

Н. В. Карлов

---

# ЛЕКЦИИ ПО КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,  
ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ



МОСКВА «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
1988

ББК 22.343.4  
К23  
УДК 535 (075.8)

*Рекомендовано Министерством высшего и среднего специального образования СССР для использования в учебном процессе студентами физических специальностей вузов*

**КАРЛОВ Н. В. Лекции по квантовой электронике:** Учеб. руководство. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 368 с., ил.

ISBN 5-02-013855-X

Собраны лекции, прочитанные автором студентам Московского физико-технического института. Содержит изложение физических принципов усиления и генерации света на основе индуцированного испускания излучения, описание открытых резонаторов лазерных систем, принципов действия наиболее важных газовых и твердотельных лазеров и лазеров, перестраиваемых по длине волны излучения. Новое издание дополнено задачами.

Для студентов и аспирантов физических специальностей вузов, а также научно-технических работников в области квантовой электроники.

Табл. 1. Ил. 90.

Р е ц е н з е н т

доктор физико-математических наук *С. А. Ахманов*

© Издательство «Наука».  
Главная редакция  
физико-математической  
литературы, 1983, 1988

К 1704050000—026 137-88  
053(02)-88

ISBN 5-02-013855-X

# СОДЕРЖАНИЕ

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| Предисловие ко второму изданию | 9  |
| Предисловие к первому изданию  | 10 |

## Часть первая

### ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЛАЗЕРОВ

|                                              |    |
|----------------------------------------------|----|
| <i>Лекция первая. Коэффициенты Эйнштейна</i> | 12 |
|----------------------------------------------|----|

*Определение квантовой электроники. Индуцированные и спонтанные переходы, коэффициенты Эйнштейна. Когерентность индуцированного излучения*

|                        |    |
|------------------------|----|
| Задачи к лекции первой | 20 |
|------------------------|----|

|                                    |    |
|------------------------------------|----|
| <i>Лекция вторая. Ширина линии</i> | 20 |
|------------------------------------|----|

*Соотношение неопределённостей энергия – время, естественное время жизни, ширина спектра спонтанного излучения. Лоренцева форма линии. Вероятность индуцированных переходов при монохроматическом излучении. Однородное и неоднородное уширения. Гауссова форма линии при доплеровском уширении*

|                        |    |
|------------------------|----|
| Задачи к лекции второй | 30 |
|------------------------|----|

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| <i>Лекция третья. Усиление</i> | 31 |
|--------------------------------|----|

*Поглощение и усиление. Активная среда. Сечение поглощения. Эффект насыщения. Плотность потока энергии насыщающего излучения. Импульсный режим, энергия насыщения*

|                         |    |
|-------------------------|----|
| Задачи к лекции третьей | 41 |
|-------------------------|----|

|                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Лекция четвёртая. Коэффициенты Эйнштейна и матричный элемент оператора перехода</i> | 42 |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|

*Волновые функции стационарных состояний. Уравнение Шредингера при наличии возмущений. Первое приближение теории возмущений. Суперпозиция волновых функций стационарных состояний. Вероятность перехода. Вычисление коэффициентов Эйнштейна для индуцированных переходов в двухуровневой системе. Матричный элемент оператора дипольного момента перехода. Осцилляции населённости верхнего уровня, частота Раби*

|                           |    |
|---------------------------|----|
| Задачи к лекции четвёртой | 52 |
|---------------------------|----|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Лекция пятая. Лазеры-усилители</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>53</b>  |
| <i>Усиление и генерация. Полоса пропускания усилителя бегущей волны. Шум квантового усилителя. Максимальная выходная мощность. Импульсный режим, максимальная выходная энергия, изменение формы импульса при нелинейном усилении</i>                                                                                                             |            |
| Задачи к лекции пятой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 63         |
| <b>Лекция шестая. Генерация</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>64</b>  |
| <i>Открытый резонатор, его добротность. Регенерация резонатора при усилении. Проподной резонаторный усилитель. Отражательный усилитель. Условия самовозбуждения. Условия резонанса. Частота генерации. Максимальная выходная мощность</i>                                                                                                        |            |
| Задачи к лекции шестой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 77         |
| <b>Лекция седьмая. Открытые резонаторы</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>78</b>  |
| <i>Резонаторы в электронике. Переход к коротким волнам. Падение добротности и сгущение резонансов замкнутых объёмов. Открытые резонаторы, прорезживание спектра. Число Френеля. Моды. Время жизни моды пассивного резонатора. Дифракционные потери. Метод Фокса и Ли. Интегральное уравнение открытого резонатора</i>                            |            |
| Задачи к лекции седьмой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 87         |
| <b>Лекция восьмая. Гауссовы пучки</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>88</b>  |
| <i>Конфокальный резонатор. Распределение поля. Гауссовы пучки. Размер пятна. Расходимость излучения. Радиус кривизны, волнового фронта. Преобразование гауссовых пучков линзой. Согласование мод резонаторов. Фокусирование гауссовых пучков. Продольный и поперечный размеры фокальной области</i>                                              |            |
| Задачи к лекции восьмой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 99         |
| <b>Лекция девятая. Устойчивость резонаторов</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>99</b>  |
| <i>Устойчивость линзовых световодов. Световод с одинаковыми линзами. Световод с чередующимися линзами двух различных фокусных расстояний. Условие устойчивости, диаграмма устойчивости. Эквивалентность линзового световода и открытого резонатора. Типы устойчивых резонаторов. Селекция поперечных мод диафрагмой. Неустойчивые резонаторы</i> |            |
| Задачи к лекции девятой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 109        |
| <b>Лекция десятая. Неустойчивые резонаторы</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>109</b> |
| <i>Геометро-оптическое рассмотрение. Коэффициент увеличения, потери на излучение. Симметричный резонатор, телескопический резонатор. Эквивалентное число Френеля. Селекция продольных мод. Частотная селекция, пространственная селекция тонкими поглотителями. Дисперсионные резонаторы. Распределённая обратная связь</i>                      |            |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Задачи к лекции десятой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 122 |
| <b>Лекция одиннадцатая. Синхронизация мод</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 122 |
| <i>Генерация излучения в нескольких продольных модах. Нерегулярный характер спектра генерации. Затягивание мод. Синхронизация мод. Длительность и период следования импульсов при синхронизации мод. Активная и пассивная синхронизация. Самосинхронизация. Модуляция добротности. Провал Лэмба</i>                                                                                                                                                                  |     |
| Задачи к лекции одиннадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 136 |
| <b>Лекция двенадцатая. История квантовой электроники.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 136 |
| <b>Основные формулы</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |     |
| <i>История возникновения квантовой электроники. Квантовая природа света, индуцированное излучение, бозоны. Эйнштейн, Дирак. Первый лазер, радио и оптика. Радиоспектроскопия. Таунс, Прохоров, Басов. Метод трёх уровней. Предложение открытого резонатора. Первые лазеры. Место квантовой электроники в оптике. Основные формулы квантовой электроники</i>                                                                                                          |     |
| <b>Часть вторая</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     |
| <b>ЛАЗЕРЫ</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |     |
| <b>Лекция тринадцатая. Газовые лазеры.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 149 |
| <b>Гелий-неоновый лазер</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |     |
| <i>Особенности газообразной активной среды. Основные методы возбуждения. Электрический разряд, газодинамика, химическое возбуждение, фотодиссоциация, оптическая накачка. Резонансная передача энергии возбуждения при столкновениях. Гелий-неоновый лазер. Схема уровней. Передача энергии возбуждения. Конкуренция линий излучения на волнах 3,39 и 0,63 мкм. Параметры разряда, параметры лазера</i>                                                              |     |
| Задачи к лекции тринадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 161 |
| <b>Лекция четырнадцатая. Ионные лазеры.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 161 |
| <b>Лазеры на парах металлов</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |     |
| <i>Аргоновый лазер. Схема уровней. Двухступенчатое возбуждение. Зависимость от плотности тока разряда. Условие инверсии. Эффект перекачки газа в разряде. Параметры лазера. Гелий-кадмиевый лазер. Пеннинговский механизм ионизации и возбуждения. Схема уровней. Катафорез. Параметры лазера. КПД газоразрядных лазеров. Самоограниченные переходы. КПД, энергия, мощность лазеров на самоограниченных переходах. Медный лазер, схема уровней, параметры лазера</i> |     |
| Задачи к лекции четырнадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 174 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Лекция пятнадцатая. СО<sub>2</sub>-лазеры</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 175 |
| <i>Молекулярные лазеры. Требования к рабочему веществу мощных газовых лазеров с высоким КПД. Колебательные спектры молекул. Р-, Q-, R-ветви. Нормальные колебания многоатомных молекул. СО<sub>2</sub>-лазер, общие сведения. Молекула СО<sub>2</sub>. Механизм инверсии. Роль азота и гелия. Лазеры с продольной прокачкой. Отпаянные лазеры</i>                                 |     |
| Задачи к лекции пятнадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 189 |
| <i>Лекция шестнадцатая. СО<sub>2</sub>-лазеры (продолжение)</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 189 |
| <i>Спектральные свойства СО<sub>2</sub>-лазеров. Вращательная структура. Полосы 00<sup>0</sup>1–10<sup>0</sup>0 и 00<sup>0</sup>1–02<sup>0</sup>0. Вращательная конкуренция. Перестройка частоты излучения. Плавная перестройка. Импульсный разряд. ТЕА СО<sub>2</sub>-лазеры. Самостоятельный и несамостоятельный разряды. Газодинамические лазеры</i>                           |     |
| Задачи к лекции шестнадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 200 |
| <i>Лекция семнадцатая. Химические лазеры</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 200 |
| <i>Экзотермические реакции и колебательная энергия. Колебательно-поступательная, колебательно-колебательная и вращательно-поступательная релаксации. Полная и частичная инверсии. Скорость химической накачки. Цепные реакции. КПД инициирования и химический КПД. Химические лазеры импульсного и непрерывного действия. Параметры лазеров. Иодный фотодиссоциационный лазер</i> |     |
| Задачи к лекции семнадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 212 |
| <i>Лекция восемнадцатая. СО-лазеры, газовые лазеры на электронных переходах в молекулах</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 212 |
| <i>Плато в колебательных населённостях. Частичная инверсия. Особенности спектра генерации СО-лазера. Электронные переходы в молекулах. Принцип Франка – Кондона. Азотный лазер. Водородный лазер. Эксимерные лазеры</i>                                                                                                                                                           |     |
| Задачи к лекции восемнадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 225 |
| <i>Лекция девятнадцатая. Вспомогательное излучение накачки в системах со многими уровнями энергии</i>                                                                                                                                                                                                                                                                             | 225 |
| <i>Лазеры на конденсированных средах со многими уровнями энергии. Метод вспомогательного излучения накачки. Трёх- и четырёхуровневые схемы. Безызлучательная релаксация в твёрдом теле. Матрица лазера на твёрдом теле. Рубин. Электронные конфигурации атомов и ионов переходных групп. Основные состояния трёхвалентных ионов хрома и неодима</i>                               |     |
| Задачи к лекции девятнадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 237 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Лекция двадцатая. Рубиновый и неодимовый лазеры</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>238</b> |
| <i>Внутрикристаллическое поле. Уровни энергии иона хрома в корунде. Рубиновый лазер. Уровни энергии иона неодима. Неодимовый лазер. Лазерное стекло. Оптическая однородность, лучевая стойкость</i>                                                                                                                                                                                                        |            |
| Задачи к лекции двадцатой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 248        |
| <b>Лекция двадцать первая. Безызлучательная релаксация в твёрдом теле</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>249</b> |
| <i>Электрон-фононное взаимодействие. Слабая вибронная связь. Вероятность многофононной релаксации. Колебательный спектр матрицы. Максимальная длина волны. Примеры ионов неодима и эрбия. Ион-ионное взаимодействие. Эффективное затухание в системе слабосвязанных осцилляторов. Вероятность переноса энергии от донора к акцептору. Миграция энергии. Выбор оптимальных концентраций. Сенсibilизация</i> |            |
| Задачи к лекции двадцать первой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 266        |
| <b>Лекция двадцать вторая. Лазеры на красителях</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>267</b> |
| <i>Спектрально-люминесцентные свойства красителей. Схема уровней. Цикл оптической накачки. Перестройка частоты излучения. Паразитные процессы. Коэффициент усиления. Непрерывный и импульсный режимы. Пороговая накачка. Ламповая и лазерная накачка, непрерывный режим</i>                                                                                                                                |            |
| Задачи к лекции двадцать второй                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 279        |
| <b>Лекция двадцать третья. Лазеры на центрах окраски</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>280</b> |
| <i>F-центры. Методы окрашивания кристаллов. Анионные вакансии в ЩГК. <math>F^-</math>, <math>F_2^-</math>, <math>F_2^{+}</math>, <math>F_2^-</math>-центры. Спектры поглощения и люминесценции. Цикл оптической накачки. Параметры лазеров. Вибронные и бесфононные переходы. Ион хрома. Лазер на александрите. Галлиевые гранаты с хромом</i>                                                             |            |
| Задачи к лекции двадцать третьей                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 292        |
| <b>Лекция двадцать четвёртая. Полупроводниковые лазеры</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>293</b> |
| <i>Отличительные особенности полупроводниковых лазеров. Зоны разрешённых состояний. Прямозонные и непрямозонные полупроводники. Рекомбинационное свечение. Уровень Ферми, квазиуровни Ферми. Условие инверсии. Безызлучательная рекомбинация. Внутренний квантовый выход</i>                                                                                                                               |            |
| Задачи к лекции двадцать четвёртой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 303        |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Лекция двадцать пятая. Полупроводниковые лазеры<br/>(продолжение)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <b>303</b> |
| <i>Диодные инжекционные лазеры. Распределение носителей в полупроводниковом кристалле с <math>p-n</math>-переходом. Инжекция носителей. Зонная структура полупроводника с <math>p-n</math>-переходом. Вырожденный полупроводник с <math>p-n</math>-переходом. Зонная структура. Инверсия при инжекции носителей в <math>p-n</math>-переход вырожденного полупроводника. КПД. Мощность. Гетероструктуры. Диапазон длин волн излучения. Перестройка</i> |            |
| Задачи к лекции двадцать пятой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 314        |
| <b>Лекция двадцать шестая. Лазеры на свободных электронах</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>315</b> |
| <i>Генерация СВЧ электронными токами. Длина волны излучения и синхронизм для ультрарелятивистского электронного пучка. Усиление при ондуляторном излучении релятивистских электронов. Ондуляторный лазер на свободных электронах</i>                                                                                                                                                                                                                  |            |
| Задачи к лекции двадцать шестой                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 329        |
| <b>Лекция двадцать седьмая. Семнадцать наиболее известных лазеров</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>329</b> |
| <i>Краткие описания. Характерные особенности. Методы создания инверсии</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |            |
| <b>Заключение. Тенденции развития</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>342</b> |
| <i>Новые длины волн лазерного излучения. ИК диапазон. Видимая область. Методы нелинейной оптики, генерация гармоник, различных частот. ВКР-лазеры. Дальняя УФ область, рентгеновская область. Гамма-лазеры. Области применения лазеров</i>                                                                                                                                                                                                            |            |
| Ответы к задачам                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 355        |

## ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

При подготовке второго издания книги был учтён дальнейший опыт преподавания основ квантовой электроники студентам физико-технических, инженерно-физических и физических специальностей. Принята во внимание также практика подготовки к экзаменам кандидатского минимума по специальности «Физическая электроника, в том числе квантовая». В основном это привело к тому, что книга дополнена простыми задачами и численными примерами. Эти задачи и примеры приводятся сразу после тех лекций, к материалу которых они относятся. Ответы к задачам собраны в конце книги.

Автор глубоко благодарен стажёрам-исследователям Института общей физики АН СССР, выпускникам кафедры волновых процессов Физического факультета МГУ И. Т. Сорокиной и Е. В. Сорокину, составившим задачи и давшим их решения.

Автор считает своим долгом специально отметить появление на русском языке второго издания прекрасной книги Звелто<sup>1)</sup>, которая, несомненно, должна использоваться при начальном изучении основ квантовой электроники.

Автор благодарен Л. А. Савушкиной за помощь в подготовке рукописи этого издания книги.

---

<sup>1)</sup> О. Звелто. Принципы лазеров. — М.: Мир, 1984, 395 с.

## ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

В этой книге собраны лекции, читавшиеся автором в течение ряда лет по курсу основ квантовой электроники для студентов Московского физико-технического института.

Работа со студентами, аспирантами и стажёрами-исследователями привела автора к выводу о необходимости разработки простого лекционного курса по квантовой электронике, в котором в сжатой форме были бы представлены основные физические идеи этой науки и дано описание принципов действия наиболее важных её приборов. Цель курса — дать будущим физикам-экспериментаторам, инженерам-физикам и радиоинженерам, имеющим намерение работать в области исследований и применений лазерного излучения, необходимый минимум начальных сведений по квантовой электронике. Задача создания курса лекций такой направленности чрезвычайно сложна и к настоящему времени вряд ли может быть решена в общем виде. Поэтому автор при составлении предлагаемых лекций исходил из своего опыта работы в научно-исследовательской лаборатории общезначимого профиля, широко использующей лазерные излучения. Вероятно, такой подход в какой-то мере придал изложению односторонний характер.

Лекции начинаются изложением физических основ квантовой электроники, сводящихся прежде всего к применению эйнштейновской теории излучения к термодинамически неравновесным системам с дискретными уровнями энергии. При этом, большое внимание уделено понятию обратной связи, реализуемой при индуцированном излучении в резонаторах. Значительное место занимает рассмотрение процессов создания резонатором лазера пучка света высокой направленности и управления его модовым составом. Завершается эта часть курса сводкой основных формул квантовой электроники.

Вторая часть курса посвящена изложению методов создания активной среды и описанию свойств таких наиболее известных лазеров, как гелий-неоновый, аргоновый, медный,  $\text{CO}_2$ - и  $\text{CO}$ -лазеры, лазеры на красителях и центрах окраски, на рубине и неодиме. Большое внимание уделено газодинамическим, химическим, эксимерным и полупроводниковым лазерам и лазерам на свободных электронах. Рассмотрены во-

просы перестройки длины волны лазерного излучения. Завершается эта часть курса сводным описанием характерных особенностей наиболее известных лазеров, обсуждением тенденций развития квантовой электроники и областей применения лазеров.

Для квантовой электроники характерно глубокое проникновение идей теории колебаний и методов электроники сверхвысоких частот (СВЧ) в оптику. Вместе с тем предметную основу квантовой электроники составляют спектроскопия и физическая оптика. Поэтому в ходе изложения автор стремился показать, как в квантовой электронике соединение радиофизики, спектроскопии и волновой оптики дало возможность создания исключительно высокой, по существу предельной, концентрации энергии электромагнитного излучения в пространстве, во времени и в частотном интервале. Ввиду бурного развития квантовой электроники основное внимание уделено при этом не конкретным достижениям тех или иных лазерных параметров, а принципам действия и потенциальным возможностям рассматриваемых лазеров. В процессе изложения автор старался возможно более часто обращать внимание на аналогичность процессов, происходящих в различных лазерах, подчеркивая вместе с тем их характерные отличительные черты<sup>1)</sup>.

Автор глубоко благодарен своему учителю Александру Михайловичу Прохорову, многолетнее общение с которым сделало возможным написание предлагаемого курса.

Автор благодарен своим друзьям и коллегам Ф. В. Бункину, В. Г. Веселаго, П. П. Пашинину, внимательно прочитавшим рукопись этой книги и сделавшим много полезных для автора замечаний.

Автор благодарен рецензентам — кафедре оптики и спектроскопии физического факультета МГУ и Ю. А. Кравцову — за целый ряд конструктивных замечаний, с признательностью принятых автором при окончательной подготовке рукописи книги.

Автор благодарен И. И. Горячко и Л. А. Фарфориной за большую помощь в подготовке рукописи, а также М. Н. Андреевой за помощь в подготовке иллюстраций.

Автор, бывший в сейчас уже далёкие сороковые годы студентом первого набора физико-технического факультета МГУ, посвящает эти лекции основоположникам Физтеха.

---

<sup>1)</sup> При начальном изучении основ квантовой электроники автор рекомендует использовать книги: Горелик Г. С. Колебания и волны: Введение в акустику, радиофизику и оптику. — М.: Физматгиз, 1959; Ландсберг Г. С. Оптика. — М.: Наука, 1976; Звельто О. Физика лазеров/Пер. с англ. — М.: Мир, 1979; Справочник по лазерам/Под ред. А. М. Прохорова. — М.: Сов. радио, 1978. Т. I, II.

## ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЛАЗЕРОВ

### *Лекция первая.* **КОЭФФИЦИЕНТЫ ЭЙНШТЕЙНА**

*Определение квантовой электроники. Индуцированные и спонтанные переходы, коэффициенты Эйнштейна. Когерентность индуцированного излучения*

Начиная курс лекций по основам квантовой электроники, определим предмет этих лекций. По определению, даваемому Большой Советской Энциклопедией, квантовая электроника — это область физики, изучающая методы усиления и генерации электромагнитного излучения путём использования эффекта индуцированного испускания излучения в термодинамически неравновесных квантовых системах, свойства получаемых таким образом усилителей и генераторов и их применения. Наиболее известными приборами квантовой электроники являются мазеры и лазеры. Поэтому в узком смысле слова можно говорить о квантовой электронике как о науке о мазерах и лазерах, имея при этом в виду, что мазеры — это квантовые усилители и генераторы когерентного электромагнитного излучения радиочастотного (СВЧ) диапазона, а лазеры относятся к оптическому диапазону.

Высокая степень концентрации световой энергии в очень узком телесном угле и малом спектральном интервале, т. е. высокая направленность и монохроматичность излучения, является основной характерной чертой лазеров и существенно отличает их от обычных источников света. К этому примыкает способность лазеров концентрировать большую энергию в чрезвычайно малых отрезках времени. В свою очередь, мазеры-генераторы отличаются от обычных источников радиоизлучения высокой стабильностью частоты генерации, а мазеры-усилители отличаются от классических электронных радиоусилителей низким уровнем шумов.

Всё это обусловлено тем, что для усиления излучения в квантовой электронике используется эффект индуцированного испускания излучения, что нашло своё точное отражение в твёрдо установившейся терминологии. Термин «мазер» («лазер») образован из начальных букв ан-

глийского выражения microwave (light) amplification by stimulated emission of radiation, что означает усиление СВЧ радиоволны (света) с помощью эффекта индуцированного испускания излучения.

Отсюда видно, что принципиальной разницы между мазерами и лазерами нет, а практическое различие между ними исчезает при переходе от волн миллиметрового диапазона к субмиллиметровым волнам. Наибольший интерес, однако, привлекают к себе лазеры в силу своей способности предельно концентрировать световую энергию в пространстве, во времени и в спектральном интервале. Эта способность лазеров является их определяющим свойством и может служить как наиболее полное их функциональное определение. Под световой следует, конечно, понимать энергию оптического излучения инфракрасного (ИК), видимого и ультрафиолетового (УФ) диапазонов.

В силу вышеизложенного целесообразно курс основ квантовой электроники понимать как курс основ физики лазеров, дополненный изложением принципов действия наиболее интересных из них. При этом чрезвычайно важная область применений лазерного излучения может быть затронута только в виде ссылок на наиболее представительные примеры таких применений.

Основой квантовой электроники как науки в целом служит явление индуцированного излучения, существование которого было постулировано А. Эйнштейном в 1916 г. В квантовых системах, обладающих дискретными уровнями энергии, существуют три типа переходов между энергетическими состояниями: переходы, индуцированные электромагнитным полем, спонтанные переходы и безызлучательные релаксационные переходы. Свойства индуцированного излучения определяют когерентность излучения и усиления в квантовой электронике. Спонтанное излучение обуславливает наличие шумов, служит затравочным толчком в процессе усиления и возбуждения колебаний и вместе с безызлучательными релаксационными переходами играет важную роль при получении и удержании термодинамически неравновесного излучающего состояния.

При индуцированных переходах квантовая система может переводиться из одного энергетического состояния в другое (рис. 1.1) как с поглощением энергии электромагнитного поля (это переход с нижнего энергетического уровня на верхний), так и с излучением электромагнитной энергии (это переход с верхнего уровня на нижний).

Индуцированные переходы обладают следующими важными свойствами.

Во-первых, вероятность индуцированных переходов отлична от нуля только для внешнего поля резонансной частоты, энергия кванта которого  $h\nu$  ( $\hbar\omega$ ) совпадает с разностью энергий двух рассматриваемых изолированных состояний (двух уровней с энергиями  $E_2$  и  $E_1$  соответственно, где индекс 2 относится к большей энергии, а индекс 1 — к

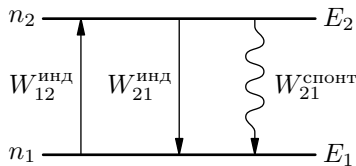


Рис. 1.1. Схема двух уровней энергии  $E_2 > E_1$  (населённости  $n_2$  и  $n_1$  соответственно). Показаны переходы сверху вниз с вероятностью  $W_{21}^{\text{инд}}$  и снизу вверх с вероятностью  $W_{12}^{\text{инд}}$  (прямые стрелки), а также спонтанный переход с вероятностью  $W_{21}^{\text{спонт}}$  (волнистая стрелка).

меньшей). Это условие соответствует постулату Бора:

$$h\nu = \hbar\omega = E_2 - E_1. \quad (1.1)$$

Во-вторых, кванты электромагнитного поля, излучённые при индуцированных переходах, полностью тождественны квантам поля, вызвавшего эти переходы. Это означает, что внешнее электромагнитное поле и поле, созданное при индуцированных переходах, имеют одинаковые частоту, фазу, поляризацию и направление распространения, т. е. они неразличимы (тождественны).

В-третьих, вероятность индуцированных переходов в единицу времени пропорциональна плотности энергии внешнего поля в единичном спектральном интервале (спектральной объёмной плотности энергии)  $\rho_\nu$  [Дж/(см<sup>3</sup> · Гц)]:

$$W_{12}^{\text{инд}} = B_{12}\rho_\nu, \quad (1.2)$$

$$W_{21}^{\text{инд}} = B_{21}\rho_\nu, \quad (1.3)$$

где  $B_{12}$  и  $B_{21}$  — коэффициенты Эйнштейна для индуцированного поглощения и излучения соответственно, а порядок индексов 1 и 2 указывает направление перехода.

Таким образом, индуцированное излучение — это излучение вынужденное, стимулированное внешним излучением. Полная тождественность стимулированного (т. е. вторичного) и стимулирующего (т. е. первичного) излучений приводит к когерентности усиления и излучения в квантовой электронике.

Однако, кроме индуцированного внешним полем, существует и самопроизвольное испускание излучения. Атомы (молекулы, ионы, электроны), находящиеся в верхнем энергетическом состоянии, могут совершать спонтанные переходы в нижнее состояние. Эти переходы самопроизвольны. Происходящий при спонтанном излучении распад верхнего энергетического состояния подобен радиоактивному распаду неустойчивого ядра. Вероятность спонтанных переходов не зависит от внешнего электромагнитного поля, акты спонтанного излучения никак не связаны с внешним полем. Поэтому спонтанное излучение некогерент-

но по отношению к внешнему полю и играет роль собственных шумов. Кроме того спонтанное излучение опустошает верхний энергетический уровень, способствуя возвращению атома в нижнее энергетическое состояние.

Спонтанное излучение является эффектом принципиально квантовым, не допускающим классической трактовки. В классической механике метастабильное состояние, обладающее большей энергией по отношению к некоторому основному устойчивому состоянию, в отсутствие внешних возмущений может жить бесконечно долго. В квантовой области такое метастабильное состояние спонтанно распадается с некоторой отличной от нуля средней скоростью.

Рассмотрим теперь несколько подробнее свойства индуцированного и спонтанного излучений. Соотношение между вероятностями спонтанного и индуцированного переходов можно определить, следуя Эйнштейну, из термодинамического рассмотрения.

Рассмотрим ансамбль квантовых частиц, находящихся в термостате при температуре  $T$ . Найдём условия равновесия этого ансамбля в поле его собственного излучения, испускаемого и поглощаемого при переходах между уровнями энергии составляющих ансамбль частиц.

Пусть рассматриваемая квантовая система обладает двумя уровнями энергии  $E_2 > E_1$ , при переходах между которыми поглощается или излучается квант энергии  $h\nu$ . При термодинамическом равновесии ансамбль не теряет и не приобретает энергии. Следовательно, в единицу времени во всём ансамбле общее число переходов из верхнего энергетического состояния в нижнее должно быть равным общему числу переходов из нижнего состояния в верхнее. Общее число переходов определяется числом частиц на уровнях энергии или, как принято говорить в квантовой электронике, населённостью уровней.

При тепловом равновесии распределение частиц по уровням подчиняется формуле Больцмана

$$\frac{n_2}{g_2} = \frac{n_1}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right), \quad (1.4)$$

где  $g_2$  и  $g_1$  — кратности вырождения (статистические веса) уровней 2 и 1,  $k$  — постоянная Больцмана.

Полное число переходов  $2 \rightarrow 1$  равно произведению числа частиц  $n_2$  в состоянии 2 на вероятность перехода  $2 \rightarrow 1$  в единицу времени для одной частицы.

Нам уже известно, что свободная частица, находящаяся в возбуждённом состоянии, в конце концов отдаёт свою избыточную энергию в виде кванта излучения вне зависимости от какого-либо внешнего воздействия. Вероятность самопроизвольного перехода частицы из верхнего состояния в нижнее пропорциональна времени. За время  $dt$  эта

вероятность составляет по предположению

$$dw^{\text{спонт}} = A_{21} dt, \quad (1.5)$$

где  $A_{21}$  — коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения. Таким образом, постулируется, что вероятность спонтанного испускания излучения в единицу времени, или, что то же самое, скорость спонтанного распада, постоянна и равна по определению соответствующему коэффициенту Эйнштейна  $A_{21}$ :

$$W_{21}^{\text{спонт}} = A_{21}. \quad (1.6)$$

Спонтанное излучение описывает процесс самопроизвольного перехода частицы из верхнего состояния в нижнее. Самопроизвольных переходов снизу вверх не бывает. Заселение верхнего уровня происходит в рассматриваемой ситуации путём индуцированных переходов при поглощении квантов.

Частицы рассматриваемого ансамбля находятся в поле их собственного излучения, плотность энергии которого в единичном спектральном интервале составляет  $\rho_\nu$ . Это поле индуцирует переходы из верхнего состояния в нижнее и обратно. Вероятности этих переходов по предположениям (1.2) и (1.3) пропорциональны  $\rho_\nu$ . Теперь, комбинируя (1.6), (1.4), (1.3) и (1.2), мы можем из условия равновесия

$$g_1 B_{12} \rho_\nu e^{-E_1/kT} = g_2 (B_{21} \rho_\nu + A_{21}) e^{-E_2/kT} \quad (1.7)$$

найти соотношения между коэффициентами  $A_{21}$ ,  $B_{12}$ ,  $B_{21}$ . В уравнении (1.7) приравнены друг к другу полные числа переходов снизу вверх (слева) и сверху вниз (справа). Это уравнение позволяет легко найти плотность энергии поля излучения рассматриваемой равновесной квантовой системы:

$$\rho_\nu = \frac{A_{21}}{B_{21}} \left[ \frac{g_1 B_{12}}{g_2 B_{21}} \exp \left( \frac{E_2 - E_1}{kT} \right) - 1 \right]^{-1}. \quad (1.8)$$

Отсюда вытекают важные следствия. Эйнштейн постулировал, что излучение, испускаемое и поглощаемое при равновесных переходах между энергетическими состояниями рассматриваемой равновесной квантовой системы, описывается формулой Планка для равновесного излучения абсолютно чёрного тела. Тогда для свободного пространства

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (1.9)$$

где  $c$  — скорость света.

Если мы сопоставим две эти формулы с известным частотным условием Бора (1.1), то увидим, что постулат Эйнштейна совместим с постулатом Бора. Дальнейшее сравнение приводит к важному выводу о том, что между коэффициентами Эйнштейна для индуцированных переходов  $B_{12}$  и  $B_{21}$  выполняется соотношение

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}. \quad (1.10)$$

Это соотношение говорит о равновероятности индуцированных излучения и поглощения (в пересчёте на одно невырожденное состояние, чем оно и важно).

Далее, вероятность спонтанного излучения пропорциональна коэффициенту Эйнштейна для индуцированного излучения:

$$A_{21} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu B_{21}. \quad (1.11)$$

Таким образом, для описания термодинамического равновесия между системой квантовых (т. е. обладающих дискретными уровнями энергии) частиц и полем её излучения Эйнштейн ввёл индуцированные полем равновероятные (с учётом кратности вырождения) переходы из верхнего состояния в нижнее и из нижнего в верхнее. Требование равновесия приводит к такому соотношению между спонтанным и индуцированным излучениями, при котором для одной частицы вероятность переходов в единицу времени с испусканием квантов излучения равна

$$W^{\text{изл}} = \left( \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu + \rho_\nu \right) B_{21}. \quad (1.12)$$

Существенно, что  $W^{\text{изл}}$  пропорциональна  $B_{21}$ , и, следовательно, там, где запрещены индуцированные переходы, не может быть спонтанного излучения и наоборот, где нет спонтанного излучения, не может быть индуцированного излучения.

Равновесное излучение всего ансамбля частиц по отношению к каждой из частиц выступает как внешнее электромагнитное поле, стимулирующее поглощение или излучение частиц в зависимости от её состояния. Поэтому приведённые выше выражения (1.10)–(1.12), полученные при рассмотрении условий равновесия, справедливы и для случая квантовой системы, находящейся в поле внешнего излучения.

В соотношение между вероятностями спонтанного и индуцированного излучений входит величина  $8\pi\nu^2/c^3$ , равная числу осцилляторов (типов волн, типов колебаний или мод) в единичном спектральном интервале для свободного пространства. Вероятность спонтанного излучения пропорциональна  $\nu^3$ , и поэтому его роль мала на радиочастотах и велика в оптике.

Для квантовой электроники, однако, определяющей является пропорциональность вероятности индуцированного излучения плотности энергии индуцирующего поля. При достаточно большой плотности этого поля происходит главным образом индуцированное излучение, которое когерентно.

Теперь уместно обсудить несколько подробнее вопрос о когерентности индуцированного излучения. Здесь целесообразно ещё раз подчеркнуть, что если спонтанное излучение является эффектом чисто квантовым (с классической точки зрения возбуждённый свободный атом может жить вечно), то индуцированное имеет классические аналоги.

Так, классический гармонический осциллятор, совершающий свободные колебания и находящийся в поле резонансного ему монохроматического излучения, раскачивается этой внешней силой. Частота и фаза его колебаний, как это хорошо известно, определяются частотой и фазой внешней силы. Вместе с тем при определённом фазовом соотношении между исходными свободными колебаниями осциллятора и внешней силой мощность, поглощаемая в осцилляторе, может быть отрицательной. Это означает, что для некоторых фаз осциллятор передаёт энергию внешнему полю под влиянием этого внешнего поля. Происходит индуцированное излучение, которое в силу классической гармонической природы осциллятора и силы когерентно.

Надо, однако, иметь в виду, что классический эффект передачи энергии осциллятора полю, происходящий в случае, когда колебания осциллятора и поля находятся в противофазе, даёт энергию излучения, пропорциональную первой степени напряжённости поля внешней силы. Вместе с тем вероятность индуцированного излучения пропорциональна плотности энергии индуцирующего поля, т. е. квадрату напряжённости этого поля. Тем не менее классическую теорию индуцированного излучения можно построить, но лишь при рассмотрении ансамбля классических осцилляторов, которые группируются под действием внешнего поля. Индуцированные радиационные процессы обусловлены когерентным излучением образовавшихся сгустков, расстояние между частицами в которых много меньше длины волны.

Вернёмся в квантовую область.

Критерием когерентности тех или иных колебаний является наличие постоянного фазового соотношения между ними. В квантовой теории в силу соотношения неопределённостей число квантов — фаза волны,

$$\Delta n \Delta \varphi \gtrsim \frac{1}{2}, \quad (1.13)$$

фаза электромагнитной волны  $\varphi$  определена только в случае, когда число квантов  $n$  неопределённо. Поэтому бессмысленно говорить о фазе одного кванта. Однако если для двух волн известна разность фаз, а не

значения индивидуальных фаз, то соотношение неопределённостей разрешает определение полного числа квантов, оставляя неопределённым, к какой именно из волн какие кванты относятся. Поэтому при сложении в одну волну когерентных электромагнитных излучений, соответствующих нескольким квантам, мы говорим о сложении тождественных, неразличимых квантов.

Кванты, соответствующие излучениям с одинаковыми частотами, направлениями распространения, фазами и поляризациями, нельзя отличить друг от друга. При этом кванты электромагнитного излучения — фотоны подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна; число квантов, которые могут приходиться на один осциллятор поля (один тип колебаний, одну моду), т. е. обладать одним и тем же значением частоты, фазы и т. д., неограниченно. Состояние всего поля излучения определяется числом фотонов в моде. Именно это при большом числе неразличимых квантов позволяет переходить к классическому рассмотрению электромагнитного излучения, для которого характерен принцип суперпозиции колебаний, в том числе и когерентных. В силу характерных свойств бозонов с ростом числа актов индуцированного испускания излучения в единицу времени интенсивность индуцирующей, т. е. исходной, волны нарастает, а её фаза, частота и т. д. остаются неизменными.

Последовательная квантовая теория излучения и поглощения света была сформулирована П. А. М. Дираком в 1927 г. Изложенные выше качественные соображения о спонтанном и индуцированном излучениях и о когерентности индуцированного излучения строго рассмотрены в § 61, 62 его хорошо известной книги «Принципы квантовой механики» (М.: Наука, 1979).

Однако важные результаты могут быть получены и при полуклассическом рассмотрении, применение которого в целом характерно для квантовой электроники. В этом рассмотрении система частица–поле излучения разбивается на две части — квантовая частица и классическое поле излучения. Частица описывается волновой функцией, удовлетворяющей уравнению Шредингера, в которое входит гамильтониан взаимодействия с классическим полем, рассматриваемым как возмущение. Уравнение описывает влияние поля на частицу и позволяет, во всяком случае в принципе, вычислить дипольный момент частицы. Затем предполагается, что полученный диполь излучает классически; в свою очередь, это даёт учёт влияния частицы на поле. Здесь легко прослеживается сохранение когерентности излучаемых квантов. Поле вынуждает появление осциллирующего дипольного момента, когерентного вынуждающей силе. В свою очередь, осциллирующий дипольный момент излучает опять-таки когерентное ему поле.

Эта когерентность, как мы знаем, приводит ко всем тем многообразным свойствам лазеров, которые разительно отличают их от обычных источников света.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ПЕРВОЙ

**1.1.** Табл. 1.1 представляет собой шкалу длин и порядков частот электромагнитных волн в диапазоне от радиоволн до рентгеновского излучения. Заполните таблицу самостоятельно.

Таблица 1.1

| Диапазон        | Радиои-<br>злучение | NH <sub>3</sub> -мазер | Лазеры          |          |         |      | УФ из-<br>лучение | Рентге-<br>новское<br>излучение |
|-----------------|---------------------|------------------------|-----------------|----------|---------|------|-------------------|---------------------------------|
|                 |                     |                        | CO <sub>2</sub> | Nd : ИАГ | He – Ne | KrCl |                   |                                 |
| $\lambda$ , мкм |                     |                        |                 |          |         |      |                   |                                 |
| $\lg \nu$ , мкм |                     |                        |                 |          |         |      |                   |                                 |

**1.2.** Используя табл. 1.1, оцените, во сколько раз по порядку величины вероятность спонтанного излучения в случае Nd : ИАГ-лазера больше, чем в случае NH<sub>3</sub>-мазера.

**1.3.** Пусть два возбуждённых уровня находятся в термодинамическом равновесии. Найдите относительную населённость верхнего уровня по сравнению с нижним, если энергетический зазор между уровнями соответствует частоте генерационного перехода мазера 24 ГГц при температуре 300, 77 и 4,2 К.

**1.4.** То же самое, но для энергетических зазоров, соответствующих частоте генерации CO<sub>2</sub>- ( $\lambda = 10,6$  мкм) и аргонового ( $\lambda = 0,488$  мкм) лазеров.

**1.5.** Вычислите равновесную разность населённостей в двухуровневой системе при  $T = 300$  К, отнесённую к общему числу частиц, считая кратности вырождения уровней одинаковыми, для случаев, когда энергетический зазор между ними составляет 10, 1, 0,1, 0,01 и 0,001 эВ. Укажите длины волн и частоты соответствующих излучений.

**1.6.** Основываясь на термодинамическом подходе к формуле Планка, выведите соотношение (1.10).

**1.7.** Пользуясь только предположением о дискретном характере энергии и тем, что кванты электромагнитного излучения подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна, выведите формулу Планка для плотности энергии теплового равновесного излучения абсолютно чёрного тела.

## Лекция вторая. ШИРИНА ЛИНИИ

*Соотношение неопределённостей энергия–время, естественное время жизни, ширина спектра спонтанного излучения. Лоренцева форма линии. Вероятность индуцированных переходов при монохроматическом излучении. Однородное и неоднородное уширения. Гауссова форма линии при доплеровском уширении*

Рассмотрим вопрос о ширине линии излучения (поглощения).

До сих пор мы говорили о двух уровнях энергии, замалчивая то обстоятельство, что уровни имеют конечную ширину. Дело в том, что любые процессы, сокращающие время жизни частиц на уровнях, приводят к уширению линий соответствующих переходов. Действительно, определение энергии состояния должно проводиться за время, не превышающее время жизни в этом состоянии  $\tau$ . А тогда неточность определения энергии, в соответствии с соотношением неопределённостей энергия – время

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar \quad (2.1)$$

не может быть меньше  $\hbar/\tau$ . Неопределённость энергии состояния приводит к неопределённости частоты перехода, равной  $1/2\pi\tau$ . Постоянная времени  $\tau$  является мерой времени, необходимого для того, чтобы возбуждённая система отдала свою энергию. Значение  $\tau$  определяется скоростями спонтанного излучения и безызлучательных релаксационных переходов.

В отсутствие внешних воздействий спонтанное излучение определяет время жизни состояния. Поэтому наименьшая возможная, так называемая естественная ширина линии  $\Delta\nu_0$  определяется вероятностью спонтанного перехода  $A_{21}$ :

$$\Delta\nu_0 = A_{21}/2\pi. \quad (2.2)$$

Естественная ширина, как правило, существенна только на очень высоких частотах ( $A_{21} \sim \nu^3$ ) и для хорошо разрешённых переходов. Обычно влиянием спонтанного излучения на ширину линии можно пренебречь, так как в реальных условиях релаксационные переходы более эффективно сокращают время жизни.

Как уже говорилось, в системах с дискретными уровнями энергии, кроме индуцированных и спонтанных переходов, существенную роль играют релаксационные безызлучательные переходы. Эти переходы возникают в результате взаимодействий квантовой частицы с её окружением. Механизм процессов этих взаимодействий сильно зависит от вида конкретной системы. Это может быть взаимодействие между ионом и решёткой кристалла; это могут быть соударения между молекулами газа или жидкости и т. д. В конечном счёте результатом действия релаксационных процессов является обмен энергией между подсистемой рассматриваемых частиц и тепловыми движениями во всей системе в целом, приводящий к термодинамическому равновесию между ними.

Обычно время установления равновесия, время жизни частицы на уровне, обозначается  $T_1$  и называется продольным временем релаксации. Такая терминология отвечает традиции, установившейся при исследовании явлений ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и электронного парамагнитного резонанса (ЭПР). Продольная релаксация соот-

ветствует движению вектора высокочастотной намагниченности системы частиц вдоль направления внешнего постоянного магнитного поля. Существует ещё поперечное время релаксации  $T_2$ , которое соответствует движению вектора намагниченности в плоскости, перпендикулярной направлению внешнего постоянного поля.

Как правило, нас интересует поведение большой совокупности частиц, электрический или магнитный дипольный момент этой совокупности. Полный момент определяется фазовыми соотношениями между моментами индивидуальных частиц. Пусть в начальный момент времени все частицы имеют дипольные моменты, осциллирующие синфазно. С течением времени эта синфазность будет нарушаться. Время  $T_2$  является мерой того отрезка времени, в течение которого частицы приобретут случайные по отношению друг к другу фазы.

Любой процесс, вносящий вклад во время релаксации  $T_1$ , т. е. любой процесс потери энергии частицами, приводит к потере фазы. Следовательно,

$$T_2 \lesssim T_1. \quad (2.3)$$

Но существуют взаимодействия, которые, хотя и не меняют энергию ансамбля частиц, увеличивают степень беспорядка, разрушая фазовые соотношения между составляющими ансамбль частицами. Например, при газокINETических соударениях одна молекула газа совершает переход  $2 \rightarrow 1$ , а другая  $1 \rightarrow 2$ . Система в целом не меняет своей энергии. Но фазовая информация при этом теряется, фазовая память нарушается. Можно считать, что время  $T_2$  — это время фазовой памяти или время передачи энергии от частицы к частице по уровню.

Во всех системах, где существенны взаимодействия частиц друг с другом (спин-спиновые взаимодействия, вообще диполь-дипольные взаимодействия, упругие соударения),  $T_2 < T_1$ , зачастую  $T_2 \ll T_1$ . В молекулярных пучках, т. е. когда частицы летят, не соударяясь друг с другом,  $T_2 = T_1$ , равному, в свою очередь, времени пролёта через область взаимодействия с полем излучения. Последнее верно, очевидно, только в случае относительно длинного естественного времени жизни ( $T_1 \ll 1/A_{21}$ ).

Так как время  $T_2$  является самым коротким временем релаксации, то именно оно и определяет ширину линии перехода  $\Delta\nu_{\text{л}}$ :

$$\Delta\nu_{\text{л}} = 1/2\pi T_2. \quad (2.4)$$

В дальнейшем изложении для нас будет более удобным пользоваться обозначением  $\tau$  для времени жизни частицы на уровне и выделять индексом 0 естественное время жизни (время жизни по отношению к спонтанному излучению)  $\tau_0$ . Время релаксации, определяющее в том или ином процессе ширину линии перехода, будет обозначаться как  $1/2\pi\Delta\nu_{\text{л}} = 1/\Delta\omega_{\text{л}}$ .

Итак, конечность времени жизни частицы в возбуждённом энергетическом состоянии ведёт к уширению уровней энергии. Излучение с уширенных уровней приобретает спектральную ширину. Наиболее общим, фундаментальным механизмом, ограничивающим сверху время жизни частицы на возбуждённом уровне, является спонтанное излучение, которое должно, таким образом, иметь спектральную ширину, соответствующую скорости актов спонтанного распада.

Квантовая электродинамика позволяет вычислить спектральное распределение квантов спонтанного излучения, исходящих с уровня шириной

$$\Delta E = \hbar/\tau_0. \quad (2.5)$$

Контур линии спонтанного излучения оказывается имеющим так называемую лоренцеву форму с шириной

$$\Delta\nu_{\text{л}} = \Delta E/h = 1/2\pi\tau_0. \quad (2.6)$$

Лоренцева форма линии определяется форм-фактором

$$q(\nu) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\nu_{\text{л}}}{(\nu - \nu_0)^2 + \Delta\nu_{\text{л}}^2/4} \quad (2.7)$$

и имеет вид резонансной кривой с максимумом на частоте  $\nu = \nu_0$ , спадающей до уровня половины пиковой величины при частотах  $\nu = \nu_0 \pm \pm\Delta\nu_{\text{л}}/2$ . Очевидно, что полная ширина кривой на половине максимальной величины составляет  $\Delta\nu_{\text{л}}$ .

Если принимать во внимание возможность спонтанного распада не только верхнего из двух рассматриваемых, уровней энергии, но и нижнего, когда нижний уровень не является основным, то под величиной  $\Delta\nu_{\text{л}}$ , входящей в формулу (2.7), следует понимать величину, определяемую суммой скоростей распада этих уровней  $1/\tau_{02}$  и  $1/\tau_{01}$ :

$$\Delta\nu_{\text{л}} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{\tau_{02}} + \frac{1}{\tau_{01}} \right). \quad (2.8)$$

Выражение (2.7) может быть легко получено в классическом приближении.

Уравнение движения осциллирующего диполя с радиационным затуханием сводится к уравнению гармонического осциллятора с вязким трением

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_{01}^2 x = 0, \quad (2.9)$$

где  $\omega_{01}$  — круговая частота колеблющегося электрона в диполе, состоящем из электрона и ядра, а  $\gamma$  — классический коэффициент затухания

его излучения. Решение этого уравнения хорошо известно:

$$x = C \exp(-\gamma t/2) \exp(i\omega_1 t), \quad (2.10)$$

где  $\omega_1^2 = \omega_{01}^2 - (\gamma/2)^2$ , а  $C$  — произвольная амплитуда. Так как интенсивность излучения, испускаемого рассматриваемым лоренцевским осциллятором, пропорциональна квадрату амплитуды колебаний электрона в осцилляторе, то видно, что интенсивность излучения экспоненциально падает во времени с характерным временем

$$\tau = 1/\gamma. \quad (2.11)$$

Это время представляет собой среднее время жизни возбуждённого состояния.

Временной зависимости (2.10) соответствует спектральное распределение  $g(\omega)$ , которое легко получается фурье-преобразованием  $x(t)$ :

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{iC}{\omega_1 - \omega + i\gamma/2}. \quad (2.12)$$

При вычислении (2.12) учтено, что (2.10) получено для  $t \geq 0$ . Формула (2.12) даёт спектральное распределение амплитуд. Спектральное распределение интенсивности есть квадрат модуля распределения амплитуды. Следовательно,

$$G(\omega) = g(\omega)g^*(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{C^2}{(\omega_1 - \omega)^2 + \gamma^2/4}. \quad (2.13)$$

Вводя обозначения  $\gamma = 2\pi\nu_{\text{л}}$ ,  $\omega_1 = 2\pi\nu_0$ ,  $\omega = 2\pi\nu$  и приняв значения константы  $C^2 = 4\pi\Delta\nu_{\text{л}}$ , мы получаем выражение (2.7) для фактора  $q(\nu)$ .

Итак, таковы спектральные свойства спонтанного излучения. Его интенсивность частотно зависима. Следовательно, его вероятность зависит от частоты и имеет некоторую спектральную плотность:

$$W_{\nu}^{\text{спонт}} = q(\nu)W^{\text{спонт}} = q(\nu)A_{21}. \quad (2.14)$$

При этом необходимо, чтобы

$$\int_{\nu} W_{\nu}^{\text{спонт}} d\nu = W^{\text{спонт}}. \quad (2.15)$$

Отсюда вытекает требование нормировки форм-фактора  $q(\nu)$ :

$$\int_0^{\infty} q(\nu) d\nu = 1, \quad (2.16)$$

что уже выполнено в записи (2.7) в предположении  $\nu_0 \gg \Delta\nu_{\text{л}}/2$ .

Далее. Мы уже выяснили, что вероятности спонтанного и индуцированного излучений связаны друг с другом. Это было доказано с помощью весьма общих термодинамических соображений. Следовательно, вероятность индуцированного испускания также частотно зависима и имеет спектральную плотность

$$W_{\nu}^{\text{инд}} = q(\nu)W^{\text{инд}}(\nu) = q(\nu)\rho_{\nu}B_{21}. \quad (2.17)$$

При этом

$$W^{\text{инд}} = \int_{\nu} q(\nu)\rho_{\nu}B_{21} d\nu. \quad (2.18)$$

Если индуцирующее излучение монохроматично, то

$$\rho_{\nu} = \rho\delta(\nu - \nu_0), \quad (2.19)$$

где  $\rho$  — объёмная плотность этого излучения, а  $\delta(x)$  — пинцетная  $\delta$ -функция Дирака. Тогда интеграл (2.18) легко берётся, и

$$W^{\text{инд}} = q(\nu_0)\rho B_{21} = 2B_{21}\rho/\pi\Delta\nu_{\text{л}}. \quad (2.20)$$

Сокращение времени жизни, приводящее к появлению конечной ширины линии  $\Delta\nu_{\text{л}}$ , уменьшает вероятность индуцированных переходов, вызываемых монохроматическим полем излучения, и обратно пропорционально ширине линии.

Уширение линии, обусловленное конечностью времени жизни состояний, связанных рассматриваемым переходом, называется однородным. Каждый атом, находящийся в соответствующем состоянии, излучает при переходе сверху вниз линию с полной шириной  $\Delta\nu_{\text{л}}$  и спектральной формой  $q(\nu)$ . Аналогично каждый атом, находящийся в соответствующем нижнем состоянии, поглощает при переходе снизу вверх излучение в спектре с полной шириной  $\Delta\nu_{\text{л}}$  и в соответствии со спектральной зависимостью  $q(\nu)$ . Невозможно приписать какую-либо определённую спектральную компоненту в спектре  $q(\nu)$  какому-то определённому атому. При однородном уширении вне зависимости от его природы спектральная зависимость  $q(\nu)$  есть единая спектральная характеристика как одного атома, так и всей совокупности атомов. Изменение этой характеристики, в принципе возможное при том или ином воздействии на

ансамбль атомов, происходит одновременно и одинаковым образом для всех атомов ансамбля.

Примерами однородного уширения являются естественная ширина линии и столкновительное уширение в газах.

Другое дело — неоднородное уширение. Экспериментально наблюдаемые спектральные линии могут явиться бесструктурной суперпозицией нескольких спектрально неразрешимых однородно уширенных линий. В этих случаях каждая частица излучает или поглощает не в пределах всей экспериментально наблюдаемой линии. Такая спектральная линия называется неоднородно уширенной. Причиной неоднородного уширения может быть любой процесс, приводящий к различию в условиях излучения (поглощения) для части одинаковых атомов исследуемого ансамбля частиц, или наличие в ансамбле атомов с близкими, но различными спектральными свойствами (сверхтонкая структура того или иного вида), однородно уширенные спектральные линии которых перекрываются лишь частично. Термин «неоднородное уширение» возник в спектроскопии ЯМР, в которой уширение этого типа происходило из-за неоднородности внешнего намагничивающего поля в пределах исследуемого образца. Аналогичную природу имеет неоднородное уширение в примесных люминесцентных кристаллах, в которых неоднородность внутрикристаллического электрического поля приводит к различию в величине штарковского сдвига частоты излучения примесными центрами, расположенными в различных местах кристаллического образца.

Классическим примером неоднородного уширения является доплеровское уширение, характерное для газов при малых давлениях и (или) высоких частотах.

Атомы (молекулы, ионы) газа находятся в тепловом движении. Доплер-эффект первого порядка приводит к смещению частоты излучения частиц, летящих на наблюдателя со скоростью  $u$ , на величину  $\nu_0 u/c$ , где  $\nu_0$  — частота излучения покоящейся частицы, а  $c$  — скорость света. Естественное уширение превращает излучение на частоте  $\nu_0$  в спектральную линию, но это уширение однородно, и частотный сдвиг  $\nu_0 u/c$  испытывает вся линия. Так как частицы газа движутся с различными скоростями, то частотные сдвиги их излучения различны, а суммарная форма линии газа в целом определяется распределением частиц по скоростям. Последнее верно, строго говоря, если естественная ширина линии много уже доплеровских сдвигов частоты, что, как правило, имеет место. Тогда, если обозначить через  $p(u)$  функцию распределения частиц по скоростям, форм-фактор доплеровской линии  $q(\nu)$  оказывается связанным с  $p(u)$  простым соотношением:

$$q(\nu) d\nu = p(u) du. \quad (2.21)$$

Далее, наблюдаемая частота равна

$$\nu = \nu_0(1 + u/c). \quad (2.22)$$

Следовательно,  $u = c(\nu - \nu_0)/\nu_0$  и  $du = (c/\nu_0) d\nu$ . Отсюда

$$q(\nu) = \frac{c}{\nu_0} p\left(c \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right). \quad (2.23)$$

При максвелловском распределении частиц по скоростям

$$p(u) = \frac{1}{u_0\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{u}{u_0}\right)^2\right], \quad (2.24)$$

где средняя тепловая скорость

$$u_0 = \sqrt{2kT/m}. \quad (2.25)$$

Здесь  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура газа,  $m$  — масса атома (молекулы) газа. Строго говоря, максвелловское распределение справедливо только при тепловом равновесии. Однако отклонение от него обычно незначительно даже для возбуждённых (излучающих) частиц. Во всяком случае количественные оценки с помощью максвелловского распределения получаются достаточно надёжными. Комбинируя (2.25), (2.24) и (2.23), легко получить  $q(\nu)$  в виде

$$q(\nu) = \frac{c}{u_0\nu_0\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{c^2}{u_0^2}\left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right)^2\right] = \frac{1}{\Delta\nu_T\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_T}\right)^2\right], \quad (2.26)$$

где введено обозначение  $\Delta\nu_T$  для характерной спектральной ширины, равной доплеровскому сдвигу частоты при средней тепловой скорости движения излучающей частицы:

$$\Delta\nu_T = \nu_0 u_0 / c. \quad (2.27)$$

Линия, форма которой определяется форм-фактором (2.26), называется доплеровски уширенной линией. Её форма, как видно из (2.26), описывается функцией Гаусса и симметрична относительно центральной частоты  $\nu_0$ . Спад кривой  $q(\nu)$  (2.26) при сильной отстройке от  $\nu_0$  происходит гораздо более круто, чем в случае лоренцева контура линии (2.7). Около центральной частоты гауссова кривая более пологая. Очевидно, что её ширина определяется параметром  $\Delta\nu_T$ . При удалении от центра кривой на  $\Delta\nu_T$  интенсивность падает в  $e$  раз. Если определить, как обычно, ширину линии как расстояние между такими точками от-

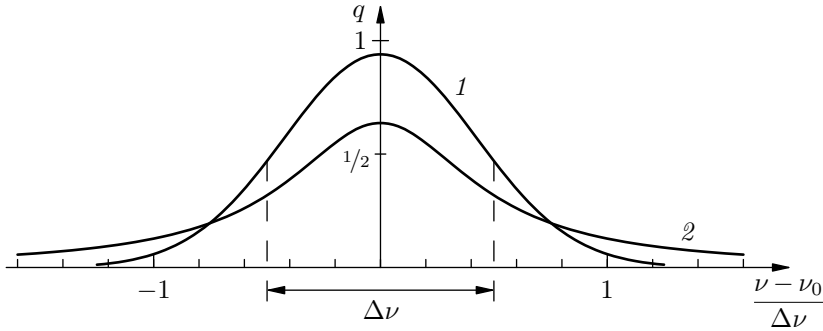


Рис. 2.1. Гауссова (1) и лоренцева (2) формы линии (нормированные на единицу) при одинаковой ширине на половине высоты, показанной отрезком  $\Delta\nu$  на оси абсцисс. Масштаб по оси ординат выбран в единицах  $1/\Delta\nu$ .

стройки (в нашем случае симметричными) от центральной частоты, в которых интенсивность составляет половину максимальной (так называемая полная ширина на половине высоты), то в случае доплеровского уширения из (2.26) легко получить, что эта ширина равна

$$\Delta\nu_d = \Delta\nu_T \cdot 2\sqrt{\ln 2} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2}. \quad (2.28)$$

Подчеркнём, что гауссова форма линии в записи (2.26) нормирована на единицу  $\int_0^\infty q(\nu) d\nu = 1$  в предположении, что  $\nu_0 \gg \Delta\nu_T$ . На рис. 2.1 показаны формы линий при однородном (2.7) и неоднородном (2.26) уширении для случая  $\Delta\nu_d = \Delta\nu_d$ .

С увеличением частоты роль доплеровского уширения возрастает. В видимом диапазоне при не слишком высоких температурах (300–600 К) значение  $\Delta\nu_d$  составляет величину порядка 0,8–1,5 ГГц. Для справок удобна формула, пересчитанная в длины волн:

$$\Delta\lambda_d/\lambda_0 = 7 \cdot 10^{-7} \sqrt{T/M}, \quad (2.29)$$

где  $M$  — относительная молекулярная масса. Так как  $d\lambda/\lambda = -d\nu/\nu$ , то формуле (2.29), очевидно, эквивалентна запись

$$\Delta\nu_d/\nu_0 = 7 \cdot 10^{-7} \sqrt{T/M}. \quad (2.30)$$

Подкоренной характер зависимости  $\Delta\nu_d(T, M)$  приводит к тому, что для грубых численных оценок  $\Delta\nu_d/\nu_0$  (или  $\Delta\lambda_d/\lambda_0$ ) можно считать в условиях, например, тлеющего газового разряда постоянной величиной, равной  $(2-3) \cdot 10^{-6}$ .

Забегая несколько вперёд, приведём два примера.

Для  $\text{CO}_2$ -лазера (излучение молекул  $\text{CO}_2$  при температуре около 400 К на волне около 10 мкм)  $\Delta\nu_d$  составляет 60 МГц, для гелий-неонового лазера (излучение атомов неона при температуре около 400 К на волне 0,63 мкм) доплеровская ширина линии достигает 1,35–1,40 ГГц.

Вернёмся теперь к однородному уширению. Как будет явствовать из дальнейшего изложения, вплоть до очень высоких частот, соответствующих УФ излучению, как правило, естественной шириной линии можно пренебречь. Для газов однородное уширение определяется в реальных условиях столкновительными процессами. В газах среди множества столкновительных процессов существуют соударения такого типа, которые приводят к изменению фазы колебаний возбуждённой частицы. В классическом приближении, когда возбуждённая частица рассматривается как осциллятор, совершающий колебания с постоянной амплитудой и некоторой определённой фазой, изменение фазы меняет взаимодействие осциллятора с электромагнитным полем. Это изменение носит случайный характер. Если в результате столкновений (одного или нескольких) исходное фазовое соотношение нарушается, то можно считать, что с полем взаимодействует новый осциллятор, а старый исчез. Поэтому среднее время свободного пролёта осциллятора между фазосбивающими столкновениями является средним временем жизни частиц газа по отношению к столкновениям этого рода. Это время,  $\tau_{\text{ст}}$ , в соответствии с формулой (2.4) определяет столкновительную ширину линии  $\Delta\nu_{\text{ст}}$ :

$$\Delta\nu_{\text{ст}} = 1/2\pi\tau_{\text{ст}}. \quad (2.31)$$

Так как газокINETические соударения являются случайным процессом, воздействующим при одном и том же столкновительном партнёре в среднем одинаково на все молекулы (атомы) газа одного сорта, то столкновительное уширение является однородным уширением.

Величина  $\tau_{\text{ст}}$  определяется газокINETическим сечением процесса сбоя фазы при ударе  $\sigma_{\text{ст}}$ , скоростью теплового движения частиц газа  $u$  и плотностью газа  $n$ :

$$\tau_{\text{ст}} = \frac{1}{n\langle u\sigma_{\text{ст}} \rangle}, \quad (2.32)$$

где угловые скобки означают усреднение по скоростям. При простых оценках можно считать, что в (2.32) входит средняя тепловая скорость  $u_0$ :  $1/\tau_{\text{ст}} = nu_0\sigma_{\text{ст}}$ . Вопрос о величине  $\sigma_{\text{ст}}$  требует в каждом конкретном случае отдельного экспериментального исследования.

Для квантовой электроники чрезвычайно большое значение имеет обратная пропорциональность  $\tau_{\text{ст}}$  плотности газа. В результате этого столкновительная ширина  $\Delta\nu_{\text{ст}}$  прямо пропорциональна давлению газа и может достигать заметных величин. Так, для уже упоминавшегося  $\text{CO}_2$ -лазера крутизна роста ширины линии из-за учащения столкновений с увеличением давления составляет (в зависимости от столкно-

вительного партнёра) 4–8 МГц/Тор. При суммарном давлении в 10–15 Тор для CO<sub>2</sub>-лазера однородная столкновительная ширина превышает неоднородную (доплеровскую).

В заключение этой лекции отметим необходимость принимать в некоторых случаях во внимание так называемую пролётную ширину линии. В спектроскопии атомных (молекулярных) пучков время пролёта пучка частиц через область пространства, занятую электромагнитным полем, может быть мало. Очевидно, что среднему времени взаимодействия пучка с полем  $\tau_{\text{пр}}$  соответствует однородное уширение

$$\Delta\nu_{\text{пр}} = 1/2\pi\tau_{\text{пр}}. \quad (2.33)$$

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ВТОРОЙ

**2.1.** Представим себе, что существует вещество, состоящее из одинаковых, жёстко закреплённых и не взаимодействующих между собой атомов. В этом случае основную роль играет естественное уширение. Известно, что для разрешённого электродипольного перехода в середине видимого диапазона время жизни составляет 10 нс. Какова ширина линии такого перехода в данном веществе?

**2.2.** Недавно впервые была получена генерация в рентгеновском диапазоне. Длина волны генерации составила 10 нм. Пользуясь результатом предыдущей задачи, оцените естественную ширину линии в рентгеновском лазере.

**2.3.** Естественная ширина линии генерационного перехода CO<sub>2</sub>-лазера ( $\lambda = 10,6$  мкм) между колебательными уровнями основного электронного состояния составляет 50 МГц. Чему равно спонтанное время жизни верхнего лазерного уровня?

**2.4.** Какой механизм уширения спектральных линий преобладает в кубических кристаллах? В стеклах? Что является причиной неоднородного уширения спектральных линий в примесном кристалле?

**2.5.** Неоднородность внутренних электростатических полей обуславливает сильное неоднородное уширение. Линия люминесценции иона неодима в стекле, соответствующая переходу  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$  ( $\lambda = 1,06$  мкм), имеет полуширину  $\Delta\lambda \approx 30$  нм. Каково эффективное время поперечной релаксации иона неодима?

**2.6.** Используя данные предыдущей задачи, определите, чему равна ширина верхнего лазерного уровня  ${}^4F_{3/2}$  ионов неодима в стекле, если нижний лазерный уровень дезактивируется со скоростью  $1/\tau_{02} = 10^8 \text{ с}^{-1}$ .

**2.7.** Пусть некий высокосимметричный кристалл находится при температуре жидкого гелия. Каков характер уширения R-линии (переход  ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ ) иона хрома Cr<sup>3+</sup> в этом кристалле?

**2.8.** Представим себе, что молекулы азота охлаждены в сверхзвуковой струе до  $T = 20$  К. В определённые моменты времени через прокачиваемый азот пропускается поперечный электрический разряд. В такой системе даже без зеркал вследствие очень высокого усиления может возникнуть лазерное излучение с  $\lambda = 337,1$  нм. Оцените доплеровскую ширину линии в таком сверхизлучающем азотном лазере.

**2.9.** Оцените столкновительную ширину линии в газе при давлении 10 Тор и при температуре 300 К, предполагая сечение столкновительного процесса равным газокинетическому.

**2.10.** При давлении азота в азотном лазере, превышающем 100 Тор, и при  $T = T_{\text{комн}}$  столкновительная ширина линии начинает превышать доплеровскую. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы при том же давлении доплеровская ширина линии в два раза превышала столкновительную?

**2.11.** Пусть в  $\text{CO}_2$ -лазере длина волны генерации составляет 10,6 мкм, а доплеровская ширина линии (50 МГц) больше столкновительной (36 МГц). Происходит ли в этом случае сужение доплеровской линии за счёт столкновений? (У к а з а н и е: сравните среднюю длину свободного пробега с длиной волны излучения.)

### Лекция третья. УСИЛЕНИЕ

*Поглощение и усиление. Активная среда. Сечение поглощения. Эффект насыщения. Плотность потока энергии насыщающего излучения. Импульсный режим, энергия насыщения*

Равновесная квантовая система поглощает энергию внешнего излучения, т. е. при равновероятности индуцированных переходов сверху вниз (с излучением энергии) и снизу вверх (с поглощением энергии) в расчёте на одну частицу общее число переходов с нижних уровней на верхние превосходит число обратных переходов, потому что внизу частиц больше, чем вверху.

Действительно, изменение энергии внешнего поля излучения в единичном объёме квантовой системы определяется разностью энергий излучаемых и поглощаемых при индивидуальных переходах вниз и вверх. Так как излучаемая мощность равна  $n_2 W_{21} h\nu$ , а поглощаемая  $n_1 W_{12} h\nu$ , то скорость изменения плотности энергии в соответствии с (1.2), (1.3), (1.10) и (2.20) составляет

$$\frac{d\rho}{dt} = \left( \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} \right) \frac{2g_1 B_{12} h\nu \rho}{\pi \Delta\nu_{\text{л}}}, \quad (3.1)$$

что при термодинамическом равновесии в соответствии с распределением Больцмана (1.4) отрицательно. Энергия внешнего поля поглощается. В дальнейшем мы увидим, что при сколько-нибудь заметном поглощении энергии внешнего поля населённости  $n_2$  и  $n_1$  изменяются, меняя тем самым скорость поглощения энергии. Однако на настоящем этапе нашего рассмотрения мы будем пренебрегать столь сильным влиянием поля на вещество, имея в виду наличие релаксационных процессов, быстро по сравнению с  $d\rho/dt$  возвращающих частицы вниз, что и обеспечивает непрерывность процесса поглощения энергии внешнего электромагнитного излучения и перевод этой энергии в тепло.

Итак, при термодинамическом равновесии  $dp/dt < 0$ . Для увеличения энергии излучения необходимо, чтобы выполнялось условие

$$n_2/g_2 > n_1/g_1. \quad (3.2)$$

В отсутствие вырождения это означает, что населённость верхнего уровня должна превышать населённость нижнего. При наличии вырождения число частиц, приходящихся на одно невырожденное состояние верхнего уровня, должно превышать населённость каждого невырожденного состояния нижнего уровня.

Таким образом, увеличение плотности энергии поля внешнего излучения происходит в квантовой системе тогда, когда равновесное распределение населённостей так нарушено, что верхние состояния населены сильнее, чем нижние, т. е. когда распределение населённостей инвертировано.

Системы квантовых частиц, в которых хотя бы для двух уровней энергии более высоко расположенный уровень (верхний уровень) населён сильнее нижнего уровня, называются системами с инверсией населённостей. Иногда такую инвертированную систему называют системой с отрицательной температурой. Введение этого термина является формальным следствием применения распределения Больцмана к неравновесным системам с инверсией населённостей. Действительно, из формулы (1.4) для распределения Больцмана видно, что при  $E_2 > E_1$  условие  $n_2/g_2 > n_1/g_1$  следует автоматически, если считать, что  $T < 0$ .

Для нас, однако, более важно, что системы с инверсией населённостей являются системами с отрицательным поглощением, т. е. с усилением. Для излучения, распространяющегося в виде бегущей волны в направлении  $z$  со скоростью  $c$ , коэффициент поглощения  $\alpha$  определяется как

$$\alpha = -\frac{1}{I} \frac{dI}{dz}, \quad (3.3)$$

где  $I$  [Вт/см<sup>2</sup>] — интенсивность (плотность мощности) излучения. Так как  $I = \text{const} \cdot \rho$  и  $dz = c dt$ , то

$$\alpha = -\frac{1}{c\rho} \frac{d\rho}{dt}. \quad (3.4)$$

При этом из (3.1) мы получаем

$$\alpha = \left( \frac{n_1}{g_1} - \frac{n_2}{g_2} \right) \frac{2g_1 B_{12} h\nu}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (3.5)$$

При выполнении условия  $n_2/g_2 > n_1/g_1$  коэффициент  $\alpha < 0$ , и, следовательно, усилению соответствует, как и следовало ожидать, отрицательное поглощение.

В силу свойств индуцированного излучения получаемое при инверсии усиление когерентно. При распространении в среде с отрицательным поглощением амплитуда поля нарастает экспоненциально с показателем (инкрементом) усиления, равным  $\alpha/2$ , т. е. с показателем

$$\left( \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} \right) \frac{g_1 B_{12} h \nu}{\pi c \Delta \nu_{\text{л}}}. \quad (3.6)$$

Приведём здесь для справок соотношение между напряжённостью электрического поля электромагнитной волны  $E$  и её интенсивностью  $I$ . При линейной поляризации поля волны

$$E \text{ [В/см]} = 27\sqrt{I}, \quad (3.7a)$$

при круговой

$$E \text{ [В/см]} = 19\sqrt{I}. \quad (3.7б)$$

Итак, для усиления, т. е. для инверсии знака поглощения, необходима инверсия населённостей. Для создания инверсии населённостей необходимо дополнительное внешнее воздействие. Вне зависимости от конкретного механизма инверсии это внешнее воздействие должно преодолевать процессы, направленные на восстановление равновесной разности населённостей. Препятствовать процессам восстановления равновесной разности населённостей можно, только затрачивая энергию — энергию накачки, поступающую от внешнего источника питания.

Совокупность квантовых частиц с инверсией населённостей, т. е. среда с отрицательными потерями энергии распространяющегося в ней излучения, называется в квантовой электронике активной средой.

Рассмотрим несколько подробнее коэффициент поглощения в равновесном случае. Будем по-прежнему иметь в виду двухуровневую систему. В соответствии с распределением Больцмана для двухуровневой системы, находящейся при температуре  $T$ ,

$$\alpha = n \frac{g_1 [1 - \exp(-h\nu/kT)]}{g_1 + g_2 \exp(-h\nu/kT)} \frac{2B_{12}h\nu}{\pi c \Delta \nu_{\text{л}}}, \quad (3.8)$$

где  $n = n_1 + n_2$  — плотность общего числа частиц на обоих уровнях энергии. В радиодиапазоне, как правило,  $h\nu \ll kT$  и

$$\alpha = n \frac{g_1}{g_1 + g_2} \frac{(h\nu)^2}{kT} \frac{2B_{12}}{\pi c \Delta \nu_{\text{л}}}. \quad (3.9)$$

В оптическом диапазоне  $h\nu \gg kT$  и

$$\alpha = nh\nu \frac{2B_{12}}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (3.10)$$

Для справок укажем, что при температуре 300 К равенство  $h\nu = kT$  наступает на длине волны 48 мкм (которой соответствует частота 6250 ГГц или  $207 \text{ см}^{-1}$ ).

Выражению (3.10) можно придать другую форму. Вспомнив, что  $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$  и  $A_{21} = 8\pi\nu^2 h\nu B_{21}/c^3$ , перепишем (3.10) в виде

$$\alpha = n \frac{g_2}{g_1} \frac{c^2}{4\pi\nu^2} \frac{A_{21}}{\pi\Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (3.11)$$

Так как  $c/\nu = \lambda$  и  $A_{21} = 1/\tau_0$ , где  $\tau_0$  — естественное (радиационное, спонтанное) время жизни частицы на верхнем уровне, то

$$\alpha = n \frac{g_2}{g_1} \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{1}{\pi\Delta\nu_{\text{л}}\tau_0}. \quad (3.12)$$

Произведение  $\Delta\nu_{\text{л}}\tau_0$  безразмерно. Следовательно, существует возможность характеризовать поглощающие свойства частицы некоторым эффективным сечением её взаимодействия с резонансным электромагнитным полем. Это сечение называется сечением поглощения и обозначается буквой  $\sigma$ . По определению

$$\alpha = n\sigma. \quad (3.13)$$

Тогда из (3.12) следует [см. также (3.10)], что

$$\sigma = \frac{g_2}{g_1} \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{2\pi\Delta\nu_{\text{л}}\tau_0} = h\nu \frac{2B_{12}}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (3.14)$$

Так как  $2\pi\Delta\nu_{\text{л}}$  всегда превышает  $1/\tau_0$ , сечение поглощения всегда меньше  $\lambda^2/2\pi$  (в оптическом диапазоне, как правило, значительно меньше). Характерные значения  $\sigma$  в зависимости от спектрального диапазона и конкретной квантовой частицы лежат в широком диапазоне ( $10^{-12}$  –  $10^{-24} \text{ см}^2$ ).

В предыдущем рассмотрении речь шла о так называемом линейном коэффициенте поглощения, или коэффициенте поглощения малого сигнала, когда значение  $\alpha$  не зависит от интенсивности сигнала. Независимость коэффициента поглощения  $\sigma$  от интенсивности поглощаемого излучения соответствует хорошо известному в оптике закону Бугера–Ламберта–Бера. Этот закон в нашем рассмотрении получен в предположении, что поглощаемое излучение не вызывает отклонений

распределения числа частиц по уровням энергии от термодинамически равновесного.

Однако поглощаемое системой частиц излучение обязательно нарушает тепловое равновесие в ней. В случае, когда вероятность переходов под влиянием внешнего поля становится сравнимой с вероятностью релаксационных переходов, равновесное распределение населённостей заметно искажается. При этом относительная доля энергии, поглощаемой системой, уменьшается, коэффициент поглощения падает, наступает так называемый эффект насыщения. Очевидно, что в пределе, когда интенсивность поля так велика, что вероятность индуцированных переходов превышает вероятность релаксационных переходов, наступает полное насыщение, при котором разность

$$n_1/g_1 - n_2/g_2 = 0. \quad (3.15)$$

При  $n_1/g_1 = n_2/g_2$  система просветляется; она прозрачна для резонансного излучения — нет ни поглощения, ни усиления,  $\alpha = 0$ .

В течение многовековой истории оптики закон Бугера–Ламберта–Бера или эквивалентные ему утверждения считались непреложной аксиомой. С.И. Вавилов был первым, кто задолго до появления лазеров высказал и обосновал мысль о возможном уменьшении поглощения при увеличении интенсивности облучения. Нелинейный характер процесса поглощения света большой интенсивности позволил Вавилову ввести термин «нелинейная оптика». Этот термин получил широкое распространение после возникновения лазеров, обусловивших бурное развитие этой новой области физики.

Рассмотрим изменение населённостей в системе двух уровней энергии, происходящее под действием резонансного электромагнитного поля, релаксационных и спонтанных переходов. Мы знаем, что результатом действия любых релаксационных механизмов является обмен энергией между системой рассматриваемых частиц и тепловыми колебаниями, приводящий к тепловому равновесию во всей системе в целом. Как уже отмечалось, именно релаксационные взаимодействия (совместно со спонтанным излучением, когда оно существенно) устанавливают равновесное распределение населённостей и создают условия для продолжения поглощения энергии излучения.

Выпишем теперь так называемые скоростные (кинетические) уравнения для населённостей двух уровней энергии  $n_1$  и  $n_2$ . Прежде всего, существует закон сохранения

$$n_1 + n_2 = n. \quad (3.16)$$

Далее, изменение плотности числа частиц на верхнем уровне  $n_2$  даётся уравнением

$$\frac{dn_2}{dt} = - \left( w_{21} + \frac{1}{\tau_0} \right) n_2 + w_{12}n_1 - W_{21}n_2 + W_{12}n_1. \quad (3.17)$$

Здесь первый член соответствует уходу частиц со второго уровня за счёт спонтанного распада (вероятность  $1/\tau_0$ ) и релаксации (вероятность  $w_{21}$ ), второй член соответствует релаксационному заселению второго уровня за счёт ухода частиц с первого уровня (вероятность  $w_{12}$ ), третий и четвёртый члены описывают индуцированные переходы  $1 \leftrightarrow 2$ .

Записывая  $W_{12}$  в виде  $2B_{12}\rho/\pi\Delta\nu_{\text{л}}$ , вспоминая, что  $g_1B_{12} = g_2B_{21}$ , и подставляя  $n_1 = n - n_2$ , получаем

$$\frac{dn_2}{dt} = - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{g_1 + g_2}{g_2} 2B_{12} \frac{\rho}{\pi\Delta\nu_{\text{л}}} \right) n_2 + \left( w_{12} + 2B_{12} \frac{\rho}{\pi\Delta\nu_{\text{л}}} \right) n, \quad (3.18)$$

где введено обозначение

$$\tau = \frac{1}{w_{21} + w_{12} + 1/\tau_0} \quad (3.19)$$

для эффективного времени релаксации населённостей. В отсутствие внешнего поля, как видно из уравнения (3.18), система релаксирует со временем  $\tau$ .

В стационарных условиях ( $dn_2/dt = 0$ )

$$n_2 = \frac{w_{12}\tau + 2B_{12}\rho\tau/\pi\Delta\nu_{\text{л}}}{1 + (g_1 + g_2)2B_{12}\rho\tau/g_2\pi\Delta\nu_{\text{л}}} n. \quad (3.20)$$

При  $\rho \rightarrow \infty$

$$n_2 = \frac{g_2}{g_1 + g_2} n. \quad (3.21)$$

Соответственно  $n_1 = n - n_2$  равняется

$$n_1 = \frac{g_1}{g_1 + g_2} n, \quad (3.22)$$

т. е. с точностью до кратности вырождения населённости верхнего и нижнего уровней уравниваются. Происходит полное насыщение.

В отсутствие поля излучения ( $\rho = 0$ )

$$n_2^0 = w_{12}\tau n = \frac{w_{12}}{w_{12} + w_{21} + 1/\tau_0} n \quad (3.23)$$

и соответственно

$$n_1^0 = \frac{w_{21} + 1/\tau_0}{w_{12} + w_{21} + 1/\tau_0} n. \quad (3.24)$$

Так как равновесные разности населённости подчиняются распределению Больцмана (1.4), то для вероятностей релаксационных процессов сверху вниз и снизу вверх должно выполняться условие

$$\frac{w_{12}}{w_{21} + 1/\tau_0} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right). \quad (3.25)$$

При одинаковом вырождении уровней энергии  $E_2$  и  $E_1$  релаксационные переходы сверху вниз всегда более вероятны, чем снизу вверх. Для оптических частот, когда  $E_2 - E_1 \gg kT$ , вероятность релаксационного перехода наверх очень мала. В радиодиапазоне ( $E_2 - E_1 \ll kT$ )  $w_{12}$  незначительно меньше, чем  $w_{21}$  (скоростью  $1/\tau_0$  в радиодиапазоне обычно можно пренебречь).

Вернёмся к случаю насыщения. Обычно мы имеем дело не с объёмными плотностями энергии  $\rho$ , а с плотностями потока энергии излучения  $I$ , или, иначе говоря, с интенсивностью излучения  $I$ . Так как  $I = \rho c$ , то удобна запись

$$n_2 = \frac{w_{12}\tau + 2IB_{12}\tau/\pi c\Delta\nu_{\text{л}}}{1 + (g_1 + g_2)2IB_{12}\tau/g_2\pi c\Delta\nu_{\text{л}}} n, \quad (3.26)$$

которая позволяет ввести некоторую эффективную характеристику насыщения

$$I_S = \frac{1}{4} \frac{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}}{B_{12}\tau}, \quad (3.27)$$

имеющую смысл плотности потока энергии или интенсивности насыщения. Формула (3.14) позволяет связать  $I_S$  с сечением резонансного поглощения  $\sigma$ :

$$I_S = \frac{h\nu}{2\sigma\tau}. \quad (3.28)$$

Далее, в соответствии с (3.5) величина резонансного поглощения (усиления) определяется формулой

$$z = n_2/g_2 - n_1/g_1. \quad (3.29)$$

Тогда, учитывая, что  $n_2 = n - n_1$  и, следовательно,  $z = n_2(g_1 + g_2)/g_1 g_2 - n_1/g_1$ , из (3.26) легко получить для  $z$  простое соотношение:

$$z = \frac{z_0}{1 + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{I}{I_S}}, \quad (3.30)$$

где  $z_0$  означает соответствующую разность населённостей в отсутствие внешнего поля, т. е. при  $I = 0$ .

Соотношение (3.30) неоднократно потребуется нам в дальнейшем. Смысл его довольно ясен. С увеличением интенсивности облучения первоначальная разность населённостей падает. Характерный масштаб изменения задаётся величиной  $I_S$ . Когда интенсивность облучения достигает  $I_S$ , первоначальная разность населённостей падает вдвое. При  $I \ll I_S$  эффектом насыщения можно пренебречь.

Величина  $I_S$  [формула (3.28)] допускает простое физическое истолкование: произведение интенсивности излучения на сечение поглощения, измеренное в единицах  $h\nu$ , т. е. величина  $I\sigma/h\nu$ , даёт при непрерывном облучении значение средней скорости актов индуцированного поглощения. Когда эта скорость, увеличиваясь с ростом  $I$ , достигает скорости (при  $g_1 = g_2$ ) релаксационного распада населённости верхнего уровня  $1/\tau$ , насыщение становится заметным.

Отметим, что проведённое выше рассмотрение справедливо для однородно уширенной линии поглощения, насыщающейся как целое при увеличении интенсивности облучения. Неоднородное уширение, например доплеровская линия, требует отдельного и гораздо более сложного анализа.

Заметим также, что иногда вместо интенсивности насыщения пользуются обратной величиной

$$S = 1/I_S, \quad (3.31)$$

называемой фактором насыщения. Однако интенсивность насыщения  $I_S$  имеет более наглядный физический смысл.

Эффект насыщения играет важную роль в квантовой электронике. Насыщение уменьшает коэффициент поглощения неинвертированных резонансных поглощающих систем, приводя их, таким образом, в просветлённое состояние, что часто бывает очень полезным. Насыщение снижает коэффициент усиления инвертированных систем, что часто бывает очень нежелательным. Насыщение является той нелинейностью, которая ограничивает интенсивность генерации лазеров. Наконец, в системах со многими уровнями энергии насыщение одного из резонансных переходов может вызвать инверсию населённостей другого перехода. Последнее обстоятельство будет подробно обсуждено позднее.

Порядок величины интенсивности насыщения определяется параметрами рассматриваемого перехода конкретной квантовой частицы. В видимой области спектра при  $\tau = 10^{-6}$  с и  $\sigma = 10^{-16}$  см<sup>2</sup> значение  $I_S$  составляет 1–2 кВт/см<sup>2</sup>.

До сих пор мы рассматривали непрерывный режим. Большое значение в квантовой электронике имеет также и импульсный режим. Импульсным режим можно считать тогда, когда длительность воздействия

излучения на квантовую систему мала по сравнению с характерным временем релаксации системы. Точнее говоря, непрерывный режим — это режим работы (генерации, облучения), продолжающийся в течение времени, заметно большего времени релаксации. Всё остальное — это импульсный режим. При импульсном воздействии эффект насыщения характеризуется энергией насыщения.

Вернёмся к уравнению (3.18). Именно его решение при импульсном характере включения  $\rho = \rho(t)$  даёт соответствующую зависимость  $n_2(t)$ . Для простоты будем рассматривать оптический случай:  $w_{12} = 0$  и  $n_2(0) = 0$ . Кроме того, сразу же введём интенсивность облучения  $I = \rho c$  и учтём выражение (3.27) для интенсивности насыщения стационарного режима  $I_S$ . В результате получаем простую запись:

$$\frac{dn_2}{dt} = \frac{1}{2} \frac{I}{I_S} \frac{n}{\tau} - \left( 1 + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{I}{I_S} \right) \frac{n_2}{\tau}, \quad (3.32)$$

где  $I = I(t)$ . Решение этого линейного дифференциального уравнения первого порядка известно. При нулевом начальном условии ( $n_2(0) = 0$ ), вводя обозначения

$$Q(t) = \left( 1 + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{I(t)}{I_S} \right) \frac{1}{\tau}, \quad (3.33)$$

$$R(t) = \frac{I(t)n}{2I_S\tau}, \quad (3.34)$$

можно записать  $n_2(t)$  в виде

$$n_2(t) = \exp \left( - \int_0^t Q(z) dz \right) \int_0^t R(z) \exp \left( \int_0^z Q(x) dx \right) dz. \quad (3.35)$$

Далее,

$$\int_0^t Q(z) dz = \frac{t}{\tau} + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \int_0^t \frac{I(z)}{I_S\tau} dz. \quad (3.36)$$

Входящий сюда интеграл  $\int_0^t I(z) dz$ , дающий удельную дозу энергии облучения, полученной системой, в нашем случае двух уровней энергии, к моменту времени  $t$ , имеет смысл плотности энергии облучения за время  $t$  и измеряется в джоулях на квадратный сантиметр, чем отличается от плотности потока энергии (т. е. интенсивности) облучения, измеряемой в ваттах на квадратный сантиметр.

Введём обозначения

$$F(t) = \int_0^t I(z) dz, \quad (3.37)$$

$$F_S = I_S \tau, \quad (3.38)$$

где  $F_S$  имеет очевидный смысл плотности энергии насыщения. С учётом (3.36)–(3.38) выражение для  $n_2(t)$  записывается в виде

$$n_2(t) = \frac{n}{2} \exp \left( -\frac{t}{\tau} - \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F(t)}{F_S} \right) \int_0^t \exp \left( \frac{z}{\tau} + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F(z)}{F_S} \right) \frac{I(z)}{F_S} dz. \quad (3.39)$$

Дальнейший анализ требует конкретизации вида  $I(t)$ . Интересуясь короткими импульсами, длительность которых  $\tau_{\text{имп}} \ll \tau$ , можно при вычислении  $n_2(\tau_{\text{имп}})$  считать интенсивность облучения в течение импульса постоянной и равной  $I_0$ . Тогда  $F(\tau_{\text{имп}}) = F_{\text{имп}} = I_0 \tau_{\text{имп}}$  имеет смысл плотности энергии импульса,  $F(z) = I_0 z$  и  $I(z) = I_0$  для  $0 \leq z \leq \tau_{\text{имп}}$ . В результате

$$n_2(\tau_{\text{имп}}) = n_2^{\text{имп}} = \frac{n I_0}{2 I_S} \frac{1 - \exp \left( -\frac{\tau_{\text{имп}}}{\tau} - \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F_{\text{имп}}}{F_S} \right)}{1 + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{I_0}{I_S}}. \quad (3.40)$$

От стационарного случая (3.26)–(3.30) полученное выражение отличается множителем в скобках, характеризующим влияние отсутствия эффективной релаксации в течение времени действия импульса облучения. При увеличении энергии импульса наступает эффект насыщения в том смысле, что с ростом  $F_{\text{имп}}$  дальнейшего роста  $n_2$  не происходит просто потому, что все частицы переброшены с уровня 1 на уровень 2, а обратная релаксация за время  $\tau_{\text{имп}}$  не происходит.

Сравнение (3.40) и (3.26) показывает, что в импульсном режиме условие полного насыщения

$$F_{\text{имп}} \gg F_S \quad (3.41)$$

качественно отличается от условия полного насыщения в непрерывном режиме

$$I \gg I_S. \quad (3.42)$$

Именно эти соображения позволили ввести формулой (3.38) плотность энергии насыщения при импульсном воздействии

$$F_S = I_S \tau = h\nu/2\sigma. \quad (3.43)$$

Отметим, что при сравнительно сильных сигналах, когда для импульсной интенсивности условие (3.42) уже выполнено, для  $n_2$  справедлива простая формула:

$$n_2^{\text{имп}} = \left[ 1 - \exp \left( -\frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F_{\text{имп}}}{F_S} \right) \right] \frac{g_2}{g_1 + g_2} n. \quad (3.44)$$

Знание  $n_2$  позволяет найти  $n_1$  и  $n_2 - n_1$ . В условиях справедливости (3.44)

$$z = \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} = z_0 \exp \left( -\frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F_{\text{имп}}}{F_S} \right), \quad (3.45)$$

где, как и в случае (3.30),  $z_0$  означает соответствующую разность населённости в отсутствие внешнего поля, т. е. при  $F_{\text{имп}} = 0$ . Существенное отличие (3.45) от (3.30) объясняется характером насыщения.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ТРЕТЬЕЙ

**3.1.** Выведите формулу (3.7а).

**3.2.** Можно ли создать квантовый усилитель в двухуровневой системе? Рассмотрите два случая: а) стационарный; б) нестационарный.

**3.3.** Из кристаллических лазеров наибольшее распространение получил  $\text{Nd}^{3+}$ : ИАГ-лазер; генерационный переход  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$  ( $\lambda = 1,06$  мкм) хорошо описывается лоренцевой кривой с шириной 195 ГГц при  $T = 300$  К. Квантовый выход люминесценции  $\eta$  ( $\eta = \tau/\tau_0$ ) с уровня  ${}^4F_{3/2}$  составляет 0,42, а время жизни на верхнем лазерном уровне 0,23 мс. Вычислите значение сечения перехода  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$  в центре линии.

**3.4.** Пусть молекулы газа в  $\text{CO}_2$ -лазере находятся при таком давлении, что преобладает столкновительный механизм уширения линии генерационного перехода между колебательными состояниями  $00^{\circ}1$  и  $10^{\circ}0$  ( $\lambda = 10,6$  мкм). Ширина линии составляет 1 ГГц. Оцените спонтанное время жизни верхнего лазерного уровня, если сечение перехода в этой системе составляет  $9,5 \times 10^{-18} \text{ см}^{-1}$ .

**3.5.** Найдите сечение поглощения ионов  $\text{Cr}^{3+}$  в рубине с концентрацией  $5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , если на длине волны 0,54 мкм интенсивность света, прошедшего сквозь пластинку толщиной 0,5 см, падает в 22 тысячи раз.

**3.6.** Оцените время жизни верхнего лазерного уровня рубинового лазера ( $\lambda = 0,69$  мкм), если при эффективном сечении генерационного перехода  $2,5 \times 10^{-20} \text{ см}^2$  интенсивность насыщения составила 2 кВт/см<sup>2</sup>.

## Лекция четвёртая. КОЭФФИЦИЕНТЫ ЭЙНШТЕЙНА И МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ОПЕРАТОРА ПЕРЕХОДА

*Волновые функции стационарных состояний. Уравнение Шредингера при наличии возмущений. Первое приближение теории возмущений. Суперпозиция волновых функций стационарных состояний. Вероятность перехода. Вычисление коэффициентов Эйнштейна для индуцированных переходов в двухуровневой системе. Матричный элемент оператора дипольного момента перехода. Осцилляции населённости верхнего уровня, частота Раби*

В предыдущих лекциях мы связали сечение поглощения, коэффициент усиления, интенсивность насыщения с коэффициентом Эйнштейна, введённым термодинамически.

Очень важным является, однако, провести квантовомеханическое рассмотрение, во-первых, для того, чтобы понять, что именно является в квантовой механике наиболее существенным для квантовой электроники, во-вторых, чтобы знать приёмы, методы определения вероятностей переходов, сечений поглощения и т. п.

Мы уже говорили о том, что при анализе системы частица – поле излучения происходит разбиение системы на две части — квантовая частица и классическое поле излучения. При этом энергия такой системы разбивается на три части — внутреннюю энергию частицы, энергию поля излучения и энергию взаимодействия между ними. Взаимодействие при этом рассматривается как возмущение одной части системы другой её частью — возмущение частицы полем излучения.

Известно, что микрообъекты описываются  $\Psi$ -функциями, подчиняющимися уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{H} \Psi, \quad (4.1)$$

где  $\hat{H}$  — оператор энергии.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = H_0 + H', \quad (4.2)$$

где  $H_0$  — суммарная энергия отдельно взятых поля и частицы, а  $H'$  — энергия взаимодействия между ними, характеризующая возмущение внутренней энергии частицы полем излучения. Так разделить энергию можно всегда. Мы же будем рассматривать тот важный частный случай, в котором энергия взаимодействия  $H'$  мала по сравнению с полной энергией  $H_0$  невозмущённых составляющих системы. Так как величина  $H_0$  определяется энергиями связи между составными частями нашей молекулы (атома, иона и т. п.), то такое допущение хорошо соответству-

ет случаям взаимодействия микрочастиц с не слишком интенсивными полями.

Результаты, полученные при использовании допущения о малости  $H'$  по сравнению с  $H_0$ , верны в первом приближении так называемой теории возмущений.

Рассмотрим сначала невозмущённую систему, обладающую уровнями энергии  $E_n$  и волновыми функциями  $\Psi_n$ . Так как и частица, и поле излучения при отсутствии взаимодействия между ними остаются неопределённо долго в заданном состоянии, то эти состояния являются стационарными. Волновые функции стационарных состояний  $\Psi_n$  весьма характерны. Их можно представить в виде

$$\Psi_n = \psi_n \exp(-iE_n t/\hbar), \quad (4.3)$$

где функции  $\psi_n$  зависят только от пространственных координат и удовлетворяют так называемому стационарному (не зависящему от времени) уравнению Шредингера

$$\hat{H}_0(x)\psi_n(x) = E_n\psi_n(x). \quad (4.4)$$

Как хорошо известно, это уравнение для ограниченных квантовых систем имеет решения только для некоторых значений энергии  $E_n$ , что и приводит к квантованию уровней энергии системы для случаев, когда система не может уходить в бесконечность. Другими словами, квантование энергии автоматически вытекает из стационарного уравнения Шредингера для ограниченных систем.

Уровням энергии  $E_n$  соответствуют волновые функции  $\psi_n$ . Для них характерны непрерывность, гладкость и ортонормированность:

$$\int \psi_m^* \psi_n dx dy dz = \begin{cases} 1, & m = n; \\ 0, & m \neq n, \end{cases} \quad (4.5)$$

выражающая взаимную независимость стационарных состояний. Невозмущённая система в некоторый определённый момент времени может занимать только одно определённое состояние.

Ситуация меняется при наличии взаимодействия. Тогда соответствующая волновая функция должна удовлетворять уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi' = (\hat{H}_0 + \hat{H}')\Psi'. \quad (4.6)$$

В общем случае это уравнение не решается. Однако ввиду малости энергии взаимодействия  $H'$  по сравнению с энергией невозмущённой системы  $H_0$  решение можно найти путём разложения волновой функции возмущённой системы  $\Psi'$  в ряд, члены которого являются решениями

невозмущённого уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{H}_0 \Psi, \quad (4.7)$$

т. е. являются  $\Psi$ -функциями стационарных состояний.

В соответствии с принятым в предыдущих лекциях подходом ограничим наш дальнейший анализ рассмотрением частиц с двумя уровнями энергии. При этом надо, конечно, иметь в виду, что в действительности не существуют системы, имеющие только два уровня энергии. Но тогда, когда взаимодействие с полем носит резонансный характер, а линии достаточно узки, двухуровневая система оказывается достаточно хорошим приближением.

Двухуровневая система имеет два стационарных состояния, т. е. две стационарные  $\Psi$ -функции:  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ . Следовательно, мы должны искать решение (4.6) в виде

$$\Psi' = a\Psi_1 + b\Psi_2. \quad (4.8)$$

Если частица находилась до начала действия возмущения на нижнем уровне энергии  $E_1$ , то тогда выполнялось условие  $a = 1$ ,  $b = 0$ ; в противоположном случае — условие  $a = 0$ ,  $b = 1$ . В общем случае коэффициенты  $a$  и  $b$  являются функциями времени:  $a = a(t)$  и  $b = b(t)$ . При наличии взаимодействия происходит обмен энергией между частицей и полем излучения, энергетическое состояние частицы зависит от времени. После того как в течение какого-то времени продолжалось взаимодействие, появилась вероятность нахождения частицы в некотором стационарном состоянии, отличном от начального. Пусть, например, система, бывшая до включения взаимодействия в состоянии 1, описывается уже не функцией  $\Psi_1$ , а функцией  $\Psi_2$ . Значит, между уровнями 1 и 2 произошёл переход, и величина  $|b(t)|^2 = b(t)b^*(t)$  является вероятностью этого перехода.

Итак, в уравнение (4.6) мы подставляем (4.8). После приведения подобных и учёта того, что для функций  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  выполняется (4.7), получаем

$$i\hbar \Psi_1 \frac{\partial a}{\partial t} + i\hbar \Psi_2 \frac{\partial b}{\partial t} = a(t) \hat{H}' \Psi_1 + b(t) \hat{H}' \Psi_2. \quad (4.9)$$

Умножаем это уравнение на  $\Psi_2^*$  и интегрируем по всему пространству. Учитывая ортонормированность (4.5) и то, что в силу (4.3)

$$\Psi_1 = \psi_1 \exp\left(-\frac{iE_1 t}{\hbar}\right), \quad \Psi_2 = \psi_2 \exp\left(-\frac{iE_2 t}{\hbar}\right), \quad (4.10)$$

получаем

$$i\hbar \frac{db}{dt} = a(t) \int \psi_2^* \hat{H}' \psi_1 \exp\left(-\frac{iE_1 t}{\hbar} + \frac{iE_2 t}{\hbar}\right) dx dy dz + \\ + b(t) \int \psi_2^* \hat{H}' \psi_2 dx dy dz. \quad (4.11)$$

Если бы мы умножили (4.9) на  $\Psi_1^*$ , то получили бы аналогичное уравнение для  $da/dt$ .

Пусть теперь в момент включения возмущения  $t = 0$  частица находилась на уровне 1, т. е. пусть  $a(0) = 1$  и  $b(0) = 0$ . Тогда, если время действия возмущения мало, уравнение (4.11) можно решать, считая, что входящие в него функции  $a(t)$  и  $b(t)$  заменяются их начальными значениями. Следовательно,

$$i\hbar \frac{db}{dt} = \int \psi_2^* \hat{H}' \psi_1 \exp\left(-\frac{i(E_1 - E_2)t}{\hbar}\right) dx dy dz. \quad (4.12)$$

В правую часть этого уравнения входит  $\int \psi_2^* \hat{H}' \psi_1 dx dy dz$ , взятый по всему пространству. Этот интеграл известен под названием матричного элемента оператора взаимодействия перехода  $1 \rightarrow 2$ .

Пусть энергия возмущения  $H'$  обусловлена дипольным взаимодействием частицы с переменным электромагнитным полем. Если дипольный момент равен  $\boldsymbol{\mu}$ , а поле имеет вид  $\mathbf{E}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ , то энергия взаимодействия равна скалярному произведению этих векторов:

$$H' = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{E}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}). \quad (4.13)$$

Будем считать для простоты, что векторы  $\boldsymbol{\mu}$  и  $\mathbf{E}$  параллельны. В дипольном приближении оператор взаимодействия превращается в оператор момента  $\hat{\mu}$ . Его матричный элемент для параллельных векторов  $\boldsymbol{\mu}$  и  $\mathbf{E}$  записывается в виде

$$\int \psi_2^* \hat{H}' \psi_1 dx dy dz = -E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \int \psi_2^* \hat{\mu} \psi_1 dx dy dz = \\ = -\langle \mu \rangle E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \quad (4.14)$$

где величина  $\langle \mu \rangle$  определяет матричный элемент оператора дипольного момента перехода. Так мы приходим к уравнению

$$\frac{db}{dt} = -\frac{1}{i\hbar} \langle \mu \rangle E [e^{i(\omega + \omega_0)t} + e^{i(\omega_0 - \omega)t}], \quad (4.15)$$

где  $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$  — резонансная частота перехода. (Заметим, что при рассмотрении этого типа принято пользоваться круговыми частото-

тами.) При воздействии на частоте  $\omega$ , сколько-нибудь близкой к резонансной, первый член в скобках осциллирует слишком быстро и его можно не учитывать. Тогда

$$\frac{db}{dt} = -\frac{1}{i\hbar} \langle \mu \rangle E e^{i(\omega_0 - \omega)t}. \quad (4.16)$$

Такое уравнение легко интегрируется в пределах от 0 до  $t$ :

$$b(t) = \frac{\langle \mu \rangle E}{\hbar} \frac{e^{i(\omega_0 - \omega)t} - 1}{\omega_0 - \omega}. \quad (4.17)$$

Вероятность перехода  $1 \rightarrow 2$  определяется квадратом модуля  $|b(t)|^2$ :

$$|b(t)|^2 = \left( \frac{\langle \mu \rangle E}{\hbar} \right)^2 \left( \frac{2}{\omega_0 - \omega} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\omega_0 - \omega}{2} t \right). \quad (4.18)$$

Из этого выражения видно, в частности, что ощутимая вероятность перехода имеет место только для внешнего поля с частотой  $\omega$ , близкой к  $\omega_0$ , т. е. для резонансного излучения.

Для того чтобы связать полученную нами вероятность перехода с коэффициентом Эйнштейна  $B_{12}$  для индуцированного перехода, надо применить этот результат к случаю теплового излучения и учесть спектральную ширину перехода. Входящая в формулу (4.18) для  $|b(t)|^2$  величина  $E^2$  связана с плотностью энергии соответствующего поля простым и хорошо известным соотношением:  $\rho = E^2/8\pi$ . Но мы рассматривали электрическое поле, поляризованное вдоль направления диполя. В случае изотропного теплового излучения, для которого был произведён термодинамический анализ коэффициентов Эйнштейна, плотность энергии поля вдоль одного выбранного направления составляет третью часть от полной плотности энергии поля. Следовательно,

$$E^2 = \frac{8\pi}{3} \rho. \quad (4.19)$$

Плотность энергии поля теплового излучения распределена по спектру частот в соответствии с формулой Планка. Мы же выводили формулу для  $|b(t)|^2$  для монохроматической внешней силы. Полную вероятность перехода в поле теплового излучения можно определить, проинтегрировав выражение (4.18) для  $|b(t)|^2$  по всем частотам теплового излучения, считая при этом, что в (4.18) входит спектральная плотность энергии поля  $E_\nu^2 = 8\pi\rho_\nu/3$ , где  $\rho_\nu$  даётся формулой Планка (1.9). Таким образом, полная вероятность перехода  $\Pi$  записывается в

виде

$$\Pi = \int_{-\infty}^{\infty} |b(t)|^2 d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\langle \mu \rangle^2}{\hbar^2} \frac{8\pi\rho_\nu}{3} \frac{\sin^2[\pi(\nu_0 - \nu)t]}{\pi^2(\nu_0 - \nu)^2} d\nu. \quad (4.20)$$

Функция  $\rho_\nu$  является очень плавной, а  $\sin^2\{\pi(\nu_0 - \nu)t\}/\pi^2(\nu_0 - \nu)^2$  носит резко выраженный резонансный характер, поэтому  $\rho_\nu$  можно вынести за знак интеграла:

$$\Pi = \frac{8\pi}{3} \frac{\langle \mu \rangle^2}{\hbar^2} \rho_\nu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2[\pi(\nu_0 - \nu)t]}{\pi^2(\nu_0 - \nu)^2} d\nu. \quad (4.21)$$

Заменой  $\pi(\nu_0 - \nu)t = x$  интеграл сводится к табличному:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \pi.$$

В результате

$$\Pi = \frac{8\pi}{3} \frac{\langle \mu \rangle^2}{\hbar^2} \rho_\nu t. \quad (4.22)$$

Важной особенностью этого выражения является пропорциональность вероятности перехода под действием возмущения времени действия этого возмущения  $t$ , что полностью соответствует постулату Эйнштейна о вероятностях индуцированных переходов.

Вводя вероятность перехода в единицу времени:

$$W_{12} = \frac{\Pi}{t} = \frac{8\pi}{3} \frac{\langle \mu \rangle^2}{\hbar^2} \rho_\nu, \quad (4.23)$$

и сравнивая это выражение с введённым ранее постулатом Эйнштейна (1.2):

$$W_{12} = B_{12}\rho_\nu, \quad (4.24)$$

мы получаем окончательно выражение для коэффициента Эйнштейна  $B_{12}$  в виде

$$B_{12} = \frac{8\pi}{3} \frac{\langle \mu \rangle^2}{\hbar^2}. \quad (4.25)$$

Совершенно аналогично можно получить выражение для  $B_{21}$ , которое в нашем двухуровневом случае без вырождения оказывается равным  $B_{12}$ . Вероятность спонтанного перехода таким методом не может быть получена.

Итак, значения коэффициентов Эйнштейна  $B_{12}$  и  $B_{21}$  определяются дипольными матричными элементами  $\langle \mu \rangle$ , вычисление которых для большого числа простых конфигураций вполне возможно методами квантовой механики. Во многих случаях приходится, однако, прибегать к их экспериментальному определению.

Для справок приведём выражения для  $B_{12}$  и  $B_{21}$  в случае вырожденных уровней:

$$B_{12} = \frac{8\pi}{3} \frac{1}{\hbar^2} \frac{F_{12}}{g_1}, \quad B_{21} = \frac{8\pi}{3} \frac{1}{\hbar^2} \frac{F_{21}}{g_2}, \quad (4.26)$$

где так называемая сила линии перехода  $F_{12} = F_{21} = F$  является суммой квадратов матричных элементов дипольного момента перехода между невырожденными состояниями  $\alpha$  и  $\beta$ , составляющими уровни 1 и 2 соответственно:

$$F = \sum_{\alpha, \beta} \langle \mu_{\alpha\beta} \rangle^2. \quad (4.27)$$

Приведённый выше вывод связи коэффициента Эйнштейна  $B_{12}$  с квантовомеханической характеристикой перехода  $\langle \mu \rangle^2$  верен, строго говоря, вне резонанса, когда резонансные знаменатели типа  $\omega_0 - \omega$  [см. (4.17)] не слишком малы. Малость резонансного знаменателя нарушает малость поправки в методе теории возмущений. Однако, получив в первом порядке теории возмущений выражение (4.17) для  $b(t)$ , мы выполнили затем интегрирование (4.20) по всем частотам планковского излучения, что интуитивно оправдывает наши выкладки. Если же нас интересует резонансный случай воздействия поля с частотой  $\omega \approx \omega_{21} = \omega_0$ , т. е. случай

$$\omega_{21} - \omega = \delta \ll \omega_{21}, \omega, \quad (4.28)$$

то надо рассматривать задачу заново. Снова представим  $\Psi$ -функции смешанного состояния, возникающего при действии поля излучения, для двухуровневой системы в виде (4.8). После подстановки в уравнение Шредингера (4.6), умножения на сопряжённые, интегрирования и приведения подобных получаются точные уравнения для  $a(t)$  и  $b(t)$ :

$$i\hbar \frac{da}{dt} = V_{12}(t)b, \quad (4.29)$$

$$i\hbar \frac{db}{dt} = V_{21}(t)a, \quad (4.30)$$

где матричные элементы оператора возмущения  $\hat{V}$  аналогично (4.12) имеют вид

$$V_{12}(t) = \int \Psi_2^* \hat{V} \Psi_1 dx dy dz = V \exp[-i(E_1 - E_2)t/\hbar], \quad (4.31)$$

$$V_{21}(t) = \int \Psi_1^* \hat{V} \Psi_2 dx dy dz = V \exp[i(E_1 - E_2)t/\hbar]. \quad (4.32)$$

При дипольном взаимодействии типа (4.13), т. е. при

$$\hat{V} = -\hat{\mu}E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \quad (4.33)$$

матричные элементы приобретают вид

$$V_{12}(t) = -\langle \mu \rangle E(e^{i(\omega + \omega_{21})t} + e^{i(\omega_{21} - \omega)t}), \quad (4.34)$$

$$V_{21}(t) = -\langle \mu \rangle E(e^{i(\omega + \omega_{12})t} + e^{i(\omega_{12} - \omega)t}). \quad (4.35)$$

Здесь, как и в (4.14),

$$\langle \mu \rangle = \langle \mu_{12} \rangle = \langle \mu_{21} \rangle = \int \Psi_2^* \hat{\mu} \Psi_1 dx dy dz \quad (4.36)$$

и, кроме того, введены частоты

$$\omega_{21} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} = -\omega_{12} = -\frac{E_1 - E_2}{\hbar}. \quad (4.37)$$

Считаем, как и раньше, что существенна только разностная частота  $\delta$  [см. (4.28)]. Тогда, обозначив

$$-\langle \mu \rangle E = F, \quad (4.38)$$

получаем из (4.34) и (4.35) систему уравнений

$$i\hbar \frac{da}{dt} = Fbe^{i\delta t}, \quad i\hbar \frac{db}{dt} = Fae^{-i\delta t}. \quad (4.39)$$

Подстановка в (4.39)  $c = be^{i\delta t}$  и исключение  $a$  приводит к линейному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами, т. е. к уравнению типа гармонического осциллятора:

$$\frac{d^2 c}{dt^2} - i\delta \frac{dc}{dt} + \frac{F^2}{\hbar^2} c = 0. \quad (4.40)$$

Решение уравнения (4.40) хорошо известно. Вводя обозначение

$$\Omega = \sqrt{\frac{\delta^2}{4} + \frac{F^2}{\hbar^2}}, \quad (4.41)$$

находим

$$b_1 = A \exp \left[ -i \left( \frac{\delta}{2} - \Omega \right) t \right], \quad b_2 = B \exp \left[ -i \left( \frac{\delta}{2} + \Omega \right) t \right], \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\hbar}{F} A \left( \frac{\delta}{2} - \Omega \right) \exp \left[ i \left( \frac{\delta}{2} + \Omega \right) t \right], \\ a_2 &= \frac{\hbar}{F} B \left( \frac{\delta}{2} + \Omega \right) \exp \left[ i \left( \frac{\delta}{2} - \Omega \right) t \right]. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Следовательно, искомая  $\Psi$ -функция смешанного состояния равна

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_1 \frac{\hbar}{F} \left\{ A \left( \frac{\delta}{2} - \Omega \right) \exp \left[ i \left( \frac{\delta}{2} + \Omega \right) t \right] + \right. \\ &\quad \left. + B \left( \frac{\delta}{2} + \Omega \right) \exp \left[ i \left( \frac{\delta}{2} - \Omega \right) t \right] \right\} + \\ &+ \Psi_2 \left\{ A \exp \left[ -i \left( \frac{\delta}{2} - \Omega \right) t \right] + B \exp \left[ -i \left( \frac{\delta}{2} + \Omega \right) t \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Константы  $A$  и  $B$  находятся из условия  $\Psi = \Psi_1$  при  $t = 0$ . Тогда  $A = -B = -F/2\hbar\Omega$ . В результате

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_1 \left\{ \frac{\delta + 2\Omega}{4\Omega} \exp \left[ i \left( \frac{\delta}{2} - \Omega \right) t \right] - \frac{\delta - 2\Omega}{4\Omega} \exp \left[ i \left( \frac{\delta}{2} + \Omega \right) t \right] \right\} + \\ &+ \Psi_2 \frac{F}{2\hbar\Omega} \left\{ \exp \left[ -i \left( \frac{\delta}{2} + \Omega \right) t \right] - \exp \left[ -i \left( \frac{\delta}{2} - \Omega \right) t \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Если при  $t = 0$  функция  $\Psi = \Psi_1$ , то квадрат модуля коэффициента при  $\Psi_2$  есть вероятность нахождения частицы на втором уровне после включения поля. Эта вероятность равна

$$\Pi = \frac{F^2}{2\hbar^2\Omega^2} (1 - \cos 2\Omega t). \quad (4.46)$$

Величина  $\Pi$  осциллирует с частотой  $2\Omega$  между нулевым значением и  $F^2/\hbar^2\Omega^2$ . В точном резонансе [см. (4.41)]  $\Omega^2 = F^2/\hbar^2$  и мы имеем ос-

циляции между 0 и 1:

$$\Pi = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2F}{\hbar} t \right). \quad (4.47)$$

Вернувшись к исходным обозначениям (4.38), (4.41), мы видим, что интенсивность облучения и дипольный момент перехода определяют частоту осцилляций

$$\Omega^2 = \frac{\delta^2}{4} + \left\langle \frac{\mu E}{\hbar} \right\rangle^2 = \frac{\delta^2}{4} + \Omega_P^2, \quad (4.48)$$

где введено обозначение  $\Omega_P$  для так называемой частоты Раби

$$\Omega_P = \left\langle \frac{\mu E}{\hbar} \right\rangle. \quad (4.49)$$

Перепишем (4.46) в новых обозначениях:

$$\Pi = \frac{2\Omega_P^2}{\delta^2 + 4\Omega_P^2} \left( 1 - \cos \sqrt{\delta^2 + 4\Omega_P^2} t \right). \quad (4.50)$$

Особенно наглядны предельные случаи. При малой отстройке (при интенсивном поле облучения),  $\delta \ll \Omega_P$ ,

$$\Pi = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\Omega_P t). \quad (4.51)$$

При большой отстройке (при слабом поле облучения),  $\delta \gg \Omega_P$ ,

$$\Pi = 2(1 - \cos \delta t) \frac{\Omega_P^2}{\delta^2}. \quad (4.52)$$

Смысл формул (4.51) и (4.52) достаточно прозрачен. В интенсивном поле облучения, таком, что частота Раби существенно превышает отстройку поля от точного резонанса, частица осциллирует между верхним и нижним уровнем с частотой Раби. В слабом поле, таком, что соответствующая ему частота Раби спектрально не перекрывает отстройку частоты поля от точного резонанса, вероятность нахождения частицы на верхнем уровне никогда не достигает единицы, осцилляции этой вероятности происходят с частотой отстройки. Вместе с тем при точном резонансе частица с необходимостью достигает верхнего уровня и при слабом поле, только за очень длинное время, определяемое в этом случае медленностью осцилляций Раби.

Приведём численные оценки. Характерная для спектроскопически хорошо разрешённых линий резонансного поглощения величина  $\langle\mu\rangle$  составляет 1 D (дебай), чему соответствует  $10^{-18}$  СГСЭ. Интенсивности облучения, например,  $1 \text{ МВт/см}^2$  по формуле (3.7) соответствует напряжённость поля  $270 \cdot 10^2 \text{ В/см}$ , или  $10^2$  СГСЭ. Значение  $\hbar$  хорошо известно:  $\hbar \approx 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с}$ . Тогда частота Раби составляет  $10^{11} \text{ Гц}$ , или, в принятых в спектроскопии единицах,  $3,3 \text{ см}^{-1}$ .

Отметим здесь же, что дипольному моменту 1 D по (4.25) соответствует коэффициент Эйнштейна  $B = 8 \cdot 10^{18} \text{ СГСЭ}$  и для волны в 0,5 мкм коэффициент Эйнштейна [см. (1.11)]  $A_{21} = 10^7 \text{ с}^{-1}$ , чему соответствует естественное время жизни  $\tau_0 = 0,1 \text{ мкс}$ .

Заметим в заключение этой лекции, что изложенное в ней является лишь первым приближением теории возмущений, строго рассмотренным в § 40 и в задаче к этому параграфу книги: *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика.* — М.: Наука, 1974.

Подчеркнём также то исключительно важное обстоятельство, что в этой лекции, в отличие от предыдущей, никакие релаксационные процессы, равно как и спонтанный распад верхнего уровня, во внимание не принимались. Это означает, что всё изложенное здесь верно на отрезках времени, малых по отношению к времени жизни верхнего состояния  $\tau$ . Для больших времён когерентность состояний нарушается и необходимо пользоваться скоростными уравнениями.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ЧЕТВЁРТОЙ

**4.1.** Для каких времён  $t$  справедлива формула (4.18)?

**4.2.** Выражение (4.25) для  $B_{12}$  выведено для частного случая, однако имеет универсальный характер. Докажите применимость данного выражения.

**4.3.** Выражение для вероятности перехода выведено в том приближении, что  $\rho_\nu$  — достаточно медленно меняющаяся функция частоты. Как выглядит формула, если это условие не выполняется?

**4.4.** В чём физический смысл зависимости результатов расчёта по формуле (4.20) от параметра  $t$ , стоящего под знаком интеграла, т. е. от того факта, является ли  $t$  достаточно большим, чтобы можно было вынести  $\rho_\nu$  из-под знака интеграла? (У к а з а н и е: обратитесь ко второй лекции.)

**4.5.** Какие необходимы характеристики возбуждающего излучения и исследуемой системы, чтобы экспериментально измерить частоту осцилляций населённостей?

**4.6.** Оцените параметры, содержащиеся в ответе к предыдущей задаче, необходимые для прямого измерения  $\Omega_R$  примера, разобранный в конце лекции.

**4.7.** Оцените минимальную интенсивность излучения, при которой могут наблюдаться когерентные осцилляции населённостей и соответствующую частоту Раби для примера, приведённого в конце лекции.

*Лекция пятая. ЛАЗЕРЫ-УСИЛИТЕЛИ*

*Усиление и генерация. Полоса пропускания усилителя бегущей волны. Шум квантового усилителя. Максимальная выходная мощность. Импульсный режим, максимальная выходная энергия, изменение формы импульса при нелинейном усилении*

Итак, в квантовой электронике индуцированное излучение активной среды используется для когерентного усиления электромагнитных волн, для создания квантовых усилителей и генераторов. Здесь следует подчеркнуть разницу между квантовыми усилителями и квантовыми генераторами.

Квантовые усилители, или, будем говорить иначе, лазерные усилители, служат для того, чтобы увеличивать напряжённость поля электромагнитной волны, поступающей на их вход. В этом смысле квантовые усилители как радио-, так и оптического диапазонов подобны своим предшественникам — ламповым и полупроводниковым усилителям.

Квантовые генераторы должны быть источниками излучения, зарождающегося непосредственно в генераторе и выходящего из него во внешнее пространство. Они подобны обычным радиогенераторам, и, как и для радиогенераторов, для лазерных генераторов необходима положительная обратная связь. Иными словами, квантовые генераторы являются автоколебательными системами, в которых генерация электромагнитных колебаний осуществляется в процессе когерентного усиления колебаний при соответствующей обратной связи. В согласии с теорией обычных автоколебательных систем квантовые генераторы должны давать монохроматическое излучение. При этом для лазерных генераторов очень важно, что при индуцированном излучении в активной среде вторичные кванты повторяют не только частоту, но и направление распространения первичных квантов. Именно поэтому лазерное излучение обладает высокой направленностью, а лазерный луч формируется в генераторе автоматически.

Следует, однако, сказать, что не все лазеры-генераторы являются автоколебательными системами. Важное исключение из этого общего правила будет обсуждено значительно позднее при рассмотрении так называемых лазеров на сверхсветимости (суперлюминесценции), но применительно к конкретным лазерам.

Необходимая, как правило, для генерации обратная связь осуществляется, когда активная среда помещается в объёмный резонатор, в котором может быть возбуждена система стоячих электромагнитных волн. В какой-то точке резонатора при неизбежном спонтанном переходе с верхнего уровня на нижний самопроизвольно возникает излучение. Если резонатор настроен в резонанс с частотой этого перехода и если излучаемый квант попадает в одну из стоячих волн, то излучение в стоячей волне накапливается и воздействует на активное вещество, вызывая ин-

дуцированное излучение. Если мощность индуцированного излучения превышает мощность потерь на нагрев стенок резонатора, рассеяние излучения и т. п., а также на полезное излучение во внешнее пространство, т. е. если выполнены так называемые условия самовозбуждения (которые будут подробно обсуждены позднее), то в резонаторе возникают незатухающие колебания. В силу свойств индуцированного излучения эти колебания в высшей степени монохроматичны. Все частицы активного вещества работают синхронно. Эта синхронность обусловлена положительной обратной связью, осуществляемой в актах индуцированного испускания излучением, накопленным в резонаторе, т. е. отражённым от стенок резонатора.

Сказанное даёт, конечно, идеальную схему работы лазера-генератора. В последующем изложении затронутые здесь вопросы будут рассматриваться более тщательно.

Здесь целесообразно сделать небольшое отступление.

Характерной особенностью квантовой электроники, да и, пожалуй, электроники вообще, является следующее замечательное обстоятельство. Развитие каждой новой области, освоение каждого нового диапазона длин волн начинается с появления генераторов. Только после появления генераторов возникают усилители. Может быть, дело в том, что в генераторах новый эффект демонстрируется более ярко, может быть, — в том, что усилители становятся нужными тогда, когда есть что усиливать, но дело обстоит так, что бурное развитие новой области квантовой электроники начинается с появления в ней генераторов.

В СВЧ области первым появился аммиачный мазер-генератор, затем — парамагнитные мазеры-усилители.

В оптике первые опыты по усилению остались незамеченными, только появление рубинового и гелий-неонового лазеров-генераторов дало начало развитию квантовой электроники оптического диапазона. Позже появились мощные оптические усилители.

Тем не менее мы начнём наш анализ с рассмотрения усилителей, и не только потому, что усилитель проще генератора, но и потому, что генератор — это самовозбудившийся усилитель с соответствующей обратной связью.

Начнём с полосы пропускания усилителя в линейном режиме. Формула (3.5) даёт выражение для коэффициента усиления в центре резонансной линии (при  $n_2/g_2 > n_1/g_1$ ). Обозначим линейный, т. е. соответствующий малым сигналам, коэффициент усиления в центре инвертированной линии резонансного поглощения символом  $\alpha_0$ . Величина  $\alpha_0$  измеряется в сантиметрах в минус первой степени и в литературе довольно часто называется показателем (инкрементом) усиления и т. п. Мы будем следовать установившейся у нас традиции и называть  $\alpha_0$  коэффициентом усиления.

Частотную зависимость коэффициента усиления можно учесть с помощью форм-фактора линии  $q(\nu)$ , записав  $\alpha(\nu)$  в виде

$$\alpha(\nu) = \alpha_0 \frac{q(\nu)}{q(\nu_0)}. \quad (5.1)$$

В режиме бегущей волны коэффициент усиления по мощности всего усилителя в целом равен

$$G(\nu) = \exp \left[ \left( \alpha_0 \frac{q(\nu)}{q(\nu_0)} - \beta \right) l \right], \quad (5.2)$$

где  $l$  — длина усилителя, а  $\beta$  — коэффициент нерезонансных потерь. Ширина полосы пропускания оказывается зависящей от величины достигнутого усиления, сужаясь по мере роста усиления. Действительно, если мы определим, как обычно, ширину полосы пропускания усилителя как диапазон частот, в котором усиление превышает половину максимального, то уравнение

$$G(\nu) = G(\nu_0)/2 \quad (5.3)$$

даёт возможность вычислить эту ширину:

$$\frac{q(\nu)}{q(\nu_0)} = 1 - \frac{\ln 2}{\alpha_0 l}. \quad (5.4)$$

Конкретизируя вид  $q(\nu)$ , можно получить значения  $\nu$ , определяющие ширину полосы пропускания. При однородном уширении, т. е. для лоренцевой формы линии (2.7), несложные преобразования приводят к ширине полосы пропускания усилителя бегущей волны

$$\Delta\nu = \Delta\nu_{\text{л}} \sqrt{\frac{\ln 2}{\ln G_0 + \ln L - \ln 2}}, \quad (5.5)$$

где  $G_0 = G(\nu_0) = \exp[(\alpha_0 - \beta)l]$  — чистый коэффициент усиления в центре линии, а  $L = \exp(\beta l)$  — коэффициент потерь.

Видно, что при инверсии, т. е. при усилении, линия сужается. Сужение это в режиме бегущей волны происходит медленно, но при больших усилениях может достигать значительных величин. Суть дела здесь очевидна. В силу экспоненциальной зависимости коэффициента усиления от длины  $l$  усилителя спектральные компоненты, соответствующие центру линии, усиливаются более сильно. В пределе больших длин (больших  $G_0$ ) усиливается только центральная компонента. По существу, так осуществляется переход к лазерам на сверхсветимости, о которых речь пойдёт значительно дальше.

Очевидно, что формула (5.5) справедлива только для  $G_0 > 2$ . Рассмотрим теперь вопрос о шумах квантового усилителя бегущей волны. Пренебрегая тепловыми шумами, будем учитывать только шум спонтанного излучения. При комнатной температуре это соответствует оптическому диапазону, в радиодиапазоне — это случай гелиевых температур. Кроме того, оптический случай — это случай свободного пространства и спонтанного излучения во все его моды. В радиодиапазоне относительно легко выделяется один тип волноводного распространения.

Уравнение для приращения энергии в единице объёма активного вещества усилителя за единицу времени имеет вид

$$\frac{d\rho}{dt} = (n_2 - n_1) \frac{h\nu B_{21}\rho}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}} + n_2 \frac{h\nu \cdot 8\pi\nu^2 h\nu B_{21}}{\pi c^3 \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (5.6)$$

Для простоты записи здесь принято, что  $g_1 = g_2$ . Следует иметь в виду, кроме того, что второй член описывает излучение в  $4\pi$  ср.

Перейдём к плотности потока энергии (интенсивности) в единичном спектральном интервале, т. е. к энергии, проходящей через единичное сечение за единицу времени в единичном спектральном интервале вдоль оси усилителя  $z$ . Так как  $dz = c dt$ ,  $\rho = I/c$ , то

$$\frac{dI}{dz} = (n_2 - n_1) \frac{h\nu B_{21}I}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}} + n_2 \frac{h\nu \cdot 8\pi h\nu B_{21}}{\pi c \lambda^2 \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (5.7)$$

Для полного потока энергии (мощности) в единичном спектральном интервале  $P = AI$  (где  $A$  — площадь апертуры усилителя) легко получить

$$\frac{dP}{dz} = (n_2 - n_1) \frac{h\nu B_{21}P}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}} + 2n_2 \frac{(h\nu)^2 \Omega(z) B_{21} A}{\pi c \lambda^2 \Delta\nu_{\text{л}}}, \quad (5.8)$$

если в последнем члене (5.7) учесть, что спонтанное излучение идёт, усиливаясь, только в сторону выходного конца усилителя и не в  $4\pi$  ср, а в телесный угол  $\Omega(z)$ . Поэтому в последнем члене должна быть учтена только его часть, равная  $\Omega(z)/4\pi$ .

Для длинного усилителя с хорошим усилением можно приближённо считать, что угол  $\Omega$  — это угол, под которым виден входной зрачок усилителя при наблюдении от выходного конца. Тогда

$$\Omega(z) \approx \Omega = A/l^2. \quad (5.9)$$

В результате

$$\frac{dP}{dz} = (n_2 - n_1) \frac{h\nu B_{21}}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}} P + 2n_2 \frac{(h\nu)^2 B_{21} A^2}{\pi c \lambda^2 l^2 \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (5.10)$$

Интегрирование (5.10) даёт при  $P_{\text{вх}} = P(z = 0) = 0$

$$P_{\text{вых}} = P(z = l) = 2h\nu \frac{n_2}{n_2 - n_1} \frac{A^2}{\lambda^2 l^2} \left[ \exp \left( (n_2 - n_1) \frac{h\nu B_{21}}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}} l \right) - 1 \right]. \quad (5.11)$$

Так как

$$\exp \left( (n_2 - n_1) \frac{h\nu B_{21}}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}} l \right) = e^{\alpha_0 l} = G_0, \quad (5.12)$$

то

$$P_{\text{вых}} = 2h\nu \frac{n_2}{n_2 - n_1} \frac{A}{\lambda^2} \frac{A}{l^2} (G_0 - 1). \quad (5.13)$$

Пересчёт ко входу, т. е. определение эффективной шумовой мощности в единичном спектральном интервале на входе усилителя, даёт

$$P_{\text{вх}}^{\text{эфф}} = 2h\nu \frac{n_2}{n_2 - n_1} \frac{A}{\lambda^2} \frac{A}{l^2} \frac{G_0 - 1}{G_0}. \quad (5.14)$$

Коэффициент 2 обусловлен двумя поляризациями. Величины  $A/\lambda^2 \gg \gg 1$ ,  $A/l^2 \ll 1$ , но требование выполнимости условий геометрической оптики  $\sqrt{A}/l > \lambda/\sqrt{A}$  приводит к тому, что всегда  $A^2/\lambda^2 l^2 \gg 1$ .

Однако легко видеть, что в случае одномодового волноводного (а не в условиях справедливости геометрической оптики) распространения и одной поляризации результат (5.14) принимает вид

$$P_{\text{вх}}^{\text{эфф}} = h\nu \frac{n_2}{n_2 - n_1} \frac{G_0 - 1}{G_0}, \quad (5.15)$$

что при большой инверсии и высоком коэффициенте усиления даёт

$$P_{\text{вх}}^{\text{эфф}} = h\nu. \quad (5.16)$$

Формулам (5.15) и (5.16) соответствует усиление при распространении излучения, например, в активном веществе, помещённом в прямоугольный волновод СВЧ. Это же относится и к оптическим волноводам, выполненным в виде одномодовых диэлектрических световолокон.

Итак, минимальная эффективная мощность входных шумов квантового усилителя в единичном спектральном интервале составляет  $h\nu$ . Можно показать, что любой когерентный усилитель, т. е. усилитель, сохраняющий фазу входного сигнала при увеличении его интенсивности, в силу соотношения неопределённостей  $\Delta n \Delta \varphi \geq 1/2$  обладает принципиально неустраняемыми входными шумами с мощностью в единичном спектральном интервале  $h\nu$ . На это впервые обратил внимание Ч. Таунс.

Рассмотрим теперь энергетические характеристики лазеров-усилителей или, точнее говоря, рассмотрим вопрос о выходной мощности квантового усилителя бегущей волны.

В оптике квантовые усилители редко применяются для усиления слабых сигналов с целью повышения чувствительности приёмных устройств этого диапазона электромагнитных волн, что объясняется наличием в этой области хороших приёмников. При приёме слабых сигналов применение квантовых усилителей может быть целесообразно в далёкой ИК области и диапазоне СВЧ. Интересным применением квантовых усилителей в системах информационного плана является усиление изображений (увеличение яркости изображения), например, в лазерной микроскопии, когда относительно слабый свет, отражённый от объекта или проходящий через объект и не повреждающий объект, усиливается лазером-усилителем до высокой яркости, позволяющей проецировать изображение на большие экраны. Очевидно, что в этом случае усилитель должен быть весьма многомодовым, так как только неплоская волна несёт информацию о пространственном распределении характерных особенностей передаваемого изображения. Усилители изображений, как правило, работают при уровне входных сигналов, существенно превышающем пороговый.

Ещё более высок уровень входных сигналов в случаях, когда лазерные усилители применяются для усиления мощности лазерных генераторов с целью получения предельно высоких значений выходной мощности или энергии с сохранением высокого качества исходного излучения. Хорошо известно, что все виды манипуляции излучением (настройка и стабилизация частоты, амплитудная, частотная, фазовая, импульсная модуляции, формирование импульсов излучения и т. д.) наиболее удобно осуществлять при умеренном уровне мощности излучения. Если необходима высокая мощность, приходится прибегать к дальнейшему усилению. В квантовой электронике для этой цели служат квантовые усилители.

При анализе вопроса о выходной мощности лазеров-усилителей необходимо принимать во внимание эффект насыщения. Мы вывели формулу (3.30) для разности населённостей  $n_2 - n_1$  с помощью скоростных уравнений для однородно уширенных линий. В дальнейшем анализе мы ограничимся только этим случаем. Так как разность  $n_2 - n_1$  определяет коэффициент усиления, то с учётом (3.30) уравнение переноса излучения в среде с коэффициентом нерезонансных потерь  $\beta$  и линейным коэффициентом усиления  $\alpha_0$  записывается при упрощающем предположении  $g_1 = g_2$  в виде

$$\frac{dI}{dz} = -\beta I + \frac{\alpha_0 I}{1 + I/I_S}. \quad (5.17)$$

Вводя безразмерную интенсивность  $J = I/I_S$  и производя несложные преобразования, это уравнение можно привести к виду

$$dz = \frac{1+J}{J} \frac{dJ}{\alpha_0 - \beta - \beta J}, \quad (5.18)$$

что легко интегрируется. При длине усилителя  $l$  получаем

$$(\alpha_0 - \beta)l = \ln \frac{J_2}{J_1} - \frac{\alpha_0}{\beta} \ln \frac{\alpha_0 - \beta(1 + J_2)}{\alpha_0 - \beta(1 + J_1)}, \quad (5.19)$$

где  $J_1$  — входная интенсивность, а  $J_2$  — выходная. В общем виде это трансцендентное уравнение плохо обзрывается, хотя, конечно, всегда возможно построение соответствующих графических зависимостей  $J_2(J_1)$  при  $\alpha_0$  и  $\beta$  как параметрах. Интересны, однако, частные случаи.

Если величины  $\beta J_2/(\alpha_0 - \beta)$  и  $\beta J_1/(\alpha_0 - \beta)$  малы, то (5.19) переходит в

$$(\alpha_0 - \beta)l = \ln \frac{J_2}{J_1} + \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \beta}(J_2 - J_1). \quad (5.20)$$

При малых уровнях сигнала ( $J_2 \ll 1$ ,  $J_1 \ll 1$ ) первый член является преобладающим и мы получаем экспоненциальный рост выходной интенсивности (линейное усиление):

$$J_2 = J_1 e^{(\alpha_0 - \beta)l}. \quad (5.21)$$

В отсутствие потерь энергии ( $\beta = 0$ ), но при сильном насыщении ( $J_1 \gg \gg 1$ ) экспоненциальный рост сменяется линейным. Действительно, при  $J_1 \gg 1$  можно записать

$$\ln \frac{J_2}{J_1} = \ln \left( 1 + \frac{J_2 - J_1}{J_1} \right) = \frac{J_2 - J_1}{J_1},$$

тогда из (5.20) получаем

$$\alpha_0 l = \frac{J_2 - J_1}{J_1} + J_2 - J_1, \quad (5.22)$$

что даёт

$$J_2 = J_1 + \alpha_0 l \frac{J_1}{1 + J_1} \approx J_1 + \alpha_0 l. \quad (5.23)$$

В отсутствие потерь энергии при сильном насыщении каждый элементарный участок усилителя добавляет энергию в общий поток. При учёте потерь ситуация существенно меняется. При малых, но конечных значениях отношения  $\beta/\alpha_0$  и при  $J_1, J_2 \gg 1$  исходное уравнение (5.19)

можно переписать в виде

$$\frac{J_2^{\beta/\alpha_0}}{\alpha_0 - \beta J_2} = \frac{J_1^{\beta/\alpha_0}}{\alpha_0 - \beta J_1} \exp\left(\frac{(\alpha_0 - \beta)\beta l}{\alpha_0}\right). \quad (5.24)$$

Пренебрегая различием в значениях  $J_2^{\beta/\alpha_0}$  и  $J_1^{\beta/\alpha_0}$ , а также величиной  $\beta/\alpha_0$  по сравнению с единицей, из (5.24) можно получить

$$J_2 = \frac{\alpha_0}{\beta}(1 - e^{-\beta l}) + J_1 e^{-\beta l}. \quad (5.25)$$

При больших длинах ( $\beta l \gg 1$ ) входной сигнал затухает, а выходной достигает стационарного значения (в единицах  $I = JI_S$ )

$$I_{\max} = \frac{\alpha_0}{\beta} I_S. \quad (5.26)$$

Отсюда следует тот важный вывод, что в лазере-усилителе бегущей волны интенсивность выходного излучения определяется в конечном счёте интенсивностью насыщения, коэффициентом линейного усиления и коэффициентом потерь. Стационарное значение интенсивности излучения, распространяющегося по усилителю, устанавливается тогда, когда всё, что может излучить единичный отрезок длины активного вещества в режиме полного насыщения, поглощается за счёт нерезонансных потерь в том же отрезке. Этот баланс поглощённой и излученной энергии приводит к исчезновению дальнейшего усиления по мере распространения вдоль усилителя.

Приведённые выше результаты получены из общего решения уравнения переноса энергии. Однако анализ приведённых выше предельных случаев может быть сделан гораздо более прозрачным образом с помощью исходного уравнения (5.17). Так, при  $I/I_S \gg 1$  (5.17) принимает вид

$$\frac{dI}{dz} = -\beta I + \alpha_0 I_S. \quad (5.27)$$

Если интенсивность достигает предельного значения  $I_{\max}$ , то это означает, что дальнейшего усиления нет. Значит,  $dI/dz = 0$ , а это имеет место при  $I_{\max} = (\alpha_0/\beta)I_S$ , т. е. в соответствии с (5.26). Прямое решение упрощённого уравнения (5.27) даёт в этом случае тот же результат, что и преобразование общего решения уравнения (5.17). Аналогично обстоит дело и со случаями  $\beta = 0$  и малых  $I$ .

Проведённое выше рассмотрение выполнено для непрерывного режима усиления непрерывных сигналов. Импульсный режим, т. е. режим, характерные времена которого меньше времени релаксации населённости активной среды усилителя, требует отдельного анализа.

Простейшая энергетическая оценка может быть сделана достаточно легко. В случае сильных сигналов, соответствующих полному импульсному насыщению усиления, в отрезке усилителя  $dz$  излучается энергия  $(nh\nu/2) dz$ , где  $n$  — инверсия на единицу длины усилителя. В этом же отрезке в силу линейных нерезонансных потерь поглощается энергия  $\beta F dz$ , где  $F$  — плотность энергии, проходящей через поперечное сечение усилителя.

В результате уравнение баланса имеет вид

$$n \frac{h\nu}{2} - \beta F = \frac{dF}{dz}, \quad (5.28)$$

что по существу эквивалентно уравнению (5.27). Плотность энергии достигает своего максимума  $F_{\max}$ , когда  $dF/dz$  обращается в нуль. Следовательно,

$$F_{\max} = n \frac{h\nu}{2\beta}. \quad (5.29)$$

Обратившись к (3.34) для плотности энергии насыщения  $F_S = h\nu/2\sigma$  и (3.13) для линейного коэффициента усиления  $\alpha_0 = n\sigma$ , мы легко получаем, что

$$F_{\max} = \frac{\alpha_0}{\beta} F_S. \quad (5.30)$$

Полученное соотношение по форме аналогично (5.26), но не эквивалентно ему, так как не может быть получено простым умножением его правой и левой частей на длительность импульса. Суть дела здесь сводится к тому, что импульсные сигналы насыщают двухуровневую квантовую систему иначе, чем непрерывные, как это обсуждалось в конце лекции третьей.

В случае импульсных сигналов важную роль играют не только энергетические характеристики усилителей, но и вопрос о форме и длительности усиливаемых импульсов излучения. При существенно нелинейном взаимодействии мощного импульса с усиливающей средой, когда распространяющийся в среде импульс сбрасывает инверсию, вызывая высвечивание запасённой в активной среде энергии, происходит изменение формы импульса по мере его усиления. Дело в том, что при достаточно высокой интенсивности уже передняя часть импульса сбрасывает значительную долю инверсии, поэтому она усиливается в большей степени, чем задняя часть импульса. Это приводит к перемещению центра тяжести распределения энергии в импульсе в направлении переднего фронта импульса и, при достаточно резких фронтах, к сокращению длительности импульса.

Здесь необходимо сделать существенное отступление.

При распространении короткого импульса когерентного излучения в усиливающей резонансной среде может проявляться когерентный ха-

раक्टर взаимодействия излучения с веществом. При когерентном взаимодействии дипольный момент, индуцированный полем в частицах вещества, не затухает самопроизвольно в течение времени взаимодействия. Это означает, что при когерентных взаимодействиях длительность импульса должна быть гораздо короче самого короткого из времён релаксации поляризации активного вещества (см. лекцию четвёртую). Когда длительность импульса излучения больше времени фазовой памяти вещества, взаимодействие некогерентно.

В обычных условиях мощных лазерных усилителей взаимодействие некогерентно. Условием некогерентности взаимодействия импульса когерентного излучения с веществом является условие потери когерентности состояния вещества за время импульса

$$\tau_{\text{имп}} \gg \frac{1}{2\pi\Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (5.31)$$

Так как усилитель не может усиливать сигналы, длительность которых меньше обратной ширины полосы пропускания усилителя, то в условиях длинных усилителей с большим усилением условие (5.31) выполняется практически всегда.

В условиях некогерентного взаимодействия можно пользоваться обычными уравнениями переноса излучения, вытекающими из закона сохранения энергии. Ввиду нестационарности процесса импульсного усиления уравнение типа (5.17) в обычных производных заменяется уравнением в частных производных:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = (\alpha - \beta)I, \quad (5.32)$$

где коэффициент усиления  $\alpha$  зависит от интенсивности. В импульсном режиме эффект насыщения, определяющий зависимость коэффициента усиления от интенсивности сигнала, выражается в форме (3.45). Тогда уравнение переноса для короткого импульса ( $\tau_{\text{имп}} \ll \tau$ ) принимает вид

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = \left[ \alpha_0 \exp \left( -\frac{1}{2} \frac{g_1 + g_2}{g_2} \frac{1}{F_S} \int_{-\infty}^t I(t', z) dt' \right) - \beta \right] I, \quad (5.33)$$

где  $\alpha_0$  — линейный коэффициент усиления (коэффициент усиления малого сигнала),  $F_S = h\nu/2\sigma$  и при записи подынтегрального выражения учтено возможное изменение формы импульса  $I(t, z)$  по мере распространения вдоль направления  $z$ .

Уравнение (5.33) в общем виде не решается. Далёкий от реальности идеальный случай отсутствия потерь ( $\beta = 0$ ) приводит к решению, дающему неограниченное линейное возрастание энергии при превыше-

нии плотности энергии насыщения  $F_S$ , что соответствует аналогичной ситуации в случае непрерывного режима.

Изменение формы импульса по мере его усиления может быть проанализировано путём численного решения (5.33). Простая картина сокращения длительности усиливаемого импульса наиболее легко прослеживается в случае прямоугольного ступенчатого входного импульса. Для импульсов с плавным передним фронтом картина меняется. Преимущественное усиление головной части импульса приводит к постепенному по мере усиления перемещению максимума импульса по переднему фронту в направлении распространения усиливаемого излучения. Величина перемещения определяется характером переднего фронта исходного импульса. Перемещение максимума препятствует сжатию импульса. Поэтому при нелинейном усилении сокращаются только импульсы с достаточно крутым передним фронтом. К числу их относится, например, импульс гауссовой формы:  $I \propto \exp(-t^2/\tau_{\text{имп}}^2)$ . А в случае, скажем, экспоненциального нарастания переднего фронта сокращение отсутствует. Поэтому в случаях, когда нелинейное усиление используется для сокращения длительности усиливаемого импульса, применяется искусственное обрезание плавной части переднего фронта входного импульса с помощью каких-либо скоростных затворов. В настоящее время этот метод сокращения длительности импульсов широкого распространения не имеет, хотя и может быть применён для преимущественного усиления одного из коротких импульсов в их периодической последовательности.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ПЯТОЙ

**5.1.** Оцените ширину полосы пропускания рубинового лазера с длиной активного элемента 5 см, плотностью инверсии  $n = 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$  и сечением перехода  $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$ . Ширина линии перехода  $\Delta\nu = 330 \text{ ГГц}$  (при  $T = 300 \text{ К}$ ).

**5.2.** Зависит ли ответ предыдущей задачи от интенсивности входного сигнала? Оцените входную интенсивность, при которой полоса пропускания вновь начнёт расширяться, воспользовавшись данными задачи 3.6.

**5.3.** Во сколько раз эффективная мощность входных шумов квантового усилителя на основе трёхуровневой схемы превышает эту величину в случае четырёхуровневой схемы при всех прочих равных условиях?

**5.4.** Сравните величины минимальных эффективных мощностей входных шумов квантовых усилителей в рентгеновском, видимом и СВЧ диапазонах.

**5.5.** В режиме насыщения и отсутствия потерь скорость индуцированного излучения намного превосходит сумму скоростей релаксации и спонтанного распада. Таким образом, практически все атомы, забрасываемые в 1 с в единичном объёме на верхний лазерный уровень, переходят на нижний вынужденным образом. Вычислите максимальную мощность, которую можно снять посредством вынужденного излучения с единицы объёма активной среды кристалла  $\text{Nd}^{3+}$ : ИАГ с концентрацией активных частиц, равной  $5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ,

временем жизни на верхнем лазерном уровне 230 пс и коэффициентом усиления  $0,5 \text{ см}^{-1}$ .

**5.6.** С какими из активных сред, известных вам, может взаимодействовать некогерентным образом импульс когерентного излучения длительностью 10 нс?

**5.7.** Предположим, что вы хотите значительно сократить импульс излучения с  $\lambda = 1,06 \text{ мкм}$  путём нелинейного усиления. Какой лазерный усилитель вы выберете для этого эксперимента, на основе стекла с  $\text{Nd}^{3+}$  или на основе  $\text{Nd}^{3+}$ : ИАГ?

## Лекция шестая. ГЕНЕРАЦИЯ

*Открытый резонатор, его добротность. Регенерация резонатора при усилении. Прогонной резонаторный усилитель. Отражательный усилитель. Условия самовозбуждения. Условия резонанса. Частота генерации. Максимальная выходная мощность*

Мы рассмотрели усилитель бегущей волны. Однако взаимодействие усиливаемого излучения и активного вещества может происходить и в режиме стоячей волны. В этом случае излучение многократно проходит через один и тот же образец вещества, помещённого в объёмный резонатор. В радиодиапазоне обычно используются объёмные резонаторы, размеры которых сравнимы с длиной возбуждаемой в них волны. Ясно, что для очень коротких волн резонаторы такого типа изготовить невозможно. Поэтому уже для субмиллиметрового (ИК) диапазона вместо резонатора с замкнутым объёмом А. М. Прохоровым был предложен открытый резонатор. Размеры такого резонатора много больше, чем длина волны возбуждаемых в нём электромагнитных колебаний. Использование именно такого резонатора в оптике привело к созданию первых лазеров.

В простейшем виде открытый резонатор состоит из двух отражающих параллельных пластин, т. е. зеркал, находящихся на некотором расстоянии  $l \gg \lambda$  друг от друга. Часто зеркала имеют круглую форму. Диаметр зеркал также много больше длины волны  $\lambda$ , возбуждаемой в резонаторе. Можно считать, что между зеркалами возбуждается плоская стоячая волна, если между ними укладывается целое число полуволн. Если размеры зеркал достаточно велики, то дифракционными потерями энергии можно пренебречь. Если, кроме того, пространство между зеркалами заполнено средой без потерь энергии, то добротность резонатора определяется потерями энергии при отражении, т. е., точнее говоря, при идеальных зеркалах потерями энергии на излучение во внешнее пространство через зеркала.

При больших значениях коэффициента отражения  $R$  добротность резонатора можно оценить из простых энергетических соображений. Будем считать, что распределение поля в резонаторе близко к чисто стоячей волне. Стоячая волна эквивалентна двум бегущим волнам рав-

ной интенсивности, распространяющимся в противоположных направлениях. Пусть поток энергии в каждой из этих бегущих волн равен  $P$ . Тогда при отражении от двух одинаковых зеркал теряется мощность  $2P(1 - R)$ , Вместе с тем энергия, накопленная в резонаторе, составляет  $2Pl/c$ .

Физика колебаний и электроника знают много эквивалентных определений добротности колебательных систем. Наиболее общим из них является энергетическое определение, которое гласит, что по определению добротность резонатора равна

$$Q = 2\pi \frac{\text{энергия, накопленная в резонаторе}}{\text{энергия, теряемая резонатором за период}}. \quad (6.1)$$

При этом

$$Q = \frac{2\pi l}{\lambda} \frac{1}{1 - R}, \quad (6.2)$$

где  $R \lesssim 1$ . Действие отражающих поверхностей можно рассматривать как увеличение в  $1/(1 - R)$  раз пути  $l$ , проходимого плоской волной в резонаторе.

Очевидно, что применительно к теории лазеров требуется более тщательный анализ открытых резонаторов и распределения поля излучения в них. Сейчас для нас важно лишь то, что два параллельных отражающих диска, т. е. два параллельных зеркала, являются резонатором высокой добротности. По существу, открытый дисковый резонатор является хорошо известным в оптике интерферометром Фабри–Перо. Добротность интерферометра, рассматриваемого как резонатор, равна разрешающей силе интерферометра, определяемой как отношение длины волны к ширине интерференционного лепестка  $\delta\lambda$  на уровне интенсивности, равной половине максимальной. Для проходящего света разрешающая сила интерферометра Фабри–Перо вычислена в курсах оптики. При одинаковых зеркалах

$$Q = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2\pi l}{\lambda} \frac{\sqrt{Re^{-\alpha l}}}{1 - Re^{-\alpha l}}, \quad (6.3)$$

где  $e^{-\alpha l}$  характеризует потери энергии при однократном прохождении. При  $\alpha = 0$  и  $R \approx 1$  формулы (6.3) и (6.2) совпадают.

Если считать, что  $\alpha$  обусловлено только резонансными потерями, то при достижении инверсии коэффициент потерь  $e^{-\alpha l}$  превращается в коэффициент усиления по мощности в активном веществе за один проход  $K = e^{\alpha_0 l}$ . В результате резонатор регенерируется, т. е. его добротность

возрастает, а полоса пропускания сужается. Мы получаем

$$Q = \frac{2\pi l}{\lambda} \frac{\sqrt{RK}}{1 - RK}. \quad (6.4)$$

Очевидно, что формула (6.4) справедлива, пока  $RK < 1$ .

Для того чтобы лучше понять, что происходит при регенерации, рассмотрим проходной оптический усилитель с резонатором Фабри – Перо, представляющий собой усилитель бегущей волны, помещённый в резонатор Фабри – Перо. Пусть входной сигнал падает на левое частично прозрачное зеркало резонатора. Пространство между зеркалами заполнено активной средой. Рассмотрим усиленный сигнал, выходящий из резонатора через правое частично прозрачное зеркало, идентичное левому. Коэффициент усиления в этой ситуации можно вычислить, производя сложение амплитуд лучей, вышедших из интерферометра после многократных отражений.

При единичной амплитуде входного сигнала поле на выходе определяется суммой

$$E = (1 - R)\sqrt{K}e^{-i\omega(t-l/c)} \left[ 1 + KRe^{-2i\omega l/c} + K^2R^2e^{-4i\omega l/c} + K^3R^3e^{-6i\omega l/c} + \dots \right]. \quad (6.5)$$

Суммируя в предположении  $RK < 1$  полученную геометрическую прогрессию, находим комплексный коэффициент усиления напряжённости поля

$$\Gamma = (1 - R)\sqrt{K} \frac{e^{i\omega l/c}}{1 - RK e^{-2i\omega l/c}}. \quad (6.6)$$

Следовательно, коэффициент усиления по мощности

$$G = |\Gamma|^2 = \frac{(1 - R)^2 K}{1 - 2RK \cos(4\pi l/\lambda) + R^2 K^2}. \quad (6.7)$$

В резонансе, т. е. при  $\cos(4\pi l/\lambda) = 1$ ,

$$G_0 = \frac{(1 - R)^2 K}{(1 - RK)^2}. \quad (6.8)$$

При  $R = 0$  осуществляется режим бегущей волны и  $G_0 = K$ . При  $R = 1$  входное излучение не проходит в усилитель и  $G_0 = 0$ . При  $K = 1$  нет ни усиления, ни потерь,  $G$  приобретает смысл коэффициента передачи эталона Фабри – Перо, в резонансе равного единице. При  $K \rightarrow \rightarrow 1/R$  коэффициент усиления  $G_0 \rightarrow \infty$ . Это означает, что возникает генерация.

Проведённое рассмотрение показывает, как положительная обратная связь приводит к возникновению генерации. Условие

$$RK = 1 \quad (6.9)$$

является, по существу, энергетическим условием самовозбуждения. Смысл его прост — потери энергии за один проход должны быть скомпенсированы усилением за этот же проход.

Мы рассмотрели регенерацию проходного резонатора, заполненного активным веществом. Этот усилитель, имеющий одинаковые частично прозрачные зеркала на входе и выходе, при выполнении условия самовозбуждения  $RK = 1$  становится генератором, одинаково связанным с внешним пространством с двух противоположных концов. Это не всегда удобно, поэтому лазер-генератор имеет обычно только одно выходное, т. е. частично прозрачное зеркало. Второе его зеркало является глухим, т. е. не пропускающим наружу излучение. В этом случае при наличии инверсии населённостей регенерируется не проходной, а отражательный усилитель, т. е. устройство, коэффициент отражения от которого превышает единицу.

Суммируя аналогично тому, как это делалось для проходного усилителя, амплитуды полей на выходе системы, т. е. амплитуды полей, претерпевающих многократное отражение от усилителя, находим

$$\Gamma = \frac{K e^{-2i\omega l/c} - \sqrt{K}}{1 - K\sqrt{R} e^{-2i\omega l/c}}. \quad (6.10)$$

Этому соответствует

$$G = |\Gamma|^2 = \frac{R - 2K\sqrt{R}\cos(4\pi l/\lambda) + K^2}{1 - 2K\sqrt{R}\cos(4\pi l/\lambda) + K^2 R}. \quad (6.11)$$

В резонансе, т. е. при  $\cos(4\pi l/\lambda) = 1$ ,

$$G_0 = \left( \frac{K - \sqrt{R}}{1 - K\sqrt{R}} \right)^2. \quad (6.12)$$

При  $R = 1$  усиления нет, при  $R = 0$   $G_0 = K^2$ , т. е. осуществляется усиление бегущей волны, дважды проходящей через активное вещество. Генерация наступает при выполнении условия самовозбуждения

$$RK^2 = 1. \quad (6.13)$$

Можно придумать много различных схем сочетания системы зеркал с активным веществом и для каждой из них получить условие самовоз-

буждения. Общим для каждой из них будет требование того, чтобы усиление в активном веществе за некоторый (один) эффективный проход излучения через систему зеркал резонатора и активное вещество превышало все потери энергии в резонаторе за тот же один проход. При этом в общий баланс должны быть включены как потери энергии на полезное излучение наружу, так и паразитные потери энергии на рассеяние света, его поглощение и т. п.

Вернёмся к резонансным знаменателям формул (6.7) и (6.11). Условие резонанса

$$\cos(4\pi l/\lambda) = 1 \quad (6.14)$$

эквивалентно хорошо известному условию возникновения стоячей волны (целое число полуволн)

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{m}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (6.15)$$

В оптическом диапазоне значение  $m$  для открытых резонаторов составляет  $10^5 - 10^6$ . Это приводит к высокой плотности резонансов, так как расстояние между соседними резонансами составляет

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{m}. \quad (6.16)$$

Может случиться, а именно так обстоит дело в большинстве случаев, что инвертируемая резонансная линия шире расстояния между резонансами:

$$\frac{\Delta\nu_{\text{л}}}{\nu_{\text{л}}} > \frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{m}. \quad (6.17)$$

Это приводит к ряду важных особенностей в свойствах соответствующих лазеров, которые будут обсуждены в дальнейшем.

Условие самовозбуждения  $RK = 1$  (или эквивалентные этому условию) дают баланс амплитуд. Однако для возникновения автоколебательного режима необходим также баланс фаз. Резонансные условия типа (6.14) выполняются для излучения той частоты, для которой все фазовые набегі взаимно компенсируются. Следовательно, условие баланса фаз даёт значение частоты генерации.

Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Дисперсионные свойства активной среды определяют фазовый набег в рабочем веществе. Как хорошо известно, для резонансно поглощающих (усиливающих) сред аномальное поглощение сопровождается аномальной дисперсией. Частотно зависимый фазовый набег обусловлен частотной зависимостью восприимчивости среды. Показатель преломления

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 + 4\pi\chi}, \quad (6.18)$$

где диэлектрическая восприимчивость  $\chi$  записывается в виде

$$\chi = \chi' - i\chi''.$$
 (6.19)

При малых  $\chi'$  и  $\chi''$

$$n = 1 + 2\pi\chi' - 2\pi i\chi''.$$
 (6.20)

Это приближение эквивалентно приближению малых потерь (усиления) излучения на расстоянии в одну длину волны. Записывая плоскую волну частоты  $\omega$  (длина волны  $\lambda$ ), распространяющуюся в направлении  $z$ , в виде

$$\begin{aligned} E &= E_0 \exp\{i(\omega t - 2\pi n z / \lambda)\} = \\ &= E_0 \exp\{-4\pi^2 \chi'' z / \lambda\} \exp\{i[\omega t - 2\pi(1 + 2\pi\chi')z / \lambda]\}, \end{aligned}$$
 (6.21)

мы видим, что мнимая часть диэлектрической восприимчивости обусловливает потери (усиление) излучения в веществе, а её действительная часть — фазовый набег:

$$\alpha = 8\pi^2 \chi'' / \lambda,$$
 (6.22)

$$\varphi_{\text{л}} = 4\pi^2 \chi' z / \lambda.$$
 (6.23)

Для определения  $\chi$  существуют хорошо развитые квантовомеханические методы. Мы, однако, воспользуемся снова классической аналогией, уподобляя двухуровневую квантовую систему с конечным временем жизни верхнего уровня классическому осциллятору с трением. Уравнение

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_{\text{л}}^2 x = A e^{i\omega t}$$
 (6.24)

имеет, как известно, решение, описывающее вынужденное колебание:

$$x = \frac{A e^{i\omega t}}{\omega_{\text{л}}^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}.$$
 (6.25)

Из определения диэлектрической восприимчивости как коэффициента пропорциональности между дипольным моментом единицы объёма и напряжённостью поля следует пропорциональность  $\chi$  вызванному полем смещению  $x$ . Тогда, записывая  $\omega_{\text{л}}^2 - \omega^2$  в виде

$$\omega_{\text{л}}^2 - \omega^2 = (\omega_{\text{л}} + \omega)(\omega_{\text{л}} - \omega) \approx 2\omega_{\text{л}} \delta\omega_{\text{л}},$$
 (6.26)

где по определению  $\delta\omega_{\text{л}} = \omega_{\text{л}} - \omega$  — отстройка частоты излучения  $\omega$  от центральной частоты линии резонансного перехода  $\omega_{\text{л}}$ , и приводя  $\chi$  к

виду (6.19), получаем

$$\chi' = \frac{2\delta\omega_{\text{л}}}{\Delta\omega_{\text{л}}^2 + 4\delta\omega_{\text{л}}^2} B, \quad (6.27)$$

$$\chi'' = \frac{\Delta\omega_{\text{л}}}{\Delta\omega_{\text{л}}^2 + 4\delta\omega_{\text{л}}^2} B, \quad (6.28)$$

где  $B$  — константа, а  $\Delta\omega_{\text{л}} = \gamma$ . Индивидуальные особенности активной среды удобно учесть, охарактеризовав среду величиной  $\alpha$  с помощью соотношений (6.28) и (6.22). Это позволяет исключить константу  $B$  и представить фазовый набег в веществе в виде

$$\varphi_{\text{л}} = \frac{\delta\omega_{\text{л}}}{\Delta\omega_{\text{л}}} \ln G, \quad (6.29)$$

где  $G = e^{\alpha z}$ .

Итак, фазовый набег в веществе возникает при отстройке частоты излучения от центра линии. Вещество помещено в резонатор, и на дисперсионной кривой резонатора также происходит фазовый сдвиг. Прохождение излучения через резонатор описывается частотной функцией передачи резонатора. В рамках одной колебательной моды фазовая характеристика резонатора полностью эквивалентна характеристике одиночного  $LCR$ -контура. Как известно, и это легко показать с помощью эквивалентной схемы резонансного фильтра, сдвиг фазы между входным и выходным сигналами может быть представлен в виде

$$\text{tg } \varphi_{\text{p}} = Q \frac{1 - \omega^2/\omega_{\text{p}}^2}{\omega^2/\omega_{\text{p}}^2}, \quad (6.30)$$

где  $Q$  — добротность резонатора, а  $\omega_{\text{p}}$  — его собственная частота. Вводя по определению  $\delta\omega_{\text{p}} = \omega_{\text{p}} - \omega$  — отстройку частоты излучения  $\omega$  от  $\omega_{\text{p}}$  и считая ее малой, получаем

$$\varphi_{\text{p}} = \text{arctg} \left( 2Q \frac{\delta\omega_{\text{p}}}{\omega_{\text{p}}} \right) \approx 2Q \frac{\delta\omega_{\text{p}}}{\omega_{\text{p}}} = 2 \frac{\delta\omega_{\text{p}}}{\Delta\omega_{\text{p}}}, \quad (6.31)$$

где  $\Delta\omega_{\text{p}}$  — ширина полосы пропускания резонатора (в одной моде). Тогда, приравнявая сумму фазовых сдвигов (6.31) и (6.29) нулю, получаем условие баланса фаз, задающее частоту генерации лазера (мазера).

Отстройки частоты генерации от собственной частоты резонатора и от частоты линии связаны соотношением

$$\frac{\omega_{\text{p}} - \omega}{\Delta\omega_{\text{p}}} = \frac{\omega - \omega_{\text{л}}}{\Delta\omega_{\text{л}}} \ln K, \quad (6.32)$$

где  $\ln K = (\ln G)/2$ . Иначе говоря, частота генерации

$$\omega = \frac{\omega_p \Delta\omega_{\text{л}} / \ln K + \omega_{\text{л}} \Delta\omega_p}{\Delta\omega_{\text{л}} / \ln K + \Delta\omega_p} \quad (6.33)$$

отличается как от частоты резонатора, так и от частоты линии, если только резонатор неточно настроен на линию ( $\omega_p \neq \omega_{\text{л}}$ ). Только в пределе очень узкой линии или очень высокого усиления ( $\Delta\omega_{\text{л}} / \ln K \rightarrow 0$ )  $\omega \rightarrow \omega_{\text{л}}$ . В пределе очень широкой линии ( $\Delta\omega_{\text{л}} \gg \Delta\omega_p \ln K$ ) частота генерации определяется частотой резонатора. Эти соображения имеют прямое отношение к проблеме квантовых стандартов частоты на основе молекулярных генераторов, с одной стороны, и лазеров с перестраиваемой частотой излучения — с другой.

Формула (6.33) была получена А. М. Прохоровым в 1954 г. применительно к аммиачному молекулярному генератору и в несколько иной записи, однако её общее значение было подчеркнуто ещё в те годы. С лазерной точки зрения важно отметить, что в случае широкой линии частота генерации определяется настройкой резонатора. Если линия неоднородно уширена и перекрывает несколько мод резонатора [см. формулу (6.17)], то генерация возникает на нескольких частотах, соответствующих этим модам.

Итак, при регенерации квантового усилителя в процессе обратной связи, возникающей при помещении усилителя в резонатор, происходит его самовозбуждение, т. е. превращение в генератор. Анализ коэффициента усиления регенерированного усилителя позволил определить условие самовозбуждения — найти величину минимального необходимого для генерации коэффициента усиления за один проход (порог самовозбуждения). Анализ фазовых соотношений при самовозбуждении позволил найти частоту генерации. Линейная теория на большее не способна. Амплитуда генерации может быть найдена только с учётом нелинейности процесса усиления, только в рамках нелинейной теории.

Обратимся теперь к вопросу о выходной мощности лазерных генераторов. Как и в случае квантовых усилителей, определяющую роль здесь играют эффект насыщения и наличие потерь излучения.

Будем рассматривать лазер с одним полностью отражающим (глухим) зеркалом и другим зеркалом, обладающим прозрачностью  $T = 1 - R$  (частично прозрачное выходное зеркало). В резонаторе лазера усиливаемое излучение распространяется в активной среде между зеркалами в виде последовательности нарастающих бегущих волн, предполагаемых плоскими. Напишем уравнения переноса для волн, бегущих

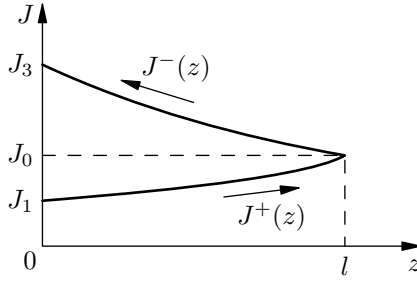


Рис. 6.1. Распределение интенсивностей встречных волн в резонаторе лазера длиной  $l$ . Слева направо распространяется излучение с интенсивностью  $J^+(z)$ , справа налево — с интенсивностью  $J^-(z)$ .

слева направо и справа налево:

$$\begin{aligned} \frac{dJ^+}{dz} &= -\beta J^+ + \frac{\alpha_0 J^+}{1 + J^+ + J^-}, \\ -\frac{dJ^-}{dz} &= -\beta J^- + \frac{\alpha_0 J^-}{1 + J^+ + J^-}. \end{aligned} \quad (6.34)$$

Здесь интенсивность измеряется в единицах интенсивности насыщения ( $J = I/I_S$ ), а индексы  $\pm$  отмечают волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Кроме того, принято, что в каждом произвольном сечении  $z$  эффект насыщения определяется суммарной усреднённой интенсивностью потоков энергии слева направо и справа налево, т. е. влияние модовой структуры поля излучения в резонаторе на эффект насыщения не учитывается.

Системе уравнений (6.34) соответствует схема, представленная на рис. 6.1. Для значений  $J$  на границе  $z = 0$  введём обозначения  $J^+(0) = J_1$ ,  $J^-(0) = J_2$ . Считаем, кроме того, что  $R(0) = R$  и  $R(l) = 1$ . Тогда условие стационарности генерации приводит к граничным условиям

$$J_1 = R J_2, \quad J^-(l) = J^+(l) = J_0. \quad (6.35)$$

Выходная интенсивность

$$J_{\text{вых}} = J_2 - J_1 = (1 - R) J_2 = \frac{1 - R}{R} J_1. \quad (6.36)$$

Теперь поделим уравнения (6.34) друг на друга:

$$\frac{dJ^+}{dJ^-} = -\frac{J^+}{J^-}, \quad (6.37)$$

что легко интегрируется:

$$J^+ J^- = \text{const}. \quad (6.38)$$

Так как при  $z = l$   $J^+ = J^- = J_0$ , то  $\text{const} = J_0^2$ . Следовательно, уравнения (6.34) имеют интеграл

$$J^+ J^- = J_0^2, \quad (6.39)$$

где  $J_0$  — интенсивность, падающая на правое (глухое) зеркало. Эта интенсивность простым соотношением связана с выходной интенсивностью. Действительно, так как

$$J_1 = J_{\text{вых}} \frac{R}{1-R}, \quad J_2 = J_{\text{вых}} \frac{1}{1-R},$$

то

$$J_1 J_2 = J_0^2 = J_{\text{вых}}^2 \frac{R}{(1-R)^2}.$$

Таким образом,

$$J_0 = \frac{\sqrt{R}}{1-R} J_{\text{вых}}. \quad (6.40)$$

Далее решение идёт по следующей схеме. Записываем  $J^-$  в виде  $J^- = J_0^2/J^+$ , подставляем в первое из уравнений (6.34), опускаем индекс  $+$  и получаем уравнение

$$\frac{dJ}{dz} = - \left( \beta - \frac{\alpha_0 J}{J + J^2 + J_0^2} \right) J, \quad (6.41)$$

которое интегрируется в элементарных функциях.

Интересно видеть, как меняется в силу наличия обратной связи и обратной волны характер члена, определяющего усиление и насыщение, по сравнению со случаем одной бегущей волны  $\alpha/(1+J)$  [см. (5.17)]. Сложность записи (6.41) приводит к тому, что решение этого уравнения даётся трансцендентным алгебраическим уравнением, плохо обзорваемым и неудобным для анализа.

В частном случае сильного насыщения и большого превышения усиления над потерями ( $\alpha_0/\beta \gg 1$ ,  $J \gg 1$ )

$$J_{\text{вых}} = \frac{\alpha_0}{\beta} (1-R) \frac{1 + e^{-\beta l}}{1 - R e^{-\beta l}}, \quad (6.42)$$

при  $l \rightarrow \infty$

$$I_{\text{вых}} \rightarrow (1-R) \frac{\alpha_0}{\beta} I_S. \quad (6.43)$$

Так как длина генератора предполагается бесконечной, это выражение не имеет оптимума по  $R$ . Предельная возможная интенсивность состав-

ляет

$$I_{\text{вых}}^{\text{max}} = \frac{\alpha_0}{\beta} I_S, \quad (6.44)$$

что совпадает, как и следовало ожидать, со случаем усилителя [см. (5.26)].

В противоположном частном случае генератора относительно малой длины ( $\beta l \ll 1$ ) можно считать, что интенсивности волн  $J^+$  и  $J^-$  нарастают по  $z$  линейно. Тогда  $J^+ + J^- = \text{const} = J$ , и исходные уравнения (6.34) принимают вид

$$\frac{dJ^+}{J^+} = \left( -\beta + \frac{\alpha_0}{1+J} \right) dz, \quad \frac{dJ^-}{J^-} = \left( \beta - \frac{\alpha_0}{1+J} \right) dz \quad (6.45)$$

и легко интегрируются.

В результате выходная интенсивность нашего генератора достигает максимального значения

$$I_{\text{вых}}^{\text{max}} = \alpha_0 l \left( 1 - \sqrt{\beta/\alpha_0} \right)^2 I_S \quad (6.46)$$

при оптимальной прозрачности выходного зеркала

$$T_{\text{опт}} = 1 - R_{\text{опт}} = 2\alpha_0 l \left( \sqrt{\beta/\alpha_0} - \beta/\alpha_0 \right). \quad (6.47)$$

Величина оптимальной связи сильнее зависит от коэффициента потерь  $\beta$ , чем максимальная выходная мощность, соответствующая этой связи. При  $\alpha_0 = 10^{-3} \text{ см}^{-1}$ ,  $l = 10^2 \text{ см}$  и  $\beta = 10^{-4} \text{ см}^{-1}$  величина  $T_{\text{опт}} = 0,042$  и  $I_{\text{вых}}^{\text{max}} = 0,07 I_S$ . Из этого примера видно, какие высокие требования предъявляются к лазерным зеркалам при небольших коэффициентах усиления, характерных, как правило, для газовых лазеров. При такой слабой связи из резонатора лазера выходит только малая доля сконцентрированной в нём интенсивности излучения. Для данных приведённого примера интенсивность излучения, падающего изнутри резонатора на его глухое зеркало, примерно в 20 раз превышает выходную интенсивность [см. (6.40)]. При больших усилениях ситуация существенно облегчается.

Заметим, что большая часть лазеров средних мощностей работает в условиях, соответствующих формулам (6.46) и (6.47).

Подчеркнём также ещё раз, что, если условия самовозбуждения лазера-генератора (6.9) [или эквивалентная формула (6.13)] были получены из линейной теории, амплитуда (интенсивность) генерации была определена с привлечением нелинейной теории. Этот вывод является частным проявлением общего положения теории колебаний: амплитуда установившихся колебаний в автоколебательной системе при выполнении условий самовозбуждения определяется нелинейной теорией,

учитывающей нелинейные эффекты в исходных уравнениях. В квантовой электронике таким нелинейным эффектом является эффект насыщения.

Итак, лазер-генератор при малом  $\beta/\alpha_0$  и оптимальной связи излучает интенсивность  $\alpha_0 I_S$ . Это означает, что вся запасённая в активном веществе лазера энергия излучается во внешнее пространство. Этот вывод имеет общее значение. Показать его общность можно, сделав оценку мощности, излучаемой из резонатора лазера во внешнее пространство, в рамках эквивалентной схемы с сосредоточенными постоянными.

Представим резонатор лазера в виде резонансного  $LCR$ -контура (рис. 6.2). Излучающее активное вещество эквивалентно генератору с э. д. с.  $E_{\text{изл}}$ , обладающему внутренним сопротивлением  $R_{\text{изл}}$  и включённому в последовательный колебательный контур  $L_0 C_0 R_0$ . Излучение во внешнее пространство представим индуктивной связью контура с согласованной длинной линией. Пусть сопротивление нагрузки длинной линии равно  $Z_{\text{н}}$ , взаимная индуктивность петли связи равна  $M$ .

Излучаемая веществом мощность простым соотношением

$$P_{\text{изл}} = E_{\text{изл}}^2 / 4R_{\text{изл}} \quad (6.48)$$

связана с э. д. с. и внутренним сопротивлением генератора. Эквивалентной схеме (рис. 6.2) на резонансной частоте соответствуют уравнения Кирхгофа

$$\begin{aligned} 0 &= I_{\text{н}} Z_{\text{н}} + i\omega M I_{\text{р}}, \\ E_{\text{изл}} &= I_{\text{р}} (R_{\text{изл}} + R_0) + i\omega M I_{\text{н}}. \end{aligned} \quad (6.49)$$

Исключая из уравнений (6.49) ток в резонаторе  $I_{\text{р}}$ , получаем выражение для тока через нагрузку  $I_{\text{н}}$ :

$$I_{\text{н}} = -i \frac{\omega M}{Z_{\text{н}}} \frac{1}{\omega L_0} \frac{E_{\text{изл}}}{1/Q_0 + 1/Q_{\text{св}} + 1/Q_{\text{изл}}}, \quad (6.50)$$

где введены обозначения для добротности связи

$$Q_{\text{св}} = \frac{\omega L_0 Z_{\text{н}}}{\omega^2 M^2}, \quad (6.51)$$

собственной добротности резонатора

$$Q_0 = \omega L_0 / R_0, \quad (6.52)$$

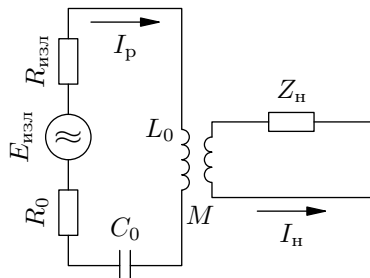


Рис. 6.2. Эквивалентная схема резонатора с излучающим активным веществом.

добротности, связанной с внутренним сопротивлением генератора э. д. с.,

$$Q_{\text{изл}} = \omega L_0 / R_{\text{изл}}. \quad (6.53)$$

Мощность, рассеиваемая в сопротивлении нагрузки, равна

$$P_{\text{н}} = Z_{\text{н}} |I_{\text{н}}|^2 = \frac{1/Q_{\text{св}} Q_{\text{изл}}}{(1/Q_0 + 1/Q_{\text{св}} + 1/Q_{\text{изл}})^2} 4P_{\text{изл}}. \quad (6.54)$$

Запись связи выходной мощности с мощностью, генерируемой источником ЭДС в контуре, через добротности, введенные здесь соотношениями (6.51) – (6.53), хорошо известными в теории резонансных контуров, но имеющими весьма общий энергетический смысл [см. (6.1)], придаёт полученному соотношению достаточно общий характер.

Выходная мощность может быть оптимизирована изменением связи с внешним пространством. Формула (6.54) позволяет найти максимальную выходную мощность

$$P_{\text{н}}^{\text{max}} = \frac{1/Q_{\text{изл}}}{1/Q_0 + 1/Q_{\text{изл}}} P_{\text{изл}}, \quad (6.55)$$

которая достигается при оптимальной связи

$$\left( \frac{1}{Q_{\text{св}}} \right)_{\text{опт}} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\text{изл}}}. \quad (6.56)$$

Когда потерями в резонаторе можно пренебречь ( $1/Q_0 \ll 1/Q_{\text{изл}}$ ), при оптимальной связи вся излучаемая мощность поступает в полезную нагрузку. По существу, петля связи резонатора с линией играет роль трансформатора импедансов, согласующего внутреннее сопротивление источника с сопротивлением полезной нагрузки. В лазерах эту роль исполняет частично прозрачное выходное зеркало, согласующее активное вещество резонатора лазера со свободным пространством.

Физически лазерная генерация обусловлена излучением среды с инверсией населённости. Интенсивность генерации определяется плотностью инверсии населённости. Для оценок того, что может дать активная среда, особенно в случае мощных лазеров, удобно пользоваться следующими простыми соображениями. Пусть в стационарных условиях скорость создания инверсии составляет  $\Lambda$  частиц в единичном объёме за единицу времени. Тогда максимально возможная мощность излучения, отнесённая к единице объёма, составляет

$$P_1 = \Lambda h\nu. \quad (6.57)$$

Это простое соотношение приводит, например, в случае  $\text{CO}_2$ -лазеров ( $\lambda = 10,6$  мкм) к такой оценке, что, при массовом расходе возбуж-

дённного газа  $M$  [кг/с] максимальная мощность генерации составляет  $250 M$  [кВт], что соответствует мощности 250 кВт при массовом расходе 1 кг/с.

Для импульсных лазеров энергия генерации определяется энергией, накопленной в активном веществе к моменту начала генерации, т. е. инверсией, созданной к моменту начала генерации. Так как генерация прекращается, когда исчезает инверсия, что происходит при уравнивании населённостей верхнего и нижнего лазерных уровней, то инверсии в  $N$  частиц соответствует излучение с энергией

$$E_{\text{изл}} = N h \nu / 2. \quad (6.58)$$

Для  $\text{CO}_2$ -лазера это означает 125 кДж при 1 кг возбуждённого  $\text{CO}_2$ .

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ШЕСТОЙ

**6.1.** Сравните типичные добротности открытых резонаторов оптического и СВЧ диапазона ( $R \approx 0,99$ ). Определите полосы пропускания резонаторов в выбранных вами случаях.

**6.2.** Во сколько раз сузится полоса пропускания резонатора при регенерации, если в качестве активного среды используется кристалл рубина, коэффициент отражения выходного зеркала  $R = 0,5$ , глухое зеркало, является 100%-м, а коэффициент усиления по мощности за один проход активного элемента составляет 1,3 дБ? Каким при таком резонаторе должен быть коэффициент усиления, чтобы возникла генерация?

**6.3.** При какой наибольшей длине резонатора He–Ne-лазер с шириной линии генерации  $\Delta\nu_d = 1$  ГГц ещё будет работать в одномодовом режиме?

**6.4.** Оцените максимально возможный энергосъём с единицы объёма активного вещества из стекла с неодимом, если плотность инверсной населённости составляет  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

**6.5.** Какова энергия, излучаемая рубиновым лазером с диаметром стержня 0,5 см, длиной 7 см и плотностью инверсной населённости  $3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ?

**6.6.** Порог разрушения рубинового стержня  $20 \text{ Дж/см}^2$ .

а) Какую максимальную плотность инверсии населённостей можно попытаться создать в активном элементе, описанном в предыдущей задаче, чтобы он ещё не разрушился?

б) Может ли данный стержень быть разрушен собственным излучением, если концентрация активных частиц, равна  $1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ?

в) Найдите максимально допустимую длину такого стержня, при которой он ещё не разрушится.

**6.7.** Какую длительность имеют импульсы, генерируемые лазером на основе  $\text{Nd}^{3+}$ :ИАГ, если его активный элемент представляет собой стержень диаметром 0,5 см, длиной 6 см, инверсия населённостей —  $2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , а выходная мощность излучения составляет 800 кВт?

**6.8.** При оптимальной прозрачности выходного зеркала лазера выходная интенсивность генератора составляет 5% от интенсивности насыщения. Определите коэффициент отражения выходного зеркала этого лазера, если ненасыщенное усиление равно двум (коэффициент усиления  $\alpha_0 = 0,1 \text{ см}^{-1}$ ).

## Лекция седьмая. ОТКРЫТЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

*Резонаторы в электронике. Переход к коротким волнам. Падение добротности и сгущение резонансов замкнутых объёмов. Открытые резонаторы, прореживание спектра. Число Френеля. Моды. Время жизни моды пассивного резонатора. Дифракционные потери. Метод Фокса и Ли. Интегральное уравнение открытого резонатора*

Предыдущее изложение приводит к выводу, что в основе квантовой электроники лежит активная среда с инверсией населённостей, охваченная положительной обратной связью, осуществляемой эффектом индуцированного испускания излучения в резонаторе. В этом сочетании активной среды, индуцированного излучения и резонатора активная среда запасает энергию и усиливает генерируемое излучение, индуцированное излучение обеспечивает когерентность усиления, а резонатор формирует спектральные и пространственные свойства генерируемого излучения.

Квантовая электроника, по крайней мере по своему происхождению, является частью электроники, к настоящему времени — оптической частью электроники. Хорошо известно, что в классической электронике длинноволнового и СВЧ диапазонов определяющей характеристикой монохроматического излучения является его частота. Значение частоты задаётся резонансным контуром. Для длинных волн используются квазистационарные цепи переменного тока, т. е. цепи с сосредоточенными постоянными. Следовательно, размеры соответствующих резонансных контуров много меньше длины волны излучения. При переходе к СВЧ в силу резкого укорочения длины волны цепи становятся существенно нестационарными, волновыми. Для канализации энергии в этом диапазоне применяются волноводы разного типа — коаксиальные, полые трубчатые, диэлектрические. Отрезки этих волноводных устройств, должным образом закороченные и пространственно организованные в соответствии с электродинамикой СВЧ и ожидаемым распределением полей в них, являются резонаторами СВЧ.

Наиболее известны пустотелые металлические объёмные резонаторы. Малые потери в стенках при высоких коэффициентах отражения от хорошо проводящего металла приводят к высокой добротности этих резонаторов. Конфигурация и распределение полей в резонаторах СВЧ сильно отличаются от случая свободного пространства. Линейные размеры этих резонаторов сравнимы с длиной волны. Поэтому спектр собственных колебаний этих резонаторов сильно разрежен. Как правило, в диапазоне СВЧ сравнительно просто реализуются такие конфигурации объёмных резонаторов, при которых в широком диапазоне частот резонатор обладает одним собственным колебанием. Резонаторные системы СВЧ определяют частоту генерации автоколебательных систем СВЧ.

Длинные радиоволны, как правило, излучаются во внешнее пространство ненаправленно, почти изотропно. По мере укорочения длины волны и особенно при переходе к СВЧ становится возможным формирование резко анизотропных пространственных распределений излучения, называемых в электронике диаграммами направленности излучения. Формирование этих диаграмм осуществляется внешними по отношению к генератору антенными системами, обычно интерференционными, в более коротковолновой области — квазиоптическими, но всегда много большими длины волны по размеру. Примерами служат антенные системы радиолокационных станций, систем связи типа «Орбита» и т. п.

При дальнейшем увеличении частоты и переходе в субмиллиметровый или ИК диапазон изготовление объёмных резонаторов с размерами порядка длины волны становится технологически невозможным. Поэтому необходим переход к резонаторам с размерами, много большими длины волны. Вкратце об этом говорилось в предыдущей лекции при определении условий самовозбуждения лазеров и, главным образом, в связи с частотой генерации. В резонаторе с линейными размерами, многократно превышающими длину волны, возможен набор направлений распространения излучения. Обратная связь в нём осуществляется эффектом индуцированного испускания фотонов, обладающих одинаковыми частотами, поляризациями и направлениями распространения излучения, т. е. одинаковыми  $\omega$  и  $\mathbf{k}$ . Следовательно, резонатор определяет баланс фаз в четырёхмерном пространстве  $\omega t$  и  $\mathbf{kr}$ , где  $\mathbf{r}$  — некоторый радиус-вектор. Другими словами, такой резонатор определяет четырёхмерную частоту генерации или набор таких частот. Отсюда вытекает, что в квантовой электронике резонатор формирует одновременно частоту осцилляций и направление распространения генерируемого излучения, т. е. временные и пространственные его характеристики, оказывающиеся тесно связанными друг с другом.

Итак, в оптическом диапазоне используются резонаторы с размерами, много большими длины волны. Здесь необходимо подчеркнуть, что дело не только в технологических трудностях изготовления резонаторов микрометровых или субмикрометровых размеров или в малости их объёма и, значит, мощности или энергии генерации. Суть дела заключается в том, что по мере пропорционального длине волны уменьшения размеров полых металлических объёмных резонаторов их добротность падает. Действительно, для замкнутой металлической полости, как это показывается в курсах электродинамики СВЧ, добротность определяется отношением характерного линейного размера резонатора  $a$  к глубине проникновения излучения в металл  $\delta$ :

$$Q = a/\delta. \quad (7.1)$$

При нормальном скин-эффекте глубина проникновения поля в металл обратно пропорциональна корню квадратному из частоты:  $\delta \propto \nu^{-1/2}$ . По предположению, линейный размер резонатора следует за длиной волны. Следовательно,  $a \propto \nu^{-1}$ . В результате  $Q \propto \nu^{-1/2}$ , т. е. даже в совершенно нереалистическом предположении сохранения всех остальных условий добротность резко падает при переходе от СВЧ диапазона к оптическому.

Значит, необходим переход к резонаторам, размеры которых велики по сравнению с длиной волны. Здесь, однако, следует принимать во внимание ещё одно обстоятельство. В большом по сравнению с длиной волны замкнутом объёме число осцилляторов поля в единичном объёме и единичном спектральном интервале совпадает с таковым для свободного пространства. Это число, равное

$$n = 8\pi\nu^2/c^3, \quad (7.2)$$

было введено в лекции первой при обсуждении вопроса о вероятностях спонтанного и индуцированного излучений [см., например, (1.12)]. В объёме  $V$  и в частотном интервале  $\Delta\nu$  общее число осцилляторов поля составляет

$$N = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V \Delta\nu. \quad (7.3)$$

Частотный интервал, приходящийся на один осциллятор (одно собственное колебание замкнутого объёма) составляет

$$\frac{\Delta\nu}{N} = \frac{c^3}{8\pi\nu^2 V} \propto \frac{1}{\nu^2}, \quad (7.4)$$

т. е. падает обратно пропорционально  $\nu^2$ . Вместе с тем ширина полосы частот, приходящихся на одно колебание, определяется добротностью этого колебания  $Q$ .

В случае замкнутой полости больших размеров величина  $a$  в формуле (7.1) от частоты не зависит ( $a \approx V^{1/3}$ ), и для нормального скин-эффекта добротность оказывается пропорциональной  $\sqrt{\nu}$ . Следовательно, ширина резонансной кривой соответствующего колебания  $\Delta\nu_k$  оказывается пропорциональной  $\sqrt{\nu}$ :

$$\Delta\nu_k = \nu/Q \propto \sqrt{\nu}. \quad (7.5)$$

Сравнение (7.4) и (7.5) показывает, что с увеличением частоты или объёма резонансные кривые колебаний замкнутой полости перекрываются. А это означает, что резонатор теряет свои резонансные свойства.

Итак, в оптическом диапазоне резонатор с размерами порядка длины волны не может быть применён в силу технологических трудностей и из-за резкого падения добротности; резонатор типа замкнутой метал-

лической полости больших по сравнению с длиной волны размеров не может быть применён в силу высокой плотности его собственных колебаний, приводящей к потере резонансных свойств. Необходимы большие резонаторы с разреженным спектром собственных колебаний.

Наиболее перспективным и поэтому получившим наибольшее распространение способом прореживания спектра собственных колебаний резонаторов большого объёма при сохранении высокой добротности стало применение открытых резонаторов.

Рассмотрим открытый резонатор, состоящий из двух плоских дисков радиусом  $a$ , разнесённых на расстояние  $l$ , обладающих коэффициентом отражения  $R \lesssim 1$ , параллельных друг другу и установленных на одной оси перпендикулярно к ней. Простейшую оценку можно сделать, считая, что между дисками распространяется система плоских волн. Именно так мы поступили в лекции шестой при выводе формулы (6.2) для добротности этого резонатора. При этом было отмечено, что действие отражающих поверхностей можно рассматривать как увеличение в  $1/(1 - R)$  раз пути  $l$ , проходимого плоской волной. Это эффективное увеличение пути имеет тот смысл, что соответствующая плоская волна затухает в  $e$  раз за  $1/(1 - R)$  отражений.

Кроме волны, распространяющейся строго перпендикулярно к поверхности дисков, в объёме между дисками могут возбуждаться и другие волны, распространяющиеся почти нормально поверхности дисков. Если плоская волна, распространяющаяся под некоторым углом к оси резонатора, успеет отразиться  $1/(1 - R)$  раз, прежде чем выйдет за пределы дисков, то соответствующий ей резонанс обладает добротностью примерно вдвое меньшей, чем в случае нормального распространения. Следовательно, угол

$$\theta = 2a(1 - R)/l \quad (7.6)$$

является предельным углом, ограничивающим направления распространения волн в резонаторе, соответствующие колебаниям с высокой добротностью. Значит, из общего числа колебаний (7.3) большей добротностью обладают те, направления распространения волн которых лежат в телесном угле  $\Omega = \pi\theta^2$ .

Умножая (7.3) на отношение  $\Omega/4\pi$ , мы получаем после несложных преобразований общее число этих колебаний в полосе частот  $\Delta\nu$ :

$$N_0 = 8\pi^2 \frac{a^4(1 - R)^2}{\lambda^3 l} \frac{\Delta\nu}{\nu}, \quad (7.7)$$

а

$$N = 8\pi^2 \frac{a^2 l}{\lambda^3} \frac{\Delta\nu}{\nu}, \quad (7.8)$$

$\lambda = c/\nu$  — длина волны.

Сравнение этих формул свидетельствует о значительном, в  $l^2/a^2(1-R)^2 \gg 1$  раз, уменьшении числа собственных колебаний, попадающих в единичный спектральный интервал в случае открытого резонатора. Причиной столь сильного прореживания спектра собственных колебаний является отсутствие боковых стенок у открытого резонатора.

Формуле (7.7) целесообразно придать другой вид. Частотный интервал, приходящийся на одно колебание открытого резонатора, составляет в соответствии с (7.7)

$$\frac{\Delta\nu}{N_0} = \frac{\lambda^3 l \nu}{8\pi^2 a^4 (1-R)^2}. \quad (7.9)$$

Вместе с тем ширина полосы частот одного колебания  $\Delta\nu_k$  определяется его добротностью, даваемой формулой (6.2):

$$\Delta\nu_k = \frac{\nu}{Q} = \frac{\lambda\nu(1-R)}{2\pi l}. \quad (7.10)$$

Резонансные кривые различных колебаний не перекрываются, когда отношение

$$\frac{\Delta\nu_k}{\Delta\nu/N_0} = 4\pi N_F^2 (1-R)^3 < 1, \quad (7.11)$$

где введено обозначение для числа Френеля

$$N_F = a^2/\lambda l. \quad (7.12)$$

Проведённое выше рассмотрение выполнено в приближении геометрической оптики с полным пренебрежением дифракционными явлениями. Критерием применимости геометрической оптики является условие  $N_F > 1$ . Напомним, что, по существу, именно этим условием мы пользовались в лекции пятой при выводе формулы (5.14) для эффективной спектральной плотности входных шумов квантового усилителя бегущей волны. Возвращаясь к (7.11), мы видим, что при достаточно высоком отражении зеркал открытого резонатора, т. е. при достаточно высокой добротности резонатора, возможно достижение удовлетворительного прореживания спектра собственных колебаний даже при больших числах Френеля.

Таким образом, открытые резонаторы являются удобными резонансными системами для квантовой электроники оптического диапазона. Собственные колебания (типы колебаний) резонатора принято называть его модами. По определению мода резонатора — это распределение поля в резонаторе, воспроизводящееся при многократном распространении волны между зеркалами резонатора. Наличие реальных потерь энергии приводит к затуханию колебаний,

соответствующих той или иной моде, если только развитие моды не поддерживается излучением активной среды.

Пусть потери энергии излучения, распространяющегося в виде той или иной колебательной моды резонатора между его зеркалами, могут быть описаны некоторым эквивалентным коэффициентом поглощения  $\alpha$ :

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I. \quad (7.13)$$

Величина  $\alpha$  определяется потерями на поглощение и рассеяние света средой между зеркалами, а также дифракционными потерями и потерями при отражении. Эту величину удобно представить в виде  $\alpha = A/l$ , где  $A$  — коэффициент поглощения энергии излучения за один проход резонатора длины  $l$ . Вводя плотность энергии  $\rho = I/c$  и учитывая соотношение  $dz = c dt$ , получаем уравнение

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{Ac}{l} \rho, \quad (7.14)$$

решение которого

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{Ac}{l} t\right) = \rho_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{эфф}}}\right) \quad (7.15)$$

свидетельствует об экспоненциальном характере затухания собственных колебаний резонатора с характерным временем

$$\tau_{\text{эфф}} = \frac{l}{Ac} = \frac{1}{\alpha c}. \quad (7.16)$$

Время  $\tau_{\text{эфф}}$ , названное временем жизни фотона в моде, простым соотношением связано с добротностью этой моды. По определению (6.1)

$$Q = 2\pi \frac{\rho_0}{\rho_0 [1 - \exp(-T/\tau_{\text{эфф}})]} = 2\pi \frac{\tau_{\text{эфф}}}{T} = \omega \tau_{\text{эфф}}, \quad (7.17)$$

где  $T$  — период собственных колебаний рассматриваемой моды, причём для всех сколько-нибудь добротных мод  $T \ll \tau_{\text{эфф}}$ . Каждому виду потерь соответствует своё время жизни. Так как потери складываются, то результирующее время жизни моды определяется очевидным соотношением:

$$\frac{1}{\tau_{\text{эфф}}} = \sum \frac{1}{\tau_{\text{эфф}}^{(i)}}. \quad (7.18)$$

Аналогичное выражение справедливо и для добротности:

$$\frac{1}{Q} = \sum \frac{1}{Q^{(i)}}, \quad (7.19)$$

где индекс  $i$  указывает вид потерь энергии, определяющих соответствующую парциальную добротность (время жизни).

Особое значение в открытых резонаторах имеет вопрос о дифракционных потерях. Прежде всего следует отметить, что именно дифракционные потери осуществляют прореживание спектра собственных колебаний при переходе от замкнутой полости к открытому резонатору, исключая в процессе установления резонансной моды колебания, распространяющиеся под сколько-нибудь заметными углами к оси резонатора. Наличием дифракционных потерь открытые оптические резонаторы отличаются от замкнутых объёмных резонаторов СВЧ. Конечно, это не единственный источник потерь, а во многих случаях даже не главный. Но в случае идеальных зеркал и идеальной межзеркальной среды потери энергии, обусловленные дифракцией на краях зеркал с конечной апертурой, остаются принципиально неустранимым, а потому принципиально важным источником потерь.

Очевидно, что в рамках геометро-оптического подхода к описанию открытых резонаторов дифракционные потери не могут быть учтены. Геометрическая оптика верна при больших числах Френеля  $N_F = a^2/\lambda l$ . Естественно ожидать, что этот параметр определяет величину потерь. Грубую оценку можно сделать в предположении плоских волн. По Юнгу дифракцию на краю экрана можно рассматривать как поперечную диффузию амплитуды светового поля в область тени. На расстоянии  $l$  от экрана область диффузии достигает размера  $\sqrt{\lambda l}$ . Поэтому пучок света, содержащий почти плоскую волну, отражённую, скажем, от левого зеркала радиуса  $a$  и достигшую после прохождения пути  $l$  правого зеркала того же радиуса  $a$ , уширяется по радиусу на  $\sqrt{\lambda l} \ll a$ . Излучение, попадающее в кольцо площадью  $2\pi a\sqrt{\lambda l}$ , выходит из резонатора. Его относительная доля, в предположении однородности распределения амплитуды светового поля по сечению пучка, составляет  $2\sqrt{\lambda l}/a$ . При возведении в квадрат эта величина даёт оценку дифракционных потерь энергии за один проход

$$A_{\text{дифр}} = \frac{4\lambda l}{a^2} = \frac{4}{N_F}. \quad (7.20)$$

Чем больше число Френеля, тем меньше дифракционные потери. Приведённая оценка, сколько-нибудь разумная только при больших  $N_F$ , правильно оценивает только тенденцию зависимости дифракционных потерь от  $N_F$ . В реальности в модах резонатора распределение поля

по поперечному сечению сильно отличается от однородного, заметно спадая к краям. Поэтому дифракционные потери оказываются существенно меньше предсказываемых формулой (7.20).

Вопрос о дифракционных потерях в открытых резонаторах тесно связан с вопросом о возможности существования устойчивых мод в них. Действительно, дифракционные потери препятствуют возвращению в резонатор полной энергии исходного излучения при каждом акте прохождения излучения между зеркалами и отражения от зеркала. Именно поэтому закономерен вопрос о том, приближается ли распределение поля в резонаторе после многих проходов к стационарному, воспроизводимому при каждом дальнейшем проходе состоянию, т. е., иначе говоря, вопрос о том, существует ли в открытом резонаторе колебательная мода. С этим связаны вопросы о числе возможных мод, различиях в конфигурации их полей и их потерях.

Ответ был дан в 1960 – 1961 гг. в известных работах А. Фокса и Т. Ли, разработавших наглядную картину формирования собственных мод открытого резонатора методом рассмотрения изменений в распределении амплитуды и фазы первоначально плоской волны при её многократных последовательных проходах через резонатор.

Пусть однородная плоская волна стартует от левого зеркала, направляясь к правому. По мере распространения некоторая доля энергии из-за дифракции уходит из периферийной области волны ещё до того, как она достигнет правого зеркала. При отражении также ослабляется периферийная часть отражаемой волны. Отражённая волна, распространяясь справа налево, теряет энергию аналогичным образом. В результате многократного повторения поле на краях волнового фронта становится слабее.

При вычислениях произвольное начальное распределение поля у левого зеркала служит источником поля, возникающего у правого зеркала в результате первого прохода волны. Затем полученное распределение используется для точно такого же вычисления распределения поля, созданного у левого зеркала в результате второго прохода. Эти вычисления повторяются многократно для последующих проходов.

Для вычисления электромагнитного поля у одного из зеркал в виде интеграла от поля у другого зеркала использована скалярная формулировка принципа Гюйгенса. Это допустимо, если размеры зеркал велики по сравнению с длиной волны, поле близко к поперечному электромагнитному и линейно поляризовано.

Вычисления проводились с помощью ЭВМ. В результате оказалось, что после многих (около 300) отражений действительно устанавливается стационарное распределение поля с уменьшающейся к краю зеркала амплитудой. Дифракционные потери действительно оказались на несколько порядков меньше значения, предсказываемого формулой (7.20). В широком интервале значений числа Френеля полученная на

ЭВМ кривая дифракционных потерь аппроксимируется функцией

$$A_{\text{дифр}} = ae^{-bN_F}. \quad (7.21)$$

В важном частном случае рассматриваемого в следующей лекции так называемого конфокального резонатора и для основной его моды константы  $a \approx b \approx 10$ , что, конечно, особенно при больших  $N_F$ , приводит к исчезающе малым дифракционным потерям.

Результаты машинного счёта подтверждают тот интуитивный вывод, что после многократных проходов распределение поля у зеркал незначительно меняется от отражения к отражению. В стационарной стадии поля около зеркал становятся одинаковыми с точностью до комплексной постоянной. Тогда, выражая поле у одного зеркала через поле у другого зеркала с помощью принципа Гюйгенса в форме Френеля – Кирхгофа, мы получаем интегральное уравнение для искомой функции распределения поля на зеркале.

Действительно, поле  $u_1$  в зоне Френеля на одном из зеркал, обусловленное излучением, отражённым от другого зеркала площадью  $A$ , даётся интегралом по поверхности  $A$ :

$$u_1 = \frac{ik}{4\pi} \int_A u_2 \frac{e^{-ikr}}{r} (1 + \cos \theta) ds, \quad (7.22)$$

где  $u_2$  — поле на апертуре «излучающего» зеркала,  $k$  — постоянная распространения,  $r$  — расстояние от точки на «излучающем» зеркале до точки наблюдения,  $\theta$  — угол, который вектор  $\mathbf{r}$  образует с нормалью к плоскости зеркала. После  $q$  проходов поле у одного зеркала связано с полем, отражённым другим зеркалом, формулой (7.22), в которой  $u_1$  надо заменить на  $u_{q+1}$ , а  $u_2$  на  $u_q$ .

Машинный счёт показал разумность предположения о том, что после многочисленных проходов распределение поля у зеркал подвергается незначительным изменениям от отражения к отражению и становится стационарным. Тогда поля около зеркал становятся одинаковыми с точностью до комплексной постоянной. Можно записать, таким образом, что

$$u_q = \frac{1}{\gamma^q} v, \quad (7.23)$$

где  $v$  — функция распределения, не изменяющаяся от отражения к отражению, а  $\gamma$  — комплексная постоянная, характеризующая условия распространения излучения между отражениями. Подставляя (7.23) в

(7.22), мы получаем интегральное уравнение

$$v = \gamma \int_A v K ds, \quad (7.24)$$

ядро которого имеет вид

$$K = \frac{ik}{4\pi} (1 + \cos \theta) e^{-ikr}. \quad (7.25)$$

Собственные функции этого интегрального уравнения являются модами (нормальными колебаниями, собственными колебаниями, нормальными типами колебаний, колебательными модами и т. д.) исследуемого резонатора, а  $\ln \gamma$  определяет затухание и фазовый сдвиг волны в течение каждого прохода, являясь, таким образом, постоянной распространения соответствующих мод.

Анализ Фокса и Ли, выполненный ими для открытых резонаторов типа интерферометра Фабри – Перо в нескольких геометрических конфигурациях (прямоугольные плоские зеркала, круглые плоские зеркала, конфокальные сферические и параболические зеркала), привёл к следующим важным выводам.

1. Открытые резонаторы типа интерферометров Фабри – Перо как с плоскими, так и с вогнутыми зеркалами характеризуются дискретным набором колебательных мод.

2. Однородные плоские волны не являются нормальными модами открытых резонаторов.

3. Электромагнитные волны, соответствующие собственным модам резонатора, почти полностью поперечны. Поэтому моды обозначаются символом ТЕМ.

4. Моды более высокого порядка всегда имеют более высокие дифракционные потери, чем основная мода.

5. Для основной моды амплитуда поля сильно уменьшается к краям зеркала. Поэтому её дифракционные потери много меньше предсказываемых на основе представления об однородных плоских волнах и в реальных ситуациях пренебрежимы.

Результаты Фокса и Ли показали плодотворность анализа полей и волн в открытых резонаторах путём решения интегральных уравнений, связывающих между собой поля на зеркалах резонатора на основе принципа Гюйгенса в интегральной форме Френеля – Кирхгофа.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ СЕДЬМОЙ

**7.1.** При  $R = 1$  формула (7.7) для числа колебаний в полосе  $\Delta\nu$  даёт  $N_0 = 0$ . Для каких колебаний справедлива эта оценка?

**7.2.** Какой физический смысл имеет безразмерный параметр  $N_F$ ?

**7.3.** Почему критерием применимости приближения геометрической оптики является условие  $N_F > 1$ ?

**7.4.** Оцените число возможных мод по формуле (7.8) для  $\text{Ar}^+$ -лазера со следующими параметрами:  $\lambda = 488,0$  нм,  $l = 1$  м,  $a = 1$  см,  $\Delta\nu = 3,5$  ГГц. Во сколько раз уменьшится число мод, если  $R_{\text{вых}} = 0,95$ ?

**7.5.** Считая, что других потерь, кроме вывода излучения через выходное зеркало нет, оцените  $\tau_{\text{эфф}}$  и  $Q$  резонатора лазера из предыдущей задачи.

**7.6.** Какое минимальное отражение выходного зеркала необходимо для того, чтобы резонансные кривые отдельных колебаний не перекрывались у He-Ne-лазера:  $l = 1$  м,  $a = 0,5$  см,  $\lambda = 0,63$  мкм?

## Лекция восьмая. ГАУССОВЫ ПУЧКИ

*Конфокальный резонатор. Распределение поля. Гауссовы пучки. Размер пятна. Расходимость излучения. Радиус кривизны, волнового фронта. Преобразование гауссовых пучков линзой. Согласование мод резонаторов. Фокусирование гауссовых пучков. Продольный и поперечный размеры фокальной области*

Итак, анализ Фокса и Ли показал, что в открытых структурах типа интерферометров Фабри–Перо существуют характерные колебательные моды. К настоящему времени известно большое число модификаций открытых резонаторов, отличающихся друг от друга конфигурацией и взаимным расположением зеркал. Наибольшей простотой и удобством отличается резонатор, образованный двумя сферическими отражателями с равной кривизной, обращёнными вогнутыми поверхностями навстречу друг другу и расположенными на расстоянии радиуса кривизны, равного радиусу сфер, друг от друга. Фокусное расстояние сферического зеркала равно половине его радиуса кривизны. Поэтому фокусы отражателей совпадают, вследствие чего резонатор называется конфокальным (рис. 8.1). Интерес к конфокальному резонатору обусловлен удобством его юстировки, в отличие от плоскопараллельного резонатора Фабри–Перо не требующей строгой параллельности отражателей друг другу. Необходимо лишь, чтобы ось конфокального резонатора пересекала каждый отражатель достаточно далеко от его края. В противном случае дифракционные потери могут быть слишком большими.

Рассмотрим конфокальный резонатор более подробно.

Пусть все размеры резонатора велики по сравнению с длиной волны. Тогда моды резонатора, распределение полей в нём и дифракционные потери можно получить на основе принципа Гюйгенса–Френеля путём решения соответствующего интегрального уравнения. Для сферических зеркал с прямоугольной или круглой апертурой это интегральное уравнение допускает разделение переменных относительно поперечных координат и сводится к одномерным интегральным уравнениям. Если отражатели конфокального резонатора имеют квадратное сече-

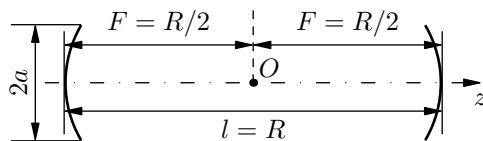


Рис. 8.1. Схема конфокального резонатора. Плоскость  $xy$  перпендикулярна к оси  $z$ . Конфокальная точка находится в начале координат  $O$ .

ние со стороной  $2a$ , которая мала по сравнению с расстоянием между зеркалами  $l$ , равным их радиусу кривизны  $R$ , а числа Френеля велики, то собственные функции интегрального уравнения типа Фокса и Ли аппроксимируются произведениями полиномов Эрмита  $H_n(x)$  на гауссову функцию  $\exp(-x^2/w^2)$ .

В декартовой системе координат, начало которой помещено в центр резонатора, т. е. в конфокальную точку, а ось  $z$  совпадает с осью резонатора (рис. 8.1), поперечное распределение поля даётся выражением

$$S(x, y) = H_m\left(\frac{x}{w}\right) H_n\left(\frac{y}{w}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w^2}\right), \quad (8.1)$$

где  $w$  определяет размер той области поперечного сечения, при выходе из которой интенсивность поля в резонаторе, пропорциональная  $S^2$ , падает в  $e$  раз. Другими словами, величина  $w$  является шириной распределения интенсивности. В пятне площадью  $\pi w^2$  сосредоточена в основном энергия волны, проходящей в направлении  $z$  через плоскость  $xy$ .

Полиномы Эрмита нескольких первых степеней имеют вид

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1, & H_1(x) &= 2x, & H_2(x) &= 4x^2 - 2, \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x, & H_4(x) &= 16x^4 - 48x^2 + 12. \end{aligned} \quad (8.2)$$

Собственным функциям уравнения, дающим поперечное распределение (8.1), соответствуют собственные частоты, определяемые условием

$$\frac{4l}{\lambda} = 2q + 1 + m + n. \quad (8.3)$$

Так как продольная составляющая собственных функций очень мала, то решения исходного уравнения, а следовательно, и поперечные распределения (8.1) описывают моды  $TEM_{mnq}$ . На рис. 8.2 графически представлены три первые функции Эрмита–Гаусса для одной из поперечных координат, построенные по формуле (8.1) с учётом (8.2). Эти графики наглядно показывают характер изменения поперечного распределения поля с увеличением поперечного индекса  $n$ .

Резонансы в конфокальном резонаторе имеют место только для целых значений  $4l/\lambda$ . Спектр мод конфокального резонатора вырожден,

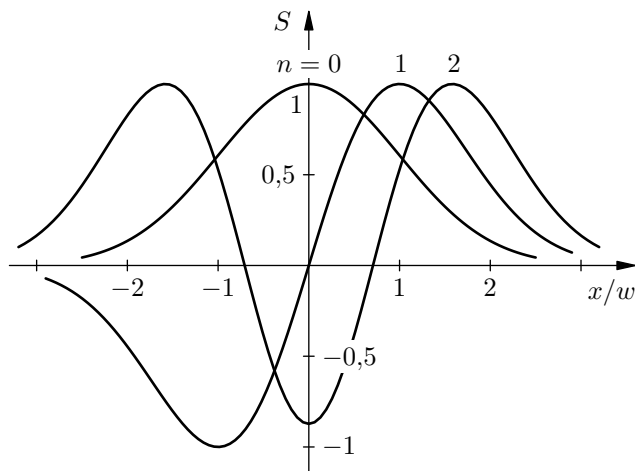


Рис. 8.2. Распределение поля в конфокальном резонаторе по одной из поперечных координат для первых трёх мод ( $n = 0, 1, 2$ ). Максимальные значения нормированы на единицу.

увеличение  $m + n$  на две единицы и уменьшение  $q$  на единицу даёт то же значение частоты. Индексы  $m$  и  $n$  в обозначении моды  $\text{TEM}_{mnq}$  относятся к изменениям поля в направлениях  $x$  и  $y$  и принимают, вообще говоря, значения  $0, 1, 2, \dots$ , в то время как индекс  $q$  равен числу полуволин, укладывающихся на длине резонатора вдоль оси  $z$ .

Основной является мода  $\text{TEM}_{00q}$ , поперечное распределение поля которой определяется простой гауссовой функцией  $\exp[-(x^2 + y^2)/2w^2]$ . Ширина распределения интенсивности меняется вдоль оси  $z$  по закону

$$w^2 = w_0^2 + \left( \frac{z}{kw_0} \right)^2, \quad (8.4)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ , а  $w_0$  имеет смысл радиуса пучка в фокальной плоскости резонатора, т. е. при  $z = 0$ , и обычно называется радиусом перетяжки (или радиусом шейки) каустики. Величина  $w_0$  определяется длиной резонатора и составляет

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda l}{4\pi}} = \sqrt{\frac{l}{2k}}. \quad (8.5)$$

На поверхности зеркала, т. е. при  $z = l/2$ , площадь пятна основной моды, как это видно из (8.4) и (8.5), вдвое больше, чем площадь сечения шейки каустики.

Крайне важным является то обстоятельство, что поперечный размер гауссова пучка  $2w$  не зависит от поперечного размера зеркал  $2a$ . Это является следствием предположений о большой величине числа Френе-

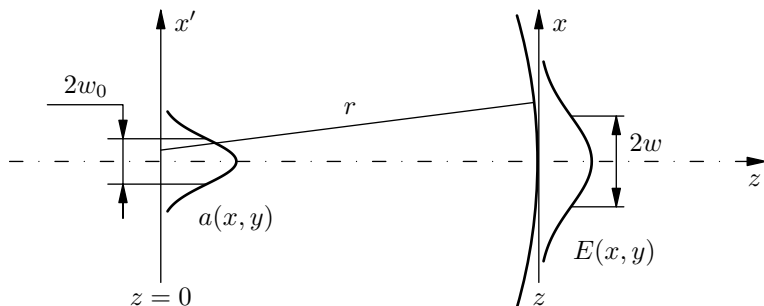


Рис. 8.3. К вычислению волнового фронта, создаваемого на расстоянии  $z$  плоской волной с гауссовым распределением поля в плоскости  $z = 0$

ля  $N_F = a^2/\lambda l$  и малости значения отношения  $a^2/l^2$ , которые и привели к решению вида (8.1). Так как с учётом (8.5) число Френеля может быть записано в виде  $N_F = a^2/4\pi w_0^2$ , то требование большого значения этого числа эквивалентно требованию малости площади пятна моды на зеркале  $w^2 = 2w_0^2$  по сравнению с площадью зеркала.

Решение (8.1) получено для поля внутри резонатора. Но когда одно из зеркал частично прозрачно, как это и бывает в случае активных лазерных резонаторов, то выходящая наружу волна является бегущей волной с поперечным распределением (8.1).

По существу, выделение основной моды активного конфокального резонатора — это способ получения гауссова пучка монохроматического света. Учитывая большое значение и интересные свойства гауссовых пучков, рассмотрим их несколько подробнее.

Пусть некоторая плоскость представляет собой поверхность волнового фронта некоторой монохроматической волны при гауссовом распределении амплитуды на этом плоском волновом фронте

$$a(x, y) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w_0^2}\right). \quad (8.6)$$

По принципу Гюйгенса–Френеля исходный волновой фронт создаёт волну, поле которой определяется интегралом Френеля–Кирхгофа:

$$E(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{a(x', y')}{r} \cos(\omega t - kr) dx' dy', \quad (8.7)$$

где  $r^2 = z^2 + (x - x')^2 + (y - y')^2$ , а  $x, y, z$  — декартовы координаты, введённые ранее (рис. 8.3). Заменим  $1/r$  на  $1/z$ , а в аргументе  $\cos(\omega t - kr)$  положим приближённо  $r \approx z + [(x - x')^2 + (y - y')^2]/2z$ , т. е. в сильно вытянутом прямоугольном треугольнике заменим гипотенузу катетом там, где идёт речь об ослаблении амплитуды поля, и учтём

непараллельность  $z$  и  $r$  там, где речь идёт о фазовом набеге волны. Тогда прямое вычисление даёт

$$E(x, y) = \frac{2\pi}{k} E_0 w_0^2 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w^2}\right) \left[w_0^4 + \left(\frac{z}{k}\right)^2\right]^{-1/2} \times \\ \times \cos\left[\omega t - k\left(z + \frac{x^2 + y^2}{2R}\right) - \alpha\right], \quad (8.8)$$

где  $R = z + (kw_0^2)^2/z$  и  $\operatorname{tg} \alpha = kw_0^2/z$ , а  $w$  даётся формулой (8.4)<sup>1)</sup>. В свете рассмотрения, проводившегося в этой и предыдущей лекциях, не вызывает удивления то обстоятельство, что решение (8.8) полностью совпадает с основной модой конфокального резонатора  $\text{TEM}_{00q}$ .

Поверхность постоянной фазы гауссова пучка, если пренебречь слабой зависимостью  $\alpha$  от  $z$ , даётся уравнением

$$z + \frac{x^2 + y^2}{2R} = \text{const.} \quad (8.9)$$

При  $x^2/R^2 \ll 1$ ,  $y^2/R^2 \ll 1$  (что в рамках сделанных с самого начала предположений выполняется всегда) это уравнение задаёт сферу радиусом  $R$  с центром в конфокальной точке. Таким образом, мода  $\text{TEM}_{00q}$  конфокального резонатора — это сферическая волна, идущая из центра и обладающая гауссовым распределением интенсивности в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения. При этом радиус кривизны сферического волнового фронта по мере распространения, меняясь по закону

$$R = z + \frac{(kw_0^2)^2}{z}, \quad (8.10)$$

на больших расстояниях от начала координат ( $z \gg kw_0^2 = l/2$ ) совпадает с расстоянием от резонатора до фронта волны:  $R = z$ .

Это означает, что в дальней зоне волновой фронт гауссова пучка приближается к волновому фронту сферической волны, распространяющейся из точки, расположенной на оси пучка в месте его фокальной перетяжки. При  $z = l/2$  радиус  $R = l$ , т. е., как и следовало ожидать, на поверхности зеркала волновой фронт совпадает со сферической поверхностью зеркала. На рис. 8.4 показана огибающая гауссова пучка в резонаторе и волновые фронты.

Вместе с тем очень важно, что при  $z \rightarrow 0$   $R \rightarrow \infty$ . Плоскость симметрии резонатора или, что то же самое, его фокальная плоскость является поверхностью постоянной фазы. Это означает, что в фокальной

<sup>1)</sup>В этой записи константа  $E_0$  имеет смысл нормировочной постоянной. См. задачу 8.11 и её решение.

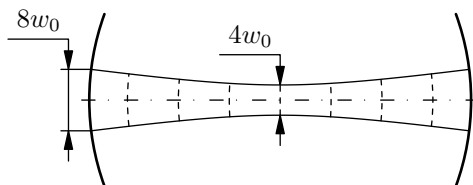


Рис. 8.4. Огибающая интенсивности гауссова пучка в конфокальном резонаторе и волновые фронты

перетяжке волна является плоской, но пространственно ограниченной эффективным размером  $w_0$ . Именно этот размер определяет расходимость моды  $TEM_{00q}$ .

Распределение амплитуды по волновому фронту гауссова пучка (8.8) обладает осевой симметрией и шириной  $w$  (8.4). На большом расстоянии от резонатора ( $z \gg kw_0^2 = l/2$ ) ширина  $w = z/kw_0$ , чему соответствует угловая расходимость

$$\theta = \frac{w}{z} = \frac{1}{kw_0}. \quad (8.11a)$$

В результате основная часть энергии гауссова пучка сосредоточена в телесном угле

$$\Omega = \pi\theta^2 = \lambda/l. \quad (8.11b)$$

Таким образом, расходимость лазерного излучения в основной моде определяется не поперечным, а продольным размером резонатора лазера. Это является следствием того, что наименьшим эффективным отверстием, на котором происходит дифракция излучения свободно распространяющегося гауссова пучка, является фокальное сечение его каустики. Дифракционная расходимость определяется отношением длины волны  $\lambda$  к ширине распределения интенсивности в области перетяжки  $w_0$ . В свою очередь, решение интегральных уравнений самосогласованного поля типа Фокса и Ли приводит к выражению (8.5) для величины  $w_0$ .

По существу, формула (8.8) описывает дифрагированную волну, являющуюся результатом самодифракции гауссова пучка. Дифракционная картина, описываемая формулой (8.8), характеризуется монотонным уменьшением интенсивности при отходе от осевого направления, т. е. полным отсутствием каких-либо осцилляций в яркости дифракционной картины, а также быстрым спаданием интенсивности волны на крыльях распределения. Очевидно, что такой характер имеет дифракция гауссова пучка на любой апертуре, лишь бы размер её в достаточной мере превышал ширину распределения интенсивности пучка  $w$ .

Целесообразно отметить, что монотонному характеру дифракционной картины гауссова пучка в радиодиапазоне соответствуют безлепестковые диаграммы направленности приёмных и передающих антенн ра-

диолокационных станций или приемных антенн радиотелескопов СВЧ, что достигается спаданием интенсивности облучения на периферийных участках раскрыва антенны, формирующего её направленность.

Отсутствие осцилляций интенсивности (боковых лепестков) связано с постепенным уменьшением амплитуды поля при удалении от оси пучка, а не с конкретным (в нашем случае — гауссовым) законом уменьшения.

Выражение (8.8) для поля гауссова пучка получено при некотором расположении исходной плоскости  $z = 0$ , в которой волновой фронт плоский, а ширина распределения минимальна. Однако вычисления можно повторить, взяв за исходное гауссово распределение в любой иной плоскости, и получить тот же результат. Следовательно, если в каком-то месте пространства некоторый волновой пучок характеризуется сферическим волновым фронтом и гауссовым поперечным распределением амплитуды, то эти свойства сохраняются во всем пространстве. По мере распространения волны изменяется лишь радиус кривизны волнового фронта (8.10) и ширина распределения амплитуды (8.4). Волна этого типа называется гауссовой волной или гауссовым пучком. Ширина пучка  $w$  и радиус кривизны фазового фронта  $R$  полностью определяют гауссов пучок в заданной точке на оси его распространения. Изменение знака  $R$  означает изменение кривизны фазового фронта на обратную, т. е. превращение расходящегося пучка в сходящийся и наоборот.

Так, идеальная тонкая линза преобразует расходящийся гауссов пучок в сходящийся, оставляя его гауссовым. Если поперечные размеры линзы достаточно велики, так что можно пренебречь диафрагмированием пучка на ней, то действие линзы сводится только к изменению кривизны волнового фронта. Как известно из геометрической оптики, идеальная тонкая линза отклоняет все световые лучи, падающие на линзу параллельно её оптической оси, так, что они пересекают оптическую ось на одном и том же расстоянии от линзы, называемом фокусным расстоянием  $F$ . Значит, плоская волна после прохождения линзы становится сферической с радиусом кривизны волнового фронта, равным  $-F$ . Следовательно, тонкая линза изменяет кривизну волнового фронта проходящей через линзу волны на величину, равную  $-1/F$ . Тогда радиус кривизны волнового фронта гауссова пучка непосредственно после прохождения линзы определяется соотношением

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} - \frac{1}{F}, \quad (8.12)$$

где  $R$  — радиус волнового фронта непосредственно до прохождения линзы. При достаточно короткофокусной линзе ( $F < R$ )  $r < 0$ , т. е.

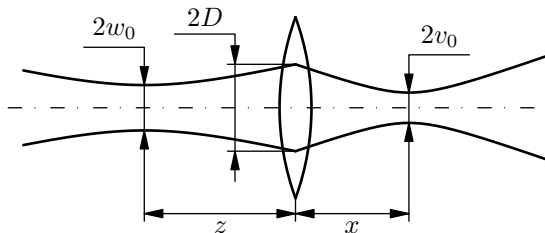


Рис. 8.5. К вычислению радиуса перетяжки сфокусированного гауссова пучка и расстояния от линзы до перетяжки

кривизна волнового фронта после линзы имеет другой знак, чем до неё, и мы получаем сходящийся гауссов пучок.

Ввиду важности фокусирования гауссовых пучков в квантовой электронике рассмотрим этот процесс более внимательно.

Пусть слева на идеальную линзу с фокусным расстоянием  $F$  падает расходящийся гауссов пучок, область перетяжки которого (радиуса  $w_0$ ) находится на расстоянии  $z$  от линзы. Радиус кривизны волнового фронта непосредственно до прохождения линзы равен  $R$ . Кривизна фронта непосредственно после прохождения линзы даётся формулой (8.12). Радиус пучка в месте нахождения линзы обозначим буквой  $D$ . Очевидно, что радиус пучка на линзе одинаков справа и слева (рис. 8.5).

Обозначим буквой  $x$  искомое расстояние от линзы до той точки на оптической оси линзы, в которой сечение сходящегося пучка минимально и составляет искомую величину  $v_0^2$ . Так как пучок после прохождения линзы остаётся гауссовым, то очевидно, что между величинами  $x$ ,  $r$ ,  $v_0$ ,  $D$  выполняются соотношения типа (8.4) и (8.10). В результате для  $x$  и  $v_0^2$  мы имеем систему уравнений

$$x + \frac{k^2 v_0^4}{x} = r, \quad v_0^2 + \frac{x^2}{k^2 v_0^2} = D^2, \quad (8.13)$$

которая легко решается. После несложных преобразований получаем

$$x = \frac{k^2 D^4}{r^2 + k^2 D^4} r, \quad (8.14)$$

$$v_0^2 = \frac{D^2}{r^2 + k^2 D^4} r^2. \quad (8.15)$$

Здесь  $r$  даётся формулой (8.12), а  $D^2 = w_0^2 + z^2/k^2 w_0^2$  в соответствии с (8.4). Полученные соотношения носят достаточно общий характер и позволяют исследовать преобразование одного гауссова пучка в другой, тоже гауссов. Наиболее распространённой является здесь задача согласования полей в двух различных резонаторах.

Пусть пассивный резонатор используется как интерферометр Фабри–Перо, например, для исследования спектра излучения лазера, т. е. излучения, выходящего из активного резонатора. Как мы знаем, распределение поля основной моды конфокального резонатора является гауссовой волной, радиус перетяжки каустики которой определяется длиной резонатора  $l$  [см. (8.5)], а радиус кривизны волнового фронта на зеркале — радиусом кривизны зеркала. Поэтому в общем случае моды этих двух резонаторов не совпадают друг с другом. Когда пучок света, соответствующий моде одного резонатора, вводится в другой резонатор и модовые параметры этих резонаторов не согласованы, рассогласование мод приводит к модовому преобразованию. Основная мода лазерного излучения начинает взаимодействовать с высшими модами пассивного резонатора, возбуждая в них колебания. При заметной степени перекачки энергии из основной моды активного резонатора возможны серьезные ошибки при исследовании спектральной структуры лазерного излучения. Поэтому важной является возможность преобразования параметров гауссова пучка линзой. Формулы (8.14) и (8.15) позволяют вычислять фокусное расстояние и положение требуемой линзы, зная положение и размеры шейки пучков в обоих резонаторах.

Возвращаясь к важной проблеме фокусирования лазерного излучения, рассмотрим решения (8.14) и (8.15) на большом удалении от перетяжки каустики исходного гауссова пучка, т. е. при  $z \gg kw_0^2$ . Применительно к лазерному излучению это соответствует большому расстоянию от резонатора лазера:  $z \gg l/2$  [см. (8.5)]. Пусть также  $F \ll z$ . Тогда  $D^2 \approx z^2/k^2w_0^2$ ,  $r \approx -F$ , и формулы (8.14), (8.15) дают

$$x = -F, \quad (8.16)$$

$$v_0 = w_0 F/z. \quad (8.17)$$

Таким образом, при большом удалении от перетяжки каустики относительно короткофокусная линза концентрирует исходное излучение гауссова пучка в своей фокальной области, увеличивая его интенсивность в  $z^2/F^2$  раз.

Формально из (8.16) следует, что при  $z \rightarrow \infty$  в фокусе линзы получается пятно бесконечно малого радиуса. При этом, однако, пятно на линзе становится бесконечно большим ( $D \rightarrow \infty$ ), что противоречит исходному предположению о том, что линза не диафрагмирует пучок и тем самым не нарушает его гауссовость. Резкое ограничение апертуры гауссова пучка коренным образом меняет характер дифракции, и соответствующий интеграл Френеля–Кирхгофа уже не может быть записан в виде (8.8). Кроме того, и при сохранении гауссовости пучка дифракционные явления накладывают ограничения на величину  $D$ .

Угол дифракционной расходимости гауссова пучка составляет  $\lambda/2\pi w_0$ . Это означает, что гауссова волна не может быть сфоку-

сирована в пятно радиусом, меньшим  $\lambda/2\pi$ . Из (8.16) вытекает, что  $F = zv_0/w_0$ , но  $v_0$  всегда больше  $\lambda/2\pi$ ,  $v_0 \geq \lambda/2\pi$ . Так как  $D = z\lambda/2\pi w_0$ , то очевидно, что формулы (8.14) – (8.16) верны при условии

$$F > D. \quad (8.18)$$

Таким образом, значительная пространственная концентрация энергии основной моды лазерного излучения возможна при фокусировании излучения тонкой линзой, расположенной на большом расстоянии от резонатора лазера ( $z \gg kw_0^2 = l/2$ ). При этом фокусное расстояние линзы должно быть меньше этого расстояния  $z$ , но больше размера пятна на линзе  $D$ . В этом случае обсуждаемые условия фокусирования записываются в виде

$$z \gg l/2, \quad z \gg F > D \quad (8.19)$$

и, следовательно, легко выполнимы.

Продольный размер фокальной области, в которой наиболее сильно концентрируется энергия излучения, может быть найден применением формулы (8.4) к сфокусированному излучению. Интенсивность излучения падает в два раза при удалении от точки максимальной концентрации  $x = -F$ , где ширина распределения равна  $v_0$ , на расстояние

$$\Delta x = kv_0^2 = \frac{2\pi}{\lambda} v_0^2. \quad (8.20)$$

При фокусировке излучения на волне 1 мкм в пятно радиусом 10 мкм плотность потока энергии почти постоянна в почти цилиндрической области длиной 1200 мкм.

Подчеркнём, что волновой фронт излучения является плоским точно в фокусе и близок к плоскому во всей рассматриваемой области фокальной перетяжки.

Формулы (8.16) и (8.17) получены для больших  $z$  из общего решения (8.14) и (8.15). Однако в этом предельном случае они могут быть получены непосредственно. Если  $z$  велико, то фокусируемая волна близка к плоской, следовательно, она фокусируется в точке, по определению называемой точкой фокуса. При больших  $z$  и  $F$  радиус пятна на линзе при распространении слева направо определяется соотношением  $D = z/kw_0$ , а при распространении справа налево — соотношением  $D = F/kv_0$ . Следовательно,  $v_0 = w_0 F/z$ .

Рассмотрим теперь противоположный частный случай. Поместим перетяжку каустики фокусируемого излучения в передний фокус линзы, т. е. на расстоянии  $z = F$  от плоскости линзы. Исследуем вопрос о том, где сфокусируется гауссов пучок и чему равен в этом случае радиус его новой перетяжки. Подстановка  $z = F$  в формулы (8.4), (8.10) и (8.12) приводит к следующим выражениям для радиуса пятна на линзе

и радиуса кривизны волнового фронта непосредственно после линзы:

$$D^2 = \frac{k^2 w_0^4 + F^2}{k^2 w_0^2}, \quad r = -\frac{k^2 w_0^4 + F^2}{k^2 w_0^4} F. \quad (8.21)$$

В свою очередь, подстановка (8.21) в (8.15) даёт

$$v_0^2 = \frac{F^2}{k^2 w_0^2} = D^2 - w_0^2, \quad (8.22)$$

$$x = -F. \quad (8.23)$$

При  $z = F$  линза стоит там, где стоит сферическое зеркало эквивалентного конфокального резонатора, формирующего фокусируемый гауссов пучок. Иными словами, если  $z = F$ , то одновременно  $z = l/2$ . При  $z = l/2$ , т. е. на поверхности зеркала, площадь пятна основной моды вдвое превышает площадь сечения перетяжки каустики резонатора [см. (8.4) и (8.5)]. Следовательно,  $D^2 = 2w_0^2$  и

$$v_0^2 = w_0^2. \quad (8.24)$$

Таким образом, идеальная тонкая линза с фокусным расстоянием  $F$  преобразует расходящийся гауссов пучок в полностью подобный ему сходящийся пучок, если только фокальная перетяжка исходного пучка помещена в фокус линзы. Другими словами, линза сохраняет минимальное сечение гауссова пучка и переводит его из одного своего фокуса в другой, если только именно минимальное сечение помещено с самого начала в фокус линзы.

Очевидно, что следующая линза с фокусным расстоянием  $F$ , помещённая на расстоянии  $2F$  от предыдущей, преобразует вторичный по отношению к первой линзе гауссов пучок точно таким же образом. Помещая на расстоянии  $2F$  друг от друга периодическую последовательность одинаковых линз, получаем, таким образом, линзовый конфокальный световод, позволяющий передавать на произвольно большое расстояние не расходящийся в среднем пучок света (рис. 8.6). Траектория волны в конфокальном линзовом световоде представляет периодическую последовательность идентичных сходящихся и расходящихся гауссовых пучков. Распределение поля между линзами полностью подобно распределению поля между зеркалами конфокального резонатора. Естественно, что нормальные моды конфокального линзового световода совпадают с модами конфокального резонатора.

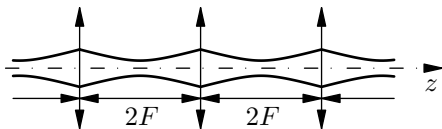


Рис. 8.6. Линзовый конфокальный световод (линзы показаны условно вертикальными стрелками)

Аналогия между резонаторами и линзовыми световодами достаточно глубока и часто используется для анализа свойств резонаторов разного типа.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ВОСЬМОЙ

**8.1.** Определите радиус пятна в перетяжке основной моды аргонового лазера с конфокальным резонатором длиной 1 м,  $\lambda = 514,5$  нм.

**8.2.** Для лазера, описанного в задаче 8.1, вычислите диаметр пятна на зеркале и на расстоянии 1 м от зеркала, а также угловую расходимость пучка.

**8.3.** На каком расстоянии от перетяжки имеет место максимальная кривизна волнового фронта в конфокальном резонаторе?

**8.4.** Вычислите, во сколько раз увеличивается расходимость пучка основной моды конфокального резонатора, если выходное зеркало имеет плоскую заднюю поверхность и сделано из стекла с показателем преломления  $n$ . (Укажите: считайте подложку отрицательной линзой.)

**8.5.** Пользуясь формулой (8.20), оцените длину каустики в случае предельно малой перетяжки гауссова пучка.

**8.6.** Оцените, во сколько раз можно увеличивать интенсивность излучения лазера из задачи 8.1, фокусируя его на объект линзой.

**8.7.** Выведите формулу для положения перетяжки в произвольном резонаторе. (Укажите: предположение, что поле моды создано гипотетическим конфокальным резонатором и воспользуйтесь формулой (8.10).)

**8.8.** Выведите выражения для размеров перетяжки, а также для размеров пятен на зеркалах симметричного (не обязательно конфокального) резонатора. (Укажите: примените тот же приём, что и в предыдущей задаче, и воспользуйтесь формулой (8.4).)

**8.9.** Каково радиальное распределение мощности в гауссовом пучке?

**8.10.** Рассчитайте полную мощность гауссова пучка с интенсивностью  $I_0$  на оси пучка и размером пятна поля  $w_E$ .

**8.11.** Пусть лазер с конфокальным резонатором излучает в основной моде мощность  $P_0$ . Найдите распределение интенсивности в дальней зоне. Выразите полученный результат через полную угловую расходимость этого излучения. (Укажите: воспользуйтесь формулой (8.8), считая входящий в неё параметр  $E_0$  нормировочным множителем.)

## Лекция девятая. УСТОЙЧИВОСТЬ РЕЗОНАТОРОВ

*Устойчивость линзовых световодов. Световод с одинаковыми линзами. Световод с чередующимися линзами двух различных фокусных расстояний. Условие устойчивости, диаграмма устойчивости. Эквивалентность линзового световода и открытого резонатора. Типы устойчивых резонаторов. Селекция поперечных мод диафрагмой. Неустойчивые резонаторы*

Используем аналогию между линзовыми световодами и открытыми резонаторами для рассмотрения важного вопроса об устойчивости резонаторов. Резонатор устойчив, когда при попеременном отражении от

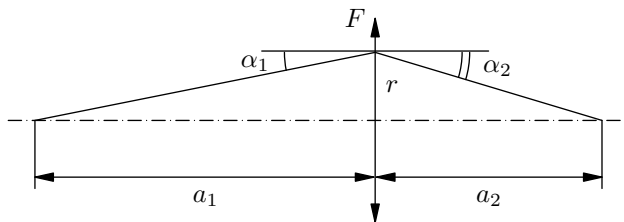


Рис. 9.1. К выводу формулы линзы в форме (9.2)

зеркал резонатора происходит такая периодическая фокусировка распространяющегося в нём излучения, что в приближении геометрической оптики энергия излучения не выходит из резонатора. В неустойчивом резонаторе при каждом проходе излучения между зеркалами резонатора заметная доля запасённой энергии выходит из резонатора. Другими словами, устойчивый резонатор характеризуется наличием стационарного распределения поля, устойчиво повторяющегося при многократных проходах излучения между зеркалами резонатора и обладающего весьма малыми дифракционными потерями, такими, что для времени жизни этого распределения в резонаторе выполняется условие  $\omega\tau_{\text{дифр}} \gg 1$  [см. (7.17)].

Устойчивому резонатору, соответствует устойчивый линзовый световод. В свою очередь, световод устойчив, когда в нём распространяется пучок света, на произвольно больших расстояниях не выходящий за пределы световода. Проведём анализ устойчивости световода, который состоит из линз с одинаковыми фокусными расстояниями  $F$ , расположенных последовательно и соосно на расстоянии  $l$  друг от друга. Траекторию луча света в линзовом световоде будем рассматривать в параксиальном приближении, для которого справедлива известная формула тонкой линзы

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F}, \quad (9.1)$$

где  $a_1$  — расстояние от светящейся точки, помещённой на главной оптической оси линзы, до оптического центра линзы,  $a_2$  — расстояние от оптического центра линзы до изображения этой точки. Эта общая формула может быть представлена в виде, более удобном для проводимого далее анализа. Пусть некоторый луч пересекает плоскость линзы на расстоянии  $r$  от её главной оптической оси. Этот луч входит в линзу под углом  $\alpha_1$  по отношению к нормали к плоскости линзы и выходит под углом  $\alpha_2$ . В параксиальном приближении, т. е. при  $r \ll a_1, a_2$ , формуле (9.1) эквивалентна запись

$$\alpha_2 - \alpha_1 = -r/F, \quad (9.2)$$

где положительные углы отсчитываются, как обычно, против часовой стрелки (рис. 9.1).

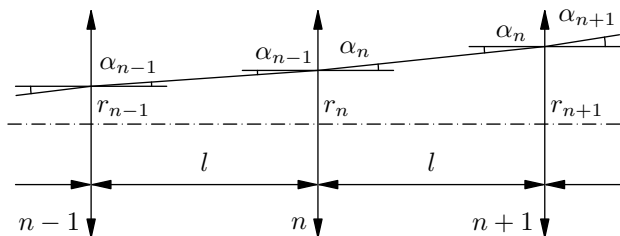


Рис. 9.2. К выводу условия устойчивости линзового световода

Рассмотрим три соседние линзы световода  $n - 1$ ,  $n$  и  $n + 1$ . Для рассматриваемого луча расстояние от оптической оси линзы номер  $n$ , т. е. расстояние от оси световода в точке  $n$ , равно  $r_n$ . Угол между лучом и оптической осью световода при выходе из линзы номер  $n$  составляет  $\alpha_n$ . Для соседних линз формула (9.2) принимает вид (рис. 9.2)

$$\alpha_n - \alpha_{n-1} = -r_n/F. \quad (9.3)$$

В свою очередь, расстояния от луча до оси в соседних линзах связаны соотношениями

$$r_{n+1} = r_n + \alpha_n l, \quad r_n = r_{n-1} + \alpha_{n-1} l, \quad (9.4)$$

справедливыми, естественно, только в параксиальном приближении. Вычитая из первого уравнения второе и учитывая (9.3), получаем рекуррентное соотношение

$$r_{n+1} + \left( \frac{l}{F} - 2 \right) r_n + r_{n-1} = 0, \quad (9.5)$$

позволяющее определять положение луча на любой линзе световода, если известно его положение на первых двух линзах.

Таким образом, в приближении геометрической оптики мы получили рекуррентное соотношение, позволяющее последовательно шаг за шагом, от линзы к линзе определять траекторию любого луча в параксиальном пучке света, распространяющегося в линзовом световоде, и тем самым анализировать устойчивость световода. Аналогия с рассмотрением последовательных прохождений излучения между зеркалами резонатора в методе Фокса и Ли очевидна.

В рассматриваемом случае численный анализ последовательных шагов не является необходимым, так как (9.5) допускает аналитическое решение. Будем искать это решение в виде

$$r_n = A e^{in\theta}, \quad (9.6)$$

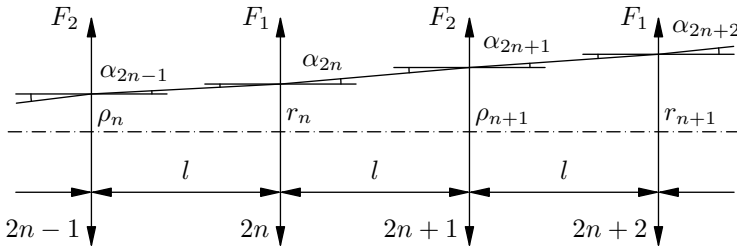


Рис. 9.3. К выводу условия устойчивости линзового световода с чередующимися линзами с фокусными расстояниями  $F_1$  и  $F_2$

где  $A$  — постоянная. Подставив (9.6) в (9.5), воспользовавшись формулой Эйлера  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$  и потребовав выполнения (9.5) порознь для мнимой и действительной частей этого рекуррентного соотношения, мы получаем, что (9.6) удовлетворяет (9.5) при условии

$$\cos \theta = 1 - l/2F. \quad (9.7)$$

Соотношение (9.6) является частным решением (9.5). Проведём его анализ, не рассматривая общее решение. Световод устойчив, когда  $r_n$  по мере роста  $n$  осциллирует в пределах  $\pm A$ , где  $A$  имеет смысл положения луча при входе в световод.

Необходимым и достаточным условием существования ненарастающих осцилляций  $r_n$  является действительность  $\theta$ . При действительном  $\theta$  функция  $\cos \theta$  заключена в пределах  $\pm 1$ . Следовательно, допустимая область изменений отношения  $l/F$  определяется неравенствами

$$-1 \leq 1 - l/2F \leq 1. \quad (9.8)$$

При значениях  $l/F$ , лежащих вне этой области, косинус становится гиперболической функцией,  $\theta$  — комплексной величиной, амплитуда отклонений луча от оси световода  $r_n$  нарастает, луч выходит из световода и световод становится неустойчивым. Следовательно, неравенства (9.8) являются условием устойчивости рассматриваемого световода.

Рассмотрим теперь несколько более общий случай. Пусть в световоде фокусные расстояния соседних линз различны и равны  $F_1$  и  $F_2$ . Все линзы расположены друг от друга на расстоянии  $l$ . Значения  $F_1$  и  $F_2$  сохраняются постоянными по всей длине световода, чередуясь через одну линзу так, что, скажем, все чётные линзы имеют фокусное расстояние  $F_1$ , а все нечётные —  $F_2$ .

Рекуррентное соотношение, подобное (9.5), можно получить, последовательно применяя формулу линзы в форме (9.2) к схеме, представленной на рис. 9.3. Углы наклона и положения луча на линзах световода с чередующимися линзами различного фокусного расстояния связаны

соотношениями

$$\alpha_{2n} - \alpha_{2n-1} = -r_n/F_1, \quad (9.9)$$

$$\alpha_{2n+1} - \alpha_{2n} = -\rho_{n+1}/F_2. \quad (9.10)$$

Положения луча на соседних линзах в параксиальном приближении связаны соотношениями

$$r_n = \rho_n + \alpha_{2n-1}l, \quad (9.11)$$

$$\rho_{n+1} = r_n + \alpha_{2n}l. \quad (9.12)$$

Вычитая (9.12) из (9.11) и учитывая (9.9), находим связь

$$\rho_{n+1} + \rho_n = (2 - l/F_1)r_n. \quad (9.13)$$

Аналогично

$$r_{n+1} + r_n = (2 - l/F_2)\rho_{n+1}. \quad (9.14)$$

Если теперь в (9.14) заменить  $n$  на  $n - 1$ :

$$r_n + r_{n-1} = (2 - l/F_2)\rho_n, \quad (9.15)$$

сложить (9.15) с (9.14) и ввести  $\rho_{n+1} + \rho_n$  по формуле (9.13), то в результате получается рекуррентное соотношение, содержащее только  $r_n$ :

$$r_{n+1} + \left[ 2 - \left( 2 - \frac{l}{F_1} \right) \left( 2 - \frac{l}{F_2} \right) \right] r_n + r_{n-1} = 0. \quad (9.16)$$

Для положений луча на нечётных линзах  $\rho_n$  в результате преобразований такого же типа получается совершенно аналогичное соотношение:

$$\rho_{n+1} + \left[ 2 - \left( 2 - \frac{l}{F_1} \right) \left( 2 - \frac{l}{F_2} \right) \right] \rho_n + \rho_{n-1} = 0. \quad (9.17)$$

Рекуррентные соотношения (9.16) и (9.17) по форме полностью подобны соотношению (9.5). Следовательно, к ним применимы результаты решения (9.5) в форме (9.6) и (9.7). Это означает, что условием устойчивости линзового световода с чередующимися линзами с фокусными расстояниями  $F_1$  и  $F_2$ , расположенными последовательно на одном и том же расстоянии  $l$  друг от друга, является выполнение требования

$$-1 \leq \cos \Phi = -\frac{1}{2} \left[ 2 - \left( 2 - \frac{l}{F_1} \right) \left( 2 - \frac{l}{F_2} \right) \right] \leq 1. \quad (9.18)$$

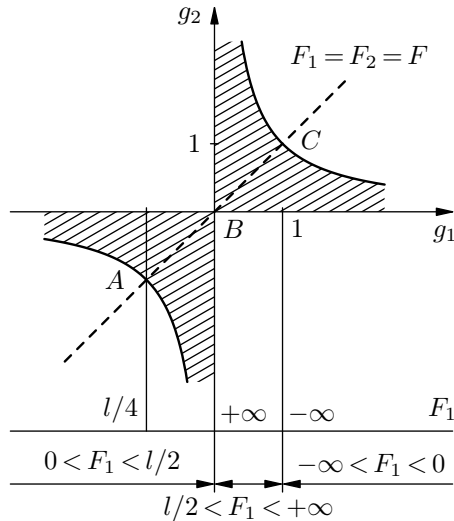


Рис. 9.4. Диаграмма устойчивости. Внизу показаны диапазоны изменения фокусного расстояния  $F_1$ , соответствующие изменению параметра  $g_1 = 1 - l/2F_1$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

Несложные преобразования придают (9.18) простую форму:

$$0 \leq \left(1 - \frac{l}{2F_1}\right) \left(1 - \frac{l}{2F_2}\right) \leq 1. \quad (9.19)$$

При одинаковых  $F_1 = F_2 = F$  неравенства (9.19) и (9.8) эквивалентны, как эквивалентны утверждения  $0 \leq x^2 \leq 1$  и  $-1 \leq x \leq 1$ .

Введём обозначения  $g_1 = 1 - l/2F_1$  и  $g_2 = 1 - l/2F_2$ . В этих обозначениях границы изменения допустимых значений отношений  $l/2F$  определяются простыми уравнениями

$$g_1 g_2 = 1, \quad (9.20)$$

$$g_1 g_2 = 0. \quad (9.21)$$

Записи (9.20) и (9.21) дают возможность простого графического представления области устойчивости световода в координатах  $g_1, g_2$ .

На рис. 9.4 гиперболы  $g_1 g_2 = 1$  и оси координат, отвечающие уравнению (9.21), очерчивают область устойчивости. Для наглядности эта область заштрихована. Допустимые значения  $g_1$  и  $g_2$  лежат в заштрихованной области и на её границе. Отметим некоторые специальные точки на этой диаграмме, представляющие особый интерес. Начало координат  $B$  ( $g_1 = 0, g_2 = 0$ ) соответствует конфокальной системе  $F_1 = F_2 = F = l/2$ . Видно, что конфокальный линзовый световод лежит на границе между областями устойчивых и неустойчивых

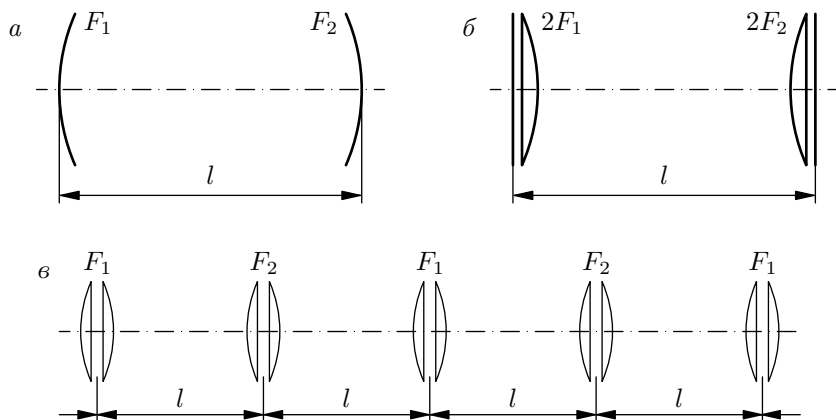


Рис. 9.5. Эквивалентность резонатора и световода

траекторий. Точка  $C$  ( $g_1 = 1$ ,  $g_2 = 1$ ) соответствует предельному случаю бесконечного фокусного расстояния. Точка  $A$  ( $g_1 = -1$ ,  $g_2 = -1$ ) соответствует линзовому световоду с одинаковыми линзами, фокусное расстояние которых  $F = l/4$  является предельно малым для световода этого типа.

Вернёмся к открытым резонаторам и рассмотрим ещё раз аналогию между линзовым световодом и резонатором.

Типичный лазерный резонатор состоит из двух слегка вогнутых зеркал с большой отражательной способностью, расположенных напротив друг друга. Кривизна зеркал может быть как одинаковой, так и различной. Вогнутое сферическое зеркало в параксиальном приближении эквивалентно плоскому зеркалу и плоско-выпуклой сферической линзе, расположенной непосредственно перед зеркалом. Резонаторы, показанные на рис. 9.5, *a* и *б*, оптически эквивалентны. Тогда какая-то одна из бегущих компонент стоячей волны поля резонансной моды пересекает при одном отражении от зеркала эквивалентную ему линзу  $2F_1$  дважды. В смысле фокусировки каждая из бегущих волн резонатора распространяется в нём так же, как и бегущая волна в линзовом световоде, показанном на рис. 9.5, *в*. Плоско-выпуклые линзы, представленные на рис. 9.5, *б*, имеют фокусные расстояния  $2F_1$  и  $2F_2$ . Но волна проходит через них дважды, сменив направление распространения непосредственно на плоской грани линзы. Следовательно, эти линзы действуют каждая как две близко расположенные идентичные линзы, оптические силы которых складываются. Поэтому в линзовом световоде линзам  $2F_1$  и  $2F_2$  эквивалентны линзы  $F_1$  и  $F_2$ . Тогда можно считать, что резонатор преобразуется в эквивалентный ему световод, если не учитывать изменения направления распространения волны при отражении, а полагать, что волна распространяется без отражения и непосредственно за первой линзой стоит вторая, ей идентичная. В результате мы приходим

к выводу, что линзовый световод можно рассматривать как развёрнутый вдоль оси открытый резонатор. Этот вывод сделан на основании рассмотрения, выполненного в приближении геометрической оптики.

В лекции восьмой мы показали, что конфокальный линзовый световод имеет нормальные моды распространения, совпадающие с нормальными колебательными модами конфокального резонатора. В общем случае при определении нормальных мод в линзовом световоде используется то обстоятельство, что распределение поля на каждой линзе (или через линзу) повторяется с точностью до фазового множителя. Далее, поле в опорной плоскости одной линзы записывается на основе принципа Гюйгенса в виде дифракционного интеграла Кирхгофа–Френеля от поля в опорной плоскости предыдущей линзы. Условие повторяемости поля с точностью до фазового множителя приводит к задаче на собственные значения, записываемой в виде интегральных уравнений, полностью подобных уравнению Фокса и Ли в случае открытого резонатора. Полученные при решении этих уравнений распределения полей представляются произведениями полиномов Эрмита на функцию Гаусса и совпадают с таковыми для резонаторов.

Таким образом, и геометро-оптическое, и волновое рассмотрения доказывают эквивалентность линзовых световодов и открытых резонаторов. Следовательно, условия устойчивости (9.19) и диаграмма устойчивости, изображённая на рис. 9.4, характеризуют открытые лазерные резонаторы.

Рассмотрим диаграмму устойчивости резонаторов несколько подробнее.

Точка  $B$  ( $g_1 = 0$ ,  $g_2 = 0$ ) соответствует уже многократно обсуждавшемуся нами конфокальному резонатору. Резонатор этого типа лежит на границе устойчивой и неустойчивой областей, но его устойчивость носит, в сущности, формальный характер. Малейшая несимметричность зеркал легко приводит конфокальный резонатор в неустойчивое состояние. Поэтому, действительно, конфокальный резонатор, наиболее лёгкий для анализа и служащий модельным во многих рассмотренных, на практике применяется довольно редко.

Множеству резонаторов с зеркалами одинакового радиуса кривизны  $R$  (симметричных резонаторов) отвечает прямая  $ABC$ . Точке  $A$  ( $g_1 = -1$ ,  $g_2 = -1$ ) соответствует так называемый концентрический резонатор, для которого центры кривизны зеркал совпадают:  $l = 4F = 2R$ . Конфокальному резонатору отвечает точка  $B$ . Точке  $C$  ( $g_1 = 1$ ,  $g_2 = 1$ ) соответствует плоский резонатор ( $F = \infty$ ). Все эти резонаторы, а не только один конфокальный, лежат на границе, разделяющей устойчивую и неустойчивую области. В связи с этим в случаях, когда желательно сохранить симметрию резонатора, применяется квазиконфокальный резонатор, расстояние между зеркалами которого мало от-

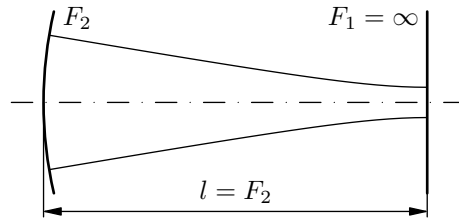


Рис. 9.6. Полуконфокальный резонатор

личается от конфокального:

$$\frac{l}{2F} = 1 \pm \alpha, \quad \alpha \ll 1. \quad (9.22)$$

Даже небольшое значение  $\alpha$ , существенно не изменяя характер распределения поля в резонаторе по сравнению с конфокальным случаем, делает резонатор устойчивым.

Однако наибольшее распространение получил так называемый полуконфокальный резонатор (рис. 9.6), у которого одно зеркало плоское ( $F_1 = \infty$ ), а радиус кривизны второго выбран так, что его фокус попадает на плоское зеркало ( $F_2 = l$ ). Резонатор стабилен, произведение  $g_1 g_2 = 1/2$ . Плоское зеркало в фокальной области делит конфокальный резонатор пополам, заменяя реальное поле в удалённой части резонатора изображением поля в оставшейся его части. Поэтому в полуконфокальном резонаторе устанавливается половина распределения поля, характерного для конфокального резонатора. Широкое применение полуконфокального резонатора объясняется большим удобством конструирования выходных зеркал лазеров в виде плоских, а не сферических частично прозрачных зеркал.

Вопрос о конструкции резонатора лазера тесно связан с вопросом о модовом составе лазерного излучения. Рассмотренная в лекции восьмой расходимость излучения описывает дифракционную расходимость гауссова пучка основной моды. Очевидно, что наличие поперечных мод, направления излучения максимальной интенсивности которых отличаются друг от друга и от направления оси резонатора, задающей направление излучения основной моды [см. (8.1) и (8.2)], приводит к резкому уменьшению направленности излучения. Поэтому большое значение имеет вопрос о селекции поперечных мод.

В большинстве случаев требуется выделить основную моду. Эта мода обладает наименьшими дифракционными потерями, которые сильно нарастают при увеличении поперечного индекса мод. Но в устойчивых резонаторах дифракционные потери так малы, что различие между ними не может служить для дискриминации мод. Поэтому селекция может быть основана только на различиях в распределении поля мод с различными поперечными индексами. Так как основная мода имеет

симметричное относительно оси резонатора гауссово распределение с минимальной шириной этого распределения в поперечной плоскости, то простейшим и наиболее надёжным способом селекции является диафрагмирование пучка внутри резонатора. Если размер отверстия диафрагмы мал, то число Френеля для резонатора  $N_F = a^2/\lambda l$  определяется этой диафрагмой. С уменьшением числа Френеля различие в дифракционных потерях для основной моды и мод высших порядков возрастает, что и позволяет осуществлять их селекцию.

Зная расчётную зависимость дифракционных потерь основной и следующей за ней по порядку поперечных индексов моды от числа Френеля, можно определить требуемый радиус диафрагмы. При этом, однако, вносятся потери и в основную моду. Простую оценку поперечного размера диафрагмы можно сделать исходя из того, что этот размер должен быть примерно равен поперечному размеру распределения поля моды, следующей за основной, а место расположения диафрагмы должно быть выбрано там, где размеры мод отличаются наиболее сильно. Обычно все же размер отверстия диафрагмы и её месторасположение выбираются экспериментально.

Существенным недостатком обсуждаемого способа выделения основной моды в устойчивом резонаторе является малость поперечных размеров моды. Это облегчает селекцию, но уменьшает выходную мощность, так как при этом не весь объём активной среды оказывается охваченным электромагнитным полем. Для увеличения выходной мощности необходимо увеличение объёма моды. Кардинальным решением является переход к неустойчивым резонаторам. Именно применение неустойчивых резонаторов является эффективным средством селекции поперечных мод.

Из предыдущего изложения ясно, что резонатор является неустойчивым, когда произвольный луч, попеременно отражаясь от каждого из зеркал резонатора, уходит неограниченно далеко от оси резонатора. Другими словами, неустойчивыми являются оптические резонаторы, параметры которых попадают в области неустойчивости диаграммы на рис. 9.4. В силу лучевой неустойчивости в резонаторах этого типа дифракционные потери даже основной моды велики и обычно превосходят все остальные виды потерь. Вместе с тем величина дифракционных потерь нарастает при переходе к высшим модам. Поэтому полные потери сильно зависят от поперечных индексов, что приводит к подавлению высших поперечных мод и тем самым к выделению основной моды.

Очевидно, что реально неустойчивые резонаторы могут быть применены в лазерах, активная среда которых обладает большим усилением. В противном случае большие потери излучения за один проход, связанные именно с неустойчивостью резонатора, не могут быть скомпенсированы и условия самовозбуждения не будут выполнены. К счастью, применение неустойчивых резонаторов наиболее желательно в лазерах

с большим усилением и большой запасаемой энергией. Дело в том, что в неустойчивом резонаторе объём, занимаемый полем основной моды, велик. Это происходит потому, что в отличие от устойчивого резонатора в неустойчивом не происходит периодической фокусировки поля внутри резонатора при попеременных отражениях от зеркал и поле не стремится сосредоточиться вблизи оси резонатора. При этом лучи, стремящиеся покинуть резонатор, целесообразно использовать как полезное выходное излучение лазера.

Большим достоинством неустойчивого резонатора является возможность управления величиной выводимой из резонатора энергии и достижения оптимальной связи резонатора с пространством.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДЕВЯТОЙ

**9.1.** Попробуйте выражение, полученное в задаче 8.7, заменить простым геометрическим построением.

**9.2.** Построение предыдущей задачи позволяет также проверить устойчивость резонатора. Покажите это.

**9.3.** Где находится перетяжка устойчивого резонатора с плоским выходным зеркалом?

**9.4.** Экспериментатор имеет два вогнутых зеркала с радиусами  $R_1 = 1$  м,  $R_2 = 2$  м. Какие максимальную и минимальную длины может иметь устойчивый резонатор из этих зеркал?

**9.5.** То же, но зеркало радиусом  $R_1$  — выпуклое.

## Лекция десятая. НЕУСТОЙЧИВЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

*Геометро-оптическое рассмотрение. Коэффициент увеличения, потери на излучение. Симметричный резонатор, телескопический резонатор. Эквивалентное число Френеля. Селекция продольных мод. Частотная селекция, пространственная селекция тонкими поглотителями. Дисперсионные резонаторы. Распределённая обратная связь*

Итак, для неустойчивого резонатора либо произведение

$$g_1 g_2 < 0, \quad (10.1)$$

либо произведение

$$g_1 g_2 > 1, \quad (10.2)$$

где  $g_1 = 1 - l/2F_1$  и  $g_2 = 1 - l/2F_2$ . Соответственно неустойчивые резонаторы подразделяются на два класса — резонаторы отрицательной области (10.1) и положительной области (10.2). На диаграмме устойчивости (см. рис. 9.4) положительная область неустойчивости расположена в первом и третьем квадрантах вне гиперболы  $g_1 g_2 = 1$ , отрицательная область неустойчивости — во втором и четвёртом квадрантах.

Анализ неустойчивых резонаторов может быть проведён достаточно глубоко методами геометрической оптики. Дело в том, что в устойчивых резонаторах, где формирование моды в результате многократных отражений волны от зеркал рассматривалось в соответствии с законами дифракции, моды низшего порядка имеют незначительные дифракционные потери. Гауссово поперечное распределение ограничивает размер пятна моды, и за край зеркала дифрагирует ничтожная доля энергии. Наличие гауссова распределения определяется фокусирующим действием зеркал в конфигурации устойчивого сферического резонатора. В неустойчивом резонаторе такой фокусировки нет, свет не концентрируется вблизи оси резонатора. И хотя потери, обусловленные выходом излучения за край зеркала, в общем случае всегда можно классифицировать как дифракционные, неустойчивые резонаторы удобно рассматривать с точки зрения геометрической оптики, считая лучи, выходящие за пределы зеркал, источником геометрических потерь. При этом надо иметь в виду, что геометрические потери в неустойчивых резонаторах тесно связаны с дифракционными потерями в устойчивых резонаторах и должны совпадать с ними на границе устойчивости.

Пусть числа Френеля зеркал резонатора велики и дифракционными потерями можно пренебречь. В силу отсутствия фокусировки излучения к оси резонатора естественно считать, что зеркала заполнены излучением однородно. Это отличает неустойчивый резонатор от устойчивого. Вместе с тем волновой фронт излучения, задаваемый граничными условиями, налагаемыми сферическими зеркалами, является сферическим. Это объединяет неустойчивые резонаторы с устойчивыми.

Итак, мы считаем, что в геометро-оптическом приближении распределение поля в неустойчивом резонаторе, т. е. его мода, представляет собой суперпозицию двух сферических волн с однородным распределением интенсивности по фронту, исходящих из двух центров, расположенных на оси резонатора. Для выполнения требования замкнутости траектории лучей при полном обходе резонатора излучением эти центры должны являться изображениями друг друга в соответствующих зеркалах. Другими словами, исходящие из одного центра лучи после отражения в зеркале должны переходить в лучи, исходящие из второго центра. В зависимости от расположения центров сферических волн, формирующих моду неустойчивого резонатора, относительно его зеркал реализуются различные типы неустойчивых резонаторов.

Вначале рассмотрим геометрию неустойчивого резонатора в общем виде. На рис. 10.1а показан неустойчивый резонатор, образованный сферическими зеркалами  $M_1$  и  $M_2$ . Предположим, что волна, уходящая от зеркала  $M_1$  является сферической с центром в точке  $P_1$ , не обязательно совпадающей с центром кривизны или фокальной точкой этого зеркала. Часть этой волны пройдёт мимо зеркала  $M_2$ , часть — отразится. Пусть отражённая сферическая волна исходит из точки  $P_2$ .

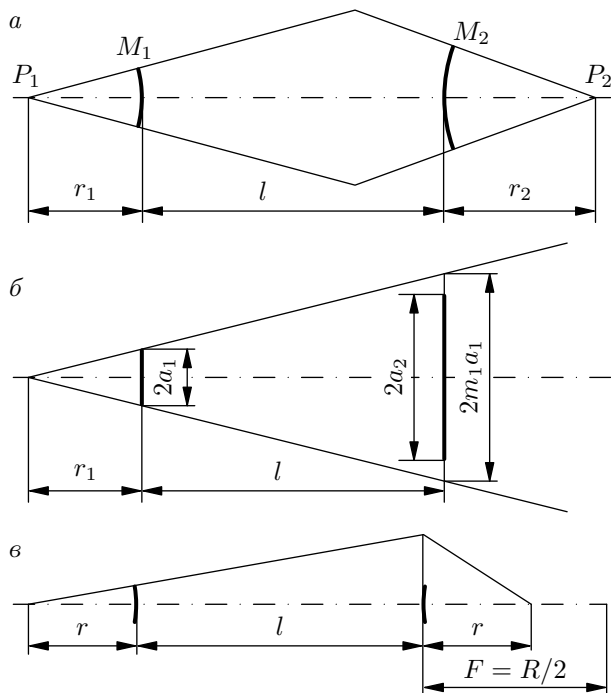


Рис. 10.1. Неустойчивый резонатор: *a* — общий случай, *б* — к вычислению потерь на излучение за один проход, *в* — симметричный двухторцовый резонатор

Обозначим расстояния от точек  $P_1$  и  $P_2$  до зеркал  $M_1$  и  $M_2$  соответственно  $r_1$  и  $r_2$ , а радиусы кривизны зеркал —  $R_1$  и  $R_2$ .

Как уже говорилось, точки  $P_1$  и  $P_2$  должны быть изображениями друг друга в соответствующих сферических зеркалах. Тогда, применяя к попарно сопряжённым расстояниям  $r_1$  и  $r_2 + l$ , а также  $r_2$  и  $r_1 + l$  формулу сферического зеркала в параксиальном приближении:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F} = \frac{2}{R}, \quad (10.3)$$

мы получаем уравнения

$$\frac{1}{r_1 + l} - \frac{1}{r_2} = -\frac{2}{R_2}, \quad \frac{1}{r_2 + l} - \frac{1}{r_1} = -\frac{2}{R_1}. \quad (10.4)$$

Совместное решение уравнений (10.4) позволяет найти положение центров сферических волн, формирующих моду резонатора. Однако более существенно, что величины  $r_1$  и  $r_2$  определяют потери резонатора на излучение.

Действительно, проходя резонатор от зеркала к зеркалу и обратно, пучок увеличивает свой поперечный размер в

$$M = m_1 m_2 \quad (10.5)$$

раз, где  $m_1$  и  $m_2$  — коэффициенты увеличения при однократном прохождении. Из рис. 10.1а легко видеть, что

$$m_1 = (r_1 + l)/r_1, \quad m_2 = (r_2 + l)/r_2. \quad (10.6)$$

При многократном прохождении резонатора беспредельного увеличения поперечного сечения пучка не происходит в силу конечности поперечного размера зеркал. Часть излучения выходит за край зеркал. Так как размер пятна сферической волны возрастает в  $M$  раз и по предположению распределение освещённости зеркал является однородным, то плотность потока излучения в резонаторе уменьшается в  $M^2$  раз. Значение коэффициента увеличения  $M$  от размеров зеркал не зависит. Следовательно, полный поток излучения, остающегося в резонаторе, уменьшается в  $M^2$  раз за время полного обхода резонатора. Это означает, что относительные потери энергии на излучение во внешнее пространство за один полный обход резонатора составляют

$$A = 1 - 1/M^2 = (M^2 - 1)/M^2 \quad (10.7)$$

и определяются значениями  $r_1$ ,  $r_2$  и  $l$ , т. е. конфигурацией резонатора.

Рассмотрим этот важный вопрос более подробно. Пусть на зеркало  $M_2$  с площадью поперечного сечения  $\pi a_2^2$  падает слева расходящаяся сферическая волна с коэффициентом углового увеличения  $m_1$  (рис. 10.1б). В сечении зеркала  $M_2$  поперечный размер этой волны с однородным по предположению распределением интенсивности по сечению составляет  $2m_1 a_1$ , где  $a_1$  — радиус левого зеркала  $M_1$ . Зеркало  $M_2$  отражает в сторону  $M_1$  только часть излучения, пришедшего слева в место его установки. Эта часть составляет

$$\Gamma_{21} = a_2^2/m_1^2 a_1^2. \quad (10.8)$$

Аналогично зеркало  $M_1$  отражает в сторону зеркала  $M_2$  часть

$$\Gamma_{12} = a_1^2/m_2^2 a_2^2. \quad (10.9)$$

В результате двух отражений между зеркалами, т. е. в резонаторе, остаётся часть энергии

$$\Gamma = \Gamma_{12}\Gamma_{21} = 1/m_1^2 m_2^2 = 1/M^2. \quad (10.10)$$

Это означает, что потери на излучение за один полный обход резонатора составляют в соответствии с (10.7)

$$A = 1 - \Gamma = (M^2 - 1)/M^2 \quad (10.11)$$

и не зависят от размеров зеркал резонатора. Проведённые выше простые выкладки указывают физическую причину этого важного обстоятельства. Дело в том, что уменьшение размеров одного из зеркал приводит к пропорциональному уменьшению углов раствора волн, идущих в обоих направлениях. Следовательно, относительные поперечные размеры (рис. 10.16) не изменяются, а значит, остаются неизменными и относительные доли теряемой мощности.

Таким образом, вычисление потерь на излучение в неустойчивых резонаторах проводится методами геометрической оптики. Эти потери называют часто геометрическими или геометро-оптическими. Волновое приближение даёт в целом близкую оценку.

Решение уравнений (10.4) в общем случае, хотя и вполне возможное, приводит к громоздким и плохо обозреваемым формулам для  $r_1$ ,  $r_2$  и  $M$ . Рассмотрим более подробно два частных случая. Теоретически наиболее полно исследован симметричный двухторцовый резонатор (рис. 10.16). Так как в этом случае  $R_1 = R_2 = R$ , то  $r_1 = r_2 = r$  и уравнения (10.4) дают

$$r = \frac{l}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{2R}{l}} - 1 \right), \quad (10.12)$$

и соответственно

$$M = \frac{l + r}{r} = \frac{\sqrt{1 + 2R/l} + 1}{\sqrt{1 + 2R/l} - 1}. \quad (10.13)$$

Для симметричного резонатора коэффициент увеличения и потери на излучение обычно относят к одному проходу. Именно для этого резонатора наиболее полно проведено рассмотрение в волновом приближении с помощью интегральных уравнений типа Фокса и Ли и показана разумность геометро-оптического приближения.

Интересной разновидностью неустойчивых резонаторов являются несимметричные конфокальные резонаторы, для которых  $R_1 + R_2 = 2l$ . В эту запись радиусы кривизны зеркал входят в алгебраическом смысле, т. е. для выпуклого зеркала радиус кривизны отрицателен. С практической точки зрения наиболее интересен, как правило, односторонний вывод излучения. Поэтому наибольшее распространение получил конфокальный неустойчивый резонатор из вогнутого ( $R_1 > 0$ ) и выпуклого ( $R_2 < 0$ ) зеркал, называемый обычно телескопическим.

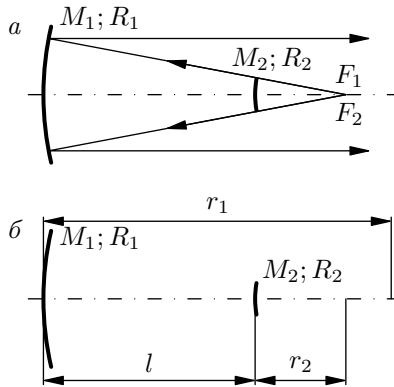


Рис. 10.2. Телескопический неустойчивый резонатор

На рис. 10.2а приведена схема телескопического резонатора. Проведём его геометрико-оптический анализ с помощью рис. 10.2б. В обозначениях этого рисунка уравнения (10.4) принимают вид

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{l + r_2} = \frac{2}{R_1}, \quad \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1 - l} = \frac{2}{R_2}, \quad (10.14)$$

где под  $r_1, r_2, R_1, R_2$  понимаются модули соответствующих расстояний. Из (10.14) легко получить связь между  $r_1$  и  $r_2$ :

$$r_2 = \frac{(r_1 - l)R_2/2}{r_1 - l - R_2/2}, \quad (10.15)$$

и уравнение для  $r_1$ :

$$r_1^2 + r_1 \frac{l(l + R_2)}{R_1/2 - R_2/2 - l} - \frac{l(l + R_2)R_1/2}{R_1/2 - R_2/2 - l} = 0. \quad (10.16)$$

При стремлении к конфокальности (при  $R_1 - R_2 \rightarrow 2l$ )  $r_1 \rightarrow \infty$ , а  $r_2 \rightarrow R_2/2$ , т. е. в фокальную точку. Колебательная мода резонатора в этом случае является суперпозицией сферической и плоской волн, что и объясняет причину его наименования «телескопический резонатор». Коэффициент увеличения телескопического резонатора равен, как это легко видеть из рис. 10.2,

$$M = \frac{r_2 + l}{r_2} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{R_1}{R_2}, \quad (10.17)$$

а коэффициент связи с внешним пространством составляет

$$A = (M^2 - 1)/M^2 = (R_1^2 - R_2^2)/R_1^2. \quad (10.18)$$

Отметим также, что телескопический резонатор относится к положительной ветви неустойчивых резонаторов, так как прямой расчёт показывает, что для этого резонатора произведение  $g_1 g_2 > 1$ .

Несмотря на то, что для неустойчивых резонаторов геометро-оптическое приближение оказывается достаточно хорошим, более полную картину даёт всё же волновое приближение. Из него следует, что фаза волнового решения соответствует почти сферическому волновому фронту с радиусом, почти равным получаемому геометрически. Колебательные моды, т. е. самовоспроизводящиеся пространственные распределения поля, действительно существуют. Однако радиальное распределение амплитуд поля в резонаторе отличается от геометро-оптического. В нём проявляется кольцевая структура дифракционного происхождения.

При анализе дифракционных потерь выявилась целесообразность введения некоторого эквивалентного числа Френеля  $N_{F\text{ экв}}$ , при полуцелых значениях которого чётко выделяется мода низшего порядка, обладающая наименьшими потерями, причём различие между потерями для основной моды и потерями для прочих мод довольно велико. Связь геометро-оптического рассмотрения, проведённого выше, с волновым приближением выражается в том, что эквивалентное число Френеля  $N_{F\text{ экв}}$  выражается через геометрический коэффициент увеличения  $M$ . В случае симметричного двухторцового резонатора

$$N_{F\text{ экв}} = \frac{M^2 - 1}{2M} N_F, \quad N_F = \frac{a^2}{\lambda l}. \quad (10.19)$$

Для телескопического резонатора

$$N_{F\text{ экв}} = \frac{M - 1}{2} N_F, \quad N_F = \frac{a_2^2}{\lambda l}. \quad (10.20)$$

При полуцелых значениях  $N_{F\text{ экв}}$ , т. е. когда мода низшего порядка хорошо выделяется, её потери заметно (но не слишком сильно) меньше, чем предсказываемые геометрической оптикой. Разница наиболее заметна при  $M$ , лишь незначительно превышающих единицу, и практически не существенна при  $M \gtrsim 2,5$ , что полностью соответствует картине постепенного перехода из волновой области в геометрическую.

В заключение рассмотрения неустойчивых резонаторов отметим ещё раз их основные достоинства. Прежде всего, это большой объём моды, отсутствие гауссова сжатия распределения поля к оси резонатора. Затем, хорошая селекция поперечных мод, связанная с большой величиной геометро-оптических потерь на излучение. Мы, по существу, не затрагивали строгую волновую теорию неустойчивых резонаторов. Но интуитивно ясно, что по природе своей геометро-оптические потери, особенно вблизи границы устойчивости, близки к дифракционным.

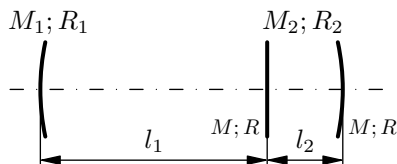
Следовательно, как это уже говорилось, суммарные потери в неустойчивых резонаторах сильно зависят от поперечного индекса, что и приводит к селекции мод по этому признаку. Наконец, с практической точки зрения большим достоинством неустойчивых резонаторов следует считать возможность использования в них только отражательной оптики как для создания резонатора, так и для вывода излучения. Следовательно, можно использовать металлические зеркала, что особенно важно для силовой оптики инфракрасного диапазона.

К числу недостатков неустойчивых резонаторов следует отнести прежде всего их применимость только в случае активных сред с большим усилением. Во многих случаях, хотя далеко не всегда, может быть неудобен тот факт, что поперечное сечение выходного пучка света имеет форму кольца. Для телескопического резонатора внутренний диаметр кольца равен  $2a_2$ , а внешний  $2Ma_2$ , где  $a_2$  — радиус выпуклого зеркала на рис. 10.2а. Однако в дальней волновой зоне или в фокальной плоскости линзы при фокусировке этого пучка тёмное пятно исчезает. Существование в поперечном сечении дифракционных колец, наличие которых вытекает из волновой теории неустойчивых резонаторов, обычно не вызывает никаких дополнительных трудностей.

В заключение наших лекций, посвящённых непосредственно резонаторам, целесообразно отметить, что для анализа и расчёта оптических систем, резонаторов, линзовых световодов, преобразователей, согласователей гауссовых пучков и т. д. разработаны матричные и диаграммные методы, подробно представленные в справочных изданиях.

Вернёмся к вопросу о селекции мод. В нашем предыдущем изложении неоднократно подчёркивалось, что переход к открытым резонаторным системам при резком укорочении длины волны, по сути дела, обусловлен необходимостью резкого разрежения спектра колебаний, сгущающегося с ростом частоты пропорционально  $\nu^2$ . Изложенный выше материал показывает, что в открытых резонаторах это разрежение достигается путём увеличения радиационных потерь нежелательных мод при сохранении низкого уровня потерь желаемых (полезных) типов колебаний.

Вместе с тем в открытых резонаторах, особенно в устойчивых резонаторах, спектр собственных колебаний остаётся все же слишком богатым с точки зрения требований многих лазерных применений. Методы дальнейшей очистки этого спектра или, иначе говоря, методы улучшения модового состава лазерного излучения получили наименование селекции мод. Все методы селекции мод основаны на уже упомянутой идее увеличения потерь энергии в резонаторе для нежелательных мод при сохранении высокой добротности резонатора для требуемой моды. При селекции поперечных мод (см. лекцию девятую) используется их различие в поперечной структуре поля. Продольные моды имеют одинаковую поперечную структуру поля, но различаются числом полуволн,

Рис. 10.3. Резонатор с дисперсионным зеркалом  $R_2$ 

укладывающихся между зеркалами резонатора. Следовательно, продольные моды отличаются частотой и расположением узлов стоячей волны вдоль оси резонатора.

Наиболее общий метод селекции продольных мод использует их отличие друг от друга по частоте и поэтому требует введения в резонатор лазера узкополосных дисперсионных элементов. В качестве таких элементов могут быть использованы эталоны Фабри–Перо, призмы и дифракционные решётки, зеркала с частотно зависимыми коэффициентами отражения и т. п.

Простейшим является использование для селекции продольных мод частотной зависимости усиления активного вещества лазера. Межмодовое расстояние для продольных мод составляет [см. (6.14) – (6.17)]

$$\Delta\nu_q = c/2l. \quad (10.21)$$

Если расстояние между модами превышает ширину линии усиления:

$$\Delta\nu_q > \Delta\nu_{\text{л}}, \quad (10.22)$$

а центральные частоты какой-то одной моды и линии усиления близки друг к другу:

$$\nu_q \approx \nu_{\text{л}}, \quad (10.23)$$

то в лазере возбуждается одномодовая (в смысле продольной моды) и тем самым одночастотная генерация. Частота генерации в этом случае в соответствии с формулой (6.33) определяется настройкой частоты моды на частоту линии и соотношением их добротностей. Этот метод селекции продольных мод может быть успешным в случае газовых лазеров, линии усиления которых достаточно узки. Примером может быть  $\text{CO}_2$ -лазер низкого давления с шириной линии усиления 60 МГц и длиной резонатора 1 м ( $\Delta\nu_q = 150$  МГц). Однако в большинстве случаев линии усиления активных сред гораздо шире и этот метод приводит к неприемлемо коротким резонаторам.

Большое применение нашёл метод дисперсионного зеркала. Рассмотрим схему, представленную на рис. 10.3. При  $l_2 \ll l_1$  в этом трёхзеркальном резонаторе два правых зеркала можно рассматривать как единое зеркало с коэффициентом отражения  $R_2$ , зависящим от частоты. Оценить характер зависимости  $R_2(\lambda)$  можно, используя фор-

муду (6.7) для коэффициента пропускания регенерированного эталона Фабри–Перо. При  $K = 1$  в приближении плоских волн коэффициент пропускания двух параллельных зеркал с коэффициентами отражения  $R$ , разнесёнными на расстояние  $l_2$ , составляет в соответствии с (6.7)

$$D = \frac{(1 - R)^2}{1 - 2R \cos(4\pi l_2/\lambda) + R^2}. \quad (10.24)$$

Тогда коэффициент отражения эквивалентного зеркала  $R_2$  равен

$$R_2 = 1 - D = 2R \frac{1 - \cos(4\pi l_2/\lambda)}{1 - 2R \cos(4\pi l_2/\lambda) + R^2}. \quad (10.25)$$

При  $\cos(4\pi l_2/\lambda) = 1$  величина  $R_2$  обращается в нуль, на этих частотах резонатор, образуемый зеркалами  $R_1$  и  $R_2$ , не имеет добротности, что и приводит к селекции соответствующих продольных мод. Схема, представленная на рис. 10.3, и формула (10.25) не могут претендовать на количественное описание процесса селекции продольных мод введением в резонатор лазера дополнительного дисперсионного элемента. Они приведены здесь лишь для иллюстрации идеи этого метода.

При  $l_2 \ll l_1$  характер частотной зависимости дисперсионного зеркала  $R_2$  таков, что резонатор, изготовленный по схеме, представленной на рис. 10.3, больше подходит для подавления отдельных мод, чем для выделения одной моды.

На практике используется множество модификаций селективного зеркала. При конструировании принимается во внимание необходимость согласования поперечного распределения поля, т. е. согласования мод, во всех резонансных объёмах получаемого таким образом многозеркального резонатора и учитывается взаимное влияние этих парциальных резонаторов.

Наиболее удобными для выделения одной продольной моды составными селективными зеркалами оказались устройства, конфигурация которых существенно отличается от линейной. Широкое распространение получили несимметричные схемы, содержащие резонаторы Майкельсона и Фокса–Смита, а также симметричный  $T$ -образный резонатор. Связь основного резонатора с селективным зеркалом осуществляется в этих случаях с помощью светоделительной пластинки.

При селекции продольных мод, в принципе, может быть использовано различие в продольном распределении поля различных мод. Каждая продольная мода представляет собой стоячую волну. Расстояние между узлами в этих стоячих волнах отличается от моды к моде.

Рассмотрим моду с продольным индексом

$$q = 2l/\lambda. \quad (10.26)$$

Расстояние между ближайшими к зеркалу узлами мод  $q$  и  $q + 1$  составляет

$$\Delta_1 = \frac{\lambda_q}{2} - \frac{\lambda_{q+1}}{2} = \frac{l}{q^2} = \frac{\lambda^2}{4l} \quad (10.27)$$

и очень мало. При удалении от зеркала расстояние между узлами нарастает и для узла  $q$ -й моды номер  $q/2$  составляет

$$\Delta_2 = \left( \frac{\lambda_q}{2} - \frac{\lambda_{q+1}}{2} \right) \frac{q}{2} = \frac{l}{2q} = \frac{\lambda}{4}, \quad (10.28)$$

что означает, что с узлом  $q$ -й моды совпала пучность  $(q + 1)$ -й моды. Это происходит на расстоянии

$$L_2 = \frac{\lambda_q}{2} \frac{q}{2} = \frac{l}{2} \quad (10.29)$$

от зеркала, т. е. в середине резонатора. Но в этой точке находится пучность  $(q + 2)$ -й моды, узел  $(q + 3)$ -й, пучность  $(q + 4)$ -й и т. д. Поэтому как-то использовать такое пространственное разнесение узлов и пучностей продольных мод для их эффективной селекции невозможно.

Очевидно, что общее число мод, среди которых надо произвести селекцию, составляет

$$m = \Delta\nu_{\text{л}}/\Delta\nu_q. \quad (10.30)$$

Будем считать, что мы ищем способ выделить  $q$ -ю моду и что её центральная частота  $\nu_q$  совпадает с центральной частотой линии усиления  $\nu_{\text{л}}$ . Тогда номер наиболее далёких продольных мод, от которых желательно избавиться, равен  $q \pm m/2$ . В районе первого узла моды  $q$  расстояние между узлами всё ещё очень мало:

$$\Delta_3 = \frac{\lambda_q}{2} - \frac{\lambda_{q \pm m/2}}{2} = \pm \frac{m}{2} \frac{l}{q^2} = \pm \frac{m}{2} \frac{\lambda^2}{4l}. \quad (10.31)$$

Номер  $N$ -го узла моды  $q$ , который первым совпадает с пучностью моды  $q \pm m/2$ , определяется уравнением

$$\frac{m}{2} \frac{1}{q^2} N = \frac{\lambda}{4} \quad (10.32)$$

и составляет

$$N = \frac{\lambda}{2} \frac{q^2}{ml} = \frac{q}{m}. \quad (10.33)$$

Это произойдёт на расстоянии

$$L = N \frac{\lambda_q}{2} = \frac{l}{m} = \frac{\Delta\nu_q}{\Delta\nu_{\text{л}}} l \quad (10.34)$$

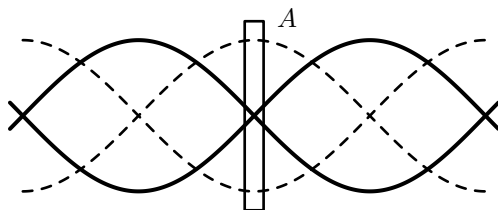


Рис. 10.4. Дискриминация продольных мод тонким поглотителем. Штриховой линией показана стоячая волна одной из исключаемых мод, сплошной — стоячая волна выделяемой моды ( $A$  — частично прозрачная поглощающая плёнка).

от зеркала. В этой точке расстояние между узлами ближайших мод  $q$  и  $q + 1$  в соответствии с выражениями (10.27), (10.33), (10.30) и (10.26) равно

$$\Delta = \Delta_1 N = \frac{\Delta \nu_q}{\Delta \nu_{\text{л}}} \frac{\lambda}{2}, \quad (10.35)$$

что для многих газовых лазеров составляет заметную долю длины волны.

Изложенное подводит к мысли о возможности следующего метода селекции продольных мод.

Поместим в узел с номером  $N$  желаемой моды  $q$  тонкий частично прозрачный поглотитель. Если его толщина много меньше длины волны, то наличие поглотителя в узле, где напряжённость электрического поля моды  $q$  равна нулю, не вызывает потерь энергии из моды  $q$ . Все же остальные моды в этой точке на оси резонатора имеют ненулевую напряжённость электрического поля и поэтому будут испытывать потери энергии, что и приведёт к их дискриминации (рис. 10.4). Этот метод пространственной селекции продольных мод тонкими поглотителями нашёл применение для газовых лазеров, главным образом видимого диапазона. Тонкие частично прозрачные поглотители изготавливаются нанесением слоёв металла толщиной 1–10 нм на оптически полированные прозрачные подложки.

Ввиду малой оптической стойкости таких плёнок их применение ограничено лазерами умеренной мощности.

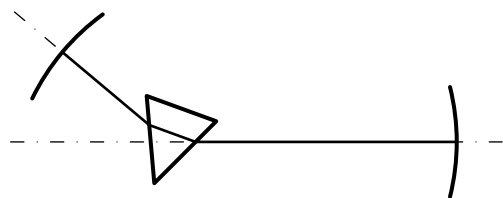


Рис. 10.5. Призменный дисперсионный резонатор

Введение в резонатор лазера узкополосных дисперсионных элементов позволяет не только проводить селекцию продольных мод, но и в тех случаях, когда линия усиления достаточно широка, а частота настройки дисперсионного элемента управляема,

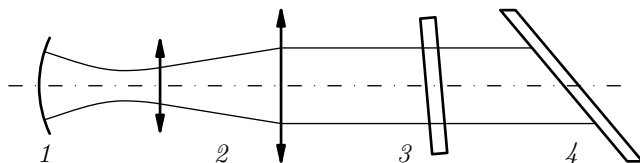


Рис. 10.6. Сложный дисперсионный резонатор: 1 — зеркало, 2 — телескоп, 3 — эталон Фабри–Перо, 4 — решётка

осуществлять перестройку частоты лазерного излучения. Резонаторы с дисперсионными элементами (призмами, дифракционными решётками, эталонами Фабри–Перо), предназначенные для лазеров с перестраиваемой частотой излучения, получили наименование дисперсионных резонаторов. Простейший дисперсионный резонатор образуется при введении в обычный резонатор призмы (рис. 10.5).

Для уменьшения потерь при внесении призмы обычно стремятся к тому, чтобы излучение падало на призму под углом Брюстера. Дисперсия призмы обычно недостаточна для получения высокой степени монохроматичности и тонкой перестройки частоты излучения. Поэтому широкое распространение нашли более сложные дисперсионные резонаторы (рис. 10.6). В таких резонаторах эталон Фабри–Перо позволяет выделить одну продольную моду, решётка подавляет генерацию на нежелательных максимумах пропускания эталона. Телескоп служит для расширения пучка, исходящего из активной среды, что необходимо для эффективной работы как эталона, так и решётки.

Дисперсионные резонаторы, подобные показанному на рис. 10.6, позволили получить одномодовое по поперечному и продольному индексам излучение, частота которого перестраивается в широком диапазоне.

Для перестраиваемых лазеров, да и не только для них, а в равной мере и в интегральной оптике, а также при создании малогабаритных лазеров, относительно широкое распространение получили резонаторы на основе распределённой обратной связи, так называемые РОС резонаторы. Соответствующие лазеры иногда именуются РОС-лазерами. Осуществляется распределённая обратная связь путём организации пространственной модуляции оптических параметров рабочего вещества в направлении распространения генерируемого излучения с периодом, примерно равным половине длины волны этого излучения в среде. Механизмом обратной связи является брэгговское рассеяние на, условно говоря, штрихах решётки, возникающей при пространственной модуляции  $\chi'$  или  $\chi''$  среды. Не рассматривая модовую структуру поля в таком распределённом резонаторе, качественно картину установления поля в нём можно пояснить следующим образом.

Волна, распространяющаяся, скажем, слева направо, по мере прохождения среды испытывает последовательно отражения от штрихов решётки и ослабевает. Но при этом возникают дифрагированные волны, распространяющиеся в обратном направлении — справа налево. Исходная в нашем представлении волна потому и затухает, что перекачивается в противоположно распространяющуюся волну, нарастающую при синфазном сложении. Суммарное поле в РОС-резонаторе есть суперпозиция этих двух волн.

Распределённая обратная связь спектрально селективна по своей природе. Длина волны настройки РОС-резонатора даётся условием Брэгга для рассеяния назад и определяется шагом решётки. Известны методы создания как объёмных решёток, так и рельефных решёток на поверхности тонкого слоя (планарного волновода) активного вещества. Эти методы могут быть как стационарными, так и динамическими.

В радиодиапазоне РОС-резонаторам рассмотренного типа эквивалентны антенны типа волновой канал или многштыревые замедляющие системы мазеров бегущей волны.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДЕСЯТОЙ

**10.1.** Нарисуйте ход лучей при двух-трёх полных проходах светом резонатора на рис. 10.2.

**10.2.** Пользуясь результатом предыдущей задачи, определите минимальный размер вогнутого зеркала, если диаметр трубки лазера на парах меди равен 2 см.

**10.3.** Рассчитайте неустойчивый телескопический резонатор для лазера на парах меди, если диаметр трубки 2 см, длина резонатора выбрана равной 1 м, после двух проходов в резонаторе остаётся  $1/16$  мощности.

**10.4.** Определите, хорошо ли подавляются высшие моды в резонаторе, характеристики которого приведены в задаче 10.3.

**10.5.** Для  $\text{CO}_2$ -лазера ( $\lambda = 10,6$  мкм) рассчитайте неустойчивый телескопический резонатор, если длина резонатора выбрана равной 3 м,  $N_{F\text{экв}}$  необходимо сделать равным 5,5, коэффициент связи с пространством  $A = 0,2$ .

**10.6.** Для лазера, характеристики которого приведены в предыдущей задаче, определите диаметр трубки.

## Лекция одиннадцатая. СИНХРОНИЗАЦИЯ МОД

*Генерация излучения в нескольких продольных модах. Нерегулярный характер спектра генерации. Затягивание мод. Синхронизация мод. Длительность и период следования импульсов при синхронизации мод. Активная и пассивная синхронизация. Самосинхронизация. Модуляция добротности. Провал Лэмба*

В предыдущих лекциях мы установили возможность генерации оптических излучений и рассмотрели свойства необходимых для этого открытых резонаторов. Модовая структура поля в резонаторах опре-

деляет модовый состав генерируемого излучения. Наличие многих мод в лазерном излучении приводит к существованию целого ряда интересных эффектов.

Если поперечные моды подавлены, а генерация нескольких продольных мод возможна, то при неоднородном уширении генерационного перехода  $\Delta\nu_{\text{л}}$ , превышающем расстояние между модами  $\Delta\nu_q$ :

$$\Delta\nu_{\text{л}} > \Delta\nu_q, \quad (11.1)$$

возникает генерация на нескольких частотах, отстоящих друг от друга приблизительно на частоту

$$\Delta\nu_q = c/2l, \quad (11.2)$$

называемую частотой межмодовых биений. Генерация происходит вблизи частоты, соответствующей центральной частоте линии генерационного перехода  $\nu_{\text{л}}$ , примерно равной частоте  $q$ -й продольной моды  $\nu_q$ :

$$\nu_{\text{л}} \approx \nu_q = qc/2l, \quad q = 2l/\lambda \gg 1. \quad (11.3)$$

Количество генерируемых мод определяется отношением  $\Delta\nu_{\text{л}}/\Delta\nu_q$ . При этом предполагается, конечно, что условия самовозбуждения выполнены для всей неоднородно уширенной линии  $\Delta\nu_{\text{л}}$ . Так как неоднородное уширение соответствует испусканию (поглощению) излучения в различных спектральных интервалах различными частицами, то при многомодовой генерации условия самовозбуждения независимо выполняются для нескольких (примерно  $\Delta\nu_{\text{л}}/\Delta\nu_q$ ) независимых генераторов, помещённых, однако, в общий резонатор. Следовательно, суммарный спектр генерации соответствует хаотическому сложению излучений нескольких генераторов и имеет нерегулярный характер. Результирующее поле на выходе лазера может быть представлено в виде

$$E(t) = \sum_{q_0-N/2}^{q_0+N/2} A_q \sin[2\pi(\nu_{\text{л}} + q\Delta\nu_q)t + \varphi_q], \quad (11.4)$$

где  $N \approx \Delta\nu_{\text{л}}/\Delta\nu_q$ ,  $q_0 = 2l/\lambda_0$  — номер продольной моды, соответствующей центру линии.

Фаза каждого из  $N$  независимых генераторов  $\varphi_q$  никаким регулярным образом не связана с фазой какого-либо иного из этих генераторов, что и приводит к хаотическому спектральному распределению. Следует, однако, иметь в виду, что монохроматичность излучения остаётся достаточно высокой и в этом случае, так как частоты генерации отдельных спектральных компонент не выходят за пределы  $\Delta\nu_{\text{л}}$ . Рассмотрим неоднородное уширение, обусловленное эффектом Доплера.

В соответствии с формулой (2.30) в видимой области спектра  $\Delta\nu_{\text{л}} \approx \approx 1000 - 1500$  МГц. При характерной для газовых лазеров длине  $l = 1$  м  $\Delta\nu_q = 150$  МГц. Следовательно,  $N$  достигает значения 5–10. Именно такое количество независимых генераторов работает одновременно, если не приняты меры либо по их синхронизации, либо по подавлению генерации всех генераторов, кроме одного выделенного.

Итак, многомодовость резонатора приводит при достаточно широкой линии усиления к эффекту нескольких практически эквидистантных частот генерации, соответствующих нескольким независимым генераторам. Второй важный эффект состоит в том, что частоты генерации не точно эквидистантны, не точно отстоят друг от друга на  $c/2l$ , а слегка сдвинуты к центру линии. При выводе формулы (6.33) для частоты генерации обсуждались фазовые условия самовозбуждения, т. е. условия баланса фаз при самовозбуждении. Резонансная линия усиления (поглощения) вносит в резонатор лазера свои дисперсионные свойства. При широкой линии, накрывающей несколько мод, это проявляется следующим образом.

Для мод с частотами, меньшими центральной, аномальная (резонансная) материальная дисперсия уменьшает показатель преломления вещества, оптическая длина падает и, следовательно, резонансные частоты соответствующих мод растут, т. е. сдвигаются к центру линии. С другой стороны, для мод с частотами, большими центральной, аномальная материальная дисперсия увеличивает показатель преломления, оптическая длина растёт, резонансные частоты соответствующих мод падают, т. е. сдвигаются к центру линии. Другими словами, для фиксированного значения  $q$  при наличии дополнительного изменения показателя преломления  $\delta n$  условие целого числа полуволн приобретает вид  $l(n + \delta n) = q(\lambda + \delta\lambda)/2$ , что приводит к соответствующему изменению частоты моды:  $\delta\nu/\nu = -\delta\lambda/\lambda$ .

Эффект определяется видом кривой аномальной дисперсии при инверсии населённостей и увеличивается по мере удаления от центра линии. Так как зависимость  $n = n(\nu)$  при возбуждении активной среды, особенно для неоднородно уширенных линий, может быть очень сложной, то могут наблюдаться эффекты расщепления частоты мод, их затягивания к центру линии, отталкивания от центра линии и т. д., приводящие, как правило, к нарушению эквидистантности частот генерации отдельных продольных мод. Эффекты эти невелики, например, для гелий-неонового лазера соответствующие сдвиги частот составляют 20–200 кГц. Существуют, однако, ситуации, в которых эффект затягивания частоты мод должен приниматься во внимание.

Итак, мы видим, что при многомодовой генерации выходное излучение во времени меняется нерегулярным образом, так как не только фазы генерирующих мод случайны, но и генерация в них не возникает одновременно и не происходит с примерно одинаковыми амплитудами.

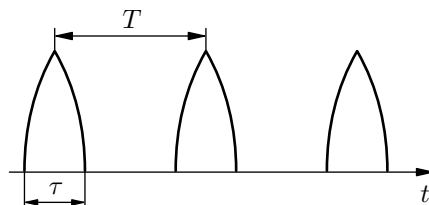


Рис. 11.1. Периодическая последовательность видеоимпульсов

Если, однако, вынудить моды генерировать одновременно с примерно одинаковыми амплитудами и с определённым образом жёстко связанными фазами, то произойдёт интересное явление.

Из фурье-анализа известно, что периодическая последовательность одинаковых импульсов, повторяющихся с фиксированным периодом  $T$  (рис. 11.1), может быть представлена рядом дискретных гармонических колебаний:

$$F(t) = \frac{F_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ F_m \cos \left( 2\pi \frac{mt}{T} \right) + F'_m \sin \left( 2\pi \frac{mt}{T} \right) \right]. \quad (11.5)$$

Спектральное разложение (11.5) соответствует примыкающему к нулю частот эквидистантному спектру с частотным интервалом между соседними компонентами, равным частоте следования импульсов. Как хорошо известно, общая ширина спектрального разложения  $F(t)$  обратно пропорциональна длительности одного из импульсов периодической последовательности  $\tau$ . В записи (11.5) ширина спектра определяется значением  $m$ , для которого спектральные амплитуды  $F_m$  или  $F'_m$  ещё не слишком малы.

Функция  $F(t)$  описывает последовательность, так называемых видеоимпульсов. Эти импульсы, следуя с периодом  $T$  и обладая длительностью  $\tau \ll T$ , могут быть огибающей некоторого высокочастотного процесса, несущая частота которого  $\nu \gg 1/\tau$  (рис. 11.2).

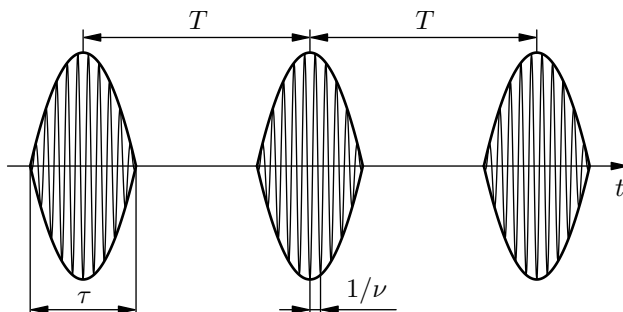


Рис. 11.2. Импульсная огибающая высокочастотного процесса

Такой высокочастотный импульсно-периодический процесс может быть записан, например, в виде

$$E(t) = AF(t) \cos 2\pi\nu t + BF(t) \sin 2\pi\nu t, \quad (11.6)$$

где  $A$  и  $B$  — произвольные постоянные. Из (11.6) и (11.5) следует, что частотный спектр процесса  $E(t)$  состоит из эквидистантной последовательности спектральных компонент с интервалом между соседними компонентами (равным частоте следования импульсов  $1/T$ ), которая расположена вокруг частоты  $\nu$ . Число компонент (или, что то же самое, суммарная ширина спектра) обратно пропорционально длительности одного импульса  $\tau$ .

Таким образом, периодической последовательности коротких импульсов высокочастотных колебаний соответствует сложение большого числа спектрально эквидистантных монохроматических колебаний с жёсткими фазовыми соотношениями между ними.

Спектр продольных мод открытого резонатора весьма близок, как мы видели, к эквидистантному. Поэтому лазеры, в линию усиления активного вещества которых попадает много продольных мод, могут генерировать излучение в виде последовательности коротких импульсов. Для достижения этого необходимо обеспечить одновременное участие в процессе генерации большого числа мод, строгую эквидистантность спектра частот генерируемых мод и жёсткую синхронизацию их фаз. Получаемый при этом режим генерации называется режимом синхронизации мод.

Этот режим может быть достигнут периодической модуляцией параметров резонатора лазера. При этом должно модулироваться генерируемое излучение и, следовательно, в его спектре должны возникать дополнительные компоненты, отстроенные от несущей на частоты, кратные частоте модуляции. Если частота модуляции равна частоте межмодовых биений (межмодовому интервалу) (11.2), то боковые частоты спектра каждой из мод совпадут с частотами соседних мод и будут играть друг для друга роль вынуждающей силы. Так как каждая из генерирующих мод, взятая сама по себе, является независимой автоколебательной системой, то под действием вынуждающей силы с частотой, близкой к частоте её собственных колебаний, происходит её принудительная синхронизация. Так как синхронизация автоколебательных систем характеризуется некоторой конечной полосой захвата, то небольшое отличие спектра мод от эквидистантного, например из-за эффекта затягивания, роли не играет. Синхронизация принудительно делает моды строго эквидистантными. Общее число синхронизованных мод определяется шириной линии усиления, потерями в резонаторе и его дисперсионными свойствами, неэквидистантностью его мод, глубиной и видом модуляции и т. д.

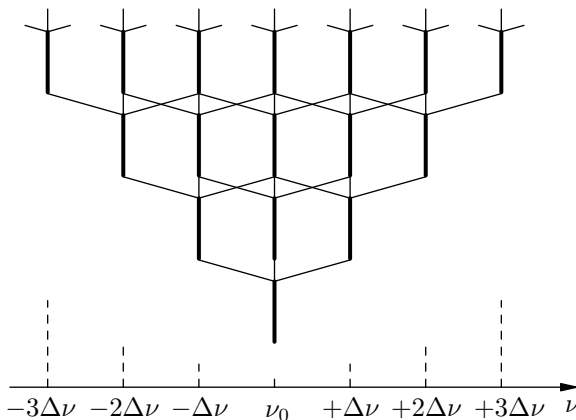


Рис. 11.3. Схема развития синхронизации мод при амплитудной модуляции с частотой межмодовых биений  $\Delta\nu$

В простейшем случае амплитудной модуляции можно представить наглядную картину развития синхронизации мод, приведённую на рис. 11.3 и условно показывающую расщепление спектра каждой из мод на компоненты и их последовательный взаимный захват.

Условием жесткой синхронизации является сохранение постоянства разности фаз между синхронизованными колебаниями.

Пусть разность фаз соседних мод равна  $\Delta\varphi_q$ , разность частот  $\Delta\omega_q$ , частота центральной моды  $\omega_q \approx \omega_{\text{л}}$ , а фаза равна нулю. Амплитуды колебаний во всех модах одинаковы и равны  $E_0$ . Тогда результирующее поле  $2n + 1$  жёстко синхронизованных мод даётся суммой

$$E(t) = \sum_{k=-n}^n E_0 \exp\left\{i[(\omega_{\text{л}} + k\Delta\omega_q)t + k\Delta\varphi_q]\right\}. \quad (11.7)$$

Суммирование (11.7) легко выполняется с помощью тождества

$$\sum_{-n}^n e^{ik\alpha} = 1 + 2 \sum_1^n \cos k\alpha$$

и знания суммы

$$\sum_{k=0}^n \cos k\alpha = \frac{\cos \frac{n\alpha}{2} \sin \frac{(n+1)\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

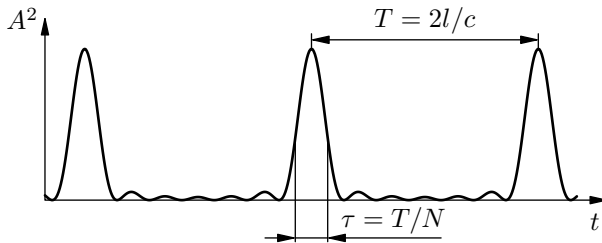


Рис. 11.4. Огибающая интенсивности в случае синхронизации семи мод

В результате несложных преобразований получаем, что

$$E(t) = E_0 \frac{\sin \left[ \frac{2n+1}{2} (\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q) \right]}{\sin \frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2}} e^{i\omega_n t}. \quad (11.8)$$

Следовательно, суммарное поле, возникающее в результате интерференции  $2n+1 = N$  синхронизованных колебаний, представляет собой периодически модулированное по амплитуде колебание с несущей частотой  $\omega_n$ , равной частоте центральной моды (частоте центра линии усиления), и огибающей

$$A(t) = E_0 \frac{\sin \left[ \frac{N}{2} (\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q) \right]}{\sin \frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2}}. \quad (11.9)$$

На рис. 11.4 показана огибающая интенсивность  $A^2(t)$  для случая синхронизации семи мод ( $N = 7$ ).

Выражение (11.9) позволяет сделать ряд важных выводов. Прежде всего видно, что пиковые значения огибающей составляют  $NE_0$ , что приводит, как это обычно бывает при интерференции, к  $N$ -кратному увеличению пиковой интенсивности по сравнению с некогерентным сложением интенсивностей  $N$  независимых колебаний. Период следования импульсов максимальной интенсивности определяется моментами обращения в нуль знаменателя в (11.9) и составляет

$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega_q} = \frac{1}{\Delta\nu_q} = \frac{2l}{c}, \quad (11.10)$$

т. е. совпадает с периодом межмодовых биений или, иначе говоря, равен времени полного обхода резонатора излучением. Это означает, что последовательность импульсов, возникающую при синхронизации мод,

можно представить как один импульс, распространяющийся в резонаторе между зеркалами попеременно в прямом и обратном направлениях.

Длительность одного импульса в последовательности или, как говорят иначе, одного пичка из цуга импульсов синхронизованных мод (определяемая как интервал времени, в течение которого излучается практически вся энергия, соответствующая одному полному обходу резонатора излучением) дается периодом обращения в нуль числителя в (11.9) и составляет

$$\tau = \frac{1}{N\Delta\nu_q} = \frac{T}{N}. \quad (11.11)$$

Так как число синхронизируемых мод не может превышать общее число мод, помещающихся на ширине линии усиления  $\Delta\nu_{\text{л}}$  ( $N \lesssim \Delta\nu_{\text{л}}/\Delta\nu_q$ ), то минимальная длительность импульса ограничена обратной шириной линии усиления:  $\tau \geq 1/\Delta\nu_{\text{л}}$ . Это утверждение является очевидным следствием теоремы Фурье. Характерные длительности таких ультракоротких импульсов лазерного излучения составляют 1 нс для типичных газовых лазеров и 1 пс для лазеров твердотельных.

Соотношения (11.10) и (11.11) являются основными в описании явления синхронизации мод. Существует большое многообразие методов синхронизации. Суть каждого из них сводится к периодической модуляции параметров резонатора, с тем чтобы получить спектральные компоненты излучения, сдвинутые по частоте на межмодовый интервал  $\Delta\nu_q$ . Синхронизацию мод в случае внешней принудительной модуляции параметров резонатора называют обычно активной синхронизацией. При этом находят применение различные способы амплитудной и фазовой модуляции, модуляции длины резонатора и коэффициента усиления активной среды. В случаях, когда синхронизация осуществляется с помощью насыщающихся поглотителей (просветляющихся фильтров), помещенных в резонатор лазера, она называется пассивной.

Пассивная синхронизация, теория которой довольно сложна, качественно может быть рассмотрена двумя эквивалентными способами. Пусть внутри резонатора лазера помещено поглощающее вещество с двумя уровнями энергии и резонансной частотой, равной частоте лазерного излучения. Пусть его линия поглощения однородно уширена и характеризуется сечением поглощения  $\sigma$  и временем релаксации  $\tau_{\text{рел}}$ . Если начальное поглощение внесенного в резонатор фильтра не слишком велико, генерация осуществляется. Поле лазерного излучения вызывает насыщение поглощения фильтра. При генерации на нескольких модах насыщенное поглощение фильтра определяется суммарным полем излучения и в соответствии с формулами (3.29) и (3.30), дающими нелинейную (квадратичную) зависимость поглощения от поля, содержит члены, изменяющиеся с частотой межмодовых биений, если только период этих биений превышает время релаксации ( $T > \tau_{\text{рел}}$ ). Следо-

вательно, пропускание фильтра модулируется на частоте межмодовых биений, что и приводит к синхронизации мод.

Второе возможное рассмотрение пассивной синхронизации мод основывается на представлении цуга импульсов, следующих с периодом  $T$ , как одного и того же короткого по сравнению с  $T$  импульса, многократно пробегающего расстояние между зеркалами резонатора в прямом и обратном направлениях. Пусть просветляющийся фильтр расположен около одного из зеркал. Случайно возникший и еще не ставший предельно коротким импульс излучения, достигнув поглощающей среды, просветляет ее за счет поглощения энергии, содержащейся в передней части импульса. Укороченный таким образом импульс проходит через просветлённый поглотитель, отражается и распространяется в обратном направлении. Если  $T > \tau_{\text{рел}}$ , то при втором подходе к поглотителю импульс взаимодействует снова с уже ненасыщенным фильтром, снова несколько укорачивается и т. д. Следует иметь в виду также усиление импульса при каждом проходе между актами укорочения в поглотителе. Изложенный процесс последовательного укорочения продолжается в идеальной ситуации до тех пор, пока значение  $\tau$  не начнёт ограничиваться величиной  $1/\Delta\nu$ .

Таким образом, просветляющийся фильтр при синхронизации мод работает как амплитудный модулятор, автоматически настраивающий частоту модуляции на период межмодовых биений.

Отметим, что случайностный характер процесса установления пассивной синхронизации мод легко обнаруживается при экспериментальной реализации этого метода.

В случаях, когда пассивная синхронизация осуществляется не с помощью специально введённых в резонатор лазера насыщающихся поглотителей или каких-либо иных нелинейных сред, а вызывается нелинейными свойствами активной среды лазера, для её описания применяется термин «самосинхронизация». По сути дела, различие между самосинхронизацией и пассивной синхронизацией носит условный характер.

В заключение отметим возможность синхронизации поперечных мод, приводящей к периодическому пространственному сканированию в телесном угле, соответствующем направлениям излучения синхронизируемых поперечных мод. Сканирование происходит с частотой межмодовых биений, сканирующий луч имеет угловой размер, соответствующий ширине одной моды.

К методике синхронизации продольных мод близко примыкает техника так называемой модуляции (включения) добротности, приводящая к генерации так называемых гигантских импульсов. По существу, отличаясь от синхронизации мод и будучи близкой к ней только некоторыми техническими приемами, методика модуляции добротности возникла как способ управления поведением во времени импульсной ге-

нерации твердотельных лазеров, о которых мы будем более подробно говорить позднее. Суть дела здесь сводится к следующему. Пусть свойства активной среды лазера таковы, что в ней реализуется накачка со скоростью  $\Lambda$ . Тогда лазер, по идее, способен излучать непрерывно мощность  $P_{\text{нп}} = h\nu\Lambda$ . За время жизни верхнего лазерного уровня  $\tau_{\text{ж}}$  этой мощности соответствует энергия  $W = h\nu\Lambda\tau_{\text{ж}} = P_{\text{нп}}\tau_{\text{ж}}$ .

Допустим теперь, что накачка осуществляется, а условия для генерации отсутствуют, так как зеркала резонатора каким-то образом выведены из рассмотрения, например перекрыты поглощающим фильтром. Тогда энергия накачки, накапливаясь на верхнем лазерном уровне, не излучается, т. е. этот уровень не опустошается радиационно. Однако ввиду конечности времени жизни уровня  $\tau_{\text{ж}}$  на нём не может быть накоплена энергия, бо́льшая  $W$ . Пусть теперь быстро, практически мгновенно, введены зеркала резонатора, скажем, путём исключения перекрывающих зеркала поглощающих заслонок. Это означает, что произойдёт быстрое включение добротности резонатора. Если к моменту включения добротности за счёт накопления энергии условия самовозбуждения будущего лазера хорошо перевыполняются, вся эта энергия излучается в одном гигантском импульсе. При длительности импульса излучения  $\tau_{\text{имп}}$  оценка пиковой мощности даёт значение

$$P_{\text{имп}} = \frac{W}{2\tau_{\text{имп}}} = \frac{P_{\text{нп}}\tau_{\text{ж}}}{2\tau_{\text{имп}}}. \quad (11.12)$$

За время импульса верхний уровень опустошается. Рис. 11.5 показывает последовательность событий, происходящих при резком включении добротности резонатора в момент  $t_0$ .

Применение метода включаемой добротности целесообразно тогда, когда время жизни верхнего лазерного уровня  $\tau_{\text{ж}}$  велико. Именно тогда получают гигантские импульсы излучения.

Прежде чем провести более тщательный, хотя и приближённый, анализ рассматриваемого метода, отметим, что распространённые у нас термины «модулированная добротность», «импульс модулирован-

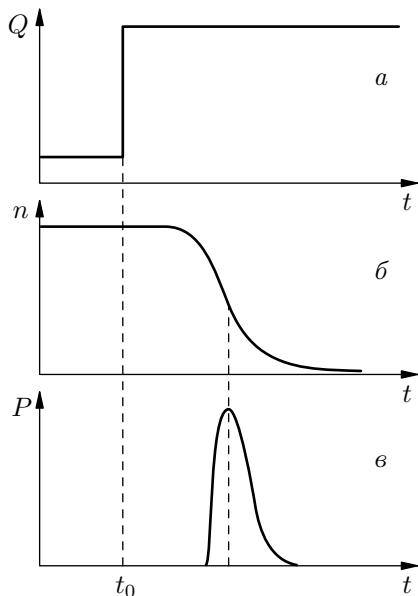


Рис. 11.5. Изменение инверсии (б) и мощности (в) после резкого включения добротности резонатора (а)

ной добротности», «режим модулированной добротности» возникли при первых реализациях метода включения добротности путём её периодической модуляции, например вращением одного из зеркал резонатора.

Рассмотрим теперь лазер в режиме включаемой добротности, считая, что включение происходит мгновенно, и пренебрегая релаксацией населённостей и действием накачки за время гигантского импульса.

Пусть при включённой добротности время жизни фотона в резонаторе составляет  $\tau_\Phi$ . Напомним, что согласно (7.17) это время жизни простым соотношением  $Q = \omega\tau_\Phi$  связано с добротностью резонатора. Так как  $1/\tau_\Phi$  даёт значение скорости ухода фотонов из резонатора, то скоростное уравнение для числа фотонов  $\Phi$  может быть записано в виде

$$\frac{d\Phi}{dt} = \left( \alpha c - \frac{1}{\tau_\Phi} \right) \Phi, \quad (11.13)$$

где  $c$  — скорость света, а  $\alpha$  — коэффициент усиления активной среды. Вводя обозначение  $\alpha_{\text{пор}} = 1/c\tau_\Phi$  для порогового значения коэффициента усиления и вспоминая, что усиление пропорционально инверсии  $n$ , мы можем переписать уравнение (11.13) в виде

$$\frac{d\Phi}{dt} = \left( \frac{n}{n_{\text{пор}}} - 1 \right) \frac{\Phi}{\tau_\Phi}. \quad (11.14)$$

Здесь  $n/n_{\text{пор}} = \alpha/\alpha_{\text{пор}}$ ,  $\Phi n/n_{\text{пор}}\tau_\Phi$  даёт скорость нарастания числа фотонов в резонаторе,  $\Phi/\tau_\Phi$  — скорость убывания числа фотонов в резонаторе. Нарастание превалирует над убыванием при  $n > n_{\text{пор}}$ . Так как каждый акт испускания одного фотона уменьшает инверсию на две единицы, то скорость убывания инверсии пропорциональна скорости нарастания числа фотонов, а коэффициент пропорциональности равен 2:

$$\frac{dn}{dt} = -2 \frac{n\Phi}{n_{\text{пор}}\tau_\Phi}. \quad (11.15)$$

Совместное решение нелинейных уравнений (11.14) и (11.15) легко осуществимо численно. Однако некоторые качественные выводы можно сделать на основе доступных аналитических решений. Разделив (11.14) на (11.15), мы получаем уравнение

$$\frac{d\Phi}{dn} = \frac{1}{2} \left( \frac{n_{\text{пор}}}{n} - 1 \right), \quad (11.16)$$

решение которого известно:

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{1}{2} \left[ n_{\text{пор}} \ln \frac{n}{n_0} - (n - n_0) \right], \quad (11.17)$$

где  $\Phi_0$  и  $n_0$  — число фотонов и инверсия соответственно в начальный момент времени, т. е. в момент мгновенного включения добротности. Естественно считать, что  $\Phi_0 \ll \Phi$ ; тогда

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[ n_{\text{пор}} \ln \frac{n}{n_0} - (n - n_0) \right], \quad (11.18)$$

Далее. Мы не знаем решения (11.14), т. е. не знаем  $\Phi(t)$ . Однако очевидно, что при  $t \gg \tau_{\text{ф}}$  число фотонов  $\Phi \rightarrow 0$ . Инверсия при этом в нуль не обращается, а достигает некоторого установившегося конечного значения  $n_{\text{к}}$ , которое может быть найдено при  $\Phi = 0$  из (11.18) решением трансцендентного уравнения

$$\frac{n_{\text{к}}}{n_0} = \exp \left( \frac{n_{\text{к}} - n_0}{n_{\text{пор}}} \right). \quad (11.19)$$

Уравнение (11.19) можно использовать, в частности, для определения полезно используемой доли запасённой в инверсии энергии:

$$\eta = \frac{n_0 - n_{\text{к}}}{n_0} = 1 - \frac{n_{\text{к}}}{n_0} = 1 - \exp \left( \frac{n_{\text{к}} - n_0}{n_{\text{пор}}} \right). \quad (11.20)$$

Из (11.20) виден тот интуитивно ясный вывод, что при большом превышении начальной инверсии над пороговой ( $n_0/n_{\text{пор}} \rightarrow \infty$ ) вся запасённая в инверсии энергия используется для генерации излучения:  $\eta \rightarrow 1$ .

Мощность излучения лазера очевидным соотношением

$$P = \frac{\Phi h\nu}{\tau_{\text{ф}}} \quad (11.21)$$

связана с числом фотонов в резонаторе лазера  $\Phi$  и временем жизни фотона  $\tau_{\text{ф}}$ . Из (11.21) и (11.18) получаем

$$P = \frac{h\nu}{2\tau_{\text{ф}}} \left[ n_{\text{пор}} \ln \frac{n}{n_0} - (n - n_0) \right], \quad (11.22)$$

где инверсия  $n$  зависит от времени:  $n = n(t)$ . Если бы мы знали функцию  $n(t)$ , то (11.22) дало бы нам форму импульса излучения. Численные решения уравнений (11.14) и (11.15) показывают, что при больших превышениях начальной инверсии над пороговой ( $n_0 \gg n_{\text{пор}}$ ) время нарастания (передний фронт) импульса оказывается меньшим времени жизни фотона в резонаторе  $\tau_{\text{ф}}$ , а время спадания (хвостовая часть) импульса оказывается величиной порядка  $\tau_{\text{ф}}$ .

Пиковую мощность гигантского импульса (импульса включаемой или модулированной добротности) можно определить с помощью

(11.22). Из условия  $dP/dn = 0$  следует, что максимальное значение мощности излучения в течение генерации гигантского импульса (11.22) достигается, когда  $n = n_{\text{пор}}$ . При этом

$$P_{\text{max}} = \frac{h\nu}{2\tau_{\text{ф}}} \left[ n_{\text{пор}} \ln \frac{n_{\text{пор}}}{n_0} - (n_{\text{пор}} - n_0) \right], \quad (11.23)$$

что при большом превышении начальной инверсии над пороговой даёт

$$P_{\text{max}} \approx n_0 \frac{h\nu}{2\tau_{\text{ф}}}. \quad (11.24)$$

Так как начальная инверсия  $n_0$  имеет смысл произведения скорости накачки верхнего лазерного уровня на время его жизни ( $n_0 = \Lambda\tau_{\text{ж}}$ ), то видно, что оценка (11.12), по существу, совпадает с несколько более строго полученной формулой (11.24), правда, в предположении, что длительность гигантского импульса примерно равна времени жизни фотона в резонаторе.

Для осуществления режима включаемой добротности используются оптико-механические и электрооптические затворы, а также затворы на основе просветляющихся фильтров. В последнем случае сечение резонансного поглощения вещества фильтра должно быть много больше сечения резонансного усиления активного вещества:  $\sigma_{\text{фил}} \gg \sigma_{\text{ус}}$ . В противном случае практически вся накопленная веществом энергия будет расходоваться на стационарное просветление фильтра. Кроме того, для обеспечения быстроты включения добротности время релаксации фильтра должно быть много короче времени жизни инверсии:  $\tau_{\text{фил}} \ll \tau_{\text{ж}}$  (см. лекцию третью).

В заключение этой лекции обсудим кратко интересный эффект, обусловленный доплеровским уширением линии усиления и наиболее отчётливо проявившийся в одномодовых газовых лазерах. Как мы знаем, излучение взаимодействует только с частицами, находящимися в резонансе с электромагнитной волной, т. е. с частицами, находящимися в пределах однородно уширенной спектральной линии. Поэтому при доплеровском, т. е. неоднородном, уширении доля частиц, взаимодействующих с полем, определяется отношением однородной ширины к доплеровской ширине (см. лекцию вторую). Другими словами, с плоской бегущей волной  $E \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$  взаимодействуют только частицы, имеющие резонансную частоту  $\omega = \omega_0 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$  и попадающие внутрь спектрального интервала с однородной шириной  $\Delta\omega$ :

$$|\omega_0 - \omega + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}| \lesssim \Delta\omega/2. \quad (11.25)$$

Здесь  $\mathbf{k}$  — волновой вектор, а  $\mathbf{v}$  — скорость частицы.

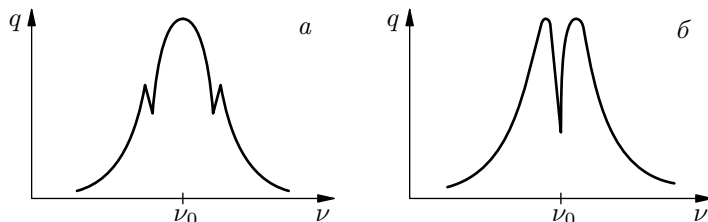


Рис. 11.6. Провалы, выжигаемые в контуре доплеровски уширенной линии усиления:  $a - \nu \neq \nu_0$ ,  $b - \nu = \nu_0$

Преимущественное возбуждение частиц, имеющих определённую скорость движения, приводит к заметному в случае сильного поля изменению их распределения по скоростям. В распределении скоростей частиц на нижнем уровне появляется провал, а на верхнем уровне — соответствующий ему пик. Эти особенности в распределении возникают для скоростей частиц, определяемых частотой поля в соответствии со смыслом эффекта Доплера соотношением

$$v = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} c. \quad (11.26)$$

Глубина провала и высота пика определяются насыщением соответствующего перехода, а их ширина равна однородной ширине с учётом уширения сильным полем.

Во многих газовых лазерах однородная ширина линии усиления много меньше доплеровской. Сильная световая волна, вызывающая насыщение усиления, а это, как мы знаем, тот нелинейный эффект, который определяет работу лазера-генератора, выжигает в доплеровском контуре линии усиления провал на частоте поля (провал Беннета). Стоячая световая волна, существующая внутри резонатора лазера, является суперпозицией двух волн одинаковой частоты, бегущих навстречу друг другу. Каждая из этих волн выжигает свой провал. Если одна из бегущих волн выжигает провал для частиц со скоростями (11.26), то бегущая ей навстречу волна той же частоты воздействует на частицы со скоростями

$$v = -\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} c. \quad (11.27)$$

Таким образом, в распределении по скоростям образуются два провала, расположенные симметрично. Им соответствуют два симметричных провала в доплеровском контуре линии (рис. 11.6). При настройке лазера на центр доплеровского контура оба провала совпадают. Это приводит к резкому резонансному падению мощности генерации в центре доплеровской линии усиления. Явление это получило наименование провала Лэмба и используется для стабилизации частоты лазерного излучения.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ОДИННАДЦАТОЙ

**11.1.** Можно ли осуществить режим синхронизации мод в случае истинно однородного контура линии?

**11.2.** Нарисуйте примерный вид спектра усиления для слабого сигнала активной среды лазера, работающего в режиме синхронизации мод.

**11.3.** Считая, что  $\eta \approx 1$  [см. (11.20)], оцените длительность гигантского импульса.

**11.4.** На рис. 11.6 изображены контуры доплеровски уширенной линии, как их «видит» лазерное излучение. Как будут выглядеть эти контуры для слабого сигнала, распространяющегося перпендикулярно к оси резонатора?

**11.5.** Оцените длительность импульса в режиме синхронизации мод He–Ne-лазера с доплеровской шириной 1500 МГц при длине резонатора 1 м.

**11.6.** Из формулы (11.24) следует, что при уменьшении  $\tau_{\text{ф}}$  выходная мощность стремится к бесконечности. В чём здесь дело?

**11.7.** Используя заданную длительность гигантского импульса 10 нс, оцените добротность (в высокодобротной фазе) лазера, генерирующего в видимой области, и минимальную ширину линии усиления для генерации подобного импульса.

**11.8.** Насколько изменится частота повторения импульсов лазера, работающего в режиме пассивной синхронизации мод, если пластинку насыщающегося поглотителя поставить не вплотную к зеркалу, а посередине резонатора? На расстоянии  $l/3$  от зеркала?

## Лекция двенадцатая. ИСТОРИЯ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

*История возникновения квантовой электроники. Квантовая природа света, индуцированное излучение, бозоны. Эйнштейн, Дирак. Первый мазер, радио и оптика. Радиоспектроскопия. Таунс, Прохоров, Басов. Метод трёх уровней. Предложение открытого резонатора. Первые лазеры. Место квантовой электроники в оптике. Основные формулы квантовой электроники*

Предыдущее изложение показало, что основные задачи квантовой электроники сводятся к созданию активной среды и обеспечению необходимой обратной связи в соответствующем резонаторе. Активная среда и резонатор являются принципиально важными элементами большинства устройств квантовой электроники, по существу, именно они создают лазерный генератор. При этом наиболее общим, совершенно необходимым является требование создания инверсии населённостей. Поэтому главным при создании лазеров и мазеров является получение инверсии населённостей. В дальнейшем изложении будет показано, как это конкретизируется в тех или иных лазерных системах. При этом целесообразно ввиду быстрого прогресса квантовой электроники ограничиться рассмотрением её наиболее характерных методов.

Вместе с тем проведённое выше изложение начал квантовой электроники уместно завершить рассмотрением истории развития идей, лежащих в её основе.

Основу квантовой электроники составляют три фундаментальных положения. Первое — энергия электромагнитного излучения состоит из дискретных порций энергии, называемых световыми квантами или фотонами. Эта дискретность проявляется прежде всего при взаимодействии излучения с веществом, когда фотоны поглощаются или излучаются. Второе — излучение фотонов при достаточно высокой интенсивности определяется эффектом их индуцированного испускания. При этом кванты индуцирующего и индуцируемого излучений тождественны, а вероятность испускания пропорциональна интенсивности излучения. Третье — кванты электромагнитного излучения подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна. Поэтому число квантов, которые могут приходиться на один осциллятор поля, неограниченно. При заполнении одного осциллятора поля (одной моды) большим числом неразличимых квантов формируется классическая когерентная электромагнитная волна.

Эти положения были сформулированы А. Эйнштейном, заложившим тем самым физическую основу квантовой электроники. В 1905 г., за 50 лет до создания квантовой электроники, Эйнштейн, исходя из статистического анализа флуктуации энергии равновесного излучения, пришёл к гипотезе световых квантов, которая была им тут же применена к рассмотрению фотоэффекта. Объяснение красной границы фотоэффекта позволило считать установленной квантовую природу электромагнитного излучения. В 1916 г. А. Эйнштейн осуществил вывод формулы Планка в соответствии с хорошо известными к тому времени постулатами Бора. Это сыграло важную роль в понимании природы равновесного излучения квантовых, т. е. обладающих дискретными уровнями энергии, систем. Для нас, однако, этот вывод замечателен прежде всего тем, что при этом было введено понятие индуцированного испускания излучения, постулировано его существование и из весьма общих термодинамических соображений определены его свойства. Вкратце уже знакомые нам выводы Эйнштейна могут быть сформулированы следующим образом.

Индуцированное испускание излучения постулируется как эффект, вероятность осуществления единичного акта которого пропорциональна плотности энергии излучения, воздействующего на испускающую излучение частицу. При этом частота испущенного излучения в точности равна частоте воздействующего излучения, а пространственная направленность индуцированного излучения совпадает с направленностью индуцирующего излучения. Процессы индуцированного испускания и индуцированного поглощения излучения с точностью до кратности вырождения соответствующих уровней энергии равновероятны. Несколь-

ко позднее Эйнштейн привлёк к рассмотрению поляризацию излучения и, опять-таки из термодинамических соображений, очень близко подошёл к формулировке положения о полной тождественности квантов вынужденного и вынуждающего излучений.

Таким образом, квантовая природа электромагнитного излучения и квантование уровней энергии микрочастиц приводят к существованию процесса, принципиально необходимого для генерации тождественных друг другу квантов.

К 1924 г. Ш. Бозе и А. Эйнштейн, развивая метод вывода формулы Планка, основанный на последовательном применении гипотезы световых квантов, создали обобщённое термодинамическое описание системы частиц с симметричными волновыми функциями, так называемую статистику Бозе–Эйнштейна. Фундаментальное свойство одинаковых частиц, подчиняющихся этой статистике, заключается в их неразличимости. Этой статистике подчиняются кванты электромагнитного излучения — бозоны. Поэтому, как уже неоднократно подчёркивалось, кванты индуцированного излучения, обладающие одинаковыми частотами, поляризациями, направлениями распространения, фазами, нельзя отличить друг от друга. Состояние всего поля излучения определяется числом квантов, приходящихся на один осциллятор поля. Это число может быть неограниченно большим. Бозонность фотонов позволяет переходить к квантовой электронике от корпускулярного представления к волновому, для которого характерен принцип суперпозиции колебаний, в том числе когерентных.

Последовательная квантовая теория излучения и поглощения света была сформулирована П. А. М. Дираком в 1927 г. Дирак обосновал статистические законы излучения Эйнштейна и, вычислив вероятность испускания излучения, нашёл связь между феноменологическими коэффициентами Эйнштейна и характеристиками излучающего атома. Важнейший результат квантовой теории излучения Дирака состоит в строгом обосновании существования индуцированного излучения, постулированного Эйнштейном, и его когерентности, интуитивно угаданной Эйнштейном.

Итак, к 1927 г. было полностью завершено создание фундаментальных физических предпосылок к возникновению квантовой электроники. Однако только в конце 1954–начале 1955 гг. были даны непосредственные теоретические основы квантовой электроники и создан её первый прибор — молекулярный генератор или пучковый аммиачный лазер.

Квантовая электроника возникла, когда квантовая система с инверсией населённостей была помещена в объёмный резонатор. Это произошло в конце 1954 г. одновременно под руководством А. М. Прохорова — в лаборатории колебаний ФИАН СССР в Москве и под руководством

Ч. Таунса — в лаборатории излучений физического факультета Колумбийского университета в Нью-Йорке.

Большой разрыв во времени между моментами создания предпосылок к возникновению квантовой электроники и её действительным возникновением свидетельствует о том, что физическая идея индуцированного излучения не могла быть сразу и непосредственно использована для создания источников излучения нового типа.

Не случайным является также и то обстоятельство, что квантовая электроника возникла в радиодиапазоне. В молекулярном генераторе на волне 1,25 см впервые в чистом виде непосредственно наблюдалось индуцированное излучение, причём в режиме генератора автоколебаний с положительной обратной связью.

Дело в том, что для наблюдения индуцированного излучения нужно иметь возбуждённые атомы и, кроме того, необходимо, чтобы вероятность индуцированного излучения была больше вероятности спонтанного излучения. В экспериментальных условиях классической оптической спектроскопии эти требования не выполнялись.

Немонохроматичность оптических излучений, подавление индуцированного излучения спонтанным и, что немаловажно, отсутствие в руках учёных, работавших в оптике, целого ряда методов и концепций, хорошо развитых в электронике радиодиапазона, послужили причиной того, что лазеры не появились раньше мазеров, хотя возможность создания лазеров существовала ещё лет 50 назад.

Надо сказать, что к 1940 г. тот факт, что система возбуждённых атомов способна усиливать световое излучение, был понят учёными, работавшими в оптике, к числу которых относится прежде всего В. А. Фабрикант. Но никто в то время не указал на возможность создания на этой основе оптического генератора. В оптике такое предложение было тогда невозможно, несмотря на то, что и А. Эйнштейн, и П. А. М. Дирак, формулируя свои положения об индуцированном излучении, имели в виду оптику.

В первой половине XX века радио и оптика развивались разными путями. В оптике развивались квантовые представления, в радио — волновые. В это время единство радио и оптики постоянно подчёркивалось с волновой точки зрения. Волновые представления, заимствованные из оптики, обогащали радио и наоборот.

Общность радио и оптики, обусловленная общностью квантовой природы электромагнитного излучения, долгое время не проявлялась. Так было до тех пор, пока не возникла радиоспектроскопия — отрасль спектроскопии, изучающая спектры молекул, атомов, ионов, попадающие в СВЧ диапазон. Бурное развитие радиоспектроскопии началось после второй мировой войны. Это было обусловлено интенсивным развитием техники сантиметровых волн, обеспечивавшей потребности радиолокации. В то время были созданы надёжные источники моно-

хроматического СВЧ излучения, разработаны волноводные методы канализации СВЧ энергии и объёмные резонаторы СВЧ высокой добротности, созданы чувствительные приемники — всё это с самого начала дало радиоспектроскопии ряд преимуществ по сравнению с обычной спектроскопией.

Радиоспектроскопия отнюдь не является лишь областью количественного расширения спектральных исследований в более низкочастотный диапазон. Принципиальным отличием радиоспектроскопии от оптической спектроскопии того времени явилась монохроматичность применяемых излучений. Кроме того, в радиодиапазоне спонтанное излучение существенно (около  $\nu^3$ ) слабее, а возбуждённые уровни сильно населены, что прямо вводило в рассмотрение индуцированное излучение.

Всё это привело к тому, что радиоспектроскопия стала базой работ по квантовой электронике и радиоспектроскописты заложили основы квантовой электроники.

В СССР работы по радиоспектроскопии были начаты А. М. Прохоровым в лаборатории колебаний ФИАН.

Наряду с решением чисто спектроскопических задач исследования шли также и в направлении использования СВЧ спектров для создания стандартов частоты и времени. Именно на этом пути была создана квантовая электроника.

Действительно, точность работы стандарта частоты, опирающегося на стабильность частоты некоторой спектральной линии поглощения, зависит от ширины этой линии. Чем уже линия, тем выше точность привязки стабилизируемой частоты к номинальному значению частоты линии поглощения. При малых давлениях для молекулярных газов в радиодиапазоне характерно доплеровское уширение. Поэтому самые узкие линии наблюдаются у молекулярных пучков, не обладающих разбросом скоростей. Но интенсивность линий поглощения молекулярного пучка мала, так как в хорошо сколлапсированном пучке мало частиц и мала разность между числом возбуждённых и невозбуждённых молекул.

На этом этапе работы возникла идея о том, что, изменяя искусственно соотношение между числом возбуждённых и невозбуждённых молекул, можно существенно повысить чувствительность. Если отсортировать молекулы и формировать пучок из одних лишь возбуждённых молекул, то поглощение меняет знак и становится излучением. Молекулярный пучок становится средой с отрицательными потерями. Специалистам по теории колебаний было ясно, что если такой пучок сочетать с резонансным контуром, то возможно создание генератора монохроматических колебаний. К этому времени в теории колебаний была тщательно разработана теория генераторов монохроматических колебаний — автоколебательных систем с положительной обратной связью, а

в СВЧ радиодиапазоне были хорошо отработаны объёмные резонаторы, прекрасно подходящие для работы с пучками.

Важнейшим шагом явился синтез всех этих возможностей, который был сделан, когда пучок молекул с инверсией населённостей был пропущен через объёмный резонатор. Так был создан первый мазер — Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым в СССР, Дж. Гордоном, Ч. Таунсом и Г. Цайгером в США. Как известно, Нобелевская премия по физике в 1964 г. была присуждена Ч. Таунсу, А. М. Прохорову и Н. Г. Басову за основополагающие работы по квантовой электронике, которые привели к созданию мазеров и лазеров.

Следующий важный шаг был сделан, когда в 1955 г. Н. Г. Басов и А. М. Прохоров предложили активный метод радиационного создания инверсии, так называемый трёхуровневый метод накачки, нашедший в дальнейшем широкое распространение и которому будет уделено большое внимание в последующих лекциях. В 1956 г. Н. Бломберген (США) предложил применять трёхуровневый метод для создания мазеров-усилителей на парамагнитных кристаллах, чем существенно расширил область интересов квантовой электроники.

Успехи квантовой электроники радиодиапазона поставили вопрос о продвижении в сторону более коротких волн. Это был естественный для радиоинженеров и радиофизиков вопрос.

По мере продвижения ко всё более коротким волнам всё возрастающую трудность представлял вопрос о резонаторах, без которых работа генераторов монохроматического излучения немыслима.

Здесь существенным этапом явилось предложение А. М. Прохорова (1958 г.) о применении так называемых открытых резонаторов. Мы уже знаем, что, в сущности, открытый резонатор — это интерферометр Фабри – Перо, но именно радиотехнический подход позволил А. М. Прохорову использовать его как резонатор.

Первым достижением квантовой электроники в оптике явилось создание в конце 1960 г. оптических генераторов монохроматических колебаний — первых лазеров — Т. Мейманом на рубине и Али Джаваном на смеси газов неона и гелия. На этом завершилась предыстория квантовой электроники. С этого началась история бурного развития квантовой электроники.

Современная квантовая электроника охватывает колоссальную область; но, возникнув в электронике СВЧ, наиболее существенные преобразования она внесла в оптику. Дело в том, что, хотя принцип действия мазеров и лазеров один и тот же, разница между ними существенна. В радиодиапазоне создание мазеров означало появление устройств, новых по принципу действия, но обладающих обычными для классической электроники свойствами. Несомненно, мазеры резко улучшили параметры радиоустройств. Чувствительность усилителей выросла на два-три порядка, стабильность частоты генераторов возросла на три-

четыре порядка. Значение этих достижений квантовой электроники радиодиапазона очень велико, но, в принципе, это — количественное изменение известных качественных свойств, так как и до появления квантовой электроники существовали в электронике когерентные радиоусилители и радиогенераторы монохроматических колебаний.

Другое дело оптика. В оптике, в противоположность обычной электронике, все источники света по своей природе являются квантовыми. Заметим, кстати, что именно поэтому исключительно неудачным является относительно часто употребляемый термин «оптический квантовый генератор» (ОКГ). Само представление о квантах возникло при анализе свойств оптических излучений. Но до появления квантовой электроники все оптические источники света излучали немонохроматические, некогерентные колебания. В оптике отсутствовали когерентные усилители и монохроматические генераторы электромагнитных колебаний. Только лазеры в отличие от обычных источников света излучают световые волны высокой пространственной направленности, спектральной монохроматичности и временной когерентности. Поэтому появление лазеров дало оптике неведомую ранее возможность концентрировать энергию излучения в пространстве, во времени, в спектральном интервале. Именно это подняло оптику на качественно новый уровень, для которого характерно развитие применений в областях, традиционно неоптических. Эти новые области применений стали возможны только в силу того, что в современной оптике для генерации света методами квантовой электроники непосредственно используется эффект индуцированного испускания излучения — главное в квантовой электронике.

Подчеркнём ещё раз, что квантовая электроника определяет новые возможности оптики, но не пересматривает её фундаментальные положения. Более того, квантовая электроника основана на фундаментальных положениях оптики XX века, её появление, становление и дальнейшее развитие укрепили эти положения и расширили область их реального применения.

По существу, квантовая электроника является сейчас не замкнутой наукой конкретного предметного содержания, а методом создания либо средств концентрированного интенсивного воздействия монохроматическим излучением на вещество, либо средств передачи большого объёма информации с помощью монохроматического излучения. Именно поэтому квантовая электроника не исчерпывается только лазерами. Вместе с тем разработка лазеров, их совершенствование, освоение новых диапазонов длин волн составляет предметную основу квантовой электроники.

В процессе создания лазерного излучения энергия теряется. КПД большинства лазеров мал. Свойства лазерного излучения, являющиеся прямым следствием свойств индуцированного излучения, обуслов-

ливают возможность применений, с лихвой компенсирующих потери энергии.

К настоящему времени лазеры работают в невероятно широком диапазоне — от волн субмиллиметрового до волн УФ излучения, в непрерывном и импульсном режимах. Существует огромное разнообразие различных типов лазеров, чему, естественно, соответствует многообразие активных сред лазеров и физических явлений, применяемых для их возбуждения.

Сколько-нибудь подробное описание или даже простое перечисление всех известных лазеров в рамках лекций по курсу основ квантовой электроники нецелесообразно. В последующих лекциях будут рассмотрены наиболее типичные из лазеров и наиболее характерные из методов создания инверсии. Подчеркнём ещё раз, что общим для всех методов создания инверсии является необходимость затраты энергии на создание в рабочем веществе лазера такого термодинамически неравновесного состояния, при котором индуцированное излучение преобладает над поглощением.

\* \* \*

В заключение приведём для удобства справок основные формулы по первой части книги.

Вероятность индуцированных переходов:

$$W_{12}^{\text{инд}} = B_{12}\rho\nu, \quad (1.2)$$

$$W_{21}^{\text{инд}} = B_{21}\rho\nu. \quad (1.3)$$

Вероятность спонтанного перехода:

$$W_{21}^{\text{спонт}} = A_{21}. \quad (1.6)$$

Связь коэффициентов Эйнштейна:

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}, \quad (1.10)$$

$$A_{21} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu B_{21}. \quad (1.11)$$

Естественная ширина линии:

$$\Delta\nu_0 = A_{21}/2\pi. \quad (2.2)$$

Столкновительная ширина линии:

$$\Delta\nu_{\text{ст}} = 1/2\pi\tau_{\text{ст}}. \quad (2.31)$$

Лоренцева форма линии шириной  $\Delta\nu_{\text{л}}$ :

$$q(\nu) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\nu_{\text{л}}}{(\nu - \nu_0)^2 + \Delta\nu_{\text{л}}^2/4}. \quad (2.7)$$

Вероятность индуцированного перехода для монохроматического излучения с объёмной плотностью энергии  $\rho$  при однородном уширении:

$$W_{21} = \frac{2B_{21}\rho}{\pi\Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (2.20)$$

Гауссова форма линии при доплеровском уширении:

$$q(\nu) = \frac{1}{\Delta\nu_T \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{\Delta\nu_T^2}\right). \quad (2.26)$$

Доплеровская ширина линии:

$$\Delta\nu_{\text{д}} = \Delta\nu_T \cdot 2\sqrt{\ln 2} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2}. \quad (2.28)$$

Условие инверсии:

$$n_2/g_2 > n_1/g_1. \quad (3.2)$$

Условие насыщения:

$$n_2/g_2 - n_1/g_1 = 0. \quad (3.15)$$

Коэффициент усиления (поглощения):

$$\alpha = \left(\frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1}\right) \frac{2g_1 B_{12} h\nu}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}}, \quad (3.5)$$

$$\alpha = n\sigma. \quad (3.13)$$

Сечение усиления (поглощения):

$$\sigma = \frac{g_2}{g_1} \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{2\pi\Delta\nu_{\text{л}}\tau_0} = h\nu \frac{2B_{12}}{\pi c \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (3.14)$$

Интенсивность насыщения в непрерывном режиме:

$$I_S = h\nu/2\sigma\tau. \quad (3.28)$$

Насыщение усиления при однородном уширении и в непрерывном режиме:

$$z = \frac{z_0}{1 + (g_1 + g_2)I/2g_2 I_S}. \quad (3.30)$$

Плотность энергии насыщения в импульсном режиме:

$$F_S = I_S \tau = h\nu/2\sigma. \quad (3.43)$$

Сильное насыщение усиления при однородном уширении и в импульсном режиме:

$$z = z_0 \exp \left( -\frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F_{\text{имп}}}{F_S} \right). \quad (3.45)$$

Связь коэффициента Эйнштейна  $B_{12}$  и матричного элемента оператора взаимодействия  $\langle \mu \rangle$ :

$$B_{12} = \frac{8\pi}{3} \frac{\langle \mu \rangle^2}{\hbar^2}. \quad (4.25)$$

Частота Раби:

$$\Omega_R = \left\langle \frac{\mu E}{\hbar} \right\rangle. \quad (4.49)$$

Полоса пропускания усилителя бегущей волны:

$$\Delta\nu = \Delta\nu_{\text{л}} \sqrt{\frac{\ln 2}{\ln G_0 + \ln L - \ln 2}}. \quad (5.5)$$

Минимальная спектральная плотность входных шумов усилителя бегущей волны в пересчёте на одну моду:

$$P_{\text{вх}}^{\text{эфф}} = h\nu. \quad (5.16)$$

Максимальная интенсивность на выходе усилителя бегущей волны в непрерывном режиме:

$$I_{\text{max}} = \frac{\alpha_0}{\beta} I_S. \quad (5.26)$$

Максимальная плотность энергии на выходе усилителя бегущей волны в импульсном режиме:

$$F_{\text{max}} = \frac{\alpha_0}{\beta} F_S. \quad (5.30)$$

Добротность открытого резонатора:

$$Q = \frac{2\pi l}{\lambda} \frac{1}{1 - R}. \quad (6.2)$$

Коэффициент усиления проходного резонаторного усилителя:

$$G = \frac{(1 - R)^2 K}{1 - 2RK \cos(4\pi l/\lambda) + R^2 K^2}. \quad (6.7)$$

Условие самовозбуждения:

$$RK = 1. \quad (6.9)$$

Частота генерации в одной моде:

$$\omega = \frac{\omega_p \Delta\omega_l / \ln K + \omega_l \Delta\omega_p}{\Delta\omega_l / \ln K + \Delta\omega_p}. \quad (6.33)$$

Предельная интенсивность на выходе генератора в непрерывном режиме:

$$I_{\text{вых}}^{\text{max}} = \frac{\alpha_0}{\beta} I_S. \quad (6.44)$$

Максимальная выходная интенсивность генератора умеренной длины:

$$I_{\text{вых}}^{\text{max}} = \alpha_0 l \left(1 - \sqrt{\beta/\alpha_0}\right)^2 I_S. \quad (6.46)$$

Оптимальная прозрачность выходного зеркала:

$$T_{\text{опт}} = 2\alpha_0 l \left(\sqrt{\beta/\alpha_0} - \beta/\alpha_0\right). \quad (6.47)$$

Максимальная мощность, излучаемая единичным объёмом в непрерывном режиме при скорости создания инверсии  $\Lambda$  [ $\text{с}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$ ]:

$$P_1 = \Lambda h\nu. \quad (6.57)$$

Максимальная энергия импульсного излучения единичного объёма при накоплении инверсии  $N$  [ $\text{см}^{-3}$ ]:

$$E_{\text{изл}} = Nh\nu/2. \quad (6.58)$$

Число Френеля:

$$N_F = a^2/\lambda l. \quad (7.12)$$

Связь добротности моды со временем жизни фотона в моде:

$$Q = \omega\tau. \quad (7.17)$$

Условие конфокальности:

$$2l = R_1 + R_2.$$

Собственные частоты конфокального резонатора для моды  $\text{TEM}_{mnq}$ :

$$4l/\lambda = 2q + 1 + m + n. \quad (8.3)$$

Поперечное распределение поля основной моды  $\text{TEM}_{00q}$  конфокального резонатора:

$$S(x, y) = \exp\left[-(x^2 + y^2)/2w^2\right]. \quad (8.1)$$

Ширина распределения интенсивности моды  $\text{TEM}_{00q}$ :

$$w^2 = w_0^2 + (z/kw_0)^2. \quad (8.4)$$

Радиус перетяжки:

$$w_0 = \sqrt{l/2k}. \quad (8.5)$$

Радиус пятна на зеркале:

$$w = w_0 \sqrt{2}.$$

Радиус кривизны волнового фронта гауссова пучка:

$$R = z + (kw_0^2)^2/z. \quad (8.17)$$

Угловая расходимость гауссова пучка:

$$\theta = w/z = 1/kw_0, \quad \Omega = \lambda/l. \quad (8.11)$$

Фокусировка гауссова пучка:

$$v_0 = w_0 F/z. \quad (8.16)$$

$$x = -F. \quad (8.17)$$

Условия фокусировки гауссова пучка:

$$z \gg l/2, \quad z \gg F > D. \quad (8.19)$$

Границы области устойчивости открытых резонаторов, образованных двумя сферическими зеркалами ( $g_1 = 1 - l/R_1$ ,  $g_2 = 1 - l/R_2$ ):

$$g_1 g_2 = 1, \quad (8.20)$$

$$g_1 g_2 = 0. \quad (8.21)$$

Расстояние между зеркалами телескопического неустойчивого резонатора (условие конфокальности):

$$2l = R_1 - R_2.$$

Коэффициент увеличения в телескопическом неустойчивом резонаторе:

$$M = R_1/R_2. \quad (10.17)$$

Потери на излучение за один проход в телескопическом резонаторе:

$$A = (R_1^2 - R_2^2)/R_1^2. \quad (10.18)$$

Частота межмодовых биений продольных мод:

$$\Delta\nu_q = c/2l. \quad (10.21)$$

Огибающая поля световой волны при синхронизации  $N$  продольных мод с одинаковой амплитудой  $E_0$ :

$$A(t) = E_0 \frac{\sin \left[ \frac{N}{2} (\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q) \right]}{\sin \frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2}}. \quad (11.9)$$

Период следования импульсов синхронизованных мод:

$$T = 1/\Delta\nu_q = 2l/c. \quad (11.10)$$

Длительность одного импульса при синхронизации  $N$  мод:

$$\tau = T/N. \quad (11.11)$$

Пиковая мощность гигантского импульса при большом превышении начальной инверсии над пороговой и мгновенном включении добротности:

$$P_{\max} = n_0 \frac{h\nu}{2\tau_{\Phi}}. \quad (11.24)$$

### *Лекция тринадцатая. ГАЗОВЫЕ ЛАЗЕРЫ.* **ГЕЛИЙ-НЕОНОВЫЙ ЛАЗЕР**

*Особенности газообразной активной среды. Основные методы возбуждения. Электрический разряд, газодинамика, химическое возбуждение, фотодиссоциация, оптическая накачка. Резонансная передача энергии возбуждения при столкновениях. Гелий-неоновый лазер. Схема уровней. Передача энергии возбуждения. Конкуренция линий излучения на волнах 3,39 и 0,63 мкм. Параметры разряда, параметры лазера*

Рассмотрение методов создания инверсии мы будем проводить на примерах лазеров, представляющих наибольший интерес.

Начнём с газовых лазеров. Газообразность их активной среды приводит к ряду замечательных следствий. Прежде всего, только газовые среды могут быть прозрачными в широком спектральном интервале от вакуумной УФ области спектра до волн далёкого ИК, по существу СВЧ, диапазона. В результате газовые лазеры работают в громадном диапазоне длин волн, соответствующем изменению частоты более чем на три порядка.

Далее. По сравнению с твёрдыми телами и жидкостями газы обладают существенно меньшей плотностью и более высокой однородностью. Поэтому световой луч в газе в меньшей степени искажается и рассеивается. Это позволяет легче достигать дифракционного предела расходимости лазерного излучения.

При малой плотности для газов характерно доплеровское уширение спектральных линий, величина которого мала по сравнению с шириной линии люминесценции в конденсированных средах. Это позволяет легче достигать высокой монохроматичности излучения газовых лазеров. В результате в излучении газовых лазеров наиболее отчётливо проявляются характерные свойства лазерного излучения — высокая монохроматичность и направленность.

Составляющие газ частицы взаимодействуют друг с другом в процессе газокинетических столкновений. Это взаимодействие относительно

но слабо; поэтому оно практически не влияет на расположение уровней энергии частиц и выражается только в уширении соответствующих спектральных линий. При низких давлениях столкновительное уширение мало и не превышает доплеровскую ширину. Вместе с тем увеличение давления приводит к росту столкновительной ширины (см. лекцию вторую), и мы получаем возможность управлять шириной линии усиления активной среды лазера, существующую только в случае газовых лазеров.

Как мы знаем, для выполнения условий самовозбуждения усиление в активной среде за один проход резонатора лазера должно превышать потери. В газах отсутствие нерезонансных потерь энергии непосредственно в активной среде облегчает выполнение этого условия. Технически трудно изготовить зеркала с потерями, заметно меньшими 1%. Следовательно, усиление за один проход должно превышать 1%. Относительная лёгкость выполнения такого требования в газах, например путём увеличения длины активной среды, объясняет наличие большого количества газовых лазеров в широком диапазоне длин волн. Вместе с тем малая плотность газов препятствует получению такой высокой плотности возбуждённых частиц, которая характерна для твёрдых тел. Поэтому удельный энергосъём у газовых лазеров существенно ниже, чем у лазеров на конденсированных средах.

Специфика газов проявляется и в многообразии различных физических процессов, применяемых для создания инверсии населённостей. К их числу относятся возбуждение при столкновениях в электрическом разряде, возбуждение в газодинамических процессах, химическое возбуждение, фотодиссоциация, оптическая накачка (главным образом лазерным излучением), электронно-лучевое возбуждение.

В подавляющем большинстве газовых лазеров инверсия населённостей создаётся в электрическом разряде. Такие газовые лазеры называются газоразрядными. Газоразрядный метод создания активной среды является наиболее общим методом получения инверсии в газовых лазерах, так как электроны разряда легко возбуждают частицы газа, переводя их в процессах неупругих столкновений на более высокие уровни энергии. Обычно наблюдаемое свечение газового разряда (газосветные лампы) объясняется спонтанными переходами с этих уровней энергии вниз. Если скорости процессов распада возбуждаемых состояний благоприятны накоплению частиц на каком-то верхнем уровне энергии и опустошению какого-то нижнего уровня энергии, то между этими уровнями создаётся инверсия населённостей. Легко возбуждая газ в широком интервале энергий, электроны газового разряда создают инверсию населённостей уровней энергии нейтральных атомов, молекул, ионов.

Газоразрядный метод применим для возбуждения лазеров как непрерывного, так и импульсного режимов работы. Импульсное возбуждение используется большей частью в случае неблагоприятной

для непрерывного режима динамики установления населённости на верхнем и нижнем уровнях энергии, а также для того, чтобы получать высокую мощность излучения, недостижимую в непрерывном режиме.

Электрический разряд в газе может быть самостоятельным и несамостоятельным. В последнем случае проводимость газа обеспечивается внешним ионизирующим агентом, а процесс возбуждения осуществляется независимо от условий пробоя газа при оптимальном значении напряжённости электрического поля в разрядном промежутке. В газовой среде, ионизованной независимо внешним воздействием, это поле и вызванный им ток определяют энергию возбуждения (энерговклад), вводимую в разряд.

Характерной особенностью газов является возможность создания таких потоков газовых масс, в которых резко меняются термодинамические параметры газа. Так, если предварительно сильно нагретый газ внезапно расширяется, например при протекании со сверхзвуковой скоростью через некоторое сопло, то температура газа резко падает. Этой новой, существенно более низкой температуре соответствует новое равновесное распределение населённости по уровням энергии частиц газа. При внезапном снижении температуры газа на какое-то время нарушается равновесность этого распределения. Тогда, если релаксация к новому термодинамическому равновесию для нижнего уровня идёт быстрее, чем для верхнего, газодинамическое истечение сопровождается инверсией населённости, существующей в некоторой протяжённой области вниз по течению газа. Размер этой области определяется скоростью газодинамического потока и временем релаксации инверсной населённости в нём.

Таков газодинамический метод получения инверсии, в котором тепловая энергия нагретого газа непосредственно преобразуется в энергию монохроматического электромагнитного излучения. Важной характеристикой этого метода является возможность организации газодинамических потоков больших масс активного вещества и тем самым получения высокой выходной мощности [см. (6.57)].

При химическом возбуждении инверсия населённости создаётся в результате химических реакций, при которых образуются возбуждённые атомы, молекулы, радикалы. Газовая среда удобна для химического возбуждения тем, что реагенты легко и быстро перемешиваются и легко транспортируются. В газофазных химических реакциях неравновесное распределение химической энергии среди продуктов реакции проявляется наиболее сильно и сохраняется наиболее долго. Химические лазеры интересны тем, что в них происходит прямое преобразование химической энергии в энергию электромагнитного излучения. Привлечение цепных реакций приводит к тому, что падает относительная доля энергозатрат на инициирование реакций, обеспечивающих получение инверсии. В результате потребление электроэнергии во время ра-

боты химического лазера может быть очень малым, что также является большим достоинством химического метода создания инверсии. Добавим к этому, что удаление продуктов реакции, т. е. работа в газовом потоке, может обеспечить непрерывный характер работы химических лазеров. Возможно также сочетание химического и газодинамического методов возбуждения.

К химическим лазерам примыкают лазеры, инверсия населённостей в которых достигается с помощью реакций фотодиссоциации. Как правило, это — быстропротекающие реакции, инициируемые интенсивной импульсной световой вспышкой или взрывом. В результате диссоциации возникают возбуждённые атомы или радикалы. Взрывной характер реакции обуславливает импульсный режим работы таких лазеров. В силу того что при соответствующем инициировании фотодиссоциация может охватывать одновременно большой объём исходного газа, импульсная мощность и энергия излучения при фотодиссоциационном методе создания инверсии могут достигать значительных величин.

Своеобразный характер в случае газовых активных сред приобретает такой общий метод создания инверсии, как оптическая накачка. В силу малой плотности газов их резонансные линии поглощения узки. Поэтому оптическая накачка может быть эффективна, если источник накачки достаточно монохроматичен. Обычно используются лазерные источники. Специфика газов в случае оптической накачки проявляется ещё и в том, что в силу их малой плотности глубина проникновения излучения накачки в газ может быть большой и тепловыделение при поглощении излучения — малым. Как правило, резонансная оптическая накачка газовых сред практически не приводит к нарушению их оптической однородности.

При электронно-лучевом возбуждении газовых сред происходит ионизация газа электронами высокой энергии (0,3–3 МэВ). При этом энергия быстрых электронов первичного пучка, общее число которых относительно невелико, каскадным образом преобразуется в энергию большого числа медленных электронов. Возбуждение верхних лазерных уровней осуществляется именно этими электронами низкой энергии (от единиц до десятков электронвольт). Так как длина пробега электронов большой энергии в газах достаточно велика, то электронно-лучевой способ возбуждения очень удобен для создания активной среды больших объёмов при больших давлениях газов, причём газов любого состава.

Электронно-лучевое возбуждение является гибким и вместе с тем мощным методом, применимым практически всегда. Большое достоинство этого метода состоит также в возможности его сочетания с другими методами создания активной среды газовых лазеров.

Прежде чем перейти к конкретному рассмотрению того, как все эти методы создания инверсии реализуются в тех или иных представля-

ющих наибольший интерес газовых лазерных системах, целесообразно отметить два обстоятельства общего характера.

Во-первых, достижение инверсии в газовой среде сильно облегчается относительной медленностью релаксационных процессов в газах. Как правило, соответствующие константы скорости хорошо известны или могут быть сравнительно легко изучены экспериментально. В коротковолновой области и для хорошо разрешённых переходов процессом, препятствующим получению и удержанию инверсии, является спонтанный распад верхнего уровня (см. лекцию вторую). Радиационные времена жизни атомов, молекул, ионов также либо хорошо известны, либо могут быть относительно хорошо известны. Значения этих времён, известные для свободных частиц, справедливы для газов.

Во-вторых, для газов характерна передача энергии возбуждения от частиц одного сорта частицам другого сорта при неупругих столкновениях между ними. Такая передача тем более эффективна, чем более точно совпадают уровни энергии сталкивающихся частиц. Дело в том, что всегда существующее различие в значениях энергии тех состояний, обмен населённостями которых происходит при столкновении, приводит к тому, что передача возбуждения сопровождается выделением (или поглощением) кинетической энергии  $E_{\text{кин}}$ :

$$N^* + n \xrightleftharpoons{K} N + n^* + E_{\text{кин}}. \quad (13.1)$$

Здесь  $N$  — плотность частиц доноров энергии возбуждения,  $n$  — плотность акцепторов, звездочка обозначает возбуждение соответствующей частицы. Символ  $K$ , стоящий над стрелочками в уравнении (13.1), обозначает константу скорости этой реакции. Кинетическая энергия может быть получена из резервуара тепловой энергии поступательного движения частиц газа (или передана в этот резервуар). Для того чтобы такой процесс был эффективным, передаваемая в резервуар (получаемая из резервуара) в одном столкновении энергия не должна превышать среднюю энергию теплового движения одной частицы  $kT$ . Другими словами, дефицит энергии рассматриваемых состояний должен быть мал:

$$|E_{N^*} - E_{n^*}| \ll kT. \quad (13.2)$$

В этом случае происходит так называемая резонансная (квазирезонансная) передача энергии возбуждения.

В общих чертах процесс передачи энергии (13.1) описывается скоростным уравнением вида

$$\frac{dn^*}{dt} = -\frac{n^*}{\tau} + K(N^*n - n^*N), \quad (13.3)$$

где  $\tau$  — некоторое эффективное время релаксации, а константа скорости передачи энергии возбуждения, как обычно,

$$K = \langle \sigma v \rangle. \quad (13.4)$$

Здесь  $v$  — скорость сталкивающихся частиц, а сечение процесса передачи  $\sigma$  приближается к газокинетическому сечению  $\sigma_{\text{гк}}$  ( $\sigma \rightarrow \sigma_{\text{гк}}$ ) при выполнении условия (13.2). В правой части уравнения (13.3) учтён обратный процесс  $N + n^* \rightarrow N^* + n$ . Предполагая для  $N$ ,  $N^*$ ,  $n$  и  $n^*$  выполнение закона сохранения числа частиц:

$$n + n^* = n_0, \quad N + N^* = N_0, \quad (13.5)$$

из (13.3) легко получить, что в стационарных условиях

$$n^* = \frac{KN^*}{1/\tau + KN_0} n_0. \quad (13.6)$$

При условии

$$KN_0 \gg 1/\tau \quad (13.7)$$

достигается уровень возбуждения акцепторов, максимально возможный при заданном уровне возбуждения доноров.

Итак, процесс столкновительной передачи энергии возбуждения от частиц одного сорта частицам другого сорта, характерный для газовых сред, эффективен при выполнении условия (13.2). Этот процесс эффективен в создании активной среды лазера на основе частиц типа  $n$  путём возбуждения частиц типа  $N$  при выполнении условия (13.7).

Передача энергии возбуждения существенно расширяет возможности создания газовых лазеров, позволяя разделить в активной среде функции накопления энергии возбуждения и последующего излучения на желаемой длине волны. Процесс происходит в два этапа. Сначала тем или иным способом возбуждаются частицы вспомогательного газа — носителя избыточной энергии и выступающего донором энергии возбуждения. Затем в процессах неупругих столкновений энергия передается от газа — носителя частицам рабочего газа — акцептора энергии возбуждения, населяя таким образом их верхний лазерный уровень. Верхний уровень энергии вспомогательного газа должен обладать большим собственным временем жизни, чтобы хорошо накапливать энергию. Схематически рассматриваемый процесс показан на рис. 13.1.

Рассматриваемый метод нашёл широкое применение, так как практически при всех методах возбуждения (электроразрядном, газодинамическом, химическом и т. д.) часто оказывается гораздо более выгодным непосредственно вкладывать энергию возбуждения не в те частицы, излучение которых желательно, а в те, которые легко поглощают

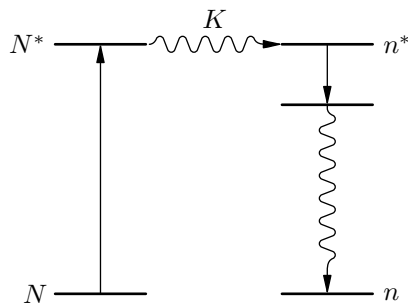


Рис. 13.1. Передача энергии возбуждения по схеме  $N^* + n \xrightarrow{K} N + n^*$ : прямая стрелка вверх — возбуждение частиц  $N$ , прямая стрелка вниз — излучение частицами  $n^*$ , волнистая стрелка вниз — релаксация нижнего лазерного уровня частиц  $n$ . Показано отсутствие собственной релаксации частиц  $N^*$ .

эту энергию, сами её не излучают и охотно отдают своё возбуждение нужным частицам.

Перейдём теперь к непосредственному рассмотрению ряда газовых лазеров. Начнём с атомарных газовых систем, ярким представителем которых является гелий-неоновый лазер. Хорошо известно, что этот лазер был, в сущности, первым. Исходные расчёты и предложения относились к газовым лазерам главным образом вследствие уже обсуждавшейся нами большей степени понимания схем уровней энергии и условий возбуждения в газовой среде. Всё же первым был создан рубиновый лазер в силу того, что этот монокристалл был тщательно изучен в радиоспектроскопии ЭПР и широко использовался в квантовой электронике СВЧ для создания парамагнитных квантовых усилителей (парамагнитных мазеров). Вскоре, в конце того же 1960 г., А. Джаван, У. Беннет и Д. Харриот создали гелий-неоновый лазер на волне 1,15 мкм. Наибольший интерес к газовым лазерам сформировался после открытия генерации гелий-неонового лазера на красной линии 632,8 нм практически в тех же условиях, что и в первом запуске на волне 1,15 мкм. Это прежде всего стимулировало интерес к лазерным применениям. Лазерный луч стал инструментом.

Технические усовершенствования привели к тому, что гелий-неоновый лазер перестал быть чудом лабораторной техники и экспериментального искусства и превратился в надёжное устройство. Этот лазер хорошо известен, он оправдывает свою известность и заслуживает внимания.

В гелий-неоновом лазере рабочим веществом являются нейтральные атомы неона. Возбуждение осуществляется электрическим разрядом. Упрощённая и вместе с тем в каком-то смысле обобщённая схема уровней неона приведена в правой части рис. 13.2. В электрическом разряде при столкновениях с электронами возбуждаются уровни  $E_3$ ,  $E_4$  и  $E_5$ . Уровни  $E_4$  и  $E_5$  метастабильны, а уровень  $E_3$  по сравнению с ними

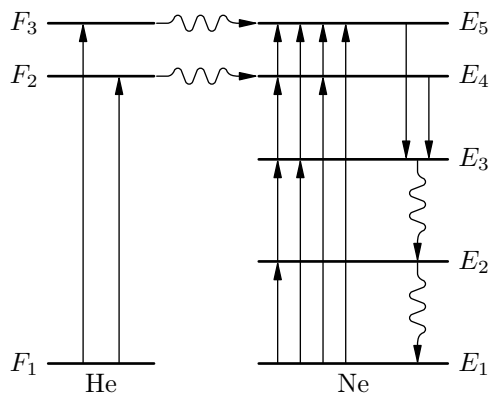
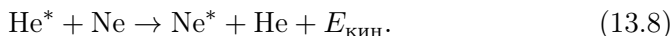


Рис. 13.2. Схема возбуждения гелия и неона в электрическом разряде (обозначения стрелок те же, что и на рис. 13.1). Показана возможность каскадного заселения уровней энергии неона.

является более короткоживущим. Поэтому, казалось бы, должна легко возникать инверсия населённостей уровней  $E_4$  и  $E_5$  по отношению к  $E_3$ . Этому, однако, мешает метастабильный уровень  $E_2$ . В спектрах многих атомов, в том числе атомов инертных газов, имеется такой долгоживущий метастабильный уровень. Заселяясь в столкновениях с электроном, этот уровень не даёт опустошаться уровню  $E_3$ , что препятствует получению инверсии.

В чистом неоне создать инверсию в непрерывном режиме трудно. Эта трудность, носящая достаточно общий для многих случаев характер, обходится введением в разряд дополнительного газа — донора энергии возбуждения. Этим газом служит гелий. Энергии двух первых возбуждённых метастабильных уровней гелия  $F_2$  и  $F_3$  (рис. 13.2) довольно точно совпадают с энергиями уровней  $E_4$  и  $E_5$  неона. Поэтому хорошо реализуются условия резонансной передачи возбуждения по схеме



При правильно выбранных давлениях неона и гелия, удовлетворяющих условию (13.7), можно добиться заселения одного или обоих уровней  $E_4$  и  $E_5$  неона, значительно превышающего таковое в случае чистого неона, и получить инверсию населённостей этих уровней по отношению к уровню  $E_3$ .

Опустошение нижних лазерных уровней происходит в столкновительных процессах, в том числе и в соударениях со стенками газоразрядной трубки.

Подчеркнём, что нашедший широкое применение в квантовой электронике газовых лазеров метод передачи энергии от газа, непосредственно не работающего, но легко возбуждаемого, к газу, не накапливающему энергию возбуждения, но легко излучающему, впервые был реализован в гелий-неоновом лазере.

Рассмотрим теперь более подробно схему уровней нейтральных атомов гелия и неона (рис. 13.3).

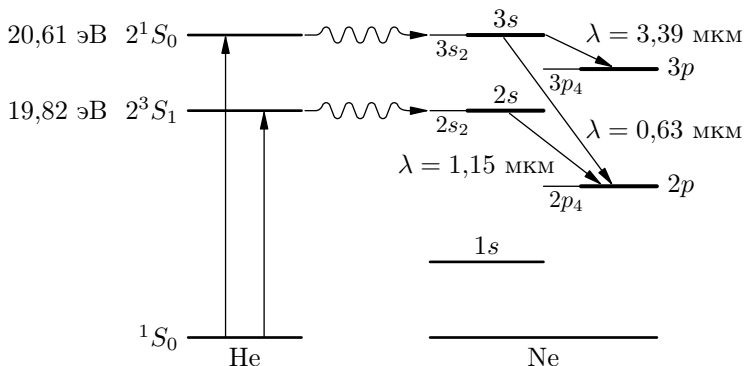


Рис. 13.3. Схема нижних возбуждённых уровней энергии гелия и неона: прямые стрелки вверх — возбуждение гелия, волнистые стрелки — передача энергии возбуждения от гелия к неону, наклонные прямые стрелки — излучение атомами неона. Каналы релаксации нижних лазерных уровней неона не показаны.

Нижним из возбуждённых состояний гелия  $2^3S_1$  и  $2^1S_0$  соответствуют энергии 19,82 и 20,61 эВ. Оптические переходы из них в основное состояние  $1S_0$  запрещены в приближении  $LS$ -связи, действительной для гелия. Состояния  $2^3S_1$  и  $2^1S_0$  — это метастабильные состояния со временем жизни примерно 1 мс. Поэтому они хорошо накапливают энергию, получаемую при возбуждении электронным ударом.

Для неона действительна промежуточная  $jI$ -связь. На рис. 13.3 состояния, относящиеся к одной конфигурации, показаны жирной линией с выделением рабочего подуровня. Для идентификации уровней применены обозначения Пашена, наиболее широко распространённые в существующей литературе. Уровни  $3s_2$  и  $2s_2$  близки к метастабильным уровням гелия  $2^1S_0$  и  $2^3S_1$ , дефицит энергии примерно равен  $300 \text{ см}^{-1}$ . (Заметим, что при 300 К  $kT \approx 210 \text{ см}^{-1}$ .) Состояние  $1s$  имеет большое время жизни из-за резонансного пленения излучения в силу радиационной связи с основным состоянием.

В неоне  $s$ -состояния имеют большие времена жизни, чем  $p$ -состояния. Это, вообще говоря, позволяет получать инверсию на переходах  $2s \rightarrow 2p$ ,  $3s \rightarrow 3p$ . Следует, однако, иметь в виду, что состояние  $1s$  неона хорошо заселяется в разряде и при не слишком больших токах разряда возможно ступенчатое (каскадное) заселение нижних лазерных уровней при переходах из состояния  $1s$  в  $2p$  и  $3p$ .

Введение в разряд относительно большого количества гелия, обеспечивающего внешний по отношению к неону интенсивный канал заселения состояний  $2s$  и  $3s$ , снимает ограничения на возможность получения инверсии в непрерывном режиме. Исторически первой была получена генерация на переходе  $2s \rightarrow 2p$ . Основная мощность соответствует переходу  $2s_2 \rightarrow 2p_4$ ,  $\lambda = 1,15 \text{ мкм}$ . Затем была реализована инверсия

переходов  $3s \rightarrow 3p$  ( $3s_2 \rightarrow 3p_4$ ,  $\lambda = 3,39$  мкм) и  $3s \rightarrow 2p$  ( $3s_2 \rightarrow 2p_4$ ,  $\lambda = 0,63$  мкм).

Все три вида генерации происходят в примерно одинаковых условиях разряда и имеют одинаковые зависимости мощности генерации от параметров разряда. При этом особенно важна конкуренция генераций на волнах 3,39 и 0,63 мкм, которым соответствуют переходы с общим верхним уровнем. Поэтому генерация на одной из этих волн ослабляет генерацию на другой из них. Дело осложнено резким различием в коэффициентах усиления. Переходу  $3s_2 \rightarrow 3p_4$  (3,39 мкм) соответствует усиление в 20 дБ/м, и поэтому на нём легко достигается генерация в простых, например металлических, зеркалах. Переход  $3s_2 \rightarrow 2p_4$  (0,63 мкм) гораздо более капризен. Ему соответствует небольшое усиление в 5–6%/м, что при прочих равных условиях никак не может конкурировать с гигантским усилением в 20 дБ/м. Поэтому для получения генерации в видимой области гелий-неоновый лазер снабжается многослойными диэлектрическими интерференционными зеркалами, обладающими высоким коэффициентом отражения только на требуемой длине волны. Переходу  $2s_2 \rightarrow 2p_4$  (1,15 мкм) соответствует усиление 10–20%/м, генерация достигается с помощью диэлектрических зеркал.

Гелий-неоновый лазер является газоразрядным лазером. Возбуждение атомов гелия (и неона) происходит в слаботочном тлеющем разряде. Вообще, в лазерах непрерывного действия на нейтральных атомах или молекулах для создания активной среды чаще всего используется слабоионизованная плазма положительного столба тлеющего разряда. Плотность тока тлеющего разряда составляет 100–200 мА/см<sup>2</sup>. Напряжённость продольного электрического поля такова, что число возникающих на единичном отрезке разрядного промежутка электронов и ионов компенсирует потери заряженных частиц при диффузии к стенкам газоразрядной трубки. Тогда положительный столб разряда стационарен и однороден. Электронная температура определяется произведением давления газа  $p$  на внутренний диаметр трубки  $D$ . При малых  $pD$  электронная температура велика, при больших — низка. Постоянство величины  $pD$  определяет условия подобия разрядов. При постоянной плотности числа электронов условия и параметры разрядов будут неизменны, если неизменно произведение  $pD$ . Плотность числа электронов в слабоионизованной плазме положительного столба пропорциональна плотности тока.

Для гелий-неонового лазера оптимальные значения  $pD$ , равно как и парциальный состав газовой смеси, несколько отличны для различных спектральных областей генерации.

В области 0,63 мкм самой интенсивной из линий серии  $3s \rightarrow 2p$  — линии  $3s_2 \rightarrow 2p_4$  (0,63282 мкм) соответствует оптимальное  $pD \approx 3,5$ –4,0 Тор·мм. Отношение парциальных давлений гелия и неона, при котором для этой области генерации наилучшим образом выполняются

условия (13.7), составляет 5 : 1. Энергия возбуждения переходит, главным образом, от состояния He ( $2^1S_0$ ) к состоянию He ( $3s$ ), как это показано на рис. 13.3.

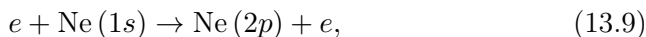
В области 1,15 мкм в серии  $2s \rightarrow 2p$  самой интенсивной является линия  $2s_2 \rightarrow 2p_4$  (1,15228 мкм). Энергию возбуждения поставляет состояние  $2^3S_1$  гелия (рис. 13.3). Оптимальное отношение парциальных давлений гелия и неона составляет 10 : 1, значение  $pD \approx 10 - 12$  Тор · мм.

Для области 3,39 мкм — серия  $3s \rightarrow 3p$ , самая сильная линия  $3s_2 \rightarrow 3p_4$  (3,3913 мкм) — верхний лазерный уровень, как уже говорилось, совпадает с верхним уровнем красной линии генерации 0,63 мкм. Поэтому оптимальные условия разряда оказываются одинаковыми.

В весьма распространённых случаях, когда одна и та же отпаянная газоразрядная трубка используется в гелий-неоновом лазере со сменными зеркалами для работы в различных диапазонах длин волн, обычно выбираются некоторые компромиссные значения в довольно широком диапазоне параметров: диаметр газоразрядной трубки 5–10 мм, отношение парциальных давлений 5–15, общее давление 1–2 Тор, ток 25–50 мА.

Наличие оптимума по диаметру обусловлено конкуренцией двух факторов. Во-первых, при увеличении поперечного сечения активной среды лазера при прочих равных условиях происходит увеличение выходной мощности. Во-вторых, уменьшение диаметра капилляра газоразрядной трубки увеличивает коэффициент усиления пропорционально  $1/D$ . Последнее происходит как из-за увеличения вероятности распада на стенке капилляра метастабильного состояния неона  $1s$ , так и из-за увеличения количества возбуждённого гелия (и тем самым неона), а значит, и коэффициента усиления при сохранении постоянным произведения  $pD$ , т. е. при выполнении условия подобия тлеющих разрядов при изменении диаметра газоразрядной трубки.

Наличие оптимальной плотности тока разряда обусловлено возникновением при больших токах каскадных процессов типа



приводящих к уменьшению инверсии (см. рис. 13.2 и 13.3). Процессы такого рода могут становиться существенными также при увеличении давления неона, что, в свою очередь, обуславливает наличие оптимума по давлению.

Характерными значениями мощности излучения гелий-неоновых лазеров следует считать десятки милливатт в областях 0,63 и 1,15 мкм и сотни в области 3,39 мкм. Срок службы лазеров при отсутствии ошибок в изготовлении ограничивается процессами в разряде и исчисляется годами. С течением времени в разряде происходит нарушение состава газа. Из-за сорбции атомов в стенках и электродах проис-

ходит процесс «жестчения», падает давление, меняется отношение парциальных давлений  $\text{He}$  и  $\text{Ne}$ .

Остановимся теперь на вопросе конструирования резонаторов гелий-неонового лазера. Большая кратковременная стабильность, простота и надёжность конструкции достигаются при установке зеркал резонатора внутрь разрядной трубки. Однако при таком расположении зеркала сравнительно быстро портятся в разряде. Поэтому наибольшее распространение получила конструкция, в которой газоразрядная трубка, снабжённая окнами, расположенными под углом Брюстера к оптической оси, помещается внутрь резонатора. Такое расположение имеет целый ряд преимуществ — упрощается юстировка зеркал резонатора, увеличивается срок службы газоразрядной трубки и зеркал и облегчается их смена, появляется возможность управления резонатором и применения дисперсионного резонатора, выделения мод и т. п.

В квантовой электронике важным является вопрос о ширине линии рабочего перехода (см. лекцию вторую). Для газовых лазеров существенны естественное, столкновительное и доплеровское уширения. В случае гелий-неонового лазера формула (2.8) (где под  $\tau_{01}$  надо понимать  $\tau_p$  — естественное время жизни  $p$ -состояния неона, а под  $\tau_{02}$  — время  $\tau_s$ , относящееся к  $s$ -состоянию) даёт значение естественной ширины линии  $\Delta\nu_0 \approx 20$  МГц. Столкновительное уширение [см. (2.31) и (2.32)] определяется давлением газа. Для атомов неона в предположении, что сечение соответствующего столкновительного процесса равно газокинетическому, при давлении порядка 1 Тор  $\Delta\nu_{\text{ст}} \approx 1$  МГц. Доплеровская ширина линии [см. (2.28) и (2.30)] определяется, в частности, длиной волны излучения. Для линии 0,63 мкм при 400 К эти формулы дают  $\Delta\nu_d \approx 1500$  МГц, что хорошо согласуется с экспериментальными данными. Из сказанного видно, что в случае гелий-неонового лазера основным механизмом, вызывающим уширение линии излучения, является эффект Доплера. Уширение это относительно невелико и при такой линии можно получить генерацию на одной продольной моде, т. е. одночастотную генерацию при хотя и малой, но физически вполне реализуемой длине резонатора  $l \lesssim 15$  см [см. (10.21)].

Гелий-неоновый лазер является наиболее представительным примером газовых лазеров. В его излучении отчётливо проявляются все характерные свойства этих лазеров, в частности лэмбовский провал, обсуждавшийся в лекции одиннадцатой. Ширина этого провала близка к ширине одной из тех однородно уширенных линий, совокупность которых образует неоднородно уширенную доплеровскую линию. В случае гелий-неонового лазера такой однородной шириной является естественная ширина  $\Delta\nu_0$ . Так как  $\Delta\nu_0 \ll \Delta\nu_d$ , то положение лэмбовского провала (см. рис. 11.6) очень точно показывает положение центра линии рабочего перехода. Кривая, представленная на рис. 11.6, для лэмбовского провала экспериментально получается путём плавного изменения

длины резонатора одномодового лазера. Следовательно, положение минимума провала может быть использовано при соответствующей обратной связи, управляющей длиной резонатора, для стабилизации частоты генерации лазера. Так получена относительная стабильность и воспроизводимость частоты, равная  $10^{-9}$ . Отметим, однако, что более высокая стабильность ( $10^{-12} - 10^{-13}$ ) достигается, когда провал выжигается не в линии усиления активной среды, а в линии поглощения резонансного газа. Для линии генерации  $3s_2 \rightarrow 3p_4$  (3,39 мкм) таким газом является метан.

Подчеркнув в заключении, что существует целый ряд газовых лазеров на нейтральных атомах, в том числе на атомах благородных газов, отметим, что промышленность выпускает гелий-неоновые лазеры в широком ассортименте.

### ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ТРИНАДЦАТОЙ

**13.1.** Какова ширина провала Лэмба в He–Ne-лазере при  $\lambda = 0,63$  мкм?

**13.2.** Случайно ли, что разряд в трубке He–Ne-лазера светится красноватым светом, как и излучение?

**13.3.** Из рис. 13.3 оцените верхний предел КПД гелий-неоновых лазеров в каждой из трёх линий генерации.

**13.4.** К чему приводит способ изготовления He–Ne-лазеров в виде внутривиброакустической трубки с окнами Брюстера?

**13.5.** Каким образом можно использовать линию поглощения ( $\lambda = 3,39$  мкм) метана для стабилизации частоты гелий-неонового лазера?

**13.6.** Что нужно сделать для максимального сужения провала в линии поглощения метана?

### Лекция четырнадцатая. ИОННЫЕ ЛАЗЕРЫ. ЛАЗЕРЫ НА ПАРАХ МЕТАЛЛОВ

*Аргоновый лазер. Схема уровней. Двухступенчатое возбуждение. Зависимость от плотности тока разряда. Условие инверсии. Эффект перекачки газа в разряде. Параметры лазера. Гелий-кадмиевый лазер. Пеннинг-говский механизм ионизации и возбуждения. Схема уровней. Катафорез. Параметры лазера. КПД газоразрядных лазеров. Самоограниченные переходы. КПД, энергия, мощность лазеров на самоограниченных переходах. Медный лазер, схема уровней, параметры лазера*

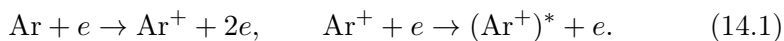
Гелий-неоновый лазер, рассмотренный в предыдущей лекции, является выдающимся примером лазеров на нейтральных атомах. Среди ионных лазеров на благородных газах выделяется аргоновый лазер, обладающий наибольшей мощностью непрерывного излучения в видимом свете (до сотен ватт). Сочетание высоких выходных параметров с благоприятным расположением рабочих уровней энергии, обеспечивающих генерацию в сине-зелёной области спектра, где приёмники из-

лучения наиболее чувствительны, обусловило применение этого лазера в целом ряде важных научных и технических областей. Эти области простираются от нелинейной оптики, исследований рассеяний света, биологических и медицинских исследований, диагностики плазмы до технологической обработки типа подгонки резисторов и скрайбирования микросхем. Одним из важнейших применений аргоновых лазеров является накачка лазеров на красителях, которые будут обсуждены в одной из последующих лекций.

Переходя к существу дела, следует прежде всего отметить, что лазеры, работающие на переходах между возбуждёнными уровнями ионов благородных газов, характеризуются весьма высокими плотностями тока, требуемыми для достижения порога генерации, что связано с необходимостью поддерживать достаточно высокой степень ионизации газа. Дело в том, что в ионном газовом лазере верхний лазерный уровень заселяется в результате двух последовательных столкновений атома с электронами разряда. Первое столкновение ионизует атом, второе — возбуждает ион. Следовательно, создание инверсии является двухступенчатым процессом, эффективность каждого из которых пропорциональна току разряда. Значит, в целом эффективность возбуждения по крайней мере пропорциональна квадрату тока разряда, что требует высокой плотности тока для достижения сколько-нибудь заметной инверсии. Для аргоновых лазеров характерны плотности тока в сотни, для больших интенсивностей — в тысячи ампер на квадратный сантиметр.

В ионных лазерах на благородных газах энергетические затраты значительны, КПД мал, следовательно, велико паразитное энерговыделение, что приводит к термическим и эрозионным разрушениям разрядных трубок и т. п. С другой стороны, эти лазеры имеют то преимущество, что инертные газы относительно дешёвы, легко могут быть получены в чистом виде, не реагируют с катодами, геттерами, стенками и т. д., не токсичны; эти газы не надо греть, чтобы получить желаемую плотность. Их спектр хорошо изучен.

Упрощённая схема уровней для аргонового ионного лазера приведена на рис. 14.1. Так как все лазерные линии аргонового непрерывного лазера принадлежат к переходам между конфигурациями  $4p$  и  $4s$ , то все уровни каждой из этих конфигураций представлены на рис. 14.1 одной линией. Как уже говорилось, возбуждение верхних лазерных уровней  $\text{Ar}^+$  происходит ступенчато:



Другими словами, возбуждение уровней  $4p$ -конфигурации происходит из основного состояния  $3p^5$  иона  $\text{Ar}^+$ . Как видно из рис. 14.1, возбуждение непосредственно из основного состояния  $3p^6$  атомов  $\text{Ar}$  требует больших энергий. Кроме того, механизм (14.1) подтверждается зави-

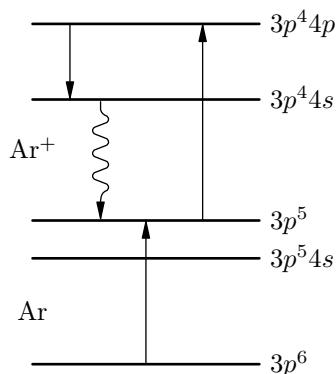


Рис. 14.1. Схема лазерных уровней аргона: прямые стрелки вверх — ионизация и возбуждение, прямая стрелка вниз — излучение, волнистая стрелка — излучательное опустошение нижнего лазерного уровня

симостью спонтанного излучения лазерных уровней иона  $\text{Ar}^+$  от плотности тока. Несомненно, возможны и другие механизмы — например, излучательные каскадные переходы с более высоких уровней иона  $\text{Ar}^+$  или передача возбуждения при столкновениях с подходящими по энергии метастабильными уровнями иона. Однако процесс (14.1) оказывается не только наиболее простым, но и дающим в общих чертах верную картину возбуждения верхних лазерных уровней конфигурации  $3p^4 4p$  иона  $\text{Ar}^+$ . Обозначим плотность числа частиц на этих уровнях символом  $N$ , плотность числа ионов в основном состоянии  $3p^5$  символом  $N_i$ , а электронную плотность символом  $N_e$ . В целом плазма разряда электронейтральна, т. е.  $N_e \approx N_i$ . Тогда скорость накачки верхних лазерных уровней в процессе (14.1)

$$\Lambda = dN/dt \propto N_e N_i \approx N_e^2. \quad (14.2)$$

В стационарном разряде плотность электронов пропорциональна плотности тока разряда:  $N_e \propto J$ . Следовательно,  $\Lambda \propto J^2$ . Скорость накачки в стационарных условиях определяет мощность генерации [см. (6.57)]. Более тщательное рассмотрение, развиваемое на основе этих простых соображений, приводит к закону подобия для аргоновых лазеров в виде

$$P/V = 10^{-5} J^2, \quad (14.3)$$

где  $P/V$  [Вт/см<sup>3</sup>] — суммарная объёмная плотность выходной мощности генерации  $\text{Ar}^+$ -лазера во всех модах и на всех линиях сине-зелёной области спектра в непрерывном режиме и  $J$  [А/см<sup>2</sup>] — плотность разрядного тока. Соотношение (14.3) довольно хорошо согласуется с экспериментом.

Итак, можно считать, что в активной среде аргонного лазера при соударении нейтральных атомов с электронами сначала образуются возбуждённые нейтральные атомы и ионы в основном состоянии. Затем при столкновениях с электронами ионов, находящихся в основном

состоянии, образуются возбуждённые ионы. Но при рассмотрении любой схемы образования инверсии всегда встают вопросы не только о том, как осуществляется накачка на верхний уровень, но и о том, как обеспечивается опустошение нижнего уровня.

Оказалось, что для ионов  $\text{Ag}^+$  нижние лазерные уровни конфигурации  $3p^4 4s$  опустошаются вследствие вакуумного УФ излучения на волне около 72 нм (см. рис. 14.1). Радиационное (спонтанное) время жизни нижних уровней ( $10^{-9}$  с) много меньше, чем верхних ( $10^{-8}$  с). Такое соотношение времён релаксации обеспечивает выполнение условия инверсии (3.2). Действительно, скоростные уравнения типа (13.3) или (13.6), (13.7) в рассматриваемом случае могут быть в пренебрежении индуцированными переходами представлены в виде

$$dn_2/dt = K_2 N_e n - n_2/\tau_2, \quad (14.4)$$

$$dn_1/dt = K_1 N_e n - n_1/\tau_1, \quad (14.5)$$

$$n + n_1 + n_2 = N, \quad (14.6)$$

где (см. рис. 14.1)  $n_2$  — плотность частиц в конфигурации  $3p^4 4p$  (верхний лазерный уровень),  $n_1$  — в конфигурации  $3p^4 4s$  (нижний лазерный уровень),  $n$  — в конфигурации  $3p^5$  (основное состояние иона),  $\tau_2$  и  $\tau_1$  — соответствующие времена жизни,  $N$  — плотность общего числа ионов,  $N_e$  — плотность электронов,  $K_1$  и  $K_2$  — константы скоростей возбуждения состояний  $4s$  и  $4p$  соответственно. В стационарных условиях, соответствующих непрерывному режиму,  $dn_2/dt = dn_1/dt = 0$ . Тогда стационарная инверсия, определяющая коэффициент усиления слабого сигнала, составляет

$$n_2 - n_1 = \frac{(K_2 \tau_2 - K_1 \tau_1) N N_e}{1 + (K_2 \tau_2 + K_1 \tau_1) N_e}. \quad (14.7)$$

Очевидно, что условием инверсии является выполнение неравенства  $K_2 \tau_2 > K_1 \tau_1$  или при не очень сильно различающихся скоростях возбуждения электронным ударом верхних и нижних лазерных уровней требование

$$\tau_2 > \tau_1, \quad (14.8)$$

носящее довольно общий характер.

Целесообразно выделить частные случаи. При  $K \tau N_e \gg 1$

$$n_2 - n_1 = \frac{K_2 \tau_2 - K_1 \tau_1}{K_2 \tau_2 + K_1 \tau_1} N, \quad (14.9)$$

что ввиду пропорциональности  $N \propto N_e$  противоречит опытным данным (14.3). В противоположном частном случае ( $K\tau N_e \ll 1$ )

$$n_2 - n_1 = (K_2\tau_2 - K_1\tau_1)NN_e \propto J^2, \quad (14.10)$$

что хорошо соответствует наблюдаемому экспериментально.

Инверсия получена более чем на 10 линиях. Из них наиболее интенсивны зелёный луч 514,5 нм и синий луч 488,0 нм. Схема уровней, изображённая на рис. 14.1, даёт ясное представление о возможном КПД. По схеме КПД меньше 7%, в реальности — много меньше.

Капиллярный разряд, применяемый для получения генерации в аргоновых лазерах, по своим свойствам занимает промежуточное место между тлеющим разрядом и сильноионизованной дугой, ближе к дуге. Разряд происходит при низком давлении. Оптимальное в смысле генерации давление составляет 0,25–0,5 Тор. Как неоднократно подчёркивалось выше, для поддержания высокой степени ионизации и высокой температуры электронов нужны высокие плотности токов.

Существенно важной особенностью аргоновых лазеров, как, впрочем, и всех ионных лазеров на благородных газах, является быстрый рост выходной мощности с током разряда [см. формулы (14.3) и (14.10)]. Это связано с тем, что насыщение механизма создания инверсии (14.7) может происходить при плотностях тока разряда, значительно превышающих реально достижимые.

Высокие плотности тока приводят к тяжёлой тепловой нагрузке на стенки лазерной трубки, подвергаемые к тому же интенсивной ионной бомбардировке. Технологические проблемы создания газоразрядных трубок и электродов аргоновых лазеров очень серьёзны. Отметим, что измерения доплеровской ширины линии, оказавшейся равной примерно 3500 МГц, свидетельствуют о температуре ионов в 3000 К, что делает эффективной эрозию ими материалов разрядной трубки и электродов.

Высокая удельная тепловая нагрузка приводит к необходимости форсированного охлаждения лазера проточной водой. При этом существенной является теплопроводность стенок разрядной трубки. Наилучшим материалом является бериллиевая керамика (BeO). Возможна также конструкция, являющаяся последовательностью металлических и диэлектрических шайб.

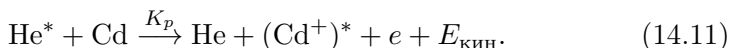
Интересной особенностью аргоновых лазеров является возникновение в их газоразрядном канале из-за большой плотности тока эффекта перекачки ионов  $\text{Ar}^+$  от анода к катоду, что приводит к появлению продольных градиентов давления и прекращению разряда. Для предотвращения этого эффекта газоразрядная трубка снабжается обводным каналом, обеспечивающим обратную циркуляцию газа. Для того что-

бы в обводном канале не горел разряд, его длина делается больше, а диаметр меньше, чем у лазерной трубки.

Наибольшее распространение получили аргоновые лазеры непрерывного действия с суммарной мощностью генерации 5–15 Вт во всех линиях. Для выделения требуемых линий применяются дисперсионные резонаторы, хотя эффекты конкуренции различных линий генерации в отличие от гелий-неонового лазера малы или совсем отсутствуют. Наибольшие мощности генерации аргонового лазера в непрерывном режиме достигают нескольких сотен ватт.

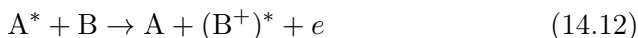
Отметим в заключение, что при тех же условиях разряда происходит образование ионов  $\text{Ar}^{++}$ , излучение которых попадает в УФ диапазон. В непрерывном режиме наиболее интенсивны линии генерации 363,8 и 351,1 нм. Их мощности обычно достигают единиц ватт.

Среди ионных лазеров заметное место занимают лазеры на парах металлов. Из них наибольшее распространение получил гелий-кадмиевый лазер, в основе принципа действия которого лежит столкновительная передача энергии возбуждения от метастабильного атома гелия в состоянии  $2^3S_1$  атому кадмия, сопровождающаяся ионизацией этого атома и возбуждением иона. Этот процесс, называющийся пеннинговской ионизацией, происходит по схеме



Константа скорости пеннинговской ионизации  $K_p = \langle \sigma_p v \rangle$  определяется сечением  $\sigma_p$ , которое в рассматриваемом случае ( $\sigma_p = 6,5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ ) превышает газокинетическое сечение.

Процесс типа



возможен только в случае, когда энергия возбуждения атома  $\text{A}^*$  превосходит энергию ионизации и последующего возбуждения иона  $\text{B}^+$ . Процесс наиболее эффективен, если возбуждённое состояние  $\text{A}^*$  метастабильно.

В общих чертах процесс (14.11) подобен процессу [см. (13.8)], обсуждавшемуся ранее применительно к гелий-неоновому лазеру. В случае гелий-кадмиевого лазера точный резонанс возбуждённых состояний  $\text{He}^*$  и  $(\text{Cd}^+)^*$  не нужен, так как избыток энергии уносится электроном, что характерно для пеннинговской ионизации.

Важность накопления энергии возбуждения метастабильными состояниями атома гелия и процесса передачи этой энергии кадмию отражены в названии рассматриваемого лазера — гелий-кадмиевый. Для сокращения записи этот лазер часто называют кадмиевым.

Схема уровней энергии гелий-кадмиевого лазера довольно проста (рис. 14.2). Она соответствует одному внешнему электрону над замкну-

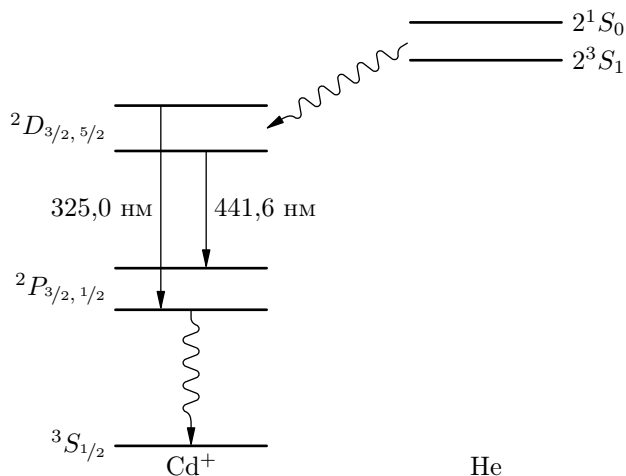


Рис. 14.2. Схема рабочих уровней гелий-кадмиевого лазера: волнистая стрелка вниз — излучательное опустошение нижнего лазерного уровня, наклонная волнистая стрелка — передача энергии возбуждения от гелия к кадмию

той оболочкой. Метастабильные возбуждённые в разряде состояния гелия  $2^1S_0$  и  $2^3S_1$  могут возбуждать состояния иона  $\text{Cd}^+$   $2D_{3/2}$ ,  $2D_{5/2}$ ,  $2P_{3/2}$ ,  $2P_{1/2}$ . Хотя в пеннинговском процессе резонанс неважен, всё же наиболее эффективно возбуждение передаётся в процессе с наименьшим дефицитом энергии, т. е. из состояния  $2^3S_1$  в состояние  $2D_{3/2, 5/2}$ . Однако инверсная населённость возникает и удерживается в непрерывном режиме в соответствии с формулой (14.8) благодаря существенно более быстрому распаду нижних ( $P$ ) уровней по сравнению с верхними ( $D$ ) уровнями. Радиационное время жизни  $D$ -состояний составляет примерно  $10^{-7}$  с, а  $P$ -состояний —  $10^{-9}$  с. Пленения излучения на переходе нижний лазерный уровень — основное состояние иона не происходит из-за малой концентрации ионов  $\text{Cd}^+$ .

Итак, гелий-кадмиевый лазер подобен гелий-неоновому лазеру по механизму возбуждения верхних лазерных уровней, а аргоновому лазеру — по механизму опустошения нижних лазерных уровней. Сравнение схем уровней энергии этих трёх лазеров (см. рис. 13.3, 14.1 и 14.2) позволяет продолжить сопоставление рассматриваемых газовых лазеров непрерывного действия. Линии генерации гелий-кадмиевого лазера 325,0 и 441,6 нм соответствуют переходам, стартующим с различных уровней. Поэтому в гелий-кадмиевом лазере отсутствует характерная для гелий-неоновых лазеров конкуренция линий генерации 3,39 и 0,63 мкм. Пеннинговский процесс образования и возбуждения ионов кадмия является одноступенчатым. Поэтому скорость накачки активной среды кадмиевого лазера пропорциональна плотности тока разряда, а не её квадрату, как в аргоновом лазере, что приводит к существен-

но меньшим плотностям тока и мощности, рассеиваемой на единицу длины разрядной трубки.

Интерес к гелий-кадмиевому лазеру обусловлен тем, что этот лазер представляет собой надёжный, с низким порогом возбуждения источник непрерывного когерентного света в синей (441,6 нм) и УФ (325,0 нм) областях спектра. Мощности излучения в несколько десятков милливатт соответствует источник питания в несколько сотен ватт, при этом лазер не требует водяного охлаждения, что сильно облегчает использование лазера в физическом эксперименте. Из областей применения гелий-кадмиевого лазера целесообразно указать связанные непосредственно с коротковолновостью его излучения. Это — лазерная фотохимия и исследования разного рода молекулярных рассеяний света типа комбинационного, рэлеевского и мандельштам-бриллюэновского, интенсивность которых пропорциональна  $1/\lambda^4$ . Отметим также высокую монохроматичность излучения этого лазера. Низкий порог возбуждения приводит к тому, что сильного перегрева активной среды нет и доплеровская ширина линии генерации составляет 1–1,5 ГГц. Поэтому в спектре генерации хорошо видно изотопическое расщепление линий кадмия. Применение только одного изотопа  $^{114}\text{Cd}$  даёт очень узкую линию генерации. Поэтому в гелий-кадмиевом лазере легко получается одночастотный и одномодовый режим.

В парах металлов открыто много лазерных переходов, однако во многих случаях проблемы, связанные с поддержанием однородного распределения паров соответствующих металлов в разряде, делают создание реальных лазеров трудным. В случае кадмия эту проблему удалось решить, используя катафорез ионов  $\text{Cd}^+$  в газоразрядной трубке лазера. Катафорезом называется направленное движение ионов в газовом разряде постоянного тока под действием внешнего электрического поля. В двухфазной системе катафорез приводит к преимущественному потоку компоненты с меньшим потенциалом ионизации к катоду. В трубках большого диаметра обратная диффузия компенсирует эффект катафореза и препятствует созданию больших градиентов концентрации. Но в трубках малого диаметра, характерных для лазеров, диффузия слабее катафореза. В результате может возникнуть большой градиент концентрации, а тогда только в малой части длины разряда будет хорошая для лазера смесь.

Задача решена непрерывной подпиткой кадмия в разряд около анодного конца трубки. Катафорез при этом используется для того, чтобы прогонять ионы кадмия через всю систему от анода к катоду с контролируемой скоростью. Кадмий удаляется из газовой фазы путём конденсации на холодных стенках расширенной секции лазерной трубки непосредственно перед катодом (рис. 14.3). Разряд поддерживает капилляр при температуре, достаточно высокой для того, чтобы без подогревателей или какой-либо дополнительной теплоизоляции предо-

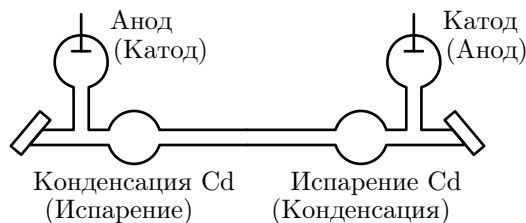


Рис. 14.3. Схема газоразрядной трубки гелий-кадмиевого лазера

хранять стенки капилляра от конденсации кадмия. Давление гелия в системе достаточно высоко для того, чтобы предотвратить диффузию кадмия к герметизирующим окнам кюветы. Заметим, что этот приём широко используется в газовых лазерах для изоляции оптических элементов лазерной трубки от конденсации на них высокотемпературных паров.

Схеме, представленной на рис. 14.3, соответствуют обычно следующие параметры. Длина разрядной трубки 1–1,5 м, диаметр 2–2,5 мм, давление гелия несколько торр. Вначале зажигается тлеющий разряд в гелии, затем чаша, содержащая кадмий, нагревается до температуры 230–250 °С, при токе разряда 100 мА массовый поток кадмия составляет  $(1–1,5) \cdot 10^{-3}$  г/ч, при этом давление паров кадмия составляет  $(3–4) \cdot 10^{-3}$  Тор. При напряжении 4,5 кВ и токе 0,1 А энерговыделение на единицу длины газоразрядной трубки составляет около 3 Вт/см, что позволяет применять простое воздушное охлаждение и обычные стеклянные трубки. Всем этим данным соответствует выходная мощность 100–200 мВт на волне 325,0 нм при оптимальной прозрачности выходного зеркала 5–7%.

Конструкция, показанная на рис. 14.3, позволяет после полного испарения кадмия из исходной чаши поменять местами катод и анод и начать испарение кадмия, сконденсированного в охлаждаемой до того чаше.

В заключение подчеркнём различие в проявлениях направленного движения ионов активной среды в аргоновом и гелий-кадмиевом лазерах.

Обратимся теперь к вопросу о КПД газоразрядных лазеров. Эту величину можно представить в виде

$$\eta = \eta_n h\nu / E_v, \quad (14.13)$$

где  $\eta_n$  — эффективность действия накачки, точнее, в случае газоразрядных лазеров та доля энергии накачки, вводимой в разряд, которая тратится на возбуждение верхнего лазерного уровня. Энергия этого уровня обозначена символом  $E_v$ .

Как мы знаем, условия инверсии в непрерывном режиме требуют быстрого распада нижнего лазерного уровня [см., например, (14.8)]. Ес-

ли использовать преимущественный столкновительный распад нижнего уровня не удаётся, то остаётся только одна возможность — спонтанный распад. Это означает, что нижний уровень должен быть расположен высоко. Тогда отношение  $h\nu/E_v$ , имеющее смысл предельного КПД лазерного перехода, мало. Действительно, в газоразрядных лазерах непрерывного действия на атомах или ионах используются высокорасположенные уровни ( $E_v \approx 10\text{--}20$  эВ). Обычно  $h\nu/E_v < 0,1$ . Кроме того, высокое расположение рабочих уровней отрицательно сказывается на эффективности их возбуждения. Основная доля энергии в типичном разряде атомарного газа идёт на ионизацию и возбуждение низколежащих уровней. В результате КПД таких лазеров не превышает  $10^{-3}$  —  $10^{-4}$ , что и наблюдается, в частности, для уже рассмотренных нами лазеров.

Заметим, что вовлечение в режим лазерной генерации низколежащих колебательных уровней молекул приводит к высоким значениям  $\eta$ , но этот материал будет обсуждаться позднее, в лекциях, посвящённых рассмотрению молекулярных газовых лазеров.

Для атомных систем возможно, однако, радикальное решение проблемы КПД, сводящееся к переходу от непрерывного к существенно импульсному режиму работы. Дело в том, что при газовом разряде в атомной системе в большинстве случаев основная доля энергии разряда идёт на возбуждение первого резонансного уровня атома. Этот уровень обладает наибольшим сечением возбуждения при соударениях с электронами. Методы вычисления сечений возбуждения электронным ударом тех или иных состояний многоэлектронных атомов развиты слабо. Известно, однако, что наибольшими сечениями обладают уровни, соответствующие наиболее хорошо разрешённым электродипольным переходам в основное состояние. Именно поэтому первый резонансный уровень возбуждается наиболее легко. Поэтому такой уровень хорошо использовать как верхний уровень лазерного перехода. Тогда нижним уровнем может быть в атомной системе (нейтральные атомы, свободные ионы) только метастабильный уровень, расположенный обычно ниже первого резонансного. В силу изложенного запрещённый переход возбуждается электронами хуже разрешённого. Следовательно, в процессе возбуждения возникает инверсия, существующая, по крайней мере, какое-то время после выключения возбуждения. Если инверсия достаточно велика и порог самовозбуждения лазера сильно перевыполнен, то возникает генерация, излучение которой сбрасывает частицы с верхнего уровня на нижний, что приводит в конечном счёте к исчезновению инверсии и прекращению генерации. По прекращении генерации инверсия восстанавливается не мгновенно, так как нижний лазерный уровень продолжает оставаться населённым практически в течение своего времени жизни, которое относительно велико.

Следовательно, условия стационарной инверсии (14.7) или (14.8) нарушены, генерация носит импульсный характер, а частота следования импульсов не может превышать величину, обратную времени жизни нижнего уровня.

В силу вышеизложенного импульсная генерация на переходах, оканчивающихся на метастабильных уровнях, называется самоограниченной или генерацией на самоограниченных переходах.

Анализ работы лазера на самоограниченных переходах может быть сделан с помощью уравнений типа (14.4) – (14.6), дополненных членами, учитывающими сброс инверсии излучением. Учёт индуцированных переходов  $(n_2 - n_1)W_{21}$  и  $(n_1 - n_2)W_{12}$  в уравнениях (14.4) и (14.5) делает эти уравнения нелинейными, так как вероятность индуцированных переходов определяется плотностью поля излучения, которая, в свою очередь, определяется числом излучающих частиц. Ситуация становится в значительной мере подобной той, которая возникает при резком включении добротности резонатора в методе модуляции добротности (см. лекцию одиннадцатую).

Действительно, рассмотрим упрощённую схему. В отсутствие излучения уравнения (14.4) – (14.6) описывают кинетику заселения уровней энергии лазера на самоограниченных переходах, но только при условии

$$K_1 N_e \ll K_2 N_e, \quad \tau_1 \gg \tau_2. \quad (14.14)$$

Если принять для простоты, что  $\tau_1 = \infty$  и  $K_1 N_e = 0$ , то в отсутствие излучения  $dn_1/dt = 0$ . Следовательно,  $n_1 = \text{const}$ . Так как в оптическом диапазоне можно считать  $n_1(0) = 0$ , то эта константа равна нулю. Тогда инверсия  $n_2 - n_1$  совпадает с числом частиц на верхнем уровне

$$n_2 = \frac{K_2 N_e}{K_2 N_e + 1/\tau_2} N \left\{ 1 - \exp[-(K_2 N_e + 1/\tau_2)t] \right\}. \quad (14.15)$$

Пусть накачка очень интенсивна ( $K_2 N_e \gg 1/\tau_2$ ), тогда за очень короткое время  $1/K_2 N_e$ , много меньшее достаточно короткого времени жизни резонансного уровня  $\tau_2$  ( $\tau_2 \gg 1/K_2 N_e$ ), произойдёт резкое включение глубокой инверсии по закону

$$n_2 = N(1 - e^{-K_2 N_e t}). \quad (14.16)$$

Если это включение произошло в стационарном резонаторе с добротностью  $Q$ , то дальнейшее развитие импульса излучения в резонаторе происходит таким же образом, что и при стационарной инверсии  $n_2$  и резком включении добротности  $Q$ .

Режим включения инверсии принято называть включением усиления. Его анализ требует решения нелинейных уравнений типа (11.14) и (11.15). При этом все выводы, сформулированные в лекции одна-

дцатой применительно к режиму модулированной добротности, справедливой и в рассматриваемом случае.

За время импульса при глубокой инверсии излучается энергия порядка

$$W_{\text{имп}} = n_2 h\nu / 2. \quad (14.17)$$

Пиковая мощность определяется характерным временем жизни фотона в резонаторе  $\tau_{\text{ф}} = Q/\omega$  [см. (7.17)]:

$$P_{\text{имп}} = n_2 h\nu / 2\tau_{\text{ф}}. \quad (14.18)$$

Наращение интенсивности излучения в импульсе генерации происходит со скоростью, большей  $1/\tau_{\text{ф}}$ , спадание — со скоростью порядка  $1/\tau_{\text{ф}}$ . В соответствии с (6.2) и (7.17) величина  $\tau_{\text{ф}}$  может быть оценена выражением

$$\tau_{\text{ф}} = \frac{l/c}{1 - R}, \quad (14.19)$$

что при больших коэффициентах усиления и, следовательно, малых  $R$  даёт для  $l = 10 - 100$  см значение  $\tau_{\text{ф}} = 0,3 - 3$  нс как оценку снизу.

Вернёмся теперь к вопросу о КПД газоразрядных лазеров. Для импульсного режима формула (14.13) несправедлива. Как мы знаем, после включения инверсии индуцированное излучение идёт до тех пор, пока не выровняются населённости. Часть населённости верхнего уровня не используется. В отсутствие вырождения эта часть составляет  $1/2$  — значение, использованное при приведённых выше оценках. При наличии вырождения эта часть зависит от соотношения статистических весов верхнего и нижнего уровней  $g_{\text{в}}$  и  $g_{\text{н}}$  и составляет  $g_{\text{н}}/(g_{\text{н}} + g_{\text{в}})$ . В результате КПД лазера на самоограниченных переходах записывается в виде

$$\eta = \eta_{\text{н}} \frac{h\nu}{E_{\text{в}}} \frac{g_{\text{н}}}{g_{\text{н}} + g_{\text{в}}} = \eta_{\text{н}} \eta_{\text{пр}}, \quad (14.20)$$

где

$$\eta_{\text{пр}} = \frac{g_{\text{н}}}{g_{\text{н}} + g_{\text{в}}} \frac{h\nu}{E_{\text{в}}} \quad (14.21)$$

есть предельный КПД перехода, достигаемый тогда, когда вся энергия тратится на возбуждение верхнего уровня энергии  $E_{\text{в}}$ . По существу,  $\eta_{\text{пр}}$  является лазерной характеристикой перехода. Множитель  $g_{\text{н}}/(g_{\text{н}} + g_{\text{в}})$  обычно заключён в пределах  $1/3 - 1/2$ . Отношение  $h\nu/E_{\text{в}}$  для атомов с невысоким нижним уровнем может составлять  $0,5 - 0,7$ . Следовательно, можно надеяться найти такие переходы, для которых  $\eta_{\text{пр}} = 0,3 - 0,5$ . Сложнее оценить величину  $\eta_{\text{н}}$ . Эксперимент свидетельствует о возможности получения с учётом энергозатрат на создание плазмы значения  $\eta_{\text{н}} = 0,3 - 0,5$ . В результате полный КПД может составлять  $10 - 20\%$ , что явилось бы очень высоким достижением.

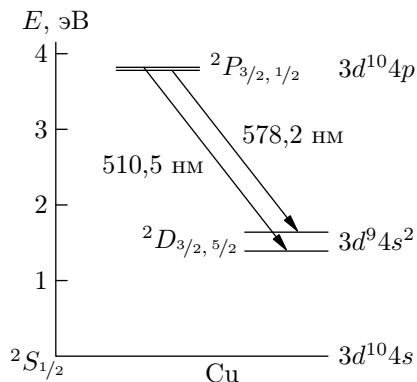


Рис. 14.4. Схема рабочих уровней медного лазера. Справа указаны соответствующие электронные конфигурации.

Оценим теперь энергетические возможности лазера на самоограниченных переходах. Сечение возбуждения резонансного уровня  $\sigma = 10^{-16} \text{ см}^2$  при плотности числа электронов  $N_e = 10^{16} \text{ см}^{-3}$  и их относительной скорости  $v = 10^8 \text{ см/с}$  соответствует скорости возбуждения  $K_2 N_e = 10^8 \text{ с}^{-1}$ . Следовательно, за время, примерно равное 10 нс, устанавливается инверсия  $n_2 = N$ . При плотности числа частиц  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ , что соответствует парциальному давлению в несколько десятых долей торра, инверсия достигает значения  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Тогда в средней части видимого диапазона за один импульс в соответствии с (14.17) может излучаться энергия 2 Дж/л. При  $1 - R = 0,3$  и резонаторе длиной примерно 1 м по (14.19) длительность импульса генерации должна составить примерно 10 нс, а пиковая мощность по (14.18) — 200 МВт/л.

Приведённые выше оценки свидетельствуют о целесообразности разработки обсуждаемых сейчас лазеров.

Существует много металлов,  $\eta_{\text{пр}}$  которых достаточно велико. Наибольшим значением обладает зелёная линия таллия:  $\eta_{\text{пр}} = 47\%$ ,  $\lambda = 535,0 \text{ нм}$ . Несколько меньше значения  $\eta_{\text{пр}}$  у свинца, золота, меди. На сегодня медный лазер оказался наилучшим как в смысле КПД, так и средней мощности в импульсно-периодическом режиме.

На рис. 14.4 приведена схема уровней атома меди. Два близко расположенных уровня  $^2P_{1/2}$  и  $^2P_{3/2}$  эффективно возбуждаются электронным ударом. Сечения возбуждения в точности не известны. Оценки дают значения  $9,7 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$  для  $^2P_{3/2}$  и  $4,5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$  для  $^2P_{1/2}$ , что выше, чем у всех подобных металлов. Генерация наблюдается на переходах с этих уровней на метастабильные уровни  $^2D_{3/2}$  и  $^2D_{5/2}$ . Наличие только двух линий генерации объясняется конкуренцией.

Времена жизни верхних уровней довольно велики в силу пленения излучения и составляют в реальных условиях около 800 и 400 нс, что сильно облегчает требования к источнику импульсного питания. Генерация получена при температуре  $1500^\circ\text{C}$  (давление паров меди

0,4 Тор, плотность  $2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ). Равновесная больцмановская населённость уровня  $^2D_{5/2}$  ( $11203 \text{ см}^{-1}$ ) составляет при этой температуре около  $5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ . Мощность генерации на зелёной линии (510,5 нм) намного больше, чем на жёлтой (578,2 нм). Длительность импульсов генерации составляет 5–10 нс, пиковая мощность 200 кВт. При частоте следования 20 кГц достигнута средняя мощность 40–50 Вт, КПД 1%. Эти данные соответствуют температуре 1600–1700 °С, длине разрядной трубки 80–100 см, диаметру 15–25 мм.

Экспериментально показана возможность повышения частоты следования импульсов разряда до 100 кГц. Этому соответствует время жизни нижнего уровня 10 мкс.

КПД может быть улучшен при точном согласовании длительности импульса разрядного тока с временем создания и существования инверсии. Перспективен также переход от продольного к поперечному разряду.

Существенную проблему представляет высокотемпературный режим разрядной трубки лазера. Применяются алюминиевая и бериллиевая керамики на основе  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{BeO}$ . Для предохранения от вылета горячего рабочего газа на окна лазерной кюветы и её стенки в холодной части, а также для обеспечения разрядного канала в области от холодных электродов до горячего газа применяется буферный газ при давлении несколько торр неона или гелия.

Испарение металлической меди может быть заменено диссоциацией летучих медьсодержащих молекул, взрывом медных проволок и т. п. Вопрос о применимости всех этих методов создания паров тугоплавких металлов требует специального рассмотрения применительно к конкретной задаче.

В заключение отметим, что медный лазер с высокой частотой повторения импульсов генерации является в настоящее время наилучшим источником лазерного излучения в зелёной области спектра.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ЧЕТЫРНАДЦАТОЙ

**14.1.** Исходя из соотношения (14.3), предложите простое техническое решение, увеличивающее выходную мощность, оберегающее стенки трубки от эрозии и улучшающее КПД накачки.

**14.2.** Что означает условие  $K\tau N_e \ll 1$ , использованное при выводе формулы (14.10)?

**14.3.** Будет ли иметь место конкуренция продольных мод в аргоновом лазере со следующими параметрами: однородная ширина линии 460–800 МГц (штарковское уширение) и длина резонатора 1,2 м?

**14.4.** Какую ширину имеет провал Лэмба в  $\text{Ag}^+$ -лазере?

**14.5.** Оцените скорость дрейфа ионов в  $\text{Ag}^+$ -лазере, если тщательные измерения профиля усиления показали, что он состоит из двух доплеровских контуров на расстоянии  $\Delta\nu \sim 500 \text{ МГц}$ .

**14.6.** Оцените плотность ионов и электронов в активной среде Ag<sup>+</sup>-лазера при плотности тока  $J \sim 10^3$  А/см<sup>2</sup>. Какая доля атомов Ag ионизована?

**14.7.** Какая ширина провала Лэмба у He–Cd-лазера?

**14.8.** Оцените доплеровскую ширину линии генерации лазера на парах меди ( $m_{Cu} = 64$  а. е.).

### Лекция пятнадцатая. CO<sub>2</sub>-ЛАЗЕРЫ

*Молекулярные лазеры. Требования к рабочему веществу мощных газовых лазеров с высоким КПД. Колебательные спектры молекул. P-, Q-, R-ветви. Нормальные колебания многоатомных молекул. CO<sub>2</sub>-лазер, общие сведения. Молекула CO<sub>2</sub>. Механизм инверсии. Роль азота и гелия. Лазеры с продольной прокачкой. Отпаянные лазеры*

Большое место среди газовых лазеров занимают молекулярные лазеры, т. е. лазеры, активной средой которых являются молекулярные газы. Прежде всего это связано с тем, что многие, даже весьма тугоплавкие элементы, упругость паров которых в обычных условиях исчезающе мала, образуют устойчивые летучие соединения. Молекулярных газов много. Только инертные (благородные) газы являются устойчивыми атомарными газами, состоящими из химически неактивных атомов. Атомарных газов мало.

Молекулярные спектры существенно более сложны по сравнению с атомными спектрами. Эта сложность определяется тем, что движение в молекулах носит более сложный характер, чем в атомах. Наряду с движением электронов относительно ядер атомов, составляющих молекулу, происходит колебательное движение самих ядер около их положений равновесия и вращательное движение всей молекулы как целого. В микромире каждое ограниченное движение квантуется. Поэтому со всеми этими видами движения связаны некие вполне определённые уровни энергии. Переходы между ними дают в видимой и УФ областях полосатые электронные спектры, в ИК области — полосатые колебательные спектры, в далёкой ИК и в микроволновых областях — линейчатые вращательные спектры.

Богатые спектральные возможности молекулярных систем облегчают выбор уровней энергии, подходящих для создания активной среды, многообразие внутренних движений в молекулах облегчает выбор канала релаксации, необходимого для поддержания инверсии.

На этом этапе нашего изложения можно сформулировать ряд общих требований к рабочему веществу мощных газовых лазеров с высоким КПД. По существу, эти требования являются обобщением того, что нам уже известно о газовых лазерах.

Прежде всего, верхний рабочий уровень должен иметь сравнительно большое время жизни. Далее, для обеспечения непрерывного режима работы время жизни нижнего уровня должно быть мало. Но сколько-

нибудь высокий КПД может быть обеспечен, если нижний уровень расположен низко, но не слишком низко, чтобы не быть заселённым термически. Следовательно, короткое время жизни нижнего уровня не может быть радиационным. Если учесть возможность пленения излучения, то становится ясно, что радиационное расселение нижнего уровня вообще не должно привлекаться как механизм опустошения нижнего лазерного уровня, расположенного невысоко над основным состоянием. Значит, нижний уровень должен опустошаться столкновительно. Но столкновения эффективны тогда, когда передаваемая при столкновении энергия не превышает энергию теплового движения. Энергия нижнего лазерного уровня должна превышать энергию теплового движения. Следовательно, столкновительная релаксация должна расселять нижний лазерный уровень в несколько этапов, через несколько промежуточных уровней, релаксирующих, в свою очередь, столкновительно.

В целом именно молекулы наилучшим образом отвечают всем этим требованиям.

Прежде чем двинуться дальше, рассмотрим вкратце молекулярные спектры.

Итак, трём видам движения в молекуле — электронному, колебательному и вращательному — соответствуют три типа квантовых состояний и уровней энергии. Полная энергия молекулы  $E$  имеет определённое значение, соответствующее определённому электронно-колебательно-вращательному состоянию. С хорошей степенью приближения эта энергия может быть представлена как сумма квантованных значений энергии электронного, колебательного и вращательного движений:

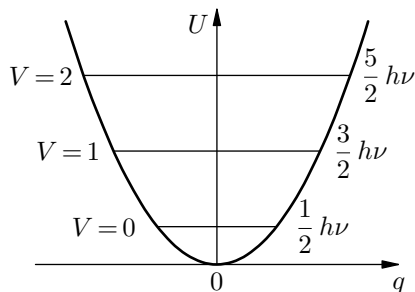
$$E = E_{\text{эл}} + E_{\text{кол}} + E_{\text{вр}}. \quad (15.1)$$

Между значениями  $E_{\text{эл}}$ ,  $E_{\text{кол}}$ ,  $E_{\text{вр}}$  существует соотношение

$$E_{\text{эл}} : E_{\text{кол}} : E_{\text{вр}} = 1 : \sqrt{m/M} : m/M, \quad (15.2)$$

где  $m$  — масса покоя электрона,  $M$  — суммарная масса ядер атомов, составляющих молекулу. Обычно  $m/M = 10^{-3} - 10^{-5}$ , а  $E_{\text{эл}}$ , как известно, составляет величину порядка нескольких электронвольт, или, что эквивалентно, нескольких единиц  $10^4 \text{ см}^{-1}$ . Тогда  $E_{\text{кол}} \approx 10^{-1} - 10^{-2} \text{ эВ}$  ( $10^3 - 10^2 \text{ см}^{-1}$ ) и  $E_{\text{вр}} \approx 10^{-3} - 10^{-5} \text{ эВ}$  ( $10 - 10^{-1} \text{ см}^{-1}$ ). Различный порядок величин  $E_{\text{эл}}$ ,  $E_{\text{кол}}$ ,  $E_{\text{вр}}$  связан с относительной медленностью вращения молекулы как целого и движения ядер в молекуле по сравнению с движением электронов, что обусловлено различием движущихся масс. Система уровней молекул состоит, таким образом, из совокупности далеко отстоящих электронных уровней, более близких колебательных уровней и ещё более близких вращательных уровней. В каждом электронном состоянии возможны колебания, в каждом колебательном

Рис. 15.1. Параболическая потенциальная кривая гармонических колебаний. Энергия  $U = kq^2/2$ , где  $k$  — коэффициент упругости связи,  $q$  — отклонение от положения равновесия.



состоянии возможны вращения. Соответствующая энергия как малое возмущение приводит к расщеплению уровней энергии «старшего», т. е. обладающего существенно большей энергией, состояния. Именно это является причиной существования полосатых молекулярных уровней.

Ограничим пока наше рассмотрение молекулярными лазерами ИК диапазона. Им соответствуют колебательные, точнее — колебательно-вращательные спектры. Колебательные уровни энергии получают квантованием колебательной энергии, при этом в первом приближении колебания считаются гармоническими.

Двухатомная молекула, т. е. система с одной колебательной степенью свободы, рассматривается как линейный гармонический осциллятор, а многоатомная молекула — как колебательная система со многими степенями свободы, совершающая малые колебания. Число колебательных степеней свободы равно  $3N - 5$  в случае молекулы с линейной равновесной конфигурацией и  $3N - 6$  в случае нелинейной молекулы. Здесь  $N$  — число атомов в молекуле.

Наиболее прост случай двухатомной молекулы. Для малых гармонических колебаний, когда возвращающая сила носит упругий характер, т. е. пропорциональна отклонению от положения равновесия, потенциальная кривая имеет форму параболы (рис. 15.1). Квантование в параболической потенциальной яме даёт, как известно, равноотстоящие уровни энергии

$$E_{\text{кол}} = h\nu_0(V + 1/2), \quad (15.3)$$

где  $V$  — колебательное квантовое число, принимающее значения  $V = 0, 1, 2, \dots$ . При  $V = 0$  формула (15.3) даёт энергию нулевых колебаний  $h\nu_0/2$ . Для дипольных переходов выполняется строгое правило отбора

$$\Delta V = V' - V'' = \pm 1, \quad (15.4)$$

что даёт энергию поглощаемого или испускаемого кванта  $h\nu = h\nu_0$ , как это показано на рис. 15.1. Значение частоты  $\nu_0$  совпадает с классической частотой малых упругих колебаний:

$$\nu_0 = \sqrt{k/M}, \quad (15.5)$$

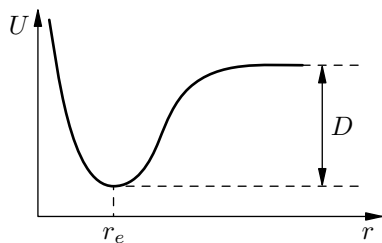


Рис. 15.2. Потенциальная кривая двухатомной молекулы:  $D$  — энергия диссоциации,  $r_e$  — равновесное расстояние между ядрами.

где  $k$  — коэффициент упругости связи в молекуле, а  $M$  — приведённая масса молекулы.

Реальная потенциальная кривая близка к параболе только вблизи минимума, т. е. около равновесного положения ядер (рис. 15.2). При сильном отклонении от равновесия, т. е. при сильном возбуждении, эта потенциальная кривая значительно отличается от параболы, что обуславливает так называемый ангармонизм колебаний. Вследствие ангармонизма колебательные уровни энергии с ростом колебательного квантового числа  $V$  постепенно сближаются. Частоты переходов  $V = 1 \rightarrow V = 0$ ,  $V = 2 \rightarrow V = 1$ ,  $V = 3 \rightarrow V = 2$  и т. д. перестают быть равными друг другу. В спектре испускания (поглощения) наряду с переходом основной частоты  $1 \leftrightarrow 0$  ( $\Delta V = \pm 1$ ) появляются обертоны: первый обертон  $2 \leftrightarrow 0$  ( $\Delta V = \pm 2$ ), второй обертон  $3 \leftrightarrow 0$  ( $\Delta V = \pm 3$ ) и т. д., интенсивность которых, правда, резко падает с ростом  $\Delta V$ . Следовательно, при наличии ангармонизма формула (15.3) и правило отбора (15.4) несправедливы.

В первом приближении замена (15.3) двухчленом

$$E_{\text{кол}} = h\nu_0(V + 1/2) - \chi h\nu_0(V + 1/2)^2, \quad (15.6)$$

где константа ангармонизма  $\chi \ll 1$ , довольно хорошо описывает реальную ситуацию. Физически ангармонизм связан с диссоциацией молекулы. По мере увеличения амплитуды колебаний, что является классическим аналогом увеличения колебательного квантового числа  $V$ , упругость связи в молекуле падает. Молекула разрыхляется и разрушается. Крутизна правой ветви потенциальной кривой на рис. 15.2 падает. Её горизонтальный участок соответствует инфинитному движению атомов по отношению друг к другу, т. е. диссоциации.

Легко связать константу ангармонизма  $\chi$  с энергией диссоциации  $D$ . Из (15.6) энергия кванта  $h\nu$  перехода с  $\Delta V = 1$  может быть получена в виде

$$h\nu = h\nu_0[1 - 2\chi(V + 1)]. \quad (15.7)$$

При подходе к порогу диссоциации колебательные уровни сгущаются, энергия кванта стремится к нулю. Это происходит при стремлении ко-

лебательного квантового числа  $V$  к значению

$$V_{\max} = 1/2\chi - 1 \approx 1/2\chi. \quad (15.8)$$

Подставив это значение в выражение (15.6) для колебательной энергии ангармонического осциллятора, мы получаем максимально возможное значение колебательной энергии этого осциллятора

$$E_{\text{кол}}^{\max} \approx h\nu_0(V_{\max} - \chi V_{\max}^2) = h\nu_0/4\chi. \quad (15.9)$$

По определению максимальная колебательная энергия ангармонического осциллятора равна энергии диссоциации соответствующей молекулы:  $E_{\text{кол}}^{\max} = D$  (см. рис. 15.2). Следовательно,

$$\chi = h\nu_0/4D. \quad (15.10)$$

Обычно оценка энергии диссоциации по формуле (15.10) с помощью полученных спектроскопически по (15.7) значений  $\chi$  производится с точностью 10–30%. Подчеркнём, однако, что суть явления формула (15.10) отражает верно. Чем больше энергия диссоциации, т. е. чем прочнее молекула, тем точнее она описывается, по крайней мере на нижних уровнях, в приближении гармонического осциллятора.

Здесь надо вспомнить о том, что, кроме колебательной энергии, существует ещё и энергия вращательная. Так как  $E_{\text{вр}} \ll E_{\text{кол}}$ , то вращения приводят к расщеплению колебательного уровня на вращательные подуровни. По существу, всегда в ИК спектре молекулы имеется колебательная полоса, обусловленная наличием вращательных уровней энергии. Эти последние находятся квантованием энергии вращения при приближённом рассмотрении молекулы как твёрдого тела с главными моментами инерции  $I_x \neq I_y \neq I_z$ .

Для двухатомной молекулы  $I_x = I_y = M\rho^2$ ,  $I_z = 0$  ( $z$  — ось молекулы), где  $M$  — приведённая масса, а  $\rho$  — расстояние между ядрами молекулы. Квантование даёт

$$E_{\text{вр}} = BJ(J+1), \quad (15.11)$$

где  $J = 0, 1, 2, 3, \dots$  — вращательное квантовое число и  $B = \hbar^2/2I = \hbar^2/(2M\rho^2)$  — вращательная постоянная. Кратность вырождения вращательного уровня составляет  $2J+1$ . Всё изложенное справедливо и для линейных многоатомных молекул при  $I = \sum m_i r_i^2$ .

Вращательная структура колебательной полосы определяется изменением вращательной энергии при колебательном переходе

$$E'_{\text{вр}} - E''_{\text{вр}} = B'J'(J'+1) - B''J''(J''+1). \quad (15.12)$$

Для дипольных переходов выполняется строгое правило отбора:

$$\Delta J = J' - J'' = 0, \pm 1, \quad (15.13)$$

что даёт так называемые  $P$ -,  $Q$ - и  $R$ -ветви. По определению в  $P$ -ветви  $\Delta J = -1$ , в  $Q$ -ветви  $\Delta J = 0$ , в  $R$ -ветви  $\Delta J = +1$ . Для линейных молекул существует дополнительный запрет на переход с  $\Delta J = 0$  и  $Q$ -ветвь отсутствует.

В гармоническом приближении и с учётом правил отбора (15.13) и (15.4) частоты переходов в  $P$ - и  $R$ -ветвях в соответствии с (15.3) и (15.11) даются простыми соотношениями:

$$h\nu = h\nu_0 - 2BJ \quad \text{для } P\text{-ветви}, \quad (15.14)$$

$$h\nu = h\nu_0 + 2BJ \quad \text{для } R\text{-ветви}, \quad (15.15)$$

где  $J$  — вращательное квантовое число стартового подуровня (в поглощении). Из (15.14) и (15.15) видно, что расстояние между соседними линиями колебательно-вращательных переходов в  $P$ - и  $R$ -ветвях колебательной полосы определяется вращательной постоянной и составляет  $2B$ .

Формулы (15.14) и (15.15) получены в предположении неизменяемости  $B$  при колебательном возбуждении. Однако по мере увеличения амплитуды колебаний молекула становится менее жёсткой и её эффективный размер увеличивается. Поэтому вращательная постоянная  $B$  обычно несколько уменьшается с ростом колебательного квантового числа  $V$ . В  $P$ - и  $R$ -ветвях это уменьшение обычно мало заметно, и проявляется оно в спектре  $Q$ -ветви, частота колебательно-вращательных переходов в которой в соответствии с (15.3), (15.4), (15.11) и (15.13) даётся формулой

$$h\nu = h\nu_0 + J(J+1)(B'' - B'). \quad (15.16)$$

Малая разность значений вращательных постоянных  $B'' - B'$  для двух соседних по  $V$  колебательных состояний  $V'$  и  $V'' = V' + 1$  приводит к тому, что  $Q$ -ветвь много уже  $P$ - и  $R$ -ветвей. Как уже отмечалось, кратность вырождения вращательных состояний равна  $2J + 1$ . Этот статистический вес необходимо учитывать при определении равновесной населённости вращательного подуровня

$$n_J \propto (2J + 1) \exp[-BJ(J+1)/kT]. \quad (15.17)$$

Конкуренция предэкспоненциального множителя с экспоненциальной зависимостью приводит к немонотонному характеру заселения состояний с различными  $J$  при заданной температуре газа. Дифференцирование (15.17) позволяет легко определить, что наиболее населённым

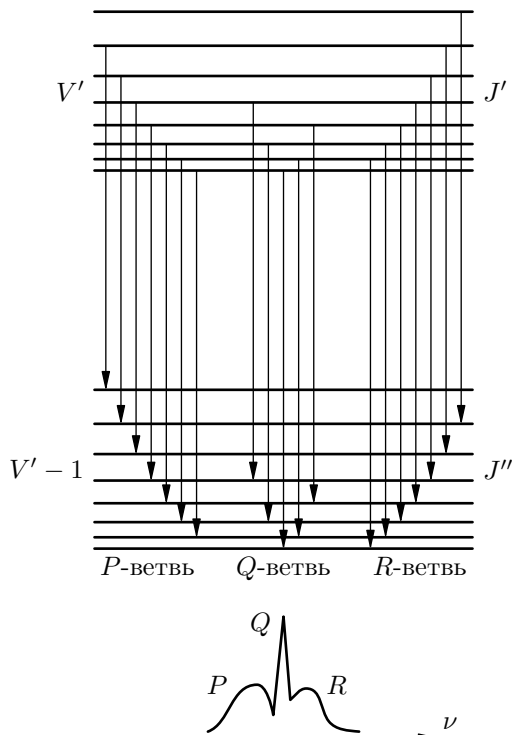


Рис. 15.3. Схема  $P$ -,  $Q$ - и  $R$ -переходов колебательной полосы  $V' \rightarrow V' - 1$

является вращательное состояние с вращательным квантовым числом

$$J_{\max} = \sqrt{kT/2B} - 1/2 \approx \sqrt{kT/2B}. \quad (15.18)$$

На рис. 15.3 схематически показаны переходы в  $P$ -,  $Q$ - и  $R$ -ветвях колебательной полосы  $V' \rightarrow V' - 1$ , в нижней части рисунка приведён спектр этих ветвей, иллюстрирующий изложенное выше.

Как правило, даже при сильном нарушении равновесного распределения населённостей колебательных уровней в системе вращательных подуровней очень быстро устанавливается равновесное распределение (15.17). Это обусловлено тем, что вращательное расщепление много меньше  $kT$ , и поэтому в процессе газокинетических соударений молекулы легко передают вращательную энергию друг другу. Другими словами, время вращательной релаксации не превышает времени между газокинетическими столкновениями.

Многоатомная молекула в первом приближении рассматривается как совокупность гармонических осцилляторов. Другими словами, в

приближении малых колебаний колебательная энергия молекулы

$$E_{\text{кол}} = \sum_{i=1}^r h\nu_i(V_i + 1/2), \quad (15.19)$$

где  $r$  — число колебательных степеней свободы,  $V_i$  — колебательное квантовое число  $i$ -го осциллятора, а частота каждого из этих осцилляторов  $\nu_i$  называется частотой нормального колебания.

Понятие нормальных колебаний молекул очень существенно для интерпретации молекулярных спектров и выяснения структуры молекул. Как известно из теории колебаний, нормальные колебания — это гармонические собственные колебания, которые могли бы существовать в линейных колебательных системах со многими степенями свободы, если бы в них не происходила диссипация энергии. В каждом нормальном колебании все точки системы колеблются с одной частотой. Число нормальных колебаний равно числу колебательных степеней свободы системы. Все нормальные колебания независимы в том смысле, что, в принципе, можно возбудить только одно из всех возможных нормальных колебаний. Набор частот нормальных колебаний определяется набором собственных резонансных частот колебательной системы. Аналогия с модами открытых резонаторов очевидна. По существу, понятия нормальных колебаний в молекулах и мод в открытых резонаторах тождественны. В последние годы термин «мода» всё чаще применяется для описания молекулярных колебаний.

В молекулах наряду с возможностью колебаний всех атомов часто возникают преимущественные колебания её отдельных частей, колебания, при которых изменяются длины определённых связей и (или) углы между ними. Знание формы нормальных колебаний (колебательных мод) молекулы позволяет характеризовать движение отдельных частей молекулы относительно друг друга и различать колебания по их локализации. Для наглядности разделяют нормальные колебания молекул на валентные, при которых изменяются длины связей, и деформационные, при которых изменяются углы между связями.

Естественно, что любое допустимое колебательное состояние молекулы является суперпозицией состояний единственного набора  $3N - 6$  (или  $3N - 5$ ) подобных нормальных осцилляторов. Типы симметрии колебаний задаются точечной группой симметрии, к которой относится молекула.

Следует, однако, помнить, что характеристичность нормальных колебаний в многоатомной молекуле падает с ростом колебательного квантового числа  $V$ . Тем не менее колебательное состояние молекулы характеризуется набором колебательных квантовых чисел  $V_i$  по всем её нормальным колебаниям или, как говорят иначе, по всем её коле-

бательным модам, общее число которых, как мы знаем, равно числу колебательных степеней свободы молекулы.

Моды молекулы обычно обозначаются символами  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$  и т. д. до  $\nu_r$  (где  $r = 3N - 6$  или  $3N - 5$ ). Анггармонизм, обусловленный диссоциацией молекулы, приводит к нарушению правила отбора  $\Delta V = \pm 1$  и соответственно к появлению в колебательном спектре молекулы обертонов (гармоник) основных частот. Соответственные состояния обозначаются  $2\nu_1$ ,  $3\nu_2$ ,  $2\nu_3$  и т. д. Радиационные переходы между основным состоянием и вторым, третьим и т. д. возбуждённым состоянием той или иной моды происходят на удвоенной, утроенной и т. д. частоте при соответствующем изменении колебательного квантового числа  $\Delta V_1 = 2$ ,  $\Delta V_2 = 3$ ,  $\Delta V_3 = 2$  и т. д. Кроме того, в многоатомных молекулах анггармонизм делает возможным появление в колебательном спектре так называемых составных частот, возникающих при одновременном изменении двух или более колебательных чисел, т. е. при переходах на так называемые составные колебания. Например, переходу из основного состояния в составное колебание  $\nu_1 + \nu_2$  соответствуют одновременно  $\Delta V_1 = 1$  и  $\Delta V_2 = 1$ , а в состояние  $2\nu_2 - \nu_1$  — значения  $\Delta V_1 = -1$  и  $\Delta V_2 = +2$ . Другими словами, анггармонизм разрушает независимость нормальных колебаний, связывая соответствующие почти гармонические осцилляторы. Отметим здесь, что так как прочность молекулы по разным связям различна, то отличающиеся моды имеют разные энергии диссоциации и соответственно разные константы внутримодового анггармонизма.

Возможность колебательных переходов определяется симметрией состояний. Если при каком-то определённом колебании молекулы её дипольный момент не изменяется, то в дипольном приближении соответствующий переход запрещён. Примером могут служить симметричные валентные колебания молекул, активных в спектрах комбинационного рассеяния и неактивных в ИК спектре поглощения. К их числу относятся все гомоядерные двухатомные молекулы типа симметричной гантели, такие как O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub> и т. п. Колебания такого вида возможны и у многоатомных молекул.

Наличие нескольких колебательных мод у многоатомных молекул, различие в их частотах и локализации обеспечивает существование различных каналов релаксации энергии возбуждения; при этом релаксация происходит с разной скоростью по разным каналам, что позволяет выбором давления и состава газовой смеси облегчать условия создания и удержания инверсии населённостей. Кроме того, многомодовость колебательного спектра позволяет разделить каналы возбуждения и генерации, что также облегчает получение лазерной генерации.

Примером того, как в молекулярных лазерах реализуются требования к рабочему веществу мощных газовых лазеров с высоким КПД, является CO<sub>2</sub>-лазер.

СО<sub>2</sub>-лазер, т. е. лазер, излучающей составляющей активной среды которого является углекислый газ СО<sub>2</sub>, занимает особое место среди всего многообразия существующих лазеров. Этот уникальный лазер отличается прежде всего тем, что для него характерны и большой энергосъём, и высокий КПД. В непрерывном режиме получены огромные мощности — в несколько десятков киловатт, импульсная мощность достигла уровня в несколько гигаватт, энергия в импульсе измеряется в килоджоулях. КПД СО<sub>2</sub>-лазера (порядка 30%) превосходит КПД всех лазеров. Частота следования в импульсно-периодическом режиме может составить несколько килогерц. Длины волн излучения СО<sub>2</sub>-лазера находятся в диапазоне 9–10 мкм (средний ИК диапазон) и попадают в окно прозрачности атмосферы. Поэтому излучение СО<sub>2</sub>-лазера удобно для интенсивного воздействия на вещество, например в технологических целях. Кроме того, в диапазон длин излучения СО<sub>2</sub>-лазера попадают резонансные частоты поглощения многих молекул, что делает возможным интенсивное резонансное воздействие лазерного излучения на вещество. При этом следует иметь в виду возможность как дискретной, так и плавной относительно широкодиапазонной перестройки частоты генерации этого лазера, что значительно расширяет его возможности. Добавим к этому, что СО<sub>2</sub>-лазер может быть одночастотным.

Таким образом, интерес к СО<sub>2</sub>-лазерам понятен.

Молекула СО<sub>2</sub> имеет три нормальных колебания — симметричное валентное  $\nu_1$ , деформационное  $\nu_2$  и несимметричное валентное  $\nu_3$ . Деформационное колебание дважды вырождено. Соответственно заполнение колебательных уровней молекулы СО<sub>2</sub>, в том числе не только нормальных частот  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$ , но и их обертонов и составных колебаний, определяет тот набор колебательных квантовых чисел  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ , который описывает колебательное состояние молекулы. Обозначаются уровни комбинацией квантовых чисел:  $V_1$ ,  $V_2^l$ ,  $V_3$ . Индекс  $l$  вводится из-за вырождения деформационного колебания  $\nu_2$ . Нам важны нижние колебательные уровни основного электронного состояния, показанные на рис. 15.4 вместе с условным представлением формы колебаний молекулы СО<sub>2</sub>. Случайное совпадение частот колебаний  $\nu_1$  и  $2\nu_2$  в силу резонанса Ферми смешивает эти уровни, и они в кинетических процессах часто выступают как одно состояние. Последнее обстоятельство является очень важным. Нижний лазерный уровень  $10^0 0$  генерационного перехода  $00^0 1 \rightarrow 10^0 0$  имеет малое время релаксации в силу сильной связи с деформационным колебанием  $02^0 0$  и тем самым с колебанием  $01^1 0$ . Внутри одной колебательной моды столкновительный обмен энергией в силу малости дефицита энергии происходит очень быстро, практически за одно газокинетическое столкновение. Колебание  $01^1 0$ , как и всякое деформационное колебание, имеет большое сечение столкновительной дезактивации. Из простых геометрических соображений очевидно, что сечение неупругого столкновения для валентного коле-

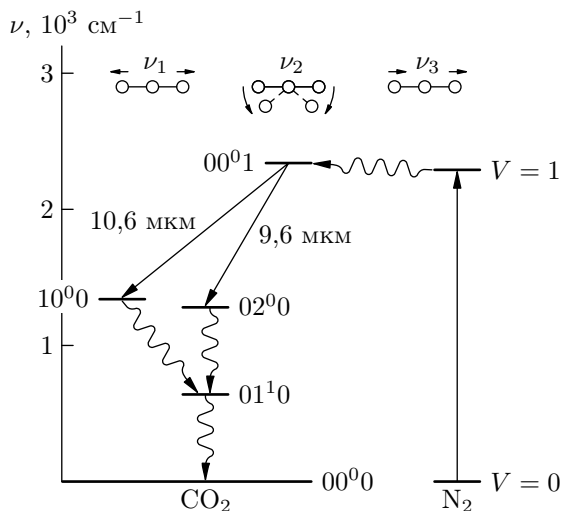


Рис. 15.4. Схема нижних колебательных уровней молекул CO<sub>2</sub> и N<sub>2</sub> в основном электронном состоянии: прямые наклонные стрелки — генерационные переходы, прямая стрелка вверх — возбуждение азота, волнистая горизонтальная стрелка — передача энергии возбуждения от азота к CO<sub>2</sub>, остальные волнистые стрелки — релаксационное опустошение нижних лазерных уровней.

бания, локализующегося вдоль оси молекулы, много меньше, чем для деформационного колебания, которое может быть возбуждено (девозбуждено) частицей, налетающей на молекулу практически под любым углом к её оси.

Если ещё учесть случайное совпадение энергии первого колебания молекулы N<sub>2</sub> ( $\Delta E = 18 \text{ см}^{-1} \ll kT$ ) с уровнем 00<sup>0</sup>1 молекулы CO<sub>2</sub>, то мы приходим к выводу, что молекула CO<sub>2</sub> хорошо отвечает требованиям к идеальному газоразрядному лазеру, изложенным в начале этой лекции. Симметричные гомоядерные молекулы азота обладают большим собственным временем жизни в колебательно возбуждённом состоянии, легко возбуждаются электронным ударом и охотно отдают энергию возбуждения CO<sub>2</sub>.

В тлеющем электрическом разряде с приведённой напряжённостью электрического поля в плазме разряда  $E/p = 5 \text{ В}/(\text{см} \cdot \text{Тор})$  при энергии электронов 2–3 эВ (резонансное возбуждение колебаний молекулы N<sub>2</sub> в диапазоне  $V = 1-8$ ) и при плотности электронов  $(0,5-5) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$  от 40 до 80% молекул азота возбуждены. Сечение возбуждения азота составляет  $3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ . Скорость столкновительной передачи энергии возбуждения от азота к CO<sub>2</sub> составляет  $(1-2) \cdot 10^4 \text{ с}^{-1} \cdot \text{Тор}^{-1}$ . Эта передача энергии идёт эффективно между гармониками 00<sup>0</sup> $n$  молекул CO<sub>2</sub> и N<sub>2</sub> вплоть до колебания  $V = 4-5$  молекулы N<sub>2</sub>. Таким образом, в CO<sub>2</sub>-лазере происходит заселение верхнего лазерного уровня.

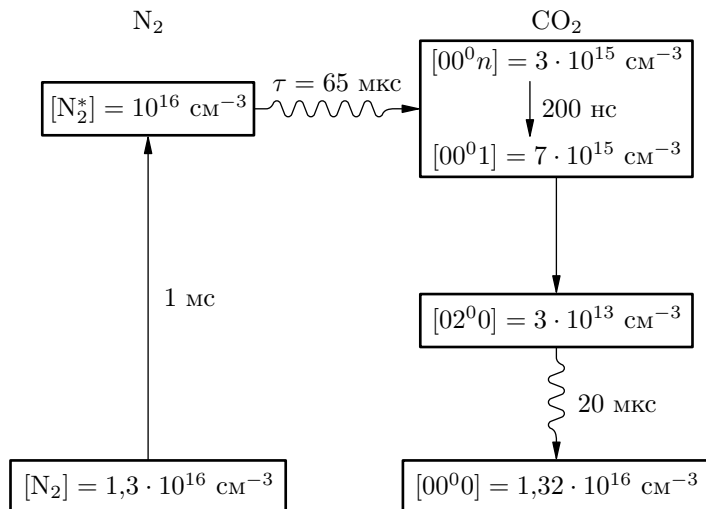


Рис. 15.5. Цикл накачки  $\text{CO}_2$ -лазера низкого давления при продольном разряде и медленной продольной прокачке

Что же касается опустошения нижнего лазерного уровня, то оказалось, что первый возбуждённый уровень деформационной моды  $\nu_2$   $01^10$  эффективно релаксирует при столкновениях с атомами He. Гелий опустошает уровень  $01^10$   $\text{CO}_2$  со скоростью  $4 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1} \cdot \text{Тор}^{-1}$ . При этом уровень  $00^01$  моды  $\nu_3$  гелием практически не затрагивается.

В итоге мы можем сказать, что цикл лазерной накачки  $\text{CO}_2$ -лазера в стационарных условиях выглядит следующим образом. Электроны плазмы тлеющего разряда возбуждают молекулы азота, которые передают энергию возбуждения несимметричному валентному колебанию молекул  $\text{CO}_2$ , обладающему большим временем жизни и являющемуся верхним лазерным уровнем. Нижним лазерным уровнем обычно является первый возбуждённый уровень симметричного валентного колебания, сильно связанный резонансом Ферми с деформационным колебанием и потому быстро релаксирующий вместе с этим колебанием в столкновениях с гелием. Очевидно, что этот же канал релаксации эффективен в случае, когда нижним лазерным уровнем является второй возбуждённый уровень деформационной моды. Таким образом,  $\text{CO}_2$ -лазер — это лазер на смеси углекислого газа, азота и гелия, где  $\text{CO}_2$  обеспечивает излучение,  $\text{N}_2$  — накачку верхнего уровня, а He — опустошение нижнего уровня.

На рис. 15.5 схематически представлен лазерный цикл накачки для конкретного  $\text{CO}_2$ -лазера. Диаметр разрядной трубки 15 мм, ток разряда 40 мА, приведённая напряжённость электрического поля 5 В/(см · Тор), температура газа на оси трубки 450 К, общее давление газовой смеси 15 Тор, смесь  $\text{CO}_2$  :  $\text{N}_2$  : He в отношении 1 : 1 : 8.

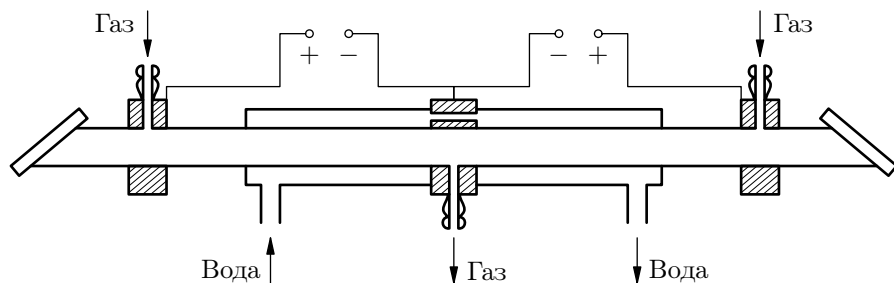


Рис. 15.6. Схема конструкции CO<sub>2</sub>-лазера с продольным разрядом и прокачкой. Охлаждающая вода проходит через катод.

В условиях, близких к показанным на рис. 15.5, коэффициент усиления слабого сигнала составляет 3–4 дБ/м, плотность потока насыщения 30–60 Вт/см<sup>2</sup>, выходная мощность на единицу длины при оптимальной связи 50–100 Вт/м. При длине лазера 200 см (обычное лабораторное устройство) оптимальная прозрачность выходного зеркала составляет  $T_{\text{опт}} = 0,4$ .

Подчеркнём, что роль гелия не сводится только к опустошению нижнего лазерного уровня. В дополнение к этому гелий облегчает возникновение и поддержание тлеющего разряда. В богатых гелием смесях газов разряд развивается практически так же, как и в чистом гелии, который является классическим объектом плазменных исследований. Кроме того, гелий обладает высокой теплопроводностью, что важно для охлаждения CO<sub>2</sub> в зоне разряда. Предотвращение разогрева CO<sub>2</sub> необходимо для того, чтобы избежать термического заселения низко расположенного уровня 01<sup>10</sup> (см. рис. 15.4). К этому следует добавить, что большое количество гелия в разряде препятствует диссоциации CO<sub>2</sub> электронами разряда.

CO<sub>2</sub>-лазеры средней мощности (десятки–сотни ватт) конструируются в виде относительно длинных труб с продольным разрядом и продольной прокачкой газа. Типичная конструкция такого лазера показана на рис. 15.6. Продольный разряд наиболее прост в реализации. Необходимо только включить последовательно с разрядом достаточно большое сопротивление, с тем чтобы ограничить ток разряда и скомпенсировать влияние падающего участка вольт-амперной характеристики разрядного промежутка. Продольная прокачка служит для удаления продуктов диссоциации газовой смеси в разряде. Охлаждение рабочего газа в таких системах происходит за счёт диффузии на охлаждаемую снаружи стенку разрядной трубки. Существенной является теплопроводность материала стенки. С этой точки зрения целесообразно применение труб из корундовой (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) или бериллиевой (BeO) керамик.

При продольной конфигурации разряда и прокачке максимальная мощность на единицу длины (50–100 Вт/м) не зависит от диаметра

газоразрядной трубки. Действительно, при значительном превышении над порогом самовозбуждения лазера излучаемая мощность определяется произведением скорости накачки  $\Lambda$  на объём активной среды  $V$ :

$$P = \Lambda V h \nu. \quad (15.20)$$

В цилиндрической геометрии  $V = \pi D^2 l / 4$ , где  $l$  — длина разряда,  $D$  — диаметр трубки. Скорость накачки  $\Lambda = dN(00^0l)/dt$  определяется произведением плотности молекул в основном состоянии  $N_0$  на плотность электронов  $N_e$ , сечение возбуждения электронным ударом  $\sigma$  и среднюю относительную скорость  $u$ :

$$\Lambda = N_0 N_e \sigma u. \quad (15.21)$$

Но произведение  $N_e \sigma u$  имеет смысл плотности тока разряда  $J$ ; следовательно,  $\Lambda = N_0 J$ . Произведение  $J \pi D^2 / 4$  даёт значение полного тока разряда  $\mathcal{J}$ , и мы получаем

$$P = \mathcal{J} N_0 l h \nu. \quad (15.22)$$

Так как плотность  $N_0$  пропорциональна полному давлению газовой смеси  $p$ , то

$$P \propto \mathcal{J} p l. \quad (15.23)$$

Как мы знаем, произведение тока на давление является важной характеристикой плазменных процессов в длинных трубках. В стационарной плазме тлеющего разряда условия определяются произведением  $pD$ . Постоянство  $pD$  обеспечивает постоянство плазменных условий (см. лекцию тринадцатую). Если для какого-то диаметра фиксировано оптимальное давление, то оптимум сохраняется при сохранении значения произведения  $pD$ . Следовательно,  $p = \text{const}/D$ , а так как  $\mathcal{J} = J \pi D^2 / 4$ , то произведение  $\mathcal{J} p \propto \text{const} \cdot JD$ .

С другой стороны, для  $\text{CO}_2$ -лазера очень важен тепловой режим. Тепловыделение в единичном объёме пропорционально плотности тока  $J$ . Теплоотвод в цилиндрической геометрии из центральной части разрядного канала на периферию пропорционален  $1/D$ . Сохранение постоянным некоторого оптимального теплового режима требует постоянства произведения  $JD$ . Следовательно, произведение  $\mathcal{J} p$  является константой, и мы приходим к тому важному выводу, что в оптимальных условиях выходная мощность  $\text{CO}_2$ -лазера с продольными прокачкой и разрядом пропорциональна только длине лазера:

$$P \propto l. \quad (15.24)$$

Напомним, что при проведённом выше анализе мы исключили из рассмотрения наличие нерезонансных потерь по известной формуле  $I =$

$= (\alpha/\beta)I_S$  [см. (6.44)], ограничивающей максимальную выходную мощность лазера. В частности, именно поэтому наибольшая выходная мощность, достигнутая в продольной конфигурации, незначительно превышает 1 кВт (суммарная длина разряда равна приблизительно 20 м).

Так как прокачка газовой смеси через разрядную трубку обусловлена необходимостью смены газа для удаления продуктов диссоциации СО<sub>2</sub>, то добавление в рабочую смесь каких-либо составляющих, способствующих окислению СО в плазме тлеющего разряда до СО<sub>2</sub>, позволяет создавать отпаянные СО<sub>2</sub>-лазеры. Такой регенерирующей добавкой обычно служат молекулы воды Н<sub>2</sub>О при концентрации меньше 1%. Отпаянные лазеры очень удобны в лабораторном применении, но полученные с их помощью мощности не превышают нескольких десятков ватт.

### ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ПЯТНАДЦАТОЙ

**15.1.** Оцените температуру газа на оси трубки СО<sub>2</sub>-лазера (см. рис. 15.4 и 15.5), при которой начинает сказываться влияние термической населённости уровня 01<sup>1</sup>0 (энергия 667,3 см<sup>-1</sup>).

**15.2.** Для СО<sub>2</sub>-лазера (см. рис. 15.4) оцените максимальную выходную мощность, пользуясь формулой (6.44).

**15.3.** Определите КПД СО<sub>2</sub>-лазера (см. рис. 15.5).

**15.4.** Определите доплеровскую ширину линии усиления СО<sub>2</sub>-лазера.

**15.5.** Зная расстояние между вращательными компонентами линии усиления  $2B \approx 1$  см<sup>-1</sup>, вычислите вращательное квантовое число наиболее населённого подуровня 00<sup>0</sup>1 при температуре 450 К.

### Лекция шестнадцатая. СО<sub>2</sub>-ЛАЗЕРЫ (продолжение)

*Спектральные свойства СО<sub>2</sub>-лазеров. Вращательная структура. Полосы 00<sup>0</sup>1–10<sup>0</sup>0 и 00<sup>0</sup>1–02<sup>0</sup>0. Вращательная конкуренция. Перестройка частоты излучения. Плавная перестройка. Импульсный разряд. ТЕА СО<sub>2</sub>-лазеры. Самостоятельный и несамостоятельный разряды. Газодинамические лазеры*

Обратимся теперь к спектральным свойствам СО<sub>2</sub>-лазеров. При малых давлениях ширина линии лазерного перехода определяется доплеровским уширением и составляет 50–60 МГц. Этому соответствует температура газа 400–450 К (см. лекцию вторую). Уширение за счёт столкновений при изменении давления на 1 Тор в зависимости от состава газовой смеси составляет 4,5–6 МГц/Тор. Только при давлениях, превышающих 25–20 Тор, можно считать линию однородно уширенной. При характерных для СО<sub>2</sub>-лазеров с продольной прокачкой давлениях в несколько тор линия излучения остаётся столь узкой, что лазер автоматически работает на одной продольной моде.

Вращательная структура колебательных уровней существенно расширяет диапазон возможных частот генерации при колебательной инверсии. В одной колебательной полосе наблюдаются  $P$ - и  $R$ -ветви генерации. Соответствующие линии генерации обозначаются как  $P(J)$  и  $R(J)$ , где  $J$  — номер вращательного подуровня нижнего лазерного уровня. В  $P$ -ветви переходы осуществляются из состояния с меньшим  $J$  в состояние с большим  $J$ , которое в соответствии с распределением (15.17), как правило, менее населено. Поэтому усиление на переходах в  $P$ -ветви несколько превышает усиление на переходах в  $R$ -ветви. Расстояние между отдельными вращательными линиями составляет величину, несколько меньшую  $2\text{ см}^{-1}$ . Скорость установления равновесия в системе вращательных подуровней велика (порядка  $10^7\text{ с}^{-1}\cdot\text{Тор}^{-1}$ ). Поэтому в стационарных условиях генерация, возникнув на какой-то одной вращательной линии, для которой наилучшим образом выполнены условия самовозбуждения, продолжается на частоте этой линии, а её мощность определяется накачкой во все вращательные подуровни несимметричного колебания  $00^01$ . Интенсивная вращательная релаксация питает энергией тот подуровень, который опустошается излучением. Энергия, накапливаемая всеми подуровнями, излучается одним подуровнем. В этом состоит так называемый эффект вращательной конкуренции, во многом ответственный за высокую эффективность  $\text{CO}_2$ -лазеров.

В неселективном резонаторе излучается та вращательная линия, стартовый подуровень которой в колебательном состоянии  $00^01$  наиболее населён. Обычно это линии  $P(20)$  или  $P(22)$  полосы  $00^01-10^00$  на частотах  $944,2$  и  $942,4\text{ см}^{-1}$  (длины волн  $10,59$  и  $10,61\text{ мкм}$ ). В  $R$ -ветви этой полосы наибольшим усилением обладают линии  $R(18)$  и  $R(20)$  с частотами  $974,6$  и  $975,9\text{ см}^{-1}$  ( $10,26$  и  $10,25\text{ мкм}$ ). Обращаясь к рис. 15.4, мы видим, что генерация может происходить не только на переходах полосы  $00^01-10^00$ , но и на переходах полосы  $00^01-02^00$  ( $R$ -ветвь —  $9,3\text{ мкм}$ ,  $P$ -ветвь —  $9,6\text{ мкм}$ ). Однако переходы полосы  $00^01-10^00$  имеют большое усиление, а так как обе эти полосы имеют общий верхний уровень, то в неселективном резонаторе генерация обычно происходит на одной из вращательных линий  $P$ -ветви именно этой полосы ( $10,6\text{ мкм}$ ).

Богатая вращательная структура, наличие двух колебательных полос с инверсией населённости, вращательная конкуренция позволяют, используя перестраиваемый селективный резонатор, с высокой эффективностью получать лазерное излучение практически на любой из линий  $P$ - и  $R$ -ветвей полос  $00^01-10^00$  и  $00^01-02^00$ . Соответствующие частотные диапазоны показаны на рис. 16.1. При малых давлениях возможна только дискретная перестройка (перестройка по линиям) с шагом, соответствующим расстоянию между линиями. Это расстояние различно в разных ветвях разных полос и изменяется от  $0,8$  до  $1,5\text{ см}^{-1}$  в  $R$ -ветвях и от  $1,5$  до  $2,2\text{ см}^{-1}$  в  $P$ -ветвях. При малых давлениях ли-

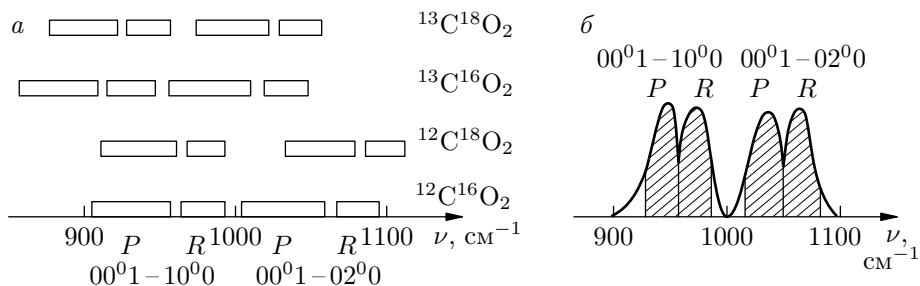


Рис. 16.1. *а* — Частотные диапазоны дискретной перестройки лазеров на молекулах CO<sub>2</sub> разного изотопического состава; *б* — области плавной перестройки CO<sub>2</sub>-лазера (заштрихованы).

нии много уже расстояния между ними (напомним, что 100 МГц эквивалентны 0,003 см<sup>-1</sup>). Существует, однако, возможность их значительного уширения путём резкого увеличения давления рабочей смеси газов. Действительно, вращательные линии сольются в непрерывный спектр, когда их столкновительное уширение будет сравнимо с расстоянием между ними.

Принимая значения спектрального интервала 2 см<sup>-1</sup>, чему эквивалентны 60 ГГц, и столкновительного уширения 6 МГц/Тор, мы находим, что вращательные линии перекроются в пределах одной ветви одной колебательной полосы при давлении 10<sup>4</sup> Тор ≈ 14 атм. При таком давлении достигается полное, практически однородное перекрытие линий усиления. На самом деле применение достаточно добротного селективного резонатора позволяет не требовать столь полного перекрытия, и CO<sub>2</sub>-лазеры высокого давления обеспечивают достаточно широкие области плавной перестройки частоты излучения в *P*- и *R*-ветвях полос 00<sup>0</sup>1-10<sup>0</sup>0 и 00<sup>0</sup>1-02<sup>0</sup>0 при давлениях 6-7 атм (см. рис. 16.1).

Здесь возникает серьёзная проблема обеспечения тлеющего или подобного ему разряда при столь высоких давлениях. Продольный разряд в длинных трубах нереализуем при этих давлениях. В стационарной плазме условия горения разряда сохраняются, как мы это уже неоднократно обсуждали, при постоянстве произведения *pD*. В обычных смесях для CO<sub>2</sub>-лазера оптимальные условия соответствуют значению *pD* ≈ 25 см·Тор. При 10<sup>4</sup> Тор это приводит к диаметру 25 мкм, что нереально. Так как высокие давления интересны не только возможностью плавной перестройки, но и перспективой высокого удельного энергоёмкости за счёт увеличения плотности излучающих частиц в активной среде, то решению проблемы создания однородной плазмы в смесях CO<sub>2</sub>-лазера большого объёма и давления было придано большое значение.

Не вдаваясь в вопросы физики плазмы, отметим, что процессом, ограничивающим возможности получения равномерного разряда в газах высокого давления и не в капиллярной геометрии при статическом

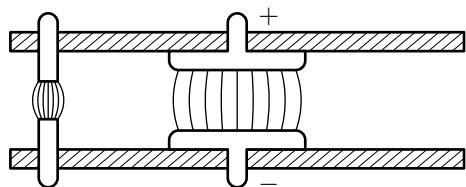


Рис. 16.2. Схема поперечного разряда с предыонизацией УФ излучением искрового разряда

пробойном напряжении и выше, является образование искрового канала. Тлеющий разряд, имеющий место при низких давлениях, преобразуется в дугу, что срывает генерацию лазера. Однако время развития дуги (или дуг) при самостоятельном разряде конечно. Поэтому однородный разряд в принципе может быть получен в любом газе между двумя электродами, если обеспечить малость времени разряда по сравнению со временем образования дуги. Так мы приходим к импульсному разряду и тем самым к импульсным лазерам.

В традиционной схеме газового лазера с использованием длинных газоразрядных труб, электрический разряд и течение газа в которых осуществляется вдоль оси трубы, совпадающей с оптической осью резонатора, невозможно значительно повысить давление газа, так как при этом резко возрастает пробивное напряжение и требуются многомега-вольтные источники импульсного напряжения. Кроме того, индуктивность длинного разрядного контура велика, и разряд в нём не может быть сделан достаточно кратковременным. Увеличение диаметра газоразрядных труб не помогает, так как при этом облегчается шнурование разряда.

Решение было найдено переходом к системам с поперечным разрядом. Суть дела здесь довольно проста. Если электроды газового разряда вытянуть вдоль оптической оси лазера (рис. 16.2), то напряжение питания разряда окажется приложенным под прямым углом к оптической оси. Пробойное напряжение резко снижается по сравнению с продольной конфигурацией. Кроме того, появляется возможность значительного увеличения рабочего объёма за счёт развития электродов в направлении, перпендикулярном как к направлению тока разряда, так и к оптической оси системы. В этом же направлении облегчаются условия прокачки газа для его форсированного охлаждения в случае импульсной работы с высокой частотой повторения (поперечная прокачка). В системах с поперечным разрядом и прокачкой полностью развязаны и сделаны независимыми три основных направления лазерной конструкции — направление распространения лазерного излучения (ось  $z$ ), направление разрядного тока, возбуждающего активную среду (ось  $y$ ), и направление подачи газовой смеси, создающей активную среду (ось  $x$ ).

Вернёмся к поперечному возбуждению. Для того чтобы поперечный разряд горел более или менее однородно по сечению и по длине лазерной

камеры, необходим прежде всего быстрый энерговыход. Поэтому большое развитие получили различные методы организации быстрых разрядов, емкостные генераторы импульсных напряжений на основе схем Аркадьева – Маркса, импульсные трансформаторы и т. п. Кроме того, важно подготовить газ к быстрому энерговыходу. Лучшим методом является предварительная, однородная по всему объёму ионизация газа. Для этого широко используется УФ засветка рабочего объёма. Источником УФ предыонизации служат различного рода искровые разрядники, листовые плазменные разряды и т. п., помещаемые непосредственно в лазерную камеру и зажигаемые с небольшим (порядка нескольких десятков наносекунд) опережением по отношению к основному разряду главного энерговыхода. УФ излучение в диапазоне 200 нм производит ионизацию всегда присутствующих в лазерной смеси примесей. При наличии особо чистых газов помогает контролируемое добавление в смесь легко ионизируемых присадок типа трипропиламина.

Итак, вспомогательные разряды создают предварительную ионизацию, по крайней мере, части рабочего объёма около основных электродов, что обеспечивает получение однородного разряда со всей площади электрода. Предварительная ионизация сокращает время, необходимое для того, чтобы инициирующие разряд электроны оказались в разрядном промежутке, когда напряжение питания основного разряда приложено к основному разрядному промежутку. Это позволяет вложить в газ энергию до образования дуги. В свою очередь, на скорость образования дуги влияет степень обработки электродов, их конфигурация и расположение. Для того чтобы задержать образование дуги как можно дольше, расстояние между электродами должно быть выдержано с большой точностью одинаковым по всему объёму, поверхности электродов должны быть тщательно отполированы и должны иметь конфигурацию, обеспечивающую одинаковую напряжённость электрического поля в зазоре по всей поверхности, например так называемые профили Роговского или Брюса. В качестве электродов основного разряда может служить плазма листового, т. е. скользящего по поверхности диэлектрика, разряда, УФ излучение которой одновременно используется для предыонизации рабочего объёма. В любом случае необходимым условием являются малая индуктивность подводящих электрических цепей и быстрое включение напряжения.

Лазеры такого типа (см. рис. 16.2), работающие при атмосферном давлении, получили наименование ТЕА СО<sub>2</sub>-лазеров, т. е. СО<sub>2</sub>-лазеров атмосферного давления с поперечным возбуждением (Transversely Excited Atmospheric). При скромных размерах и простой конструкции ТЕА СО<sub>2</sub>-лазеры представляют собой хороший лабораторный прибор. Энергия в импульсе составляет 1 – 10 Дж, длительность импульса 100 – 1000 нс в зависимости от состава газовой смеси. Большое количество

азота не только увеличивает запас энергии в активной среде, но и удлиняет процесс накачки излучающего состояния  $00^01$  молекул  $\text{CO}_2$ .

При атмосферном давлении время передачи энергии от азота к  $\text{CO}_2$  составляет величину порядка 100 нс, поэтому на временах, меньших 100 нс, наличие азота не сказывается на энергии излучения. В этом масштабе времени излучается энергия, запасённая в несимметричном валентном колебании  $00^0n$  молекул  $\text{CO}_2$ . При быстром разряде происходит обсуждавшийся нами в лекции четырнадцатой процесс включения усиления, аналогичный включению добротности. При малом количестве (полном отсутствии) азота или на отрезке времени, меньшем (или порядка) 100 нс, импульс излучения имеет типичную форму импульса включения. Наличие азота, работающего как относительно инерционный резервуар энергии, приводит к удлинению импульса излучения, нарушению монотонности его хвостовой части и появлению вторичного, правда более расплывчатого, максимума. На рис. 16.3 приведена типичная форма импульса излучения ТЕА  $\text{CO}_2$ -лазера. Общая длительность импульса излучения возрастает до 1 мкс, соответственно увеличивается и полная энергия излучения. Обычно в первом пикче излучения содержится от  $1/3$  до  $1/2$  полной энергии импульса.

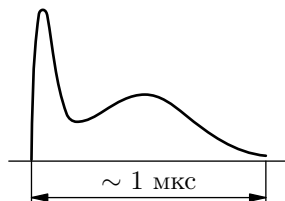
Легко сделать оценку полной энергии импульса излучения ТЕА  $\text{CO}_2$ -лазера. Пусть условия самовозбуждения сильно перевыполнены. Тогда полная энергия в импульсе излучения определяется энергией несимметричного валентного колебания молекул  $\text{CO}_2$  и колебательной энергией молекул  $\text{N}_2$ , находящихся в резонаторе лазера. За полное время импульса колебательная энергия азота передаётся  $\text{CO}_2$  и излучается. Очевидно, что искомая энергия

$$Q = \frac{1}{2} h\nu(n_1^* + n_2^*), \quad (16.1)$$

где  $n_1^*$  и  $n_2^*$  — полное число возбуждённых молекул  $\text{CO}_2$  и азота соответственно. Этому выражению можно придать более удобную форму, введя коэффициенты  $\varkappa_1$  и  $\varkappa_2$ , характеризующие степень возбуждения, т. е. среднее число колебательных квантов моды  $\nu_3$ , приходящихся на одну молекулу  $\text{CO}_2$  и  $\text{N}_2$  соответственно, перейдя от числа частиц к парциальным давлениям и вспомнив, что для идеальных газов  $PV = NkT$ :

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\varkappa_1 + c_2 \varkappa_2}{1 + c_2 + c_3} \frac{h\nu}{kT} VP, \quad (16.2)$$

где  $P$  — полное давление газовой смеси в лазерной кювете,  $V$  — рабочий объём лазера,  $c_2$  и  $c_3$  — концентрации азота и гелия соответственно, отнесённые к концентрации  $\text{CO}_2$  в используемой смеси ( $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He} = 1 : c_2 : c_3$ ). Произведение давления на объём имеет, как известно, размерность энергии. Если измерять  $V$  в литрах,  $P$  — в атмосферах,

Рис. 16.3. Типичная форма импульса излучения ТЕА СО<sub>2</sub>-лазера

а  $Q$  — в джоулях, то для приведённой энергии (удельный энергосъём) получается простое соотношение

$$q = \frac{Q}{VP} = 50 \frac{\kappa_1 + c_2 \kappa_2}{1 + c_2 + c_3} \frac{h\nu}{kT} \text{ Дж}/(\text{л} \cdot \text{атм}). \quad (16.3)$$

С понижением температуры удельный энергосъём возрастает. При комнатной температуре  $h\nu/kT \approx 4$ . В хорошо организованном разряде достигаются значения  $\kappa_1 \approx \kappa_2 = 0,4-0,5$ . Тогда для смеси 1 : 2 : 3 значение удельного энергосъёма составляет

$$q = 40-50 \text{ Дж}/(\text{л} \cdot \text{атм}), \quad (16.4)$$

что хорошо отвечает экспериментальным результатам. Заметим, что первый и второй члены в числителе формул (16.2) и (16.3) дают относительные доли энергии, излучаемой в первом пичке и в хвостовой части импульса ТЕА СО<sub>2</sub>-лазера (см. рис. 16.3).

Проведённая выше оценка правомочна, так как при атмосферном давлении время вращательной релаксации составляет 0,1 нс, время установления равновесия в одной колебательной моде СО<sub>2</sub> — также 0,1 нс, а колебательно-поступательная релаксация молекулы СО<sub>2</sub> идёт через колебание 01<sup>1</sup>0 со временем 500 нс.

В заключение обсуждения вопроса о ТЕА СО<sub>2</sub>-лазерах отметим, что для них вследствие столкновительного уширения порядка 3 ГГц (или 0,1 см<sup>-1</sup>) характерна большая ширина линии усиления, что позволяет методами синхронизации мод получать импульсы длительностью примерно 1 нс. Заметим также, что эти лазеры склонны к пассивной синхронизации мод, вследствие которой импульсы их излучения изрезаны нерегулярным образом с характерным временным масштабом в 1 нс. Рис. 16.3 представляет результаты, полученные с малым временным разрешением.

Применение систем с двойным разрядом в СО<sub>2</sub>-лазерах атмосферного давления и большого объёма даёт хорошие результаты за счёт предварительной ионизации, прежде всего прикатодной области. Это снижает работу выхода электронов с поверхности катода и облегчает формирование однородного разряда. Но в объёме газа предварительно созданных электронов мало (около 10<sup>9</sup> см<sup>-3</sup>). Поэтому механизм раз-

вития основного разряда остаётся по-прежнему лавинным, склонным к дугообразованию. Это ограничивает ввод энергии в активный объём лазера. Самостоятельный характер разряда, при котором и пробой газового промежутка (т. е. ионизация газа в промежутке), и энерговклад в этот промежуток (т. е. специфический разогрев канала пробоя внешним электрическим полем) производятся одним и тем же источником высокого напряжения, препятствует созданию достаточно эффективных ТЕА  $\text{CO}_2$ -лазеров большого объёма и не позволяет поднимать давление заметно выше атмосферного.

Переход к несамостоятельному разряду, когда ионизация газа осуществляется каким-то независимым агентом, например пучком быстрых электронов, а энергия вкладывается оптимальным образом в уже ионизованную среду, обеспечивает однородное возбуждение рабочей смеси газов при отсутствии пробоя в газе, т. е. при значениях  $E/p < 10$  кВ/(см·атм). Как мы помним, оптимальным с точки зрения возбуждения является значение  $E/p = 3$  кВ/(см·атм). Тогда при плотности числа электронов  $10^{13} - 10^{14}$  см<sup>-3</sup> · атм<sup>-1</sup> реализуется достаточно эффективный энерговклад в рабочий газ и достигается высокая степень возбуждения колебаний азота и уровней  $00^0n$  молекул  $\text{CO}_2$ . Внешний источник ионизации полностью подготавливает газовую смесь к энерговкладу, делает «линейной» её вольт-амперную характеристику, позволяет регулируемым образом возбуждать лазерный объём. Именно с помощью несамостоятельных разрядов создаются  $\text{CO}_2$ -лазеры высокого давления с плавной перестройкой частоты излучения, а при атмосферном давлении получены рекордно большие энергии излучения.

Прежде чем перейти к неэлектрическим методам создания инверсии в  $\text{CO}_2$ -лазерах, остановимся на одном чрезвычайно важном обстоятельстве, на которое впервые в ходе нашего изложения следует обратить внимание в связи с  $\text{CO}_2$ -лазерами. Речь идёт о лучевой прочности оптических материалов, применяемых при создании и эксплуатации лазеров (окна, зеркала, линзы, призмы и т. п.). По существу, этот вопрос выходит за рамки нашего курса, являясь объектом изучения процессов взаимодействия лазерного излучения с веществом. Но  $\text{CO}_2$ -лазеры являются источником столь интенсивного излучения, что свойства материалов, пусть взятые как феноменологические параметры, необходимо принимать во внимание с самого начала разработки этих лазеров.

Наилучшими прозрачными материалами, которые могут быть использованы как окна газовых кювет  $\text{CO}_2$ -лазеров, являются щелочно-галогенидные кристаллы типа NaCl, KCl, широкозонные полупроводники типа ZnSe, кристаллы на основе соединений таллия КРС-5 и КРС-6. В импульсах длительности от 0,1 до 1 мкс эти кристаллы без разрушения выдерживают лучевую нагрузку (плотность энергии излучения) 10–20 Дж/см<sup>2</sup>. Тогда, приравнивая для грубой оценки то, что может

дать активное вещество [формула (16.2)], к тому, что может выдержать материал окна, мы получим простое условие

$$pl = 2-4 \text{ м} \cdot \text{атм}, \quad (16.5)$$

ограничивающее длину активной среды лазера  $l$  и давление в нём  $p$ . Оптическая стойкость металлических отражающих зеркал и самой активной среды лазера выше, поэтому ограничивающей является непрочность прозрачных материалов.

В непрерывном или импульсно-периодическом режимах задолго до появления необратимых изменений возникает много вопросов, связанных с термооптическими искажениями. В целом можно считать, что современные материалы позволяют работать в непрерывном режиме с интенсивностями порядка нескольких киловатт на квадратный сантиметр.

Обратимся теперь к методу создания активной среды газовых лазеров, принципиально отличному от тех, которые обсуждались в предыдущих лекциях.

Рассмотрим газодинамические лазеры. В этих лазерах источником энергии излучения служит тепловая энергия молекулярного газа, равновесно нагретого до высокой температуры. При тепловом равновесии, как бы высока ни была температура, инверсии быть не может. Тепловая энергия равномерно распределена по всем степеням свободы молекул, в том числе и по колебательным степеням свободы. Но различные колебательные моды многоатомных молекул могут релаксировать с различной скоростью. Поэтому если резко изменить условия, то разные моды могут подойти к новому равновесию за разное время. Значит, при резком изменении термодинамических параметров газа в процессе перехода от одного состояния равновесия к другому может существовать отрезок времени, в течение которого термодинамическая неравновесность газа имеет характер инверсии, если только более высоко расположенный уровень энергии релаксирует медленнее. Именно так обстоит дело в случае молекул CO<sub>2</sub> применительно к колебаниям 00<sup>0</sup>1 (верхний лазерный уровень) и 10<sup>0</sup>0–02<sup>0</sup>0–01<sup>1</sup>0 (эффективный нижний лазерный уровень). Поэтому инверсия за счёт энергии нагретого газа может образовываться в процессе колебательной релаксации при быстром охлаждении газа.

Простейшим способом быстрого охлаждения больших массовых потоков газа является газодинамическое охлаждение при сверхзвуковом истечении сжатого и нагретого газа практически в вакуум. Сверхзвуковое расширение должно понижать температуру и давление газовой смеси за время, короткое по сравнению с временем жизни верхнего лазерного уровня и длительное по сравнению с временем жизни нижнего лазерного уровня. Для этого расширение газа должно быть организовано при истечении через сверхзвуковое сопло с малой высотой критиче-

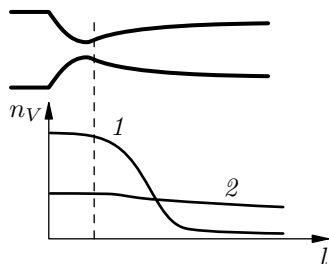


Рис. 16.4. К идее газодинамического лазера. Вверху — профиль сопла, внизу — график зависимости населенности от расстояния (в произв. ед.): 1 — нижний уровень, 2 — верхний уровень. Штриховая линия — местоположение критического сечения сопла.

ского сечения (0,3–1,0 мм). Тогда газовая смесь меняет свои параметры на отрезке длиной 1–2 см по потоку, что при сверхзвуковой скорости течения ( $M = 4$ ) приводит к тому, что населённость верхнего уровня сохраняется такой же, как у горячего газа, а нижнего соответствует низкой температуре газа после расширения. Существенную роль в реализации этого режима играет добавление азота, обладающего большим временем жизни и накачивающего уровень  $00^01$  молекул  $\text{CO}_2$ . Рисунок 16.4 поясняет сказанное.

Очевидно, что инверсия существует на каком-то конечном отрезке в области вниз по потоку от сопла, где и должны быть установлены соответствующие зеркала. Отметим, что резонатор газодинамического  $\text{CO}_2$ -лазера работает в своеобразных условиях — активное вещество вносится в резонатор с большой скоростью перпендикулярно к его оптической оси.

В газодинамических лазерах тепловая энергия молекул газа непосредственно преобразуется в энергию когерентного электромагнитного излучения. Этот лазер является своего рода тепловой машиной, и его КПД определяется температурами рабочего тела — высокой и низкой. Однако поднимать слишком высоко высокую температуру нельзя из-за диссоциации  $\text{CO}_2$ , опускать низкую слишком низко нельзя из-за опасности конденсации  $\text{CO}_2$ . Эти обстоятельства накладывают ограничение на КПД газодинамических лазеров, в реальных условиях исчисляющийся единицами процентов.

Основным достоинством газодинамических лазеров является их высокая выходная мощность в непрерывном режиме работы, достигающая мегаваттного диапазона, что обусловлено тем, что сверхзвуковой поток газа может пронести через резонатор лазера большое количество возбуждённых молекул в единицу времени. Естественно, что такие лазеры представляют собой сложное инженерное сооружение.

Прошедший через резонатор газ выбрасывается обычно в атмосферу. В случае обычной лазерной смеси  $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He}$  на высоком уровне мощности это приводило бы к большим невосполняемым потерям гелия, что недопустимо. Поэтому гелий заменяется парами воды, в небольшой концентрации (1–2%) способствующими столкновительному опустошению нижнего уровня  $01^10$ . Большая концентрация воды ускоряет релак-

сацию уровня 00<sup>0</sup>1 молекул CO<sub>2</sub> и тем самым дезактивирует основной носитель энергии возбуждения — молекулярный азот, снижая, таким образом, КПД лазера.

Нагрев газа внешними источниками тепла нерационален. В установках большого масштаба нагретая до 1300–1400 К газовая смесь требуемого состава получается сжиганием соответствующим образом подобранных углеводородных топлив в воздушной атмосфере. Это обстоятельство в ещё большей степени подчёркивает тот факт, что в газодинамических лазерах тепловая энергия непосредственно преобразуется в энергию когерентного электромагнитного излучения.

Газодинамический метод создания инверсии получил основное развитие применительно к CO<sub>2</sub>-лазерам. Предложено и разработано много вариантов разогрева газа, исключения опасности диссоциации CO<sub>2</sub> при высоких температурах путём разогрева одного только азота и подмешивания CO<sub>2</sub> к колебательно возбуждённому азоту после прохождения азотом критического сечения сопла и «поступательного охлаждения».

Очевидно, что газодинамический метод может быть применён и к молекулам, для которых (или для смесей которых с какими-либо другими молекулами) возможно «замораживание» высокой колебательной температуры более высоко расположенного колебательного уровня и быстрая термализация нижнего колебательного уровня при резком охлаждении газа (см. рис. 16.4).

Итак, в электроразрядных молекулярных лазерах используется разнесение каналов релаксации по различным колебательным модам и возбуждение долгоживущей моды либо непосредственно электронным ударом, либо путём передачи энергии возбуждения от газа — носителя энергии, возбуждаемого электронным ударом. В газодинамических лазерах для возбуждения используется термодинамически равновесный нагрев, который приводит к термодинамически неравновесному распределению населённостей при сверхзвуковом истечении газа за счёт различия скоростей релаксации по упомянутым выше разнесённым каналам.

Совершенно аналогично для возбуждения газа могут быть использованы экзотермические химические реакции, часть энергии при протекании которых может высвобождаться в виде колебательной энергии молекул. Если эта колебательная энергия передаётся затем, скажем, молекулам CO<sub>2</sub>, то получающийся при этом химический CO<sub>2</sub>-лазер в значительной мере подобен газодинамическому CO<sub>2</sub>-лазеру с большим количеством азота. Вместе с тем энергия возбуждения химического происхождения может быть непосредственно использована для создания лазерных активных сред. Поэтому химические лазеры, составляя отдельный класс лазерных систем, представляют большой самостоятельный интерес. При их рассмотрении не следует всё же забывать, что с достаточно общих позиций природа газодинамических и химических

лазеров выглядит одинаковой: в активной среде этих лазеров переход от одного равновесного состояния к другому осуществляется таким образом, что в течение некоторого конечного времени реализуется существенно неравновесное состояние с инверсией населённостей.

Подчеркнём также, что в химических лазерах происходит прямое преобразование химической энергии в энергию когерентного электромагнитного излучения, а привлекательность этих лазеров объясняется тем, что существует большое число химических реакций с огромным энерговыделением.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ШЕСТНАДЦАТОЙ

**16.1.** Можно ли в ТЕА  $\text{CO}_2$ -лазере осуществлять непрерывную перестройку длины волны излучения?

**16.2.** Какой характер уширения имеют линии усиления  $\text{CO}_2$ -лазеров?

**16.3.** По какой схеме работают разные типы  $\text{CO}_2$ -лазеров — трёхуровневой или четырёхуровневой?

**16.4.** Чем привлекателен с энергетической точки зрения канал накачки уровня  $00^0_1$  через уровень  $00^0_2$ ?

**16.5.** Когда враждебная конкуренция нежелательна?

**16.6.** Как исключить враждебную конкуренцию?

## Лекция семнадцатая. ХИМИЧЕСКИЕ ЛАЗЕРЫ

*Экзотермические реакции и колебательная энергия. Колебательно-поступательная, колебательно-колебательная и вращательно-поступательная релаксации. Полная и частичная инверсии. Скорость химической накачки. Цепные реакции. КПД инициирования и химический КПД. Химические лазеры импульсного и непрерывного действия. Параметры лазеров. Иодный фотодиссоциационный лазер*

Итак, лазеры, инверсия населённостей в активной среде которых создаётся за счёт неравновесного распределения среди продуктов химической реакции энергии, выделившейся в процессе реакции, непосредственно в реакционном объёме, называются химическими лазерами. Другими словами, излучение химического лазера есть прямой непосредственный результат химической реакции, а не результат какого-то побочного действия химической реакции, например нагрева или взрывообразного роста давления, как в случае газодинамических лазеров с исходной химической энергетикой (стационарное или взрывное сгорание топлива).

Излучение химического лазера является эффектом, обратным фотохимическому эффекту, в котором химическая реакция возникает как прямой, непосредственный результат поглощения атомом или молекулой фотона, а не как результат какого-то побочного действия света, например нагрева реагентов при поглощении света. Фотохимическое

стимулирование осуществляется для проведения эндотермических реакций. Очевидно, что для создания химических лазеров могут привлекаться только экзотермические химические реакции.

Интерес к химическим лазерам обусловлен тем, что во многих экзотермических химических реакциях выделяется большая энергия на единицу массы реагентов. Примеры хорошо известны — органические топлива, порох и т. п.

Анализируя реакции, проводимые в газовой фазе, легко видеть, что колебательные степени свободы молекул являются хорошим аккумулятором энергии, выделившейся при химической реакции. Во-первых, при молекулярных химических реакциях перестраиваются химические связи молекул, рвутся одни связи, создаются новые связи, на сохраняющихся связях происходят замещения одних связываемых ядер другими и т. д. Колебательные моды молекул локализуются, как мы знаем, по связям в структуре молекул. Следовательно, энергия высвобождается при экзотермической реакции через перестраиваемую в ходе реакции химическую связь и локализуется в виде колебательной энергии молекул. Во-вторых, в газовой фазе колебательная (или, говоря более точно, колебательно-поступательная) релаксация происходит относительно медленно.

В силу изложенного химические лазеры работают главным образом на переходах между колебательными уровнями молекул. Важно знать поэтому, как химическая энергия распределяется между колебательными уровнями молекул в результате реакции и в каких реакциях и у каких молекул возможно инверсное распределение этой энергии.

Простейший случай можно представить реакцией замещения



Ряд элементарных реакций типа (17.1) подробно изучен. Так, спектроскопическими методами найдено, что в реакции



отношение колебательной энергии к полной энергии, выделившейся при реакции, составляет  $E_{\text{кол}}/E_{\text{полн}} = 0,7$ . При этом относительные населённости на уровнях  $V = 1$ ,  $V = 2$ ,  $V = 3$  составляют соответственно 0,31, 1,0, 0,48. Примерно такова же ситуация в реакциях  $F + D_2$ ,  $H + F_2$ ,  $H + Cl_2$ ,  $H + Br_2$  и т. д. Как правило, во всех реакциях образования галогеноводородов по схеме (17.1) в результате экзотермического замещения возникает инверсия населённостей.

Полная колебательная инверсия

$$N_{V'}/g_{V'} > N_V/g_V, \quad V' > V, \quad (17.3)$$

возникшая в акте перестройки внутримолекулярной связи, может существовать только в течение некоторого определённого конечного времени. Релаксационные процессы устремляют неравновесную систему к равновесию, которому отвечает больцмановское распределение населённостей с температурой, соответствующей энергии, выделившейся при реакции. Как мы знаем, молекула обладает колебательными, вращательными и поступательными степенями свободы. Термализация энергосодержания экзотермической реакции предполагает равномерное распределение этой энергии по всем степеням свободы молекулы. Другими словами, в равновесии все виды движения молекулы характеризуются одной и той же температурой  $T$ . Физическим процессом, приводящим к установлению этого равновесия, являются межмолекулярные газокинетические столкновения. Мы знаем, что при столкновениях эффективен квазирезонансный обмен энергией. При колебательно-поступательной ( $V-T$ ) релаксации, когда

$$h\nu_{\text{кол}} > kT, \quad (17.4)$$

условия квазирезонансности сильно нарушены. Поэтому для  $V-T$ -релаксации требуется много, иногда много сотен или тысяч, газокинетических столкновений. Именно поэтому время  $V-T$ -релаксации велико.

Вместе с тем при столкновениях молекул возможен обмен квантами колебательной энергии  $h\nu_{\text{кол}}$  между колебательными уровнями с различными значениями колебательного квантового числа  $V$ . Если ангармонизм молекулы мал, то дефицит энергии при такой передаче [см. (15.7)] также мал:

$$2\chi(V+1) < kT, \quad (17.5)$$

и колебательно-колебательный обмен (колебательно-колебательная ( $V-V$ ) релаксация) происходит практически со скоростью газокинетических столкновений. При  $V-V$ -релаксации сохраняется общее число колебательных квантов, т. е. энергия, полученная системой молекул в результате (в нашем случае) химической реакции в виде колебательной энергии, сохраняется как колебательная энергия. Изменяется распределение энергии по уровням. Если ангармонизм молекул мал, получающееся в процессе  $V-V$ -релаксации распределение близко к больцмановскому с некоторой эффективной колебательной температурой  $T_V \neq T$ . Очевидно, что при этом полная колебательная инверсия (17.3) исчезает.

За время  $V-V$ -релаксации происходит и вращательно-поступательная ( $R-T$ ) релаксация, приводящая в равновесие вращательные и поступательные степени свободы, характеризующиеся в результате некоторой единой температурой  $T$ . Быстрое установление равновесия во вращательно-поступательном резервуаре обусловлено квазирезонансностью обмена энергией при соответствующих столкновениях в

силу малости вращательной энергии:

$$BJ(J+1) < kT. \quad (17.6)$$

Сечения  $V-V$ - и  $R-T$ -релаксаций близки к газокинетическому сечению. Как правило,  $R-T$ -релаксация идёт несколько быстрее  $V-V$ -релаксации. Но  $V-T$ -релаксация, как уже неоднократно подчёркивалось, идёт много медленнее, поэтому в течение длительного времени, равного многим (сотням или тысячам) интервалам между газокинетическими столкновениями,  $T_V \neq T$ . Если выбраны такие реакции типа (17.1), для которых экзотермичность реализуется в преимущественно колебательном энерговыделении, то тогда в течение относительно длительного времени

$$T < T_V. \quad (17.7)$$

В этой ситуации возможна так называемая частичная инверсия, условие которой для уровня  $V'$ ,  $J'$ , расположенного выше уровня  $V$ ,  $J$ , записывается в виде

$$N_{V',J'}/g_{V',J'} > N_{V,J}/g_{V,J}. \quad (17.8)$$

Это условие выполняется, в отличие от условия полной инверсии (17.3), только для некоторых  $J$  и  $J'$ .

Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее. Больцмановское распределение по колебательно-вращательным уровням при квазиравновесных колебательной и вращательной температурах  $T_V$  и  $T$  принимает вид

$$\frac{N_{V,J}}{g_{V,J}} = \frac{1}{\sum_V} \exp\left(-\frac{E_V}{kT_V}\right) \frac{1}{\sum_r} \exp\left(-\frac{BJ(J+1)}{kT}\right), \quad (17.9)$$

где энергия  $E_{V,J}$  вращательного подуровня  $J$  колебательного уровня  $V$  принята равной

$$E_{V,J} = E_V + BJ(J+1) \quad (17.10)$$

(что справедливо для двухатомных или линейных молекул), а  $\sum_V$  и  $\sum_r$  обозначают соответственно колебательную и вращательную статистические суммы. Условие частичной инверсии выполняется в случае, если

$$\frac{T_V}{T} > \frac{E_{V'} - E_V}{B} \frac{1}{J(J+1) - J'(J'+1)}, \quad J' < J. \quad (17.11)$$

При этом правила отбора для колебательно-вращательных переходов  $\Delta V = \pm 1$ ,  $\Delta J = 0, \pm 1$  позволяют упростить (17.11) с помощью соотно-

шений  $E_{V'} - E_V = h\nu$ ,  $J = J' + 1$ :

$$\frac{T_V}{T} > \frac{h\nu}{2BJ}. \quad (17.12)$$

Иначе говоря, частичная инверсия реализуется только в  $P$ -ветви (значение  $J$  для вращательного подуровня верхнего лазерного уровня на единицу меньше, чем для вращательного подуровня нижнего уровня) и для значений  $J$  нижнего уровня, определяемых запасом колебательной энергии, т. е. значением  $T_V$ :

$$J > \frac{h\nu}{2B} \frac{T}{T_V}. \quad (17.13)$$

В то же время при полной колебательной инверсии возможно усиление на всех трёх ветвях:  $P$ ,  $Q$  и  $R$ .

Возможность существования частичной инверсии является важной особенностью молекулярных систем. В колебательно-вращательных спектрах инверсия может осуществляться не только за счёт различия в населённостях колебательных уровней. Существенное значение имеет распределение населённостей в колебательном уровне по вращательным подуровням. Для переходов  $P$ -ветви, идущих в поглощении от  $J + 1$  нижнего к  $J$  верхнего колебательного уровня, а в излучении от  $J - 1$  верхнего к  $J$  нижнего, реализуется своеобразная ситуация.

Представим себе для простоты рассуждений такую картину: населённости двух колебательных уровней  $V$  и  $V + 1$  равны друг другу. Полной инверсии нет. Распределения населённостей по подуровням в этих двух колебательных уровнях полностью тождественны друг другу и являются больцмановскими. Подуровень  $J - 1$  населён сильнее, чем  $J$ . В свою очередь,  $J$  населён сильнее, чем  $J + 1$ , и т. д. При равенстве колебательных населённостей уровней  $V$  и  $V + 1$  их подуровни  $J_V$  и  $J_{V+1}$  населены одинаково. Аналогично, одинаково населены подуровни  $(J - 1)_V$  и  $(J - 1)_{V+1}$  и т. д. Следовательно, подуровень  $(J - 1)_{V+1}$  населён сильнее, чем подуровень  $J_V$ . Более низко расположенный подуровень верхнего уровня является нижним на шкале вращательных энергий, так как на своём колебательном уровне его вращательная энергия меньше. Но он расположен выше на шкале колебательных энергий, и поэтому для колебательно-вращательного перехода в  $P$ -ветви возможна инверсия, названная выше частичной. Обычно обозначают символом  $J$  подуровень нижнего колебательного уровня. При отсутствии инверсии колебательных населённостей перехода  $V + 1 \rightarrow V$  частичная инверсия может осуществляться только для переходов  $J - 1 \rightarrow J$ , т. е. в  $P$ -ветви для значений  $J$ , даваемых формулой (17.13).

Итак, пока не прошла  $V - V$ -релаксация, существует полная колебательная инверсия, обусловленная характером распределения энер-

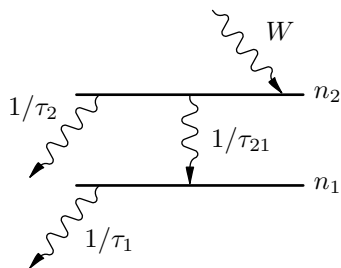


Рис. 17.1. К рассмотрению кинетики накачки химического лазера

гии элементарного экзотермического химического акта по колебательным состояниям молекул продуктов реакции. Пока не прошла  $V-T$ -релаксация, существует частичная вращательная инверсия в  $P$ -ветви. Различать эти два вида инверсии легко по спектру возможных частот генерации.

По достижении инверсии все свойства химических лазеров полностью совпадают со свойствами всех остальных молекулярных газовых лазеров, что, впрочем, справедливо и при любом другом способе создания активной среды.

Важнейшим же вопросом для химических лазеров является вопрос о выборе химической реакции, создающей инверсию.

Рассмотрим простую модель (рис. 17.1). Пусть уровень 2 заселяется в процессе химической реакции со скоростью  $W$ . Тогда в рассматриваемом двухуровневом приближении скоростные уравнения имеют вид

$$\frac{dn_2}{dt} = W - \left( \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_{21}} \right) n_2, \quad \frac{dn_1}{dt} = \frac{n_2}{\tau_{21}} - \frac{n_1}{\tau_1}, \quad (17.14)$$

где смысл времён  $\tau$  ясен из рис. 17.1. Стационарное значение разности населённостей

$$n_2 - n_1 = W \tau_2 \frac{\tau_{21} - \tau_1}{\tau_2 + \tau_{21}} \quad (17.15)$$

достигает максимального значения

$$n_2 - n_1 = W \tau_{\text{эфф}}, \quad (17.16)$$

где  $1/\tau_{\text{эфф}} = 1/\tau_2 + 1/\tau_{21}$  при  $\tau_1 \ll \tau_{21}$ . Это максимальное значение должно превышать некоторое пороговое для генерации значение  $n_{\text{пор}}$ . Следовательно, скорость химической накачки должна превышать некоторое значение, определяемое плотностью пороговой инверсии и эффективным временем релаксации:

$$W > n_{\text{пор}}/\tau_{\text{эфф}}. \quad (17.17)$$

Примем теперь, что скорость химической накачки тождественна скорости химической реакции. Пусть рассматриваемая реакция может быть записана в виде



Тогда скорость получения продукта  $AB^*$  определяется произведением концентраций исходных реагентов  $[A]$  и  $[B]$  и так называемой константы скорости реакции  $K$ :

$$W = [A][B]K. \quad (17.19)$$

Величина  $K$  подчиняется закону Аррениуса:

$$K = K_0 \exp(-E_a/kT), \quad (17.20)$$

где  $E_a$  — так называемая энергия активации реакции, а предэкспоненциальный множитель слабо зависит от температуры и всегда меньше величины, определяемой числом газокинетических столкновений  $\langle \sigma v \rangle$ :

$$K_0 \lesssim \langle \sigma v \rangle. \quad (17.21)$$

При 300 К и обычных значениях энергии активации ( $E_a \approx 10-20$  ккал/моль) константа скорости реакции очень мала ( $K \approx 10^{-18} - 10^{-26}$  см<sup>3</sup>/с), что не может обеспечить выполнения условия (17.17). Для химической накачки нужны реакции с энергией активации, исчисляемой единицами килокалорий на моль. (Для справки заметим, что энергии 1 эВ соответствует энергия 23 ккал/моль.) Столь малые энергии активации могут быть только у реакций с участием свободных атомов или свободных радикалов. Но приготовление свободных химически активных атомов или свободных радикалов крайне энергоёмко. Энерговыделение радикальных реакций при 300 К составляет величину того же порядка, что и затраты энергии на приготовление радикалов.

При рассмотрении вопроса о химической накачке возникает, таким образом, проблема такого снижения затрат энергии на создание радикалов, при котором инициирование химической реакции типа (17.18) не было бы энергоёмким. Тогда излучательный энергосъём, примерно равный энерговыделению химической реакции, мог бы заметно превышать энергию инициирования реакции. В идеальном предельном случае можно было бы надеяться на осуществление чисто химического лазерного эффекта, получаемого без каких-либо затрат энергии на инициирование реакции.

Обсуждаемая проблема решается использованием цепных и самоподдерживающихся химических реакций. В этих реакциях каждый химически активный центр (радикал, атом) воспроизводится в процессе реакции. Многократное использование радикалов перерабатывает в излучение запас химической энергии смеси. Многократность включения радикалов в реакции в ходе цепного химического процесса может пере-

крывать энергозатраты на создание того небольшого числа радикалов, которое нужно для начала развития цепного процесса.

Действительно, чтобы реализовать реакции типа (17.1) или (17.18), нужно иметь атомы (радикалы) А и (или) В. В простейшем случае мы имеем двухатомные молекулы А<sub>2</sub> и В<sub>2</sub>. Тогда продукт АВ обычно может быть получен в реакции

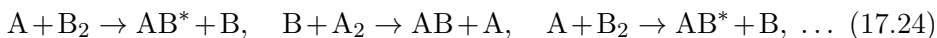


Но эта прямая нецепная реакция имеет большую энергию активации и идёт со скоростью, недостаточной для образования инверсии выше пороговой.

Применим теперь внешнее иницирующее воздействие, например подвергнем газ воздействию интенсивной вспышки достаточно жёсткого УФ излучения. В результате часть молекул диссоциирует:



и возможно установление быстрой цепной реакции:



Второй акт в цепи (17.24) восстанавливает исходную ситуацию, и выработка желаемого продукта АВ\* продолжается в отсутствие иницирующего воздействия. Однако реальная цепь не бесконечна, активные центры существуют конечное время и в конце концов гибнут. При анализе цепных реакций используется понятие химической длины цепи  $\nu_x$ , равной отношению концентрации молекулярного продукта АВ к концентрации исходных (иницирующих) радикалов А.

По существу, длина  $\nu_x$  определяется отношением скорости самого медленного акта цепи к скорости гибели активных центров. Очевидно, что чем длиннее цепь, тем меньше доля энергии первого иницирования в общем энергобалансе реакции и, следовательно, тем выше КПД возможного лазера. Но для лазерного эффекта нужен не просто молекулярный продукт АВ, нужны возбуждённые молекулы АВ\*. Всегда существующие релаксационные процессы приводят к гибели возбуждения, т. е. гибели инверсии. Поэтому работу химического лазера следует характеризовать, вводя понятие лазерной длины цепи  $\nu_{\text{л}}$ , определяемой как отношение скорости выработки возбуждённых молекул АВ\* к скорости гибели инверсии из-за релаксации. Причины гибели радикалов и релаксации инверсии, в принципе, одинаковы — газокинетические столкновения. Но релаксация протекает быстрее, поэтому  $\nu_{\text{л}} < \nu_x$ , и именно лазерная длина цепи определяет КПД лазера.

Пусть на создание исходного радикала требуется энергия  $E_{\text{д}}$ . Каждый радикал сработал  $\nu_{\text{л}}$  раз. Энергозатраты источника иницирования

ния (его КПД равен  $\eta_{\text{и}}$ ), приходящиеся тогда на один акт полезного излучения, составляют  $E_{\text{д}}/\eta_{\text{и}}\nu_{\text{л}}$ . Если энергосодержание акта реакции образования одной молекулы АВ\* равно  $\Delta H$  и доля этой энергии  $\eta_{\text{р}}$  идёт в нужное нам колебание молекулы АВ, то в одном акте излучается энергия  $\Delta H\eta_{\text{р}}$ , и КПД инициирования химического лазера, называемый также часто внешним КПД, оказывается равным

$$\eta_0 = \nu_{\text{л}}\eta_{\text{и}}\eta_{\text{р}}\Delta H/E_{\text{д}}. \quad (17.25)$$

Этот коэффициент при большой лазерной длине цепи может превышать, даже значительно превышать, 100%. Именно в этом заключено преимущество химических лазеров.

Наряду с КПД инициирования представляет интерес величина химического КПД лазера  $\eta_{\text{х}}$ , по определению равного отношению энергии лазерного излучения  $Q_{\text{л}}$  к общему запасу химической энергии в системе  $Q_{\text{х}}$ :

$$\eta_{\text{х}} \equiv Q_{\text{л}}/Q_{\text{х}}. \quad (17.26)$$

Величина  $\eta_{\text{х}}$  важна прежде всего потому, что химическая энергия отнюдь не является даровой, она заключена в исходных реактивах, приготовление которых может быть весьма энергоёмким.

Из предыдущего рассмотрения очевидно, что

$$Q_{\text{л}} = \nu_{\text{л}}\eta_{\text{р}}\Delta H[A]_0, \quad (17.27)$$

где  $[A]_0$  — исходное число радикалов при инициировании.

Запас химической энергии в системе определяется величиной энергосодержания реакции образования одной молекулы АВ\* и тем, сколько таких молекул может быть образовано заданным составом реагентов исходной смеси. Последнее равняется числу тех молекул исходной смеси, которые входят в результирующий молекулярный продукт в стехиометрически меньшей концентрации. Это число, обозначаемое символом  $[N]$ , в случае реакции типа (17.22), или, точнее говоря, реакций (17.23), (17.24), равно концентрации  $[A_2]$  молекул  $A_2$ . Будем исходить из простейшего случая. Тогда

$$Q_{\text{х}} = \Delta H[A_2], \quad (17.28)$$

$$\eta_{\text{х}} = \nu_{\text{л}}\eta_{\text{р}}[A]_0/[A_2]. \quad (17.29)$$

Химический КПД, как и КПД инициирования, тем больше, чем длиннее лазерная цепь и чем больше КПД реакции  $\eta_{\text{р}}$ . Вместе с тем глубина инициирования, т. е. относительное число активных центров  $[A]_0/[A_2]$ , созданных источником инициирования, также определяет  $\eta_{\text{х}}$ . К сожалению, дальнейшее сравнение  $\eta_{\text{х}}$  и  $\nu_{\text{л}}$  проводить трудно, так как лазерная длина цепи  $\nu_{\text{л}}$  сложным образом зависит от кинетики цепной реакции

и от начальной концентрации радикалов  $[A]_0$ . Часто с ростом степени инициации длина цепи  $\nu_{\text{л}}$  уменьшается, при этом  $\eta_{\text{х}}$  и  $Q_{\text{л}}$  могут возрастать, а  $\nu_0$  — падать. В реальных условиях ищется компромиссное решение.

Упомянутые в начале этой лекции галогеноводородные лазеры работают в среднем ИК диапазоне. Для них характерны следующие длины волн: HF-лазер — 2,7 мкм, HCl-лазер — 3,7 мкм, HBr-лазер — 4,2 мкм, DF-лазер — 4,3 мкм. При этом следует иметь в виду, что сложная структура колебательно-вращательных переходов в этих молекулах при сильном колебательном возбуждении позволяет получать генерацию на многих линиях в широком диапазоне в окрестности указанных длин волн. Все эти длины волн интересны сами по себе, но обращает на себя внимание величина кванта излучения DF-лазера, совпадающая с энергией колебания  $00^0_1$  молекулы  $\text{CO}_2$ . Поэтому химически возбуждённый DF может быть с успехом применён для создания химических  $\text{CO}_2$ -лазеров путём использования резонансной передачи энергии возбуждения.

К настоящему времени разработаны как импульсные химические лазеры, так и химические лазеры непрерывного действия.

В импульсных лазерах во взаимно стабильной смеси газов импульсное инициирование включает цепную реакцию, приводящую к излучению. Следует только помнить, что реакция должна быть быстрой, так как в медленно протекающей квазистационарной реакции релаксационные процессы приводят к гибели инверсии, уравнивая все степени свободы. Здесь просматривается аналогия с газодинамическим лазером, охлаждение газа в котором также должно быть быстрым.

Для импульсного инициирования применяются разного рода процессы фотолиза и радиолiza, главным образом УФ диссоциация и диссоциация электронным пучком. В качестве источников УФ излучения применяются искровые разряды, взрывающиеся проволоочки, скользящие разряды, кварцевые лампы. Характерная длительность импульсов излучения этих источников составляет примерно 1 мкс. Электронные пучки могут обеспечивать более кратковременное воздействие (1 – 100 нс), но их общая эффективность ниже.

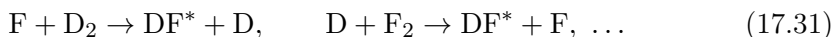
Для получения инверсии желательны наиболее простые молекулы — продукты реакций, предпочтительнее всего — двухатомные гетероядерные молекулы типа АВ. В противном случае усложняются процессы  $V-V$ -релаксации, да и в первичном акте экзотермической реакции произойдёт перераспределение химической энергии по степеням свободы молекулы.

Наилучшим примером является HF-лазер. Генерация наблюдается главным образом в колебательной полосе перехода  $V = 2 \rightarrow V = 1$  в диапазоне 2,7 мкм. Для получения сначала атомарного фтора, а затем фтороводорода используются смеси молекул-фтороносителей типа  $\text{NF}_3$ ,  $\text{UF}_6$ ,  $\text{SF}_6$ ,  $\text{WF}_6$  или фреонов с водородом или водородсодержащими мо-

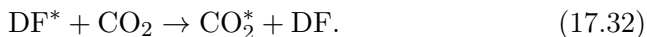
лекулами. Так, в смеси  $\text{H}_2 : \text{F}_2 : \text{O}_2 : \text{SF}_6$  в отношении 10 : 36 : 14 : 10 при общем давлении 1 атм и иницировании электронным пучком получен энергосъём 100 Дж/л в импульсе длительностью 30 нс. КПД иницирования достигал 800%. Здесь следует обратить внимание на важную особенность химических лазеров, обусловленную их химической природой. Смесь абсолютно чистых водорода  $\text{H}_2$  и фтора  $\text{F}_2$  нестабильна. Правилom, а не исключением, являются её самопроизвольные взрывы. Добавление кислорода и  $\text{SF}_6$  стабилизирует смесь. Выбор исходной смеси газов представляет, таким образом, в химических лазерах серьёзную проблему не только с точки зрения релаксационной кинетики, но и с точки зрения кинетики цепных реакций взрывного типа.

Большой интерес, особенно для автономных применений, имеет  $\text{DF} - \text{CO}_2$ -лазер, основанный на уже упомянутой передаче энергии  $\text{DF}^* + \text{CO}_2 \rightarrow \text{DF} + \text{CO}_2^*$ . В импульсах длительностью несколько микросекунд на волне 10,6 мкм получен энергосъём до 150 Дж/л.

Непрерывный режим работы химических лазеров возможен при смешивании газов, например в сопловых блоках. Так как смешивать в потоке можно взаимно совершенно нестабильные реагенты, а затем быстро, со скоростью, близкой к звуковой, удалять продукты их реакции, то становится возможным чисто химический лазер без иницирования. Наиболее интересен здесь  $\text{DF} - \text{CO}_2$ -лазер, в котором возбуждённые молекулы  $\text{DF}^*$  возникают в ходе цепной реакции, поджигаемой при смешивании устойчивого радикала  $\text{NO}$  с молекулярным фтором, что даёт атомарный фтор, служащий активным центром цепной реакции:



К возбуждённому  $\text{DF}^*$  ниже по потоку подмешивается  $\text{CO}_2$ , возбуждаемый по хорошо известной схеме



Отработка газодинамической системы, реализующей такую схему, представляет известные трудности ввиду взрывоопасности используемых смесей и высокой токсичности продуктов реакции. На рис. 17.2 показана соответствующая схема проточного реакционного сосуда, снабжённого на выхлопе лазерным резонатором. По существу, эта схема близка к газодинамическому лазеру и встречается с теми же трудностями конструирования резонатора лазера с быстрым поперечным протоком активного вещества. Приведённая мощность такого лазера может достигать сотен ватт в пересчёте на скорость расхода активного вещества 1 г/с.

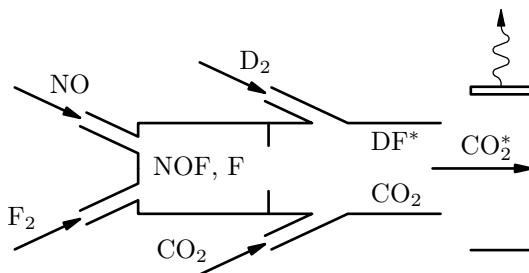


Рис. 17.2. Схема проточного реакционного сосуда химического DF–CO<sub>2</sub>-лазера. Волнистая стрелка показывает выход излучения через частично прозрачное зеркало.

По-видимому, в строгом смысле слова химическими следует считать такие лазеры с химическим механизмом возбуждения активной среды, для которых КПД инициирования (внешний КПД) превышает единицу.

Примером обратной ситуации является йодный фотодиссоциационный лазер.

В фотохимии хорошо известно, что в некоторых случаях атомы охотнее вступают в реакции присоединения, будучи электронно возбуждены. Следовательно, при диссоциации могут возникать электронно возбуждённые атомы. Это означает, что по крайней мере часть энергии связи атомов в молекуле может затратиться на возбуждение осколка молекулы. Если фрагментом диссоциации является атом, то возбуждёнными могут оказаться только его электронные уровни энергии. Но исходная молекула устойчива, следовательно, на разрыв связи необходимо затратить энергию, очевидно, большую той доли энергии, которая в результате разного рода перераспределений выделится в виде электронной энергии атома.

Имея в виду релаксационные процессы, мы понимаем, что диссоциацию надо проводить быстро. При этом дальнейшее использование возбуждённых продуктов диссоциации для их цепного размножения недопустимо, так как оно приведёт к гибели возбуждения. Поэтому наиболее удобна прямая импульсная фотодиссоциация. Из изложенного ясно, что КПД инициирования в рассматриваемом случае меньше единицы. С этой точки зрения фотодиссоциационные лазеры отличаются от тех химических лазеров, которым посвящена в основном эта лекция. Следует всё же помнить, что в рамках более общего определения, приведённого в начале лекции, фотодиссоциационные лазеры являются химическими лазерами.

Наибольшую известность приобрёл йодный лазер на волне 1,315 мкм, возбуждённые атомы йода в котором получают путём импульсного фотолиза молекул CF<sub>3</sub>I. Реакция происходит по схеме



Возбуждённое состояние иода  $^2P_{1/2}$  опустошается излучательными переходами  $^2P_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$  в рамках одной и той же электронной конфигурации иода  $5p^5$ . Излучение немонахроматического источника поглощается в широкой молекулярной полосе поглощения, возбуждённые атомы излучают в узкой линии, характерной для атомных спектров.

Так как фотодиссоциации могут быть подвергнуты большие объёмы газа  $\text{CF}_3\text{I}$ , то иодный лазер этого типа представляется весьма перспективным для получения высокой импульсной энергии.

Источником УФ диссоциации излучения служат импульсные кварцевые лампы, взрывающиеся проволочки, открытые разряды.

Кроме молекул  $\text{CF}_3\text{I}$ , в качестве источника возбуждённых атомов иода нашли применение молекулы  $\text{C}_3\text{F}_7\text{I}$  и  $\text{CH}_3\text{I}$ .

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ СЕМНАДЦАТОЙ

**17.1.** Оцените качественно спектр излучения импульсного химического лазера. Может ли он изменяться во время импульса?

**17.2.** По какой схеме работают химические лазеры — двух-, трёх- или четырёхуровневой? Рассмотрите два случая: полной колебательной инверсии и частичной.

**17.3.** Как в химических лазерах опустошаются нижние лазерные уровни? Рассмотрите те же два случая, что и в предыдущей задаче.

**17.4.** Можно ли организовать непрерывный химический лазер без прокачки активной среды?

**17.5.** Можно ли сконструировать отпаянный химический лазер?

## *Лекция восемнадцатая. СО-ЛАЗЕРЫ, ГАЗОВЫЕ ЛАЗЕРЫ НА ЭЛЕКТРОННЫХ ПЕРЕХОДАХ В МОЛЕКУЛАХ*

*Плато в колебательных населённостях. Частичная инверсия. Особенности спектра генерации СО-лазера. Электронные переходы в молекулах. Принцип Франка – Кондона. Азотный лазер. Водородный лазер. Эксимерные лазеры*

Вернёмся к молекулярным лазерам.

В средней части ИК диапазона обращает на себя внимание СО-лазер, работающий в интервале длин волн 5–6,5 мкм. Этот лазер во многом подобен  $\text{CO}_2$ -лазеру. Высокий КПД, высокая выходная мощность, способность работать в непрерывном и импульсном режимах, многообразие методов достижения инверсии (газоразрядное, газодинамическое, химическое, электронно-лучевое возбуждение), относительная близость частотных интервалов и возможность выбора длины волны в сравнительно широком диапазоне существенно сближают эти лазеры.

Как и  $\text{CO}_2$ -лазер, СО-лазер работает на колебательно-вращательных переходах в основном электронном состоянии. Механизмы колебатель-

ного возбуждения молекул СО подобны механизмам возбуждения СО<sub>2</sub>. Это — либо непосредственное возбуждение высших колебательных состояний СО электронным ударом, в процессе химической реакции и т. п., либо передача энергии возбуждения от молекул N<sub>2</sub>, возбуждённого тем или иным хорошо известным нам способом. Но колебательное возбуждение и инверсия — это разные понятия. Механизм создания инверсии в СО-лазерах существенно отличается от такового в СО<sub>2</sub>-лазерах.

Для многоатомной молекулы СО<sub>2</sub>, обладающей тремя колебательными модами и малым ангармонизмом, справедлива теория релаксации гармонических осцилляторов. Быстрый  $V-V$ -обмен, идущий по каждой из мод, устанавливает в них свои колебательные температуры, значения которых определяются полученной молекулой энергией и  $V-T$ -релаксацией, идущей с разными скоростями в разных модах (см. лекцию пятнадцатую).

Для двухатомной, т. е. обладающей одной колебательной модой, молекулы СО такой подход несправедлив. В случае СО происходит релаксация существенно ангармонических осцилляторов. Этот процесс описывается системой кинетических уравнений, в которые входят населённости всех колебательных уровней, константы скоростей всех парциальных  $V-V$ - и  $V-T$ -релаксаций, сечения возбуждения, концентрации доноров, энергии возбуждения, концентрации примесей, создающих новые каналы релаксации и соответствующие им константы, и т. д. Даже если интересоваться только стационарным режимом и положить все  $dN_V/dt = 0$ , то остаётся система примерно 60 нелинейных алгебраических уравнений, не сводимая, в отличие от СО<sub>2</sub>, к двух- или трёхуровневой системе.

Результаты машинного счёта сводятся к следующему.

В системе колебательных уровней молекулы СО (рис. 18.1) существует некий уровень  $V_0$  такой, что для уровней  $V > V_0$   $V-T$ -релаксация идёт скорее, чем  $V-V$ -релаксация, и наоборот — для уровней  $V < V_0$  процесс  $V-V$ -релаксации идёт быстрее, чем  $V-T$ -релаксации. При этом значение  $V_0$  зависит от температуры газа, уменьшаясь с его разогревом. Поэтому при низких температурах, когда  $V_0$  велико, преобладает  $V-V$ -релаксация. В итоге при колебательном возбуждении распределение частиц по  $V$  резко отличается от больцмановского.

При температуре газа 150–300 К в колебательном распределении наблюдается плато. Это плато простирается от  $V = 5$  до  $V = 10$  при 200 К при газоразрядном способе возбуждения в смеси с азотом, но может доходить и до  $V = 30-35$  при более низких температурах и хорошо подобранных смесях. При увеличении температуры газа от 150 до 500 К плато исчезает, так как падает  $V_0$ , т. е. уменьшается роль возбуждения верхних колебательных уровней в процессах  $V-V$ -обмена и растёт роль  $V-T$ -релаксации, а её скорость увеличивается. При больших темпера-

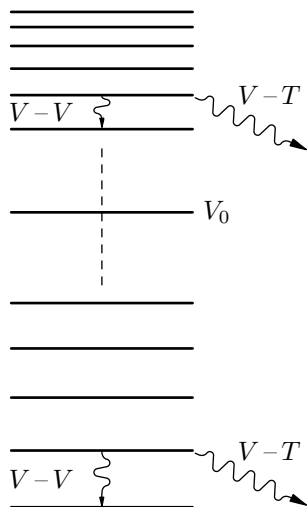
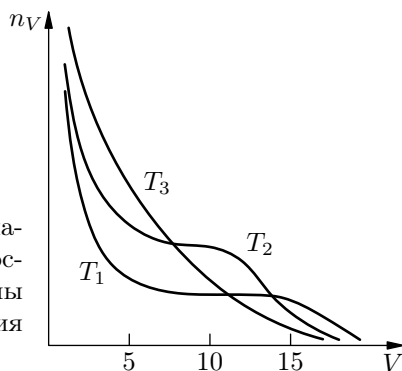


Рис. 18.1. Колебательные уровни молекул СО. Показано существование уровня  $V_0$ , выше которого преобладает поступательная релаксация, ниже — колебательная.

Рис. 18.2. Стационарное распределение населённостей по колебательным уровням основного электронного состояния молекулы СО при наличии колебательного возбуждения ( $T_1 < T_2 < T_3$ )



турах и при наличии возбуждения колебательное распределение быстро стремится к равновесному больцмановскому (рис. 18.2).

Изложенное выше свидетельствует о необходимости охлаждения газовой смеси СО-лазеров и о целесообразности включения в её состав хорошо теплопроводного гелия.

Плато в колебательных населённостях означает отсутствие полной колебательной инверсии. Однако обсуждение, проведённое в предыдущей лекции в связи с химическими лазерами, показало, что в отсутствие колебательной инверсии возможна частичная вращательная инверсия. Тогда в генерации должны проявляться только линии  $P$ -ветви, что и наблюдается экспериментально.

Точная формула для коэффициента усиления в центре линии доплеровского уширенного колебательно-вращательного перехода  $V \rightarrow V - 1$ ,  $J - 1 \rightarrow J$  даёт

$$\begin{aligned} \alpha_{V,V-1}(J) = & \\ = & \left( \frac{2c}{\pi kT} \right)^{3/2} (2J - 1) A_{V,V-1} h \lambda^3 M^{1/2} \left[ N_V B_V \exp \left( - \frac{B_V J(J - 1) hc}{kT} \right) - \right. \\ & \left. - N_{V-1} B_{V-1} \exp \left( - \frac{B_{V-1} J(J + 1) hc}{kT} \right) \right]. \quad (18.1) \end{aligned}$$

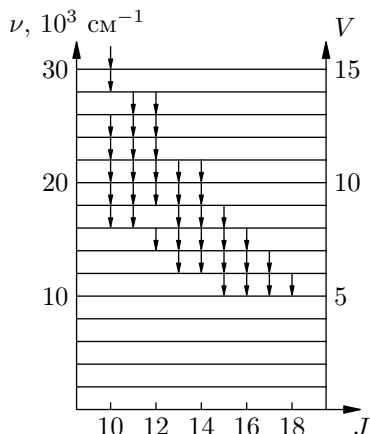


Рис. 18.3. Каскадный характер генерации в СО-лазере

При равенстве колебательных населённостей  $N_V = N_{V-1}$  и примерном равенстве вращательных констант  $B_V \approx B_{V-1}$  коэффициент усиления положителен, так как

$$\exp\left(-\frac{a(J-1)}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{a(J+1)}{kT}\right) > 0, \quad (18.2)$$

и тем больше, чем ниже температура газа  $T$ .

Формула (18.1) и рис. 18.2 приводят к важному выводу о каскадном характере генерации в СО-лазере. Рисунок 18.3 показывает, как каскадные переходы приводят к последовательному заселению колебательных состояний. Генерация на соответствующих колебательно-вращательных переходах происходит при этом последовательно с задержкой во времени. Рисунок 18.3 показывает также, как и почему СО-лазер работает на многих частотах. Вместе с тем ясно, что в силу каскадности генерации (в отличие от СО<sub>2</sub>-лазера, где имеется общий верхний уровень и потому возможна конкуренция линий генерации) в случае СО-лазера невозможно всю энергию, запасённую в неравновесном распределении частиц по колебательным уровням, преобразовать в излучение на одной частоте генерации. В непрерывном режиме СО-лазер работает сразу на многих частотах, в импульсном режиме, как правило, происходит последовательное переключение частот генерации. При высоком давлении и интенсивной накачке (несамостоятельный разряд, поддерживаемый пучком электронов) и в импульсном режиме генерация происходит одновременно на нескольких частотах.

Селективные резонаторы, равно как и внешние дисперсионные элементы, позволяют выделять любую из возможных частот генерации.

Наибольшее распространение получили простые системы с продольным разрядом, конструктивно подобные СО<sub>2</sub>-лазерам. В смесях СО с

гелием, азотом, небольшим количеством кислорода при охлаждении до 150–200 К во всех линиях генерации в непрерывном режиме достигается общая мощность генерации в десятки ватт. В разряде происходят сложные химические реакции, меняющие парциальный состав смеси и набор релаксационных партнёров. Переход к комнатным температурам и отпаянным системам стал возможным при переходе к смесям, содержащим ксенон.

В ТЕА СО-лазерах или в СО-лазерах с несамостоятельным разрядом используются смеси типа  $\text{CO} : \text{Xe} : \text{He} = 1 : 1 : 8$ .

Интерес к СО-лазеру обусловлен не только важностью диапазона длин волн, перекрываемого его излучением, но и его высокими энергетическими параметрами. Схема уровней энергии активной среды СО-лазера (см. рис. 18.3) такова, что суммарно во всех линиях генерации от  $V \geq 25$  до  $V = 5$  КПД энерговклада может превышать 50–75%.

Заметим в заключение, что линии генерации СО-лазера обозначаются символом  $P_{V,V-1}(J)$ , где  $P$  обозначает  $P$ -ветвь,  $J$  — номер вращательного подуровня нижнего колебательного уровня перехода  $V \rightarrow V - 1$ . Спектры молекулы СО хорошо изучены, а поэтому такая символика оказывается достаточной.

До сих пор мы вели речь о молекулярных газовых лазерах, имея в виду колебательные спектры молекул. Однако возможна генерация и на электронных переходах в молекулах.

Электронная энергия молекул сложно зависит от их строения. Система уровней богата и сложна. Энергия распределена между многими степенями свободы. Осевая симметрия двухатомных и линейных многоатомных молекул позволяет классифицировать электронные состояния молекулы по значениям квантового числа  $\Lambda$ , определяющим абсолютную величину проекции полного орбитального момента  $L$  на ось молекулы. По аналогии с атомными состояниями  $S, P, D, F, G, \dots$  молекулярные состояния с  $\Lambda = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  обозначаются соответственно  $\Sigma, \Pi, \Delta, \Phi, \Gamma, \dots$ . При этом мультиплетность уровня  $\mu = 2s + 1$  указывается слева сверху: например, состояние с  $\Lambda = 1$  и  $s = 1/2$  обозначается как  $^2\Pi$ , с  $\Lambda = 0$  и  $s = 1$  — как  $^3\Sigma$  и т. п.

Основное состояние химически устойчивых молекул — это, как правило, состояние  $^1\Sigma$ .

Для дипольных переходов выполняется правило отбора  $\Delta\Lambda = 0, \pm 1$ , т. е. в дипольном приближении разрешены переходы  $\Sigma \rightarrow \Sigma, \Pi \rightarrow \Sigma$  и т. д.

Распределение интенсивностей в системе полос электронных переходов молекулы определяется свойствами кривых потенциальной энергии в основном и возбуждённом электронных состояниях  $E'(r)$  и  $E''(r)$  в соответствии с принципом Франка–Кондона: при переходе молекулы из одного электронного состояния в другое не происходит заметного изменения ни относительного положения, ни скоростей атомных ядер

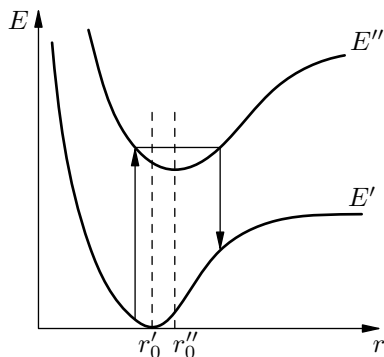


Рис. 18.4. Иллюстрация принципа Франка – Кондона

молекулы. Другими словами, принцип Франка – Кондона разрешает переходы из одного электронного состояния в другое только по вертикали на диаграмме потенциальных кривых, связывающей так называемые точки поворота колебательного движения молекулы между стенками потенциальной ямы (рис. 18.4).

Как правило, возбуждённое электронное состояние соответствует более разрыхлённой молекуле. Абсцисса минимума электронного терма, очевидно, соответствует в случае двухатомной молекулы равносному расстоянию между ядрами  $r_0$ . Сказанное выше означает, что, как правило,  $r''_0 > r'_0$  (рис. 18.4). Это обстоятельство оказалось определяющим для работы азотного УФ лазера ( $\Lambda = 337,1$  нм).

Схема уровней энергии приведена на рис. 18.5. Расположение потенциальных кривых верхнего ( $C^3\Pi_u$ ), нижнего ( $B^3\Pi_g$ ) и основного ( $X^1\Sigma_g^+$ ) состояний таково, что при электронном возбуждении в соответствии с принципом Франка – Кондона происходит эффективное заселение уровней  $V = 0$  и  $V = 1$  состояния  $C$ . Состояние  $B$  при этом не заселяется. Грубо говоря, электроны столкновительно переводят молекулы  $N_2$  вертикально вверх по диаграмме «потенциальная энергия – межъядерное расстояние», не задевая сдвинутые направо термы и тем самым не заселяя нижние лазерные уровни. Вместе с тем тот же принцип Франка – Кондона разрешает излучательные переходы из состояния  $C$  в состояние  $B$ , но только вертикально вниз из правых поворотных точек терма  $C^3\Pi_u$ .

Так принцип Франка – Кондона в случае  $N_2$ -лазера позволяет осуществить разнесение каналов возбуждения и генерации. Это разнесение с ещё большей степенью наглядности проявляется в случае  $N_2$ -лазера (диапазон 116 – 126 нм, вакуумный УФ), схема уровней которого представлена на рис. 18.6.

Ввиду малости времени жизни верхних состояний для возбуждения водородного и азотного лазеров применяются импульсные газоразрядные системы с малой индуктивностью. Подчеркнём, что эти лазеры яв-

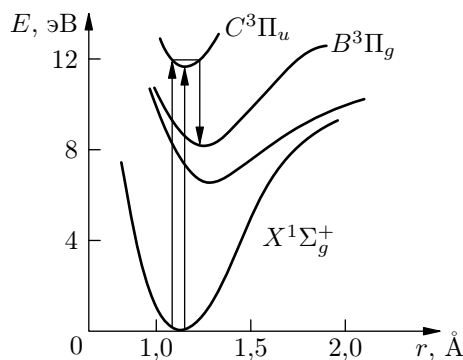


Рис. 18.5. Схема уровней энергии молекулярного азота

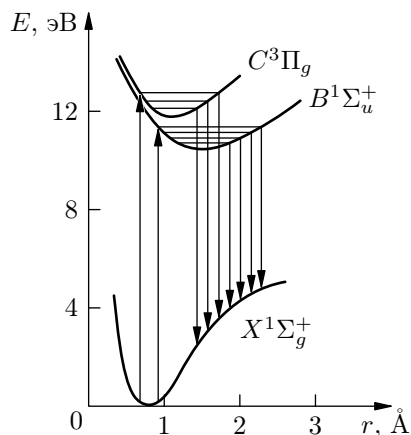


Рис. 18.6. Схема уровней энергии молекулярного водорода

ляются лазерами на самоограниченных переходах, так как их нижние уровни обладают большим временем жизни, чем верхние.

Радиационное время жизни верхнего рабочего состояния азотного лазера (38 нс) почти в 50 раз больше, чем водородного лазера (0,8 нс). Поэтому система возбуждения азотного лазера конструируется проще. Однако и в этом случае необходим поперечный разряд. Более того, короткое время жизни верхнего состояния, крутой фронт включения инверсии и самоограниченный характер генерации приводят к тому, что (см. лекцию четырнадцатую) время существования усиления очень мало. Для азотного лазера оно обычно составляет 3–10 нс. Длительность импульса накачки не должна превышать это время. Но за 3 нс свет проходит расстояние около 1 м. Следовательно, для импульса, зародившегося на одном конце сколько-нибудь длинного лазера и пришедшего к его другому концу, усиление исчезает, если поперечный разряд накачки зажжён одновременно на всей длине лазера. Значит, нужна бегущая волна возбуждения, распространяющаяся вдоль оси лазерной трубки синхронно с импульсом светового излучения. В этом случае достигается высокий коэффициент однонаправленного усиления и происходит излучение усиливающегося по мере распространения и тем самым приобретающего направленность и «монохроматичность» импульса спонтанного излучения.

Азотный, водородный и подобные им коротковолновые (УФ, вакуумный УФ) лазеры в силу того, что время существования инверсии в них очень мало (менее 1 нс), являются так называемыми суперлюминесцентными лазерами или лазерами на сверхсветимости. Это означает, что в них за время существования инверсии не успевает реализоваться обратная связь, они не являются автоколебательными системами с положительной обратной связью и испускают усиленное шумовое из-

лучение, в силу свойств когерентного усиления бегущей волны в актах индуцированного испускания излучение спектрально и пространственно очищенное (см. лекцию пятую), т. е. практически монохроматическое и высоконаправленное.

Давление газа в  $N_2$ - и  $H_2$ -лазерах составляет обычно 10–100 Тор. При более высоком давлении начинает сказываться столкновительное тушение возбуждённых молекулярных состояний.

При плотности мощности накачки до 5 кВт/см<sup>3</sup> для азотного лазера характерной является пиковая мощность генерации 1 МВт в импульсе длительностью 10 нс, для водородного — 10 кВт, 1 нс. КПД этих лазеров невысок и в зависимости от условий возбуждения лежит в интервале 0,01–1%. Импульсные источники питания для этих лазеров, характеризующиеся многокилоамперными токами при многокиловольтном напряжении в импульсах наносекундной длительности, конструируются на основе генераторов Маркса, линий Блюмляйна и тому подобных технических средств сильноточной электроники и требуют тщательной отработки. Подчеркнём, что освоение квантовой электроникой УФ диапазона имеет очень большое значение с точки зрения развития применений, прежде всего таких, как фотохимия и фотобиология.

Отметим также, что азотный лазер работает при частоте повторения до 100 Гц. Поперечная прокачка, приводящая к эффективному охлаждению активной среды лазера, может создать условия для увеличения частоты следования до 10<sup>5</sup> Гц — обратного времени жизни нижнего лазерного уровня  $B^3P_g$ . При частоте следования в 1 кГц с потребительской точки зрения импульсный лазер становится эквивалентным лазеру непрерывного действия. Импульсно-периодические азотные лазеры нашли применение для накачки лазеров на красителях. Разработка импульсно-периодических водородных лазеров затруднена более высоким уровнем сложности их источников питания.

Вернёмся к вопросу освоения УФ диапазона. Трудности здесь очевидны. Они носят не только технический, но и принципиальный характер. Суть дела заключается именно в укорочении длины волны. Как мы знаем [см. формулы (3.13) и (4.25)], коэффициент усиления пропорционален инверсии  $\Delta n$ , квадрату матричного элемента  $\langle \mu \rangle^2$  и отношению частоты перехода  $\nu$  к его ширине  $\Delta \nu$ :

$$\alpha \propto \langle \mu \rangle^2 \Delta n \nu / \Delta \nu. \quad (18.3)$$

В свою очередь, инверсия определяется скоростью накачки  $\Lambda$ , общим числом частиц  $N$  и временем жизни  $\tau$ :

$$\Delta n = N \Lambda \tau. \quad (18.4)$$

Следовательно,

$$\alpha \propto \Lambda \langle \mu \rangle^2 N \tau \nu / \Delta \nu. \quad (18.5)$$

Частотная зависимость произведения  $\tau\nu/\Delta\nu$  существенным образом определяет зависимость  $\alpha(\nu)$ .

Рассмотрим отдельные частные случаи.

Пусть столкновительное уширение определяет и время жизни, и ширину линии. Тогда  $N \propto p$ ,  $\Delta\nu \propto p$ ,  $\tau \propto 1/p$  и  $\alpha \propto \nu/p$ , где  $p$  — давление рабочего газа. Если же столкновительное уширение определяет время жизни, а ширина линии является доплеровской, то  $N \propto p$ ,  $\Delta\nu \propto \nu$ ,  $\tau \propto 1/p$  и коэффициент усиления не зависит от частоты. Однако по мере роста частоты роль спонтанного излучения в силу кубической зависимости его вероятности от частоты всё возрастает, и рано или поздно в зависимости от значения матричного элемента перехода, давления и температуры газа и т. п. именно спонтанное излучение становится определяющим фактором.

Отмеченные выше частные случаи относятся к ИК диапазону и, как правило, к длинноволновой части видимого диапазона. В более коротковолновой области время жизни определяется спонтанным распадом. Если ширина линии остаётся доплеровской, а время жизни — это естественное время жизни, то  $N \propto p$ ,  $\Delta\nu \propto \nu$ ,  $\tau \propto 1/\nu^3$  и  $\alpha \propto p/\nu^3$ . В случае, когда и ширина линии, и время жизни определяются спонтанным излучением,  $N \propto p$ ,  $\Delta\nu \propto \nu^3$ ,  $\tau \propto 1/\nu^3$  и  $\alpha \propto p/\nu^5$ . Суммируя результаты этих рассуждений в виде

$$\alpha \propto \Lambda \langle \mu \rangle^2 \begin{cases} \nu/p & \text{— столкновительное уширение,} \\ p/\nu^3 & \text{— доплеровское уширение и естественное} \\ & \text{время жизни,} \\ p/\nu^5 & \text{— естественное уширение,} \end{cases} \quad (18.6)$$

мы видим, что сильное падение усиления с ростом частоты может быть хоть в какой-то мере скомпенсировано увеличением интенсивности накачки  $\Lambda$  и давления газа  $p$ , а также выбором перехода с большим значением  $\langle \mu \rangle^2$ . Последнее обстоятельство практически полностью исключает из рассмотрения атомные газы, так как для атомов УФ переходы обычно запрещены. Остаются молекулы.

Выше были разобраны примеры азотного и водородного молекулярных лазеров. На этих примерах была видна необходимость интенсивной накачки, возрастающей при переходе от азотного лазера (337,1 нм) к водородному (116 нм). К сожалению, генерационные переходы между электронными состояниями устойчивых молекул характеризуются тем, что время жизни верхнего лазерного уровня короче, чем нижнего. Это существенно ограничивает возможности соответствующих лазеров.

Выход был найден при переходе от стабильных молекул к молекулам, не существующим в основном состоянии. Примером могут служить благородные газы, не образующие молекул-димеров типа  $A_2$  в основном состоянии в силу симметричной заполненности электронных орбит их

атомов А. Взаимодействие атомов А друг с другом в процессе газокинетических столкновений носит отталкивательный характер. Однако в процессе столкновения два атома А находятся вблизи друг друга, образуя на время пролёта димер А<sub>2</sub>. С увеличением давления относительное число атомов, пребывающих в состоянии таких временно существующих и не обладающих постоянными параметрами димеров, возрастает.

Как известно, время между газокинетическими столкновениями

$$\tau = \frac{1}{n\sigma u}, \quad (18.7)$$

где  $n$  — плотность частиц газа,  $\sigma$  — газокинетическое сечение,  $u$  — средняя тепловая скорость. Эффективное время пролёта  $\Delta\tau$  можно оценить величиной

$$\Delta\tau = \sqrt{\sigma}/u. \quad (18.8)$$

При  $\sigma = 10^{-16}$  см<sup>2</sup> и  $u = 10^5$  см/с это время составляет  $10^{-13}$  с, что соответствует нескольким периодам ИК колебаний. Относительное число атомов, пребывающих в димерном состоянии, оценивается отношением

$$\Delta\tau/\tau = n\sigma\sqrt{\sigma}. \quad (18.9)$$

Видно, что это число растёт с ростом давления, но и при атмосферном давлении составляет  $10^{-5} - 10^{-4}$ . Если же по крайней мере один из сталкивающихся атомов находится в возбуждённом электронном состоянии, то симметрия электронной оболочки атома нарушена и оболочка разрыхлена. Тогда при столкновении возникает возможность перескока электрона на орбиту, окружающую оба атома, что приводит к возникновению химической связи и стабилизации димера. Так как время жизни электронного возбуждения заметно превышает время пролёта  $\Delta\tau$ , то относительное число возбуждённых димеров существенно превышает оценку (18.9). После гибели электронного возбуждения атомы возвращаются в основное состояние, а димер разрушается.

Генерация на переходах с устойчивого верхнего в отталкивательное нижнее молекулярное состояние получена на димерах и галоидах благородных газов (Xe<sub>2</sub>, Kr<sub>2</sub>, Ar<sub>2</sub>, XeCl, XeF, KrCl, KrF, ArCl, ArF) при высоком давлении газа и возбуждении активной среды пучком быстрых электронов или интенсивным газовым разрядом. Лазеры этого типа получили название эксимерных, так как основу их активной среды составляют молекулы-димеры, существующие устойчиво только в возбуждённом электронном состоянии и потому называемые эксимерами (*excited dimer*).

Эксимерные лазеры, представляющие собой новый класс лазерных систем, открывают для квантовой электроники УФ диапазон. Их открытие является в квантовой электронике событием того же значения,

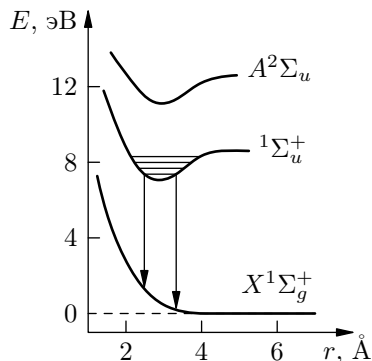
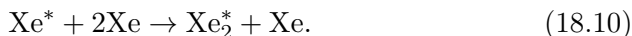


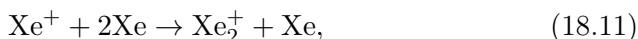
Рис. 18.7. Кривые потенциальной энергии эксимера  $\text{Xe}^*$ . Терм  $^3\Sigma_u^+$ , близко примыкающий к  $^1\Sigma_u^+$ , не показан.

что и появление  $\text{CO}_2$ -лазеров или лазеров на красителях. Обратимся теперь к более подробному их рассмотрению.

Принцип действия эксимерных лазеров удобно пояснить на примере лазера на ксеноне ( $\lambda = 172,5$  нм). Основное состояние молекулы  $\text{Xe}_2$  неустойчиво (рис. 18.7). Невозбуждённый газ состоит в основном из атомов. Заселение верхнего лазерного состояния, т. е. создание возбуждённой устойчивой молекулы  $\text{Xe}_2^*$ , происходит под действием пучка быстрых электронов в сложной последовательности столкновительных процессов. Среди этих процессов существенную роль играют ионизация и возбуждение атомов ксенона электронами. Возбуждённые молекулы образуются при тройных столкновениях возбуждённых атомов ксенона с невозбуждёнными:



В общем балансе существенную роль играет конверсия атомарных ионов ксенона в молекулярный ион:



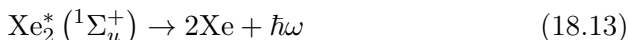
за которой следует диссоциативная рекомбинация:



поставляющая возбуждённые атомы для дальнейшего объединения их в возбуждённые молекулы.

Существенным является трёхчастичный характер столкновений, ведущих к образованию эксимерной молекулы, что приводит к требованию высоких давлений. Ксеноновый лазер работает при давлениях, превышающих 10 атм.

Возбуждённая молекула (рис. 18.7) теряет энергию возбуждения в радиационных процессах



и

$$\text{Xe}_2^* (^3\Sigma_u^+) \rightarrow 2\text{Xe} + \hbar\omega \quad (18.14)$$

с временами распада 5 и 40 нс соответственно. Как только в результате этих генерационных переходов молекула оказывается в основном состоянии, она распадается. Это приводит к автоматическому опустошению нижнего лазерного уровня. Характерной чертой эксимерных лазеров является ненаселённость нижнего уровня.

Ввиду отталкивательного характера нижнего терма в нём не существует сколько-нибудь чётко выраженных вращательно-колебательных состояний и генерационный переход является широкополосным, что позволяет получить перестраиваемое по частоте лазерное излучение. Для ксенонового лазера ширина линии усиления составляет 5 нм при центральной длине волны 172,5 нм.

Высокое давление, широкая линия усиления, короткое время жизни верхних состояний приводят к требованию высокой интенсивности накачки с энерговкладом 0,2 Дж/см<sup>3</sup> за 0,1 – 1 нс. Ксеноновый лазер характеризуется высоким (до 20%) коэффициентом преобразования энергии электронного пучка в лазерное излучение. Достигнутые мощности генерации исчисляются сотнями мегаватт.

Итак, возможность создания эксимерных лазеров обусловлена своеобразием кривых потенциальной энергии основного и возбуждённого состояний квазимолекулы, образующейся при сближении атомов. Для димеров, составленных из двух одинаковых атомов инертных газов, глубина потенциальной ямы основного состояния существенно меньше  $kT$  при комнатной температуре, поэтому такие димеры в обычных условиях не образуются.

Большой интерес представляют эксимеры галоидов инертных газов (моногоалогенидов благородных газов), главным образом потому, что в отличие от случая димеров благородных газов соответствующие лазеры работают не только при электронно-пучковом, но и при газоразрядном возбуждении.

Надёжные данные по структуре отталкивательного терма галогенидов инертных газов отсутствуют. Так как стабильных димеров такого типа при комнатной температуре не наблюдалось, то соответствующие потенциальные ямы, если они и существуют, весьма неглубоки. Механизм образования верхних термов лазерных переходов в этих эксимерах во многом неясен. Качественные соображения свидетельствуют о большей лёгкости их образования по сравнению со случаем димеров благородных газов.

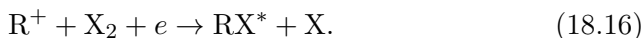
Дело в том, что существует глубокая аналогия между возбуждёнными молекулами, составленными из атомов инертного газа и галогена, и молекулами, составленными из атомов щелочного металла и галогена. Атом инертного газа в возбуждённом электронном состоянии

похож на атом щелочного металла, следующий за ним в таблице Менделеева. Этот атом легко ионизируется, так как энергия связи возбуждённого электрона мала. В силу высокого сродства к электрону галогена этот электрон легко отрывается и при столкновении соответствующих атомов охотно перепрыгивает на новую орбиту, объединяющую атомы, осуществляя тем самым так называемую гарпунную реакцию.

Гарпунный процесс оказывается столь эффективным, что он реализуется не в тринарных, как (18.10), а в бинарных столкновениях, притом даже не с атомом, а с молекулой галогена:



где  $R$  — атом инертного газа,  $X$  — галоген. Константа скорости этого процесса достигает  $K \approx 10^{-10} - 10^{-11}$  см<sup>3</sup>/с, т. е. достаточно велика. Существенную роль в общем балансе процессов, ведущих к образованию эксимерных молекул  $RX^*$ , играет также реакция



Так как галогены, и прежде всего фтор, химически чрезвычайно активны, важным оказался вопрос о галогеноносителе. К счастью, реакции типа (18.15) протекают с высокой скоростью и в тех случаях, когда в качестве галоидсодержащей молекулы используется не только молекула галогена  $X_2$ , но и любая другая молекула, например  $NF_3$ ,  $SF_6$ ,  $BF_3$ , фреоны и т. п.

Бинарный характер процессов (18.15) и (18.16) приводит к тому, что эксимерные лазеры на молекулах  $RX^*$  работают при заметно меньших давлениях, чем лазеры на молекулах  $R_2^*$ . Однако эти лазеры требуют наличия в рабочей смеси буферного газа, обычно аргона или гелия, при высоком парциальном давлении. Буферный газ служит при электронно-пучковом возбуждении для размножения электронов пучка и преобразования их высокой энергии в энергию, соответствующую эффективному возбуждению молекул, а при газоразрядном возбуждении — для обеспечения быстрого развития объёмной ионизации и достижения плотности электронов  $n_e = 10^{14} - 10^{15}$  см<sup>-3</sup>.

Разница в давлениях и смесях для лазеров типа  $R_2^*$  и  $RX^*$  значительна. Типичные давления для  $He_2$ -,  $Kr_2$ -,  $Ar_2$ -лазеров соответствуют  $10^4$  Тор, и в них отсутствуют примеси. Лазерные смеси для  $RX^*$ -лазеров содержат несколько сот тор — 1,5 атм аргона или гелия, несколько десятков тор инертного газа  $R$  и единицы тор галогена или галогеноносителя.

В заключение приведём для справок длины волн наиболее распространённых эксимерных лазеров:

|       | Ar <sub>2</sub> | Kr <sub>2</sub> | Xe <sub>2</sub> | ArF | KrCl  | KrF   | XeCl  | XeF   |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----|-------|-------|-------|-------|
| λ, нм | 126,5           | 145,4           | 172,5           | 192 | 222,0 | 249,0 | 308,0 | 352,0 |

Подчеркнём большое значение, которое приобрели KrF-, XeCl- и XeF-лазеры.

Подчеркнём также, что формирование однородного наносекундного разряда в газе атмосферного давления с электронной плотностью  $10^{14} - 10^{15} \text{ см}^{-3}$  представляет собой сложную техническую задачу. При разработке эксимерных лазеров на моногалогенидах благородных газов существенную роль сыграл опыт, накопленный при создании импульсных лазеров высокого давления на  $\text{CO}_2$ , CO,  $\text{N}_2$  и  $\text{H}_2$ . Во многих случаях оказалось возможным использовать уже апробированные разработки с соответствующей заменой газов.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ВОСЕМНАДЦАТОЙ

**18.1.** Чем обусловлен с точки зрения энергетической схемы уровней высокий КПД  $\text{CO}$ -лазеров?

**18.2.** Чем отличаются механизмы достижения высокой квантовой эффективности в  $\text{CO}$ - и  $\text{CO}_2$ -лазерах?

**18.3.** Почему «вертикальный» переход частицы происходит в основном из точек поворота?

**18.4.** По рис. 18.5 оцените квантовый выход процесса накачки в азотном лазере.

**18.5.** Почему в лекции не обсуждался вопрос об опустошении нижних лазерных уровней в  $\text{N}_2$ - и  $\text{H}_2$ -лазерах?

**18.6.** Какова ширина провала Лэмба у эксимерных,  $\text{N}_2$ - и  $\text{H}_2$ -лазеров?

## *Лекция девятнадцатая.* ВСПОМОГАТЕЛЬНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НАКАЧКИ В СИСТЕМАХ СО МНОГИМИ УРОВНЯМИ ЭНЕРГИИ

*Лазеры на конденсированных средах со многими уровнями энергии. Метод вспомогательного излучения накачки. Трёх- и четырёхуровневые схемы. Безызлучательная релаксация в твёрдом теле. Матрица лазера на твёрдом теле. Рубин. Электронные конфигурации атомов и ионов переходных групп. Основные состояния трёхвалентных ионов хрома и неодима*

При переходе от газов к конденсированным средам вообще и к твёрдому телу в частности прежде всего обращает на себя внимание резкое (в  $10^3$  раз) увеличение плотности инверсии. Следовательно, в случае создания активной среды в конденсированной фазе возможна существенно бóльшая плотность инверсии и тем самым бóльшая энергия излучения. Но для твёрдого тела не представляется возможной реализация всех тех методов создания активной среды, которые характерны для газов (см. лекцию тринадцатую) и которые основаны, по существу, на явлениях переноса зарядов и частиц в среде или организации неравновесных потоков среды.

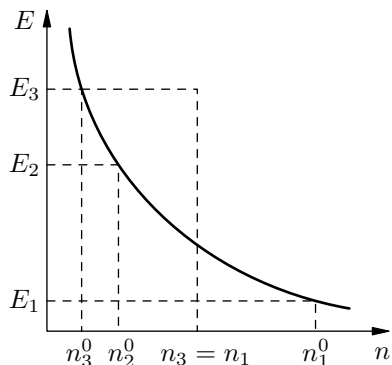


Рис. 19.1. К идее метода вспомогательного излучения накачки во многоуровневых системах. Населённости уровней  $E_3$  и  $E_1$  уравниваются при насыщении излучением перехода  $1 \rightarrow 3$ , на переходе  $3 \rightarrow 2$  возникла инверсия.

В случае диэлектрика практически единственным способом воздействия на твёрдое тело, не приводящим к его разрушению, но могущим нарушить термодинамическое равновесие в нём, причём в большом объёме, является облучение тела светом. При наличии проводимости возможно пропускание электрического тока, но об этом — позднее, при рассмотрении полупроводниковых лазеров. Наличие в твёрдом теле широких полос поглощения приводит к возможности поглощения облучаемым образцом большой энергии при использовании интенсивных источников немонохроматического света. Следовательно, если, вообще говоря, прозрачный диэлектрик содержит некоторые примесные центры, создающие в нём подходящую систему уровней энергии, то инверсия населённостей в этой системе уровней может быть создана только путём поглощения энергии света в ней. При этом принципиальным здесь является наличие по крайней мере трёх уровней энергии. Суть дела здесь состоит в следующем.

Как мы знаем, достаточно интенсивное резонансное излучение может существенно, вплоть до насыщения, изменять распределение населённостей между уровнями, связанными излучением. Населённость верхнего уровня увеличивается, нижнего — уменьшается. Если на шкале энергий между этими двумя уровнями лежит какой-то третий нерезонансный уровень, то возможно возникновение инверсии на переходе, для которого этот уровень является либо верхним, либо нижним. Рисунок 19.1 иллюстрирует сказанное, поясняя в упрощённой форме идею метода вспомогательного излучения накачки для создания активной среды во многоуровневых системах. Метод этот был предложен в 1955 г. Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым.

Рассмотрим более подробно схему уровней, представленную на рис. 19.2. Будем считать, что кратности вырождения уровней  $1$ ,  $2$  и  $3$  равны:  $g_1 = g_2 = g_3$ . Кроме того, пусть все  $h\nu_{ik} \gg kT$  (оптический диапазон). Уровни  $1$  и  $2$  связаны излучением, индуцирующим переходы с вероятностью  $W_{12} = W_{21} = W$ . Распад уровня  $2$  проходит по двум каналам ( $2 \rightarrow 1$  и  $2 \rightarrow 3$ ) с вероятностями  $w_{21}$  и  $w_{23}$  соответственно.

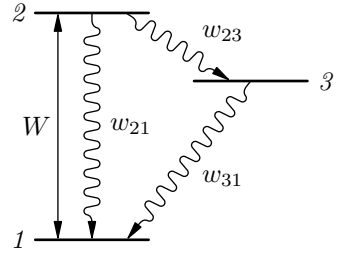


Рис. 19.2. К определению условий достижения инверсии в трёхуровневой системе оптического диапазона. Принято традиционное обозначение номеров уровней.

Уровень 3 распадается с вероятностью  $w_{31}$ . Ввиду условия  $h\nu_{ik} \gg kT$  термическим заселением уровней 2 и 3 можно пренебречь, положив релаксационные вероятности  $w_{12}$ ,  $w_{13}$ ,  $w_{32}$  равными нулю. Тогда скоростные уравнения для населённостей уровней 1, 2 и 3 соответственно записываются в виде

$$\begin{aligned} dn_1/dt &= (n_2 - n_1)W + n_2w_{21} + n_3w_{31}, \\ dn_3/dt &= n_2w_{23} - n_3w_{31}, \\ n_1 + n_2 + n_3 &= N, \end{aligned} \quad (19.1)$$

где  $N$  — плотность частиц, обладающих уровнями энергии, представленными на рис. 19.2. В стационарном режиме, когда все  $dn_i/dt = 0$ , для разности населённостей  $n_3 - n_1$  легко получить

$$n_3 - n_1 = N \frac{W(w_{23} - w_{31}) - w_{31}(w_{23} + w_{21})}{W(w_{23} + 2w_{31}) + w_{31}(w_{23} + w_{21})}. \quad (19.2)$$

Условием инверсии на переходе  $3 \rightarrow 1$  является положительность числителя в дроби (19.2), что достигается при

$$W > \frac{w_{31}(w_{23} + w_{21})}{w_{23} - w_{31}}. \quad (19.3)$$

Выполнение неравенства (19.3) возможно только при

$$w_{23} > w_{31}. \quad (19.4)$$

Смысл последнего условия ясен: в процессе безызлучательных переходов верхний уровень должен населяться быстрее, чем опустошаться. Забегая вперед, следует сказать, что схема уровней на рис. 19.2 и скоростные уравнения (19.1) соответствуют рубиновому лазеру. Для рубина уровень 3 является метастабильным, а для вероятностей безызлучательных переходов  $w_{23}$ ,  $w_{31}$ ,  $w_{21}$  выполняется неравенство

$$w_{23} \gg w_{31}, w_{21}. \quad (19.5)$$

Тогда условие инверсии приобретает вид

$$W > w_{31}. \quad (19.6)$$

Смысл этого условия прост: если с верхнего непосредственно накачиваемого уровня частицы поступают на метастабильный уровень значительно быстрее, чем стекают с него ( $w_{23} > w_{31}$ ), то инверсия создаётся и удерживается, если верхний уровень накачивается быстрее, чем опустошается метастабильный уровень. В этих условиях разность населённостей составляет

$$n_3 - n_1 = N \frac{W - w_{31}}{W + w_{31}} \quad (19.7)$$

и при  $W \rightarrow \infty$  стремится к  $N$ , что, конечно, как правило, не реализуется.

Так как в рассматриваемой трёхуровневой схеме инверсия создаётся по отношению к основному состоянию, то возникает она не сразу после включения накачки. Частицы должны накопиться на метастабильном уровне под действием накачки в течение некоторого конечного времени  $\tau$ . Для ответа на вопрос о том, когда разность  $n_3 - n_1$  станет положительной, необходимо рассмотреть переходные процессы, т. е. решить систему дифференциальных уравнений (19.1). Не рассматривая общее решение, обратимся к рубиновому лазеру. В этом случае вероятность безызлучательного перехода  $w_{23}$  является наибольшей из всех скоростей процессов, определяющих распределение частиц по уровням энергии 1, 2 и 3. Для рубина не только выполняется условие (19.5), но и при всех разумных интенсивностях накачки

$$w_{23} > W. \quad (19.8)$$

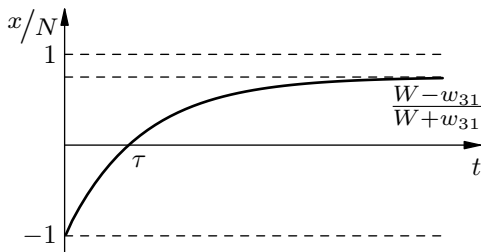
Это означает, что на резонансном уровне 2 частицы не накапливаются, их там нет, так как они сразу же передаются на метастабильный уровень 3. В лазерном цикле накачки, показанном на рис. 19.2, уровень 2 играет роль посредника, передающего энергию возбуждения верхнему лазерному уровню 3, подобно тому как это делает азот в  $\text{CO}_2$ -лазере. Тогда, полагая  $n_2 = 0$  и, следовательно, считая  $n_3 = N - n_1$ , мы сводим систему (19.1) к одному уравнению первого порядка:

$$dn_1/dt = -(W + w_{31})n_1 + Nw_{31}. \quad (19.9)$$

Отсюда легко получается уравнение для инверсии  $x(t) = n_3(t) - n_1(t) = N - 2n_1(t)$ :

$$dx/dt = -(W + w_{31})x + (W - w_{31})N. \quad (19.10)$$

Рис. 19.3. Временной ход относительной инверсии в трёхуровневой схеме при скорости накачки  $W$ , включаемой в момент  $t = 0$



При начальном условии  $x(0) = -N$  решение этого уравнения имеет вид

$$x(t) = N \left[ \frac{W - w_{31}}{W + w_{31}} - \frac{2W}{W + w_{31}} \exp\{-(W + w_{31})t\} \right], \quad (19.11)$$

что при  $t \rightarrow \infty$ , как и следовало ожидать, переходит в (19.7). При записи и дальнейшем анализе выражения (19.11) предполагается, что накачка включается в момент  $t = 0$  и остаётся в дальнейшем неизменной. Временной ход относительной инверсии  $x/N$  показан на рис. 19.3.

Время просветления рабочего перехода  $\tau$  легко определяется из (19.11) приравниванием  $x(t)$  нулю:

$$\tau = \frac{1}{W + w_{31}} \ln \frac{2W}{W - w_{31}}. \quad (19.12)$$

В практически недостижимом случае максимальной инверсии ( $W \gg w_{31}$ ,  $n_3 - n_1 = N$ ) произведение  $W\tau$  постоянно:

$$W\tau = \ln 2. \quad (19.13)$$

Так как вероятность индуцированных переходов накачки пропорциональна интенсивности накачки, то это произведение определяет минимальную энергию, необходимую для приведения системы в состояние с отрицательным поглощением. В общем случае

$$W\tau = \frac{W}{W + w_{31}} \ln \frac{2W}{W - w_{31}}. \quad (19.14)$$

Постоянство произведения  $W\tau$  при больших интенсивностях накачки, когда влиянием всех релаксационных процессов можно пренебречь, имеет простой физический смысл: это произведение пропорционально энергии, необходимой для перевода всех частиц из основного состояния на верхний лазерный уровень [см. формулу (19.7) и рис. 19.3].

Целесообразно подчеркнуть ещё раз, что необходимость предварительной затраты энергии при создании инверсии населённостей метастабильного уровня по отношению к основному состоянию в оптической трёхуровневой системе обусловлена тем, что приходится переводить с

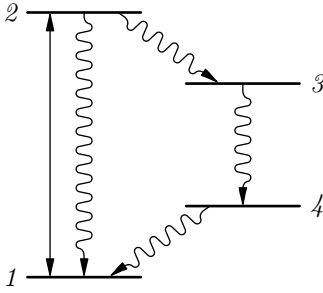


Рис. 19.4. Четырёхуровневая схема

уровня 1 через уровень 2 на уровень 3 по крайней мере половину всех частиц. Инверсия в трёхуровневой схеме создаётся по отношению к хорошо заселённому основному состоянию. Поэтому представляют большой интерес схемы, в которых оптическая накачка создаёт инверсию по отношению к незаселённому термическому уровню, как это происходит, например, в газовых лазерах при возбуждении электронным ударом. Это может быть сделано с помощью четырёхуровневой системы.

Выпишем скоростные уравнения для населённостей в системе уровней энергии, представленной на рис. 19.4. Будем учитывать безызлучательные переходы, идущие только сверху вниз. Тогда

$$\begin{aligned} dn_2/dt &= (n_1 - n_2)W - n_2(w_{21} + w_{23} + w_{24}), \\ dn_3/dt &= n_2w_{23} - n_3(w_{31} + w_{34}), \\ dn_4/dt &= n_2w_{24} + n_3w_{34} - n_4w_{41}, \\ n_1 + n_2 + n_3 + n_4 &= N. \end{aligned} \quad (19.15)$$

Рассмотрим условия получения стационарной инверсии на переходе  $3 \rightarrow 4$ . Подчеркнём, что уравнения (19.15) записаны в предположении отсутствия термического заселения уровня 4 (а тем самым всех остальных более высоко расположенных). Введя обозначение  $x = n_3 - n_4$  и выполняя несложные алгебраические преобразования, из (19.15) можно получить, что  $x > 0$  при

$$w_{41} > w_{34} + \frac{w_{24}}{w_{23}}(w_{34} + w_{31}). \quad (19.16)$$

Это условие инверсии качественно отличается от трёхуровневого случая [см. (19.3)] тем, что оно не зависит от  $W$ . Коль скоро выполнено неравенство (19.16), всегда  $n_3 - n_4 > 0$ . Обычно [ср. с (19.5)]

$$w_{23} \gg w_{24}, w_{34}, w_{31}. \quad (19.17)$$

Тогда условие инверсии принимает простой вид:

$$w_{41} > w_{34}, \quad (19.18)$$

смысл которого ясен: нижний лазерный уровень должен опустошаться за счёт безызлучательных переходов в основное состояние быстрее, чем заселяться переходами с верхнего лазерного уровня. Благоприятное инверсии условие (19.17) означает, что канал безызлучательного заселения верхнего лазерного уровня переходами  $2 \rightarrow 3$  является наиболее эффективным релаксационным процессом в этой схеме уровней.

Обратимся теперь к вопросу об отсутствии порога по накачке в создании инверсии в четырёхуровневой схеме в отличие от трёхуровневой. Дело в том, что в скоростных уравнениях (19.15) мы пренебрегли вероятностью безызлучательного заселения нижнего уровня  $w_{14}$ . Но эта величина не равна нулю тождественно. При энергии уровня 4  $E_4 = h\nu_{41} \gg kT$  величина  $w_{14}$  экспоненциально мала по сравнению с  $w_{41}$  [см. (3.25)], но конечна. В отсутствие накачки на уровне 4 есть немного частиц. Они-то и дают порог возникновения инверсии по накачке, тем более низкий, чем сильнее выполняется неравенство  $E_4 \gg kT$ . По существу, последнее неравенство является условием применимости проведённого выше рассмотрения и критерием четырёхуровневого характера рассматриваемой системы. Нагрев может свести четырёхуровневую систему к трёхуровневой с соответствующим резким возрастанием порога. Итак, порог возникновения инверсии по накачке мал, когда нижний уровень лазерного перехода расположен выше основного состояния на

$$\Delta E \gg kT. \quad (19.19)$$

В соответствии с проведённым рассмотрением оказывается, что стационарная инверсия в четырёхуровневой схеме существенно иначе зависит от интенсивности накачки, чем в случае трёхуровневой схемы. Из (19.15) в предположении выполнения условия (19.17) получается, что

$$n_3 - n_4 = N \frac{W(w_{41} - w_{34})}{W(w_{41} + 2w_{34}) + w_{23}w_{34}}. \quad (19.20)$$

Из этой формулы видна пропорциональность инверсии интенсивности накачки при  $W \ll w_{23}$ , что характерно для реальной ситуации, и очевидно условие инверсии (19.18), не зависящее от интенсивности накачки. Именно это всё в целом качественно отличает четырёхуровневую схему от трёхуровневой [см. (19.7)]. При  $W \rightarrow \infty$  и  $w_{41} \gg w_{34}$  инверсия  $n_3 - n_4 \rightarrow N$ .

Итак, из рассмотренных примеров видно, как вспомогательное излучение накачки, существенно меняя распределение населённостей между уровнями вспомогательного перехода, приводит к возникновению инверсии населённостей между уровнями, связанными со вспомогательными уровнями безызлучательными переходами. Метод радиационной накачки во многоуровневых системах оказался очень мощным и до-

статочно общим методом создания активных сред. Мы неоднократно будем к нему обращаться в нашем дальнейшем изложении. Отметим здесь только, что в квантовой электронике радиодиапазона этот метод успешно применяется для создания усилительных устройств предельно высокой чувствительности (парамагнитные СВЧ мазеры).

Остановимся теперь ещё на одном важном обстоятельстве. Во всём нашем рассмотрении метода вспомогательного излучения накачки существенную роль играют вероятности безызлучательных переходов  $w_{ik}$ . В лекции второй мы феноменологически ввели понятие безызлучательной релаксации, обусловленной взаимодействием активного центра с окружающей его средой и неотвратно приводящей неравновесно возбуждённый центр к равновесию с окружением. Было отмечено, что конкретный механизм такого взаимодействия сильно зависит от вида рассматриваемой системы. В случае газовых лазеров доминирующим, практически единственным механизмом безызлучательной передачи энергии возбуждения являются газокинетические столкновения. Роль столкновительной передачи энергии была подробно обсуждена в нескольких предыдущих лекциях. В твёрдом теле столкновения частиц друг с другом исключены. Но остаётся взаимодействие с фононами, т. е. с колебаниями решётки. Активные центры, обычно ионы, диссипируют свою избыточную энергию в колебательный резервуар кристаллической решётки твёрдого тела, играющий роль того термостата, в который погружены активные центры. Микромеханизмы взаимодействия центров с фононами различны для различных состояний различных центров в разных кристаллах. Но в грубом приближении суть дела здесь одна: обмен энергией происходит в дипольном взаимодействии того или иного порядка между заданным электронным или электронно-колебательным состоянием активного центра и электрическими диполями, возникающими при колебаниях атомов решётки твёрдого тела.

Обычно энергия фононов не превышает  $250\text{--}500\text{ см}^{-1}$ . Энергия электронных состояний в десятки раз выше. Поэтому релаксация энергии активных центров в колебания решётки является многофононным процессом, т. е. в единичном акте релаксации рождается одновременно много фононов. Вероятность такого процесса падает с ростом степени фононности, т. е. отношения энергии релаксирующего состояния к энергии самого высокочастотного из возможных в рассматриваемом твёрдом теле фонона. (Как известно, частота такого фонона связана с температурой Дебая  $\Theta_D$  простым соотношением:  $h\nu_D = k\Theta_D$ .) Это приводит к тому, что, как правило, более высоко расположенные уровни энергии активного центра непосредственно в решётку релаксируют медленнее, чем уровни, расположенные ниже. Как мы знаем, это обстоятельство благоприятно созданию инверсии.

Кроме безызлучательной релаксации энергии примесного центра в колебания решётки, в рассматриваемых выше случаях трёх- и четырёх-

уровневых схем, описываемых вероятностями  $w_{21}$ ,  $w_{31}$ ,  $w_{41}$ , существенную роль играет, как мы видели, безызлучательная передача энергии от одного возбуждённого уровня одного центра другому возбуждённому уровню другого центра ( $w_{23}$ ,  $w_{24}$ ,  $w_{34}$  в тех же случаях). Если дефицит энергии между уровнями мал по сравнению с  $kT$ , то передача энергии происходит эффективно в диполь-дипольном взаимодействии. При наличии заметного дефицита энергии, а именно этот случай сейчас интересен для нас, только бинарное межцентровое диполь-дипольное взаимодействие не может обеспечить эффективную передачу энергии. В процесс передачи вовлекаются фононы как третьи «тело». Взаимодействие становится тринарным, и дефицит энергии в процессе многофононной релаксации уходит в колебания решётки, нагревая тем самым твёрдое тело как целое.

Степень фононности определяется отношением дефицита энергии к энергии принимающих участие в этом процессе фононов. Нас интересует передача энергии с непосредственно возбуждаемого на верхний лазерный уровень. Чем ближе этот уровень к возбуждаемому, тем меньше степень фононности и тем более эффективна передача энергии. Очевидно также, что при этом меньшая доля энергии возбуждения тратится на паразитный нагрев среды. Кроме того, меньшая степень фононности обсуждаемого процесса объясняет, почему в рассмотренных выше случаях вероятность безызлучательной передачи энергии может быть самой большой из всех входящих в уравнения (19.1) и (19.15) вероятностей  $w_{ik}$ .

Заметим в заключение, что из проведённого описательного рассмотрения видна глубокая аналогия между процессами безызлучательной релаксации активных центров и передачи энергии возбуждения между ними в твёрдом теле и при газокинетических столкновениях в газах и плазме.

Обратимся теперь непосредственно к рассмотрению лазеров на твёрдом теле, или, как их иногда иначе называют, твердотельных лазеров. По сложившейся традиции к ним относят лазеры, активное вещество которых представляет собой твёрдый диэлектрик — кристалл или стекло, в который как изоморфные примеси введены активные центры. Традиция, как всякая традиция, непоследовательна. Полупроводниковый кристалл является твёрдым телом в существенно большей степени, чем стекло — аморфное тело типа переохлаждённой жидкости. Тем не менее полупроводниковые лазеры представляют собой отдельный класс лазерных систем главным образом в силу специфики накачки их активной среды, а лазеры на твёрдом теле — это лазеры на диэлектрических кристаллах и стёклах.

Итак, активная среда лазеров на твёрдом теле — это некая матрица, содержащая активные центры или совокупность центров разного вида как примесь-активатор. Легко сформулировать ряд очевидных требова-

ний к матрицам лазерных активных элементов. Прежде всего матрица должна легко активироваться, т. е. активная примесь должна легко и однородно входить в матрицу в регулируемых количествах, не нарушая при этом оптических и механических свойств матрицы. Кроме того, значения вероятностей безызлучательных релаксационных переходов для вводимых в матрицу примесных центров должны быть благоприятны для получения инверсии.

Далее. Матрица должна быть оптически однородной и прозрачной для генерируемого (усиливаемого) излучения и для излучения накачки. В мощных лазерах активная среда подвергается интенсивному лучевому воздействию. Заметная доля энергии этого воздействия превращается в тепло. Поэтому материал матрицы должен обладать высокой теплопроводностью, матрица должна быть термостойкой и термооптически стойкой, т. е. её оптические параметры должны возможно более слабо изменяться при нагреве. Очевидным является требование механической, химической стойкости матрицы. Кроме того, матрица должна быть оптически и фотохимически стойкой по отношению к воздействию как можно более интенсивных световых потоков импульсного и непрерывного режимов в спектральных диапазонах излучения накачки и генерации (усиления).

В заключение следует подчеркнуть, что матрица активного элемента лазера на твёрдом теле должна быть технологичной в изготовлении и оптической обработке.

К настоящему времени осуществлены лазеры более чем на 250 кристаллах и на многих десятках типов стёкол.

Замечательным примером является рубиновый лазер — первый лазер, реализованный в 1960 г. Т. Мейманом. Его активным веществом является рубин — твёрдый раствор  $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3 : \text{Cr}_2\text{O}_3$ . Чистые, т. е. беспримесные кристаллы  $\alpha$ -модификации корунда  $\text{Al}_2\text{O}_3$  называются лейкосапфиром. Они прозрачны в широком диапазоне длин волн от вакуумного УФ до 5–6 мкм. В бытовом рубине концентрация ионов хрома достигает нескольких процентов, что придаёт кристаллам красивый глубоконасыщенный тёмно-красный цвет. Лазерные кристаллы содержат около 0,05% ионов  $\text{Cr}^{3+}$  (так называемый бледно-розовый рубин). Абсолютная концентрация ионов хрома составляет при этом  $1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ .

Синтез и рост кристаллов рубина осуществляется обычно методом Вернейля — плавлением порошкообразной шихты  $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Cr}_2\text{O}_3$  в высокотемпературном пламени и последующей кристаллизацией на вращающейся затравке. Разработана технология выращивания больших образцов (диаметром 20–25 мм, длиной 250–300 мм), возможно изготовление плоских и сложнофигурных образцов большого размера.

Корунд обладает прекрасными механическими, тепловыми, диэлектрическими и оптическими свойствами. Для него характерна высокая теплопроводность — при температурах 300–400 К только на порядок

меньшая, чем у металлов, и близкая к металлической теплопроводность при гелиевых температурах. Кристалл обладает ромбоэдрической симметрией, ось третьего порядка совпадает с оптической осью кристалла (осью  $c$ ). Для обыкновенной волны показатель преломления равен 1,769, для необыкновенной — 1,760 ( $D$ -линия натрия).

Применение рубина в квантовой электронике было предложено А.М. Прохоровым в 1956 г. (парамагнитные мазеры — квантовые усилители СВЧ).

В кристаллах рубина, т. е. хромового корунда, ионы хрома являются активными примесными центрами. В решётке  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ионы  $\text{Cr}^{3+}$  изоморфно замещают ионы  $\text{Al}^{3+}$ , так что они окружены шестью ионами  $\text{O}^{2-}$ , образующими октаэдр. Это ближайшее октаэдрическое окружение создаёт сильное электрическое поле, которое существенно влияет на уровень энергии иона  $\text{Cr}^{3+}$ . Более удалённые ионы  $\text{Al}^{3+}$  влияют слабее. Таким образом, мы пришли к важному вопросу о спектре примесных ионов в кристаллах.

Активными примесями в кристаллах, используемых в квантовой электронике, являются те или иные ионы элементов переходных групп. Особенностью атомов этих групп является наличие внутренних частично заполненных электронных оболочек. В периодической системе элементов имеется пять переходных групп — группы железа, палладия, редкоземельных элементов, платины и актинидов.

В главных группах элементов заполнение электронных оболочек происходит в строгой последовательности — для каждого главного квантового числа сначала заполняется  $s$ -оболочка, затем  $p$ -оболочка. При заполнении  $d$ -оболочки этот строгий порядок нарушается. Заполнение  $d$ -оболочки идёт в конкуренции с заполнением  $s$ -оболочки следующего главного квантового числа, т. е.  $3d$ -оболочка конкурирует с оболочками  $4s$ ,  $4d$  — с  $5s$ ,  $5d$  — с  $6s$ . В группах железа, палладия, платины заполняются оболочки  $3d$ ,  $4d$ ,  $5d$  соответственно. Ещё более сложно идёт заполнение  $4f$ -оболочки редкоземельных атомов, конкурирующей с оболочками  $5d$  и  $6s$ .

Не выписывая все элементы переходных групп, для иллюстрации приведём электронные конфигурации нескольких элементов групп железа и группы редких земель:

$$\begin{aligned} {}^{23}\text{V}: & (\text{Ar})3d^34s^2, & {}^{59}\text{Pr}: & (\text{Xe})4f^36s^2, \\ {}^{24}\text{Cr}: & (\text{Ar})3d^54s, & {}^{60}\text{Nd}: & (\text{Xe})4f^46s^2, \\ {}^{25}\text{Mn}: & (\text{Ar})3d^54s^2, & {}^{61}\text{Pm}: & (\text{Xe})4f^56s^2, \\ {}^{26}\text{Fe}: & (\text{Ar})3d^64s^2, & {}^{62}\text{Sm}: & (\text{Xe})4f^66s^2. \end{aligned} \tag{19.21}$$

Примесные кристаллы и стёкла, используемые в квантовой электронике, включают в себя примеси тех или иных элементов не в виде

нейтральных атомов, а в виде ионов. При новообразовании электронные конфигурации и состояния ионов переходных групп строятся не так просто, как в рядах элементов главных групп. Так как для переходных элементов строгая закономерность заполнения оболочек нарушена, то, вообще говоря, исчезает полное подобие иона последующего элемента атому предыдущего. Рубин, как уже говорилось, — это твёрдый раствор  $\text{Al}_2\text{O}_3 : \text{Cr}_2\text{O}_3$ , т. е. в рубин входит трёхвалентный ион  $\text{Cr}^{3+}$ . Конфигурация нейтрального атома  $(\text{Ar})3d^54s$  даёт для трёхвалентного иона хрома конфигурацию  $(\text{Ar})3d^3$ . Таким образом, спектр  $\text{Cr}^{3+}$  обусловлен тремя  $3d$ -электронами. Здесь целесообразно обсудить важное обстоятельство.

В переходных элементах группы железа заполняется внутренняя оболочка  $3d$ , которая экранируется внешней  $4s$ -оболочкой. Оптические и химические свойства этих элементов в значительной степени определяются застраивающейся  $3d$ -оболочкой и в силу её экранированности в какой-то мере одинаковы в тех ситуациях, когда с внешним окружением взаимодействует нейтральный атом. Трёхвалентные ионы этих атомов теряют экранирующую оболочку. Поэтому спектры этих ионов, изоморфно внедрённых в какие-либо кристаллические матрицы, отнюдь не подобны друг другу, отличаются от спектров свободных ионов и различны для одних и тех же ионов, введённых в различные матрицы.

Кардинально другой является ситуация для переходных элементов группы редких земель. Оптические и химические свойства редкоземельных элементов определяются гораздо более глубоко экранированной  $4f$ -оболочкой. Конфигурация атома аргона, входящая символом  $(\text{Ar})$  в приведённые в (19.21) конфигурации переходных элементов группы железа, относительно проста. Она записывается как  $1s^22s^22p^6$  и не содержит электронов с главными квантовыми числами, большими, чем у застраивающейся оболочки  $3d$  и экранирующей её  $4s$ . Это естественно, так как группа железа является первой по порядку возрастания атомного номера переходной группой в таблице Менделеева. Редкоземельным элементам предшествует ксенон. Этот тяжёлый атом гораздо более сложен. Его конфигурация содержит, кроме конфигураций всех предшествующих ему атомов благородных газов (гелия, неона, аргона, криптона), также  $5s$ - и  $5p$ -электроны и может быть записана в виде  $(\text{Kr})5s^25p^6$ . Следовательно, застраивающаяся оболочка элементов группы редких земель экранируется дополнительно двумя  $5s$ - и шестью  $5p$ -электронами. Глубокая экранировка  $4f$ -оболочки объясняет близость химических свойств элементов редких земель и подобие их спектров. В трёхвалентных ионах редкоземельных элементов  $4f$ -оболочка остаётся экранированной теми же двумя  $5s$ - и шестью  $5p$ -электронами. В результате внешнее воздействие слабо влияет на спектры не только нейтральных атомов, но и ионов элементов этой группы. При внедрении трёхвалентных редкоземельных ионов в различные кри-

сталлические матрицы спектры ионов практически не изменяются. Это относится к представляющему для нас большой интерес иону  $\text{Nd}^{3+}$ , спектр которого обусловлен тремя  $4f$ -электронами  $[(\text{Xe})4f^3]$ .

Взаимодействие  $3d$ -электронов иона  $\text{Cr}^{3+}$  и  $4f$ -электронов иона  $\text{Nd}^{3+}$  с электрическими полями их окружения в матрицах активных лазерных материалов определяет схему уровней соответствующих лазеров.

Основные состояния свободных ионов определяются правилом Хунда — в заданной электронной конфигурации то состояние имеет наименьшую энергию, для которого реализуется наибольшее из возможных значений суммарного спина  $S$  и наибольшее (из возможных при данном значении  $S$ ) значение орбитального момента  $L = k(2l - k + 1)/2$ , где  $k$  — число электронов в оболочке, заполненной менее чем наполовину. В случае  $\text{Cr}^{3+}$ , т. е. трёх  $3d$ -электронов, максимальное значение  $S = 3/2$ ,  $k = 3$ ,  $l = 2$  и  $L = 3(4 - 3 + 1)/2 = 3$ . Так как  $L = 3$ , то терм обозначается буквой  $F$ . Его мультиплетность  $2S + 1 = 4$ . Это означает, что квантовое число  $J$  может принимать четыре значения от  $L + S$  до  $L - S$ :  $9/2$ ,  $7/2$ ,  $5/2$  и  $3/2$ . Если оболочка заполнена менее чем наполовину, то основное состояние имеет  $J = L - S$ . (В противном случае  $J = L + S$ .) В  $d$ -оболочке может быть десять электронов, следовательно, в ионе  $\text{Cr}^{3+}$  застраиваемая оболочка заселена менее чем наполовину. Значит, у этого иона в основном состоянии  $J = 3/2$ . В результате мы получаем, что основное состояние иона  $\text{Cr}^{3+}$  записывается как

$$^4F_{3/2}. \quad (19.22)$$

Аналогично ион  $\text{Nd}^{3+}$ , имеющий три электрона из четырнадцати возможных в застраиваемой в группе редких земель  $4f$ -оболочке, по правилу Хунда в основном состоянии имеет  $S = 3/2$ ,  $L = 3(6 - 3 + 1)/2 = 6$ ,  $J = L - S = 9/2$ , и его основное состояние записывается как

$$^4I_{9/2}. \quad (19.23)$$

Однако для твердотельных лазеров основные состояния свободных ионов интересны лишь в той мере, в какой они определяют характер и силу взаимодействия иона с кристаллическими полями содержащей ион матрицы.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДЕВЯТНАДЦАТОЙ

**19.1.** Преобразуйте скоростные уравнения (19.15) для случая, когда верхний лазерный уровень заселяется почти мгновенно,  $w_{41} \gg w_{34}$ , а равновесные населённости всех уровней, кроме самого нижнего, пренебрежимо малы.

**19.2.** Рассмотрим трёх- и четырёхуровневые системы с одинаковыми концентрациями активных частиц и одинаковой инверсией населённостей, равной

$N/2$ . Кроме того, положим, что  $w_{31}^{(3)} = w_{34}^{(4)}$ ,  $w_{23}^{(3)} = w_{41}^{(4)} = w_{23}^{(4)}$  (верхний индекс указывает тип системы). В трёхуровневой системе выполняется условие  $w_{23} \gg w_{21}$ , а в четырёхуровневой —  $w_{23} \gg w_{24}$ ,  $w_{34}$ ,  $w_{31}$ . Покажите, что в этом случае необходимые значения  $W$  в обеих системах одинаковы. При каких условиях  $W \rightarrow \infty$ ?

**19.3.** Используя результаты предыдущей задачи, покажите, что при прочих равных условиях энергия, необходимая для создания инверсии в трёхуровневой системе, в  $\tau^{(3)}/\tau^{(4)}$  раз превышает энергию, необходимую для создания инверсии в четырёхуровневой системе, где  $\tau^{(3)}$ ,  $\tau^{(4)}$  — времена просветления рабочего перехода в обеих системах соответственно.

**19.4.** Пусть кристалл содержит два сорта примесных ионов, причём возбуждённый уровень энергии  $E_n$  одного типа ионов отстоит от уровня энергии  $E_m$  другого типа ионов на  $\Delta E = E_n - E_m = 330 \text{ см}^{-1}$ . Будет ли иметь место эффективная передача энергии в диполь-дипольном взаимодействии между этими ионами, если кристалл охлаждён до температуры жидкого азота? При какой температуре передача энергии будет эффективной?

**19.5.** Как правило, спектры поглощения и люминесценции трёхвалентных ионов группы железа представляют собой широкие, часто перекрывающиеся полосы, положение и форма которых сильно зависят от матрицы, в которую они внедрены. Напротив, спектры трёхвалентных ионов редкоземельных элементов мало чувствительны к матрице и представляют собой узкие, хорошо разрешаемые линии. Объясните причины такого различия.

**19.6.** В четырёхуровневой схеме твердотельного лазера накачка осуществляется в полосу поглощения с центром при  $\lambda = 600 \text{ нм}$ , длина волны генерации составляет  $1,06 \text{ мкм}$ . Найдите долю энергии, приходящуюся на стоксовы потери в кристалле.

**19.7.** Условие (19.19), требующее возможно большего отстояния нижнего лазерного уровня от основного в четырёхуровневой схеме, благоприятно для снижения порога генерации. А на чём оно скажется отрицательно?

## Лекция двадцатая. РУБИНОВЫЙ И НЕОДИМОВЫЙ ЛАЗЕРЫ

*Внутрикристаллическое поле. Уровни энергии иона хрома в корунде. Рубиновый лазер. Уровни энергии иона неодима. Неодимовый лазер. Лазерное стекло. Оптическая однородность, лучевая стойкость*

Примесные ионы, будучи внедрены изоморфно в решётку кристаллической матрицы, подвергаются воздействию внутрикристаллического поля. Занимая место какого-то основного иона решётки, в идеальном кристалле все примесные ионы находятся в одинаковых условиях. В принципе, внутрикристаллическое поле одинаково для всех этих ионов, имеет одну силу, ориентацию, симметрию и одинаковым образом возмущает все уровни энергии всех ионов. Чем совершеннее кристалл, тем меньше разброс значений силы поля в местах внедрения ионов и тем меньшее уширение уровней вызывает влияние внутрикристаллического поля. Очевидно, что пространственная неоднородность поля приводит к неоднородному уширению линий соответствующих переходов

(см. лекцию вторую) для всего образца в целом. В стеклянных матрицах неоднородное уширение особенно велико.

Заметим здесь, что в некоторых кристаллах существует несколько кристаллографически неэквивалентных положений, в которые могут попадать примесные ионы. В таких случаях возникают подсистемы неэквивалентных ионов, каждая из которых обладает своим характерным спектром и для каждой из которых справедливы все предыдущие рассуждения.

Обратимся снова к примеру рубина, т. е. корунда с хромом.

В структуру корунда входят плотно упакованные слои  $O^{2-}$ . Между шариками ионов кислорода  $O^{2-}$  периодически расположены пустоты двух видов — тетраэдрические и октаэдрические. Ионы  $Al^{3+}$  размещаются только в пустотах октаэдрического типа, заполняя из соображений зарядовой компенсации только две трети их общего числа. Октаэдрическая пустота — это полость, в которую можно вписать правильный октаэдр, шесть вершин которого в рассматриваемом случае касаются шести кислородных шариков. В такой полости шесть ионов кислорода создают сильное поле кубической симметрии. К кубическому полю добавляется слабая тригональная составляющая. Дело в том, что незаполненность каждой третьей октаэдрической полости приводит к тому, что в регулярной кристаллической структуре ионы  $Al^{3+}$  расположены парами так, что у каждого иона такой же соседний ион, но только с одной стороны. При этом с другой стороны у каждого иона расположена незаполненная пустота. В результате силы электростатического отталкивания, действующие между одноименными ионами, не компенсируются, ионы слегка раздвигаются вдоль некоторого выделенного направления, являющегося при плотной гексагональной упаковке ионов кислорода осью третьего порядка. Симметрия действующего на ион алюминия внутрикристаллического поля меняется, к сильному полю кубической симметрии добавляется слабая компонента поля тригональной симметрии. Примесные ионы  $Cr^{3+}$  замещают ионы  $Al^{3+}$  и находятся под действием этого электрического поля.

Внутрикристаллическое электрическое поле в силу эффекта Штарка приводит к снятию вырождения, сдвигу и расщеплению термов свободного иона. Анализ поведения термов ионов в полях той или иной силы и симметрии выполняется методом теории возмущений и теоретико-групповыми методами. Для терма  ${}^4F_{3/2}$ , описывающего свободный ион  $Cr^{3+}$ , расчёт, выполненный в приближении сильного поля, дал наблюдаемые на опыте спектры рубина.

Для свободного иона спиновый момент  $\mathbf{S}$  складывается с орбитальным моментом  $\mathbf{L}$ , что даёт полный момент количества движения  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ , являющийся для свободного иона (атома) сохраняющейся величиной. Каждое  $\mathbf{J}$ -состояние имеет  $2J + 1$ -кратное вырождение по энергии. В электростатическом поле кристалла ситуация меняется, так как

уровни энергии ионов зависят в силу эффекта Штарка от напряжённости и симметрии этого поля. Здесь естественно выделяются характерные предельные случаи слабого и сильного полей.

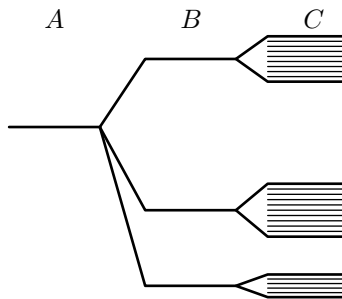
Слабое поле не разрушает связь между орбитальным и спиновым моментами электронов иона. (Говоря другими словами, слабое поле не может разорвать  $LS$ -связь.) Это означает, что штарковское расщепление уровней энергии иона мало по сравнению с расщеплениями его тонкой структуры (по сравнению с мультиплетным расщеплением). Вектор  $\mathbf{J}$  сохраняется. Его разным проекциям на направление электрического поля соответствуют  $2J + 1$  подуровней энергии. Слабое влияние поля можно рассматривать как возмущение к мультиплетной структуре, существующей без поля. Этот случай реализуется, когда примесными ионами являются ионы переходных элементов с глубоко расположенными и хорошо экранированными застраивающимися оболочками. Сюда относятся элементы группы редких земель, у которых застраивается  $4f$ -оболочка, и актиниды, застраивающие  $5f$ -оболочку (см. лекцию девятнадцатую).

Сильное поле разрывает  $LS$ -связь. Этот случай реализуется, когда электроны недостроенной оболочки иона расположены неглубоко, экранирующие оболочки отсутствуют, а взаимодействие электронов с кристаллическим полем оказывается сильнее спин-орбитальной связи. При разрушении  $LS$ -связи векторы  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{S}$  прецессируют во внешнем поле поодиночке, не образуя единого вектора полного момента. Энергии отдельных подуровней определяются проекциями  $M_L$  и  $M_S$  на направление поля. Спин-орбитальная связь может быть учтена как возмущение после того, как найдено расщепление уровней в кристаллическом поле, снимающем орбитальное и спиновое вырождения. Случаю сильного поля отвечают ионы переходных элементов группы железа,  $3d$ -оболочка которых обнажена и без какого-либо экранирования подвергается воздействию кристаллического поля.

Изложенное выше ещё раз иллюстрирует уже обсуждавшееся ранее различие между спектрами примесных ионов редкоземельных элементов и элементов группы железа.

Вернёмся к рубину. Основное состояние  ${}^4F_{3/2}$  иона  $\text{Cr}^{3+}$  соответствует 7-кратному орбитальному ( $L = 3$ ) и 4-кратному спиновому вырождениям. Результирующая степень вырождения составляет  $7 \cdot 4 = 28$  раз. Сильное кубическое поле расщепляет 28-кратно вырожденное состояние на два орбитальных триплета и один орбитальный синглет (рис. 20.1). Относительно слабая тригональная составляющая внутрикристаллического поля осуществляет дальнейшее снятие вырождения, расщепляя 12-кратно вырожденные триплеты на 6 дублетов каждый. При этом орбитальный синглет расщепляется, давая дублет с расстоянием между компонентами  $0,38 \text{ см}^{-1}$ . В этом последнем дублете остающееся после учёта электрических полей двухкратное спиновое вы-

Рис. 20.1. Последовательное снятие вырождения внутрикристаллическими полями для иона хрома; *A* — свободный ион, *B* — кубическое поле, *C* — кубическое и тригональное поля



рождение снимается внешним магнитным полем (крамерсовы дублеты), создавая систему уровней энергии, используемых в исследованиях по электронному парамагнитному резонансу и при создании квантовых парамагнитных усилителей СВЧ диапазона (парамагнитные мазеры).

Как видно из рис. 20.1, состояния, обусловленные тригональным расщеплением орбитальных триплетов, расположены существенно выше синглета. Времена жизни высокорасположенных дублетов малы (меньше 100 нс), поэтому все они перекрываются, образуя широкие полосы поглощения на волнах 410 и 550 нм.

Таковы уровни энергии основного состояния  ${}^4F_{3/2}$  иона  $\text{Cr}^{3+}$  в кубическом (и тригональном) поле ближайшего окружения в решётке корунда  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . У свободного иона  $\text{Cr}^{3+}$  ближайшим к основному  ${}^4F$  терму является терм  ${}^2G$  ( $S = 1/2$ ,  $L = 4$ ). Его 18-кратное вырождение в поле кубической симметрии частично снимается. Уровень  ${}^2G$  расщепляется на четыре подуровня. Один из них ложится несколько ниже зелёной полосы 550 нм основного состояния иона  $\text{Cr}^{3+}$ . Тригональное поле и спин-орбитальная связь расщепляют этот подуровень на  $29\text{ см}^{-1}$ . Электродипольные переходы в основное состояние из этого дублета запрещены, но запрет частично снят нечистотой уровней, что приводит к метастабильности дублета.

В результате получается схема уровней иона  $\text{Cr}^{3+}$  в  $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$  (схема уровней рубина), приведённая на рис. 20.2 в наиболее широко применяемых в настоящее время обозначениях. Линии переходов, обозначенные в порядке возрастания волнового числа последовательностью латинских букв *R*, *U*, *B*, *Y*, составляют английское слово RUBY (рубин). Отметим, что *B*-, *U*- и *Y*-линии наблюдаются в поглощении, *R*-линия — это линия люминесценции, которой кристаллы рубина обязаны своим цветом. Расщепление *R*-линии люминесценции на  $29\text{ см}^{-1}$  учитывается введением обозначений  $R_1$  и  $R_2$  для спектральных компонент этого люминесцентного дублета. При комнатной температуре длина волны  $R_1$ -линии составляет 694,3 нм,  $R_2$ -линии — 692,8 нм.

В системе уровней, представленной на рис. 20.2, рубиновый лазер работает по трёхуровневой схеме, в которой уровнем 1 является основное состояние  ${}^4A_2$ , уровнем 2 — полосы  ${}^4F_2$  и  ${}^4F_1$ , уровнем 3 — дублет

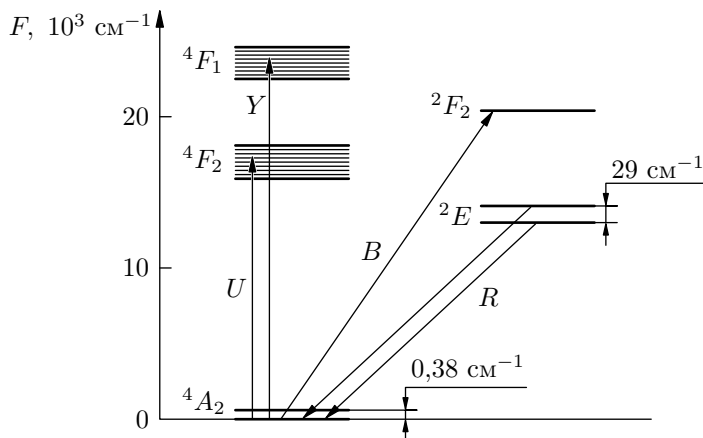


Рис. 20.2. Уровни энергии рубина

${}^2E$ . Время безызлучательной передачи энергии из полос  ${}^4F_2$  и  ${}^4F_1$  в дублет  ${}^2E$  составляет 100 нс, между подуровнями дублета  $\bar{E}$  и  $2\bar{A}$  происходит быстрый (за 100 нс) релаксационный обмен энергией.

При импульсе накачки длиннее 100 нс между подуровнями уровня  $3$  успевает установиться тепловое равновесие. Поэтому обычно генерация наблюдается на линии  $R_1$  (соответствующий подуровень сильнее заселён, и матричный элемент перехода  $\bar{E} \rightarrow {}^4A_2$  несколько больше). При комнатной температуре ширина линии усиления составляет около  $11 \text{ см}^{-1}$ , при азотной температуре линия сужается настолько (до  $0,3 \text{ см}^{-1}$ ), что в спектре излучения видна изотопическая структура, обусловленная атомами  ${}^{50}\text{Cr}$ ,  ${}^{52}\text{Cr}$ ,  ${}^{53}\text{Cr}$  и  ${}^{54}\text{Cr}$ . Изменение температуры кристалла, меняя параметры решётки, перестраивает частоту генерации. В диапазоне температур от  $+200$  до  $-200^\circ\text{C}$  изменение длины волны генерации составляет  $\Delta\lambda = 2 \text{ нм}$ .

В полосах накачки  $U$  и  $Y$  поглощение составляет  $2\text{--}3 \text{ см}^{-1}$ . Это означает, что диаметр рубиновых стержней или толщина рубиновых пластин при двустороннем освещении излучением накачки не должны превышать  $2\text{--}2,5 \text{ см}$ . В противном случае излучение накачки не сможет достаточно эффективно проникнуть внутрь объёма рабочего кристалла, активная среда окажется сильно неоднородной в поперечном сечении, что приведёт к ухудшению параметров лазерного излучения.

Спектрально полосы накачки представляют собой гладкие бесструктурные образования с шириной  $\Delta\lambda \approx 100 \text{ нм}$  и центрами на длинах волн  $\lambda = 410$  и  $560 \text{ нм}$ . Пороговое значение объёмной плотности энергии накачки в зелёной полосе составляет около  $3 \text{ Дж/см}^3$ .

При сильном превышении порога в длинных (порядка  $1 \text{ мс}$ ) импульсах излучения удельная энергия генерации составляет  $0,2\text{--}0,25 \text{ Дж/см}^3$ . Коэффициент линейного усиления достигает в рубиновых лазерах значения  $0,2\text{--}0,25 \text{ см}^{-1}$ .

Накачка обычно осуществляется излучением мощных импульсных ламп-вспышек. Наиболее экономичны ксеноновые лампы. Их КПД достигает 50%, эффективная температура в зелёной области составляет 6500 К, в фиолетовой — 10000 К. Очевидно большое значение правильно выбранной конструкции осветителя. Здесь целесообразно подчеркнуть, что наличие в схеме уровней рубина (см. рис. 20.2) широких полос поглощения  $U$  и  $Y$  позволяет применять для оптической накачки в трёхуровневой схеме получения инверсии немонахроматическое излучение. По существу, в рубиновом лазере происходит преобразование световой энергии высокотемпературного источника излучения сплошного спектра в монахроматическое излучение. Это обстоятельство имеет большое принципиальное значение.

В мощных рубиновых лазерах применяются круглые стержни диаметром 2–3 см и длиной 20–30 см. В обычных условиях роста ось  $c$  кристалла составляет угол  $90-60^\circ$  с осью стержня. Излучение такого кристалла линейно поляризовано. Вектор поля  $\mathbf{E}$  излучения перпендикулярен к плоскости, проходящей через ось  $c$  и ось стержня. Вращивание кристаллов нулевой ориентации, т. е. с осью  $c$ , параллельной оси кристалла, возможно, но технологически представляет существенно большие трудности. Излучение нулевых кристаллов неполяризовано.

Качество кристалла существенным образом определяет параметры лазера, расходимость его излучения, порог самовозбуждения, режим работы и т. п. Высокая теплопроводность рубина позволяет работать в импульсно-периодическом режиме с высокой частотой повторения. Высококачественные кристаллы работают при комнатной температуре в непрерывном режиме (накачка излучением ртутных ламп).

Очевидно, что к рубиновым лазерам применимы все методы квантовой электроники, такие, как включение добротности (гигантские импульсы длительностью порядка 10–100 нс), синхронизация мод, усиление мощности.

Как уже неоднократно отмечалось в предыдущем изложении, основным недостатком рубинового лазера является трёхуровневый механизм его работы. Этот недостаток является принципиальным, обусловленным схемой уровней трёхвалентного иона хрома.

В одной из первых реализаций четырёхуровневой системы использовался трёхвалентный ион урана  $U^{3+}$  во флюорите  $CaF_2$  при 77 К. Этот лазер ( $\lambda = 2,51$  мкм) распространения не получил. Более перспективными оказались ионы редкоземельных элементов, незаполненная  $4f$ -оболочка которых расположена ближе к ядру, чем  $3d$ -оболочка элементов группы железа и  $5f$ -оболочка актинидов. Уже говорилось, что  $4f$ -оболочка хорошо экранируется  $5s$ - и  $5p$ -оболочками. Поэтому положение уровней слабо зависит от типа матрицы. Для редкоземельных ионов характерно наличие узких линий люминесценции на переходах между состояниями оболочки  $4f$ . Ионы группы редких земель облада-

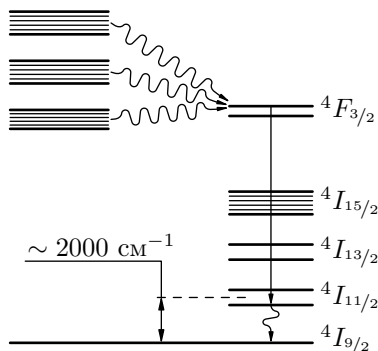


Рис. 20.3. Уровни энергии иона неодима

ют также интенсивными полосами поглощения на переходах  $4f \rightarrow 5d$ , удобными для накачки активных сред.

Двухвалентные ионы  $\text{Dy}^{2+}$ ,  $\text{Tm}^{2+}$ ,  $\text{Sm}^{2+}$ , главным образом во флюорите, работают в ближнем ИК и в видимом диапазонах. Эти же области спектра перекрывают многие трёхвалентные ионы ( $\text{Er}$ ,  $\text{Ho}$ ,  $\text{Pr}$ ,  $\text{Tm}$ ,  $\text{Nd}$  и т. п.).

Наибольшее значение имеет ион  $\text{Nd}^{3+}$ . Трёхвалентный ион неодима легко активирует многие матрицы. Из них самыми перспективными оказались кристаллы иттрий-алюминиевого граната  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$  (ИАГ) и стекла. Накачка переводит ионы  $\text{Nd}^{3+}$  из основного состояния  $^4I_{9/2}$  в несколько относительно узких полос, играющих роль верхнего уровня. Эти полосы образованы рядом перекрывающихся возбуждённых состояний, их положения и ширины несколько меняются от матрицы к матрице. Из полос накачки осуществляется быстрая передача энергии возбуждения на метастабильный уровень  $^4F_{3/2}$  (рис. 20.3). Время жизни этого уровня составляет 0,2 мс в ИАГ и 0,7 мс в стекле. Наибольшей вероятностью обладает лазерный переход  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{11/2}$  ( $\lambda = 1,06$  мкм). Энергетическая щель между состояниями  $^4I_{11/2}$  и  $^4I_{9/2}$ , равная примерно  $2000 \text{ см}^{-1}$ , обеспечивает четырёхуровневый характер генерации неодимового лазера.

Чем ближе к уровню  $^4F_{3/2}$  расположены полосы поглощения, тем выше КПД генерации. Достоинством кристаллов ИАГ является наличие интенсивной красной линии поглощения.

В стеклах из-за неоднородности локальных электростатических полей ближайшего окружения линия люминесценции 1,06 мкм неоднородно сильно уширена ( $\Delta\lambda \approx 30$  нм). В кристаллах ИАГ однородное уширение составляет примерно 0,7 нм.

Сильное неоднородное уширение приводит к тому, что неодимовое стекло имеет меньшее усиление, а соответствующие лазеры — более богатую модовую структуру, чем гранат, активированный неодимом. Вместе с тем стекло допускает большее (до 6%) введение активных цен-

тров<sup>1)</sup>. Кристаллы ИАГ активируются до концентрации 1,5% в стехиометрическом замещении иона  $Y^{3+}$  на  $Nd^{3+}$ .

Обычно области применения неодимовых лазеров на гранате и стекле существенно различны. В силу большей теплопроводности и однородности гранатовые лазеры легко работают в непрерывном и в импульсно-периодическом режимах. Достигнуты средние мощности в несколько сотен ватт. Неодимовое стекло в силу больших объёмов и более высокой концентрации активатора хорошо накапливает энергию. Поэтому именно стекло служит активной средой импульсных лазеров высокой энергии. Достигнуты значения импульсной энергии в десятки килоджоулей.

В случаях, когда существенно высокое качество излучения, используется схема задающий генератор – усилитель мощности. В этой схеме задающим генератором является часто гранатовый лазер, а усилителем мощности (или окончательным каскадом усиления мощности) — лазер на неодимовом стекле.

Неодимовые лазеры работают в широком диапазоне режимов генерации, от непрерывного до существенно импульсного с длительностью, достигающей 0,5 пс. Последняя достигается методом синхронизации мод в широкой линии усиления, характерной для лазерных стёкол.

При создании неодимовых, как, впрочем, и рубиновых, лазеров реализованы все характерные методы управления параметрами лазерного излучения, разработанные квантовой электроникой. В дополнение к так называемой свободной генерации, продолжающейся в течение практически всего времени существования импульса накачки, широкое распространение получили режимы включаемой (модулированной) добротности и синхронизации (самосинхронизации) мод.

В режиме свободной генерации длительность импульсов излучения составляет 0,1 – 10 мс, энергия излучения в схемах усиления мощности достигает многих килоджоулей. Характерная длительность импульсов включаемой добротности составляет около 10 нс при использовании для модуляции добротности электрооптических устройств. На рис. 20.4 приведена схема неодимового лазера с модулированной добротностью. Характерная энергия лазерного генератора такого типа составляет 1 – 2 Дж.

Дальнейшее укорочение импульсов генерации достигается применением просветляющихся фильтров как для модуляции добротности (0,1 – 10 нс), так и для синхронизации мод (1 – 10 пс). Схема лазера с самосинхронизацией мод для генерации импульсов пикосекундной длитель-

---

<sup>1)</sup>В литий-лантан-фосфатных стёклах допустимо почти полное замещение лития неодимом, приводящее к концентрации ионов  $Nd^{3+}$ , превышающей  $(2-3) \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ . О возможности повышения концентрации активаторных центров в кристаллах и стёклах см. в следующей лекции.

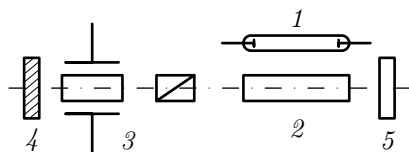


Рис. 20.4. Схема лазера с модулированной добротностью: 1 — лампа накачки, 2 — активный стержень, 3 — модулятор, состоящий из призмы Глана и ячейки Поккельса, 4 — глухое зеркало, 5 — частично прозрачное выходное зеркало

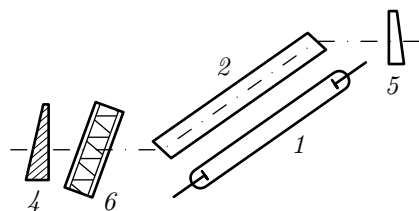


Рис. 20.5. Схема лазера с самосинхронизацией мод (обозначения те же, что и на рис. 20.4). Насыщающийся фильтр 6 расположен около левого (глухого) зеркала 1.

ности с помощью насыщающегося фильтра приведена на рис. 20.5. Для того чтобы резонатор лазера обладал только одним чётко выраженным периодом межмодовых биений, грани оптических элементов этой схемы слегка отклонены от нормали к оптической оси резонатора, а входной и выходной торцы активного элемента расположены под углом Брюстера к этой оси. Такое расположение либо исключает дополнительные отражения, которые может испытывать излучение при распространении от зеркала к зеркалу внутри резонатора лазера, либо отклоняет отраженные лучи от оптической оси резонатора и тем самым исключает образование дополнительных резонаторов со своим периодом межмодовых биений внутри основного. Характерная энергия цуга импульсов синхронизированных мод составляет в лазерных генераторах такого типа примерно 1–2 Дж.

В заключение этой лекции целесообразно остановиться несколько подробнее на вопросе о лазерном стекле.

Стекло является прекрасным оптическим материалом, технология получения которого хорошо разработана. Из стекла могут быть изготовлены детали любой формы и размера от волокон диаметром в несколько микрометров до дисков диаметром в несколько метров. Но главным достоинством стекла является его высокая оптическая однородность. Градиент показателя преломления хорошего лазерного стекла составляет  $\pm(0,5-2) \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}$ . К сожалению, теплопроводность стекла низка. Излучение накачки неоднородно нагревает стекло. В силу низкой теплопроводности это приводит к возникновению в стекле неоднородного температурного поля и, следовательно, термоупругих напряжений. Последние вызывают оптические искажения.

Так как для получения высокой направленности излучения оптическая однородность стекла должна сохраняться во время генерации, термооптическая константа

$$W = \beta + \alpha(n - 1), \quad (20.1)$$

где  $\beta = dn/dT$  — температурный коэффициент показателя преломления  $n$  и  $\alpha$  — температурный коэффициент расширения, должна быть предельно малой. Достоинством стёкол по сравнению с кристаллами является возможность выбором состава стекла снижать величину  $W$  до значений, меньших  $10^{-7} \text{ К}^{-1}$ , в относительно широком температурном интервале (так называемые атермальные стёкла). Для кристаллов ИАГ значения  $W$  на два-три порядка выше, что, правда, частично компенсируется их существенно более высокой теплопроводностью.

Исключительно важное значение имеет лучевая стойкость активного вещества лазера. Без создания достаточно стойких прозрачных материалов, выдерживающих большие потоки лазерного излучения без разрушения и нарушения оптической однородности, невозможно создание надёжно работающих лазеров большой мощности. В отличие от газовых лазеров, прежде всего  $\text{CO}_2$ -лазеров, где слабым местом в смысле оптического разрушения обычно являются окна газовых кювет и зеркала, для твердотельных лазеров существенной является лучевая стойкость материала активной среды.

К настоящему времени наибольшей лучевой стойкостью обладают неодимовые стёкла, не содержащие металлических включений (платина, железо и тому подобные примеси технологического происхождения). В режиме свободной генерации (длительность импульса излучения  $0,1 - 1 \text{ мс}$ ) порог разрушения составляет  $10^3 - 10^4 \text{ Дж/см}^2$ . Для импульсов модулированной добротности ( $1 - 10 \text{ нс}$ ) для лучших из стёкол пороговое значение плотности энергии излучения, разрушающей торцы активных элементов, составляет несколько сотен джоулей на квадратный сантиметр. Это справедливо, однако, при малом пятне облучения (фокусировка практически в точку). При большом поперечном сечении (около  $1 \text{ см}^2$ ) облучаемой области порог разрушения снижается на порядок и более, главным образом в силу вероятности попасть под излучение такому дефекту материала, который легко инициирует лавинно нарастающее разрушение. Для импульсов длительностью, меньшей  $1 \text{ нс}$  (синхронизованные моды), пороги разрушения составляют единицы джоулей на квадратный сантиметр.

Рубины и гранаты в режиме модулированной добротности разрушаются при  $10 - 30 \text{ Дж/см}^2$ .

Физические процессы, лежащие в основе механизмов разрушения твёрдых тел и стёкол лазерным излучением, весьма разнообразны. Их изучение входит как часть в исследования взаимодействия лазерного излучения с веществом и излагается в соответствующих курсах. Отметим здесь только роль эффекта так называемой самофокусировки, заключающегося в том, что интенсивное лазерное поле так меняет показатель преломления прозрачного материала, что в нём образуется некая эффективная линза, увеличивающая плотность поля в среде. Послед-

нее, в свою очередь, вызывает увеличение фокусировки излучения, его дальнейшую концентрацию и, в конце концов, разрушение материала.

Склонность оптических материалов к самофокусировке характеризуется нелинейным показателем преломления материала  $n_2$ . С учётом влияния поля показатель преломления среды может быть в первом приближении записан в виде

$$n = n_0 + n_2 E^2, \quad (20.2)$$

где  $n_0$  — линейная часть показателя преломления, не зависящая от амплитуды электрического поля лазерной волны  $E$ .

Как и термооптическая константа  $W$ , показатель преломления  $n_2$  является важным параметром, характеризующим оптические свойства активного элемента твердотельного лазера. Для лучших лазерных стёкол  $n_2 \lesssim 10^{-13}$  СГСЭ, для граната и рубина эта величина в 2–4 раза выше.

Подчеркнём ещё раз, что технология изготовления оптического стекла высокого качества хорошо развита. Существуют неодимовые стёкла на силикатной, фосфатной, боратной, бериллатной, германатной основе. Выбор между ними должен делаться применительно к конкретным условиям работы проектируемого лазера.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДВАДЦАТОЙ

**20.1.** Рассчитайте пиковую мощность импульса рубинового лазера, работающего в режиме модулированной добротности, если инверсия населённостей составляет  $5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , длина резонатора 15 см и потери на отражение и рассеяние за проход — 0,06. Какова при этом минимальная скорость накачки верхнего лазерного уровня, если время жизни уровня 2 мс?

**20.2.** Используя результат задачи 19.1, найдите пороговую разность населённостей, пороговую мощность накачки, выходную мощность генерации в непрерывном режиме в расчёте на  $1 \text{ см}^3 \text{ Nd}^{3+}$ : ИАГ-лазера, если длина волны генерации  $\lambda = 1,06 \text{ мкм}$ , время жизни верхнего лазерного уровня  $^4F_{3/2}$  неодима 230 мкс, сечение генерационного перехода  $\sigma = 4,6 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ , время жизни фотона в резонаторе  $\tau_{\text{ф}} = 4 \text{ нс}$ , длина резонатора  $l = 25 \text{ см}$ , коэффициент преломления кристалла  $\text{Nd}^{3+}$ : ИАГ = 1,83.

**20.3.** Оцените длительность гигантского импульса рубинового лазера, описанного в задаче 20.1.

**20.4.** Ширина линии люминесценции  $\text{Nd}^{3+}$  в силикатном стекле составляет 34 нм, что в 50 раз превышает соответствующую величину в кристалле ИАГ. Подумайте, к каким отрицательным и к каким положительным последствиям это может привести. Чем это неоднородное уширение вызвано?

**20.5.** Оцените, какой мощности надо взять лампу, чтобы началась генерация в непрерывном режиме лазера на неодимовом стекле. Время жизни верхнего уровня 0,5 мс, пороговая инверсия населённости  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ , активный стержень имеет объём  $10 \text{ см}^3$ . КПД преобразования электрической энер-

гии лампы в энергию, поглощённую собственно полосами поглощения  $\text{Nd}^{3+}$ , положите равным 4%.

**20.6.** В лазере на основе стекла с неодимом при ширине линии генерации  $\Delta\nu = 3$  ГГц реализовано условие большого превышения мощности накачки над пороговой. Можно ли в этом случае без помощи дополнительных устройств получить генерацию в режиме одной продольной моды? Какую длительность импульса можно получить в режиме синхронизации мод?

## Лекция двадцать первая. БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В ТВЁРДОМ ТЕЛЕ

*Электрон-фононное взаимодействие. Слабая вибронная связь. Вероятность многофононной релаксации. Колебательный спектр матрицы. Максимальная длина волны. Примеры ионов неодима и эрбия. Ион-ионное взаимодействие. Эффективное затухание в системе слабосвязанных осцилляторов. Вероятность переноса энергии от донора к акцептору. Миграция энергии. Выбор оптимальных концентраций. Сенсибилизация*

В предыдущем изложении неоднократно отмечалась важная роль, которую играют процессы безызлучательной релаксации при создании инверсии населённостей в лазерах и мазерах. Конкретные проявления и механизмы безызлучательной релаксации различны в разных спектральных интервалах и для разных активных сред квантовой электроники. Особо важную, во многом определяющую роль играют безызлучательные переходы в процессе создания активной среды лазеров на твёрдом теле (см. лекцию девятнадцатую). Это обстоятельство делает целесообразным несколько более подробное рассмотрение процессов релаксации энергии возбуждения в активных средах твердотельных лазеров в рамках курса лекций по основам квантовой электроники<sup>1)</sup>.

Безызлучательные переходы в твёрдых телах, под которыми в нашем курсе понимаются диэлектрические примесные кристаллы и стёкла, определяются взаимодействием двух типов. К первому из них относится электрон-фононное взаимодействие, обуславливающее перенос энергии между различными состояниями одной частицы (одного примесного центра), ко второму — взаимодействие между активными частицами (в нашем случае — ион-ионное взаимодействие), приводящее к переносу энергии между различными примесными центрами.

Рассмотрим вначале электрон-фононное взаимодействие. Общая теория электронно-колебательного взаимодействия в настоящее время весьма далека от завершения. Количественные результаты обычно могут быть получены для двух предельных случаев — сильной и слабой вибронной (т. е. колебательно-электронной) связи. Критерием слабой (или сильной) связи является малость (или немалость) энергии

---

<sup>1)</sup>Эта лекция подготовлена совместно с И. А. Щербаковым, которому автор выражает свою за то глубокую благодарность.

колебательного движения примесного иона по сравнению с энергией колебательного кванта — фонона, равной  $\hbar\omega$ . Если приведённая масса иона равна  $M$ , смещение от положения равновесия составляет  $x$ , а  $\omega$  — частота колебаний, то оценка энергии колебаний даёт, как известно,  $Mx^2\omega^2$ . Безразмерным параметром является отношение  $Mx^2\omega^2/\hbar\omega$ , малость (немалость) которого определяет обсуждаемые предельные случаи. Большое значение, однако, имеет дипольный момент колеблющегося иона. Его значение пропорционально смещению из положения равновесия  $x$ . Поэтому обычно из отношения энергий извлекается корень, и критерий сильной вибронной связи записывается в виде

$$x\sqrt{M\omega/\hbar} \gg 1, \quad (21.1)$$

в то время как обратное неравенство

$$x\sqrt{M\omega/\hbar} \ll 1 \quad (21.2)$$

представляет собой критерий слабой вибронной связи.

Спектроскопически случаи сильной и слабой вибронной связи проявляются по-разному. В случае сильной связи возникает большой стоксов сдвиг между спектрами поглощения и излучения, в случае слабой связи стоксов сдвиг практически отсутствует. Для трёхвалентных ионов редкоземельных элементов ( $\text{TR}^{3+}$ ), представляющих для нас основной интерес, оптически являются электроны  $4f$ -оболочки. Будучи экранированной, эта оболочка, как мы знаем, слабо взаимодействует с внутрикристаллическими полями матрицы и тем самым с её колебаниями. Колебания решётки матрицы слабо воздействуют на потенциальные поверхности электронных термов  $4f$ -оболочки примесного иона. Поэтому возбуждение иона при переходах между электронными состояниями  $4f$ -оболочки не приводит к заметному возбуждению колебаний решётки. Энергия на раскачку колебаний не тратится, а стоксов сдвиг между электронными переходами в спектре поглощения ( $1 \rightarrow 2$ ) и люминесценции ( $2 \rightarrow 1$ ) для  $\text{TR}^{3+}$ -ионов отсутствует. Следовательно, безызлучательные переходы между электронными состояниями  $\text{TR}^{3+}$ -ионов должны хорошо описываться в приближении слабой вибронной связи, рассмотрением которой мы ограничимся.

Наиболее общим является квантовомеханическое рассмотрение, которое должно проводиться с учётом высоких порядков теории возмущений и в нашем случае, для взаимодействия  $\text{TR}^{3+}$ -ионов с решёткой, обусловленного модуляцией статического внутрикристаллического поля колебаниями решётки. Так как энергетический зазор между основным и возбуждёнными состояниями иона  $\Delta E$  велик по сравнению с энергией самого высокочастотного фонона  $\hbar\omega$  (см. лекцию девятнадцатую), рассматриваемые сейчас безызлучательные переходы носят мно-

гофононный характер. Различные модификации теории возмущений дают для вероятности безызлучательной релаксации, идущей с возникновением  $p$  фононов при переходе между рассматриваемыми верхним (стартовым) и нижним (финишным) состояниями, крайне громоздкие выражения, включающие в себя волновые функции начального, конечного и всех промежуточных виртуальных состояний, числа фононного заполнения и плотности фононных состояний.

Как правило, необходимая для количественных оценок информация отсутствует. Поэтому обычно используется феноменологическая теория многофононной релаксации, в которой предполагается, что:

а) вероятность многофононного перехода не зависит от характеристик начального и конечного электронных состояний примесного центра;

б) вероятность перехода с испусканием  $p$  фононов значительно меньше, чем с испусканием  $p - 1$  фононов:

$$W^{(p)}/W^{(p-1)} = \varepsilon \ll 1; \quad (21.3)$$

в) малая величина  $\varepsilon$  является характеристикой основы (а не примесного центра) и не зависит от  $p$ ;

г) безызлучательный переход осуществляется с испусканием фононов одинаковой частоты, так что закон сохранения энергии выполняется в виде

$$p\hbar\omega = \Delta E. \quad (21.4)$$

Следствием этих предположений является вывод о том, что в процессе многофононного перехода участвуют самые высокоэнергичные, т. е. наиболее высокочастотные фононы колебательного спектра основы. В рамках указанных предположений удаётся получить простую формулу, дающую зависимость вероятности многофононного перехода от температуры основы  $T$  и энергетического зазора в спектре активной примеси  $\Delta E$  в виде

$$W(\Delta E, T) = W_E(p)W_T(p), \quad (21.5)$$

где

$$W_T(p) = \left(1 - e^{-\hbar\omega/kT}\right)^{-p} \quad (21.6)$$

даёт температурную зависимость скорости безызлучательных переходов с испусканием  $p$  фононов, а

$$W_E(p) = C^{(p)}e^{\alpha\Delta E}, \quad (21.7)$$

равная  $W(\Delta E, T)$  при нулевой температуре, даёт зависимость рассматриваемой вероятности от ширины энергетической щели  $\Delta E$ . Здесь  $C^{(p)}$

и  $\alpha$  — феноменологические константы, характеризующие основу. Как правило, реальная ситуация качественно хорошо описывается в рамках изложенной модели, хотя попытки получения количественной информации о числе и энергии фононов, участвующих в релаксационном процессе, на основе этой модели несостоятельны.

Рассмотрим сначала температурную зависимость релаксации (21.6).

При наличии некоторой избыточной энергии вероятность испускания фонона с частотой  $\omega$  пропорциональна числу фононов  $n(\omega)$ , имеющих в фононной моде частоты  $\omega$  (индуцированное испускание), плюс один (спонтанное испускание):

$$W \propto n(\omega) + 1.$$

Населённость фононной моды при температуре  $T$  даётся распределением Бозе — Эйнштейна

$$n(\omega, T) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (21.8)$$

Так как в рассматриваемой модели в единичном акте релаксации предполагается испускание  $p$  одинаковых фононов, то вероятность всего процесса в целом пропорциональна  $[n(\omega, T) + 1]^p$ , что и даёт формулу (21.6). Подчеркнём ещё раз, что при  $T \rightarrow 0$   $W_T(p) \rightarrow 1$ , а  $W(\Delta E, T) \rightarrow W_E(p)$ .

Слабым местом излагаемой модели многофононной безызлучательной релаксации является предположение одночастотности (21.4). На самом деле энергетическая щель  $\Delta E$  перекрывается набором многих фононов с разными частотами и разной степенью многофононности в соответствии с особенностями условий возбуждения колебаний в той или иной конкретной основе. Существенную роль здесь играет спектр возможных колебаний, информацию о котором даёт, например, комбинационное рассеяние света.

Спектры комбинационного рассеяния (рамановские спектры) кристаллов и стёкол демонстрируют существенные различия в структуре и протяжённости фононных спектров этих материалов. У кристаллов обычно граница высокочастотных колебаний расположена ниже, чем у стёкол. Энергия самых высокочастотных фононов, как правило, превышает энергию дебаевских фононов  $\hbar\omega_D = kT_D$  (температура Дебая  $T_D$  для лазерных материалов лежит в окрестности 300 К).

Строгого теоретического обоснования формул (21.5) — (21.7) не существует. Поэтому большое значение имеет эксперимент. Обычно экспериментальное исследование проводится путём наблюдения кинетики люминесценции при селективном возбуждении избранного состояния примесного иона  $\text{TR}^{3+}$ , введённого в матрицу, фононный спектр которой должен быть известен. Так как спектр состояний ионов  $\text{TR}^{3+}$  от

основы к основе меняется слабо, то эксперименты этого рода, проводимые в различных матрицах с различными состояниями разных ионов, позволяют провести тщательное параметрическое исследование зависимости скорости релаксации примесного центра от  $\Delta E$ ,  $\hbar\omega$ ,  $kT$ .

Оказалось, что, хотя разные фононы могут вносить вклад в вероятность безызлучательного перехода, для различных ионов и в различных матрицах наблюдается прекрасное соответствие скорости релаксации значению высокочастотной границы колебаний. Это соответствие существует не только для абсолютного значения скорости релаксации, определяемого степенью многофононности  $p = \Delta E/\hbar\omega$  (где под  $\omega$  надо понимать частоту, соответствующую высокочастотной границе колебаний), но и для её температурной зависимости, определяемой отношением  $\hbar\omega/kT$  и значением  $p$ .

Обратимся теперь к энергетической зависимости (21.7). В экспериментах указанного выше типа показано, что в широком интервале значений энергетической щели  $\Delta E$  (от 1000 до 5000 см<sup>-1</sup>) зависимости скорости многофононной релаксации от  $\Delta E$  с удовлетворительной степенью точности действительно являются экспоненциальными. Абсолютные значения скорости определяются основой и не зависят от конкретных электронных состояний TR<sup>3+</sup>-иона, между которыми измеряется  $\Delta E$ . Для иллюстрации на рис. 21.1 приведены зависимости вероятности многофононной релаксации ионов Nd<sup>3+</sup>, Er<sup>3+</sup> и Tm<sup>3+</sup> в теллуритном, германатном, силикатном, фосфатном и боратном стеклах от значения энергетического зазора, разделяющего возбуждаемый уровень и ближайший к нему нижний. На рис. 21.2 приведены рамановские спектры, характеризующие протяжённость фононного спектра в тех же стёклах. Легко прослеживается связь между графиками рис. 21.2 и 21.1. Видно, что абсолютные значения вероятности многофононной релаксации являются наименьшими в теллуритном стекле, обладающем наименее протяжённым колебательным спектром. Увеличение протяжённости фононного спектра ведёт к увеличению скорости многофононной релаксации в связи, как это следует из смысла обсуждаемой модели, со снижением степени многофононности  $p$ .

Температурно зависимая часть  $W_T(p)$  при  $\hbar\omega/kT > 1$  слабо зависит от  $p$ . Сильная зависимость от  $p$ , удовлетворяющая предположению (21.3), обусловлена тем, что входящая в (21.7) константа  $C^{(p)}$  подчиняется неравенству  $C^{(p)} \ll C^{(p-1)}$ . Обычно  $C^{(p)}/C^{(p-1)} = 0,01 - 0,03$ , как это можно определить из экспериментальных кривых, подобных приведённым на рис. 21.1.

В целом следует сделать вывод, что формулы (21.5) – (21.7) правильно отражают характер внутрицентральной безызлучательной электронфононной релаксации примесных TR<sup>3+</sup>-ионов в диэлектрических кристаллах и стёклах.

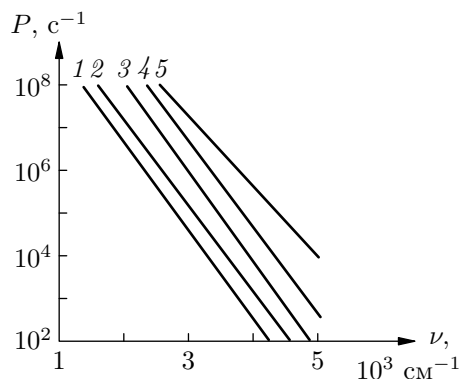


Рис. 21.1. Зависимости вероятности многофононной релаксации ионов  $\text{TR}^{3+}$  от частоты в стёклах: 1 — теллуридном, 2 — германатном, 3 — силикатном, 4 — фосфатном, 5 — боратном

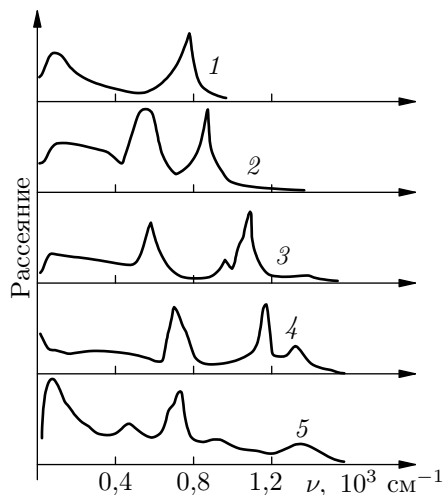


Рис. 21.2. Рамановские спектры стёкол: 1 — теллуридного, 2 — германатного, 3 — силикатного, 4 — фосфатного, 5 — боратного

Обратимся теперь к важным выводам, которые следуют из изложенного выше механизма внутрицентральной релаксации, формул (21.5) – (21.7) и рис. 21.1, 21.2.

Обсудим прежде всего вопрос о максимально возможной длине волны излучения лазера на твёрдом теле. Для эффективного создания инверсии необходимо, чтобы скорость безызлучательной релаксации верхнего лазерного уровня не превышала скорость его радиационного распада (см. лекцию девятнадцатую). Известно, что характерное радиационное время жизни верхнего лазерного уровня  $\text{TR}^{3+}$ -ионов составляет примерно 1 мс. Тогда из рис. 21.1 видна невозможность создания лазера с длиной волны более 2–2,5 мкм на широко применяемых в настоящее время фосфатных и силикатных стёклах, так как при энергетических зазорах менее  $4000\text{--}5000\text{ см}^{-1}$  скорость безызлучательной релаксации в этих матрицах начинает превышать скорость радиационного распада соответствующего верхнего уровня. Вместе с тем на кристаллах, обладающих по сравнению со стёклами, как правило, менее протяжённым фононным спектром, возможна генерация и более длинноволнового излучения. Примером может служить генерация на переходе  ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$  иона  $\text{Er}^{3+}$ , полученная в области 3 мкм в  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{LiYF}_4$ ,  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ . Однако продвижение в область длин волн, превышающих 4 мкм, мало вероятно.

Рассмотрим с точки зрения обсуждаемого процесса многофононной релаксации схему уровней иона неодима (см. рис. 20.3).

Верхний лазерный уровень  ${}^4F_{3/2}$  иона  $\text{Nd}^{3+}$  отделён от ближайшего к нему снизу состояния  ${}^4I_{15/2}$  энергетическим зазором  $6000\text{ см}^{-1}$ . В соответствии с данными рис. 21.1 время многофононной релаксации оказывается для состояния  ${}^4F_{3/2}$  существенно большим его радиационного времени жизни. В результате квантовый выход люминесценции верхнего лазерного уровня (в отсутствие концентрационного тушения) близок к 100%.

Финишный лазерный уровень иона неодима  ${}^4I_{11/2}$  лежит выше основного состояния на  $2000\text{ см}^{-1}$ . Такой зазор в фосфатном и силикатном стёклах обеспечивает время жизни уровня порядка 1 нс. Следовательно, режим самоограничения генерации (см. лекцию четырнадцатую) не должен происходить при длительности импульсов, превышающей 1 нс.

Энергетический зазор между верхним лазерным уровнем неодима  ${}^4F_{3/2}$  и основными полосами накачки также не превышает  $2000\text{ см}^{-1}$ . Следовательно, время безызлучательной релаксации из этих полос в метастабильное состояние  ${}^4F_{3/2}$  лежит в диапазоне 1–10 нс при собственном времени жизни этого уровня 0,1–1 мс. В результате вся энергия возбуждения накапливается в метастабильном состоянии неодима.

Все эти выводы полностью экспериментально подтверждены и составляют физическое обоснование широкого использования иона  $\text{Nd}^{3+}$  как активного центра в лазерных кристаллах и стёклах.

Обратимся теперь к уже упомянутому примеру лазера на переходе  ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$  иона  $\text{Er}^{3+}$ . Упрощённая схема уровней приведена на рис. 21.3 вместе с показанной для сравнения схемой уровней иона неодима. Зазор между финишным лазерным уровнем  ${}^4I_{13/2}$  и основным состоянием  ${}^4I_{15/2}$  составляет около  $6000\text{ см}^{-1}$ , энергия лазерного перехода  ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$  находится в области  $3500\text{ см}^{-1}$ . Степень многофононности безызлучательной релаксации по переходам  ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$  и  ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$  существенно различна. В силу этого время жизни стартового лазерного уровня  ${}^4I_{11/2}$  много меньше, чем финишного уровня  ${}^4I_{13/2}$ , и лазер работает в режиме самоограничения, в отличие от рассмотренного выше неодимового лазера. Полосы поглощения излучения накачки лежат для эрбиевого лазера в области  $15000\text{--}25000\text{ см}^{-1}$ . Безызлучательные переходы через довольно значительный, в отличие от неодима, энергетический зазор между полосами накачки и стартовым лазерным уровнем  ${}^4I_{11/2}$  существенно облегчены наличием в этом зазоре многих уровней, разбивающих зазор на области с малой степенью многофононности.

Приведённые примеры показывают, как проявляются характерные черты внутрицентральной безызлучательной электрон-фононной релаксации примесных  $\text{TR}^{3+}$ -ионов в диэлектрических кристаллах и стёклах в лазерных свойствах соответствующих активных сред.

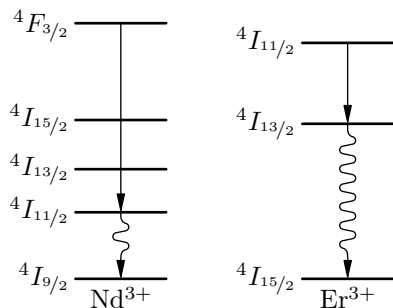


Рис. 21.3. Сравнение схем лазерных уровней энергии ионов  $\text{Nd}^{3+}$  и  $\text{Er}^{3+}$

Рассмотрим теперь ион-ионное взаимодействие. Интерес к процессам переноса энергии между различными примесными центрами обусловлен рядом обстоятельств. Во-первых, с увеличением концентрации примесных ионов, что всегда желательно с целью повышения коэффициента усиления и удельного энергосъёма активной среды, возрастает роль процессов переноса энергии в механизмах релаксации энергии, становящихся коллективными. Это, в свою очередь, может определять предельно возможные концентрации примесей в лазерных кристаллах и стёклах. Во-вторых, контролируемое введение в матрицу дополнительных примесей может в процессе последовательных актов переноса энергии и релаксации ускорять передачу энергии из полос поглощения на метастабильные состояния верхних лазерных уровней рабочих примесных центров и (или) ускорять распад их нижних лазерных уровней. В-третьих, присутствие в матрице дополнительных поглощающих ионов, способных эффективно передавать полученную энергию рабочим ионам, существенно повышает энергетическую эффективность активных сред.

Вероятность безызлучательного переноса энергии от донора ( $D$ ) к акцептору ( $A$ ), т. е. вероятность процесса типа



при котором возбуждённый донор возвращается в основное состояние, а невозбуждённый акцептор переходит в возбуждённое состояние, при диполь-дипольном взаимодействии частиц  $D$  и  $A$ , находящихся на расстоянии  $R$  друг от друга в среде с показателем преломления  $n$ , может быть получена методами квантовой механики в первом порядке теории возмущений. Однако возможны и классическая интерпретация явления переноса, и классический вывод соответствующего выражения.

В рамках представления о классическом осциллирующем электрическом диполе, уже неоднократно использовавшегося в этих лекциях, рассмотрим два дипольных электронных осциллятора, действующих друг на друга своими электромагнитными полями. Система уравнений

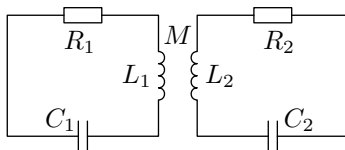


Рис. 21.4. Индуктивно связанные колебательные контуры

связанных осцилляторов хорошо известна:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 + 2\gamma_1\dot{x}_1 + \omega_{01}^2 x_1 &= \varkappa_{21}x_2, \\ \ddot{x}_2 + 2\gamma_2\dot{x}_2 + \omega_{02}^2 x_2 &= \varkappa_{12}x_1.\end{aligned}\quad (21.10)$$

Пусть первый осциллятор соответствует частице  $D$ , второй —  $A$ . Пусть также частоты  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$  суть величины одного порядка, а связь между осцилляторами мала ( $\varkappa^2 = \varkappa_{12}\varkappa_{21} \ll \omega^4$ ). Наибольший интерес представляет тот случай, когда возбуждённое состояние частицы  $A$  быстро релаксирует. Это означает, что обратная передача  $A \rightarrow D$  не имеет места. В классической модели этой ситуации соответствует существенно большее затухание второго осциллятора ( $\gamma_2 \gg \gamma_1$ ). Решение системы (21.10) показывает тогда, что в соответствии с обычными положениями теории колебаний наличие связи между осцилляторами увеличивает затухание высокочастотного осциллятора.

Остановимся несколько подробнее на системе уравнений (21.10), хорошо изученной в теории колебаний. Решение этой системы было дано В. Вином ещё в конце прошлого века и привело к таким важным понятиям, как собственные (нормальные) частоты колебаний, отличающиеся от парциальных частот  $\omega_{0i}$  в связанных системах со многими колебательными степенями свободы. Относительные амплитуды колебаний на собственных частотах ( $\omega_1$  и  $\omega_2$  первого и второго осцилляторов системы (21.10) и перекачка энергии из осциллятора в осциллятор определяются не только величиной связи осцилляторов  $\varkappa^2 = \varkappa_{12}\varkappa_{21}$ , но и их связанностью  $\chi = 2\varkappa/(\omega_{01}^2 - \omega_{02}^2)$  и зависят от близости парциальных частот. Понятие связанности осцилляторов было введено Л. И. Мандельштамом при создании общей теории колебаний.

Полное решение системы (21.10) сводится к решению уравнений четвёртого порядка и плохо обозримо. Однако в приближении малой связи и малой связанности систему (21.10) легко решить с помощью эквивалентной схемы, представленной на рис. 21.4, уравнениям Кирхгофа которой для гармонических токов частоты  $\omega$  и амплитуд  $I_1$  и  $I_2$

$$\begin{aligned}I_1(R_1 + i\omega L_1 + 1/i\omega C_1) &= -i\omega M I_2, \\ I_2(R_2 + i\omega L_2 + 1/i\omega C_2) &= -i\omega M I_1\end{aligned}\quad (21.11)$$

соответствуют дифференциальные уравнения

$$\begin{aligned} q_1/C_1 + R_1\dot{q}_1 + L_1\ddot{q}_1 &= -M\ddot{q}_2, \\ q_2/C_2 + R_2\dot{q}_2 + L_2\ddot{q}_2 &= -M\ddot{q}_1. \end{aligned} \quad (21.12)$$

Здесь  $M$  — взаимная индуктивность,  $q_1$  и  $q_2$  — заряды на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$ , а остальные обозначения ясны из рис. 21.4 [см. также формулы (6.48)–(6.56) и рис. 6.2].

Из (21.11) легко получить выражение для эффективного активного сопротивления  $R_{\text{эфф}}$  некоторого эффективного одиночного контура, образованного системой двух индуктивно связанных  $LCR$ -контуров:

$$R_{\text{эфф}} = R_1 + R_2 \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + (\omega L_2 - 1/\omega C_2)^2}. \quad (21.13)$$

Тогда, считая связанность контуров малой и предполагая тем самым наличие в первом осцилляторе только одного гармонического колебания, мы можем соотношением  $2\gamma_{\text{эфф}} = R_{\text{эфф}}/L_1$  ввести эффективное затухание первого контура при наличии связи со вторым контуром по аналогии с парциальными коэффициентами затухания  $2\gamma_1 = R_1/L_1$  и  $2\gamma_2 = R_2/L_2$  соответствующих контуров:

$$\gamma_{\text{эфф}} = \gamma_1 + \gamma_2 \frac{\omega^2 M^2 / L_1 L_2}{4\gamma_2^2 + (\omega^2 - \omega_{02}^2)^2 / \omega^2}. \quad (21.14)$$

В схеме на рис. 21.4 коэффициенты связи второго контура с первым и первого со вторым составляют соответственно  $\mu_{21} = M/L_1$  и  $\mu_{12} = M/L_2$ . Уравнения (21.10) и (21.12) отличаются друг от друга видом связи — по координате и её второй производной соответственно. Эти связи эквивалентны друг другу, если  $\varkappa_{ik}x_i = \varkappa_{ik}q_i = -\mu_{ik}\ddot{q}_i$ . Для гармонического колебания  $q_i = q_{0i}e^{i\omega t}$  получаем тогда условие эквивалентности  $\varkappa_{ik} = \omega^2 \mu_{ik}$ , что даёт  $M^2/L_1 L_2 = \varkappa^2/\omega^4$ . Учитывая близость  $\omega$  к  $\omega_{01}$  и считая малой разность  $\omega_{01} - \omega_{02}$ , мы получаем из (21.14) после тривиальной замены  $\omega^2 - \omega_{02}^2 \approx \omega_{01}^2 - \omega_{02}^2 \approx 2\omega(\omega_{01} - \omega_{02})$  выражение

$$\gamma_{\text{эфф}} = \gamma_1 + \frac{\varkappa^2}{4\omega^2 \gamma_2} \frac{1}{1 + [(\omega_{01} - \omega_{02})/\gamma_2]^2}. \quad (21.15)$$

Рассмотрим теперь коэффициент связи  $\varkappa^2$ . Энергию электростатического взаимодействия двух диполей, находящихся на расстоянии  $R$  друг от друга, легко определить с помощью рис. 21.5. Дипольные моменты диполей 1 и 2 равны соответственно  $p_1 = f_1 e x_1$  и  $p_2 = f_2 e x_2$ , где безразмерные множители  $f_1$  и  $f_2$ , называемые силами осцилляторов, характеризуют эффективность поляризуемости осцилляторов, образо-

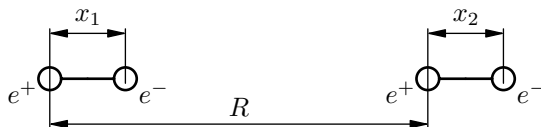


Рис. 21.5. К определению силы электростатического взаимодействия между двумя диполями

ванных оптическим электроном (заряд  $-e$ ) и ионным остовом (заряд  $+e$ ), разнесёнными на расстояния  $x_1$  и  $x_2$  соответственно. Тогда в среде с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  энергия взаимодействия диполей равна

$$U_{12} = \frac{\sqrt{f_1 f_2}}{\varepsilon} \left( -\frac{e^2}{R - x_1} - \frac{e^2}{R + x_2} + \frac{e^2}{R + x_2 - x_1} + \frac{e^2}{R} \right) \quad (21.16)$$

и при  $R \gg x_1, x_2$  с точностью до члена порядка  $(x_{1,2}/R)^2$  составляет

$$U_{12} = -\frac{2e^2}{R^3} x_1 x_2 \frac{\sqrt{f_1 f_2}}{\varepsilon}. \quad (21.17)$$

Следовательно, сила, действующая со стороны второго осциллятора на первый, равна

$$F_{21} = -\frac{\partial U_{12}}{\partial x_1} = \frac{2e^2}{R^3} \frac{\sqrt{f_1 f_2}}{\varepsilon} x_2,$$

а со стороны первого на второй —

$$F_{12} = \frac{2e^2}{R^3} \frac{\sqrt{f_1 f_2}}{\varepsilon} x_1.$$

Так как в правую часть уравнений осциллятора в форме (21.10) должны входить вынуждающие силы  $F_{12}/m$  и  $F_{21}/m$  (где  $m$  — масса электрона), то очевидно, что

$$\varkappa^2 = \varkappa_{12} \varkappa_{21} = \frac{4e^4}{m^2 R^6} \frac{f_1 f_2}{\varepsilon^2}. \quad (21.18)$$

Подчеркнём, что для осциллирующих диполей выполненное выше вычисление справедливо в ближней зоне (при  $R < \lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны излучения частоты  $\omega$  в рассматриваемой среде).

Сила осциллятора  $f$  в классической теории дисперсии понимается как доля элементарных осцилляторов, принимающих участие в макроскопической поляризуемости среды на частоте  $\omega$ . При квантовомеханическом рассмотрении силы осцилляторов определяют не как число электронов некоторого типа, а как число виртуальных осцилляторов, принадлежащих электрону, характеризующее эффективность образо-

вания диполя, так сказать, степень «дипольности» системы оптический электрон – ионный остов, на рассматриваемой частоте. Квантовая механика позволяет вычислить силу осциллятора заданной электронной системы, которая оказывается равной

$$f_k = \frac{3mc^3}{2e^2\omega^2} A_k, \quad (21.19)$$

где  $A_k$  — коэффициент Эйнштейна для спонтанного перехода на частоте  $\omega$ . Тогда в нашем случае ( $n^2 = \varepsilon$ )

$$\varkappa^2 = \frac{9c^6}{n^4\omega^4 R^6} A_1 A_2, \quad (21.20)$$

и мы получаем

$$\gamma_{\text{эфф}} = \gamma_1 + \gamma_{12} \quad (21.21)$$

где

$$\gamma_{12} = \frac{9}{4} \frac{c^6}{n^4\omega^6 R^6} A_1 A_2 \frac{1/\gamma_2}{1 + [(\omega_{01} - \omega_{02})/\gamma_2]^2}.$$

Величина  $2\gamma$  в уравнениях (21.10) имеет смысл скорости релаксации интенсивности колебаний осциллятора. Следовательно, величина  $2\gamma_{12}$ , описывающая аддитивное увеличение скорости релаксации одного осциллятора за счёт потерь энергии в другом осцилляторе, связанном с первым, имеет смысл вероятности переноса энергии от донора к акцептору:

$$W_{DA}^0 = 2\gamma_{12}. \quad (21.22)$$

Формула (21.22) для  $W_{DA}^0$  получена для осцилляторов, находящихся на фиксированных частотах  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$ . Но в пределах спектральных линий донора и акцептора частот много. Естественнo считать, что факторы линий  $q_D(\omega)$  и  $q_A(\omega)$  дают распределение осцилляторов по частотам, или, иначе говоря, вероятность найти осциллятор  $D$  или  $A$  на той или иной частоте. Тогда вероятность одновременного нахождения донора на частоте  $\omega_{01}$  и акцептора на частоте  $\omega_{01} + \Delta$  есть произведение  $q_D(\omega_{01})q_A(\omega_{01} + \Delta)$ . Вероятность осуществления переноса энергии между ними составляет  $q_D(\omega_{01})q_A(\omega_{01} + \Delta)W_{DA}(\Delta)$  и определяется как значениями парциальных частот донора и акцептора, так и расстройкой между ними. Следовательно, полная вероятность переноса энергии в процессе  $D^* \rightarrow A$  даётся интегралом по всем частотам  $\omega_{01}$  и всем значениям расстройки  $\Delta = \omega_{02} - \omega_{01}$ :

$$W_{DA} = \int_0^\infty d\omega_{01} \int_{-\infty}^\infty q_D(\omega_{01})q_A(\omega_{01} + \Delta)W_{DA}^{(0)}(\Delta) d\Delta. \quad (21.23)$$

Так как резонансная кривая линии поглощения (излучения) акцептора значительно шире резонансного множителя  $(1 + \Delta^2/\gamma^2)^{-1}$  в  $W_{DA}^0$ , то для всех отстроек можно считать, что

$$q_A(\omega_{01} + \Delta) \approx q_A(\omega_{01}) + \Delta dq_A/d\omega \approx q_A(\omega_{01}).$$

Тогда произведение  $q_D(\omega_{01})q_A(\omega_{01})$  в интегрировании по  $\Delta$  не участвует, и мы, используя равенство

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2/a^2} = \pi a,$$

получаем окончательно, что

$$W_{DA} = 3\pi \frac{c^6}{n^4 \omega^6 R^6} A_1 A_2 \int_0^{\infty} q_D(\omega) q_A(\omega) d\omega, \quad (21.24)$$

где учтена необходимость усреднения по ориентациям диполей, дающего коэффициент  $2/3$ , и принят во внимание резонансный характер зависимости от частоты произведения  $q_D(\omega)q_A(\omega)$ , что позволило вынести  $\omega^{-6}$  из-под знака интеграла. Заметим, что

$$\int_0^{\infty} q_A(\omega) q_D(\omega) d\omega$$

называется интегралом перекрытия.

Формула (21.24) может быть получена, как это уже отмечалось выше, в рамках теории возмущений первого порядка. Тот факт, что в получаемое при квантовомеханическом анализе выражение не входит постоянная Планка  $\hbar$ , позволяет проводить классический анализ и вывод этой формулы. Следует подчеркнуть, однако, что запись  $W_{DA}$  в виде (21.24) позволяет обобщить результаты, полученные в дипольном приближении, на случай любой мультипольности, учитываемой значениями коэффициентов Эйнштейна  $A_1$  и  $A_2$ . Все величины, входящие в (21.24), измеримы экспериментально. Так как  $c/n\omega = \lambda/2\pi$  (где  $\lambda$  — длина волны в среде с показателем преломления  $n$ ), а коэффициент Эйнштейна  $A$  определяет резонансное сечение поглощения  $\sigma = A\lambda^2/4\pi^2\Delta\nu$  [см. (3.19)], то (21.24) можно придать другой вид:

$$W_{DA} = 3n^2\lambda^2 \frac{\sigma_D\sigma_A}{R^6} \Delta\nu_D\Delta\nu_A \int_0^{\infty} q_D(\omega) q_A(\omega) d\omega, \quad (21.25)$$

где  $\Delta\nu_D$  и  $\Delta\nu_A$  — ширины линий резонансного поглощения донора и акцептора соответственно.

Итак, скорость переноса энергии от донора к акцептору определяется перекрытием спектров этих частиц и матричными элементами операторов их резонансных переходов. Коэффициенты Эйнштейна характеризуют способность донора и акцептора к взаимодействию, перекрытие спектров обеспечивает возможность этого взаимодействия. Электростатический характер взаимодействия осциллирующих диполей в ближней зоне выражается в сильной (вида  $R^{-6}$ ) зависимости скорости переноса от расстояния между ними. Для того чтобы отделить пространственную зависимость от определяемой свойствами взаимодействующих частиц, в рассмотрение соотношением

$$W_{DA} = C_{DA}/R^6 \quad (21.26)$$

часто вводится константа скорости переноса энергии  $C_{DA}$ .

Здесь следует отметить, что формула (21.24) описывает взаимодействие в паре донор–акцептор, расположенных на фиксированном расстоянии  $R$ . В действительности не приходится говорить о равных и фиксированных расстояниях между взаимодействующими частицами. Их распределение в кристалле, особенно при малом содержании активных центров в матрице, случайно, и находятся они на различных расстояниях друг от друга. Поэтому макроскопическое описание переноса энергии по каналу  $D^* \rightarrow A$  требует усреднения по распределению  $W_{DA} = \varphi(W_{DA})$ , соответствующему распределению расстояний между донорами и акцепторами  $\psi(R)$  и вычисляемому по хорошо известным правилам теории вероятности. Заметим, что среднее расстояние между акцепторами составляет  $\langle R \rangle = N_A^{-1/3}$ , где  $N_A$  — плотность акцепторов. В соответствии со сказанным распад доноров во времени оказывается пропорциональным

$$\int_0^\infty \varphi(W_{DA}) \exp(-W_{DA}t) dW_{DA}.$$

Для гауссова распределения акцепторов это приводит к зависимости вида

$$N_D(t) \propto \exp(-\gamma \sqrt{t}), \quad (21.27)$$

где  $\gamma = 4/3 \sqrt{\pi^3 C_{DA} N_A}$ . В результате временной ход интенсивности люминесценции доноров имеет вид

$$I(t) = I_0 \exp \left[ - \left( t/\tau_0 + \gamma \sqrt{t} \right) \right], \quad (21.28)$$

где  $\tau_0$  — собственное время жизни доноров. Выражение (21.27) имеет простой физический смысл. Возбуждение каждого из доноров гибнет по экспоненциальному закону  $\exp(-W_{DA}t)$ , однако для различных взаимодействующих пар  $D \rightarrow A$   $W_{DA}$  различно в силу флуктуаций расстояний  $R$ , а сумма экспонент не есть экспонента.

В реальных кристаллах, кроме переноса энергии от доноров к акцепторам ( $D^* \rightarrow A$ -взаимодействие), может играть существенную роль миграция энергии возбуждения в донорной подсистеме ( $D^* \rightarrow D$ -взаимодействие). Так как природа элементарного акта  $D^* \rightarrow D$ -взаимодействия та же, что и в случае  $D^* \rightarrow A$ -взаимодействия, то вероятность соответствующего процесса переноса энергии характеризуется величиной  $C_{DD}$ , вводимой аналогично (21.26) соотношением

$$W_{DD} = C_{DD}/R^6 \quad (21.29)$$

и определяемой формулами (21.24) или (21.25) с заменой индекса  $A$  на  $D$ .

Само по себе  $D^* \rightarrow D$ -взаимодействие не приводит к изменению населённости возбуждённого состояния донорной подсистемы. Однако пространственные перемещения возбуждения изменяют эффективные расстояния взаимодействия донорной подсистемы в целом с акцепторной подсистемой. Следовательно, миграция возбуждения по донорной подсистеме влияет на полную скорость распада возбуждения. Это влияние в первом приближении может быть учтено введением в показатель экспоненциального распада дополнительного члена, пропорционального скорости миграции  $W_m$ . Тогда, в отличие от (21.28), временной ход интенсивности люминесценции доноров характеризуется зависимостью вида

$$I(t) = I_0 \exp \left[ - \left( t/\tau_0 + \gamma \sqrt{t} + W_m t \right) \right], \quad (21.30)$$

где  $W_m = W_m(C_{DD}, C_{DA}, N_D, N_A)$ ,  $N_D$  — плотность доноров. Конкретный вид функции  $W_m(C_{DD}, \dots)$  определяется характером процессов миграции, и его рассмотрение в рамках нашего курса нецелесообразно. Заметим только, что  $W_m$  возрастает с ростом  $C_{DD}$ ,  $C_{DA}$ ,  $N_D$ ,  $N_A$ .

Таким образом, величины  $C_{DD}$  и  $C_{DA}$ , концентрации доноров  $N_D$  и акцепторов  $N_A$  определяют скорость гибели энергии возбуждения в коллективе взаимодействующих примесных центров. Проведённое рассмотрение позволяет ответить на вопросы, поставленные выше в начале рассмотрения ион-ионных взаимодействий, и определить оптимальные концентрации примесных центров донорного и акцепторного типов.

Действительно, например, для лазера непрерывного режима, для того чтобы избежать перегрева активной среды, необходимо обеспечить квантовый выход люминесценции, близкий к 100%. Это означает, что в

экспоненте (21.30) доминирующим должен быть первый член:

$$1/\tau_0 \gg \gamma/\sqrt{t} + W_m. \quad (21.31)$$

Зная зависимости  $\gamma = \gamma(C_{DA}, N_A)$  и  $W_m = W_m(C_{DD}, \dots)$ , можно выбрать оптимальные концентрации примесных центров, обеспечивающие выполнение (21.31). Очевидно, что выполнение этого условия только за счёт уменьшения  $N_D$  нецелесообразно, так как последнее приводит к уменьшению удельного энергосъёма. Отметим, что полезное для рассматриваемого случая уменьшение значений  $C_{DD}$  и  $C_{DA}$  может быть достигнуто таким выбором матрицы, при котором малы интегралы перекрытия и соответствующие силы осцилляторов. На этом пути созданы новые лазерные среды, например такие, как пентафосфат неодима ( $\text{NdP}_5\text{O}_{14}$ ), в которых удалось повысить концентрацию ионов неодима до значений, превышающих  $10^{21} \text{ см}^{-3}$ , т. е. более чем на порядок по сравнению с традиционными лазерными кристаллами и стёклами.

В импульсном режиме характер требований меняется. В этом случае вся энергия возбуждения должна накапливаться верхним лазерным уровнем донорной подсистемы в течение всего импульса возбуждения. Следовательно, некоторое эффективное время жизни по отношению к распаду (21.30) должно превышать длительность импульса накачки  $\tau_n$ . Это означает, в отличие от (21.31), что должно выполняться условие

$$1/\tau_n > 1/\tau_0 + \gamma/\sqrt{\tau_n} + W_m, \quad (21.32)$$

В качестве примера укажем литий-лантан-неодимовое фосфатное стекло, в котором концентрация ионов неодима существенно превышает допустимую для обычных лазерных стёкол. Выполнение условия (21.32) обеспечено правильным выбором состава стекла.

Вернёмся теперь к обсуждению свойств эрбиевого лазера трёхмикрометрового диапазона. При рассмотрении электрон-фононной релаксации отмечалось, что время жизни финишного лазерного уровня  $^4I_{13/2}$  существенно превышает время жизни стартового уровня  $^4I_{11/2}$ , что приводит к режиму самоограничения генерации. Введение подходящих акцепторов, например ионов гольмия или тулия, обладающих состояниями, резонансными уровню  $^4I_{13/2}$  эрбия, может привести к существенному сокращению времени жизни этого уровня. Если при этом удаётся изменить смысл неравенства (21.31) для уровня  $^4I_{13/2}$  по отношению к собственному времени жизни уровня  $^4I_{11/2}$ , т. е. если

$$(\gamma/\sqrt{t} + W_m)_{^4I_{13/2}} \gg (1/\tau_0)_{^4I_{11/2}}, \quad (21.33)$$

то самоограничение генерации не возникает.

Наконец, явление переноса энергии может быть использовано для увеличения населённости верхнего лазерного уровня. Речь идёт о хорошо известном явлении сенсбилизации люминесценции, при котором энергия возбуждающего излучения поглощается одними частицами (донорами), а излучается другими (акцепторами). Естественно, что в этой ситуации именно акцепторы являются рабочей лазерной примесью. Скорость сенсбилизующего заселения определяется величинами  $\gamma$  и  $W_M$ . Так как в схеме с сенсбилизацией донор и акцептор по отношению к лазерному эффекту меняются местами, то очевидно, что условием эффективного непрерывного режима является условие (21.31), взятое в обратном смысле. В импульсном режиме необходимость накопления энергии акцептором требует превышения скорости передачи энергии не только над скоростью собственного распада донора  $1/\tau_D$ , но и над скоростью распада акцептора  $1/\tau_A$ . Если эти условия выполнены, то выигрыш в населённости верхнего лазерного уровня даётся отношением

$$Q = N_D \int_{\Delta\nu_D} \frac{I(\nu)}{h\nu} \sigma_D(\nu) d\nu \left( N_A \int_{\Delta\nu_A} \frac{I(\nu)}{h\nu} \sigma_A(\nu) d\nu \right)^{-1}, \quad (21.34)$$

где  $I(\nu)$  — спектр излучения накачки,  $\sigma_D(\nu)$  и  $\sigma_A(\nu)$  — сечения поглощения в полосах накачки донора и акцептора соответственно, а интегрирование проводится в областях накачки  $\Delta\nu_D$  и  $\Delta\nu_A$ . Такое использование переноса энергии является одним из перспективных направлений твердотельной квантовой электроники.

Проведённое в этой лекции рассмотрение показывает ту важную роль, которую играют процессы безызлучательной релаксации и переноса энергии возбуждения в активных средах твердотельных лазеров.

В заключение подчеркнём ещё раз глубокую аналогию, существующую между релаксационными процессами в системе примесных центров твёрдого тела (электрон-фононное и диполь-дипольное взаимодействия) и столкновительной релаксацией в газах ( $V-T$ -,  $R-T$ -,  $V-V$ -релаксации).

Представленные в этой лекции соображения были в последнее время успешно применены в работах В. В. Осико, А. М. Прохорова и И. А. Щербакова по созданию нового класса активных сред твердотельных лазеров на основе редкоземельных галлиевых гранатов. Отметив высокие оптико-механические и теплофизические достоинства этих кристаллов, технологичность их изготовления, подчеркнём увеличение скорости передачи энергии возбуждения от донора к акцептору в них по сравнению с кристаллами ИАГ. Для пары ионов  $\text{Cr}^{3+} - \text{Nd}^{3+}$  константа скорости  $C_{DA}$  в кристаллах иттрий-алюминиевого, иттрий-скандий-

галлиевого, гадолиний-скандий-галлиевого и гадолиний-скандий-алюминиевого гранатов оказывается равной  $9 \cdot 10^{-40}$ ,  $1,4 \cdot 10^{-38}$ ,  $2,2 \cdot 10^{-38}$  и  $1,1 \cdot 10^{-38} \text{ см}^6 \cdot \text{с}^{-1}$  соответственно. Это позволило не только создать серию неодимовых лазеров импульсного, импульсно-периодического и непрерывного режимов работы с КПД, в несколько раз большим, чем в случае ИАГ, но и введением наряду с ионами хрома ионов гольмия и тулия получить излучение на волне 2,088 мкм (переход  $^5I_7 - ^5I_8$  иона  $\text{Ho}^{3+}$ ), а в случае хрома и эрбия — на волне 2,88 мкм. Кроме того, кристаллы этого ряда позволили создать лазеры с плавно перестраиваемой длиной волны излучения, о чём подробнее будет сказано в лекции двадцать третьей.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДВАДЦАТЬ ПЕРВОЙ

**21.1.** Оцените число фотонов, необходимых для безызлучательной релаксации верхнего лазерного уровня иона  $\text{Nd}^{3+}$  в кристалле ГСГГ ( $\omega_{\text{max}} \approx 750 \text{ см}^{-1}$ ).

**21.2.** Оцените температуру, при которой в выражении для вероятности безызлучательной релаксации (21.5) множитель  $W_T(p)$  начинает играть существенную роль. Воспользуйтесь данными предыдущей задачи.

**21.3.** Какой вид имеет зависимость  $W(\Delta E, T)$  при высоких температурах?

**21.4.** По книге<sup>1)</sup> познакомьтесь с квантовомеханическим выводом формулы для вероятности переноса энергии от донора к акцептору. Выделите шесть основных условий применимости этой формулы. Проследите аналогию между этими условиями в квантовой и классической теориях.

**21.5.** Рассмотренная теория переноса энергии в коллективе взаимодействующих частиц была не так давно успешно применена при создании нового, более эффективного класса активных сред твердотельных лазеров на основе кристаллов хромсодержащих редкоземельных галлиевых гранатов, соактивированных сразу несколькими типами активных ионов. Эффективность переноса энергии между одними и теми же частицами, характеризующаяся параметром  $C_{DA}$ , сильно зависит от матрицы. Рассчитайте и сравните значения микропараметров  $C_{DA}$  переноса энергии от ионов хрома к ионам неодима в кристаллах ГСГГ и ИАГ с концентрацией ионов неодима  $10^{20} \text{ см}^{-3}$ , если известно, что для кристалла ИАГ  $\gamma = 20 \text{ с}^{-1/2}$ , а для ГСГГ —  $100 \text{ с}^{-1/2}$ .

**21.6.** Сравните и проследите аналогию в способах создания инверсии населённостей в  $\text{CO}_2$ -лазере с примесью  $\text{He}$  и  $\text{N}_2$  и в активной среде твердотельного лазера с несколькими типами примесных ионов.

<sup>1)</sup> Кюри Д. Люминесценция кристаллов. — М.: ИЛ, 1961.

*Лекция двадцать вторая. ЛАЗЕРЫ НА КРАСИТЕЛЯХ*

*Спектрально-люминесцентные свойства красителей. Схема уровней. Цикл оптической накачки. Перестройка частоты излучения. Паразитные процессы. Коэффициент усиления. Непрерывный и импульсный режимы. Пороговая накачка. Ламповая и лазерная накачка, непрерывный режим*

Среди лазеров на конденсированных средах особое место занимают лазеры на красителях, точнее, на растворах молекул органических красителей в органических растворителях или в воде. Эти лазеры известны с 1966 г. Лазеры на красителях замечательны прежде всего тем, что, работая в широком диапазоне длин волн от ближнего ИК до ближнего УФ излучений включительно, они допускают плавную перестройку длины волны генерации в диапазоне шириной в несколько десятков нанометров с монохроматичностью, достигающей 1–1,5 МГц. Лазеры на красителях работают в непрерывном, импульсном и импульсно-периодическом режимах. Энергия импульсов излучения достигает сотен джоулей, мощность непрерывной генерации — десятков ватт, частота повторения — сотен герц, КПД — десятков процентов (при лазерной накачке). В импульсном режиме длительность генерации определяется длительностью импульсов накачки. В режиме синхронизации мод достигается пикосекундный и субпикосекундный диапазоны длительностей.

Приведённые данные относятся к различным лазерам, отличающимся друг от друга конструкцией резонатора, источником накачки, рабочим веществом и т. д. Но для всех характерна возможность плавной перестройки длины волны излучения, что в сочетании с любым другим набором лазерных параметров делает эти генераторы монохроматического излучения уникальными.

Свойства лазеров на красителях определяются свойствами их рабочего вещества — органических красителей. Исторически красителями назывались органические соединения, обладающие интенсивной окраской, т. е. интенсивным и широкополосным поглощением в видимой области спектра, которая может быть более или менее прочно сообщена другим материалам. В настоящее время красителями принято называть сложные органические соединения с разветвлённой системой сопряжённых химических связей, обладающие интенсивными полосами поглощения в видимой или ближней УФ областях спектра. Требование окрашенности или способности окрашивать в этом определении опущено, так что, в сущности, слово «краситель» обозначает органические соединения с определённым химическим строением и спектрально-люминесцентными свойствами. Окрашенные органические соединения содержат насыщенные хромофорные группы типа  $-\text{NO}_2$ ,  $-\text{N}=\text{N}-$ ,  $=\text{CO}$ , от-

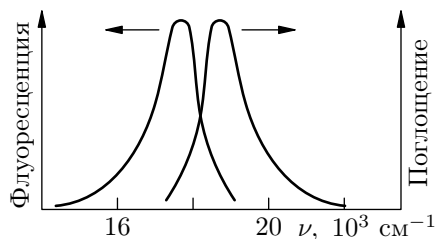


Рис. 22.1. Спектр поглощения и флуоресценции красителя «Родамин 6Ж» в спирте

ветственные за окраску. Наличие так называемых ауксохромных групп типа  $-\text{NH}_2$ ,  $-\text{OH}$  придаёт соединению красящие свойства.

Для нас существенно, что красители могут поглощать и испускать излучение в ближних УФ и ИК, равно как и в видимой, областях спектра. Из известных сейчас многих тысяч красителей только относительно немногие флуоресцируют в растворе. Около двухсот-трёхсот из них способны генерировать лазерное излучение. Их спектрально-люминесцентные свойства определяются структурой красителя и его взаимодействием с растворителем. Хотя длины волн, ширина, структура и интенсивность спектров различны для различных красителей или даже для одного и того же красителя в различных растворителях, можно указать ряд общих свойств, наличие которых делает лазерные красители в значительной мере подобными друг другу.

Во-первых, ширина полос поглощения и излучения составляет около  $1000 \text{ см}^{-1}$ . В области спектра, более коротковолновой по отношению к основному поглощению, могут находиться одна или несколько дополнительных полос поглощения. Во-вторых, максимум флуоресценции находится в более длинноволновой области спектра, чем главный максимум поглощения (стоксов сдвиг флуоресценции). Стоксов сдвиг и ширина спектров флуоресценции и поглощения могут быть таковы, что коротковолновый край спектра флуоресценции перекрывает длинноволновый край спектра поглощения (рис. 22.1). В-третьих, спектр флуоресценции обычно зеркален спектру поглощения, а время флуоресценции по порядку величины составляет обычно 1 нс. Далее, возможны и, как правило, наблюдаются наведённые спектры поглощения из возбуждённых состояний (возбуждённо-возбуждённые переходы) и новые полосы поглощения фотохимического происхождения.

В отличие от газовых лазеров на атомах и (небольших) молекулах, а также от твердотельных лазеров на примесных ионах, в случае лазера на молекулах органических красителей (молекулярная масса 200–600, 20–60 атомов в молекуле) точную схему энергетических уровней изобразить невозможно. Волновые функции различных конфигураций столь многоатомных молекул, обладающих богатейшей комбинацией разрешённых электронных, колебательных и вращательных состояний, неизвестны. Типичное число колебательных степеней свободы этих молекул (см. лекцию пятнадцатую) составляет величину, превышающую

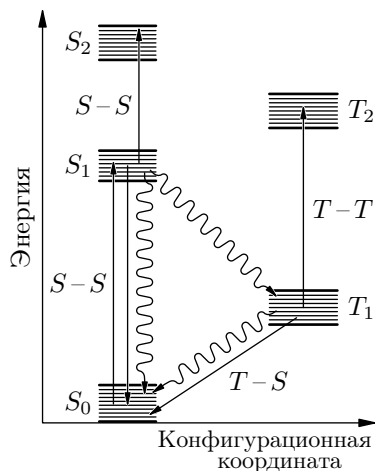


Рис. 22.2. Схема энергетических уровней молекулы красителя: волнистые стрелки — процессы безызлучательной конверсии, прямые — радиационные переходы

$10^2$ . Поэтому потенциальные ямы электронных термов, колебательные и вращательные уровни энергии в них должны строиться в весьма многомерном пространстве, что если и возможно, то заведомо ненаглядно. Конфигурация, а следовательно, и потенциальная энергия определённого электронно-колебательно-вращательного состояния молекулы красителя есть функция многих координат. Для целей схематического описания оказалось, однако, удобным упрощённое представление в условном конфигурационном пространстве, при котором вся совокупность конфигурационных координат заменяется одной условной координатой.

На рис. 22.2 приведена построенная таким образом схема энергетических уровней молекулы органического красителя. Колебательно-вращательные состояния, показанные на этой схеме, сгруппированы около электронных состояний, типичное расстояние между которыми составляет  $(1-2) \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$ . Расстояние между колебательными состояниями по порядку величины равно  $10^3 \text{ см}^{-1}$ , между вращательными  $1-10 \text{ см}^{-1}$ . Электронные состояния в зависимости от спинов электронов подразделяются на синглетные ( $S$ ) и триплетные ( $T$ ) состояния. Из-за спин-орбитальной связи в действительности имеет место перемешивание чистых синглетных и триплетных состояний. Характеризуя условность схематической диаграммы на рис. 22.2, заметим, что координаты, соответствующие минимумам энергии, различны для каждого электронного состояния.

При комнатной температуре и в равновесных условиях заселены нижние ( $E \leq 200-250 \text{ см}^{-1}$ ) колебательно-вращательные уровни основного состояния  $S_0$ . При оптическом возбуждении монохроматическим излучением на переходе  $S_0 \rightarrow S_1$  заселяется в соответствии с принципом Франка–Кондона какое-то определённое колебательно-вращательное состояние терма  $S_1$ . Внутри состояния  $S_1$  происходит быстрая

(со временем релаксации 1–10 пс) термализация избыточной энергии. Излучательное время жизни возбуждённых состояний терма  $S_1$  равно обычно 1–5 нс, поэтому безызлучательная релаксация в пределах состояния  $S_1$  происходит быстрее, чем излучательная релаксация из состояния  $S_1$  на переходе  $S_1 \rightarrow S_0$ .

При сдвинутых равновесных конфигурациях (см. лекцию восемнадцатую) в соответствии с принципом Франка – Кондона возбуждаются высшие колебательные уровни состояния  $S_1$ . В процессе безызлучательной релаксации энергия возбуждения переходит, в основном, на нижние колебательные уровни этого состояния. С нижних уровней состояния  $S_1$  молекула может возвратиться в состояние  $S_0$ , испустив фотон. Эта излучательная релаксация называется флуоресценцией. В силу вышеизложенного энергия излучённого фотона меньше энергии поглощённого фотона, что объясняет наличие стоксова сдвига в спектре флуоресценции по отношению к спектру поглощения. Излучение фотонов флуоресценции также происходит в соответствии с принципом Франка – Кондона (см. рис. 22.2). Избыточная энергия  $h\nu_{\text{нак}} - h\nu_{\text{изл}}$  в процессе безызлучательной колебательной релаксации нагревает молекулы красителя и растворитель.

Время релаксации 1–10 пс характерно для релаксации колебательной энергии в конденсированной среде, какой является жидкость. Наличие стоксова сдвига той же величины при флуоресценции паров молекул, что и в случае растворов, свидетельствует о существовании внутримолекулярного механизма перераспределения излишка колебательной энергии. В сложных молекулах рассматриваемого типа термализация колебательной энергии может идти через ангармонические взаимодействия внутри и между колебательными модами молекулы.

Вопрос о механизме колебательной релаксации в пределах терма  $S_1$  для нас сейчас не важен. Важен лишь вывод о том, что стартовыми уровнями для флуоресценции на переходе  $S_1 \rightarrow S_0$  являются нижние колебательные уровни состояния  $S_1$ . Не меньшее значение имеет вопрос о том, где заканчиваются излучательные переходы  $S_1 \rightarrow S_0$ . Как уже неоднократно отмечалось, если равновесные конфигурации электронных термов  $S_1$  и  $S_0$  различаются, то нижними уровнями переходов  $S_1 \rightarrow S_0$  в соответствии с принципом Франка – Кондона являются высоко расположенные уровни основного состояния  $S_0$ . Эти уровни не заселены термически. Следовательно, цикл оптической накачки, включающий в себя наряду с  $S-S$ -поглощением и  $S-S$ -флуоресценцией безызлучательные релаксационные переходы в  $S_1$ - и  $S_0$ -состояниях, происходит по четырёхуровневой схеме, подробно обсуждавшейся ранее применительно к твердотельным лазерам. Это, как мы хорошо знаем, существенно облегчает условия достижения инверсии.

Проведённое выше рассуждение выполнено применительно к накачке перехода  $S_0 \rightarrow S_1$  монохроматическим излучением. Легко видеть из

рис. 22.2, что накачка монохроматическим излучением во всей полосе поглощения перехода  $S_0 \rightarrow S_1$  никак не меняет сути дела и все выводы предыдущего рассуждения остаются в силе.

При флуоресценции возбуждённого красителя, не помещённого в резонатор, т. е. при спонтанном излучении в свободном пространстве, спектральные свойства испускаемого излучения определяются только взаимным расположением термов  $S_0$  и  $S_1$  и требованием выполнения принципа Франка – Кондона для равновесно заселённых колебательных уровней этих термов. Ситуация существенно меняется, когда возбуждённый краситель помещён в добротный селективный (или, как чаще говорят, дисперсионный) резонатор. Пусть для простоты рассуждений резонатор является одномодовым и одночастотным. При настройке такого резонатора на одну определённую частоту в пределах линии флуоресценции в силу хорошо известного нам эффекта положительной обратной связи именно на этой частоте происходит излучательное опустошение соответствующего верхнего уровня терма  $S_1$ . Опустошаемый излучательно уровень заселяется в процессе внутритермовой термализации. В силу высокой скорости этого процесса (1–10 пс) практически всегда в формировании одночастотного излучения участвует вся энергия, накопленная термом  $S_1$ . Индуцированное излучение в резонаторе и колебательная релаксация возбуждения в терме  $S_1$  образуют излучательно-релаксационный канал преобразования энергии накачки терма  $S_1$  в лазерное излучение на переходе  $S_1 \rightarrow S_0$ .

Очевидно, что при перестройке резонатора в пределах спектральной ширины линии флуоресценции красителя перестраивается и частота излучения. При этом вплоть до импульсного режима с длительностью, меньшей времени колебательной релаксации в терме  $S_1$  (синхронизация мод), в одночастотное излучение перестраиваемой частоты перекачивается энергия, накопленная всеми колебательными уровнями терма  $S_1$ . В недисперсионном резонаторе излучение происходит на частоте, соответствующей максимальному коэффициенту усиления, т. е. в максимуме линии флуоресценции. Аналогия с вращательной конкуренцией в случае  $\text{CO}_2$ -лазеров (см. лекцию шестнадцатую) очевидна.

Радиационные переходы  $S_1 \rightarrow S_0$  не являются единственным каналом ухода возбуждённых молекул с уровня  $S_1$ . Во-первых, возможны радиационные переходы между  $S_1$  и другими возбуждёнными синглетными состояниями. Эти синглет-синглетные переходы могут приводить к поглощению на частоте флуоресценции и вызывать в лазере на красителе наведённые накачкой и зависящие от интенсивности накачки потери. Спектры синглет-синглетного ( $S-S$ ) поглощения в красителях практически не изучены и степень его влияния на процесс генерации обычно неизвестна. Очевидным является требование несовпадения спектров флуоресценции и  $S-S$ -поглощения, что, как правило, хорошо выполняется для нашедших широкое применение красителей.

Более опасно триплет-триплетное ( $T-T$ ) поглощение, спектр которого обычно в той или иной мере перекрывается со спектром флуоресценции. Дело в том, что между состояниями различной мультиплетности, например  $S_1$  и  $T_1$  (см. рис. 22.2), в сложных молекулах красителя могут происходить безызлучательные переходы (интеркомбинационная синглет-триплетная конверсия). Атомы, молекулы или молекулярные комплексы, обладающие сильной спин-орбитальной связью и входящие в состав как красителя, так и растворителя, повышают скорость синглет-триплетной конверсии, так как они увеличивают взаимодействие синглетных и триплетных состояний красителя и перекрытие их волновых функций.

Синглет-триплетная конверсия уменьшает число молекул в состоянии  $S_1$ , способных совершить излучательный переход в состояние  $S_0$ , и, таким образом, уменьшает квантовый выход флуоресценции. Кроме того, заселяя метастабильное состояние  $T_1$  синглет-триплетная конверсия делает возможным триплет-триплетное поглощение на переходах  $T_1 \rightarrow T_2$ , которое увеличивается с ростом возбуждения красителя и может препятствовать генерации.

Триплетное состояние  $T_1$  является долгоживущим метастабильным состоянием. Излучательные переходы в состояние  $S_0$  хотя и возможны, но относительно маловероятны. Излучение на переходах  $T_1 \rightarrow S_0$  называется фосфоресценцией. Время жизни состояния  $T_1$  по отношению к фосфоресценции составляет 1 мс. Так как на радиационное время жизни повлиять невозможно, а более быстрое опустошение состояния  $T_1$  необходимо для уменьшения  $T-T$ -поглощения, то большое значение имеет поиск тушителей триплетного состояния, добавление которых в раствор увеличивает вероятность безызлучательной конверсии  $T_1 \rightarrow S_0$ . Наиболее эффективными из известных тушителей триплетного состояния в лазерах на растворах красителей являются кислород и непредельные углеводороды типа  $C_8H_8$  и  $C_{10}H_{12}$ . Концентрация тушителей не должна быть слишком большой, чтобы не вызвать сокращения времени жизни верхнего лазерного уровня.

В заключение обсуждения паразитных процессов опустошения состояния  $S_1$  отметим также возможность безызлучательных переходов (внутренней конверсии) между состояниями одинаковой мультиплетности  $S_1$  и  $S_0$ , уменьшающих квантовый выход флуоресценции. Вероятность внутренней конверсии определяется структурой молекулы красителя и, как правило, не велика по сравнению с вероятностью флуоресцентного распада состояния  $S_1$ .

Квантовый выход флуоресценции красителей, используемых в лазерах, заключён в пределах 0,01 – 1,00.

Базируясь на проведённом выше анализе, дальнейшее рассмотрение удобно проводить, приняв вначале простую двухуровневую модель, содержащую основное и первое возбуждённое синглетные состояния  $S_0$

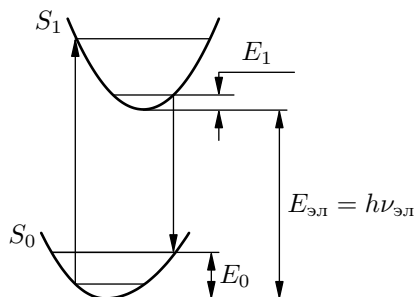


Рис. 22.3. К определению условия положительного усиления

и  $S_1$ . Обозначая символами  $N_0$  и  $N_S$  плотности полных населённостей состояний  $S_0$  и  $S_1$  соответственно и принимая для сечения излучательного перехода  $S_1 \rightarrow S_0$  обозначение  $\sigma_{SS}(\nu)$ , мы можем записать для коэффициента усиления красителя на частоте  $\nu$  выражение

$$\alpha(\nu) = \left[ N_S \exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right) - N_0 \exp\left(-\frac{E_0}{kT}\right) \right] \frac{\delta E}{kT} \sigma_{SS}(\nu), \quad (22.1)$$

где  $E_1$  и  $E_0$  — энергии стартовой и финишной групп уровней в состояниях  $S_1$  и  $S_0$  соответственно. Энергии  $E_1$  и  $E_0$  измеряются по отношению к минимальной энергии соответствующего терма каждая. Излучательный переход на частоте  $\nu$  происходит между термами  $S_1$  и  $S_0$ . Интервал энергии  $\delta E \ll kT$  выделяет из практически непрерывного спектра энергии электронных термов группу тех близких, по существу сливающихся, колебательно-вращательных состояний, которые служат стартовым и финишным уровнями перехода  $S_1 \rightarrow S_0$  (рис. 22.3).

Действительно, непрерывный спектр электронного терма, являясь наложением многих близких колебательных состояний, соответствует случаю неоднородного уширения спектральных линий. В индуцированном переходе на частоте  $\nu$  участвует та часть общего числа молекул, возбуждённых в рассматриваемый терм, энергия которых попадает в интервал, соответствующий однородному уширению. Число молекул в некотором интервале  $\delta E$  равно произведению  $\rho(E)\delta E$ , где  $\rho(E) = dN(E)/dE$  — плотность уровней в терме в окрестности энергии  $E$ . В свою очередь, плотность уровней подчиняется больцмановскому распределению:  $\rho = C \exp(-E/kT)$ , где нормировочная константа  $C$  определяется условием равенства  $\int_0^\infty \rho dE$  полному числу молекул в терме.

Применяя эти рассуждения к термам  $S_1$  и  $S_0$  и считая для них  $\delta E$  и  $T$  постоянными, нетрудно получить (22.1).

Из (22.1) легко видеть, что усиление положительно при

$$N_S > N_0 \exp \left( -\frac{E_0 - E_1}{kT} \right). \quad (22.2)$$

При этом, как видно из рис. 22.3, частота излучения, на которой наблюдается усиление, составляет

$$\nu = \nu_{\text{эл}} - (E_0 - E_1)/h, \quad (22.3)$$

где  $h\nu_{\text{эл}}$  равно разности минимальных значений энергии в термах  $S_1$  и  $S_0$  и  $\nu_{\text{эл}}$  называется частотой чисто электронного перехода. Если  $E_0 > E_1$ , то усиление может быть положительным при  $N_S < N_0$ , т. е. в отсутствие полной инверсии. При этом всегда  $\nu < \nu_{\text{эл}}$ . Как мы видим, в красителях реализуется частичная инверсия в электронно-колебательно-вращательных переходах подобно тому, как это имеет место для колебательно-вращательных переходов в СО-лазерах. Заметим, что при полной термализации внутри возбуждённого синглетного терма  $E_1$  близко к нулю и  $N_S$  может быть заметно меньше, чем  $N_0$ , что сильно облегчает требования к источнику накачки.

Получение усиления на частотах  $\nu > \nu_{\text{эл}}$  возможно при  $E_1 > E_0$ , тогда необходима полная инверсия ( $N_S > N_0$ ), что сильно затруднено малым временем жизни возбуждённого синглетного терма  $S_1$ .

При  $E_1 \approx 0$  формула (22.1) может быть представлена в виде

$$\alpha(\nu) = \left[ N_S - N_0 \exp \left( -\frac{h(\nu_{\text{эл}} - \nu)}{kT} \right) \right] \frac{\delta E}{kT} \sigma_{SS}(\nu), \quad (22.4)$$

удобном для анализа спектральной зависимости  $\alpha(\nu)$ . Спектр  $\sigma_{SS}(\nu)$  совпадает со спектром флуоресценции, но коэффициент в скобках в (22.4) спектрально зависим. Для заданных  $N_S$  и  $N_0$  с уменьшением  $\nu$  этот коэффициент возрастает. Следовательно, максимум полосы усиления  $\alpha(\nu)$  сдвинут в длинноволновую область по отношению к максимуму линии флуоресценции. С ростом  $N_S$  роль второго (частотно зависимого) слагаемого в скобках падает, полоса усиления смещается в сторону коротких волн по мере приближения к полной инверсии ( $N_S > N_0$ ), приближаясь по положению и форме к спектру флуоресценции.

Двухуровневое приближение (22.1) не учитывает синглет-синглетных и триплет-триплетных переходов, приводящих к перепоглощению излучаемого света в системе возбуждённых уровней красителя и уменьшению тем самым коэффициента усиления. Наиболее опасно, как уже отмечалось, триплет-триплетное поглощение. Обозначив сечение  $T$ – $T$ -поглощения символом  $\sigma_{TT}(\nu)$ , а населённость первого триплетного терма  $T_1$  символом  $N_T$ , легко написать условие положительности коэффициента усиления для случая полной внутритермовой термализации

состояний  $S_1$  и  $T_1$ :

$$N_S \sigma_{SS}(\nu) > N_T \sigma_{TT}(\nu). \quad (22.5)$$

Заселение триплетного терма происходит в процессе интеркомбинационной  $S-T$ -конверсии, идущей с характерным временем  $\tau_{ST}$ . Безызлучательное опустошение триплетного терма при переходах в основное синглетное состояние (тушение триплетного состояния) происходит с характерным временем  $\tau_T$ . (Релаксацией в процессе фосфоресценции можно пренебречь в силу её медленности.) В стационарных условиях  $N_S/\tau_{ST} = N_T/\tau_T$ . В результате мы получаем чисто спектроскопическое условие положительности коэффициента усиления в непрерывном режиме:

$$\sigma_{SS}(\nu) > \sigma_{TT}(\nu) \tau_T / \tau_{ST}. \quad (22.6)$$

Видна желательность тушения триплетного состояния, уменьшающего время  $\tau_T$ , и снижения вероятности интеркомбинационной  $S-T$ -конверсии, увеличивающего время  $\tau_{ST}$ .

Если условие (22.6) не выполнено, генерация в непрерывном режиме не достигается. Но в импульсном режиме при интенсивной накачке с крутым фронтом в силу различия в скоростях изменения населённостей  $N_S$  и  $N_T$  кратковременно может удовлетворяться условие (22.5), где  $N_S$  и  $N_T$  меняются во времени при невыполнении (22.6). Простую оценку можно сделать в трёхуровневом приближении (основной и возбуждённый синглетные и триплетный уровни) и в пренебрежении индуцированным излучением на частоте усиления с помощью скоростных уравнений:

$$\begin{aligned} dN_S/dt &= -(1/\tau_S + 1/\tau_{ST})N_S + P(t)N_0, \\ dN_T/dt &= -N_T/\tau_T + N_S/\tau_{ST}, \\ N_0 + N_S + N_T &= \text{const}, \end{aligned} \quad (22.7)$$

где  $P(t)$  — скорость перекачки частиц с основного на возбуждённый синглетный уровень, пропорциональная мощности оптической накачки.

Точное решение этих уравнений может быть получено на ЭВМ для произвольно заданного импульса накачки. Если считать, что  $P(t)$  ступенчатым образом включается в момент  $t = 0$  и впредь остаётся постоянной, равной  $P$ , и что при этом интенсивность накачки настолько велика, что  $PN_0 \gg N_S(1/\tau_S + 1/\tau_{ST})$  и вместе с тем  $N_0$  можно считать постоянной величиной, то  $N_S$  после включения накачки нарастает пропорционально времени:  $N_S = PN_0 t$ . В наименее благоприятном случае отсутствия тушения триплетного состояния ( $\tau_T \rightarrow \infty$ ) мы получаем тогда, что после включения накачки  $N_T$  нарастает пропорционально квадрату времени:

$$N_T = PN_0 t^2 / 2\tau_{ST}.$$

Интегрирующий характер процесса заселения триплетного уровня при большой длительности времени жизни триплетного состояния ( $\tau_T \gg \tau_{ST}$ ) приводит к существованию такого отрезка времени, в течение которого триплет-триплетное поглощение несущественно. Приравнявая в соответствии с (22.5) друг другу произведения  $N_S(t)\sigma_{SS}(\nu)$  и  $N_T(t)\sigma_{TT}(\nu)$ , мы находим условие

$$t \lesssim 2[\sigma_{SS}(\nu)/\sigma_{TT}(\nu)]\tau_{ST}, \quad (22.8)$$

ограничивающее сверху время существования усиления при наличии заметного  $T-T$ -поглощения. Несмотря на свою приблизительность, оценка (22.8) оказывается хорошо описывающей реальную ситуацию. При характерном времени интеркомбинационной конверсии 10–100 нс эта оценка приводит к наносекундному диапазону длительности генерации тех красителей, которые не могут работать в непрерывном режиме.

Обратимся теперь к вопросу оценки интенсивности накачки, необходимой для достижения положительного усиления в рассмотренных выше случаях.

Начнём с непрерывного режима. С учётом  $T-T$ -поглощения и в предположении внутритермовой термализации (22.4) приобретает вид

$$\alpha(\nu) = \left\{ \left[ N_S - N_0 \exp \left( -\frac{h(\nu_{эл} - \nu)}{kT} \right) \right] \sigma_{SS}(\nu) - N_T \sigma_{TT}(\nu) \right\} \frac{\delta E}{kT}, \quad (22.9)$$

где считается, что спектральный интервал однородного уширения  $\delta E$  одинаков в  $S$ - и  $T$ -термах. Условие положительности усиления принимает простой вид:

$$N_S > N_0 \exp \left( -\frac{h(\nu_{эл} - \nu)}{kT} \right) + N_T \frac{\sigma_{TT}(\nu)}{\sigma_{SS}(\nu)}. \quad (22.10)$$

В стационарных условиях  $N_S = N_0 P / (1/\tau_S + 1/\tau_{ST})$ ,  $N_T = N_S \tau_T / \tau_{ST}$  [см. (22.7)] и, как известно, скорость накачки

$$P = I_{\text{нак}} \frac{\sigma_{SS}(\nu_{\text{нак}})}{h\nu_{\text{нак}}}, \quad (22.11)$$

где  $I_{\text{нак}}$  — интенсивность излучения накачки,  $\nu_{\text{нак}}$  — частота накачки, а  $\sigma_{SS}(\nu_{\text{нак}})$  — сечение синглет-синглетного поглощения при переходе  $S_0 \rightarrow S_1$  на частоте накачки. Следовательно, мы получаем условие положительности усиления на частоте  $\nu$  в виде

$$I_{\text{нак}} > \frac{h\nu_{\text{нак}}}{\tau_S} \left( 1 + \frac{\tau_S}{\tau_{ST}} \right) \frac{\sigma_{SS}(\nu)/\sigma_{SS}(\nu_{\text{нак}})}{\sigma_{SS}(\nu) - \sigma_{TT}(\nu)\tau_T/\tau_{ST}} \exp \left( -\frac{h(\nu_{эл} - \nu)}{kT} \right). \quad (22.12)$$

Физический смысл этого выражения прозрачен и полностью соответствует приведённому выше обсуждению. Обычно  $\tau_S \ll \tau_{ST}$ . Тогда в случае хорошего выполнения спектроскопического условия (22.6) полученное выражение сильно упрощается:

$$I_{\text{нак}} > \frac{h\nu_{\text{нак}}}{\tau_S \sigma_{SS}(\nu_{\text{нак}})} \exp\left(-\frac{h(\nu_{\text{эл}} - \nu)}{kT}\right), \quad (22.13)$$

становясь ещё более прозрачным: пороговая интенсивность накачки должна превышать интенсивность насыщения синглет-синглетного перехода  $0 \rightarrow 1$ , сильно ослабленную больцмановским фактором, обусловленным четырёхуровневым характером инверсии в лазерах на красителях. Численная оценка сильно зависит от величины  $\nu_{\text{эл}} - \nu$ , принимающей обычно значения от 200 до 2000  $\text{см}^{-1}$ . При  $\tau_S = 1$  нс,  $\sigma_{SS}(\nu_{\text{нак}}) = 5 \cdot 10^{-18}$   $\text{см}^2$ ,  $\lambda_{\text{нак}} = 0,4$  мкм и при комнатной температуре пороговое значение  $I_{\text{нак}}$  заключено в пределах  $10^3 - 10^7$  Вт/см<sup>2</sup>.

В импульсном режиме при длительностях, больших времени внутритермальной термализации, но меньших в соответствии с (22.8) времени интеркомбинационной конверсии  $\tau_{ST}$ , условие положительности усиления по (22.4) приобретает в отличие от (22.10) вид

$$N_S > N_0 \exp\left(-\frac{h(\nu_{\text{эл}} - \nu)}{kT}\right). \quad (22.14)$$

Определение пороговой энергии накачки требует решения уравнений (22.7) и последующего интегрирования скорости накачки по времени до тех пор, пока условие (22.14) не начнёт выполняться за счёт энергии, затрачиваемой на перекачку молекул при переходе  $S_0 \rightarrow S_1$ . В общем случае такое определение не представляется возможным, однако простую оценку можно сделать следующим образом.

На интервалах времени, меньших времени жизни синглетного состояния  $S_1$ , его заселение происходит существенно импульсным образом в эффективной двухуровневой системе  $S_0 \rightarrow S_1$ . Плотность энергии насыщения составляет при импульсном насыщении по формуле (3.43) величину  $F_S \gtrsim h\nu/2\sigma$ . Четырёхуровневый характер инверсии в лазерах на красителях при  $\nu < \nu_{\text{эл}}$  и соответствующем стоксовом сдвиге приводит к больцмановскому ослаблению требований к числу переброшенных в верхнее состояние частиц. В результате для плотности энергии накачки, приводящей к положительному усилению за время, меньшее времени жизни возбуждённого синглетного терма, мы получаем оценку

$$F_{\text{нак}} > \frac{h\nu_{\text{нак}}}{\sigma_{SS}(\nu_{\text{нак}})} \exp\left(-\frac{h(\nu_{\text{эл}} - \nu)}{kT}\right). \quad (22.15)$$

Если же нас интересуют отрезки времени, большие  $\tau_S$ , то  $E_{\text{нак}} = I_{\text{нак}} \Delta t$ , где  $\tau_S < \Delta t < t$ ,  $I_{\text{нак}}$  даётся формулой (22.12) или (22.13) и в случае красителей, не подчиняющихся спектроскопическому условию (22.6), время  $t$  ограничено условием (22.8).

Подчеркнём, что всё проведённое выше рассмотрение пороговых значений интенсивности (энергии) накачки выполнено без учёта паразитных потерь энергии в резонаторе лазера и потерь энергии на полезное излучение из резонатора лазера и имело в виду так называемое электронное усиление, характерное, в принципе, для рассматриваемого активного вещества и способа накачки.

Не останавливаясь на технических деталях, отметим, что накачка красителей излучением импульсных ламп потребовала разработки специальных ламп высокой интенсивности с короткими фронтами включения, не превышающими 0,1–1 мкс. Наилучшие результаты даёт, однако, лазерная накачка. В импульсном режиме используются вторая гармоника рубинового лазера (0,347 мкм), вторая (0,53 мкм), третья (0,353 мкм) и четвёртая (0,265 мкм) гармоники неодимового лазера, а также излучения медного, азотного и эксимерных лазеров. Последние позволяют получать высокую частоту следования импульсов.

Интересной является возможность накачки красителей излучением лазеров с синхронизацией мод. Если оптические длины резонаторов лазеров накачки и на красителе равны или кратны друг другу, в лазере на красителе осуществляется режим генерации ультракоротких импульсов (пикосекундный диапазон). Столь короткие импульсы света с плавно перестраиваемой длиной волны представляют собой уникальное средство исследования в спектроскопии быстропротекающих процессов, в фотохимии и в фотобиологии.

В непрерывном режиме источником накачки служит аргоновый лазер, фокусировка излучения которого в малую область диаметром 10–100 мкм позволяет создать требуемую высокую интенсивность накачки. Для устранения термооптических искажений в активной среде лазера и последствий возможного фотолиза красителя необходима прокачка активной жидкости с такой скоростью, чтобы за несколько микросекунд произвести её полную смену в активной области. Наилучшее из известных конструктивных решений изображено на рис. 22.4. Тонкая плоскопараллельная струя раствора ориентирована под углом Брюстера к оптической оси резонатора. Именно такие лазеры позволяют достигать предельно высокой монохроматичности и хорошей стабильности.

Заметим в заключение, что лазеры на красителе при непрерывной накачке могут успешно работать в режиме активной и пассивной синхронизации мод (длительность пиков 1–2 пс). Наконец, упомянем наиболее популярные красители. Это — нильский голубой, крезил-виолет, родамин, кумарин. Наилучшим из них является краситель «Родамин 6Ж», работающий в диапазоне 550–560 нм. Наилучшими растворите-

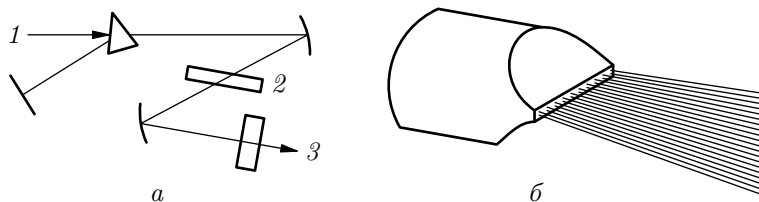


Рис. 22.4. Схема струйного лазера на красителе (а) и условное изображение струи (б): 1 — излучение накачки, 2 — плоскость струи, 3 — излучение генерации

лями являются этиловый спирт и дистиллированная вода, концентрация красителя не должна превышать  $10^{-2}$  молярной во избежание образования димеров и концентрационного тушения.

Возможны твёрдые растворы красителей в полимерах типа полистирола или полиметилметакрилата. Для некоторых применений удобным приёмом является пропитывание раствором красителя мелкопористой монодисперсной губчатой стеклянной матрицы, прозрачной для лазерного излучения и накачки.

Перестройка длины волны излучения лазеров на красителях осуществляется с помощью дисперсионных резонаторов, вкратце описанных в конце лекции десятой. Для динамического управления удобными оказались РОС-резонаторы, решётка обратной связи в которых образуется под действием когерентного (лазерного) излучения накачки. Если это излучение разделено на два пучка, интерферирующих в объёме красителя, то имеет место пространственная модуляция коэффициента усиления. Период наведённой решётки определяется углом схождения интерферирующих пучков, что, в свою очередь, задаёт настройку РОС-резонатора. Так, например, при накачке излучением гелий-кадмиевого лазера тонкого слоя красителя «Родамин 6Ж», растворённого в полимерной плёнке, при изменении угла между интерферирующими пучками накачки от  $47$  до  $57^\circ$  длина волны излучения получаемого таким образом РОС-лазера изменялась от  $640$  до  $560$  нм.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДВАДЦАТЬ ВТОРОЙ

**22.1.** Каково происхождение члена  $\exp[-h(\nu_{эл} - \nu)/kT]$  в формулах для пороговой интенсивности накачки?

**22.2.** Оцените выигрыш в пороговой интенсивности накачки лазера на красителе, возникающий из-за того, что схема четырёхуровневая, в случае  $\nu_{эл} - \nu \approx 200 - 2000 \text{ см}^{-1}$ . Температура комнатная.

**22.3.** Насколько увеличивается КПД лазера, работающего по четырёхуровневой схеме, по сравнению с трёхуровневой системой? Рассмотрите два случая: а) накачка близка к порогу; б) накачка близка к насыщению.

**22.4.** Оцените скорость накачки верхнего лазерного уровня красителя, необходимую для достижения полной инверсии в непрерывном режиме при времени жизни синглетного состояния  $\tau_S = 1$  нс.

**22.5.** Оцените пороговую плотность энергии накачки в импульсе для ограниченного интеркомбинационной конверсией лазера на красителе при возбуждении медным лазером ( $\lambda = 510,5$  нм). Разность  $\nu_{эл} - \nu$  положите равной  $210 \text{ см}^{-1}$ ,  $\sigma_{SS} = 5 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$ , температуру — комнатной.

**22.6.** Какой размер пятна надо создать, фокусируя излучение накачки медного лазера в кювету с раствором красителя, если превышение над порогом выбрано равным 10, средняя мощность накачки лазера равна 2 Вт, а частота повторения — 10 кГц?

**22.7.** Рассчитайте длину квазиконфокального резонатора, оптимального для лазера предыдущей задачи.

**22.8.** Перестраиваемый дисперсионный элемент, помещённый в резонатор лазера на красителе (см. задачу 24.6) для спектроскопических целей, выделяет полосу генерации шириной  $5 \text{ см}^{-1}$ : а) оцените длительность и частоту следования импульсов в режиме пассивной синхронизации мод; б) время существования инверсии в используемом красителе относительно мало, скажем 6 нс. Какие меры следует предпринять для того, чтобы режим синхронизации мод был бы устойчивым?

## Лекция двадцать третья. ЛАЗЕРЫ НА ЦЕНТРАХ ОКРАСКИ

*F-центры. Методы окрашивания кристаллов. Анионные вакансии в ШГК. F-, F<sub>2</sub>-, F<sub>2</sub><sup>+</sup>-, F<sub>2</sub><sup>-</sup>-центры. Спектры поглощения и люминесценции. Цикл оптической накачки. Параметры лазеров. Вибронные и бесфоновые переходы. Ион хрома. Лазер на александрите. Галлиевые гранаты с хромом*

Широкая линия люминесценции органических красителей обуславливает возможность плавной и широкополосной перестройки длины волны излучения соответствующих лазеров. Простота осуществления спектральной перестройки генерируемого излучения является основным достоинством растворов красителей как рабочего вещества лазеров. К сожалению, отсутствуют красители, люминесцирующие в ИК области при длинах волн, превышающих 1,0–1,5 мкм. Поэтому большое значение имеет возможность применения ионных кристаллов с центрами окраски в качестве рабочей среды перестраиваемых лазеров.

Люминесценция центров окраски (F-центров) в значительной мере подобна люминесценции красителей. Именно это обстоятельство объясняет близость терминов, используемых для описания столь различных по своей природе объектов, как F-центры в кристаллах и органические красители.

Спектр люминесценции центров окраски во многих случаях сдвинут в более длинноволновую область по сравнению со случаем органических

красителей. Это позволяет надеяться на расширение области перестраиваемой генерации до 3,0–3,5 мкм.

Остановимся несколько подробнее на структуре и оптических свойствах  $F$ -центров в ионных кристаллах. Во многих случаях запрещённая зона ионных кристаллов достаточно широка для того, чтобы эти кристаллы были диэлектриками, прозрачными во всей видимой области спектра. Примеры хорошо известны. Это — щелочно-галогидные кристаллы (ЩГК) LiF, NaCl, KCl и т. п., щелочно-земельные фториды со структурой флюорита CaF<sub>2</sub>, BaF<sub>2</sub>, SrF<sub>2</sub> и т. п., корунд Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и т. д. Возникновение в решётке кристалла дефектов может приводить к появлению в запрещённой зоне добавочных уровней и, следовательно, к появлению в спектре поглощения кристалла добавочных полос поглощения, характерных как для кристалла, так и для типа дефекта. Если та или иная полоса поглощения попадает в область видимого света, возникает видимая окраска до того бесцветного кристалла.

Спектральные особенности характерных полос поглощения не зависят от того, каким именно способом они получены, так как соответствующие им центры окраски создаются на базе собственных точечных дефектов кристалла. Комплексы точечных дефектов, обладающих собственной частотой поглощения, образуют обширный класс объектов, которые принято называть общим термином « $F$ -центры». При этом следует помнить, что  $F$ -центры или, иначе говоря, собственные центры окраски в ионных кристаллах представляют собой лишь один из видов дефектов кристаллической структуры.

В кристаллографии известны многие виды дефектов кристаллической структуры, т. е. отклонений в строении реальных кристаллов от идеальной структуры. Точечным дефектом является такое нарушение кристаллической структуры, размеры которого во всех трёх измерениях сравнимы с характерным межатомным расстоянием в структуре. К числу простейших точечных дефектов относится вакансия — отсутствие атома или иона в узле кристаллической решётки. В ионных кристаллах анионная вакансия, т. е. точечный дефект отсутствия отрицательного иона в соответствующем узле кристаллической решётки, действует как некоторый локальный эффективный положительный заряд. Свободный электрон, оказавшийся вблизи вакансии, фиксируется её полем на месте отсутствующего аниона. В ЩГК электрон, локализованный в области галогидной (анионной) вакансии кристаллической решётки, образует простейший из центров окраски — собственно  $F$ -центр. На рис. 23.1 показаны схема и модель  $F$ -центра в ЩГК. Такое строение  $F$ -центра позволяет рассматривать его как водородоподобный атом, что достаточно хорошо описывает спектральные свойства этого центра окраски.

Основные способы создания центров окраски в ЩГК — фотохимическое, аддитивное и электронно-лучевое окрашивание.

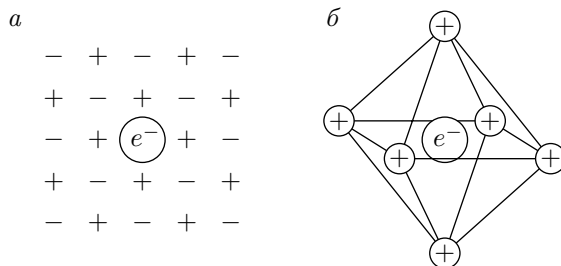


Рис. 23.1. Схема (а) и модель (б)  $F$ -центра в ЩГК

При фотохимическом (радиационном) окрашивании  $F$ -центры образуются при облучении кристалла УФ, рентгеновским или гамма-излучением. При этом ион галогена, находящийся в узле решётки, поглощая квант облучения и теряя электрон, превращается в нейтральный атом и переходит в междоузлие, создавая анионную вакансию. Освободившийся электрон захватывается вакансией и образует  $F$ -центр. Созданные указанным образом  $F$ -центры характеризуются низкой термической и оптической стабильностью. Окрашенные кристаллы легко обесцвечиваются при поглощении света в характерной  $F$ -полосе даже при низких температурах, равно как и при нагреве. Причина нестабильности заключена в том, что при нагревании кристаллов или возбуждении  $F$ -центров в основной полосе поглощения электроны покидают вакансии и рекомбинируют с вытесненными в междоузлие атомами галогена, которые являются дырочными центрами с сильным сродством к электрону или, иными словами, являются более глубокой электронной ловушкой.

При аддитивном окрашивании  $F$ -центры образуются при прогревании образца в парах щелочного металла. Например, бесцветные кристаллы NaCl и KCl в парах натрия приобретают ярко-синюю окраску. При нагревании щелочной металл легко ионизируется, и освободившийся электрон диффундирует внутрь кристалла. При охлаждении нагретого кристалла блуждающие по нему электроны локализуются на анионных вакансиях с образованием  $F$ -центров.

Вакансии существуют в кристаллах любой структуры и при любой температуре. В равновесных условиях в кристаллах стехиометрического состава относительное число точечных дефектов оценивается соотношением  $n/N \approx \exp(-E/kT)$ , где  $E$  — энергия активации (образования) дефекта. Обычно энергия активации вакансии составляет величину порядка 1 эВ, поэтому вплоть до температур плавления кристаллов относительная плотность равновесных вакансий не превышает  $10^{-5} - 10^{-4}$ . В случае ионных кристаллов при образовании точечных дефектов должно соблюдаться условие электронейтральности кристалла в целом. Поэтому дефекты рождаются парами — либо вакансия и соответствующий ей междоузельный ион (такое образование называется дефектом Френкеля), либо две вакансии противоположного знака (де-

фект Шоттки). Для оценки равновесной концентрации таких пар применима та же формула, где под  $E$  надо понимать энергию образования пары.

При нагреве в парах щелочного металла междоузельные анионы связываются ионами металла. Поэтому рекомбинационные партнёры удаляются из кристалла, и необратимая рекомбинация электронов  $F$ -центра с дырочными центрами в аддитивно-окрашенных кристаллах отсутствует. Соответствующие  $F$ -центры стабильны.

При электронно-лучевом окрашивании  $F$ -центры образуются при бомбардировке кристалла электронами высокой энергии, которые довольно глубоко проникают внутрь кристалла и захватываются анионными вакансиями.

Элементарные образования электрон – вакансия обладают склонностью к агрегации и образованию парных центров и центров окраски более высокого порядка, которые охватывают несколько узлов кристаллической решётки. Центры окраски такого типа в настоящее время обозначаются символами  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$  и т. д. Структура  $F_2$ -центра, т. е. ассоциации двух  $F$ -центров, находящихся в соседних анионных узлах, подобна квазимолекуле водорода. Соответствующая схема приведена на рис. 23.2.

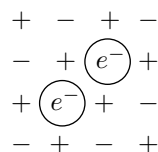


Рис. 23.2. Схема  $F_2$ -центра в ШГК

В ШГК ассоциации  $F$ -центров образуются в небольшом количестве наряду с одиночными  $F$ -центрами при сильном аддитивном и радиационном окрашивании, особенно при окрашивании ионизирующей радиацией. Образованию ассоциированных  $F$ -центров способствует повышение температуры кристалла, которое увеличивает скорость миграции вакансий по решётке. Заметим, что разрушение  $F$ -центров светом в области собственного поглощения  $F$ -полосы приводит к фотохимическому преобразованию  $F$ -центров в  $F_2^-$ ,  $F_3^-$ ,  $F_4^-$  и т. д. центры. Вообще же, при окрашивании обычно образуется набор нескольких типов центров окраски.

Для получения центров нужного типа требуется дополнительная, иногда довольно сложная, фотохимическая и термическая обработка. Так, значительный интерес представляют такие разновидности  $F_2$ -центров, как  $F_2^+$ - и  $F_2^-$ -центры.  $F_2$ -центр, захвативший дополнительный электрон, образует  $F_2^-$ -центр окраски,  $F_2^+$ -центр представляет собой ионизованный центр окраски, т. е. один электрон, удерживаемый двумя соседними анионными вакансиями. Получение  $F_2^+$ - и  $F_2^-$ -центров требует проведения поэтапной обработки кристаллов с целью преимущественного создания  $F_2$ -центров, а затем их ионизации или, наоборот, формирования условий, благоприятных для электронного прилипания. Используемые для этого приёмы включают в себя рентгеновское или электронно-лучевое облучение при гелиевой температуре, облуче-

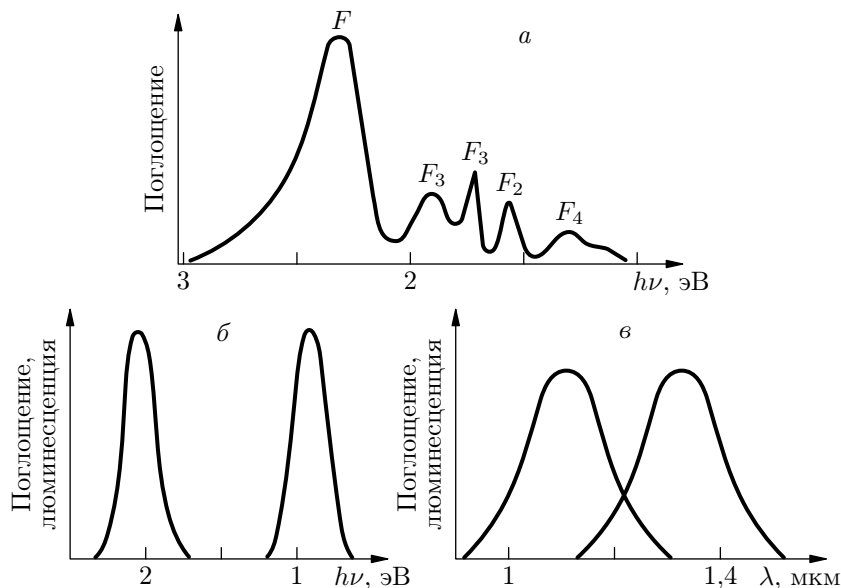


Рис. 23.3. Спектры: *a* — поглощения центров окраски в KCl, *б* — поглощения и люминесценции  $F$ -центров в KBr, *в* — поглощения и люминесценции  $F_2^+$ -центров в KF

ние УФ излучением ближней или вакуумной области спектра, облучение в полосе поглощения  $F_2$ -центров и т. п. Таким образом удаётся создать высокую (до  $10^{17} - 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ) концентрацию центров требуемого типа.

Возбуждённые состояния центров окраски обладают энергией в 1,5 – 3 эВ (видимый спектр). Как уже отмечалось, полосы поглощения при переходах в эти состояния приводят к окраске кристаллов, специфичной для каждого типа центра. При возбуждении в области полос поглощения центры окраски демонстрируют интенсивную люминесценцию в ближней ИК области, обладающую широкими спектральными полосами и временем жизни 1–1000 нс. На рис. 23.3 показаны спектр поглощения электронных центров окраски в KCl (*a*), спектр поглощения и люминесценции  $F$ -центров в KBr (*б*) и  $F_2^+$ -центров в KF (*в*). Как мы видим, адсорбционно-люминесцентные спектры центров окраски сильно напоминают спектры органических красителей. Сходство особенно заметно в случае  $F_2^+$ - и  $F_2^-$ -центров.

Здесь уместно обсудить вопрос о ширине спектров поглощения и люминесценции центров окраски, заметно превышающей  $10^3 \text{ см}^{-1}$ . Находясь в узлах кристаллической решётки, центры окраски подвергаются сильному влиянию внутрикристаллического поля. В отличие от примесных редкоземельных ионов,  $4f$ -оболочка которых экранирована и влияние кристаллического поля на которые ослаблено (см. лек-

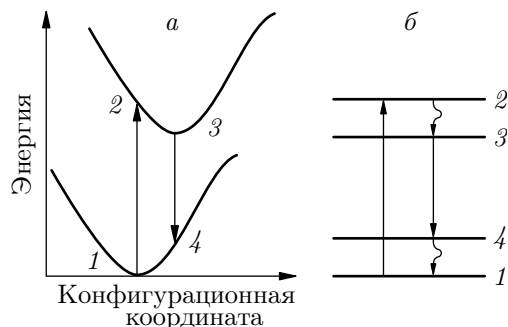


Рис. 23.4. Конфигурационная диаграмма (а) и схема уровней энергии (б)  $F$ -центра

ции двадцатую и двадцать первую), центры окраски непосредственно связаны с решёткой. Это приводит к тому, что даже простейший из них, собственно  $F$ -центр, с точки зрения релаксационных характеристик и спектральной ширины полос поглощения и излучения не может рассматриваться как свободный квазиатом водорода (соответственно  $F_2$ -центр — как свободная квазимолекула водорода). Такое приближение, позволяющее применять к  $F$ -центру ( $F_2$ -центру) правила отбора, известные для атома (молекулы) водорода, и производить отнесение состояний, даёт возможность только сравнительно хорошо оценивать силу осцилляторов возможных переходов.

Вместе с тем нельзя забывать, что со стороны ионов ближайшего окружения (см. рис. 23.1 и 23.2) на электрон, локализованный в области анионной вакансии, воздействуют квазиупругие силы. Наличие этих сил приводит к появлению у  $F$ -центра колебательных степеней свободы. В результате электронные уровни энергии центра окраски осложняются системой колебательных подуровней, что делает спектр полосатым. Колебательное движение  $F$ -центра в твёрдом теле носит сложный характер. Большое число колебательных степеней свободы приводит к тому, что потенциальная энергия какого-то одного электронно-колебательного состояния является функцией многих координат. Поэтому, как и в случае больших молекул органических красителей, для схематического описания оказывается удобным упрощённое представление в условном конфигурационном пространстве, когда вся совокупность конфигурационных координат заменяется одной условной координатой.

На рис. 23.4 приведена упрощённая конфигурационная диаграмма  $F$ -центра. Колебательные состояния, заполняющие потенциальные ямы термов основного и возбуждённого электронных состояний, по отношению к релаксации на фонах имеют время жизни порядка 1 пс и перекрываются. В результате возникают широкие сплошные полосы на электронных переходах поглощения и люминесценции, показанные на рис. 23.3. Этим и объясняется подобие спектрам поглощения и люминесценции молекул органических красителей в растворах (см. предыду-

щую лекцию). Заметим, что время колебательной релаксации 1–10 пс является характерным для релаксационных процессов в конденсированной среде при сильной связи релаксирующего состояния с его окружением.

Конфигурационная диаграмма, изображённая на рис. 23.4, иллюстрирует принцип действия лазера на центрах окраски. Цикл оптической накачки полностью подобен таковому для случая лазеров на красителях. Это же утверждение справедливо и для возможности перестройки частоты излучения.

Под действием излучения накачки осуществляется переход из состояния 1 в состояние 2. Для  $F$ -центра этот переход является переходом  $1S \rightarrow 1P$  между состояниями водородоподобного атома, которому соответствует наибольшая вероятность и с которым связывается возникновение  $F$ -полосы поглощения. Затем в системе колебательных уровней возбуждённого электронного состояния происходит безызлучательный переход в так называемое релаксированное возбуждённое состояние 3. Переход центра окраски из возбуждённого электронного состояния в основное  $3 \rightarrow 4$  сопровождается люминесценцией. Завершается цикл накачки быстрым безызлучательным переходом  $4 \rightarrow 1$ . Таким образом, рассматриваемый процесс носит четырёхуровневый характер. Инверсия достигается на переходе  $3 \rightarrow 4$ , что обусловлено соотношением времен жизни уровней 2, 3 и 4. Колебательная релаксация состояний 2 и 4 происходит за 1 пс, в то время как время жизни состояния 3 по отношению к люминесценции на переходе  $3 \rightarrow 4$  составляет 10 нс. Следовательно, при не слишком интенсивной накачке на переходе  $1 \rightarrow 2$  возможно достижение инверсии населённостей на переходе  $3 \rightarrow 4$ .

Итак, центры окраски в ионных кристаллах представляют собой перспективную рабочую среду перестраиваемых лазеров, что обусловлено возможностью организации четырёхуровневого режима возбуждения, широкополосностью спектров поглощения и люминесценции, значительным stokсовым сдвигом в излучении, большими силами осцилляторов и высокой концентрацией центров ( $10^{17} - 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ). Теоретический анализ условий достижения инверсии, режимов работы и паразитных эффектов в перестраиваемых лазерах на центрах окраски аналогичен анализу, развитому при рассмотрении лазеров на органических красителях.

Собственно  $F$ -центры не являются наилучшими из активных центров в лазерах рассматриваемого типа. Во-первых, для  $F$ -центров существенны потери, эквивалентные  $S-T$ - и  $T-T$ - поглощению в органических красителях. Во-вторых, в силу излишне большого stokсова сдвига волновая функция релаксированного возбуждённого состояния 3 слабо перекрывается с волновой функцией нерелаксированного основного состояния 4, и поэтому сила осциллятора перехода  $3 \rightarrow 4$  мала

(порядка  $10^{-2}$ ). Наконец,  $F$ -центры недостаточно стабильны как термически, так и по отношению к облучению в  $F$ -полосе.

Наилучшие результаты достигаются с помощью  $F_2^-$ ,  $F_2^{+-}$ ,  $F_2^-$ , а также  $F_A$ - и  $F_B$ -центров окраски. Последние представляют собой  $F$ -центры, один (в случае  $F_A$ ) или два (в случае  $F_B$ ) из катионов ближайшего окружения анионной вакансии которых заменены катионами гомологического ряда щелочных металлов ( $\text{Li}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Na}^+$  и т. д.), но так, что ионный радиус примеси меньше ионного радиуса катиона основы ЩГК. Эти центры, отличающиеся высокой термической и оптической стабильностью, образуются при аддитивном окрашивании ЩГК и дополнительном облучении в  $F$ -полосе поглощения первично полученных  $F$ -центров при соответствующим образом подобранной температуре. Центры этого типа не могут быть созданы в кристаллах  $\text{LiF}$ . На основе кристаллов фторида лития наилучшие результаты получены в лазерах непрерывного и импульсного действия на  $F_2^+$ -центрах в диапазоне длин волн перестройки 0,8–1,1 мкм и на  $F_2^-$ -центрах в диапазоне 1,1–1,3 мкм. Используется, главным образом, лазерная накачка. Коэффициенты полезного действия достигают десятков процентов. Выходная мощность в непрерывном режиме составляет 0,1–1,0 Вт, энергия импульсной генерации достигает десятков миллиджоулей. Как и в случае лазеров на красителях, при реализации режима синхронизации мод получена пикосекундная генерация с перестройкой во всей полосе усиления. В  $\text{KCl}$  и  $\text{RbCl}$  наиболее эффективны  $F_A$ - и  $F_B$ -центры, обеспечивающие области перестройки 2,25–2,90 и 2,25–3,30 мкм.

Спектр люминесценции известных центров окраски ЩГК перекрывает диапазон 0,6–4,0 мкм. С помощью лазеров на их основе освоены диапазоны плавной перестройки 0,63–0,73, 0,8–1,5, 2,25–3,30 мкм. Центров окраски разного типа много; их выбор, подобно выбору красителей, должен производиться по их генерационным и эксплуатационным характеристикам в соответствии с требуемым диапазоном длин волн. Отметим здесь возможность создания лазеров на центрах окраски не только ЩГК, но и фторидов щелочно-земельных металлов, например флюорита  $\text{CaF}_2$ .

Общим для лазеров на конденсированных средах является примесный характер их активных центров, погружённых в некоторую матрицу — кристалл, стекло, жидкость. Важное значение для всех этих лазеров имеет четырехуровневый характер цикла оптической накачки, существенную роль играют спектр колебаний (фононный спектр) матрицы и степень экранированности электронного движения в активном центре, квантование которого даёт используемые в лазере энергетические состояния. Последнее оказывает существенное влияние на характеристики соответствующих лазеров, резко различные в случаях слабой и сильной связи электронного движения с колебательным.

Действительно, в случае  $\text{TR}^{3+}$ -ионов  $4f$ -оболочка, содержащая оптический электрон, сильно экранирована, а связь с кристаллическим полем слаба. Следовательно, слаба и связь с колебаниями решётки. В силу слабой вибронной связи времена жизни возбуждённых состояний велики, линии узки, стоков сдвиг в люминесценции отсутствует (см. лекцию двадцать первую). Четырёхуровневый характер цикла оптической накачки обеспечивается системой уровней свободного иона, положение которых мало меняется при переходе от матрицы к матрице.

В случае центров окраски и молекул красителей на электронное движение непосредственно воздействует поле ближайшего окружения. Следовательно, связь с колебаниями решётки, стекла, растворителя является сильной. В силу сильной связи с колебаниями конденсированной среды времена жизни возбуждённых состояний малы, линии широки, стоков сдвиг в люминесценции значителен. Четырёхуровневый характер цикла оптической накачки обеспечивается быстрой релаксацией по колебательным подуровням электронных состояний, сильно связанных с колебаниями, и выполнением принципа Франка – Кондона для переходов между электронными термами.

Ионы переходных металлов группы железа — первой по порядку возрастания атомного номера элемента переходной группы в таблице Менделеева — содержат в незаполненных оболочках неэкранируемые  $3d$ -электроны (см. лекцию девятнадцатую). Следовательно, при внедрении в кристаллическую матрицу эти ионы могут испытывать заметное влияние кристаллического поля и тем самым колебаний решётки. В результате в спектре электронных переходов иона возникает колебательная структура. Переходы становятся электронно-колебательными, при которых одновременно изменяется не только электронная энергия примесного иона, но и энергия колебательных мод кристалла. В спектрах люминесценции таких кристаллов при не слишком сильной вибронной связи проявляются как узкие линии, соответствующие чисто электронным переходам, так и широкие полосы, соответствующие вибронной структуре спектра состояний примесного центра и обусловленные наличием электрон-фононной связи.

Интенсивность и форма вибронных полос определяется характером и силой электрон-фононной связи, или, иначе говоря, индивидуальными свойствами электронного состояния примесного центра и силой и симметрией внутрикристаллического поля, а также фононным спектром матрицы. Широкие полосы электрон-фононных переходов демонстрируют заметный стоков сдвиг по отношению к узким линиям чисто электронных переходов. В этой ситуации возникает возможность создания четырёхуровневого лазера на вибронных переходах в широкой полосе частот.

Действительно, такие лазеры с достаточно широкой областью перестройки в ближнем ИК диапазоне были реализованы на ионах  $\text{V}^{2+}$ ,

$\text{Ni}^{2+}$  и  $\text{Co}^{2+}$ , принадлежащих группе железа, в матрицах  $\text{MgF}_2$  и  $\text{ZnF}_2$ . К сожалению, эти лазеры работают при низких (азотных) температурах, и упоминание о них в нашем курсе было бы нецелесообразным, если бы не был открыт лазер на александрите, т. е. на хромовом хризоберилле  $\text{BeAl}_2\text{O}_4 : \text{Cr}^{3+}$ , работающий при комнатных и более высоких температурах.

Принадлежащие к той же группе железа ионы хрома хорошо известны как примесные центры активных сред твердотельных лазеров. Достаточно напомнить, что впервые лазерное излучение было получено на кристаллах рубина, т. е. хромового корунда (сапфира)  $\text{Al}_2\text{O}_3 : \text{Cr}^{3+}$ . Генерация в рубиновом лазере осуществляется, как известно при комнатной температуре по трёхуровневой схеме на бесфононной линии, соответствующей переходу между возбуждённым метастабильным состоянием  ${}^2E$  и основным состоянием  ${}^4A_2$  (см. рис. 20.2). При 77 К была также получена генерация на этом же переходе на кристаллах граната  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ . Таким образом, александрит — это третий кристалл вслед за рубином и гранатом, где работают ионы хрома, причём, в отличие от первых двух, по четырёхуровневой схеме.

Опишем особенности александритового лазера.

Кристалл хризоберилла  $\text{BeAl}_2\text{O}_4$  орторомбичен. Ионы  $\text{Al}^{3+}$  занимают два неэквивалентных октаэдрических положения, одно с зеркальной, другое с инверсионной симметрией. Полная плотность октаэдрических положений  $\text{Al}^{3+}$  составляет  $3,5 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ . Подобно тому как рубин — это  $\alpha$ -корунд  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , часть ионов  $\text{Al}^{3+}$  которого изоморфно замещена ионами  $\text{Cr}^{3+}$ , так и александрит — это хризоберилл  $\text{BeAl}_2\text{O}_4$ , часть ионов  $\text{Al}^{3+}$  которого изоморфно замещена ионами  $\text{Cr}^{3+}$ .

Александрит является высокотемпературным (температура плавления  $1870^\circ\text{C}$ ), плотным ( $3,69 \text{ г/см}^3$ ) и прочным кристаллом. Его теплопроводность в два раза превышает теплопроводность граната и только вдвое меньше, чем у сапфира. Он почти изотропно и умеренно расширяется с температурой. Механические и тепловые свойства кристалла хорошо удовлетворяют лазерным требованиям. Его оптические свойства также удовлетворительны. Кристаллы александрита обладают отличным оптическим качеством вплоть до концентрации ионов хрома 0,4–0,5 по отношению к концентрации  $\text{Al}^{3+}$ . Оптические потери в области частот генерации составляют  $0,003 \text{ см}^{-1}$ . Оптическая прочность александрита такая же, как у рубина. Александрит является двухосным кристаллом с показателем преломления около 1,75. Кристаллы длиной в несколько сантиметров выращиваются методом Чохральского (вытягиванием из расплава). Серьёзным недостатком александрита является сложность технологического процесса его приготовления, связанная с наличием бериллия и его окисла, являющихся вредными веществами.

Как в рубине и в гранате, ионы хрома в александрите находятся в октаэдрическом кристаллическом окружении, и отнесение линий спек-

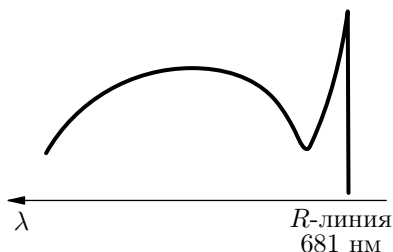


Рис. 23.5. Спектр люминесценции александрита

тра их поглощения и люминесценции хорошо известно. В люминесценции характерны две хорошо выделенные  $R$ -линии и широкие полосы  ${}^2T$  и  ${}^4T$ . Сила и относительное положение этих переходов меняются от основы к основе в силу уже неоднократно обсуждавшейся незаэкранированности  $3d$ -электронов иона хрома. На рис. 23.5 приведён спектр люминесценции александрита. Обращает на себя внимание наличие наряду с широкой полосой узкой линии, что отличает этот спектр и ему подобные спектры ионов переходных металлов от спектров люминесценции центров окраски и органических красителей. Широкая полоса люминесценции соответствует вибронным переходам. Излучение люминесценции линейно поляризовано, вектор  $\mathbf{E}$  параллелен оси  $b$  кристалла. Спектр поглощения одинаков для обеих поляризаций и перекрывает весь видимый диапазон. Из двух неэквивалентных положений  $\text{Cr}^{3+}$  в решётке  $\text{BeAl}_2\text{O}_4$  за излучение в вибронной полосе ответственно положение с зеркальной симметрией.

На рис. 23.6 приведена схема уровней, точнее, конфигурационная диаграмма ионов хрома в александрите. Широкополосная люминесценция и перестраиваемая генерация обязаны электронно-колебательному переходу  ${}^4T_2 \rightarrow {}^4A_2$ . Видно, что четырёхуровневый характер цикла оптической накачки обусловлен наличием стоксова сдвига терма  ${}^4T_2$ . Отличительной особенностью кристаллов александрита является существенно меньшая по сравнению с рубином и гранатом энергетическая щель между состояниями  ${}^2E$  и  ${}^4T_2$ , составляющая  $800\text{ см}^{-1}$ . Время термализации внутри этих состояний весьма мало (около  $0,1\text{ пс}$ ), а их собственные времена жизни как целого составляют  $1,5\text{ мс}$  ( ${}^2E$ ) и  $6\text{ мкс}$  ( ${}^4T_2$ ). Большое время жизни состояния  ${}^2E$  способствует накоплению частиц в системе верхних лазерных уровней, а малое время жизни состояния  ${}^4T_2$ , а, следовательно, большое значение сечения перехода  ${}^4T_2 \rightarrow {}^4A_2$ , обеспечивает большой коэффициент усиления по вибронным переходам. Специфическое для александрита взаимное расположение термов  ${}^4T_2$  и  ${}^2E$  приводит к росту усиления в вибронном спектре с температурой из-за вызванного нагревом увеличения населённости состояния  ${}^4T_2$  по отношению к более низколежащему метастабильному состоянию  ${}^2E$ , которое накапливает частицы в процессе оптической накачки.

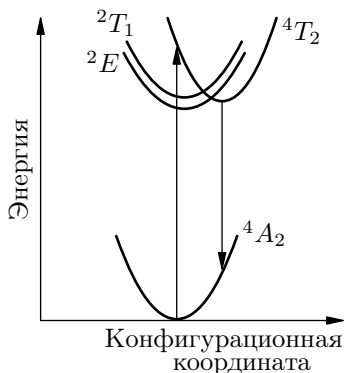


Рис. 23.6. Схема уровней иона хрома в александрите

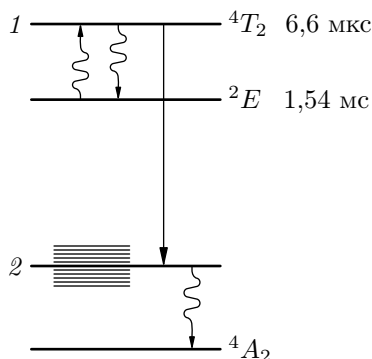


Рис. 23.7. К модели александритового лазера: 1 — стартовый уровень, 2 — финишный уровень лазерного перехода  $1 \rightarrow 2$

Таким образом, электронно-фононный александритовый лазер может быть описан моделью, представленной на рис. 23.7. На этом рисунке стартовым лазерным уровнем служит мультиплет  $^4T_2$ , подпитываемый частицами с накопительного уровня  $^2E$ . Финишным уровнем служит один из уровней эквивалентной колебательной полосы, соответствующей диапазону перестройки. Выбор финишного уровня в пределах этой полосы осуществляется селективным устройством настройки лазера, как и в случае лазеров на красителях. Фононная релаксация финишного уровня в основное состояние  $^4A_2$  происходит, как это уже отмечалось, за время 0,1 пс. Ещё раз отметим, что при оптической накачке возбуждённые частицы накапливаются на метастабильном уровне  $^2E$ , характерном для ионов  $\text{Cr}^{3+}$ , и тепловым возбуждением через энергетический зазор в  $800 \text{ см}^{-1}$  забрасываются на уровень  $^4T_2$ . Подчеркнём, что такая своеобразная структура верхнего лазерного состояния и накопление энергии в нём позволяют осуществить режим включаемой (модулированной) добротности и генерации гигантских импульсов, не реализуемый в случае красителей из-за малого времени жизни.

Область перестройки александритового лазера заключена в пределах  $700\text{--}820 \text{ нм}$ . Красная граница довольно резка и определяется поглощением из возбуждённых состояний, аналогичным синглет-синглетному и триплет-триплетному поглощениям в органических красителях. Синий край области перестройки ограничен  $R$ -линией ( $681 \text{ нм}$ ) и провалом в спектре люминесценции, возникающим при подходе к  $R$ -линии со стороны длинных волн. В области перестройки сечение усиления составляет  $7 \cdot 10^{-21} \text{ см}^2$  при  $300 \text{ К}$  и возрастает до  $2 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$  при  $475 \text{ К}$ .

Энергетические характеристики лазера весьма привлекательны. При накачке ксеноновой лампой-вспышкой стержень диаметром  $6 \text{ мм}$  и длиной  $75 \text{ мм}$  в режиме одиночных импульсов излучает энергию

5–10 Дж, в импульсно-периодическом режиме с частотой следования 5–100 Гц средняя мощность составляет 35–70 Вт. В режиме включаемой добротности получены гигантские импульсы длительности 30–200 нс, перестраиваемые по длине волны излучения во всей полосе перестройки 700–820 нм.

Александритовый лазер продемонстрировал богатые возможности иона  $\text{Cr}^{3+}$ , которые отнюдь не были исчерпаны в рубиновом лазере. Так как энергия состояния  $^4T_2$  сильно зависит от основы, в которую введён ион хрома, следует ожидать, что спектроскопическая ситуация, аналогичная случаю александрита, может иметь место и в других матрицах, что также может привести к низкопороговой генерации по четырёхуровневой схеме с перестройкой частоты излучения в широкой спектральной области.

Действительно, в кристаллах редкоземельных галлиевых гранатов, о которых шла речь в конце лекции двадцать первой, положение уровня  $^4T_2$  иона хрома по отношению к уровню  $^2E$  оказалось благоприятным (малый энергетический зазор) для увеличения населённости этого уровня при оптической накачке, а следовательно, и получению высокого коэффициента усиления в относительно широком диапазоне длин волн. Кроме того, весьма благоприятным является то обстоятельство, что кристаллы редкоземельных галлиевых гранатов имеют более низкую температуру плавления по сравнению с  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$  и  $\text{BeAl}_2\text{O}_4$ , не содержат токсичных компонент, имеют удовлетворительные механические свойства и теплопроводность. Близость ионных радиусов  $\text{Ga}^{3+}$  и  $\text{Cr}^{3+}$  позволяет вводить в галлиевые гранаты ионы хрома в больших количествах.

При накачке излучением криптонового лазера кристаллов иттрий-скандий-галлиевого, иттрий-галлиевого, лантан-лютеций-галлиевого, гадолиний-галлиевого и гадолиний-скандий-галлиевого гранатов, активированных ионами хрома, на электронно-колебательном переходе ионов хрома  $^4T_2 \rightarrow ^4A_2$  при комнатной температуре получена непрерывная генерация. Суммарная область плавной перестройки заключена в диапазоне длин волн между 700 и 900 нм. Наиболее перспективный из рассмотренных гранатов — гадолиний-скандий-галлиевый (ГСГГ) с хромом позволил получить область перестройки 766–820 нм.

Дальнейшая разработка перестраиваемых лазеров на основе редкоземельных гранатов с хромом представляется весьма многообещающей.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДВАДЦАТЬ ТРЕТЬЕЙ

**23.1.** Перечислите основные преимущества лазеров на центрах окраски перед лазерами на красителях.

**23.2.** Во сколько раз увеличится пороговая мощность накачки, необходимая для достижения полной инверсии, при нагревании кристалла  $\text{KCl}:\text{Li}$  с

$F_A$ -центрами от температуры жидкого азота до комнатной, если время жизни верхнего лазерного уровня примерно обратно пропорционально температуре?

**23.3.** Какие максимально короткие импульсы в режиме синхронизации мод можно получить в перестраиваемом лазере на центрах окраски, если ширина линии пропускания перестраиваемого дисперсионного элемента  $5 \text{ см}^{-1}$ ?

**23.4.** Пороговые мощности накачки для лазеров на центрах окраски обычно значительно меньше, чем для лазеров на красителях. Чем это обусловлено?

**23.5.** Уровни  $^4T_2$  и  $^2E$  ионов хрома в александрите разделены зазором  $\Delta E = 800 \text{ см}^{-1}$ . Вероятность радиационного распада уровня  $^2E$  равна  $A_1$ , а уровня  $^4T_2$  —  $A_2$ . Причём известно, что  $A_1/A_2 \sim 10^{-2}$ , а соответствующие кратности вырождения уровней соотносятся как  $g_1/g_2 = 1/3$ . Найдите интенсивности стационарной люминесценции с уровня  $^4T_2$  при  $T = 300 \text{ К}$  и  $T = 77 \text{ К}$ , если в полосы поглощения ионов  $\text{Cr}^{3+}$  попадает  $Q$  квантов в секунду и безызлучательной релаксацией можно пренебречь. (У к а з а н и е: составить скоростные уравнения типа (2.17) или (19.1) для населённостей уровней  $^4T_2$  и  $^2E$  и учесть, что интенсивность люминесценции уровня  $^4T_2$  составляет  $g_2 n_2 A_2 h\nu$ , где  $n_2$  — его населённость.)

**23.6.** Может ли перестраиваемый лазер на александрите с хромом работать при низких температурах?

## Лекция двадцать четвёртая. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ЛАЗЕРЫ

*Отличительные особенности полупроводниковых лазеров. Зоны разрешённых состояний. Прямозонные и непрямозонные полупроводники. Рекомбинационное свечение. Уровень Ферми, квазиуровни Ферми. Условие инверсии. Безызлучательная рекомбинация. Внутренний квантовый выход*

Квантовая электроника является в основном электроникой связанных состояний, которым соответствуют дискретные уровни энергии и относительно узкие линии резонансных переходов. Чем более изолирован от внешних воздействий электрон активного центра, тем в большей степени его время жизни в связанном состоянии определяется временем спонтанного распада и тем ближе ширина линии резонансного перехода к предельно узкой. И наоборот, чем больше подвержен внешним воздействиям тот электрон, переходы между связанными состояниями которого рассматриваются как возможные лазерные переходы, тем, вообще говоря, шире соответствующие линии люминесценции и усиления. Примеры хорошо известны. Это уже рассмотренные нами лазеры на красителях, на центрах окраски, александритовый лазер, молекулярные лазеры высокого давления и т. п.

До сих пор мы обсуждали лазеры, активные центры которых характеризуются наличием относительно узких дискретных уровней энергии. Однако получение инверсии возможно и в тех случаях, когда в энергетическом спектре активных центров выделяются широкие энергетические зоны разрешённых состояний, разделённые отчётливо проявля-

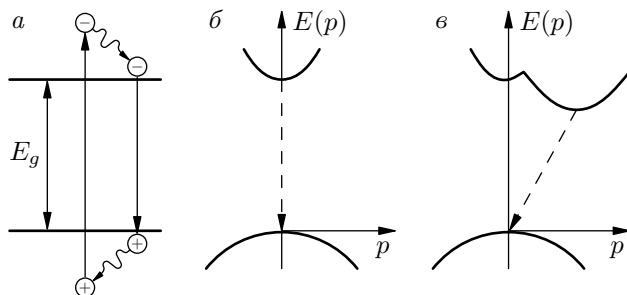


Рис. 24.1. Межзонные оптические переходы в полупроводниках

ющейся запрещённой зоной. Примером являются полупроводниковые лазеры, рассмотрению которых посвящена эта лекция.

Отличительной особенностью полупроводниковых лазеров является инверсия на переходах между состояниями в электронных энергетических зонах полупроводникового кристалла. Эти энергетические зоны возникают вследствие расщепления уровней энергии валентных электронов атомов, составляющих кристаллическую решётку кристалла, в сильном периодическом в пространстве внутрикристаллическом поле собственных атомов кристалла. В этом поле индивидуальные атомы теряют свои валентные электроны, локализованность которых исчезает. Другими словами, в сильном периодическом поле валентные электроны атомов полупроводникового кристалла обобществляются. Коллективные движения обобществлённых электронов в разрешённых энергетических зонах полупроводникового кристалла обеспечивают электропроводность кристалла.

Как известно, носителями тока в полупроводниках являются электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне. Пусть с помощью какого-либо внешнего воздействия (накачки) созданы избыточные по отношению к равновесным электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне. Возвращение к равновесию, т. е. рекомбинация избыточных электронов и дырок, может происходить излучательно на оптическом переходе зона–зона (рис. 24.1а).

Вероятность излучательных переходов зона–зона велика, если переходы являются прямыми, т. е. если они могут быть изображены вертикальной прямой на диаграмме, показывающей зависимость энергии  $E$  носителей тока от их квазиимпульса  $p$ . Дело в том, что оптические переходы зона–зона завершаются созданием свободных носителей тока. Следовательно, при переходе должен выполняться закон сохранения импульса. Ввиду малости импульса фотона это означает, что при переходе квазиимпульс электрона должен оставаться неизменным. В случае так называемых прямозонных полупроводников, для которых максимум потенциальной кривой, ограничивающей валентную зону сверху, и минимум потенциальной кривой, ограничивающей зону проводимо-

сти снизу, имеют место при одном и том же значении квазиимпульса  $p$  (рис. 24.1б), вертикальные переходы соединяют потолок валентной зоны и дно зоны проводимости, т. е. те части обеих разрешённых зон, которые в первую очередь заселяются избыточными носителями тока. В этом случае переход разрешён и создание неравновесной населённости максимально облегчено. Прямозонные полупроводники благоприятны для создания лазеров. В случае непрямозонного полупроводника (рис. 24.1в) носители тока накапливаются в состояниях с разными значениями квазиимпульса, вертикальные переходы невозможны из-за отсутствия рекомбинирующих частиц, а невертикальные (непрямые) переходы сильно запрещены.

Большая вероятность излучательных переходов в прямозонных полупроводниках и большая плотность состояний в зонах позволяют получать исключительно высокие значения коэффициентов усиления, превышающие в некоторых особо благоприятных случаях  $10^4 \text{ см}^{-1}$ . В лазерах на основе твёрдых диэлектриков с примесными активными центрами, рассмотренных в предыдущих лекциях и называемых обычно твердотельными лазерами, в отличие от полупроводниковых лазеров, используются переходы между дискретными уровнями энергии изолированных ионов. Плотность активных частиц и вероятность переходов в них существенно ниже, поэтому для них характерны значительно меньшие коэффициенты усиления и, следовательно, заметно большие линейные размеры активных элементов. Наиболее близки к полупроводниковым лазерам на органических красителях и центрах окраски, для которых в силу интенсивного взаимодействия их активных центров с окружением характерны широкие энергетические зоны, а в силу высокой плотности центров — большие коэффициенты усиления, хотя и не достигающие значений, свойственных полупроводниковым лазерам.

Важным отличием полупроводниковых лазеров от остальных лазеров на конденсированных средах является электропроводность полупроводников, позволяющая осуществлять их накачку электрическим током и тем самым непосредственно преобразовывать электрическую энергию в лазерное излучение.

Таким образом, полупроводниковые лазеры занимают в квантовой электронике особое место, отличаясь от всех прочих лазеров рядом важных особенностей.

С практической точки зрения наиболее существенны следующие достоинства полупроводниковых лазеров.

1. Компактность, обусловленная гигантским коэффициентом усиления в полупроводниках.

2. Большой КПД, обусловленный высокой эффективностью преобразования подводимой энергии в лазерное излучение при накачке достаточно совершенных полупроводниковых монокристаллов электрическим током.

3. Широкий диапазон длин волн генерации, обусловленный возможностью выбора полупроводникового материала с шириной запрещённой зоны, соответствующей излучению на переходах зона – зона практически в любой точке спектрального интервала от 0,3 до 30 мкм.

4. Плавная перестройка длины волны излучения, обусловленная зависимостью спектрально-оптических свойств полупроводников и прежде всего ширины запрещённой зоны от температуры, давления, магнитного поля и т. п.

5. Малоинерционность, обусловленная малостью времён релаксации и практически безынерционностью создания неравновесных электронов и дырок при накачке электрическим током, приводящая к возможности модуляции излучения изменением тока накачки с частотами, достигающими 10 ГГц.

6. Простота конструкции, обусловленная возможностью накачки постоянным током и приводящая к совместимости полупроводниковых лазеров с интегральными схемами полупроводниковой электроники, устройствами интегральной оптики и волоконных оптических линий связи.

Недостатки полупроводниковых лазеров являются, как это часто бывает, продолжением их достоинств. Малые размеры приводят к низким значениям выходной мощности или энергии. Кроме того, полупроводниковые лазеры, как и все приборы полупроводниковой электроники, чувствительны к перегрузкам (разрушаются при потоках оптического излучения в несколько мегаватт на квадратный сантиметр) и к перегреву, приводящему к резкому повышению порога самовозбуждения и даже к необратимому разрушению при нагреве свыше некоторой характерной для каждого типа лазера температуры.

Лазерная генерация получена при использовании многих различных полупроводниковых материалов, общим числом в несколько десятков. Эти материалы, кроме обычного требования чистоты и монокристалличности, должны обладать высокой оптической однородностью и малой вероятностью безызлучательной рекомбинации электронов и дырок.

Рассмотрим основной механизм люминесценции полупроводников — излучательную рекомбинацию электронов и дырок.

Рекомбинацией электронов и дырок в полупроводниках называется процесс, приводящий к переходу электрона из зоны проводимости в валентную зону, в результате которого происходит исчезновение пары электрон проводимости – дырка. Рекомбинация всегда означает переход носителя тока на более низкие уровни энергии — либо в валентную зону, либо на примесный уровень в запрещённой зоне.

При термодинамическом равновесии рекомбинация уравнивает процесс тепловой генерации носителей, а скорость этих взаимно обратных процессов такова, что их совместное действие приводит к установлению распределения Ферми для электронов и дырок по энергиям.

Известно много механизмов рекомбинации, которые отличаются друг от друга направлением передачи энергии, выделяемой при рекомбинации. Если избыток энергии выделяется в виде кванта излучения, то происходит излучательная рекомбинация. Этот элементарный акт генерации света в полупроводниках подобен излучательному распаду возбуждённого состояния в системах с дискретным спектром. Возможна также безызлучательная рекомбинация, при которой высвобождающаяся энергия расходуется на возбуждение колебаний кристаллической решётки, т. е. идёт на нагрев кристалла. Очевидно, безызлучательная рекомбинация полностью подобна безызлучательной релаксации энергии возбуждения в системах с дискретным спектром.

При излучательной рекомбинации полное число актов излучения пропорционально произведению  $np$  концентраций электронов ( $n$ ) и дырок ( $p$ ). При небольших концентрациях носителей этот канал рекомбинации мало эффективен. При больших концентрациях, превышающих  $10^{16} - 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , полупроводники становятся эффективными источниками света рекомбинационного излучения в относительно узком диапазоне длин волн вблизи края собственного поглощения полупроводника.

Рекомбинационное излучение происходит на переходах зона – зона (см. рис. 24.1а). Межзонный характер носит рекомбинационная люминесценция не только в собственных, но и в сильно легированных полупроводниках. В последнем случае энергетический спектр полупроводника вблизи краёв запрещённой зоны сильно искажён ввиду того, что при сильном легировании примесные уровни уширены в примесную зону, которая частично или полностью сливается с собственной зоной. При этом энергия квантов рекомбинационного излучения может несколько отличаться от номинальной ширины запрещённой зоны легируемого полупроводника. Однако практически для всех процессов излучательной рекомбинации, используемых в полупроводниковых лазерах, характерна близость энергии перехода  $\hbar\omega$  к энергии запрещённой зоны  $E_g$ .

Наличие спонтанной излучательной рекомбинации свидетельствует о возможности создания лазера. Для того чтобы в спектре излучения спонтанной рекомбинации возникло усиление, вынужденное испускание фотонов должно преобладать над их поглощением. Необходимым условием для этого является наличие инверсии населённостей. В полупроводниковых лазерах, следовательно, должна существовать инверсия на переходах излучательной рекомбинации. Рассмотрим условия получения такой инверсии.

Анализ условий достижения инверсии требует знания уровней энергии, сечений их возбуждения, времён релаксации и т. п. При общем рассмотрении такого широкого класса лазерных активных сред, какими являются полупроводники, этот путь нерационален, даже если и возможен. К счастью, достаточно общие термодинамические соображе-

ния, учитывающие вместе с тем специфику статистики электронов в полупроводниках, могут дать общие условия инверсии в этих материалах.

Независимо от конкретного механизма излучательной рекомбинации возникающие при этом фотоны подчиняются общим законам теории излучения. Скорость заполнения фотонами частоты  $\omega$  некоторой радиационной моды объёма  $V$  составляет

$$dN_\omega/dt = (A + BN_\omega)/V, \quad (24.1)$$

где  $N_\omega$  — число фотонов, имеющих в моде. Первый член в (24.1) обусловлен спонтанным испусканием, второй соответствует разности скоростей вынужденного испускания и поглощения фотонов. В рассматриваемом случае излучательной рекомбинации в каждом акте испускания фотона одна электронно-дырочная пара исчезает, а в каждом акте поглощения одна такая пара возникает.

Связь коэффициентов спонтанного  $A$  и вынужденного  $B$  испусканий можно найти из термодинамических соображений, подобно тому как это делалось в лекции первой. При температуре  $T$  в соответствии со статистикой Бозе–Эйнштейна равновесное число заполнения моды (для двух поляризаций) составляет

$$\bar{N}_\omega = \frac{2}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1}. \quad (24.2)$$

При равновесии  $d\bar{N}_\omega/dt = 0$ , следовательно, в силу (24.1) имеем

$$A/B = -\bar{N}_\omega. \quad (24.3)$$

Дальнейший анализ требует учёта специфики полупроводников. Выделим в спектре электронных состояний два уровня с энергиями  $E_2 > E_1$ . Скорость излучательной рекомбинации на переходе  $E_2 \rightarrow E_1$  пропорциональна произведению концентраций электронов на уровне  $E_2$  и дырок на уровне  $E_1$ .

Электроны, как известно, подчиняются статистике Ферми–Дирака. Вероятность того, что электрон находится в состоянии с энергией  $E$ , задаётся распределением Ферми

$$f(E) = \left[ \exp\left(\frac{E - F}{kT}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (24.4)$$

где  $F$  — энергия (уровень) Ферми. Вероятность найти на уровне энергии  $E$  дырку равна вероятности того, что этот уровень не занят электроном,

и составляет, следовательно,

$$1 - f(E) = \left[ \exp \left( \frac{F - E}{kT} \right) + 1 \right]^{-1}. \quad (24.5)$$

Тогда скорость спонтанной рекомбинации, пропорциональная числу электронов на уровне  $E_2$  и числу дырок на уровне  $E_1$ , может быть представлена в виде

$$A = A_0 f(E_2) [1 - f(E_1)], \quad (24.6)$$

где  $A_0$  — коэффициент пропорциональности.

Аналогично величина  $B$ , определяющая в (24.1) разность скоростей вынужденного излучения и поглощения, составляет

$$B = B_2 f(E_2) [1 - f(E_1)] - B_1 f(E_1) [1 - f(E_2)], \quad (24.7)$$

где  $B_1$  и  $B_2$  — коэффициенты пропорциональности. Подставляя эти выражения для  $A$  и  $B$  в (24.3) и учитывая равновесные распределения (24.2) и (24.4), мы получаем уравнение

$$\exp \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right) - 1 = 2 \frac{B_2}{A_0} \left[ \frac{B_1}{B_2} \exp \left( \frac{E_2 - E_1}{kT} \right) - 1 \right]. \quad (24.8)$$

По предположению фотоны с энергией  $\hbar\omega$  возникают в результате прямозонной излучательной рекомбинации, происходящей между уровнями  $E_2$  и  $E_1$ ; значит,  $\hbar\omega = E_2 - E_1$ . Тогда уравнение (24.8) всегда удовлетворяется, если  $B_2 = B_1 = A_0/2$ . Это означает, что

$$B = \frac{A_0}{2} [f(E_2) - f(E_1)]. \quad (24.9)$$

Следовательно, разность между скоростями вынужденного испускания фотонов на переходе зона–зона при излучательной рекомбинации и поглощения фотонов на том же переходе положительна при условии

$$f(E_2) > f(E_1). \quad (24.10)$$

Если  $f(E)$  — распределение Ферми (24.4), представленное на рис. 24.2, то для пары уровней при термодинамическом равновесии это условие не выполняется.

Вспомним теперь, что уровни  $E_2$  и  $E_1$  разделены запрещённой зоной и находятся соответственно в зоне проводимости и в валентной зоне. Неравновесные носители, т. е. неравновесные электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне, создаваемые каким-то источником накачки, обладают конечными временами жизни в зонах. На протяже-

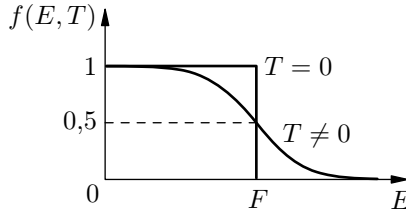


Рис. 24.2. Распределение Ферми ( $F$  — уровень Ферми)

нии этого времени термодинамическое равновесие не соблюдается, и, следовательно, единого уровня Ферми для всей системы в целом не существует. Однако если в электронном и дырочном газах в отдельности за время, меньшее времени жизни носителей в зонах, устанавливается своё квазиравновесное состояние фермиевского типа, но с одной и той же температурой для всей системы, а равновесие между этими газами отсутствует, то можно ввести так называемые квазиуровни Ферми отдельно для электронов в зоне проводимости  $F_n$  и дырок в валентной зоне  $F_p$ .

Допустимость введения отдельных квазиравновесных функций распределения для дырок и электронов в валентной зоне и в зоне проводимости соответственно априорно не очевидна. Она оправдывается тем, что по крайней мере в нескольких полупроводниках время термализации электронов в пределах зоны (0,1 пс) на три-четыре порядка меньше характерного времени межзонной термализации (1–10 нс).

Вернёмся к условию инверсии (24.10). Представив в соответствии с проведённым выше обсуждением  $f(E_2)$  и  $f(E_1)$  в виде

$$f(E_2) = \left[ 1 + \exp \left( \frac{E_2 - F_n}{kT} \right) \right]^{-1}, \quad f(E_1) = \left[ 1 + \exp \left( \frac{E_1 - F_p}{kT} \right) \right]^{-1}, \quad (24.11)$$

где  $F_n$  — квазиуровень Ферми для электронов, а  $F_p$  — для дырок, из неравенства (24.10) легко получить эквивалентное ему, но более наглядное условие:

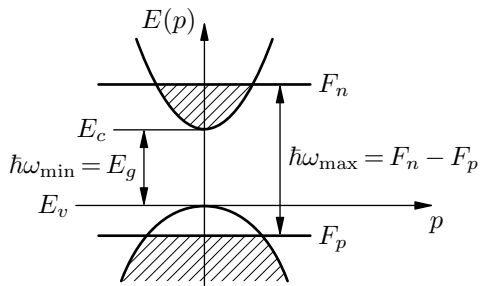
$$F_n - F_p > E_2 - E_1. \quad (24.12)$$

Так как минимальное значение  $E_2 - E_1$  равно ширине запрещённой зоны  $E_g$ , условие инверсии на межзонных переходах приобретает простой вид:

$$F_n - F_p > E_g. \quad (24.13)$$

Следовательно, накачка, создающая неравновесность, должна быть достаточно сильной для того, чтобы квазиуровни Ферми оказались внутри соответствующих разрешённых зон энергии. Это означает, что электронный и дырочный газы вырождены, при этом все уровни в валентной зоне с энергией  $E_1 > F_p$  практически полностью не заселены, а все уровни в зоне проводимости с энергией  $E_2 < F_n$  практически

Рис. 24.3. Инверсное распределение электронов в однодолинном полупроводнике



полностью заселены электронами (рис. 24.3). Тогда фотоны, энергия которых лежит в интервале

$$E_g < \hbar\omega < F_n - F_p, \quad (24.14)$$

не могут вызвать переходы валентная зона – зона проводимости и поэтому не поглощаются. Обратные переходы зона проводимости – валентная зона возможны. Вынужденная излучательная рекомбинация на этих переходах как раз и создаёт лазерное излучение. Неравенства (24.14) определяют ширину полосы соответствующего усиления.

Интенсивность излучательной рекомбинации определяется конкретными особенностями зонной структуры полупроводника, квадратом матричного элемента соответствующего перехода, плотностью рекомбинирующих пар. Скорость излучательной рекомбинации, т. е. число переходов с излучением в единичном объёме в единицу времени, зависит, очевидно, от тех же факторов. Так как излучательный и безызлучательный каналы рекомбинации параллельны, то результирующая скорость рекомбинации равна сумме скоростей рекомбинаций излучательной ( $1/\tau_{\text{изл}}$ ) и безызлучательной ( $1/\tau_{\text{безызл}}$ ):

$$1/\tau = 1/\tau_{\text{изл}} + 1/\tau_{\text{безызл}}. \quad (24.15)$$

Очевидно, относительная доля актов излучательной рекомбинации во всём процессе рекомбинации в целом равна отношению соответствующих скоростей  $1/\tau_{\text{изл}} : 1/\tau$ . Это же отношение указывает долю всей энергии, заключённой в неравновесных электронах и дырках, которая высвобождается по излучательному каналу рекомбинации. Тем самым мы определили так называемый внутренний квантовый выход излучательной рекомбинации:

$$\eta_{\text{внутр}} = \frac{1/\tau_{\text{изл}}}{1/\tau_{\text{изл}} + 1/\tau_{\text{безызл}}}. \quad (24.16)$$

Эта величина характеризует качество полупроводникового материала. Правильный выбор легирования и изготовление совершенных кристал-

лов позволяет получать для многих полупроводниковых материалов значение  $\eta_{\text{внутр}}$ , приближающееся к 100%.

Многофотонная безызлучательная рекомбинация на переходе зона – зона маловероятна. Наиболее важным механизмом при невысоких концентрациях носителей является рекомбинация через промежуточные состояния в запрещённой зоне, локализованные около примесей и дефектов. Отметим аналогию рассматриваемого процесса с механизмами безызлучательной релаксации через промежуточные уровни в случае примесных диэлектрических кристаллов (см. лекцию двадцать первую). Роль центров рекомбинации играют многие примеси и дефекты, большая часть которых плохо идентифицирована. Слишком большая концентрация этих центров, возникающая из-за ошибок в технологии, делает полупроводниковый материал непригодным для создания лазерного кристалла.

При повышении концентрации носителей возрастает роль оже-рекомбинации, называемой также ударной рекомбинацией и состоящей в том, что электрон и дырка, рекомбинируя, отдают выделяемую энергию третьему носителю. Этот процесс замечен при больших концентрациях свободных носителей именно потому, что для его реализации требуется столкновение трёх носителей. Роль оже-рекомбинации возрастает в узкозонных полупроводниках.

Уравнения, описывающие процессы каскадной и оже-рекомбинаций, нелинейны. Поэтому безызлучательный распад электронно-дырочных пар неэкспоненциален и, строго говоря, не может характеризоваться постоянной времени жизни по отношению к этому процессу. Для грубой оценки порядка величин скоростей безызлучательной рекомбинации можно пользоваться экспериментально определёнными значениями сечений соответствующих процессов. При каскадном процессе сечение захвата на центры рекомбинации может составить  $10^{-12} - 10^{-22} \text{ см}^2$ . Соответствующий коэффициент рекомбинации заключён в пределах  $5 \cdot 10^{-6} - 5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^3/\text{с}$ . При концентрации центров рекомбинации  $10^{16} \text{ см}^{-3}$  это приводит к эффективной скорости рекомбинации  $5 - 5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Коэффициент рекомбинации оже-процесса заключён обычно в пределах  $10^{-25} - 10^{-32} \text{ см}^6/\text{с}$ . При концентрации носителей  $10^{19} \text{ см}^{-3}$  это даёт эффективную скорость рекомбинации  $10^6 - 10^{13} \text{ с}^{-1}$ .

Приведённые оценки показывают, что в реальных материалах действительно возможно достижение внутреннего квантового выхода излучательной рекомбинации, приближающегося к 100% [см. (24.16)]. Правильное проведение технологического процесса выращивания полупроводникового кристалла может исключить неблагоприятное влияние каскадной рекомбинации. Вместе с тем оже-рекомбинация, скорость которой увеличивается с ростом концентрации как  $n^3$ , принципиально неустранима.

Итак, при выполнении условия инверсии (24.13) и неравенства  $\tau_{\text{изл}} \ll \tau_{\text{безызл}}$  в полупроводниковых кристаллах возможно эффективное лазерное излучение.

Применение полупроводниковых кристаллов в квантовой электронике было предложено в 1959 г. Н. Г. Басовым.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДВАДЦАТЬ ЧЕТВЁРТОЙ

**24.1.** Можно ли говорить об инверсии населённостей в полупроводнике, если вся валентная зона, кроме самого края, заполнена электронами, а зона проводимости — дырками?

**24.2.** Выведите выражение (24.12).

**24.3.** Что выгоднее для повышения КПД полупроводникового лазера — повышение или понижение температуры?

## Лекция двадцать пятая. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ЛАЗЕРЫ (продолжение)

*Диодные инжекционные лазеры. Распределение носителей в полупроводниковом кристалле с  $p$ - $n$ -переходом. Инжекция носителей. Зонная структура полупроводника с  $p$ - $n$ -переходом. Вырожденный полупроводник с  $p$ - $n$ -переходом. Зонная структура. Инверсия при инжекции носителей в  $p$ - $n$ -переход вырожденного полупроводника. КПД. Мощность. Гетероструктуры. Диапазон длин волн излучения. Перестройка*

Остановимся на методах создания неравновесных электронно-дырочных пар.

Инверсия в распределении электронов между валентной зоной и зоной проводимости полупроводникового кристалла может быть получена несколькими способами. Весьма высокой эффективностью обладает электронно-лучевая накачка, приводящая к генерации неравновесных пар носителей и тем самым к генерации лазерного излучения во множестве материалов, в том числе и достаточно широкозонных (коротковолновый диапазон). Однако наиболее распространённым является возбуждение полупроводников постоянным током, осуществляющим инжекцию электронов и дырок в область  $p$ - $n$ -перехода полупроводникового диода. Создаваемые таким образом так называемые инжекционные (или диодные) полупроводниковые лазеры получили наибольшее распространение в силу своей простоты, надёжности и высокого КПД.

При контакте двух полупроводников, из которых один имеет проводимость  $p$ -типа, а другой —  $n$ -типа, в пограничном слое возникают потенциальные барьеры, которые заметно изменяют концентрации носителей внутри слоя. Свойства пограничного слоя, т. е. области перехода от полупроводника  $p$ -типа к полупроводнику  $n$ -типа или, иначе говоря, области электронно-дырочного перехода ( $p$ - $n$ -перехода), зависят от приложенных напряжений. Такая зависимость во многих случаях

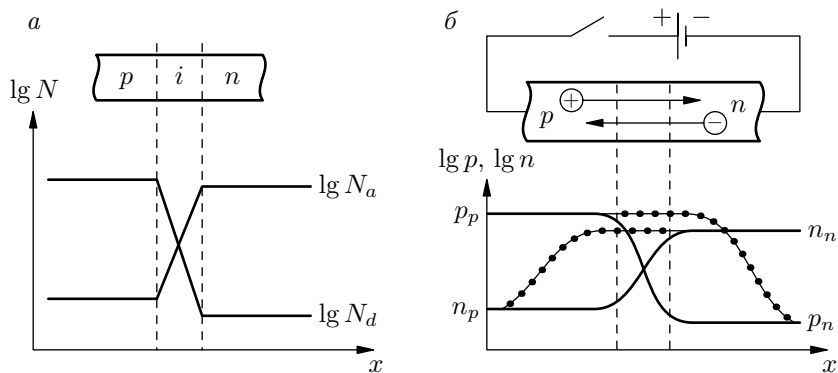


Рис. 25.1. Схема  $p$ – $n$ -перехода (а) и инжекции носителей в  $p$ – $n$ -переходе (б)

приводит к нелинейной вольт-амперной характеристике полупроводникового контакта, приобретающего свойства полупроводникового диода.

Хорошо известно, что  $p$ – $n$ -переходы широко применяются в современной полупроводниковой электронике для выпрямления электрического тока, преобразования, усиления и генерации электрических колебаний. Мы кратко рассмотрим их лазерное применение, основанное на создании неравновесных носителей в области перехода.

Чтобы избежать неконтролируемых влияний поверхности,  $p$ – $n$ -переходы создаются путём образования внутри единого монокристалла нужного распределения донорной и акцепторной примесей (рис. 25.1). Если эти примеси полностью ионизованы, то в левой части кристалла, где велика концентрация акцепторов  $N_a$ , доминирует дырочная проводимость с концентрацией основных носителей  $p \approx N_a - N_d$ . Соответственно в правой части кристалла преобладает электронная проводимость с концентрацией основных носителей  $n \approx N_d - N_a$  ( $N_d$  — концентрация доноров). Между  $p$ - и  $n$ -областями располагается переходный слой технологического  $p$ – $n$ -перехода, в котором концентрации примесей резко изменяются по толщине слоя. Для некоторой тонкой области переходного слоя, где доноры и акцепторы компенсируют друг друга ( $N_d \approx N_a$ ), характерна собственная проводимость ( $i$ ). Строго говоря,  $p$ – $n$ -переход, по существу, является  $p$ – $i$ – $n$ -переходом.

Требуемое распределение доноров и акцепторов создаётся различными технологическими приёмами — сплавлением полупроводников  $p$ - и  $n$ -типа, добавлением нужной примеси в расплав при росте кристалла, диффузией примесей из газовой или жидкой фазы в кристалл, методом ионной имплантации и т. п. Акцепторами являются атомы элементов, принадлежащих тем столбцам периодической таблицы Менделеева, которые расположены слева от группы, содержащей основной элемент полупроводникового кристалла. Соответственно доноры принадлежат группе, расположенной справа от основного элемента. Так, для кремния и германия (IV группа) акцепторами являются элементы III группы, а

донорами — элементы V группы, например бор и фосфор соответственно. Для арсенида галлия GaAs — полупроводникового соединения типа  $A^{III}B^V$  — акцепторной примесью являются цинк и кадмий (II группа), а донорной — селен и теллур (VI группа).

В равновесном полупроводнике с  $p$ – $n$ -переходом в отсутствие тока через переход концентрация основных носителей — дырок в дырочной области  $p_p$  велика и постоянна. В области перехода концентрация дырок уменьшается и в электронной области, где дырки являются неосновными носителями, принимает малое значение  $p_n$ .

Аналогично концентрация электронов изменяется от большого значения  $n_n$  в  $n$ -области (основные носители) до малого значения  $n_p$  в  $p$ -области (неосновные носители).

Если к переходу приложено внешнее напряжение так, что «плюс» источника напряжения соединён с  $p$ -областью, а «минус» с  $n$ -областью, то через переход течёт положительный ток (через диод ток протекает в прямом направлении). При этом дырки из  $p$ -области устремляются в  $n$ -область, а электроны из  $n$ -области в  $p$ -область. Дырки, пришедшие в  $n$ -область, и электроны, пришедшие в  $p$ -область, становятся в этих областях неосновными носителями. Они должны рекомбинировать с соответствующими им основными носителями, имеющимися в  $p$ - и  $n$ -областях, прилегающих к  $p$ – $n$ -переходу.

Время жизни носителей по отношению к рекомбинации конечно, рекомбинация происходит не сразу, и поэтому вдоль по току в некотором объёме за пределами перехода концентрации электронов в  $p$ -области и дырок в  $n$ -области заметно превышают их равновесные значения  $n_p$  и  $p_n$  в этих областях. Тогда для компенсации объёмного заряда из подводящих ток электродов в этот объём поступают в  $n$ -область электроны, а в  $p$ -область — дырки. В результате концентрация носителей двух типов по обе стороны от перехода увеличивается, т. е. вблизи перехода возникает квазинейтральная область повышенной проводимости. В этом состоит явление инжекции носителей в  $p$ – $n$ -переход. Распределение концентрации носителей при инжекции показано в правой части рис. 25.1 наряду с их равновесным распределением (в отсутствие тока).

В приближении малой по сравнению с длиной диффузии электронов и дырок толщины перехода концентрация инжектированных носителей на границах  $p$ – $n$ -перехода составляет для невырожденных полупроводников

$$n = n_p \exp\left(\frac{eU}{kT}\right), \quad p = p_n \exp\left(\frac{eU}{kT}\right), \quad (25.1)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $U$  — падение напряжения на переходе. При  $T = 300$  К имеем  $e/kT \approx 40$  В<sup>-1</sup>. Поэтому небольшое напряжение сильно изменяет концентрацию неосновных носителей на границах  $p$ – $n$ -перехода. При  $U \approx 0,25$  В изменение составляет  $e^{10} \approx 10^4$  раз.

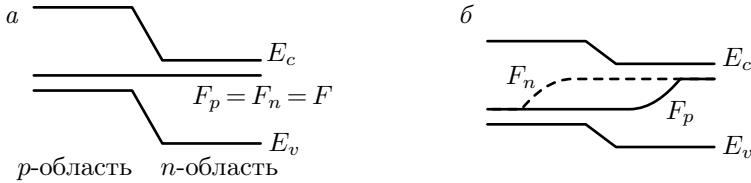


Рис. 25.2. Квазиуровни Ферми в невырожденном  $p$ – $n$ -переходе:  $a$  — без инжекции,  $b$  — при инжекции

Опишем далее зонную структуру полупроводника с  $p$ – $n$ -переходом. Для собственных полупроводников ширина запрещённой зоны является характерной константой. В полупроводниках  $p$ -типа акцепторные примеси дают уровни энергии, расположенные внутри запрещённой зоны и примыкающие к потолку валентной зоны. При большой концентрации примесей их уровни сливаются с валентной зоной и тем самым уменьшают ширину запрещённой зоны, подрезая её снизу. В полупроводниках  $n$ -типа ситуация обратна. Донорные примеси уменьшают ширину запрещённой зоны, подрезая её сверху. Следовательно, в одном и том же полупроводниковом кристалле в  $p$ -области запрещённая зона располагается выше, а в  $n$ -области — ниже.

При переходе из одной области в другую, т. е. при  $p$ – $n$ -переходе, границы зон изменяются непрерывно таким образом, чтобы запрещённая зона  $p$ -области непрерывно переходила в запрещённую зону  $n$ -области. В результате зонная структура равновесного полупроводника с  $p$ – $n$ -переходом приобретает вид, схематически представленный на рис. 25.2а. Кроме того, в равновесном полупроводнике уровень Ферми, единый во всём объёме кристалла, в области преобладания акцепторов должен лежать ниже середины запрещённой зоны, а в области преобладания доноров — выше. Сдвиг запрещённых зон  $p$ - и  $n$ -областей по отношению друг к другу в полупроводниках с  $p$ – $n$ -переходом необходим, как это видно из рис. 25.2а, для того, чтобы один и тот же уровень Ферми был расположен одновременно ниже середины запрещённой зоны в  $p$ -области и выше середины в  $n$ -области.

При инжекции носителей, когда на  $p$ – $n$ -переход подаётся напряжение  $U$ , равновесие нарушается, сдвиг запрещённых зон в  $p$ - и  $n$ -областях по отношению друг к другу уменьшается на величину  $eU$ , и, что наиболее существенно, уровень Ферми  $F$  разбивается на квазиуровни Ферми для дырок и электронов  $F_p$  и  $F_n$ , существенно отличные друг от друга в окрестности перехода. На большом удалении от области перехода они снова сливаются, но вблизи перехода разность  $F_n - F_p$  равна

$$F_n - F_p = eU. \quad (25.2)$$

В теории полупроводников справедливость соотношений (25.1) и (25.2) вытекает из простых энергетических соображений.

Ход квазиуровней Ферми в  $p$ - $n$ -переходе при инжекции неосновных носителей в невырожденном полупроводнике показан на рис. 25.2б. В невырожденном, т. е. слабо легированном, полупроводнике даже при сильной инжекции трудно раздвинуть квазиуровни Ферми  $F_p$  и  $F_n$  так, чтобы выполнялись условия инверсии (24.13). Именно этот случай показан схематически на рис. 25.2. Если же  $p$ - и  $n$ -области кристалла легированы сильно, то электронный и дырочный газы в соответствующих областях кристалла могут быть сильно вырождены.

Критерием вырождения фермионов является существенное отличие их распределения по энергиям от больцмановского. Из формулы (24.4) и рис. 24.2 видно, что это отличие, малое при  $\exp[(E - F)/kT] \gg 1$ , заметно уже при  $\exp[(E - F)/kT] \lesssim 1$  (слабое вырождение) и становится крайне существенным при  $\exp[(E - F)/kT] \ll 1$  (сильное вырождение). Так как в запрещённой зоне электронов нет, нижней границей их энергий является положение дна зоны проводимости  $E_c$ . Следовательно, условием сильного вырождения электронов является выполнение неравенства

$$\exp\left(\frac{E_c - F_n}{kT}\right) \ll 1. \quad (25.3)$$

Это означает, что уровень Ферми электронов  $F_n$  должен лежать внутри зоны проводимости. Аналогично при сильном вырождении дырок их уровень Ферми  $F_p$  должен лежать внутри валентной зоны.

Уровень Ферми представляет собой некоторую характерную энергию, зависящую от типа полупроводника, его состояния, его состава. Для нашего рассмотрения существенно, что положение уровней Ферми однозначно связано с концентрацией носителей. Если при сильном легировании ионизирующими примесями  $p$ - или  $n$ -типа концентрация носителей превышает так называемую эффективную плотность состояний в валентной зоне или в зоне проводимости, то уровень Ферми располагается внутри соответствующей зоны и дырочный (или электронный) газ становится вырожденным. Для справок укажем, что при температуре 300 К и равенстве эффективной массы носителя массе покоя свободного электрона эффективная плотность состояний примесей, по превышении которой полупроводник вырождается, составляет  $2,5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ .

Итак, в лазерных диодах целесообразно применять сильно легированные полупроводники, в которых электронный и дырочный газы в  $n$ - и  $p$ -областях сильно вырождены. Тогда даже без инжекции уровень Ферми лежит в  $p$ -области внутри валентной зоны и в  $n$ -области — внутри зоны проводимости (рис. 25.3а). Искажение зонной структуры вблизи  $p$ - $n$ -перехода при инжекции носителей в положительном направлении приводит к выполнению условия инверсии (24.13), как это показано схематически на рис. 25.3б. Ширина активной области, в которой  $F_n - F_p \geq E_c - E_v = E_g$ , может быть значительно больше технологической



$p$ – $n$ -перехода. Коэффициент усиления велик. Поэтому боковые грани кристалла ( $n = 3,6$ ;  $R = 30\%$ ) могут играть роль френелевских зеркал, и генерация возникает при малой длине кристалла.

Одним из удачных технологических приёмов образования совершенных плоскопараллельных зеркал резонатора полупроводникового лазера является скалывание боковых граней кристалла. Излучение из лазера выходит через узкие полоски, образованные пересечением активного слоя с частично отражающими гранями кристалла. Характерные угловые размеры диаграммы излучения, соответствующей этому сечению, составляют  $5^\circ \times 50^\circ$ . Более высокая направленность может быть достигнута при помощи внешнего резонатора. Тогда грани полупроводникового диода должны быть либо просветлены, либо ориентированы под брюстеровским углом к оси резонатора. Как правило, техническое осуществление таких конструкций встречает серьёзные трудности.

КПД, определяемый как отношение мощности генерируемого излучения к мощности накачки, рассеиваемой диодом, прямо пропорционален внутреннему квантовому выходу рекомбинационного излучения  $\eta_{\text{внутр}}$  [см. формулу (24.16)] и отношению энергии запрещённой зоны  $E_g$ , выраженной в вольтах, к падению напряжения на диоде  $E_d$ :

$$\eta = \eta_{\text{внутр}} \frac{E_g}{E_d}. \quad (25.4)$$

При  $\eta_{\text{внутр}}$ , приближающемся к 100%, и малом падении напряжения на подводящих проводниках и в материале  $p$ - и  $n$ -областей кристалла значение  $\eta$  может быть очень велико. В случае арсенида галлия при охлаждении жидким азотом КПД лазеров достигает 70–80%, так что инжекционные полупроводниковые лазеры представляют собой самые эффективные лазеры. Однако их мощность невелика прежде всего в силу малости размеров области  $p$ – $n$ -перехода. В непрерывном режиме при излучающей поверхности в  $10^{-4} \text{ см}^2$  излучаемая мощность достигает 10 Вт (GaAs, 77 К).

Выходная мощность лазера пропорциональна квантовому выходу и превышению плотности тока накачки  $J$  над её пороговым значением  $J_{\text{пор}}$ :

$$P \propto (J - J_{\text{пор}}) \eta_{\text{внутр}}. \quad (25.5)$$

С ростом температуры в силу увеличения роли безызлучательной рекомбинации значение  $\eta_{\text{внутр}}$  падает. Кроме того, с ростом температуры резко уменьшается разность скоростей вынужденного излучения и поглощения (24.7), определяющая коэффициент усиления. Учитывая условие (24.13), определяющее возможность получения инверсии в полупроводниках, и используя определения квазиуровней Ферми (24.11), можно заметить, что первый член (24.7) падает с ростом температуры, а второй возрастает. В результате для получения положительно-

го усиления приходится увеличивать ток инжекции. Это приводит к резкому возрастанию пороговой плотности тока с температурой. При увеличении тока кристалл разогревается, и при некоторой температуре непрерывный режим генерации становится невозможным. Величина допустимой температуры непрерывного режима работы полупроводникового лазера определяется конструкцией диода и возможностями теплоотвода. При гелиевой температуре удаётся отвести от диода 30–40 Вт тепла, при охлаждении жидким азотом — 10 Вт, при комнатной температуре — около 1 Вт.

Характер зависимости значения пороговой плотности тока от температуры существенно определяется конструкцией диода и условиями его работы. Для лазеров на основе арсенида галлия в районе 77 К пороговая плотность тока нарастает очень резко — пропорционально  $T^3$ , что является очень сильной зависимостью. При 77 К для этих лазеров характерно значение  $J_{\text{пор}} \approx (2-3) \cdot 10^2 \text{ А/см}^2$ . В диапазоне от гелиевых до комнатных температур пороговая плотность тока лазеров на арсениде галлия возрастает от  $10^2$  до  $10^5 \text{ А/см}^2$ .

Таким образом, в непрерывном режиме ограничение мощности излучения полупроводникового лазера обусловлено перегревом кристалла током накачки.

В импульсном режиме при длительности тока инжекции 0,5–1 мкс для арсенида галлия при азотной температуре мощность излучения составляет около 100 Вт. Как обычно, ограничение мощности в импульсном режиме обусловлено оптическим саморазрушением кристалла. При комнатной температуре для этих лазеров реализуется импульсно-периодический режим работы с частотой следования импульсов излучения до 10 кГц и пиковой мощностью в несколько ватт.

Существенное улучшение характеристик полупроводниковых лазеров и прежде всего резкое снижение пороговой плотности тока и связанная с этим возможность работы в непрерывном режиме при комнатных температурах были достигнуты применением анизотропных гетеропереходов.

До сих пор мы рассматривали  $p-n$ -переходы, образованные путём распределения  $p$ - и  $n$ -примесей в одном и том же монокристалле. В таких переходах, называемых также гомопереходами, по обе стороны границы раздела свойства кристалла одинаковы. Если же наращивать монокристаллический слой одного полупроводника на монокристаллической подложке другого полупроводника, то возникает так называемая гетероструктура. Разумеется, такое наращивание без существенного нарушения монокристалльности всего образца в целом возможно только для тех полупроводниковых материалов, кристаллические решётки которых почти не отличаются друг от друга. Обычно это осуществляется при изопериодическом замещении методом эпитаксиального роста. Примерами являются пары  $\text{GaAs} - \text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ,  $\text{GaAs} - \text{GaAs}_x\text{P}_{1-x}$ ,

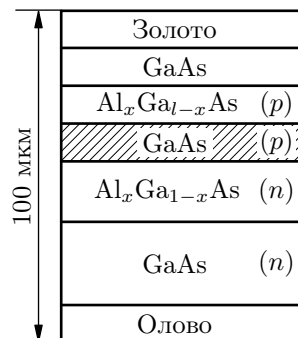


Рис. 25.5. Схема диода полупроводникового лазера с двойным гетеропереходом. Активная область затрихована.

$\text{CdTe}-\text{CdSe}$  и т. п. Вводя должным образом акцепторные и донорные примеси, можно создать полупроводниковые диоды с гетеропереходом. Схема устройства диода полупроводникового лазера с двойным гетеропереходом приведена на рис. 25.5.

Для создания совершенных гетероструктур необходимо, чтобы контактирующие материалы имели одинаковый тип решётки и одинаковый период. Именно такова ситуация в случае GaAs и AlAs. Поэтому в твёрдом растворе  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  замещение алюминия галлием, и наоборот, происходит практически без изменения периода решётки, и в получаемой на основе этого материала гетероструктуре дефекты несоответствия практически отсутствуют.

В гетероструктуре  $p-n$ -переход носит наиболее резкий характер, отсутствует диффузионное растекание инжектируемых носителей, концентрирующихся при инжекции в хорошо определённой узкой области перехода. Поэтому уменьшается величина пороговой плотности тока инжекции. Кроме того, показатель преломления трёхкомпонентного полупроводника AlGaAs существенно меньше, чем бинарного полупроводника GaAs. Следовательно, возникает эффект оптического волновода, излучение концентрируется в активной области и не проникает в поглощающую область, не подверженную накачке. Всё это в целом, а также монтаж диода на подложке высокой теплопроводности, позволило снизить пороговую плотность тока при комнатной температуре более чем в 100 раз, доведя её до нескольких сотен ампер на квадратный сантиметр. В результате получены устойчивые режимы генерации полупроводниковых лазеров непрерывного действия с выходной мощностью до 100 мВт при комнатной температуре, что резко увеличило практическую значимость этих приборов. Основной областью их применения является лазерная связь, прежде всего по волоконно-оптическим линиям.

В гетероструктурных лазерах широкое применение нашла распределённая обратная связь. Периодическая пространственная модуляция обычно осуществляется путём создания гофрированного рельефа на поверхности кристалла. Такие рельефы достигаются применением обыч-

ной техники — микроэлектроники, электронным и ионным травлением, селективным фототравлением через специально для того приготовленные маски и т. п. Нашли применение и голографические методы, методы фототравления при освещении полем интерферирующих пучков когерентного света. Методами эпитаксиального роста создаются лазерные гетероструктуры с периодической гофризацией грани кристалла по составу — арсенид галлия и его твёрдый раствор. Так, арсенид галлия имеет показатель преломления  $n = 3,5$ , а его изопериодически замещённая модификация  $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$  имеет  $n = 3,4$ . Это позволило при высоте гофра 0,5 мкм и периоде 0,11 мкм создать гофрированный волноводный гетеролазер при толщине волновода 3 мкм. Заметим, что динамическую распределённую обратную связь можно создавать, возбуждая в кристалле акустические колебания подходящей частоты.

Гетероструктуры были предложены для создания полупроводниковых инжекционных лазеров Ж. И. Алфёровым в 1963 г. Это предложение было реализовано под его руководством в 1968 г.

Диапазон длин волн излучения полупроводниковых лазеров в соответствии с (24.14) определяется шириной запрещённой зоны. Аرسенид галлия ( $E_g \approx 1,5$  эВ) излучает в области 0,84 мкм. Полупроводниковые растворы переменного состава позволяют перекрывать широкий спектральный диапазон. Так, система  $\text{AlGaAs}$  даёт излучение в зависимости от состава в области 0,63–0,90 мкм, система  $\text{AlGaSb}$  — в области 1,20–1,80 мкм, система  $\text{GaInAs}$  — в области 0,9–3,4 мкм и т. д. В некоторых твёрдых растворах, например в  $\text{Pb}_x\text{Sn}_{1-x}\text{Se}$ ,  $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ , при изменении процентного содержания компонент ширина запрещённой зоны проходит через нуль. Это позволяет создавать длинноволновые лазеры с длиной волны до 30–40 мкм. В последнем случае для предотвращения термического заселения зоны проводимости необходимо глубокое охлаждение накачиваемого кристалла.

Длина волны излучения диодных полупроводниковых лазеров может меняться в широких пределах. В отличие от лазеров других типов, она определяется переходами не между дискретными уровнями энергии атомов или молекул, а между зонами разрешённых состояний в полупроводнике и зависит от многих факторов, влияющих на его зонную структуру, таких как давление, температура, магнитное поле. Выделение одной моды излучения при этом облегчено большим спектральным расстоянием между модами, обусловленным малыми размерами активной среды лазера [см. (10.21)]. Как правило, расстояние между двумя соседними модами составляет  $0,5\text{--}3\text{ см}^{-1}$ . Спектральная ширина одной моды несколько превышает  $10^{-4}\text{--}10^{-3}\text{ см}^{-1}$ , что обусловлено нестабильностью температуры и тока инжекции.

Наибольшее распространение получила перестройка лазеров путём изменения давления и температуры.

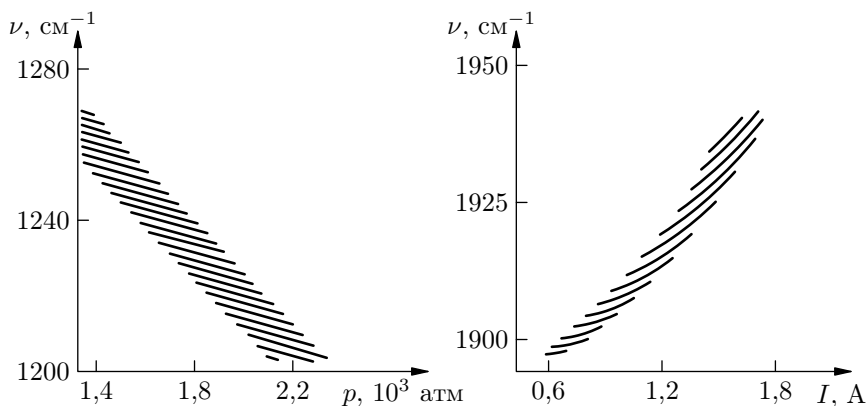


Рис. 25.6. Перестроечные кривые узкозонных диодных лазеров: слева — перестройка PbSe-лазера давлением, справа — PbTe-лазера током

Для лазеров на основе тройных соединений свинца, таких как  $\text{Pb}_x\text{Sn}_{1-x}\text{Te}$ ,  $\text{Pb}_x\text{Sn}_{1-x}\text{Se}$ , всестороннее сжатие, осуществляемое обычно гидростатически, изменяет параметры кристаллической решётки и тем самым уменьшает ширину запрещённой зоны. В результате этого длина волны генерируемого излучения увеличивается. Изменение это значительно. В доступной области давлений 0–15 кбар возможна перестройка на  $1000\text{ см}^{-1}$ . В качестве примера укажем диодный лазер на PbSe, перестраиваемый давлением в 14 кбар с 8,5 на 22 мкм. Преимущества перестройки лазеров давлением заключены в отсутствии влияния давления на пороговый ток и условия самовозбуждения лазера. Недостатки сводятся к заметной технической сложности устройства в целом и к существенной инерционности перестройки.

Другим методом является понижение температуры лазера от максимально возможной до гелиевой. Для этого широко распространённого метода характерна величина перестройки в  $100\text{--}200\text{ см}^{-1}$ . Недостатком метода является существенная нелинейность зависимости длины волны излучения от температуры. Кроме того, изменение температуры, как это следует из предыдущего рассмотрения, сильно меняет порог самовозбуждения лазера. Технически при наличии автономных криогенных устройств замкнутого цикла температурный способ перестройки длины волны излучения диодных лазеров достаточно удобен. Разумеется, возможно сочетание температурной перестройки и перестройки давлением одного и того же лазера, что существенно расширяет рабочий диапазон.

Тонкая и относительно безынерционная перестройка осуществляется во время импульса тока инжекции через  $p\text{--}n$ -переход за счёт его разогрева джоулевым теплом. Токовая перестройка носит квазинепрерывный характер (рис. 25.6), так как смещение полосы усиления сопровождается сдвигом частот спектральных мод лазера вследствие температурного изменения показателя преломления активной среды. Эти

процессы идут с разными скоростями, вследствие чего диапазон перестройки не является непрерывным, а состоит из отдельных отрезков кривых плавной перестройки мод лазера, вызванной изменением показателя преломления. Область плавной перестройки током составляет обычно  $0,5 - 3 \text{ см}^{-1}$ .

Удобным методом сканирования частоты лазера является добавление к постоянному току инъекции, меньшему порогового, переменной компоненты заданной формы и частоты. Максимальная скорость токовой перестройки определяется тепловой инерцией лазера и может достигать  $10^4 \text{ см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ . Подстройка лазера на некоторую заданную длину волны излучения и стационарное удержание этой длины волны требует высокой стабильности температуры лазера и тока накачки.

Основной областью применения перестраиваемых диодных лазеров является спектроскопия высокого разрешения и обнаружение различного рода примесей в газах и жидкостях.

Завершая рассмотрение полупроводниковых лазеров, целесообразно отметить, что электронно-лучевая накачка полупроводников позволяет получить генерацию в широком спектральном диапазоне, причём особенно эффективно в области коротких длин волн. Инверсия населённостей создаётся путём лавинного образования вторичных, третичных и т. д. электронно-дырочных пар в полупроводниковом кристалле, облучаемом пучком электронов с энергиями от десятков до сотен килоэлектронвольт. При этом не требуется высокая электропроводимость и наличие  $p-n$ -переходов. Поэтому метод электронно-лучевой накачки применим к полупроводникам с широкой запрещённой зоной. Такие лазеры обладают большой выходной мощностью (до  $10^6 \text{ Вт}$  в импульсе), что обусловлено возможностью накачки больших по сравнению с инжекционными лазерами объёмов полупроводника. Наилучшими примерами служат лазеры на таких широкозонных полупроводниках, как  $\text{GdSe}$ ,  $\text{CdS}$ ,  $\text{ZnSe}$  и  $\text{ZnS}$  с длинами волн излучения  $0,69$ ,  $0,49$ ,  $0,46$  и  $0,33 \text{ мкм}$  соответственно.

Первые полупроводниковые лазеры с электронно-лучевой накачкой были осуществлены в 1964 г. под руководством Н. Г. Басова.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДВАДЦАТЬ ПЯТОЙ

**25.1.** Выведите формулы (25.1) и (25.2). (У к а з а н и е: воспользуйтесь учебником.)

**25.2.** Что отложено по оси абсцисс рис. 25.2 и 25.3?

**25.3.** Растёт или уменьшается вырождение носителей в полупроводниках с ростом температуры?

**25.4.** Изобразите вольт-амперную характеристику диода. Отметьте на ней рабочую область инжекционного лазера. Чем определяются её верхняя и нижняя границы?

**25.5.** Как повлияет (качественно) изменение температуры на спектр усиления инжекционного лазера?

**25.6.** Сравните ширину пятна моды инжекционного гомоструктурного лазера, резонатор которого образован самим полупроводниковым кристаллом, и ширину области усиления (размеры образца около 2 мм,  $\lambda = 0,84$  мкм,  $d_{\text{диф}} \approx 1$  мкм).

**25.7.** Почему гетероструктурный лазер, как правило, выгоднее? Назовите по крайней мере три причины.

**25.8.** Как соотносятся спектры усиления и генерации полупроводникового лазера и спектр излучения светодиода, работающего на том же переходе?

**25.9.** Оцените угловые расходимости излучения в плоскости перехода и в перпендикулярной к ней плоскости GaAs-лазера (см. задачу 25.4).

## *Лекция двадцать шестая.* ЛАЗЕРЫ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

*Генерация СВЧ электронными токами. Длина волны излучения и синхронизм для ультрарелятивистского электронного пучка. Усиление при ондуляторном излучении релятивистских электронов. Ондуляторный лазер на свободных электронах*

Рассматривая физические основы квантовой электроники и принципы действия тех или иных конкретных лазеров, мы видели, что использование эффекта индуцированного излучения в системах с дискретными уровнями энергии (дискретными зонами энергии), т. е. в системах, существенно квантовых, позволило квантовой электронике единым методом генерации охватить огромный спектральный диапазон — от радиоволн до вакуумного УФ излучения. Здесь необходимо подчеркнуть одно многозначительное обстоятельство. Несмотря на существование квантовых усилителей и генераторов (мазеров), генерация электромагнитных колебаний в радио- (СВЧ) диапазоне основывается главным образом на взаимодействии потоков свободных электронов с волноводными и резонаторными структурами, т. е. осуществляется классическими методами.

Между тем эффект индуцированного излучения не является по своей природе принципиально квантовым и возможен в классических системах. Закономерен, следовательно, вопрос о возможности переноса электронных методов генерации из СВЧ в оптический диапазон. По аналогии с тем, что существенно квантовые системы способны генерировать колебания в диапазоне от СВЧ до вакуумного УФ, естественно ожидать, что индуцированное излучение таких классических объектов, как свободные электроны, тоже может быть применено для генерации электромагнитных колебаний в широком спектральном диапазоне от радио- до световых волн.

В соответствии со смыслом слова «лазер» генератор электромагнитного излучения, использующий индуцированное испускание света

электронными потоками, естественно называть лазером на свободных электронах или электронным лазером.

В классической вакуумной электронике СВЧ размеры генерирующих приборов или их характерных частей сравнимы с длиной волны генерируемого излучения. Область взаимодействия электронов с высокочастотным полем излучения, в которой кинетическая энергия электронов преобразуется в энергию поля излучения, представляет собой часть колебательной системы электродинамической резонаторной структуры, которая, как правило, обладает многими собственными частотами. Время пролёта электронов через пространство взаимодействия или, что более характерно, время пролёта между отдельными элементами резонансной структуры совпадает, по крайней мере по порядку величины, с периодом колебаний генерируемого излучения.

Для всех генераторов вакуумной электроники СВЧ принципиально важным является обеспечение синхронизма между перемещением электронов и той электромагнитной волной, в которую перекачивается их энергия. В процессе взаимодействия электронов с высокочастотным полем волны в электронном потоке формируются сгустки частиц (фазовая группировка). Электронные сгустки по мере своего дальнейшего движения отдают энергию полю излучения, взаимодействуя с той его компонентой, для которой должным образом выполнено условие синхронизма.

Группировка электронов в сгустки характерна для всех приборов СВЧ, хотя её конкретная реализация может происходить по-разному в разных приборах. Наиболее нагляден процесс группировки электронов в лампе бегущей волны, в которой используется длительное взаимодействие с полем волны электронного потока, распространяющегося прямолинейно вдоль направления распространения бегущей электромагнитной волны. При умеренных, т. е. существенно дорелятивистских, скоростях поступательного движения электронов синхронизм взаимодействия обеспечивается замедлением распространения волны. Простейшая замедляющая структура представляет собой однозаходную проволочную спираль. Вдоль витка спирали волна распространяется со скоростью, близкой к скорости света  $c$ . В направлении оси спирали  $z$  фазовая скорость волны составляет примерно  $v_z \approx cd/2\pi a$ , где  $a$  — радиус спирали,  $d$  — её шаг. Электроны, двигаясь вдоль оси синхронно с волной, группируются в сгустки под действием ускоряющих и тормозящих участков волны. Рисунок 26.1 показывает простейший случай, когда продольная составляющая электрического поля бегущей волны записывается в виде  $E_z = E_0 \sin(\omega t - \omega z/v_z)$ . На этом рисунке стрелками показаны силы, действующие на электроны. Видно, что электроны с участков  $AB$  и  $BC$  должны собираться в плоскость  $B$ , с участков  $CD$  и  $DE$  — в плоскость  $D$  и т. д. Соответственно плоскости  $A$ ,  $C$ ,  $E$  и т. д. должны опустошаться. Таким образом, в плоскостях  $B$ ,  $D$  и

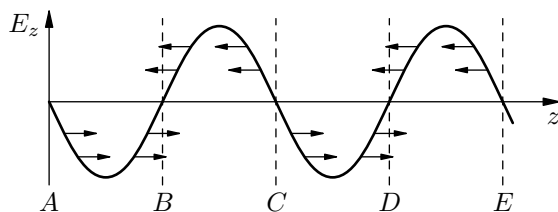


Рис. 26.1. К группировке электронов электрическим полем продольной составляющей замедленной бегущей волны. Распределение  $E_z(z)$  показано при  $t = 0$ .

т. д., расположенных друг от друга на расстоянии пространственного периода волны  $E_z(t, z)$ , возникают сгустки электронов.

При точном синхронизме, когда скорость поступательного движения электронов вдоль оси  $z$  равна фазовой скорости волны в направлении движения электронов ( $v = v_z$ ), электроны неподвижны по отношению к полю бегущей волны и обмена энергией между электронами и волной нет. При  $v > v_z$  сгустки обгоняют волну, чему на рис. 26.1 соответствует движение слева направо, т. е. против тормозящей силы. При этом кинетическая энергия движения электронов переходит в энергию СВЧ поля. Следовательно, поле усиливается. Это усиление когерентно, и при соответствующей обратной связи возникает генерация. Как обычно, генерация начинается под действием флуктуационных толчков, в поле излучения которых всё более интенсивно происходит образование электронных сгустков, в свою очередь всё более интенсивно испускающих электромагнитное излучение. На языке квантовой электроники это и отвечает индуцированному излучению.

Лампа бегущей волны представляет собой чрезвычайно широкополосную систему. В рассмотренном случае пространственный период формирования сгустков равен  $\Lambda = Tv_z$ , где  $T$  — временной период колебаний. При спиральной замедляющей системе  $v_z \approx cd/2\pi a$  и в первом приближении не зависит от частоты поля, т. е. дисперсия отсутствует. Условия синхронизма, определяющие частоту колебаний усиленного поля, в этом приближении зависят только от скорости электронов, т. е. от разности потенциалов электростатического поля, ускоряющего электроны, и не привязаны к какому-либо характерному собственному пространственному периоду замедляющей структуры, которая тогда может считаться однородной. В силу своей широкополосности лампы бегущей волны обычно используются для усиления слабых сигналов СВЧ. Устройства, применяемые для создания генераторов, обычно существенно более узкополосны. Для них характерно наличие пространственно неоднородной периодической структуры, обладающей собственными резонансами, т. е. наличие существенно дисперсионной структуры.

Рассмотрим электрон, пролетающий со скоростью  $V$  через некоторую пространственно-периодическую систему, характеризующую про-

пространственным периодом  $\Lambda$ . На электрон действует периодическая сила с временным периодом  $\Lambda/V$ . Следовательно, ускорение электрона меняется периодически с частотой  $V/\Lambda$ . Этому соответствует движение по пространственно-периодической траектории. Движущийся по такой траектории электрон излучает. При существенно релятивистских скоростях частота излучения равна частоте периодического движения  $V/\Lambda$ . Для макроскопических пространственных периодов  $\Lambda$  длина волны излучения

$$\lambda = c\Lambda/V \quad (26.1)$$

в нерелятивистском случае соответствует радиодиапазону.

Ситуация существенно изменяется при увеличении скорости электрона. Релятивистский эффект Доплера приводит к резкому уменьшению длины волны излучения по сравнению с характерными размерами излучающей системы. При скорости электрона, близкой к скорости света ( $V \lesssim c$ ), в силу релятивистского сокращения масштаба имеем  $\Lambda' = \Lambda(1 - V^2/c^2)^{1/2}$ , при этом частота периодического воздействия на электрон в сопутствующей электрону системе координат увеличивается до значения  $\gamma V/\Lambda$ , где релятивистский фактор  $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ . В лабораторной системе координат обратное лоренцево преобразование приводит к релятивистскому доплеровскому увеличению частоты излучения в направлении скорости движения электрона в  $\gamma(1 + V/c)$  раз. Для ультрарелятивистских электронов ( $V \approx c$ )  $1 + V/c \approx 2$ , и в результате длина волны тормозного излучения в лабораторной системе координат резко сокращается по сравнению с пространственным периодом неоднородности  $\Lambda$ :

$$\lambda \approx \Lambda/2\gamma^2. \quad (26.2)$$

Для оценки величины  $\gamma$  удобна известная релятивистская связь между энергией  $W = mc^2$  и массой частицы высокой энергии  $m = \gamma m_0$ , где  $m_0$  — масса покоя частицы. В физике электронных ускорителей энергию электрона обычно измеряют в электронвольтах, пользуясь соотношением  $W = eU$ , где  $e$  — заряд электрона, а  $U$  — разность потенциалов того электростатического поля, которое необходимо для ускорения электрона до скорости  $V$ . Тогда

$$\gamma = \frac{eU}{m_0 c^2}. \quad (26.3)$$

Как известно, энергия покоя электрона  $m_0 c^2$  составляет 511 кэВ. Это означает, что при  $eU = 50$  МэВ релятивистский фактор  $\gamma$  равен  $\gamma \approx \approx 10^2$ , так что при макроскопическом параметре  $\Lambda = 1$  см длина волны излучения  $\lambda$  попадает в область видимого света.

Следовательно, желая создать лазеры на свободных электронах, мы должны ориентироваться на существенно релятивистские случаи, когда

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \gg 1 \quad \text{или} \quad |V - c| \ll 1. \quad (26.4)$$

Роль релятивистских эффектов отнюдь не сводится только к резкому увеличению частоты излучения электронов. Очевидно, при релятивистской скорости электронов автоматически обеспечивается синхронизм электронного и светового пучка. Электронные ускорители, генерирующие пучки электронов сверхвысокой энергии, обычно работают в импульсном режиме. Если за время пролёта пространства взаимодействия электронов с волной электронный пакет разойдётся со световой волной меньше чем на длину волны, нарушением синхронизма можно пренебречь.

Правда, существуют и слабо релятивистские приборы, подобные мазерам на циклотронном резонансе, разработанным под руководством А. В. Гапонова-Грехова, которые оказались весьма перспективными источниками коротковолнового СВЧ излучения большой мощности. С целью получения большой мощности при сравнительно низкой частоте генерации (СВЧ или дальний ИК диапазоны) обычно используются сильноточные пучки электронов не слишком высокой энергии. Продвижение в оптический диапазон требует применения электронных пучков большой энергии [см. (26.2)], которые вследствие этого обладают сравнительно низкой плотностью. В случае сильных токов существенную роль в плазме пучка играют коллективные эффекты, роль которых в создании условий для индуцированного излучения вкратце обсуждена в начале этой лекции. В случае слабых токов взаимодействие электронов с полем имеет существенно одночастичный характер. Имея в виду лазер на ультрарелятивистских электронах ( $\gamma \gg 1$ ), дальнейшее рассмотрение проведём в одночастичном приближении<sup>1)</sup>. Количественный критерий законности одночастичного подхода мы приведём в конце нашего рассмотрения.

В ондуляторном лазере на свободных электронах релятивистский электронный пучок (обычно это последовательность коротких электронных пакетов) пролетает через достаточно протяжённую область, в которой магнитное поле пространственно-периодично (рис. 26.2). Систему, обеспечивающую пространственную периодичность поля, называют ондулятором (от французского *onde* — волна или *ondulatoire* — волнообразный, волнообразователь) или виглером (от английского *wiggle* — покачивать, извиваться). Магнитные ондуляторы создают

---

<sup>1)</sup>Излагаемый далее материал подготовлен совместно с М. В. Федоровым, которому автор выражает свою за то глубокую благодарность.

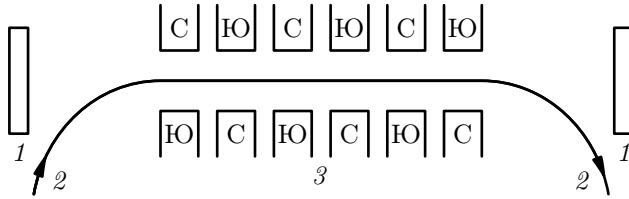


Рис. 26.2. Схема лазера на свободных электронах: 1 — зеркала, 2 — электронный пучок, 3 — магнитный ондулятор, С и Ю — северный и южный полюсы магнитов ондулятора

вблизи оси пучка постоянное во времени поперечное пространственно-периодическое линейно или циркулярно поляризованное поле.

Рассмотрим лазер со спиральным ондулятором, магнитное поле на оси которого циркулярно поляризовано. При круговой поляризации волны, распространяющейся вдоль оси  $z$  параллельно электронному пучку, электроны находятся в полях, определяемых векторными потенциалами поля ондулятора  $\mathbf{A}_1$  и поля электромагнитной волны  $\mathbf{A}_2$ :

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_1 &= \frac{H}{q}(\mathbf{x} \cos qz + \mathbf{y} \sin qz), \\ \mathbf{A}_2 &= \frac{Ec}{\omega} \left[ \mathbf{x} \cos \left( \frac{\omega}{c} z - \omega t \right) - \mathbf{y} \sin \left( \frac{\omega}{c} z - \omega t \right) \right].\end{aligned}\quad (26.5)$$

Здесь  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  — единичные векторы вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$ , перпендикулярных друг к другу и к оси  $Oz$ ;  $E$  — напряжённость электрического поля;  $\omega$  — частота распространяющейся вдоль  $Oz$  электромагнитной волны;  $q = 2\pi/\Lambda$  ( $\Lambda$  и  $H$  — период и напряжённость магнитного поля ондулятора).

В системе координат, движущейся с первоначальной скоростью электронов  $V \approx c$ , потенциалы (26.5) принимают вид

$$\begin{aligned}\mathbf{A}'_1 &= \frac{H}{q} \left[ \mathbf{x} \cos \frac{\Omega}{c}(z' + Vt') + \mathbf{y} \sin \frac{\Omega}{c}(z' + Vt') \right], \\ \mathbf{A}'_2 &= \frac{Ec}{\omega} \left[ \mathbf{x} \cos \frac{\omega'}{c}(z' - Vt') - \mathbf{y} \sin \frac{\omega'}{c}(z' - Vt') \right],\end{aligned}\quad (26.6)$$

где величины со штрихом относятся к движущейся системе координат и в соответствии с (26.3) и (26.4)

$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{1 - V/c}{1 + V/c}} \approx \frac{\omega}{2\gamma}, \quad \Omega = cq\gamma.$$

Первая из формул (26.6) показывает, что в сопутствующей системе координат потенциал поля ондулятора становится близким к потен-

циалу плоской волны частоты  $\Omega$ . Другими словами, релятивистский электрон воспринимает статическое пространственно-периодическое магнитное поле как распространяющуюся навстречу ему электромагнитную волну с длиной волны  $\Lambda/\gamma$ . Условие резонанса  $\omega' \approx \Omega$  определяет ту частоту поля, в окрестности которой возможны усиление и генерация в ондуляторном лазере на свободных электронах. В лабораторной системе отсчёта это условие даёт значение

$$\omega_0 = 2\gamma^2 cq, \quad (26.7)$$

что полностью эквивалентно приведённой выше формуле (26.2).

Уравнения движения электрона в сопутствующей системе отсчёта запишем в виде (см.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1973, § 17)

$$\frac{d}{dt'} \left( \mathbf{p}' + \frac{e}{c} \mathbf{A}' \right) = \frac{e}{c} \mathbf{z} \left( \mathbf{V}' \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial z'} \right), \quad (26.8)$$

где  $z$  — единичный вектор вдоль оси  $Oz$ ;  $\mathbf{p}'$  и  $\mathbf{V}'$  — импульс и скорость электрона;  $\mathbf{A}' = \mathbf{A}'_1 + \mathbf{A}'_2$  и учтено, что  $\mathbf{A}'$  не зависит от поперечных координат. В силу этой независимости легко написать первый интеграл уравнения (26.8), определяющий движение электрона в плоскости  $xu$ :

$$\mathbf{p}'_{\perp} = -\frac{e}{c} \mathbf{A}'. \quad (26.9)$$

Если считать движение электрона в сопутствующей системе координат нерелятивистским, то интеграл (26.9) прямо определяет скорость электрона в поперечной плоскости:

$$V'_x = -\frac{e}{m_0 c} A'_x, \quad V'_y = -\frac{e}{m_0 c} A'_y. \quad (26.10)$$

Как видно из записи (26.6), векторный потенциал  $\mathbf{A}$  не имеет продольной компоненты  $A_z$ , что соответствует характеру намотки двухзаходной спирали соленоида, создающего ондуляторное поле, и поперечности распространяющейся в ондуляторе электромагнитной волны. Тогда уравнение для продольной компоненты импульса электрона  $p'_z$  согласно (26.8) принимает вид

$$\frac{dp'_z}{dt'} = \frac{e}{c} \left( V'_x \frac{\partial A'_x}{\partial z'} + V'_y \frac{\partial A'_y}{\partial z'} \right). \quad (26.11)$$

Подставив в (26.11) значения компонент скорости  $V'_x$  и  $V'_y$  из (26.10), легко найти, что

$$\frac{dp'_z}{dt'} = -\frac{e^2}{2m_0c^2} \frac{\partial}{\partial z'} (A'^2_x + A'^2_y). \quad (26.12)$$

Сумма квадратов поперечных составляющих суммарного векторного потенциала  $\mathbf{A}'$  равна

$$A'^2_x + A'^2_y = \frac{H^2}{q^2} + \frac{c^2 E^2}{\omega^2} + 2 \frac{cEH}{q\omega} \cos \left[ \frac{\Omega + \omega'}{c} z' + (\Omega - \omega')t' \right]. \quad (26.13)$$

Подставляя это выражение в (26.11) и учитывая, что при нерелятивистском движении в сопутствующей системе координат  $p'_z = m_0 dz'/dt'$ , получаем уравнение для продольной координаты электрона  $z'$  в этой системе:

$$\frac{d^2 z'}{dt'^2} = \frac{e^2}{m_0^2 c^2} \frac{EH}{q\omega} (\Omega + \omega') \sin \left[ \frac{\Omega + \omega'}{c} z' + (\Omega - \omega')t' \right]. \quad (26.14)$$

Аргумент синуса определяет фазу движения электрона в полях ондулятора и распространяющейся в нём волны:

$$\varphi = \frac{\Omega + \omega'}{c} z' + (\Omega - \omega')t'. \quad (26.15)$$

Связь фазы  $\varphi$  с продольной координатой движения электрона  $z$  и временем  $t$  в лабораторной системе отсчёта может быть получена с помощью обратного преобразования Лоренца:

$$\varphi = \left( \frac{\omega}{c} + q \right) z - \omega t. \quad (26.16)$$

В окрестности резонанса, т. е. при  $\omega' \approx \Omega$ , имеем

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 4 \frac{e^2 \Omega^2}{m_0^2 c^3} \frac{EH}{q\omega} \sin \varphi. \quad (26.17)$$

Переходя в лабораторную систему отсчёта и подставляя в (26.17) значения  $\Omega = cq\gamma$  и  $\omega \approx \omega_0 = 2\gamma^2 cq$ , получаем уравнение

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 2 \frac{e^2 EH}{\gamma^2 m_0^2 c^2} \sin \varphi. \quad (26.18)$$

Таким образом, уравнение движения электрона в ондуляторе сводится к уравнению классического математического маятника для фа-

зы этого движения. Это свидетельствует о наличии глубокой аналогии между лазером на свободных электронах и электронными приборами СВЧ, которые в приближении заданного поля также описываются подобными уравнениями.

Дальнейший анализ требует задания начальных условий. В момент входа электрона в ондулятор фаза имеет некоторое, вообще говоря, произвольное значение  $\varphi_0$ . Второе начальное условие легко получить дифференцированием выражения (26.16), служащего определением фазы. В результате при  $t = 0$  имеем

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi_0, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \dot{\varphi}_0 = \left(\frac{\omega}{c} + q\right) V - \omega \approx cq - \frac{\omega}{2\gamma^2} = -\frac{\omega - \omega_0}{2\gamma^2}.\end{aligned}\quad (26.19)$$

Заметим, что начальная скорость изменения фазы пропорциональна отстройке частоты излучения от резонансного значения.

Уравнение (26.18) с начальными условиями (26.19) полностью определяет движение электрона в полях волны и ондулятора и позволяет определить основные характеристики лазера.

Найдём энергию, излучаемую электроном в ондуляторе за один проход. Энергия, излучаемая в единицу времени, определяется как взятая с обратным знаком работа, совершаемая полем волны над электроном:

$$\frac{d}{dt} F(t) = -c\mathbf{E}\mathbf{V}, \quad (26.20)$$

где по определению  $\mathbf{E} = -c^{-1}\partial\mathbf{A}_2/\partial t$ . Это уравнение позволяет установить простую связь между излучаемой энергией  $F$  и фазой  $\varphi$ .

Действительно, с учётом (26.9) поперечная скорость электрона в лабораторной системе координат равна

$$\mathbf{V}_\perp = \frac{1}{\gamma} \mathbf{V}'_\perp = -\frac{e}{\gamma m_0 c} \mathbf{A}' = -\frac{e}{\gamma m_0 c} \mathbf{A} = -\frac{e}{\gamma m_0 c} (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2). \quad (26.21)$$

Подставляя (26.6) в (26.21), а (26.21) в (26.20), после простых преобразований получаем

$$\frac{d}{dt} F = -\frac{e^2}{\gamma m_0 c^2} \frac{cEH}{q} \sin \varphi. \quad (26.22)$$

Но  $\sin \varphi$  связан с  $d^2\varphi/dt^2$  уравнением маятника (26.18), что и даёт искомую связь в достаточно простой форме:

$$\frac{d}{dt} F = -\frac{\gamma m_0 c^2}{cq} \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{W}{cq} \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (26.23)$$

Здесь  $W = \gamma m_0 c^2$  — полная энергия релятивистского электрона.

Интегрирование этого уравнения с учётом начальных условий (26.19) для  $d\varphi/dt$  и при естественном предположении, что  $F(0) = 0$ , даёт

$$F = \left( \frac{\omega_0 - \omega}{2\Omega} - \frac{1}{cq} \dot{\varphi} \right) W. \quad (26.24)$$

Воспользуемся далее хорошо известным первым интегралом уравнения движения маятника, который выражает закон сохранения энергии: сумма кинетической и потенциальной энергий маятника в произвольный момент времени равна их сумме в начальный момент времени  $t = 0$ . В наших обозначениях с учётом начальных условий (26.19) это означает, что

$$(\dot{\varphi})^2 + \frac{4e^2 c^2 E H}{W^2} (\cos \varphi - \cos \varphi_0) = \text{const} = \left( \frac{\omega - \omega_0}{2\gamma^2} \right)^2. \quad (26.25)$$

Отметим, что уровень полной энергии маятника определяется как начальной фазой  $\varphi_0$ , так и расстройкой  $\omega - \omega_0$ . В приближении слабого сигнала

$$2L^2 e^2 E H / W^2 \ll 1, \quad (26.26)$$

где учтено, что время прохождения электроном ондулятора длиной  $L$  равно  $L/c$ , т. е. при  $E \rightarrow 0$  наш аналог маятника совершает не колебательное, а вращательное движение относительно некоторого положения равновесия, совершая полные обороты с круговой частотой  $(\omega - \omega_0)/2\gamma^2$ . Это означает, что в приближении слабого сигнала уравнение (26.25) может решаться методом итераций по отношению к слагаемому  $4e^2 c^2 E H (\cos \varphi - \cos \varphi_0) / W^2$ .

Не загромождая изложение сложными выкладками, отметим, что в нулевом порядке излучаемая энергия (26.24) равна нулю. В отсутствие поля электромагнитной волны нет ни излучения, ни поглощения. В следующем, первом, приближении излучаемая энергия оказывается пропорциональной  $\cos \varphi_0$  или  $\sin \varphi_0$ . Но в электронных ускорителях высокой энергии электронный пучок состоит, как уже отмечалось, из электронных сгустков (электронных пакетов) конечной длительности с продольным размером, обычно не меньшим 1 мм, что существенно превышает длину волны света. Следовательно, излучаемая энергия должна быть усреднена по начальной фазе  $\varphi_0$ .

В результате такого усреднения в первом порядке по  $E$  излучаемая энергия обращается в нуль. Только во втором порядке итераций уравнение (26.25) даёт отличную от нуля среднюю скорость изменения фазы, что с помощью (26.24) позволяет определить среднюю энергию, излучаемую электроном за один проход  $\bar{F}$ . Эта величина естественным образом связана со значением коэффициента усиления излучения за

один проход по мощности  $1 + G$ , а именно:

$$G = \frac{4\pi}{E^2} N_e \bar{F}, \quad (26.27)$$

где  $N_e$  — электронная плотность. В результате довольно громоздких выкладок получается выражение

$$G = \frac{4\pi^{3/2} N_e e^4 H^2 L^3}{m_0^3 c^{9/2} \omega_0^{3/2} \Lambda^{1/2}} \frac{d}{du} \frac{\sin^2 u}{u^2}, \quad (26.28)$$

где введены обозначения  $u = 4\pi n(\omega - \omega_0)/\omega_0$ ,  $n = L/\Lambda$  — число периодов ондулятора,  $L$  — его длина.

Фактор  $\frac{d}{du} \frac{\sin^2 u}{u^2}$  определяет дисперсионную зависимость  $G(\omega)$ . Усиление возможно ( $G > 0$ ) при  $u < 0$  или  $\omega < \omega_0$ . Максимальный коэффициент усиления достигается при  $|u| = 1$ . Это условие определяет ширину полосы усиления

$$\Delta\omega = \frac{\omega}{4\pi n}, \quad (26.29)$$

обусловленную конечной длиной ондулятора  $L = n\Lambda$  и являющуюся аналогом обычной однородной ширины линии. Подчеркнём, однако, что формула (26.28) получена для моноэнергетического пучка электронов. В реальных условиях дело обстоит не всегда так, и если разброс электронов по энергиям в пучке  $\Delta W/W$  достаточно велик, то возникает неоднородное уширение, которое может оказаться более существенным, чем однородное.

При выполнении неравенства  $\Delta W/W > 1/4\pi n$  неоднородное уширение превышает однородное и формулу (26.28) необходимо усреднить по функции распределения электронов по энергиям  $f(W)$ . В случае сильного неоднородного уширения фактор  $\sin^2 u/u^2$  можно аппроксимировать дельта-функцией:

$$\frac{\sin^2 u}{u^2} = \pi \delta(\omega).$$

Тогда после усреднения по  $W$  получаем

$$G = \frac{e^4 H^2 N_e L \Lambda^{5/2}}{4\pi^{1/2} m_0 c^{3/2} \omega^{1/2}} \left. \frac{df(W)}{dW} \right|_{W=W_0}. \quad (26.30)$$

Здесь введено обозначение  $W_0 = m_0 c^2 \sqrt{\omega/2qc}$  и принято, что функция распределения  $f(W)$  нормирована условием  $\int f(W) dW = 1$ , в силу чего  $(df/dW)_{\max} \approx 1/(\Delta W)^2$ . Максимальный коэффициент усиления дости-

гается при  $W_0 - \bar{W} < 0$ ,  $|W_0 - \bar{W}| \approx \Delta W$ , где  $\bar{W}$  — средняя энергия электронов в пучке. Отсюда следует, что ширина полосы усиления в этом случае равна

$$\Delta\omega = \frac{\Delta W}{W} \omega. \quad (26.31)$$

Формула (26.30), справедливая при  $\Delta W/W > 1/4\pi n$ , допускает наиболее прямую аналогию с лазерами, основанными на переходах между дискретными уровнями атомов или молекул. В самом деле, условие отрицательности поглощения ( $G > 0$ ) выполняется, если  $(df/dW)|_{W=W_0} > 0$ . Это означает, что усиление осуществляется электронами, соответствующими возрастающему крылу функции распределения, и наоборот, поглощению отвечает ниспадающее крыло распределения электронов по энергии. Другими словами, усиление наблюдается при условии, что число электронов с большей энергией в окрестности  $W_0$  больше числа электронов с меньшей энергией. А это есть не что иное, как условие инверсии населённости уровней применительно к системе с непрерывным спектром. При неоднородном уширении ( $\Delta W/W > 1/4\pi n$ ) условием отрицательного поглощения является обычное условие инверсии населённостей в окрестности энергии  $W_0$ , определяемое частотой  $\omega$  и периодом ондулятора  $\Lambda = 2\pi/q$ .

Формулы (26.28) и (26.30) получены в одночастичном приближении. Вместе с тем, как уже говорилось раньше, в случае больших электронных токов существенную роль могут, вообще говоря, играть коллективные эффекты в плазме пучка. Однако если в сопутствующей релятивистским электронам системе координат произведение инкремента развития плазменных неустойчивостей на время пролёта электронов через ондулятор мало, то неустойчивости не возникают и коллективными эффектами можно пренебречь. Максимальный инкремент развития неустойчивостей в плазме определяется плазменной частотой  $\omega_{\pi} = \sqrt{4\pi e^2 N_e / m_0}$ . Условием одночастичности взаимодействия является выполнение требования  $\omega'_{\pi} t' \ll 1$ , где  $\omega'_{\pi}$  и  $t'$  — соответственно плазменная частота и время взаимодействия в движущейся системе координат. Обратное лоренцево преобразование для времени и продольной координаты приводит к условию

$$\frac{L}{\gamma c} \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_e}{\gamma m_0}} \ll 1,$$

которое для ультрарелятивистских электронов всегда выполняется с большим запасом.

Итак, мы видим, что пучок релятивистских электронов, распространяющихся прямолинейно в магнитном ондуляторе, способен усиливать, а значит, при соответствующей обратной связи генерировать излучение

на длинах волн, определяемых пространственным периодом ондулятора  $\Lambda$  и значением релятивистского фактора  $\gamma$ , т. е. энергией электронов. При этом перестройка длины волны излучения естественно осуществляется изменением энергии электронов. Лазер такого типа может, в принципе, работать от волн субмиллиметрового диапазона до дальнего УФ излучения. При характерной длине ондулятора в несколько метров и пространственном периоде 1–3 см относительная однородная ширина линии усиления составила бы  $10^{-4} - 10^{-3}$ . Обычно относительная неомонэнергетичность электронных пучков превышает эту величину.

Сравнительно легко в ондуляторах с помощью двойных сверхпроводящих спиралей достигается циркулярно поляризованное магнитное поле с индукцией в несколько килогаусс. В этих условиях при электронном токе в пучке в несколько ампер ( $N_e \approx 5 \cdot 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ) для ближней ИК области спектра при энергии электронов 20–30 МэВ получено усиление за один проход в несколько процентов (порядка 10%) и генерация с выходной пиковой мощностью порядка  $10^4$  Вт.

С помощью линейных ускорителей и ондуляторов, выполненных из постоянных самарий-кобальтовых магнитов с полем в зазоре около 0,3–0,5 Тл, получена генерация в средней ИК области. Изменение энергии электронов от 20 до 10 МэВ перестраивает длину волны излучения почти на 2 октавы, от 9 до 35 мкм [см. (26.2) и (26.3)]. При частоте следования импульсов ускоренных электронов 1 Гц средняя мощность генерации составляет 0,5–1 Вт. Пиковому току в 50 А соответствует импульсная мощность порядка 10 МВт.

Временная и соответственно спектральная структура излучения таких лазеров на свободных электронах достаточно сложна. Дело в том, что ускорители электронов, используемые как источники электронных пучков, работают обычно в импульсном режиме. Длительность импульсов электронного пучка составляет, как правило, величину порядка 1 мкс. Однако эти импульсы отнюдь не являются гладкими, а представляют собой регулярную последовательность коротких сгустков (электронных пакетов) существенно меньшей (обычно пикосекундной) длительности. В некоторых ускорителях оказывается возможным реализовать непрерывную последовательность таких сгустков.

Для замыкания цепи обратной связи необходимо, чтобы временной интервал между сгустками в регулярной последовательности их поступления на вход ондулятора был кратен двойному времени пробега излучения через резонатор. Только в этом случае излучение, созданное электронными сгустками и накопленное в резонаторе лазера при многократных отражениях от его зеркал, поступает в виде волновых пакетов на вход ондулятора синхронно с электронными пакетами и усиливается в течение всего времени существования последовательности электронных сгустков. В результате лазерная генерация осуществляется в виде последовательности коротких импульсов, разделённых интервалами

времени, равными или кратными двойному времени прохода излучения между зеркалами резонатора лазера, расстояние между которыми практически равно длине ондулятора.

Заметим, что такой режим работы полностью эквивалентен режиму синхронизации мод в лазерах на красителях (см. лекцию двадцать вторую), накачиваемых последовательностью лазерных импульсов с временным интервалом, кратным времени пробега излучения через резонатор лазера.

Немонохроматичность излучения лазера на свободных электронах определяется, таким образом, длительностью электронных сгустков. Сгустки длительностью 3 пс занимают в пространстве область протяжённостью примерно 1 мм и приводят к ширине спектра излучения  $10\text{ см}^{-1}$ . Увеличение монохроматичности лазеров на свободных электронах требует удлинения электронных сгустков (конечно, при условии сохранения пикового значения электронного тока).

В соответствии со сказанным выше лазеры на свободных электронах, реализованные на базе линейных ускорителей, электронный ток которых состоит из 1000–2000 пачек длительностью 35 пс общей длительностью 100 мкс при максимальной частоте повторения 1 Гц, в области  $1000\text{ см}^{-1}$  дают излучение с пиковой мощностью 10 МВт, усреднённая по последовательности пачек мощность составляет 10 кВт, средняя за большое время мощность генерации достигает 1 Вт.

КПД преобразования энергии электронного пучка в оптическую энергию составляет 1%.

Спектральные свойства излучения соответствуют изложенному выше. При малом превышении над порогом самовозбуждения ширина спектра излучения в несколько раз превышает ограниченное фурье-значение для оптического импульса длительностью в 30 пс, что даёт относительную ширину в 0,3% на волне 10,6 мкм. При высоком уровне мощности относительное уширение заметно возрастает, достигая 4% на волне 10,6 мкм.

Вместе с тем нельзя не отметить высокое оптическое качество излучения лазеров на свободных электронах, что обусловлено малостью числа Френеля их длинных и тонких резонаторов [см. (7.11) и (7.12)] и однородностью их активной среды. Пучок света, генерируемого лазером, параметры которого были представлены выше, фокусируется в пятно, только на 5% превышающее по площади пятно, определяемое дифракционным пределом.

В заключение этой лекции отметим, что более простые ускорительные системы, такие как микротроны и генераторы Ван де Графа нашли применение для создания лазеров на свободных электронах в дальней ИК области спектра на волнах 100–400 мкм.

## ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ ДВАДЦАТЬ ШЕСТОЙ

**26.1.** Почему для лазеров на свободных электронах нужны ускорители?

**26.2.** Каким образом можно перестраивать частоту в лазере на свободных электронах?

**26.3.** Как зависит усиление от плотности тока?

**26.4.** Что нужно делать для продвижения в сторону более коротких длин волн при разработке лазера на свободных электронах?

**26.5.** Какой пучок электронов лучше — узкий или широкий? Какое должно быть наложено ограничение?

**26.6.** Чем с потребительской точки зрения излучение лазера на свободных электронах отличается от синхротронного излучения?

### Лекция двадцать седьмая. СЕМНАДЦАТЬ НАИБОЛЕЕ ИЗВЕСТНЫХ ЛАЗЕРОВ

*Краткие описания. Характерные особенности. Методы создания инверсии*

В предыдущих лекциях были рассмотрены наиболее интересные из существующих сейчас лазеров. Для удобства справок приведём теперь краткие описания их характерных особенностей.

*Гелий-неоновый лазер* (лекция 13). Генерация осуществляется в непрерывном режиме на переходах  $3s \rightarrow 2p$  ( $\lambda = 0,63$  мкм),  $2s \rightarrow 2p$  ( $\lambda = 1,15$  мкм) и  $3s \rightarrow 3p$  ( $\lambda = 3,39$  мкм) нейтральных атомов неона. Возбуждение верхних лазерных уровней неона происходит при квазирезонансной передаче энергии возбуждения от гелия к неону в процессе неупругих столкновений, идущих с малым дефицитом энергии.

Метастабильное состояние гелия, столкновительно передающее свою энергию неону, возбуждается электронами в плазме тлеющего газового разряда. Столкновительная передача энергии эффективно возбуждает заселяемый уровень, если скорость процесса передачи заметно превышает скорость распада уровня:

$$N\sigma v \gg 1/\tau, \quad (13.7)$$

что хорошо выполняется в смеси неона с гелием при отношениях их парциальных давлений в интервале  $1:5 - 1:15$ . Для существования инверсии в непрерывном режиме необходимо, чтобы нижний лазерный уровень быстро опустошался, т. е. чтобы эффективное время жизни верхнего уровня превышало время жизни нижнего уровня:

$$\tau_2 > \tau_1. \quad (14.8)$$

В гелий-неоновом лазере нижние уровни опустошаются при столкновениях со стенками газоразрядной трубки.

Для гелий-неонового лазера характерна конкуренция линий генерации на 0,63 и 3,39 мкм, которым соответствует общий стартовый уровень  $3s$ .

*Аргоновый лазер* (лекция 14). Рабочим веществом являются ионы  $\text{Ar}^+$ . Генерация осуществляется в непрерывном режиме на переходах между высокорасположенными уровнями конфигураций  $3p^4 4p \rightarrow 3p^4 4s$  иона аргона. Наиболее интенсивно излучение на волнах 514,5 и 488,0 нм. Инверсия создаётся в сильноточном капиллярном разряде низкого давления при каскадном процессе ионизации атома и последующего возбуждения иона в столкновениях с электронами разряда. Нижний лазерный уровень опустошается радиационно.

Для аргонного лазера характерны малый КПД и высокая выходная мощность, поэтому элементы его конструкции (электроды, стенки разрядного капилляра) работают в чрезвычайно напряжённом режиме.

*Кадмиевый лазер* (лекция 14). Генерация осуществляется в непрерывном режиме на волнах 441,6 и 325,0 нм на переходах между состояниями  $^3D_{3/2, 5/2}$  и  $^2P_{3/2, 1/2}$  иона  $\text{Cd}^+$ . Инверсия создаётся электрическим разрядом в смеси гелия с парами кадмия при столкновительной передаче энергии возбуждения от метастабильного состояния атома гелия к атому кадмия, приводящей к ионизации кадмия и возбуждению иона (пеннинговская ионизация). Энергию в метастабильное состояние гелия поставляют электроны разряда.

Гелий-кадмиевый лазер подобен гелий-неоновому по механизму возбуждения верхних лазерных уровней и аргоновому — по механизму опустошения нижних уровней.

*Медный лазер* (лекция 14). Рабочим веществом являются пары нейтральных атомов меди. Генерация осуществляется на волнах 578,2 нм и главным образом 510,5 нм при переходах между уровнями конфигураций  $3d^{10} 4p$  и  $3d^9 4s^2$  атома меди, причём верхние лазерные уровни  $^2P_{1/2, 3/2}$  являются резонансными, а нижние  $^2D_{3/2, 5/2}$  — метастабильными. Следовательно, для рабочего вещества медного лазера неравенство (14.8) имеет обратный смысл. В результате инверсия в нём может существовать только в течение времени, малого по сравнению с временем жизни нижнего лазерного уровня. Это означает, что медный лазер относится к числу лазеров на самоограниченных переходах. Инверсия в нём создаётся газовым разрядом в смеси паров меди и буферного газа.

Электроны разряда преимущественно заселяют резонансный уровень и слабо возбуждают метастабильный уровень, заселение которого при радиационных переходах с верхнего уровня приводит к исчезновению инверсии. Генерация носит существенно импульсный характер. При скоростном импульсном разряде осуществляется режим включения усиления, в котором длительность импульса излучения может быть много короче времени жизни верхнего уровня. Частота следования им-

пульсов генерации не может превышать величину, обратную времени жизни нижнего уровня.

Лазеры на самоограниченных переходах характеризуются высоким значением предельного КПД перехода

$$\eta_{\text{пр}} = \frac{g_{\text{н}}}{g_{\text{н}} + g_{\text{в}}} \frac{h\nu}{E_{\text{в}}}, \quad (14.21)$$

что обусловлено относительно низким положением метастабильного (нижнего лазерного) уровня на шкале энергии. У медного лазера  $\eta_{\text{пр}} \approx 0,38$ .

*СО<sub>2</sub>-лазер* (лекции 15 и 16). Генерация осуществляется в импульсном и непрерывном режимах на колебательно-вращательных переходах в системе нижних колебательных уровней основного электронного состояния молекулы СО<sub>2</sub>. Верхним лазерным уровнем является первое возбуждённое состояние несимметричного валентного колебания 00<sup>0</sup>1, нижними лазерными уровнями служат либо первое возбуждённое состояние симметричного валентного колебания 10<sup>0</sup>0 ( $\lambda = 10,6$  мкм), либо второе возбуждённое состояние деформационного колебания 02<sup>0</sup>0 ( $\lambda = 9,6$  мкм). Инверсия создаётся главным образом в электрическом разряде при столкновительной передаче энергии от молекул N<sub>2</sub>, возбуждаемых электронами разряда, а также при прямом возбуждении колебания 00<sup>0</sup>1 молекулы СО<sub>2</sub> при столкновениях с электронами.

Опустошение нижних лазерных уровней происходит столкновительно в силу высокого сечения дезактивации деформационного колебания при столкновениях с буферным газом, в качестве которого наиболее часто используется гелий. При этом существенным является наличие резонанса Ферми уровней 10<sup>0</sup>0 и 02<sup>0</sup>0, связывающего симметричное валентное и деформационное колебания молекулы СО<sub>2</sub>. В наиболее распространённой рабочей смеси СО<sub>2</sub>-лазера (СО<sub>2</sub> : N<sub>2</sub> : He) углекислый газ излучает, азот накапливает энергию, гелий опустошает нижние лазерные уровни. Кроме того, гелий облегчает электрический разряд и охлаждает газовую смесь. Возможны также газодинамическое возбуждение и передача энергии от молекул, возбуждаемых химически.

В электроразрядных СО<sub>2</sub>-лазерах при низком (несколько десятков торр) давлении используется продольный разряд в относительно длинных газоразрядных трубках; при высоком давлении, порядка 1 атм и выше, нашёл применение поперечный разряд. При высоком давлении возможны как самостоятельный, так и несамостоятельный разряды, причём последний предпочтительнее. Разряд инициируется и поддерживается путём ионизации газа в разрядном промежутке УФ излучением, пучками быстрых электронов и т. п.

Перестройка длины волны излучения СО<sub>2</sub>-лазера в интервале частот от 900 до 1100 см<sup>-1</sup> осуществляется дискретно с шагом 1–2 см<sup>-1</sup>

по линиям колебательно-вращательных переходов в  $P$ - и  $R$ -ветвях колебательных полос  $00^0_1 \rightarrow 10^0_0$  и  $00^0_1 \rightarrow 02^0_0$  при давлениях, меньших нескольких атмосфер, и плавно при давлениях, превышающих 5–6 атм. В силу эффекта вращательной конкуренции практически вся энергия, запасённая в неравновесном распределении частиц по уровням, может быть излучена на одной частоте.

Для  $\text{CO}_2$ -лазеров характерны большой КПД, высокие мощность и энергия непрерывного и импульсного режимов работы.

*Газодинамический лазер* (лекция 16). Источником энергии излучения служит тепловая энергия равновесно нагретого молекулярного газа. Инверсия образуется при резком охлаждении газа за счёт процессов колебательной релаксации, идущих с различной скоростью для различных колебательных мод многоатомной молекулы или для различных составляющих газовой смеси. Скорость охлаждения должна быть достаточно велика для того, чтобы релаксационные процессы не успели опустошить верхний лазерный уровень, оставив его населённость соответствующей высокой исходной температуре газа. В случае  $\text{CO}_2$ -лазеров это относится к релаксации энергии, накопленной на уровне  $00^0_1$  молекулы  $\text{CO}_2$  и в колебательно-возбуждённом азоте. Вместе с тем при охлаждении должны пройти релаксационные процессы, опустошающие нижний лазерный уровень. В случае  $\text{CO}_2$ -лазера речь идёт о колебательной релаксации деформационного колебания молекулы  $\text{CO}_2$ . Требуемое быстрое охлаждение больших массовых потоков газа осуществляется газодинамически при сверхзвуковом истечении сжатого и нагретого газа в вакуум.

Для нагрева и образования  $\text{CO}_2$  может быть использовано сжигание органических топлив. Тогда вместо дорогостоящего гелия в качестве буферного газа, столкновения с атомами (молекулами) которого опустошают уровни деформационной моды  $\text{CO}_2$ , целесообразно использовать пары воды, получающейся при сгорании.

Газодинамические лазеры работают как в импульсном (взрыв, ударные трубы), так и в непрерывном (горение, электронагрев) режимах.

Газодинамические лазеры, по существу, являются тепловыми машинами, непосредственно преобразующими тепловую энергию в энергию когерентного электромагнитного излучения.

*Химический лазер* (лекция 17). Инверсия создаётся при неравновесном распределении энергии между внутренними степенями свободы продуктов экзотермических химических реакций за счёт энергии, выделившейся в процессе реакции, как правило, на переходах между колебательными уровнями молекул в газовой фазе.

Генерация реализована на колебательно-вращательных переходах двухатомных молекул галогеноводородных соединений, получаемых

главным образом в ходе реакций замещения типа



Для снижения доли энергии, идущей на инициирование такого химического процесса, используются цепные самоподдерживающиеся реакции. Чем больше длина цепи реакции, тем в большей мере энергия излучения определяется запасом энергии, накопленной в исходных реагентах, и тем меньшую роль играет энергия иницирующего воздействия, играющего роль спускового крючка.

Возможны как импульсный, так и непрерывный режим работы. В импульсном режиме УФ фотодиссоциация или электроннопучковый радиоллиз иницируют ценную реакцию, протекающую достаточно быстро, с тем чтобы релаксационные процессы не успевали сбросить инверсию. Непрерывный режим возможен при сливании газов и удалении продуктов реакции прокачкой газовой смеси. При сливании взаимно нестабильных реагентов и быстром удалении продуктов реакции возможен чисто химический лазер без инициирования.

Для химических лазеров характерны следующие длины волн: HF — 2,7 мкм; HCl — 3,7 мкм; HBr — 4,2 мкм; DF — 4,3 мкм. Кроме того, широко применяется резонансная передача энергии возбуждения  $DF^* \rightarrow CO_2$  для создания химического  $CO_2$ -лазера. Достоинством химических лазеров является возможность получения инверсии в больших объёмах и при больших массовых расходах активного вещества, а также, в принципе, отсутствие необходимости заметных затрат энергии на создание инверсии в момент и на месте ее получения.

Характерной чертой этих лазеров является такой химический механизм создания инверсии, при котором энергия излучения превышает энергию инициирования химической реакции.

*Фотодиссоциационный лазер* (лекция 17). Инверсия достигается на переходах между электронными уровнями энергии атомов, являющихся продуктами импульсной фотодиссоциации устойчивых молекул. Примером служит иодный лазер, возбуждённые атомы иода в котором получают путём импульсного фотолиза, например по схеме



Излучение происходит на переходе  $^2P_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ , оба состояния принадлежат одной и той же электронной конфигурации иода  $5p^5$ . Длина волны излучения составляет 1,315 мкм. УФ излучение монохроматического источника диссоциирующего света поглощается в широкой молекулярной полосе, возбуждённые атомы — продукты диссоциации, излучают в узкой линии, характерной для атомных спектров. Фотодиссоциации могут быть подвергнуты большие объёмы исходного молеку-

лярного газа. Поэтому фотодиссоциационные лазеры перспективны для получения высокой импульсной энергии.

Характерной чертой фотодиссоциационных лазеров, сближающей их с химическими лазерами, является одновременность создания рабочего вещества и активной среды лазера.

*СО-лазер* (лекция 18). Генерация осуществляется на колебательно-вращательных переходах в основном электронном состоянии молекулы СО. Длины волн излучения заключены в интервале 5–6,5 мкм. Колебательное возбуждение происходит путём непосредственного заселения высших колебательных уровней молекулы СО при столкновениях с электронами газового разряда, при переходе энергии от колебательно-возбуждённых молекул азота и т. п. В этом смысле СО-лазер подобен СО<sub>2</sub>-лазеру.

В силу специфики релаксации колебательной энергии одномодового существенно ангармонического осциллятора, каким является молекула СО, полная колебательная инверсия отсутствует. В распределении населённостей по колебательным уровням наблюдается плато. При наличии плато, т. е. при равенстве колебательных населённостей по крайней мере для двух уровней, реализуется частичная вращательная инверсия. Генерация, носящая каскадный характер (см. рис. 18.3), наблюдается только в *P*-ветви. Величина плато, определяющая спектр генерируемых частот, зависит от соотношения скоростей колебательной релаксации различных колебательных уровней и определяется температурой и составом газовой смеси. При  $T \approx 100$  К плато может простирается от  $V = 5$  до  $V = 35$ . Различия в частотах излучения на переходах с различными  $V$  и  $J$  задаются величиной колебательного ангармонизма и значением вращательной постоянной молекулы СО. Каскадный характер генерации не позволяет, в отличие от СО<sub>2</sub>-лазера, преобразовать всю накопленную энергию в излучение на одной частоте.

Суммарный по всем линиям генерации КПД СО-лазера может достигать весьма больших значений. Возможна работа в импульсном и непрерывном режимах. Применение в качестве буферного газа ксенона позволяет перейти к комнатной температуре и отпаянным системам. Характерной особенностью СО-лазера является отсутствие колебательной инверсии и каскадный характер генерации в *P*-ветви колебательно-вращательных переходов.

*Азотный и водородный лазеры* (лекция 18). Азотный лазер работает в УФ диапазоне. Наибольшее значение имеет длина волны 337,1 нм. Инверсия создаётся в импульсном электрическом разряде на переходах между относительно высоко расположенными возбуждёнными электронными термами молекулы N<sub>2</sub>. Электроны разряда в соответствии с принципом Франка–Кондона при вертикальных переходах на диаграмме энергия–межъядерное расстояние столкновительно заселяют расположенный выше по шкале энергий, но относительно

неразрыхлённый терм, содержащий верхние лазерные уровни. При этом более рыхлый и потому расположенный на упомянутой диаграмме правее терм меньшей энергии, содержащей нижние лазерные уровни, не заселяется. Излучение, также в соответствии с принципом Франка – Кондона, осуществляется при радиационных вертикальных переходах из правых поворотных точек верхнего терма на нижний терм. Аналогичен механизм создания инверсии и водородного лазера, работающего в диапазоне вакуумного УФ (длина волны 116–126 нм).

Нижние лазерные уровни молекул  $N_2$  и  $H_2$  обладают большим временем жизни, чем верхние. Поэтому азотный и водородный лазеры относятся к лазерам на самоограниченных переходах. Время существования инверсии в них мало (3–10 нс для  $N_2$ -лазера и меньше 1 нс для  $H_2$ -лазера). Поэтому инверсия создаётся бегущей волной возбуждения, распространяющейся синхронно с импульсом светового излучения вдоль оси лазера. В силу малости времени существования инверсии азотный и ему подобные лазеры являются суперлюминесцентными лазерами.

Характерным для азотного и водородного лазеров является разнесение каналов возбуждения и излучения в соответствии с принципом Франка – Кондона для переходов между электронными термами молекул.

*Эксимерные лазеры* (лекция 18). Генерация осуществляется на переходах со связывающих электронных термов (верхнее состояние) на разлётный электронный терм (нижнее состояние) так называемых эксимерных молекул, т. е. молекул, существующих устойчиво только в возбуждённом электронном состоянии. Основному электронному состоянию таких молекул соответствует разлётный терм. Примерами эксимерных молекул являются димеры атомов благородных газов, галогениды этих атомов и т. п. Наличие эксимерных молекул эквивалентно наличию инверсии. Поэтому инверсия достигается путём создания эксимерных молекул. Последнее осуществляется под действием пучка быстрых электронов или в условиях газового разряда. Опустошение нижнего лазерного уровня происходит автоматически при распаде молекул, возвратившихся в основное состояние, т. е. попавших на разлётный терм в результате радиационных переходов.

Димеры благородных газов образуются при возбуждении и ионизации атомов пучком быстрых электронов в процессе трёхчастичных соударений с невозбуждёнными атомами, что приводит к требованию высоких давлений, превышающих 10 атм. Моногалогениды благородных газов образуются в ходе гарпунных реакций между возбуждённым атомом благородного газа и галогеном, реализующихся в бинарных столкновительных процессах, т. е. идущих при сравнительно меньших давлениях. Это даёт возможность газоразрядного возбуждения таких лазеров.

Диапазон длин волн генерации эксимерных лазеров простирается от видимого света до вакуумного УФ. Наибольшее значение в применениях нашли XeF-, XeCl-, KrF- и KrCl-лазеры, работающие на длинах волн 352, 308, 249 и 222 нм соответственно.

Характерной чертой эксимерных лазеров является автоматически реализующаяся полная незаселённость нижнего уровня.

*Рубиновый лазер* (лекции 19 и 20). Генерация осуществляется главным образом в импульсном режиме на переходах между метастабильным возбуждённым и основным состояниями ионов  $\text{Cr}^{3+}$  (основной терм  $^4F_{3/2}$ ), изоморфно введённых в  $\alpha$ -корунд  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , на волне около 0,69 мкм ( $R$ -линии люминесценции рубина). Инверсия достигается по трёхуровневой схеме оптической накачки (см. рис. 19.2). Излучение немонохроматического источника типа газоразрядной лампы-вспышки эффективно поглощается на переходах из основного состояния хрома  $^4A_2$  в широкие полосы  $^4F_2$  и  $^4F_1$  (длины волн излучения накачки лежат в окрестностях 410 и 550 нм).

На резонансных уровнях  $^4F_2$  и  $^4F_1$  энергия возбуждения не накапливается и с большой скоростью безызлучательно переходит на метастабильное состояние (дублет  $^2E$ ), населённость которого возрастает в силу малости скорости его распада. По мере накопления частиц на метастабильных уровнях по отношению к основному состоянию достигается стационарная инверсия

$$n_3 - n_1 = N \frac{W - w_{31}}{W + w_{31}}, \quad (19.7)$$

которая создаётся и удерживается, если верхний уровень перехода накачки заселяется быстрее, чем безызлучательно опустошается верхний уровень лазерного перехода ( $W > w_{31}$ ).

Для получения инверсии необходима предварительная затрата энергии, что в трёхуровневой схеме накачки рубина обусловлено необходимостью переводить из основного состояния на метастабильные уровни по крайней мере половину всех частиц.

Рубиновые лазеры обладают высокими энергетическими параметрами. В полосах накачки поглощение составляет  $2-3 \text{ см}^{-1}$ . Пороговое значение объёмной плотности энергии накачки в зелёной полосе равно примерно  $3 \text{ Дж/см}^3$ . При сильном превышении порога в импульсах свободной генерации длительностью около 1 мс объёмная плотность энергии излучения составляет  $0,2-0,25 \text{ Дж/см}^3$ . Коэффициент линейного усиления в рубиновых стержнях достигает  $0,2-0,25 \text{ см}^{-1}$ . Возможны импульсно-периодический и (для высококачественных кристаллов) непрерывный режимы работы. Реализованы рубиновые лазеры с модуляцией добротности и синхронизацией мод.

Характерной чертой рубиновых лазеров является трёхуровневая схема оптической накачки.

*Неодимовый лазер* (лекции 19 и 20). Генерация осуществляется в импульсном и непрерывном режимах на переходах между метастабильными возбуждёнными состояниями ионов  $\text{Nd}^{3+}$  (основной терм  $^4I_{9/2}$ ), изоморфно введённых в кристаллы или стекло. Инверсия достигается по четырёхуровневой схеме оптической накачки (см. рис. 19.4). Немонохроматическое излучение накачки эффективно поглощается на переходах из основного состояния в совокупность нескольких относительно узких полос, из которых происходит быстрая передача энергии возбуждения на метастабильный уровень  $^4F_{3/2}$ . Этот уровень служит стартовым уровнем лазерных переходов.

Наибольшей вероятностью обладает переход  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{11/2}$ . Длина волны излучения составляет 1,06 мкм. Энергетическая щель между состояниями  $^4I_{11/2}$  и  $^4I_{9/2}$  (см. рис. 20.3) обеспечивает четырёхуровневый характер цикла оптической накачки в неодимовом лазере. При высокой скорости безызлучательной передачи энергии из полос накачки на верхний лазерный уровень достигается стационарная инверсия

$$n_3 - n_4 = NW \frac{w_{41} - w_{34}}{w_{23}w_{34}}, \quad (19.20)$$

что принципиально отличается от случая рубинового лазера.

Условием положительной инверсии является требование  $w_{41} > w_{34}$ , выполнение которого означает, что нижний лазерный уровень опустошается за счёт безызлучательных переходов в основное состояние быстрее, чем заселяется переходами с верхнего лазерного уровня. Порог возникновения инверсии по накачке мал и практически отсутствует при выполнении условия применимости четырёхуровневого рассмотрения цикла оптической накачки, т. е. когда нижний уровень лазерного перехода расположен выше основного состояния на  $\Delta E \gg kT$ .

Для неодимовых лазерных стёкол характерны высокая концентрация активных центров, сильное неоднородное уширение линии усиления, возможность получения активной среды в больших объёмах. Для лазеров на стекле типичен режим работы в одиночных импульсах высокой энергии. Кристаллы, главным образом иттрий-алюминиевого граната, активируются неодимом до меньших концентраций, линия усиления в них уширена значительно меньше, размеры активной среды существенно ограничены технологическими трудностями выращивания однородных кристаллов больших размеров. Лазеры на гранате с неодимом легко работают в непрерывном и импульсно-периодическом режимах.

Характерной чертой неодимовых лазеров является четырёхуровневая схема оптической накачки и высокие энергетические параметры.

*Лазеры на красителях* (лекция 22). Генерация осуществляется в импульсном и непрерывном режимах на переходах между уровнями возбуждённого и основного синглетных состояний сложных молекул органических красителей. Обычно используются жидкие растворы красителей при высокой степени разбавления. Инверсия достигается по четырёхуровневой схеме оптической накачки (см. рис. 22.2 и 22.3). Излучение накачки в процессе синглет-синглетного поглощения заселяет колебательно-вращательные состояния возбуждаемого синглетного терма. При этом в соответствии с принципом Франка – Кондона в случае сдвинутых равновесных конфигураций возбуждаются высшие колебательные уровни.

Внутри возбуждаемого синглетного терма происходит быстрая безызлучательная релаксация и энергия возбуждения переходит на нижние колебательные уровни этого терма. С нижних уровней возбуждённого терма молекула опять-таки в соответствии с принципом Франка – Кондона совершает радиационный переход на верхние колебательные уровни основного синглетного терма. Энергия излучённого фотона меньше энергии поглощённого фотона накачки (стоксов сдвиг). Избыточная энергия нижних лазерных уровней релаксирует в процессе внутритермовой термализации. Принцип Франка – Кондона и быстрая (0,1–1 пс) внутритермовая релаксация обеспечивают четырёхуровневый характер цикла оптической накачки в лазерах на красителях.

Непрерывный спектр электронных термов является результатом наложения многих близлежащих колебательных состояний тяжёлой многоатомной молекулы органического красителя и соответствует неоднородному уширению спектральных линий переходов между термами. При настройке резонатора на какую-то определённую частоту в пределах линии усиления в силу положительной обратной связи происходит излучательное опустошение возбуждённого терма именно на этой частоте. При перестройке резонатора перестраивается частота излучения. Высокая скорость внутритермовой релаксации приводит к тому, что в одночастотное излучение перекачивается вся энергия, накопленная возбуждённым термом (за вычетом стоксовых потерь).

Лазеры на красителях работают в интервале длин волн от ближнего ИК до ближнего УФ излучений. Плавная перестройка длины волны излучения достигается в диапазонах шириной в несколько десятков нанометров при монохроматичности до нескольких мегагерц.

Характерной чертой лазеров на красителях является плавная перестройка длины волны излучения в сочетании с возможностью непрерывного и импульсного вплоть до субпикосекундного диапазона длительности режимов работы.

*Лазеры на F-центрах* (лекция 23). Схема уровней и метод получения инверсии подобны таковым в лазерах на растворах органических красителей. Рабочим веществом служат точечные дефекты структуры,

являющиеся центрами окрашивания. Их спектр люминесценции расположен в области ближнего ИК излучения, где получена генерация в импульсном и непрерывном режимах, перестраиваемая плавно с диапазоном частот перестройки шириной примерно  $1000 \text{ см}^{-1}$ . Ширина линий усиления обусловлена интенсивным взаимодействием электронов, локализованных на дефектах, с ионами ближайшего окружения решётки кристалла, создающим колебательные уровни энергии в электронных термах. Разнообразие точечных дефектов типа анионная вакансия – локализованный электрон и их агрегаций, являющихся центрами окрашивания в различных прозрачных кристаллах, велико. В лазерах эффективно используются, например,  $F_2^+$ -центры ( $0,8 - 1,1 \text{ мкм}$ ) и  $F_2^-$ -центры ( $1,1 - 1,3 \text{ мкм}$ ) в кристаллах LiF.

Характерной чертой лазера на  $F$ -центрах является использование в качестве примесных центров, погружённых в кристаллическую матрицу, собственных точечных дефектов матрицы, спектр которых позволяет осуществлять четырёхуровневый цикл оптической накачки в широких линиях люминесценции ближнего ИК диапазона.

*Полупроводниковые лазеры* (лекции 24 и 25). Генерация осуществляется в импульсном и непрерывном режимах на межзонных рекомбинационных переходах прямозонных полупроводников. Инверсия достигается путём создания неравновесных носителей в зоне проводимости и в валентной зоне. Для получения инверсии необходимо, чтобы квазиуровни Ферми носителей находились внутри соответствующих разрешённых зон, т. е. чтобы выполнялось условие

$$F_n - F_p > E_g. \quad (24.13)$$

В инжекционных полупроводниковых лазерах неравновесные электронно-дырочные пары создаются постоянным током, осуществляющим инжекцию носителей в область  $p$ – $n$ -перехода полупроводникового диода. Достижение инверсии существенно облегчается при применении в лазерных диодах сильно легированных полупроводников, электронный и дырочный газы в  $n$ - и  $p$ -областях которых глубоко вырождены. При этом большая плотность состояний в зонах приводит к высоким значениям коэффициента усиления. Ширина спектральной области, в которой возможно усиление, задаётся условием для частоты усиливаемых фотонов

$$E_g < \hbar\omega < F_n - F_p. \quad (24.14)$$

Инжекционные лазеры реализованы во многих однодолинных прямозонных полупроводниках. Одним из лучших является лазер на арсениде галлия ( $\lambda = 0,84 \text{ мкм}$ ). Изготовление  $p$ – $n$ -переходов лазерных диодов в виде так называемых гетероструктур снижает пороговый ток инжекции и позволяет осуществлять непрерывный режим генерации при комнатной температуре. Размеры активной области диодных лазе-

ров не превышают нескольких микрон, поэтому излучаемая одним лазером мощность невелика и в непрерывном режиме не превосходит нескольких ватт.

Диапазон длин волн определяется шириной запрещённой зоны используемого полупроводника. Кристаллы переменного состава позволяют перекрывать широкий диапазон. В зависимости от состава система  $\text{AlGaAs}$  даёт излучение в области 0,63–0,90 мкм, система  $\text{AlGaSb}$  — в области 1,2–1,80 мкм, система  $\text{GaInAs}$  — в области 0,9–3,4 мкм. Твёрдые растворы  $\text{PbSnTe}$  и  $\text{PbHgTe}$  позволяют создавать лазеры до длин волн 30–40 мкм.

Плавная перестройка длины волны излучения диодного лазера возможна изменением температуры кристалла, всесторонним сжатием кристалла, магнитным полем.

Характерным для инжекционных лазеров является получение инверсии путём создания неравновесных носителей в  $p$ - и  $n$ -областях полупроводникового диода накачкой постоянным током. Из этого следует компактность, большой КПД, малая инерционность, широкий диапазон и возможность плавной перестройки длины волны излучения полупроводниковых лазеров.

*Лазеры на свободных электронах* (лекция 26). Излучение наблюдается при прохождении релятивистского электронного пучка через пространственно-периодическое внешнее поле. Наиболее часто используется распространение релятивистских электронов вдоль оси так называемого ондулятора, т. е. вдоль оси магнита, поле которого постоянно во времени и периодически-переменно в пространстве. Вынужденное ондуляторное излучение возникает, когда вдоль оси ондулятора параллельно электронному пучку распространяется внешняя электромагнитная волна частоты, несколько меньшей резонансной частоты взаимодействия  $\omega_0$  [см. формулу (26.7)].

Усиление излучения происходит в области локализации электронного пакета при его прохождении через ондулятор. Зеркала резонатора, в который помещён ондулятор, удерживают пуч усиленного излучения внутри лазера до прихода в ондулятор следующего электронного пакета, после чего усиление повторяется. Многократное повторение этого процесса приводит к импульсной генерации. Длина волны излучения определяется периодом ондулятора  $\Lambda$  и релятивистским фактором  $\gamma$ :

$$\lambda = \Lambda / 2\gamma^2. \quad (26.2)$$

В реальных конструкциях энергии электронов 25–50 МэВ соответствуют излучению в средней части ИК диапазона.

Характерным для лазеров на свободных электронах является использование в них в качестве активной среды системы частиц, не являющейся принципиально квантовой, а допускающей классическое

рассмотрение. Следствием этого является, в частности, непрерывность спектра возможных частот генерации, а значит, и лёгкость перестройки длины волны излучения, определяемой для этих лазеров значением энергии электронов в релятивистском пучке.

\* \* \*

Основное содержание наших лекций было посвящено изложению физических основ квантовой электроники и рассказу о способах использования эффекта индуцированного испускания в системах с дискретными уровнями энергии для усиления и генерации электромагнитных волн. Как уже говорилось, квантовая электроника почти исключительно является электроникой связанных состояний, электроникой, в которой монохроматические излучения генерируются преимущественно на фиксированных частотах.

Возможность перестройки частоты лазерного излучения, соответствующего переходам между связанными состояниями, возникает по мере увеличения подверженности состояния внешним воздействиям, уширяющим линию перехода. Примерами могут служить молекулярные лазеры высокого давления, лазеры на красителях или центрах окраски и т. п. Когда же степень связанности электрона резко падает и вместо уширенных внешним воздействием дискретных уровней энергии возникают широкие энергетические зоны разрешённых состояний, перестройка длины волны излучения существенно облегчается, как это видно на примере диодных полупроводниковых лазеров. Следующий шаг — это переход к свободным электронам, обладающим непрерывным спектром и потому позволяющим производить простую перестройку длины волны излучения путём изменения энергии ускоренных электронов.

### *Заключение.* **ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ**

*Новые длины волн лазерного излучения. ИК диапазон. Видимая область. Методы нелинейной оптики, генерация гармоник, разностных частот. ВКР-лазеры. Дальняя УФ область, рентгеновская область. Гамма-лазеры. Области применения лазеров*

Одна из основных задач квантовой электроники заключается в расширении диапазона длин волн излучения лазеров, прежде всего для ещё не освоенных лазерными методами областей спектра. В заключение наших лекций остановимся кратко на имеющихся в настоящее время перспективах решения этой задачи.

Наиболее общим методом освоения квантовой электроникой всего оптического диапазона — от далекого ИК до далекого УФ излучения — является разработка соответствующих лазеров на свободных электронах (см. лекцию двадцать шесть).

Хотя эти лазеры находятся ещё на стадии теоретических и предварительных экспериментальных исследований, к настоящему времени ясно просматривается возможность их реализуемости. Очевидной является стремительная тенденция освоения лазерами на свободных электронах УФ, даже далёкого УФ диапазона. Вместе с тем в ИК области предстоит много работы по улучшению энергетических характеристик лазеров, их КПД и усиления, монохроматичности их излучения. Следует ожидать также разработки ускорителей специально для лазеров, так как этап выяснения принципиальной возможности создания лазеров на свободных электронах успешно пройден с помощью имевшихся к тому времени далеко не оптимальных ускорительных устройств.

Тем не менее следует отчётливо понимать, что лазеры на свободных электронах сложны технически и отличаются от сложившегося в квантовой электронике представления о лазерах. Поэтому большое значение имеют разработки новых лазеров, основанные на традиционных методах квантовой электроники.

В ИК, в том числе в далёкой ИК (субмиллиметровой), области спектра перспективным оказался метод оптической накачки молекулярных газов. Из-за узости линий поглощения, в отличие от твёрдых тел, накачка в газах должна быть резонансной, т. е. лазерной. Ввиду богатства колебательно-вращательных спектров молекул получение инверсии возможно во многих схемах оптической накачки их колебательных

уровней. В принципе, инверсия достижима на переходах между возбуждёнными уровнями, принадлежащими разным колебательным модам молекулы (т. е. на составных колебаниях при накачке одного из них); между возбуждёнными уровнями одной и той же колебательной моды при накачке на оберitone этой моды; между вращательными уровнями основного и (или) возбуждённого колебательного состояния при накачке на основном колебательно-вращательном переходе. В последнем случае генерация наблюдается, как правило, в субмиллиметровом диапазоне.

Наиболее перспективными оказались методы получения инверсии между возбуждёнными колебательными уровнями при накачке составного колебания ( $\text{CF}_4$ -лазер,  $\nu \approx 600 \text{ см}^{-1}$ ) и между возбуждёнными колебательными уровнями той же полосы, в которой происходит накачка, с дефектом вращательных квантов ( $\text{NH}_3$ -лазер,  $\nu \approx 800 \text{ см}^{-1}$ ).

Субмиллиметровые вращательно-вращательные лазеры, а также  $\text{NH}_3$ - и  $\text{CF}_4$ - и им подобные колебательно-колебательные лазеры работают при накачке излучением  $\text{CO}_2$ -лазеров (см. лекции пятнадцатую и шестнадцатую). Интерес к накачке молекулярных газов излучением  $\text{CO}_2$ -лазеров обусловлен возможностью значительно расширить освоенный квантовой электроникой диапазон длин волн в область 10–1000 мкм и получить в этой области источники излучения перестраиваемой частоты. При этом существенной является возможность эффективного переноса в более длинноволновую часть спектра уникального набора свойств  $\text{CO}_2$ -лазеров.

В видимой и близких к ней областях спектра перспективными методами получения новых линий генерации является создание новых, более сложных эксимерных молекул, таких как эксиплексы (возбуждённые комплексы)  $\text{ArF}_2^*$ ,  $\text{XeCl}_2^*$ ,  $\text{XeBr}_2^*$ , а также эксимеров — окислов благородных газов. Перспективна фотодиссоциация паров сложных молекул, приводящая к появлению возбуждённых димеров (например, диссоциация дигалогенидов кадмия, цинка и ртути, дающая димеры  $\text{CdI}^*$ ,  $\text{ZnI}^*$ ,  $\text{HgI}^*$ ,  $\text{HgBr}^*$ ,  $\text{HgCl}^*$ ), или диссоциация сложных галогенсодержащих соединений, дающая возбуждённые интергалогены типа  $\text{IF}^*$ . Интересно использование рекомбинационного свечения молекул  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{Cl}_2$  и т. п. По-видимому, газовые лазеры упомянутых сейчас типов весьма перспективны для достаточно плотного освоения линиями излучения всей видимой области спектра. Уже сейчас известны длины волн излучения новых эксимерных и фотодиссоциационных лазеров на 310, 440, 475, 490, 503, 520, 555, 656 нм и т. д.

В видимой и ИК областях спектра ещё далеко не исчерпаны возможности твердотельных лазеров, как на кристаллах с примесью ионов переходных элементов, так и на кристаллах с центрами окрашивания. Так, недавно была продемонстрирована генерация на электронно-колебательных переходах полосы  ${}^4T_2 \rightarrow {}^4A_2$  иона  $\text{Cr}^{3+}$  в гадолиний-скан-

дий-галлиевом гранате. Дальнейший поиск перспективных матриц и примесных ионов, а также управление процессами миграции энергии и сенсбилизации должны привести к существенному расширению области спектра, освоенной лазерами подобного типа.

Обзорная статья Е. В. Жарикова, В. В. Осико, А. М. Прохорова и И. А. Щербакова «Кристаллы редкоземельных галлиевых гранатов с хромом как активные среды твердотельных лазеров» (Известия АН СССР: физич. — 1984. Т. 48, вып. 7. С. 1330–1342) демонстрирует универсальность этого нового класса лазерных кристаллов, причём немалую роль играют их высокие оптические, теплофизические и механические свойства, присущие оксидным кристаллам со структурой граната. Возможность легировать эти кристаллы наряду с ионами хрома многими ионами переходных элементов и прежде всего ионами редкоземельных элементов открывает широкие перспективы создания новых активных сред самых разнообразных по режимам работы и по свойствам твердотельных лазеров.

Аналогично следует ожидать появления всё новых и новых лазеров на центрах окрашивания, позволяющих продвигаться в те диапазоны, где отсутствуют перестраиваемые лазеры сколько-нибудь высокой мощности. Примером могут служить лазеры для области 2–3 мкм на *F*-центрах в кристаллах KCl или RbCl с литием.

Особое место в квантовой электронике занимают методы нелинейной оптики, широко развиваемые, в частности, для преобразования частоты лазерных излучений. Эти методы носят достаточно общий характер и должны быть предметом специального курса лекций. Однако, говоря о возможностях расширения спектра частот лазерного излучения, нельзя не остановиться на методах нелинейной оптики. В лекции третьей мы, следуя С. И. Вавилову, ввели понятие нелинейной оптики, обсуждая уменьшение поглощения света средой при увеличении интенсивности облучения (эффект насыщения). Распространение волны в среде описывается линейными уравнениями только тогда, когда оптические константы среды не зависят от поля волны. Соответствующая этой ситуации оптика является линейной. Когда же оптические константы среды начинают зависеть от интенсивности распространяющейся в ней световой волны, уравнения становятся нелинейными, и мы приходим к нелинейной оптике.

Основанные на нелинейных процессах методы преобразования частот монохроматического электромагнитного излучения, такие как детектирование, генерация гармоник, разностных и суммарных частот, хорошо развиты в классической электронике. Высокая интенсивность, направленность и монохроматичность лазерных излучений дали возможность широкого использования этих радиотехнических методов в оптическом диапазоне. Большой вклад в развитие методов нелинейной

оптики и прежде всего для преобразования частоты лазерного излучения внёс Р. В. Хохлов.

Говоря по необходимости кратко, мы ограничимся только упоминанием двух фундаментальных положений, лежащих в основе нелинейно-оптических методов преобразования частот лазерного излучения.

Во-первых, под действием сильного поля восприимчивость среды становится нелинейной. Это означает, что в разложении поляризации среды по полю становятся существенными коэффициенты пропорциональности при высших степенях напряжённости электрического поля световой волны:

$$P = \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \dots,$$

где  $\chi^{(n)}$  ( $n > 1$ ) называются нелинейными восприимчивостями  $n$ -го порядка. Отсюда вытекает, что при воздействии интенсивного монохроматического поля поляризация, т. е. дипольный момент единичного объёма среды, осциллирует не только на основной частоте, но и на её гармониках. Под действием излучения, содержащего более чем одну частоту, возникают также осцилляции и на суммарных и разностных частотах. В результате поле излучения, распространяющегося в нелинейной среде, содержит гармонические составляющие и составляющие на суммарных и разностных частотах.

Во-вторых, необходимым условием эффективного преобразования частоты является наличие фазового синхронизма волн исходной и желаемой частот, обеспечивающего накопление эффекта преобразования на всей длине нелинейного материала. Это связано с тем, что в оптике, в отличие от радиодиапазона, размеры области нелинейного взаимодействия, как правило, существенно превышают длину волны и взаимодействие происходит в режиме бегущих волн.

Очевидна та роль, которую играет наличие нелинейного материала, соответствующего задаче преобразования лазерного излучения заданной частоты в требуемый диапазон. Для генерации гармоник в видимой области с наибольшим успехом применяются такие кристаллы, как ADP (дигидрофосфат аммония), KDP (дигидрофосфат калия), иодат и ниобат лития, ниобат натрия-бария и т. п. Для генерации разностных частот, позволяющей плавно перекрывать ИК область спектра вплоть до 20 мкм, нашли применение такие кристаллы, как селенид галлия, тиогаллат серебра, германофосфид цинка, арсеногерманат кадмия и т. п.

Следует подчеркнуть, что при генерации гармоник для видимой и ближней УФ областей спектра достигнуты высокие эффективности преобразования. Интенсивность получаемых таким образом излучений по порядку величины совпадает с интенсивностью исходного излучения рубиновых, неодимовых лазеров, лазеров на красителях. Однако

в ИК области излучение на разностных частотах остаётся всё ещё малоинтенсивным, достигая долей миллиджоуля в импульсном режиме и долей милливатта при высокой частоте следования импульсов. Здесь ещё многое надо сделать.

Использование твёрдых тел как нелинейных материалов ограничено областью их спектральной прозрачности. Для продвижения в более далёкие области УФ излучения большой интерес представляют атомы и молекулы, находящиеся в газовой фазе. Уменьшение плотности среды в газах может быть скомпенсировано увеличением нелинейных восприимчивостей, обусловленным близостью частот взаимодействующих полей к резонансу. Так как резонансные линии в газах узки, а вне резонансов газы прозрачны, то газовые среды пригодны для реализации нелинейных взаимодействий от ИК до далёкого УФ и мягкого рентгеновского излучений.

Большим достоинством газов является возможность управления фазовым синхронизмом путём смещения различных газов, обладающих различной зависимостью показателя преломления от длины волны. При интенсивностях основного излучения  $10^{14} - 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup> в парах щелочных металлов и в благородных газах осуществляется генерация 5-й, 7-й, 9-й гармоник, дающая излучение в области 100–40 нм. Эффективность преобразования, как правило, очень низка. К настоящему времени для области 100 нм в лучших случаях эффективность достигает значения  $10^{-5}$ . Генерируемая мощность достигает сотен ватт в импульсах пикосекундной длительности. Это является большим достижением, но на основании таких результатов говорить об освоении дальнего УФ диапазона источниками лазерного излучения ещё рано.

К числу нелинейных эффектов, которые с успехом могут быть использованы для преобразования частот лазерного излучения, относится комбинационное рассеяние света. Наиболее часто применяется рассеяние на колебаниях молекул. Энергия взаимодействия молекул со световой волной определяется квадратом напряжённости поля волны. При больших интенсивностях падающего излучения суммарное воздействие электрических полей падающего и рассеянного света приводит к тому, что сила, действующая на молекулы, содержит заметную составляющую на разностной частоте этих полей. Но по смыслу эффекта комбинационного рассеяния эта частота равна частоте собственных колебаний молекулы. Происходит резонансная раскачка молекулярных колебаний, что приводит к росту интенсивности рассеяния.

В свою очередь, рост интенсивности рассеянного света вызывает усиление колебаний молекул рассеивающей среды и т. д. Образуется обратная связь. В результате наблюдается эффект вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР). Поместив рассеивающую таким образом среду в резонатор, мы получаем так называемый ВКР-лазер. Сдвиг частоты излучения ВКР-лазера по отношению к частоте лазера накач-

ки кратен частоте собственных колебаний молекул рассеивающей среды, активных в комбинационном рассеянии. ВКР-лазеры могут быть реализованы с привлечением не только колебаний, но и вращений молекул. КПД преобразования излучения накачки в желаемое излучение может быть весьма велик и, в принципе, ограничен только стоксовыми потерями.

ВКР является перспективным способом преобразования частоты лазерного излучения в заданную область спектра и широко применяется с использованием таких лазеров, как эксимерные, химические, неодимовые,  $\text{CO}_2$ -лазеры. Очевидна также часто используемая возможность последовательного изменения частоты при каскадном использовании эффекта комбинационного рассеяния света.

Методы нелинейной оптики весьма продуктивны, но их использование ограничено существующими лазерами, а в областях далёкого УФ и рентгеновского излучений мало эффективно. Для реального освоения новых, всё более и более коротковолновых диапазонов необходимо развитие непосредственных методов создания инверсии населённостей.

В предыдущем изложении речь шла о методах расширения диапазона длин волн лазерного излучения, в значительной мере уже реализованных и начинающих входить в повседневную практику квантовой электроники. Сейчас мы остановимся на перспективных вопросах, разработанных в существенно меньшей степени.

Рассмотрим сначала далёкий УФ диапазон. К далёкому УФ диапазону принято относить излучение в области длин волн 1–50 нм. В коротковолновой своей части далёкий УФ диапазон смыкается с диапазоном мягкого рентгеновского излучения.

Как уже отмечалось в лекции восемнадцатой, трудности освоения УФ диапазона носят принципиальный характер. Как следует из формулы (18.6), коэффициент усиления по мере продвижения во всё более и более коротковолновый диапазон падает как  $\nu^{-5}$ . Столь сильное падение усиления с ростом частоты требует резкого увеличения интенсивности накачки, что должно приводить к чрезвычайно большим энергозатратам на создание инверсии.

Рассмотрим последовательно, основываясь на материале обзорной статьи Ф. В. Бункина, В. И. Держиева и С. И. Яковленко «О перспективах усиления света далёкого УФ диапазона» (Квантовая электроника. — 1981. Т. 8, вып. 8. С. 1621–1649), существенные стороны обсуждаемой проблемы. Отметим сначала, что при анализе возможностей создания лазеров в далёком УФ диапазоне целесообразно ограничиться вопросами достижения инверсии населённостей, приводящей к сильной сверхсветимости. Обсуждение проблем, связанных с созданием обратной связи в этом чрезвычайно коротковолновом диапазоне, преждевременно. На резонаторы в их классической двухзеркальной форме для далёкого УФ диапазона рассчитывать трудно, хотя схемы с распределённой

обратной связью, по-видимому, возможны. Главной является, конечно, проблема создания инверсии.

Рассмотрим теперь вопрос о выборе активной среды; вспомним, что длине волны 1 нм соответствует энергия кванта излучения 1240 эВ. Вместе с тем наибольшее изменение энергии внешнего (оптического) электрона нейтрального атома на переходах между дискретными уровнями не может превышать значения энергии, необходимой для отрыва этого электрона от атома. Из всех элементов периодической таблицы наивысшим значением соответствующего потенциала ионизации обладает атом гелия (24,6 эВ). Переходы с энергиями в сотни электрон-вольт могут осуществляться только между уровнями энергии внутренних электронов многоэлектронных атомов. Но спектроскопия многоэлектронных конфигураций плохо разработана, кинетика релаксационных процессов сложна, наличие многих каналов радиационного распада возбуждённых состояний серьёзно ослабляет надёжность теоретического анализа и затрудняет экспериментальное изучение процессов возбуждения и релаксации таких систем. Поэтому основной интерес представляет анализ возможностей усиления на переходах во внешних оболочках многозарядных ионов. В случае, например, водородоподобных ионов железа, меди, цинка и т. п. единственный оставшийся электрон так сильно прижат к ядру, что переходы между его уровнями энергии соответствуют коротковолновой части далёкого УФ диапазона. Аналогична ситуация с гелие- и неоподобными ионами атомов, более тяжёлых, чем гелий и неон соответственно. Современные технические средства, такие как лазерный пробой, электронные пучки, позволяют создавать плазму, содержащую требуемые многозарядные ионы.

Возможны многие методы создания инверсии на переходах во внешней оболочке многозарядного иона. Наиболее перспективной представляется схема рекомбинационной накачки верхнего рабочего состояния при радиационном опустошении нижнего рабочего состояния. Практически при любом виде столкновительной рекомбинации электрон сначала попадает в высоковозбуждённое состояние, а затем, совершив серию каскадных переходов, оказывается в основном состоянии. Если одно из возбуждённых состояний в этом каскаде распадается быстрее, чем вышележащее, то в рекомбинирующей плазме возникает инверсия, существующая до тех пор, пока столкновительный рекомбинационный поток преобладает над ионизацией и возбуждением. Такая рекомбинационно-неравновесная плазма должна быть переохлаждённой, т. е. её электронная температура должна быть относительно низка. Для сохранения неравновесности необходимо охлаждать плазму достаточно быстро, время охлаждения должно быть меньше времени рекомбинации.

Отметим, что здесь просматривается аналогия с газодинамическим методом создания инверсии (см. лекцию шестнадцатую). В случае охлаждения при разлёте плазменного цилиндра оценку времени охлажде-

ния можно сделать, считая его по порядку величины равным отношению начального радиуса цилиндра к скорости движения границы. При радиусе цилиндра  $10^{-2}$  см, скорости разлёта  $10^6 - 10^7$  см/с время охлаждения оказывается равным 1–10 нс. Время рекомбинации определяется выбранной схемой уровней и типом иона, механизмом опустошения нижнего рабочего состояния, параметрами плазмы, длиной волны искомой генерации. В наиболее перспективном случае радиационного опустошения нижнего уровня водородоподобного иона при создании инверсии на переходе  $n = 4 \rightarrow n = 3$ , где  $n$  — главное квантовое число, требование рекомбинационной неравновесности ограничивает снизу длину волны генерации значением 2–3,5 нм.

Более существенно, однако, что возможность продвижения в область  $\lambda \approx 1$  нм ограничена не временем охлаждения, а необходимым энерговкладом. В рассматриваемой схеме оказывается, что пороговое значение энерговклада с уменьшением длины волны нарастает столь сильно, что при переходе от  $\lambda = 10$  нм к  $\lambda = 1$  нм значение требуемого энерговклада увеличивается от 3 кДж/см<sup>3</sup> до 0,3 ГДж/см<sup>3</sup>.

Не останавливаясь на трудностях формирования плазменного сгустка с нужными для генерации далёкого УФ излучения параметрами, отметим, что генерация в рекомбинационно-неравновесной плазме инертного газа с парами металлов получена в видимом и непосредственно примыкающих к нему областях ИК и УФ диапазона на многих линиях (около 40) переходов однократных ионов Be, Mg, Al, Ca, Sr, Sn, Ba, Pb и т. д. Показана эффективность радиационного опустошения нижних рабочих уровней. Начали появляться сообщения о наблюдении инверсии населённостей в рекомбинирующей плазме лазерного пробоя на переходах многозарядных тяжёлых ионов в далёком УФ диапазоне.

По-видимому, создание эффективных источников индуцированного излучения далёкого УФ диапазона представляется вполне реальным.

Выше мы рассмотрели только один из возможных подходов к решению этой важной задачи квантовой электроники. Рекомбинационную неустойчивость плазмы можно создавать и стационарно поддерживать внешним источником интенсивного ионизирующего излучения. Если источник достаточно интенсивен ( $10^{15} - 10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup>), то нет необходимости разделять во времени процессы ввода энергии в плазму и охлаждения электронов. Тогда ограничение снизу на длину волны генерируемого излучения, обусловленное малостью времени охлаждения, может быть снято и становится возможной генерация рентгеновского излучения в диапазоне длин волн 0,1–1 нм на переходах между водородоподобными состояниями многократных ионов тяжёлых атомов.

Подчеркнём ещё раз, что создание лазерных источников далёкого УФ и рентгеновского излучений является одной из важнейших задач квантовой электроники. Эта задача ещё далеко не решена, хотя тео-

ретические предпосылки и первые экспериментальные свидетельства возможности её решения существуют.

Так, при лазерном взрыве тонкой (75 нм) фольги из селена и иттрия получено усиление  $5,5 \pm 0,5 \text{ см}^{-1}$  на волне примерно в 21 нм. Эксперимент выполнен в Лоуренсовской Ливерморской лаборатории (США) с помощью лазера «Новетта», разработанного по программе лазерного термоядерного синтеза. Применено двустороннее облучение плёнки селена или иттрия, нанесённой на прозрачную полимерную плёнку толщиной 110 нм. Вторая гармоника излучения лазера «Новетта» (0,53 мкм) фокусировалась на плёнку в виде возможно более однородной полоски шириной 0,02 см и длиной до 2,2 см. Длительность импульса облучения 450 пс, интенсивность —  $5 \cdot 10^{13} \text{ Вт/см}^2$ . В результате возникала цилиндрическая плазма, содержащая неоноподобные ионы селена (или иттрия). Инверсия образуется между состояниями конфигураций  $2s^2 2p^5 3p$  и  $2s^2 2p^5 3s$ , последнее из которых быстро распадается в основное состояние  $2s^2 2p^6$ . Динамика возникновения инверсии приводит к предположению об электронно-столкновительном механизме её образования. В случае селена усиление наблюдалось на волнах 20,9 и 20,6 нм, в случае иттрия — на волне 15,5 нм.

По существу, в этих экспериментах продемонстрировано усиление спонтанного излучения в ближней рентгеновской области спектра (энергии квантов 60–80 эВ). Экспоненциальный рост яркости излучения с длиной облучаемой плоскости, его угловая анизотропия свидетельствуют о лазерной природе наблюдаемого эффекта. Эквивалентная яркостная температура усиленного излучения на волне 20,9 нм в направлении наибольшей интенсивности достигала  $5,5 \cdot 10^8 \text{ К}$ . Ожидается, что применение более тяжёлых неоноподобных ионов в той же методике может привести к лазерному эффекту на волне 8 нм.

Гораздо более сложным является вопрос о возможности создания гамма-лазеров, генерирующих монохроматическое электромагнитное излучение с энергиями фотонов в диапазоне десятков–сотен килоэлектронвольт (длины волн в диапазоне от десятых до тысячных долей нанометра). При анализе перспектив разработки гамма-лазеров возникают проблемы, относящиеся ко многим научным дисциплинам. Кроме квантовой электроники, это — оптическая и ядерная спектроскопия, химия, кристаллография, физика твёрдого тела, нейтронная физика.

Существует много предложений различных схем создания гамма-лазеров, много теоретических исследований предполагаемых режимов работы, вскрыто много противоречий, указаны многие технические и технологические трудности, рассмотрены способы их преодоления. Однако всё ещё отсутствуют сообщения о результатах экспериментальных исследований, которые можно было бы рассматривать как продвижение на пути к созданию гамма-лазеров.

Так как возможные области применения монохроматических излучений на длинах волн, сравнимых или даже меньших атомных размеров, представляются практически неограниченными как в фундаментальных исследованиях, так и в приложениях, то поиски реализуемых путей создания гамма-лазеров активно продолжают.

В заключение целесообразно подчеркнуть, что хотя исследования, разработка и промышленный выпуск лазеров составляют предметную основу квантовой электроники, её содержание далеко не исчерпывается только основами физики лазеров или только лазерами. Квантовая электроника, создав в ИК, видимой и УФ областях спектра возможности предельной плотности энергии излучения в пространстве, во времени и в частотном интервале, привела к появлению и бурному развитию совершенно новых направлений науки и техники, каждое из которых должно быть предметом отдельного лекционного курса.

Упомянем некоторые из них.

В нелинейной оптике, о которой уже говорилось выше, разрабатываются методы генерации гармоник и разностных частот, создаются параметрические усилители и генераторы света, исследуются вынужденные рассеяния света, осуществляется обращение волнового фронта, изучаются возможности конструирования нелинейных адаптивных оптических систем. Большое место в работах по нелинейной оптике занимает изучение самовоздействий интенсивного света, при которых под действием света изменяются оптические характеристики среды, влияющие на условия распространения света в ней, в частности может происходить самофокусировка света.

В нелинейной спектроскопии исследуются когерентные процессы типа фотонного эха и световых нутаций, их спектроскопические применения, ведутся работы по спектроскопии насыщения, по внутридоплеровской спектроскопии, по стабилизации частоты излучения лазеров, развиваются спектроскопические применения когерентного антистоксова рассеяния света, изучаются процессы многофотонного поглощения света, многофотонной ионизации атомов и диссоциации молекул.

К нелинейной лазерной спектроскопии близко примыкает изучение процессов резонансных взаимодействий интенсивного лазерного излучения с веществом, приводящих к лазерному разделению изотопов, лазерному управлению химическими, в том числе биохимическими, реакциями, к возможности лазерного детектирования одиночных атомов и молекул.

К числу нерезонансных процессов взаимодействия мощного лазерного излучения с веществом относятся оптический пробой газов, лазерный разогрев плазмы пробоя, испарение металлов лазерным излучением, лазерная резка, сварка, закалка металлов, лазерная генерация звука, лазерная термохимия, разрушение прозрачных диэлектриков лазерным излучением и т. п. Большой интерес вызывает возможность по-

лучения с помощью лазеров высокотемпературной плазмы и управляемого термоядерного синтеза.

В голографии, интегральной оптике и волоконной оптической связи — разделах оптики, обязанных своим существованием квантовой электронике, применение лазеров даёт принципиально новые возможности передачи, обработки и хранения информации.

Упомянем также бурно развивающиеся в последнее время лазерную биофизику и лазерную биохимию, а также медицинские применения лазеров.

Для многих из лазерных применений полезный эффект определяется прежде всего концентрацией энергии в месте взаимодействия в заданный отрезок времени. Число возможных применений такого силового воздействия очень велико. Главным свойством лазерного излучения, непосредственно используемым при этом, является его высокая пространственная когерентность и, следовательно, направленность.

Совершенно новую возможность — возможность сильного резонансного воздействия на вещество, обычно отсутствующую при электронно-лучевом, плазменном, взрывном и т. п. методах интенсивного воздействия, — даёт монохроматичность лазерного излучения. Именно при резонансных взаимодействиях непосредственно используется вся совокупность свойств лазерного излучения.

Так, прежде всего, монохроматичность и перестраиваемость лазерного излучения открыли новые возможности в спектроскопии, резко увеличив чувствительность, разрешающую способность, быстродействие и дистанционность спектрометров, использующих лазеры. Здесь широкое применение нашли лазеры на красителях, на  $F$ -центрах, полупроводниковые лазеры.

Далее. Лазерное излучение не только монохроматично, но и интенсивно. Высокая интенсивность источников лазерного излучения приводит к нелинейной лазерной спектроскопии. Примером является когерентное антистоксово рассеяние света (КАРС).

При резонансном взаимодействии интенсивного лазерного излучения с веществом существенным является эффект насыщения. Например, при насыщении однородной составляющей неоднородно уширенной доплеровской линии в ней выжигается узкий провал. Этот эффект приводит к нелинейной внутридоплеровской спектроскопии, разрешающая способность которой для газов низкого давления может достигать  $10^4 - 10^6$  Гц.

Но спектроскопия высокого разрешения, в том числе нелинейная лазерная спектроскопия, не исчерпывает всего круга интенсивных резонансных взаимодействий. Высокая спектральная яркость лазерного монохроматического излучения может приводить к селективному протеканию процессов взаимодействия резонансного излучения с веществом.

При спектроскопическом исследовании предполагается, что свет не производит сколько-нибудь заметного необратимого воздействия на среду. При лазерной спектроскопии лазерное излучение не разрушает и заметно не возмущает исследуемой среды. Но лазеры в силу возможности высокой концентрации энергии позволяют, активно воздействуя на вещество, макроскопически существенно изменять состояние объекта воздействия. Набор возможных изменений многообразен. Это могут быть изменения координат и скоростей частиц облучаемого вещества, изменения их строения, фазовые переходы, выделение тех или иных компонент и т. п. Тогда, когда эти и им подобные изменения осуществляются монохроматическим лазерным излучением, а результат воздействия спектрально зависим, мы имеем дело с резонансным взаимодействием лазерного излучения с веществом. Это взаимодействие интенсивно, если вызванное резонансным поглощением излучения перераспределение населённостей заметно и проявляется в макроскопическом изменении свойств или поведения рассматриваемой системы.

Здесь надо сказать, что резонансное возбуждение заметной доли частиц, составляющих облучаемое вещество, существенно выводит всю эту систему из равновесия. Релаксационные процессы стремятся вернуть систему в равновесное состояние. Эти процессы, приводя в конечном счёте к нагреву вещества, препятствуют селективному действию излучения. Поэтому главную проблему исследований и применений интенсивных резонансных взаимодействий составляют определение условий сохранения селективности резонансного воздействия и поиск методов выполнения этих условий.

Общая идея осуществления селективных фотопроцессов заключается в разделении всего процесса в целом по крайней мере на два этапа. Первый этап — это резонансное возбуждение заметного количества микрочастиц, которое относительно легко может быть селективным. Второй этап должен приводить к необратимому изменению физических свойств предварительно селективно возбуждённых частиц, к фиксации возбуждения. Потеря селективности происходит главным образом на этом этапе, поэтому именно он подвергается наиболее тщательному изучению. В таких селективных процессах, как лазерное разделение изотопов, лазерная очистка газов, лазерная фотохимия, основное применение нашли двух- (много-) ступенчатая ионизация и диссоциация, второй этап которых сводится к физическому отделению или химической фиксации фрагментов выделяемых атомов или молекул, получаемых при интенсивном лазерном облучении. Возможно также селективное лазерное управление процессами, протекающими на границе раздела между веществами, находящимися в существенно различных фазовых состояниях.

Высокая интенсивность лазерного излучения приводит к тому, что взаимодействие излучения с веществом не всегда может рассматриваться в рамках первого приближения теории возмущений. Тогда, если энергия взаимодействия поля излучения с атомом или молекулой сравнима с их характерной внутренней энергией или если переход из состояния в состояние соответствует поглощению нескольких квантов, становятся существенными так называемые многофотонные процессы, при которых происходит синхронное поглощение (испускание) нескольких фотонов. Суммарная энергия этих фотонов равна энергии перехода. Многофотонные процессы сильно расширяют возможности эффективного резонансного воздействия на вещество.

Дальнейшее развитие квантовой электроники, создание новых лазеров, расширения диапазонов длин волн лазерной генерации и областей плавной перестройки частоты лазерного излучения в ИК, видимой и УФ областях спектра существенно расширяют область лазерных применений и увеличат их эффективность.

\* \* \*

В заключение приведём для удобства приближённые формулы и сделанные по ним оценки частот излучения и энергий квантов ряда лазеров в единицах, характерных для различных областей применения:

$$\begin{aligned}\nu &= \frac{3}{\lambda} \cdot 10^{14} \text{ Гц}, & \frac{\nu}{c} &= \frac{10}{\lambda} \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}, \\ h\nu &= \frac{1,986}{\lambda} \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = \frac{1,986}{\lambda} \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = \frac{5,52}{\lambda} \cdot 10^{-24} \text{ кВт} \cdot \text{ч}, \\ N_A h\nu &= \frac{28,5}{\lambda} \text{ ккал/моль}, & \frac{h\nu}{k} &= \frac{14,3}{\lambda} \cdot 10^3 \text{ К}, \\ h\nu &= \frac{1,24}{\lambda} \text{ эВ}.\end{aligned}$$

В этих формулах  $c = 2,99792458 \cdot 10^{10}$  см/с — скорость света,  $\lambda$  — длина волны в микрометрах,  $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$  Дж/Гц — постоянная Планка,  $N_A = 6,022045 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> — постоянная Авогадро,  $k = 1,380662 \times 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана; переводные множители единиц:

$$1 \text{ кал} = 4,1868 \text{ Дж}, \quad 1 \text{ эВ} = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

## ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

**1.2.** Примерно в  $2 \cdot 10^{12}$  раз.

**1.3. и 1.4.**  $N_2/N_1 = \exp(-\Delta E/kT)$ .

| $T, K$ | $N_2/N_1$ |                        |          |
|--------|-----------|------------------------|----------|
| 300    | 0,996     | 0,044                  | 0        |
| 77     | 0,985     | 0                      | 0        |
| 4,2    | 0,759     | 0                      | 0        |
|        | Мазер     | CO <sub>2</sub> -лазер | Ar-лазер |

Таким образом, в отличие от мазера, в котором верхний лазерный уровень даже при гелиевых температурах достаточно сильно заселён, в лазерах он почти всегда пуст. В этом состоит одно из принципиальных отличий лазера от мазера.

**1.5.**  $(N_1 - N_2)/N = [1 - \exp(-\Delta E/kT)] / [1 + \exp(-\Delta E/kT)]$ .

| $\Delta E, \text{эВ}$ | 10                  | 1                   | 0,1                 | 0,01                | 0,001               |
|-----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $\lambda, \text{мкм}$ | 0,124               | 1,24                | 12,4                | 124                 | 1240                |
| $\nu, \text{ГГц}$     | $2,4 \cdot 10^{15}$ | $2,4 \cdot 10^{14}$ | $2,4 \cdot 10^{13}$ | $2,4 \cdot 10^{12}$ | $2,4 \cdot 10^{11}$ |
| $(N_1 - N_2)/N$       | 1                   | 1                   | 0,96                | 0,2                 | 0,02                |

**1.6.** Для того чтобы получить соотношение (1.10), необязательно знать формулу Планка. Достаточно проанализировать формулу (1.8), варьируя температуру  $T$ . Так, при стремлении  $T$  к бесконечности, ясно, что плотность энергии поля излучения тоже стремится к бесконечности. А это возможно только в том случае, если

$$\frac{g_1 B_{12}}{g_2 B_{21}} \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) - 1 = 0.$$

Так как

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) = 1,$$

то  $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$ .

**1.7.** Число заполнения дискретных состояний для частиц, подчиняющихся статистике Бозе–Эйнштейна,  $n = \left[ \exp \left( -\frac{E - \mu}{kT} \right) - 1 \right]^{-1}$ , где  $E$  — энергия одной частицы,  $\mu$  — электрохимический потенциал. Фотоны представляют собой бозоны, для которых  $E = h\nu$  и  $\mu = 0$ . Тогда  $n = \left[ \exp \left( -\frac{h\nu}{kT} \right) - 1 \right]^{-1}$ . Средняя энергия, приходящаяся на один тип колебаний, т. е. на одну моду, в интервале частот  $\Delta\nu$  равна

$$E_{\nu, \nu+d\nu} = \sum_{\nu}^{\nu+d\nu} h\nu \cdot n(\nu).$$

Переходя от суммирования к интегрированию и учитывая два направления поляризации, получаем формулу Планка

$$\rho_{\nu} d\nu = 8\pi\nu^2 c^{-3} h\nu \left[ \exp \left( \frac{h\nu}{kT} \right) - 1 \right]^{-1} d\nu,$$

где  $8\pi\nu^2 c^{-3} d\nu$  определяет число мод в единице объёма и в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  для излучения в объёме, много большем длины волны излучения  $\lambda$ .

**2.1.**  $\Delta\nu_{\text{ест}} = \Delta\nu_0/2\pi = 1/2\pi\tau_0 \approx 15 \text{ МГц.}$

**2.2.**  $\Delta\nu_{\text{рентг}} \approx \Delta\nu_{\text{вид}} \frac{\nu_{\text{рентг}}^3}{\nu_{\text{вид}}^3} \approx 2000 \text{ ГГц.}$

**2.3.**  $\tau_0 = 3 \text{ с.}$

**2.4.** В кубических кристаллах преобладает механизм однородного уширения линий, а в стёклах — механизм неоднородного уширения. В примесном кристалле основными причинами неоднородного уширения могут быть: при низких температурах — неоднородные внутренние напряжения, обусловленные низкой симметрией кристалла (чем ближе реальная решётка кристалла к идеальной кубической, тем меньше вклад неоднородного уширения в ширину линии); при высоких температурах — электрон-фононные взаимодействия.

**2.5.**  $T_2 = 0,02 \text{ пс.}$

**2.6.**  $\Delta\nu = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{\tau_{01}} + \frac{1}{\tau_{02}} \right), \quad \Delta\nu_{01} = \frac{1}{2\pi\tau_{01}} = \Delta\nu - \frac{1}{2\pi\tau_{02}} \approx \Delta\nu.$

Отсюда видно, что ширина линии генерационного перехода (9000 ГГц) определяется в основном шириной верхнего лазерного уровня.

**2.7.**  $R$ -линия ионов хрома в этом случае однородно уширена.

**2.8.** Согласно формуле (2.28)  $\Delta\nu_{\text{д}} = 540 \text{ МГц.}$

**2.9.** Около 10 МГц.

**2.10.** Столкновительная ширина обратно пропорциональна квадратному корню из температуры, а доплеровская — пропорциональна квадратному корню из температуры. Поэтому газ надо нагреть до  $T = 2T_{\text{комн}}$ , чтобы доплеровская ширина в два раза превысила столкновительную.

**2.11.** Длина свободного пробега  $l = u_0 \tau_{\text{ст}}$  или, согласно формулам (2.27), (2.28), (2.31), (2.32),

$$l = \frac{\Delta\nu_{\text{д}}}{4\pi\sqrt{\ln 2} \Delta\nu_{\text{ст}}} \lambda = 0,16\lambda, \quad \text{т. е.} \quad l < \lambda.$$

Таким образом, скорость молекулы часто изменяется, а средняя проекция скорости на направление наблюдения становится меньше, чем в отсутствие столкновений. Поэтому доплеровский сдвиг частоты уменьшается, что приводит к уменьшению ширины линии, называемому сужением Дикке.

**3.3.** Согласно формуле (3.14)  $\sigma \approx 2 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$ .

**3.4.**  $\tau_0 = 3 \text{ с}$ .

**3.5.** Используя закон Бугера–Ламберта–Бера, находим  $\sigma = 4 \times 10^{-18} \text{ см}^2$ .

**3.6.** Согласно формуле (3.28),  $\tau = 3 \text{ мс}$ . Заметьте, что здесь уже речь идёт не об интенсивности насыщения поглощения, а об интенсивности насыщения усиления, поскольку в четырёхуровневой системе переход  $2 \rightarrow 1$  не поглощает, а усиливает излучение.

**4.1.** При выводе формулы использовалось неявно условие  $t \gg 1/|\omega + \omega_0|$  при усреднении (4.15) и условие  $t \ll 1/|\omega - \omega_0|$  при выносе  $b(t)$  за знак интеграла в (4.11).

**4.2.** При выводе выражения (4.46) для вероятности перехода предположение  $t \ll 1/|\omega - \omega_0|$ , а также условие  $\langle \mu E \rangle / \hbar \ll 1$ , необходимое для малости  $b(t)$ , уже не использовались. Можно, однако, непосредственно показать, что (4.18) — частный случай (4.46) при  $\Omega_{\text{Р}} \ll \delta$ .

**4.3.** См. формулу (4.20), в которой значение  $t$  определяется физическим процессом, ограничивающим время взаимодействия.

**4.4.** Величина  $1/t$  определяет ширину линии перехода. При широком распределении  $\rho_\nu$  в вероятность перехода входит вся площадь линии. Наоборот, при очень узком  $\rho_\nu$  (когерентное взаимодействие) формула (4.22) выглядит так:

$$\Pi \approx \frac{8\pi}{3} \frac{\langle \mu^2 \rangle}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_\nu t^2 d\nu,$$

что с учётом условия  $t \ll 1/|\omega - \omega_0|$  (см. задачу 4.1) является обобщением результата (4.52) при малых  $t$ .

**4.5.** Так как взаимодействие должно быть когерентным, то: а) ширина линии излучения должна быть много меньше отстройки от резонанса  $\delta$ , которая, в свою очередь, должна быть меньше обратного времени жизни перехода (см. задачу 4.4); б) время когерентности излучения должно превышать  $1/\Omega_p$ ; в) длина когерентности должна быть больше размеров образца.

**4.6.** Время когерентности больше 0,01 нс; отстройка  $\delta < 1/t \approx \approx 10$  МГц; ширина линии возбуждающего излучения  $\Delta\nu < 10$  МГц.

**4.7.** Минимальная частота Раби должна превышать  $\Delta\nu$  перехода. Считая  $\Delta\nu \approx \Delta\nu_{\text{ест}}$ , имеем  $\Omega_p > 10$  МГц, отсюда интенсивность  $I > 10^{-2}$  Вт/см<sup>2</sup>.

**5.1.** Преобразуя формулу (5.5), получаем

$$\Delta\nu = \Delta\nu_L \sqrt{\frac{\ln 2}{n\sigma l - \ln 2}} \approx 120 \text{ ГГц.}$$

**5.2.** Да, зависит. Эффект насыщения усиления приводит к тому, что усиление в центре линии начинает падать и эффективная ширина линии растёт. Эффект начинает проявляться, когда  $I_{\text{вых}} \approx I_S$ . Для данного усилителя  $I_{\text{вх}} = I_S/G_0 \approx 4$  Вт/см<sup>2</sup>.

**5.3.** В случае четырёхуровневой схемы  $n_1 \ll n_2$ . Тогда выражение (5.15) для  $P_{\text{вх}}^{\text{эфф}}$  принимает вид

$$P_{\text{вх}}^{\text{эфф}} = h\nu(G_0 - 1)/G_0.$$

Поэтому квантовый усилитель на основе трёхуровневой схемы имеет в  $n_2/(n_2 - n_1)$  раз большую эффективность мощности шумов, чем усилитель на основе четырёхуровневой схемы.

**5.5.** Из уравнения (5.17) при  $\beta = 0$  получаем максимальную мощность с единицы объёма:

$$P_{\text{max}} = \alpha I_S = 22 \text{ кВт/см}^3.$$

**5.6.** Со всеми лазерными средами с  $\Delta\nu_L \gg 15$  МГц. Например, с активными средами твердотельных лазеров, ширины линий которых составляют сотни гигагерц.

**5.7.** Лазер на основе стекла с неодимом.

**6.1.** Пусть  $l = 20$  см. Тогда в оптическом диапазоне  $Q_{\text{опт}} = 2,5 \cdot 10^8$ , а в СВЧ диапазоне  $Q_{\text{СВЧ}} = 10^4$ . Таким образом,  $Q_{\text{опт}}/Q_{\text{СВЧ}} = 2,5 \cdot 10^4$ . Полосы пропускания выбранных нами резонаторов в оптическом и СВЧ

диапазонах

$$\delta\nu_{\text{опт}} = \delta\nu_{\text{СВЧ}} = 2,4 \text{ МГц.}$$

**6.2.** Полоса пропускания резонатора при регенерации сузится в 5 раз [см. (6.4)]. Чтобы возникла генерация, коэффициент усиления должен превышать  $\sqrt{2}$  [см. (6.13)].

**6.3.** Используя формулы (6.15) и (6.16), получаем  $l_{\text{max}} = 15 \text{ см.}$

**6.4.**  $10 \text{ Дж/см}^3$  [см. (6.58)].

**6.5.**  $0,6 \text{ Дж.}$

**6.6.** а)  $N_{\text{max}} = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ; б) нет, не может, поскольку плотность инверсии населённости не может превышать плотность активных частиц; в)  $l_{\text{max}} = 50 \text{ см.}$

**6.7.**  $\tau_{\text{имп}} \sim E/P$ , где  $E$  — энергия,  $P$  — выходная мощность излучения. Используя (6.58), находим

$$\tau_{\text{имп}} = \pi d^2 l N h \nu / 8P = 20 \text{ нс.}$$

**6.8.** Из уравнений (6.46) и (6.47) получаем коэффициент отражения выходного зеркала  $R = 0,9$ .

**7.1.** Формула (7.7) выведена для тех косых пучков, добротность которых больше половины добротности нормального пучка. При  $R = 1$  добротность нормальных пучков равна бесконечности (при сделанных предположениях). При  $R = 1$  принятое условие бессмысленно: добротность косого пучка конечна.

**7.2.**  $N_F = (a/2l) : (\lambda/2a)$ , здесь  $a/2l$  — угол, под которым видно одно зеркало из центра другого;  $\lambda/2a$  — угол дифракционной расходимости.

**7.3.** При распространении на расстояние  $l$  диаметр параллельного пучка с дифракционным углом  $\lambda/2a$  (см. задачу 7.2) увеличится на величину  $\lambda l/a$ . Требуя малость этого приращения, получаем:  $\lambda l/a^2 \ll 1$ .

**7.4.**  $N = 1,5 \cdot 10^{12}$ ; число мод уменьшится в 25 раз.

**7.5.**  $\tau_{\text{эф}} = 1/ac \approx 66 \text{ нс}$ ;  $Q = \omega\tau_{\text{эф}} = 2,2 \cdot 10^8$ .

**7.6.**  $(1 - R)^3 < (6\pi^2 N_F^2)^{-1}$ , отсюда  $R > 97,7\%$ .

**8.1.**  $w_0 = \sqrt{\lambda l / 4\pi} = 0,2 \text{ мм.}$

**8.2.**  $w^2 = w_0^2 + (z/kw_0)^2$ , подставляя  $z = l/2$  и  $z = l/2 + 1$ , имеем  $2w = 0,8$  и  $2,5 \text{ мм}$ ;  $\theta = 1/kw_0 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$

**8.3.** Дифференцируя (8.10) по  $z$ , получим  $R_{\text{max}} = l$  при  $z = l/2$ , т. е. на зеркалах.

**8.4.** Воспользуемся формулой для фокусного расстояния тонкой линзы<sup>1)</sup>

$$F = \frac{n_{\text{ср}}}{n_1 - n_{\text{ср}}} \frac{1}{1/R_2 - 1/R_1}.$$

Для нашего случая  $F = R(n - 1)$ . Используя (8.12), получаем  $r = R/n$ . Зная  $r$  и размер пятна  $\sqrt{2}w_0$ , решаем совместно (8.4) и (8.10) и, подставляя в (8.11а), получаем, что угол расходимости увеличивается в  $\sqrt{(1 + n^2)/2}$  раз.

**8.5.**  $\Delta x = v_0 = \lambda/2\pi$ .

**8.6.** Предполагая предельную фокусировку, имеем для выигрыша в интенсивности

$$\left( \frac{w_0}{\lambda/2\pi} \right)^2 = 6 \cdot 10^6 \text{ раз.}$$

**8.7.**  $x = \frac{(R_2 - L)L}{R_1 + R_2 - L}$ , где  $x$  — расстояние от перетяжки до зеркала с радиусом кривизны  $R_1$ .

**8.8.**  $w_0 = \sqrt{\lambda L_e/2\pi}$ , где  $L_e$  — длина эквивалентного конфокального резонатора,  $L_e^2 = (2R - L)L$ ;

$$w_{1,2} = \sqrt{\frac{\lambda L_e}{2\pi}} \left( \frac{4R^2}{L(2R - L)} \right)^{1/4}.$$

**8.9.**  $P \sim E^2$ , подставляя в (8.8), получаем

$$P \sim \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right), \quad \text{т. е.} \quad w_P = \frac{w_E}{\sqrt{2}}.$$

**8.10.** Интегрируя результат предыдущей задачи по  $x$  и  $y$ , находим

$$P_0 = \pi w_E^2 I_0.$$

**8.11.** В дальней зоне, т. е. при  $z \gg l/2$ , (8.8) переходит в

$$E(x, y) = 2\pi w_0^2 \frac{E_0}{z} \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{2w^2} \right) \cos(\omega t - kz),$$

связывая электрическое поле волны с интенсивностью. Проводя интегрирование по  $x$  и  $y$  и приравнявая полученный результат  $P_0$ , находим

<sup>1)</sup>Борн М., Вольф Э. Основы оптики.— М.: Наука, 1970. С. 192.

значение  $E_0$ , что даёт

$$I(x, y) = \frac{1}{\pi} P_0 \frac{w_0^2 k^2}{z^2} \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{z^2 / k^2 w_0^2} \right).$$

Так как полная расходимость  $\theta_0 = 2\theta$ , где  $\theta$  даётся формулой (8.11a), то

$$I(x, y) = \frac{4}{\pi} P_0 \frac{1}{z^2 \theta_0^2} \exp \left( -\frac{4(x^2 + y^2)}{z^2 \theta_0^2} \right).$$

**9.1.** Перетяжка находится на линии, соединяющей точки пересечения двух окружностей с диаметрами  $R_1$  и  $R_2$ , построенными из фокусов зеркал 1 и 2 соответственно.

**9.2.** Если окружности не пересекаются, то резонатор неустойчив. Если касаются, совпадают или являются двумя параллельными прямыми, то резонатор на границе устойчивости. Докажите самостоятельно, пользуясь результатом задачи 8.7.

**9.3.** Перетяжка совпадает с плоским зеркалом.

**9.4.**  $L_{\max} = 3$  м,  $L_{\min} = 0$ .

**9.5.**  $L_{\max} = 2$  м,  $L_{\min} = 1$  м.

**10.1.** Чтобы излучение оптимально заполняло трубку, диаметр зеркала должен быть больше диаметра трубки.

**10.2.** Пользуясь формулами (10.17) и (10.18), получаем

$$R_1 = 2,67 \text{ м}, \quad R_2 = 0,67 \text{ м}, \quad 2a_1 > 2 \text{ см}, \quad 2a_2 = 5 \text{ мм}.$$

**10.3.** Используем соотношение (10.20):  $N_{F_{\text{экв}}} = 18,36$ ; подавление удовлетворительное.

**10.4.** По формулам (10.17), (10.18) и (10.20) находим

$$2a_2 = 8,47 \text{ см}, \quad 2a_1 > 10 \text{ см}, \quad R_2 = 31 \text{ м}, \quad R_1 = 37 \text{ м}.$$

**10.5.** Для хорошего КПД диаметр трубки должен быть чуть больше 10 см (см. задачу 10.1, 10.2).

**11.3.**  $\tau \approx E/P_{\max} = 2\tau_{\text{ф}}$ .

**11.5.**  $\tau \approx 1$  нс.

**11.6.** Поскольку  $n_{\text{пор}} = 1/c\sigma\tau_{\text{ф}}$  [см. (3.13) и (11.13)], то при  $\tau_{\text{ф}} \rightarrow 0$   $n_{\text{пор}}$  растёт и перестаёт выполняться условие  $n_0 > n_{\text{пор}}$ , не говоря уже о приближении  $n_0 \gg n_{\text{пор}}$ .

**11.7.**  $Q = \omega\tau_{\text{ф}} \approx 10^8$ ,  $\Delta\nu_{\min} = 1/2\tau_{\text{ф}} \approx 10$  МГц.

**11.8.** Увеличится вдвое, втрое.

**13.1.**  $\Delta\nu_{\text{Л}} \approx \Delta\nu_{\text{ест}} \approx 20$  МГц.

**13.2.** Случайно. Светится гелий, его в 5 раз больше.

**13.3.**  $\eta < E_{\text{нак}}/h\nu_{\text{изл}} \approx 8\%$  (0,63 мкм); 4% (1,15 мкм); 2% (3,39 мкм).

**13.4.** К тому, что излучение на длинах волн 0,63 и 1,15 мкм полностью линейно поляризовано, так как для излучения, поляризованного в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения на окна Брюстера, потери будут гораздо выше усиления.

**13.5.** Лучше всего поместить кювету внутри резонатора и снизить накачку почти до пороговой.

**13.6.** Необходимо максимально сузить однородную ширину линии.  $\Delta\nu_{\text{ст}} \approx n u_0 \sigma_{\text{ст}} \approx n \sqrt{kT}$  (лекция 2). Так как необходимое значение  $n$  определяется усилением системы, то ясно, что надо охлаждать метан, но так, чтобы  $\Delta\nu_{\text{д}}$  была больше  $\Delta\nu_{\text{ст}}$ . Следует также иметь в виду необходимость уменьшения пролётной ширины (2.33).

**14.1.** Мощный соленоид, соосный с трубкой; этот приём используется во всех разработках аргоновых лазеров.

**14.2.** Из формулы (14.10) видно, что при данном условии  $n_2 - n_1 \ll \ll N$ , т. е. разность населённостей составляет малую часть от числа активных частиц.

**14.3.** Да, будет, так как расстояние между модами резонатора  $c/2l = = 125$  МГц меньше однородной ширины линии.

**14.4.** 460–800 МГц; см. предыдущую задачу.

**14.5.**  $v_{\text{др}} = 1/2 \Delta\nu \lambda \approx 100$  м/с.

**14.6.**  $n_i = n_e = J/2ev_{\text{др}} = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $n = p/kT = 2 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ , отсюда  $n_i/n \approx 10^{-7}$ . Не путайте полученный результат с условием  $n_2 - n_1 \ll N$  в задаче 14.2; активные частицы суть ионизованные, т. е.  $N = n_i$ .

**14.7.** При указанном в лекции давлении  $\Delta\nu_{\text{одн}} \approx 1/2\pi\tau = 150$  МГц, где  $\tau$  — наименьшее из времён жизни  $P$ - и  $D$ -состояний.

**14.8.** По формуле (2.28)  $\Delta\nu \approx 20$  ГГц.

**15.1.** Уровень  $01^10$ , по существу, является нижним лазерным. Поэтому его населённость должна быть возможно ниже. Принимая, что его населённость должна составлять менее 0,1 от населённости основного уровня, находим, что

$$N_{01^10}/N_{00^00} = \exp(-\Delta E/kT) = 0,1 \quad \text{при} \quad T = 450 \text{ К.}$$

**15.2.** Пользуясь пояснением к рисунку, получаем

$$P_{\text{max}} = \frac{\alpha_0}{\beta} I_S \frac{\pi D^2}{4} = 150 - 300 \text{ Вт.}$$

$$15.3. \eta = P_{\text{вых}}/P_{\text{электр}} = \frac{P_{\text{вых}}}{plI(E/p)} = 15-30\%.$$

15.4. Обращаясь к (2.28), получаем  $\Delta\nu_d = 50$  МГц.

15.5. Подставляя данные в (15.18), получаем  $J_{\text{max}} = 18$ .

16.1. Для непрерывной перестройки необходимо, чтобы усиление превышало пороговое значение во всём спектральном интервале  $P$ - и  $R$ -полос, т. е. ширины отдельных вращательных переходов должны быть сравнимы с расстоянием между ними. Однако  $\Delta\nu_{\text{ст}} = 760 \text{ Тор} \times \times 6 \text{ МГц/Тор} = 0,15 \text{ см}^{-1} \ll 1-2 \text{ см}^{-1}$ .

16.2. Однородный столкновительный, кроме случая весьма низкого давления.

16.3. Газодинамический — по самоограниченной трёхуровневой схеме, остальные — по четырёхуровневой.

16.4. В этом канале накачки происходит размен одного кванта возбуждения уровня  $00^0_2$  на два лазерных, причём потерь энергии нет (квантовый выход равен двум).

16.5. Когда нужно добиться режима синхронизации мод с возможно более узким импульсом.

16.6. Используя импульс излучения более короткий, чем время передачи энергии между вращательными подуровнями, например, создавая его с помощью активной синхронизации мод.

17.1. В начале импульса спектр состоит из всех возможных по правилам отбора вращательных ветвей, по прошествии времени  $V-V$ -релаксации спектр импульса сузится до ширины части  $P$ -ветви (частичная инверсия).

17.2. При полной колебательной инверсии — 2 уровня, при частичной — 4 уровня.

17.3. При полной колебательной инверсии — путём удаления продуктов прокачки; при частичной — добавляется канал опустошения через  $R-T$ -релаксацию.

17.4. Нет, так как надо опустошать нижние лазерные уровни и удалять продукты реакции.

17.5. В принципе да, при этом канал циркуляции рабочего вещества должен быть, по существу, химическим заводом.

18.1. Реализацией каскадного процесса, в котором малы стоковые потери:

$$\eta_{\text{кв}} = \frac{\sum h\nu_{\text{изл}}}{E_{\text{нак}}} \approx 1.$$

18.2. В СО-лазере имеется большое количество генерационных каскадных переходов. В  $\text{CO}_2$ -лазере переход один, но энергия возбуждения разменивается на два кванта, т. е. также без дополнительных потерь.

**18.3.** Потому что осциллятор (в том числе квантовый) проводит в областях точек поворота большую часть времени.

**18.4.**  $\eta_{\text{кв}} = h\nu/E_{\text{нак}} \approx 30\%$ .

**18.5.** Исчезновение инверсии несущественно для однопроходных лазеров.

**18.6.** В этих типах лазеров нет стоячей волны и никакого провала Лэмба тоже нет.

**19.1.**

$$\begin{aligned} dn_3/dt &= n_1 W - n_3(w_{31} + w_{34}), \\ dn_4/dt &= n_3 w_{34} - n_4 w_{41}, \\ n_2 w_{23} &= n_1 W, \quad n_1 + n_3 + n_4 = N. \end{aligned}$$

**19.2.** Из формул (19.2), (19.20) видно, что условия задачи выполняются, если

$$W^{(3)} = \frac{w_{31}(w_{23} + w_{21})}{w_{23} - 4w_{31}}$$

в трёхуровневой системе и

$$W^{(4)} = \frac{w_{23}w_{34}}{w_{41} - 4w_{34}}$$

в четырёхуровневой, т. е.  $W^{(3)} = W^{(4)}$ ,  $W \rightarrow \infty$  при  $w_{23} \rightarrow 4w_{31}$  и  $w_{41} \rightarrow 4w_{34}$ .

**19.4.** Не будет, поскольку при азотной температуре  $kT = 54 \text{ см}^{-1}$  и  $\Delta E \gg kT$ . Передача энергии будет эффективной при  $T > 470 \text{ К}$ .

**19.5.** У к а з а н и е: внимательно прочтите с. 236.

**19.6.**  $1/3$ .

**19.7.** Это условие отрицательно сказывается на КПД и скорости безызлучательного опустошения уровней.

**20.1.** Используя формулы (7.16), (11.24) для пиковой мощности, получаем

$$P_{\text{max}} = 6,75 \text{ МВт/см}^3.$$

При этом минимальная скорость накачки верхнего лазерного уровня составляет  $\Lambda = 2,5 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$ .

**20.2.** С помощью системы, полученной в задаче 19.1, и учитывая, что  $w_{34} \ll w_{41}$ , получаем

$$n_3 - n_4 \approx n_3, \quad n_3 = \frac{WN}{W + w_{31} + w_{34}}.$$

Пользуясь (3.13) и (7.16), находим

$$n_{\text{пор}} = \frac{n}{c\sigma\tau_{\text{ф}}} = 3,3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}.$$

Отсюда, подставляя  $w_{31} + w_{34} = 230$  мкс, при стандартном значении концентрации ионов  $\text{Nd}^{3+}$ , равном  $6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , получаем

$$W_{\text{пор}} = \frac{n_3(w_{31} + w_{34})}{N - n_3} = \frac{n_{\text{пор}}}{N\tau_{\text{ф}}} = 2,4 \text{ с}^{-1}.$$

Тогда, не учитывая потерь в процессе накачки и пользуясь тем, что частота накачки на  $2000 - 3000 \text{ см}^{-1}$  (см. лекцию) выше частоты генерации, находим плотность энергии накачки

$$P_{\text{пор}} > W_{\text{пор}} h\nu_{\text{нак}} N \approx 40 \text{ Вт/см}^3.$$

**20.3.**  $\tau_{\text{имп}} \approx h\nu\Lambda\tau/2P_{\text{max}} = 10 \text{ нс}.$

**20.4.** Сильное неоднородное уширение вызвано значительной неоднородностью внутренних электрических полей в стекле.

**20.5.**  $P = h\nu n_{\text{пор}} V/0,04\tau = 7,5 \text{ кВт}.$

**20.6.** Нельзя, так как максимальная длина активного элемента не должна превышать  $l = c/2\Delta\nu = 50 \text{ мкм}.$  Минимальная длительность импульса в режиме синхронизации мод  $\tau \approx 1/\Delta\nu = 0,3 \text{ пс}.$

**21.1.**  $p = 6000/750 = 8.$

**21.2.** Из (21.6) видно, что искомое влияние возникает, когда член  $\exp(-\hbar\omega/kT)$  перестаёт быть пренебрежимо малым. Заменяя  $[1 - \exp(-\hbar\omega/kT)]^p$  на  $1 - p \exp(-\hbar\omega/kT)$  и полагая  $p \exp(-\hbar\omega/kT)$  близким к единице, находим

$$T > \hbar\omega/k \ln p \approx 250^\circ \text{C}.$$

**21.3.** Разлагая в (21.6) экспоненту в ряд, находим, что

$$W(\Delta E, T) \sim T^p.$$

**21.4.** 1) Резонансность переноса; 2) слабость взаимодействия; 3) диполь-дипольность взаимодействия; 4) необратимость переноса; 5) широкие сплошные спектры; 6) донор и акцептор находятся в среде с показателем преломления  $n.$

**21.5.** Пользуясь выражением для величины  $\gamma$ , введённой при рассмотрении формулы (21.27), получаем для ИАГ  $C_{DA} = 9 \cdot 10^{-40} \text{ см}^6/\text{с},$  а для кристалла ГСГТ  $C_{DA} = 2,2 \cdot 10^{-38} \text{ см}^6/\text{с}.$

**22.1.** Появление множителя  $\exp[-h(\nu_{эл} - \nu)/kT]$  связано с четырёх-уровневым характером работы лазера на красителе; по существу, это равновесная (относительная) населённость нижнего лазерного уровня.

**22.2.** Используя результат предыдущей задачи, получаем выигрыш в пороговой накачке при комнатной температуре  $2,5 - 20 \cdot 10^3$  раз.

**22.3.** а) Так как порог для трёхуровневой системы гораздо выше, то её КПД может быть меньше в неограниченное число раз при условии, что длительность импульса генерации больше времени опустошения нижнего лазерного уровня четырёхуровневой схемы; б) КПД четырёхуровневой схемы выше в 2 раза, так как при инверсии, близкой к плотности активных частиц в трёхуровневой схеме, в лазерное излучение перейдёт только половина запасённой энергии.

**22.4.**  $P = 10^9 \text{ с}^{-1}$ .

**22.5.**  $F \approx 0,03 \text{ Дж/см}^2$ .

**22.6.** Используя результат предыдущей задачи, находим условие для вычисления размера пятна

$$10F = \frac{P_{\text{ср}}}{f_{\text{повт}}} \frac{4}{\pi d^2},$$

отсюда диаметр пятна  $d \approx 0,3 \text{ мм}$ .

**22.7.** Оптимальным можно считать резонатор, размер перетяжки которого равен размеру пятна накачки. Тогда если положить  $\lambda \approx 600 \text{ нм}$ , можно вычислить длину резонатора

$$l = nd^2/\lambda \approx 50 \text{ см}.$$

**22.8.** а)  $T = 2l/\tau = 3 \text{ нс}$ ;  $\tau \approx 6 \text{ пс}$ ; б) для работы в режиме пассивной синхронизации мод необходимо, чтобы импульсы сформировались, т. е. совершили бы несколько проходов сквозь насыщающийся поглотитель. Поэтому необходимо укоротить резонатор, внеся в него, если надо, дополнительные линзы для фокусировки пучка, а также увеличить частоты следования импульсов путём помещения поглотителя, например, в центре резонатора.

**23.2.** В 4 раза.

**23.3.**  $\tau = 1/2\pi\Delta\nu = 1 \text{ пс}$ .

**23.5.** Обозначив населённости уровней  ${}^4T_2$  и  ${}^2E$  символами  $n_2$  и  $n_1$  соответственно, имеем

$$\begin{aligned}\frac{dn_1}{dt} &= -g_1 A_1 n_1 - w_{12} n_1 + w_{21} n_2, \\ \frac{dn_2}{dt} &= Q - g_2 A_2 n_2 + w_{12} n_1 - w_{21} n_2.\end{aligned}$$

Отсюда

$$\frac{d}{dt}(n_1 + n_2) = Q - g_1 A_1 n_1 - g_2 A_2 n_2 = 0.$$

С учётом (1.4) находим

$$\frac{I}{h\nu} = g_2 A_2 n_2 = Q \left[ 1 + \left( \frac{g_1}{g_2} \right)^2 \frac{A_1}{A_2} \exp \left( \frac{\Delta E}{kT} \right) \right]^{-1}.$$

Подстановка числовых данных даёт при  $T = 300$  К  $I/h\nu = Q$ , а при  $T = 77$  К —  $I/h\nu = 10^{-5}Q$ .

**23.6.** Не может. См. предыдущую задачу.

**24.1.** Можно, поскольку зоны не сплошные, а состоят из большого числа уровней, поэтому инверсию можно создать для любой пары уровней.

**24.3.** В любом случае понижение [см. (24.7) или рис. 24.2].

**25.2.** Верхняя граница определяется перегревом, нижняя — порогом.

**25.3.** Уменьшается (ср. с задачей 24.3).

**25.5.** Понижение температуры делает более резким коротковолновый край спектра.

**25.6.** Даже если считать резонатор конфокальным, то размер пятна  $\sim 50$  мкм. Ширина активной области много меньше:  $2d_{\text{диф}} \sim 2$  мкм.

**25.8.** В одинаковых условиях спектры усиления и излучения одинаковы, а спектр генерации имеет линейчатую модовую структуру.

**25.9.**  $\Omega \sim 2\lambda/d$ . В плоскости перехода  $\Omega \sim 3'$ , в перпендикулярной —  $3^\circ$ .

*Николай Васильевич Карлов*

ЛЕКЦИИ ПО КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ

Редактор *Д. А. Миртова*

Художественный редактор *Т. Н. Кольченко*

Технический редактор *И. Ш. Аксельрод*

Корректоры *Е. Ю. Рычагова, О. М. Березина*

ИБ № 32575

---

Сдано в набор 28.05.87. Подписано к печати 27.11.87.  
Т-24243. Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура  
обыкновенная. Печать высокая. Усл. печ. л. 21. Усл.  
кр.-отг. 21. Уч.-изд. л. 22,91. Тираж 9300 экз. Заказ № 844.  
Цена 2 р. 20 к.

---

Ордена Трудового Красного Знамени

издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы

117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

---

4-я типография издательства «Наука»

630077 Новосибирск, 77, Станиславского, 25