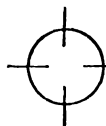




Г.З. ДАВЛАТШИИ

**АКТИВНО-
ГРАВИТАЦИОННЫЕ
МАНЕВРЫ
КОСМИЧЕСКИХ
АППАРАТОВ**



Г.З. ДАВЛЕТШИН

АКТИВНО- ГРАВИТАЦИОННЫЕ МАНЕВРЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ



Москва «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 1980

ББК 39.59
Д12
УДК 629.192

Рецензент *А. А. Дашков*

Давлетшин Г. З.

Д12 Активно-гравитационные маневры космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1980. — 256 с., ил.

В пер.: 95 коп.

Книга знакомит читателей со способами использования гравитационного поля для маневра космических аппаратов. Рассмотрены теоретические основы эффекта скорости, используемого для оптимального сочетания активного и гравитационного ускорений, способы межпланетных маневров с ускорением в гравитационном поле промежуточной планеты и их спутников и способы маневра КА в гравитационном поле несферической планеты. Изложен принцип создания гравитационной тяги.

Книга рассчитана на инженеров, работающих в области создания ракетно-космических систем.

Д $\frac{31901-341}{038(01)-80}$ 341-80. 3607000000

ББК 39.59
6Т6

ПРЕДИСЛОВИЕ

Бурное развитие космической техники и все возрастающие энергетические затраты для выполнения сложных космических полетов требуют изыскания новых направлений повышения эффективности космических тяговых систем. Одно из таких перспективных направлений связано с использованием гравитационного поля небесных тел.

В настоящее время разрабатываются и внедряются различные способы использования гравитационного поля небесных тел, таких как гравитационная стабилизация спутников, гравитационные маневры космических аппаратов (КА) около планет и др. Использование гравитационного ускорения при пролете около промежуточной планеты приводит к существенному уменьшению энергетических затрат, сокращению времени полетов, расширяет диапазон дат старта межпланетных аппаратов, дает возможность исследовать в одном полете сразу несколько планет и их спутников и пр.

Разработка теоретических основ и общих принципов гравитационных маневров КА и оценка их эффективности для решения различных задач космических полетов представляют не только научный, но и практический интерес.

Основное содержание предлагаемой книги составляет систематическое изложение проблем, касающихся способов использования некоторых свойств реальных гравитационных полей для маневра космических аппаратов.

Книга состоит из введения и четырех глав.

Во введении кратко изложены те свойства реального гравитационного поля, которые могут быть положены в основу осуществления активно-гравитационного маневра космических аппаратов.

В первой главе рассмотрены теоретические основы эффекта скорости, используемого для оптимального сочетания активного и гравитационного ускорений.

Описание основного принципа активно-гравитационного маневра межпланетных аппаратов при пролете около промежуточной планеты и изложение вопросов оптимизации реальных космических маршрутов содержится во второй главе.

В третьей главе исследуется проблема управления движением КА в гравитационном поле сжатой планеты для обеспечения оптимального перехода между планетоцентрическими орбитами.

Теория полета гравилета, способы создания «гравитационной тяги» и оценка практической ценности этих способов представлены в четвертой главе.

Автор весьма признателен доктору технических наук Ц. В. Соловьеву, дружеская помощь и ценные советы которого способствовали улучшению книги.

Автор приносит глубокую благодарность доктору технических наук И. К. Бажинову и рецензенту книги кандидату технических наук А. А. Дашкову за ряд ценных замечаний, позволивших улучшить содержание книги.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- V — скорость полета;
 P — силовая функция;
 ΔV — импульс скорости;
 r — расстояние КА от центра гравитации;
 E — полная энергия тела в гравитационном поле;
 T — кинетическая энергия тела;
 F — сила;
 $x y z$ — декартовы координаты материальной точки;
 R — радиус планеты;
 m_t — масса рабочего тела;
 μ_t — относительный конечный вес аппарата;
 η_t — доля кинетической энергии, передаваемой ракете;
 μ — гравитационная постоянная;
 η_E — доля полной энергии, передаваемой ракете;
 h — высота полета КА;
 A — большая полуось орбиты;
 g — ускорение силы тяготения;
 l — глубина тоннеля;
 $\mathcal{L}$ — длина гравилета;
 G — вес (сила тяжести);
 n — перегрузка от тяги;
 ω — угловое расстояние перицентра орбиты от линии восходящего узла;
 γ — угол поворота скорости при облете планеты;
 ν — угол между радиусом-вектором точки приложения импульса и линией апсид облетной гиперболы;
 β — угол между асимптотами входящей и выходящей гипербол;
 θ — наклон скорости к местному горизонту;
 t — время полета;
 i — наклонение плоскости орбиты;
 e — эксцентриситет орбиты;
 ϑ — истинная аномалия;
 Ω — долгота восходящего узла.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время повышение эффективности космических полетов происходит по нескольким направлениям.

Первое направление — повышение эффективности двигательных систем КА предполагает разработку и создание новых, более эффективных и экономичных типов космических энергодвигательных систем, использующих атомную энергию и внешние массово-энергетические ресурсы.

Второе направление связано с организацией самих полетов, с выбором оптимальных маршрутов и состава оптимальных начальных параметров траекторий. Это — направление эффективного использования внешних сил (например, гравитационных и аэродинамических), действующих на космический аппарат, путем установления оптимальных соотношений между совокупностью этих внешних сил и вектором тяги.

Третье направление, которое в настоящее время успешно разрабатывается, связано с использованием основных свойств реального гравитационного поля небесных тел. Это — путь создания «гравитационной тяги», которая, подобно тяге реактивного двигателя, служит для «искривления» траекторий, для изменения ее параметров.

Систематическое изложение последнего направления на уровне современных исследований составляет основное содержание предлагаемой книги.

Какие же свойства гравитационного поля легли в основу рассматриваемых в книге способов использования гравитационных сил?

Первое свойство — отличие реальных гравитационных полей от центральных ньютоновских. Идея использования этого свойства для формирования управляющей гравитационной силы заключается в следующем.

Известно, что под действием силы одного притягивающего центра, точно подчиняющейся закону притяжения Ньютона, космический аппарат движется по орбите, которая описывается одним из уравнений конических сечений — эллипса, параболы и гиперболы. Это движение принято называть кеплеровым. Кеплерово движение можно изменить, действуя на КА только тягой двигателя.

Реальное гравитационное поле космического пространства точно не подчиняется закону притяжения Ньютона. Например, гравитационное поле Солнца отличается от центрального ньютоновского наложением локальных полей планет; гравитационное поле планет отличается от центрального наложением гравитационного поля спутников планет и Солнца, а также отклонениями, обусловленными полярным сжатием планет и т. д.

Движение КА под действием реального гравитационного поля отличается от кеплерового и называется возмущенным движением. Возмущенное движение зависит от параметров траекторий основного движения, от маршрутов полета, от удаления космического аппарата от «центров» локальных гравитационных полей. Отсюда вытекает основная идея использования локальных полей для управления движением космического аппарата относительно основного (центрального) тела. Она заключается в выборе таких орбит (например, планетоцентрических) и таких маршрутов (например, межпланетных) полетов, которые обеспечивают использование локальных гравитационных полей с максимальной эффективностью. Способы использования возмущающих сил локальных полей в настоящее время развиваются в двух направлениях: для управления движением межпланетных аппаратов при пролете около промежуточных планет и спутников планет (это так называемые бипланетные и многопланетные переходы) и для управления движением околопланетных космических аппаратов, совершающих межорбитальные переходы с минимальными энергозатратами.

Так как мы управляем основным движением с помощью возмущающих сил, то такое движение некоторые авторы называют пертурбационным маневром. Мы же в книге будем пользоваться термином «гравитационный маневр», вкладывая в это понятие более широкий смысл, чем в термин «пертурбационный маневр», под которым

подразумевается использование только пертурбационных сил и локальных гравитационных полей.

Гравитационный маневр предполагает использование еще и других свойств гравитационного поля.

Второе свойство — неравномерное движение тел в гравитационном поле центрального тела при сохранении постоянства полной механической энергии.

Идея использования этого свойства заключается в следующем. Изменение механической энергии ракеты зависит от величины скорости полета в момент включения двигателя. Причем чем больше скорость полета, тем больше это изменение. Известно, что в центральном гравитационном поле движение КА — неравномерное и максимальное значение скорости его полета достигается в перигеентре орбиты.

Отсюда вытекает необходимость включения двигателя КА не в любой точке орбиты, а в области ее перигеентра, когда заданное изменение орбиты достигается минимальным расходом топлива [17, 50].

Этот эффект, называемый здесь эффектом скорости, широко используется при активно-гравитационном маневре космического аппарата в локальном гравитационном поле планет и их спутников, а также может использоваться при уходе с орбиты Земли к звездам [32] и при уходе с высоких орбит и возвращении на эти орбиты при межпланетных полетах.

Во всех этих маневрах используется разгоняющее действие гравитационного поля с последующим сообщением КА импульса тяги в момент достижения максимальной скорости полета, что обеспечивает максимальное изменение механической энергии КА.

В этих маневрах гравитационное поле работает подобно стартовым ускорителям, которые очень широко применяются в технике для начального разгона летательных аппаратов.

Третье свойство — неоднородность силы тяготения планет как по величине (зависит от координат точки), так и по направлению (ввиду центральности). На этом свойстве основана теория полета гравилетов, рассматриваемая в гл. 4. Большой вклад в развитие этой теории внес В. В. Белецкий [3—7].

Из курса небесной механики известно, что гравитационные силы консервативны. Это означает, что полная механическая энергия абсолютно твердых тел не зависит

ни от их формы, ни от закона распределения в них масс, хотя при этом орбитальные вектор кинетического момента и вектор Лапласа могут иметь вековые изменения.

Отсюда вытекает, что космический аппарат как пассивное тело не может изменять своего закона движения, определяемого центральным телом.

А что произойдет, если отдельные элементы космического аппарата начнут двигаться относительно центра масс аппарата? В силу третьего свойства гравитационного поля, т. е. неоднородности гравитационного ускорения, при изменении положения элемента космического аппарата на этот элемент будет действовать уже другая сила тяготения, отличная от прежней.

В силу того, что сам КА так же сместится относительно общего центра масс (который «остаётся на месте»), на космический аппарат также будет действовать сила, отличная от прежней.

Таким образом, при изменении распределения масс на космический аппарат будет действовать дополнительная сила, которая уводит его с прежней орбиты движения.

При однократном изменении распределения масс космический аппарат переходит на новую орбиту и продолжает двигаться по этой орбите. Для нового изменения орбиты необходимо новое перераспределение масс.

Следовательно, для непрерывного изменения орбиты необходимо непрерывное перераспределение масс космического аппарата. На этом основана теория пульсирующих систем [6].

Можно создать дополнительную силу, действующую на космический аппарат со стороны гравитационного поля, и в случае постоянного распределения масс КА, если он имеет гантелеобразную форму. Перемещение масс, расположенных на концах длинной штанги, относительно гравитационного поля центрального тела производится в этом случае вращением гантели относительно поперечной оси [8].

Сообщая гантели по определенному закону колебательное движение или активно поддерживая его определенную ориентацию, можно создать гравитационную тягу, способную изменять движение космического аппарата.

Итак, мы перечислили три свойства гравитационного поля, которые лежат в основе излагаемых в книге спосо-

бов активно-гравитационного ускорения космических аппаратов.

До сих пор остается тайной природа гравитации. Раскрыть эту тайну — задача физической науки. Однако основные свойства гравитации, определяющие механическое движение тел, установлены достаточно точно и подтверждены физическими экспериментами, изучением движения небесных тел и практикой космических полетов. Поэтому использование этих свойств для космических маневров, для повышения их эффективности представляет задачу огромного научного и практического значения.

Некоторые способы использования свойств гравитационного поля для космических маневров рассматривались разными авторами на страницах различных журнальных статей. Поэтому назрела необходимость в обобщении результатов разрозненных исследований и в представлении специалистам и широкому кругу читателей систематизированного материала.

Данная книга предназначена в какой-то степени решить эту задачу.

Глава 1

ЭФФЕКТ СКОРОСТИ

Явление, характеризующее зависимость изменения полной механической энергии ракеты от скорости ее движения в момент включения и работы двигателя, назовем эффектом скорости. Учет этого эффекта в межорбитальных и межпланетных маневрах приводит к весьма любопытным и полезным результатам.

1.1. КЛАССЫ КОСМИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ

Оптимизации межорбитальных и межпланетных переходов посвящено много работ [13—21, 28, 42, 43, 48, 52 и др.]. В этих работах оптимизировались точки приложения импульсов на начальной и конечной орбитах, количество и направление импульсов, параметры переходных орбит и время перехода и др.

Исследования показали, что оптимизация межорбитальных и межпланетных переходов является многоэкстремальной задачей. Например, найдены оптимальные ускоренные и длительные межпланетные переходы, оптимальные переходы на первом и на втором полувитках эллиптических орбит. Установлено, что уход из поля тяготения может быть осуществлен по различным схемам — прямой одноимпульсной схеме и двухимпульсной схеме путем сближения с центром тяготения. Известны три оптимальные схемы перехода между двумя орбитами: одна — двухимпульсная прямая и две — трехимпульсные с удалением от центра гравитации и со сближением к центру гравитации и т. д.

Ни один из разработанных методов оптимизации, основанных на малой вариации параметров (классическое вариационное исчисление Эйлера — Лагранжа, принцип максимума Л. С. Понтрягина, динамическое программи-

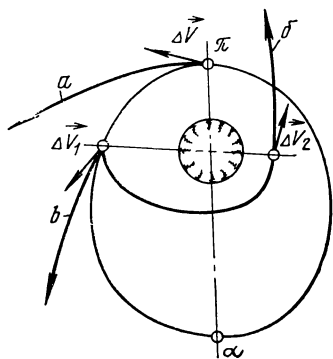


Рис. 1.1. Схемы ухода из поля тяготения:

a —перигицетральная Ф. А. Цандера; b —путем сближения к центру тяготения Оберта; c —прямого ухода

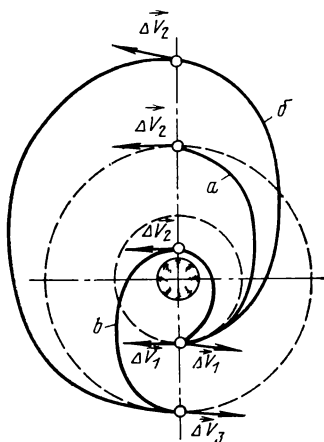


Рис. 1.2. Схемы перехода между орбитами:

a —типа Хомана; b —внешний биэллиптический переход; c —внутренний биэллиптический переход

рование Беллмана и др.), не в состоянии решить многоэкстремальную задачу.

Большинство уже известных и реализованных в настоящее время оптимальных межорбитальных и межпланетных переходов найдено в результате параметрических исследований путем вариации параметров в широком диапазоне. Так, например, были найдены ставшие уже классическими схемы одноимпульсного перигицетрального маневра Ф. А. Цандера (рис. 1.1, a), двухимпульсного маневра ухода из поля тяготения Г. Оберта (рис. 1.1, b), двухимпульсного апсидального перехода Хомана (рис. 1.2, a), внешнего трехимпульсного биэллиптического маневра Хелькера и Зильберга (рис. 1.2, b), внутреннего трехимпульсного биэллиптического маневра (рис. 1.2, c), а также другие схемы межорбитальных и межпланетных перелетов.

Существенное влияние на выбор оптимальных схем полетов оказывают налагаемые на фазовые параметры всевозможные ограничения [17], связанные с выполнением целевой задачи, а также взаимное расположение начальной и конечной орбит.

Межорбитальные и межпланетные переходы могут быть классифицированы по следующим характеристикам.

1. По числу притягивающих центров:

моноцентрические переходы — переходы в поле одного притягивающего центра;

двучцентрические переходы (планета+Солнце, планета+спутник планеты);

трехцентрические переходы (планета+Солнце+планета, планета+спутник+планета);

полицентрические (или многопланетные) переходы.

Сюда же относятся схемы с возвращением к исходному притягивающему центру.

2. По типу маневра у промежуточного притягивающего центра: пролет, посадка на поверхность, выход на орбиту около притягивающего центра.

3. По типу ограничений на время перехода: с фиксированным временем, с временем меньше заданного, со свободным временем.

4. По типу ограничений на геометрию перехода: с учетом размера планет, границ сфер действия планет, границ атмосферной оболочки, колец Сатурна и др.

5. По характеру использования гравитационного ускорения: использование разгоняющего действия гравитационного поля Солнца, планет и спутников планет, эффекта нецентральности гравитационных полей, связанной с полярным сжатием планет.

6. По величине тяги двигателя: переходы с малой тягой, со средней тягой, импульсные переходы.

7. По числу импульсов (активных и пассивных участков): одно-, двух-, трех- и многоимпульсные переходы.

8. По месту приложения импульсов: апсидальные, котангенциальные и др.

9. По взаимному расположению орбит: плоские и пространственные переходы.

10. По типу начальной и конечной орбит: переходы между гиперболическими, эллиптическими, гиперболической и эллиптической орбитами.

11. По типу переходных орбит: эллиптические, параболические и гиперболические.

Многие классы переходов перемежаются между собой и рассматривать каждый класс изолированно не представляет возможности.

Многие классы переходов в настоящее время исследованы достаточно широко и они известны. Однако есть класс маневров, который изучен еще не до конца. Это — класс активно-гравитационных маневров космических аппаратов, исследованию которого и посвящена эта книга.

Эффективность активно-гравитационного маневра связана с разгоняющим действием гравитационного поля и с эффектом скорости. Изменение механической энергии ракеты зависит от ее скорости в момент включения и работы двигателя.

Действительно, пусть $\vec{V}$ — скорость ракеты в момент t , Π — потенциальная функция гравитационного поля, в котором движется ракета, $\vec{c}$ — скорость истечения реактивной струи, m — масса ракеты в момент времени t .

Тогда уравнение движения будет иметь вид

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + \text{grad } \Pi = \frac{\vec{c}}{m} \frac{dm}{dt}.$$

Умножая скалярно обе части равенства на $\vec{V}$ и подставляя $W = \ln m$, получим

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) + V \frac{\partial \Pi}{\partial s} = \vec{V} \vec{c} \frac{dW}{dt}, \quad (1.1)$$

где s представляет собой параметр длины дуги искомой траектории, $\frac{\partial \Pi}{\partial s}$ — производную от Π по направлению движения. Так как $V = \frac{ds}{dt}$, то отсюда $V \frac{\partial \Pi}{\partial s} = \frac{d\Pi}{dt}$ и уравнение (1.1) можно представить эквивалентной формой

$$\frac{dE}{dt} = \vec{V} \vec{c} \frac{dW}{dt}, \quad (1.2)$$

где $E = \frac{V^2}{2} + \Pi$ является полной энергией, отнесенной к единице массы ракеты. Уравнение (1.2) можно преобразовать к виду [65]

$$\frac{dE}{dW} = \vec{V} \vec{c}.$$

Из этой формулы следует, что темп возрастания E относительно W (и, следовательно, m) будет наибольшим, во-первых, при совпадении направлений $\vec{c}$ и $\vec{V}$, т. е.

при совпадении направления тяги с касательной к траектории и, во-вторых, он будет тем больше, чем больше скорость полета $\vec{V}$.

Как же получить большую скорость полета ракеты? Если мы используем для этой цели бортовой запас топлива, то мы ничего не выигрываем. Положительный эффект скорости может быть получен только в том случае, если используются для начального разгона ракеты внешние силы. Одной из таких сил является гравитационная сила, которая может быть успешно использована для предварительного разгона ракеты перед включением двигателей.

Из сказанного следует, что космические траектории должны быть выбраны с таким учетом, чтобы максимально использовать гравитационное ускорение космических аппаратов и, следовательно, выполнить космические маневры с минимальным расходом топлива. На это явление впервые обратили внимание Ф. А. Цандер [50] и Г. Оберт [31]. Цандер исследовал схему перехода космического аппарата из заданной эллиптической на любую другую орбиту. Он показал, что при переходе КА из эллиптической орбиты на любую другую оптимальной точкой приложения импульса является перигейцтр эллиптической орбиты, в котором скорость КА достигает наибольшего значения по сравнению со значениями скорости в других точках. Так как конечная орбита любая, она может быть и гиперболической, по которой КА может уйти за пределы гравитационного поля небесного тела (см. рис. 1.1, а).

Оберт проводил сравнительный анализ схемы прямого ухода космического аппарата, находящегося на круговой орбите, из гравитационного поля с двухимпульсной схемой ухода путем сближения к центру гравитации (см. рис. 1.1, б, в). По этой схеме первым импульсом, направленным против движения, КА переводится на орбиту, по которой он движется к центру гравитации, разгоняясь до скорости, значительно превышающей скорость на исходной круговой орбите. Вторым импульс сообщается в перигейце переходной орбиты, когда скорость достигает максимального значения. Как показал Оберт, при уходе КА, находящегося на орбите Земли, из поля тяготения Солнца сумма двух импульсов значительно меньше, чем один импульс, сообщаемый КА при прямом уходе. Это говорит о том, что темп возрас-

тания энергии при сообщении второго импульса не только компенсирует уменьшение темпа возрастания энергии при сообщении первого импульса, а значительно превосходит его, что подтверждается сравнением двухимпульсного маневра с прямым уходом.

Кроме рассмотренных схем, эффект скорости может быть использован во многих других схемах активно-гравитационных маневров, в частности, в схемах многопланетных перелетов, в которых используется разгон КА в гравитационном поле промежуточных планет.

Из сказанного ясно, что изменение энергии ракеты, эффективности ее ускорения зависит от относительного движения.

Рассмотрим этот вопрос подробнее.

1.2. ИНВАРИАНТНОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНЕРГИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

1. *Изменение кинетической энергии механической системы в абсолютном движении.* Изменение кинетической энергии материальной точки, имеющей массу m и скорость $\vec{V}$, равно элементарной работе силы $\vec{F}$, действующей на эту точку, при ее перемещении на расстояние $d\vec{r}$

$$d\left(\frac{mV^2}{2}\right) = \vec{F} d\vec{r}.$$

Для механической системы материальных точек изменение кинетической энергии равно

$$dT = d\left(\sum_{k=1}^n \frac{m_k V_k^2}{2}\right) = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(e)} d\vec{r}_k + \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(i)} d\vec{r}_k, \quad (1.3)$$

где $T = \sum_{k=1}^n \frac{m_k V_k^2}{2}$ — кинетическая энергия механической системы.

Суммы $dA^{(e)} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(e)} d\vec{r}_k$ и $dA^{(i)} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(i)} d\vec{r}_k$ являют-

ся соответственно суммой элементарных работ всех внешних и внутренних сил, действующих на систему.

Запишем уравнение (1.3) в виде

$$dT = dA^{(e)} + dA^{(i)}. \quad (1.4)$$

Это есть изменение кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме в абсолютном движении.

Интегрируя уравнение (1.4), получим

$$\Delta T = T_2 - T_1 = A^{(e)} + A^{(i)}. \quad (1.5)$$

Формула (1.5) выражает теорему об изменении кинетической энергии механической системы в интегральной форме.

2. *Изменение кинетической энергии механической системы в относительном движении.* Предположим, что механическая система движется относительно осей координат $O'x'y'z'$, которые имеют начало в центре масс системы и в свою очередь движутся поступательно относительно неподвижных осей координат $Oxyz$.

Используя теорему Кёнига о кинетической энергии механической системы в ее относительном движении и формулу (1.3), запишем

$$d\left(\frac{1}{2} MV_{O'}^2\right) + dT' = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(e)} d\vec{r}_k + \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(i)} d\vec{r}_k, \quad (1.6)$$

где T' — кинетическая энергия системы в ее движении относительно центра масс, т. е. осей координат $O'x'y'z'$. Так как $\vec{r}_k = \vec{r}_{O'} + \vec{r}'_k$, $d\vec{r}_k = d\vec{r}_{O'} + d\vec{r}'_k$, то формулу (1.6) можно переписать в виде

$$d\left(\frac{1}{2} MV_{O'}^2\right) + dT' = \vec{R}^{(e)} d\vec{r}_{O'} + \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(e)} d\vec{r}'_k + \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(i)} d\vec{r}'_k, \quad (1.7)$$

где $\vec{R}^{(e)} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(e)}$ — главный вектор всех внешних сил, действующих на систему. Применяя к центру масс теорему об изменении кинетической энергии материальной точки, уравнение (1.7) приводится к виду

$$dT' = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(e)} d\vec{r}'_k + \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(i)} d\vec{r}'_k. \quad (1.8)$$

Сравнивая выражения (1.3) и (1.8), приходим к выводу, что когда подвижная система координат имеет на-

чало в центре масс и движется поступательно относительно неподвижной системы координат, то кинетическая энергия как в абсолютном, так и в относительном движениях изменяется на одну и ту же величину, т. е.

$$dT = dT'. \quad (1.9)$$

3. *Изменение энергии механической системы при движении в поле консервативных сил.* Если внешние силы консервативны, то

$$\vec{F}_k^{(e)} = -\text{grad } \Pi^{(e)},$$

где $\Pi^{(e)} = \Pi^{(e)}(x_k, y_k, z_k)$, $k=1, \dots, n$ — потенциальная энергия поля внешних сил. При этом работа внешних сил будет равна

$$\begin{aligned} A^{(e)} &= \int_{(1)}^{(2)} dA^{(e)} = \int_{(1)}^{(2)} \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(e)} d\vec{r}_k = \\ &= \int_{(1)}^{(2)} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Pi}{\partial x_k} dx_k + \frac{\partial \Pi}{\partial y_k} dy_k + \frac{\partial \Pi}{\partial z_k} dz_k \right) \end{aligned}$$

или
$$A^{(e)} = - \int_{(1)}^{(2)} d\Pi = \Pi_1 - \Pi_2.$$

Формула (1.5) в этом случае может быть записана в виде

$$T_2 - T_1 = \Pi_1 - \Pi_2 + A^{(i)}.$$

Если обозначить полную энергию через $E = T + \Pi$, то изменение полной энергии будет равно работе внутренних сил $\Delta E = E_2 - E_1 = A^{(i)}$.

Из условия инвариантности работы внутренних сил вытекает и инвариантность изменения полной энергии механической системы, т. е. $\Delta E = \Delta E'$.

4. *Работа внутренних сил механической системы.* Рассмотрим неподвижную механическую систему, состоящую из двух материальных точек с массами m_1 и m_2 , на которые действуют только внутренние силы. При действии этих сил массе m_1 сообщается скорость $\vec{V}_1$, а массе m_2 — скорость $\vec{V}_2$ относительно центра масс системы. На основании закона сохранения энергии работа внут-

ренных сил будет равна сумме кинетических энергий точек

$$\Delta T = A^{(i)} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}. \quad (1.10)$$

Пусть теперь центр масс всей системы движется со скоростью $\vec{V}_0$ относительно неподвижной системы координат.

Кинетическая энергия системы относительно неподвижной системы координат составляет $\frac{m_1 + m_2}{2} V_0^2$.

Если массы m_1 и m_2 разлетаются под действием внутренних сил соответственно со скоростями $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ относительно центра масс системы, то изменение кинетической энергии, равное работе внутренних сил, будет

$$\Delta T' = \frac{m_1}{2} (\vec{V}_0 + \vec{V}_1)^2 + \frac{m_2}{2} (\vec{V}_0 + \vec{V}_2)^2 - \frac{m_1 + m_2}{2} V_0^2.$$

Раскрывая скобки, получим

$$\Delta T' = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} + \vec{V}_0 (m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2). \quad (1.11)$$

Из сравнения уравнений (1.10) и (1.11) вследствие инвариантности работы внутренних сил (1.9) получим хорошо известную теорему об изменении количества движения

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = 0. \quad (1.12)$$

Если обозначить скорость массы m_2 относительно массы m_1 через $\vec{c} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$, то с помощью выражения (1.12) работу внутренних сил (1.10) можно привести к виду

$$A^{(i)} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{c^2}{2}. \quad (1.13)$$

В случае $m_1 \gg m_2$ работа внутренних сил будет равна

$$A^{(i)} \simeq \frac{m_2 c^2}{2}, \quad (1.14)$$

т. е. в случае, когда первая точка обладает большой массой, изменение кинетической энергии системы равно кинетической энергии тела с малой массой в движении относительно тела большой массы.

1.3. ЗАВИСИМОСТЬ ПРИРАЩЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ РАКЕТЫ ОТ СКОРОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Нам уже известно, что приращение энергии механической системы при действии внутренних и внешних сил не зависит от системы отсчета. Однако это положение справедливо только для всей механической системы. Изменение энергии отдельных тел, составляющих механическую систему, не подчиняется этому закону, а зависит от относительного движения системы.

1.3.1. Изменение энергии ракеты при полете в свободном пространстве

Масса аппарата постоянна. Пусть масса аппарата равна m_0 . Скорость его относительно инерциальной системы составляет $\vec{V}_0$. При действии на аппарат внешней силы $\vec{P}$ в течение времени t скорость его относительно этой же системы отсчета изменяется на величину

$$\Delta \vec{V} = \int_0^t \frac{\vec{P}}{m_0} dt, \quad \text{вследствие чего аппарат получит при-}$$

ращение кинетической энергии, равное

$$\Delta T_p = \frac{m_0}{2} (\vec{V}_0 + \Delta \vec{V})^2 - \frac{m_0 V_0^2}{2} = \frac{m_0 \Delta V^2}{2} + m_0 \Delta \vec{V} \vec{V}_0. \quad (1.15)$$

Из этой формулы видно, что изменение кинетической энергии аппарата состоит из двух составляющих. Первая составляющая дает изменение энергии аппарата, когда он относительно системы отсчета в момент включения двигателя неподвижен. Вторая составляющая показывает, как влияет скорость относительного движения аппарата на изменение его кинетической энергии (эффект скорости).

Как следует из формулы (1.15), изменение кинетической энергии аппарата зависит как от направления, так и от величины скорости аппарата относительно системы отсчета в момент включения двигателя. Причем это изменение тем больше, чем больше скорость аппарата относительно системы отсчета в момент включения двигателя.

Масса аппарата переменна. Рассмотрим ракетную систему, состоящую из собственно ракеты и рабочего тела, находящегося на борту ракеты.

Ракетная система движется со скоростью $\vec{V}_0$ относительно инерциальной системы.

Внешние силы, действующие на ракету, отсутствуют. Массу ракеты обозначим через m , массу рабочего тела через m_r , а суммарную массу через m_0 .

Изменение кинетической энергии ракеты относительно системы отсчета будет равно

$$\Delta T_p = \frac{m_0 - m_r}{2} (\vec{V}_0 + \Delta \vec{V})^2 - \frac{m_0}{2} V_0^2 = \frac{1}{2} m \Delta V^2 + m \Delta \vec{V} \vec{V}_0 - \frac{1}{2} m_r V_0^2, \quad (1.16)$$

где ΔV — изменение скорости ракеты, определяемое при постоянной скорости истечения ($c = \text{const}$) рабочего тела относительно ракеты формулой Циолковского

$$\Delta V = c \ln \frac{m_0}{m}. \quad (1.17)$$

В уравнении (1.16) первый член от начальной скорости полета не зависит; он дает величину изменения механической энергии ракеты при старте с неподвижной площадки (при $\vec{V}_0 = 0$). Второй член при росте начальной скорости приводит к росту при разгоне и уменьшению при торможении кинетической энергии ракеты и выражает эффект относительного движения (эффект скорости). Третий же член появляется для тел переменной массы и равен той части механической энергии ракеты, которая уносится рабочим телом при отделении от ракеты.

Наличие в уравнении механической энергии ракеты членов с противоположными знаками, зависящих от начальной скорости полета, приводит при разгоне ракеты к увеличению приращения ее энергии при малых скоростях и к уменьшению этого приращения при больших скоростях полета. В случае торможения как второй, так и третий члены имеют отрицательные знаки, следовательно, большая начальная скорость ракеты при торможении приводит к еще большему уменьшению кинетической энергии.

Таким образом, для выполнения заданного динамического маневра (заданного m_0/m_R) и заданной скорости

истечения реактивной струи (c) при разгоне ракеты существует оптимальное значение начальной скорости полета в момент включения двигателя, при котором обеспечивается максимальный прирост кинетической энергии ракеты.

При отсутствии внешних сил изменение механической энергии системы происходит только за счет работы внутренних сил, которая равна (без термодинамических потерь) бортовой энергии ракеты, содержащейся в топливе. Возникает вопрос: какую часть бортовой энергии составляет приращение энергии ракеты после разгона?

Работа внутренних сил (бортовая энергия) при $c = \text{const}$ из уравнения (1.14) равна

$$A^{(i)} = \frac{m_T c^2}{2}. \quad (1.18)$$

Отношение приращения энергии ракеты ΔT_p (1.16) к работе внутренних сил $A^{(i)}$ (1.18) дает ту часть изменения энергии системы, которая идет на приращение кинетической энергии ракеты

$$\eta_r = \frac{\Delta T_p}{A^{(i)}} = \frac{\mu_k (\vec{x}_0 + \vec{c}^0 \ln \mu_k)^2 - x_0^2}{1 - \mu_k}, \quad (1.19)$$

где обозначены $\mu_k = \frac{m_k}{m_0}$, $\vec{x}_0 = \frac{\vec{V}_0}{c}$, $\vec{c}^0 = \frac{\vec{c}}{c}$.

Оптимальное значение начальной скорости, при которой происходит максимальное изменение кинетической энергии ракеты, равно

$$\vec{V}_{0\text{опт}} = \frac{\mu_k \ln \mu_k}{1 - \mu_k}. \quad (1.20)$$

Из этого выражения видно, что оптимальная начальная скорость ракеты зависит от заданного динамического маневра (от заданного μ_k). Величина максимального прироста кинетической энергии ракеты при разгоне равна

$$\eta_{r \max} = \frac{\mu_k \ln^2 \mu_k}{(1 - \mu_k)^2}.$$

Найдем диапазон изменения начальных скоростей, при которых изменение кинетической энергии ракеты положительно. Из условия $\pi_T \geq 0$ (1.19) получим

$$\frac{\sqrt{\mu_k} \ln \mu_k}{\sqrt{\mu_k + 1}} \leq \frac{V_0}{c} \leq \frac{\sqrt{\mu_k} \ln \mu_k}{\sqrt{\mu_k - 1}}. \quad (1.21)$$

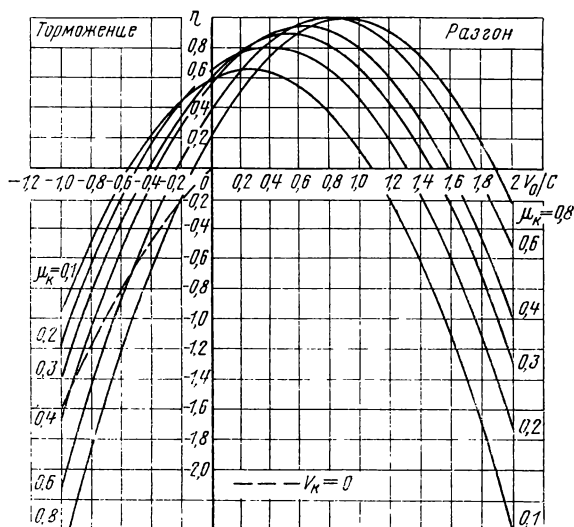


Рис. 1.3. Зависимость относительной кинетической энергии ракеты η_T от относительных начальной скорости V_0/c и конечной массы ракеты μ_k

Из рис. 1.3 можно получить представление о характере зависимости $\eta_T = f\left(\mu_k, \frac{V_0}{c}\right)$.

Из этих графиков видно, что положительное приращение энергии можно получить не только при разгоне ракеты, но и в некотором диапазоне μ_k и V_0/c при торможении.

Пунктирной линией показана кривая, соответствующая случаю полного торможения ракеты (т. е. $V_k = 0$).

Из рисунка так же видно, что полный переход бортовой энергии в энергию ракеты происходит только при больших μ_k и $V_0/c \approx 1$, т. е. в тех случаях, когда скорость истечения реактивной струи близка к скорости полета. При больших расходах рабочего тела и скоростях полета, далеких от скорости истечения c , энергия ракеты при разгоне не только не увеличивается, но становится отрицательной. Причем отрицательные значения изменения энергии могут быть очень большими и достигать по абсолютной величине нескольких бортовых энергий, т. е. $|\eta_T| \gg 1$.

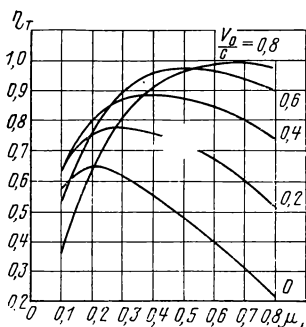


Рис. 1.4. Зависимость относительной кинетической энергии ракеты η_T от относительных конечной массы μ_k и начальной скорости V_0/c

на площадке максимум только $\sim 65\%$ бортовой энергии идет на увеличение кинетической энергии ракеты, при этом расходуется 81,5% ее массы.

Из сказанного ясно, что существует сильная зависимость изменения механической энергии ракеты от относительного движения ракетной системы.

При действии реактивной тяги энергия увеличивается только в диапазоне $V_{01} < V_0 < V_{02}$ начальных скоростей, вне этого диапазона скоростей энергия ракеты всегда уменьшается. Она уносится расходуемым рабочим телом. Причем в зависимости от скорости относительного движения изменение энергии ракеты по величине может во много раз превышать эту начальную бортовую энергию, которая затрачивается ракетой для разгона или торможения.

1.3.2. Изменение энергии ракеты при полете в гравитационном поле

Масса аппарата постоянна. Движение КА происходит в гравитационном поле относительно центра гравитации. Если на аппарат действует только сила центрального гравитационного поля, то полная энергия аппарата относительно центра гравитации остается постоянной и равной

Необходимо отметить еще одну интересную особенность зависимости η_T от μ_k . При разгоне в области $V_0/c < 1$ и в некоторой области торможения существует оптимальное значение μ_k , соответствующее условию $\eta_T = \max$.

Получить μ_k аналитически не удастся, так как условие $d\eta_T/d\mu_k = 0$ дает трансцендентное уравнение. Поэтому уравнение $\eta_T = \max$ решается графически (рис. 1.4). Кривая при $V_0 = 0$, т. е. при старте с неподвижной площадки, была получена Г. Обертом [31]. При постоянной скорости истечения c и старте с неподвижной пло-

$$E_p = m_0 \left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right),$$

где m_0 — масса аппарата; V_0 — скорость аппарата относительно центра гравитации; $\mu = fM$ — гравитационная постоянная центра гравитации; r — радиус-вектор аппарата, проведенный от центра гравитации до аппарата.

Пусть под действием большой внешней силы, отличной от силы гравитации, происходит импульсное изменение скорости полета на величину $\Delta \vec{V}$. Тогда полная энергия аппарата изменится на величину

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= m_0 \left[\frac{1}{2} (\vec{V}_0 - \Delta \vec{V})^2 - \frac{\mu}{r} \right] - m_0 \left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right) = \\ &= \frac{m_0 \Delta V^2}{2} + m_0 \Delta \vec{V} \cdot \vec{V}_0. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Из сравнения уравнений (1.15) с (1.22) видим, что $\Delta E_p = \Delta T_p$ и все сказанное о ΔT_p полностью относится и к ΔE_p .

Масса аппарата переменна. На КА действуют две силы: сила гравитации и тяга реактивного двигателя.

Пусть происходит импульсное изменение скорости аппарата, величина которого определяется формулой (1.17). При этом полная энергия ракеты изменится на величину

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= (m_0 - m_r) \left[\frac{1}{2} (\vec{V}_0 + \Delta \vec{V})^2 - \frac{\mu}{r} \right] - m_0 \left(\frac{1}{2} V_0^2 - \frac{\mu}{r} \right) = \\ &= \frac{1}{2} m \Delta V^2 + m \Delta \vec{V} \cdot \vec{V}_0 - m_r \left(\frac{1}{2} V_0^2 - \frac{\mu}{r} \right). \end{aligned} \quad (1.23)$$

Из сравнения уравнений (1.16) и (1.23) можно заключить, что изменение полной энергии ракеты равно сумме прироста кинетической энергии ракеты и энергии положения (потенциальной энергии) расходуемого рабочего тела в момент приложения импульса

$$\Delta E_p = \Delta T_p + m_r \frac{\mu}{r}.$$

Выше было показано, что прирост кинетической энергии ракеты имеет положительное значение только в том случае, если начальная относительная скорость полета лежит в пределах $\frac{V_{01}}{c} \leq \frac{V_0}{c} \leq \frac{V_{02}}{c}$ (1.21).

При выполнении космических околопланетных и межпланетных полетов с помощью двигательных систем на химическом топливе относительные начальные скорости лежат за пределами скоростей V_{01}/c и V_{02}/c , следовательно, изменение кинетической энергии или близко к нулю или отрицательно. Поэтому прирост полной энергии ракеты главным образом происходит за счет энергии положения рабочего тела, которое в данный момент отбрасывается.

Оценим эту энергию.

Известно, что $\sqrt{\frac{2\mu}{r}} = V_2$ — местная вторая космическая скорость. Отношение изменения полной энергии к энергии внутренних сил $A^{(i)}$ вместе с (1.19) дает ту долю внутренней энергии, которая пошла на изменение полной энергии ракеты ($c = \text{const}$)

$$\eta_E = \eta_r + \frac{V_2^2}{c^2}.$$

Это уравнение показывает, что характер $\eta_E(V_0, \mu_k)$ полностью определяется характером $\eta_T(V_0, \mu_k)$; только линия абсцисс при полете в гравитационном поле смещена на величину V_2^2/c^2 , вследствие чего расширяются пределы изменения начальной скорости, при которых $\eta_E \geq 0$. В этом случае

$$\begin{aligned} \frac{V_{01}}{c} &= -\frac{\mu_k \ln \mu_k}{1 - \mu_k} + \sqrt{\frac{\mu_k \ln^2 \mu_k}{(1 - \mu_k)^2} + \left(\frac{V_1}{c}\right)^2}, \\ \frac{V_{02}}{c} &= -\frac{\mu_k \ln \mu_k}{1 - \mu_k} - \sqrt{\frac{\mu_k \ln^2 \mu_k}{(1 - \mu_k)^2} + \left(\frac{V_2}{c}\right)^2}. \end{aligned}$$

Пределы начальных скоростей, в которых $\eta_E \geq 0$, при крайних значениях μ_k равны

$$-\frac{V_2}{c} \leq \frac{V_0}{c} \leq \frac{V_2}{c} \quad (1.24)$$

при

$$\mu_k \rightarrow 0 \text{ и}$$

$$1 - \sqrt{1 + \left(\frac{V_2}{c}\right)^2} \leq \frac{V_0}{c} \leq 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{V_2}{c}\right)^2}$$

при

$$\mu_k \rightarrow 1.$$

Видно, что если скорость ракеты в момент приложе-

ния импульса меньше второй космической, то изменение полной энергии ракеты всегда положительно.

При больших μ_h эта скорость может даже несколько превышать вторую космическую скорость [2-е выражение (1.24)].

Так как $\frac{\partial \eta_E}{\partial V_0} = \frac{\partial \eta_T}{\partial V_0}$, то оптимальное значение начальной скорости, при котором $\eta_E = \max$, равно (1.20), а максимальное значение изменения полной энергии равно

$$\eta_{E \max} = \eta_{T \max} + \left(\frac{V_2}{c} \right)^2.$$

То же самое можно сказать и относительно оптимального значения $\mu_{h \text{ опт}}$ (см. рис. 1.4).

Оценим величину изменения полной энергии ракеты, совершающей полеты около Земли. Выше было показано, что изменение кинетической энергии $\eta_{T \max} < 1$ (см. рис. 1.3). Вторая космическая скорость ракеты около Земли не превышает 11,2 км/с. Скорость истечения реактивной струи ЖРД $c \approx 4$ км/с. При этих значениях V_2 и c выражение $\left(\frac{V_2}{c} \right)^2 \approx 8$, что 8 раз превышает максимальную величину изменения кинетической энергии. Это говорит о том, что ракеты и космические аппараты основную долю своей энергии увеличивают за счет потенциальной энергии (энергии положения) топлива в точке приложения импульса. Причем эта составляющая удельного изменения энергии зависит только от мощности гравитационного поля и скорости истечения реактивной струи.

1.3.3. Эффект скорости в гравитационном поле

Допустим, что начальная орбита ракетной системы фиксирована, а точка приложения импульса не фиксирована. Она определяется, исходя из условия максимального изменения полной энергии ракеты относительно гравитирующего центра при заданной величине расхода рабочего тела. Так как начальная орбита ракетной системы фиксирована, то

$$\frac{V_0^2}{2} - \frac{\mu}{r} = h_0 = \text{const.}$$

Тогда уравнение (1.23) примет вид

$$\Delta E_p = m \left(\frac{\Delta V^2}{2} + \Delta \vec{V} \cdot \vec{V}_0 \right) - m_r h_0. \quad (1.25)$$

Из этого выражения видно, что при фиксированной начальной орбите и заданной величине расхода рабочего тела:

1) чем больше скорость полета по модулю, тем больше изменение полной энергии ракеты. Следовательно, наиболее эффективно включать двигатель в перицентре орбиты (эффект скорости);

2) для получения наибольшего изменения энергии тяга должна быть направлена по линии начальной скорости полета;

3) в случае, когда $\vec{V}_0 = 0$ или $\vec{V}_0 \perp \Delta \vec{V}$, изменение полной энергии минимально и равно кинетической энергии «чистого» разгона с вычетом полной энергии отброшенного рабочего тела

$$\Delta E_{p \min} = \frac{m \Delta V^2}{2} - m_r h_0.$$

Решим ту же задачу при заданном изменении полной энергии ракеты: определим точку приложения импульса, исходя из условия минимума расхода рабочего тела (обратная задача).

Уравнение (1.25) преобразуем следующим образом:

$$\Delta E_p = m h_k - m_0 h_0 = m \left(\frac{\Delta V^2}{2} + \Delta \vec{V} \cdot \vec{V}_0 \right) - m_r h_0. \quad (1.26)$$

Так как $m_0 - m_r = m$, то из (1.26) получим

$$h_k = h_0 + \frac{\Delta V^2}{2} + \Delta \vec{V} \cdot \vec{V}_0.$$

Обозначая единичный вектор приращения скорости через $\vec{p}^0$, найдем

$$\Delta V = -\vec{V}_0 \cdot \vec{p}^0 \pm \sqrt{(\vec{V}_0 \cdot \vec{p}^0)^2 + 2(h_k - h_0)}, \quad (1.27)$$

где знак «+» соответствует случаю разгона, «—» — торможения.

Из формулы (1.27) видно, что изменение скорости ΔV зависит от начальной скорости полета, от энергии h_0 и h_k начальной и конечной орбит и от направления импульса $\vec{p}^0$. Наибольший эффект от действия реактивной тяги получается, когда вектор импульса тяги совпадает с направлением скорости начального движения.

В этом случае изменение скорости будет выражаться формулой

$$\Delta V = \sqrt{V_0^2 + 2(h_k - h_0)} - V_0,$$

являющейся решением обратной задачи.

По условию задачи начальная h_0 и конечная h_k энергии орбит заданы. Тогда, чем больше начальная скорость полета в момент приложения импульса, тем меньше расход топлива ($\Delta V = \min$). Так как при фиксировании начальной орбиты наибольшую скорость космический аппарат имеет в перигентре, то он будет оптимальной высотой включения двигателя.

Из дальнейшего изложения будет видно, как реализуется данный эффект при осуществлении различных схем космических полетов.

1.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНЕТОЦЕНТРИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА СКОРОСТИ

1.4.1. Выход на планетоцентрические орбиты

При расчете межпланетных траекторий космических аппаратов обычно всю траекторию разбивают на два характерных участка: гелиоцентрические и планетоцентрические (см. например, [34]). На гелиоцентрическом участке движение космического аппарата определяется гравитационным полем Солнца, а на планетоцентрическом — гравитационными полями планет.

Гелиоцентрический участок траектории определяет: 1) энергетические затраты на выведение на межпланетные траектории; 2) продолжительность полета; 3) даты старта. При определении гелиоцентрической траектории космического аппарата предполагается, что сферы действия планеты стянуты в точки, а их гравитационные поля отсутствуют. В качестве двух независимых параметров принимают момент старта $t_{ст}$ и время полета $t_{п}$. При известном положении планет на момент $t_{ст}$ и момент прилета к планете $t_{пр} = t_{ст} + t_{п}$ определение орбиты сводится к известной задаче теоретической астрономии: по двум положениям космического аппарата $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ в моменты $t_{ст}$ и $t_{пр}$ определить его орбиту — к задаче Эйлера — Ламберта.

Определив гелиоцентрическую траекторию космического аппарата, переходят к определению планетоцентрической траектории. С этой целью для заданных моментов времени старта $t_{\text{ст}}$ и времени прилета $t_{\text{пр}}$ определяются значения векторов орбитальных скоростей планет $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ и космического аппарата $\vec{V}_{\text{ап}}$.

Векторы скоростей аппарата относительно планет в моменты старта и прилета получаются как разности векторов орбитальных скоростей планеты и КА:

$$\vec{V}_{1\text{отн}} = \vec{V}_{1\text{ап}} - \vec{V}_A; \quad \vec{V}_{2\text{отн}} = \vec{V}_{2\text{ап}} - \vec{V}_B. \quad (1.28)$$

Полученные скорости принимаются за планетоцентрические скорости аппарата, определенные на «бесконечности» $\vec{V}_{1\text{опт}} = \vec{V}_{1\infty}$ и $\vec{V}_{2\text{опт}} = \vec{V}_{2\infty}$. Эти скорости определяют энергию гиперболических траекторий КА на планетоцентрических участках $E_1 = V_{1\infty}^2/2$ и $E_2 = V_{2\infty}^2/2$.

Уравнения (1.28) являются условиями перехода по скорости между гелиоцентрической и планетоцентрической системами координат.

Рассмотрим более подробно планетоцентрический участок межпланетной траектории, где наиболее ярко проявляется эффект скорости.

Одноимпульсный переход космического аппарата между планетоцентрическими орбитами

Космический аппарат относительно планеты движется по гиперболической траектории. Интеграл энергии для этой гиперболы выражается формулой

$$V^2 - 2 \frac{\mu}{r} = V_{\infty}^2.$$

Рассмотрим выход космического аппарата на орбиту вокруг планеты (рис. 1.5). Космический аппарат подходит к сфере действия планеты с относительной скоростью $\vec{V}_{\infty}$, попав в сферу действия, разгоняется под действием гравитационного поля планеты.

Сообщив КА тормозной импульс в наинизшей точке траектории (согласно эффекту скорости), можно получить различные орбиты: от круговой до сильновытянутой эллиптической. Величина импульса скорости перехода определяется как разность между скоростью межпланетного аппарата в наинизшей точке траектории и кру-

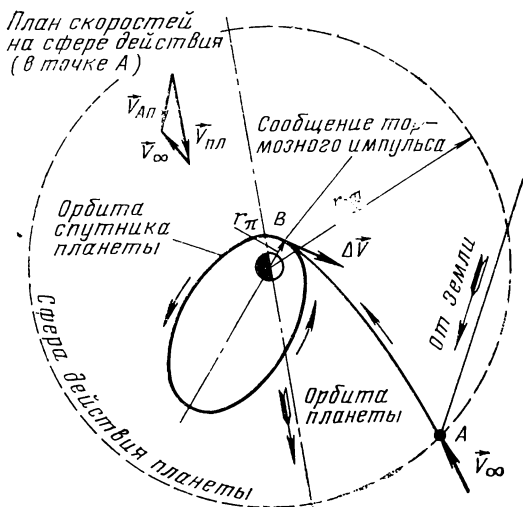


Рис. 1.5. Схема одноимпульсного перехода между эллиптической и гиперболической орбитами

говой или перигелической скоростью на орбите вокруг планеты

$$\Delta V = V - V_{\pi} = \sqrt{V_{\infty}^2 + 2 \frac{\mu}{r_{\pi}}} - V_{\pi}, \quad (1.29)$$

где $V_{\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{\pi}} \frac{2}{1 + r_{\pi}/r_a}}$, которая равна круговой при $r_{\pi} = r_a = r$; r_a , r_{π} — радиусы апоцентра и перигелия орбиты; V , V_{π} — скорости космического аппарата в перигелии гиперболы и эллипса; μ — гравитационная константа.

Импульс скорости ΔV примем за критерий оптимизации перехода между эллиптическими и гиперболическими орбитами.

Разделив правую и левую части уравнения (1.29) на круговую скорость у поверхности планеты, получим уравнение для любой планеты.

При выходе на эллиптическую орбиту

$$\Delta \bar{V} = \sqrt{\bar{V}_{\infty}^2 + \frac{2}{\bar{r}_{\pi}}} - \sqrt{\frac{2}{\bar{r}_{\pi}} \frac{1}{1 + \bar{r}_{\pi}/\bar{r}_a}}, \quad (1.30)$$

где $\overline{\Delta V} = \Delta V \sqrt{\frac{R}{\mu}}$, $\bar{r}_\pi = \frac{r_\pi}{R}$, $\bar{r}_a = \frac{r_a}{R}$,

$$\bar{V}_\infty = V_\infty \sqrt{\frac{R}{\mu}},$$

и на круговую орбиту

$$\overline{\Delta V} = \sqrt{\bar{V}_\infty^2 + \frac{2}{\bar{r}}} - \frac{1}{\sqrt{\bar{r}}}. \quad (1.31)$$

На рис. 1.6 приведены кривые зависимости импульса скорости перехода от радиуса при различных скоростях подхода КА к сфере действия планеты. На этих графиках верхняя ветвь (сплошная линия) построена по уравнению (1.30), т. е. соответствует выходу КА на круговую орбиту ($r_\pi = r_a$), а нижняя ветвь (показана штрихом) по уравнению (1.29) — на эллиптическую орбиту с $r_\pi = R$.

Из уравнения (1.30) ясно, что существует оптимальная высота круговой орбиты $\bar{r}_{\text{опт}} = 2/\bar{V}_\infty^2$, соответствующая $\Delta V_{\min}$.

Видно, что оптимальная высота получается из условия равенства местной параболической скорости и скорости подхода КА к границе сферы действия планеты.

Минимальный импульс скорости при этом равен $\Delta V_{\min} = V_\infty/\sqrt{2}$. Из этого выражения также следует, что при скоростях подхода, больших параболической скорости на поверхности планеты, $\bar{V}_\infty > \sqrt{2}$, чем ниже круговая орбита, тем меньше импульс скорости перехода. Когда скорость подхода меньше параболической скорости $\bar{V}_\infty < \sqrt{2}$, существуют высоты круговых орбит, при которых импульс скорости перехода имеет минимум. Так, например, при $\bar{V}_\infty = 0,8$ $\bar{r}_{\text{опт}} \approx 3,13$ и т. д. При очень малых скоростях подхода область минимума получается очень расплывчатой и оптимальная высота уходит в «бесконечность».

На нижней ветви кривых (см. рис. 1.6) изображен импульс скорости в функции радиуса апоцентра при $r_\pi = R$ и различных скоростях подхода к сфере действия планеты. Кривые показывают, что выход на эллиптическую орбиту энергетически выгоднее выхода на круговые орбиты (при одних и тех же V_∞). Эффект от выхода на эллиптические орбиты растет с увеличением скорости

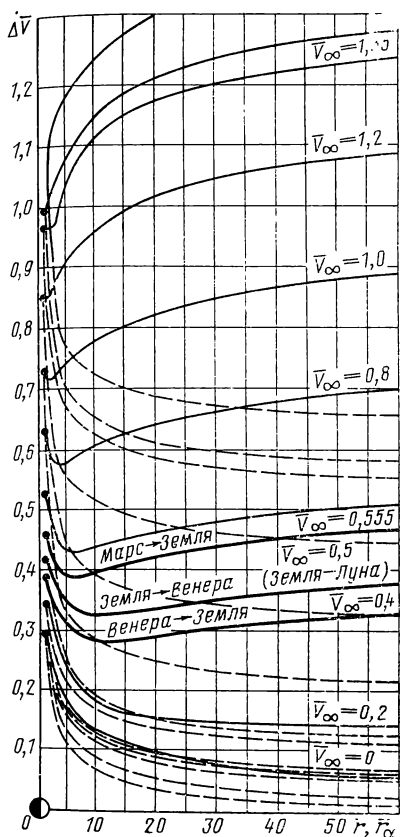


Рис. 1.6. Зависимость относительного импульса скорости одноимпульсного перехода от высоты апоцентра и скорости подхода к планете:

— выход на круговую орбиту;
 --- выход на эллиптическую орбиту

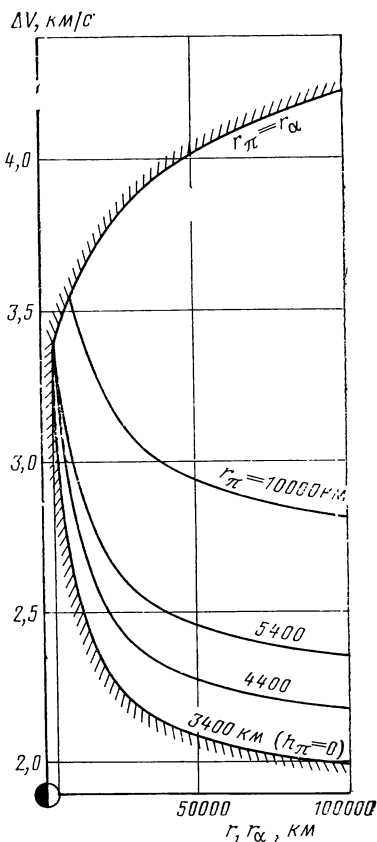


Рис. 1.7. Зависимость импульса скорости одноимпульсного перехода от высот перигирия и апоцентра; выход на орбиту вокруг Марса по маршруту Земля — Марс; скорость подхода к сфере действия Марса $V_\infty = 4,78$ км/с

подхода V_∞ . При $V_\infty = \text{const}$ величина необходимого импульса скорости ΔV сильно падает в пределах высоты от $1R$ до $10R$; при $r_a > 10R$ уменьшение ΔV незначительно.

Для иллюстрации на этих же графиках нанесены жирными линиями кривые для случая полетов Земля —

Меркурий, Земля — Марс, Земля — Венера и Земля — Юпитер.

Аналогично подобные кривые можно получить для любого варианта межпланетных полетов, если известны скорости подхода ракеты к сфере действия планеты.

На рис. 1.7—1.10 изображены абсолютные значения импульсов скоростей перехода в функции высот апоцентра и перицентра для схем полетов Земля — Марс и Земля — Венера, Марс — Земля и Венера — Земля.

На этих графиках верхняя кривая ($r_{\pi}=r_{\alpha}$) соответствует случаю выхода КА на круговые орбиты вокруг планеты, а нижние кривые, построенные при различных высотах перицентра, — случаю выхода на эллиптические орбиты.

При полете к Марсу энергетически выгоден выход на низкую круговую или эллиптическую орбиту. При выходе на круговую орбиту величина импульса скорости меньше, чем скорости подхода ракеты к Марсу. Например, если выйти на орбиту $h_{кр}=1000$ км, импульс скорости меньше, чем скорость подхода на 1400 м/с.

Из нижних кривых (см. рис. 1.7) видно, что при выходе на эллиптическую орбиту с $r_{\pi}=4400$ км ($h_{\pi}=1000$ км) и $r_{\alpha}=50000$ км получаем выигрыш в импульсе скорости 1100 м/с по сравнению с выходом на круговую орбиту $h_{кр}=1000$ км. Если же сравнить со случаем выхода на круговую орбиту высотой $r_{\alpha}\cong 50000$ км, то выигрыш составит 1800 м/с. Основной выигрыш получается при увеличении высоты апоцентра до 50000 км (выше уменьшение импульса скорости незначительно). Из этих же кривых видно, что чем ниже высота перицентра, тем меньше импульс скорости.

На рис. 1.8—1.10 построены кривые для полета к Венере и Земле. Для них скорость подхода меньше параболической, поэтому видим экстремальное значение импульса скорости при выходе на круговые орбиты вокруг планет. При полете к Венере импульс скорости $\Delta V_{\min} \approx 2400$ м/с на $r_{в\text{ опт}}=70000$ км, при возвращении от Марса $\Delta V_{\min} \approx 3100$ м/с на $r_{з\text{ опт}}=45000$ км, при возвращении от Венеры $\Delta V_{\min}=2300$ м/с на $r_{з\text{ опт}}=90000$ км и выигрыш по сравнению с выходом на низкую круговую орбиту соответственно 1100, 1000 и 1400 м/с.

Выход на эллиптические орбиты вокруг Земли и Венеры аналогичен выходу на эллиптические орбиты вокруг Марса, с тем только различием, что благодаря

Рис. 1.8. Зависимость импульса скорости одноимпульсного перехода от высот перигентра и апогента; выход на орбиту вокруг Венеры по маршруту Земля — Венера; скорость подхода к сфере действия Венеры $V_{\infty} = 3,32$ км/с

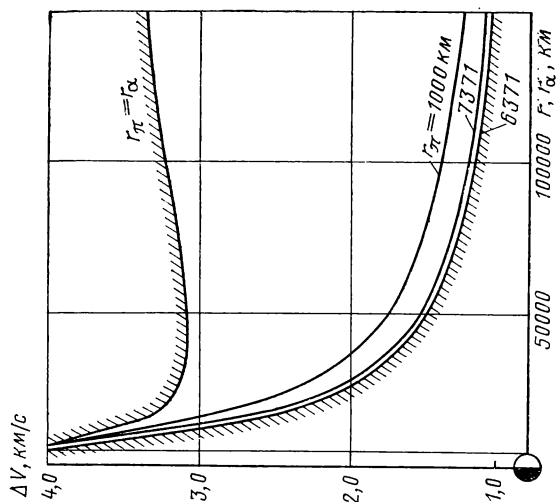
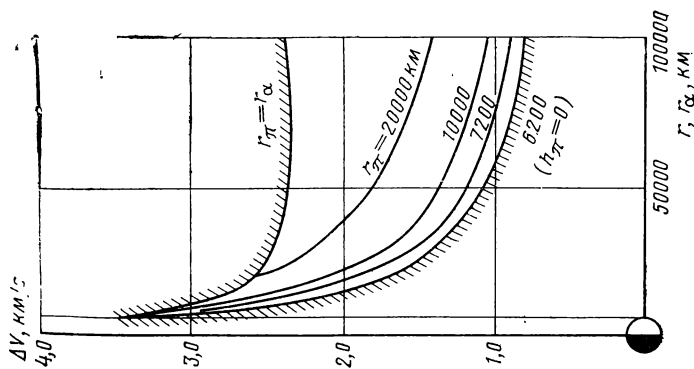


Рис. 1.9. Зависимость импульса скорости одноимпульсного перехода от высот перигентра и апогента; выход на орбиту вокруг Земли по маршруту Марс — Земля; скорость подхода к сфере действия Земли $V_{\infty} = 4,4$ км/с



$\Delta V, \text{ км/с}$

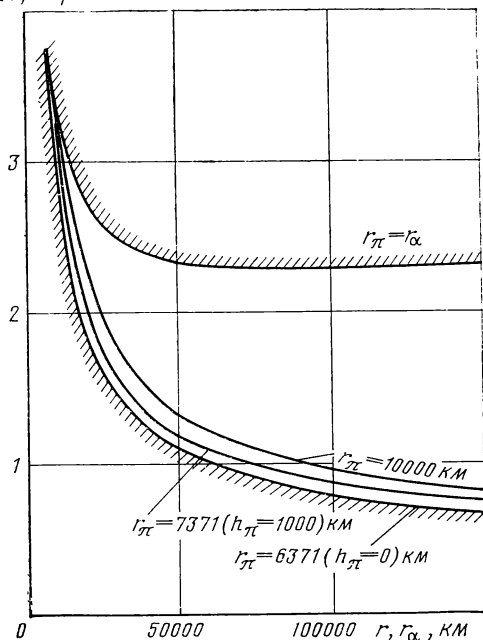


Рис. 1.10. Зависимость импульса скорости одноимпульсного перехода от высот перицентра и апоцентра; выход на орбиту вокруг Земли по маршруту Венера — Земля; скорость подхода к сфере действия Земли $V_\infty = 3,2 \text{ км/с}$

мощному гравитационному полю Земли и Венеры по сравнению с гравитационным полем Марса основной эффект от выхода на эллиптические орбиты оказывается до $r_\alpha = 100000 \text{ км}$, выше этот эффект незначителен.

Здесь по сравнению с Марсом получается и больший выигрыш в импульсе скорости.

Так, при $h_\pi = 1000 \text{ км}$ и $r_\alpha = 100000 \text{ км}$ имеем выигрыш $\delta\Delta V = 2600 \text{ м/с}$ (Земля—Венера), $\delta\Delta V = 3000 \text{ м/с}$ (Марс—Земля) и $\delta\Delta V = 2800 \text{ м/с}$ (Венера — Земля).

Двухимпульсный переход на круговые орбиты вокруг планет

Маневр двухимпульсного выхода на круговую орбиту заключается в гашении скорости корабля до эллиптической перицентрической, выходе на промежуточную эллиптическую траекторию и сообщении импульса в апоцентре этого эллипса до скорости на круговой орбите (рис. 1.11). Эта схема напоминает схему полета Оберта к звездам (см. рис. 1.1, б, а также [28]) с тем лишь от-

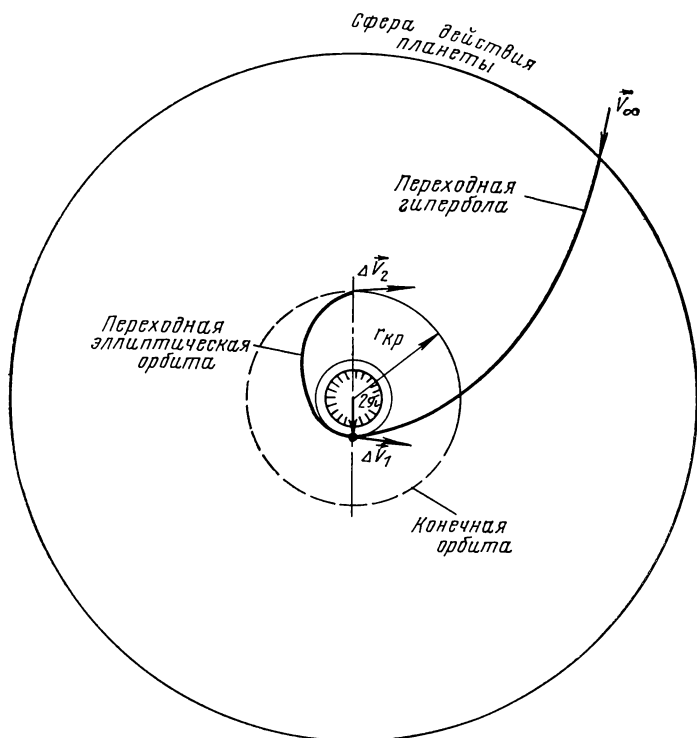


Рис. 1.11. Схема двухимпульсного перехода между гиперболой подхода и круговой орбитой

личием, что импульсы сообщаются в обратной последовательности.

Суммарный импульс скорости перехода определяется по формуле

$$\Delta V = V - V_{\pi} + V_{кр} - V_{\alpha}$$

или

$$\Delta V = \sqrt{V_{\infty}^2 + 2 \frac{\mu}{r_{\pi}}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_{\pi}}} \sqrt{\frac{2}{1 + r_{\pi}/r_{\alpha}}} + \sqrt{\frac{\mu}{r_{\alpha}}} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1 + r_{\alpha}/r_{\pi}}} \right).$$

Разделив все выражение на скорость круговой орбиты, соответствующую условию $h=0$, и положив $r_{\alpha}=r_{\pi}$ после преобразований находим

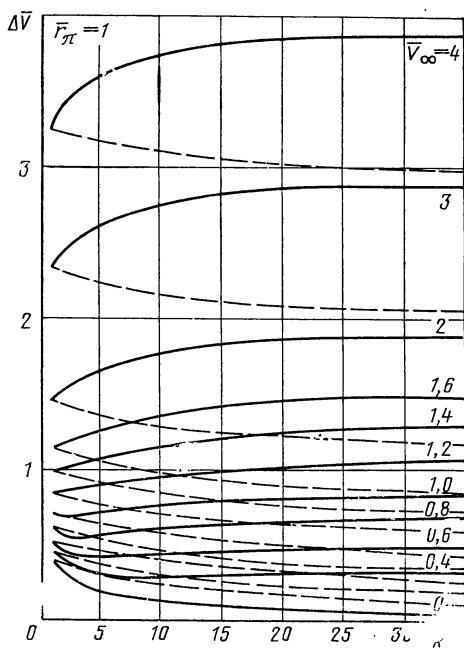


Рис. 1.12. Сравнение двух- и одноимпульсного переходов на круговые орбиты по относительному импульсу скоростей:

— одноимпульсный переход; --- двухимпульсный переход

$$\Delta \bar{V} = \sqrt{\bar{V}_{\infty}^2 + \frac{2}{r_{\pi}}} - \sqrt{\frac{2}{r_{\pi}} + \frac{2}{r_k}} + \sqrt{\frac{1}{r_k}}.$$

На рис. 1.12 приведены кривые зависимости относительного импульса скорости от высот круговых орбит и скорости подхода к планете при выходе на круговые орбиты с двумя импульсами (показано штрихом) и с одним импульсом (показано сплошной линией), при $r_{\pi} = R$.

Как видно из рисунка, двухимпульсный переход на круговые орбиты по более сложной траектории энергетически выгоднее, чем одноимпульсный, когда скорость подхода к планете больше параболической у поверхности планеты, $\bar{V}_{\infty} > \sqrt{2}$. Однако при $\bar{V}_{\infty} < \sqrt{2}$ существует диапазон малых высот, где затраты энергии для выхода на круговую орбиту с одним импульсом меньше, чем за-

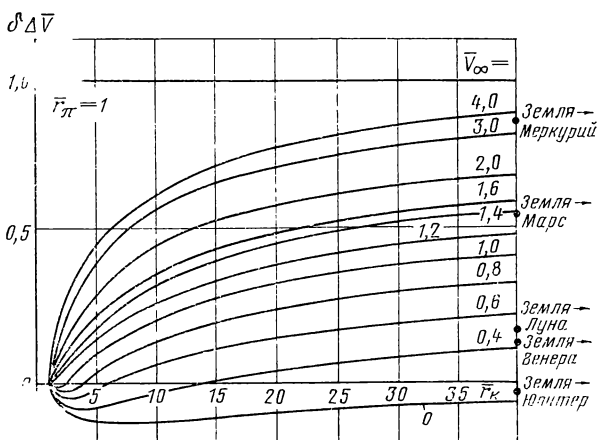


Рис. 1.13. Зависимость величины энергетического эффекта при выходе на круговые орбиты с двумя импульсами по сравнению с одноимпульсным выходом на те же орбиты

траты при выходе по сложной траектории. Так, например, при $\bar{V}_\infty = 0.6$ этот диапазон занимает величину от $1R$ до $6R$.

На рис. 1.13 построены кривые разности между энергозатратами одноимпульсного и двухимпульсного переходов в функции высот круговых орбит и скоростей подхода при $r_k = R$, которые показывают, что чем больше V_∞ , т. е. чем дальше находится планета от Земли и чем она меньше, тем меньше затраты импульса скорости при выходе с двумя импульсами. Для близких и больших планет этот эффект незначителен и может быть даже отрицательным. Например, при полете к Юпитеру ($\bar{V}_\infty = 0.133$) на всем диапазоне высот энергетически более выгоден прямой выход на круговые орбиты.

На этом же рисунке нанесены точки, соответствующие полетам Земля — Меркурий, Земля — Марс, Земля — Луна, Земля — Венера и Земля — Юпитер.

Практически нас интересуют низкие орбиты. Поэтому при полете к нашим ближайшим планетам (Венере и Марсу) выход на круговые орбиты должен быть совершен с помощью одного импульса.

Итак, при полете от одной планеты к другой $\Delta\vec{V}$ должен преодолеть, во-первых, гравитационное поле планеты, во-вторых, гравитационное поле Солнца. Вследствие

этого при выходе на круговые орбиты с помощью одного импульса со скоростью подхода, меньшей местной параболической, существуют оптимальные высоты круговых орбит, при выходе на которые расход топлива будет минимальным. Когда же скорость подхода ракеты больше параболической, расход топлива тем меньше, чем меньше высота круговой орбиты, по которой должен обращаться КА вокруг планеты.

Существует класс межпланетных траекторий, для которых выход на круговые орбиты более экономичен по сложной траектории с помощью двух импульсов, чем одноимпульсный выход.

Энергетически более выгоден выход на сильно вытянутые эллиптические орбиты. При этом импульс скорости должен быть сообщен в перигентре эллиптической орбиты, по которой должен обращаться космический аппарат.

Эффект от выхода на эллиптические орбиты тем больше, чем больше скорость подхода к планете и чем ниже высота перигентра.

Импульс скорости резко падает при увеличении высоты апоцентра только до $r_a \approx (15 \div 20)R$. Выше этой высоты уменьшение импульса скорости незначительно.

При выборе схемы полета можно рекомендовать в качестве расчетных параметров эллиптической орбиты $r_\pi = 1,1R$ и $r_a \approx 20R$.

1.4.2. Уход с планетоцентрических орбит

Как было уже показано, при выходе на сильно вытянутые эллиптические орбиты вокруг планет достигается наибольшая экономия топлива. При этом предполагалось, что нет никаких ограничений по условиям посадки космического аппарата на поверхность планеты или ориентацию орбиты КА относительно планеты.

Решим теперь задачу ухода с вытянутых эллиптических орбит при условии, что задан вектор скорости отлета $\vec{V}_{2\infty}$.

Известно, что в центральном поле гравитации орбита сохраняет свое положение относительно планеты неизменным. Ее положение определяется векторами скорости подхода $\vec{V}_{1\infty}$ и прицельной дальности $\vec{b}_1$. Вектор скорости отлета $\vec{V}_{2\infty}$ определяется условиями оптимизации гелиоцентрической траектории возвращения и в

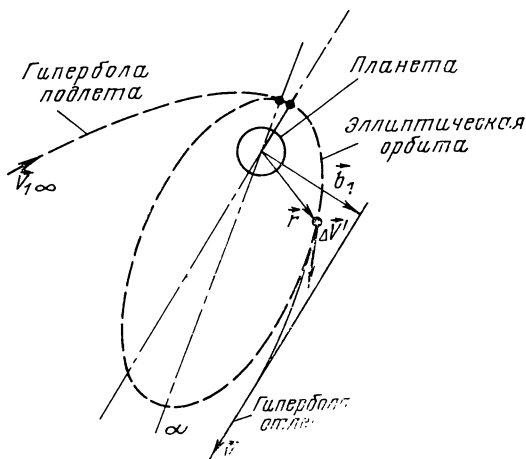


Рис. 1.14. Схема одноимпульсного ухода с планетоцентрической орбиты

большинстве случаев он не совпадает с вектором $\vec{V}_{1\infty}$. Поэтому импульс скорости, сообщаемый для получения $\vec{V}_{2\infty}$, прикладывается не в перигеии эллиптической орбиты, а в другой точке (рис. 1.14), положение которой определяется вектором $\vec{V}_{2\infty}$.

В предположении, что совершается плоский маневр перехода между орбитами, импульс разгонной скорости в этом случае будет равен

$$\Delta V' = \sqrt{V_{2\infty}^2 + 2\frac{\mu}{r}} - \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{r_a}{r_\pi} - \frac{2\mu}{r_\pi} + \frac{2\mu}{r}},$$

где

$$a = (r_a + r_\pi)/2.$$

На основании эффекта скорости можно утверждать, что при $V_{2\infty} > V_{1\infty}$ импульс скорости разгона $\Delta V'$ будет больше импульса скорости торможения.

При некоторых направлениях векторов $\vec{V}_{1\infty}$ и $\vec{V}_{2\infty}$ можно значительно уменьшить энергозатраты на разгон по сравнению с энергозатратами одноимпульсного маневра, если уйти с планетоцентрической орбиты с помощью трехимпульсного маневра, схема которого изображена на рис. 1.15. Согласно схеме первый импульс ΔV_1 сообщается в апоцентре планетоцентрической орбиты, после чего космический аппарат переходит на круго-

ворота планетоцентрической орбиты можно исключить совсем или частично импульсы ΔV_1 и ΔV_3 .

При условии $\Delta V_1 = \Delta V_2$ будем иметь

$$\Delta V'' = 2\Delta V_1 + \Delta V_3,$$

где

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_a}} - \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{r_\pi}{r_a}},$$

$$\Delta V_3 = \sqrt{V_{2\infty}^2 + 2 \frac{\mu}{r_\pi}} - \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{r_a}{r_\pi}}.$$

Из условия $\Delta V'' < \Delta V'$ можно получить значения радиуса r^* ($\bar{V}_{1\infty}$, $\bar{V}_{2\infty}$), выше которого более выгоден трехимпульсный маневр ухода с вытянутой эллиптической орбиты, чем одноимпульсный

$$r^* = \frac{8\mu(\Delta V'')^2}{\left[V_{2\infty}^2 + \frac{\mu}{r_\pi} \left(\frac{r_a}{a} - 2 \right) - (\Delta V'')^2 \right]^2 - 4 \frac{\mu}{r_\pi} V_{2\infty}^2 \left(\frac{r_a}{a} - 2 \right)}.$$

1.5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭФФЕКТА СКОРОСТИ ПРИ ПОСАДКЕ НА ПОВЕРХНОСТЬ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ И ВЫХОДЕ НА СПУТНИКОЦЕНТРИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ И СТАРТЕ С НИХ

Посадка на поверхности больших планет, в частности, Юпитеровой группы, представляет большие трудности как технического, так и биологического характера. Поэтому с научной точки зрения представляет интерес изучение планет и их спутников путем выхода на спутникоцентрические орбиты и посадки на поверхность спутников указанных планет. Кроме того, в будущем Луна может служить промежуточной базой при межпланетных и межзвездных сообщениях.

Для уменьшения энергозатрат таких полетов может успешно использоваться эффект скорости.

Схемы ухода с околоспутниковой орбиты и с поверхности спутника вблизи пролета около планеты показаны на рис. 1.16.

По этой схеме уход из сферы действия планеты осуществляется с помощью двух импульсов. Первый импульс скорости $\Delta \bar{V}_1$ сообщается на околоспутниковой орбите или вблизи поверхности спутника. Величина этого импульса определяется из условия выхода из сферы дей-

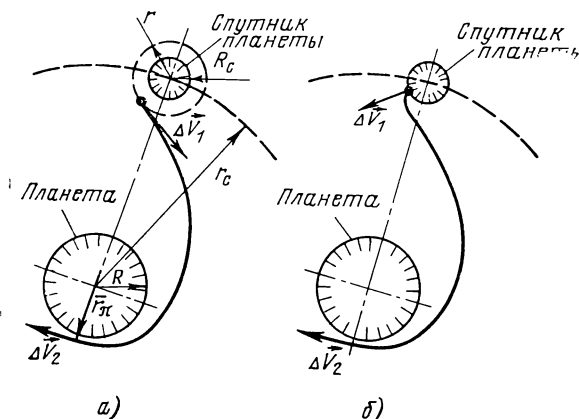


Рис. 1.16. Схемы близкого пролета около планеты:
 а—уход с околоспутниковой орбиты; б—уход с поверхности спутника

ствия спутника и близкого пролета около планеты. При уходе с околоспутниковой орбиты этот импульс равен

$$\Delta V_1 = \sqrt{u_\infty^2 + 2 \frac{\mu_c}{r}} - \sqrt{\frac{\mu_c}{r}}, \quad (1.32)$$

а при уходе с поверхности спутника

$$\Delta V_1 = \sqrt{u_\infty^2 + 2 \frac{\mu_c}{R_c}}, \quad (1.33)$$

где u_∞ — скорость выхода из сферы действия спутника, определяемая как разность между апоцентрической скоростью планетоцентрической орбиты космического аппарата и орбитальной скоростью спутника

$$u_\infty = \sqrt{\frac{\mu_\Pi}{r_c} \frac{2r_\pi}{r_c + r_\pi}} - \sqrt{\frac{\mu_\Pi}{r_c}},$$

где μ_Π , μ_c — гравитационные постоянные планеты и ее спутника соответственно. Обозначения радиусов-векторов показаны на рис. 1.16. Здесь и в дальнейшем при выведении формул предполагается, что орбиты спутника и околоспутниковая — круговые и компланарные. При подсчете скоростей применяется упрощенный метод сфер действия.

Второй импульс $\Delta \vec{V}_2$ сообщается космическому аппарату в момент пролета перигея промежуточной орби-

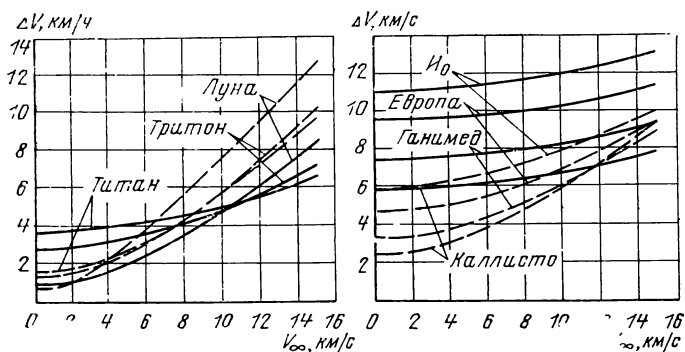


Рис. 1.17. Энергетика ухода со спутникоцентрической орбиты:
 — — — уход «через планету»; — — — прямой уход

ты. Величина его определяется из условия выхода космического аппарата из сферы действия планеты со скоростью V_∞ . Она равна разности между перицентрическими скоростями гиперболической и эллиптической планетоцентрических орбит:

$$\Delta V_2 = \sqrt{V_\infty^2 + 2 \frac{\mu_\pi}{r_\pi}} - \sqrt{\frac{\mu_\pi}{r_\pi} \frac{2r_c}{r_c + r_\pi}}.$$

Общие энергозатраты определяются как сумма $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$.

Для оценки влияния эффекта скорости рассчитаем величину импульса скорости при прямом уходе с поверхности спутника и с околоспутниковой орбиты с помощью одного импульса ΔV_1 без близкого пролета около планеты. При этом величины импульсов скоростей вычисляются по формулам (1.32) и (1.33), куда вместо u_∞ подставляется выражение

$$u_\infty = \sqrt{V_\infty^2 + 2 \frac{\mu_\pi}{r_c}} - \sqrt{\frac{\mu_\pi}{r_c}}.$$

Здесь рассматривается посадка только на большие спутники планет: спутник Земли — Луну; спутники Юпитера — Ио, Европу, Ганимед и Каллисто; спутник Сатурна — Титан и спутник Нептуна — Тритон (см. табл. 2.7 и 2.8). Остальные спутники настолько малы, что влияние их гравитационного поля на энергозатраты незначительно. Энергозатраты для ухода с этих спутников

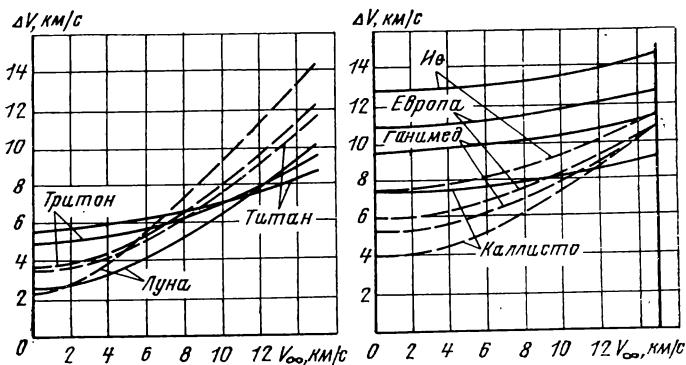


Рис. 1.18. Энергетика ухода с поверхности спутника:

— уход «через планету»; — — прямой уход

можно оценить по графикам, приведенным на рис. 1.12 и 1.13.

На рис. 1.17 и 1.18 приведена энергетика ухода ΔV со спутникоцентрической орбиты и с поверхности спутников четырех вышеуказанных планет. Анализ графиков показывает, что уход с близким пролетом около планет выгоднее по сравнению с прямым уходом при $V_\infty > 2$ км/с для Луны, при $V_\infty > 9$ км/с для Титана, при $V_\infty > 8$ км/с для Тритона и при $V_\infty > 12$ км/с для Каллиста. Для спутников Юпитера Ио, Европа и Ганимед в рассматриваемом диапазоне скоростей V_∞ более выгодным является прямой уход. Сказанное справедливо как для ухода с околоспутниковой орбиты, так и с его поверхности.

Из графиков также видно, что при больших V_∞ выигрыш в импульсе скорости при уходе с близким пролетом около планеты может быть значительным.

1.6. СХЕМЫ СТАРТА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Идея предварительного разгона КА перед включением двигателей может быть использована и при старте ракет с поверхности планет.

Рассмотрим несколько схем старта ракет, основанных на эффекте скорости. Несмотря на кажущуюся экзотичность, некоторые из этих схем могут быть реализованы практически и дать положительный экономический эффект, другие помогут лучше понять механизм эффекта скорости и поэтому интересны в теоретическом и эвристическом отношении.

Схема 1. Старт с падением в шахту. Пусть ракете, стартующей вертикально вверх с поверхности планеты (или спутника планеты,

или астероида), сообщается импульс скорости ΔV . Гравитационное поле — плоскопараллельное, т. е. $g = \text{const}$, атмосфера отсутствует. Высота подъема этой ракеты определяется по известной формуле

$$h_1 = \frac{\Delta V^2}{2g}.$$

Допустим та же ракета сначала свободно падает в шахту с глубиной l и после «идеального» отражения ей сообщается импульс скорости ΔV той же величины. При этом высота подъема ракеты от поверхности планеты равна

$$h_2 = \frac{\Delta V^2}{2g} + \Delta V \sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

Сравнивая эти выражения, обнаружим, что высота подъема ракеты во втором случае больше, чем в первом. Причем она тем больше, чем глубже шахта.

Аналогичные результаты получим и в том случае, если ускорение силы тяготения подчиняется законам

$$g = g_0 \frac{R^2}{r^2}, \quad (1.34)$$

$$g = g_0 \frac{r}{R} \quad (1.35)$$

соответственно вне и внутри планеты с однородным распределением массы.

Интегралы энергии, соответствующие этим законам тяготения, равны

$$\frac{V^2}{2} - g_0 \frac{R^2}{r} = E_1, \quad V^2 + g_0 \frac{r^2}{R} = E_2.$$

Используя эти интегралы, найдем высоту вертикального подъема ракеты при прямом старте с поверхности планеты по формуле

$$g_0 \frac{R^2}{r_1} = g_0 R - \frac{\Delta V^2}{2},$$

а при сообщении импульса скорости после «идеального» отражения от дна шахты со скоростью падения высоту подъема ракеты по следующей формуле:

$$g_0 \frac{R^2}{r_2} = g_0 R - \frac{\Delta V^2}{2} - \Delta V \sqrt{2g_0 l \left(1 - \frac{l}{2R}\right)}. \quad (1.36)$$

Разность между ними равна

$$g_0 R \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \Delta V \sqrt{2g_0 l \left(1 - \frac{l}{2R}\right)}.$$

Так как правая часть этого уравнения положительна, то $r_2 > r_1$, т. е. при приложении импульса на дне шахты после «идеального» отражения ракета набирает большую высоту, чем при старте с поверхности планеты.

Теперь ту же задачу поставим по другому. Сравним высоты подъема двух ракет, одна из которых стартует с поверхности планеты, а другая — со дна шахты. Высоты подъема этих ракет определяются формулами

$$g_0 \frac{R^2}{r_1} = g_0 R - \frac{\Delta V^2}{2},$$

$$g_0 \frac{R^2}{r_2} = g_0 R - \frac{\Delta V^2}{2} + g_0 l \left(1 - \frac{l}{2R} \right).$$

Разность этих выражений равна

$$R^2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = -l \left(1 - \frac{l}{2R} \right).$$

Так как правая часть этого уравнения отрицательна, то $r_2 < r_1$, т. е. при приложении импульса на дне шахты ракета набирает меньшую высоту, чем при старте с поверхности планеты.

Схема старта с падением в шахту хорошо иллюстрирует положительную роль эффекта скорости в маневрах летательных аппаратов. Эта схема напоминает полеты космических аппаратов по вытянутым эллиптическим орбитам, полеты внутри сферы действия планет при межпланетных перелетах и т. п. При этих полетах космический аппарат, находящийся на самой высокой точке орбиты или залетающий в сферу действия извне, падает вниз к центру гравитации. При падении он сильно разгоняется и, обойдя планету, снова поднимается вверх, т. е. осуществляется «идеальное отражение». О том, какой эффект дает сообщение импульса КА в точке наибольшей скорости, т. е. в перигентре, уже говорилось выше.

Схема 2. Старт с пролетом через центр гравитации. Рассмотрим, как зависит величина импульса скорости от глубины шахты при условии, что ракета «отрывается» от планеты.

Из уравнения (1.36) при $r_2 \rightarrow \infty$ получим

$$\Delta \bar{V} = \sqrt{1 + \bar{l} \left(1 - \frac{\bar{l}}{2} \right)} - \sqrt{\bar{l} \left(1 - \frac{\bar{l}}{2} \right)},$$

где $\Delta \bar{V} = \frac{\Delta V}{V_2}$, $\bar{l} = \frac{l}{R}$,

$V_2 = \sqrt{2g_0 R}$ — вторая космическая скорость на поверхности планеты.

Из этого уравнения видно, что импульс максимален ($\Delta V_{\max} = V_2$) при $l=0$ и минимален ($\Delta V_{\min} = 0,52V_2$) при $l=R$, т. е. если дно шахты находится в центре планеты. Выигрыш в импульсе скорости при этом в два раза больше по сравнению со стартом с поверхности планеты.

Когда глубина шахты достигает центра планеты, появляется возможность построения сквозной шахты — шахты без дна, исключающей необходимость «отражения» ракеты.

Пусть имеется шарообразное тело искусственного или естественного происхождения с радиусом R . Это может быть и астероид, и спутник планет и т. д. Для краткости далее назовем это тело астероидом. В астероиде — сквозное отверстие — шахта без дна. В это отверстие помещается космический аппарат, которому представляется свободное падение к центру астероида. При достижении макси-

мальной скорости в центре астероида космическому аппарату сообщается импульс скорости ΔV . При этом КА вылетает с другого конца отверстия со скоростью, достаточной для удаления с астероида.

Найдем зависимость между импульсом скорости ΔV и скоростью КА на «бесконечности» V_∞ . Для этого предположим, что ускорение силы тяготения подчиняется закону (1.34) вне астероида и закону (1.35) внутри астероида.

В этом случае скорость космического аппарата в момент приложения импульса в центре астероида будет равна первой космической скорости на поверхности астероида

$$V_0 = \sqrt{g_0 R}. \quad (1.37)$$

После приложения импульса интегралы энергии движения внутри астероида и вне его запишем в следующем виде:

$$V_1^2 + g_0 R = (V_0 + \Delta V)^2, \quad (1.38)$$

$$\frac{V_1^2}{2} - g_0 R = \frac{V_\infty^2}{2}, \quad (1.39)$$

где V_1 — скорость КА в момент вылета из отверстия.

Используя выражения (1.37) — (1.39), получим

$$\Delta V = \sqrt{V_\infty^2 + 3g_0 R} - \sqrt{g_0 R}.$$

При прямом старте с поверхности астероида импульс скорости равен

$$\Delta V_1 = \sqrt{V_\infty^2 + 2g_0 R}.$$

Разность $\delta = \Delta V_1 - \Delta V$ — есть выигрыш схемы с пролетом через центр астероида по сравнению с прямым стартом с его поверхности.

Если отнести импульс скорости к первой космической скорости на поверхности $V_2 = \sqrt{g_0 R}$, то будем иметь

$$\delta = \sqrt{\bar{V}_\infty^2 + 2} - \sqrt{\bar{V}_\infty^2 + 3} + 1.$$

Оценим, как зависит величина выигрыша в импульсе скорости от V_∞ . При $V_\infty = 0$ $\delta \cong 0,68$, а при $V_\infty \rightarrow \infty$ $\delta \rightarrow 1$. Таким образом, выигрыш от применения схемы 2 увеличивается с ростом скорости удаления V_∞ .

Схема 3. Трамплинный старт ЛА. Идея способа заключается в следующем. Вблизи поверхности планеты «прорыт» тоннель, как показано на рис. 1.19. При старте с планеты летательный аппарат сначала движется по тоннелю, разгоняясь под действием гравитационной силы. После достижения максимальной скорости ему сообщается импульс скорости ΔV , который обеспечивает получение стартовой скорости V_2 .

Оценим эффективность тоннельного способа старта летательных аппаратов.

Мы не ставим перед собой задачу строгой оптимизации всех параметров тоннельного сооружения. Наша цель — показать энергетическую целесообразность тоннельного способа старта ЛА.

Пусть тоннель проложен по окружности с радиусом l и центром окружности на уровне поверхности планеты. На летательный

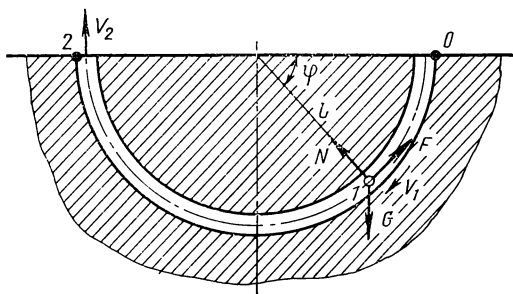


Рис. 1.19. Схема трамплинного старта ЛА

аппарат при движении по тоннелю действуют сила тяготения G , сила сопротивления (или трения) F , направленная по касательной к траектории, и сила реакции опоры N , направленная к центру окружности. В качестве опоры могут служить рельсы, магнитные подушки и т. д. Глубина тоннеля по сравнению с размерами планеты мала. Поэтому гравитационная сила принимается плоскопараллельной. Так же принимается отсутствие атмосферы внутри тоннеля.

Силу сопротивления (трения) можно принять пропорциональной $F \sim G \sin \varphi$. Это можно показать следующим образом.

Известно, что сила трения равна

$$F = fN = f \left(\frac{mV^2}{l} + G \sin \varphi \right), \quad (1.40)$$

где f — коэффициент трения; V — скорость движения, соответствующая углу φ ; g — ускорение от гравитационной силы.

В первом приближении выражение для скорости движения можно найти, если предположить, что трение отсутствует.

Действительно, например, для стальных железнодорожных колес коэффициент трения качения по рельсам равен $k = 0,05$ см [44]. Если принять, что радиус колес $R = 1$ м, то коэффициент трения $\bar{f} = k/R = 0,0005$, т. е. достаточно мал.

Относительно нижней точки тоннеля кинетическая и потенциальная энергии летательного аппарата с платформой равны

$$T = \frac{mV^2}{2}, \quad (1.41)$$

$$\Pi = mgl(1 - \sin \varphi).$$

При отсутствии трения их сумма сохраняется постоянной. Из этого условия имеем

$$V^2 = 2gl \sin \varphi.$$

Подставляя это выражение в (1.40), получим

$$F = 3fmg \sin \varphi, \quad (1.42)$$

т. е. пропорциональна $F \sim G \sin \varphi$.

При действии этой силы полная энергия летательного аппарата изменится на величину

$$d(T + \Pi) = -F l d\varphi. \quad (1.43)$$

Подставляя (1.41) и (1.42) в (1.43), найдем

$$V^2 + 2gl(1 - \sin \varphi - 3f \cos \varphi) = c. \quad (1.44)$$

Распишем интеграл (1.44) для двух участков: $0-I$ и $I-2$, т. е. до и после приложения импульса ΔV , причем точка I — произвольна

$$V_1^2 + 2gl(1 - \sin \varphi_1 - 3f \cos \varphi_1) = 2gl(1 - 3f),$$

$$(V_1 + \Delta V)^2 + 2gl(1 - \sin \varphi_1 - 3f \cos \varphi_1) = V_2^2 + 2gl(1 + 3f).$$

Отсюда можно найти

$$V_2^2 = 2\Delta V V_1 + \Delta V^2 - 12fgl,$$

т. е. при заданном импульсе скорости ΔV чем больше скорость движения тела V_1 в момент приложения импульса, тем больше скорость выхода из тоннеля V_2 .

Из (1.44) можно определить, что значение угла φ , соответствующее максимальному значению скорости $V_{1 \max}$, равно

$$\varphi_* = \arctg \frac{1}{3f}.$$

Как было показано, значение f мало. Поэтому $\varphi_* \approx \pi/2$. Значение потребного импульса ΔV в зависимости от скорости выхода из тоннеля V_2 равно

$$\Delta V = \sqrt{V_2^2 + 2gl(1 + 3f)} - \sqrt{2gl(1 - 3f)}.$$

На рис. 1.20 и 1.21 показана энергетическая эффективность тоннельного способа ускорения летательного аппарата при старте с Земли и Луны, где по оси абсцисс отложена скорость выхода из тоннеля V_2 , а по оси ординат — импульс скорости ΔV для получения заданной начальной скорости V_2 . Кривые построены для значений глубины тоннеля $l=5, 10, 50, 100, 200$ км и коэффициентов трения $f=10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$.

Из графиков видно, что тоннельный способ разгона ракет дает большой выигрыш в импульсе скорости. Так, например, при старте со скоростью $V_2=400$ м/с необходимый импульс скорости $\Delta V=200$ м/с при глубине тоннеля $l=5$ км. Получаемый выигрыш составляет $V_2 - \Delta V = 200$ м/с, т. е. в 2 раза при старте с Земли и $V_2=400$ м/с, $\Delta V=300$ м/с, $V_2 - \Delta V = 100$ м/с при старте с Луны. При скорости отрыва от Луны $V_{\text{отр}}=2400$ м/с выигрыш составляет $V_2 - \Delta V = 120$ м/с при $l=5$ км. С увеличением глубины тоннеля выигрыш растет. Относительный выигрыш особенно велик при малых скоростях отрыва ($V_2=0,1 \div 0,5$ км/с).

Из графиков так же следует, что существует оптимальное значение скорости выхода V_2 , при котором относительная эффективность тоннельного способа $\mathcal{E} = V_2/\Delta V$ максимальна (рис. 1.22).

Оптимальное значение V_2 , отвечающее условию $\mathcal{E} = \max$, равно

$$V_{2\text{опт}} = \sqrt{12glf \frac{1+3f}{1-3f}},$$

т. е. растет с увеличением глубины тоннеля и коэффициента трения.

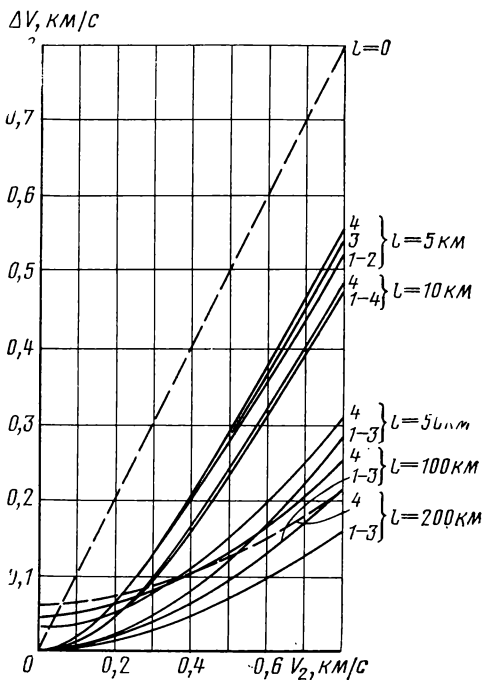


Рис. 1.20. Зависимость импульса скорости ΔV от скорости метания V_2 при различных глубинах тоннеля l и коэффициента трения f (трамплин на Земле):

1— $f=10^{-6}$; 2— $f=10^{-4}$; 3— $f=10^{-3}$; 4— $f=10^{-2}$

Максимальное значение относительной эффективности выражается формулой

$$\mathcal{E}_{\max} = \sqrt{\frac{1}{6f} + \frac{1}{2}}.$$

Она зависит только от коэффициента трения и увеличивается с его уменьшением, но не зависит ни от планеты (т. е. g), ни от глубины тоннеля l .

Оптимизация формы тоннельного канала. Форма тоннельного канала влияет на величину поперечных перегрузок, действующих на летательный аппарат, и на длину канала, которые, в конечном счете, определяют стоимость летательного аппарата, тоннельного канала и его эксплуатацию.

Это хорошо видно из рис. 1.23, где изображены три формы канала: внутренний — состоит из вертикальных стволов и сопряженной с ними полуокружности, средний — из полуокружности с

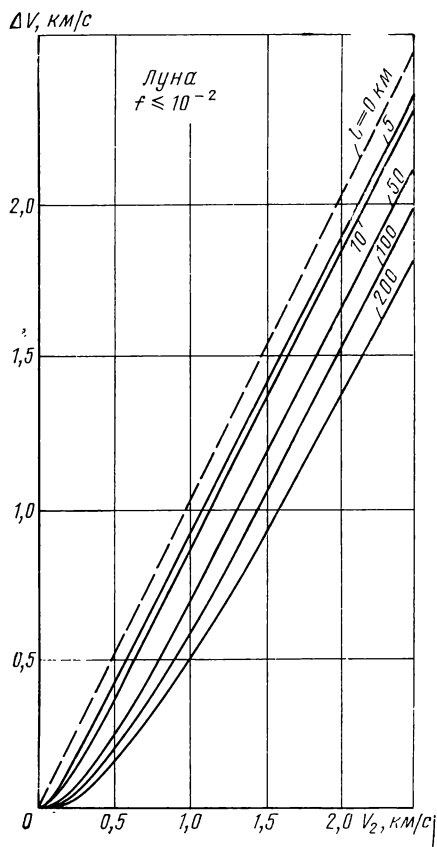


Рис. 1.21. Зависимость импульса скорости ΔV от скорости метания V_2 при различных глубинах тоннеля l и коэффициента трения f (трамплин на Луне)

центром на уровне поверхности планеты и внешний состоит из трех сопряженных дуг окружностей. Все три формы канала обеспечивают вертикальный старт летательного аппарата.

При одной и той же глубине скорость ракеты в нижней точке тоннеля остается постоянной (если пренебречь сопротивлением). Поэтому максимальная поперечная перегрузка после дачи импульса определяется радиусом кривизны канала в нижней точке R_i и скоростью вылета ЛА из тоннеля V_2

$$n_i = 1 + 2 \frac{l}{R_i} + \frac{V_2^2}{g R_i}.$$

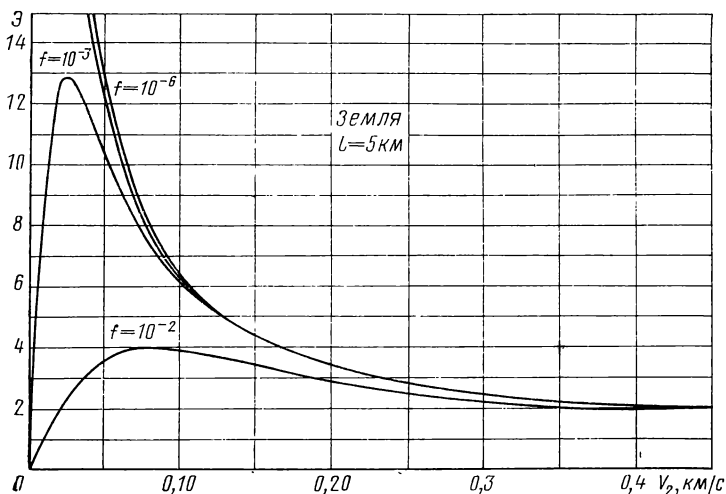


Рис. 1.22. Зависимость относительной эффективности трамплинной схемы Э от скорости метания V_2 при различных коэффициентах трения f и при старте с Земли

Чем меньше радиус канала, тем больше поперечная перегрузка, следовательно, тем дороже летательный аппарат и стартовое сооружение, но, с другой стороны, с уменьшением радиуса R_i уменьшается длина канала, что приводит к удешевлению комплекса.

Оптимизируем форму канала при условии, что стоимость комплекса «летательный аппарат+тоннельное устройство» прямо пропорциональна максимальной поперечной перегрузке и длине канала

$$C = k_1 L + k_2 n. \quad (1.45)$$

Для этого вычислим поперечную перегрузку и длину каналов (см. рис. 1.23).

Рассмотрим сначала форму канала, состоящую из трех дуг окружности. На рис. 1.24 изображена только половина тоннеля. Точка I' — точка сопряжения окружностей. Длина тоннеля равна

$$L = 2 \left[R \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right) + l_1 \varphi_1 \right]$$

$$\begin{aligned} \text{или} \quad L &= 2 \left| R \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right) + \varphi_1 \left(R - \frac{R-l}{\sin \varphi_1} \right) \right| = \\ &= 2 \left[R \frac{\pi}{2} - (R-l) \frac{\varphi_1}{\sin \varphi_1} \right]. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Здесь R — радиус средней окружности; l_1 — радиус боковых окружностей; l — глубина тоннеля

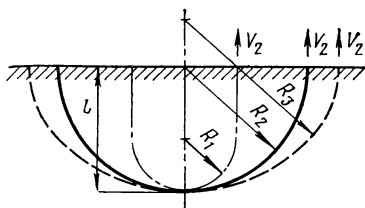


Рис. 1.23. Формы каналов

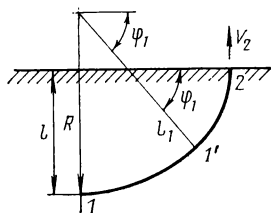


Рис. 1.24. Внешний канал

Вычислим перегрузку. Она разная для участков $1-1'$ и $1'-2$. На участке $1'-2$ максимальная поперечная перегрузка равна

$$n_1 = 3 \sin \varphi_1 + \frac{V_2^2}{gl_2}, \quad (1.47)$$

а на участке $1-1'$

$$n_2 = 1 + 2 \frac{l}{R} + \frac{V_2^2}{gR}.$$

При оценке стоимости комплекса будем исходить из условия равенства максимальных перегрузок на обоих участках: $n_1 = n_2$. Откуда получим соотношение, связывающее φ_1 и R при заданных l и V_2

$$3 \sin \varphi_1 + \frac{V_2^2}{g} \frac{\sin \varphi_1}{l - R(1 - \sin \varphi_1)} = 1 + 2 \frac{l}{R} + \frac{V_2^2}{gR}. \quad (1.48)$$

Подставляя (1.46) и (1.47) в (1.45), получим

$$C = 2k_1 \left[\frac{\pi R}{2} - (R-l) \frac{\varphi_1}{\sin \varphi_1} \right] + \\ + k_2 \left[3 \sin \varphi_1 + \frac{V_2^2}{g} \frac{\sin \varphi_1}{l - R(1 - \sin \varphi_1)} \right].$$

Определим оптимальное значение угла φ_1

$$\delta C = 2k_1 \left[\frac{\pi}{2} \delta R - \frac{\varphi_1}{\sin \varphi_1} \delta R - \frac{R-l}{\sin \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{(R-l) \varphi_1 \cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} \delta \varphi_1 \right] + \\ + k_2 \left[3 \cos \varphi_1 \delta \varphi_1 + \frac{V_2^2}{g} \frac{\cos \varphi_1 \delta \varphi_1}{l - R(1 - \sin \varphi_1)} - \right. \\ \left. - \frac{V_2^2}{g} \sin \varphi_1 \frac{-(1 - \sin \varphi_1) \delta R + R \cos \varphi_1 \delta \varphi_1}{[l - R(1 - \sin \varphi_1)]^2} \right].$$

Отсюда получим

$$\delta C = \left[2k_1 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_1}{\sin \varphi_1} \right) + k_2 \frac{V_2^2}{g} \frac{\sin \varphi_1 (1 - \sin \varphi_1)}{[l - R(1 - \sin \varphi_1)]^2} \right] \delta R + \\ + \left[2k_1 \frac{R - l}{\sin \varphi_1} \left(\frac{\varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_1} - 1 \right) + \right. \\ \left. + k_2 \left(3 \cos \varphi_1 + \frac{V_2^2}{g} \frac{(l - R) \cos \varphi_1}{[l - R(1 - \sin \varphi_1)]^2} \right) \right] \delta \varphi_1.$$

Это выражение равно нулю при $\varphi_1 = \pi/2$. Как видно из уравнения (1.48), $R = l$. Это значит, что оптимальной является форма полуокружности с центром на уровне поверхности планеты при любых k_1 и k_2 .

При этом минимальная стоимость комплекса равна

$$C_{1 \min} = k_1 \pi l + k_2 \left(3 + \frac{V_2^2}{gl} \right). \quad (1.49)$$

Перейдем к рассмотрению второй схемы тоннеля, состоящего из полуокружности и двух сопряженных с нею вертикальных труб (рис. 1.25).

Длина тоннеля равна

$$L = 2l_1 + \pi l_2 = (\pi - 2)l_2 + 2l,$$

где l — глубина тоннеля; l_1 — глубина вертикальных каналов; l_2 — радиус полуокружности; а максимальное значение поперечной перегрузки

$$n = 1 + 2 \frac{l}{l_2} + \frac{V_2^2}{gl_2}.$$

Составим уравнение стоимости комплекса

$$C_2 = k_1 L + k_2 n = k_1 [(\pi - 2)l_2 + 2l] + k_2 \left(1 + 2 \frac{l}{l_2} + \frac{V_2^2}{gl_2} \right). \quad (1.50)$$

Из этого выражения определим

$$l_{2 \text{ опт}} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1} \frac{2l + V_2^2/g}{\pi - 2}}, \quad (1.51)$$

т. е. форма второй схемы тоннеля зависит от коэффициентов стоимости k_1 и k_2 .

Из физических соображений $l_2 \leq l$. При этом отношение k_2/k_1 должно удовлетворять условию

$$\frac{k_2}{k_1} \leq \frac{\pi - 2}{2 + \frac{V_2^2}{gl}} l. \quad (1.52)$$

Подставляя (1.51) в (1.50), получим минимальное значение стоимости комплекса

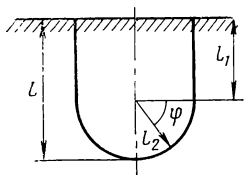


Рис. 1.25. Внутренний канал

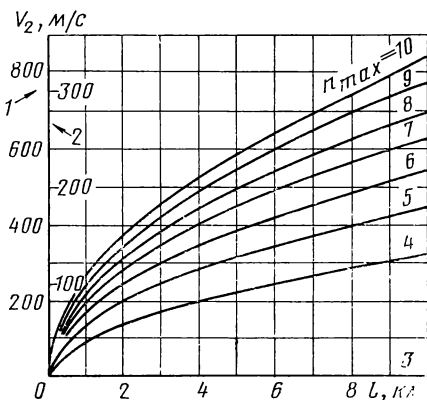


Рис. 1.26. Зависимость скорости выхода V_2 от глубины тоннеля l и максимальных поперечных перегрузок $n_{\max}$:

1—шкала для Земли; 2—шкала для Луны

$$C_{2\min} = 2k_1l + k_2 + 2 \sqrt{k_1k_2(\pi - 2) \left(2l + \frac{V_2^2}{g} \right)}. \quad (1.53)$$

Покажем, что $C_{2\min} \leq C_{1\min}$ при любых $k_1 > 0$ и $k_2 \geq 0$.
Выражение $C \equiv C_{1\min} - C_{2\min}$ можно представить в виде

$$C = \left[\sqrt{(\pi - 2)k_1l} - \sqrt{k_2 \left(2 + \frac{V_2^2}{gl} \right)} \right]^2 \equiv \\ \equiv k_1 \left(2 + \frac{V_2^2}{gl} \right) \left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \right)^2, \quad (1.54)$$

где

$$x = \frac{(\pi - 2)l}{2 + \frac{V_2^2}{gl}}, \quad \frac{k_2}{k_1} \geq 0.$$

Так как правая часть уравнения является полным квадратом, то при любых k_1 и k_2 справедливо неравенство $C \geq 0$. Последнее неравенство эквивалентно одному из двух условий:

$$0 \leq \frac{k_2}{k_1} \leq \frac{\pi - 2}{2 + \frac{V_2^2}{gl}} l, \quad (1.55)$$

$$\frac{k_2}{k_1} \geq \frac{\pi - 2}{2 + \frac{V_2^2}{gl}} l \geq 0.$$

Первое выражение совпадает с условием (1.52), справедливым только для схемы с вертикальными каналами.

Отсюда вытекает, что, если соотношение k_2/k_1 отвечает условию (1.52), то тоннельный канал должен состоять из двух вертикальных труб и одной трубы, выполненной в форме сопряженной с ними полуокружности. В противном случае тоннельная труба должна иметь форму полуокружности с центром на уровне поверхности планеты.

Оценим, как отличаются эти две схемы тоннеля по стоимости комплексов. Для этого составим отношение

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{2l + \frac{k_2}{k_1} + 2 \sqrt{(\pi - 2)l \frac{k_2}{k_1} \left(2 + \frac{V_2^2}{gl}\right)}}{\pi l + \frac{k_2}{k_1} \left(3 + \frac{V_2^2}{gl}\right)},$$

которое удовлетворяет неравенству

$$\frac{2}{\pi} \leq \frac{C_2}{C_1} \leq 1,$$

если

$$0 \leq \frac{k_2}{k_1} \leq \frac{\pi - 2}{2 + \frac{V_2^2}{gl}} l,$$

и равенству

$$\frac{C_2}{C_1} = 1,$$

если

$$\frac{k_2}{k_1} > \frac{\pi - 2}{2 + \frac{V_2^2}{gl}} l.$$

Определим оптимальную глубину тоннеля, выполненного в форме полуокружности. Она равна из (1.49)

$$l_{\text{опт}} = \frac{V_2}{\sqrt{g\pi}} \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}.$$

При этом величина максимальных поперечных перегрузок будет

$$n_{\text{max}} = 3 + \frac{V_2^2}{g_0 l}.$$

Эта зависимость показана на рис. 1.26.

Мы довольно подробно рассмотрели трамплин типа подземного тоннельного сооружения. Однако трамплинная схема старта может иметь различные варианты. Например, в качестве трамплина может служить специальное сооружение, построенное на поверхности Земли и планеты, естественная гора с проложенными направляющими. При старте ЛА в атмосфере для изменения направления полета вверх после разгона в гравитационном поле может быть использовано крыло самолета. При этом самолеты могут разгоняться, стар-

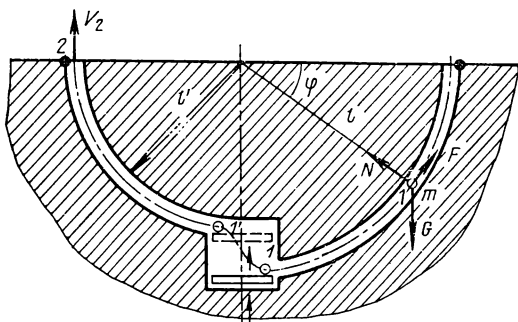


Рис. 1.27. Схема параметрического старта ЛА

туя с вершины горы, с воздушного шара, дирижабля или других носителей. В Англии, например, проводился опыт по использованию корабельного трамплина при старте самолетов с авианосцев [51].

Схема 4. Параметрический старт ЛА. В рассмотренных схемах активное ускорение летательных аппаратов осуществлялось за счет внутренних сил. Однако ЛА может ускоряться и благодаря внешним активным силам. Одним из таких способов является параметрический способ ускорения.

Идея этой схемы основана на принципе параметрического колебания. Известно, что колебание маятника можно поддержать двумя способами: делая толчки в направлении движения маятника или изменяя его длину. Последний способ поддержания колебания называется параметрическим. Он основан на законе сохранения момента количества движения.

При сокращении длины маятника уменьшается его момент инерции. В силу того, что момент количества движения сохраняется, изменение момента инерции приводит к изменению угловой скорости

$$\omega' = \frac{I_1}{I'} \omega_1$$

или скорости движения

$$V' = V \frac{l}{l'}, \quad (1.56)$$

где l — расстояние центра тяжести от оси вращения.

Рассмотрим схему параметрического старта (рис. 1.27). Летательный аппарат m сначала движется по тоннелю с радиусом l , затем в точке, где достигается максимальная скорость движения, с помощью вертикально движущейся платформы переводится в другой тоннель с радиусом l' . Согласно уравнению (1.56) происходит изменение скорости тела, что приводит к изменению скорости выхода из тоннеля V_2 .

Для определения величины необходимого изменения радиуса тоннеля в зависимости от V_2 воспользуемся формулой (1.44). Для участков 0—1 и 1'—2 имеем:

$$\begin{aligned} V^2 &= 2gl(1 - 3f), \\ V_2^2 + 2gl'(1 + 3f) &= V_1'^2. \end{aligned}$$

Используя выражение (1.56), получим

$$V_2^2 = 2gl \frac{l^2}{l'^2} (1 - 3f) - 2gl' (1 + 3f).$$

Из практических соображений желательно, чтобы было

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{l - l'}{l} \ll 1.$$

В этом случае получим

$$\frac{V_2^2}{2gl} \approx 3\Delta l (1 - f) - 6f.$$

Оценим величину скорости выхода тела из тоннеля. Так как f мал, то для оценки можно принять $V_2^2 \approx 6g\Delta l$, откуда видно, что при малых Δl и f скорость выхода зависит только от изменения радиуса тоннеля, а от его глубины не зависит.

Для значений $g = 10$ м/с, $\Delta l = 15$ м получим $V_2 = 30$ м/с.

Таким образом, при реальных значениях Δl скорость выхода из тоннеля получается небольшой.

1.7. ОБЪЯСНЕНИЕ МЕХАНИЗМА ЭФФЕКТА СКОРОСТИ

При исследовании внешних проявлений эффекта скорости ничего не было сказано о причинах возникновения эффекта, о внутреннем механизме передачи энергии от одного тела к другому или, вернее сказать, о влиянии начальной скорости движения на распределение внутренней энергии системы между ее элементами при их разделении.

Для выяснения этого механизма рассмотрим сначала более подробно схему 1 из разд. 1.6.

1.7.1. Эффект скорости

При рассмотрении этой схемы было сделано предположение (тело, падающее в шахту, «идеально» отражается от дна шахты), при котором скорость тела после отражения равна скорости в момент удара о дно шахты. Однако не было сказано, каким образом обеспечивается это отражение. И поэтому остался невыясненным вопрос, каким образом осуществляется передача энергии между притягивающимися телами (например, между Землей и падающим телом).

Прежде чем приступить к выяснению механизма передачи энергии, предварительно рассмотрим известную схему. Пусть два тела с массами m_1 и m_2 составляют замкнутую систему и притягиваются друг к другу с по-

стоянной силой $\vec{F}$, которая является внутренней по отношению к данной системе.

Уравнения движения этих тел в абсолютной системе координат имеют вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 &= -\vec{F}, \\ m_2 \ddot{y}_2 &= \vec{F}. \end{aligned} \quad (1.57)$$

Интегрируя их, получим

$$\begin{aligned} \frac{m_1 V_1^2}{2} + \vec{F} \vec{y}_1 &= c_1, \\ \frac{m_2 V_2^2}{2} - \vec{F} \vec{y}_2 &= c_2. \end{aligned}$$

Обозначим относительное расстояние между телами через

$$\vec{r} = \vec{y}_1 - \vec{y}_2. \quad (1.58)$$

Тогда суммарная энергия системы будет равна

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} + \vec{F} \vec{r} = c. \quad (1.59)$$

Рассмотрим систему в двух состояниях. В первом состоянии тела удалены друг от друга на расстояние r_0 , и относительная начальная скорость между ними равна нулю. Система при этом обладает только внутренней потенциальной энергией. После этого система переходит в другое состояние, при котором расстояние между телами равно r , и система обладает не только потенциальной, но и кинетической энергией

$$\vec{F} \vec{r}_0 = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} + \vec{F} \vec{r}.$$

Здесь $\vec{F}(\vec{r}_0 - \vec{r}) = A^{(i)}$ равна работе внутренней силы системы. Она равна изменению ее кинетической энергии

$$A^{(i)} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}, \quad (1.60)$$

выражение которой совпадает с известным выражением (1.10).

Для дальнейшего изложения удобно перейти к относительной системе координат.

Из (1.58) имеем

$$\begin{aligned}\vec{V} &= \vec{V}_1 - \vec{V}_2, \\ \ddot{\vec{r}} &= \ddot{\vec{r}}_1 - \ddot{\vec{r}}_2.\end{aligned}\tag{1.61}$$

Подставляя (1.57) в (1.61), найдем

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{m}{m_1 m_2} \vec{F},\tag{1.62}$$

где $m = m_1 + m_2$.

После скалярного умножения обеих частей этого уравнения слева и справа на $\vec{r}$ и интегрирования получим

$$\frac{m_1 m_2}{m} \frac{V^2}{2} + \vec{F} \vec{r} = c.\tag{1.63}$$

Это есть обобщенное выражение известного интеграла энергии для плоскопараллельного поля тяготения. Пусть $m_2 \gg m_1$, тогда $m_2 \approx m$ и (1.63) принимает вид

$$\frac{m_1 V^2}{2} + \vec{F} \vec{r} = c.$$

И если $\vec{F} = m_1 \vec{g}$, то это выражение превращается в привычный интеграл энергии для плоскопараллельного поля тяготения.

Если интеграл (1.63) написать для двух состояний, причем для первого состояния $\vec{r} = \vec{r}_0$ и $\vec{V} = \vec{V}_0 = 0$, то получим известное выражение работы внутренних сил

$$A^{(i)} = \vec{F} (\vec{r} - \vec{r}_0) = \frac{m_1 m_2}{m} \frac{V^2}{2},$$

совпадающее с (1.13).

В случае, если сила взаимодействия между телами выражается формулой

$$\vec{F} = f \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r},$$

то из уравнения (1.62) получим известный интеграл энергии для центрального ньютоновского поля тяготения $\frac{V^2}{2} - f \frac{m}{r} = c$.

Покажем, каким образом в замкнутой системе из притягивающихся тел возникает эффект скорости. Для этого разберем следующую ситуацию.

Пусть два тела с массами m_1 и m_2 , находящиеся неподвижно друг относительно друга на расстоянии R , отталкиваются с относительной скоростью ΔV с помощью внутренних сил. При этом они удаляются друг от друга на расстояние h , где относительная скорость становится равной нулю. Для указанных условий интеграл (1.63) примет следующий вид:

$$\frac{m_1 m_2}{m} \frac{\Delta V^2}{2} + FR = F(R + h).$$

Отсюда
$$\frac{m_1 m_2}{m} \frac{\Delta V^2}{2} = Fh. \quad (1.64)$$

А теперь пусть сообщается телам та же относительная скорость ΔV , но после свободного сближения на расстояние l и упругого удара.

Скорость после удара определяется из (1.63):

$$FR = \frac{m_1 m_2}{m} \frac{V_0^2}{2} + F(R - l)$$

или
$$\frac{m_1 m_2}{m} \frac{V_0^2}{2} = Fl. \quad (1.65)$$

Сообщив телу дополнительную скорость ΔV после упругого удара, получим

$$\frac{m_1 m_2}{m} \frac{(V_0 + \Delta V)^2}{2} + F(R - l) = F(R + h')$$

или
$$\frac{m_1 m_2}{m} \left(\frac{V_0^2}{2} + \Delta V V_0 + \frac{\Delta V^2}{2} \right) = F(l + h'). \quad (1.66)$$

Из (1.64) — (1.66) следует

$$F(h' - h) = \frac{m_1 m_2}{m} \Delta V V_0.$$

Это и есть эффект скорости. Дополнительная кинетическая энергия равна работе внутренней силы на отрезке пути $h' - h$. Отсюда видно, что при сообщении импульса телам, находящимся в относительном движении, кинетическая энергия системы увеличится дополнительно на $\frac{m_1 m_2}{m} \Delta V V_0$. В случае $m_1 \ll m_2$ она равна $m_1 \Delta V V_0$ и почти полностью передается телу с меньшей массой.

При этих рассуждениях помогают раскрыть сущность механизма (способа) увеличенного превращения внутренней энергии системы в ее кинетическую энергию.

Чтобы сказанное стало более ясным, проанализируем подробнее процесс упругого удара или, другими словами, процесс отражения и сообщения импульса.

Допустим упругий удар и сообщение импульса обеспечиваются сжатой пружиной. Сравним два случая: 1) скорость сообщается телам, относительно неподвижным; 2) скорость сообщается телам после упругого удара.

В первом случае притягивающиеся тела отталкиваются от действия сжатой пружины, энергия которой обеспечивает относительную скорость ΔV . Тогда кинетическая энергия системы тел будет равна энергии сжатой пружины E_0 :

$$\frac{m_1 m_2}{m} \frac{\Delta V^2}{2} = E_0. \quad (1.67)$$

Во втором случае для сообщения телам дополнительной относительной скорости ΔV пружина предварительно должна быть сжата до энергии E'_0 . Тогда энергия пружины после удара тел будет равна сумме энергии E'_0 и кинетической энергии тел, сближающихся со скоростью V_0 :

$$E = E'_0 + \frac{m_1 m_2}{m} \frac{V_0^2}{2}. \quad (1.68)$$

При обратном движении после удара освобождается вся энергия пружины, которая превращается в кинетическую энергию системы

$$E = \frac{m_1 m_2}{m} \frac{(V_0 + \Delta V)^2}{2}. \quad (1.69)$$

Из (1.67) — (1.69) получим

$$E'_0 - E_0 = \frac{m_1 m_2}{m} \Delta V V_0.$$

Отсюда следует, что пружина во втором случае должна быть заряжена энергией, в точности большей на величину энергии, возникающей от действия эффекта скорости, чем в первом случае. Это говорит о том, что величина потенциальной энергии системы, превращаемой в кинетическую, зависит от относительной скорости между элементами системы и тем больше, чем больше эта скорость.

Из сказанного также следует, что превращение внутренней энергии в кинетическую производится через упру-

гую систему, которая предварительно должна быть заряжена энергией из этого же внутреннего источника.

1.7.2. Объяснение механизма эффекта скорости для аппарата с постоянной массой

Пусть масса аппарата равна m_0 . На него действует постоянная внешняя сила $\vec{F}$ в течение времени t . Скорость аппарата в момент начала действия силы $\vec{F}$ равна $\vec{V}_0$ относительно внешнего источника силы.

Уравнение движения аппарата запишем в виде

$$\dot{\vec{V}} = \frac{\vec{F}}{m_0}.$$

Интегрируя это уравнение, получим приращение скорости и пути, пройденного аппаратом за время t :

$$\begin{aligned}\Delta\vec{V} &= \frac{\vec{F}t}{m_0}, \\ \vec{S} &= \frac{\vec{F}t^2}{2m_0} + \vec{V}_0 t.\end{aligned}\tag{1.70}$$

Умножим левую и правую части последнего уравнения скалярно на силу $\vec{F}$:

$$\vec{F}\vec{S} = \frac{F^2 t^2}{2m_0} + \vec{F}\vec{V}_0 t.\tag{1.71}$$

Исключая импульс силы $\vec{F}t$ из уравнений (1.70) и (1.71), получим

$$\vec{F}\vec{S} = \frac{m_0 \Delta V^2}{2} + m_0 \Delta\vec{V}\vec{V}_0,\tag{1.72}$$

выражение которого в точности совпадает с (1.15).

Из сравнения видно, что $\Delta T_p = \vec{F}\vec{S}$, т. е. приращение кинетической энергии аппарата равно работе силы $\vec{F}$ внешнего источника, совершаемой на пути $\vec{S}$. Так как длина пути тем больше, чем больше скорость полета, то отсюда ясно, почему приращение кинетической энергии больше при наличии начальной скорости.

Следовательно, чем больше скорость полета, тем больше энергии внешнего источника переходит в кинетическую энергию аппарата.

Интересно посмотреть на эту проблему и с другой стороны. Пусть аппарат с массой m_1 и внешний источник

с массой m_2 составляют замкнутую систему. Между ними действует постоянная отталкивающая сила $\vec{F}$. До начала действия этой силы относительная скорость между телами равна $\vec{V}_0$. За время действия силы $\vec{F}$ относительная скорость между телами увеличивается на $\Delta\vec{V}$.

Так как эта система отличается от рассмотренной выше только направлением силы, то для анализа можем использовать интеграл энергии (1.63), откуда получаем

$$\vec{F}(\vec{r}_0 - \vec{r}) = \vec{F}\vec{S} = \frac{m_1 m_2}{m} \left(\frac{\Delta V^2}{2} + \Delta\vec{V}\vec{V}_0 \right). \quad (1.73)$$

При $m_2 \gg m_1$ (1.73) совпадает с выражением (1.72). Это значит, что вся потенциальная энергия системы переходит в кинетическую энергию аппарата, причем превращаемая энергия тем больше, чем больше начальная относительная скорость между телами системы.

Промежуточный механизм, осуществляющий упругую связь между телами и превращающий потенциальную энергию в кинетическую, должен быть заряжен в этом случае энергией, большей на $\frac{m_1 m_2}{m} \Delta\vec{V}\vec{V}_0$, чем в случае $\vec{V}_0 = 0$.

1.7.3. Объяснение механизма эффекта скорости для аппарата с переменной массой

При рассмотрении аппарата переменной массы (ракеты) необходимо учитывать следующие обстоятельства. Во-первых, напрашивается аналогия системы «ракета — рабочее тело» с системой «аппарат — внешний источник», рассмотренной в разд. 1.7.2. И в этом и в другом случае мы имеем дело с замкнутой системой, обладающей внутренней потенциальной энергией. Однако налицо и различие: если в системе «аппарат—внешний источник» предполагалось наличие начальной относительной скорости, то в системе «ракета — рабочее тело» начальная скорость между ракетой и рабочим телом перед включением двигателя равна нулю.

Во-вторых, при анализе системы «аппарат—внешний источник» хотя и предполагалось наличие начальной относительной скорости между элементами, однако ничего не говорилось, откуда берется эта относительная скорость. Наличие этой скорости нам подсказывает, что

должна существовать другая сила; которая и осуществляет начальный разгон аппарата.

Из сказанного ясно, что, исходя только из системы «ракета—рабочее тело», нельзя объяснить эффект скорости для аппаратов переменной массы. Он может быть объяснен только путем привлечения третьего, внешнего по отношению к ракетной системе, элемента.

Итак, рассмотрим систему, состоящую из ракеты (куда включено и рабочее тело) с массой m_0 и притягивающего тела (например, Земли) с массой M , которые притягиваются силой $\vec{F} = \text{const}$. Тогда, согласно интегралу энергии (1.63), ракета разгоняется относительно тела M до скорости $\vec{V}_0$ при достижении высоты $\vec{r}_0$:

$$V_0 = \left[(c - \vec{F} \vec{r}_0) \frac{2(M + m_0)}{M m_0} \right]^{1/2}.$$

На этой высоте происходит отделение рабочего тела от ракеты. В момент отделения на ракету действует наряду с силой $\vec{F}_p$, также сила $\vec{P}$ — тяга двигателя, а на рабочее тело — $\vec{F}_r$ и $\vec{P}$. Это позволяет нам разбить первоначальную замкнутую систему на две самостоятельные системы: «ракета — притягивающее тело» и «рабочее тело — притягивающее тело». В первой системе действует суммарная сила $\vec{F}_p + \vec{P}$, а во второй $\vec{F}_r - \vec{P}$. Эти системы отличаются от ранее рассмотренных только величиной силы и поэтому для их анализа можно воспользоваться интегралом энергии (1.63):

$$\begin{aligned} \frac{mM}{m+M} \cdot \frac{(\vec{V}_0 + \Delta \vec{V}_p)^2}{2} + (\vec{F}_p + \vec{P}) \vec{r}_p &= \frac{mM}{m+M} \cdot \frac{V_0^2}{2} + (\vec{F}_p + \vec{P}) \vec{r}_0, \\ \frac{m_r M}{m_r + M} \cdot \frac{(\vec{V}_0 - \Delta \vec{V}_r)^2}{2} + (\vec{F}_r - \vec{P}) \vec{r}_r &= \frac{m_r M}{m_r + M} \cdot \frac{V_0^2}{2} + (\vec{F}_r - \vec{P}) \vec{r}_0. \end{aligned}$$

Раскрывая эти выражения, найдем

$$\begin{aligned} (\vec{F}_p + \vec{P}) \vec{S}_p &= \frac{mM}{m+M} \left(\frac{\Delta V_p^2}{2} + \Delta \vec{V}_p \vec{V}_0 \right), \\ (\vec{F}_r - \vec{P}) \vec{S}_r &= \frac{m_r M}{m_r + M} \left(\frac{\Delta V_r^2}{2} - \Delta \vec{V}_r \vec{V}_0 \right). \end{aligned}$$

Эти уравнения по структуре такие же, как и выражения для аппаратов с постоянной массой (1.73). Путь S_p ,

пройденный ракетой за время действия тяги, зависит от начальной скорости $\vec{V}_0$. Он тем больше, чем больше начальная скорость. Поэтому энергия ракеты тем больше, чем больше начальная скорость (без учета энергии, уносимой рабочим телом).

В аппаратах переменной массы роль упругой связи между аппаратом и притягивающим центром, аккумулирующей энергию гравитации, выполняет рабочее тело. В процессе разгона в гравитационном поле рабочее тело приобретает дополнительную энергию, которую оно отдает ракете во время работы двигателя. В этом заключается механизм эффекта скорости для аппаратов переменной массы.

Глава 2

АКТИВНО-ГРАВИТАЦИОННОЕ УСКОРЕНИЕ ОКОЛО ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ПЛАНЕТЫ

Возможности научных исследований космоса с помощью ракетно-космических комплексов при использовании гравитационного маневра облета планет и их спутников значительно возрастают. Многие районы Солнечной системы, фактически недоступные для прямой баллистической схемы полета, оказываются сравнительно легко достижимыми при использовании гравитационного поля промежуточных планет. Рассмотрим энергетические и баллистические исследования космического пространства при использовании таких траекторий.

2.1. КРАТКИЙ ОБЗОР РАБОТ

Идея использования гравитационного поля планеты для «искривления» траектории космического аппарата была впервые развита Хоманом в его работе, посвященной анализу траектории полета по маршруту Земля — Марс — Венера — Земля в 1925 г. [58]. В 1963 г. Минович представил детальный анализ траектории облета планеты Марс с использованием ее гравитационного поля и показал возможность улучшения энергетических характеристик при полете к внутренним планетам Солнечной системы — Венере и Меркурию [79] по сравнению с обычными схемами полета.

В работе [60] было предложено использовать гравитационное поле Юпитера для уменьшения продолжительности полетов к внешним планетам Солнечной системы. Автор работы [56] обнаружил, что в 70-е годы произойдет довольно редкое астрономическое явление, когда планеты Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун в своем движении по орбите вокруг Солнца займут положение, которое позволит облететь одному космическому аппарату все четыре планеты (операция «Большой тур»), за-

тратив на такой полет значительно меньше времени, чем в другие периоды полетов.

Прямой перелет, например, к Нептуну по баллистической траектории потребует 30 лет, а операция «Большой тур» займет лишь 9 лет. В работе [62] выполнен детальный анализ траекторий облета четырех планет по программе «Большой тур», причем исследованы две схемы полета при запуске в 1977 г.: одна схема с пролетом по внутренней стороне колец Сатурна и другая — с пролетом по внешней стороне колец.

Численный анализ траекторий облета внешних планет с использованием гравитационных полей промежуточных планет выполнен также в [79]. Обнаружено преимущество схем облета двух или трех планет (а не четырех) при запуске космического аппарата во второй половине 70-х годов. Это — схемы с облетом планет Юпитер — Уран — Нептун при запуске космического аппарата в 1978 и 1979 гг. и облет планет Юпитер — Сатурн — Плутон при запуске космического аппарата в 1977 г.

Траектории полета к Марсу по маршрутам Земля — Марс — Венера — Земля и Земля — Венера — Марс — Земля с ускорением в гравитационном поле Венеры были рассмотрены в работах [76, 79] с целью снижения скорости входа в атмосферу Земли. Анализ проводился для траекторий полетов со стартом в период 1971—1999 гг. В работе [59] были рассмотрены полеты по маршрутам Земля — Марс и Марс — Земля с активнोगравитационным маневром у Венеры и с аэродинамическим торможением у Земли и Марса. Для таких односторонних полетов было показано, что небольшой активный маневр у Венеры (порядка сотен м/с) в некоторых случаях позволяет снизить энергозатраты и расширить «окно» дат старта по сравнению со случаем пассивного маневра.

В работах [69, 79, 80] показана большая эффективность гравитационного ускорения у Венеры при полете к Меркурию по сравнению с прямым полетом (снижение импульса скорости с 5 ... 7 км/с до ~ 4 км/с). Интересные результаты получены в работах [20, 48, 54, 68] по использованию гравитационного поля Юпитера для ускорения солнечного зонда и для выхода из плоскости эклиптики. Авторы работ [13—15, 17—19] исследовали ускорение космического аппарата Луной для выхода на стационарную орбиту вокруг Земли и возвра-

шения КА на Землю после облета Луны, а в работе [71] рассмотрена возможность осуществления захвата космического аппарата Юпитером путем облета его спутников.

В монографии [42] дано достаточно полное изложение схем полетов и фактического материала по активно-гравитационным маневрам около промежуточных планет.

Во всех перечисленных работах четко показано, что гравитационный (или, как говорят некоторые авторы, «пертурбационный») маневр приводит или к существенному уменьшению энергетических затрат, или к сокращению времени выполнения космических полетов или к совместному улучшению обоих факторов по сравнению с обычными схемами полетов.

2.2. ПРИНЦИП АКТИВНО-ГРАВИТАЦИОННОГО УСКОРЕНИЯ ПРИ ПРОЛете ОКОЛО ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ПЛАНЕТЫ

Полет в заданную точку космического пространства (например, к Солнцу или к другой планете) может быть осуществлен двумя способами: по прямой одноимпульсной траектории и по траектории, проходящей через промежуточную планету (спутник планеты). Преимущество второго способа заключается в том, что при выполнении некоторых космических полетов гравитационное поле промежуточной планеты помогает «искривлять» траекторию полета таким образом, что при движении по этой траектории космический аппарат достигает назначенного пункта и быстрее, и с меньшими затратами топлива, чем по прямой траектории.

Рассмотрим, как происходит ускорение космического аппарата при пролете через гравитационное поле промежуточной планеты. На рис. 2.1 изображена геометрия облета промежуточной планеты. Из этого рисунка отчетливо видно, как происходит воздействие гравитационного поля планеты на космический аппарат. Скорость промежуточной планеты в момент входа КА в ее сферу действия равна $\vec{V}_{\text{пр}}$. Аппарат в момент входа в сферу действия планеты имеет гелиоцентрическую скорость $\vec{V}_{\text{вх}}$. Значит, планетоцентрическая скорость его на границе сферы действия будет равна $\vec{u}_{\text{вх}} = \vec{V}_{\text{вх}} - \vec{V}_{\text{пр}}$.

Облетев промежуточную планету по гиперболе, аппарат в момент выхода из сферы действия будет иметь скорость $\vec{u}_{\text{вых}}$ относительно планеты. Эта скорость по величине равна $|\vec{u}_{\text{вх}}|$, а по направлению повернута отно-

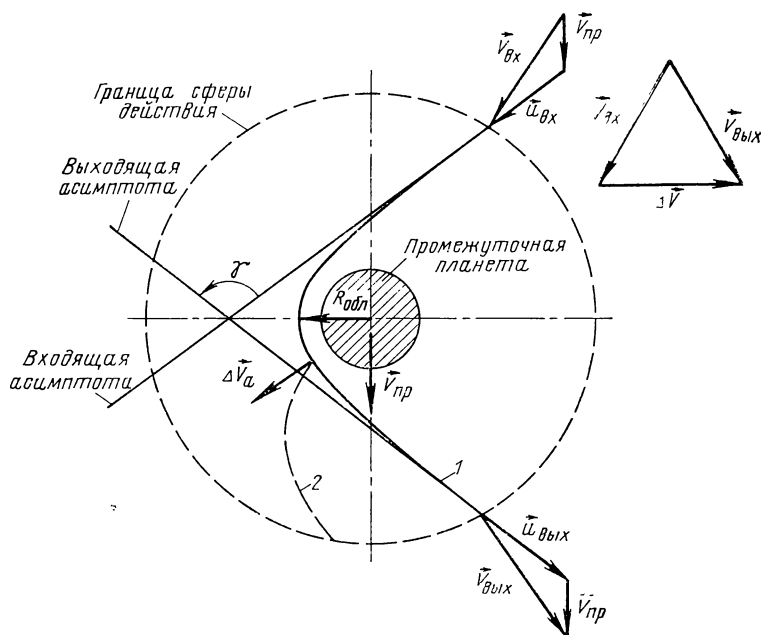


Рис. 2.1. Геометрия облета промежуточной планеты:

1—пассивный облет; 2—облет с приложением импульса скорости $\Delta \vec{V}_a$

сительно $\vec{u}_{вх}$ на угол γ . Складывая $\vec{u}_{вых}$ со скоростью $\vec{V}'_{пр}$ в момент выхода КА из сферы действия планеты, получим гелиоцентрическую скорость аппарата, равную

$$\vec{V}_{вых} = \vec{u}_{вых} + \vec{V}'_{пр}.$$

Скорость $\vec{V}_{вых}$ отличается от $\vec{V}_{вх}$ по величине и направлению. Вычитая эти два вектора, получим величину изменения гелиоцентрической скорости аппарата

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_{вых} - \vec{V}_{вх}.$$

Таким образом, гравитационное поле действует на аппарат подобно двигателю-ускорителю. Поэтому этот процесс будем называть **гравитационным ускорением**. Импульс скорости $\Delta \vec{V}$, который сообщается КА, по существу, без расхода топлива, позволяет состыковать выгодные гелиоцентрические (планетоцентрические) траектории полета от Земли до промежуточной планеты и от нее до цели.

Если в какой-то точке облетной гиперболы приложить импульс скорости $\Delta \vec{V}_a$ (активное ускорение) (см. рис. 2.1), то получим **активно-гравитационное ускорение** аппарата. В этом случае планетоцентрические скорости $\vec{u}_{вх}$ и $\vec{u}_{вых}$ будут отличаться не только по направлению, но и по величине. В результате количество стыкующихся выгодных траекторий возрастет.

Величина приращения скорости $\vec{\Delta V}$ и его направление зависят от величины скорости $\vec{u}_{вх}$ и расстояния наибольшего сближения космического аппарата с промежуточной планетой. Расстояние наибольшего сближения с планетой может регулироваться либо за счет надлежащего выбора времени прохождения сферы действия планеты, либо за счет приложения небольших корректирующих импульсов в то время, когда приближающийся аппарат находится относительно планеты, по существу, еще на «бесконечности». Результирующее действие такой коррекции состоит в параллельном переносе вектора $\vec{u}_{вх}$. Производя эту операцию, аппарат может подойти к сфере влияния с любой стороны от планеты. В результате получится поворот скорости $\vec{u}_{вых}$ как по часовой, так и против часовой стрелки.

При фиксированной величине вектора $\vec{u}_{вх}$ расстояние наибольшего сближения может изменяться только в некоторых пределах, поскольку планета имеет конечные размеры. Таким образом, отклонение вектора $\vec{V}_{вых}$ изменяется от нуля, когда аппарат не проходит через сферу влияния планеты и планетоцентрическая гипербола вырождается в прямую линию, до некоторого максимального значения, когда аппарат «скользит» по поверхности планеты.

Рассмотрим теперь случай, когда векторы $\vec{V}_{вх}$ и $\vec{V}_{вых}$ являются фиксированными, например, при требовании, чтобы траектория перелета начиналась у Земли и возвращалась к Земле или соединялась с третьей планетой. Из-за ограниченных возможностей чисто гравитационного ускорения переход от $\vec{V}_{вх}$ и $\vec{V}_{вых}$ будет невозможным без тяги ракетных двигателей. Поскольку скорость аппарата увеличивается во время сближения с планетой, приложение этой тяги будет наиболее эффективным при движении по гиперболической траектории вблизи планеты (сказывается эффект скорости) и не будет эффек-

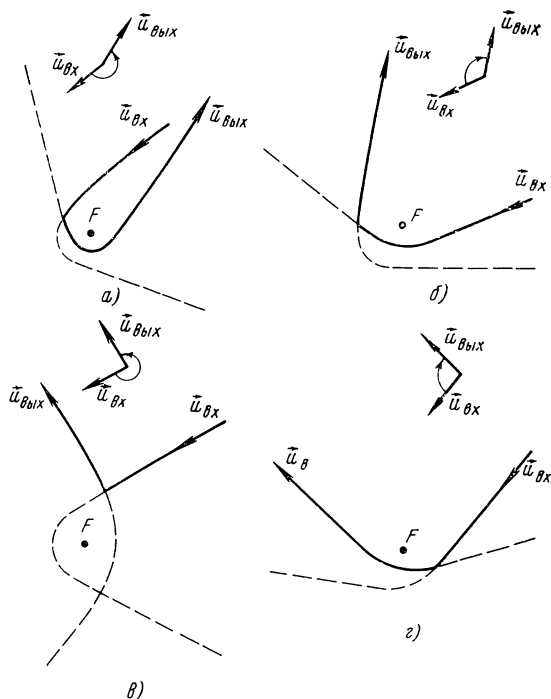


Рис. 2.2. Схемы плоских переходов

тивным, пока движение является гелиоцентрическим. При заданных $\vec{V}_{\text{пр}}$, $\vec{V}_{\text{вх}}$ и $\vec{V}_{\text{вых}}$ задача перехода от $\vec{V}_{\text{вх}}$ к $\vec{V}_{\text{вых}}$ становится задачей преобразования вектора $\vec{u}_{\text{вх}}$ в вектор скорости $\vec{u}_{\text{вых}}$, причем эти векторы в общем случае не равны по величине. Переход происходит полностью в пределах сферы влияния планеты и является фактически переходом между асимптотами двух планетоцентрических гипербол.

В общем случае переход между гиперболами может быть одноимпульсным и многоимпульсным, плоским (компланарным) и пространственным [59]. Примеры одноимпульсных плоских переходов показаны на рис. 2.2.

Суммарный угол поворота от $\vec{u}_{\text{вх}}$ к $\vec{u}_{\text{вых}}$ никогда не должен превышать 180° , поскольку в противном случае переход можно выполнить более удобным способом с противоположной стороны планеты, как показано на рис. 2.2. На этом рисунке фактическая траектория аппа-

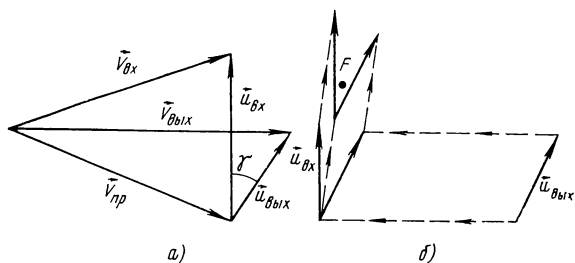


Рис. 2.3. Векторные диаграммы для пространственного перехода

рата изображена сплошной кривой, а продолжение каждой гиперболы указано пунктирной линией. При первом способе перехода от $\vec{u}_{\text{вх}}$ к $\vec{u}_{\text{вых}}$ (рис. 2.2, а) требуется поворот вектора скорости против часовой стрелки на угол, больший 180° . Во втором случае (см. рис. 2.2, б) асимптота входящей гиперболической траектории перенесена параллельно самой себе посредством предварительной коррекции таким образом, чтобы получить в результате поворот вектора скорости по часовой стрелке, что является, несомненно, более выгодным по сравнению с первым случаем. Аналогичные соображения применимы и к рис. 2.2, в и г. Таким образом, гиперболы всегда можно выбрать так, чтобы угол перехода не превышал 180° . В этом случае существует всего лишь одна точка пересечения, в которой можно выполнить переход. При повороте на 180° , входящая и выходящая асимптоты являются параллельными, однако и в этом случае имеется всего лишь одно пересечение.

Что изменится, если векторы гелиоцентрических скоростей $\vec{V}_{\text{вх}}$, $\vec{V}_{\text{вых}}$ и $\vec{V}_{\text{пр}}$ являются некомпланарными. В этом случае результирующая векторная диаграмма имеет вид, показанный на рис. 2.3, т. е. переход является пространственным. Однако, если даже в гелиоцентрическом пространстве задача является трехмерной, то в системе координат, связанной с планетой, ее всегда можно свести к плоской задаче. Это преобразование поясняется на рис. 2.3, б.

Векторы $\vec{u}_{\text{вх}}$ и $\vec{u}_{\text{вых}}$ представляют гиперболические избыточные скорости, необходимые для выполнения перехода от $\vec{V}_{\text{вх}}$ к $\vec{V}_{\text{вых}}$ (см. рис. 2.3, а). Точка F является центром притяжения и поэтому должна совпасть с фоку-

сом гипербол. С помощью предварительной коррекции вектор $\vec{u}_{вх}$ может переноситься в пространстве произвольно, поскольку его новая линия действия параллельна первоначальной. То же самое относится и к вектору $\vec{u}_{вых}$, хотя его коррекция должна производиться уже после облета. Следовательно, плоскость, проходящую через эти два вектора, можно переносить параллельно самой себе, пока в нее не попадет точка F . Переход теперь будет компланарным.

Маневры перехода могут совершаться, разумеется, в нескольких плоскостях, но в этом случае обязательно потребуются более высокие импульсы скорости, что делает такие переходы нецелесообразными.

2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИМПУЛЬСА СКОРОСТИ АКТИВНО-ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА

Методика определения импульса скорости активно-гравитационного маневра изложена в работах [15, 42, 48 и др.].

Геометрия одноимпульсного перехода между асимптотами гиперболических орбит иллюстрируется рис. 2.4. Гиперболическая избыточная скорость $\vec{u}_{вх}$ гиперболы сближения $S-B-S'$ направлена вдоль входящей асимптоты $S-B$. В точке T выполняется компланарный переход к гиперболе $P-C-P'$, определяющей суммарный угол поворота γ между $\vec{u}_{вх}$ и $\vec{u}_{вых}$.

В рассматриваемом примере аппарат переходит с входящей ветви первой гиперболы на входящую ветвь второй гиперболы. Переход может иметь место также между входящей и выходящей ветвями, между выходящей и входящей ветвями и между выходящей и выходящей ветвями гипербол.

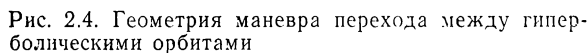
Полный угол поворота при маневре перехода γ представляет собой сумму угла β между двумя входящими асимптотами и угла разворота $2\psi_2$ второй гиперболы

$$\gamma = \beta + 2\psi_2. \quad (2.1)$$

Исходя из геометрических соотношений рис. 2.4, можно показать, что для переходов каждого типа существует равенство:

$$\beta = \varphi_1 - \varphi_2 + \vartheta_2 - \vartheta_1. \quad (2.2)$$

Истинные аномалии ϑ_1 и ϑ_2 являются, по определению, положительными при повороте от оси симметрии по


$$\gamma = \psi_1 + \psi_2 + \vartheta_2 - \vartheta_1. \quad (2.3)$$

Из рис. 2.5 можно видеть, что после приложения импульса $\Delta \vec{V}_a$ вектор скорости $\vec{V}_1$, соответствующий гиперболе сближения, преобразуется в вектор $\vec{V}_2$, соответствующий гиперболе удаления. Угол α между $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ пред-

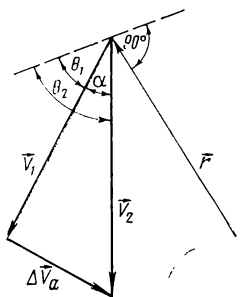


Рис. 25. Векторная диаграмма перехода

ставляет собой разность углов наклона траектории θ_1 и θ_2 , откуда можно легко определить величину ΔV_a

$$\Delta V_a = (V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \alpha)^{1/2}, \quad (2.4)$$

где $\alpha = \theta_2 - \theta_1. \quad (2.5)$

Оставшиеся выражения можно существенно упростить, если в качестве независимых переменных выбрать углы ψ_1 и ψ_2 . Если большую ось гиперболы выразить соотношением $a = \mu/V_\infty^2$, то углы θ и ϑ можно записать как

$$\cos \theta = \frac{1}{\operatorname{tg} \psi \{ (rV_\infty^2/\mu) [2 + (rV_\infty^2/\mu)] \}^{1/2}} \quad (2.6)$$

и
$$\cos \vartheta = \sin \psi \left(\frac{1}{(rV_\infty^2/\mu) \operatorname{tg}^2 \psi} - 1 \right), \quad (2.7)$$

где $V_\infty = \{u_{вх}, u_{вых}\}$.

Скорость V на траектории зависит от r и a следующим образом:

$$V = \left\{ \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \right\}^{1/2}. \quad (2.8)$$

Исключая из уравнений (2.3) — (2.8) все переменные, кроме ψ_1 и ψ_2 , получим в результате следующие уравнения:

$$\Delta V_a = \left(\frac{\mu}{a_1} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{a_1}{a_2} + \frac{4}{r/a_1} - \frac{2(a_1/a_2)^{1/2}}{(r/a_1)^2 \operatorname{tg} \psi_1 \operatorname{tg} \psi_2} \times \right. \\ \left. \times \left(1 + \left\{ \left[\frac{r}{a_1} \left(2 + \frac{r}{a_1} \right) \operatorname{tg}^2 \psi_1 - 1 \right] \left[\frac{r}{a_2} \left(2 + \frac{r}{a_2} \right) \operatorname{tg}^2 \psi_2 - 1 \right] \right\}^{1/2} \right) \right]^{1/2}, \quad (2.9)$$

$$A(r/a_1)^2 + B(r/a_1) + C = 0, \quad (2.10)$$

где коэффициенты A , B и C квадратного (относительно r/a) уравнения (2.10) имеют вид

$$A = [\cos(\gamma - \psi_1 - \psi_2) - \sin \psi_1 \sin \psi_2]^2 - \cos^2 \psi_1 \cos^2 \psi_2,$$

$$B = \left[\cos(\gamma - \psi_1 - \psi_2) \frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2}{\operatorname{tg} \psi_1 \operatorname{tg} \psi_2} \left(\frac{a_2}{a_1} \operatorname{tg}^2 \psi_1 + \operatorname{tg}^2 \psi_2 \right) - \right.$$

$$C = \frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2}{\operatorname{tg} \psi_1 \operatorname{tg} \psi_2} \left[\frac{\sin \psi_1}{\sin \psi_2} \left(\frac{a_2}{a_1} \frac{\cos \psi_2}{\cos \psi_1} \right)^2 + \frac{\sin \psi_2}{\sin \psi_1} \left(\frac{\cos \psi_1}{\cos \psi_2} \right)^2 - \right. \\ \left. - 2 \frac{a_2}{a_1} \cos(\gamma - \psi_1 - \psi_2) \right].$$

Если решить уравнение (2.10) относительно r/a_1 , то задача сводится к решению одного уравнения с двумя независимыми переменными ψ_1 и ψ_2 . Кроме того, выражая с помощью уравнения (2.9) зависимости

$$\frac{\Delta V_a}{u_{\text{вх}}} = \left(\frac{a_1 \Delta V_a^2}{\mu} \right)^{1/2}, \quad \frac{r u_{\text{вх}}^2}{\mu} = \frac{r}{a_1},$$

решение можно выразить только через два исходных параметра: a_2/a_1 [или $(u_{\text{вх}}/u_{\text{вых}})]^2$ и γ . Таким образом, задача оптимизации становится независимой от гравитационной постоянной планеты и начальной планетоцентрической скорости $u_{\text{вх}}$.

Если импульс тяги прикладывается в перигеице гиперболы по касательной к траектории, то уравнения для вычисления импульса скорости ΔV_a можно существенно упростить. В этом случае $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0$, следовательно,

$$\frac{r}{a_1} = \frac{(a_2/a_1)(\sin \psi_2/\sin \psi_1)(\operatorname{tg}^2 \psi_2/\operatorname{tg}^2 \psi_1) - 1}{\operatorname{tg}^2 \psi_1 [(\sin \psi_2/\sin \psi_1) - 1]}, \quad (2.11)$$

$$\gamma = \psi_1 + \psi_2,$$

$$\sin \psi_1 \left(\frac{1}{(r/a_1) \operatorname{tg}^2 \psi_1} - 1 \right) = 1. \quad (2.12)$$

Исключая r/a_1 из уравнений (2.11) и (2.12), можно получить выражение, связывающее ψ_1 и ψ_2 :

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \psi_2}{(a_1/a_2) + [1 - (a_2/a_1)] \sin \psi_2}. \quad (2.13)$$

Наконец, требование тангенциальности импульса тяги выражается как $\cos \theta_1 = \cos \theta_2$ и формула $\Delta V_a/u_{\text{вх}}$ приводится к виду

$$\frac{\Delta V_a}{u_{\text{вх}}} = \left(1 + \frac{a_1}{a_2} + \frac{2}{r/a_1} \left[2 - \left\{ \left(2 + \frac{r}{a_1} \right) \left(2 + \frac{a_1}{a_2} \frac{r}{a_1} \right) \right\}^{1/2} \right] \right)^{1/2}.$$

Из уравнений (2.12) и (2.13) находим уравнение связи

$$\sin(\gamma - \psi_2) = \frac{\sin \psi_2}{(a_2/a_1) + [1 - (a_2/a_1)] \sin \psi_2}.$$

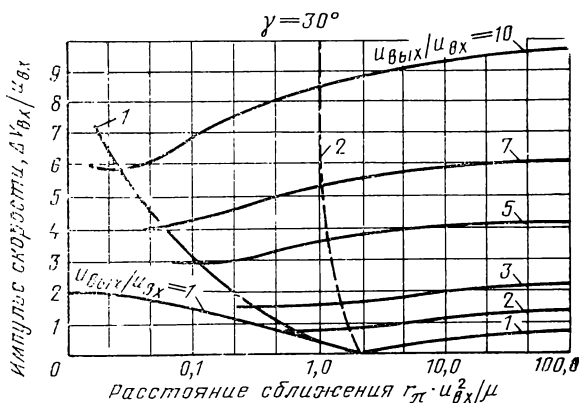


Рис. 2.6. Схема одноимпульсных переходов:
1—оптимальные; 2—периферические

Типичные зависимости импульса скорости ΔV_a от параметров r , $u_{ВХ}$, $u_{ВЫХ}$, γ показаны на рис. 2.6, 2.7, 2.8.

Одноимпульсный переход дает приемлемое решение задачи только в том случае, если расстояние наибольшего сближения с планетой больше радиуса промежуточной планеты или верхней границы атмосферы. Если это условие не соблюдается, то необходимо искать ограниченное оптимальное решение. Следует иметь в виду также такую постановку задачи, когда для конкретного перелета заданное расстояние наибольшего сближения с планетой само по себе является одним из пунктов программы полета. Графики на рис. 2.6—2.8 дают хорошее представление об оптимальных переходах и о переходах с ограничением расстояния наибольшего сближения с планетой.

Анализ этих кривых показывает, что каждая сплошная кривая, соответствующая постоянному значению отношения $u_{ВЫХ}/u_{ВХ}$, имеет горизонтальную асимптоту при стремлении параметра $r_{\pi} u_{ВХ}^2 / \mu$ к бесконечности. Эти асимптоты определяются уравнением

$$\frac{\Delta V_a}{u_{ВХ}} = \left[\left(\frac{u_{ВЫХ}}{u_{ВХ}} \right)^2 + 1 - \frac{u_{ВЫХ}}{u_{ВХ}} \cos \gamma \right]^{1/2}.$$

Таким образом, условия перехода приближаются к таким, при которых импульс тяги прикладывается на

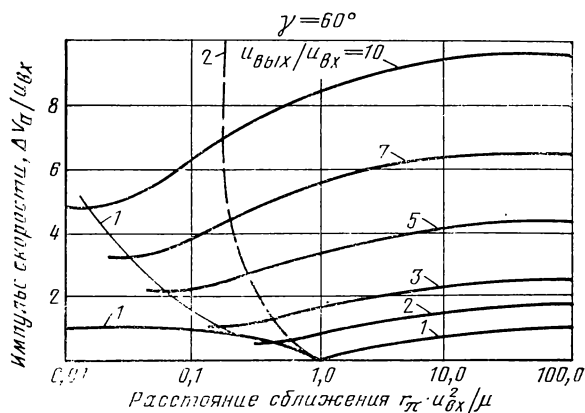


Рис. 2.7. Схема одноимпульсных переходов:
1—оптимальные; 2—перичентральные

бесконечности (за пределами сферы влияния) и встречи с промежуточной планетой не происходит. При более близком подходе к планете импульс скорости $\Delta V_a/u_{вх}$ сначала уменьшается до минимума, а затем снова начинает увеличиваться. Но прежде чем достигается минимум, кривые проходят через точки, соответствующие перичентральным переходам, геометрическое место которых обозначено пунктирной линией. Если требуются еще большие сближения, импульс скорости $\Delta V_a/u_{вх}$ нужно снова увеличивать до тех пор, пока при $r_{\pi} u_{вх}^2/\mu = 0$ кривые не приблизятся к горизонтальной асимптоте. Эта асимптота соответствует гиперболе с единичным эксцентриситетом, проходящей через фокус, с последующим (или предшествующим) приложением импульса на бесконечности для выполнения требуемого поворота вектора гиперболической скорости. Величина импульса скорости при $r_{\pi} u_{вх}^2/\mu = 0$ выражается формулой

$$\frac{\Delta V_a}{u_{вх}} = \left[\left(\frac{u_{ввх}}{u_{вх}} \right)^2 + 1 + 2 \frac{u_{ввх}}{u_{вх}} \cos \gamma \right]^{1/2}.$$

Интересная особенность этих решений заключается в том, что область, лежащая справа от линии перичентральных переходов при $\gamma = 90^\circ$, содержит только переходы на выходящих ветвях обеих гипербол. Таким образом, аппарат приближается к планете по входящей ветви гиперболы и не совершает перехода на вторую гипер-

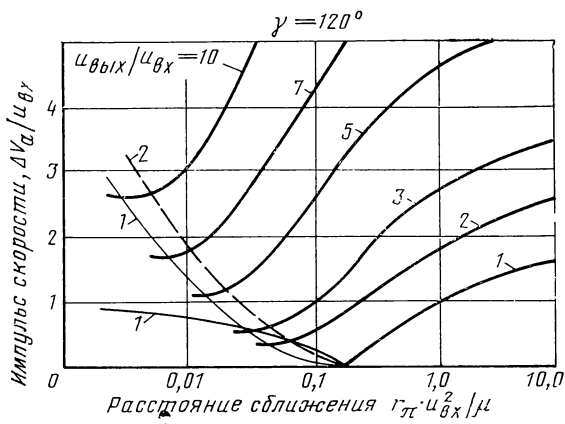


Рис. 2.8. Схема одноимпульсных переходов:
1—оптимальные; 2—перицентральные

болу до тех пор, пока не пройдет через перицентр первой. Слева от линии перицентральных переходов лежит область, соответствующая области на входящих ветвях гипербол, которая включает в себя и линию оптимальных переходов. Это свидетельствует о том, что все оптимальные переходы являются переходами на входящих ветвях, если отношение $u_{\text{вых}}/u_{\text{вх}} > 1$. При $u_{\text{вых}}/u_{\text{вх}} < 1$ эти области меняются местами.

Кривая, соответствующая $u_{\text{вых}}/u_{\text{вх}} = 1$, представляет особый интерес, поскольку в качестве предельной точки она содержит точку, характеризующую облет промежуточной планеты по гиперболической траектории без приложения тяги, т. е. $\Delta V_a / u_{\text{вх}} = 0$. Существенно, что геометрические места точек, соответствующих как оптимальным, так и перицентральному переходам, при $u_{\text{вых}}/u_{\text{вх}} \rightarrow 1$ в качестве предельной, имеют ту же самую точку. Когда это отношение равно единице, то приложение импульса тяги во время облета теряет смысл, поскольку изменять гиперболическую скорость не требуется. Тем не менее и в этом случае происходит облет планеты, который удовлетворяет по крайней мере требованию изменения направления движения от $u_{\text{вх}}$ к $u_{\text{вых}}$. Так как импульс может прикладываться как до, так и после облета, то это решение не нарушает правила, по которому определяются области перехода на входящих или выходящих ветвях обеих гипербол.

Анализ влияния угла поворота скорости $u_{вх}$ показывает, что при углах $\gamma < 90^\circ$ происходит равномерное возрастание параметра, характеризующего расстояние наибольшего сближения, при стремлении γ к нулю. Отметим также, что геометрическое место точек периферических переходов постепенно сдвигается вправо до тех пор, пока при $\gamma = 0$ такие переходы не станут соответствовать $r_{\pi} u_{вх}^2 / \mu = \infty$. Для углов поворота $\gamma > 90^\circ$ имеет место обратная тенденция, т. е. параметр $r_{\pi} u_{вх}^2 / \mu$ уменьшается, а линии периферических переходов сдвигаются влево.

При $\gamma = 180^\circ$ этот процесс достигает предела, когда точка $\Delta V_a / u_{вх} = 0$ доходит до точки $r_{\pi} u_{вх}^2 / \mu = 0$, причем геометрические места точек оптимальных, а также периферических переходов также стягиваются в эту точку. Кривые при всех отношениях $u_{вых} / u_{вх}$ выходят из начала координат, а импульс скорости монотонно возрастает с увеличением расстояния сближения.

2.4. ФОРМИРОВАНИЕ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ

Гелиоцентрический участок траекторий определяет энергетические затраты на выведение космического аппарата на межпланетные траектории, продолжительность полета и даты старта.

На практике при определении гелиоцентрической траектории КА принимают следующие допущения, упрощающие процесс оптимизации схемных решений и основных параметров траекторий:

- 1) предполагается, что сферы действия планет стянуты в точки, а их гравитационные поля отсутствуют;
- 2) траектория разбивается на участки конических сечений сферами действия планет; участки траекторий от Земли к планете-ускорителю и от планеты-ускорителя к планете назначения — эллиптические;
- 3) элементы орбит на гелиоцентрических участках считаются постоянными;
- 4) активно-гравитационное ускорение эквивалентно импульсному приращению вектора гелиоцентрической скорости аппарата;
- 5) стыковка гелиоцентрических и припланетных участков осуществляется по векторам скоростей из условия равенства относительной гелиоцентрической скорости ап-

парата и скорости его «на бесконечности» (вне сферы действия) у планеты, т. е.

$$\vec{V}_{\text{отн.а}} = \vec{V}_a - \vec{V}_{\text{пр}} = \vec{V}_{\infty a}.$$

Эти допущения при облете планет земной группы являются вполне приемлемыми и не приводят к большим ошибкам в определении энергетических затрат полета. Для схем, предназначенных для облета Юпитера, весьма существенным допущением является четвертое. ввиду значительной протяженности его сферы действия. Поэтому при более тщательных расчетах отдельных траекторий космических аппаратов, предназначенных для облета Юпитера, необходимо учесть конечность сферы действия и длительность активно-гравитационного маневра.

Обозначим планету старта $P_{\text{ст}}$, планету цели $P_{\text{ц}}$ и промежуточную планету $P_{\text{пр}}$, маршрут $P_{\text{ст}} - P_{\text{пр}} - P_{\text{ц}}$. Около планеты $P_{\text{ст}}$ аппарату сообщается импульс скорости $\Delta V_{\text{ст}}$, около промежуточной планеты — импульс ΔV_a и около $P_{\text{ц}}$ происходит либо пассивный пролет, либо импульсный переход на другую траекторию.

Будем выбирать из всех возможных такие траектории для каждой схемы, которые обеспечивают минимум энергозатрат, т. е. суммы разгонного импульса с орбиты искусственного спутника Земли $\Delta V_{\text{ст}}$, импульса при облете промежуточной планеты ΔV_a и импульса около планеты цели $\Delta V_{\text{ц}}$:

$$\Delta V = \Delta V_{\text{ст}} + \Delta V_a + \Delta V_{\text{ц}} = \min. \quad (2.14)$$

При определении оптимальных траекторий наиболее удобно за независимые параметры принять набор астрономических дат старта, облета и финиша, т. е. вектор дат $\vec{T}(T_1, T_2, T_3)$. Задание произвольного $\vec{T}(T_3 > T_2 > T_1)$ позволит вычислять координаты планет и, решив последовательно уравнения Ламберта — Эйлера [34], определить затем элементы орбит перелета от планеты к планете. Далее можно найти относительные (планетоцентрические) скорости аппарата $\vec{u}_{\text{вх}}$ и $\vec{u}_{\text{вых}}$ и перейти к решению задачи оптимизации активно-гравитационного ускорения (см. разд. 2.3). В результате расчетов определится значение критерия (2.14).

Оптимизация траектории состоит в варьировании вектором $\vec{T}$ с целью получения минимума ΔV (2.14) с учетом ограничений, накладываемых как на $\vec{T}$, так и на ус-

ловия проведения активно-гравитационного маневра. Выбор вектора $\vec{T}$ в качестве управляющего обеспечивает минимальную размерность задачи.

Положение космического аппарата или планеты в пространстве в любой момент времени можно определить, если известны шесть элементов: 1) долгота восходящего узла орбиты Ω ; 2) наклонение плоскости орбиты к плоскости эклиптики i ; 3) долгота перицентра π ; 4) большая полуось орбиты a ; 5) эксцентриситет орбиты e ; 6) время прохождения через перицентр τ .

Элементы Ω и i определяют положение плоскости орбиты в пространстве относительно выбранной системы координат. Элемент π определяет положение в плоскости фокальной оси. Элементы a и e характеризуют энергетику орбиты и ее форму. Элемент τ позволяет определить положение космического аппарата или планеты на орбите в любой момент времени.

Определение этих элементов связано с решением трансцендентных уравнений и, как правило, решаются подобного класса задачи с применением численных методов на быстродействующих ЦВМ. (Основные методы решения изложены в книгах по небесной механике и космической баллистике).

2.5. ПОЛЕТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ВЕНЕРЫ

Гравитационное поле планеты Венера может быть использовано для ускорения космических аппаратов при полете к другим планетам Солнечной системы и для ускорения различных зондов для исследования околосолнечного и внеэклиптического пространства.

Рассмотрим особенности полета к планетам Марс и Меркурий с использованием гравитационного поля Венеры.

2.5.1. Полет к Марсу

На мысль о возможности использовать гравитационное поле Венеры при полете к Марсу наталкивают следующие соображения:

1) в схемах ускоренного полета КА обычно или заходит внутрь орбиты Венеры, или проходит близко от Венеры либо на участке полета к Марсу, либо на участке возвращения к Земле;

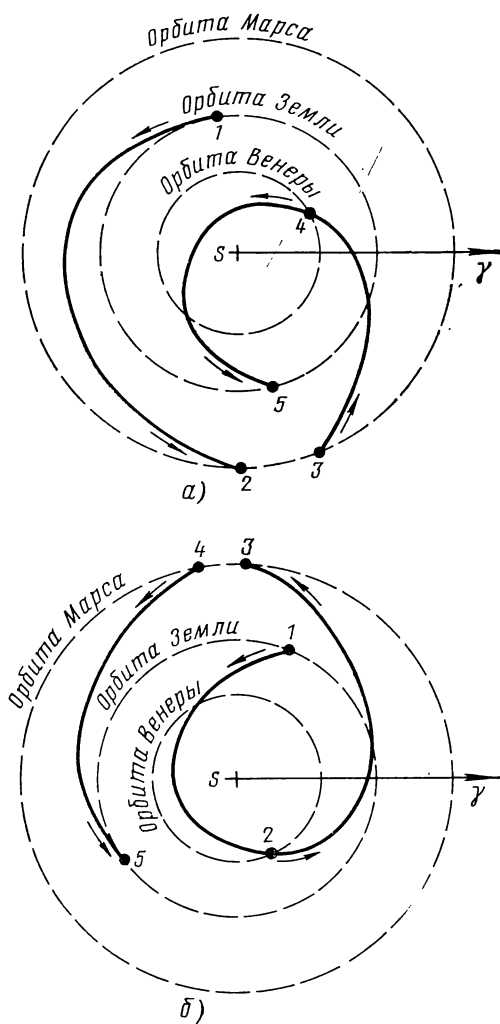


Рис. 2.9. Схемы маршрутов полета к Марсу через Венеру:

а—маршрут Земля — Марс — Венера — Земля; *б*—маршрут Земля — Венера — Марс — Земля

2) гравитационное поле Венеры достаточно мощное, чтобы значительно ускорить или замедлить космический аппарат;

3) угловая скорость движения Венеры больше, чем угловая скорость движения Марса, поэтому, используя гравитационное поле Венеры, можно получать траектории с большей или меньшей энергией;

4) в трехимпульсной схеме ускоренного полета к Марсу второй реактивный импульс дается, как правило, вблизи орбиты Венеры, это наталкивает на мысль заменить второй реактивный маневр ускорением космического аппарата от гравитационной силы Венеры.

Рассмотрим схему полета (рис. 2.9) при старте с круговой орбиты ИСЗ с помощью разгонного импульса скорости $\Delta V_{стз}$. По достижении Марса КА тормозным импульсом скорости $\Delta V_{тм}$ переводится на орбиту искусственного спутника Марса (ИСМ). На этой орбите он находится определенное время $t_{ож}$, затем с помощью разгонного импульса скорости $\Delta V_{стм}$ уходит с орбиты ИСМ. При возвращении к Земле осуществляет атмосферный спуск, если скорость перед входом в атмосферу Земли меньше предельно допустимой $V_{пред}$.

Если скорость аппарата больше $V_{пред}$, то ему сообщается тормозной импульс скорости $\Delta V_{т.вх}$, который гасит ее до $V_{пред}$. Полет осуществляется так, что аппарат либо на участке Земля — Марс, либо на участке Марс — Земля проходит через гравитационное поле Венеры, т. е. аппарат летит либо по маршруту Земля — Венера — Марс — Земля, либо Земля — Марс — Венера — Земля. Около Венеры в перигентре облетной гиперболы КА сообщается активный импульс скорости $\Delta \vec{V}_a$. (Будем для краткости называть описанный маршрут полетом «через Венеру»).

Таким образом, во время полета к Марсу через Венеру космическому аппарату в общем случае сообщается

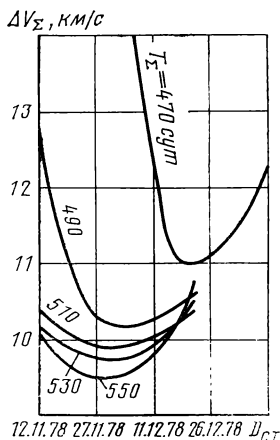


Рис. 2.10. Зависимость суммарного импульса скорости ΔV_{Σ} от даты старта $D_{ст}$ для различных продолжительностей полетов T_{Σ}

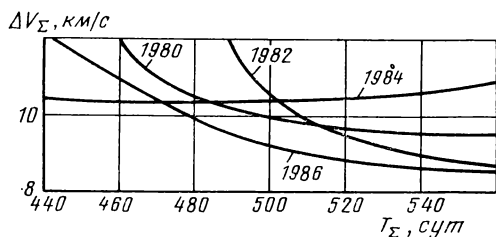


Рис. 2.11. Зависимость суммарного импульса скорости ΔV_{Σ} от продолжительности полета T_{Σ}

пять импульсов: один на орбите ИСЗ, два на орбите ИСМ, один при облете Венеры и один — перед входом в атмосферу Земли.

При оптимизации траекторий полета в качестве критерия принята сумма указанных импульсов скорости. Если траектории полета разбить на участки сферами действия планет, временами движения в них пренебречь и предположить, что импульсы сообщаются в перицентрах планетоцентрических гипербол, то суммарный импульс скорости в полете к Марсу через Венеру будет зависеть от четырех свободных параметров: даты старта $D_{\text{ст}}$, полной продолжительности полета T_{Σ} , времени перелета на участке Земля — Марс $t_{\Sigma-\text{М}}$ и на участке Земля — Венера (либо Марс — Венера) $t_{\Sigma-\text{В}}$. Эти параметры однозначно определяют величины требуемых импульсов скорости и характеристик траектории полета.

На рис. 2.10 приведены зависимости ΔV_{Σ} от даты старта $D_{\text{ст}}$ при фиксированных T_{Σ} для полета по маршруту Земля — Венера — Марс — Земля в период 1978—1979 гг.

Как видно, существует оптимальная продолжительность полета T_{Σ} , при которой $\Delta V_{\Sigma} = \min$.

По этим минимальным значениям на рис. 2.11 построены зависимости ΔV_{Σ} от полной продолжительности полета T_{Σ} . Здесь же приведены аналогично полученные зависимости $\Delta V_{\Sigma}(T_{\Sigma})$ для других периодов полетов.

На рис. 2.12 для каждого оптимального полета к Марсу через Венеру в период 1975—1986 гг. нанесена зависимость $\Delta V_{\Sigma}(D_{\text{ст}})$, соответствующая оптимальным датам старта. Для сравнения даны аналогичные кривые для прямых полетов по маршруту Земля — Марс — Земля.

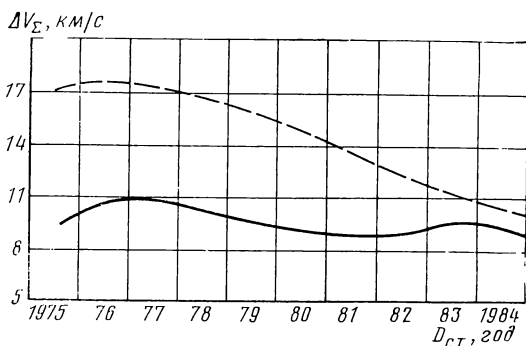


Рис. 2.12. Зависимость суммарного импульса скорости ΔV_{Σ} от даты старта полета к Марсу для оптимальных продолжительностей полетов в интервале 1975—1986 гг. [42]:

— — — прямой полет; — полет через Венеру

При расчетах приняты: начальная высота круговой орбиты ИСЗ — 300 км, высота перицентра орбиты ИСМ — 1000 км, высота апоцентра — 20000 км, время ожидания на орбите ИСМ — 30 сут, предельная скорость входа в атмосферу Земли — 15,5 км/с.

Из графиков видно, что полет через Венеру требует меньшего суммарного импульса скорости, чем прямой полет по маршруту Земля — Марс — Земля. В неблагоприятный для прямых полетов период 1975—1984 гг. полет через Венеру позволяет снизить суммарный импульс скорости ΔV_{Σ} в среднем на 40%.

Недостаток прямого полета — сильная зависимость суммарных импульсов скорости от даты старта. Так, в интервале 1975—1986 гг. суммарный импульс скорости принимает значения от 17,8 км/с (дата старта — конец 1977 г.) до 9,6 км/с (дата старта — начало 1986 г.), т. е. разница в значениях ΔV_{Σ} равна ~8,2 км/с. Иначе обстоит дело при полете через Венеру. Здесь разница в значениях ΔV_{Σ} незначительна (~2,3 км/с), суммарный импульс скорости изменяется от 11 км/с (дата старта — начало 1977 г.) до 8,7 км/с (дата старта — начало 1985 г.). Причем, если исключить полет 1977—1978 гг., уровень суммарного импульса скорости равен 9 ... 10 км/с, т. е. почти одинаков для всех дат старта. Это — еще одно преимущество полета через Венеру, ко-

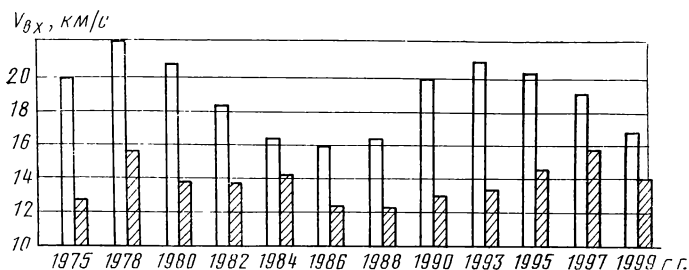


Рис. 2.13. Скорость входа в атмосферу Земли при полете по оптимальным траекториям (1975—1986 гг.):

▨ —полет через Венеру; □ —прямой полет

торое позволяет создать межпланетный корабль, универсальный для значительного диапазона дат старта.

При полете к Марсу через Венеру около Венеры совершается активно-гравитационный маневр. Импульс скорости, сообщаемый в общем перигентре облетных гипербол, невелик (не превышает 250 м/с) и может быть отнесен к разряду корректирующих. Несмотря на это, роль импульса очень велика.

Во-первых, благодаря ему возрастает число возможных выгодных межпланетных траекторий и, во-вторых, он обеспечивает приемлемое «окно» дат старта. Отклонение от номинальной даты старта в полете через Венеру на $\pm 15 \dots 20$ суток увеличивает суммарный импульс скорости не более чем на 0,5 км/с.

Значительное сокращение суммарного импульса скорости при полете через Венеру происходит в основном за счет уменьшения скорости входа в атмосферу Земли. На рис. 2.13 показаны величины скоростей КА перед входом в атмосферу Земли для полетов через Венеру и для прямых полетов. Как видно, во всех прямых полетах эта скорость равна 15,6 ... 21,6 км/с, т. е. превышает $V_{пред} = 15,5$ км/с, а в полете через Венеру эта скорость в среднем равна 12 ... 13,6 км/с (только в полете 1978 и 1997 гг. $V_{вх} \approx 15,4$ км/с), что позволяет отказаться от торможения перед входом в атмосферу Земли.

На рис. 2.14 изображены величины импульсов скоростей для обоих маршрутов. Сравнение показывает, что разгонные импульсы скорости у Земли и тормозные у Марса для того и для другого маршрута лежат в пре-

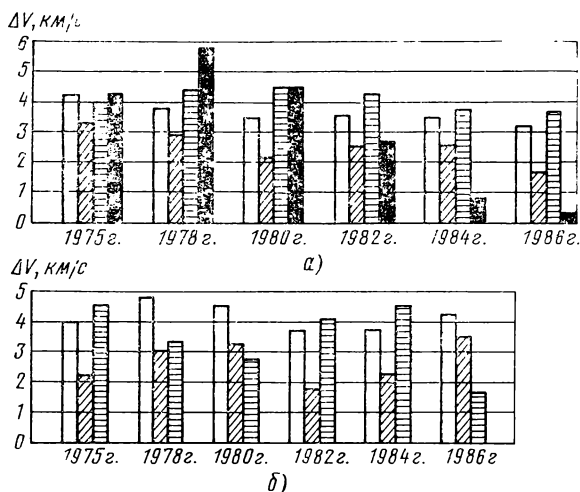


Рис. 2.14. Зависимость составляющих ΔV_{Σ} от даты старта:

а—прямой полет; б—полет через Венеру; —уход с орбиты ИСЗ; —выход на орбиту ИС Марса; —уход с орбиты ИС Марса; —торможение перед входом в атмосферу Земли

делах 3,6 ... 4,7 и 2 ... 3,5 км/с соответственно. Разгонный же импульс скорости у Марса в полете через Венеру в среднем на 1,5 ... 2,0 км/с меньше, чем при полете по прямой схеме.

Основной недостаток полетов к Марсу через Венеру—увеличение их продолжительности. Наибольший проигрыш во времени в полетах 1977—1978 гг. равен 120 суткам, наименьший проигрыш в полетах 1984—1985 гг.—20 суткам.

Основные характеристики выделенных оптимальных полетов по прямому маршруту и через Венеру приведены в табл. 2.1.

Преимущество схем полета через Венеру появляется не только при полетах к Марсу с выходом на орбиту ИСМ, но также и при безостановочных у Марса полетах. Для иллюстрации сказанного на рис. 2.15 приведены импульс скорости ΔV (а) и скорость входа (б) в атмосферу Земли при совместном облете Венеры и Марса с возвращением к Земле. Видно, что использование гравита-

Таблица 2.1

Характеристики оптимальных полетов к Марсу

Дата старта	Маршрут	ΔV_p	$V_{вх}$	T_p	ΔV_a	h	$\Delta V_{ИСЗ}$	$\Delta V_{ИСМ\text{ вх}}$	$\Delta V_{ИСМ\text{ вых}}$	ΔV_T	$V_{вх. без торм}$	$V_{атм}$	r_0
29.08.75 г.	З—М—В—З	9,62	13,35	530	0,01	1860	4,03	2,46	3,12	0	13,35	6,83	0,54
18.08.75 г.	З—М—З	17,00	15,50	450	—	—	4,61	3,51	4,33	4,55	20,05	7,83	0,53
26.02.77 г.	З—В—М—З	11,04	15,38	570	0,21	1240	4,74	2,88	3,22	0	15,38	7,23	0,70
14.10.77 г.	З—М—З	17,80	15,50	450	—	—	3,98	2,95	4,73	6,14	21,64	7,30	0,44
22.11.78 г.	З—В—М—З	9,93	13,64	510	0,05	1610	4,20	3,36	2,32	0	13,64	7,69	0,57
08.11.79 г.	З—М—З	15,87	15,50	470	—	—	3,74	2,34	4,79	5,00	20,50	6,75	0,45
15.01.82 г.	З—М—В—З	8,99	12,90	550	0,05	5950	3,75	1,47	3,72	0	12,90	5,90	0,60
31.12.81 г.	З—М—З	13,24	15,50	450	—	—	3,65	2,37	4,52	2,70	18,20	6,74	0,54
22.02.84 г.	З—М—В—З	10,24	13,70	450	0,17	8050	3,57	2,27	4,23	0	13,70	6,70	0,60
02.03.84 г.	З—М—З	10,88	15,50	430	—	—	3,80	2,55	3,93	0,60	16,10	6,90	0,61
27.03.85 г.	З—В—М—З	8,74	11,97	530	0,82	4950	3,91	2,99	1,84	0	11,97	7,34	0,60
11.04.86 г.	З—М—З	9,57	15,50	450	—	—	3,56	2,11	3,76	0,10	15,60	6,50	0,65

Примечание. В таблицах приняты следующие сокращения: З—Земля, В—Венера, М—Марс, Ме—Меркурий, Ю—Юпитер, С—Сатурн, У—Уран, Н—Нептун, П—Плутон.

Обозначения: ΔV_{Σ} —суммарный импульс скорости, км/с; $V_{вх}$ —скорость входа в атмосферу Земли (торможение до 15,5 км/с); T_p —продолжительность полета, сутки; ΔV_a —импульс скорости у Венеры, км/с; h —высота пролета у Венеры, км; $\Delta V_{ИСЗ}$ —разгонный импульс скорости у Земли, км/с; $\Delta V_{ИСМ\text{ вх}}$ —тормозной импульс скорости у Марса, км/с; $\Delta V_{ИСМ\text{ вых}}$ —разгонный импульс скорости у Марса, км/с; ΔV_T —тормозной импульс скорости перед входом в атмосферу Земли, км/с; $V_{вх. без торм}$ —скорость входа в атмосферу Земли перед торможением, км/с; $V_{атм}$ —возможная скорость в атмосфере Марса, км/с; r_0 —наименьшее расстояние от Солнца, а. е.

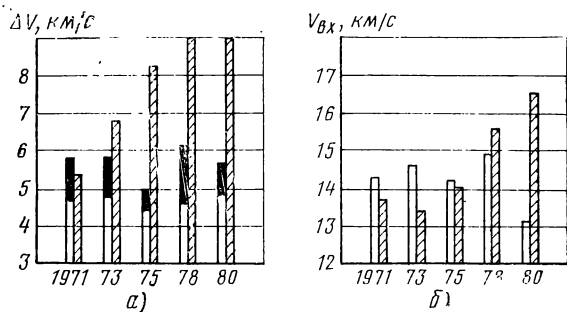


Рис. 2.15. Влияние использования гравитационного поля Венеры на импульс скорости и скорость входа в атмосферу Земли при безостановочных облетах Марса:

▨ — прямой полет; ■ — полет через Вену (□ — импульс скорости старта у Земли; ■ — активный поворот у Марса)

ционного поля Венеры особенно выгодно в те годы, когда импульсы скорости входа очень велики.

2.5.2. Полет к Меркурию

Задача отыскания энергетически оптимальных траекторий маршрута Земля — Венера — Меркурий включает задачу о межпланетном перелете между планетами Земля, Венера и Меркурий (внешняя задача) и задачу определения импульса маневра внутри сферы действия Венеры (внутренняя задача).

При решении задачи о межпланетном перелете получаются векторы планетоцентрических скоростей космического аппарата $\vec{u}_{вх}$ и $\vec{u}_{вых}$. Эти векторы полностью определяют положение плоскости облета в сфере действия Венеры (см. разд. 2.2). Величина импульса маневра при заданных $u_{вх}$ и $u_{вых}$ и угле между ними γ зависит, как было показано в разд. 2.3, от углов ψ_1 и ψ_2 , которые могут быть заменены периферическими расстояниями $r_{пвх}$ и $r_{пвых}$ входной и выходной гипербол облета.

Задача оптимизации импульса облета сводится к определению оптимальных значений $r_{пвх}$ и $r_{пвых}$, при которых величина активного импульса скорости ΔV_a минимальна.

За критерий оптимальности для траекторий пролета Меркурия с активно-гравитационным маневром у Венеры принята $V_{\Sigma} = \Delta V_{\text{ст}} + \Delta V_a$, где $\Delta V_{\text{ст}}$ — характеристическая скорость старта с круговой орбиты ИСЗ; ΔV_a — активный импульс скорости маневра в сфере действия Венеры.

Задача оптимизации гелиоцентрической траектории облета двух планет является трехпараметрической: $t_{\text{ст}}^3$ — дата старта с Земли, $t_{\text{п}}^{3-B}$ — время полета от Земли до Венеры; $t_{\text{п}}^{B-Me}$ — время полета от Венеры до Меркурия.

Известно, что оптимальные даты стартов к планетам циклически повторяются. Оценку интервала цикличности (повторение относительного благоприятного расположения планет) полетов по маршруту Земля — Венера — Меркурий можно провести в предположении, что орбиты планет компланарные и круговые. В этом случае цикличность — суммарный синодический период T_c^{Σ} — может быть определен лишь приближенно, как приближенное значение общего наименьшего кратного от всех взаимных синодических периодов [42], т. е.

$$T_c^{\Sigma} \approx k_1 T_c^{3-B} \approx k_2 T_c^{B-Me} \approx k_3 T_c^{3-Me}.$$

При известных значениях $T_c^{3-B} = 1,59871$ г.; $T_c^{B-Me} = 0,39580$ г.; $T_c^{3-Me} = 0,31726$ г. можно найти $T_c^{\Sigma} = 1,6$ г. ($k_1 = 1$, $k_2 = 4$, $k_3 = 5$), примерно равное синодическому периоду Земли и Венеры, т. е. цикличность полетов по маршруту Земля — Венера — Меркурий должна, примерно, совпадать с цикличностью полетов к Венере.

В работе [43] определены основные характеристики оптимальных траекторий полета к Меркурию через Венеру для периода с 1970 г. по 1990 г. Результаты расчетов приведены в табл. 2.2 и диаграмме рис. 2.16.

Из таблицы видно, что даты старта $t_{\text{ст}}^3$ для оптимальных траекторий Земля — Венера — Меркурий чередуются примерно через синодический период Венеры $T_c \approx 1,6$ г. и с точностью до двух-трех недель соответствуют датам старта для оптимальных траекторий полетов к Венере. Исключением является только цикл полетов 1978 г., для которого $t_{\text{ст}}$ отличается на 75 суток от даты старта полетов к Венере.

Сравнение энергозатрат полетов по маршрутам Земля — Меркурий и Земля — Венера — Меркурий (см. рис. 2.16) показывает, что использование активно-гра-

Таблица 2.2

Характеристики оптимальных пролетных траекторий
Земля — Венера — Меркурий [43]

Цикл полета, годы	$t_{\text{СТ}}$ З—В—Ме	V_{Σ} , км/с	$\Delta V_{\text{СТ}}^3$, км/с	$\Delta V_{\text{а}}^B$, км/с	T_{Σ} , сут	$r_{\pi 1}$, км	$r_{\pi 2}$, км
1970	28.8.70	3,81	3,76	0,05	150	6100	8303
1972	14.4.72	6,56	3,92	2,64	142	6100	8251
1972	18.4.72	3,78	3,77	0,01	262	6100	6100
1973	23.10.73	4,08	4,06	0,02	154	11761	11761
1975	7.6.75	5,54	4,08	1,46	145	6100	9761
1975	29.5.75	4,08	4,07	0,01	172	6396	6100
1977	13.1.77	4,47	4,19	0,28	119	6100	9163
1978	9.8.78	4,54	4,47	0,07	146	12097	12097
1978	28.11.78	4,44	4,38	0,06	301	16027	16027
1980	28.4.80	5,01	4,28	0,73	136	6100	24445
1980	27.3.80	4,34	3,59	0,75	260	6100	6108
1981	6.12.81	6,15	6,08	0,07	99	6100	7176
1982	31.1.82	4,24	4,21	0,03	300	13070	13070
1983	28.5.83	5,10	4,97	0,13	129	6127	6127
1983	28.5.83	4,75	4,73	0,02	150	6320	6100
1985	26.12.85	5,54	5,48	0,06	132	12661	12661
1985	15.5.85	4,66	4,66	0,00	277	8102	8102
1986	28.7.86	6,23	6,08	0,15	132	6334	6100
1986	16.12.86	4,60	4,52	0,08	290	8689	8689
1988	28.2.88	5,60	5,59	0,01	139	8652	8652
1988	3.3.88	4,72	3,92	0,80	264	6100	6714
1989	14.10.89	7,47	7,32	0,15	121	6100	8696
1990	8.2.90	4,40	4,24	0,16	290	7161	7161

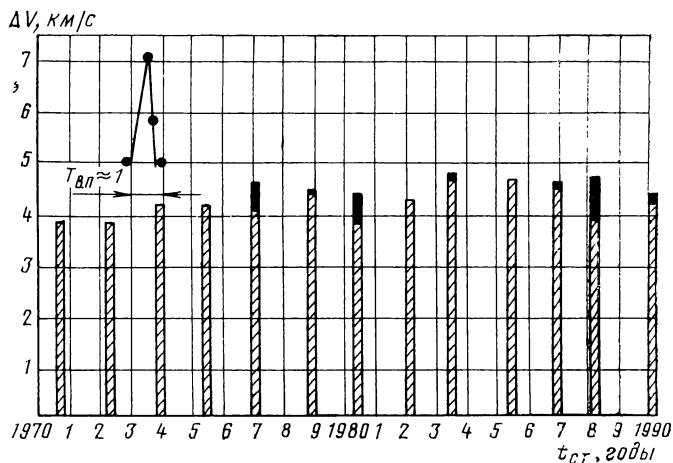


Рис. 2.16. Сравнение импульсов скоростей при полете по маршрутам Земля — Венера — Меркурий и Земля — Меркурий:

— полет по маршруту Земля — Венера — Меркурий;
 — импульс скорости у Венеры;
 — стартовый импульс скорости у Земли;
 ● — полет по маршруту Земля—Меркурий (из работы [42])

витационного ускорения Венеры дает существенный выигрыш в суммарном импульсе скорости (снижение энергозатрат с 5 ... 7,1 км/с до 3,8 ... 4,1 км/с для циклов полетов первой половины 1970-х годов и до 4,4 ... 4,75 для циклов второй половины 1970-х годов и большинства 1980-х годов). На рис. 2.16 импульс скорости прямого полета Земля — Меркурий приведен только для одного периода великих противостояний $T_{в.п} \approx 1$ год. Для других периодов кривая $\Delta V(t_{ср})$ повторяется.

Величина импульса скорости ΔV_a для большинства оптимальных траекторий практически равна нулю ($\Delta V_a < 100$ м/с). Однако следует отметить, что не всегда энергетически оптимальными оказываются те траектории, для которых добавочный импульс скорости в сфере действия Венеры равен нулю (например, циклы полетов 1972 г. и 1975 г.).

Несмотря на незначительность активного импульса скорости, его роль в уменьшении суммарных энергозатрат исключительно велика. Это хорошо видно из рис. 2.17

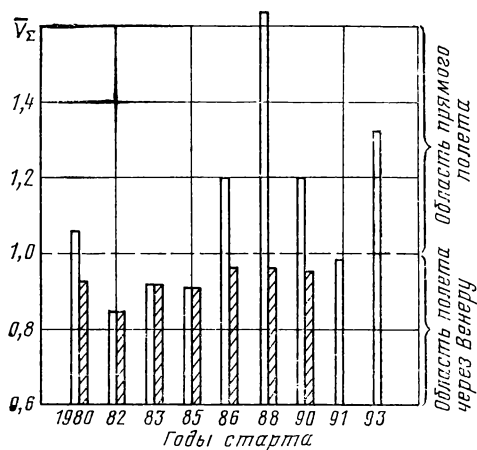


Рис. 2.17. Сравнение импульсов скоростей полета к Меркурию при пассивно-гравитационном и активно-гравитационном маневре у Венеры (значение $\bar{V}_\Sigma$ равно отношению $\bar{V}_\Sigma$ при полете через Венеру к V_Σ при прямом полете):

□ — пассивно-гравитационный маневр; ▨ — активно-гравитационный маневр

и 2.18, где проводится сравнение импульсов скоростей для полетов к Меркурию с баллистическим облетом Венеры и активно-гравитационным маневром в ее сфере действия. На рис. 2.17 показан случай пролетной схемы у Меркурия, а на рис. 2.18 — случай выхода на меркуриецентрическую круговую орбиту высотой 1000 км.

Как следует из диаграмм, во-первых, использование активного маневра у Венеры по сравнению с пассивным маневром существенно снижает энергозатраты полета к Меркурию и, во-вторых, схемы, выгодные при прямом полете по сравнению со схемами пассивного полета с использованием гравитационного поля Венеры, становясь более выгодными по сравнению со схемами прямого полета, когда используется активно-гравитационный маневр. Другими словами, при активно-гравитационном маневре схемы, находящиеся в области прямого полета, переходят в область полета через Венеру.

Суммарные продолжительности полетов T_Σ по оптимальным траекториям колеблются в достаточно широких пределах: от 100 до 300 суток (см. табл. 2.2).

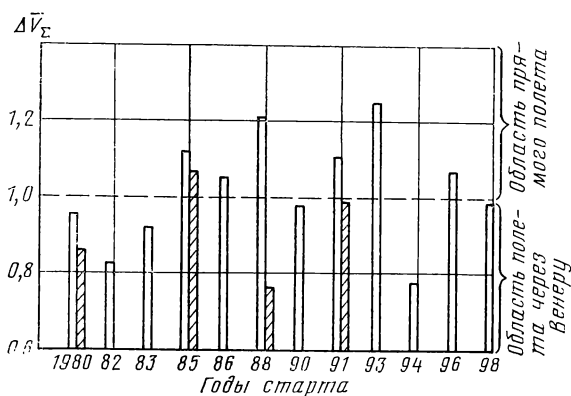


Рис. 2.18. Сравнение минимальных значений импульсов скорости полета с выходом на орбиту около Меркурия при пассивно-гравитационном и активно-гравитационном маневрах у Венеры (Конечная орбита — круговая, $h_{кр} = 1000$ км. Значение $\bar{V}_\Sigma$ равно отношению V_Σ при полете через Венеру к V_Σ при прямом полете):

□ — пассивно-гравитационный маневр; ▨ — активно-гравитационный маневр

Для оптимальных траекторий за рассматриваемый период не наблюдается какой-либо четкой периодичности повторения характеристик отдельных циклов.

Отсутствие периодичности повторения характеристик оптимальных циклов по маршруту Земля — Венера — Меркурий связано с отсутствием повторяемости абсолютного положения планет, входящих в маршрут полета, на их орбитах.

Анализ показывает, что для циклов полетов с минимальными энергозатратами Меркурий в момент прилета к нему располагается вблизи узловых точек своей орбиты так, что перелет проходит почти в плоскости эклиптики. Прибытие к Меркурию для большинства циклов полетов (за исключением оптимальных траекторий 1977 и 1985 гг.) происходит в районе нисходящего узла его орбиты.

Как показано в работе [43], использование гравитационного поля Венеры при полете к Меркурию для расширения окон дат старта не дает особых преимуществ перед прямыми полетами. В работе [43] приведена оценка энергетических потерь при расширении окон дат стар-

та к Меркурию через Венеру. Показано, что отклонение от оптимальной даты старта с Земли на величину $\Delta t_{\text{ст}}^3 \pm \pm 20$ сут приводит к энергетическим потерям порядка 0,2 ... 0,3 км/с, т. е. примерно так же, как и для траекторий полетов к Венере.

2.6. ПОЛЕТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЮПИТЕРА

Одним из первых аппаратов для исследования дальнего космоса явились беспилотные зонды типа «Пионер», облетевшие Юпитер (являющийся важной и естественной целью, которую предстоит исследовать).

Во время облета Юпитера зонд изменяет свою кинетическую энергию. Степень изменения энергии зависит от геометрии встречи с Юпитером. Эта геометрия и, следовательно, характеристики послеоблетной траектории, могут быть изменены в широких пределах посредством проведения незначительных коррекций перед встречей с Юпитером.

Благодаря этому становится практически осуществимым целый ряд интересных в научном отношении схем полета:

- удаление на большие расстояния от Солнца, в том числе и покидание Солнечной системы;

- внеэклиптические полеты к высоким гелиоцентрическим широтам;

- полеты на близком расстоянии от Солнца или соударение с ним;

- полеты в Солнечной системе с изменением направления движения;

- полеты к планетам-гигантам за Юпитер или к Меркурию.

Значение использования гравитационного поля Юпитера для формирования траекторий состоит в том, что с его помощью сравнительно легко достигается нужная геометрия траектории или уменьшение времени полета по сравнению, например, с траекториями хомановского типа.

2.6.1. Полет к внешним планетам

Расстояния от Земли до Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона огромны: 9,5; 19,1; 30,0; 39,6 а. е. соответственно (а. е. — астрономическая единица $\sim 150 \cdot 10^6$ км).

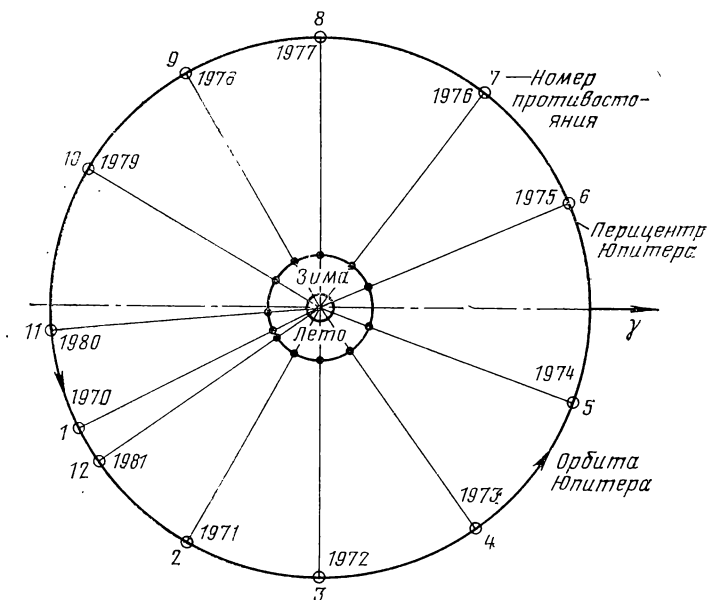


Рис. 2.19. Приближенные положения Земли и Юпитера в противостояниях 1970—1981 гг.

Такие расстояния требуют, естественно, продолжительного времени полета. Поэтому при оценке импульса скорости учет длительности полета имеет первостепенное значение.

Наиболее простой маршрут полета к внешним планетам — прямой одноимпульсный: аппарат с помощью импульса скорости $\Delta V_{\text{ст}}$, сообщаемого на орбите ИСЗ, выводится на гелиоцентрическую траекторию, по которой входит в сферу действия планеты назначения и совершает пролет около нее. Величина импульса зависит от даты старта и продолжительности полета. Оптимальная дата старта повторяется приблизительно через 400 суток для каждой планеты.

На рис. 2.19 показаны приближенные положения Земли и Юпитера в противостояниях 1970—1981 гг. Благоприятные периоды для старта, с точки зрения минимума энергетики, наступают через каждые 13 месяцев, примерно на 100 дней раньше моментов противостояний.

Энергетика старта значительно колеблется от периода к периоду в течение 11 благоприятных циклов (сино-

дический период первого порядка составляет примерно 12 лет). Эти вариации являются результатом эксцентриситета и наклона орбиты. Как видно из рис. 2.19, первое и двенадцатое противостояния почти совпадают, так как разница гелиоцентрических долгот в моменты противостояний составляет всего 4° .

Поэтому следующий цикл противостояний (от 12-го до 23-го) будет характеризоваться почти такими же энергетическими характеристиками, как и период, показанный на рис. 2.19.

Зависимости импульса скорости $\Delta V_{ст}$ от продолжительности полета T изображены на рис. 2.20 пунктирной линией.

Минимальные импульсы скорости для полета к названным планетам не очень велики (7,2 ... 8,2 км/с), но оптимальные продолжительности полета к Урану, Нептуну и Плутону фантастически велики: 16 лет, 31 год и 46 лет соответственно. С уменьшением продолжительности полета T импульс скорости $\Delta V_{ст}$ возрастает. Замечное возрастание $\Delta V_{ст}$ в полетах к Урану начинается с

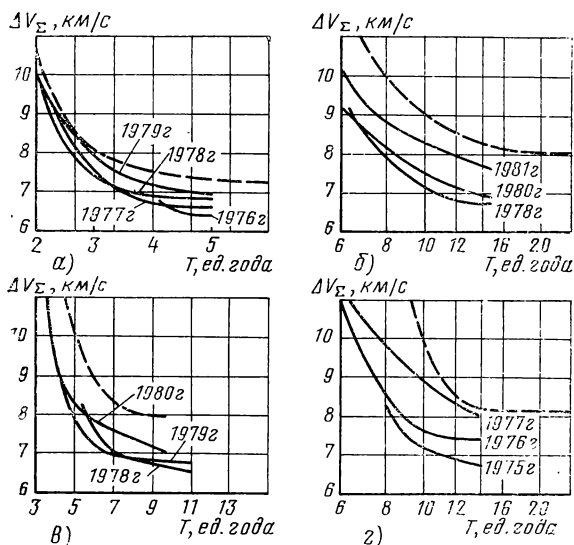


Рис. 2.20. Зависимости импульса скорости от продолжительности полета:

а—полет к Сатурну; б—полет к Нептуну; в—полет к Урану; г—полет к Плутону; (— через Юпитер; - - - прямой)

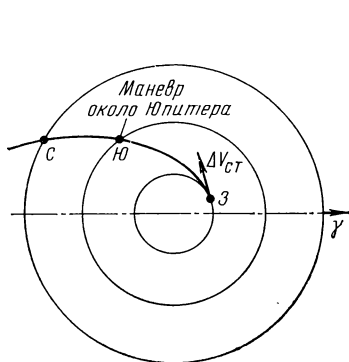


Рис. 2.21. Схема полета по маршруту — Земля — Юпитер — Сатурн

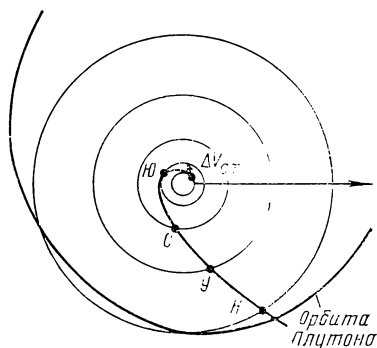


Рис. 2.22. Схема «Большого тура» — Земля — Юпитер — Сатурн — Уран — Нептун

11 лет, в полетах к Нептуну и Плутону — с 14 лет. Так что в полетах по прямому маршруту именно эти продолжительности можно считать оптимальными. Оптимальная продолжительность полета к Сатурну 6 лет. Дальнейшее сокращение продолжительности полета к внешним планетам по прямому маршруту возможно лишь за счет резкого возрастания импульса скорости.

Есть другой путь сокращения времени полета. Это — использование на пути к планетам назначения активно-гравитационного маневра около Юпитера.

На рис. 2.21 изображен маршрут полета к Сатурну через Юпитер. Маршруты полета к другим внешним планетам аналогичны.

Полет по маршруту Земля — Юпитер — планета назначения будет возможен при приемлемых затратах во второй половине 70-х годов в течение нескольких лет, так как в это время планеты будут расположены наиболее благоприятно. Следующее такое же расположение повторится через 13 ... 20 лет.

Кроме того, вторая половина 70-х годов представляет уникальную возможность осуществить так называемый «Большой тур» по маршруту Земля — Юпитер — Сатурн — Уран — Нептун. Схема его приведена на рис. 2.22. Здесь в качестве промежуточной планеты используется не одна планета, а несколько. При пролете около каждой планеты имеет место гравитационный маневр с небольшим корректирующим импульсом. Для

«Большого тура» требуется всего один маршевой импульс скорости при старте с орбиты ИСЗ порядка 7 ... 8 км/с. Продолжительность полета 10 ... 11 лет. Следующее благоприятное для такого полета расположение планет повторится лишь через ~ 170 лет.

В табл. 2.3 подытожены данные, касающиеся дат пролета планет, расстояний от поверхности планеты, гиперболических скоростей подхода к планетам для трех вариантов «Большого тура».

Рассмотрим подробнее полет через Юпитер к каждой планете, т. е. по маршруту Земля — Юпитер — планета назначения. Осуществляется такой полет одним маршевым импульсом скорости $\Delta V_{\text{ст}}$, так как импульс скорости активного маневра около Юпитера не превышает 200 м/с и может быть обеспечен двигателями коррекции.

Величина $\Delta V_y = \Delta V_{\text{ст}} + \Delta V_a$ зависит от трех параметров: даты старта, продолжительности полета и времени перелета на участке Земля — Юпитер. На рис. 2.20 для дат, указанных ниже (наиболее благоприятные для полетов к внешним планетам), сплошными линиями изображены импульсы скоростей в полете через Юпитер в зависимости от продолжительности полета.

<i>Планета назначения</i>	<i>Год</i>
Сатурн .	1976, 1977, 1978, 1979
Уран .	1978, 1979, 1980
Нептун .	1979, 1980, 1981
Плутон .	1975, 1976, 1977

Оптимальные годы для старта к внешним планетам: Сатурну — 1976 г.; Урану — 1978 г., Нептуну — 1979 г., Плутону — 1975 г.

Импульсы скорости в полете через Юпитер достигают минимальных значений приблизительно при тех же продолжительностях, что и в прямом полете, но сама величина этих скоростей меньше. В табл. 2.4 показаны минимальные импульсы скорости полетов к внешним планетам.

При затратах, минимальных для прямых полетов (7—8 км/с), полет через Юпитер позволяет долететь до планеты назначения почти в два раза быстрее: «к Сатурну — за 3 года вместо 6 лет; к Урану — за 5 лет вместо 11 лет; к Нептуну — за 7 лет вместо 14 лет; к Плутону — за 8 лет вместо 14 лет.

Таблица 2.3

Характеристики траекторий «Большого тура»

Характеристики	Варианты полетов		
	Облет Юпитера— Сатурна—Ура- на—Нептуна (запуск КА в 1977 г.)	Облет Юпитера— Сатурна—Плутона (запуск КА в 1977 г.)	Облет Юпитера— Урана—Нептуна (запуск КА в 1979 г.)
Дата запуска	14 сентября 1977 г.	4 сентября 1977 г.	6 ноября 1979 г.
Импульс скоро- сти, км/с	11	11	11
«Окно» запуска, сут	18	21	21
Общая продол- жительность поле- та, годы	9,2	8,5	9,1
Дата облета планеты	Ю: 20 января 1979 г. С: 3 сентября 1980 г. У: 1 февраля 1984 г. Н: 8 ноября 1986 г.	Ю: 6 февраля 1979 г. С: 12 сентября 1980 г. П: 9 марта 1986 г.	Ю: 30 апреля 1981 г. У: 28 июля 1985 г. Н: 28 ноября 1986 г.
Минимальное расстояние при об- лете планеты, 10^3 км (в радиусах планеты)	Ю: 217,9 (3,0) С: 6,4 (0,1) У: 21,3 (0,9)	Ю: 230 (3,2) С: 452 (7,5)	Ю: 413 (5,8) У: 25 (1,1)
Гиперболическая скорость подхода, км/с	Ю: 11,97 С: 16,56 У: 21,07 Н: 23,57	Ю: 11,8 С: 16,3 П: 18,5	Ю: 12,2 У: 16,3 Н: 17,3

Дальнейшее уменьшение продолжительности полетов возможно лишь при резком увеличении суммарного импульса скорости. Однако для каждой фиксированной продолжительности полета суммарный импульс скорости в полетах через Юпитер меньше, чем в полете по прямому маршруту.

Допустим, что двигательная установка может обеспечить импульс скорости у Земли порядка 10 км/с. В этом случае продолжительности полетов в земных го-

дах по прямому маршруту и через Юпитер приводятся в табл. 2.5.

Таблица 2.4

Планета назначения	Минимальные импульсы скорости	
	$(\Delta V_{\Sigma})_{\min}$, км/с	
	прямой полет	полет через Юпитер
Сатурн	7,2	6,5
Уран	8,0	6,6
Нептун	8,1	6,7
Плутон	8,2	6,8

Таблица 2.5

Планета назначения	Продолжительность полета, годы	
	Прямой полет	Полет через Юпитер
Сатурн	2,2	1,9
Уран	5,0	3,5
Нептун	8,0	6,2
Плутон	10,0	6,5

Оценивая продолжительности полетов, можно сделать вывод, что в полетах к Урану, Нептуну и Плутону выгоднее лететь через Юпитер. В полетах к Сатурну приемлемы оба маршрута, но следует учесть, что полет через Юпитер позволяет провести за один рейс исследование сразу двух планет — Юпитера и Сатурна.

2.6.2. Полет к Солнцу

Рассмотрим облет Солнца на близком расстоянии (0,05 ... 0,2 а. е.) в плоскости, наклоненной к плоскости эклиптики. Этот облет можно совершить, например, по прямому одноимпульсному маршруту (рис. 2.23, а): старт происходит с помощью разгонного импульса скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ с орбиты ИСЗ. В результате солнечный зонд выходит на эллиптическую гелиоцентрическую траекторию, по которой и происходит облет Солнца. Эта орбита наклонена к плоскости эклиптики под углом i , ее перигелийное расстояние r_{π} , апогелийное расстояние r_a является радиусом земной орбиты, т. е. равно 1 а. е. В этой схеме время, прошедшее с момента старта до момента наибольшего сближения с Солнцем (продолжительность полета), невелико, порядка 0,4 ... 0,5 года. Но потребные приращения скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ весьма значительны. На рис. 2.24 для прямого маршрута пунктиром обозначены зависимости $\Delta V_{\text{ст}}$ от расстояния наибольшего сближения с Солнцем r_{π} и от угла наклона плоскости орбиты i

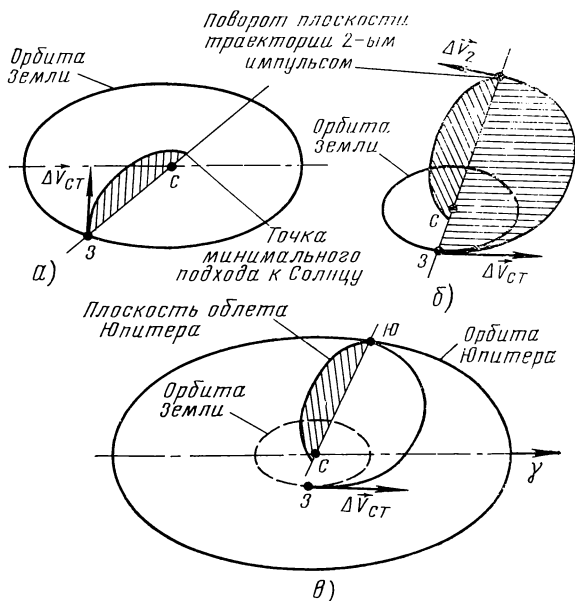


Рис. 2.23. Маршруты полета солнечного зонда:

а—прямой одноимпульсный; б—двухимпульсный; в—через Юпитер

к плоскости эклиптики. Как видно, значения импульсов скорости охватывают огромный диапазон: 9 ... 28 км/с.

Можно снизить суммарный импульс скорости, воспользовавшись полетом по двухимпульсному маршруту (рис. 2.23, б). Здесь первый импульс скорости сообщается аппарату также на орбите ИСЗ. Этот импульс выводит зонд на гелиоцентрическую эллиптическую орбиту, лежащую в плоскости эклиптики. Перигелийное расстояние этой орбиты равно радиусу земной орбиты (~ 1 а. е.), а апогелийное расстояние r_a больше этого радиуса, т. е. зонд посылается сначала не к Солнцу, а, наоборот, удаляется от него. Когда зонд окажется в апогелии r_a , ему сообщается второй импульс скорости $\Delta \vec{V}_2$, который переводит аппарат на другую облетную эллиптическую траекторию, наклоненную к плоскости эклиптики под углом i . Двигаясь по этой траектории, зонд облетает Солнце на расстоянии r_π .

Основное преимущество двухимпульсного маршрута перед прямым одноимпульсным заключается в том, что

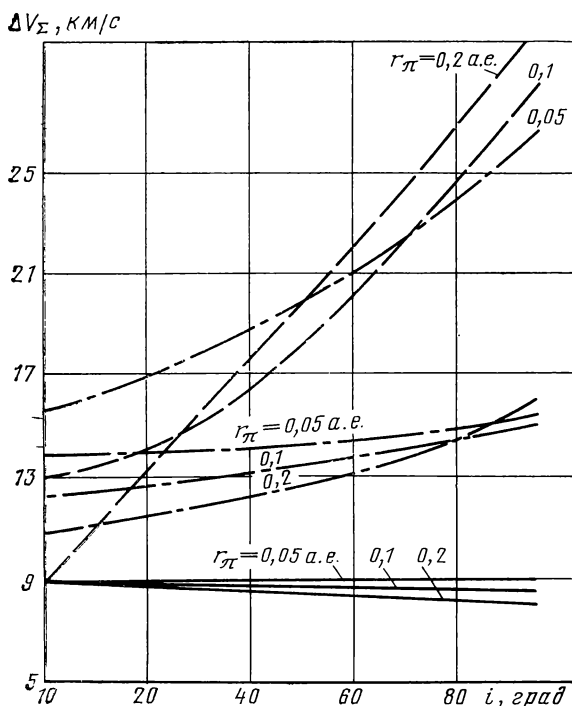


Рис. 2.24. Зависимость ΔV_{Σ} от угла наклона плоскости облетной траектории i и от расстояния сближения с Солнцем r_{π} (1975 г.):

--- одноимпульсный маршрут $T=0,4$ года; — · — двухимпульсный маршрут $T=2,4$ года; — через Юпитер $T=2,4$ года

для близких облетов Солнца с выходом из плоскости эклиптики приращения скорости уменьшаются до более реальных величин (11 ... 15 км/с) для всех значений наклона плоскости траектории облета. Правда, при этом требуется больше времени на полет (1,5 ... 2,5 года). Большая часть приращения скорости для двухимпульсного маршрута приходится на второй импульс скорости ΔV_2 . Если этот импульс сообщать на все большем расстоянии r_a , то его величина будет уменьшаться, но одновременно будет возрастать $\Delta V_{\text{ст}}$ и продолжительность полета T , причем $\Delta V_{\text{ст}}$ возрастает слабо, а T — сильно. Когда r_a достигает примерно 5 а. е., ΔV_2 уменьшится до

5—6 км/с, $\Delta V_{\text{ст}}$ станет равно $\sim 6,5$ км/с (т. е. $\Delta V_{\Sigma} \approx 11,5 \div 12,5$ км/с), а продолжительность полета возрастает до 5 лет.

Однако воспользовавшись тем, что на расстоянии 5,2 а. е. находится орбита Юпитера, можно направить зонд через гравитационное поле Юпитера и, благодаря гравитационным силам и активному маневру, организовать более выгодный полет по сравнению с прямым одноимпульсным и двухимпульсным полетами. В этом случае второй импульс скорости для активного маневра ΔV_a уменьшается до величины 0 ... 200 м/с (реализуемый на двигателях коррекции) и одновременно сокращается время полета приблизительно до 2,4 года. При этом первый импульс скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ возрастает до 8 ... 8,7 км/с, но теперь он будет единственным маршевым импульсом скорости и поэтому $\Delta V_{\Sigma} = \Delta V_{\text{ст}} + \Delta V_a \approx 8 \dots 9$ км/с, что на 40 ... 50% меньше, чем ΔV_{Σ} для двухимпульсного полета с выходом из плоскости эклиптики той же продолжительности $T = 2,4$ года.

Схема полета солнечного зонда через Юпитер изображена на рис. 2.23, в. Аппарату сообщается на орбите ИСЗ импульс $\Delta V_{\text{ст}}$. Он выводит зонд на гелиоцентрическую траекторию, ведущую к Юпитеру. Так как плоскость орбиты Юпитера не совпадает с плоскостью эклиптики, то плоскость перелетной траектории тоже не будет лежать в плоскости эклиптики. Затем зонд входит в сферу действия Юпитера и совершает облет его по гиперболической траектории, где сообщается импульс скорости ΔV_a . Выйдя из сферы действия Юпитера, зонд летит к Солнцу по эллиптической траектории, плоскость которой наклонена к плоскости эклиптики под углом i , и облетает Солнце на расстоянии r_{π} . В этом случае суммарный импульс скорости будет зависеть от i , r_{π} , а также от даты старта и времен перелета $T_{3-\text{Ю}}$ и $T_{3-\text{С}}$.

Полет к Солнцу через Юпитер привязан к определенным датам старта, соответствующим благоприятному расположению Юпитера. Это расположение и, следовательно, оптимальная дата старта повторяются приблизительно каждый год (период повторения ~ 400 суток). Приведенная на рис. 2.25 диаграмма минимальных импульсов скорости по годам старта показывает, что ΔV_{Σ} практически не меняется год от года. Это обстоятельство позволяет осуществить полет солнечного зонда на унифицированном разгонном блоке в любом году.

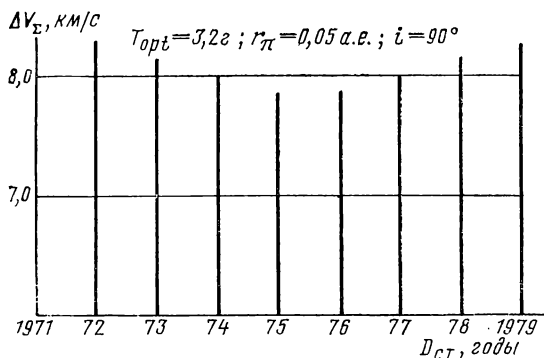


Рис. 2.25. Зависимость минимального суммарного импульса от даты старта солнечного зонда (полет через Юпитер)

В каждый год обеспечивается хорошее «окно» дат старта: отклонение от оптимальной даты на ± 10 суток требует увеличения ΔV_{Σ} по сравнению с $(\Delta V_{\Sigma})_{\min}$ приблизительно на 300 м/с. На рис. 2.26 показаны зависимости ΔV_{Σ} от даты старта и продолжительности полета для 1975 г. Пунктирная линия соответствует оптимальному полету с продолжительностью 3,2 года (оптимальная продолжительность велика — более трех лет). Желательно сокращение времени полета даже за счет увеличения импульса скорости. Полет через Юпитер позволяет сократить время полета почти на год, не требуя при этом слишком большого увеличения ΔV_{Σ} по сравнению с $(\Delta V_{\Sigma})_{\min}$; проигрыш составляет ~ 600 м/с при продолжительности полета 2,4 года. Это существенное сокращение продолжительности полета при незначительном увеличении импульса скорости возможно благодаря сильному гравитационному полю Юпитера.

На рис. 2.24 сплошными линиями показаны зависимости ΔV_{Σ} от i и r_{π} . Зависимости получены по точкам, соответствующим оптимальным значениям дат старта и времени перелета $t_{3-\text{ю}}$ при фиксированных значениях i , r_{π} и $T_{3-\text{с}}$ ($T_{3-\text{с}} = 2,4$ года).

Анализируя рис. 2.24, можно сделать следующие выводы. Для одноимпульсных и двухимпульсных маршрутов суммарный импульс скорости зависит от расстояния наибольшего сближения с Солнцем r_{π} и наклона плоскости траекторий облета к плоскости эклиптики i .

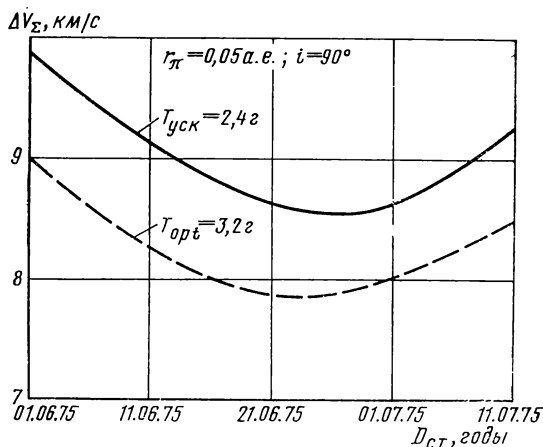


Рис. 2.26. Зависимость ΔV_{Σ} от даты старта для оптимальных и ускоренных полетов солнечного зонда (1975 г.)

В полете через Юпитер ΔV_{Σ} почти постоянна во всем рассматриваемом диапазоне значений i и r_{π} . Если в прямом полете выход из плоскости эклиптики связан с сильным увеличением импульса скорости, то в полете через Юпитер облетать Солнце в плоскости, перпендикулярной к плоскости эклиптики, даже несколько выгоднее, чем в плоскости, совпадающей с плоскостью эклиптики.

Таким образом, значительное сокращение импульса скорости (для значения $i > 20^\circ$ он уменьшается в три и более раз) — не единственное преимущество полета через Юпитер.

То, что этот импульс скорости не зависит от расстояния облета r_{π} и от угла наклона i , так же является большим достоинством рассматриваемого маршрута, так как это позволяет разрабатывать универсальный разгонный блок для полета солнечного зонда в любой плоскости и на любом расстоянии от Солнца.

Безусловно, полет через Юпитер предъявляет более строгие требования к системам управления и навигации. Однако он дает возможность получить за один запуск научную информацию не только о Солнце, но и о Юпитере, и о внеэклиптическом пространстве.

2.7. ПОЛЕТЫ К ЮПИТЕРУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ МАРСА

Приближенные исследования схем полета к Юпитеру с использованием гравитационного поля Марса выполнены в работе [20]. Задача решалась при следующих допущениях:

1) при пролете около Марса совершается пассивный гравитационный маневр;

2) орбиты планет Земля, Марс и Юпитер — круговые и компланарные;

3) при рассмотрении гелиоцентрического участка сферы действия всех трех планет стянуты в точки;

4) траектории перехода считаются состоящими из двух кеплеровых дуг при движении на гелиоцентрическом участке и дуги гиперболы — внутри сферы действия Марса;

5) не учитываются фазы орбитального движения планет; такое исследование дает только верхнюю границу для возможной экономии топлива за счет пертурбационного маневра;

6) минимизируется импульс скорости старта ΔV_1 в случае одноимпульсного полета к планете назначения и сумма модулей импульсов скоростей старта и финиша $\Delta V_1 + \Delta V_2$ в случае двухимпульсных перелетов.

Результаты численных расчетов приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Характеристики схемы полета к Юпитеру через Марс

R_0 , мм	3410	4000	6000	8000	10000	20000	40000	100000
t_1 , сут	94,28	93,04	90,84	89,81	89,22	88,08	87,53	87,20
t_2 , сут	937,77	933,35	925,26	921,40	919,14	914,74	912,50	911,33
ΔV_1 , м/с	7785	7941	8234	8378	8465	8631	8715	8763

Здесь R_0 — наименьшее расстояние космического аппарата от центра Марса; t_1 , t_2 — время движения соответственно на гелиоцентрических участках Земля — Марс и Марс — Юпитер; ΔV_1 — импульс скорости старта.

Сравнение с импульсом скорости прямого полета по хомановскому эллипсу ($\Delta V_1 \approx 8,800$ км/с) показывает, что использование гравитационного поля Марса при полете к Юпитеру с пролетом вблизи поверхности Марса

позволяет уменьшить импульс скорости старта на ~ 1 км/с.

2.8. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ ДЛЯ ПЕРТУРБАЦИОННЫХ МАНЕВРОВ

Гравитационное поле спутников планет может быть использовано для: осуществления захвата космического аппарата полем тяготения планеты; уменьшения скорости входа космического аппарата в атмосферу планеты (торможения); ускорения движения отлетающего космического аппарата (разгона); выведения космического аппарата на высокие планетоцентрические орбиты.

Таблица 2.7

Основные характеристики планет и элементы их орбит

Параметры	Земля	Юпитер	Сатурн	Нептун
Среднее расстояние от Солнца, а. е.	1,00	5,20	9,54	30,07
Большая полуось орбиты, млн. км	149,598	778,328	1426,990	4498,510
Эксцентриситет	0,016751	0,048435	0,055682	0,008575
Сидерический период обращения, тропич. год	1,00	11,86	29,46	164,79
Средняя орбитальная скорость, км/с	29,76	13,05	9,64	5,43
Наклонение к эклиптике, град	—	1,306	2,491	1,774
Гравитационная постоянная, км ³ /с ²	$3,986 \cdot 10^5$	$1,2689 \cdot 10^8$	$3,799 \cdot 10^7$	$6,97 \cdot 10^6$
Радиус сферы действия, тыс. км	926	50000	54500	86800
Скорость освобождения, км/с	11,19	60,40	36,4	23,7
Средний диаметр, км	12742	139200	114800	49700

Примечание. Гравитационная постоянная Солнца $\mu_0 = 1,32712 \cdot 10^{11}$ км³/с²; отношение массы Земли к массе Луны $\mu_3/\mu_4 = 81,3$.

Четыре планеты: Земля, Юпитер, Сатурн и Нептун—имеют большие спутники, гравитационное поле которых может быть эффективно использовано для пертурбаци-

онных маневров космических аппаратов. Основные характеристики этих планет и их спутников, а также элементы их орбит приведены в табл. 2.7 и 2.8. Как видно из табл. 2.8, указанные спутники планет имеют массу, сравнимую с массой Луны.

Таблица 2.8

Основные характеристики больших спутников планет и элементы их орбит

Планета	Спутник	Масса, в ед. массы Луны	Диаметр, км	Скорость освобождения, км/с	Среднее расстояние планеты, тыс. км.	Эксцентриситет	Наклонение плоскости орбиты спутника к плоскости орбиты планеты
Земля	Луна	1,00	3476	2,39	384,402	0,0549	5°09'
Юпитер	Ио	0,95	3470	2,34	421,8	0,0000	3°07'
	Европа	0,64	3100	2,03	671,4	0,0003	3°06'
	Ганимед	2,09	5000	2,92	1071,0	0,0015	3°02'
	Каллисто	1,18	4700	2,24	1384,0	0,0075	2°43'
Сатурн	Титан	1,89	4850	2,79	1222,0	0,0289	26°07'
Нептун	Тритон	1,88	3770	3,2	353,7	0,000	139°49'

Во время облета спутника энергия системы спутник—космический аппарат относительно планеты сохраняется неизменной, а происходит только перераспределение энергии между этими объектами. Для осуществления захвата планетой энергия космического аппарата относительно планеты после облета спутника планеты должна уменьшаться ниже нулевого уровня. Оценки показывают, что при межпланетных полетах внутри Солнечной системы изменение энергии, полученное в результате облета спутников, недостаточно для перевода КА на конечную круговую орбиту. В связи с этим наиболее приемлема сильно вытянутая эллиптическая орбита, в перигентре которой возможно наблюдение планеты без слишком больших энергетических потерь.

2.8.1. Использование гравитационного поля Луны для выведения космического аппарата на стационарную орбиту спутника Земли

Стационарные спутники, неподвижно висящие над заданной точкой поверхности Земли, важны для обеспечения связи с различными пунктами Земли и для обзора ее поверхности. Стационарный спутник движется по круговой экваториальной орбите с суточным периодом обращения. Такая орбита называется обычно стационарной, ее радиус равен $R \approx 42166$ км, т. е. она значительно удалена от поверхности Земли, поэтому выведение КА на эту орбиту требует затраты значительного количества рабочего тела.

Обычно дальние КА сначала выводятся на низкую промежуточную орбиту ИСЗ, откуда организуются различные космические маршруты. Это относится и к стационарной орбите. Переход с низкой промежуточной орбиты ИСЗ на стационарную орбиту может быть осуществлен по нескольким схемам (рис. 2.27). Самая простая схема — двухимпульсный хомановский переход между компланарными круговыми орбитами (см. рис. 2.27, *а*). Эта схема может быть реализована только в том случае, если плоскость исходной орбиты совпадает с плоскостью экватора. Суммарный импульс скорости такого перехода $\Delta V_{\Sigma} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \approx 3910$ м/с. ($r_0 = 6630$ км).

В случае, когда стационарная и промежуточная орбиты некомпланарны, наиболее оптимальными являются двух- и трехимпульсные переходы. В случае двухимпульсного некомпланарного перехода (см. рис. 2.27, *б*) первый импульс скорости $\Delta \vec{V}_1$ сообщается КА в момент пролета через первый узел исходной орбиты. Величина и направление импульса скорости $\Delta \vec{V}_1$ выбираются так, чтобы переходная орбита изменила свою плоскость на угол i_1 и прошла бы через второй узел стационарной орбиты. При достижении этого узла спутнику сообщается второй импульс скорости $\Delta \vec{V}_2$, величина и направление которого должны удовлетворять условию получения круговой скорости стационарной орбиты. Разбиение полного поворота плоскости исходной орбиты на два поворота производится оптимально из условия минимума суммарного импульса скоростей $V_{\Sigma} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \min$, причем $i_1 + i_2 = i$.

α —двухимпульсный компланарный; β —двухимпульсный некомпланарный; ϑ —трехимпульсный некомпланарный; ζ —через Луну



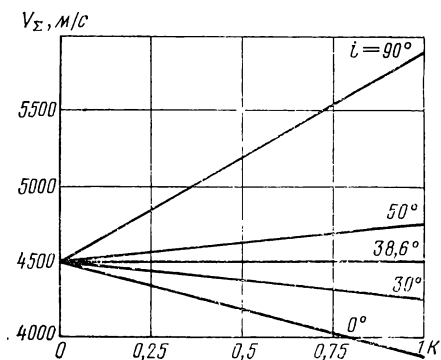


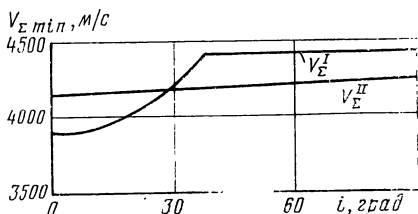
Рис. 2.28. Характеристическая скорость биэллиптических переходов [18] ($R=42166$ км, $r_0=6630$ км)

В случае трехимпульсного перехода $N=3$ (см. рис. 2.27, в) оптимальными являются также апсидальные переходы, в которых импульсы сообщаются в апсидальных точках орбит, причем наклонение плоскости меняется при сообщении каждого импульса. Так как при трехимпульсном переходе используются две промежуточные эллиптические орбиты, этот переход часто называют биэллиптическим. Особенностью этого перехода является то, что после сообщения на начальной орбите T_1 первого импульса $\Delta \vec{V}_1$ получается промежуточная орбита T_2 , апоцентрическое расстояние которой r_{a_2} больше радиуса конечной (в данном случае стационарной) орбиты R . В апоцентре орбиты T_2 прилагается второй импульс $\Delta \vec{V}_2$, получается орбита T_3 . При сообщении этого импульса осуществляется большая часть суммарного изменения наклонения, перицентрическое расстояние меняется от r_0 до R . В перицентре орбиты T_3 сообщается третий, последний импульс $\Delta \vec{V}_3: r_{\pi_2}=r_0, r_{a_2}=R_{a_3}>R, r_{\pi_3}=R, 0<i_3<i_2<i_1$.

Если расстояние r_{a_2} от центра Земли до точки сообщения промежуточного импульса $\Delta \vec{V}_2$ уменьшить до R , то этот переход вырождается в двухимпульсный $N=2$. При увеличении r_{a_2} до бесконечности получим в пределе бипараболический переход, $\Delta V_2 \rightarrow 0$.

На рис. 2.28 приведены зависимости суммы импульсов скоростей $V_\Sigma = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3$ от величины $k = \dot{R}/r_{a_2}$ для нескольких наклонений i . При $k=0$ имеем бипараболический переход, а при $k=1$ — двухимпульсный, обобщенный хомановский переход. На рис. 2.29 (кривая

Рис. 2.29. Сравнение энергозатрат при переходе по прямому маршруту V_{Σ}^I и через Луну V_{Σ}^{II} [18]



V_{Σ}^I) приведена зависимость минимальной (среди двух- и трехимпульсных переходов) суммарной скорости V_{Σ} от начального наклона i . При $0 \leq i \leq 38^\circ$ оптимальным будет вариант $N=2$, $k_{\text{опт}}=1$, при $38^\circ \lesssim i \lesssim 38,6^\circ$ — вариант $N=3$, $0 < k_{\text{опт}} < 1$ (по энергетике он практически совпадает с двухимпульсным переходом), при $i \gtrsim 38,6^\circ$ — вариант $N=3$, $k_{\text{опт}}=0$, $(r_{a_2})_{\text{опт}}=\infty$.

Анализ графиков на рис. 2.28 показывает, что при $i=50^\circ$ характеристическая скорость V_{Σ} монотонно уменьшается с увеличением расстояния r_{a_2} соответственно, времени перехода t_h . Оптимальным будет бипараболический переход ($r_{a_2} \rightarrow \infty$); для него $V_{\Sigma}=4485$ м/с. Однако время перехода в этом случае бесконечно велико. При уменьшении r_{a_2} до 400000 км суммарная скорость V_{Σ} возрастает на 45 м/с, а время перехода будет составлять $t_h \approx 11$ суток.

Из приведенных данных видно, что использование трехимпульсных переходов позволяет (при больших наклонениях i) уменьшить суммарную характеристическую скорость V_{Σ} по сравнению с двухимпульсным переходом. Все же она остается значительной. Еще более уменьшить эту скорость при больших наклонениях i можно, используя ускорение космического аппарата в поле тяготения Луны (см. рис. 2.27, г) [18].

Идея использования ускорения КА у Луны при выведении его на геостационарную орбиту состоит в том, чтобы при облете Луны осуществить изменение наклона и перигелического расстояния, выполняемое в трехимпульсном переходе при сообщении промежуточного импульса скорости $\Delta \vec{V}_2$, и благодаря этому сократить затраты топлива на выведение.

Схема такого полета будет следующей. После сообщения первого импульса $\Delta \vec{V}_1$ (в плоскости начальной орбиты T_1) КА переводится на сильно вытянутую эллиптическую орбиту T_2 , по которой он движется к Луне.

После облета Луны и выхода из ее сферы действия КА движется к Земле примерно в плоскости ее экватора по орбите T_3 , касающейся конечной стационарной орбиты. В перигентре орбиты T_3 сообщается второй импульс $\Delta \vec{V}_2$, КА переходит на конечную орбиту.

На рис. 2.29 приведена зависимость суммарного импульса скорости V_2^{II} перехода на стационарную орбиту через Луну от наклона исходной орбиты i . Сравнение ее с зависимостью $V_2^{\text{I}}(i)$ для оптимального биэллиптического перехода показывает, что прямой переход (в данном случае — двухимпульсный обобщенный хомановский) энергетически выгоднее при $i \leq 28^\circ$. Использование Луны становится энергетически целесообразным при больших наклонениях. При $38,6^\circ \leq i \leq 90^\circ$ выигрыш в импульсе скорости при использовании облета Луны почти постоянен и составляет около (200 ... 280) м/с.

2.8.2. Использование гравитационного поля спутников планет для ускорения и торможения космических аппаратов

Предполагается, что орбиты спутников планет круговые и компланарные (см. табл. 2.8), а все гравитационные силы подчиняются закону обратных квадратов от расстояний. Считается, что сфера действия спутника пренебрежимо мала по сравнению с радиусом его орбиты и бесконечно велика по сравнению с размерами самого спутника (например, радиус сферы действия Луны равен ~ 10 радиусам Земли, в то время как радиус ее орбиты равен ~ 60 радиусам Земли; радиус сферы действия Ганимеда равен 0,347 радиуса Юпитера, а радиус его орбиты — 15 радиусам Юпитера). Эти допущения позволяют использовать упрощенный метод сфер действия для получения аналитических выражений, с помощью которых оценивается эффективность пертурбационных маневров в гравитационном поле спутников планет [68].

Для исследования изменения скорости и энергии КА используются векторные диаграммы скорости, показанные на рис. 2.30. Вектором $\vec{V}_1$ обозначена скорость относительно планеты, которую имеет космический аппарат на расстоянии от планеты, равном радиусу орбиты спутника, в случае, если притяжение спутника не учитывается. Вычитая из него вектор скорости спутника $\vec{V}_c$ отно-

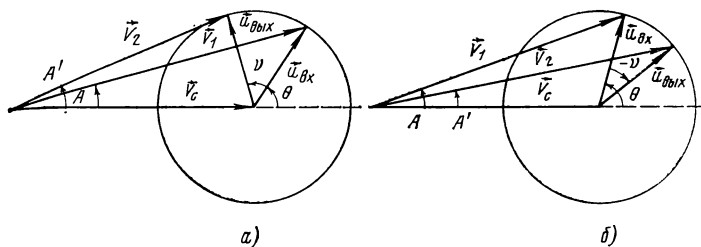


Рис. 2.30. Векторная диаграмма скоростей до и после облета спутника:

a—уменьшение скорости и энергии КА; *б*—увеличение скорости и энергии КА

сительно планеты, получим вектор $\vec{u}_{\text{вх}}$. В соответствии с допущениями относительно сфер действия $\vec{V}_1$ — вектор скорости космического аппарата относительно планеты при входе в сферу действия ее спутника; вектор скорости $\vec{u}_{\text{вх}}$ направлен по асимптоте гиперболы сближения со спутником, а его величина характеризует скорость космического аппарата в бесконечности относительно спутника. Эффект гиперболической встречи заключается в повороте вектора скорости $\vec{u}_{\text{вх}}$ на угол ν от входящей асимптоты к выходящей асимптоте, при этом величина его остается неизменной: $|\vec{u}_{\text{вых}}| = |\vec{u}_{\text{вх}}| = u$. После осуществления поворота значение скорости КА относительно планеты при выходе из сферы действия спутника равно $\vec{V}_2 = \vec{V}_c + \vec{u}_{\text{вых}}$. Эти параметры определяют новую орбиту КА, его новую энергию и кинетический момент.

Значение угла ν ограничивается конечным размером спутника. Используя закон сохранения энергии и кинетического момента, получим расстояние по нормали от спутника до асимптоты, так называемую прицельную дальность

$$b = r_{\pi} [1 + (V_{\text{осв}}/u)^2/m]^{1/2},$$

где r_{π} — перигентральное расстояние облетной гиперболы; $V_{\text{осв}} = \sqrt{\frac{2\mu_c}{R_c}}$ — скорость освобождения (параболическая скорость), соответствующая радиусу спутника R_c ; $m = \frac{r_{\pi}}{R_c}$ — коэффициент промаха.

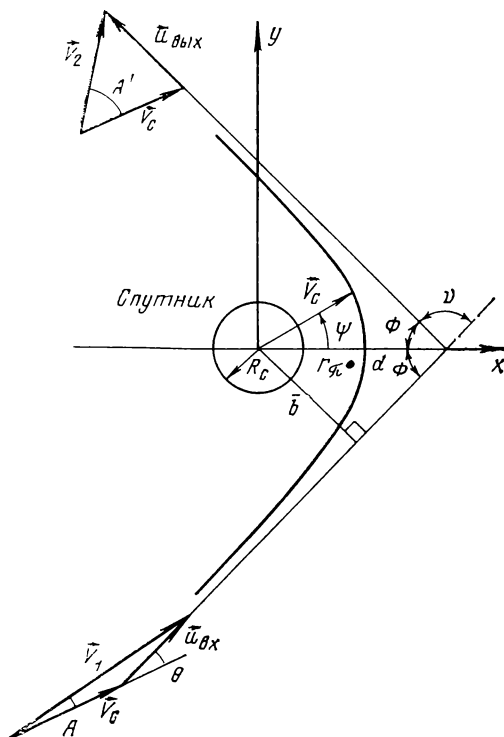


Рис. 2.31. Облет спутника в системе координат, связанной с главной осью гиперболы (компланарный случай)

Из рис. 2.31 видно, что $\sin \Phi = b/(r_c - a)$. Энергия КА относительно спутника определяется по формуле

$$\frac{u^2}{2} = -\frac{\mu_c}{2a}.$$

Отсюда $\cos \Phi = 1/[1 + 2m(u/V_{осв}^2)^2]$. (2.15)

Зная Φ , получаем

$$\nu = \pi - 2\Phi. \quad (2.16)$$

При сложении углов ν и θ (см. рис. 2.30, а) получаем уменьшение энергии в результате того, что КА пересечет орбиту спутника впереди него. Если угол ν вычитается из θ (см. рис. 2.30, б), энергия возрастает, а КА

пересекает орбиту спутника позади него. Обычно выгодно иметь максимальное значение угла ν для получения максимального изменения энергии и скорости. Это достигается при $m \rightarrow 1$ (при этом орбита КА максимально близко подходит к поверхности спутника).

Как мы уже знаем, качество гравитационного маневра при облете спутника будет определяться изменением скорости и энергии. Определим максимально возможное изменение этих величин.

Как правило, скорость подхода КА к спутнику планеты $\vec{V}_1$ считается известной; она определяется из условия оптимизации траектории полета между планетами

$$V_1^2 = V_\infty^2 + 2 \frac{\mu_p}{r_c}, \quad (2.17)$$

где V_∞ — скорость входа КА в сферу действия планеты; r_c — радиус орбиты спутника.

Тогда изменения скорости и энергии КА относительно планеты $\Delta V = V_1 - V_2$, $\Delta E = -\frac{1}{2} (V_1^2 - V_2^2)$ определяются только величиной скорости V_2 . Поэтому максимизация изменений скорости и энергии сводится к минимизации скорости V_2 .

Определим, при каких условиях возможно минимальное значение скорости V_2 .

Из рис. 2.30 имеем

$$u^2 = V_1^2 + V_c^2 - 2V_1V_c \cos A, \quad (2.18)$$

$$V_2^2 = V_c^2 + u^2 + 2V_c u \cos(\theta \pm \nu). \quad (2.19)$$

Между углами θ и A существует следующая связь:

$$V_1 \cos A = V_c + u \cos \theta, \quad (2.20)$$

$$V_1 \sin A = u \sin \theta. \quad (2.21)$$

Из этих выражений видно, что скорость V_2 является функцией углов A и ν : $V_2 = f(\nu, A)$. Угол A зависит от прицельной дальности КА относительно планеты и времени подлета к планете (положения спутника относительно планеты) (рис. 2.32). Изменяя прицельную дальность $\vec{b}_1$ и время подлета к спутнику, можно получить такое значение угла A , которое дает $V_2 = \min$. Угол ν меняется в пределах $0 < \nu < \nu_{\max}$ (см. рис. 2.31). $\nu = 0$, когда КА пролетает мимо спутника вне его сферы действия; $\nu = \nu_{\max}$, когда облетная гипербола касается поверхности

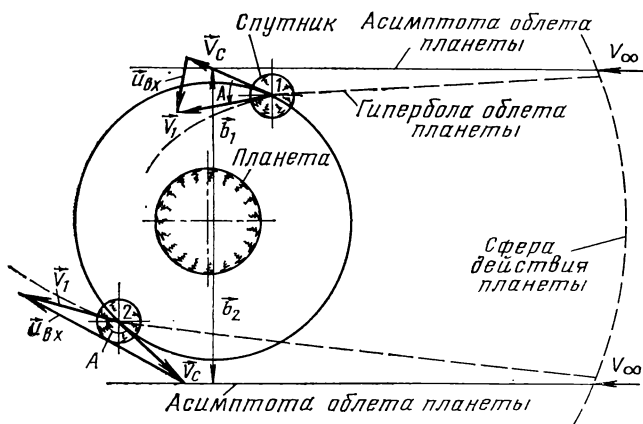


Рис. 2.32. Схема облета планеты и спутника:

1, 2—два положения спутника; $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ —прицельные дальности относительно планеты

спутника. Из (2.19) видно, что чем больше v , тем меньше V_2 ; она достигает минимального значения $V_2 = V_{2\min}$ при $v = v_{\max}$. При этом $m=1$. Следовательно, для максимизации изменений скорости и энергии космического аппарата относительно планеты необходимо пролететь мимо спутника, как можно ближе к его поверхности.

Оптимизируем угол A . Из (2.18) — (2.21) имеем

$$V_2^2 = V_1^2 + 4V_c^2 \sin^2 \frac{v}{2} - 4V_1V_c \sin^2 \frac{v}{2} \cos A \mp 2V_1V_c \sin v \sin A. \quad (2.22)$$

Отсюда
$$A_{\text{опт}} = 90^\circ \mp \frac{v}{2}. \quad (2.23)$$

Таким образом, между углами A и v существует связь (2.23), дающая $\Delta V_{\max}$. Диаграмма на рис. 2.33, а и б показывает, что условию (2.23) удовлетворяют два значения $\vec{V}_2$:

$$\vec{V}_2 = \vec{DC} \text{ и } \vec{V}_2' = \vec{DC'},$$

которые получаются путем проведения линий BC и BC' под углом A по обе стороны от вектора $\vec{u}_{\text{вх}}$ (радиуса

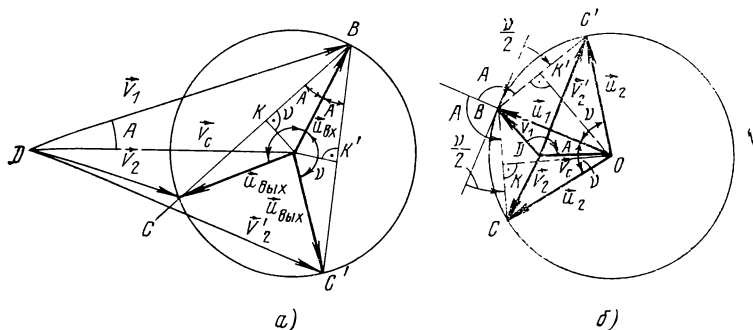


Рис. 2.33. Диаграмма скоростей:

$$a-A_{\text{онт}}=90-\frac{v}{2}; \quad б-A_{\text{онт}}=90+\frac{v}{2}$$

ОВ). Как видно из прямоугольных треугольников ОКВ и ОК'В, в этом случае $A + \frac{v}{2} = 90^\circ$, $A - \frac{v}{2} = 90^\circ$, т. е. согласно (2.23). Из диаграммы также следует, что $\vec{V}_2$ соответствует максимальному торможению, а $\vec{V}_2'$ — максимальному разгону.

Подставляя (2.23) в (2.22), получим выражение для максимального изменения скорости от гравитационного ускорения спутника планеты

$$\Delta V_{\text{max}} = V_1 - V_2 = \mp 2V_c \sin \frac{v}{2}. \quad (2.24)$$

Выражение (2.22) получено в предположении, что движение КА происходит в плоскости орбиты спутника. Однако это уравнение может быть использовано и в случае, когда вектор скорости спутника $\vec{V}_c$ составляет угол η с плоскостью траектории КА при его движении в сфере действия спутника. Составляющие векторы скорости $\vec{V}_1$, не лежащие в плоскости орбиты спутника, не будут влиять на встречу космического аппарата со спутником, а формула (2.22) будет действительна и для этого случая, если $\vec{V}_c$, $\vec{V}_1$ и A в ней заменить на проекции этих величин на плоскость xy : $\vec{V}_c^*$, $\vec{V}_1^*$ и A^* (рис. 2.34).

Величины проекций определяются из следующих соотношений:

$$V_c^* = V_c \cos \eta, \quad V_1^* = (V_1^2 - V_c^2 \sin^2 \eta)^{1/2},$$

$$\cos A^* = (V_1 \cos A - V_c \sin^2 \eta) [\cos \eta (V_1^2 - V_c^2 \sin^2 \eta)^{1/2}]^{-1}.$$

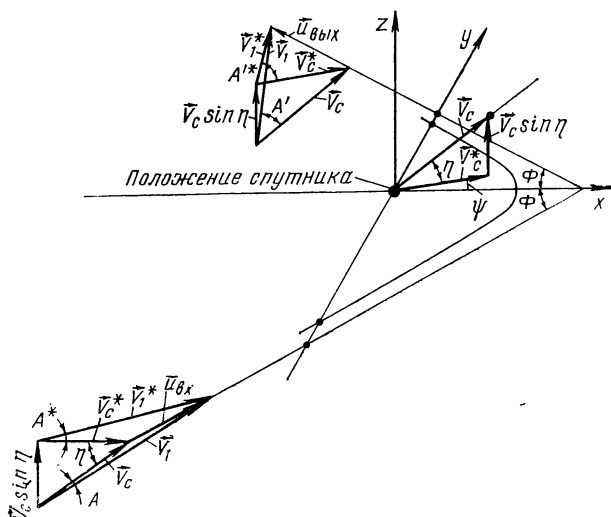


Рис. 2.34. Облет спутника в случае, когда вектор скорости спутника составляет с плоскостью траектории КА угол η

2.8.3. Эффективность гравитационного маневра у спутников планет

Эффективность гравитационного маневра оценим по величине скорости входа КА в атмосферу планет $V_{\text{атм}}$ и энергии E_2 относительно планеты после облета спутника, так как условие $E_2 < 0$ означает, что КА захвачен гравитационным полем планеты.

Сравнивая (2.16) и (2.23), находим, что $A'_{\text{опт}} = \Phi$ и $A''_{\text{опт}} = 180^\circ - \Phi$. Тогда выражения (2.18) и (2.24) можно записать в следующем виде:

$$u^2 = V_1^2 + V_c^2 \mp 2V_1V_c \cos \Phi, \quad (2.25)$$

$$\Delta V_{\text{max}} = \mp 2V_c \cos \Phi. \quad (2.26)$$

Совместно решая уравнения (2.16) и (2.25) при заданном m , находят $\cos \Phi$ и u , а затем по (2.26) и ΔV_{max} . Далее, заменяя по (2.17) V_1 на V_∞ и используя интеграл энергии относительно планеты, определяют скорость входа в атмосферу

$$V_{\text{атм}}^2 = (V_1 - \Delta V_{\text{max}})^2 - 2 \frac{\mu_{\text{п}}}{r_c} + 2 \frac{\mu_{\text{п}}}{r_{\text{атм}}},$$

где $r_{\text{атм}}$ — высота верхней границы атмосферы.

В случае прямого входа КА в атмосферу его скорость входа будет равна

$$V_{\text{атм}}'^2 = V_{\infty}^2 + 2 \frac{\mu_{\text{п}}}{r_{\text{атм}}}.$$

Уменьшение скорости входа $\Delta V_{\text{атм}} = V_{\text{атм}}' - V_{\text{атм}}$ примем за эффективность использования гравитационного поля спутников планет.

При оценке возможности захвата КА нас будет интересовать не изменение энергии, а сама энергия после облета спутника, равная

$$E_2 = \frac{1}{2} (V_1 - \Delta V_{\text{max}})^2 - \frac{\mu_{\text{п}}}{r_c}.$$

Отрицательное значение этой энергии будет означать, что космический аппарат движется относительно планеты по эллиптической орбите.

Расчеты показывают, что при $m \approx 1$ для оценки ΔV_{max} можно воспользоваться приближенным выражением

$$\cos \Phi = \pm \frac{V_{\text{осв}}}{\sqrt{2m(V_{\infty}^2 + 3V_c^2)}}.$$

Это облегчает построение зависимостей $\Delta V_{\text{атм}} = f_1(V_{\infty})$ и $E_2 = f_2(V_{\infty})$.

На рис. 2.35 приведена зависимость энергии E_2 космического аппарата после облета спутника от скорости входа V_{∞} в сферу действия планеты для спутников Луны, Тритон, Титан, Каллисто, Европа, Ганимед и Ио. Расчеты проведены в предположении, что орбиты спутников круговые, плоскости орбит спутников и траектории КА совпадают. Видно, что все рассматриваемые спутники обеспечивают захват КА гравитационным полем планеты при скоростях входа в сферу действия планеты $V_{\infty} < V_{\infty}\{E_2 = 0\}$. Для Земли $V_{\infty}\{E_2 = 0\} = 2,6$ км/с. При возвращении от всех планет Солнечной системы по импульсной схеме скорость входа в сферу действия Земли $V_{\infty} > 2,6$ км/с. Это значит, что гравитационное ускорение Луны не может обеспечить захват КА гравитационным полем Луны.

Сказанное справедливо при пассивном использовании гравитационного поля Луны. Однако, если осуществить активное торможение КА до скорости $V_{\infty} < V_{\infty}\{E_2 = 0\}$ перед входом в сферу действия Земли, то условие захва-

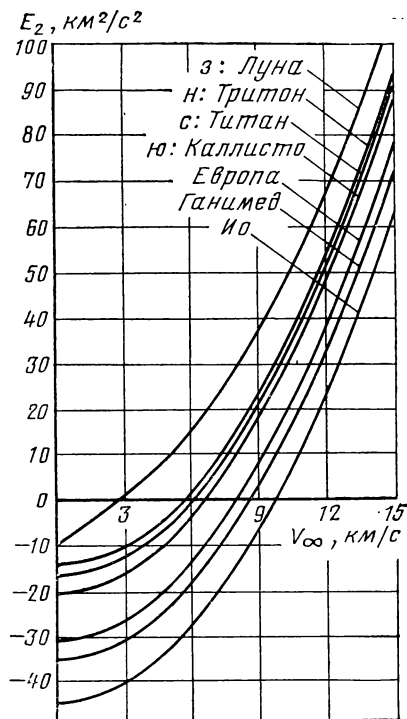


Рис. 2.35. Энергия КА относительно планеты после облета спутника в зависимости от скорости входа в сферу действия планеты, $m=1$

та будет обеспечено, и КА перейдет на геоцентрическую эллиптическую орбиту.

При полете по маршруту Земля — Юпитер скорость входа в сферу действия Юпитера $V_\infty \approx 6$ км/с. Как видно из рис. 2.35, все четыре больших спутника Юпитера обеспечивают захват КА его гравитационным полем. При полете к Сатурну и Нептуну $V_\infty \approx 6$ км/с и $V_\infty \approx 4$ км/с соответственно. Сравнивая эти цифры со значениями $V_\infty \{E_2=0\}$, можно заметить, что как Титан, так и Тритон обеспечивают захват КА. Эти оценки сделаны в предположении, что орбиты планет круговые и компланарные.

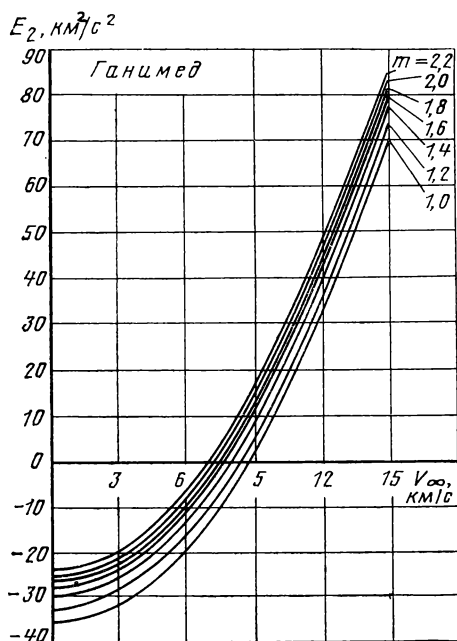


Рис. 2.36. Влияние коэффициента промаха на энергию КА относительно планеты после облета спутника

Анализируя графики на рис. 2.35, можно заметить, что чем ближе спутник к планете, тем сильнее его влияние на энергию КА относительно планеты. Это объясняется эффектом скорости.

Кривые $E_2 = f(V_\infty)$ (см. рис. 2.35) построены при учете, что коэффициент промаха $m = 1$. Однако из-за ошибок прицеливания трудно обеспечить очень близкое прохождение траектории КА от поверхности спутника. Влияние коэффициента промаха на энергию E_2 показано на рис. 2.36. Видно, что неточность прицеливания траектории может существенно уменьшить возможности пертурбационных маневров около спутников планет.

Для надежного захвата КА планетой необходимо существенно уменьшить скорость входа КА в сферу действия планеты. Эта задача сравнительно легко может быть решена с помощью двигателей малой тяги, которые дают

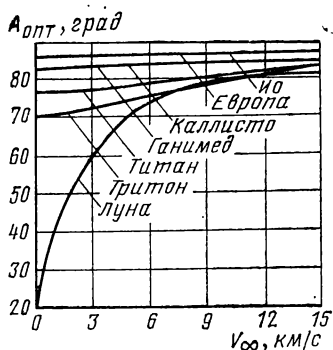


Рис. 2.37. Зависимость оптимального угла подхода к спутнику от скорости входа в сферу действия планеты

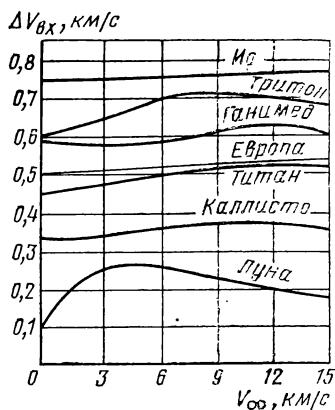


Рис. 2.38. Уменьшение скорости входа КА в атмосферу планет в зависимости от скорости входа в ее сферу действия

выигрыш, по сравнению с двигателями большой тяги, как в расходе рабочего тела, так и во времени полета. Последнее обстоятельство особенно важно при полете к внешним планетам, требующим большой длительности перелета.

На рис. 2.37 показана зависимость оптимального значения угла подхода к спутникам планет от скорости входа в сферу действия планеты, а на рис. 2.38 — уменьшение скорости входа в атмосферу планет после облета спутников. Из графиков следует, что это уменьшение незначительно для всех планет (при значительных скоростях входа: $V_{вх} \approx 11 \div 20$ км/с для Земли, 60 ... 62 км/с для Юпитера, 36 ... 39 км/с — для Сатурна и 24 ... 28 км/с для Нептуна).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВОЗМУЩАЮЩИХ СИЛ ГРАВИТАЦИИ ПЛАНЕТ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРЕХОДА МЕЖДУ ОРБИТАМИ

3.1. ПРИНЦИПЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВОЗМУЩАЮЩИХ СИЛ ГРАВИТАЦИИ ПЛАНЕТ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

3.1.1. Принципы использования возмущающих сил

Задача об оптимальных переходах между орбитами может быть поставлена по-разному в зависимости от характера межорбитального маневра.

В общем случае возможны два типа переходов: со свободным временем и с фиксированным временем. При переходе со свободным временем конечные и начальные точки не зависят от времени. Время перехода между точками не фиксировано. Это дает возможность свободного выбора оптимальных точек перехода. Этот тип перехода легко реализуется при переходе между планетоцентрическими орбитами.

Переход с фиксированным временем предполагает наличие закона движения начальной и конечной точек перехода. Оптимизация перехода в этом случае заключается в выборе оптимальных моментов старта и финиша. Этот тип характерен перелету от одного тела к другому, например, переходам между планетами.

Методика оптимизации межорбитальных переходов с фиксированным временем в настоящее время разработана достаточно подробно по сравнению с методикой расчета переходов со свободным временем. Это и понятно, так как фиксирование времени перелета при заданных точках приложения импульсов однозначно определяет орбиту перехода.

Почти все известные задачи об оптимальных переходах между орбитами как со свободным, так и с фиксированным временем ставились и решались при заданных орбитах, т. е. когда были заданы вектор интеграла площади $\vec{c}$ и вектор Лапласа $\vec{f}$. Это частные решения переходов типа хомановских и биэллиптических переходов между компланарными круговыми орбитами, хоманов-

ских и биэллиптических переходов между некомпланарными круговыми орбитами, котангенциального перехода между компланарными эллиптическими орбитами, а также различные численные решения межпланетных переходов.

Известно, что импульс скорости перехода сильно зависит от взаимного расположения орбит, т. е. от $\vec{c}^0$ и $\vec{f}^0$. Например в [37] найдено, что при переходе между компланарными непересекающимися эллиптическими орбитами глобальный минимум импульса скорости получается, когда векторы Лапласа совпадают по направлению, т. е. $\vec{f}_1^0 = \vec{f}_2^0$, а импульсы приложены в перигеии внутренней и апоцентре внешней орбит. Это наталкивает на мысль о более широкой постановке задачи об оптимизации межорбитальных переходов, т. е. оптимизации не только точек (или моментов) приложения импульсов, но и **оптимизации взаимного расположения орбит.**

Известно, что вектор интеграла площади $\vec{c}$ и вектор Лапласа $\vec{f}$ остаются постоянными только в центральном поле гравитации Ньютона. Но реальное поле гравитации — нецентральное. Поэтому векторы $\vec{c}$ и $\vec{f}$ также не остаются постоянными. Например, планеты испытывают взаимное гравитационное возмущение, влияние различных излучений Солнца и т. д. Околопланетные орбитальные КА подвержены действию гравитационных возмущений, возникающих вследствие отклонения форм планет от сферической, от действия спутников планет, Солнца и других планет, космической среды и излучений. Все эти отклонения гравитационных и других сил от центральных приводят к изменению векторов $\vec{c}$ и $\vec{f}$ по времени.

Изменение $\vec{c}$ и $\vec{f}$ зависит, кроме возмущающих сил, также от параметров орбит космических аппаратов. А это значит, что изменением $\vec{c}$ и $\vec{f}$ планетоцентрических орбит можно управлять, и управлять так, чтобы импульсы скоростей перехода между орбитами были минимальными.

Изменение векторов $\vec{c}$ и $\vec{f}$ зависит от характера и состава возмущающих факторов. Основными возмущающими силами планетоцентрических орбит являются: аэродинамические силы, гравитационные возмущающие силы от сжатия планет и естественных спутников пла-

нет. Причем преобладание тех или иных возмущений зависит от высоты орбит: на низких орбитах преобладают аэродинамические силы (если есть атмосфера), на средних — гравитационные возмущения от сжатия планет, а на высоких — возмущения естественных спутников планет.

Обычно возмущающие факторы приводят к достаточно медленному изменению параметров реальных орбит. Быстрота изменения их зависит от параметров орбит.

Наибольший практический интерес представляют переходы между низкими и средними орбитами, для которых преобладающей возмущающей силой является гравитационная сила от сжатия планет. От действия этой силы модули векторов $\vec{s}$ и $\vec{f}$ вековых изменений не имеют, но их направления непрерывно меняются. Вектор $\vec{s}^0$ вращается с постоянной средней скоростью относительно оси вращения планеты, а вектор $\vec{f}^0$ — также с постоянной средней скоростью относительно вектора $\vec{s}$.

Пусть имеются две орбиты, между которыми предстоит совершить переход, с различными векторами s и f . Эти орбиты непрерывно прецессируют относительно планеты и друг друга, и их взаимное расположение непрерывно меняется. Среди всех взаимных расположений орбит можно найти такие, которые обеспечивают оптимальный переход между ними.

Исследованию оптимального взаимного расположения орбит и оптимальных точек приложения импульсов, а также поиску оптимального управления изменением векторов $\vec{s}$ и $\vec{f}$ посвящена настоящая глава.

3.1.2. Некоторые сведения из теории возмущенного движения орбитальных аппаратов

Вследствие того, что планеты не обладают строго сферической формой, орбиты искусственных спутников заметно отклоняются от невозмущенных кеплеровских эллипсов. Особенно значительные возмущения в движении спутников вызываются сжатием планет.

Задача о движении спутника в поле тяготения сжатой планеты рассматривается в предположении, что наклонения плоскостей орбит спутников к плоскости экватора планеты могут быть любыми. Предполагается также, что планета имеет форму уровня эллипсоида

вращения и что сжатие планеты достаточно мало, вследствие чего в разложении пертурбационной функции по коэффициенту сжатия можно ограничиться членом, содержащим только первую степень коэффициента сжатия.

Потенциал уровня эллипсоида вращения на внешнюю точку с точностью до первой степени коэффициента сжатия, как известно, имеет вид [35, 38, 46]

$$V = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{3} I \frac{\mu R_0^2}{r^3} (3 \sin^2 \varphi - 1), \quad (3.1)$$

где $\mu = fM$ — гравитационная постоянная; r — радиус точки; R_0 — экваториальный радиус эллипсоида; φ — широта точки.

Коэффициент I определяется формулой

$$I = \alpha - \frac{1}{2} \frac{\omega_0^2 R_0^2}{\mu},$$

где α — коэффициент сжатия эллипсоида; ω_0 — угловая скорость суточного вращения эллипсоида.

Первое слагаемое в (3.1) соответствует невозмущенному движению спутника по кеплеровой эллиптической орбите, второе слагаемое представляет собой возмущающий потенциал, или так называемую пертурбационную функцию, которую обозначим через R .

Используя известное выражение

$$\sin \varphi = \sin i \sin (\omega + \vartheta),$$

где i — наклонение орбиты; ϑ — истинная аномалия; ω — аргумент перицентра, после некоторых преобразований получаем выражение

$$R = \frac{1}{6} I \mu \frac{R_0^2}{a^2} \left[(2 - 3 \sin^2 i) \left(\frac{a}{r} \right)^3 + \right. \\ \left. + 3 \sin^2 i \cos 2\omega \left(\frac{a}{r} \right)^3 \cos 2\vartheta - 3 \sin^2 i \sin 2\omega \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin 2\vartheta \right],$$

где a — большая полуось орбиты.

Уравнения Лагранжа для определения оскулирующих эллиптических элементов имеют вид [38]:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial e},$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \pi} - \frac{e \sqrt{1-e^2}}{1 + \sqrt{1-e^2}} \frac{1}{na^2} \frac{\partial R}{\partial \epsilon},$$

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &= -\frac{\operatorname{cosec} i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial \Omega} - \frac{\operatorname{tg}(i/2)}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \left(\frac{\partial R}{\partial \pi} + \frac{\partial R}{\partial \varepsilon} \right), \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{\operatorname{cosec} i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i}, \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\operatorname{ctg} i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e}, \\ \frac{dM}{dt} &= -\frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a},\end{aligned}$$

где a , e , i , Ω , $\pi = \omega + \Omega$, $\varepsilon = M + \Omega$ — кеплеровы элементы орбиты спутника; n — среднее суточное движение; R — пертурбационная функция.

Анализ этих уравнений показывает, что все элементы орбиты имеют периодические возмущения первого порядка, но три элемента — Ω , π , ε — имеют еще и вековые возмущения.

Среди возмущений первого порядка наиболее важными являются вековые возмущения, так как именно они определяют эволюцию орбиты с течением времени.

Вследствие особой структуры пертурбационной функции вековые возмущения первого порядка возможно получить в конечном виде, не прибегая к разложению в ряд по степеням эксцентриситета

$$\frac{d\Omega}{dt} = -2\pi \frac{I}{T} \left(\frac{R_9}{p} \right)^2 \cos i, \quad (3.2)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \pi \frac{I}{T} \left(\frac{R_9}{p} \right)^2 (5 \cos^2 i - 1), \quad (3.3)$$

$$\frac{dM}{dt} = \pi \frac{I}{T} \left(\frac{R_9}{p} \right)^2 \sqrt{1-e^2} (3 \cos^2 i - 1), \quad (3.4)$$

где p — фокальный параметр орбиты; T — период обращения спутника.

Анализ полученных уравнений показывает, что под влиянием возмущающих сил от сжатия планеты вектор интеграла площади $\vec{c}$ вращается вокруг оси вращения планеты с постоянной угловой скоростью $\dot{\Omega}$, сохраняя с этой осью постоянный угол, равный $90^\circ - i$, а вектор Лапласа $\vec{f}$ вращается вокруг вектора $\vec{c}$, причем $\vec{c}$ и $\vec{f}$ взаимно перпендикулярны.

Направление ухода аргумента восходящего узла Ω и аргумента перицентра ω зависит от угла наклона плоскости орбиты к плоскости экватора i . При $0 < i < \pi/2$ вос-

ходящий узел уходит против вращения, а при $\pi/2 < i < \pi$ по вращению планеты. Вековое движение узла достигает максимума при $i=0^\circ$ или 180° , т. е. когда орбита лежит в плоскости экватора. При $i=90^\circ$, т. е. когда плоскость орбиты проходит через полюса планеты, $\dot{\Omega}=0$. Вековое движение перицентра достигает максимума при $i=0^\circ, 180^\circ$ и обращается в нуль при $i_* \approx 63^\circ 26'$. При $i < i_*$ перицентр уходит в сторону движения, а при $i > i_*$ — против движения спутника по орбите. Вековое движение средней аномалии M достигает максимума при $i=0^\circ$ или 180° и обращается в нуль при $i_* \approx 54^\circ 44'$. При $i < i_*$ вековое движение M происходит по движению, а при $i > i_*$ — против движения спутника.

Величины уходов $\Delta\Omega$, $\Delta\omega$, ΔM зависят от p , e , i . Меняя эти параметры, можно управлять скоростью прецессии орбиты. Видно, что чем больше параметр орбиты и период обращения спутника, тем меньше скорость прецессии орбиты, и наоборот.

3.2. ОПТИМАЛЬНЫЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ОРБИТ И МЕЖОРБИТАЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Пусть имеются две орбиты с различными p , e , ω , Ω . Под действием возмущающих сил гравитации эти орбиты будут непрерывно прецессировать друг относительно друга. Вследствие этого через некоторое время узлы этих орбит совпадут $\Omega_1 = \Omega_2$. Если наклонения орбит равны ($i_2 = i_1$), то в этот момент указанные орбиты становятся компланарными, что обеспечивает минимальные энергозатраты для перехода между этими орбитами. Если же наклонения разные ($i_1 \neq i_2$), то в момент совпадения восходящих узлов орбит ($\Omega_1 = \Omega_2$) угол между плоскостями орбит становится минимальным, что также приводит к уменьшению энергетических затрат перехода. В самом деле, угол между плоскостями орбит A определяется углами наклона i_1 и i_2 и межузловым расстоянием $\Delta\Omega$ (рис. 3.1)

$$\cos A = \cos i_1 \cos i_2 + \sin i_1 \sin i_2 \cos \Delta\Omega. \quad (3.5)$$

Как было сказано выше, углы наклона i вековых возмущений не имеют, т. е. $i_1 = i_2 = \text{const}$. Но межузловое расстояние является функцией времени

$$\Delta\Omega = (\dot{\Omega}_1 - \dot{\Omega}_2)(t - t_0) + \Delta\Omega_0.$$

Из (3.5) видно, что при заданных наклонениях орбит угол A между плоскостями орбит тем меньше, чем меньше угол между восходящими узлами, и он достигает минимума при $\Delta\Omega=0$. При этом $A_{\min}=|i_2-i_1|$.

Из сказанного ясно, что должны существовать такие взаимные расположения двух орбит, определяемые единичными векторами $\vec{c}_1^0$ и $\vec{c}_2^0$, что переход между этими орбитами будет осуществляться с минимальными энергозатратами.

Перейдем к исследованию оптимальных расположений орбит.

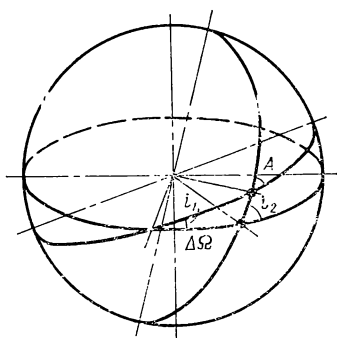


Рис. 3.1. Система углов

3.2.1. Формулировка задачи

Общая формулировка оптимизации межорбитальных переходов гласит: заданы $|\vec{c}_i|$ и $|\vec{f}_i|$, $i=1, 2$. Определить оптимальное взаимное расположение орбит $\vec{c}_i^0$ и $\vec{f}_i^0$, оптимальное число импульсов и оптимальные точки их приложения, обеспечивающие минимум суммарного импульса скоростей перехода между орбитами.

Поставленную задачу решим в следующей последовательности. Рассмотрим двухимпульсный переход со свободным временем. Будем считать, что $\vec{c}_i$, $\vec{f}_i$, $\vec{r}_i$, $i=1, 2$ заданы. При этом задача сводится к определению оптимального значения модуля $|\vec{c}|_{\text{опт}}$ переходной орбиты через данные параметры $\vec{c}_i$, $\vec{f}_i$ и $\vec{r}_i$.

После того как $|\vec{c}|_{\text{опт}}$ будет заменен через $\vec{c}_i$, $\vec{f}_i$, $\vec{r}_i$ в критериальной функции V_{Σ} , т. е.

$$V_{\Sigma} = f(\vec{c}_i, \vec{f}_i, \vec{r}_i), \quad i=1, 2,$$

то появится возможность оптимизировать $\vec{r}_i^0$, $\vec{c}_i^0$ и $\vec{f}_i^0$, $i=1, 2$. После этого можно будет исследовать влияние c_i и f_i (т. е. модулей векторов $\vec{c}_i$ и $\vec{f}_i$) на V_{Σ} .

3.2.2. Двухимпульсный переход между орбитами со свободным временем (общий случай)

Критериальная функция V_2 . Заданы начальная и конечная орбиты, т. е. заданы векторы интеграла площадей орбит $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_2$ и векторы Лапласа $\vec{f}_1$ и $\vec{f}_2$. Кроме того, заданы радиусы-векторы $\vec{r}_1$ точки 1 на начальной орбите и $\vec{r}_2$ точки 2 на конечной орбите, между которыми осуществляется переход с начальной орбиты на конечную орбиту. Схема перехода показана на рис. 3.2. Энергетика перехода, выражаемая импульсом скоростей, состоит из двух составляющих: $\Delta\vec{V}_1$ — импульса скорости в 1-й точке и $\Delta\vec{V}_2$ — импульса скорости во 2-й точке.

Цель исследования — минимизация суммы скоростей $\Delta V_1 + \Delta V_2$, которая характеризует общие расходы рабочего тела, необходимые для перехода между орбитами I и II.

Известно, что при заданных $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ направление вектора интеграла площади $\vec{c}$ переходной орбиты совпадает с направлением векторного произведения векторов $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$

$$\vec{c}^0 = \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|}, \quad (3.6)$$

а модуль его должен быть найден из условия минимума критерия

$$V_2 = \Delta V_1 + \Delta V_2.$$

Определим формулу суммарного импульса скорости V_2 .

Выразим изменение вектора интеграла площади $\vec{c}$ через импульс скорости $\Delta\vec{V}_i$.

Из рис. 3.2 видно, что

$$\Delta\vec{c}_1 = \vec{c} - \vec{c}_1,$$

$$\Delta\vec{c}_2 = \vec{c}_2 - \vec{c}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta\vec{c}_1 &= \vec{r}_1 \times (\vec{V}_1 + \Delta\vec{V}_1) - \vec{c}_1 = \vec{r}_1 \times \Delta\vec{V}_1, \\ \Delta\vec{c}_2 &= \vec{c}_2 - \vec{r}_2 \times (\vec{V}_2 - \Delta\vec{V}_2) = \vec{r}_2 \times \Delta\vec{V}_2. \end{aligned}$$

Из этих выражений видно, что изменение кинетического момента зависит только от той составляющей $\Delta\vec{V}_i$,

которая перпендикулярна радиусу-вектору $\vec{r}_i$. Обозначим эту составляющую через $\Delta\vec{V}_{in}$. Тогда

$$\Delta\vec{c}_i = \vec{r}_i \times \Delta\vec{V}_{in}, \quad i = 1, 2.$$

Умножая векторно $\Delta\vec{c}_i$ на $\vec{r}_i$ и производя преобразования, получим

$$\Delta\vec{V}_{in} = \frac{\Delta\vec{c}_i \times \vec{r}_i}{r_i^2}, \quad i = 1, 2.$$

(3.7)

Из этого выражения видно, что если известен $\vec{c}$, то составляющая импульса скорости, перпендикулярная радиусу-вектору $\vec{r}_i$, определится однозначно.

Так как $\Delta\vec{c}_i$ перпендикулярно к $\vec{r}_i$, то модули трансверсальной составляющей импульсов скоростей будут равны

$$\Delta V_{in} = \frac{\Delta c_i}{r_i}, \quad i = 1, 2. \quad (3.8)$$

Из рис. 3.2 имеем

$$\Delta c_i^2 = c_i^2 + c^2 - 2cc_i \cos A_i, \quad (3.9)$$

$$\cos A_i = \vec{c}^0 \cdot \vec{c}_i^0, \quad i = 1, 2. \quad (3.10)$$

Из (3.6) и (3.10) видно, что при заданных $\vec{c}_i$ и $\vec{r}_i$ угол между векторами интегралов площадей определяется однозначно. Тогда, как видно из (3.8) и (3.9), трансверсальные составляющие импульсов скоростей ΔV_{in} , зависят только от модуля кинетического момента $|\vec{c}|$ переходной орбиты.

Представим суммарный импульс скорости V_Σ в виде

$$V_\Sigma = \sqrt{\Delta V_{1n}^2 + \Delta V_{1r}^2} + \sqrt{\Delta V_{2n}^2 + \Delta V_{2r}^2}, \quad (3.11)$$

где $\Delta\vec{V}_{in}$ — радиальная составляющая импульса скорости.

Выразим ΔV_{ir} через c . Для этого необходимо найти радиальную составляющую скоростей переходной орби-

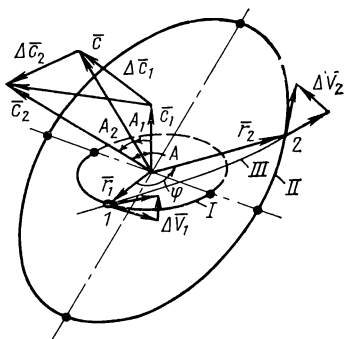


Рис. 3.2. Схема двухимпульсного перехода между орбитами:

I — начальная орбита; II — конечная орбита; III — переходная орбита

ты в точках 1 и 2:

$$\Delta V_{ir}^n = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \vartheta_i, \quad i=1, 2, \quad (3.12)$$

где $\mu=fM$ — гравитационная постоянная; p , e , ϑ — фокальный параметр, эксцентриситет и истинная аномалия переходной орбиты.

Используя зависимости

$$e \cos \vartheta_i = u_i p - 1, \quad u_i = \frac{1}{r_i}, \quad i=1, 2, \quad (3.12')$$

можно переписать (3.12) в виде

$$V_{ir}^n = \pm \sqrt{\frac{\mu}{p} [e^2 - (u_i p - 1)]^2}, \quad i=1, 2. \quad (3.13)$$

Выражение e^2 находится из зависимостей (3.12'), записанных для двух точек через $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ и угла между ними φ

$$e \cos \vartheta_1 = u_1 p - 1, \quad (3.14)$$

$$e \cos (\vartheta_1 + \varphi) = u_2 p - 1. \quad (3.15)$$

Исключая ϑ_1 , получим

$$e^2 = \frac{\Delta u^2 p^2}{\sin^2 \varphi} + \frac{1 - (u_1 + u_2) p}{\cos^2 \frac{\varphi}{2}}, \quad (3.16)$$

где
$$\Delta u^2 = u_1^2 + u_2^2 - 2u_1 u_2 \cos \varphi.$$

Так как $p=c^2/\mu$, то из (3.13) и (3.16) видно, что V_{ir}^n зависит при заданных $\vec{r}_i$, $i=1, 2$, только от $\vec{c}$.

Подставляя все выражения в (3.11), получим $V_{\Sigma} = f(c)$.

Оптимизация модуля вектора интеграла площади переходной орбиты. Зависимость $V_{\Sigma}(c)$ очень сложная. Условие $\frac{dV_{\Sigma}}{dc} = 0$ не дает простого аналитического решения $c_{\text{опт}}$. Значение $c_{\text{опт}}$ легче найти с помощью численных методов.

Для этого проведем качественный анализ характера кривой $V_{\Sigma} = f(c)$. Начнем с выражения (3.13). Введем обозначение

$$\Phi_i = e^2 - (u_i p - 1)^2, \quad i=1, 2. \quad (3.17)$$

Из (3.13) видно, что должно быть выполнено условие $\Phi_i \geq 0$, $i=1, 2$.

Для проверки этого условия подставим (3.16) в (3.17) и после преобразований получим

$$\Phi_i = Q_i p^2 + B_i p + D, \quad (3.18)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Q_i &= \frac{\Delta u^2}{\sin^2 \varphi} - u_i^2, \\ B_i &= 2u_i - \frac{u_1 + u_2}{\cos^2 \frac{\varphi}{2}}, \\ D &= \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Путем подстановки можно доказать, что

$$B_i^2 - 4Q_i D = 0, \quad i = 1, 2.$$

Используя это выражение, формулу (3.18) можно привести к виду

$$\Phi_i = Q_i \left(p + \frac{B_i}{2Q_i} \right)^2, \quad i = 1, 2.$$

Тогда радиальная составляющая скорости орбитального аппарата будет определяться формулой

$$V_{ir}^n = \left| c + \frac{B_i}{2Q_i} \frac{\mu}{c} \right| \sqrt{Q_i}, \quad i = 1, 2. \quad (3.20)$$

Из (3.19) имеем $Q_i \geq 0$, следовательно, V_{ir}^n имеет всегда действительное значение.

При $B_i = 0$ также $Q_i = 0$. В этом случае $\Phi_i = D$

и
$$V_{ir}^n = \frac{\mu}{c} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}, \quad i = 1, 2.$$

Определение знака V_{ir}^n , $i = 1, 2$.

Из (3.14) и (3.15) находим

$$\operatorname{tg} \vartheta_1 = \left(\cos \varphi_1 - \frac{u_2 p - 1}{u_1 p - 1} \right) / \sin \varphi,$$

которое вместе с выражением

$$\cos \vartheta_1 = \frac{u_1 p - 1}{e}$$

дает круговое значение ϑ_1 . Тогда $\vartheta_2 = \vartheta_1 + \varphi$. Если $\vartheta_2 > 2\pi$, то $\vartheta_2 = \vartheta_2 - 2\pi$.

Если $\vartheta_i < \pi$, то $V_{ir}^n = \frac{\mu}{c} \sqrt{\Phi_i}$; если $\vartheta_i > \pi$, то $V_{ir}^n = -\frac{\mu}{c} \sqrt{\Phi_i}$, $i = 1, 2$.

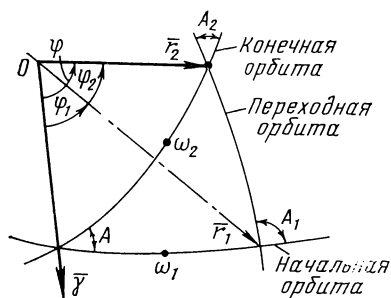


Рис. 3.3. Система углов

Анализ выражений (3.8), (3.9) и (3.20) показывает, что численная оптимизация модуля вектора $\vec{c}$ переходной орбиты и численное определение минимального значения V_{Σ} не представляет особого труда.

После того, как будет найден $\vec{c}_{\text{опт}}$, то тогда по (3.7), (3.13) и (3.16) будут найдены и оптималь-

ные импульсы скоростей в точках $\Delta \vec{V}_{1 \text{ опт}}$, $\Delta \vec{V}_{2 \text{ опт}}$.

Оптимизация $\vec{r}_i^0$, $\vec{c}_i^0$, $\vec{f}_i^0$, $i = 1, 2$. Перепишем критериальную функцию в виде

$$V_{\Sigma} = \sqrt{u_1^2 \Delta c_1^2 + (V_{1r}^n - V_{1r})^2} + \sqrt{u_2^2 \Delta c_2^2 + (V_{2r}^n - V_{2r})^2}, \quad (3.21)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Delta c_i^2 &= c_i^2 + c^2 - 2cc_i \cos A_i, \\ V_{ir}^n &= \left| c + \frac{B_i}{2Q_i} \frac{\mu}{c} \right| \sqrt{Q_i}, \\ i &= 1, 2. \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

За начало отсчета углов примем линию пересечения плоскостей начальной и конечной орбит, направление которой определяется вектором

$$\vec{\gamma}^0 = \frac{\vec{c}_1 \times \vec{c}_2}{|\vec{c}_1 \times \vec{c}_2|}.$$

Как видно из рис. 3.3, φ_i — угол между векторами $\vec{\gamma}$ и $\vec{r}_i$, задает положение точки приложения импульсов; φ — угол между векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, угловая дальность перехода; A — угол между плоскостями начальной и конечной орбит, $\cos A = \vec{c}_1^0 \cdot \vec{c}_2^0$; A_1 — угол между плоскостями начальной и переходной орбит; A_2 — угол между плоскостями конечной и переходной орбит; ω_i — угловое расстояние перицентра от линии пересечения орбит, т. е. между векторами $\vec{\gamma}$ и $\vec{f}_i$.

С помощью углов φ_i , ω_i можно выразить все необходимое для расчетов величины.

Угловая дальность перехода из точки 1 в точку 2 определяется по формуле

$$\cos \varphi = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos A. \quad (3.23)$$

Угол φ может меняться в пределах $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Для однозначного определения φ по (3.23) используем следующие условия:

если $\cos \varphi > 0$, то $\varphi' = \arcsin \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$;

если $\cos \varphi < 0$, то $\varphi' = \pi - \arcsin \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$;

далее, если $(\vec{c}^0 \cdot \vec{c}_1^0) > 0$, то $\varphi = \varphi'$;

если $(\vec{c}^0 \cdot \vec{c}_1^0) \leq 0$, то $\varphi = 2\pi - \varphi'$.

Условие $(\vec{c}^0 \cdot \vec{c}_1^0) > 0$ сводится к условию

$$\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos A - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 > 0.$$

Углы A_i также выражаются через φ_i :

$$\left. \begin{aligned} \cos A_1 &= \frac{\cos \varphi \cos \varphi_1 - \cos \varphi_2}{\sin \varphi \sin \varphi_1}, \\ \cos A_2 &= \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi \cos \varphi_2}{\sin \varphi \sin \varphi_2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Здесь необходимо обратить внимание на случаи, когда $\varphi_1 = 0$, или $\varphi_2 = 0$, или $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = 0$, или $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = \pi$, или $\varphi_1 = \pi$ и $\varphi_2 = 0$, или $\varphi_1 = \pi$ и $\varphi_2 = \pi$ одновременно.

Из рис. 3.3 можно легко заметить, что когда $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 \neq 0$, то $\vec{c}^0 = \vec{c}_2^0$, т. е. направления $\vec{c}$ и $\vec{c}_2$ совпадают.

А это значит, что $A_1 = A$, $A_2 = 0$.

Аналогично, когда $\varphi_1 \neq 0$, $\varphi_2 = 0$, то $\vec{c}^0 = \vec{c}_1^0$.

Поэтому $A_1 = 0$, $A_2 = A$.

Особым является случай, когда $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = \pi$ или $\varphi_1 = \pi$ и $\varphi_2 = 0$, т. е. когда импульсы приложены в противоположных узлах.

Фокальный параметр p и эксцентриситет e переходной орбиты определяются из выражений (3.14) и (3.15) при $\varphi = \vartheta_2 - \vartheta_1 - \pi$

$$p = 2 \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}, \quad (3.25)$$

$$e \cos \vartheta_1 = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}. \quad (3.26)$$

Из выражения (3.25) видно, что фокальный параметр, а следовательно, и модуль вектора $|\vec{c}|$, однозначно определяются значениями r_1 и r_2 , поэтому значение $|\vec{c}|$ не

может быть оптимизировано. В этом случае неоднозначным является направление вектора $\vec{c}^0$. Оно и должно быть оптимизировано (см. подразд. 3.2.3).

При $\varphi = \pi$ появляется еще один оптимизируемый параметр: e или ϑ_1 , так как ввиду вырождения выражения (3.16) их не удается исключить.

Из (3.26) видно, что меняя ϑ_1 , можно получить различные типы переходных орбит:

при $\vartheta_1^* = \left| \arccos \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} \right|$ — параболу;

при $|\vartheta_1| < \vartheta_1^*$ — эллипс (причем при $\vartheta_1 = 0$ осуществляется хомановский переход с апоцентром $r_a = r_2$ и перигецентром $r_\pi = r_1$);

при $|\vartheta_1| > \vartheta_1^*$ — гиперболу.

Радиусы точек 1 и 2 и радиальные скорости движения по начальной и конечной орбите в точках 1 и 2 определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} r_i &= \frac{c_i^2}{\mu + f_i \cos(\varphi_i - \omega_i)}, \\ V_{ir} &= \frac{f_i}{c_i} \sin(\varphi_i - \omega_i), \\ i &= 1, 2. \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

Если теперь подставим (3.22), (3.23), (3.24) и (3.27) в (3.21), то получим следующую функцию:

$$V_z = f(c, \varphi_1, \varphi_2, \omega_1, \omega_2, A).$$

Углы φ_1, φ_2 показывают положения точек приложения импульсов, а ω_1, ω_2, A — взаимное расположение орбит.

Процедура решения и результаты расчета. Численное нахождение оптимального расположения орбит рассматривается как многошаговый процесс и проводится по схеме

$$V_z = \min_A \left[\min_{\omega_i} \left[\min_{\varphi_i} \left[\min_c f(A, \omega_i, \varphi_i, c) \right] \right] \right], \quad i = 1, 2. \quad (3.28)$$

Заданы: $|\vec{c}_i|, |\vec{f}_i|, i = 1, 2$.

Алгоритм решения:

$$u_i = (\mu + f_i \cos(\varphi_i - \omega_i)) / c_i^2,$$

$$V_{ir} = \frac{f_i}{c_i} \sin(\varphi_i - \omega_i),$$

$$A = \arccos(\vec{c}_1^0 \cdot \vec{c}_2^0),$$

если $\varphi_1=0$, то $\{\varphi=\varphi_2; A_1=A; A_2=0\}$;

если $\varphi_2=0$, то $\{\varphi=2\pi-\varphi_1; A_1=0; A_2=A\}$;

если $\varphi_1 \neq 0, \varphi_2 \neq 0, \varphi_1 \neq \pi, \varphi_2 \neq \pi$, то

$$\{\cos \varphi = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos A;$$

$$\varphi' = \arcsin \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}; \quad \varphi = \varphi';$$

если $\cos \varphi < 0$, то $\varphi = \pi - \varphi'$;

если $\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos A > 0$, то $\varphi = 2\pi - \varphi'$;

$$\cos A_1 = \frac{\cos \varphi \cos \varphi_1 - \cos \varphi_2}{\sin \varphi \sin \varphi_1};$$

$$\cos A_2 = \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi \cos \varphi_2}{\sin \varphi \sin \varphi_2} \}.$$

Оптимизация c :

$$\Delta c_i^2 = c_i^2 + c^2 - 2cc_i \cos A_i;$$

$$\Delta u^2 = u_1^2 + u_2^2 - 2u_1 u_2 \cos \varphi;$$

$$Q_i = \frac{\Delta u^2}{\sin^2 \varphi} - u_i^2;$$

$$B_i = 2u_i - \frac{u_1 + u_2}{\cos^2(\varphi/2)};$$

$$V_{ir}^n = \left| c + \frac{\mu}{c} \frac{B_i}{2Q_i} \right| \sqrt{Q_i}.$$

Определение знака V_{ir}^n :

$$x = \operatorname{tg} \vartheta_1 = \left(\cos \varphi - \frac{u_2 c^2 - \mu}{u_1 c^2 - \mu} \right) \frac{1}{\sin \varphi};$$

$$y = u_1 c^2 - \mu;$$

$$\vartheta_1 = \operatorname{arctg}(x, y); \quad \vartheta_2 = \vartheta_1 + \varphi;$$

если $\vartheta_2 > 2\pi$, то $\vartheta_2 = \vartheta_2 - 2\pi$;

если $\vartheta_i > \pi$, то $V_{ir}^n = -V_{ir}^n$;

$$V_2 = \sqrt{u_1^2 \Delta c_1^2 + (V_{1r}^n - V_{1r})^2} + \sqrt{u_2^2 \Delta c_2^2 + (V_{2r}^n - V_{2r})^2}.$$

На основании численных расчетов получено следующее наилучшее расположение орбит, обеспечивающее наименьшие энергозатраты на межорбитальные переходы;

1) векторы Лапласа должны совпасть по направлению, т. е. $\vec{f}_1^0 = \vec{f}_2^0$; это значит, что линия пересечения орбит должна совпасть с линиями апсид обеих орбит;

2) угол между орбитами должен быть минимальным. При заданных наклонениях i_1 и i_2 это достигается только в том случае, если восходящие узлы орбит совпадают ($\Omega_1 = \Omega_2$) (3.5). На основании п. 1 это означает, что векторы Лапласа лежат в плоскости экватора и направлены на восходящие (или нисходящие) узлы орбит;

3) оптимальными точками приложения импульсов являются:

— перицентр внутренней и апоцентр внешней орбит, когда $r_{\pi_1} < r_{\pi_2}$ и $r_{a_1} < r_{a_2}$, т. е. когда одна орбита находится внутри другой орбиты (рис. 3.4, а);

— высокий перицентр и высокий апоцентр, когда $r_{\pi_1} < r_{\pi_2}$ и $r_{a_1} > r_{a_2}$, т. е. когда перицентр первой орбиты ниже перицентра второй орбиты, а апоцентр первой орбиты выше апоцентра второй орбиты (рис. 3.4, б). Нумерация орбит здесь условна.

В случае $r_{a_1} = r_{a_2}$ осуществляется только одноимпульсный переход с приложением импульса в апоцентре орбит.

В случае перехода с одним поворотом поворот плоскости переходной орбиты всегда осуществляется в ее апоцентре.

Более оптимальным является переход с двумя поворотами в указанных выше точках (этот случай рассматривается ниже).

Рассмотрим более подробно схемы переходов, изображенные на рис. 3.4, а и б.

Пусть осуществляется переход с внутренней орбиты на внешнюю. Выясним зависимость суммарного импульса скорости от высоты апоцентра r_{a_1} внутренней орбиты: $r_{\pi_1} = r_{\pi_2} = r_{a_2} = \text{const}$. Как видно из рис. 3.4, а при $r_{\pi_1} = \text{const}$ и $r_{a_2} = \text{const}$ переходная орбита 3 от r_{a_1} не зависит. Поэтому импульс $\Delta \vec{V}_2$ при изменении r_{a_1} остается постоянным. Импульс $\Delta \vec{V}_1$ при росте r_{a_1} уменьшается и при $r_{a_1} = r_{a_2}$ он равняется нулю ($\Delta V_1 = 0$). При дальнейшем росте r_{a_1} импульс ΔV_1 начинает снова расти. Следовательно, при переходе по схеме «а» минимум суммарного импульса скорости соответствует высоте $r_{a_1} = r_{a_2}$. При росте r_{a_1} выше r_{a_2} схема «а» заменяется схемой «б». Поэтому для дальнейшего снижения энергозатрат перехода между орбитами точки приложе-

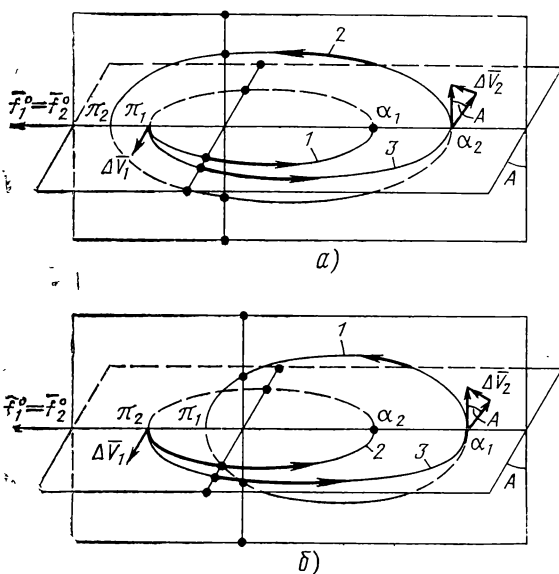


Рис. 3.4. Схемы оптимальных расположений орбит и межорбитальных переходов:

$$a - r_{\pi_1} < r_{\pi_2} \text{ и } r_{\alpha_1} < r_{\alpha_2}; \quad б - r_{\pi_1} < r_{\pi_2} \text{ и } r_{\alpha_1} > r_{\alpha_2}$$

1—первая орбита; 2—вторая орбита; 3—переходная орбита

ния импульсов (рис. 3.5) изменяются на 180° ($\varphi_1 = 180^\circ$ и $\varphi_2 = 0$).

3.2.3. Двухимпульсный переход с двумя поворотами между соапсидальными некомпланарными орбитами

Нам уже известно, что при апсидальном переходе, когда $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = 180^\circ$ или $\varphi_1 = 180^\circ$ и $\varphi_2 = 0$, углы A_1 и A_2 являются неопределенными (3.24). Это значит, что вектор интеграла площади переходной орбиты $\vec{c}$ может занять любое направление. Величина же его определена заданием высот апсидальных точек:

при переходе по схеме, изображенной на рис. 3.4, а

$$c = \sqrt{2\mu \frac{r_{\pi_1} r_{\alpha_2}}{r_{\pi_1} + r_{\alpha_2}}},$$

а при переходе по схеме, изображенной на рис. 3.4, б

$$c = \sqrt{2\mu \frac{r_{\pi_2} r_{\alpha_1}}{r_{\pi_2} + r_{\alpha_1}}}.$$

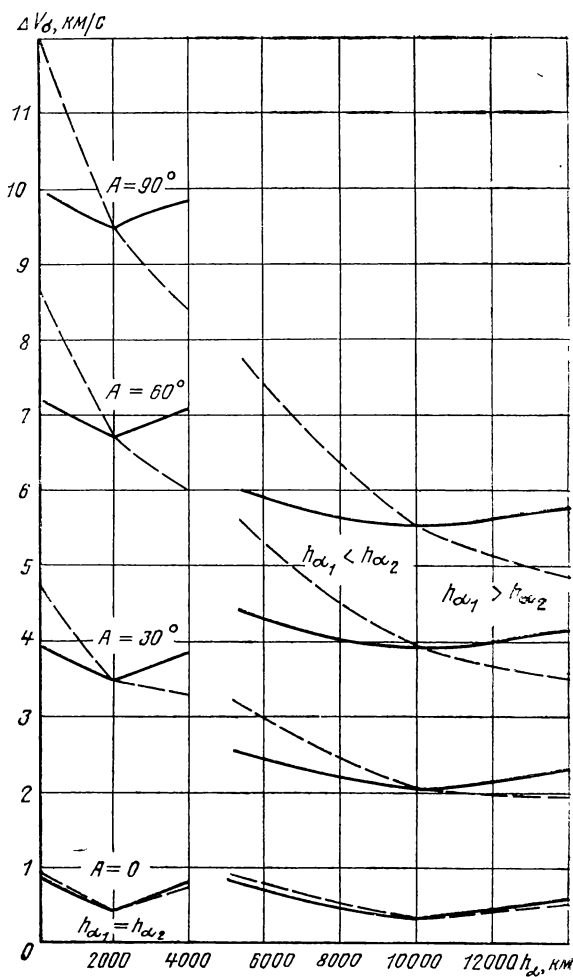


Рис. 3.5. Характеристическая скорость импульсного перехода между соосными эллиптическими орбитами:

$\omega_1=0$; $\omega_2=0$; $h_{\pi_1}=200$ км; $h_{\pi_2}=2000$ км;

— $\begin{cases} \varphi_1=0 \\ \varphi_2=\pi \end{cases}$ переход по схеме „а“;
 - - - $\begin{cases} \varphi_1=\pi \\ \varphi_2=0 \end{cases}$ переход по схеме „б“

Направление вектора переходной орбиты должно быть определено, исходя из условия $V_{\Sigma} = \min$. Таким образом, получаем апсидальный переход с двумя поворотами (рис. 3.6).

При апсидальном переходе радиальные составляющие скоростей в точках 1 и 2 равны нулю, т. е. $V_{ir} = 0$ и $V_{ir}'' = 0$, $i = 1, 2$. Поэтому выражение критериальной функции (3.21) упрощается и принимает вид

$$V_{\Sigma} = \frac{\Delta c_1}{r_1} + \frac{\Delta c_2}{r_2}. \quad (3.29)$$

При заданных значениях r_i , c_i , c , A величины Δc_1 и Δc_2 зависят только от угла A_1 :

$$\begin{aligned} \Delta c_1^2 &= c^2 + c_1^2 - 2cc_1 \cos A_1, \\ \Delta c_2^2 &= c^2 + c_2^2 - 2cc_2 \cos (A - A_1). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Из выражений (3.29) и (3.30) легко найти $A_{1\text{опт}}$ и $V_{\Sigma} = \min$, следовательно, $\Delta V_{1\text{опт}}$ и $\Delta V_{2\text{опт}}$.

Таким образом, апсидальный переход с двумя поворотами более выгоден, чем с одним поворотом.

Интересно это явление проследить на плане кинетических моментов, изображенном на рис. 3.7. Планы «а» и «б» соответствуют схемам «а» и «б» рис. 3.4. Векторы $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_2$ заданы. Модуль $|\vec{c}| = \text{const}$, но его направление неизвестно. Годограф $\vec{c}$ есть окружность радиуса $|\vec{c}|$.

Как видно из рисунка, при $A_1 = 0$ и $A_1 = A$ имеем двухимпульсные переходы с одним поворотом. При $A_1 = 0$ поворот осуществляется во второй точке, а при $A_1 = A$ — в первой точке. Когда угол A_1 лежит в пределах $0 < A_1 < A$, происходит двухимпульсный переход с двумя поворотами. При росте A_1 величина Δc_1 растет со значения $\Delta c_{1\text{min}}$ до значения $\Delta c_{1\text{max}}$, а Δc_2 падает с $\Delta c_{2\text{max}}$ до

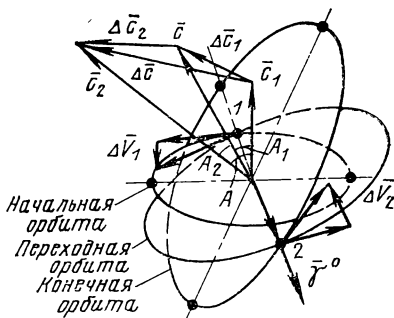


Рис. 3.6. Схема апсидального перехода с двумя поворотами

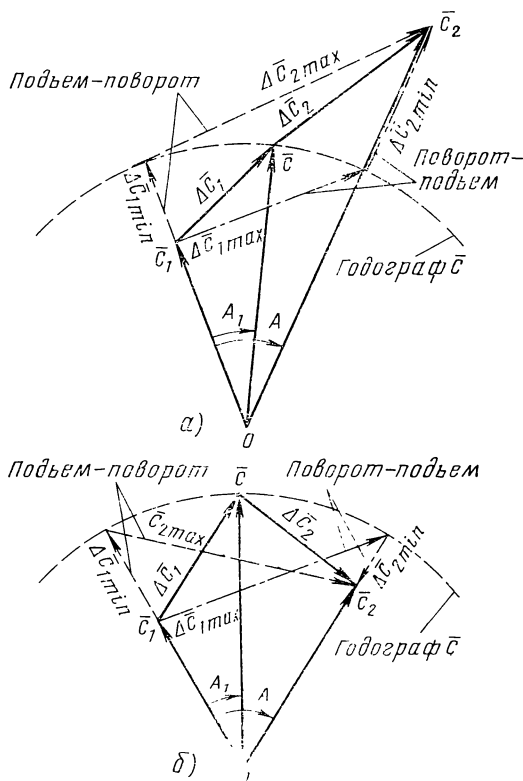


Рис. 3.7. План кинетических моментов

$\Delta c_{2 \min}$. Поэтому согласно (3.29) существует $A_{1 \text{ опт}}$, при котором импульс скорости $V_{\Sigma} = \min$.

3.2.4. Переход между соапсидальными некомпланарными орбитами с помощью микроимпульсов

Анализ плана вектора $\vec{c}$ дает интересный метод решения задачи перехода между соосными некомпланарными орбитами с помощью микроимпульсов.

Как и в случае макроимпульсов, микроимпульсы сообщаются космическому аппарату в моменты прохождения через линию пересечения орбит, т. е. в узлах. Каж-

дый микроимпульс dV_i приводит к изменению как вектора $\vec{c}$, так и вектора Лапласа $\vec{f}$ переходной орбиты.

Примем за элементарные изменения вектора $d\vec{c}$, вектора Лапласа $d\vec{f}$, угла dA и импульса скорости dV_z изменения указанных параметров от двух микроимпульсов, сообщаемых в апсидальных точках оскулирующей переходной орбиты.

Тогда согласно двухимпульсной схеме перехода с двумя поворотами элементарное приращение импульса скорости будет равно (рис. 3.8)

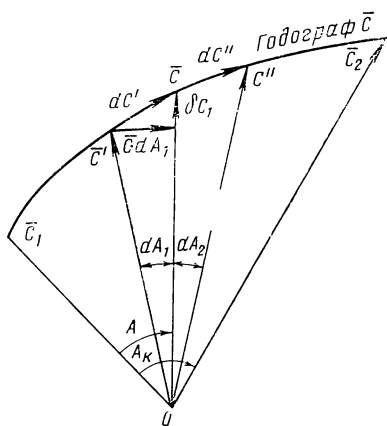


Рис. 3.8. План кинетических моментов, схемы микроимпульсного перехода

$$dV_z = \frac{dc^{(')}}{r^{(')}} + \frac{dc^{(n)}}{r^{(n)}}, \quad (3.31)$$

где $dc^{(')}$, $dc^{(n)}$ — элементы годографа; $r^{(')}$, $r^{(n)}$ — радиусы апсидальных точек оскулирующей переходной орбиты.

Элементы годографа $\vec{c}$ можно выразить через величину и скорость изменения модуля вектора $\dot{c}$

$$dc^{(i)} = \sqrt{c^2 + \dot{c}^2} dA_i, \quad i = 1, 2, \quad (3.32)$$

а радиусы апсидальных точек через векторы $\vec{c}$ и Лапласа $\vec{f}$ оскулирующей переходной орбиты

$$\left. \begin{aligned} r^{(')} &= \frac{c^2}{\mu + f}, \\ r^{(n)} &= \frac{c^2}{\mu - f}. \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

$$\text{Здесь } \dot{c} = \frac{\partial c}{\partial A} \text{ — изменение модуля вектора } \vec{c}. \quad (3.34)$$

Подставляя (3.32) и (3.33) в (3.31) и обозначая $\dot{A}_1 = \frac{dA_1}{dA}$, после преобразований найдем

$$V_{\Sigma} = \int_0^{A_k} \frac{\sqrt{c^2 + \dot{c}^2}}{c^2} (\mu - f + 2f\dot{A}_1) dA.$$

Кривые $c=c(A)$, $f=f(A)$, $A_1=A_1(A)$ должны быть найдены из условия $V_{\Sigma} = \min$ при заданных начальных и конечных параметрах

$$\begin{aligned} A &= 0, \quad A = A_k, \\ c &= c_1, \quad c = c_2, \\ f &= f_1, \quad f = f_2. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Найдем изменение вектора Лапласа, которое является в данном случае ограничением вариационной задачи.

Воспользуемся выражениями векторов интеграла площади и Лапласа

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \vec{r} \times \vec{V}, \\ \vec{f} &= -\mu \frac{\vec{r}}{r} + \vec{V} \times \vec{c}. \end{aligned}$$

Как было сказано, микроимпульсы сообщаются в апсидальных точках. Вследствие этого происходит изменение $\vec{c}$ и $\vec{f}$:

$$d\vec{c} = \vec{r} \times d\vec{V}, \quad (3.36)$$

$$d\vec{f} = d\vec{V} \times \vec{c} + \vec{V} \times d\vec{c}. \quad (3.37)$$

Умножая выражение (3.36) векторно на $\vec{r}$ и учитывая, что $d\vec{V} \perp \vec{r}$, найдем

$$d\vec{V} = \frac{d\vec{c} \times \vec{r}}{r^2}. \quad (3.38)$$

Подставляем (3.36) и (3.38) в (3.37) и, преобразуя, найдем

$$d\vec{f} = 2 \frac{\vec{c} d\vec{c}}{r^2} \vec{r}.$$

Отсюда, если сообщается импульс в перигентре, то

$$df_1 = 2 \frac{c \delta c^{(')}}{r^{(')}},$$

а если в апоцентре, то

$$df_2 = -2 \frac{c \delta c^{(n)}}{r^{(n)}}.$$

Суммарное изменение df с учетом (3.34) будет равно

$$df = df_1 + df_2 = 2 \frac{\dot{c}}{c} [\mu (dA_1 - dA_2) + f dA],$$

откуда получаем

$$\dot{f} = 2 \frac{\dot{c}}{c} (f - \mu + 2\mu \dot{A}_1) \quad (3.39)$$

— уравнение связи.

Таким образом, задача перехода между соосными некомпланарными орбитами с помощью микроимпульсов приводится к вариационной задаче Эйлера — Лагранжа, которая состоит в определении экстремума функционала

$$I = \int_0^{A_k} F(c, \dot{c}, f, \dot{f}, \dot{A}_1, \lambda) dA$$

среди функций $c(A)$, $f(A)$, $A_1(A)$, удовлетворяющих уравнению связи (3.39) и граничным соотношениям (3.35). Здесь

$$F = \frac{\sqrt{c^2 + \dot{c}^2}}{c^2} (\mu - f + 2f \dot{A}_1) + \lambda \left[\dot{f} - 2 \frac{\dot{c}}{c} (f - \mu + 2\mu \dot{A}_1) \right].$$

Экстремали функционала при переходе между эллиптическими орбитами получаются сложными и в квадратурах не решаются. Однако в случае перехода между круговыми некомпланарными орбитами задача имеет аналитическое решение.

В этом случае, так как оскулирующая переходная орбита остается близкой к круговой, то функционал упрощается и имеет вид

$$V_2 = \mu \int_0^{A_k} \frac{\sqrt{c^2 + \dot{c}^2}}{c^2} dA.$$

Решением уравнения Эйлера является

$$c = c_m \cos(A - A_m),$$

где $c_m = \frac{\Delta c}{\sin A_k},$

$$\operatorname{tg} A_m = \frac{c_2 - c_1 \cos A_k}{c_1 \sin A_k},$$

$$\Delta c^2 = c_1^2 + c_2^2 - 2c_1 c_2 \cos A_k.$$

Характеристическая скорость при этом равна

$$V_{\Sigma \min} = \mu \frac{\Delta c}{c_1 c_2}.$$

Это уравнение после замены $c_1^2 = \mu r_1$ и $c_2^2 = \mu r_2$ примет вид

$$V_{\Sigma \min} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2 \cos A_k},$$

где V_1, V_2 — круговые скорости начальной и конечной орбит.

Для сравнения приведем из книги [27] приближенную формулу V_{Σ} при выполнении маневра поворота плоскости круговой орбиты (на угол A_k) с одновременным изменением радиуса (с r_1 до r_2) с помощью двигателя малой тяги

$$V_{\Sigma} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} A_k\right)}.$$

Здесь предполагалось, что двигатель включен на всей траектории. Радиальная компонента вектора тяги полагалась равной нулю, компоненты даны по вектору скорости и по (против) нормали к мгновенной плоскости орбиты (смена знака нормальной компоненты происходит на диаметре, перпендикулярном к линии узлов). Абсолютные величины этих двух компонент вектора тяги считаются медленно меняющимися функциями времени.

Из сравнения $V_{\Sigma \min}$ и V_{Σ} видно, что в последнем случае переход осуществляется как бы между орбитами, имеющими угол некомпланарности $A = \frac{\pi}{2} A_k$. А это значит, что $V_{\Sigma} > V_{\Sigma \min}$.

3.3. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ПЛАНЕТОЦЕНТРИЧЕСКИХ ОРБИТ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ОПТИМАЛЬНЫЙ ПЕРЕХОД

Рассмотрим две задачи.

Первая — оптимальный переход между двумя произвольными планетоцентрическими орбитами. Из разд. 3.2 известно, что существует оптимальное расположение двух орбит, переход между которыми осуществляется с наи-

меньшей затратой импульса скорости. При задании произвольных орбит оптимальный переход между этими орбитами может быть осуществлен только путем перехода на промежуточную орбиту. Задача управления движением КА заключается в переходе на такую промежуточную орбиту, двигаясь по которой под действием возмущающих сил от сжатия планеты, КА переходит на орбиту, занимающую оптимальное положение по отношению к конечной орбите.

Вторая задача — переход между гиперболами прилета и отлета при межпланетных полетах КА с выходом на орбиту искусственного спутника планеты. В гл. 1 (разд. 1.4.2) было показано, что переходы между гиперболой прилета и эллиптической орбитой искусственного спутника планеты и обратно между эллиптической орбитой и гиперболой отлета осуществляются с минимальной затратой импульса скорости, если плоскости и линии апсид этих орбит совпадают. Однако известно, что для реальных траекторий межпланетных перелетов плоскости и линии апсид гипербол прилета и отлета, как правило, не совпадают. Отсюда вытекает задача определения такой орбиты искусственного спутника планеты, который, двигаясь под действием только возмущающих сил от сжатия планеты, переходит с оптимальной орбиты относительно гиперболы прилета на оптимальную по отношению к гиперболе отлета.

Покажем, что поставленные задачи имеют действительные решения. Начнем со второй задачи, так как она более простая.

3.3.1. Переход между гиперболами прилета и отлета

Определение углов ω и Ω . Пусть на границе сферы действия планеты задан вектор скорости $\vec{V}_\infty$, выбранный из условия наименьших энергетических затрат для межпланетного перелета при определенной дате старта $t_{\text{ст}}$.

Выберем систему координат с началом в центре планеты. Ось Ox направим в точку весеннего равноденствия γ , ось Oz совпадает с осью вращения планеты, Oy дополняет систему осей Ox и Oz до правой (рис. 3.9).

Перенесем направление вектора скорости $\vec{V}_\infty$ в начало координат. Обозначим угол между вектором $\vec{V}_\infty$ и его

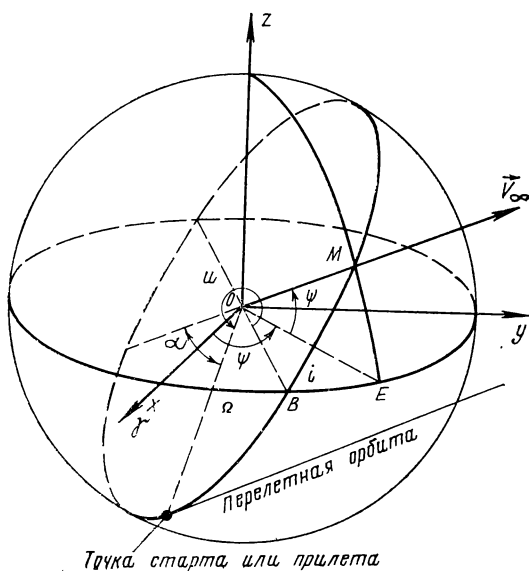


Рис. 3.9. Схема старта с планетоцентрической орбиты и прилета на эту орбиту

проекцией на экваториальную плоскость через φ , а угол между указанной проекцией вектора $\vec{V}_\infty$ и его направлением в точку весеннего равноденствия через ψ . Старг происходит по касательной к стартовой орбите.

Между величинами φ , ψ и параметрами орбиты (долготой узла Ω и наклонением i) существует зависимость, получаемая из сферического треугольника BME (см. рис. 3.9)

$$\Omega = \psi - \arcsin \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} i}. \quad (3.40)$$

Из формулы (3.40) следует, что наклонение промежуточной орбиты может быть выбрано только в диапазоне

$$|\varphi| \leq i \leq |\pi - \varphi|. \quad (3.41)$$

Формула (3.40) дает возможность определить положение промежуточной орбиты при заданных φ и ψ и выбранном наклонении i .

Пусть заданы вектор скорости прилета $\vec{V}_1(\varphi_1, \psi_1)$ в момент t_1 на границе сферы действия планеты-цели и

аналогичный вектор скорости отлета $\vec{V}_2(\varphi_2, \psi_2)$ в момент $t_2 = t_1 + t_{\text{ож}}$ (где $t_{\text{ож}}$ — время ожидания на промежуточной орбите).

Рассмотрим общий случай, когда орбита ожидания у планеты — эллиптическая. Радиус перицентра r_π — задан.

Необходимо определить параметры орбиты ожидания (i и r_a), причем направление прилета в момент t_1 и направление отлета в момент t_2 должны совпадать с заданными направлениями $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$.

Определим изменения $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ и $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. На основании формулы (3.40) при заданных $V_1(\varphi_1, \psi_1)$ и $V_2(\varphi_2, \psi_2)$ и фиксированном наклонении i можно вычислить долготы восходящего узла орбиты ожидания в моменты t_1 и t_2

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \psi_1 - \arcsin \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} i}, \\ \Omega_2 &= \psi_2 - \arcsin \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} i},\end{aligned}\tag{3.42}$$

(с точностью $2\pi n$, $n=0, 1, \dots$).

Аналогично можно показать, что по вектору прилета $\vec{V}_1$ и r_π — радиусу перицентра прилетной гиперболической орбиты можно найти положение перицентра на этой орбите. Переход с прилетной гиперболической на эллиптическую орбиту ожидания происходит в точке, являющейся одновременно перицентрами обеих орбит (см. гл. 1). Положение перицентра на эллиптической орбите ожидания в момент t_1 определяется углом u_1 , отсчитываемым от линии узлов в направлении, противоположном движению часовой стрелки (см. рис. 3.9)

$$u_1 = \pi + \alpha_1 + \arccos [\cos \varphi_1 \cos (\psi_1 - \Omega_1)],$$

где $\alpha_1 = \arccos \frac{1}{e_1}$ — угол между осью аписид и асимптотой гиперболической орбиты прилета; e_1 — эксцентриситет прилетной гиперболической орбиты, вычисляемый по формуле $e_1 = 1 + \frac{r_\pi}{a_1}$ (где $a_1 = \mu/V_1^2$).

По аналогичным формулам определяется и положение перицентра u_2 в момент t_2 .

Определение параметров промежуточной орбиты. Изменения положения долготы восходящего узла орбиты и

угла поворота линии апсид в плоскости орбиты, возникающие вследствие действия сил от сжатия планеты, должны равняться разности углов $\Omega_2 - \Omega_1$ и $u_2 - u_1$, характеризующих положение восходящего узла и перигентра эллиптической орбиты ожидания в моменты времени t_1 и t_2

$$\Delta\Omega(t) = \Omega_2 - \Omega_1 = \Delta\Omega_0 + n_\Omega 2\pi, \quad (3.43)$$

$$\Delta\omega(t) = u_2 - u_1 = \Delta\omega_0 + n_\omega 2\pi, \quad (3.44)$$

где $\Delta\Omega_0 = (\Omega_2 - \Omega_1)_0$, $\Delta\omega_0 = (\omega_2 - \omega_1)_0$ — в пределах одного оборота восходящего узла и линии апсид; n_Ω, n_ω — числа оборотов восходящего узла и линии апсид.

С другой стороны

$$\Delta\Omega(t) = \dot{\Omega} t_{\text{ож}}, \quad (3.45)$$

$$\Delta\omega(t) = \dot{\omega} t_{\text{ож}}, \quad (3.46)$$

где $\dot{\Omega}$ и $\dot{\omega}$ определяются формулами (3.2) и (3.3).

Если обозначить через $f_\Omega(i) = \frac{\Delta\Omega_0}{2\pi}$, $f_\omega(i) = \frac{\Delta\omega_0}{2\pi}$,

$$\begin{aligned} f_\Omega(i) &= \frac{1}{2\pi} \left[\psi_2 - \psi_1 + \arcsin \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} i} - \arcsin \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} i} \right]_0, \\ f_\omega(i) &= \frac{1}{2\pi} \left[\alpha_2 - \alpha_1 + \arccos \left(\cos \varphi_2 \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_2}{\operatorname{tg}^2 i}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \arccos \left(\cos \varphi_1 \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_1}{\operatorname{tg}^2 i}} \right) \right]_0; \\ B &= \frac{1}{2} \left(\frac{R_\oplus}{p} \right)^2 \frac{I}{T} = \frac{A}{p^2 a^{3/2}}, \\ (0 \leq f_\Omega(i) \leq 1; 0 \leq f_\omega(i) \leq 1), \end{aligned}$$

где
$$A = \frac{I}{4\pi} \sqrt{\mu} R_\oplus^2, \quad (3.47)$$

то равенства (3.43) — (3.46) примут вид

$$\left. \begin{aligned} -B t_{\text{ож}} \cos i &= f_\Omega(i) + n_\Omega = \frac{\Delta\Omega_0}{2\pi} + n_\Omega, \\ B t_{\text{ож}} (5 \cos^2 i - 1) &= f_\omega(i) + n_\omega = \frac{\Delta\omega_0}{2\pi} + n_\omega. \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

Величины n_Ω и n_ω принимают любые допустимые условиями задачи целочисленные значения $(0, \pm 1, \pm 2, \dots)$,

а наклонение i , в силу неравенств (3.41) может изменяться в области $\varphi_0 \leq i \leq \pi - \varphi_0$, где $\varphi_0 = \max(|\varphi_1|, |\varphi_2|)$.

Таким образом, получим систему (3.48) двух уравнений с двумя неизвестными величинами i и B , решение которой будет приведено ниже.

Предположим, что нам удалось каким-то способом найти хотя бы одно решение этой системы.

Зная i , можем по формуле (3.42) определить долготу восходящего узла орбиты ожидания в момент t_1 . По величине B (т. е. по фокальному параметру p) находим радиус в апоцентре эллиптической орбиты ожидания, ее эксцентриситет и большую полуось:

$$r_a = \frac{pr_\pi}{2r_\pi - p}, \quad e = \frac{p - r_\pi}{r_\pi}, \quad a = \frac{p}{1 - e^2}.$$

Аргумент перигентра в момент t_1 равен u_1 .

Систему уравнений (3.48) можно представить в удобном для расчетов виде

$$n_\Sigma = f(i)[n_\omega + f_\omega(i)] - f_\Sigma(i), \quad (3.49)$$

$$B = \frac{n_\Sigma + f_\Sigma(i)}{-2t_{\text{ож}} \cos i}, \quad (3.50)$$

где
$$f(i) = -\frac{2 \cos i}{5 \cos^2 i - 1},$$

и решить одним из аналитических методов или графически.

Пример решения задачи. Был проведен расчет параметров орбиты ожидания при полете к Марсу в 1975 г. Оптимальная дата старта с Земли — 6 сентября 1975 г. Время перелета $t_\pi \approx 350$ дней, оптимальная дата отлета к Земле 27 июля 1977 г. Таким образом, время ожидания $t_{\text{ож}} = 334$ суток. Из решения гелиоцентрического участка определены координаты скоростей входа в сферу и выхода из сферы действия Марса $V_1 = 2624,5$ м/с; $\varphi_1 = 4^\circ, 113$; $\psi_1 = 347^\circ, 145$; $V_2 = 2902$ м/с; $\varphi_2 = 38^\circ, 863$; $\psi_2 = 92^\circ, 541$.

Высота перигентра орбиты ожидания $h_\pi = 200$ км. Коэффициент, учитывающий нецентральность поля тяготения Марса, $I = 0,003$ [28].

При этих значениях параметров с помощью формулы (3.49) построен график зависимости $i(n_\Sigma, n_\omega)$, изображенный на рис. 3.10. Из этого графика для целочисленных значений n_Σ и n_ω определены значения наклонений

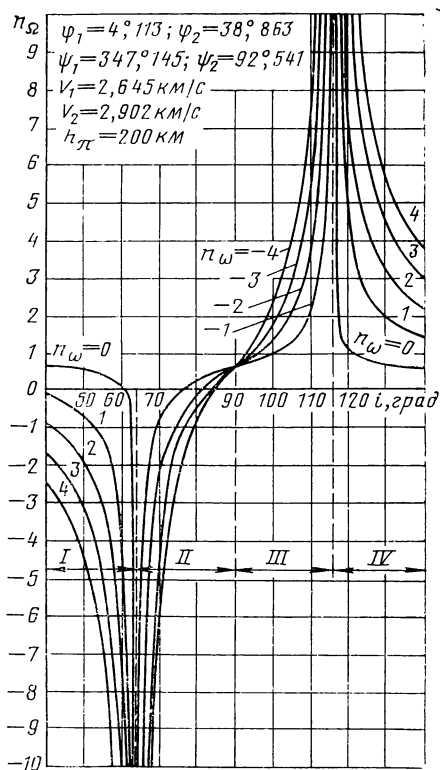


Рис. 3.10. Значения i в зависимости от n_{Ω} и n_{ω} . Полет к Марсу; старт с Земли 6 сентября 1975 г.

i плоскости орбиты ожидания у Марса (табл. 3.1). Затем для найденных значений i и n_{Ω} по формуле (3.50) вычислены значения B , из которых по (3.47) найдены высоты апоцентра h_a (табл. 3.2).

Как видно из табл. 3.2, каждой паре (n_{Ω}, n_{ω}) в области существования решения соответствует единственное решение i , h_a , удовлетворяющее условию задачи.

Для случая круговых орбит используется только уравнение (3.50), и одному значению n_{Ω} отвечает бесчисленное множество решений $h_{кр}(i)$. Фиксируя i , фиксируем и $h_{кр}$ для данного n_{Ω} .

В гл. 1 (разд. 1.4.1) было показано, что наибольшая экономия в импульсе скорости достигается при выходе на

Таблица 3.1

Значения наклонений i [град] плоскости орбиты ожидания у Марса в зависимости от n_Q и n_ω

n_ω	Число оборотов восходящего узла, n_Q								
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4	72	73,5	75,5	79	84,3	92,3	98,7	102,5	105,5
-3	70	71,5	73,5	77	83	93	101	105,5	108
-2	68	69	70,5	73,5	80,5	94,5	104	108	110,5
-1	65,5	66	67	69	74,5	98,5	109,5	112	113,5
0	63	63	63	62,5	61,5	121,5	117,5	117	117
1	60	59,5	58	54	39		130	123,5	121
2	57	55	51,5	42,5				131	126
3	53,5	50	44					141	132
4	49,5	45							138,5

Таблица 3.2

Значения $h_a(n_Q, n_\omega)$ при $h_\pi = 200$ км

n_ω	Число оборотов восходящего узла, n_Q								
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4			420	810	1320	1230	890	480	
-3			680	1120	1860	1950	1510	910	460
-2		500	1000	1740	2880	3310	2140	1230	690
-1	300	760	1350	2450	4900	6450	3230	1700	980
0	500	1000	1740	3390	7250	16600	4570	2240	1260
1	690	1230	2180	4360	11000		6300	2950	1620
2	850	1550	2750	5250				3540	1950
3	1050	1860	3230					4170	2340
4	1230	2090							2630

сильно вытянутые эллиптические орбиты. Как видно из табл. 3.2, такие орбиты получаются только при $(n_Q, n_\omega) = (0, 1)$ и $(1, 0)$.

3.3.2. Переход между планетоцентрическими орбитами (общий случай)

Определение параметров промежуточной орбиты. Рассмотрим общий случай, когда прецессируют обе орбиты, т. е. $\vec{c}_1, \vec{f}_1, \vec{c}_2, \vec{f}_2$ — функции времени. Случай характерен переходу между двумя летательными аппаратами, вращающимися по разным орбитам.

Из выражения критериальной функции (3.28) видно, что взаимное расположение орбит определяется углами $\omega_1, \omega_2, \Delta\Omega$. Исходя из разд. 3.2, оптимальные значения этих углов равны

$$\left. \begin{aligned} \omega_{1\text{опт}} &= 0, \\ \omega_{2\text{опт}} &= 0, \\ \Delta\Omega_{\text{опт}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

Для одновременного обеспечения оптимальных значений указанных углов необходимо применить управление, которое бы способствовало переходу орбиты из любого состояния в оптимальное.

Управление основывается на изменении скорости прецессии восходящего узла $\dot{\Omega}$ и углового расстояния перигентра от узла $\dot{\omega}$ путем перехода из начальной орбиты на промежуточную.

Определим параметры промежуточной орбиты, для которой справедливы следующие уравнения:

$$\omega_{\text{опт}} = \omega(0) + \dot{\omega}t - 2\pi n_{\omega}, \quad (3.52)$$

$$\Delta\Omega_{\text{опт}} = \Delta\Omega(0) + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_2)t - 2\pi n_{\Omega}. \quad (3.53)$$

Время должно удовлетворять условию

$$\omega_{2\text{опт}} = \omega_2(0) + \dot{\omega}_2t - 2\pi n_{\omega_2}. \quad (3.54)$$

Если обозначить через

$$\begin{aligned} f_{\Omega} &= [\Delta\Omega_{\text{опт}} - \Delta\Omega(0)] \frac{1}{2\pi}, \\ f_{\omega} &= [\omega_{\text{опт}} - \omega(0)] \frac{1}{2\pi}, \\ (0 \leq f_{\Omega} \leq 1; 0 \leq f_{\omega} \leq 1), \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$B = \frac{A}{p^2 a^{3/2}}, \quad B_2 = \frac{A}{p_2^2 a_2^{3/2}},$$

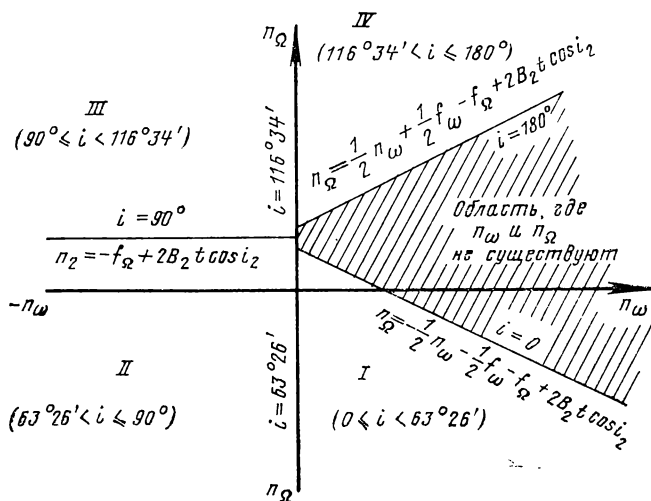


Рис. 3.11. Области существования n_Ω , n_ω

где $A = \frac{I \sqrt{\mu} R_9^2}{4\pi}$, то равенства (3.52) и (3.53) примут вид

$$\left. \begin{aligned} -2Bt \cos i &= f_\Omega + n_\Omega - 2B_2 t \cos i_2, \\ Bt(5 \cos^2 i - 1) &= f_\omega + n_\omega. \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

Величины n_Ω , n_ω принимают любые допустимые условиями задачи целочисленные значения $(0, \pm 1, \pm 2, \dots)$.

Систему уравнений (3.56) можно представить в удобном для расчетов виде

$$n_\Omega = (n_\omega + f_\omega) f(i) - f_\Omega + 2B_2 t \cos i_2, \quad (3.57)$$

$$B = \frac{n_\Omega + f_\Omega - 2B_2 t \cos i_2}{-2t \cos i}. \quad (3.58)$$

Получим систему уравнений, похожую по структуре с уравнениями (3.49) и (3.50). Но уравнение (3.57) в отличие от (3.49) имеет более простую зависимость от наклона i и имеет аналитическое решение

$$\cos i = \frac{n_\omega + f_\omega + \sqrt{(n_\omega + f_\omega)^2 + 5(n_\Omega + f_\Omega - 2B_2 t \cos i_2)^2}}{5(n_\Omega + f_\Omega - 2B_2 t \cos i_2)}. \quad (3.59)$$

Параметры промежуточной орбиты определяются параметрами конечной орбиты $h_{a_2}, h_{\pi_2}, i_2, \Omega_2$. Область существования параметров n_2, n_ω и четверти нахождения наклонений i определяются по уравнениям (3.57), границы которых соответствуют значениям $i=0, \arccos \sqrt{\frac{1}{5}}, 90^\circ, \arccos\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right), 180^\circ$, при которых выражение $f(i)$

принимает значения $f(i) = -1/2, -\infty, 0, \infty, 1/2$ соответственно. Эти области (рис. 3.11) I—IV соответствуют областям, изображенным на рис. 3.10.

Задача решается следующим образом. При известных значениях f_2, f_ω, B_2, i_2 задаются из области существования целочисленные значения n_2 и n_ω , и по уравнению (3.59) определяется величина угла наклона промежуточной орбиты. Затем с помощью уравнения (3.58) вычисляется значение $B(h_a, h_\pi, t)$ промежуточной орбиты. Заменяя время полета по промежуточной орбите его выражением из (3.54), найдем высоты апоцентра и перицентра из формулы (3.55).

Энергетика пертурбационного перехода между орбитами состоит из двух частей: энергетики перехода между начальной и промежуточной орбитами и энергетики перехода между промежуточной и конечной орбитами.

Энергетика перехода между начальной и промежуточной орбитами. Рассмотрим две схемы такого перехода. Считается, что большая полуось a и эксцентриситет e промежуточной орбиты определены, исходя из условия удовлетворения (3.51):

$$\Delta\Omega_{\text{опт}}, \Omega_{2\text{опт}} \text{ и } \Omega_{\text{опт}}.$$

Первая схема перехода. Переход из начальной орбиты на промежуточную осуществляется двумя импульсами. Первым импульсом скорости ΔV_1 , сообщаемым в перицентре начальной орбиты, орбита изменяется таким образом, чтобы получилась высота апоцентра $h_a = a(1+e) - R$.

Второй импульс скорости ΔV_2 , сообщаемый в узле, ближайшем к апоцентру, поворачивает орбиту относительно узловой линии $\Omega - \Omega'$ на угол $\Delta i = i - i_2$ (рис. 3.12).

Величины импульсов скорости определяются по формулам

$$\Delta V_1 = V_{\pi_1} - V_\pi = \sqrt{\frac{\mu}{a_1} \frac{r_{a_1}}{r_{\pi_1}}} - \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{r_a}{r_{\pi_1}}},$$

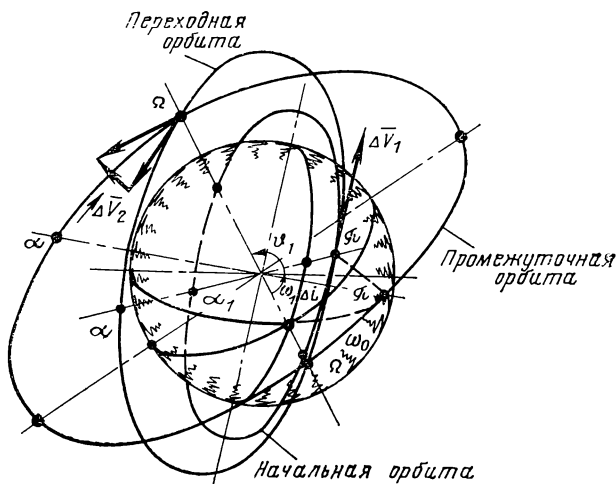


Рис. 3.12. Первая схема перехода между начальной и промежуточной орбитами

$$\Delta V_2 = 2V_n \sin \frac{\Delta i}{2},$$

где

$$V_n = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \vartheta_1),$$

$$\vartheta_1 = \pi - \omega_1 \text{ при } -\frac{\pi}{2} \leq \omega_1 \leq \frac{\pi}{2},$$

$$\vartheta_1 = 2\pi - \omega_1 \text{ при } \frac{\pi}{2} \leq \omega_1 \leq \frac{3}{2}\pi.$$

После перехода имеем $\Omega(0) = \Omega_1$, $\omega(0) = \omega_1$.

Суммарная энергетика перехода равна $V_\Sigma = \Delta V_1 + \Delta V_2$.

Вторая схема перехода из начальной орбиты на промежуточную. Переход между начальной и промежуточной орбитами осуществляется одним импульсом, сообщаемым КА в одном из узлов, расположенном в области апоцентра. Величина и направление импульса выбираются из условия обеспечения заданного изменения наклона орбиты $A = \Delta i = i - i_1$ и заданных значений высот апоцентра h_a и перигея h_p промежуточной орбиты, определяемых в свою очередь из условия удовлетворения $\Delta \Omega_{\text{опт}}$, $\omega_{\text{п.опт}}$ и $\omega_{2\text{опт}}$ (3.51). Исходя из рис. 3.13, величина импульса скорости определяется по формуле

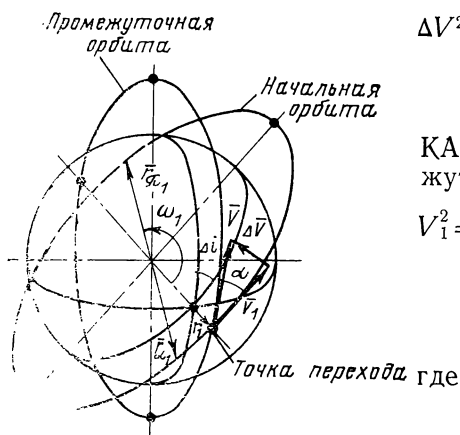


Рис. 3.13. Вторая схема перехода между начальной и промежуточной орбитами

$$\Delta V^2 = V^2 + V_1^2 - 2VV_1 \cos \alpha. \quad (3.60)$$

Значения скоростей КА на начальной и промежуточной орбите равны

$$V_1^2 = \frac{\mu}{p_1} (1 + 2e_1 \cos \vartheta_1 + e_1^2),$$

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right),$$

$$r_1 = \frac{p}{1 + e_1 \cos \vartheta_1}$$

$$\vartheta_1 = \pi - \omega_1 \text{ при}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \omega_1 \leq \frac{\pi}{2},$$

$$\vartheta_1 = 2\pi - \omega_1 \text{ при } \frac{\pi}{2} \leq \omega_1 \leq \frac{3}{2}\pi.$$

Здесь $\mu = \gamma M$ — гравитационная постоянная планеты; p_1, e_1, ϑ_1 — фокальный параметр, эксцентриситет, истинная аномалия начальной орбиты; r_1 — радиус точки перехода; a — большая полуось промежуточной орбиты.

Угол α между скоростями $\vec{V}$ и $\vec{V}_1$ определяется по формуле

$$\cos \alpha = \sin \theta_1 \sin \theta + \cos \theta_1 \cos \theta \cos \Delta i, \quad (3.61)$$

где θ — угол возвышения скорости полета над местным горизонтом.

Из (3.60) и (3.61) видно, что существует оптимальное значение угла θ , удовлетворяющее условию $\Delta V = \min$, равное

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{опт}} = \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\cos \Delta i}. \quad (3.62)$$

Из этого выражения видно, что $\theta_{\text{опт}}$ имеет тот же знак, что и θ_1 , причем $|\theta_{\text{опт}}| \geq |\theta_1|$.

Подставляя (3.62) в (3.61), имеем $\sin(\alpha_{\text{опт}}) = \cos \theta_1 \sin \Delta i$. Отсюда вытекает, что $|\alpha_{\text{опт}}| \leq |\Delta i|$.

Определим аргумент перигея $\omega(0)$ и угла $\Omega(0)$ промежуточной орбиты.

Так как переход осуществляется в одном из узлов, то $\Omega(0) = \Omega_1$.

Аргумент перицентра $\omega(0)$ зависит от выбора узла, в котором сообщается импульс, и от значений ϑ_1 .

Как было сказано выше, для уменьшения ΔV будем сообщать импульс в том узле, для которого значение истинной аномалии от узла ϑ_1 лежит в пределах $\pi/2 \leq \vartheta_1 \leq \leq 3\pi/2$.

Пусть в этом пределе лежит восходящий узел. Тогда $\omega(0) = 2\pi - \vartheta$.

Если же в указанном пределе лежит нисходящий узел, то $\omega(0) = \pi - \vartheta$.

Значение угла ϑ определяется совместно с уравнением (3.62) из известного выражения $\operatorname{tg} \theta = \frac{r_1 e}{p} \sin \vartheta$:

$$\sin \vartheta = \frac{p}{er_1} \frac{\operatorname{tg} \vartheta_1}{\cos \Delta i},$$

$$\cos \vartheta = \left(\frac{p}{r_1} - 1 \right) \frac{1}{e}.$$

Сравнение одно- и двухимпульсного переходов. Рассмотренные две схемы перехода между начальной и промежуточной орбитами сравниваются по импульсу скорости. Для примера в качестве промежуточной орбиты принималась орбита с параметрами: $h_\pi = 1000$ км, $h_\alpha = 5000$ км, угол некомпланарности орбит $A = 40^\circ$. Высота перигея начальной орбиты $h_{\pi_1} = 300$ км, а высота апогея и аргумент перигея изменялись в пределах: $h_{\alpha_1} = 1000 \div \div 5000$ км, $\omega_1 = -90 \div -270^\circ$.

Таблица 3.3

h_{α_1} , км	Схемы перехода между начальной и промежуточной орбитами, V_Σ , м/с									
	$\omega_1 = 0$		$\omega_1 = 30^\circ$		$\omega_1 = 60^\circ$		$\omega_1 = 90^\circ$		$\omega_1 = 120^\circ$	
	одноим- пульсная	двухим- пульсная	одноим- пульсная	двухим- пульсная	одноим- пульсная	двухим- пульсная	одноим- пульсная	двухим- пульсная	одноим- пульсная	двухим- пульсная
1000	5308	4195	5338	4325	5422	4684	5538	5172	5422	4683
2000	4770	3959	4837	4089	5024	4448	5288	4936	5026	4447
3000	4308	3759	4406	3889	4683	4248	5074	4736	4683	4247
4000	3905	3612	4030	3742	4387	4101	4892	4589	4387	4100
5000	3548	3763	3700	3893	4130	4252	4737	4740	4131	4251

Результаты расчета (для Земли) приведены в табл. 3.3.

Из таблицы следует, что независимо от значений аргумента перигея ω_1 при малой высоте апогея начальной орбиты выгоднее двухимпульсная схема перехода по сравнению с одноимпульсной. Но при увеличении высоты апогея h_{a_1} становится выгодной одноимпульсная схема перехода.

Энергетика перехода между промежуточной и конечной орбитами. В конце взаимной прецессии за время t конечная и промежуточная орбиты занимают положение, отвечающее условию (3.51). Поэтому имеет место апсидальный переход, описанный в разд. 3.2.

В этом случае энергетика двухимпульсного перехода с одним поворотом между промежуточной и конечной орбитами равна

$$\Delta V_1 = V'_\pi - V_\pi,$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{V'^2_\alpha + V^2_{a_2} - 2V'_\alpha V_{a_2} \cos \Delta i}$$

при

$$h_\alpha < h_{a_2} \text{ и}$$

$$\Delta V_1 = \left(V'^2_\alpha + V^2_{a_2} - 2V'_\alpha V_{a_2} \cos \Delta i \right)^{1/2},$$

$$\Delta V_2 = V'_\pi - V_{\pi_2}$$

при

$$h_\alpha > h_{a_2}.$$

Здесь V'_α , V'_π — скорости космического аппарата в апоцентре и перцентре переходной орбиты; V_α , V_π — промежуточной орбиты; V_{a_2} , V_{π_2} — конечной орбиты, h_α , h_{a_2} — высоты апоцентра переходной и конечной орбит.

Алгоритмы расчета общих энергозатрат. Общая энергетика перехода между орбитами вычисляется для случая двухимпульсной схемы перехода между начальной и промежуточной орбитами. Для этой схемы составлен следующий алгоритм расчета общей энергетике. Считаются заданными параметры начальной и конечной орбит в начальный момент времени

$$h_{\alpha j}, h_{\pi j}, i_j, \omega_j, \Omega_j \quad (j=1, 2).$$

Краевые значения параметров ω , $\Delta\Omega$, ω_2 равны

$$\begin{aligned} \omega(0) &= \omega_{10}, & \omega(k) &= 0, \\ \Delta\Omega(0) &= \Omega_1(0) - \Omega_2(0), & \Delta\Omega(k) &= 0, \\ \omega_2(0) &= \omega_{20}, & \omega_2(k) &= 0. \end{aligned}$$

Общая энергетика определяется по формулам

$$f_{\omega} = -\frac{\omega(0)}{2\pi}; \quad f_{\Omega} = -\frac{\Delta\Omega(0)}{2\pi}; \quad f_{\omega_2} = -\frac{\omega_2(0)}{2\pi};$$

$$A = \frac{I V_{\mu}^{-}}{4\pi} R_3^2;$$

$$B_2 = \frac{A}{p_2^2 a_2^{3/2}};$$

$$t = \frac{n_{\omega_2} + f_{\omega_2}}{B_2(5 \cos^2 i_2 - 1)}; \rightarrow t(n_{\omega_2});$$

$$\cos i = -\frac{n_{\omega} + f_{\omega} + \sqrt{(n_{\omega} + f_{\omega})^2 + 5(n_{\Omega} + f_{\Omega} - 2tB_2 \cos i_2)^2}}{5(n_{\Omega} + f_{\Omega} - 2tB_2 \cos i_2)}; \rightarrow$$

$$\rightarrow i(n_{\Omega}, n_{\omega}, n_{\omega_2}).$$

Четверти угла i определяются согласно рис. 3.11.

$$B = -\frac{n_{\Omega} + f_{\Omega} - 2tB_2 \cos i_2}{2t \cos i};$$

$$p^2 a^{3/2} = \frac{A}{B}; \rightarrow h_{\alpha}, h_{\pi}(n_{\Omega}, n_{\omega}, n_{\omega_2});$$

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{a_1} \frac{r_{\alpha_1}}{r_{\pi_1}}} - \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{r_{\alpha}}{r_{\pi}}}.$$

$$\text{Если } \left(-\frac{\pi}{2} \leq \omega_1 \leq \frac{\pi}{2}\right), \text{ то } (\vartheta = \pi - \omega_1),$$

$$\text{иначе } (\vartheta = 2\pi - \omega_1); \Delta i = |i_1 - i|;$$

$$\Delta V_2 = 2 \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \vartheta) \sin \frac{\Delta i}{2};$$

$$a' = \frac{1}{2}(r_{\pi} + r_{\alpha_2}); \quad V'_{\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{a'} \frac{r_{\alpha_2}}{r_{\pi}}}; \quad V'_{\alpha} = \sqrt{\frac{\mu}{a'} \frac{r_{\pi}}{r_{\alpha_2}}};$$

$$a'' = \frac{1}{2}(r_{\pi_2} + r_{\alpha}); \quad V''_{\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{a''} \frac{r_{\alpha}}{r_{\pi_2}}}; \quad V''_{\alpha} = \sqrt{\frac{\mu}{a''} \frac{r_{\pi_2}}{r_{\alpha}}};$$

$$\text{Если } (h_{\alpha} < h_{\alpha_2}), \text{ то } \{\Delta V_3 = V'_{\pi} - V_{\pi}; \Delta V_4 =$$

$$= (V_{\alpha}'^2 + V_{\alpha_2}^2 - 2V_{\alpha}' V_{\alpha_2} \cos \Delta i)^{1/2}\},$$

$$\text{иначе } \{\Delta V_3 = (V_{\alpha}^2 + V_{\alpha_2}^2 - 2V_{\alpha} V_{\alpha_2} \cos \Delta i)^{1/2}; \Delta V_4 = V''_{\pi} - V_{\pi_2}\};$$

$$V_{\Sigma} = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4 = \min_{n_{\Omega}, n_{\omega}, n_{\omega_2}} V_x(n_{\Omega}, n_{\omega}, n_{\omega_2}).$$

В случае использования одноимпульсной схемы перехода между начальной и промежуточной орбитами процесс расчета общей энергетики несколько усложняется в связи с тем, что аргумент перицентра промежуточной орбиты $\omega(0)$ сам является функцией параметров промежуточной орбиты (h_π , h_σ). Поэтому алгоритм расчета приобретает следующий вид.

Заданы $h_{\sigma j}$, $h_{\pi j}$, i_j , ω_j , Ω_j , ($j=1, 2$) и

$$\Delta\Omega(0) = \Omega_1(0) - \Omega_2(0), \quad \Delta\Omega(k) = 0,$$

$$\omega_2(0) = \omega_{20}; \quad \omega_2(k) = 0,$$

$$\omega(\dot{k}) = 0.$$

Расчетные формулы:

$$f_\Omega = -\frac{\Delta\Omega(0)}{2\pi}; \quad f_{\omega_2} = -\frac{\omega_2(0)}{2\pi};$$

$$A = \frac{I V_\pi^2}{4\pi} R_3^2;$$

$$B_2 = \frac{A}{p_2^2 a_2^{3/2}};$$

$$t = \frac{n_{\omega_2} + f_{\omega_2}}{B_2(5 \cos^2 i_2 - 1)}; \rightarrow t(n_{\omega_2}).$$

Варьируем $\omega(0)$:

$$f_\omega = -\frac{\omega(0)}{2\pi};$$

$$\cos i = -\frac{n_\omega + f_\omega + \sqrt{(n_\omega + f_\omega)^2 + 5(n_\Omega + f_\Omega - 2tB_2 \cos i_2)^2}}{5(n_\Omega + f_\Omega - 2tB_2 \cos i_2)}; \rightarrow$$

$$\rightarrow i(n_\Omega, n_\omega, n_{\omega_2});$$

$$B = -\frac{n_\Omega + f_\Omega - 2tB_2 \cos i_2}{2t \cos i};$$

$$p^2 a^{3/2} = \frac{A}{B}; \rightarrow h_\sigma, h_\pi(n_\Omega, n_\omega, n_{\omega_2});$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \vartheta &= \frac{p}{er_1} \frac{\operatorname{tg} \vartheta_1}{\cos \Delta i}; \\ \cos \vartheta &= \left(\frac{p}{r_1} - 1 \right) \frac{1}{e}; \end{aligned} \right\} \rightarrow \vartheta(n_\Omega, n_\omega, n_{\omega_2}).$$

Если $\left(\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \frac{3}{2}\pi\right)$, то $(\omega'(0) = 2\pi - \vartheta)$, иначе $(\omega'(0) = \pi - \vartheta)$.

При значении $|\omega(0) - \omega'(0)| \leq \varepsilon$ считаем систему уравнений решенной.

Если $\left(-\frac{\pi}{2} \leq \omega_1 \leq \frac{\pi}{2}\right)$, то $(\vartheta_1 = \pi - \omega_1)$, иначе $(\vartheta_1 = 2\pi - \omega_1)$;

$$r_1 = \frac{p_1}{1 + e_1 \cos \vartheta_1};$$

$$V_1^2 = \frac{\mu}{p_1} (1 + 2e_1 \cos \vartheta_1 + e_1^2);$$

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right);$$

$$\Delta i = |i_1 - i_2|;$$

$$\sin \alpha = \cos \theta_1 \sin \Delta i; \Delta V_1 (V^2 + V_1^2 - 2VV_1 \cos \alpha)^{1/2};$$

$$a' = \frac{1}{2} (r_\pi + r_{a_2}); V'_\pi = \sqrt{\frac{\mu}{a'} \frac{r_{a_2}}{r_\pi}}; V'_a = \sqrt{\frac{\mu}{a'} \frac{r_\pi}{r_{a_2}}};$$

$$a'' = \frac{1}{2} (r_a + r_{\pi_2}); V''_\pi = \sqrt{\frac{\mu}{a''} \frac{r_a}{r_{\pi_2}}}; V''_a = \sqrt{\frac{\mu}{a''} \frac{r_{\pi_2}}{r_a}}.$$

Если $h_a < h_{a_2}$, то $\{\Delta V_2 = V_\pi - V_\pi\};$

$$\Delta V_3 = (V_a'^2 + V_{a_2}^2 - 2V_a' V_{a_2} \cos \Delta i)^{1/2},$$

иначе $\{\Delta V_2 = (V_a'^2 + V_a''^2 - 2V_a' V_a'' \cos \Delta i)^{1/2}; \Delta V_3 = V_\pi'' - V_{\pi_2}\};$

$$V_\Sigma = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 = \min_{n_\Omega, n_\omega, n_{\omega_2}} V_x(n_\Omega, n_\omega, n_{\omega_2}).$$

3.3.3. Переход между планетоцентрическими орбитами (частные случаи)

Случай $\vec{c}_2 = \vec{f}_2 = \text{const}$. Случай характерен переходу летательного аппарата, находящегося на орбите, на другую, заданную орбиту.

Так как в этом случае $\dot{\Omega}_2 = \dot{\omega}_2 = 0$, то параметры промежуточной орбиты определяются из системы уравнений (3.57) и (3.58) путем подстановки $B_2 = 0$

$$\cos i = - \frac{n_{\omega} + f_{\omega} + \sqrt{(n_{\omega} + f_{\omega})^2 + 5(n_{\Omega} + f_{\Omega})^2}}{5(n_{\Omega} + f_{\Omega})},$$

$$B = - \frac{n_{\Omega} + f_{\Omega}}{2 \cos i}.$$

Видно, что в этом случае параметры промежуточной орбиты зависят только от положения восходящего узла конечной орбиты Ω_2 .

Переход между круговыми орбитами

В этом случае $\omega_1 = \omega_2 = 0$. Управляемым параметром является только $\Delta\Omega$.

Уравнение относительного движения узлов запишем в следующем виде:

$$\Delta\Omega_{\text{опт}} = \Delta\Omega(0) + (\dot{\Omega}_2 - \dot{\Omega}_1)t. \quad (3.63)$$

Имеется два случая:

а) $\dot{\Omega}_2 \neq \dot{\Omega}_1$. Как видно из (3.63), взаимное изменение узлов происходит за счет разности в скоростях прецессии орбит. Время ожидания равно

$$t = \frac{|\Delta\Omega_{\text{опт}} - \Delta\Omega(0)|}{|\dot{\Omega}_2 - \dot{\Omega}_1|}.$$

Если необходимо ускорить или замедлить процесс сближения узлов, то это можно сделать путем перехода на промежуточную орбиту. Это потребует дополнительных затрат рабочего тела.

Параметры промежуточной орбиты определяются по формулам (3.58) и (3.55) при $n_{\Omega} = 0$.

$$B = - \frac{f_{\Omega} - 2B_2 t \cos i_2}{2t \cos i}; \quad (3.64)$$

б) $\dot{\Omega}_2 = \dot{\Omega}_1$. Свободного взаимного сближения узлов начальной и конечной орбит нет. Поэтому обеспечить $\Delta\Omega_{\text{опт}}$ можно только, переходя на промежуточную орбиту. Параметры промежуточной орбиты должны отвечать условиям (3.64) и (3.55).

Одноимпульсный активно-пертурбационный переход между орбитами

Переход между орбитами осуществляется в точке пересечения орбит. Необходимым условием для осуществления этой схемы является $h_{\pi_1} \leq h_{\pi_2} \leq h_{\alpha_1}$ или $h_{\pi_2} \leq h_{\pi_1} \leq h_{\alpha_2}$,

т. е. нахождение высоты перигентра одной из орбит внутри другой орбиты.

Вследствие прецессии орбит (изменения Ω_j и ω_j) происходит пересечение орбит. Условием пересечения орбит является равенство высот орбит по линии пересечения плоскостей орбит (рис. 3.14) $\vec{r}_1(t) = \vec{r}_2(t)$.

Задача заключается в определении моментов пересечения t_k орбит, при которых

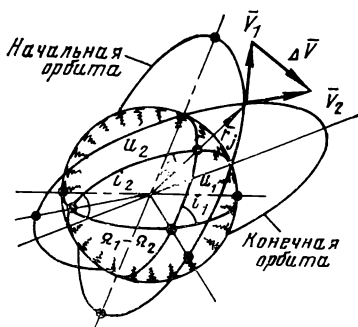


Рис. 3.14. Схема активно-пертурбационного одноимпульсного перехода

$$\Delta V_k = \min_{t_k} \Delta V_k(t_k),$$

$$k = 1, 2, 3 \dots$$

Задача решается по следующему алгоритму. Заданы в момент $t=0$ $h_{\alpha_j}, h_{\pi_j}, i_j, \omega_j(0), \Omega_j(0), (j=1, 2)$.

Вычислим

$$\Omega_j(t) = \Omega_j(0) + \dot{\Omega}_j t;$$

$$\omega_j(t) = \omega_j(0) + \dot{\omega}_j t;$$

$$c_{jx}^0(t) = \sin i_j \sin \Omega_j(t);$$

$$c_{jy}^0(t) = -\sin i_j \cos \Omega_j(t);$$

$$c_{jz}^0(t) = \cos i_j;$$

$$\cos A = \cos i_1 \cos i_2 + \sin i_1 \sin i_2 \cos [\Omega_1(t) - \Omega_2(t)];$$

$$\vec{r}^0(x^0, y^0, z^0) = \frac{\vec{c}_2^0(t) \times \vec{c}^0(t)}{\sin A};$$

$$\sin u_j(t) = \frac{-x^0 \sin \Omega_j(t) + y^0 \cos \Omega_j(t)}{\cos i_j},$$

$$\cos u_j(t) = x^0 \cos \Omega_j(t) + y^0 \sin \Omega_j(t),$$

$$j = 1, 2.$$

Так как орбиты могут пересекаться в каждом из двух узлов, то вычисления r_j производим при двух значениях угла u_j

$$u'_j(t) = u_j(t); \quad u''_j(t) = u_j(t) + \pi.$$

Вычисляем

$$r_j(t) = \frac{p_j}{1 + e_j \cos [u_j(t) - \omega_j(t)]},$$

$$(j=1, 2),$$

и при $r_1(t_k) = r_2(t_k)$, $k=1, 2, 3, \dots$
определяем импульс скорости $\Delta V(t_k)$:

$$\vartheta_j(t_k) = u_j(t_k) - \omega_j(t_k);$$

$$x_j(t_k) = 1 + 2e_j \cos \vartheta_j(t_k) + e_j^2;$$

$$\sin \theta_j(t_k) = \frac{e_j \sin \vartheta_j(t_k)}{\sqrt{x_j(t_k)}}, \quad \cos \theta_j(t_k) = \frac{1 + e_j \cos \vartheta_j(t_k)}{\sqrt{x_j(t_k)}},$$

$$V_j^2(t_k) = \frac{\mu}{p_j} x_j(t_k), \quad j=1, 2;$$

$$\cos \alpha(t_k) = \sin \theta_1(t_k) \sin \theta_2(t_k) + \cos \theta_1(t_k) \cos \theta_2(t_k) \cos A,$$

$$\Delta V(t_k) = \min_{t_k} (V_1^2(t_k) + V_2^2(t_k) - 2V_1(t_k)V_2(t_k)\cos \alpha(t_k))^{1/2}.$$

Переход между свободно прецессирующими орбитами

Под действием возмущающих сил от сжатия планет параметры орбит Ω_j и ω_j , $j=1, 2$, непрерывно изменяются по законам тяготения (3.2) и (3.3). Это приводит к изменению относительного расположения рассматриваемых орбит, что согласно (3.28) приводит к изменению импульсов скорости для перехода между орбитами.

Стратегия перехода между свободно прецессирующими орбитами такова:

заданы $\vec{c}_j(t)$, $\vec{f}_j(t)$, $j=1, 2$, и промежутки времени, в течение которого должен совершаться переход между орбитами. В этом промежутке времени определяется значение времени t , при котором $V_z = \min$ по многошаговой процедуре

$$V_z = \min_t \left[\min_{\varphi_j} \left[\min_c V_z(t, \varphi_j, c) \right] \right], \quad j=1, 2.$$

Найденное значение t является моментом перехода между свободно прецессирующими орбитами.

3.4. ОБЛЕТ СПУТНИКОВ ОРБИТАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПУТЕМ АКТИВНО-ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА

3.4.1. Оптимизация движения космического аппарата, обслуживающего спутниковую систему

Одним из путей увеличения продолжительности функционирования орбитальной системы спутников является их профилактический облет с помощью обслуживающего космического аппарата (ОКА).

Для этой цели может быть использовано свойство орбиты изменять свое расположение под действием пертурбационных сил, возникающих вследствие несферичности планет.

Предполагается, что орбитальная система, состоящая из N спутников, размещена на n круговых орбитах, $2 \leq n \leq N$, разнесенных по узлу с интервалом $\Delta\Omega = 2\pi/n$. Орбиты всех спутников системы имеют одну и ту же высоту r и одно и то же наклонение i . В этом случае, как видно из (3.2), орбиты всех спутников (с учетом неполного совпадения параметров) прецессируют почти с одинаковой скоростью, что обеспечивает длительную устойчивость системы с небольшими энергозатратами.

Облет спутников системы, размещенных на некомпланарных орбитах, с помощью активного маневра потребует больших энергетических затрат. Эти затраты можно уменьшить, если использовать прецессию орбит для уменьшения угла некомпланарности между орбитами ОКА и спутников системы.

Как видно из уравнения (3.2), взаимная прецессия двух орбит возможна только в том случае, если орбиты имеют разные высоты и наклонения. Отсюда следует, что орбита ОКА должна иметь высоту и наклонение, отличные от высоты и наклонения орбит спутников системы. Чем больше это отличие, тем больше скорость прецессии восходящего узла орбиты ОКА, тем меньше время облета системы, но тем больше энергетика перехода между орбитами.

Определим условие, при котором имеет место максимальная относительная прецессия узлов при затрате одного и того же импульса скорости δV .

Из (3.2) имеем

$$\dot{\Omega} \sim \cos i / r^{3,5}. \quad (3.65)$$

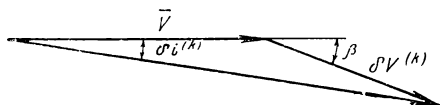


Рис. 3.15. Треугольник скоростей

Отсюда следует, что изменение скорости прецессии узла орбиты можно получить, изменяя или только наклонение орбиты, или только высоту, или высоту и наклонение одновременно.

Учитывая, что $\delta i^{(k)} = \frac{\delta V^{(k)}}{V} \sin \beta$ и $\frac{\delta r^{(k)}}{r} = -2 \frac{\delta V^{(k)}}{V} \cos \beta$ (рис. 3.15), $k=1, 2$ (двухимпульсное изменение), из (3.65) получим изменение скорости прецессии узла орбиты

$$\frac{\delta \dot{\Omega}}{\dot{\Omega}} = (\operatorname{tg} i \sin \beta + 7 \cos \beta) \frac{\delta V}{V}, \quad (3.66)$$

где

$$\delta V = \delta V^{(1)} + \delta V^{(2)}.$$

Из этого выражения легко определяется оптимальное значение угла β

$$\operatorname{tg} \beta_{\text{опт}} = \frac{1}{7} \operatorname{tg} i, \quad (3.67)$$

которое зависит от наклонения орбиты. Кривая $\beta_{\text{опт}} = f(i)$ показана на рис. 3.16.

Подставляя (3.67) в (3.66), получим

$$\left(\frac{\delta \dot{\Omega}}{\dot{\Omega}} \right)_{\max} = \sqrt{\operatorname{tg}^2 i + 49} \frac{\delta V}{V}. \quad (3.68)$$

Сравним это выражение с изменением скорости прецессии узла, когда изменяется или только высота, или только наклонение орбиты. Из (3.66) получим при $\beta=0$ изменение скорости прецессии при изменении только высоты, а при $\beta=90^\circ$ только наклонения

$$\left(\frac{\delta \dot{\Omega}}{\dot{\Omega}} \right)_{r=\text{const}} = \operatorname{tg} i \frac{\delta V}{V}, \quad (3.69)$$

$$\left(\frac{\delta \dot{\Omega}}{\dot{\Omega}} \right)_{i=\text{const}} = 7 \frac{\delta V}{V}. \quad (3.70)$$

Из сравнения (3.69) и (3.70) с (3.68) видно, что во всем диапазоне i одновременное изменение высоты и наклонения орбиты дает наибольшее изменение скорости

прецессии узла орбиты. А из сравнения (3.69) с (3.70) следует, что при изменении только одного параметра (r или i) наиболее рационально изменять наклонение орбиты, чем ее высоту, если $|\operatorname{tg} i| > 7$ или $81^\circ 51' < i < 98^\circ 09'$.

Кривые, изображенные на рис. 3.17, показывают, во сколько раз больше изменение скорости прецессии узла при одновременном изменении высоты и наклонения по сравнению с изменением скорости прецессии

узла при изменении только высоты, или только наклонения. Из графиков следует, что максимальная разница в изменении скорости прецессии узла орбиты между случаями изменения сразу двух параметров и только одного параметра имеет место при $|\operatorname{tg} i| = 7$. С погрешностью $\sim 3\%$ весь диапазон наклонений орбит можно разбить на промежутки, в пределах которых выгодно изменять или высоту, или наклонение, или оба параметра одновременно: при значениях наклонений $0 \leq i \leq 60^\circ$ и $120^\circ \leq i \leq 180^\circ$ выгодно изменять высоту, при $88^\circ \leq i \leq 92^\circ$ выгодно изменять наклонение и при $60^\circ < i < 88^\circ$ и $92^\circ < i < 120^\circ$ выгодно изменять высоту и наклонение одновременно.

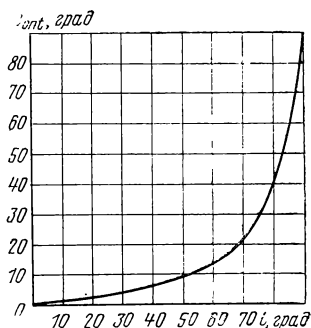


Рис. 3.16. Зависимость $\beta_{\text{опт}}$ от i

3.4.2. Энергетика активно-гравитационного маневра и сравнение ее с энергетикой активного маневра

Схема и энергетика активно-гравитационного маневра. Рассмотрим схему облета спутниковой системы путем изменения только высоты орбиты ОКА (рис. 3.18), так как при затрате одного и того же импульса скорости это приводит только к некоторому увеличению времени облета системы по сравнению с двухпараметрическим изменением скорости прецессии узла орбиты.

Для уменьшения энергозатрат при облете спутников желательно, чтобы плоскости орбит ОКА и спутников системы имели одинаковое наклонение. В этом случае при совпадении восходящих узлов двух орбит совпадают и их плоскости. А это обеспечивает наиболее экономич-

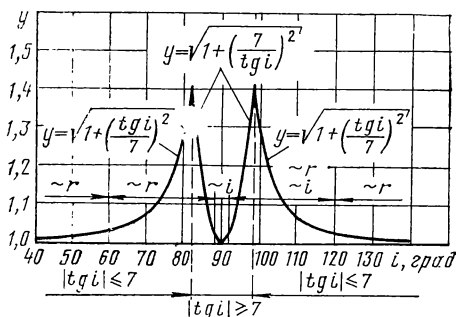


Рис. 3.17. Сравнение двух случаев изменения скорости прецессии узла орбиты — при изменении одновременно двух параметров и только одного параметра

ный плоский переход между орбитами ОКА и спутника системы.

В соответствии со сказанным ОКА выводится на орбиту с высотой r_0 (см. рис. 3.18) и наклонением, равным наклонению орбит спутников системы. Запас энергетике достаточен для облета всех спутников системы, хотя возможны и другие схемы, в частности, заправка рабочим телом на космической базе, движущейся по орбите с радиусом r_0 .

С помощью двух импульсов скорости ΔV_1 и ΔV_2 ОКА переходит к первому спутнику системы. После осмотра всех спутников на этой орбите ОКА импульсами ΔV_3 и ΔV_4 возвращается на орбиту с высотой r_0 и ждет совпадения восходящих узлов своей орбиты с восходящим узлом орбиты второй серии спутников. При совпадении восходящих узлов ОКА снова переходит на орбиту с высотой r для осмотра спутников, находящихся на этой орбите. Окончив осмотр, снова возвращается на орбиту с r_0 и т. д. до полного облета всей системы.

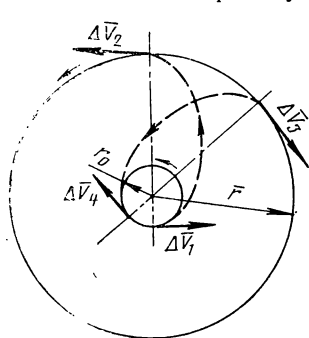


Рис. 3.18. Схема активно-гравитационного маневра

Предполагается, что время перехода между орбитами с r_0 и r неограничено. При этом дополнительных энергозатрат на синхронизацию фаз ОКА и спутника системы не требуется.

Энергетика одного цикла маневра равна энергетике подъема $(\Delta V_1 + \Delta V_2)$, спуска $(\Delta V_3 + \Delta V_4)$ и энергетике фазирова-

ния ОКА со спутниками, размещенными на одной орбите.

Оценим энергетику фазирования. Пусть N — число спутников системы. Тогда, если n — число орбит, в которых размещены спутники, то на каждой орбите имеется N/n спутников. Принимаем, что фазирование движения спутников и ОКА производится путем изменения периода обращения ОКА в плоскости орбиты. Относительное смещение ОКА по углу на $\Delta\varphi$ (рис. 3.19) равно

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{T} \Delta T M = 6\pi \frac{\Delta V_{\Phi}}{V} M, \quad (3.71)$$

где M — число оборотов фазирования; V — орбитальная скорость и ΔV_{Φ} — энергетика фазирования. Так как, с другой стороны,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N} n, \quad (3.72)$$

то из равенства (3.71) и (3.72) получим

$$\frac{\Delta V_{\Phi}}{V} = \frac{1}{3} \frac{n}{NM}. \quad (3.73)$$

Тогда энергетика облета одной серии спутников равна

$$\left(\frac{\Delta V_{\Phi}}{V} \right)_{\Sigma \max} = \frac{2}{3M} \left(1 - \frac{n}{N} \right).$$

Максимальное значение этого выражения имеет место при $\frac{n}{N} \rightarrow 0$:

$$\left(\frac{\Delta V_{\Phi}}{V} \right)_{\Sigma \max} = \frac{2}{3M}.$$

Пусть, для примера, фазирование производится за $M = 10$ оборотов ОКА. Тогда $\left(\frac{\Delta V_{\Phi}}{V} \right)_{\Sigma} \approx 0,07$. Это несравнимо мало по отношению к энергетике маневра между орбитами.

Определим энергетику плоского маневра между орбитами с r_0 и r . Согласно схеме облета спутников системы при использовании пертурбационного маневра энергетика одного цикла перехода равна (см. рис. 3.18)

$$V_x'' = 2(\Delta V_1 + \Delta V_2).$$

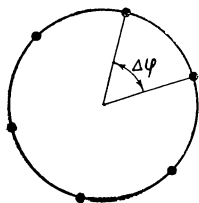


Рис. 3.19. Схема размещения спутников

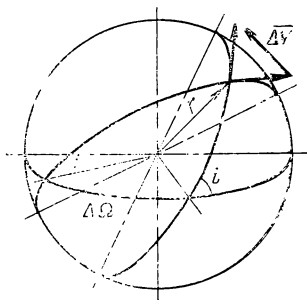


Рис. 3.20. Схема активного маневра

Эта характеристическая скорость в безразмерном виде выражается следующей зависимостью от $\bar{r} = \frac{r}{r_0}$:

$$\bar{V}_x^n = \frac{V_x^n}{V_0} = 2 \left[V_{\bar{r}} \sqrt{\frac{2}{1+\bar{r}}} - 1 + \frac{1}{V_{\bar{r}}} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1+\bar{r}}} \right) \right]. \quad (3.74)$$

Схема и энергетика активного маневра. Обслуживающий космический аппарат сначала выводится на орбиту с высотой r_0 , затем с этой орбиты двумя импульсами скорости ΔV_1 и ΔV_2 переходит на орбиту с высотой r , где находятся спутники системы. После осмотра всех спутников, находящихся на этой орбите, ОКА в точке пересечения орбит импульсом скорости ΔV переходит на следующую орбиту, где размещена следующая серия спутников (рис. 3.20), после этого переходит на следующую орбиту и т. д. пока не осмотрит все спутники системы. После осмотра всех спутников ОКА возвращается на орбиту r_0 . При этом затрачивается два импульса скорости $\Delta V_3 = \Delta V_2$ и $\Delta V_4 = \Delta V_1$.

Согласно рис. 3.20 энергетика активного маневра состоит из энергетики подъема и спуска между орбитами с r и r_0 , изменения плоскости орбиты на угол A и плоского фазирования ОКА и спутников, находящихся на одной орбите. Последнюю при сравнительном анализе можно не учитывать.

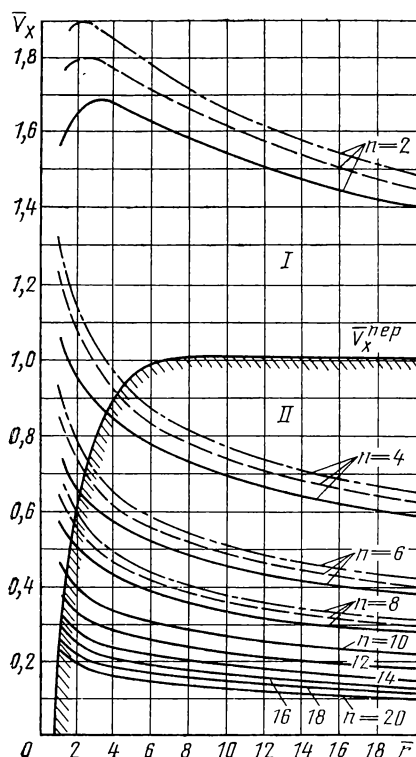


Рис. 3.21. Характеристическая скорость в зависимости от высоты, наклонения и числа орбит:
 — $i=50^\circ$; --- $i=60^\circ$; -·- $i=70^\circ$

Определим энергетику одного цикла перехода между плоскостями орбит

$$V_x = V_{xц} + V_x^n / (n - 1), \quad (3.75)$$

где $V_{xц}$ — энергетика перехода между двумя плоскостями, равная $V_{xц} = 2V \sin \frac{A}{2}$;

n — число орбит системы; V_x^n — энергетика подъема и спуска (3.74), расчлененная на число переходов между орбитами.

Выразим угол A через i и n . Так как

$$\cos A = \cos^2 i + \sin^2 i \cos \Delta\Omega, \quad (3.76)$$

$$\Delta\Omega = 2\pi/n, \quad (3.77)$$

то, преобразуя (3.76), найдем

$$\sin \frac{A}{2} = \sin i \sin \frac{\pi}{n}.$$

Окончательно энергетика активного маневра (3.75) будет определяться формулой

$$\bar{V}_x = \frac{V_x}{V_0} = \frac{2}{\sqrt{r}} \sin i \sin \frac{\pi}{n} + \frac{\bar{V}_x''}{n-1}. \quad (3.78)$$

На рис. 3.21 показаны зависимости $\bar{V}_x'' = f(\bar{r})$ и $\bar{V}_x = f(\bar{r}, n, i)$. Кривая $V_x'' = f(\bar{r})$ делит всю плоскость на две части: первую (I), которая лежит выше этой кривой, где выгодно использовать активно-гравитационный маневр, и вторую (II), лежащую ниже этой кривой, где выгоден активный маневр.

3.4.3. Время облета спутников при использовании активно-гравитационного маневра

Время активного маневра незначительно по сравнению с временем активно-гравитационного маневра. Поэтому оценим время только активно-гравитационного маневра.

Скорость прецессии восходящего узла круговой орбиты равна

$$\dot{\Omega} = - \frac{I \sqrt{\mu} R_3^2 \cos i}{r^{3,5}}. \quad (3.79)$$

Время относительного изменения восходящего узла орбиты ОКА на угол $\Delta\Omega$ определится по формуле

$$t = \frac{\Delta\Omega}{\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_0}. \quad (3.80)$$

Подставляя (3.77) и (3.79) в (3.80), получим

$$t = \frac{2\pi r_0^{3,5}}{I \sqrt{\mu} R_3^2 n \cos i (1 - 1/r^{3,5})}, \quad (3.81)$$

где μ , [км³/с²], r , [км], R_3 , км.

Оценим t для значений $r_0 = 6600$ км, $\mu = 4 \cdot 10^5$ км³/с², $I = 0,001633$ и $R_3 = 6378,5$ км. График зависимости $t = f(\bar{r}, n, i)$ приведен на рис. 3.22. Видно, что при малых n и больших i время облета спутниковой системы достаточно велико.

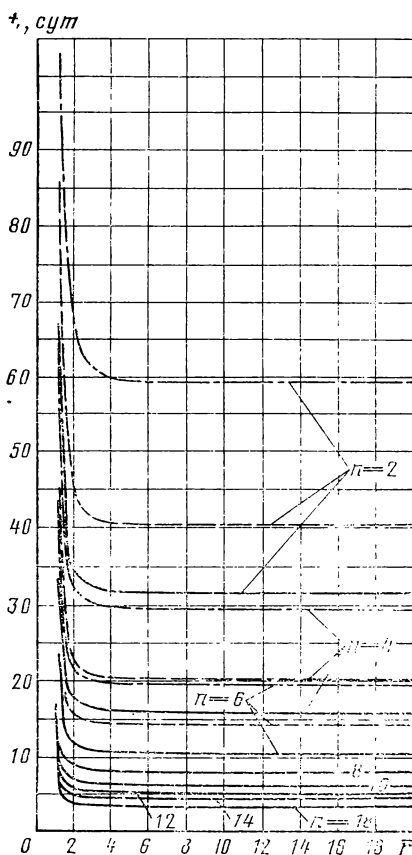


Рис. 3.22. Время прецессии орбиты на угол $\Delta\Omega = 2\pi/n$ в зависимости от высоты, наклона и числа орбит:
 — $i=50^\circ$; — — — $i=60^\circ$; — · — $i=70^\circ$;
 $h_0=230$ км

3.4.4. Энергетика и время облета спутниковой системы обзора Земли и космоса

В табл. 3.4—3.6 приведены значения r , n , i в зависимости от числа спутников в системе, предназначенной для глобального непрерывного обзора Земли [29, 30] и околоземного пространства, а в табл. 3.7 приведены те же значения системы, предназначенной для непрерывного обзора географического пояса Земли и космического

пространства между широтами $\varphi_H=30^\circ$ и $\varphi_B=50^\circ$. Из таблиц видно, что наклонения орбит спутников системы

Таблица 3.4

Непрерывный глобальный обзор Земли

$i=52^\circ$

$i=65^\circ$

N	h , км	$i_{\text{опт}}$, град	n	N	h , км	n	N	h , км	n
5	11600	43,65	5	5	15500	5	5	20500	5
6	9900	52,5	2	6	9930	2	6	16480	2
7	6600	56	7	7	6900	7	7	7000	7
8	5400	120	8	8	5900	4	8	7450	4
9	4700	70	9	9	4950	9	9	4700	9
10	3880	47,56	10	10	4300	10	10	5500	10
11	3100	52	11	11	3000	11	11	3900	11
12	2970	52	3	12	2970	3	12	4080	3
13	2450	56	13	13	2900	13	13	2850	13
15	2200	53,6	3	15	2300	3	15	2800	3
17	1900	60	17	17	2150	17	17	2050	17
19	1700	58,5	19	19	2200	19	19	1980	19
23	1400	61	23	23	2000	23	23	1500	23
25	1330	118,8	25	25	2080	25	25	1450	25
27	1270	59,7	27	27	1900	27	27	1350	27
29	1180	60,5	29	29	1750	29	29	1250	29
31	1040	61	31	31	1850	31	31	1040	31
37	810	72	37	37	1380	37	37	1000	37

лежат в тех пределах, для которых наиболее выгодно совершать облет спутников путем изменения только высоты орбиты ОКА (за исключением нескольких систем). Это позволит при расчете энергетики и времени облета использовать формулы (3.74), (3.78) и (3.81).

Результаты расчетов приведены на рис. 3.23—3.30. Из анализа графиков рис. 3.23—3.26 следует, что для всех типов спутниковых систем (кроме глобальной системы обзора Земли) использование пертурбационного маневра при облете спутников дает значительный выигрыш в энергетике (от 2 до 16 раз) по сравнению с активным

Таблица 3.5

Непрерывный глобальный обзор Земли и космоса

 $i=52^\circ$ $i=65^\circ$

N	h , км	$i_{\text{опт}}$, град	n	N	h , км	n	N	h , км	n
5	5330	43,65	5	5	6910	5	5	7880	5
6	4530	52,5	2	6	4810	2	6	6970	2
7	3150	56	7	7	3330	7	7	3330	7
8	2600	120	8	8	2650	4	8	2810	4
9	2320	70	9	9	2410	9	9	2270	9
10	1910	47,56	10	10	2200	10	10	2700	10
11	1410	52	11	11	1410	11	11	1880	11
12	1360	52	3	12	1400	3	12	2080	3
13	1050	56	13	13	1330	13	13	1330	13
15	1020	53,6	3	15	1050	3	15	1330	3
17	880	60	17	17	940	17	17	940	17
19	690	58,5	19	19	900	19	19	870	19
23	580	61	23	23	870	23	23	660	23
25	550	118,8	25	25	900	25	25	610	25
27	510	59,7	27	27	900	27	27	610	27
29	470	60,5	29	29	850	29	29	480	29
31	400	61	31	31	850	31	31	430	31
37	290	72	37	37	850	37	37	280	37

маневром. Этот выигрыш тем больше, чем меньше число орбит в системе.

На рис. 3.27—3.30 приведены зависимости времени одного цикла прецессии на угол $\Delta\Omega=2\pi/n$ для различных типов спутниковых систем обзора. Из этих графиков видно, что время одного цикла составляет значительную величину, а следовательно, активно-гравитационный маневр выгодно использовать только для профилактического облета системы.

Определим суммарное время для облета всех орбит. Для этого надо совершить $n-1$ циклов. Тогда суммарное время будет

Таблица 3.6

Непрерывный глобальный обзор космоса

N	h , км	i , град	n	N	h , км	i , град	n
5	5330	43,5	5	15	960	53,6	3
6	4530	52,5	2	17	740	60,0	17
7	3120	56,0	7	19	640	58,5	19
8	2550	120,0	8	23	540	61,0	23
9	2250	70,0	9	25	500	118,8	25
10	1850	47,6	10	27	420	59,7	27
11	1360	52,0	11	29	410	60,5	29
12	1330	52,0	3	31	380	61,0	31
13	990	56,0	13	37	270	72,0	37

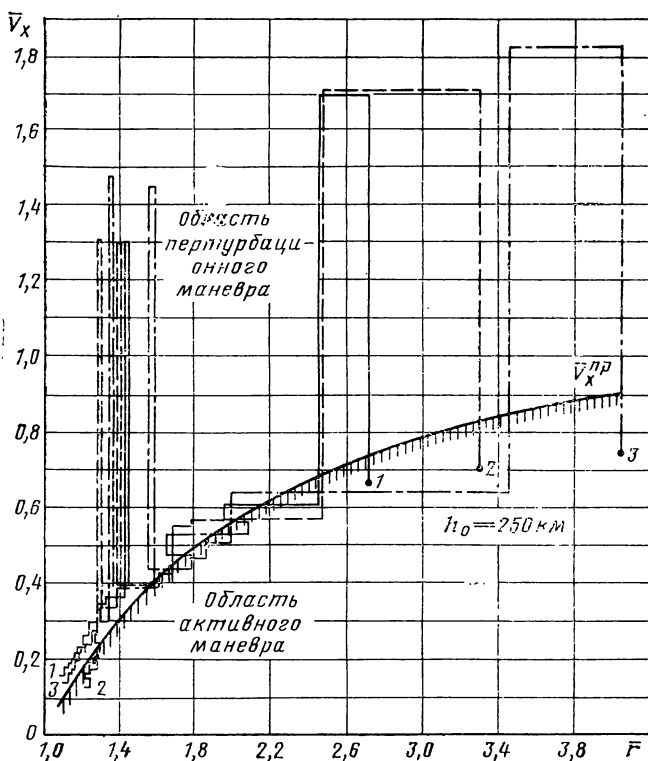


Таблица 3.7

Непрерывный обзор географического пояса
между широтами $\varphi_{\text{н}}=30^\circ$ и $\varphi_{\text{в}}=50^\circ$; $i=52^\circ$

Земли		Земли и космоса		Космоса	
h , км	n	h , км	n	h , км	n
11600	5	5220	5	7530	2
8180	2	3830	2	3520	2
3900	2	1860	2	2960	2
2640	2	1180	2	1390	2
2050	2	890	2	900	2
1700	2	680	2	680	2
1510	2	590	2	570	2
1380	2	510	2	500	2
1290	2	450	2	450	2
1210	2	350	3	430	2
1070	2	290	3	360	3
950	3	240	3	310	3
860	3	220	3	290	3
800	3	190	3	260	3
750	3	—	—	250	3
620	3	—	—	230	3
560	3	—	—	—	—
530	3	—	—	—	—
515	3	—	—	—	—

$$t_{\Sigma}=t_0 \frac{n-1}{n}, \quad (3.82)$$

где t_0 — время одного полного оборота восходящего узла орбиты.

Из (3.82) следует, что при $n=2$ $t_{\Sigma}=\frac{1}{2}t_0$, а при $n \rightarrow \infty$ $t_{\Sigma} \rightarrow t_0$. Следовательно, суммарное время облета

Рис. 3.23. Характеристическая скорость облета глобальной системы обзора Земли:

— $t_{\text{опт}}$; — — — $i=52^\circ$; — · — $i=65^\circ$; $h_0=250$ км

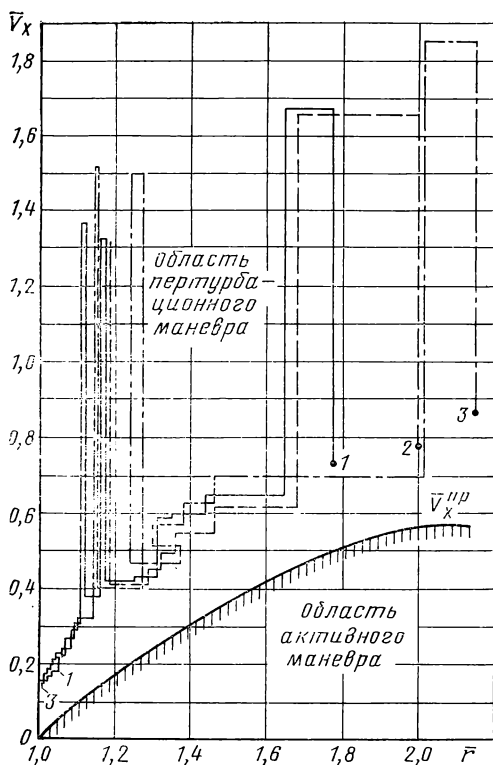


Рис. 3.24. Характеристическая скорость облета глобальной системы обзора Земли и космоса:

—— $t_{\text{опт}}$; ---- $t=52^\circ$; -.- $t=65^\circ$; $h_0=250$ км

(без учета времен остановок у спутников) лежит между $\frac{1}{2} t_0 \leq t_{\text{э}} \leq t_0$.

3.4.5. Облет системы спутников с помощью системы обслуживающих космических аппаратов

Энергетика облета при ограничении времени. Нам уже известно, что время облета всей системы спутников одним обслуживающим космическим аппаратом очень велико. Поэтому встает вопрос об уменьшении этого вре-

Рис. 3.25. Характеристическая скорость облета глобальной системы обзора космоса ($h_0=250$ км, $i_{\text{опт}}$)

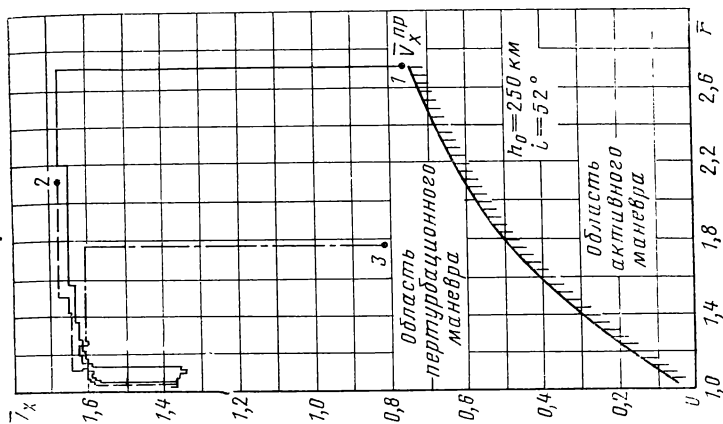
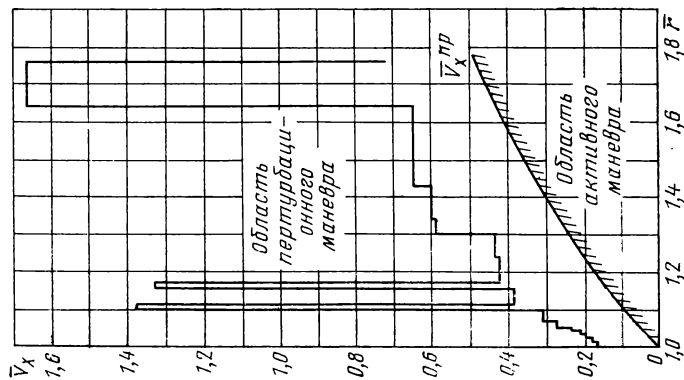


Рис. 3.26. Характеристическая скорость облета спутниковой системы обзора географического пояса ($\varphi_a=50^\circ$, $\varphi_n=30^\circ$) Земли (1), космоса (2), Земли и космоса (3)



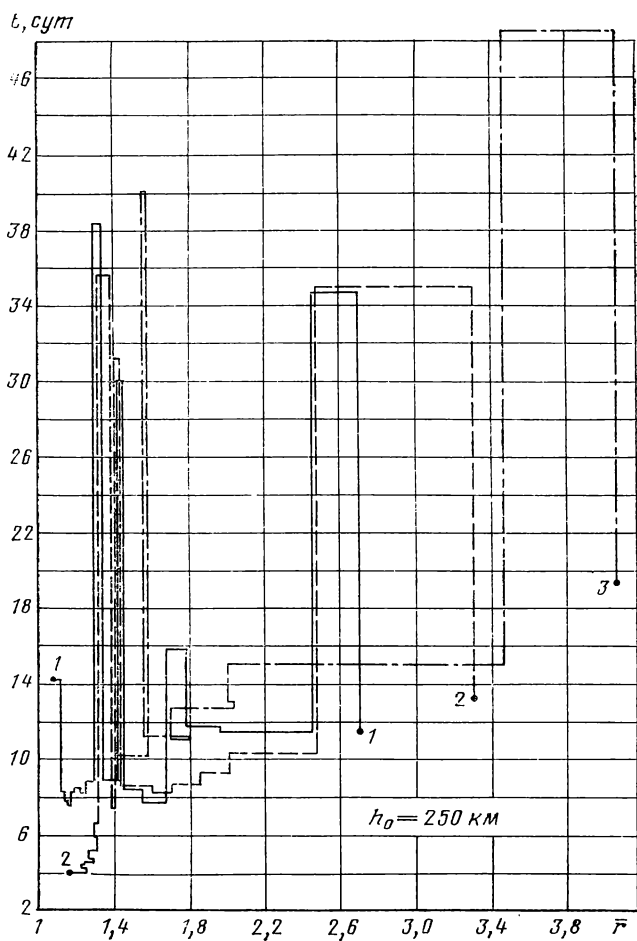


Рис. 3.27. Время одного цикла облета глобальной системы
обзора Земли:

1— $i=0^\circ$; 2— $i=52^\circ$; 3— $i=65^\circ$

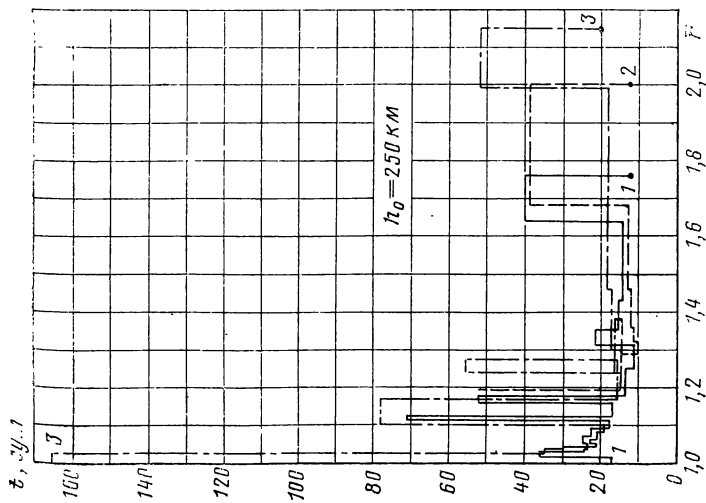


Рис. 3.28. Время одного цикла облета глобальной системы обзора Земли и космоса: 1—опт; 2— $i=52^\circ$; 3— $i=65^\circ$

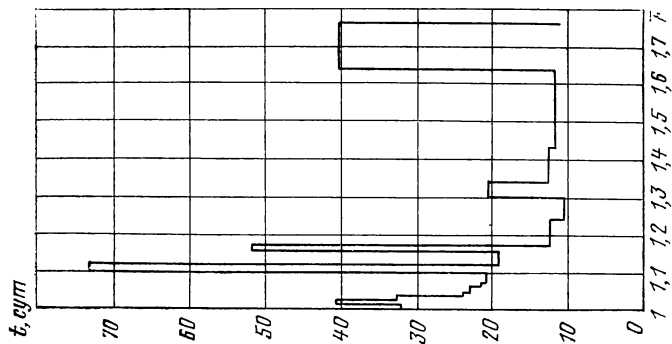


Рис. 3.29. Время одного цикла облета глобальной спутниковой системы обзора космоса ($i = \text{опт}$; $h_0 = 250$ км)

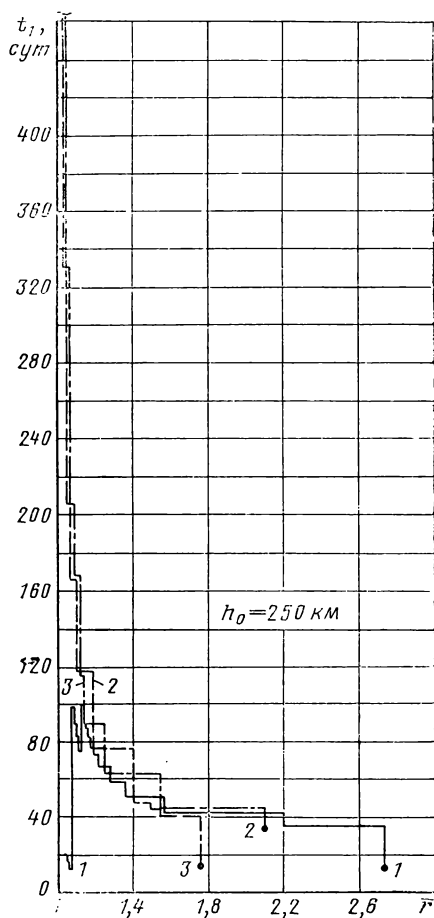


Рис. 3.30. Время одного цикла облета спутниковой системы обзора географического пояса ($\varphi_{\text{в}}=50^\circ$, $\varphi_{\text{н}}=30^\circ$) Земли (1), космоса (2), Земли и космоса (3)

мени. Одним из путей уменьшения времени облета системы спутников является увеличение числа обслуживающих космических аппаратов.

Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Предположим, что облет системы совершается в ограниченное время $t+t_p$, где t — время пертурбационного маневра; t_p — суммарное время осмотра и ремонта спутников. Тогда один ОКА не сможет контролировать всю систему, а только часть ее, заключенную в секторе, равном

$$\Delta\Omega = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_0) t,$$

где $\dot{\Omega}$, $\dot{\Omega}_0$ — скорости прецессии восходящих узлов орбит ОКА и спутниковой системы соответственно.

Количество ОКА, необходимых для контроля всей системы, можно определить по формуле

$$m = \frac{2\pi}{\Delta\Omega}. \quad (3.83)$$

Изменение скорости прецессии узла орбиты ОКА осуществляется путем изменения высоты и наклона орбиты. Тогда, заменяя $\Delta\Omega$ из (3.68), перепишем (3.83) в виде

$$m = \frac{2\pi V}{\dot{\Omega}_0 t \Delta V \sqrt{\tan^2 i_0 + 49}},$$

где i_0 — наклонение орбит спутников обслуживаемой системы, которое одинаково для всех спутников.

Отсюда, используя (3.2), получим формулу для определения импульса скорости, необходимого для однократного перехода между орбитами спутниковой системы

$$\Delta V = \frac{2\pi r_0^3}{m t I R_s^2 \sqrt{\sin^2 i_0 + 49 \cos^2 i_0}}, \quad (3.83')$$

где r_0 — радиус орбиты спутников системы.

Из (3.83') видно, что энергетика перехода тем меньше, чем меньше наклонение орбиты.

Допустим, что в каждом секторе, контролируемом одним ОКА, находится по k орбит, расположенных по узлу произвольно. Тогда характеристическая скорость, приходящаяся на каждый ОКА, будет равна

$$V_x = \Delta V (k - 1). \quad (3.84)$$

Суммарная характеристическая скорость, необходи-

мая для облета всех спутников с помощью системы ОКА, согласно (3.83') и (3.84) равна

$$V_{x\Sigma} = \frac{2\pi r_0^3 (k-1)}{t I R_0^2 \sqrt{\sin^2 i_0 + 49 \cos^2 i_0}}.$$

При заданных параметрах спутниковой системы суммарная характеристическая скорость тем меньше, чем больше время облета. При $k=1$, $V_{x\Sigma}=0$, т. е. если в секторе $\Delta\Omega$ одна орбита, где расположена вся серия спутников системы, то ОКА должен находиться на этой же орбите. Необходимо обратить внимание на то, что суммарная характеристическая скорость всех ОКА не зависит от их числа.

Оптимизация количества ОКА. Оптимизировать будем по критерию суммарных весов, необходимых для создания системы ОКА, предназначенных для профилактического облета системы спутников в течение заданного времени.

Из (3.83') и (3.84) видно, что чем больше число ОКА, тем меньше характеристическая скорость, необходимая для одного ОКА, следовательно, тем меньше должен быть его вес. Поэтому суммарный вес, определяемый произведением числа ОКА на его начальный вес $G_\Sigma = mG_0$ должен иметь при некотором значении m минимальное значение.

Определим $m_{\text{опт}}$.

Суммарный вес системы ОКА выразится следующей приближенной формулой (в предположении, что только вес топлива зависит от m):

$$G_\Sigma = \frac{mG_K}{1 - \frac{\gamma_6 V_{x\Sigma}}{Wm}}, \quad (3.85)$$

где G_K — часть веса ОКА, величина, независимая от веса топлива; γ_6 — коэффициент, учитывающий вес баков; W — скорость истечения реактивной струи.

Из этого уравнения найдем оптимальное число ОКА

$$m_{\text{опт}} = 2\gamma_6 \frac{V_{x\Sigma}}{W}, \quad (3.86)$$

прямо пропорциональное суммарной характеристической скорости $V_{x\Sigma}$. Подставляя (3.86) в (3.85), получим

$$G_{\Sigma \min} = 2m_{\text{опт}} G_K. \quad (3.87)$$

Из этого выражения видно, что топливо с баками занимает половину от начального веса ОКА.

Оценка $V_{x\Sigma}$ и $m_{\text{опт}}$ в зависимости от t и k приводится в табл. 3.8 при $i_0 = 65^\circ$, $I = 0,001633$, $R_a = 6378,5$ км, $r_0 = 6770$ км, $W = 3000$ м/с, $\gamma_6 = 1,1$.

Таблица 3.8

Суммарная характеристическая скорость и оптимальное число ОКА

t , сут		60	120	180	240	300	360
$V_{x\Sigma}$, м/с		3660	1830	1220	915	732	610
$m_{\text{опт}}$	$k = 2$	3	2	1	1	1	1
	$k = 3$	6	3	2	2	2	1
	$k = 4$	8	4	3	2	2	2
	$k = 5$	11	6	4	3	3	2

Из (3.87) видно, что чем меньше $m_{\text{опт}}$, тем меньше суммарный вес системы обслуживающих космических аппаратов, а $m_{\text{опт}}$, в свою очередь, будет тем меньше (при заданных i_0 и t), чем меньше число орбит k , обслуживаемых ОКА. Следовательно, число орбит в системе спутников должно быть максимально уменьшено.

3.5. СОЛНЕЧНО-СИНХРОННАЯ ОРБИТА. ОБЗОР ЗЕМЛИ, СОЛНЦА И НЕБЕСНОЙ СФЕРЫ

3.5.1. Солнечно-синхронная орбита

При выборе параметров орбит космических аппаратов могут быть предъявлены различные требования, в частности:

• непрерывная видимость Солнца, что обеспечивает, во-первых, максимальное использование солнечной энергии для питания служебных и целевых систем КА электроэнергией и, во-вторых, непрерывное наблюдение за Солнцем для службы Солнца;

• обеспечение наиболее благоприятного условия наблюдения за поверхностью Земли в оптическом диапазоне спектра в течение длительного промежутка времени.

Этим требованиям можно удовлетворить, используя свойство восходящего узла орбиты изменять свое значе-

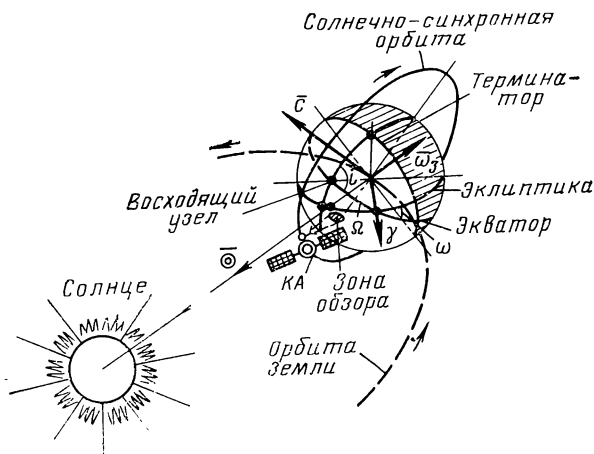


Рис. 3.31. Солнечно-синхронная орбита

ние под действием возмущающих сил гравитации от полярного сжатия планет. Причем параметры орбиты КА выбираются таким образом, чтобы плоскость орбиты непрерывно поворачивалась за движением Солнца.

Орбиты, восходящий узел которых вращается с угловой скоростью, равной средней угловой скорости «перемещения» Солнца по экватору, называются солнечно-синхронными.

В случае обзора поверхности Земли плоскость солнечно-синхронной орбиты должна лежать вблизи направления Земля — Солнце $\odot$, как показано на рис. 3.31. При этом космический аппарат будет «видеть» освещенную сторону Земли через каждый свой оборот. Для непрерывного наблюдения за Солнцем вблизи направления Земля — Солнце должен лежать вектор кинетического момента (или вектор интеграла площади $\vec{c}$) орбиты.

Определим параметры солнечно-синхронной орбиты. Известно, что направление вращения Земли и направление движения Солнца относительно Земли совпадают (рис. 3.31). Среднесолнечная угловая скорость равна

$$\dot{\Omega}_{\odot} = 2\pi/T_r, \quad (3.88)$$

где T_r — продолжительность тропического года ($T_r = 365,2422$ солнечных суток [34]).

Плоскость солнечно-синхронной орбиты постоянно поворачивается за движением Солнца. Параметры такой орбиты определяются из равенства выражений (3.2) и (3.88)

$$i = \arccos \left(-\frac{Tp^2}{IT_1R_3^2} \right).$$

Зависимость наклона круговой солнечно-синхронной орбиты от ее высоты приведена на рис. 3.32.

Время нахождения космического аппарата в тени Земли. Исходим из условия входа и выхода КА из тени Земли (рис. 3.33):

$$\begin{aligned} x_a^2 + y_a^2 &= r^2, \\ \frac{x_a^2}{a^2} + \frac{y_a^2}{b^2} &= 1. \end{aligned} \quad (3.89)$$

Как видно из рисунка,

$$\begin{aligned} b &= R, \\ a &= R / (\vec{\odot}^0 \cdot \vec{c}^0), \end{aligned} \quad (3.90)$$

где R — радиус Земли; $\vec{\odot}^0$ — единичный вектор, направленный на Солнце; $\vec{c}^0$ — единичный вектор кинетического момента орбиты.

Тогда, совместно решая (3.89) и (3.90), найдем

$$\sin \beta = \frac{y_a}{r} = \frac{R}{r} \sqrt{\frac{1 - \frac{r^2}{R^2} (\vec{\odot}^0 \cdot \vec{c}^0)}{1 - (\vec{\odot}^0 \cdot \vec{c}^0)}}. \quad (3.91)$$

Время нахождения КА в тени равно

$$t = \frac{\beta}{\pi} T.$$

Определим моменты входа КА в тень и выхода из тени. Из рис. 3.34 видно, что

$$\begin{aligned} \vec{y}_a^0 &= \frac{\vec{c}^0 \times \vec{\odot}^0}{|\vec{c}^0 \times \vec{\odot}^0|}, \\ \vec{x}^0 &= \vec{y}_a^0 \times \vec{c}^0 \end{aligned}$$

и

$$\sin u_a = -(\vec{y}_a^0 \cdot \vec{r}_2^0),$$

$$\cos u_a = (\vec{x}^0 \cdot \vec{r}_2^0),$$

где

$$\vec{r}_2^0 (\cos \Omega, \sin \Omega, 0).$$

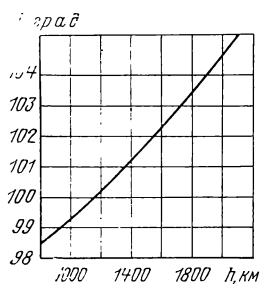


Рис. 3.32. Кривая зависимости наклона круговой солнечно-синхронной орбиты от ее высоты

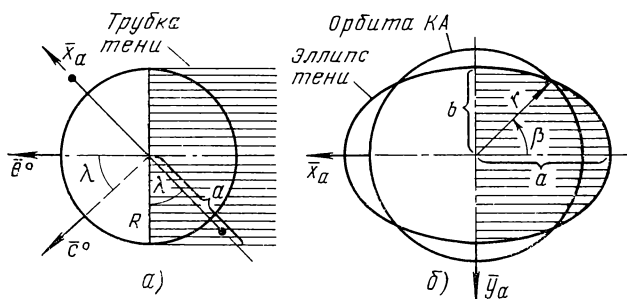


Рис. 3.33. Схема расположения Солнца и орбиты КА

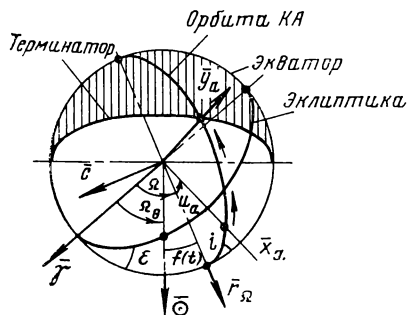


Рис. 3.34. Вид со стороны Северного полюса

Положения точек входа КА в тень Земли и выхода из тени определяются аргументами широты по формулам

$$u_{\text{вх}} = \pi + u_a - \beta,$$

$$u_{\text{вых}} = \pi + u_a + \beta,$$

а по $u_{\text{вх}}$ и $u_{\text{вых}}$ вычисляются широты, между которыми возможен обзор части Земли

$$\sin \varphi = \sin i \sin u.$$

Условие непрерывной видимости Солнца. Предельные значения долгот восходящих узлов Ω^* , когда орбита КА находится вне тени Земли, определяются из условия $\beta = 0$ (рис. 3.33).

Из (3.91) получим

$$(\vec{\odot}^0 \cdot \vec{c}^0) = \pm \frac{R}{r}.$$

Подставляя координаты $\vec{\odot}^0$ и $\vec{c}^0$, найдем

$$\sin \Omega_j^* = \frac{ad_k \pm b \sqrt{a^2 + b^2 - d_k^2}}{a^2 + b^2},$$

$$(j = 1, 2, 3, 4),$$

где $a = \odot_x^0 \sin i$; $b = \odot_y^0 \sin i$; $d_k = -\odot_z^0 \cos i \pm \frac{R}{r}$,

$$(k = 1, 2).$$

Четверти Ω_j^* определяются по следующим (примерным) значениям:

при $d_k = d_1 \quad \Omega_{1,2}^* \approx \frac{\pi}{2} + \Omega_{\odot} \mp \lambda_*$;

при $d_k = d_2 \quad \Omega_{3,4}^* \approx \frac{3}{2} \pi + \Omega_{\odot} \mp \lambda_*$,

где $\lambda_* = \arccos\left(\frac{R}{r}\right)$.

Известно, что Земля движется относительно Солнца неравномерно вследствие эллиптичности орбиты Земли и некомпланарности плоскостей экватора и эклиптики. Поэтому $f_j(t) = \Omega_j^* - \Omega_{\odot}$ (рис. 3.34) является функцией времени. С учетом этого обстоятельства начальное значение долготы восходящего узла Ω_0 орбиты космического аппарата должно быть выбрано с таким расчетом, чтобы оно обеспечивало непрерывную видимость Солнца

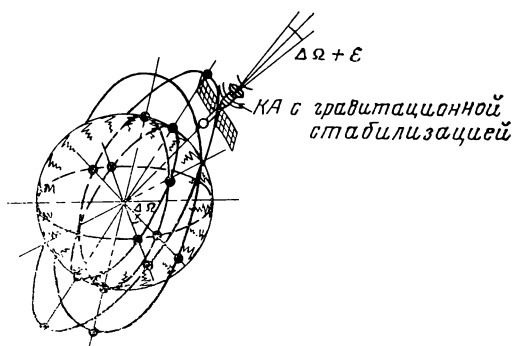


Рис. 3.35. Схема обзора небесной сферы

в течение всего времени функционирования космического аппарата.

3.5.2. Возможность использования солнечно-синхронной орбиты для обзора небесной сферы

Задача обзора небесной сферы очень обширна: она связана с изучением космического фона, поиском новых небесных объектов и явлений, обнаружением и установлением связи с внеземными цивилизациями и т. д. Поэтому организация регулярных наблюдений за небесной сферой на базе орбитальных космических аппаратов существенно повышает эффективность работы различных астрономических служб.

Может быть предложено много способов обзора небесной сферы на базе орбитальных КА. Наиболее рациональным с точки зрения простоты управления КА является способ, использующий **гравитационные силы** для ориентации КА и изменения его орбиты.

Схема обзора небесной сферы с помощью космического аппарата показана на рис. 3.35. Космический аппарат с системой гравитационной стабилизации (см. разд. 4.3) постоянно ориентирован по радиусу-вектору. Это обеспечивает постоянную ориентацию оптической оси аппаратуры обзора также в направлении радиуса-вектора.

Космический аппарат при своем орбитальном движении охватывает полосу небесной сферы, угловой размер которой берется равным (с учетом перекрытия полос и

точности стабилизации ε) смещению восходящего узла орбиты в течение одного оборота

$$\Delta\Omega = -2\pi I \left(\frac{R_3}{p} \right)^2 \cos i, \text{ рад.}$$

Значения этого угла для некоторых i и h приведены в табл. 3.9. При расчете приняты $I=0,001633$; $R_3=6378,5$ км.

Значения $\Delta\Omega$, приведенные в табл. 3.9, отражают в

Таблица 3.9

Смещение восходящего узла орбиты $\Delta\Omega$, угл. мин.

h , км	$i=50^\circ$	$i=60^\circ$	$i=70^\circ$	$i=80^\circ$
400	20,10	15,65	10,70	5,45
1000	17,05	13,25	9,10	4,62

какой-то степени требования, предъявляемые к величине поля зрения аппаратуры системы обзора небесной сферы.

Число оборотов для однократной съемки всей небесной сферы равно

$$N = \frac{2\pi}{\Delta\Omega}.$$

4.1. ПРИНЦИП СОЗДАНИЯ ГРАВИТАЦИОННОЙ ТЯГИ

Гравилет — это космический аппарат, имеющий определенную геометрию масс и совершающий управляемый полет под действием гравитационной тяги (без расхода масс).

Что же такое гравитационная тяга и как она создается?

Рассмотрим космический аппарат, имеющий заданное распределение масс, отличное от однородного или сферического (в последнем случае КА может рассматриваться как материальная точка).

На такой космический аппарат будет действовать дополнительная сила, отличная от центральной гравитационной силы, подчиняющейся закону Ньютона. Поэтому КА будет двигаться по орбите, отличной от кеплеровой. Такое движение в курсе небесной механики называется возмущенным, а орбита оскулирующей.

Как доказывалось в курсе небесной механики и в работе [3], полная энергия реального космического аппарата остается постоянной, хотя ее выражение и отличается от выражения полной энергии, когда КА рассматривается как материальная точка. Это значит, что в гравитационном поле не происходит ускорение реального космического аппарата.

Пусть за счет внутренних сил изменится распределение масс, например, какой-то элемент КА переместится на некоторое расстояние. Ввиду того, что гравитационное поле планеты неоднородно, на указанный элемент будет действовать другая сила, отличная от прежней.

В силу теоремы о движении центра масс системы сам КА переместится относительно гравитационного поля так же на некоторое расстояние и поэтому будет испы-

тивать со стороны гравитационного поля дополнительную силу.

Суммарная дополнительная сила, возникшая в результате изменения распределения масс, изменит орбиту, по которой двигался общий центр масс, что равносильно ускорению движения КА.

Эту дополнительную силу, которая возникает вследствие изменения распределения масс за счет внутренних сил, назовем **гравитационной тягой**, а космический аппарат — гравилетом.

При однократном изменении распределения масс КА перейдет на новую орбиту и будет продолжать двигаться по ней. Для того, чтобы изменять орбиту непрерывно, требуется непрерывное изменение распределения масс, на что затрачивается внутренняя энергия КА.

На этом принципе основано движение пульсирующих систем [6, 9].

Гравитационная тяга может быть создана не только за счет непрерывного изменения распределения масс, но и при постоянном распределении масс КА. В этом случае накладывается определенное требование на: 1) геометрию распределения масс (она должна быть, например, гантелеобразной формы, т. е. в виде двух масс, соединенных легкой длинной штангой) и 2) изменение ориентации КА.

Гравитационная тяга при этом создается путем изменения направления штанги по отношению к гравитационному полю. Ввиду неоднородности гравитационного поля возникает гравитационная тяга, ускоряющая космический аппарат.

Величина гравитационной тяги тем больше, чем больше расстояние между разнесенными массами. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать в основном космический аппарат гантельного типа.

4.2. СИЛЫ И МОМЕНТЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ГРАВИЛЕТ

4.2.1. Силы, действующие на гравилет

Имеется вытянутый космический аппарат с размещенными на концах массами. Моделью такого аппарата служит тело гантелеобразной формы. Тела с массами m_1 и m_2 , жестко соединенные при помощи не имеющего массы стержня, расположены на расстояниях L_1 и L_2 от центра масс (рис. 4.1). Центр масс гравилета находится

от центра гравитации M на расстоянии r , масса m_1 на расстоянии r_1 и масса m_2 на расстоянии r_2 . На элементы m_1 и m_2 действуют силы

$$F_1 = \frac{\mu m_1}{r_1^2} \text{ и } F_2 = \frac{\mu m_2}{r_2^2}, \quad (4.1)$$

направленные соответственно по $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ к центру гравитации M . Сумма сил $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ отличается от центральной силы

$$-\vec{G} = \frac{\mu(m_1 + m_2)}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (4.2)$$

действующей на материальную точку массы $m_1 + m_2$, помещенную в центре масс гравилета, вследствие чего как бы возникает дополнительная сила — гравитационная тяга $\vec{P} = \vec{F} - \vec{G}$, которая может быть использована для управляемого изменения орбиты гравилета.

Эта сила зависит от масс m_1 и m_2 , расстояния между ними $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$ и угла α между продольной осью гравилета $\vec{\mathcal{L}}$ и радиусом-вектором $\vec{r}$

$$\vec{P} = \vec{P}(m_1, m_2, \mathcal{L}, \alpha).$$

Выразим эту зависимость. Определим радиусы r_1 и r_2 и углы β_1 и β_2

$$\begin{aligned} r_i^2 &= r^2 + (-1)^i 2r\mathcal{L}_i \cos \alpha + \mathcal{L}_i^2, \\ \sin \beta_i &= \frac{\mathcal{L}_i}{r_i} \sin \alpha, \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\cos \beta_i = \frac{r + (-1)^i \mathcal{L}_i \cos \alpha}{r_i}, \quad i = 1, 2.$$

Тогда составляющие суммарной силы F , действующей на гравилет по радиусу $\vec{r}^0$ и трансверсали $\vec{n}^0$ запишем в виде

$$-F_r = F_1 \cos \beta_1 + F_2 \cos \beta_2, \quad (4.4)$$

$$F_n = F_1 \sin \beta_1 - F_2 \sin \beta_2.$$

Составляющие гравитационной тяги равны

$$\begin{aligned} P_r &= |F_r| - |G|, \\ P_n &= F_n. \end{aligned} \quad (4.5)$$

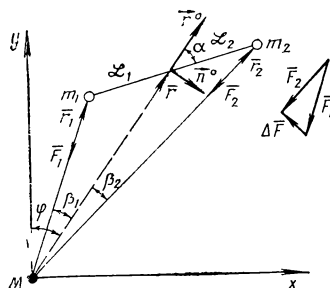


Рис. 4.1. Силы, действующие на гравилет

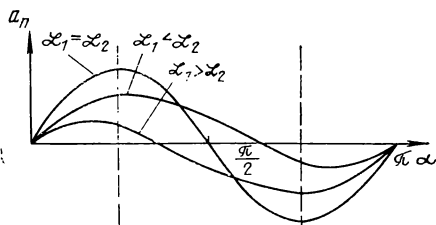


Рис. 4.2. Зависимость трансверсальной перегрузки от угла ориентации продольной оси гравилета

Подставляя (4.1) и (4.2) в (4.4), получим

$$a_r = \frac{L_2}{L} \frac{r^2}{r_1^2} \cos \beta_1 + \frac{L_1}{L} \frac{r^2}{r_2^2} \cos \beta_2 - 1, \quad (4.6)$$

$$a_n = \frac{L_2}{L} \frac{r^2}{r_1^2} \sin \beta_1 - \frac{L_1}{L} \frac{r^2}{r_2^2} \sin \beta_2,$$

где введены обозначения $a_r = P_r/G$, $a_n = P_n/G$, являющиеся перегрузками, и отношение масс заменены отношениями расстояний, так что

$$m_1 = \frac{L_2}{L} m, \quad (4.7)$$

$$m_2 = \frac{L_1}{L} m.$$

Подставим в (4.6) значения углов β_i из (4.3) и получим

$$a_r = \frac{L_2}{L} \frac{r^3}{r_1^3} + \frac{L_1}{L} \frac{r^3}{r_2^3} - \frac{L_1 L_2}{L} r^2 \cos \alpha \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) - 1, \quad (4.8)$$

$$a_n = \frac{L_1 L_2}{L} r^2 \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) \sin \alpha.$$

Проанализируем, как зависят a_r и a_n от α и L_i .

Характер зависимости a_n от α и L_1, L_2 показан на рис. 4.2.

Видно, что при $\alpha=0$ и $\alpha=\pi$ трансверсальная состав-

ляющая перегрузки равна нулю. При $\alpha = \pi/2$ величина $a_n = 0$ только в том случае, если $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2 = \mathcal{L}/2$. Существует оптимальный угол $\alpha_{\text{опт}}$, т. е. угол, дающий $a_n = \max$.

В общем случае при больших $\mathcal{L}$ функция $a_n = f(\alpha)$ является очень сложной и не удастся найти аналитическое выражение $\alpha_{\text{опт}}$. При $\mathcal{L}/r \ll 1$ выражение (4.8) после отбрасывания членов порядка $(\mathcal{L}/r)^2$ и выше и приближенной замены

$$\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \approx 3 \frac{\mathcal{L}}{r} \cos \alpha$$

принимает следующий простой вид:

$$a_n = \frac{3}{2} \frac{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}{r^2} \sin 2\alpha. \quad (4.9)$$

Из (4.9) видно, что максимальное значение трансверсальной гравитационной тяги имеет место при $\sin 2\alpha = \pm 1$. Отсюда $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 135^\circ$.

Если гравилет движется против часовой стрелки, как показано на рис. 4.1, то первый угол соответствует разгону, второй — торможению. При повороте гравилета относительно радиуса при $\alpha = \text{const}$ получим боковую силу тяги.

Таким образом, при определенной ориентации вытянутого космического аппарата возникает сила, которая оказывает тормозящее или разгоняющее действие в зависимости от направления ориентации относительно радиуса-вектора. Из выражения (4.9) следует, что максимальное действие получается при наклонении продольной оси гравилета к местному горизонту под углом $\pm 45^\circ$.

Из выражения (4.9) также можно получить, что максимальное значение трансверсальной силы имеет место при $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2$ или $m_1 = m_2$.

Однако эта сила при $\mathcal{L}/r \ll 1$ очень мала, так как она пропорциональна только $(\mathcal{L}/r)^2$.

Определим длину гравилета при условии, что он развигает такое же ускорение, как и электрореактивные двигатели малой тяги ($a_n = 10^{-4}$). При полете на околоземной орбите высотой 400 км длина гравилета будет $\mathcal{L} = 100$ км.

Рассмотрим, как зависит радиальная составляющая перегрузки a_r от $\mathcal{L}_1$ и α . В общем случае эта зависимость сложная.

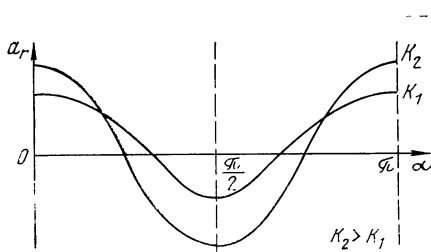


Рис. 4.3. Зависимость радиальной перегрузки от угла ориентации продольной оси гравилета

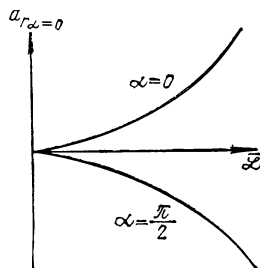


Рис. 4.4. Зависимость радиальной перегрузки от длины и направления оси гравилета

Анализ показывает, что $a_r(\alpha)$ является четной. Зависимость $a_r = f(K, \alpha)$, где $K = \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}}$ показана на рис. 4.3.

Из рисунка видно, что существует угол наклона оси гравилета α^* , при котором $a_r = 0$. Значения a_r при $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$, представляющие большой практический интерес, равны

$$(a_r)_{\alpha=0} = \frac{\mathcal{L}_2}{\mathcal{L}} \frac{r^2}{r_1^2} + \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}} \frac{r^2}{r_2^2} - 1,$$

$$(a_r)_{\alpha=\frac{\pi}{2}} = \frac{\mathcal{L}_2}{\mathcal{L}} \frac{r^3}{r_1^3} + \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}} \frac{r^3}{r_2^3} - 1.$$

Введем обозначения $\mathcal{L}_1 = K\mathcal{L}$, $\mathcal{L}_2 = (1-K)\mathcal{L}$, $\bar{\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{L}}{r}$.

$$\text{Тогда } (a_r)_{\alpha=0} = \frac{1-K}{(1-K\bar{\mathcal{L}})^2} + \frac{K}{[1+(1-K)\bar{\mathcal{L}}]^2} - 1, \quad (4.10)$$

$$(a_r)_{\alpha=\frac{\pi}{2}} = \frac{1-K}{(1+K^2\bar{\mathcal{L}}^2)^3} + \frac{K}{[1+(1-K)^2\bar{\mathcal{L}}^2]^3} - 1. \quad (4.11)$$

Зависимость a_r от $\bar{\mathcal{L}}$ показана на рис. 4.4.

Из (4.10) и (4.11) видно, что при $K=0$ и $K=1$ величина $a_r=0$. Характер зависимости a_r от K показан на рис. 4.5.

Из рисунка следует, что существует оптимальное в смысле $a_r = \max$ значение K , т. е. оптимальное распределение масс m_1 и m_2 , причем при больших $\bar{\mathcal{L}}$ оптималь-

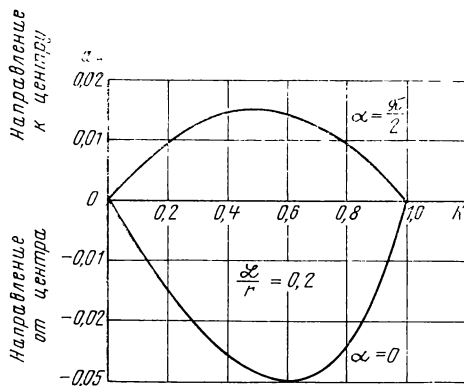


Рис. 4.5. Зависимость радиальной перегрузки от соотношения масс K и направления оси гравилета α

ное K отличается от 0,5. Из рисунка также видно, что при $\alpha=0$ перегрузка a_r направлена к центру гравитирующего тела, а при $\alpha=\pi/2$ — по направлению радиус-вектора.

Найдем выражение a_r при $L/r \ll 1$. Разлагая (4.10) и (4.11) по степеням L/r , получим

$$a_r = 3K(1-K)\bar{\mathcal{L}}^2 \text{ при } \alpha=0 \quad (4.12)$$

и

$$a_r = -\frac{3}{2}K(1-K)\bar{\mathcal{L}}^2 \text{ при } \alpha=\frac{\pi}{2}. \quad (4.13)$$

Из этих выражений ясно, что $K_{\text{опт}}=1/2$, т. е. массы должны быть одинаковы. Абсолютные значения $|a_r|$ для двух направлений оси гантели $\alpha=0$ и $\alpha=\pi/2$ отличаются в два раза, а направления их прямо противоположны.

4.2.2. Моменты, действующие на гравилет

На гравилет гантельной формы действуют силы притяжения F_1 и F_2 . Кроме того, предполагается, что радиус-вектор центра масс обращается вокруг гравитирующего тела с постоянной угловой скоростью ω . Поэтому возникают еще центробежные силы $F_{1\text{цб}}$ и $F_{2\text{цб}}$ инерции, приложенные к массам m_1 и m_2 и направленные по радиус-вектору. Момент, действующий на гравилет, равен

$$M_{\text{гп}} = (F_1 - F_{1\text{цб}})r \sin \beta_1 - (F_2 - F_{2\text{цб}})r \sin \beta_2.$$

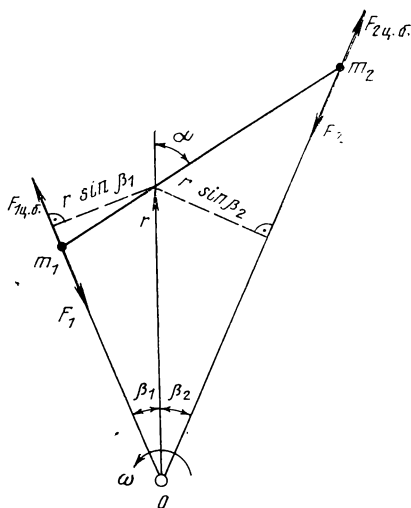


Рис. 4.6. Схема гравилета для определения момента

Подставляя выражения для сил, получим

$$M_{\text{гр}} = r \left[\left(\frac{\mu}{r_1^2} - \omega^2 r_1 \right) m_1 \sin \beta_1 - \left(\frac{\mu}{r_2^2} - \omega^2 r_2 \right) m_2 \sin \beta_2 \right]$$

или

$$M_{\text{гр}} = r \left[m_1 \left(\frac{\mu}{r_1^2} - \omega^2 r_1 \right) \frac{\mathcal{L}_1}{r_1} - m_2 \left(\frac{\mu}{r_2^2} - \omega^2 r_2 \right) \frac{\mathcal{L}_2}{r_2} \right] \sin \alpha.$$

Согласно формуле (4.7) имеем

$$M_{\text{гр}} = m \frac{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}{\mathcal{L}} r (\omega_1^2 - \omega_2^2) \sin \alpha, \quad (4.14)$$

где $\omega_i^2 = \frac{\mu}{r_i^3}$, $i = 1, 2$, $m = m_1 + m_2$.

Из сравнения (4.5) и (4.8) с (4.14) получим, что

$$M_{\text{гр}} = P_n r = \frac{\mu m}{r} a_n, \quad (4.15)$$

т. е. момент, действующий на гравилет, равен моменту трансверсальной составляющей силы F_n относительно гравитирующего центра 0.

Направление этого момента совпадает с направлением $\vec{\omega}$, если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, и противоположно ему, если $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, т. е. в обоих случаях этот момент стремится совместить продольную ось гравилета с радиусом-вектором.

Согласно рис. 4.6 гравилет имеет два положения равновесия. В работе [3] доказывается, что устойчивым равновесием гравилет будет обладать при $\alpha=0$ (в случае движения в плоскости, перпендикулярной оси симметрии гантели).

Максимальное значение момента соответствует максимальному значению трансверсальной перегрузки a_n .

4.3. НЕУПРАВЛЯЕМОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРАВИЛЕТА

4.3.1. Движение центра масс гравилета

Известно (см. разд. 4.2), что на гравилет гантельного типа при движении в центральном поле гравитации действует как бы дополнительная сила (в сравнении с ньютоновой силой тяжести), называемая гравитационной тягой.

Исследуем характер движения гравилета под действием этой силы.

Гравилет имеет два положения относительного равновесия: 1) продольная ось гантели совпадает с радиусом-вектором ($\alpha=0$) и 2) продольная ось перпендикулярна радиусу-вектору ($\alpha=\frac{\pi}{2}$). В обоих случаях возникает радиальная дополнительная сила P_r , ускорение от которой (4.12) и (4.13) с точностью до членов порядка $(\mathcal{L}/r)^2$ равно

$$f_r = \begin{cases} -\frac{3}{4} \frac{\mathcal{L}^2}{r^2} \frac{\mu}{r^2} & \text{при } \alpha=0 \end{cases} \quad (4.16)$$

$$f_r = \begin{cases} \frac{3}{8} \frac{\mathcal{L}^2}{r^2} \frac{\mu}{r^2} & \text{при } \alpha=\frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad (4.17)$$

или в общем виде

$$f_r = \chi \frac{\mu}{r^4}, \quad (4.18)$$

где $\chi = -\frac{3}{4} \mathcal{L}^2$ для $\alpha=0$ и $\chi = \frac{3}{8} \mathcal{L}^2$ для $\alpha=\frac{\pi}{2}$.

Здесь $\mathcal{L}$ — полная длина гантели; r — радиус орбиты.

*Плоское движение гравилета под действием
радиальной силы в центральном поле тяготения*

Уравнения движения в полярной системе координат с полюсом в центре гравитации имеют вид

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 + \frac{\mu}{r^2} = f_r,$$

$$r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} = f_n. \quad (4.19)$$

Здесь φ — центральный угол, отсчитываемый от заданного начального направления; f_n — трансверсальная составляющая ускорения.

Рассмотрим случай, когда $f_n = 0$. Тогда с помощью второго уравнения (4.19) найдем интеграл площадей

$$r^2\dot{\varphi} = c. \quad (4.20)$$

Подставляя в первое уравнение (4.19) выражения f_r и $\dot{\varphi}$ из (4.18) и (4.20), найдем второй интеграл — интеграл энергии

$$\dot{r}^2 - 2\frac{\mu}{r} + \frac{c^2}{r^2} + \frac{2}{3} \kappa \frac{\mu}{r^3} = h. \quad (4.21)$$

Используя выражение

$$V^2 = \dot{r}^2 + (r\dot{\varphi})^2, \quad (4.22)$$

интеграл энергии приведем к виду

$$V^2 - 2\frac{\mu}{r} + \frac{2}{3} \kappa \frac{\mu}{r^3} = h. \quad (4.23)$$

Из этого выражения видно, что при $\kappa = 0$, т. е. $f_r = 0$, получим известный кеплеровский интеграл энергии

$$V^2 - 2\frac{\mu}{r} = h.$$

Это означает, что при действии силы f_r орбита отличается от кеплеровой.

Интегралы (4.20) и (4.23) выразим через фокальный параметр p , эксцентриситет и радиус оскулирующей орбиты. Известно, что $c^2 = \mu p$, откуда видно, что фокальный параметр оскулирующей орбиты

$$p = \text{const}. \quad (4.24)$$

Используя известные выражения

$$V^2 - 2\frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{a}, \quad e^2 = 1 - \frac{p}{a},$$

интеграл (4.23) преобразуем к виду

$$e^2 + \frac{2}{3} \times \frac{p}{r^3} = h_e. \quad (4.25)$$

Следовательно, эксцентриситет орбиты при движении гравилета по орбите изменяется.

Исследуя зависимости (4.21) и (4.25), выясним характер траектории.

Аналитическое выражение траектории $r(t)$ получить не удастся, так как выражение (4.21) приводится только к эллиптическим интегралам. Однако анализ уравнения (4.21) при $\dot{r}=0$ позволяет сделать ряд важных выводов относительно характера траектории. Действительно, если уравнение $\dot{r}=0$ имеет два действительных корня, это значит, что существует $r_1=\min$ и $r_2=\max$, т. е. оскулирующий эллипс с $r_{\pi}=r_{\min}$ и $r_{\alpha}=r_{\max}$.

Если же имеется только один корень (в случае начала движения с круговой орбиты $r_{\min}=r_0$), то это значит, что $r_{\alpha} \rightarrow \infty$, т. е. траектория удаляется в бесконечность.

Пусть в начале «моторного» полета (т. е. когда начинает действовать радиальная гравитационная тяга P_r) гравилет находится в одной из ожидаемых точек орбиты. Тогда для $\dot{r}=0$ уравнение (4.21) перепишем в следующем виде:

$$2\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right) - p\left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r^2}\right) - \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{r_0^3} - \frac{1}{r^3}\right) = 0. \quad (4.26)$$

Это уравнение удовлетворяется при $r=r_1 \equiv r_0$, где через r_1 обозначен первый корень уравнения (4.26). Найдем два других корня r_2 и r_3 . Из (4.26) имеем

$$\left(\frac{r}{r_0}\right)_{2,3} = \frac{\frac{p}{r_0} + d \pm \sqrt{\left(\frac{p}{r_0} + d\right)^2 + 4d\left(2 - d - \frac{p}{r_0}\right)}}{2\left(2 - d - \frac{p}{r_0}\right)}, \quad (4.27)$$

где $d = \frac{2}{3} \frac{\alpha}{r_0^2}$, причем

$$d = -\frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{L}}{r_0}\right)^2, \text{ если } \alpha = 0,$$

$$d = \frac{1}{4} \left(\frac{\mathcal{L}}{r_0}\right)^2, \text{ если } \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

Так как по предположению r_0 — апсидальный радиус начальной орбиты, то

$$\frac{p}{r_0} = 1 \pm e_0,$$

где e_0 — эксцентриситет начальной орбиты.

Тогда с учетом того, что $d \ll 1$, имеем

$$2 - \frac{p}{r_0} - d = 1 \mp e_2 - d > 0.$$

Как следует из (4.27), все корни действительные, но количество реальных корней зависит от знака d . Если $d > 0$ (что имеет место при $\alpha = \frac{\pi}{2}$), то $r_2 > 0$, но $r_3 < 0$.

Поэтому реальных корней только два: (r_1 и r_2). Если же $d < 0$ (что имеет место при $\alpha = 0$), то оба корня положительны: $r_2 > 0$ и $r_3 > 0$. Однако третий корень r_3 очень мал, $\left[\frac{r_3}{r_0} \sim \left(\frac{\mathcal{L}}{r_0}\right)^2\right]$, поэтому практического смысла также не имеет. При малых гравитационных возмущениях он нереализуем.

Таким образом, получаем два корня

$$r_1 = r_0,$$

$$r_2 = r_0 \frac{\frac{p}{r_0} + d + \sqrt{\left(\frac{p}{r_0} + d\right)^2 + 4d\left(2 - \frac{p}{r_0} - d\right)}}{2\left(2 - \frac{p}{r_0} - d\right)}.$$

При малом ускорении f_r корень r_2 может быть выражен приблизительно так:

$$r_2 = \frac{p}{2 - \frac{p}{r_0}} + \frac{r_0}{p} d.$$

Таким образом, гравилет под действием радиального ускорения f_r совершает полет по эллипсоидальной траектории, радиус которой остается в пределах $r_{\min} \leq r < r_{\max}$.

При этом согласно (4.25)

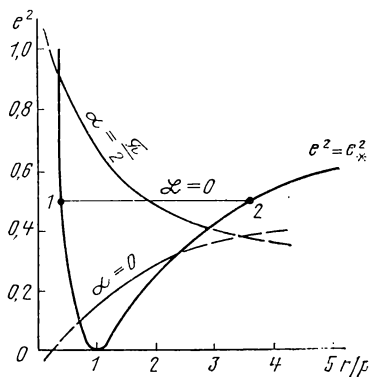


Рис. 4.7. Зависимость квадрата эксцентриситета от параметра r/p

эксцентриситет меняется в пределах $e_{\min} \leq e \leq e_{\max}$, а линия апсид совершает круговое движение [55, 80].

Дополнительно можно провести геометрическое исследование движения гравилета аналогично тому, как это сделано в [6, 74]. В реальном движении e^2 , исходя из

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}, \quad \text{изменяется в области}$$

$$e^2 \geq \left(1 - \frac{p}{r}\right)^2. \quad (4.28)$$

На плоскости $e^2, \frac{r}{p}$ реальные значения e^2 будут лежать выше граничной кривой $e^2 = e_*^2$, определяемой из (4.28) при сохранении в нем только знака равенства. Эта граничная кривая имеет следующий характер: e_*^2 монотонно убывает от ∞ до 0 при увеличении $\frac{r}{p}$ от 0 до 1, а затем e_*^2 монотонно возрастает от 0 до 1, асимптотически приближаясь к 1 при $\frac{r}{p} \rightarrow \infty$ (рис. 4.7). На этой же плоскости построим кривые $e^2\left(\frac{r}{p}\right)$, определяемые из (4.25) при фиксированном значении h_e . Эта кривая монотонно убывает от $e^2 = +\infty$ до $e^2 = h_e$ при увеличении r от 0 до ∞ при $\alpha = 0$ и она монотонно возрастает от $e^2 = -\infty$ до $e^2 = h_e$ при $\alpha = \pi/2$. Реальное движение определяется дугой кривой (4.25), лежащей в области (4.28). Пересечение кривой (4.25) с граничной кривой определяет экстремальные точки траектории: $r = r_{\min}$, при этом $e = e_{\min}$ и $r = r_{\max}$, при этом $e = e_{\max}$, если $\alpha = 0$; $r = r_{\min}$, при этом $e = e_{\max}$ и $r = r_{\max}$, при этом $e = e_{\min}$, если $\alpha = \pi/2$. Движение тела периодически по r и e . В плоскости $e^2, \frac{r}{p}$ движение происходит по дуге кривой (4.25) внутри области (4.28) от значения $r = r_{\min}, e = e_{\min}$ до значений $r = r_{\max}, e = e_{\max}$ при $\alpha = 0$ и от значений $r = r_{\min}, e = e_{\max}$ до значения $r = r_{\max}, e = e_{\min}$ при $\alpha = \pi/2$. Затем обратно вдоль тех же кривых до первоначальных значений r и e .

При отсутствии возмущений ($p_r = 0$), когда вместо тела имеем материальную точку ($\mathcal{L} = 0$), как следует из (4.25), эта точка будет двигаться по невозмущенной эллиптической орбите с $e = \text{const}$ (например, вдоль отрезка $e = \text{const}$ между точками 1 и 2 на рисунке).

Движение гравилета под действием трансверсальной тяги

В разд. 4.2 было показано, что при отклонении продольной оси гравилета гантельной формы от местной вертикали на угол α возникает сила, направленная по трансверсали, ускорение которой с точностью порядка $(\mathcal{L}/r)^2$ равно

$$f_n = \frac{3}{8} \frac{\mathcal{L}^2}{r^2} \frac{\mu}{r^2} \sin 2\alpha, \quad (4.29)$$

где $\mathcal{L}$ — полная длина гравилета.

Рассмотрим траекторию движения под действием этой силы. Предположим, что начальная орбита круговая с радиусом r_0 . В этом случае ввиду малости ускорения f_n оскулирующая орбита остается близкой к круговой и справедливо соотношение $e \approx 0$ и $p \approx r$. Тогда уравнение движения в оскулирующих элементах для p запишется следующим образом:

$$\frac{dp}{du} \approx \frac{dr}{du} = \frac{2r^3}{\mu} f_n.$$

Здесь u — аргумент широты.

Это уравнение с помощью (4.29) легко интегрируется

$$\frac{r}{r_0} = \sqrt{1 + 2\pi \left(\frac{\mathcal{L}}{r_0}\right)^2 \sin 2\alpha N},$$

где $N = \frac{u}{2\pi}$ — число оборотов гравилета по орбите.

Из последнего уравнения следует, что изменение высоты орбиты спутника под действием трансверсальной составляющей гравитационной тяги имеет вековой характер. Чем больше N , т. е. чем больше время действия силы P_n , тем больше изменение высоты орбиты. Причем при $\alpha < 90^\circ$ происходит рост высоты, а при $\alpha > 90^\circ$ снижение высоты. Максимальное изменение r соответствует $\alpha = 45^\circ$ и $\alpha = 135^\circ$.

Оценим длину гравилета $\mathcal{L}$ при старте с круговой орбиты $r_0 = 6770$ км для двухкратного изменения радиусавектора ($r/r_0 = 2$) в течение первого месяца ($N = 450$ оборотов), $\alpha = 45^\circ$. Она составляет ~ 180 км.

Однако, как было показано выше, при $\alpha = 45^\circ$ гравилет не находится в положении относительного равновесия. Возможность использования трансверсальной составляющей гравитационной тяги для управления движением центра масс гравилета см. в разд. 4.4.

4.3.2. Движение гравилета относительно центра масс в плоскости круговой орбиты

Уравнение колебательного движения в плоскости орбиты тела гантельного типа с равными массами на концах можно, используя (4.9) и (4.15), записать в следующем виде:

$$I\ddot{\alpha} = -\frac{3}{8}\omega^2 m\mathcal{L}^2 \sin 2\alpha.$$

Так как момент инерции гантели $I = \frac{m\mathcal{L}^2}{4}$, то

$$\ddot{\alpha} + 3\omega^2\alpha = 0. \quad (4.30)$$

При этом предполагалось, что линейные размеры спутника по сравнению с радиусом орбиты малы ($\mathcal{L} \ll r$) и что отклонения углов α относительно положения равновесия также малы ($\sin 2\alpha \approx 2\alpha$).

В выражении (4.30) $\omega^2 = \frac{\mu}{r^3} = \text{const}$ для круговой орбиты. Тогда это уравнение легко решается. Максимальный угол отклонения продольной оси спутника зависит от положения равновесия, от начальных значений углов и угловых скоростей

$$\alpha_{\max} = \sqrt{\alpha_0^2 + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{3\omega^2}}. \quad (4.31)$$

При заданной точности ориентации $\alpha_{\max} \leq \alpha_{\text{зад}}$ значения начальных разбросов α_0 и $\dot{\alpha}_0$ должны лежать в пределах эллипса, уравнение которого находится из (4.31)

$$\frac{\alpha_0^2}{\alpha_{\text{зад}}^2} + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{3\omega^2\alpha_{\text{зад}}^2} = 1.$$

Отсюда полуоси эллипса равны (см. рис. 4.8)

$$\begin{aligned} a &= \alpha_{\text{зад}}, \\ b &= \sqrt{3}\omega\alpha_{\text{зад}}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Если начальные возмущения α_0 , $\dot{\alpha}_0$ при отделении спутника от последней ступени ракеты-носителя окажутся такими, что будет $\alpha_{\max} > \alpha_{\text{зад}}$, то в этом случае должна быть предусмотрена активная система, которая бы «загоняла» α_0 и $\dot{\alpha}_0$ в заданный эллипс рассеивания.

Для примера оценим эллипс рассеивания α_0 и α_0 для метеорологического спутника, обращающегося по круговой орбите на высоте $h = 1000$ км. Заданная точность ориентации оптической оси $\alpha_{\text{зад}} = \pm 3^\circ$. Тогда $a = 3^\circ$ и $b = 0,3$ град/с.

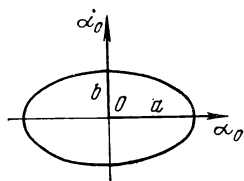


Рис. 4.8. Эллипс параметров колебания

Из (4.32) видно, что большая полуось эллипса зависит только от заданной точности ориентации, а малая полуось еще и от высоты орбиты. Параметры эллипса не зависят ни от массы гантели, ни от ее длины, т. е. от ее конструктивных параметров.

Период колебания спутника равен $T = \frac{2\pi}{\sqrt{3}\omega}$, который зависит только от высоты круговой орбиты (при заданной гравитационной постоянной μ).

Мы рассмотрели случай колебательного движения гантели только в плоскости ее орбиты. Аналогичные колебания происходят и в плоскости, проходящей через радиус-вектор перпендикулярно плоскости орбиты. Таким образом, мы имеем одноосную ориентацию спутника гантельной формы на центр гравитации.

Если тело обладает трехосным эллипсоидом инерции, то спутник будет иметь уже трехосную ориентацию. При этом условия устойчивости записываются в виде $B > A > C$, где A, B, C — главные центральные моменты инерции этого тела. В работе [3] показывается, что для устойчивости относительного равновесия твердого тела на круговой орбите в ньютоновском центральном поле сил достаточно, чтобы соблюдались неравенства $B > A > C$, т. е. чтобы в невозмущенном движении большая ось центрального эллипсоида инерции тела была направлена по радиусу-вектору, меньшая ось — по нормали к плоскости орбиты, а средняя — по касательной к орбите. Тогда невозмущенное движение будет устойчивым относительно малых возмущений движения центра масс и движения около центра масс.

4.3.3. Пассивная гравитационная ориентация спутника

Устойчивое положение относительного равновесия спутника на орбите может быть использовано для созда-

ния системы пассивной гравитационной ориентации. Это обстоятельство вызвало ряд теоретических исследований и технических предложений о создании системы гравитационной ориентации искусственных спутников [16, 33, 36, 40, 41, 45, 47]. В настоящее время принцип гравитационной ориентации реализован во многих спутниках различного назначения.

Проведение научных исследований в околоземном пространстве с помощью искусственных спутников, например, связанных, метеорологических, геодезических и некоторых типов других ИСЗ, часто требует точной трехосной или одноосной ориентации спутника на Землю в течение длительного времени.

В зависимости от поставленных задач ориентация искусственных спутников может быть осуществлена с использованием активных или пассивных методов. Применение активных систем ориентации при значительном времени существования спутника приводит к ряду трудностей, связанных с большим расходом энергии или рабочего тела, весом и сложностью этих систем. Для активных методов ориентации обязательно наличие на спутнике датчиков ориентации и исполнительных элементов, обеспечивающих управляющие моменты и поддерживающих заданную ориентацию спутника в пространстве. Активные системы ориентации применяются, если необходимо обеспечить очень высокую точность ориентации, противодействовать большим возмущающим моментам, совершать сложные программные повороты спутника. Активные системы ориентации рассчитываются, как правило, на сравнительно короткое время работы.

Для спутников без сложных программных маневров, с большим временем активного существования и точностью ориентации порядка $1-5^\circ$ предпочтительнее применение пассивных методов. При разработке пассивных систем ориентации спутников можно использовать свойства гравитационного и магнитного полей, эффект сопротивления атмосферы и светового давления, гироскопические свойства вращающихся тел и др.

Из систем, использующих свойства внешней среды, наибольшее распространение получили гравитационные системы ориентации спутников. Принцип ориентации в этих системах основан на хорошо известном свойстве центрального ньютоновского поля сил: спутник с нерав-

ными главными центральными моментами инерции имеет на круговой орбите четыре устойчивых положения равновесия, соответствующих совпадению наибольшей оси эллипсоидов инерции спутника с радиусом-вектором и наименьшей оси с нормалью к плоскости орбиты.

Важное положительное свойство пассивных систем заключается в том, что эти системы могут функционировать продолжительное время без расходования энергии или рабочего тела. Наиболее существенный недостаток пассивных систем — сравнительно малая величина управляющих моментов.

Рассмотренная выше гантельная форма спутника дает одноосную ориентацию вдоль радиуса-вектора. Наличие трехосного эллипсоида инерции, как доказывалось в работе [3], обеспечивает трехосную ориентацию.

Положения устойчивого равновесия переходят одно в другое при повороте спутника на 180° вокруг радиуса-вектора и бинормали к орбите.

При отсутствии внутреннего рассеивания энергии величина амплитуд малых колебаний спутника относительно равновесного положения не меняется с течением времени. Точность стабилизации определяется начальными значениями углов и угловых скоростей спутника. Введение диссипативных сил в систему превращает положения устойчивого относительного равновесия спутника в асимптотически устойчивое. Тогда амплитуда собственных колебаний, обусловленных начальными значениями углов и угловых скоростей, стремится к нулю.

При практической реализации гравитационной системы ориентации необходимо решить три основные задачи. Первая задача связана с необходимостью демпфирования собственных колебаний спутника относительно положения устойчивого равновесия. Для обеспечения демпфирования собственных колебаний спутник монтируется из соединенных нежесткой связью двух частей — собственно спутника и стабилизатора. Демпфирование системы производится с использованием относительной подвижности спутника и стабилизатора.

Вторая задача связана с неоднозначностью положения устойчивого равновесия спутника. Если спутник после демпфирования собственных колебаний должен занять устойчивое равновесное положение, а углы и угловые скорости в начальный момент после отделения от последней ступени ракеты-носителя слишком велики, но их необ-

ходимо уменьшить с помощью системы предварительного успокоения до величин, обеспечивающих выход спутника в нужное положение равновесия. Другое решение этой задачи заключается в том, чтобы успокоить спутник в любом устойчивом положении равновесия и уже после успокоения перевести его с помощью программного поворота в заданное положение равновесия.

Третья задача связана с малой величиной гравитационных восстанавливающих моментов и необходимостью в связи с этим принимать специальные меры по уменьшению различных возмущающих воздействий с тем, чтобы обеспечить достаточно высокую точность ориентации спутника.

Различные гравитационные системы ориентации отличаются в основном методами демпфирования собственных колебаний. Демпфирование может быть полностью пассивным, полупассивным и активным.

В чисто пассивных схемах с использованием относительного движения нежестко соединенных частей спутника производится демпфирование, основанное на явлениях, связанных с возникновением вихревых токов, эффектом магнитного гистерезиса и т. д.

Полупассивное демпфирование можно обеспечить, например, с помощью гиродемпфера, где сравнительно небольшое количество энергии тратится лишь на поддержание постоянной скорости вращения роторов гироскопов.

В гравитационных системах ориентации с активным демпфированием гашение собственных колебаний спутника относительно орбитальной системы координат осуществляется с помощью системы, включающей чувствительные и исполнительные элементы, и лишь восстанавливающие моменты обеспечиваются за счет свойств гравитационного поля Земли.

Демпферы колебаний рассеивают энергию колебаний спутника с гравитационной системой ориентации относительно положения устойчивого равновесия. Геомагнитное поле и невесомость, тепловые условия и вакуум космического пространства существенно влияют на конструкцию демпферов, поскольку они используются в спутниках, которые стабилизируются очень малыми гравитационными моментами. Демпфер должен быть достаточно чувствительным, для того чтобы реагировать на весьма малые моменты, и в то же время достаточно

прочным, для того чтобы противостоять большим силам, возникающим при запуске или маневрах на орбите.

Демпфирование колебаний осуществляется путем диссипации энергии относительно движения между спутником и либо внешним геомагнитным полем (однокомпонентные демпферы), либо некоторым компонентом спутника, который связан с внешним полем (двухкомпонентные демпферы). В табл. 4.1, взятой из [45], перечислены типы демпферов, используемые опорные поля, принципы построения каждого из четырех основных элементов демпфера.

Таблица 4.1

Тип демпфера	Основное опорное поле или источник измерения	Элементы демпфера колебаний			
		демпфирование	подвеска	пружина	арретирование
Однокомпонентные	Магнитное	Вихревые токи	Нет	Нет	Нет
		Магнитный гистерезис			
		Усиленный магнитный гистерезис			
		Вязкость			
Двухкомпонентные	Гравитационное	Вихревые токи	Диамagnetная	Диамagnetная	Пиротехническое
		Магнитный гистерезис	Упругое закреплен.	Упругое закреплен.	Пассивное
		Вязкость	Торсионная	Закручивающаяся нить	Управляемое
		Структурный гистерезис	Спиральная пружина	Спиральная пружина	Нет
		Вихревые токи	Диамagnetная	Диамagnetная	Пиротехническое
		Магнитный гистерезис	Упругое закреплен.	Упругое закреплен.	Пассивное
		Вязкость	Торсионная	Закручивающаяся нить	Управляемое
		Структурный гистерезис	Спиральная пружина	Спиральная пружина	Нет
	Магнитное	Вихревые токи	Диамagnetная	Диамagnetная	Пиротехническое
		Магнитный гистерезис	Упругое закреплен.	Упругое закреплен.	Пассивное
		Вязкость	Торсионная	Закручивающаяся нить	Управляемое
		Структурный гистерезис	Спиральная пружина	Спиральная пружина	Нет
	Аэродинамическое				Сублимация
	Световое давление				Сублимация

Однокомпонентные демпферы. Простейшая конструкция демпфера включает в себя несколько стержней, жестко скрепленных со спутником. Такой демпфер не

имеет элементов подвески, так как его части не перемещаются друг относительно друга. Стержень демпфера рассеивает энергию за счет потерь на магнитный гистерезис, возникающих при движении стержня относительно магнитного поля. Энергия колебаний рассеивается при движении элементарных магнитных областей в материале демпфера. Демпферы такого типа эффективны только на низких орбитах и обеспечивают относительно небольшую точность ориентации — обычно порядка $10 \dots 20^\circ$. Были разработаны некоторые средства для улучшения демпфирующих свойств этих стержней путем усиления действия земного магнитного поля. Усиленное гистерезисное демпфирование с успехом использовалось на синхронных орбитах для достижения той же точности ориентации, что и на низких орбитах.

В одном из вариантов однокомпонентных демпферов диссипация энергии вызывается вихревыми токами, возникающими при движении стержня в магнитном поле Земли. Недостатком такого демпфера является его слишком большая масса.

Двухкомпонентные демпферы. Эти демпферы состоят из элементов, скрепленных с основной конструкцией спутника, и элементов, которые взаимодействуют с внешним полем. До настоящего времени для этой цели использовались геомагнитные и гравитационные поля. Идеи многих конструкций основаны на аэродинамических силах и световом давлении, но они не осуществлены.

Сцепление с геомагнитным полем к настоящему времени осуществлялось чаще всего в демпферах со сферической конфигурацией. Такая схема состоит из сферы, которая подвешивается диамагнитными силами внутри другой сферы. Внутренняя сфера содержит магнитный стержень, который ориентируется по геомагнитному полю, а внешняя сфера жестко скреплена со спутником. Относительное движение сфер, вызываемое колебаниями ИСЗ, демпфируется либо вязким трением, либо вихревыми токами. Точность ориентации, которая достигается с помощью систем со сферическим демпфером, составляет $5 \dots 10^\circ$.

Существует множество конструкций двухкомпонентных демпферов, в которых для сцепления используется гравитационное поле Земли. Одна часть такого демпфера скреплена с основным стержнем, а вторая — с демпфирующим. Такая конструкция, однако, усложняет усг-

ройство подвески демпфера и защиту его от вибраций на старте. Для этого типа демпферов используются подвески на закручивающейся нити, спиральной пружине, с упругим закреплением и диамагнитные в сочетании со многими принципами демпфирования и методами арретирования. С помощью демпфера такой системы была достигнута точность ориентации 2° .

Одним из простейших демпферов является центральная сферическая полость, заполненная вязкой жидкостью и находящаяся внутри гравитационно устойчивого спутника. Колебательное движение спутника приводит к перемещению вязкой жидкости относительно корпуса спутника и рассеиванию энергии. Сферу можно заменить полостью, образованной двумя сферическими оболочками. Для заданной толщины слоя и плотности вязкой жидкости, заключенной между сферическими оболочками, существует оптимальная вязкость, обеспечивающая максимальную скорость рассеивания энергии колебаний.

Основной недостаток схемы демпфирования колебаний спутника с помощью вязкой жидкости заключается в том, что для сравнительно быстрого рассеивания энергии требуется большое количество жидкости, так как оказывается, что в оптимальном случае демпфирования момент инерции жидкости должен быть сравним по величине с максимальным моментом инерции спутника. Эффективность этой схемы несколько повышается, если поместить жидкость в замкнутый тороидальный объем, расположенный вне спутника.

Одна из первых и достаточно эффективных схем стабилизации и демпфирования была предложена Д. Е. Охочимским еще в 1956 г. Эта схема представлена на рис. 4.9. К телу спутника с помощью сферического шарнира присоединено второе тело, которое называется стабилизатором. Стабилизатор выполнен в виде двух одинаковых по длине жестко скрепленных друг с другом штанг с равными грузами на концах. Система координат $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$ — главные центральные трехгранники, связанные соответственно со спутником и стабилизатором. Положение стабилизатора относительно тела спутника фиксируется центрирующими пружинами.

Параметры стабилизатора (длина штанг, вес, угол раствора между штангами) выбираются таким образом, чтобы при жестком закреплении стабилизатора относи-

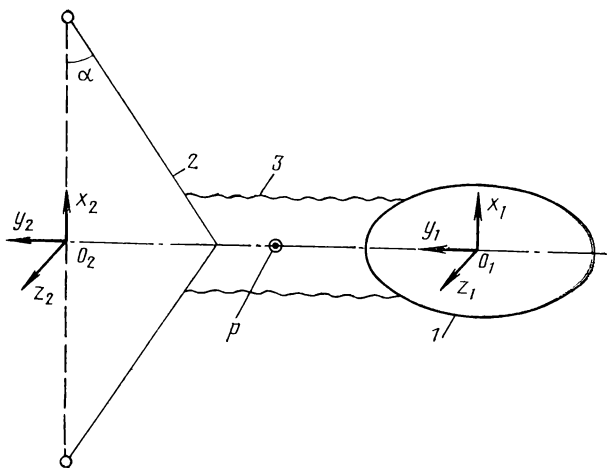


Рис. 4.9. Система спутник — стабилизатор:

1—спутник; 2—стабилизатор; 3—центрирующие пружины; p —сферический шарнир

тельно спутника система спутник — стабилизатор была гравитационно устойчивой. В положении устойчивого равновесия система спутник — стабилизатор штанги расположена в плоскости орбиты $O_1x_1 \parallel O_2x_2$, $O_1y_1 \parallel O_2y_2$ и параллельна касательной к круговой орбите $O_1z_1 \parallel O_2z_2$.

Нежесткое фиксирование взаимного положения спутника и стабилизатора с помощью упругой связи осуществлено с целью ввести в систему линейные демпфирующие члены, используя относительную подвижность спутника и стабилизатора.

Предполагаемая схема позволяет при любых инерционных характеристиках спутника обеспечить его стабилизацию относительно орбитальной системы координат. В среде без сопротивления форма спутника не имеет значения. Движение системы определяется инерционными характеристиками спутника и стабилизатора и координатами сферического шарнира относительно трехгранников $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$.

Моменты инерции стабилизатора пропорциональны квадрату длины штанг, а максимальный размер штанг определяется лишь требованиями жесткости конструкции. Поэтому необходимое для удовлетворительного переходного процесса соотношение между моментами инерции спутника и стабилизатора легко обеспечивается с

помощью малых масс на концах штанг за счет увеличения их длины. В конструктивном отношении удобны складные или телескопические штанги, либо штанги, выполненные из металлических лент, свортывающихся под действием упругих сил в трубки.

Упругую связь между спутником и стабилизатором можно не вводить, если спутник без стабилизатора гравитационно устойчив и шарнир расположен на главной оси, соответствующей среднему по величине моменту инерции спутника. Роль фиксирующих упругих связей в этом случае играют гравитационные моменты.

Схема системы спутник — стабилизатор на рис. 4.9 является наиболее простой и в то же время общей, так как она решает поставленную задачу стабилизации при любых параметрах спутника. Рассмотрение более сложных форм стабилизатора ничего нового к этой схеме не добавляет.

Предполагаемая система гравитационной стабилизации может работать длительное время и не требует при этом расходования энергии на стабилизацию. Точность стабилизации спутника определяется лишь точностью изготовления системы спутник — стабилизатор и в принципе может быть сколь угодно высокой. Вес стабилизатора, обеспечивающего оптимальный переходной процесс, при длине штанг, равной удвоенному максимальному линейному размеру спутника, не превышает нескольких процентов от веса спутника.

Подробный анализ описанной системы стабилизации дается в работах В. А. Сарычева [40, 41] и др.

4.4. УПРАВЛЯЕМОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРАВИЛЕТА

В разд. 4.3 было показано, что отличие твердого тела (искусственного спутника) от материальной точки практически не приводит к вековым изменениям параметров орбиты при полете в центральном гравитационном поле.

Однако еще в 1962 г. автором было обнаружено, что при постоянном наклонении тела гантельного типа к местному горизонту возникает сила, способная изменять орбиту в широких пределах. Но так как эта система практически мало эффективна (о которой пойдет речь), результаты исследований ранее не публиковались. Появление в период с 1968 по 1972 гг. трех статей [6, 8, 9], в которых были исследованы два новых способа создания

гравитационной тяги, вызвало среди специалистов повышенный интерес, что заставило глубже разработать теорию полета гравилетов.

Принцип использования сил механической системы для управляемого перемещения центра масс этой системы при наличии внешних сил широко применяется в средствах передвижения. Его можно использовать также и в космической технике. При этом внешними силами будут силы центрального гравитационного поля, а средством создания управляемого главного вектора этих сил — управляемое изменение геометрии масс элементов системы или управляемое изменение положения элементов аппарата по отношению к гравитационному полю.

Новый способ основан на следующих соображениях [6]:

«1) сила тяготения, действующая на тело конечных размеров, отличается от силы, действующей на материальную точку той же массы, помещенной в центре масс тела;

2) изменяя геометрию тела или положение КА в гравитационном поле, можно менять величину и направление действующей на него силы тяготения;

3) геометрией или положением тела можно управлять так, что возникающие вариации силы тяготения с течением времени приведут к существенным отклонениям траектории тела от первоначальной.

Первое из этих утверждений очевидно. Второе является следствием первого. Третье утверждение будет доказано ниже».

Сила, развиваемая изменением геометрии и положения масс, пропорциональна величине $(\mathcal{L}/r)^2$, где $\mathcal{L}$ — полная длина КА гантельного типа, r — радиус-вектор. Эта величина в практически реализуемых конструкциях мала. Например, в близкой окрестности Земли на тело размером в несколько сот метров действует возмущающее ускорение порядка 10^{-8} от основной величины гравитационного ускорения, в то время как двигатели малой тяги могут дать возмущающее ускорение порядка $(10^{-6}—10^{-4}) g$. Однако при размерах тела в несколько сот километров можно получить такие же ускорения, какие могут дать двигатели малой тяги (см. разд. 4.2).

Анализ сил, проведенный в разд. 4.2 показал, что величина и направление этих сил зависят от угла наклона продольной оси гравилета к местному горизонту

и от расстояния между центрами масс элементов системы: $P(\alpha, \mathcal{L})$. Управляя параметрами α и $\mathcal{L}$ с помощью внутренних или внешних сил можно управлять маневром космического аппарата.

Система изменяемой длины $\mathcal{L}$ рассмотрена в работах [6, 9]. Она названа авторами «пульсирующей системой». Причем в работе [6] рассмотрена пульсирующая система гантельного типа со скачкообразным изменением расположения масс гантелей в различных точках орбиты, а в работе [9] система с непрерывным изменением геометрии масс.

Маневр КА путем изменения угла наклона продольной оси аппарата к местному горизонту исследован М. Е. Гиверцем [8] при $\alpha = \left\{0; \frac{\pi}{2}\right\}$ и автором при $\alpha = \text{const}$.

4.4.1. Движение пульсирующих систем

Движение пульсирующей системы со скачкообразным изменением расположения масс. Пусть гравилет занимает одно из положений относительного равновесия: $\alpha = \left\{0; \frac{\pi}{2}\right\}$. При этом действующая на тело сила является центральной, зависит только от расстояния r от центра масс гравилета до центра притяжения и определяется силовой функцией $u[r]$. Движение полностью определяется с помощью первых интегралов уравнений движения: интеграла площадей (4.24) и интеграла энергии (4.25). Эти интегралы преобразуются к виду, удобному для доказательства возможности управляемого маневра гравилета

$$p = \text{const}, \quad e^2 + \gamma \mathcal{L}^2 \frac{p}{r^3} = h_e; \quad (4.33)$$

здесь

$$\gamma = \begin{cases} -\frac{1}{2}, & \alpha = 0 \\ \frac{1}{4}, & \alpha = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

В зависимости от длины $\{\mathcal{L}; 0\}$ и $\alpha \left\{0; \frac{\pi}{2}\right\}$ космический аппарат гантельной формы совершает одно из трех движений, показанных на рис. 4.7.

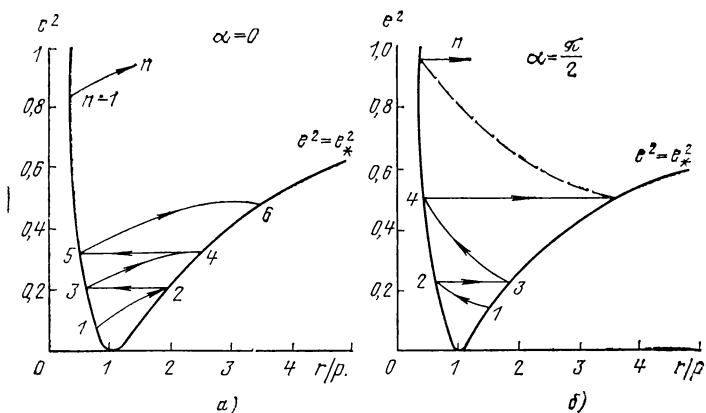


Рис. 4.10. Изменение эксцентриситета орбиты пульсирующего гравилета

Пусть рассматриваемый КА может пульсировать: в нужные моменты мгновенно сжиматься в точку ($\mathcal{L}=0$) или мгновенно выпрямляться на полную длину $\mathcal{L}$. Допустим пусть движение начинается в перигее орбиты с раскрытой гантелью и происходит на плоскости $e^2, r/p$ вдоль дуги 1—2 на рис. 4.10, а. По достижении апогея $e=e_{\max}^{(1)}$ и $r=r_{\max}^{(1)}$ гантель мгновенно сожмется в точку, тем самым выключая «гравитационный двигатель». Тогда дальнейшее движение будет происходить по эллиптической орбите с постоянным эксцентриситетом $e=e_{\max}$ вдоль отрезка 2—3 (см. рис. 4.10, а) до нового значения перигейного радиуса $r=r_{\min}^{(2)}$. В этом новом перигее вновь мгновенно «включаем» гантель. Тогда дальнейшее движение будет происходить по отрезку кривой (4.33) с новым значением h_0 (новые начальные данные) вплоть до $r=r_{\max}^{(2)}$, $e=e_{\max}^{(2)}$ (вдоль дуги кривой 3—4 на рис. 4.10, а). Очевидно, $e_{\max}^{(2)} > e_{\max}^{(1)}$. Далее, «выключая» гантель в апогее орбиты и «включая» ее в перигее, можно достичь сколь угодно больших значений $e < 1$ и даже значения $e > 1$, т. е. достичь параболической скорости и уйти из поля тяготения центрального тела (кривая $n-1 \div n$ на рис. 4.10, а).

Аналогичный процесс совершается и в случае $\alpha = \pi/2$ (рис. 4.10, б). В отличие от случая $\alpha = 0$ при $\alpha = \pi/2$ «вклю-

чать» гантель необходимо в апогее, а «выключать» в перигее.

Некоторые оценки [6]. За n циклов эксцентриситет изменится примерно до значений $e_n^2 \approx e_0^2 + n \left(\frac{\mathcal{L}}{p} \right)^2 (1 + e_0^2)$, так что для достижения $e \sim 1$ необходимо $n \sim \left(\frac{p}{\mathcal{L}} \right)^2$ циклов (оборотов на орбите). Если исходная орбита $p = 10000$ км, а $\mathcal{L} = 1$ км, то $n \sim 10^8$ оборотов, при $\mathcal{L} = 10$ км, $n = 10^6$, при $\mathcal{L} = 100$ км $n \sim 10^4$.

Движение пульсирующей системы с плавным изменением расположения масс. Результаты исследований этой системы изложены в [9], где рассматривается маневр гравилета для случая непрерывного изменения геометрии масс при полете в центральном гравитационном поле. Основное внимание уделяется анализу программирования величины и положения элементов системы, приводящее к получению сколь угодно больших перемещений центра масс КА.

Исследуется КА, который содержит n резервуаров для жидкого или газообразного рабочего вещества, соединенных между собой трубопроводами для перекачки рабочего вещества из одного резервуара в другой. Принимается, что никаких других внешних сил, кроме сил центрального гравитационного поля, на космический аппарат не действует. Приближенно резервуары считаются точечными. Их расположения обозначены c_i ($i = 1, 2, \dots$) (рис. 4.11). Взаимное расположение точек c_i может быть как постоянным, так и переменным. Переменную массу рабочего вещества, находящегося в резервуаре c_i , обозначим через m_i . Будем считать также, что

$$\sum_{i=1}^n m_i = \text{const} = m, \quad (4.34)$$

т. е. рабочее вещество никуда не уходит из системы резервуаров и извне не поступает в нее. Ясно так же, что перетекание масс из одних резервуаров в другие может быть реализовано с помощью одних только внутренних сил системы. Уравнение движения центра масс рассматриваемой системы можно представить в виде

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \mu \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{M} \left(\frac{\vec{r}}{r^3} - \frac{\vec{r}_i}{r_i^3} \right) +$$

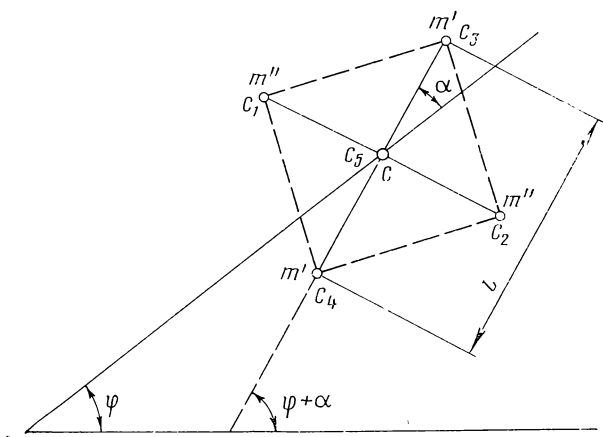


Рис. 4.11. Схема многосекционного пульсирующего гравиметра

$$+ \mu \left(1 - \frac{m}{M} \right) \frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{\vec{F}}{M}, \quad (4.35)$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор, идущий от притягивающего центра в центр масс КА; μ — гравитационная постоянная центрального поля; r_i — радиусы-векторы, определяющие положение резервуаров c_i ; M — полная масса КА; $\vec{F}$ — геометрическая сумма всех гравитационных сил, действующих на КА, без перемещающегося рабочего вещества. Класс программ изменения масс m_i , среди которых находятся программы, приводящие к требуемой цели, будем искать в форме

$$m_i = \Phi_{1i}(r) + \Phi_{2i}(r) \Phi_i(\varphi), \quad (4.36)$$

где φ — угол, образованный радиусом-вектором $\vec{r}$ с неподвижной осью; $\Phi_{1i}(r)$ и $\Phi_{2i}(\varphi)$ — ограниченные непрерывные функции от r ; $\Phi_i(r)$ — непрерывная периодическая функция с периодом 2π . Космический аппарат, работающий по такой программе, может быть назван циклическим гравиметром.

Зададимся определенным взаимным расположением резервуаров для рабочего вещества. Возьмем пять таких резервуаров. Четыре из них расположим по углам квадрата с диагоналями, равными $\mathcal{L}$, а пятый поместим в центр квадрата (см. рис. 4.11). Пусть переменные мас-

сы, находящиеся на противоположных углах квадрата, равны. Имея в виду это обстоятельство, обозначим массы, находящиеся в резервуарах c_1 и c_2 через m'' , а в резервуарах c_3 и c_4 — через m' . Каким бы образом не изменялись массы m' и m'' , центр масс рабочего вещества, содержащегося в пяти резервуарах, всегда будет совпадать с центром квадрата.

Исключая названные массы, остальная часть КА рассматривается как одно твердое тело, масса которого неизменна и симметрично расположена по отношению к диагоналям квадрата. Масса этого тела равна $M - m$, а его центр масс будет совпадать с центром квадрата.

Рассмотрим плоское движение взятой системы. Ее состояние можно определить следующими параметрами: массы m' и m'' , полярные координаты r , φ центра масс c и угол α между диагональю квадрата и полярным радиусом r . Эти пять параметров удовлетворяют трем дифференциальным уравнениям: двум уравнениям движения центра масс, которым эквивалентно векторное уравнение (4.35) и уравнению моментов количества движения системы относительно центра масс c . Два из названных параметров, в качестве которых выберем α и m' , могут рассматриваться как параметры, программирующие движение системы, и считаться заданными.

Возьмем схему КА, при которой можно считать корпус КА материальной точкой. Тогда в уравнении (4.35)

$\vec{F} = -\mu(M - m)\frac{\vec{r}}{r^3}$, и уравнение для рассматриваемых

пяти резервуаров можно записать в следующем виде:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \mu \sum_{i=1}^4 \frac{m_i}{M} \left(\frac{\vec{r}}{r^3} - \frac{\vec{r}_i}{r_i^3} \right).$$

В качестве программы для α выберем программу, обеспечивающую направление одной из диагоналей квадрата на центр гравитации 0. Такой программой является условие $\alpha = 0$. В этом случае уравнения движения центра масс в полярной системе координат можно записать в виде

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = -\frac{\mu}{r^2} + \frac{\mu}{r^2} \frac{m'}{M} F_1 + \frac{\mu}{r^2} \frac{m''}{M} F_2, \quad (4.37)$$

$$\frac{d}{dt} (r^2 \dot{\varphi}) = 0, \quad (4.38)$$

где через F_1 и F_2 обозначены следующие функции от $\mathcal{L}/r$:

$$F_1 = 2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{\mathcal{L}}{2r}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{\mathcal{L}}{2r}\right)^2},$$

$$F_2 = 2 - \frac{2}{(1 + \mathcal{L}^2/4r^2)^{3/2}}.$$

Разложим функции F_1 и F_2 в ряды по степени $\mathcal{L}/r$ и ограничимся первыми членами разложения

$$F_1 = -\frac{3}{2} \left(\frac{\mathcal{L}}{r}\right)^2, \quad (4.39)$$

$$F_2 = \frac{3}{4} \left(\frac{\mathcal{L}}{r}\right)^2. \quad (4.40)$$

В земных условиях, даже при значении $\mathcal{L}$, составляющих несколько сот километров, относительная погрешность от отбрасывания в рядах старших членов составляет доли процентов.

Интегрируя уравнение (4.38), получим интеграл площадей, где c — произвольная постоянная

$$r^2 \dot{\varphi} = c. \quad (4.41)$$

Вводя обозначение $r = \frac{1}{u}$ и используя выражения (4.39) — (4.41), уравнение (4.37) перепишем в виде

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{\mu}{c^2} \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\mathcal{L}}{r}\right)^2 \left(2 \frac{m'}{M} - \frac{m''}{M} \right) \right]. \quad (4.42)$$

Зададимся теперь следующей программой изменения m' :

$$\frac{m'}{M} = \frac{r^2}{r_0^2} \left(\frac{m'_0}{M} + q \sin \varphi \right), \quad (4.43)$$

где m'_0 и r_0 — значения m' и r при $\varphi=0$; q — постоянный параметр, характеризующий интенсивность перекачки рабочего вещества. Эта программа принадлежит, очевидно, к классу программ, определяемых формулой (4.36). С помощью программы для m' найдем программу для m''

$$\frac{m''}{M} = \frac{r^2}{r_0^2} \left(\frac{m''_0}{M} - q \sin \varphi \right),$$

где m_0'' — значение m'' при $\varphi=0$, а затем, пользуясь соотношениями (4.34), найдем и программу для резервуара c_5

$$\frac{m_5}{m} = \frac{m}{M} - 2 \frac{r^2}{r_0^2} \left(\frac{m_0'}{M} + \frac{m_0''}{M} \right).$$

Эти программы также принадлежат к рассматриваемому классу программ.

Подставляя в уравнение (4.42) выражения m' и m'' , приведем его к виду

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = A \sin \varphi + B, \quad (4.44)$$

где $A = \frac{9\mu}{4c^2} \left(\frac{\mathcal{L}}{r_0} \right)^2 q,$

$$B = \frac{\mu}{c^2} + \frac{3\mu}{4c^2} \left(\frac{\mathcal{L}}{r_0} \right)^2 \left(2 \frac{m_0'}{M} - \frac{m_0''}{M} \right).$$

Решением уравнения (4.44) является

$$u = \left(u_0 - B - \frac{A}{2} \varphi \right) \cos \varphi + \left(\frac{\dot{u}_0}{cu_0^2} + \frac{A}{2} \right) \sin \varphi + B;$$

здесь $\dot{u}_0 = \frac{du_0}{dt}.$

Приведем это уравнение к виду

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\varphi + \varphi_0)}, \quad (4.45)$$

где $p = \frac{1}{B}, \quad e = \frac{\sqrt{\left(-u_0 + B + \frac{A}{2} \varphi \right)^2 + \left(\dot{u}_0/cu_0^2 + A/2 \right)^2}}{B},$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\dot{u}_0/cu_0^2 + A/2}{A\varphi/2 + B - u_0}.$$

Из анализа этих формул вытекает, что формула (4.45) является уравнением оскулирующей орбиты. Фокальный параметр орбиты p сохраняется в течение полета постоянным. Эксцентриситет e зависит от угла φ и с ростом его так же растет. При угле

$$\varphi_* = \frac{2}{A} \left(\sqrt{B^2 - \left(\frac{\dot{u}_0}{cu_0^2} + \frac{A}{2} \right)^2} + u_0 - B \right)$$

эксцентриситет достигает значения $e=1$. Следовательно,

программа изменения геометрии масс (4.43) обеспечивает сколь угодно большое изменение параметров орбиты вплоть до удаления в бесконечность.

Угол φ_0 также зависит от угла φ . Это значит, что линия апсид оскулирующего эллипса непрерывно меняет свое направление.

Как видно из (4.45), при росте e высота апоцентра непрерывно будет расти, а высота перигея непрерывно снижаться. Поэтому, чтобы избежать столкновения с поверхностью планеты при удалении в бесконечность, должно быть выполнено условие $p > 2R$, где R — радиус планеты.

Оценочные расчеты, проведенные в [9], показывают, что при достаточно большой длине трубопроводов — от нескольких десятков до нескольких сот километров — эффективность использования гравилета для получения управляемых радиальных перемещений сопоставима с эффективностью использования для той же цели КА с малой тягой при тягах, создающих ускорение $10^{-5} \dots 10^{-3} g$.

Например, при длине трубопроводов $\mathcal{L}/2 = 600$ км в околоземном пространстве можно осуществить управляемое радиальное перемещение КА в 10000 км за 5 суток при 42 обращениях вокруг Земли. Если длину трубопровода уменьшить до 300 км, то же самое радиальное перемещение можно осуществить за 17 суток при 155 обращениях. В окололунном пространстве радиальное перемещение в 1600 км можно осуществить за 1 сутки при длине трубопроводов в 600 км и за 2,5 суток при длине трубопроводов в 300 км.

Гравилеты могут быть эффективно использованы также для управляемого сближения (удаления) с космическими станциями. При этом потребуются создание значительно менее длинного трубопровода, чем в только что рассмотренных примерах. Так, например, для создания радиальных перемещений, составляющих 0,03 радиуса круговой орбиты спутника Земли, потребуются трубопроводы длиной 10 ... 50 км. При длине трубопровода в 50 км указанное радиальное перемещение для спутника Земли может быть осуществлено за 1 сутки, а для спутника Луны — за 0,2 суток. При уменьшении длины трубопровода до 10 км рассматриваемое время увеличится: для спутников Земли до 30 суток, а для спутников Луны до 4,5 суток.

4.4.2. Движение поворотного гравилета, управляемого углом наклона его продольной оси к радиусу-вектору

Принцип создания управляемого движения этой системы аналогичен принципу, рассмотренному в разд. 4.2. Отличительной особенностью рассматриваемой системы является то, что геометрия масс сохраняется постоянной, т. е. внутреннее перемещение масс не происходит, а вариация силы гравитационного поля создается путем изменения ориентации гравилета в определенных точках орбиты.

Рассмотрим систему, эквивалентную гантели неизменной длины, наклоненную к радиусу-вектору под заданным углом ориентации. Будем выдерживать угол ориентации так, чтобы гантель по желанию занимала лишь одно из двух положений на орбите: 1) ось гантели направлена вдоль радиуса-вектора, $\alpha=0$, 2) ось гантели нормальна к радиусу-вектору, $(\alpha=\pi/2)$.

Управление системой производится следующим образом. Пусть гравилет в начальный момент времени находится в перигенте орбиты. При этом ось гантели согласно рис. 4.10, а должна совпасть с радиусом-вектором ($\alpha=0$). Движение в плоскости e^2 , r/p происходит по дуге кривой 1—2. В точке 2 достигается $e_{\max}$ и $r_{\max}$. В этой точке производится переключение угла α с $\alpha=0$ на $\alpha=\pi/2$. После этого гравилет будет двигаться по дуге кривой, изображенной на рис. 4.10, б, т. е. происходит как бы совмещение движений,

графики которых изображены на рис. 4.10, а и б. В результате получим график движения гравилета, показанный на рис. 4.12. Из графиков видно, что при управлении углом α происходит монотонный рост эксцентриситета орбиты. Причем этот рост происходит более интенсивно, чем у пульсирующей системы (для сравнения на рис. 4.12 показаны точки 3 и 3'). Соответствующим подбором программы α мо-

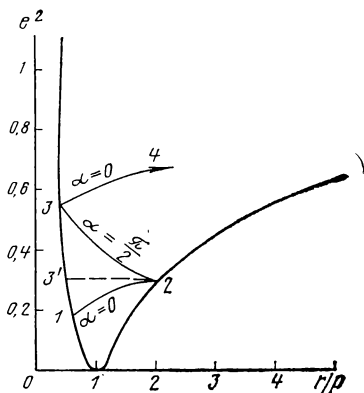


Рис. 4.12. Изменение эксцентриситета орбиты поворотного гравилета

гут быть осуществлены как разгон гравилета, так и его торможение (кривые 1—2—3 ... —n) и (n— ... —3—2—1). По оценке [8] управление гравилета углом α обеспечивает в два раза большее изменение эксцентриситета орбиты по сравнению с пульсирующей системой со скачкообразным изменением длины гравилета.

4.4.3. Движение гравилета при постоянном угле наклона продольной оси к радиусу-вектору

Выше было показано, что при $\alpha = \text{const}$ возникают как радиальная, так и трансверсальная составляющие гравитационной тяги. Также было показано, что радиальная составляющая этой тяги при $\mathcal{L}/r_0 \ll 1$ к вековым изменениям параметров орбиты не приводит.

Трансверсальная же составляющая гравитационной тяги может привести к существенным изменениям высоты орбиты (см. разд. 4.3.1).

Как было показано выше, пульсирующий и поворотный гравилеты могут маневрировать только в плоскости орбиты. В отличие от них гравилет с постоянно ориентированной продольной осью к радиусу-вектору может маневрировать не только в плоскости орбиты, но и в боковом направлении. Для этого достаточно лишь поворачивать гравилет относительно местной вертикали, сохранив угол наклона α постоянным. Это — несомненное преимущество гравилета с $\alpha = \text{const}$ перед пульсирующим и поворотным.

Однако недостатком рассматриваемого гравилета является то, что максимальное значение гравитационной тяги имеет место при $\alpha = 45^\circ$. Но при этом, как известно, максимален и момент гравитационной силы, действующей на гравилет.

Для обеспечения постоянной ориентации оси гравилета под углом $\alpha = \text{const}$ к нему должен быть приложен другой момент M_K , компенсирующий гравитационный $M_{гр}$.

Ниже рассмотрено несколько способов создания компенсирующего момента M_K и проведена оценка их эффективности.

Создание компенсирующего момента с помощью реактивных двигателей. Пусть реактивные двигатели, создающие пару сил, расположены на концах гантели. Тогда $M_K = P\mathcal{L}$, где P — тяга отдельного двигателя;

$\mathcal{L}$ — расстояние между двигателями. С другой стороны, гравитационный момент равен (4.15)

$$M_{\text{гр}} = P_n r.$$

Из равенства этих моментов найдем тягу двигателя

$$P = P_n \frac{r}{\mathcal{L}}.$$

Напомним, что P_n — трансверсальная составляющая гравитационной тяги. Найдем отношение суммарной тяги двигателей к гравитационной тяге:

$$\frac{2P}{P_n} = 2 \frac{r}{\mathcal{L}}. \quad (4.46)$$

Отсюда видно, что суммарная тяга реактивных двигателей в $2 \frac{r}{\mathcal{L}}$ раз больше, чем тяга, развиваемая гравитационным полем. Это говорит о том, что способ создания компенсирующего момента с помощью реактивных двигателей с целью получения гравитационной тяги не эффективен. Лучше разгонять космический корабль с помощью самих реактивных двигателей.

Создание компенсирующего момента с помощью маховиков. Создание компенсирующего момента с помощью реактивных двигателей требует расхода рабочего тела. Компенсирующий момент с помощью маховиков может быть создан без затрат рабочего тела, а только за счет бортовой энергии, которая может быть накоплена из внешних источников, в частности, Солнца.

Из равенства гравитационного и компенсирующего моментов имеем

$$\dot{\omega} = \frac{P_n r}{I}, \quad (4.47)$$

где I и $\dot{\omega}$ — момент инерции и угловая скорость вращения маховика.

Отсюда видно, что за время маневра гравилета маховик должен непрерывно разгоняться. Но угловая скорость маховика ограничена условием его прочности.

Оценим маневренные возможности гравилета, исходя из этого условия.

Выразим ω через параметры траектории и прочностные характеристики.

Пусть начальная орбита круговая. Известно, что при старте с круговой орбиты и действии малой тангенциаль-

ной тяги оскулирующая орбита остается близкой к круговой, а скорость полета почти равной местной круговой скорости

$$V^2 \approx \frac{\mu}{r}. \quad (4.48)$$

Используя эту зависимость, уравнения движения гравилета $\dot{V} = f_n - g \sin \theta$, $\dot{r} = V \sin \theta$, где g — местное гравитационное ускорение; θ — угол наклона скорости V к местному горизонту, можно привести к следующему виду:

$$\dot{V} = -f_n \text{ или } m dV = -F_n dt. \quad (4.49)$$

Решая совместно уравнения (4.47) и (4.49), выразим угловую скорость маховика через элементы орбиты

$$\omega = \frac{\mu m}{I} \left(\frac{1}{V} - \frac{1}{V_0} \right). \quad (4.50)$$

Для того чтобы выразить угловую скорость маховика через прочностные характеристики, рассмотрим маховик кольцеобразной формы с массой m_M и средним радиусом кольца ϱ (рис. 4.13). Для такого маховика предельная угловая скорость вращения равна

$$\omega_{\text{пред}} = \frac{1}{\varrho} \sqrt{\frac{\sigma}{\gamma} g_0}, \quad (4.51)$$

где σ и γ — напряжение и удельный вес материала, из которого сделан маховик; g_0 — гравитационное ускорение на поверхности Земли.

Из (4.51) видно, что выражение

$$u_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\gamma} g_0} \quad (4.52)$$

есть предельная линейная скорость ободка маховика. Для стали она равна $u_{\text{пред}} \approx 210$ м/с, а для алюминиевых сплавов $u_{\text{пред}} \approx 200$ м/с. При оценке $u_{\text{пред}}$ учтена знакопеременность нагрузки и запас прочности принят равным 2.

Приравняв (4.50) к (4.51), найдем изменение скорости, а по (4.48) изменение высоты полета гравилета за время разгона маховика до предельной скорости вращения

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{V_0} + u_{\text{пред}} \frac{m_M}{m} \frac{\varrho}{\mu}.$$

Из этого выражения видно, что изменение скорости полета не зависит от размеров гравилета прямо пропорционально статическому моменту маховика $m_m q$, обратно пропорционально массе гравилета и мощности гравитационного поля. Отсюда вытекает, что маневр гравилета эффективен около слабых гравитационных полей.

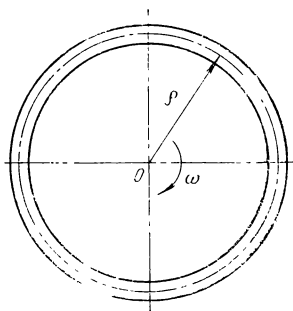


Рис. 4.13. Схема маховика

Оценка. Пусть $m_m/m = 0,1$; $q = 100$ м. Полет происходит на высоте 300 км около Земли. Тогда изменение высоты полета за время разгона маховика до предельной угловой скорости составляет всего $\Delta r \approx 0,5$ м.

Для большего изменения высоты орбиты необходима многократная раскрутка маховика путем сброса его кинетического момента после достижения предельной угловой скорости $\omega_{\text{пред}}$. Для сохранения стабилизированного положения гравилета к нему должен быть приложен активный момент, создаваемый с помощью реактивных двигателей.

Уравнение моментов во время сброса кинетического момента маховика

$$I \dot{\omega} = P_n r - P \mathcal{L}.$$

Отсюда имеем

$$I \omega_{\text{пред}} = (P \mathcal{L} - P_n r) t_{\text{сб}}, \quad (4.53)$$

где $t_{\text{сб}}$ — время сброса кинетического момента.

Кинетический момент маховика, накопленный за время разгона t_p из (4.47) равен

$$I \omega_{\text{пред}} = P_n r t_p. \quad (4.54)$$

Пусть Q_a — импульс реактивной тяги одного двигателя, а $Q_{\text{гр}} = P_n (t_p + t_{\text{сб}})$ — импульс гравитационной тяги за время от начала раскрутки маховика до момента полного сброса его кинетического момента. Тогда из (4.53) и (4.54) имеем $Q_a \mathcal{L} = Q_{\text{гр}} r$.

Следовательно, отношение суммарного импульса реактивной тяги к импульсу гравитационной тяги равно

$$\frac{2Q_a}{Q_{\text{гр}}} = 2 \frac{r}{\mathcal{L}},$$

т. е. в $2 \frac{r}{\mathcal{L}}$ раза превышает ту величину, которую может обеспечить гравитационная тяга [сравни с (4.46)].

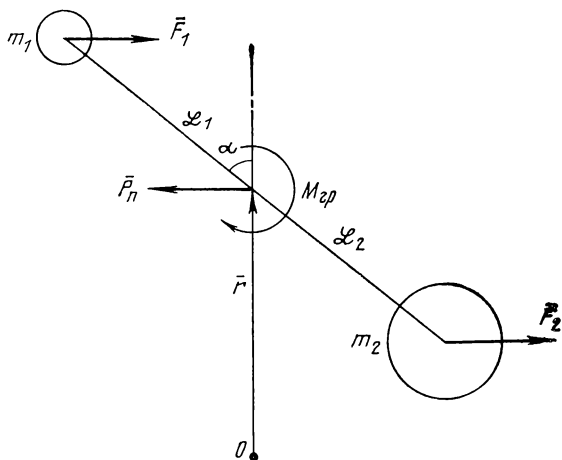


Рис. 4.14. Аэродинамическая компенсация гравитационного момента

В рассмотренных выше двух способах стабилизации гравилета компенсирующий момент создается за счет внутренней энергии гравилета. Представляет теоретический интерес исследовать возможности создания компенсирующего момента также за счет внешних сил: аэродинамических и светового давления.

Аэродинамическая стабилизация гравилета. Этот случай имеет место при полете на низких орбитах вокруг планет, имеющих атмосферу, и когда появляется потребность поддержания этой орбиты в течение длительного времени.

При аэродинамической стабилизации одновременно должно выполняться два условия: 1) равенства аэродинамических и гравитационных моментов; 2) равенства аэродинамических и гравитационных сил:

$$M_a = M_{гр}, \quad F_{na} = P_n. \quad (4.55)$$

На рис. 4.14 показана схема сил и моментов, действующих на гравилет. Предполагается, что массы m_1 и m_2 представляют собой сферы, на которые действуют силы аэродинамического сопротивления F_1 и F_2 , направленные против скорости полета. Сумма этих сил должна уравновешиваться гравитационной силой P_n

$$P_n = F_1 + F_2. \quad (4.56)$$

С помощью (4.15) уравнение моментов можно записать так:

$$P_n r = (F_2 \mathcal{L}_2 - F_1 \mathcal{L}_1) \cos \alpha. \quad (4.57)$$

Объединяя формулы (4.56) и (4.57), получим выражение

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\mathcal{L}_2 \cos \alpha - r}{\mathcal{L}_1 \cos \alpha + r},$$

которое должно быть всегда положительно. Это значит, что должно быть $\mathcal{L}_2 \geq r / \cos \alpha$. При $\alpha = 45^\circ$ $\mathcal{L}_2 \geq \sqrt{2}r$.

Отсюда следует, что одновременно два условия (4.55) могут выполняться только **лишь** при $\mathcal{L}/r_2 > 1$.

Стабилизация гравилета с помощью сил светового давления. Предположим, что гравилет движется по гелиоцентрической орбите. На гравилет, кроме гравитационной силы, действует сила светового давления, направление и величина которой зависит от формы и размеров гравилета.

Пусть элементы m_1 и m_2 имеют сферическую форму. Тогда силы светового давления $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены по радиусам-векторам $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ соответственно. Кроме того, на гравилет действуют интересующие нас гравитационные сила P_n и момент $M_{\text{гр}}$, направление которых показано на рис. 4.15.

Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ выбираем из условия компенсации гравитационного момента

$$M_{\text{гр}} = P_n r = F_1 r \sin \beta_1 - F_2 r \sin \beta_2.$$

Отсюда
$$P_n = F_1 \sin \beta_1 - F_2 \sin \beta_2. \quad (4.58)$$

Так как F_1 и F_2 не равны и направлены в разные стороны, то их разность даст трансверсальную составляющую, равную

$$F_{nc} = F_2 \sin \beta_2 - F_1 \sin \beta_1. \quad (4.59)$$

Из сравнения (4.58) и (4.59) находим, что трансверсальная составляющая силы светового давления направлена против движения и равна по величине гравитационной тяге $F_{nc} = -P_n$. Это значит, что при использовании сферических форм элементов m_1 и m_2 компенсируется не только гравитационный момент, но и гравитационная тяга.

Отсюда вытекает требование к выбору формы элементов m_1 и m_2 : при полной компенсации гравитационно-

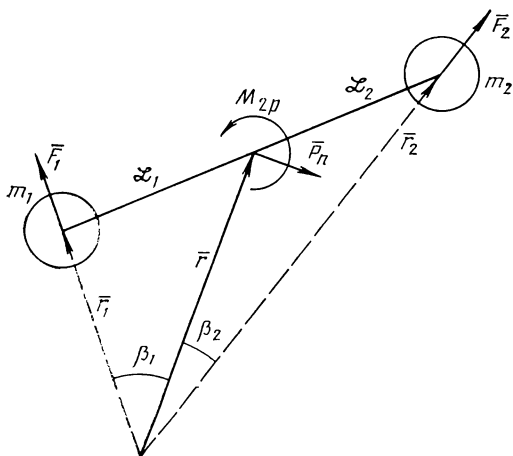


Рис. 4.15. Компенсация гравитационного момента с помощью сферических отражателей света

го момента она должна создавать силу, направленную в сторону движения (маневра) или, по крайней мере, равную нулю.

Пусть, например, на концах космического аппарата имеются пластины, обеспечивающие зеркальное отражение лучей (рис. 4.16). Подбирая определенный угол ориентации зеркал m_1 и m_2 , силы светового давления F_1 и F_2 можно направить в желательную сторону.

Пусть $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены по радиусу-вектору $\vec{r}$. Тогда уравнение момента запишется

$$M_{\text{гр}} = P_n r = (F_1 \mathcal{L}_1 - F_2 \mathcal{L}_2) \sin \alpha. \quad (4.60)$$

А трансверсальная составляющая

$$F_{nc} = 0.$$

Таким образом, обеспечивая необходимую ориентацию гравилета $\alpha = \text{const}$, можно использовать гравитационную тягу для маневра.

Используя выражение (4.29), перепишем уравнение (4.60) в виде

$$F_1 - F_2 = 1,5mg \frac{\mathcal{L}}{r} \cos \alpha.$$

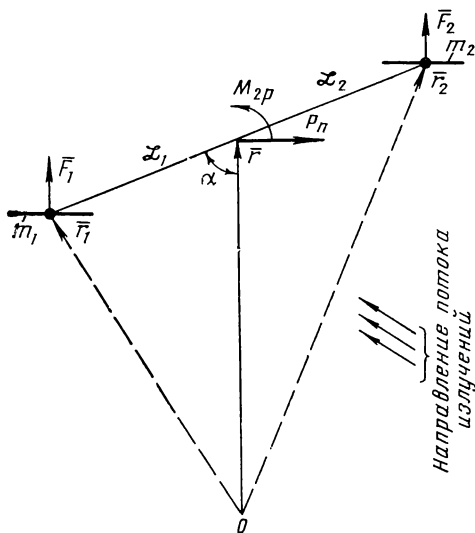


Рис. 4.16. Компенсация гравитационного момента с помощью плоских зеркал

Полагая $F_1 - F_2 = p(S_1 - S_2)$, где p — световое давление; S_1 и S_2 — площади пластин m_1 и m_2 ; оценим разность площадей $\Delta S = S_1 - S_2$. Для оценки приняты: $m = 10 \text{ (кг/м)} \times \times c^2$, $r = 150 \cdot 10^9 \text{ м}$, $L = 200000 \text{ м}$, $p_0 = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ кг/м}^2$, $\alpha = 45^\circ$.

При этих значениях размеры пластины элемента m_1 незначительны ($\sim 40 \times 40 \text{ м}^2$ при $S_2 = 0$).

При этом ускорение от гравитационной тяги $f_n = 0,4 \cdot 10^{-14} \text{ м/с}^2$.

Необходимая разность площадей зависит линейно от L/r и при росте высоты орбиты уменьшается. Действительно, так как давление света с ростом высоты падает

$$p = p_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2,$$

то площадь зеркал равна

$$S_1 = S_2 = 1,5 \frac{mg_0}{p_0} \frac{L}{r} \cos \alpha,$$

где индексы «0» соответствуют заданной высоте, например, высоте орбиты Земли.

4.5. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПОВОРОТНОГО ГРАВИЛЕТА

4.5.1. Энергетическая эффективность гравилета

Оценим энергетику поворота гравилета. Предположим, что активный момент, действующий на гравилет для перевода его из одного положения в другое, создается с помощью тяги двигателей, расположенных на концах гравилета.

Так как $\alpha_0=0$, $\alpha_k=\frac{\pi}{2}$,

$$\dot{\alpha}_0=0, \dot{\alpha}_k=0,$$

то на первой половине углового пути действует разгоняющий момент, а на второй половине — тормозящий.

Решая уравнение вращательного движения, находим

$$2\pi I_{\text{гр}} = MT^2,$$

где $I_{\text{гр}}$ — момент инерции гравилета относительно поперечной оси; M — момент тяги; T — время поворота на угол $\pi/2$.

Энергетическую эффективность оценим без учета масс штанги и других конструкций. Тогда $I_{\text{гр}} = m \mathcal{L}^2/4$ и $M = P\mathcal{L}$, а тяга одного двигателя равна

$$P = \frac{\pi m \mathcal{L}}{2T^2}.$$

Приведенное ускорение, которое мог бы получить гравилет от двух двигателей с тягой P каждый, составит

$$j = \frac{2P}{m} = \frac{\pi \mathcal{L}}{T^2}. \quad (4.61)$$

Пусть время поворота гравилета на угол $\pi/2$ составляет k -ую часть одного периода орбитального движения. Тогда для орбит, близких к круговой, имеем

$$T^2 = 4\pi^2 k^2 \frac{r}{g}. \quad (4.62)$$

Подставляя (4.62) в (4.61), сравним ускорение от тяги гравитации (4.16) с приведенным ускорением от тяги двигателей

$$\frac{f}{f_r} = \frac{1}{4\pi k^2} \frac{r}{\mathcal{L}}.$$

Так как поворот гравилета с $\alpha=0$ до $\alpha=\pi/2$ должен занимать незначительную часть орбиты (т. е. $k \ll 1$), то ускорение от тяги (даже без учета масс штанги и других конструкций) получается очень большим ($\sim r/L$),

Это говорит об энергетической нецелесообразности использования гравилета, управляемого изменением угла поворота продольной оси относительно радиуса-вектора.

4.5.2. Предельная длина гравилета

Как было показано выше, гравитационная тяга прямо пропорциональна квадрату длины гравилета ($\mathcal{L}^2$). Поэтому конструктор вынужден стремиться увеличить эту длину. Однако это стремление ограничивается условиями прочности.

Для определения предельной длины рассмотрим гравилет гантелеобразной формы. Концевые массы соединены с помощью штанги, имеющей по всей длине постоянное сечение таврового профиля. Это объясняется тем, что основной силой, действующей на гравилет при ускоренном повороте с $\alpha=0$ на $\alpha=\pi/2$ является тангенциальная вращательная сила, создающая большой изгибающий момент $M_{из}$. Центробежная растягивающая сила оказывает незначительное по сравнению с изгибающим моментом действие. Предположим, что поворот гравилета осуществляется с помощью маховика. При этом максимальный изгибающий момент приложен в середине гравилета и равен половине активного момента

$$M_{из} = \frac{1}{2} I_{г.р} \dot{\omega}. \quad (4.63)$$

Площадь сечения штанги равна

$$S \approx \frac{2M_{из}}{\sigma H}, \quad (4.64)$$

где σ — напряжение; H — высота таврового профиля.

Масса штанги из (4.63) и (4.64)

$$m_{ш} = \frac{\gamma}{g_0} S \mathcal{L} = \frac{I_{г.р} \dot{\omega} \mathcal{L}}{2Hu_{пред}^2}, \quad (4.65)$$

где $u_{пред}$ — допустимая линейная скорость вращения (4.52), а момент инерции гравилета

$$I_{г.р} = \left(\frac{m}{2} + \frac{m_{ш}}{3} \right) \frac{\mathcal{L}^2}{4}. \quad (4.66)$$

Объединяя (4.65) и (4.66) и заменяя угловое ускорение $\dot{\omega}$ временем поворота гравилета T

$$\dot{\omega} = \frac{2\omega}{T} = \frac{2\pi}{T^2}, \quad (4.67)$$

получим выражение для предельной длины гравилета

$$\mathcal{L}_{\text{пред}} = \sqrt[3]{\frac{12HT^2u_{\text{пред}}^2}{\pi} \frac{\gamma_{\text{ш}}}{3 + 2\gamma_{\text{ш}}}}, \quad (4.68)$$

$$\text{где} \quad \gamma_{\text{ш}} = \frac{m_{\text{ш}}}{m} \quad (4.69)$$

— масса штанги в долях концевых масс.

$$\begin{aligned} \text{Оценка. } \gamma_{\text{ш}} &= 0,25; \quad H = 100 \text{ м}; \quad u_{\text{пред}} = 200 \text{ м/с}; \\ T &= 100 \text{ с}; \quad \mathcal{L}_{\text{пред}} \approx 2,2 \text{ км}. \end{aligned} \quad (4.70)$$

Ускорение от гравитационной тяги при этой длине и $r = 7000 \text{ км}$ $f_r \sim 10^{-7} g$ (на три порядка меньше ускорения, создаваемого разрабатываемыми в настоящее время двигателями малой тяги). Увеличение массы штанги незначительно увеличивает предельную длину штанги. Как видно из (4.68), даже при $\gamma_{\text{ш}} \rightarrow \infty$ получится всего $\mathcal{L}_{\text{пред}} \approx 4,2 \text{ км}$.

Увеличение времени поворота T ограничено тем, что повороты должны быть осуществлены только в областях апоцентра и перицентра орбиты, хотя за счет увеличения времени поворота можно было бы значительно увеличить длину штанги.

4.5.3. Параметры управляющего маховика

Для оценочных расчетов примем, что маховик, служащий для поворота гравилета, имеет форму, показанную на рис. 4.13.

Из условия сохранения момента количества движения $I_{\text{гр}}\omega_{\text{гр}} = I_{\text{м}}\omega_{\text{м}}$ и выражений (4.51), (4.66), (4.67), (4.69) получим радиус маховика

$$q = \frac{\pi \mathcal{L}^2}{24Tu_{\text{пред}}} \frac{3 + 2\gamma_{\text{ш}}}{\gamma_{\text{м}}},$$

где $\gamma_{\text{м}} = m_{\text{м}}/m$ — масса маховика в долях концевых масс.

При значениях (4.70) и $\gamma_{\text{м}} = 0,2$ имеем $q \approx 550 \text{ м}$.

Проведенные оценки показывают, что способы создания гравитационной тяги путем перемещения масс и поворота гравилета имеют ограниченные практические воз-

можности. Они получаются громоздкими, тяжелыми, с ограниченной тягой и с возможностью изменения параметров орбиты только в ее плоскости. Из рассмотренных способов создания гравитационной тяги наиболее перспективным является только способ с $\alpha = \text{const}$, в котором ориентация гравилета обеспечивается с помощью сил светового давления. Он не требует большой жесткости гравилета, зеркала получаются незначительными, отсутствуют ограничения на размеры гравилета, следовательно, и на величину ускорения. Кроме того, изменение орбиты возможно не только в ее плоскости, но и в боковом направлении.

4.6. ГРАВИТАЦИОННАЯ ЗАКРУТКА СПУТНИКА

Для решения определенного класса задач, например, создания искусственной тяжести, обеспечения необходимой ориентации научной аппаратуры, обеспечения более полного освещения плоскости солнечных батарей и т. д., сообщают искусственному спутнику вращательное движение. Обычно это делают с помощью реактивных моментов, расходуя при этом внутренний запас рабочего тела.

Поскольку расход топлива, необходимого для закрутки, возрастает пропорционально массе космического корабля [39], интерес представляет использование для закрутки внешних моментов и, в частности, гравитационного момента.

Задача о гравитационной закрутке двухсекционного ИСЗ решена В. И. Комаровым [25], который показал возможность закрутки ИСЗ с помощью гравитационного момента путем двухкратного изменения его момента инерции.

Изменение момента инерции спутника может осуществляться разными способами, например, перекачкой жидкости (в частности, компонентов топлива) из одной емкости в другую [26, 49], перемещением отдельных элементов спутника по

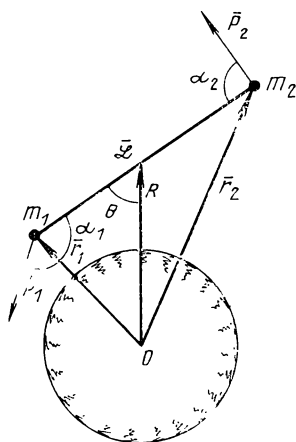


Рис. 4.17. Схема закрутки спутника

телескопическим штангам и т. д. В работе [25] рассмотрена двухсекционная схема спутника, в которой секции соединены с помощью гибкого троса, который дает возможность отвести отсек с экипажем на значительные расстояния от центра масс корабля, что позволяет обеспечить нужную искусственную тяжесть при малых угловых скоростях вращения ω .

Примем, что ИСЗ имеет гантелеобразную форму, состоящую из двух точечных масс m_1 и m_2 , соединенных невесомым натянутым тросом (рис. 4.17). Расстояние $\mathcal{L}$ между массами может изменяться. Увеличение его осуществляется при помощи двигателей с тягой P_i , установленных на отсеках с массой m_i . Уменьшение $\mathcal{L}$ производится путем сматывания троса, соединяющего отсеки. Пусть центр масс ИСЗ движется по круговой орбите со средней угловой скоростью Ω .

В отсеке с массой m_2 требуется создать искусственную тяжесть с ускорением q , причем угловая скорость не должна превышать ω . Легко показать, что при этих условиях расстояние между секциями $\mathcal{L}_q$ равно

$$\mathcal{L}_q = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{q}{\omega^2}.$$

Обозначим через H кинетический момент относительно центра масс, который необходимо сообщить ИСЗ для создания искусственной тяжести. Тогда

$$H = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2 M \frac{q^2}{\omega^3}, \quad M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.71)$$

Для уменьшения энергетических затрат целесообразно использовать трос длиной $\mathcal{L}_b > \mathcal{L}_q$. В этом случае для получения заданного значения q после закрутки секции стягиваются до расстояния $\mathcal{L}_q$.

Процесс закрутки с использованием гравитационного момента делится на три этапа:

1) разведение секций. Первоначально состыкованные секции удаляются друг от друга в плоскости орбиты при помощи двигателей (возможно использование для разведения приливных сил). Момент инерции ИСЗ возрастает на несколько порядков. Натяжение троса, соединяющего секции, должно превышать некоторую заданную величину T_a , обеспечивающую разматывание троса;

2) либрационное движение. Под действием гравитационного момента ИСЗ приобретает кинетический момент. Натяжение троса должно быть больше T_b ;

3) стягивание секций. Расстояние между секциями уменьшается от $\mathcal{L}_b$ до $\mathcal{L}_q$. Уменьшение момента инерции переводит ИСЗ в ротационное движение.

Приближенное уравнение движения гантели, полученное путем пренебрежения членами второго порядка малости относительно $\frac{|\vec{\mathcal{L}}|}{|R|}$, запишется в виде

$$\ddot{\vec{\mathcal{L}}} + \frac{\mu}{R^3} \vec{\mathcal{L}} - \frac{3\mu}{R^5} R(R\vec{\mathcal{L}}) + \frac{T}{M} \frac{\vec{\mathcal{L}}}{\mathcal{L}} + \frac{\vec{P}_1}{m_1} - \frac{\vec{P}_2}{m_2} = 0,$$

где $\vec{\mathcal{L}} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ — разность радиусов-векторов точечных масс m_1 и m_2 ; μ — гравитационная постоянная планеты; P_1, P_2 — векторы тяг двигателей; R — радиус-вектор центра масс гантели относительно центра притяжения.

Скалярные уравнения движения в плоскости орбиты имеют вид

$$\mathcal{L}'' = -\frac{T}{M\Omega^2} + \mathcal{L}\theta'^2 - 2\mathcal{L}\theta' + \frac{3}{2}(1 + \cos 2\theta) + \frac{P_1 \cos \alpha_1}{m_1 \Omega^2} - \frac{P_2 \cos \alpha_2}{m_2 \Omega^2}, \quad (4.72)$$

$$\mathcal{L}^2 \theta'' + 2\mathcal{L}\mathcal{L}'\theta' + 2\mathcal{L}\mathcal{L}' = -\frac{3}{2}\mathcal{L}^2 \sin 2\theta + \frac{\mathcal{L}P_1 \sin \alpha_1}{m_1 \Omega^2} - \frac{\mathcal{L}P_2 \sin \alpha_2}{m_2 \Omega^2}, \quad (4.73)$$

где θ — угол между вектором $\vec{\mathcal{L}}$ и местной вертикалью; штрих обозначает дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \Omega t$; α_1, α_2 — углы между вектором тяги $\vec{P}_1$ (или $\vec{P}_2$) и вектором $\vec{\mathcal{L}}$; T — натяжение троса.

Исследуем отдельные этапы закрутки двухсекционной ИСЗ.

Первый этап подробно рассмотрен в работе [24], согласно которой характеристическая скорость, необходимая для разведения секций ИСЗ, равна ($\vec{P}_2 = 0$, $\vec{P}_1$ направлен вдоль троса)

$$V_{\text{згп}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{1 + \sqrt{\frac{5}{2} - \lambda}}} \sqrt[4]{\frac{\omega}{\Omega}} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{q}{\omega} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{T_a}{m_2 q} \frac{k}{k-1}}, \quad (4.74)$$

где $\lambda = \frac{T_b'}{M\mathcal{L}_b\Omega^2}, \quad k = \frac{P_1}{T_a} \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$

Так как топливо расходуется лишь на этапе разведения, то выражение (4.74) дает значение характеристической скорости для всего процесса закрутки.

Второй этап представляет собой движение в центральном поле связи, состоящей из двух материальных точек, подробно рассмотренное в [5]. На данном этапе $\mathcal{L}$ постоянно, а тяги P_i равны нулю. Примем, что кинетический момент гантели после разведения равен нулю в абсолютной системе координат (т. е. $\theta_0' = -1$). Начальное положение гантели должно удовлетворять двум условиям: во-первых, при либрационном движении должно обеспечиваться натяжение троса $T > T_b$, во-вторых, изменение кинетического момента должно быть максимальным.

С учетом (4.72) и (4.73) кинетический момент H при либрационном движении изменяется в пределах

$$M\mathcal{L}_b^2\Omega \left(1 - \sqrt{\frac{5}{2} - \lambda}\right) \leq H \leq M\mathcal{L}_b\Omega \left(1 + \sqrt{\frac{5}{2} - \lambda}\right). \quad (4.75)$$

Начальный угол θ_0 при этом должен удовлетворять уравнению

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arccos \frac{2}{3} \lambda. \quad (4.76)$$

Хотя Ω не превышает 10^{-3} с^{-1} , взяв достаточно длинный трос, можно получить любое заданное значение H .

Длина троса $\mathcal{L}_b$ находится из (4.71) и (4.75):

$$\mathcal{L}_b = \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{5/2 - \lambda}}} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{q}{\omega^2} \sqrt{\frac{\omega}{\Omega}}.$$

При данной схеме закрутки величина T_b может в соответствии с (4.76) задаваться в пределах $0 \leq T_b \leq \leq \frac{3}{2} M\mathcal{L}_b\Omega^2$.

Третий этап начинается в момент, когда величина H достигнет максимума (угол θ равен нулю или π). Смазывание троса должно осуществляться настолько быстро, чтобы гравитационный момент не вызвал заметного уменьшения H .

В предположении, что угол θ на рассматриваемом этапе движения остается малым ($\sin \theta \approx \theta$), оценим изменение кинетического момента при стягивании.

Примем, что скорость стягивания секций — заданная функция $\mathcal{L}$, например,

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} = -Ar^n,$$

частными случаями которого являются: 1) стягивание с постоянной скоростью ($n=0$); 2) стягивание при постоянной мощности лебедки, сматывающей трос, т. е. $T \frac{d\mathcal{L}}{d\tau} = \text{const}$. Если в (4.72) пренебречь центробежным, кориолисовым и приливным ускорениями по сравнению с $T/M\Omega^2$, то $n=1/3$; 3) стягивание со скоростью, пропорциональной расстоянию между секциями ($n=1$).

При указанных предположениях (4.73) сводится к уравнению

$$\mathcal{L}^2 \frac{d^2 x}{d\mathcal{L}^2} + (n-2) \mathcal{L} \frac{dx}{d\mathcal{L}} + \frac{3}{A^2} \mathcal{L}^{2(1-n)} = \frac{3}{A^3} \mathcal{L}^{2(1-n)+2},$$

где $x=H/M$ с начальными условиями:

$$x(\mathcal{L}_b) = \mathcal{L}_b^2 \left(1 + \sqrt{\frac{5}{2} - \lambda} \right), \quad \frac{dx(\mathcal{L}_b)}{d\mathcal{L}} = 0.$$

Решением этого уравнения является отношение текущего значения кинетического момента к начальному

$$\frac{x(\mathcal{L})}{x(\mathcal{L}_b)} = \begin{cases} \frac{1}{v} \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_b} \left[\frac{1+v}{v} \sin \mu \ln \frac{\mathcal{L}_b}{\mathcal{L}} + (v-1) \cos \mu \ln \frac{\mathcal{L}_b}{\mathcal{L}} + \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_b} \right], \\ (A < \sqrt{3}) \\ \frac{1}{v} \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_b} \left[(1+v) \ln \frac{\mathcal{L}_b}{\mathcal{L}} + v-1 + \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_b} \right], & (A = \sqrt{3}) \\ \frac{1}{v} \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_b} \left\{ -\frac{1}{\mu} \left[1 + \frac{1-\mu}{2} (v-1) \right] \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_b} \right)^\mu + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu} \left[1 + \frac{1+\mu}{2} (v-1) \right] \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_b} \right)^{-\mu} + \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_b} \right\}, & (A > \sqrt{3}) \end{cases}$$

где $v = 1 + \sqrt{\frac{5}{2} - \lambda}$, $\mu = \sqrt{\left| \frac{3}{\mathcal{L}^2} - 1 \right|}$.

Эти выражения показывают величину потери кинетического момента при стягивании троса по степенному закону. Указанную величину следует учитывать при определении длины троса $\mathcal{L}_b$. Однако для скоростей стягивания порядка нескольких метров в секунду потери кинетического момента не превышают 3 ... 5%.

Оценим эффективность гравитационной закрутки ИСЗ.

При гравитационной закрутке характеристическая скорость определяется выражением (4.59).

При активной закрутке с помощью двигателя суммарная величина характеристической скорости определена в [25]. Для случая оптимальной длины троса она равна

$$V_{x \text{ акт}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2}} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{q}{\omega} \sqrt{\frac{T_a}{m_2 q} \frac{1}{1 + m_2/m_1} \frac{k}{k-1}}.$$

Отношение характеристических скоростей, показывающее эффективность гравитационной закрутки, равно

$$\frac{V_{x \text{ гр}}}{V_{x \text{ акт}}} = \frac{2^{5/6}}{3 \sqrt[3]{v}} \sqrt[4]{\frac{\omega}{\Omega} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^{1/3} \left(\frac{T_a}{m_2 q} \frac{k}{k-1}\right)^{1/6}}.$$

Например, для симметричной гантели ($m_1 = m_2$) и величины $T_a/m_2 q \approx 10^{-3}$ экономия топлива по сравнению с активной закруткой составляет 25 ... 30%.

Отношение длин тросов для двух рассматриваемых схем закрутки

$$\frac{\mathcal{L}_b^{\text{гр}}}{\mathcal{L}_b^{\text{акт}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{v}} \sqrt[4]{\frac{\omega}{\Omega} \left(\frac{T_a}{m_2 q} \frac{k}{k-1}\right)^{1/3} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^{2/3}}.$$

Для тех же условий ($m_1 = m_2$, $T_a/m_2 q \approx 10^{-3}$) использование гравитационного момента для закрутки позволяет также сократить длину троса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Белецкий В. В.** Либрация спутника на эллиптической орбите. — В кн.: Искусственные спутники Земли, вып. 16. Изд. АН СССР, 1963, с. 46—56.
2. **Белецкий В. В.** Некоторые вопросы поступательно-вращательного движения твердого тела в ньютоновском поле сил. — В кн.: Искусственные спутники Земли, вып. 16. Изд. АН СССР, 1963, с. 68—93.
3. **Белецкий В. В.** Движение искусственного спутника относительно центра масс. М., Наука, 1965. 416 с.
4. **Белецкий В. В.** Об относительном движении связки двух тел на орбите. — Космические исследования, 1969, т. VII, вып. 6, с. 827—840.
5. **Белецкий В. В.** Очерки о движении космических тел. М., Наука, 1972. 359 с.
6. **Белецкий В. В., Гиверц М. Е.** О движении пульсирующей системы в гравитационном поле. — Космические исследования, 1968, т. VI, вып. 2, с. 304—305.
7. **Белецкий В. В., Новикова Е. Т.** Об относительном движении связки двух тел на орбите. — Космические исследования, 1969, т. VII, вып. 3, с. 377—384.
8. **Гиверц М. Е.** Один частный случай оптимизации управления гравитетом. — Космические исследования, 1972, т. X, вып. 2, с. 297—298.
9. **Донов А. Е.** Теория полета гравилета. — Космические исследования, 1971, т. IX, вып. 3, с. 392—396.
10. **Дубошин Г. Н.** О дифференциальных уравнениях поступательно-вращательного движения взаимно притягивающихся сил. — Астрономический журнал, 1958, т. 35, вып. 2, с. 265—276.
11. **Дубошин Г. Н.** О периодических движениях в системе спутников Сатурна. — Труды ГАИШ, 1945, т. XV, вып. 1, с. 158—250.
12. **Дубошин Г. Н.** Небесная механика (Основные задачи и методы). М., Физматгиз, 1963. 588 с.
13. **Егоров В. А.** О некоторых задачах динамики полета к Луне. — Успехи физических наук, 1957, т. 63, вып. 1а, с. 73—117.
14. **Егоров В. А.** Пространственная задача достижения Луны. — М., Наука, 1965, 206 с.
15. **Егоров В. А.** О траекториях возвращения от Луны к Земле. — Космические исследования, 1967, т. V, вып. 4, с. 483.
16. **Исследование колебаний спутника в плоскости эллиптической орбиты.** В. А. Золотоустов, Д. Е. Охочимский, В. А. Сарычев, А. Г. Торжевский. — Космические исследования, 1964, т. II, вып. 5, с. 657—666.
17. **Ивашкин В. В.** Оптимизация космических маневров при ограничениях на расстояния до планет. М., Наука, 1975. 392 с.
18. **Ивашкин В. В., Тупицын Н. П.** Об использовании гравитационного поля Луны для выведения космического аппарата на ста-

ционарную орбиту спутника Земли. — Космические исследования, 1971, т. IX, вып. 2, с. 163—172.

19. **Ильин В. А., Демешкина В. В., Истоин И. А.** Исследование траекторий близкого облета Луны с возвращением в атмосферу Земли. — Космические исследования, 1970, т. VIII, вып. 1, с. 48.

20. **Исакович Л. А., Кирпичников С. Н.** Некоторые случаи межпланетных переходов с использованием пертурбационного маневра. — Космические исследования, 1974, т. XII, вып. 5, с. 675—681.

21. **Казакова Е., Киселев Н., Платонов А.** Исследование свойств энергетически оптимальных орбит для полета к Юпитеру. — Космические исследования, 1968, т. VI, вып. 1, с. 3—12.

22. **Кондурарь В. Т.** Проблема движения двух эллипсоидов под действием взаимного притяжения. — Труды ГАИШ, 1939, т. 9, вып. 2, с. 307—368.

23. **Кондурарь В. Т.** О возмущениях поступательно-вращательного движения спутника и планеты, вызываемых их сжатием. — Астрономический журнал, 1962, т. 39, вып. 3, с. 516—526.

24. **Комаров В. И.** Исследование динамики одной схемы закрутки двухсекционного космического аппарата. — Космические исследования, 1973, т. XI, вып. 1, с. 14—20.

25. **Комаров В. И.** О гравитационной закрутке двухсекционного ИСЗ. — Космические исследования, 1974, т. XII, вып. 6, с. 856—862.

26. **Кларк В. Д., Янгблуд Д.** Управление угловым положением космического аппарата на круговой орбите с помощью активного изменения моментов инерции. — В кн.: Управление в пространстве, т. I. М., Наука, 1973, с. 44—51.

27. **Лебедев В. Н.** Расчет движения космического аппарата с малой тягой. ВЦ АН СССР, 1968. 108 с.

28. **Лоуден Д. Ф.** Оптимальные траектории для космической навигации. М., Мир, 1966. 152 с.

29. **Можаяев Г. В.** Задача о непрерывном обзоре Земли и кинематически правильные спутниковые системы. — Космические исследования, 1972, т. X, вып. 6, с. 833—840.

30. **Можаяев Г. В.** Задача о непрерывном обзоре Земли и кинематически правильные спутниковые системы. — Космические исследования, 1973, т. XI, вып. 1, с. 59—69.

31. **Оберт Г.** Пути осуществления космических полетов. М., Оборонгиз, 1948. 232 с.

32. **Окунев Ю. М.** О возможных движениях длинной гаштели в центральном поле сил. — Космические исследования, 1969, т. VII, вып. 5, с. 637—642.

33. **Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях.** /В. И. Боевкин, Ю. Г. Гуревич, Ю. Н. Павлов, П. Н. Толстоусов. М., Наука, 1976. 303 с.

34. **Основы теории полета космических аппаратов.** М., Машиностроение, 1972. 608 с.

35. **Охоцимский Д. Е., Энеев Т. М., Таратынова Г. П.** Определение времени существования ИСЗ и исследование вековых изменений его орбиты. — Успехи физических наук, 1957, т. 63, вып. 1а, с. 33—50.

36. **Охоцимский Д. Е., Сарычев В. А.** Система гравитационной стабилизации искусственных спутников. — В кн.: Искусственные спутники Земли, вып. 16. 1963, с. 5—9.

37. **Пономарев В. М.** Теория управления движением космических аппаратов. М.: Наука, 1965. 456 с.

38. **Проскурин В. Ф., Батраков Ю. В.** Возмущения первого порядка в движении искусственных спутников, вызываемые сжатием Земли. — В кн.: Искусственные спутники Земли, вып. 3. 1959, с. 32—38.
39. **Раушенбах Б. В.** Влияние размеров космического аппарата на затраты массы и энергии при его ориентации. — Космические исследования, 1970, т. VIII, вып. 4, с. 483—493.
40. **Сарычев В. А.** Исследование динамики системы гравитационной стабилизации. — В кн.: Искусственные спутники Земли, вып. 16. 1963, с. 10—33.
41. **Сарычев В. А.** Влияние сопротивления атмосферы на систему гравитационной стабилизации ИСЗ. — Космические исследования, 1964, т. II, вып. 1, с. 23—32.
42. **Соловьев Ц. В., Тарасов Е. В.** Прогнозирование межпланетных полетов. М., Машиностроение, 1973. 400 с.
43. **Соловьев Ц. В., Шамова Н. Ф.** Оптимизация траекторий полета к Меркурию с маневром в гравитационном поле Венеры. — Космические исследования, 1974, т. XII, вып. 6, с. 863—871.
44. **Справочник по технической механике/Под ред. акад. А. И. Динника.** М.—Л., ОГИЗ, Гостехиздат, 1949. 734 с.
45. **Стабилизация искусственных спутников.** Сборник статей. Пер. с англ. под ред. В. А. Сарычева. М., Мир, 1974. 229 с.
46. **Субботин М. Ф.** Курс небесной механики, т. II. М., ОНТИ, 1937. 404 с.
47. **Суханов В. М.** Исследование динамики управляемой гравитационно-устойчивой системы спутник — стабилизатор. — Космические исследования, 1968, т. VI, вып. 4, с. 524—535.
48. **Хавенсон Н. Г., Эльясберг П. Е.** О возможности использования гравитационного поля Юпитера для пролета на заданном расстоянии от Солнца и выхода из плоскости эклиптики. — Космические исследования, 1972, т. X, вып. 2, с. 159—166.
49. **Хиллер М., Сагиров П.** Демпфирование колебаний спутника изменением распределения масс. — В кн.: Управление в космосе, т. I. М., Наука, 1972, с. 126—135.
50. **Цандер Ф. А.** Проблема полета при помощи реактивных аппаратов. М., Оборонгиз, 1961, 459 с.
51. **Экспериментальная проверка концепции использования трамплина для взлета самолета с палубы авианосца.** — Э.—И., Авиастроение, 1978, № 15, реф. 112, с. 3—4.
52. **Эскобал Р.** Методы астродинамики. М., Мир, 1971. 344 с.
53. **Bourke R. D., Beerer J. G.** Mariner mission to Venus and Mercury in 1973, Astronaut and Aeronaut, 1971, vol. 9, No. 1, p. 52—59.
54. **Breakwell I. V.** Trajectories launched normal to the ecliptic, XIV Congr. internat. astronaut., Paris, 1963, IV, p. 125—141.
55. **Dobrowolski A.** Satellite Orbit perturbations under a continuous radial thrust of small Magnitude. Jet propulsion, 1958, vol. 28, No. 10, p. 687—688.
56. **Flandro G. A.** Fast reconnaissance missions to the outer solar system utilizing energy derived from the gravitational field of Jupiter. Astronautica Acta, 1966, vol. 12, No. 4, p. 329—337.
57. **Gillespie R. W., Roos S. I.** Spacecraft and Rockets, vol. 2, No. 2, 1967, p. 170—175.
58. **Hohmann W.** Die Erreichbarkeit der Himmelskörper, Munich, 1925.

59. **Hollister W. M., Prussing I. E.** Optimum transfer to Mars Via Venus. *Astronautica Acta*, 1966, vol. 12, No. 2, p. 169—180.
60. **Hunter M. W.** Future unmanned exploration of the solar system. *Astronautics and Aeronautics*, 1964, vol. 2, No. 5, p. 16—26.
61. **Kloop D. A., Niehoff J. C.** Jupiter gravity-assisted trajectories. *J. Spacecraft and Rockets*, 1969, vol. 6, No. 4, p. 480—482.
62. **Kingsland L.** Trajectory analysis of a Grand Tour mission to the Outer planets. *AIAA Paper 68-1055*, 1968, p. 9.
63. **Lascody D. N., Thorson E. D.** and oth. *J. Spacecraft and Rockets*, 1965, vol. 2, No. 5, p. 775—780.
64. **Lawden D. F.** Perturbation maneuvers. *J. of the British Interpl. Society*, 1954, vol. 13, No. 6, p. 329—334.
65. **Lawden D. F.** Optimal programming of Rockets trust direction. *Astronautica Acta*, 1955, vol. I, fase I, p. 41—56.
66. **Lee V. A.** Trajectory and mission analysis aspects of Jupiter fluby probes, 18-th Intern. Astr. Congr., Belgrade, Jugosiavia, sept. 24—30, 1967, vol. 2, p. 17—32.
67. **Lee V. A., Wilson S. W., J.** *Spacecraft and Rockets*, 1967, vol. 4, No. 2, p. 129—142.
68. **Longmann R. W., Schnelder A. M.** Use of Inpiter's moons for gravity assist. *J. Spacecraft and Rockets*, 1970, vol. 7, No. 5, p. 570—576.
69. **Manning L. A.** Trajectory modes for manned and unmanned missions to Mercury: 1980—2000. *J. Spacecraft and Rockets*, 1967, vol. 4, No. 9, p. 1128—1135.
70. **Moran J. P.** Effect of plan librations on the orbital motions of a Dumbbell satellite, *ARS Journal*, 1961, vol. 31, No. 8, p. 1089—1095.
71. **Muller W.** Bedeutung der Swingby — Technik am Planeten Jupiter für interplanetäre Missionen Raumfahrtforschung, 1968, Bd. 12, Nr. 4, p. 180—191.
72. **Neihoff J. C.** Gravity-assisted trajectories to solarsystem targets. *J. Spacecraft and Rockets*, 1966, vol. 3, No. 9, p. 1351—1356.
73. **Norman S. M.** A comparison of passage conditions at the outor planets for several flyby trajectory modes. *AIAA Paper 1970*, No. 1071, p. 1—7.
74. **Petty C. M.** Interplanetary Maneuvers using Radial Thrust. *J. Amer. Rock. Soc.*, 1961, vol. 31, No. 9, p.: 1233—1236.
75. **Silver R. W.** Grand Tours of the Jovian planets. *J. Spacecraft and Rockets*, 1968, vol. 5, No. 6, p. 633—637.
76. **Sohn R. L.** Manned Mars Trips using Venus flyby modes. *J. of spacecraft and Rockets*, 1966, vol. 3, Na. 2, p. 161—169.
77. **Sturms F. M., Jr. and Curring E.** Trajectory analysis of a 1970 mission to Mercury Via close elcounter with Venus. *AIAA Paper No. 65—90*, 1965, p. 1—38.
78. **Sturms F. M., Yr.** Trajectory analysis of Earth — Venus — Mercury mission in 1973. *Scient. and Techn. aerospace reports*, 1967, vol. 5, No. 7, p. 1193.
79. **Tops:** Outer-planet Spacecraft. *Astronaut. and Aeronaut.*, 1970, vol. 8, No. 9, p. 35—97.
80. **Tsien H. S.** Take-off from satellite orbit. *J. of the American Rocket Society*, 1953, vol. 23, No. 4, p. 233—236.
81. **Vickery J. D., Horse Wood J. L.** Mission window definition for Jupiter swingbys to the outer planets. *J. Spacecraft and Rockets*, 1969, vol. 6, No. 5, p. 525—531.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	<i>Стр.</i>
Предисловие	3
Условные обозначения	5
Введение	6
Глава 1. Эффект скорости	11
1.1. Классы космических траекторий	11
1.2. Инвариантность изменения энергии механической системы	16
1.3. Зависимость приращения механической энергии ракеты от скорости относительного движения	20
1.4. Оптимизация планетоцентрических траекторий космических аппаратов с учетом эффекта скорости	29
1.5. Использование эффекта скорости при посадке на поверхность спутников планет и выходе на спутникоцентрические орбиты и старте с них	43
1.6. Схемы старта летательных аппаратов	46
1.7. Объяснение механизма эффекта скорости	60
Глава 2. Активно-гравитационное ускорение около промежуточной планеты	69
2.1. Краткий обзор работ	69
2.2. Принцип активно-гравитационного ускорения при пролете около промежуточной планеты	71
2.3. Определение импульса скорости активно-гравитационного маневра	76
2.4. Формирование гелиоцентрической траектории	83
2.5. Полеты с использованием гравитационного поля Венеры	85
2.6. Полеты с использованием гравитационного поля Юпитера	99
2.7. Полеты к Юпитеру с использованием гравитационного поля Марса	111
2.8. Использование спутников планет для пертурбационных маневров	112
Глава 3. Использование возмущающих сил гравитации планет для оптимального перехода между орбитами	129
3.1. Принципы использования возмущающих сил гравитации планет для управления движением космических аппаратов	129
	255

	<i>Стр.</i>
3.2. Оптимальные расположения орбит и межорбитальные переходы	134
3.3. Выбор параметров планетоцентрических орбит, обеспечивающих оптимальный переход	152
3.4. Облет спутников орбитальной системы путем активно-гравитационного маневра	173
3.5. Солнечно-синхронная орбита. Обзор Земли, Солнца и небесной сферы	193
Глава 4. Теория полета гравилета	200
4.1. Принцип создания гравитационной тяги	200
4.2. Силы и моменты, действующие на гравилет	201
4.3. Неуправляемое движение гравилета	208
4.4. Управляемое движение гравилета	223
4.5. Основные параметры поворотного гравилета	242
4.6. Гравитационная закрутка спутника	245
Список литературы	251

ИБ № 1274

Гильмутдин Загрутдинович Давлетшин

АКТИВНО-ГРАВИТАЦИОННЫЕ МАНЕВРЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Редактор *Н. А. Педченко*
Художественный редактор *В. В. Лебедев*
Технический редактор *В. И. Орешкина*
Переплет художника *Л. Н. Наумова*
Корректоры *Мишина О. Е. и Борейша И. М.*

Сдано в набор 11.09.79.	Подписано в печать 04.01.80.	T-00707
Формат 84×108 ^{1/32}	Бумага типографская № 2	
Гарнитура литературная	Печать высокая	Усл. печ. л. 13,44
Уч.-изд. л. 13,05	Тираж 460 экз.	Заказ 2801
		Цена 95 коп.

Издательство «Машиностроение», 107885, Москва, ГСП-6,
1-й Басманный пер., 3.

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств полиграфии и книжной торговли.
Хохловский пер., 7.

