затем уточняются по формуле (5.11). Результаты расчетов приведены в табл. 11.1 (здесь же указано минимальное наклонение орбит в классе). Орбиты класса «16» имеют высоты $h \leq 278$ км с малым временем существования КА, и поэтому для решения задач ДЗЗ не используются. Этот класс орбит из рассмотрения исключен. Класс орбит с $n_{пс} = 6$ — не полный! Его верхняя граница имеет высоту более 6400 км, а ССО имеют максимальную высоту только 5975 км. Что касается остальных девяти классов («7», ..., «15»), то они имеют совершенно одинаковое устройство. Рассмотрим его на примере класса «14» (рис. 11.9).

Открывает класс орбита односуточной кратности с $n_{пс} = 14$. Она имеет среди всех орбит класса наибольшую высоту 897 км, равную предельной высоте данного класса, и, естественно, наибольший период. Эта

орбита единственная. Орбит кратности N в классе ровно N ; они определяются индексом орбиты $m = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. Например, орбит двухсуточной кратности — две: с $m = 0$ ($n = 2 \cdot 14 + 0 = 28$) и с $m = 1$ ($n = 2 \cdot 14 + 1 = 29$); орбит трехсуточной кратности — три: с $m = 0$ ($n = 3 \cdot 14 + 0 = 42$), с $m = 1$ ($n = 3 \cdot 14 + 1 = 43$) и с $m = 2$ ($n = 3 \cdot 14 + 2 = 44$) и т.д. Причем в одном классе орбиты разной кратности N с индексом $m = 0$ совпадают! Это происходит потому, что орбита с $N = 3$ и $n = 42$, орбита с $N = 2$ и $n = 28$ на самом деле являются орбитой с $N = 1$ и $n = 14$, а такая орбита в классе единственная. Сказанное иллюстрируется на рис. 11.9, на котором видно, что графики $h = f(m, N)$ для различных N исходят из одной точки: ($m = 0$; $h = 897$ км). На этом рисунке наглядно демонстрируются и другие интересные особенности кратных орбит. Например, если ограничиться рассмотрением орбит до некоторой кратности N (на рис. 11.9 $N \leq 16$), то таких орбит будет конечное число; все они лежат в одном диапазоне высот данного класса; высоты орбит в данном классе определяются только отношением m/N и поэтому орбиты, у которых отношение m/N совпадает, имеют одну и ту же высоту. Например, орбиты с $N = 2$, $m = 1$; с $N = 4$, $m = 2$; с $N = 10$, $m = 5$; с $N = 16$, $m = 8$ имеют высоту $h = 729$ км. Количество орбит заданной кратности с ростом кратности возрастает, орбиты при этом не группируются около какой-то высоты, а равномерно распределяются по всему диапазону высот класса. Отсюда следует, что с ростом кратности орбиты этой кратности приближаются друг к другу по высоте. А это в свою очередь означает, что, если задать высоту орбиты с некоторым допуском, то обязательно найдется кратность, которой эта орбита удовлетворяет, хотя она (кратность) может оказаться достаточно высокой.

Так как в одном классе имеется N орбит кратности N , то количество орбит кратности до N включительно в одном классе $K_N = 1 + 2 + 3 + \dots + N = (N + 1)N/2$. Учтем теперь, что все орбиты разных N с $m = 0$, в действительности являются одной единственной орбитой односуточной кратности данного класса. Следовательно, K_N надо уменьшить на $(N - 1)$. В результате получаем формулу для оценки количества орбит с периодом кратности до N включительно (в одном классе):

$$K_N = \frac{N}{2}(N - 1) + 1.$$

Отметим, что эта формула учитывает орбиты с равным отношением m/N ($1/2, 5/10, 8/16, \dots$) как разные, хотя высота таких орбит одинакова. Эта оценка действительна для классов «15», «14», ..., «7». Класс «6», как уже упоминалось, неполный, в нем орбит меньше. Оцените это количество самостоятельно.

Сделаем еще одно замечание. Пусть в процессе проектирования орбиты получено, что она должна удовлетворять определенному отношению m/N . Может случиться, что m и N достаточно велики. В практике оперировать большими кратностями не очень удобно. В то же время

условия задачи могут допускать изменение этого отношения в некоторых пределах. Поэтому представляется возможным дробь m/N заменить другой дробью, у которой числитель и знаменатель будут меньшими, но сама дробь по своей величине будет близка к исходной. Для решения этой задачи можно использовать разложение отношения m/N в цепную дробь. Для получения цепной дроби производят последовательное деление числителя и знаменателя на числитель. Например, дробь $35/79$ может быть записана в виде:

$$\frac{35}{79} = \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{8}}}}$$

Отбрасывая остатки после деления на первом, втором и т.д. этапах, получают последовательность приближений m_i/N_i к исходному отношению $35/79$:

$$\frac{m_i}{N_i} = \frac{1}{2}; \frac{3}{7}; \frac{4}{9}; \frac{35}{79}.$$

Исходя из допущения на отношение m/N , можно выбрать соответствующее приближение m_i/N_i .

Задача 5.4. Ответ на вопрос, поставленный в задаче, дает теорема о полном покрытии, устанавливающая соотношение между параметрами ССО и шириной полосы обзора аппаратуры КА при осуществлении полного покрытия:

$$b_3 \geq \frac{L_{\text{сyt}}}{m}.$$

Это соотношение может быть записано также в виде (5.23):

$$N \geq N^* = \frac{m}{n_{\text{пс}}} \left(\frac{2\pi R_e}{mb_3} - 1 \right),$$

из которого следует, что для заданной ширины полосы обзора b_3 существует множество кратных ССО, на которых реализуется полное покрытие. Эти орбиты определяются классом $n_{\text{пс}}$, индексом m , а также периодом кратности N , удовлетворяющим условию (5.23) и условию $N \geq m + 1$, вытекающему из определения m . Высота орбиты h должна удовлетворять соотношению (5.24):

$$h \geq h^* = \frac{42241,12}{n_{\text{пс}}^{2/3}} \left(1 - \frac{mb_3}{2\pi R_e} \right)^{2/3} - 6378,14 \text{ км.}$$

Рассмотрим, например, значения $n_{\text{пс}} = 14$, $m = 1, 2, 3$. Значения $h \geq h^*$ выберем из табл. 5.2 для рассматриваемых m и N . Результаты

Т а б л и ц а 11.2

b_3 , км	m	N^*	N	h^* , км	h , км
1400	1	1,973	2	723,4	729
	2	1,901	3	551,0	675
	3	1,830	4	376,4	649
400	1	7,085	8	845,3	854
	2	7,013	8	796,7	812
	3	6,942	7	747,9	752

расчетов приведены в табл. 11.2.

Задача 5.5. Пусть ширина полосы обзора равна b_3 . Покажем, что можно найти кратную ССО, на которой обеспечивается полное покрытие.

Из теоремы о полном покрытии следует, что для осуществления полного покрытия необходимо и достаточно, чтобы параметры орбиты были подчинены неравенству $\bar{b}_3 \geq 1$ или, в другой записи, $n \geq 2\pi R_e/b_3$. Учитывая, что для орбиты кратности $K = [N, m]$ величина $n = n_{\text{пс}}N + m$, из этого неравенства получаем

$$N \geq \frac{m}{n_{\text{пс}}} \left(\frac{2\pi R_e}{mb_3} - 1 \right).$$

Отсюда следует, что для любой ширины полосы обзора b_3 можно подобрать кратность $K = [N; m]$, удовлетворяющую этому неравенству и, следовательно, обеспечивающую полное покрытие. Напоминаем, что $0 \leq m \leq N - 1$.

Верно и обратное утверждение: для ССО заданной кратности $K = [N; m]$ можно найти ширину полосы обзора b_3 , при которой обеспечивается полное покрытие:

$$b_3 \geq \frac{2\pi R_e}{n} = \frac{2\pi R_e}{n_{\text{пс}}N + m}.$$

В свою очередь найденное b_3 вместе с N и m определяют высоту орбиты и требуемые параметры аппаратуры КА (см. задачу 5.6).

Учитывая, что истинная ширина полосы обзора b связана с шириной полосы обзора, измеряемой по экватору, соотношением $b = b_3 \sin i$, последнее соотношение можно переписать в виде

$$b \geq \frac{2\pi R_e}{n_{\text{пс}}N + m} \sin i.$$

Итак, для ССО любого периода кратности $N \geq 2$ можно найти полосу обзора, обеспечивающую полное покрытие, и наоборот, для любой полосы обзора b_3 можно найти кратную ССО полного покрытия.

Задача 5.6. Из теоремы о полном покрытии следует, что полное покрытие экватора полосами обзора аппаратуры КА на ССО обеспечивается, если $\bar{b}_3 \geq 1$, или, что то же самое, $b_3 \geq 2\pi R_e/n$. Покажем, что

существует минимальная высота h^* , такая, что при $h \geq h^*$ обеспечивается сплошное покрытие. Потребуем выполнения равенства

$$b_3 = \frac{2\pi R_e}{n}. \quad (*)$$

Так как, по определению, $n = n_{\text{пс}}N + m$, то равенство $b_3 = 2\pi R_e/n$ может быть записано в виде:

$$n_{\text{пс}}N + m = \frac{2\pi R_e}{b_3}.$$

После элементарных преобразований получаем

$$N = \frac{1}{n_{\text{пс}}} \left(\frac{2\pi R_e}{b_3} - m \right).$$

Отсюда следует

$$\frac{N}{n} = \frac{1}{n_{\text{пс}}} \left(\frac{2\pi R_e}{nb_3} - \frac{m}{n} \right).$$

Из условия (*) следует, что $\frac{2\pi R_e}{nb_3} = 1$ и $n = \frac{2\pi R_e}{b_3}$. Подставляя эти выражения в последнее равенство, получаем

$$\frac{N}{n} = \frac{1}{n_{\text{пс}}} \left(1 - \frac{mb_3}{2\pi R_e} \right).$$

Это равенство элементарными преобразованиями приводится к виду

$$42241,12 \left(\frac{N}{n} \right)^{2/3} = \frac{42241,12}{n_{\text{пс}}^{2/3}} \left(1 - \frac{mb_3}{2\pi R_e} \right)^{2/3}.$$

Левая часть последнего неравенства представляет собой выражение для a — большой полуоси кратной орбиты (см. (5.10)). Следовательно, имеем

$$a = \frac{42241,12}{n_{\text{пс}}^{2/3}} \left(1 - \frac{mb_3}{2\pi R_e} \right)^{2/3}.$$

В результате получаем соотношение, которому должна удовлетворять высота h кратной ССО сплошного покрытия:

$$h \geq h^*(n_{\text{пс}}, m, b_3) = \frac{42241,12}{n_{\text{пс}}^{2/3}} \left(1 - \frac{mb_3}{2\pi R_e} \right)^{2/3} - 6378,14 \text{ км.}$$

Чтобы воспользоваться этой формулой, надо для заданного b_3 предварительно назначить $n_{\text{пс}}$ и m . После нахождения h^* , выбираем высоту $h \geq h^*$, а затем для выбранных h , $n_{\text{пс}}$ и m — период кратности N , например, по табл. 5.2. Так как таблицы и графики имеют ограниченную точность, то для контроля результатов необходимо проверить

выполнение неравенства (5.22) $n_{\text{пс}}N + m \geq 2\pi R_e/b_\Delta$, обеспечивающего полноту покрытия. Затем, по формуле (5.14) находим наклонение орбиты i . Теперь может быть определена истинная (а не экваториальная) ширина полосы захвата $b = b_\Delta \sin i$, а также соответствующий ей геоцентрический полуугол поля обзора φ_ϵ :

$$\varphi_\epsilon = \frac{b_\Delta \sin i}{2R_e}.$$

Теперь по формуле (3.8) находим соответствующий геоцентрическому углу φ_ϵ угловой радиус поля обзора бортовой аппаратуры

$$\epsilon = \arctg \left(\frac{\sin \varphi_\epsilon}{(1 + h/R_e) - \cos \varphi_\epsilon} \right).$$

Из полученных соотношений можно выразить величину ϵ непосредственно как функцию высоты h^* . Для этого в выражении для $h^*(n_{\text{пс}}, m, b_\Delta)$ выразим b_Δ через φ_ϵ и разрешим его относительно φ_ϵ , получим:

$$\varphi_\epsilon = \frac{\pi \sin i}{m} \left[1 - 0,05867 n_{\text{пс}} \left(1 + \frac{h^*}{R_e} \right)^{3/2} \right].$$

Найденное соотношение подставим в выражение для ϵ , получим (ϵ измеряется в градусах):

$$\epsilon = \frac{180}{\pi} \arctg \frac{\sin \left(\frac{\pi \sin i}{m} \left(1 - 0,05867 n_{\text{пс}} \left(1 + \frac{h^*}{R_e} \right)^{3/2} \right) \right)}{1 + \frac{h^*}{R_e} - \cos \left(\frac{\pi \sin i}{m} \left(1 - 0,05867 n_{\text{пс}} \left(1 + \frac{h^*}{R_e} \right)^{3/2} \right) \right)}.$$

Если $h/R_e \ll 1$, то последняя формула может быть упрощена:

$$h^* = R_e \frac{6,623 - n_{\text{пс}}^{2/3}}{1,406 \frac{m \operatorname{tg} \epsilon}{\sin i} + n_{\text{пс}}^{2/3}}.$$

Данные расчетов по формулам для h^* и ϵ приведены на рис. 5.7 и 5.8.

Задача 5.7. Прежде всего найдем b_Δ — «экваториальную» ширину полосы обзора аппаратуры КА. Для высот порядка 1000 км наклонение ССО имеет величину около 98° , поэтому в первом приближении находим $b_\Delta = b/\sin i = 1190/\sin 98^\circ = 1200$ км. В задаче 5.5 показано, что для любой полосы обзора b_Δ можно найти кратную ССО сплошного обзора. При этом сначала надо договориться, в каком классе мы будем искать подходящую орбиту. В условиях задачи требуется, чтобы высота орбиты равнялась $h = 600 \dots 800$ км. Так как орбиты класса «15» имеют высоту меньше 570 км, будем рассматривать класс $n_{\text{пс}} = 14$, лежащий в диапазоне высот от 570 до 897 км. Примем $m = 1$.

Т а б л и ц а 11.3

N	m	h , км	i , град	$T_{др}$, с	b_3 , км
4	1	812	98,6	6063	703
	3	649	98,0	5858	679

Итак, найдем минимальную высоту h^* орбиты, для которой обеспечивается полное покрытие при $n_{пс} = 14$, $m = 1$, $b_3 = 1200$ км.

Из рис. 5.7 находим, что непрерывный обзор будет обеспечиваться с орбит, высоты которых не менее $h^* = 750$ км, а из рис. 5.6, что период кратности орбиты $N = 3$. Из табл. 5.2 находим, что для кратности $[3; 1]$ высота орбиты $h = 784 > h^* = 750$ км. Из рис. 3.6 получаем угловой радиус поля обзора $\varepsilon \approx 37^\circ$.

Понятно, что существуют и другие орбиты, обеспечивающие непрерывное покрытие. Например, для $m = 2$ имеем $h^* \approx 600$ км, следовательно, орбита высотой $h = 675,1$ км (см. табл. 5.2) также удовлетворяет условию задачи. В последнем случае $\varepsilon \approx 42^\circ$ (см. рис. 3.6). По формуле (5.14) или рис. 5.1 можно уточнить наклонение орбиты и повторить решение.

Задача 5.8. В задаче 5.5 показано, что для любого периода кратности $N \geq 2$ и в любом классе ССО $n_{пс} \geq 7$, существует ширина полосы захвата b_3 , обеспечивающая сплошное покрытие экваториальной области. Для заданных в условии задачи периода кратности $N = 4$ и класса орбиты $n_{пс} = 14$ получаем

$$b_3 = \frac{2\pi R_e}{n_{пс}N + m} = \frac{2\pi 6378,14}{14 \cdot 4 + m} \text{ км.}$$

Для $m = 1$ получаем $b_3 = 703$ км. Значение $m = 2$ не рассматриваем, так как кратность $K = [N; m] = [4; 2]$ фактически есть кратность $K = [2; 1]$, а по условию, период кратности N должен быть равен четырем суткам. Для $m = 3$ получаем $b_3 = 679$ км. Из табл. 5.1 находим высоты орбит для кратности $K = [4; 1]$ и $K = [4; 3]$. Это, соответственно, $h = 812$ и 649 км. В этой же таблице найдем наклонения и период этих круговых ССО. Полученные данные соберем в табл. 11.3.

Заметим теперь, что приведенные данные однозначно определяют размер поля обзора бортовой аппаратуры КА, поэтому задавать его величину вместе с N в качестве исходных данных в этой задаче некорректно. Действительно, геоцентрический угловой радиус поля обзора

$$\varphi_\varepsilon = \frac{b_3 \sin i}{2R_e},$$

что для $b_3 = 703$ и 679 км дает соответственно $\varphi_\varepsilon = 3,12^\circ$ и $\varphi_\varepsilon = 3,02^\circ$. Теперь по формуле (3.8) находим соответствующий геоцентрическому углу φ_ε угловой радиус поля обзора бортовой аппаратуры

$$\varepsilon = \arctg \left(\frac{\sin \varphi_\varepsilon}{(1 + h/R_e) - \cos \varphi_\varepsilon} \right),$$

что для $b_z = 703$ и 679 км дает соответственно $\varepsilon = 23^\circ$ и $\varepsilon = 27^\circ$, а не 20° , как указано в задаче!

Задача 5.9. В гл. 4 изложены требования, обычно предъявляемые к КС ДЗЗ, в том числе к системам фоторазведки. Если полагать, что КС должна удовлетворять этим требованиям, то орбиту КА целесообразно выбрать круговой солнечно-синхронной и кратной. В условиях задачи требуется, чтобы КС имела наименьший возможный период обзора, т.е. наименьшую кратность орбиты. Наименьшая возможная кратность орбит есть одни сутки. Из табл. 5.1 находим, что 15-витковая орбита ($n_{\text{пс}} = 15$) односуточной кратности имеет высоту 570 км, наклонение $i = 97,7^\circ$, драконический период обращения $T_{\text{др}} = 5760$ с, межвитковое расстояние на экваторе $L_{\text{мв}} = 2672$ км. Для полного обзора поверхности Земли за одни сутки аппаратура КА должна иметь полосу обзора, шириной не менее межвиткового расстояния. Для орбиты высотой $h \approx 600$ км это обеспечивается при полном поле обзора аппаратуры КА равном $2\varepsilon > 120^\circ$ (см. выражения (3.7') или (3.8')), что не удовлетворяет условию задачи по размеру поля обзора. Орбита с $n_{\text{пс}} = 14$ имеет высоту 897 км, не удовлетворяет условиям задачи по высоте и поэтому не рассматривается. Таким образом, односуточная кратность при указанных исходных данных не может быть достигнута.

Орбита двухсуточной кратности класса $n_{\text{пс}} = 15$, индекса $m = 1$ имеет высоту $h = 420$ км. Суточное смещение долготы восходящего узла у нее равно половине межвиткового расстояния: $L_{\text{сут}} = 1293$ км. Чтобы полоса обзора полностью накрыла половину межвиткового расстояния, поле обзора аппаратуры должно иметь размер не менее $2\varepsilon = 2 \cdot 57^\circ = 114^\circ$ (см. рис. 3.6). Так как, по условию, поле обзора аппаратуры больше этой величины, то орбиты двухсуточной кратности могут быть использованы для построения системы. Следовательно, наименьшее время полного обзора поверхности Земли одним космическим аппаратом равно двум суткам (заметим, что этот результат следует сразу из рис. 5.8).

Оценим теперь оперативные возможности системы, состоящей из двух КА. Положим, что время старта второго КА подобрано так, что восходящие узлы его орбиты делят пополам межвитковое расстояние трассы первого КА. В этом случае 2 КА за *одни сутки*, работая только на одной, освещенной половине витка (например, только на его восходящей части), могут осуществить сплошной обзор любого района Земли. Первый КА при этом осматривает одну половину межвитковых расстояний, второй другую. Баллистическое построение системы при этом может быть различным. Можно оба КА разместить в одной плоскости, но сдвинуть друг относительно друга по фазе на 180° . В этом случае местное время восходящего узла орбиты (см. гл. 4) у этих КА будет одинаковым. Так устроена французская космическая система Helios. Другой способ состоит в том, что КА располагаются в двух разных орбитальных плоскостях, симметрично разнесенных относительно направления на Солнце. Учитывая местное время восходящего узла, один КА можно

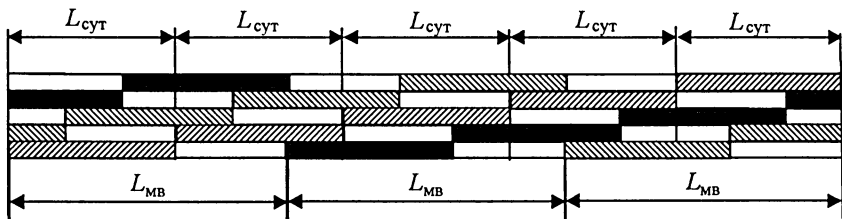


Рис. 11.10. Схема расположения полос обзора аппаратуры КА для двухсуточного полного покрытия ($K = [5; 3]$, $b_3 = L_{сут}$)

назвать «дополуденным», другой — «послеполуденным». Так устроена американская космическая система Key Hole — «Замочная скважина».

Задача 5.10. Полное количество витков за период кратности по условию $n = n_{\text{пс}}N + m = 14 \cdot 5 + m = 73$ витка. Значит индекс орбиты $m = 73 - 70 = 3$. Следовательно, орбита КА имеет кратность $K = [5; 3]$. Из теоремы о минимальном времени полного покрытия следует, что время полного покрытия поверхности Земли равняется двум суткам, если полоса обзора имеет ширину:

$$b_3 = \begin{cases} (N/m - 1)L_{сут}, & N > 2m; \\ L_{сут}, & N \leq 2m. \end{cases}$$

Так как в нашем случае $N = 5 < 2m = 6$, то ширина полосы обзора аппаратуры должна равняться

$$b_3 = L_{сут} = \frac{m}{n} 2\pi R_e = \frac{3}{73} 2\pi 6378,14 = 1647 \text{ км.}$$

Полное покрытие за 5 суток, в соответствии с теоремой о полном покрытии, будет обеспечено, если выполнено:

$$b_3 = \frac{L_{сут}}{m} = \frac{1647}{3} = 549 \text{ км.}$$

На рис. 11.10 приведена схема расположения полос обзора аппаратуры КА для двухсуточного полного покрытия.

Задача 5.11. Из формулы (5.31) следует, что полное покрытие за двое суток обеспечивается, если полоса обзора имеет ширину

$$b_3 = \begin{cases} (N/m - 1)L_{сут}, & N > 2m; \\ L_{сут}, & N \leq 2m, \end{cases} \quad (11.2)$$

где

$$L_{сут} = \frac{m}{n_{\text{пс}}N + m} 2\pi R_e = \frac{1}{1 + n_{\text{пс}}N/m} 2\pi R_e.$$

При произвольном фиксированном четном $N \geq 2$ и возрастании m от 1 до $N - 1$ (см. определение m) функция $b_3 = (N/m - 1)L_{сут}$ (верхняя формула (11.2)) убывает, а функция $b_3 = L_{сут}$ (нижняя формула (11.2))

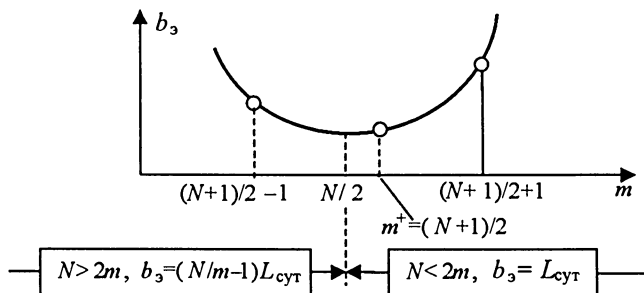


Рис. 11.11. К решению задачи 5.12

возрастает. В точке $m = N/2$ эти функции пересекаются. Следовательно, для заданного N функция $b_3 = f(N, m)$ будет иметь минимум при $m = N/2$. Значение функции b_3 в этой точке определяется значением N . По условию, N должно быть четным. В этом случае $m = N/2$ — целое, для него $N = 2m$ и (см. (11.2)) $b_3 = L_{\text{сут}} = 2\pi R_e / (1 + 2n_{\text{пс}})$ для любого четного N .

Следовательно, для всех ССО кратности $K = [N; N/2]$, где N четное, полоса обзора бортовой аппаратуры, обеспечивающая полное покрытие за 2 суток, имеет ширину:

$$b_3 = b_3^* = 2\pi R_e / (2n_{\text{пс}} + 1).$$

Этот результат вполне ожидаем, так как все орбиты с периодом кратности N четным и индексом $m = N/2$, в действительности — суть одна орбита кратности $K = [2; 1]$. Из выражения (11.2) следует, что для этой орбиты ширина полосы обзора минимальная, с временем обеспечения полного покрытия 2 суток. Действительно, если $m = N/2 - 1$ (т.е. $N > 2m$), то вычисление b_3 проводится по верхней формуле (11.2), и получающееся значение b_3 будет больше b_3^* . Если $m = N/2 + 1$ (т.е. $N < 2m$), то вычисление b_3 так же, как и b_3^* , проводится по нижней формуле (11.2), но получающееся значение b_3 снова больше b_3^* .

Итак, для $n_{\text{пс}} = 14$, N — четного, $m = N/2$ искомая орбита имеет кратность $K = [2; 1]$, высоту $h = 729$ км (см. табл. 5.2) и минимально возможную ширину полосы обзора $b_3^* = 1382$ км. Для $m \neq N/2$, как указывалось, $b_3 > b_3^*$ (см. табл. 5.5).

Задача 5.12. Прежде всего заметим, что $[N/2]^+ = N/2$, если N четное, и $[N/2]^+ = [N/2] + 1 = (N + 1)/2$, если N нечетное.

В задаче 5.11 показано, что при N четном наименьшая полоса обзора равна суточному сдвигу независимо от периода кратности орбиты, если выбрать $m = N/2 = [N/2] = [N/2]^+$. Следовательно, надо доказать это же утверждение и для N нечетного.

Пусть N — нечетное. В этом случае $m = N/2$ — не целое, что противоречит определению m . Наиболее близкие к $N/2$ целые значения m есть $m = (N \pm 1)/2$ (рис. 11.11).

Рассмотрим $m^+ = (N+1)/2$. В этом случае $N = 2m^+ - 1$ и поэтому $N < 2m^+$. Из (5.33) немедленно следует, что полоса обзора, обеспечивающая двухсуточное полное покрытие, для данного m имеет ширину $b_3^+ = L_{\text{сут}} = 2\pi R_e / (1 + n_{\text{пс}} N / m^+)$. Так как выбранное значение m^+ удовлетворяет условию задачи ($m^+ = (N+1)/2 = [N/2] + 1 = [N/2]^+$), то осталось показать, что для ближайших к рассмотренному m^+ значений $m = (N+1)/2 - 1$ и $m = (N+1)/2 + 1$ полосы обзора будут иметь ширину $b_3 > b_3^+$ и, значит, в точке $m^+ = [N/2]^+$ полоса обзора имеет минимальную ширину. Составив отношение b_3/b_3^+ в точках $m = (N+1)/2 - 1$ и $m = (N+1)/2 + 1$, убеждаемся, что оно больше 1. Следовательно, для N нечетного минимальная ширина полосы обзора, обеспечивающей полное покрытие за 2 суток, достигается при $m^+ = [N/2]^+$. Таким образом, показано, что среди всех кратных ССО, обеспечивающих полное покрытие за 2 суток, орбиты с индексом $m = [N/2]^+$ имеют наименьшую полосу обзора, равную суточному сдвигу, независимо от периода кратности орбиты.

Задача 5.13. С периодом кратности $N = 3$ существуют две орбиты: первая кратности $K = [3; 1]$, вторая — кратности $K = [3; 2]$.

1. $K = [3; 1]$. Из табл. 5.1 находим высоту орбиты $h = 784$ км, наклонение $i = 98,5^\circ$, период $T_{\text{др}} = 6028$ с, межвитковое расстояние $L_{\text{мв}} = 2796$ км. Расстояние между восходящими узлами на периоде кратности $c = 932$ км (табл. 5.3). Суточный сдвиг $L_{\text{сут}} = 932$ км (выражение (5.15)). При полосе обзора, равной c , полное покрытие осуществляется за время, равное периоду кратности, т.е. $T_N = 3$ сут. Для обеспечения полного покрытия за двое суток относительная полоса обзора должна равняться $\bar{b}_3 = 2$ (выражение (5.32)). При этом экваториальная полоса обзора $b_3 = 1864$ км (выражение (5.30)), истинная полоса обзора аппаратуры $b = b_3 \sin i = 1843,5$ км. Поле обзора бортовой аппаратуры, создающей такую полосу обзора с высоты 784 км, $\varepsilon = \pm 47,2^\circ$ (выражение (3.7')), рис. 3.6).

2. $K = [3; 2]$. $h = 675$ км, $i = 98,1^\circ$, $T_{\text{др}} = 5891$ с, $L_{\text{мв}} = 2732$ км, $c = 911$ км, $L_{\text{сут}} = 1822$ км, $T_N = 3$ сут., $\bar{b}_3 = 2$, $b_3 = 1822$ км, $b = 1804$ км, $\varepsilon = \pm 50,6^\circ$.

Задача 5.14. Из теоремы о минимальной ширине полосы обзора следует, что среди кратных ССО с двухсуточным полным покрытием, орбиты кратности $K = [N; [N/2]^+]$ (для N нечетного) имеют минимальную ширину полосы обзора

$$b_3^{\min} = \frac{2\pi R_e}{\frac{N}{N+1} 2n_{\text{пс}} + 1}.$$

Для $n_{\text{пс}} = 15$ и $N = 11$ имеем $b_3^{\min} = 1406$ км. Из этой же теоремы следует, что индекс орбиты $m = [N/2]^+ = [5.5]^+ = 6$. Из табл. 5.2 находим высоту ССО класса «15» кратности $[11; 6]$: $h = 406,9$ км. Из рис. 5.1,б находим наклонение: $i \approx 97^\circ$. Орбита определена.

Займемся частотой покрытия. Из формулы (5.19) находим значение параметра c :

$$c = \frac{L_{\text{сут}}}{m} = \frac{2\pi R_e}{n_{\text{пс}}N + m} = \frac{40075}{15 \cdot 11 + 6} = 234,4 \text{ км.}$$

По определению, $\bar{b}_3 = b_3/c$, следовательно, $\bar{b}_3 = 1406/234,4 = 6$. Из теоремы о частоте покрытия следует, что каждая точка экватора $p = 6$ раз за 11 суток будет накрыта полосами обзора аппаратуры.

Задача 5.15. ССО кратности [3; 2] имеет высоту $h = 675$ км (см. табл. 5.1). Из теоремы о минимальной продолжительности полного покрытия (равной двум суткам), следует, что достигается она при относительной ширине полосы обзора

$$\bar{b}_3 \geq \frac{N}{2} + \left| m - \frac{N}{2} \right| = \frac{3}{2} + \left| 2 - \frac{3}{2} \right| = 2.$$

По формулы (5.19) находим значение параметра c :

$$c = \frac{L_{\text{сут}}}{m} = \frac{2\pi R_e}{n_{\text{пс}}N + m} = \frac{40075}{14 \cdot 3 + 2} = 911 \text{ км.}$$

По определению, $\bar{b}_3 = b_3/c$, следовательно, для полного двухсуточного покрытия необходимо иметь полосу обзора аппаратуры КА, равную $b_3 = \bar{b}_3 c = 2 \cdot 911 = 1822$ км. Из теоремы о частоте покрытия следует, что при такой полосе обзора каждая точка экватора $p = \bar{b}_3 = 2$ раза за $N = 3$ суток будет накрыта полосами обзора аппаратуры КА. В условии задачи сказано, что полоса обзора имеет ширину $b_3 = 2100$ км, что больше 1822 км. Значит, частота покрытия будет больше 2. Из замечания к теореме о частоте покрытия следует, что $b_3/c = 2100/911 = 2,31$, откуда получаем, что 31 % длины экватора обеспечивается трехразовым, а 69 % двухразовым покрытием за $N = 3$ суток.

Задача 5.16. По условию задачи $N = 11$ и $T_{\text{пок}} = 4$ суток. В теореме о соответствии продолжительности и частоты полного покрытия эти величины связаны условием: $2 \leq T_{\text{пок}} = k \leq [N/m]^+$, следовательно, оставаясь в рамках теоремы мы можем рассмотреть значения $m = 1, 2, 3$. Из этой теоремы следует, что за период кратности орбиты 11 суток при полном покрытии за 4 суток будет обеспечено p -разовое покрытие экватора, где $p = \max\{m; 11 - m(4 - 1)\}$. А из теоремы о частоте покрытия следует, что ширина полосы обзора, при которой обеспечивается частота p , $\bar{b}_3 = p$.

По формуле (5.19) находим значение параметра c :

$$c = \frac{L_{\text{сут}}}{m} = \frac{2\pi R_e}{n_{\text{пс}}N + m} \text{ км.}$$

По определению, $\bar{b}_3 = b_3/c$, следовательно, $b_3 = \bar{b}_3 c$ км. Высота орбиты может быть найдена из табл. 5.2. Расчетные данные соберем в

Таблица 11.4

$n_{\text{пс}}$	N	m	n	p	$\bar{b}_3$	c , км	b_3 , км	h , км
$T_{\text{пок}} = 4$ суток								
15	11	1	166	8	8	241,4	1931,2	542,4
		2	167	5	5	240	1200	514,8
		3	168	3	3	238,5	715,5	487,4
$T_{\text{пок}} = 5$ суток								
15	11	1	166	7	7	241,4	1689,8	542,4
		2	167	3	3	240	720	514,8
$T_{\text{пок}} = 6$ суток								
15	11	1	166	6	6	241,4	1448,4	542,4
		2	167	2	2	240	480	514,8

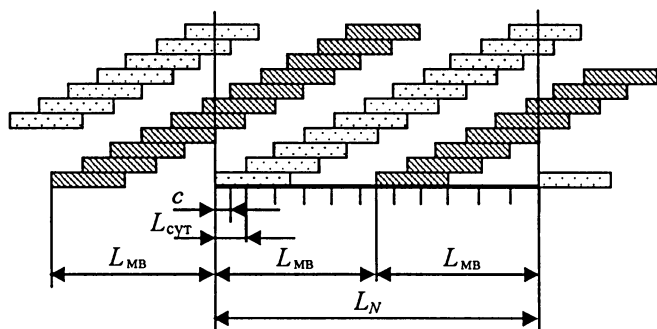


Рис. 11.12. Схема покрытия экватора полосами покрытия шириной $b_3 = 5c$ с орбиты кратности $[11; 2]$ ($N = 11$; $m = 2$; $b_3 = 5c$)

табл. 11.4. Для сравнения приведем такой же расчет для $T_{\text{пок}} = 5$ и 6 суток.

Из этой таблицы можно проследить влияние ширины полосы обзора на p и $T_{\text{пок}}$ для одной и той же орбиты (например, ССО кратности $K = [11, 2]$, $h = 514,8$ км). Для иллюстрации на рис. 11.12 приведена схема покрытия орбиты $[11; 2]$ полосами покрытия относительной шириной $\bar{b}_3 = 5$ (шириной $b_3 = 5c = 5L_{\text{сут}}/m = 5L_{\text{сут}}/2$). Из рисунка видно, что орбита имеет время полного покрытия $T_{\text{пок}} = 4$ суток, а частота покрытия экватора $p = 5$.

Задача 6.1. Прежде всего определим положение Солнца 29 августа 2005 г. в геоцентрической инерциальной экваториальной системе координат СК № 1. В разд. 6.2 обсуждалось, как это делается, поэтому сразу приведем результаты: прямое восхождение Солнца $\alpha_{\text{С}} = 157,6^\circ$, склонение Солнца $\delta_{\text{С}} = 9,4^\circ$.

Для полной освещенности орбиты Солнцем необходимо, чтобы угол β между вектором Солнца и плоскостью орбиты был не меньше угла β^* , определяемого из равенства (6.11). Для орбиты высотой $h = 675$ км угол $\beta^* = 64^\circ 7'$. Угол β определяется из равенства (6.5). Приравнявая выражения для β и β^* , найдем два значения местного времени прохождения

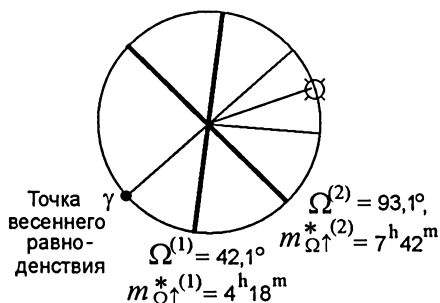


Рис. 11.13. К решению задачи 6.1

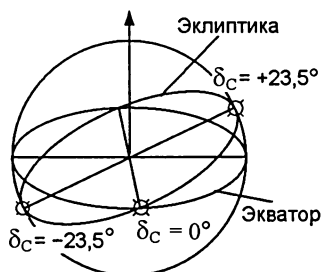


Рис. 11.14. Видимое годовое движение Солнца по небесной сфере

восходящего узла $m_{\Omega\uparrow}^*$ (см. уравнение (6.12)):

$$m_{\Omega\uparrow}^* = 6^h \pm \left\{ 6^h - \frac{12}{\pi} \arcsin \left[\frac{1}{\cos \delta_C \sin i} \left(\frac{R_e}{R_e + h} + \sin \delta_C \cos i \right) \right] \right\},$$

которые для исходных данных задачи равны $m_{\Omega\uparrow}^{*(1)} = 4^h 18^m$ и $m_{\Omega\uparrow}^{*(2)} = 7^h 42^m$. Таким образом, солнечно-синхронные орбиты высотой 675 км, у которых $4^h 18^m \leq m_{\Omega\uparrow} \leq 7^h 42^m$, будут полностью освещены Солнцем. Выражение (6.3') определяет связь между $m_{\Omega\uparrow}$, Ω и α_C :

$$m_{\Omega\uparrow} = \Omega - \alpha_C + 12^h,$$

откуда получаем для долготы восходящего узла орбиты

$$\Omega = m_{\Omega\uparrow} + \alpha_C - 12^h.$$

Подставляя $\alpha_C = 157,6^\circ$ и $m_{\Omega\uparrow}^*$, получаем $\Omega^{(1)} = 42,1^\circ$ и $\Omega^{(2)} = 93,1^\circ$. Значит, для всех Ω , удовлетворяющих неравенству $\Omega^{(1)} \leq \Omega \leq \Omega^{(2)}$, условия задачи будут выполнены. На рис. 11.13 приведена иллюстрация полученных результатов.

Задача 6.2. Прежде всего заметим, что плоскости местного горизонта подспутниковой точки и местного горизонта КА в первом приближении можно считать кампланарными (пренебрегаем отличием формы Земли от сферической и формы орбиты от круговой). При таком допущении для определения высоты Солнца над местным горизонтом подспутниковой точки (точки съемки) h_C может быть использовано соотношение (6.7):

$$\sin h_C = \sin \delta_C \sin \varphi + \cos \delta_C \cos \varphi \cos[m_{\Omega\uparrow} - 12^h + \arcsin(\operatorname{tg} \varphi / \operatorname{tg} i)].$$

Склонение Солнца δ_C может быть определено без проведения расчетов (рис. 11.14): 21 декабря — день зимнего солнцестояния, поэтому Солнце находится в самой нижней точке в своем годовом движении по небесной сфере ($\delta_C \approx -23,5^\circ$); 21 марта — день весеннего равноден-

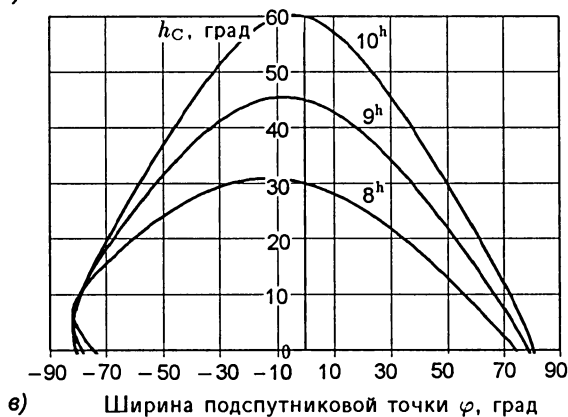
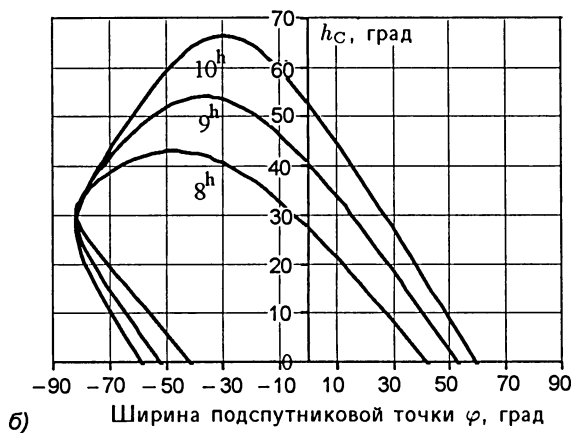
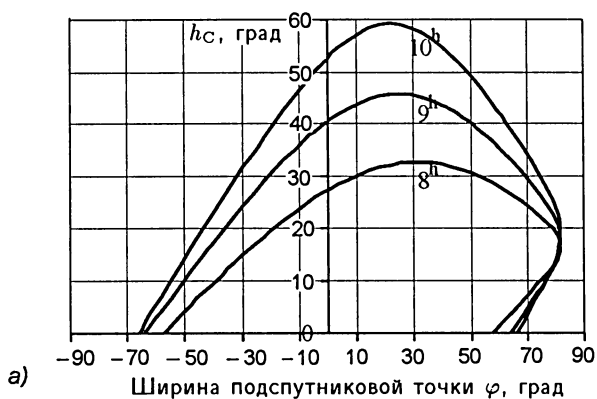


Рис. 11.15. Высота Солнца над местным горизонтом как функция широты подспутниковой точки: а — 21 июня; б — 21 декабря; в — 21 марта; $h = 675$ км; $m_{\Omega 1} = 8^h, 9^h, 10^h$

ствия — Солнце находится на экваторе Земли ($\delta_C \approx 0^\circ$); 21 июня — день летнего солнцестояния — Солнце в самой верхней точке ($\delta_C \approx 23,5^\circ$).

Результаты расчетов приведены на рис. 11.15.

Задача 6.3. Обойдемся без вычислений. Рассмотрим рис. 6.9. Он построен для ССО высотой $h = 675$ км. Графики построены как функции месяца года, причем расчет в каждом месяце проводился для 21 числа. А именно для этих данных и требуется найти решение задачи.

Из рис. 6.9 следует, что 21.03 для $m_{\Omega\uparrow} = 7^h$ угол места Солнца не менее 10° будет в полосе широт $0^\circ \leq \varphi \leq 26^\circ$; для $m_{\Omega\uparrow} = 8^h$ — в полосе $0^\circ \leq \varphi \leq 56^\circ$; для $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$ — в полосе $0^\circ \leq \varphi \leq 67^\circ$; для $m_{\Omega\uparrow} = 10^h$ — в полосе $0^\circ \leq \varphi \leq 72^\circ$. Следовательно, если выбрать местное время прохождения восходящего узла солнечно-синхронной орбиты равным $m_{\Omega\uparrow} = 10^h, \dots, 12^h$, то 21.03 в районах с $\varphi = 71^\circ$ северной широты угол места Солнца h_C будет не менее 10° , и поэтому съемка может быть проведена.

Задача 7.1. Московское декретное время старта носителя, выводящего КА на солнечно-синхронную орбиту с заданным местным временем в восходящем узле, может быть найдено по формуле (7.5). Для исходных данных задачи формула (7.5) принимает вид:

$$T_{\text{Мск.ст}} = m_{\Omega\uparrow} - 6,91923^h - 2,34574^h + 3^h,$$

или

$$T_{\text{Мск.ст}} = m_{\Omega\uparrow} - 6,265^h.$$

График этой зависимости приведен на рис. 11.16.

Для $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$ время старта $T_{\text{Мск.ст}} = 9^h - 6,265^h = 2,735^h = 2^h 44^m 6^s$; для $m_{\Omega\uparrow} = 15^h$ время старта $T_{\text{Мск.ст}} = 15^h - 6,265^h = 8,735^h = 8^h 44^m 06^s$.

Задача 7.2. По формулам (7.6) определим полярные координаты точки КО. Получим

$$\varphi_{\text{КО}}^\circ = 75,7899^\circ; \quad \lambda_{\text{КО}}^\circ = 106,0793^\circ \text{ для } r_{\text{КО}}^{\min};$$

$$\varphi_{\text{КО}}^\circ = 76,6278^\circ; \quad \lambda_{\text{КО}}^\circ = 103,7885^\circ \text{ для } r_{\text{КО}}^{\text{ном}};$$

$$\varphi_{\text{КО}}^\circ = 78,6265^\circ; \quad \lambda_{\text{КО}}^\circ = 96,3161^\circ \text{ для } r_{\text{КО}}^{\max}.$$

Выполняя вычисления по формуле (7.5) для $T_{\text{Мск.ст}} = 8,735^h$, получаем:

$$m_{\Omega\uparrow} = 8,735^h + 6,255^h = 14,99^h = 14^h 59^m 24^s \text{ для } r_{\text{КО}}^{\min};$$

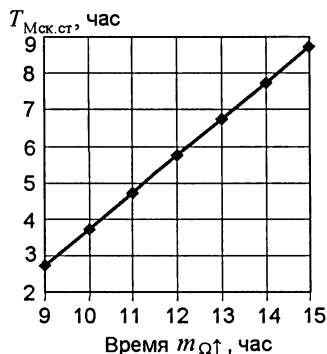


Рис. 11.16. К расчету времени старта

$$m_{\Omega T} = 8,735^h + 6,282^h = 15.017^h = 15^h 01^m 12^s \text{ для } r_{\text{КО}}^{\text{max}}.$$

Таким образом, указанный разброс кинематических параметров траектории носителя в конце участка выведения приводит к разбросу местном времени восходящего узла, равному примерно 2 мин.

Задача 7.3. Для нахождения наклоения орбиты по известному азимуту старта используем формулу (7.9), которую запишем в виде

$$i = \arccos(\cos \varphi_{\text{CT}} \sin A).$$

Получаем наклонение орбиты:

- а) $i = \arccos(\cos 60^\circ \sin 30^\circ) = 75^\circ 31'$;
- б) $i = \arccos(\cos 60^\circ \sin(-30^\circ)) = 104^\circ 29'$.

Задача 7.4. Для нахождения азимута старта по известному наклонению используем формулу (7.9), которую запишем в виде

$$A = \arcsin(\cos i / \cos \varphi_{\text{CT}}).$$

Получим

$$A = \arcsin(\cos 97,8^\circ / \cos 51,791^\circ) = -12,67^\circ = -12^\circ 40'.$$

Таким образом, для запуска на солнечно-синхронные орбиты нужно использовать отрицательные азимуты стрельбы.

Задача 7.5. Из рис. 7.1 следует, что при пренебрежении длительностью активного участка $\omega = \lambda_{\text{CT}} - \Delta\lambda$. Для определения $\Delta\lambda$ используем формулу (7.8), получим

- а) $\Delta\lambda = \arctg(\sin \varphi_{\text{CT}} \tg A) = \arctg(\sin 30^\circ \tg 45^\circ) = 26^\circ 34'$, $\omega = 33^\circ 26'$;
- б) $\Delta\lambda = \arctg(\sin 30^\circ \tg(-30^\circ)) = -16^\circ 06'$, $\omega = 76^\circ 06'$.

Если бы было задано наклонение орбиты, то $\Delta\lambda$ можно было определить по формуле (7.7).

Задача 7.6. Белого, потому что только на Северном полюсе пройдя на Юг, потом на Восток, а потом на Север можно вернуться в исходную точку. Еще одна особенность Северного полюса — это то, что на нем можно идти только на Юг. Других направлений там нет.

Задача 7.7. Полярная орбита проходит над полюсами Земли. Ее наклонение к экватору Земли составляет 90° , но наклонение *трассы* к экватору не равно 90° . Дело в том, что трасса КА — это линия, которую «рисует» подспутниковая точка на поверхности *вращающейся* Земли. Следовательно, касательная к трассе на экваторе (а касательная к кривой всегда совпадает с направлением скорости точки, движущейся по этой кривой) направлена по вектору скорости КА *относительно вращающейся Земли* $V_{\text{КА/З}}$, а не по вектору абсолютной скорости КА. Найдя направление этой скорости, мы найдем и наклон трассы. Абсолютная скорость КА $V_{\text{КА}}$, скорость точки экватора V_3 и относительная скорость $V_{\text{КА/З}}$ образуют треугольник скоростей $V_{\text{КА}} = V_3 + V_{\text{КА/З}}$

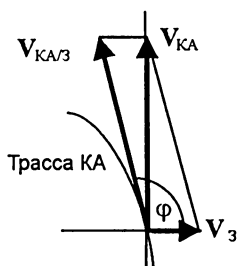


Рис. 11.17. Абсолютная и относительная скорость КА

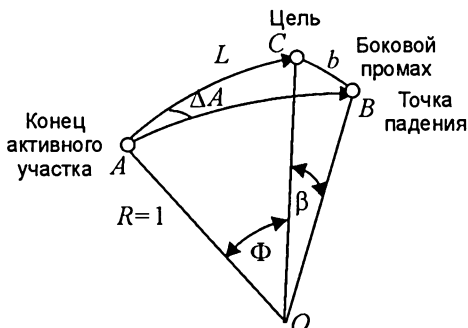


Рис. 11.18. К расчету бокового промаха от ошибок по азимуту прицеливания

(рис. 11.17). Из этого треугольника следует, что $V_{KA/3} = V_{KA} - V_3$. Абсолютная скорость КА $V_{KA} = 7,8$ км/с, скорость точки экватора $V_3 = \omega_3 R_e = 7,29 \cdot 10^{-5}$ рад/с $\cdot 6378,14$ км = 0,465 км/с. Значит, угол $\varphi = 90^\circ - \arctg(0,465/7,8) = 93,41^\circ$, в то время как наклонение орбиты $i = 90^\circ$.

Задача 7.8. На рис. 11.18 изобразим проекцию траектории баллистической ракеты (БР) на сферическую неподвижную Землю от конца активного участка до точки падения. AC — это проекция номинальной траектории БР; AB — проекция траектории, соответствующей ошибке по азимуту прицеливания ΔA ; $L = R_e \Phi$ — дальность полета БР по трассе; Φ — угловая дальность полета; b — боковой промах. Так как далее мы воспользуемся формулами сферической тригонометрии, то удобнее всего полагать, что сфера имеет единичный радиус. Тогда из теоремы синусов для треугольника ABC следует

$$\frac{\sin b}{\sin \Delta A} = \frac{\sin L}{\sin(\angle CBA)}.$$

Учитывая, что дуга b и угол ΔA малые, угол CBA близок к $\pi/2$, и переходя к центральным углам, получаем $\beta/\Delta A = \sin \Phi$, или $\beta = \sin \Phi \Delta A$. Домножим обе части последнего равенства на радиус Земли R_e , а правую часть умножим и разделим на угловую дальность полета Φ , получим

$$b = L \frac{\sin \Phi}{\Phi} \Delta A,$$

где $b = R_e \beta$, $L = R_e \Phi$. Отсюда

$$\Delta A = \frac{\Phi}{\sin \Phi} \frac{b}{L}.$$

При $b = \pm 5$ км, $L = 8000$ км, $\Phi = 8000/6378,14 = 1,25$ рад = 72° из последней формулы имеем $\Delta A = \pm 2,8'$.

Мы видим, что для обеспечения приемлемого бокового промаха

точность автономной системы управления БР должна быть очень высокой.

Задача 8.1. Космический аппарат выводится на круговую орбиту высотой h_0 со скоростью в момент отделения от носителя

$$V_0 = \sqrt{\mu/r_0} = \sqrt{\mu/(R_e + h_0)},$$

нормальной к радиусу-вектору (круговая скорость). Однако носитель, обеспечив расчетное значение скорости, допустил ошибку по высоте в точке выведения $\Delta h = +15$ км. Это эквивалентно случаю, когда движущийся по круговой орбите КА получает возмущение радиус-вектора, сохраняя при этом значение скорости, которое он имел до возмущения. Но это как раз то условие, при котором вычисляются частные производные от элементов орбиты по ∂r , например, производная $\partial a/\partial r$, найденная в разд. 8.3. Поэтому возмущение большой полуоси и периода КА можно найти по формулам (8.23) и (8.24) соответственно:

$$\delta a = 2 \cdot \Delta h; \quad \delta T = \frac{3}{2} \frac{T}{a} \delta a; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_e + h_0)^3}{\mu}}.$$

Из этих соотношений получаем

$$\delta T = 6\pi \frac{\Delta h}{V_{кр}}.$$

Для $V_{кр} = 7,5$ км и $\Delta h = 15$ км получаем $\delta T \approx 38$ с. Следовательно, отклонение по высоте на 15 км приведет к тому, что КА на реальной орбите за виток отстанет от расчетного номинального положения на 38 с, или на $38 \text{ с} \cdot 7,5 \text{ км/с} = 285$ км.

Обратим внимание еще на одно интересное обстоятельство. В некоторой т. M круговой орбиты реализовалось возмущение высоты Δh км, из чего последовало $\Delta a = 2\Delta h$ км. Но такое изменение большой полуоси возможно, только если после приложения возмущения Δh орбита стала эллиптической, и в точке M_a , противоположной т. M , ее отклонение от круга равно $3\Delta h$ км(!) (рис. 11.19). Тогда действительно

$$\Delta a = (\Delta h + 3\Delta h)/2 = 2\Delta h \text{ км}.$$

Таким образом, после приложения возмущения Δh орбита становится не круговой с высотой $(R_e + \Delta h)$, а эллиптической с перигеем $(R_e + \Delta h)$ и апогеем $(R_e + 3\Delta h)$. И большая полуось увеличивается не на Δh , как можно было бы ожидать из-за превышения высоты в точке выведения, а на $2\Delta h$. За счет чего же орбита стала эллиптической?

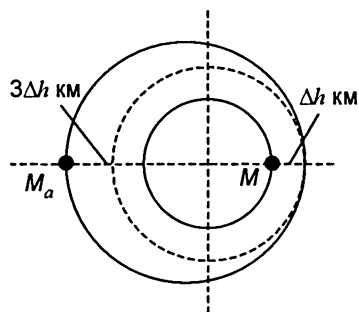


Рис. 11.19. К решению задачи 8.1

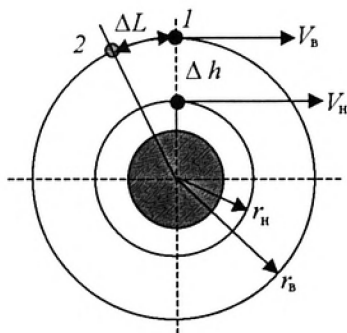


Рис. 11.20. К задаче 8.2: 1 — положение, в котором находится верхний КА в момент t_0 ; 2 — положение, в котором находится верхний КА через один оборот нижнего КА (в момент $t_0 + T_n$); a_b, V_b, T_b — большая полуось, скорость и период верхнего КА; a_n, V_n, T_n — большая полуось, скорость и период нижнего КА

Вернемся к условию задачи. Там сказано, что система регулирования скорости БР обеспечила в точке выведения *расчетное* (для высоты r_0) значение скорости V_0 , но высота точки выведения оказалась на Δh больше расчетной. Но ведь скорость на круговой орбите высотой $(r_0 + \Delta h)$ меньше, чем на круговой орбите высотой r_0 . Следовательно, в момент выведения на высоте $(r_0 + \Delta h)$ БР будет иметь избыток скорости

$$\Delta V = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_0 + \Delta h}} \approx \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{r_0}\right) = \frac{1}{2} \frac{V_0}{r_0} \Delta h.$$

Этот избыток скорости, естественно, приводит к увеличению большой полуоси, которое можно вычислить по формуле (8.22'), положив $\delta V_n = \Delta V$:

$$\delta a = 2 \frac{r_0}{V_0} \delta V_n = 2 \frac{r_0}{V_0} \frac{1}{2} \frac{V_0}{r_0} \Delta h = \Delta h.$$

В результате это изменение большой полуоси за счет избытка скорости плюс изменение вследствие превышения высоты точки выведения и дают $\Delta a = 2\Delta h$. Значит, если уж ракета вывела КА на более высокую орбиту, то надо было бы слегка «притормозить», чтобы орбита осталась круговой.

Задача 8.2. Прежде всего отметим, что при некоторой внешней схожести ситуации с КА в этой задаче и в задаче 8.1 принципиально различные. В задаче 8.1 можно считать, что речь идет о двух КА, расположенных один над другим (разность высот Δh), но при этом *скорости аппаратов равны* (круговой скорости нижнего КА). В результате верхний КА будет иметь эллиптическую орбиту, большая полуось которой на $2\Delta h$ больше большой полуоси круговой орбиты нижнего КА (рис. 11.20).

В настоящей задаче КА также расположены друг над другом, но их скорости соответствуют круговым орбитам, на которых они находятся. Так как высоты орбит отличаются на Δh , то будут отличаться периоды и круговые скорости КА. Поэтому, когда нижний КА совершит один оборот по своей орбите, верхний КА отстанет от него на расстояние ΔL по дуге своей орбиты. Найдем ΔL .

Обозначим $\Delta h = a_b - a_n = r_b - r_n$, $\Delta V = V_n - V_b$. Тогда значение ΔL может быть найдено из выражения

$$\Delta L = 2\pi r_b - V_b T_n = 2\pi(r_n + \Delta h) - (V_n - \Delta V)T_n.$$

Учитывая, что $2\pi r_n = V_n T_n$, получаем

$$\Delta L = 2\pi\Delta h - \Delta V T_n.$$

Найдем ΔV при изменении высоты орбиты на Δh . Круговая скорость КА $V = \sqrt{\mu/r}$. Отсюда получаем $\ln V = 0,5(\ln \mu - \ln r)$. Дифференцируя, получаем

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta r}{r} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta h}{r}.$$

Следовательно, ΔV можно записать в виде

$$\Delta V \approx V_n \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{r_n} = \sqrt{\frac{\mu}{r_n}} \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{r_n}.$$

Период нижнего КА

$$T_n = 2\pi\sqrt{r_n^3/\mu}.$$

Выполнив перемножение $\Delta V T_n$, для ΔL получим

$$\Delta L = 2\pi\Delta h - \Delta V T_n = 3\pi\Delta h.$$

Для $\Delta h = 1$ км получаем $\Delta L = 9,42$ км. Таким образом, при разнице высот 1 км верхний КА отстанет от нижнего (за время одного витка нижнего КА) примерно на 10 км. Для $\Delta h = 15$ км получаем $\Delta L = 141$ км (сравните с результатом задачи 8.1). Обратите внимание на довольно неожиданный результат: ΔL не зависит от высоты орбит КА и определяется только разницей высот Δh .

Задача 8.3. Найдем время начала витка после совершения спутником $n = 1, 2, 3, 4$ и т.д. оборотов:

$$n = 1: \quad t_1 = t_0 + (T_0 - \Delta T);$$

$$n = 2: \quad t_2 = t_0 + (T_0 - \Delta T) + (T_0 - 2\Delta T);$$

$$n = 3: \quad t_3 = t_0 + (T_0 - \Delta T) + (T_0 - 2\Delta T) + (T_0 - 3\Delta T);$$

$$n = 4: \quad t_4 = t_0 + (T_0 - \Delta T) + (T_0 - 2\Delta T) + (T_0 - 3\Delta T) + (T_0 - 4\Delta T).$$

Рассуждая аналогично, получаем, что КА завершит свой n -й виток в момент времени

$$\begin{aligned} t_n &= t_0 + (T_0 - \Delta T) + (T_0 - 2\Delta T) + (T_0 - 3\Delta T) + \dots + (T_0 - n\Delta T) = \\ &= t_0 + nT_0 - \Delta T(1 + 2 + 3 + \dots + n). \end{aligned}$$

Таким образом, время завершения n -го витка, или, что то же самое, время начала $(n + 1)$ -го витка

$$t_n = t_0 + nT_0 - \frac{n(n+1)}{2} \Delta T.$$

Следовательно, n витков ИСЗ совершает за время

$$nT_0 - \frac{n(n+1)}{2} \Delta T.$$

Изменение периода за виток ΔT фактически задает *темп падения высоты* A_T — величину, введенную в разд. 8.4 для описания атмосферного торможения КА в полете. Используя это определение можно сформулировать основной вывод из решения задачи 8.3:

При постоянном темпе падения высота орбиты понижается пропорционально времени полета (количеству витков полета n), а смещение времени прихода КА в некоторый восходящий угол нарастает пропорционально квадрату времени полета до этого узла.

Задача 8.4. Смещение долготы восходящего узла $\delta\Omega$, фазового положения КА δu и трассы $\delta\lambda$, вызванные падением высоты орбиты за счет атмосферного торможения за время T , могут быть найдены из формул (8.42), в которых принято $\delta a(0) = 0$:

$$\begin{aligned}\delta\Omega(T) &= -\frac{7}{2} \frac{\omega_{\text{пр}N}}{a_N} A_T \frac{T^2}{2}; & \delta u(T) &= -\frac{3}{2} \frac{\omega_{KAN}}{a_N} A_T \frac{T^2}{2}; \\ \delta\lambda(T) &= -\frac{3}{2} \frac{\omega_3}{a_N} A_T \frac{T^2}{2}.\end{aligned}$$

Период орбиты $T_{\text{др}} = 5801$ с, большая полуось $a_N = 6378,14 + 600 = 6978$ км, темп падения высоты $A_T = -0,01$ км/виток $= -17,24 \cdot 10^{-7}$ км/с, $T = 500$ витков $= 500 \cdot 5801$ с $= 0,29 \cdot 10^7$ с. Орбитальная угловая скорость КА $\omega_{KAN} = 2\pi/T_{\text{др}} = 0,00108$ рад/с; скорость прецессии равна угловой скорости годового движения Солнца: $\omega_{\text{пр}N} = 1,99106 \cdot 10^{-7}$ рад/с, так как орбита солнечно-синхронная; угловая скорость вращения Земли $\omega_3 = 7,29 \cdot 10^{-5}$ рад/с. Для этих данных получаем

$$\delta\Omega = \frac{7 \cdot 1,99106 \cdot 10^{-7} \cdot 17,24 \cdot 10^{-7} \cdot 0,29^2 \cdot 10^{14} \cdot 57,29578}{2 \cdot 6978 \cdot 2} = 0,041^\circ.$$

Смещение фазового положения КА за указанное время

$$\delta u = \frac{3 \cdot 0,00108 \cdot 17,24 \cdot 10^{-7} \cdot 0,29^2 \cdot 10^{14} \cdot 57,29578}{2 \cdot 6978 \cdot 2} = 96,43^\circ.$$

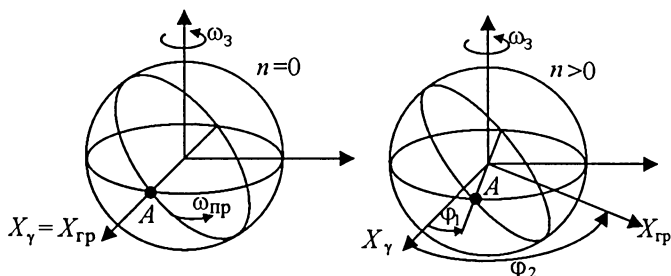


Рис. 11.21. Расположение узла трассы во вращающейся гринвичской системе координат

Смещение трассы КА

$$\delta\lambda = \frac{3 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 17,24 \cdot 10^{-7} \cdot 0,29^2 \cdot 10^{14} \cdot 57,29578}{2 \cdot 6978 \cdot 2} = 6,51^\circ.$$

Задача 8.5. В разд. 8.5 показано, что при увеличении высоты орбиты по отношению к номиналу трасса смещается к западу, следовательно, для смещения трассы к востоку надо высоту орбиты уменьшить. Из формулы (8.42) при пренебрежении атмосферным сопротивлением находим выражение, связывающее начальное возмущение δa_0 и смещение трассы $\delta\lambda$ за время t :

$$\delta\lambda = -\frac{3}{2}\omega_3 \frac{\delta a_0}{a_N} t,$$

откуда следует

$$\delta a_0 = -\frac{2a_N \delta\lambda}{3\omega_3 t}.$$

Из условий задачи следует, что $a_N = 6378,14 + 675 = 7053,14$ км, $\delta\lambda = 1^\circ/57,3$ рад, $\omega_3 = 7,29 \cdot 10^{-5}$ рад/с, $t = 14T_{др} = 14 \cdot 5891$ с. Отсюда получаем

$$\delta a_0 = -\frac{2 \cdot 7053,14 \cdot 1}{57,3 \cdot 3 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 14 \cdot 5891} = -13,6 \text{ км}.$$

Задача 8.6. Задаем высоту ССО h . Находим период орбиты $T_{др}$. Рассмотрим рис. 11.21. Предположим для определенности, что в момент $n = 0$ ось X_γ системы координат № 1, $X_{гр}$ системы координат № 2 и т. А (восходящий узел орбиты) совпадают (рис. 11.20).

Некоторое время (n витков) КА совершает полет по орбите. За счет прецессии восходящий узел А ССО смещается к востоку и занимает положение, определяемое углом $\varphi_1 = \omega_{пр} T_{др} n$. Ось $X_{гр}$, вращаясь вместе с Землей, переходит в положение, определяемое углом $\varphi_2 = \omega_3 T_{др} n$. Следовательно, в гринвичской системе координат узел орбиты будет занимать положение, определяемое углом $\varphi_{узла}(n) = \varphi_2 - \varphi_1$. Если по-

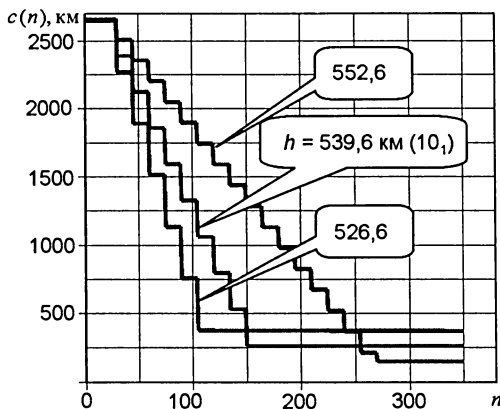


Рис. 11.22. Зависимость $c = f(n)$ для орбит разной высоты

лучившийся угол больше 2π , то целое число оборотов исключаем. Значение $\varphi_{\text{узла}}(n)$ заносим в массив $A(1 : n)$. Значения массива $A(1 : n)$ упорядочиваем по возрастанию. Затем пары соседних значений $\varphi_{\text{узла}}$ массива $A(1 : n)$ сравниваем. Наибольшая разность этих двух значений и есть «окно» $c(n)$ — максимальное расстояние между узлами трассы, реализовавшееся к моменту n . Запоминаем его.

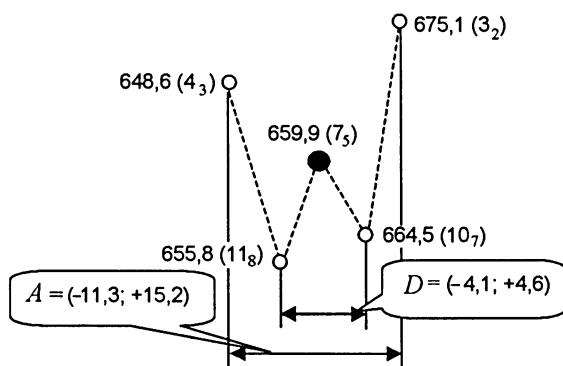
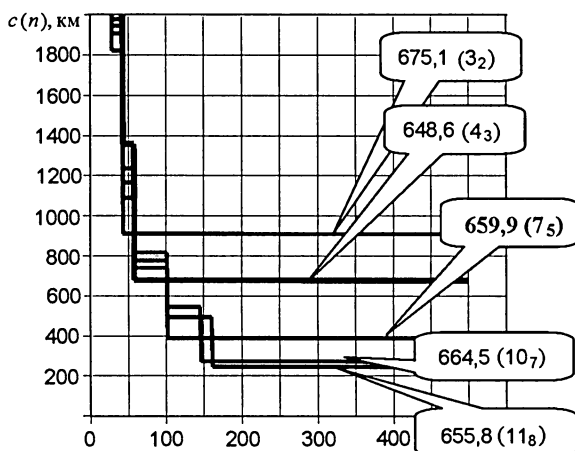
Указанную процедуру повторяем для последовательно возрастающих n . Полученные результаты позволяют построить зависимость величины «окна» $c(n)$ от полетного числа витков КА.

На рис. 11.22 указанная зависимость построена для ССО высотой $h^* = 539,6$ км (орбита кратности 10_1) и орбит, отличающихся от нее по высоте на ± 13 км. Стабилизация величины $c(n)$ наступает при времени, равном периоду кратности орбиты. При этом $c_0 = 2\pi R_e / (n_{\text{пс}} N + m)$.

Интересно получить аналитическое решение этой задачи. Тем, кто захочет это сделать, рекомендуем сначала подумать над ее упрощенным вариантом:

«На числовой оси имеем множество M_0 , состоящее из точек, расположенных на расстоянии a друг от друга. Сместим множество M_0 вправо на расстояние l , получим множество M_1 , состоящее из точек множества M_0 и точек смещенного множества. Определим величину Δ_1 , равную максимуму расстояния между соседними точками множества M_1 . Каково будет Δ_n после n смещений?»

Задача 8.7. Из разд. 8.6 следует, что для построения требуемых диапазонов можно воспользоваться рис. 8.5. На оси абсцисс выделим диапазон $D = (-4,1; +4,6)$ около высоты рассматриваемой опорной орбиты $h^* = 659,9$ км, обеспечивающей полное покрытие. В этом диапазоне высота полета КА может меняться из-за динамических операций на КА и снижения высоты вследствие атмосферного сопротивления. Если в D найдется точка, лежащая выше точки, изображающей

Рис. 11.23. Построение диапазонов D и A Рис. 11.24. Зависимости $c = f(n)$ для некоторых орбит из диапазонов D и A

опорную орбиту, то на орбите из данного диапазона произойдет нарушение полноты покрытия. В выбранном диапазоне D все точки лежат ниже точки, изображающей опорную орбиту, следовательно, орбиты из данного диапазона полноты покрытия не нарушат (у них размер «окна» меньше, чем у опорной орбиты).

Точки, лежащие выше точки, изображающей опорную орбиту, имеют $c_0 = f(N, h)$ больше, чем у опорной орбиты, и поэтому на них может произойти нарушение полноты покрытия. Из рис. 8.5 следует, что орбиты ($h = 648,6$ км кратности 4_3) и ($h = 675,1$ км кратности 3_2) обладают таким свойством. Следовательно, перехода КА на указанные орбиты из диапазона $A = (-11,3; +15,2)$ допускать нельзя, так как при этом произойдет нарушение полноты покрытия (рис. 11.23). График зависимости $c = f(n)$ для указанных орбит приведен на рис. 11.24.

Задача 8.8. Орбита класса «14» двухсуточной кратности имеет

высоту $h^* = 729,1$ км, $n_0^* = 14 \cdot 2 + 1 = 29$, $c_0^* = 2\pi R_e/n_0^* = 1382$ км. Полоса обзора БИК КА шириной $b_3 = 1382$ км обеспечивает полное покрытие на этой номинальной орбите за двое суток. Вследствие коррекции высота орбиты повышается примерно на 4,1 км, т.е. КА переходит на орбиту $h = 733,2$ км. Формула (8.47) позволяет установить, что такое изменение высоты номинальной орбиты соответствует изменению $z^* = m^*/N^* = 0,5$ на

$$\delta z = -\frac{3}{2} \frac{(14 + 0,5) \cdot 4,1}{(6378,14 + 729,1)} = -0,01255.$$

Следовательно, новой орбите соответствует число

$$z = 0,5 - 0,01255 = 0,4875 \approx 39/80.$$

Таким образом, новая орбита имеет кратность $K = 80_{39}$. Для этой орбиты имеем $n_0 = 14 \cdot 80 + 39 = 1159$, $c_0 = 2\pi R_e/n_0 = 34,5773$ км. Чтобы на орбите высотой $h = 733,2$ км кратности $K = 80_{39}$ обеспечивалось полное покрытие за двое суток, необходимо иметь относительную ширину полосы обзора (см. выражение (5.31)):

$$\bar{b}_3 = \frac{N}{2} + |m - N/2| = 80/2 + |39 - 80/2| = 41.$$

Тогда полоса обзора будет иметь ширину

$$b_3 = \bar{b}_3 c_0 = 41 \cdot 34,5773 = 1417,7 \text{ км.}$$

Следовательно, полоса обзора должна быть увеличена на $1417,7 - 1382 \approx 36$ км.

Задача 9.1. Будем считать, что полет КА происходит в идеальных условиях задачи Циолковского. Космический аппарат совершает первую коррекцию. Обозначим его начальную массу перед коррекцией m_{01} , а после коррекции — $m_{к1}$, скорость истечения продуктов горения из сопла двигателя — c . Тогда скорость, которую наберет КА в идеальных условиях, определяется формулой Циолковского:

$$V_1 = -c \ln \frac{m_{к1}}{m_{01}} = -c \ln(\mu_{к1}).$$

Скорость, которую наберет КА во время второй коррекции,

$$V_2 = -c \ln \frac{m_{к2}}{m_{02}} = -c \ln(\mu_{к2}).$$

Скорость, которую получит КА в результате этих двух коррекций в идеальных условиях, будет суммой скоростей V_1 и V_2 :

$$V_{\Sigma} = -c \ln \frac{m_{к1}}{m_{01}} - c \ln \frac{m_{к2}}{m_{02}} = -c \ln \frac{m_{к1}}{m_{01}} \frac{m_{к2}}{m_{02}} = -c \ln(\mu_{к1} \mu_{к2}).$$

Произведение $\mu_{k1}\mu_{k2}$ обозначают $\mu_{k\Sigma}$ и называют *суммарной относительной массой*. Если $m_{k1} = m_{02}$, то

$$\mu_{k\Sigma} = \mu_{k1}\mu_{k2} = m_{k2}/m_{01} = 1 - (m_{t1} + m_{t2})/m_0 = 1 - m_{t\Sigma}/m_0,$$

где m_{t1} и m_{t2} — массы топлива, сгоревшего во время первой и второй коррекций соответственно. Теперь можно записать

$$V_{\Sigma} = -c \ln \mu_{k\Sigma} = -c \ln(1 - m_{t\Sigma}/m_0). \quad (11.3)$$

В случае n коррекций — все аналогично.

В левой части соотношения (11.3) (повторяем, что получено оно для идеальных условий) стоит сумма скоростей V_{Σ} , полученных аппаратом во всех коррекциях. Правая часть — функция от числа $\mu_{k\Sigma}$, которое определяет массу топлива, требуемую для набора скорости V_{Σ} . Соотношение (11.3) читается в обе стороны. Конструктор, проектируя КА, читает это равенство справа налево. Он определяет весовые соотношения, размеры баков, количество топлива и в конечном счете находит $\mu_{k\Sigma}$. Зная $\mu_{k\Sigma}$, он находит V_{Σ} , т.е. определяет маневренные возможности КА. Баллистики читают это равенство слева направо. Зная схему полета, они для каждого заданного изменения траектории находят требуемую скорость, которая такое изменение траектории производит. Сумму всех требуемых скоростей $\Delta V_{\text{тр}}$ делают левой частью равенства (11.3). Теперь из (11.3) находят $\mu_{k\Sigma}$, а вслед за ним и массу топлива, которую должен нести аппарат, чтобы выполнить задачу полета.

Чтобы учесть отличие реальных условий полета от идеальных условий Циолковского, к сумме требуемых скоростей в левой части (11.3) добавляют поправки $\Delta V_{\text{потерь}}$ (их называют гравитационными потерями и потерями на управление). Получившаяся в левой части равенства скорость называется суммарной характеристической скоростью $V_{\text{х}\Sigma} = \Delta V_{\text{тр}} + \Delta V_{\text{потерь}}$. Заметим еще, что в первом приближении скорость КА после маневра определяется как геометрическая сумма орбитальной скорости и скорости маневра, рассчитанной по формуле Циолковского. Но, повторяем, это можно делать только в тех случаях, когда скорость, найденная по формуле Циолковского, может восприниматься как изменение реальной физической скорости КА. Это возможно, например, при исполнении коррекции двигателями большой тяги.

Задача 9.2. При выведении КА на ССО высотой h км большая полуось и наклонение орбиты сформировались с отклонениями от номинальных значений $\delta a = 15$ км и $\delta i = 2'$. Требуемая характеристическая скорость для восстановления солнечной синхронности путем коррекции большой полуоси орбиты

$$\Delta V_x^{(a)} = \frac{|a_i \delta i_B - \delta a_B|}{a_V}.$$

Если корректировать наклонение орбиты, то требуемая характеристи-

Т а б л и ц а 11.5

h , км	$\Delta V_x^{(i)}$, м/с	$\Delta V_x^{(a)}$, м/с	$\Delta V_x^{(N)}$, м/с
517	3,16	3,45	12,69
892	4,16	3,75	11,95

ческая скорость

$$\Delta V_x^{(i)} = \frac{|\delta i_B - \delta a_B/a_i|}{i_V}.$$

Чтобы восстановить номинальную орбиту, надо скорректировать и наклонение и большую полуось. Это потребует характеристической скорости

$$\Delta V_x^{(N)} = \left| \frac{\delta a_B}{a_V} \right| + \left| \frac{\delta i_B}{i_V} \right|.$$

Используя приведенные формулы, найдем требуемые характеристические скорости коррекций. Значения производных a_i , a_V , i_V возьмем из табл. 9.2. Результаты соберем в табл. 11.5.

Данные табл. 11.5 иллюстрируют теорему о коррекции солнечной синхронности орбиты: у орбиты высотой 517 км целесообразно корректировать наклонение, у орбиты высотой 892 км — большую полуось. Формула (9.12) дает грубую оценку требуемой для восстановления солнечной синхронности характеристической скорости:

$$\Delta V_x^{CCO} \sim |2\delta i_B - 0,5\delta a_B| = 3,5 \text{ м/с}.$$

Задача 9.3. Скорость, которую получает ракета, двигаясь под действием тяги в бессиловом поле, называется идеальной. Ее величина задается формулой Циолковского (9.1), что позволяет выразить текущую кинетическую энергию ракеты как функцию $\mu_K = t/m_0$:

$$E = \frac{mV^2}{2} = \frac{m}{m_0} \frac{m_0}{2} c^2 (\ln \mu_K)^2 = \frac{m_0 c^2}{2} \mu_K \ln^2 \mu_K,$$

где m — текущая масса ракеты, c — скорость истечения продуктов горения топлива из сопла двигателя. Для нахождения μ_K , доставляющего экстремум кинетической энергии ракеты, рассмотрим уравнение

$$\frac{dE}{d\mu_K} = \frac{m_0 c^2}{2} (\ln^2 \mu_K + 2 \ln \mu_K) = 0.$$

Отсюда получаем $\ln \mu_K = -2$. Следовательно, максимум кинетической энергии достигается при $\mu = 1/e^2$, или, используя определение μ_K , при $t/m_0 = 1/e^2$. Текущая масса ракеты $m = m_0 - \dot{m}t$ ду, следовательно,

$$1 - \frac{\dot{m}t}{m_0} = \frac{1}{e^2}.$$

Из этого выражения находим время работы двигателя:

$$t_{\text{ДУ}} = \frac{m_0}{\dot{m}} \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2} \right).$$

Задача 9.4. В разд. 9.1 показано, что для импульсного изменения наклона круговой околоземной орбиты на 1° требуется характеристическая скорость порядка $V_{\text{хтр}} \approx 130$ м/с. Из формулы (9.1) следует, что

$$\frac{c m_{\text{т}}}{m_0} = V_{\text{хтр}}.$$

Отсюда, учитывая, что $m_{\text{т}} = \dot{m} t_{\text{ДУ}}$, получаем

$$m_{\text{т}} = \dot{m} t_{\text{ДУ}} = \frac{V_{\text{хтр}} m_0}{c}.$$

Из последнего выражения получаем время работы двигателя:

$$t_{\text{ДУ}} = \frac{V_{\text{хтр}} m_0}{c \dot{m}}.$$

Для нахождения массового расхода воспользуемся приведенным в разд. 9.1 выражением для тяги реактивного двигателя $P = \left| c \frac{dm}{dt} \right|$. Тогда для времени работы двигателя получаем

$$t_{\text{ДУ}} = \frac{V_{\text{хтр}} m_0}{P} = \frac{130 \cdot 8000}{300 \cdot 9,8} = 354 \text{ с} \approx 6 \text{ мин.}$$

Задача 9.5. Воспользуемся формулой (9.18):

$$\delta a_0 = -\frac{2}{3} \frac{a_N}{\omega_3 T_{\text{ф}}} \delta \lambda_{\text{тр}} - \frac{A_{\text{т}} T_{\text{ф}}}{2}.$$

Из табл. 5.2 убеждаемся, что орбита высотой 570 км — это орбита класса «15» односуточной кратности. Иначе говоря, 15 витков на этой орбите КА совершает ровно за одни сутки, т.е. $T_{\text{ф}} = 1$ сутки. Скорость вращения Земли $361^\circ/\text{сутки}$. Большая полуось орбиты $a_N = R_e + 570 = 6378,14 + 570 = 6948,14$ км, требуемое смещение длины трассы $\delta \lambda_{\text{тр}} = 111 \text{ км}/R_e \cdot 57,29578 = 1^\circ$. Падением высоты орбиты за 1 сутки можно пренебречь, т.е. $A_{\text{т}} = 0$.

По формуле (9.18) получаем

$$\delta a_0 = -\frac{2}{3} \frac{6378,14}{361 \cdot 1} \cdot 1 = 11,8 \text{ км.}$$

Следовательно, для смещения трассы к востоку необходимо высоту номинальной орбиты понизить на 11,8 км. Характеристическую скорость

(на подъем и спуск КА) найдем из соотношения (9.19):

$$V_x = 2 \frac{|\delta a_0|}{a_V} = 2 \frac{|\delta a_0| V_{крN}}{2a_N}.$$

Так как круговая скорость

$$V_{крN} = \sqrt{\mu/a_N} = \sqrt{398601/6948,14} = 7,574 \text{ км/с},$$

то суммарная характеристическая скорость

$$V_x = \frac{2 \cdot 11,8 \cdot 7,574}{2 \cdot 6948,14} = 12,9 \text{ м/с}.$$

Задача 9.6. Эта задача имеет те же исходные данные, что и задача 9.5, но предполагает использование схемы с одноразовой коррекцией высоты. Поскольку требуется смещение трассы к востоку, то изменение положения трассы происходит за счет естественного падения высоты орбиты вследствие атмосферного торможения. Высота орбиты снижается до тех пор, пока смещение трассы станет равно заданному. В этот момент производится поднятие орбиты до номинальной высоты (см. выражения (9.20)–(9.22)).

Требуемое повышение высоты орбиты

$$\delta a_{тр} = \sqrt{\frac{4 a_N |A_T \delta \lambda_{тр}|}{\omega_3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6948,14 \cdot 0,015 \cdot 1}{361}} = 0,620 \text{ км}.$$

Требуемое время, в течение которого корректируется отклонение трассы,

$$\delta t_{тр} = -\delta a_0 / A_T = 0,620 / 0,015 = 41,3 \text{ суток}.$$

Требуемая характеристическая скорость (см. выражения для производных (8.23) и (8.33)):

$$V_x = \frac{|\delta a_0| V_{крN}}{2a_N} = \frac{0,620 \cdot 7,574}{2 \cdot 6948,14} = 0,338 \text{ м/с}.$$

Требуемая характеристическая скорость получилась небольшой. Но это стало возможным за счет длительного времени фазирования.

Задача 9.7. Требуемая зависимость задается соотношением (9.23) (рис. 11.25):

$$\delta a_0 = \sqrt{\frac{4 a_N |A_T \delta \lambda_m|}{\omega_3}} = \sqrt{\frac{8 a_N |A_T (\delta \lambda_m / 2)|}{\omega_3}} = f(\delta \lambda_m / 2).$$

Задача 9.8. Поддержание орбиты производится в соответствии с циклом, показанным на рис. 11.26.

Характеристики коррекции поддержания орбиты вычисляются по формулам (9.23). Данные расчетов приведены в табл. 11.6. В последней

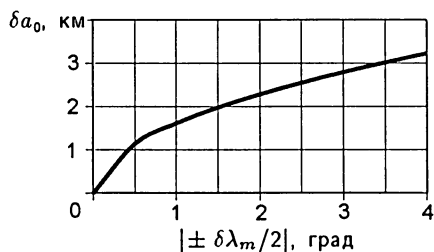


Рис. 11.25. К задаче 9.7
($A_T = -0,05$ км/сут)

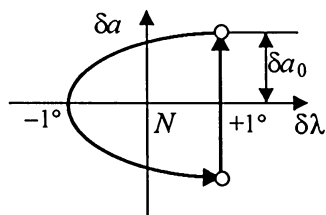


Рис. 11.26. Цикл поддержания орбиты

Т а б л и ц а 11.6
Параметры коррекции поддержания орбиты при $\delta\lambda_m/2 = \pm 1^\circ$

A_T , км/сут	-0,015	-0,050	-0,100	-0,200
δa_0 , км	0,884	1,614	2,283	3,228
T_{Π} , сут	117,9	64,6	45,7	32,2
V_x , м/с	0,942	1,72	2,433	3,441
$V_{x\Sigma}$, м/с	2,918	9,726	19,452	38,903

Т а б л и ц а 11.7
Параметры коррекции поддержания орбиты при $\delta\lambda_m/2 = \pm 2^\circ$

A_T , км/сут	-0,015	-0,050	-0,100	-0,200
δa_0 , км	1,250	2,283	3,228	4,565
T_{Π} , сут	166,7	91,3	64,6	45,7
V_x , м/с	1,333	2,433	3,441	4,866
$V_{x\Sigma}$, м/с	2,918	9,726	19,452	38,903

строке таблицы дана суммарная характеристическая скорость коррекции поддержания орбиты за год, вычисляемая по формуле

$$V_{x\Sigma} = \frac{365}{T_{\Pi}} V_x \text{ м/с.}$$

Для сравнения в табл. 11.7 приведены данные такого же расчета для $\delta\lambda_m/2 = \pm 2^\circ$.

Из таблиц следует, что суммарные затраты характеристической скорости на поддержание орбиты за год, не зависят от параметров цикла δa_0 и $\delta\lambda_m/2$, и определяются только темпом падения высоты A_T .

Задача 10.1. Используя Астрономический Ежегодник или алгоритм, приведенный в гл. 6, находим прямое восхождение α_C и склонение Солнца δ_C на 0^h даты 16.04.2003: $\alpha_C = 23,7^\circ$, $\delta_C = 9,9^\circ$. Для $\Omega = -21,3^\circ$ по формуле (6.3') находим местное время прохождения восходящего узла

$$m\Omega_{\uparrow} = (\Omega - \alpha_C) + 12^h = (-21,3^\circ - 23,7^\circ)/15 + 12^h = 9^h.$$

По формуле (6.5) находим угол между вектором Солнца и плоскостью орбиты $\beta \approx 45^\circ$ и угол между вектором Солнца и нормалью к плоскости орбиты $\beta_N = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Для $h = 675$ км найдем угол β^* (формула (6.11)):

$$\beta^* = \arcsin \frac{6378,14}{6378,14 + 675} = 64,7^\circ.$$

Теперь найдем угол тени на орбите (см. выражение (10.1)):

$$\begin{aligned} \varphi_T &= \arccos \left(\frac{\cos \beta^*}{\cos \beta} \right) = \\ &= \arccos \left(\frac{\cos 64,7^\circ}{\cos 45^\circ} \right) = 52,9^\circ. \end{aligned}$$

Так как угол $\beta = 45^\circ > 30^\circ$, то интегрирование в (10.13) производится от $u = 0^\circ$ до начала участка тени на орбите (область III на рис. 11.27). Следовательно $u^* = 180^\circ - \varphi_T = 127,1^\circ$.

Средневитковое значение коэффициента мощности

$$p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = \frac{1}{\pi} E(u^*, \beta_N) = \frac{1}{\pi} E(127,1^\circ, 45^\circ).$$

В соответствии с (10.18) интеграл в последнем выражении может быть представлен как:

$$E(127,1^\circ, 45^\circ) = 2E(90^\circ, 45^\circ) - E(52,9^\circ, 45^\circ).$$

Пользуясь таблицами эллиптических интегралов [17,18], находим значение

$$E(127,1^\circ, 45^\circ) = 2 \cdot 1,3506 - 0,864 = 1,837.$$

Таким образом, $p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = 1,837/\pi = 0,5847$.

Теперь рассмотрим случай $\Omega = 4,75^\circ$. Выполняя вычисления аналогичные проделанным выше, получаем $m_{\Omega T} = 10,73^h$, $\beta = 20^\circ$, $\beta_N = 70^\circ$, $\beta^* = 64,7^\circ$, $\varphi_T = 63^\circ$. Так как $\beta = 20^\circ < 30^\circ$, то область интегрирования при вычислении интеграла (10.13) будет состоять либо из одного отрезка, если $\beta \leq \beta_1$, либо из двух, если $\beta > \beta_1$. Для выяснения этого обстоятельства найдем угол β_1 . Из табл. 10.1 для $h = 675$ км получаем $\beta_1 = 15,09^\circ$, следовательно $\beta = 20^\circ > \beta_1 = 15,09^\circ$. Таким образом, β принадлежит области II на рис. 11.27, и отрезок интегрирования состоит из двух участков. Первый — от $u = 0^\circ$ до $u = u_\alpha^*$. Значение u_α^* находим по формуле (10.16):

$$u_\alpha^* = \arcsin \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cos 20^\circ} \right) = 67,16^\circ.$$

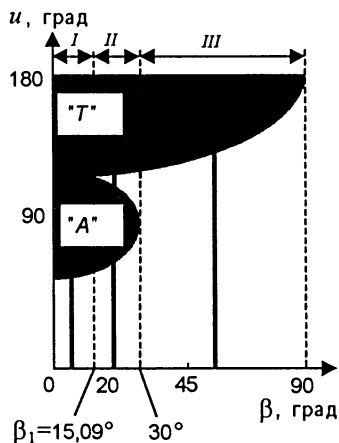


Рис. 11.27. К решению задачи 10.1

Второй участок — от $u = 180^\circ - u_\alpha^* = 112,84^\circ$ до $u = \pi - \varphi_T = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$. Таким образом суммарный интеграл

$$E_\Sigma = E(67,16^\circ, 70^\circ) + [E(117^\circ, 70^\circ) - E(112,84^\circ, 70^\circ)].$$

Используя соотношения (10.19), получаем

$$E_\Sigma = 2E(67,16^\circ, 70^\circ) - E(63^\circ, 70^\circ) = 2 \cdot 0,959 - 0,921 = 0,997.$$

Средневитковый коэффициент мощности $p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = 0,997/\pi = 0,3174$.

И, наконец, рассмотрим последний случай $\Omega = 23,7^\circ$. Получаем $m_{\Omega\uparrow} = 12^h$, $\beta = 1,4^\circ \approx 0^\circ$, $\beta_N = 90^\circ$, $\beta^* = 64,7^\circ$, $\varphi_T = 64,7^\circ$. Так как $\beta = 0^\circ < \beta_1 = 15,09^\circ$, то β принадлежит области I на рис. 11.27, и отрезок интегрирования будет состоять из одного участка — от $u = 0^\circ$ до $u = u_\alpha^*$. Значение u_α^* равно:

$$u_\alpha^* = \arcsin \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cos 0^\circ} \right) = 60^\circ.$$

Средневитковый коэффициент мощности

$$p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = E(60^\circ, 90^\circ)/\pi = 0,8660/\pi = 0,2757.$$

Таким образом, для нескольких орбит найден средневитковый коэффициент мощности для оптимальной одноосной ориентации солнечной батареи, у которой ось поворота коллинеарна продольной оси КА, находящегося в режиме орбитальной ориентации. Такая ориентация СБ может быть достигнута и в случае ее неподвижного закрепления на корпусе КА, только в этом случае сам КА должен отработать найденную оптимальную программу как программный разворот по крену.

Задача 10.2. Орбита полностью освещена Солнцем, если угол между вектором Солнца и плоскостью орбиты β удовлетворяет неравенству

$$\beta > \beta^* = \arcsin(R_e/(R_e + h)),$$

где $R_e = 6378,14$ км; угол β^* определен равенством (6.11).

При выполнении этого условия угол тени $\varphi_T = 0^\circ$. Средневитковый коэффициент мощности найдем по формуле (10.19) для случая $30^\circ < \beta \leq 90^\circ$:

$$p_{\text{ср}}^{\text{opt}} = \frac{1}{\pi} [2E(90^\circ, \beta_N) - E(0, \beta_N)] = \frac{2E(90^\circ, 90^\circ - \beta)}{\pi}.$$

В формуле учтено, что $\beta_N = 90^\circ - \beta$ и $E(0^\circ, \beta_N) = 0$. Значения $p_{\text{ср}}^{\text{opt}}$ приведены в табл. 11.8. Отметим, что значения $p_{\text{ср}}^{\text{opt}}$ в данном случае от высоты орбиты не зависят. Важно лишь, чтобы рассматриваемые значения β удовлетворяли условию $\beta \geq \beta^*(h)$. Для справки в табл. 11.9 приведены значения $\beta^*(h)$.

Задача 10.3. Предположим сначала, что тень на витке отсутствует. В этом случае СБ будет работать на витке, начиная от угла $u = 0^\circ$

Т а б л и ц а 11.8

Значения средневиткового коэффициента мощности при оптимальной
одноосной ориентации СБ на полностью освещенной орбите

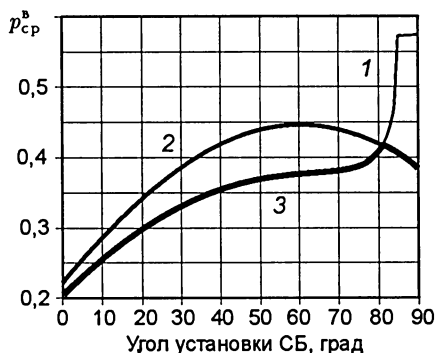
β , град	58	62	66	70	74	78	82	86	90
$p_{ср}^{opt}$	0,9256	0,9424	0,9573	0,9701	0,9807	0,9891	0,9951	0,9988	1,0

Т а б л и ц а 11.9

Значения угла $\beta^* = f(h)$

h , км	400	500	600	675	700	800	900	1000	1200
β^* , град	70,22	68,02	66,07	64,73	64,30	62,69	61,20	59,82	57,32

Рис. 11.28. Средневитковый коэффициент мощности при $\gamma = \text{const}$ на витке: 1 — $p_{ср}^B = f(\beta, \gamma, u_\alpha^*)$; 2 — $p_{ср}^B = f(\beta, \gamma, u_T^*)$; 3 — $p_{ср}^B = f(\beta, \gamma, u^*)$; $h = 675$ км; $\beta = 35^\circ$



до угла $u = u_\alpha^*$, при котором угол падения солнечных лучей α станет равным 60° . График 1 на рис. 11.28, построенный по формуле (10.20), показывает изменение $p_{ср}^B$ как функции угла γ установки СБ. Заметим, что при $\gamma = 35^\circ = \beta$ и $u = 0^\circ$ плоскость СБ ортогональна направлению солнечных лучей (т.е. $\alpha = 0^\circ$), однако $p_{ср}^B$ сравнительно мал. Это является следствием того, что угол α при движении КА по витку орбиты быстро увеличивается до 60° и СБ перестает работать. Увеличение угла γ приводит к росту u_α^* , увеличению времени работы СБ на витке и соответствующему росту $p_{ср}^B$. Наконец, при $\gamma = 85^\circ$ угол $u_\alpha^* = 180^\circ$, т.е. $\alpha < 60^\circ$ на всем витке орбиты. Для этого γ имеем $p_{ср}^B = 0,5714$. Дальнейшее увеличение γ до 90° практически не изменяет $p_{ср}^B$ (на графике мы видим «полочку»).

Теперь предположим, что СБ работает при любых углах $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ и перестает работать только при входе КА в тень Земли. В этом случае в формуле (10.20) надо положить $u^* = u_T^* = 121,41^\circ$ для заданного $\beta = 35^\circ$ (см. выражение (10.15)). Величина $p_{ср}^B$ теперь будет функцией только γ ; на рис. 11.28 это кривая 2.

В действительности, СБ на витке перестает работать при достижении угла $u^* = \min\{u_\alpha^*, u_T^*\}$. Этому случаю соответствует кривая 3 на рис. 11.28. Из характера кривых 1 и 2 следует, что максимум кривой 3 будет достигаться в точке пересечения кривых 1 и 2, т.е. при таком γ , при котором момент достижения углом α значения 60° , совпадает с

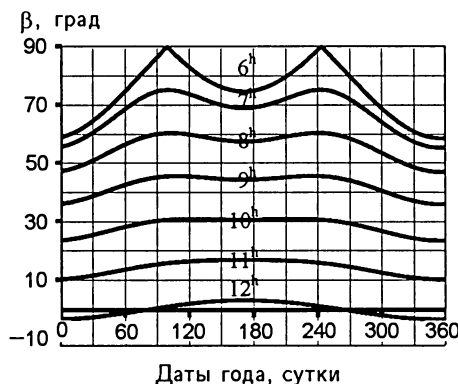


Рис. 11.29. Угол β между вектором Солнца и плоскостью орбиты для местного времени прохождения восходящего узла $m_{\Omega\uparrow} = 6^h, \dots, 12^h$

моментом входа КА в тень Земли. Этот угол определен соотношением (10.23): $\gamma = \gamma_1 = 81,03^\circ$. Средневитковый коэффициент мощности $p_{\text{ср}}^B = 0,4168$. Приведенные рассуждения справедливы для заданного $\beta = 35^\circ$. Для других β «механизм» возникновения экстремума по углу γ может быть иным.

Задача 10.4. На рис. 11.29 даны зависимости угла β между вектором Солнца и плоскостью орбиты как функции даты года и местного времени прохождения восходящего узла, построенные по выражению (6.5).

Пусть $m_{\Omega\uparrow} = 8^h$. Из рис. 11.29 следует, что для $m_{\Omega\uparrow} = 8^h$ угол β меняется в пределах $\beta = 46,95 \dots 60,33^\circ$. Из рис. 10.8 следует, что величина $p_{\text{ср}}^B$ при $\gamma = \text{const}$ есть возрастающая функция угла β . Следовательно, наихудшей по энергетике будет дата, когда угол β будет *наименьшим*. Поэтому в качестве расчетного принимаем угол установки СБ γ_{opt} , обеспечивающий $\max p_{\text{ср}}^B$ для $\beta = 46,95^\circ$. Это значение β принадлежит области III на рис. 10.9. Из соотношений (10.27) следует, что для указанного β угол γ_{opt} ищется по формуле

$$\text{tg } \gamma_{\text{opt}} = \text{tg } 46,95^\circ \frac{u_T^*}{\sin u_T^*}.$$

Из формулы (10.15) для $\beta^* = 64,73^\circ$ и $\beta = 46,95^\circ$ следует $u_T^* = 128,71^\circ$. Отсюда получаем $\gamma_{\text{opt}} = 72,02^\circ$ и $p^{\text{расч}}(8^h) = 0,5494$. Расчет для $m_{\Omega\uparrow} = 6^h$ и $m_{\Omega\uparrow} = 7^h$ аналогичен вышеприведенному.

Теперь рассмотрим значение $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$. Из рис. 11.29 следует, что для $m_{\Omega\uparrow} = 9^h$ угол β меняется в пределах $\beta = 35,90 \dots 45,57^\circ$. Наименьшее значение $p_{\text{ср}}^B$ будет при $\beta = 35,90^\circ$. Это значение β принадлежит области II на рис. 10.9. Для указанного β имеем $u_T^* = u_\alpha^* = 121,8^\circ$, угол $\gamma_{\text{opt}} = \gamma_1$ и определяется по соотношению (10.23):

$$\gamma_{\text{opt}} = \gamma_1 = 79,64^\circ; \quad p^{\text{расч}}(9^h) = 0,4297.$$

Значениям $m_{\Omega\uparrow} \geq 9,5^h$ соответствуют $\beta < 30^\circ$. Эти значения β

Т а б л и ц а 11.10

Энергетические характеристики ССО $h = 675$ км; $i = 98,087^\circ$, $\beta^* = 64,73^\circ$

$m_{\Omega 1}$	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	9,5 ^h	10 ^h	10,5 ^h	11 ^h	12 ^h
β_{max} , град	90,00	75,15	60,33	45,57	38,24	30,97	23,84	16,92	3,21
β_{min} , град	58,47	55,23	46,95	35,90	29,80	23,47	16,96	10,32	0
u^* , град	144,72	138,47	128,71	121,8	76,79	68,79	64,18	61,46	60
γ_{opt} , град	82,01	79,22	72	79,64	47,16	34,92	24,47	14,64	0
$p^{расч}$	0,692	0,6433	0,5494	0,4297	0,3381	0,3103	0,2925	0,2816	0,2757

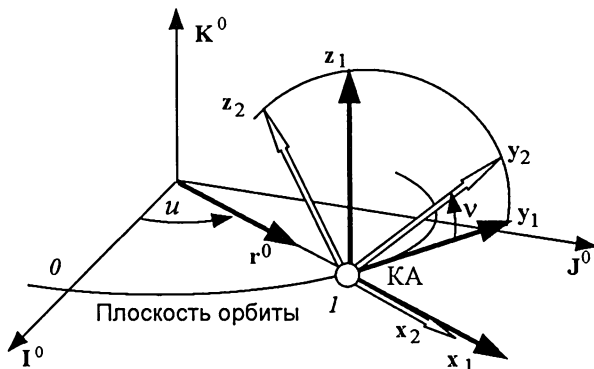


Рис. 11.30. Положение связанной с КА системы координат $x_2^0 y_2^0 z_2^0$ в исходной неподвижной системе $I^0 J^0 K^0$ после разворота КА на угол рысканья ν

принадлежат области I на рис. 10.9. Данные расчетов приведены в табл. 11.10.

Задача 10.5. Предварительно освежите в памяти сведения о матрицах поворота (точнее, о матрицах перехода между прямоугольными системами координат), которые изучаются на первом курсе вуза. Для решения задачи используем тот же подход, что и в разд. 10.1. Обратимся к рис. 11.30, который в упрощенном виде повторяет рис. 10.1. Угол u определяет текущее положение системы координат $x_1^0 y_1^0 z_1^0$, связанной с центром масс КА, в исходной неподвижной системе $I^0 J^0 K^0$ с осями I^0 , J^0 , K^0 . Следуя условиям задачи, положим, что КА совершил разворот по рысканью на угол ν (вокруг оси x_1^0 против часовой стрелки), в результате чего связанная система координат $x_1^0 y_1^0 z_1^0$ перейдет в систему $x_2^0 y_2^0 z_2^0$. Вектор нормали к панели СБ $\vec{n}$, жестко связанный с КА, после разворота КА займет некоторое новое положение. Определив его координаты в системе координат $I^0 J^0 K^0$, можно найти угол α между вектором направления солнечных лучей $\vec{s}^0$ и вектором $\vec{n}$. А зная угол α , можно определить средний за виток коэффициент мощности, что фактически и требуется в задаче.

Далее, для упрощения записи, будем использовать следующие обозначения для введенных систем координат: базис $I^0 J^0 K^0$ обозначим I , базис $x_1^0 y_1^0 z_1^0$ — E_1 , базис $x_2^0 y_2^0 z_2^0$ — E_2 .

Приступая к решению, прежде всего найдем T_1 — матрицу перехода от системы I к системе E_1 :

$$T_1 = \left\| \begin{pmatrix} x_1^0 \\ y_1^0 \\ z_1^0 \end{pmatrix}, I^0 \right\| \begin{pmatrix} x_1^0 \\ y_1^0 \\ z_1^0 \end{pmatrix}, J^0 \right\| \begin{pmatrix} x_1^0 \\ y_1^0 \\ z_1^0 \end{pmatrix}, K^0 \right\| = \left\| \begin{matrix} \cos u & \sin u & 0 \\ -\sin u & \cos u & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|. \quad (11.4)$$

С использованием матрицы T_1 координаты вектора n в базисе E_1 могут быть выражены через его координаты в базисе I в виде:

$$n_{E1} = T_1 n_I. \quad (11.5)$$

Теперь найдем T_2 — матрицу перехода от системы E_1 к системе E_2 :

$$T_2 = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \nu & \sin \nu \\ 0 & -\sin \nu & \cos \nu \end{matrix} \right\|. \quad (11.6)$$

С использованием матрицы T_2 координаты повернутого вектора $n^{\text{пов}}$ в системе E_1 могут быть выражены через координаты неповернутого вектора n в той же системе координат E_1 в виде:

$$n_{E1}^{\text{пов}} = T_2^T n_{E1}, \quad (11.7)$$

где T_2^T — транспонированная матрица T_2 . Заметим теперь, что из соотношения (11.7) следует

$$n_{E1}^{\text{пов}} = T_1 n_I^{\text{пов}}, \quad (11.8)$$

Подставляя выражения (11.8) и (11.5) в (11.7), получаем

$$T_1 n_I^{\text{пов}} = T_2^T T_1 n_I,$$

откуда следует

$$n_I^{\text{пов}} = T_1^T T_2^T T_1 n_I = A n_I. \quad (11.9)$$

При получении выражения (11.9) использовалось свойство ортогональных матриц (которыми являются матрицы поворота): «обратная матрица равна транспонированной».

Соотношение (11.9) позволяет найти координаты вектора нормали к панели СБ в исходной системе координат I после того как КА переместился из т. 0 в т. 1 (рис. 11.30) и затем развернулся по рысканью на угол ν . Используя соотношения (11.4) и (11.6), найдем матрицу оператора поворота A

$$\begin{aligned} A &= T_1^T T_2^T T_1 = \\ &= \left\| \begin{matrix} \cos^2 u + \sin^2 u \cos \nu & \cos u \sin u (1 - \cos \nu) & \sin u \sin \nu \\ \cos u \sin u (1 - \cos \nu) & \sin^2 u + \cos^2 u \cos \nu & -\cos u \sin \nu \\ -\sin \nu \sin u & \sin \nu \cos u & \cos \nu \end{matrix} \right\|. \end{aligned}$$

Вектор $\mathbf{n}$ в системе $\mathbf{I}$ имеет координаты (см. разд. 10.2):

$$\mathbf{n}_I = \|\cos \gamma \cos u, \cos \gamma \sin u, -\sin \gamma\|^T.$$

Теперь, в соответствии с (11.9) можно найти координаты вектора $\mathbf{n}^{\text{пов}}$ в системе $\mathbf{I}$:

$$\mathbf{n}_I^{\text{пов}} = \left\| \begin{array}{c} \cos u \cos \gamma - \sin u \sin \gamma \sin \nu \\ \sin u \cos \gamma + \cos u \sin \gamma \sin \nu \\ -\sin \gamma \cos \nu \end{array} \right\|.$$

Вектор $\mathbf{s}^0$ в системе $\mathbf{I}$ имеет координаты (см. разд. 10.2):

$$\mathbf{s}_I^0 = \|\cos \beta, 0, -\sin \beta\|^T.$$

Скалярное произведение этих векторов

$$(\mathbf{s}_I^0, \mathbf{n}_I^{\text{пов}}) = \cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma \cos u + \sin \beta \sin \gamma \cos \nu - \cos \beta \sin \gamma \sin u \sin \nu. \quad (11.10)$$

Полагая $a = \cos \beta \cos \gamma$, $b = \sin \beta \sin \gamma$, $c = \cos \beta \sin \gamma$, получаем окончательно:

$$\cos \alpha = a \cos u + b \cos \nu - c \sin u \sin \nu. \quad (11.11)$$

Далее, действуя так же, как в разд. 10.2, при необходимости можно найти оптимальное управление по углу рысканья. В задаче этого не требуется. Необходимо лишь оценить возможность выигрыша в энергетике при постоянном угле рысканья на витке. Поэтому полагая $\beta = \beta_0$, $\gamma = \gamma_0$, $\nu = \nu_0$ для $\cos \alpha$ получаем:

$$\cos \alpha = \cos \beta_0 \cos \gamma_0 \cos u + \sin \beta_0 \sin \gamma_0 \cos \nu_0 - \cos \beta_0 \sin \gamma_0 \sin \nu_0 \sin u. \quad (11.12)$$

Найдем средневитковый коэффициент мощности СБ. Подставим в (10.20) выражение для $\cos \alpha$ из (11.12), получим:

$$p_{\text{ср}}^B(\nu_0 \neq 0) = 1/\pi (\cos \beta_0 \cos \gamma_0 \sin u^{**} + \sin \beta_0 \sin \gamma_0 \cos \nu_0 u^{**} + \cos \beta_0 \sin \gamma_0 \sin \nu_0 \cos u^*), \quad (11.13)$$

где u^{**} — угол, задающий положение КА на орбите в момент, когда коэффициент мощности становится равным нулю (при $\nu_0 \neq 0$). Выражение (11.13) сравним с выражением (10.20) для средневиткового коэффициента мощности при нулевом значении угла рысканья:

$$p_{\text{ср}}^B(\nu_0 = 0) = 1/\pi (\cos \beta_0 \cos \gamma_0 \sin u^* + \sin \beta_0 \sin \gamma_0 u^*),$$

где u^* — угол, задающий положение КА на орбите в момент, когда коэффициент мощности становится равным нулю (при $\nu_0 = 0$). Анализ этих выражений позволяет выделить области изменения аргументов, для которых разворот по рысканью приведет к увеличению энергетического выхода. В том, что это действительно возможно, можно убедиться на следующем примере.

Пусть $\beta_0 = 40^\circ$, $\gamma_0 = 77^\circ$, разворот по рысканью отсутствует. При этих значениях β_0 и γ_0 угол α достигает значения 60° на угле $u_\alpha^* \approx 137^\circ$. Но тень на орбите наступает несколько раньше: на $u_T^* \approx 131^\circ$, поэтому угол, задающий положение КА на орбите в момент, когда коэффициент мощности становится равным нулю полагаем $u^* \approx 131^\circ$. Используя методику, предложенную в разд. 10.3, получаем $p_{\text{ср}}^{\text{в}}(u_0 = 0) \approx 0,498$.

Теперь угол рысканья положим $\nu_0 = -15^\circ$. Вычисляя по формуле (11.12) $\cos \alpha$, убеждаемся, что $\cos \alpha$ при $\nu_0 = -15^\circ$ превосходит $\cos \alpha$ при $\nu_0 = 0^\circ$. Например, в момент $u \approx 137^\circ$ $\cos \alpha = 0,611$ (а не 0,5, как при $\nu_0 = 0^\circ$); значения 0,5 он достигает при $u \approx 162^\circ$ (а не 137° , как при $\nu_0 = 0^\circ$). Как следствие, $p_{\text{ср}}^{\text{в}}(\nu_0 = -15^\circ) \approx 0,523 > p_{\text{ср}}^{\text{в}}(\nu_0 = 0) \approx 0,498$. Можно, однако, привести и обратные примеры.

Таким образом, показано, что существуют значения углов β_0 , γ_0 и высоты орбиты h , при которых разворот КА по рысканью на некоторый угол $\nu_0 \neq 0$ позволяет увеличить энергетический выход с СБ.

Задача 10.6. Расчет конструктивной площади СБ (площади каркаса СБ, необходимой для размещения ФЭП и электромонтажа) произведем по уравнению (10.30), выразив из него $S_{\text{карк}}$:

$$S_{\text{карк}} = \frac{1}{\sigma \eta_{\text{ФЭП}} k_{\text{ЗП}} k_i k_{\text{ком}} k_{\text{д}}} \left(\frac{w_{\text{ср}}}{K_{\text{СНА}}} + \frac{w_{\text{ср}}}{\eta_{\text{АВ}} K_{\text{ЗРУ}}} \frac{\tau_{\text{т}}}{\tau_0} \right) \frac{1}{p_{\text{ср}}^{\text{в}}} \frac{\tau_0}{\tau_0 + \tau_{\text{т}}}.$$

В этой формуле $\sigma = 1370 \text{ Вт/м}^2$ — средний уровень мощности светового потока от Солнца (солнечная постоянная). Средневитковый коэффициент мощности для $\beta = 35^\circ$ и оптимального угла установки СБ $\gamma_1 = 81,03^\circ$, получен в задаче 10.3 и равен $p_{\text{ср}}^{\text{в}} = 0,4168$. Драконический период орбиты высотой $h = 675 \text{ км}$ равен $T_{\text{др}} = 5891 \text{ с}$, длительность теневого участка орбиты — $\tau_{\text{т}} = 1987 \text{ с}$, длительность освещенного участка орбиты — $\tau_0 = 3904 \text{ с}$. КПД фотоэлектронных преобразователей зависит от их типа и лежит в пределах 12...14 %; для расчета принимаем $\eta_{\text{ФЭП}} = 13 \%$. Коэффициент использования площади каркаса СБ зависит от типа используемых ФЭП и типа каркаса; для расчета принимаем $k_{\text{ЗП}} = 0,88$. Температурный коэффициент, учитывающий снижение мощности при повышении рабочей температуры ФЭП, примем $k_i = 0,95$. Коммутационные потери складываются из потерь напряжения в кабельной сети и на межэлементных соединениях; для расчета принимаем $k_{\text{ком}} = 0,97$. Коэффициент деградации, определяющий потери мощности за счет изменения характеристик СБ за время ее эксплуатации, примем равным $k_{\text{д}} = 0,75$. Коэффициенты, учитывающие потери в автоматике системы энергоснабжения, примем равными $K_{\text{ЗРУ}} = 0,9$, $K_{\text{СНА}} = 0,9$. КПД АБ зависит от их типа, степени их заряженности, рабочей температуры, наработки и изменяется от 0,82 до 0,75; для расчета примем его равным $\eta_{\text{АВ}} = 0,75$.

Для приведенных данных необходимая площадь СБ по каркасу составит $S_{\text{карк}} = 13,7 \text{ м}^2$.

Литература

1. Киенко Ю.П. Основы космического природоведения. — М.: Картгеоцентр-Геоиздат, 1999.
2. Чернявский Г.М., Бартенев В.А. Орбиты спутников связи. — М.: Связь, 1978.
3. Чернявский Г.М., Чернов А.А. Лазерные системы в космосе (информационная технология). — М.: Радио и связь, 1995.
4. Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. — М.: Наука, 1987.
5. Руководство по небесной механике и астродинамике. Под ред. Г.Н. Дубошина. — М.: Наука, 1971.
6. Лебедев А.А., Нестеренко О.П. Космические системы наблюдения: синтез и моделирование. — М.: Машиностроение, 1991.
7. Баринов К.Н., Бурдаев М.Н., Мамон П.А. Динамика и принципы построения орбитальных систем космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1975.
8. Куликов К.А. Курс сферической астрономии. — М.: Наука, 1974.
9. Полет космических аппаратов: примеры и задачи / Под ред. Г.С. Титова — М.: Машиностроение, 1990.
10. Феодосьев В.И. Основы техники ракетного полета. — М.: Наука, 1979.
11. Классификатор тематических задач оценки природных ресурсов и окружающей среды, решаемых с использованием материалов дистанционного зондирования Земли, ред. 6. Иркутск-Москва, ноябрь 2002.
12. Михайлов Г.К. Ранние этапы развития теории реактивного движения и динамики ракет // Космические исследования. 1976. Т. XIV, № 6.
13. Эрике К. Космический полет. Т. 1. — М.: Наука, 1969.
14. Воронков О.Г., Чернышенко В.М. Выбор наилучшего расположения панелей неориентируемых солнечных батарей на искусственном спутнике Земли // Космические исследования. 1974. Т. XII, № 6.
15. Бардина Н.М., Васильев А.М., Далецкий Г.С., Ландсман А.П. Определение потока прямой солнечной радиации, поступающей на солнечную батарею // Космические исследования. 1970. Т. VIII, № 3.
16. Корн Г., Корн Е. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1977.
17. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — М.: Наука, 1981.
18. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. — М.: Наука, 1977.

Оглавление

Введение	3
ЧАСТЬ ПЕРВАЯ	
Глава 1. Основные понятия и определения	5
Глава 2. Измерение времени	10
Глава 3. Зоны обзора с наземного пункта и с ИСЗ	18
Глава 4. Анализ требований к баллистическому построению космической системы ДЗЗ	24
Глава 5. Кратные солнечно-синхронные орбиты полного покрытия	28
5.1. Кратность орбит, высота и наклонение солнечно-синхронных орбит	28
5.2. Суточное смещение трассы. Полное покрытие территории экватора полосами обзора аппаратуры КА	36
5.3. Продолжительность полного покрытия поверхности Земли	49
5.4. Частота просмотра экваториальных областей за период кратности орбиты	56
Глава 6. Местное время прохождения восходящего узла орбиты. Освещенность КА в орбитальном полете	60
6.1. Местное время прохождения восходящего узла орбиты ..	60
6.2. Взаимное положение Солнца и плоскости орбиты	62
6.3. Высота Солнца над местным горизонтом в точке съемки	64
6.4. Тень на орбите	69
Глава 7. Оценка времени старта КА на солнечно-синхронную орбиту. Азимут старта	74
7.1. Оценка времени старта при выведении КА на орбиту с заданным временем прохождения восходящего узла	74
7.2. Азимут старта	77
ЧАСТЬ ВТОРАЯ	
Глава 8. Возмущение параметров солнечно-синхронной орбиты	80
8.1. Разбросы долготы восходящего узла орбиты, вызванные ошибками выведения	80
8.2. Разбросы наклона орбиты, вызванные ошибками выведения	84

8.3. Разбросы большой полуоси орбиты, вызванные ошибками выведения	86
8.4. Эволюция местного времени прохождения восходящего узла ССО в течение полета КА	89
8.5. Эволюция трассы круговых ССО при изменении высоты орбиты	93
8.6. Устойчивость полного покрытия кратных орбит при изменении высоты орбиты	99
Глава 9. Коррекция параметров рабочей солнечно-синхронной орбиты КА	105
9.1. Характеристическая скорость коррекции траектории КА. Расчет топлива на проведение коррекции	105
9.2. Коррекция восстановления солнечной синхронности орбиты КА	111
9.3. Коррекция местного времени прохождения восходящего узла ССО	114
9.4. Коррекция поддержания высоты орбиты и трассы полета КА	117
9.5. Атмосферное сопротивление движению КА. Темп падения высоты	121
Глава 10. Выбор расположения неориентируемых солнечных батарей КА на ССО	126
10.1. Постановка задачи. Мгновенная выходная мощность солнечных батарей	126
10.2. Расчет освещенности солнечных батарей с одноосной оптимальной ориентацией	129
10.3. Расчет освещенности и оптимального угла установки на КА неориентируемых солнечных батарей	135
10.4. Расчет требуемой площади солнечных батарей	145
Глава 11. Решения задач	147
Литература	197

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УНИТАРНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

«РАДИО и СВЯЗЬ»

127473 Москва, 2-й Щемиловский пер., д. 5/4, стр. 1.
Отдел заказов: тел./факс: 978-54-10 / E-mail: radiosv@bk.ru
Редакция: тел./факс: 978-53-51 / E-mail: radsv@garnet.ru
www.radiosv.ru

У ч е б н о е и з д а н и е

Чернов Александр Анатольевич
Чернявский Григорий Маркелович

Орбиты спутников
дистанционного зондирования Земли.
Лекции и упражнения

Оформление художника *В.Г. Ситникова*
Редактор *Ю.Н. Чернышов*
Технический редактор *Т.Н. Зыкина*
Верстка *Ю.Н. Чернышов*

ИБ 3135

ЛР 010164 от 29.01.97

Подписано в печать 29.11.2004. Формат 60×90/16. Гарнитура Helvetica.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 12,5 Тираж 500 экз. Изд. № 24466. Заказ № 13.
Заказное издание.

Издательство «Радио и связь», 127473, Москва, 2-й Щемиловский пер., д. 5/4, стр. 1.

Типография издательства «Радио и связь»,
127473, Москва, 2-й Щемиловский пер., д. 5/4, стр. 1.

ISBN 5-256-01752-7



9 785256 017521