

МАКАРОВА Н. В., ШУКУРОВ Ф. А.

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
F	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1
E	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	
D	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9		
C	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90			
B	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79				
A	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64					
9	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51						
8	8	10	18	20	28	30	38	40							
7	7	E	15	1C	23	2A	31								
6	6	C	12	18	1E	24									
5	5	A	F	14	19										
4	4	8	C	10											
3	3	6	9												
2	2	4													
1	1														

Душанбе
«Хумо»
2007

ББК 73+32.973
М15
УДК 002.6:681.3

Макарова Н.В., Шукуров Ф.А., **Позиционные системы счисления,**
Душанбе, «Хумо», 2007 г.
144 стр. 7 ил., 13 библиогр. назв.

*Справочное пособие для школьников, студентов,
программистов*

Книга является дополнительным пособием для изучения основ информатики. В ней подробно рассматриваются позиционные системы счисления. Даны рекомендации по переводу чисел из одной системы счисления в другую. Приведены таблицы для быстрого перевода и программы для перевода с помощью компьютера. Изложение теоретического материала сопровождается большим количеством примеров и развлекательных задач.

Рекомендуется для школьников, студентов, программистов.

Рецензент: зав. кафедрой высшей математики Российско-Таджикского
(Славянского) университета,
доктор физ-мат. наук, проф. Курбанов И.К.

Редактор: доцент кафедры информатики Таджикского
государственного национального университета,
кандидат физ-мат. наук, Шарифзода А.

ISBN 978-99947-41-55-7

© Макарова Н. В., Шукуров Ф. А., 2007

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемая вашему вниманию работа посвящена позиционным системам счисления вообще и системам счисления с основаниям 2, 8, 10, 16 – в особенности. Если вы будете читать любую книгу по вычислительной технике, то непременно встретитесь с одной из этих систем. Авторы стремились как можно подробнее и в доступной любому читателю форме рассказать о разных системах счисления, о связи их между собой. В работе приведены примеры практического применения и развлекательные задачи. Даны рекомендации по переводу чисел (целых, дробных и смешанных) из одной системы счисления в другую, составлены таблицы, помогающие выполнять такие переводы, предлагается несколько программ для перевода с помощью компьютера, написанных на языке QBASIC. Изложение теоретического материала сопровождается большим количеством примеров.

Работа адресована школьникам старших классов, студентам вузов, а также всем, кто по роду деятельности связан с вычислительной техникой.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Для абстрактного понятия «число» человек придумал различные формы изображения при помощи знаков на бумаге, а также всевозможные способы физического представления (например, костяшками на счётах). Так, число «три» может быть изображено на бумаге одной из следующих записей, “3” (десятичная запись), “три” (запись в русском языке), “three” (запись в английском языке), “III” (запись в римской системе представления чисел), “11” (запись в двоичной системе счисления). Очевидно, что, воспринимая любую из этих записей и зная, к какой системе знаков – числовой, языковой – она принадлежит, человек однозначно отождествляет её с понятием “число три”.

Известная каждому школьнику система записи чисел (десятичная) представляет собой так называемую позиционную систему. В позиционных системах один и тот же знак (цифра) может выражать различные количества в зависимости от его места в записи числа. Так, например, в числе 454 первая четверка (слева) выражает четыре сотни, а вторая – четыре единицы; пятёрка в этом числе означает пять десятков, тогда как в числе 0,185 – пять тысячных долей единицы. Примером непозиционной системы представления чисел является римская система. В приложении приведено представление некоторых десятичных чисел в римской системе (таблица 14).

Позиционная система записи чисел очень удобна и экономична не только для записи чисел, но и для выполнения над ними арифметических действий. Удобна она как для записи чисел знаками на бумаге, так и для механического представления чисел. Вспомним, например, счёты, где каждому разряду числа (единицам, десяткам, сотням, тысячам и т.д., а также десятым и сотым долям единицы) соответствует своя спица. Костяшки на этой спице могут занимать десять различных положений. Возможны и

применяются на практике и другие способы физического представления десятичных чисел: с помощью нескольких колёс, каждое из которых может фиксироваться в одном из десяти возможных положений; перфокарт, в каждой из вертикальных колонок которых может пробиваться отверстие на одном из десяти уровней по высоте и т. д. Общим для всех этих представлений является то, что некоторый физический носитель состоит из некоторого числа однородных элементов (спиц с костяшками, колёс, вертикальных колонок перфокарты), каждый из которых может находиться в одном из десяти состояний. Любая такая система пригодна для представления 10^N различных чисел (N – число спиц, колес или колонок перфокарт).

Как известно, знаки, используемые в позиционных системах представления чисел, называются цифрами. Кроме того, для изображения чисел необходимы следующие знаки: запятая – знак, отделяющий целую часть числа от дробной “+” (плюс) и “–” (минус) – знаки, определяющие положительные и отрицательные числа соответственно. Так, запись +32,4 в десятичной системе означает положительное число “тридцать две целых четыре десятых”. Знак “+” часто опускают, а знак “–” в изображении отрицательного числа должен присутствовать обязательно.

Но задумывались ли вы, почему мы говорим: “десятичная система”? Какие ещё бывают позиционные системы, кроме всем известной десятичной, и чем они определяются?

2. ОСНОВАНИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. РАЗЛИЧНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Прежде всего рассмотрим десятичную систему счисления. Преимущества этой системы не математические, а зоологические. Если бы у нас на руках было не десять пальцев, а восемь, то человечество пользовалось бы

восьмеричной системой счисления. Для представления чисел в десятичной системе используются десять знаков-цифр.

Эта система характеризуется тем, что в ней десять единиц какого-либо разряда образуют единицу следующего, старшего, разряда. Если количество единиц (10^0) в числе больше 10, то считаем, сколько в нём содержится десятков (10^1). Если число десятков в числе больше 10, то считаем, сколько содержится в нём сотен (10^2) и т. д. В результате определяется наибольшая степень 10^N , которая содержится в числе. Из остатка выделяется 10^{N-1} и т. д. Аналогично поступаем с дробной частью, выделяя десятые (10^{-1}), сотые (10^{-2}) и т.д. доли единицы. Таким образом число разбивается на разряды, которые нумеруются справа налево для целой части и слева направо для дробной части ($10^{-N} = 1/10^N$).

Исходя из вышеизложенного, десятичное число 374,126 можно представить в следующем виде:

$$374,126 = 3 * 10^2 + 7 * 10^1 + 4 * 10^0 + 1 * 10^{-1} + 2 * 10^{-2} + 6 * 10^{-3}$$

То есть указанное число содержит три сотни ($3 * 10^2$), семь десятков ($7 * 10^1$), четыре единицы ($4 * 10^0$), одну десятую долю единицы ($1 * 10^{-1}$), две сотых доли единицы ($2 * 10^{-2}$) и шесть тысячных долей единицы ($6 * 10^{-3}$).

Число 10 играет в представлении числа в десятичной системе счисления особую роль и имеет особое название: основание системы счисления. Итак, любое конечное действительное число в десятичной системе счисления может быть представлено в виде

$$A_{10} = \pm \alpha_p \dots \alpha_1 \alpha_0, \alpha_{-1} \alpha_{-2} \dots \alpha_{-s} \quad \text{где } \alpha_i \quad (-s \leq i \leq p)$$

десятичные цифры, что равносильно, как мы уже видели, следующей записи:

$$A_{10} = \pm (\alpha_p * 10^p + \alpha_{p-1} * 10^{p-1} + \dots + \alpha_1 * 10^1 + \alpha_0 * 10^0 + \alpha_{-1} * 10^{-1} + \alpha_{-2} * 10^{-2} + \dots + \alpha_{-S+1} * 10^{-S+1} + \alpha_{-S} * 10^{-S}) =$$

$$= \pm \sum_{i=-S}^p \alpha_i * 10^i$$

При $s=0$ имеем представление целых чисел, при $p=-1$ – правильных десятичных дробей.

А теперь рассмотрим систему, основанием которой является какое-нибудь натуральное число $R > 1$. Как представить число в системе с таким основанием? По аналогии с десятичной системой имеем:

$$A_R = \pm \sum_{i=-s}^p \alpha_i * R^i,$$

где α_i – цифры данной системы, которые могут принимать значения от 0 до $R-1$. Обратите внимание: количество цифр всегда равно основанию системы счисления. Система счисления с основанием R называется R -ичной, а цифры, используемые для представления чисел в данной системе, – R -ичными цифрами. Мы будем рассматривать наряду с десятичной системой ещё три системы счисления: двоичную – с основанием $R=2$, восьмеричную с основанием $R=8$ и шестнадцатеричную с основанием $R=16$. Заметим, что под основанием системы всегда понимается десятичное число.

Для указания системы счисления, в которой представлено число, мы будем снабжать его справа внизу индексом, выражающим основание системы счисления, например: 37_8 , 1011_2 , 31_{16} . Если такой индекс отсутствует и из контекста неясно, в какой системе записано число, по умолчанию будем считать, что перед нами число, представленное в десятичной системе счисления.

В двоичной системе счисления числа представляются с использованием всего двух цифр: 0 и 1. Например, запись 10011 в двоичной системе счисления представляет следующее число:

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 19.$$

Аналогично выражаются дробные и смешанные числа. Например, запись 101,011 изображает число

$$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 3^{-3} = 4 + 1 + 1/4 + 1/8 = 5,375$$

(здесь и далее знак / служит для обозначения дробной черты).

Числа, представленные в двоичной системе счисления, называются двоичными.

Для лучшего усвоения приведём начало натурального ряда чисел в двоичном (нижняя строка) и в десятичном (верхняя строка) представлении:

1	2	3	4	5	6
1	10	11	100	101	110
7	8	9	10	11	12
111	1000	1001	1010	1011	1100
13	14	15	16	17	18
1101	1110	1111	10000	10001	10010
19	20	21	22	23	24
10011	10100	10101	10110	10111	11000

Заметим, что число 2 в двоичной системе счисления представляется записью 10, что имеет место для любой R-ичной системы счисления, то есть запись числа R – основания R-ичной системы счисления – в этой системе счисления имеет вид 10.

Двоичная система очень удобна, прежде всего минимальным числом различных цифр, а также самой простой арифметикой. Она является самой удобной для представления чисел в ЭВМ и поэтому наиболее распространена. Применение этой системы позволяет использовать в качестве разрядов числа элементы, имеющие всего два устойчивых состояния: одно из них служит для изображения единицы в соответствующем разряде числа, другое – для изображения нуля. Такие элементы просты по устройству и надёжны в работе. Точно такие же элементы можно использовать для представления знаков чисел. Обычно

состояние элемента, служащее для представления нуля, используется в регистре знака для изображения знака “плюс”, а состояние, изображающее единицу, – для представления знака “минус”. Из-за простоты выполнения арифметических действий в двоичной системе, её применение позволяет добиться простейшей схемы арифметического устройства.

Основанием восьмеричной системы счисления является число 8, а восьмеричными цифрами – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. запись 17,24 в восьмеричной системе счисления представляет число:

$$1 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2} = 8 + 7 + 2/8 + 4/64 = 15,3125$$

Приведём представление первых чисел натурального ряда в десятичной (верхняя строка) и восьмеричной (нижняя строка) системах счисления:

1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
7	10	11	12	13	14
13	14	15	16	17	18
15	16	17	20	21	22
19	20	21	22	23	24
23	24	25	26	27	30

Между двоичной и восьмеричной системами счисления существует интересная зависимость, связанная с тем, что основание восьмеричной системы счисления является целой степенью числа 2, являющегося основанием двоичной системы, $8=2^3$. Эта зависимость выражается в следующем: запись числа в восьмеричной системе является сокращённой записью представления этого числа в двоичной системе, то есть три цифры (триада) в двоичном представлении числа заменяются одной восьмеричной цифрой и полученная таким образом запись является восьмеричным

представлением числа (восьмеричным эквивалентом двоичного числа). Восьмеричные цифры представляются двоичными числами так: 0 - 000, 1 - 001, 2 - 010, 3 - 011, 4 - 100, 5 - 101, 6 - 110, 7 - 111 (для общности цифра ноль тоже представлена триадой двоичных цифр).

Пусть в двоичной системе счисления дано число 1100110,01101. Разбив это представление на триады влево и вправо от запятой (неполные триады надо дополнить нулями слева и справа от числа) и заменив каждую триаду соответствующей восьмеричной цифрой, мы сразу получим представление того же числа в восьмеричной системе счисления:

$$1100110,01101_2 = 146,32_8$$

И наоборот, пусть в восьмеричной системе счисления представлено число 270,4. заменив каждую цифру этого представления соответствующей триадой двоичных цифр и отбросив незначащие нули, получим двоичную запись числа:

$$270,4_8 = 10111000,1_2$$

Шестнадцатеричная система счисления имеет своим основанием число 16 и несколько непривычный набор цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Исчерпав все десятичные цифры, для обозначения последующих цифр (ведь в шестнадцатеричной системе счисления их должно быть шестнадцать!), ввели латинские буквы A, B, C, D, E, F которые эквивалентны десятичным числам 10, 11, 12, 13, 14, 15 соответственно. Так что, цифрой иногда может оказаться и буква. Привыкайте к таким необычным цифрам! Ну, а представление чисел в этой системе происходит по той же схеме.

Пример:

$$1A7,4_{16} = 1 \cdot 16^2 + A \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} = 256 + 160 + 7 + 4/16 = 423,25$$

Выпишем начало натурального ряда чисел в десятичном (верхняя строка) и шестнадцатеричном (нижняя строка) представлении:

1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
7	8	9	A	B	C
13	14	15	16	17	18
D	E	F	10	11	12
19	20	21	22	23	24
13	14	15	16	17	18
25	26	27	28	29	30
19	1A	1B	1C	1D	1E
31	32	33	34	35	36
1F	20	21	22	23	24

Между шестнадцатеричной и двоичной системами счисления существует зависимость, аналогичная зависимости между системами с основаниями 2 и 8, так как основание шестнадцатеричной системы тоже является целой степенью числа 2: $16=2^4$. Четыре цифры (тетрада) в двоичном представлении числа заменяются одной шестнадцатеричной цифрой. Приведём соответствие между шестнадцатеричными цифрами и двоичными тетрадами:

0 – 0000	1 – 0001	2 – 0010
3 – 0011	4 – 0100	5 – 0101
6 – 0110	7 – 0111	8 – 1000
9 – 1001	A – 1010	B – 1011
C – 1100	D – 1101	E – 1110
F – 1111		

Пусть в двоичной системе счисления записано число 101011,01. Разобьём его на тетрады (группы цифр по четыре) влево и вправо от запятой, неполные тетрады дополним нулями слева и справа от числа: 00101011,0100. Заменяя теперь каждую тетраду соответствующей шестнадцатеричной цифрой, получим шестнадцатеричный эквивалент числа:

$$101011,01_2 = 2B,4_{16}$$

И наоборот, пусть в шестнадцатеричной системе счисления представлено число 3A,08. Заменяем каждую цифру в этом представлении соответствующей двоичной тетрадой, отбросим незначащие нули:

$$3A,08_{16} = 00111010,00001000 = 111010,00001_2$$

3. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Арифметические операции над числами в любой позиционной системе счисления выполняются по тем же правилам, что и в десятичной системе, поскольку все они основываются на общих правилах выполнения операций над соответствующими полиномами. При этом в каждой конкретной системе используются свои таблицы сложения и умножения. Действия вычитания и деления, являются обратными действиям сложения и умножения соответственно. Если выполнение действий в какой-либо системе счисления вызывает у вас затруднения, помните правило: чтобы выполнить любое арифметическое действие в R-ичной системе, можно перевести числа, над которыми выполняется действие, в десятичную (либо любую другую Q-ичную) систему, выполнить действие в последней системе и результат перевести в исходную R-ичную систему (правила перевода чисел из R-ичной в Q-ичную систему счисления будут описаны в п. 4).

3.1 ДВОИЧНАЯ АРИФМЕТИКА

Таблицы сложения и умножения в двоичной системе счисления очень просты:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 * 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$0 * 1 = 0$$

$$1 + 1 = 10$$

$$1 * 1 = 1$$

Примеры выполнения арифметических действий:

1. $10011,011 + 101,1 = 11000,111$

$$\begin{array}{r} 10011,011 \\ + \quad 101,1 \\ \hline 11000,111 \end{array}$$

2. $101,011 - 11,1 = 1,111$

$$\begin{array}{r} 101,011 \\ - \quad 11,1 \\ \hline 1,111 \end{array}$$

3. $111 * 101 = 100011$

- 14 -

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 101 \\ \hline 111 \\ + 000 \\ 111 \\ \hline 100011 \end{array}$$

4. $101101:1001=101$

$$\begin{array}{r|l} 101101 & 1001 \\ - 1001 & 101 \\ \hline 1001 & \\ - 1001 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

5. $1001,101:111=1,011$

$$\begin{array}{r|l} 1001,101 & 111 \\ - 111 & 1,011 \\ \hline 1010 & \\ - 111 & \\ \hline 111 & \\ - 111 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

3.2 ВОСЬМЕРИЧНАЯ АРИФМЕТИКА

Таблицы сложения и умножения в восьмеричной системе счисления выглядят следующим образом:

Таблица сложения

	1	2	3	4	5	6	7
--	---	---	---	---	---	---	---

7	10	11	12	13	14	15	16
6	7	10	11	12	13	14	
5	6	7	10	11	12		
4	5	6	7	10			
3	4	5	6				
2	3	4					
1	2						

Таблица умножения

	1	2	3	4	5	6	7
7	7	16	25	34	43	52	61
6	6	14	22	30	36	44	
5	5	12	17	24	31		
4	4	10	14	20			
3	3	6	11				
2	2	4					
1	1						

Пользоваться таблицами очень просто: одно слагаемое (сомножитель) находим в верхней строке таблицы, а другое слагаемое (сомножитель) – в левом крайнем столбце, на пересечении строки и столбца находится результат. Например, $3 + 6 = 11$, $5 + 5 = 12$, $7 * 4 = 34$, $3 * 3 = 11$.

Применяя эти таблицы, вы без труда сможете выполнить четыре действия арифметики в восьмеричной системе счисления. Приведем ряд примеров.

1. $57,016 + 34,1237 = 113,1417$

$$\begin{array}{r}
 57,016 \\
 + \\
 34,1237 \\
 \hline
 113,1417
 \end{array}$$

2. $74,056 - 26,4 = 45,45$

3. $360 * 17 = 7020$

4. $17,25 * 4,4 = 104,764$

5. $37401 : 177 = 177$

6. $70,344:252=0,252$

$$\begin{array}{r} 70,344 \\ \underline{0} \\ \hline 703 \\ \underline{524} \end{array}$$

Выполнение арифметических действий в шестнадцатеричной системе счисления несколько затруднено из-за наличия в ней необычных цифр, изображаемых латинскими буквами A, B, C, D, E, F. Однако, имея всегда перед глазами таблицы сложения и умножения, и здесь можно научиться действовать уверенно. Представим читателю таблицы сложения и умножения в шестнадцатеричной системе счисления.

[illegible]

3	4	5	6	
2	3	4		
1	2			

Таблица умножения

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
F	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1
E	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	
D	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9		
C	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90			
B	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79				
A	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64					
9	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51						
8	8	10	18	20	28	30	38	40							
7	7	E	15	1C	23	2A	31								
6	6	C	12	18	1E	24									
5	5	A	F	14	19										
4	4	8	C	10											
3	3	6	9												
2	2	4													
1	1														

Теперь надо привести примеры выполнения арифметических действий в шестнадцатеричной системе счисления. Но прежде сделаем одно замечание: простота перевода чисел из шестнадцатеричной и восьмеричной систем счисления в двоичную и наоборот (см. п.2) позволяет заменять действия в шестнадцатеричной системе действиями в восьмеричной (или в

двоичной) системе с последующим преобразованием результата в исходную систему. Поэтому, если вы хорошо освоили двоичную или восьмеричную арифметику, шестнадцатеричная арифметика вам не страшна. При рассмотрении примеров мы поясним это замечание.

1. Выполним сложение: $1A7,0B + 35,12$.

Переведём слагаемые в двоичную систему счисления и выполним в ней сложение:

$$110100111,00001011 + 110101,0001001 = 111011100,00011101$$

Переведём теперь полученный результат в шестнадцатеричную систему:

$$111011100,00011101_2 = 1DC,1D_{16}$$

Таким образом,

$$1A7,0B + 35,12 = 1DC,1D.$$

Так как числа в двоичной системе имеют громоздкое представление, можно поступить ещё проще: полученные двоичные эквиваленты шестнадцатеричных слагаемых переведём в восьмеричную систему счисления:

$$110100111,00001011_2 = 647,026_8$$

$$110101,0001001_2 = 65,044_8$$

Выполним действие сложения в восьмеричной системе:

$$647,026 + 65,004 = 734,072$$

Запишем двоичный эквивалент полученного результата и преобразуем его в шестнадцатеричную запись.

$$734,072_8 = 111011100,00011101_2 = 1DC,1D_{16}$$

Заметим, что в п.4 будут даны правила перевода из шестнадцатеричной системы счисления в восьмеричную и обратно, минуя двоичную систему счисления.

2. Выполним вычитание: $29BF,017A - 1A05,998 = FB9,67FA$

Проверим правильность выполненного действия сложением, как мы это делаем в десятичной арифметике.

- 20 -

$$\begin{array}{r} FB9,67FA \\ + 1A05,998 \\ \hline 29BF,017A \end{array}$$

3. $AA * 55,55 = 38AA,72$

$$\begin{array}{r} \times 55,55 \\ AA \\ \hline + 35552 \\ 35552 \\ \hline 38AA.72 \end{array}$$

Выполним это действие в восьмеричной системе счисления.

$$AA_{16} = 252_8$$

$$55,55_{16} = 125,252_8$$

$$\begin{array}{r} \times 125,252 \\ 252 \\ \hline 252524 \\ + 652522 \\ 252524 \\ \hline 34252,344 \end{array}$$

$$34252,344_8 = 38AA,72_{16}$$

4. $3F7,81 : 7F = 7,FF$

$$\begin{array}{r}
 - 21 - \\
 \begin{array}{r}
 - \quad 3F7,81 \quad \overline{7F} \\
 \quad 379 \quad \overline{7,FF} \\
 \hline
 \quad 7E8
 \end{array} \\
 - \quad 771 \\
 \quad \quad \overline{771} \\
 \quad - \quad 771 \\
 \quad \quad \overline{771} \\
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

Проверим правильность выполненного действия умножением:

$$\begin{array}{r}
 \times 7FF \\
 \quad 7F \\
 \hline
 \quad 77F1 \\
 + 37F9 \\
 \hline
 3F781
 \end{array}$$

4. ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

Пусть число X задано своей записью в некоторой R -ичной системе счисления.

$$x_R = \alpha_p \dots \alpha_1 \alpha_0, \alpha_{-1} \dots \alpha_{-s+1} \alpha_{-s} \quad (1)$$

Напомним, что это равносильно следующему выражению.

$$\begin{aligned}
 x_R &= \alpha_p \cdot R^p + \alpha_{p-1} \cdot R^{p-1} + \dots + \alpha_1 \cdot R + \alpha_0 \cdot R^0 + \\
 &+ \alpha_{-1} \cdot R^{-1} + \dots + \alpha_{-s+1} \cdot R^{-s+1} + \alpha_{-s} \cdot R^{-s} = \sum_{i=-s}^p \alpha_i \cdot R^i
 \end{aligned} \quad (2)$$

где R – основание системы, а α_i ($-s \leq i \leq p$) – R -ичные цифры, $\alpha_i \in [0, 1, 2, \dots, R-1]$

Теперь представим, что нам надо получить запись этого же числа в Q -ичной системе счисления. Как это сделать? Напомним, прежде всего, что,

говоря об основании системы счисления, мы всегда имеем в виду десятичное число. Отметим также, что формула (1) есть формальная запись числа в R-ичной системе счисления – и не более того, то есть это как бы схема, по которой при помощи определённого набора знаков (цифр) записывается образ числа в данной системе. Над такими записями по правилам, аналогичным правилам десятичной арифметики, производятся арифметические действия.

Теперь сформулируем основное правило перевода записи числа из R-ичной системы счисления в Q-ичную: чтобы преобразовать запись числа, представленную формулой (1), в некоторой R-ичной системе счисления в эквивалентную запись в Q-ичной системе счисления, надо выполнить следующее: заменить в правой части формулы (2), представляющей число в R-ичной системе, все R-ичные цифры и основание системы счисления R на числовые эквиваленты в Q-ичной системе счисления, а затем выполнить указанные в формуле действия (возведение в степень, умножение и сложение) в Q-ичной арифметике.

Замечание: возведение в степень с натуральным показателем есть, как и в десятичной арифметике, многократное умножение числа самого на себя. Показатели степени в формуле (2) всегда понимаются как десятичные числа (показывают, сколько раз умножить!) и заменам не подлежат.

4.1 ПЕРЕВОД ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Чтобы без затруднения заменять R-ичные цифры на Q-ичные эквиваленты, можно пользоваться следующей таблицей (обозначение 10- означает десятичную систему счисления, 2- двоичную и т. д.)

10-	2-	8-	16-
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3

4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Поясним это правило примером. Пусть дано число $x = 347$ в восьмеричной системе счисления. Переведём его в системы 10-, 2- и 16-. Согласно формуле (2):

$$347_8 = 3 * 8^2 + 4 * 8^1 + 7 * 8^0$$

Надо помнить, что 3, 4, 7 – восьмеричные цифры, а 8 – основание системы счисления – десятичное число; кроме того, основание любой R-ичной системы счисления в этой системе записывается как 10. Так что, если бы мы хотели представить правую часть предыдущего равенства в восьмеричной системе счисления, то она выглядела бы следующим образом:

$$347_8 = 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 7 * 10^0$$

А теперь займёмся переводом этого числа в десятичную систему.

$$347_8 = 3 * 8^2 + 4 * 8^1 + 7 * 8^0 = 3 * 64 + 4 * 8 + 7 = 192 + 32 + 7 = 231$$

Этот перевод самый простой, так как восьмеричные цифры 3, 4, 7 имеют своими десятичными эквивалентами те же самые цифры (это справедливо для всех восьмеричных цифр; см. таблицу), а основание системы уже есть десятичное число, и следовательно никаких замен здесь делать не надо, а просто выполнить указанные действия в десятичной системе счисления.

Переведём это же число в двоичную систему счисления. Как уже отмечалось раньше (см. п.2), существует очень простой способ перевода

чисел из восьмеричной в двоичную систему: надо заменить каждую восьмеричную цифру соответствующей двоичной триадой. В нашем примере имеем:

$$347_8 = 11100111_2$$

Однако проиллюстрируем и способ перевода по сформулированному выше правилу. Двоичными эквивалентами восьмеричных цифр 3,4,7 будут 11, 100, 111 соответственно, а основание системы счисления 8 имеет двоичный эквивалент 1000. Запишем наше равенство, произведя замены:

$$347_8 = 11 * 1000^2 + 100 * 1000^1 + 111 * 1000^0$$

Теперь в правой части надо выполнить действия в двоичной арифметике, то есть сначала 1000 возвести во вторую степень, что означает: $1000 * 1000$, затем выполнить умножения, и, наконец, сложение.

- 1) $1000 * 1000 = 1000000$
- 2) $11 * 1000000 = 11000000$
- 3) $100 * 1000 = 100000$
- 4) $11000000 + 100000 + 111 = 11100111$

Таким образом, $347_8 = 11100111_2$

Очевидно, что здесь удобнее пользоваться первым способом перевода, так как он даёт результат без всяких вычислений. Осталось перевести заданное число в шестнадцатеричную систему счисления. Для такого перевода можно тоже воспользоваться быстрым способом, а именно осуществить перевод через двоичную запись исходного числа. Уже полученную выше двоичную запись числа надо разбить на тетрады справа налево и заменить каждую тетраду соответствующей ей шестнадцатеричной цифрой (если крайняя слева тетрада окажется неполной, ее дополняют нулями слева):

$$11100111_2 = E7_{16}$$

Покажем и другой способ перевода. Очевидно, что в записи

$$347_8 = 3 * 8^2 + 4 * 8^1 + 7 * 8^0$$

Все цифры и основание системы имеют точно такие же шестнадцатеричные эквиваленты, поэтому сразу выполняем действия в шестнадцатеричной арифметике.

- 1) $8 * 8 = 40$
- 2) $3 * 40 = C0$
- 3) $4 * 8 = 20$
- 4) $C0 + 20 + 7 = E7$

Как видим, результат получился тот же.

Возьмём теперь число, представленное в десятичной системе счисления, например, 429 и переведем его в системы с основаниями 2, 8 и 16.

В двоичную систему счисления:

$$429 = 4 * 10^2 + 2 * 10^1 + 9 * 10^0 \quad (3)$$

после замены на двоичные эквиваленты:

$$429 = 100 * 1010^2 + 10 * 1010^1 + 1001 * 1010^0$$

- 1) $1010 * 1010 = 1100100$
- 2) $100 * 1100100 = 110010000$
- 3) $10 * 1010 = 10100$
- 4) $110010000 + 10100 + 1001 = 110101101$

$$\text{Итак, } 429 = 110101101_2$$

В восьмеричную систему счисления:

равенство (3) после замены на восьмеричные эквиваленты примет вид:

$$429 = 4 * 12^2 + 2 * 12^1 + 11 * 12^0$$

- 1) $12 * 12 = 144$
- 2) $4 * 144 = 620$
- 3) $2 * 12 = 24$
- 4) $620 + 24 + 11 = 655$

следовательно, $429 = 655_8$.

В шестнадцатеричную систему счисления:

равенство (3) после замены на шестнадцатеричные эквиваленты примет вид:

$$429 = 4 * A^2 + 2 * A^1 + 9 * A^0$$

$$1) A * A = 64$$

$$2) A * 64 = 190$$

$$3) 2 * A = 14$$

$$4) 190 + 14 + 9 = 1AD$$

Таким образом, $429 = 1AD_{16}$

Нам осталось показать на примере перевод двоичного и шестнадцатеричного чисел в другие системы счисления, что мы и сделаем.

Берём двоичное число 1100101. Записываем для него формулу (2):

$$1100101_2 = 1 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 \quad (4)$$

Перевод в восьмеричную систему счисления выполняется разбиением на триады:

$$1100101_2 = 145_8$$

Для перевода в десятичную систему счисления выполним действия, предписанные формулой (4), в десятичной арифметике.

$$1100101_2 = 64 + 32 + 4 + 1 = 101$$

Перевод в шестнадцатеричную систему счисления выполним разбиением на тетрады:

$$1100101_2 = 65_{16}$$

И, наконец, пусть у нас есть шестнадцатеричное число 3B9. Переведём его в системы 2-, 8- и 10-.

В двоичную систему счисления этот перевод выполняется заменой каждой шестнадцатеричной цифры соответствующей двоичной тетрадой:

$$3B9_{16} = 1110111001_2$$

Перевод в восьмеричную систему можно сделать двумя способами. Первый способ: полученную выше двоичную запись числа “свернём” в восьмеричную, разбив на триады (напомним, что разбиение производится справа налево):

$$3B9_{16} = 1110111001_2 = 1671_8$$

Второй способ:

$$3B9_{16} = 3 * 16^2 + B * 16^1 + 9 * 16^0$$

После замены на восьмеричные эквиваленты, это равенство примет вид:

$$3B9_{16} = 3 * 20^2 + 13 * 20^1 + 11 * 20^0$$

(не забудьте, что 16 – десятичное число).

Выполним действия в восьмеричной арифметике:

- 1) $20 * 20 = 400$
- 2) $3 * 400 = 1400$
- 3) $13 * 20 = 260$
- 4) $1400 + 260 + 11 = 1671$

Итак, $3B9_{16} = 1671_8$.

Как вы, вероятно, заметили, в этом пункте были рассмотрены примеры перевода только целых чисел. Вопросы перевода дробных и смешанных чисел будут рассмотрены в следующих пунктах.

Теперь поясним, как пользоваться таблицами перевода целых чисел.

ТАБЛИЦА 1

Эта таблица представляет двоичную, восьмеричную, десятичную и шестнадцатеричную записи первой тысячи целых десятичных чисел. Применение данной таблицы позволяет осуществлять перевод любого целого числа в диапазоне:

- а) десятичных чисел – от 1 до 1000;
- б) двоичных чисел – от 1 до 1111101000;
- в) восьмеричных чисел – от 1 до 1750;
- г) шестнадцатеричных чисел – от 1 до 3E8

из любой указанной системы в три других, не выполняя никаких вычислений.

ТАБЛИЦА 2

Десятичный преобразователь целых восьмеричных чисел

Эта таблица служит для перевода целых восьмеричных чисел в диапазоне от 1 до 7777777777 в десятичную систему счисления. Покажем на примерах, как пользоваться таблицей.

Пример 1. Пусть надо перевести в десятичную систему счисления восьмеричное число 1457. Представим данное число в виде:

$$1457_8 = 1 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0$$

В столбце “восьмеричная цифра” находим цифру 1, а в строке “восьмеричный множитель” - 8^3 , на пересечении этих строки и столбца находится значение $1 \cdot 8^3$, равное 512, в десятичной системе счисления. Аналогично находим:

$$4 \cdot 8^2 = 256, 5 \cdot 8^1 = 40, 7 \cdot 8^0 = 7$$

Теперь осталось выполнить сложение найденных десятичных значений в десятичной системе счисления:

$$1457_8 = 512 + 256 + 40 + 7 = 815$$

Пример 2.

$$30070_8 = 3 \cdot 8^4 + 0 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 12288 + 56 = 12344$$

ТАБЛИЦА 3

Шестнадцатеричный преобразователь целых восьмеричных чисел

Эта таблица предназначена для перевода целых восьмеричных чисел в диапазоне от 1 до 7777777777 в шестнадцатеричную систему счисления.

$$\text{Пример 3. } 257_8 = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 80_{16} + 28_{16} + 7_{16} = AF_{16}$$

Пример 4.

$$70340_8 = 7 \cdot 8^4 + 0 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 7000_{16} + C0_{16} + 20_{16} = 70E0_{16}$$

ТАБЛИЦА 4

Восьмеричный преобразователь целых десятичных чисел

Эта таблица служит для перевода целых десятичных чисел в диапазоне от 1 до 999999999 в восьмеричную систему счисления.

Пример 5.

$$3895 = 3 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = 5670_8 + 1440_8 + 132_8 + 5_8 = 7467_8$$

Пример 6.

$$40709 = 4 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 = 116100_8 + 1274_8 + 11_8 = 117405_8$$

ТАБЛИЦА 5

Шестнадцатеричный преобразователь целых десятичных чисел

Эта таблица предназначена для перевода целых десятичных чисел в диапазоне от 1 до 999999999 в шестнадцатеричную систему счисления.

Пример 7.

$$1234 = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = 3E8_{16} + C8_{16} + 1F_{16} + 4_{16} = 4D2_{16}$$

Пример 8.

$$90807 = 9 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 15F90_{16} + 320_{16} + 7_{16} = 162B7_{16}$$

ТАБЛИЦА 6

Восьмеричный преобразователь целых шестнадцатеричных чисел

Эта таблица служит для перевода целых шестнадцатеричных чисел в диапазоне от 1 до FFFFFFFF в восьмеричную систему счисления.

Пример 9. $3AF_{16} = 3 \cdot 16^2 + A \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 1400_8 + 240_8 + 17_8 = 1657_8$

Пример 10.

$$\begin{aligned} E09B01_{16} &= E * 16^5 + 0 * 16^4 + 9 * 16^3 + B * 16^2 + 0 * 16^1 + 1 * 16^0 = \\ &= 70000000_8 + 110000_8 + 5400_8 + 1_8 = 70115401_8 \end{aligned}$$

ТАБЛИЦА 7

Десятичный преобразователь целых шестнадцатеричных чисел

Эта таблица служит для перевода целых шестнадцатеричных чисел в диапазоне от 1 до FFFFFFFF в десятичную систему счисления.

Пример 11.

$$FEDC_{16} = F * 16^3 + E * 16^2 + D * 16^1 + C * 16^0 = 61440 + 3584 + 208 + 12 = 65244$$

Пример 12.

$$\begin{aligned} AA092_{16} &= A * 16^4 = A * 16^3 + 0 * 16^2 + 9 * 16^1 + 2 * 16^0 = 655360 + 40960 + 144 + 2 = \\ &= 696466 \end{aligned}$$

Таблицами не охвачен перевод чисел из двоичной системы счисления в системы с основаниями 8, 10, 16 и обратно. Это объясняется тем, что перевод из двоичной системы в восьмеричную и шестнадцатеричную, а также обратно, очень прост (см. п.2), а преобразования двоичных чисел в десятичные и обратно можно выполнить через восьмеричную или шестнадцатеричную системы. Покажем на примерах. Пусть надо перевести двоичное число 11011100110001 в десятичную систему счисления. В качестве промежуточной системы используем восьмеричную систему:

$$11011100110001_2 = 33461_8$$

Теперь воспользуемся таблицей 2:

$$33461_8 = 3 * 8^4 + 3 * 8^3 + 4 * 8^2 + 6 * 8^1 + 1 * 8^0 = 12288 + 1536 + 256 + 48 + 1 = 14129$$

Итак, $11011100110001_2 = 14129$.

Обратно, имеем число, представленное десятичной записью – 41093. Требуется перевести его в двоичную систему счисления. Осуществим этот перевод через посредство шестнадцатеричной системы, то есть сначала при помощи таблицы 5 переведем данное десятичное число в

шестнадцатеричную систему счисления:

$$41093 = 4 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 = 9C40_{16} + 3E8_{16} + 5A_{16} + 3_{16} = \\ = A085_{16}$$

Теперь заменим каждую цифру в полученной шестнадцатеричной записи соответствующей тетрадой, это и будет искомый двоичный эквивалент данного десятичного числа:

$$A085_{16} = 1010000010000101_2$$

4.2 ПЕРЕВОД ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ

Перевод дробных чисел из R-ичной системы счисления в Q-ичную следует рассмотреть особо. Прежде всего условимся, что сначала будем рассматривать перевод правильных дробей, а затем уже смешанных чисел (неправильных дробей). Итак, мы имеем число $0 < x < 1$, представленное записью $0, \alpha_{-1} \alpha_{-2} \dots \alpha_{-s+1} \alpha_{-s}$

В R-ичной системе счисления это означает:

$$X_R = \alpha_{-1} \cdot R^{-1} + \alpha_{-2} \cdot R^{-2} + \dots + \alpha_{-s+1} \cdot R^{-s+1} + \alpha_{-s} \cdot R^{-s} \quad (5)$$

где α_i ($-S \leq i \leq -1$) - R-ичные цифры, R – основание системы счисления (натуральное десятичное число).

Как решить вопрос перевода этого числа в Q-ичную систему счисления? Отметим, что в ряде случаев задача перевода дробного числа из одной системы счисления в другую не может быть решена точно, например, десятичная дробь 0,9 не может быть точно представлена никакой конечной двоичной дробью. В таких случаях задача решается приближенно; степень приближения либо задаётся при постановке задачи, либо выбирается так, чтобы возможная погрешность результирующей записи была близка к погрешности исходной записи. Более того: даже в случае, когда R-ичная дробь имеет Q-ичный эквивалент, выражаемый конечной дробью, число верных цифр в Q-ичной дроби отличается от числа верных цифр в исходной

R-ичной дроби. Пусть, например, запись $0,1011$ представляет собой двоичную дробь, все цифры которой верные. Погрешность этой записи не превышает половины единицы младшего разряда, то есть числа $0,5 \cdot 2^{-4} = 1/32 \approx 0,03$. Для записи $0,1011_2$ существует конечный десятичный эквивалент – запись $0,6875$. Однако, уже вторая цифра после запятой может оказаться неверной (см. вычисленную погрешность исходной дроби). Поэтому достаточно (даже с некоторым запасом точности) ограничиться десятичным числом $0,69$ в качестве результата перевода.

В каком случае R-ичная дробь выражается конечной Q-ичной дробью? Проанализировав формулу (5), можно сделать вывод: если дробь $1/R$ выражается конечной Q-ичной дробью, то и любая конечная R-ичная дробь, представленная формулой (5), будет выражаться конечной Q-ичной дробью. Обратное утверждение неверно, то есть из того, что дробь $1/R$ не выражается конечной Q-ичной дробью, не следует, что никакая конечная R-ичная дробь не выражается конечной Q-ичной дробью.

Поясним это на примере. Пусть задана восьмеричная конечная дробь $0,34$. Будет ли десятичный эквивалент этого числа конечной десятичной дробью? Очевидно, что дробь $1/8$ выражается конечной десятичной дробью $0,125$, следовательно, и восьмеричная дробь $0,34$ тоже выразится конечной десятичной дробью, а именно: $0,34_8 = 0,4375$. А теперь зададимся вопросом, имеется ли конечный восьмеричный эквивалент у десятичной дроби $0,1$? Воспользуемся общей формой записи числа в Q-ичной системе.

$$0,1 = \alpha_{-1} \cdot 8^{-1} + \alpha_{-2} \cdot 8^{-2} + \dots + \alpha_{-s+1} \cdot 8^{-s+1} + \alpha_{-s} \cdot 8^{-s} + \dots$$

Надо найти коэффициенты при отрицательных степенях основания $Q = 8$ (десятичное число) и установить, является ли число этих коэффициентов конечным. Начнём с первого коэффициента, для его нахождения надо ответить на вопрос: сколько раз $1/8$ содержится в $1/10$. Ясно, что ни одного раза, так как $1/8 > 1/10$:

$$1/10 : 1/8 = 0 ; \text{остаток} - 1/10$$

Следовательно, $\alpha_i = 0$. Делим полученный остаток на $1/8^2 = 1/64$, находя тем самым второй коэффициент:

$$1/10 : 1/64 = 6 \text{ и } 0,00625 \text{ в остатке,}$$

Следовательно, $\alpha_{-2} = 6$. Продолжим по той же схеме.:

$$0,00625 : 1/512 = 3 \text{ и } 0,000390625 \text{ в остатке}$$

$$0,000390625 : 1/4096 = 1 \text{ и } 0,00014648437 \text{ в остатке}$$

$$0,00014648437 : 1/32768 = 4 \text{ и } 0,00002441405 \text{ в остатке}$$

$$0,00002441405 : 1/262144 = 6 \text{ и } 0,00000152585 \text{ в остатке}$$

$$0,00000152585 : 1/2097152 = 3 \text{ и } 0,00000009533 \text{ в остатке}$$

$$0,00000009533 : 1/16777216 = 1 \text{ и } 0,00000003572 \text{ в остатке}$$

$$0,00000003572 : 1/134217728 = 4 \text{ и } 0,00000000592 \text{ в остатке}$$

Мы нашли первые девять коэффициентов разложения.

$$\begin{aligned} 0,1 = & 0 \cdot 8^{-1} + 6 \cdot 8^{-2} + 3 \cdot 8^{-3} + 1 \cdot 8^{-4} + 4 \cdot 8^{-5} + 6 \cdot 8^{-6} + \\ & + 3 \cdot 8^{-7} + 1 \cdot 8^{-8} + 4 \cdot 8^{-9} + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Читателю предлагается продолжить деление, чтобы убедиться в том, что следующие коэффициенты будут повторять набор (6, 3, 1, 4) бесконечно. Докажем это. Вычислим сумму, представленную в правой части равенства (6):

$$\begin{aligned} \frac{6}{8^2} + \frac{3}{8^3} + \frac{1}{8^4} + \frac{4}{8^5} + \frac{6}{8^6} + \frac{3}{8^7} + \frac{1}{8^8} + \frac{4}{8^9} + \dots = \frac{6 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0}{8^5} + \\ + \frac{6 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0}{8^9} + \dots = 3276 \cdot \left(\frac{1}{8^5} + \frac{1}{8^9} + \dots \right) \end{aligned}$$

В скобках имеем сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, знаменатель которой равен $1/8^4$.

По формуле для суммы членов такой прогрессии имеем:

$$\frac{1}{8^5} + \frac{1}{8^9} + \dots = \frac{1}{8^5} : \left(1 - \frac{1}{8^4} \right) = \frac{8^4}{8^5 \cdot (8^4 - 1)} = \frac{1}{32760},$$

тогда конечный результат будет

$$3276 \cdot (1/32760) = 0,1$$

Как видим, правая часть равенства (6) равна числу, стоящему в левой части. Если мы посмотрим теперь на правую часть равенства (6), как на представление некоторого числа в восьмеричной системе счисления, то

совершенно очевидно, что число это должно изображаться записью 0,063146314.... Итак, десятичная дробь 0,1 имеет своим эквивалентом в восьмеричной системе счисления бесконечную дробь 0,63146314... Однако отсюда не следует, что никакая десятичная дробь не может быть выражена конечной восьмеричной дробью, например: $0,5 = 0,4_8$

Теперь покажем практические приёмы перевода правильных дробей. Сначала рассмотрим примеры, в которых R-ичная дробь переводится в конечную Q-ичную дробь. Оставим в стороне вопросы погрешности Q-ичной дроби в случаях, когда переводимая R-ичная дробь не точная. Читатель может найти освещение этого вопроса в [2]. Итак, мы будем считать, что данная R-ичная дробь конечная и точная. Мы хотим найти её Q-ичный эквивалент.

Пример 13. Перевести восьмеричную дробь 0,34 в системы с основаниями 2, 10 и 16.

Перевод в двоичную систему счисления.

Запишем представление числа 0,34 по общей формуле:

$$0,34_8 = 3 * 8^{-1} + 4 * 8^{-2}$$

или строго в восьмеричной системе:

$$0,34 = 3 * 10^{-1} + 4 * 10^{-2} \quad (7)$$

В правой части равенства (7) цифры 3,4 и основание системы 10 есть восьмеричные записи. Теперь следуем правилу перевода, сформулированному в п.4. Заменим в правой части (7) все записи двоичными эквивалентами (см. таблицу в п.4) и выполним указанные действия в двоичной арифметике.

$$3 * 10^{-1} + 4 * 10^{-2} = 11 * 1000^{-1} + 100 * 1000^{-2} = 11/1000 + 100/1000000 = \\ = 0,011 + 0,0001 = 0,0111$$

$$\text{Итак, } 0,34_8 = 0,0111_2$$

Вспомним и самый простой способ перевода из восьмеричной системы в двоичную: каждую восьмеричную цифру заменить двоичной триадой.

$$0,34_8 = 0,011100 = 0,0111_2$$

(незначащие нули справа отброшены).

Перевод в десятичную систему счисления:

$$0,34_8 = 3 * 8^{-1} + 4 * 8^{-2} = 3/8 + 4/64 = 7/16 = 0,4375$$

Перевод в шестнадцатеричную систему счисления:

$$0,34_8 = 3 * 8^{-1} + 4 * 8^{-2}$$

Выполним указанные действия в шестнадцатеричной арифметике.

- 1) $3 * 8^{-1} = 0,6$ 2) $8 * 8 = 40$
3) $4 * 40^{-1} = 0,1$ 4) $0,6 + 0,1 = 0,7$

Итак, $0,34_8 = 0,7_{16}$

Следующие примеры будем показывать с применением таблиц, приложенных к этому пункту.

ТАБЛИЦА 8

Десятичный преобразователь дробных восьмеричных чисел

Эта таблица предназначена для перевода правильных восьмеричных дробей в диапазоне от 0,00001 до 0,77777 в десятичную систему счисления. Отметим, что все конечные восьмеричные дроби имеют конечные десятичные эквиваленты, но из-за очень большой длины значения последнего столбца округлены до девяти значащих цифр.

Пример 14. Дана восьмеричная дробь 0,027, требуется перевести её в десятичную систему счисления, применяя таблицу 8. Имеем:

$$0,027_8 = 0 * 8^{-1} + 2 * 8^{-2} + 7 * 8^{-3}$$

Первое слагаемое есть нуль. Находим в столбце “восьмеричная цифра” цифру 2, а в строке “восьмеричная множитель” – 8^{-2} , на пересечении этих столбца и строки найдем значение произведения $2 * 8^{-2}$ в десятичной системе счисления: 0,03125. Аналогично находим, что произведению $7 * 8^{-3}$

соответствует десятичное значение 0,013671875. Выполним сложение найденных значений в десятичной системе счисления:

$$0,03125 + 0,013671875 = 0,044921875$$

$$\text{Итак, } 0,027_8 = 0,044921875$$

ТАБЛИЦА 9

Шестнадцатеричный преобразователь дробных восьмеричных чисел

Эта таблица предназначена для перевода правильных восьмеричных дробей в диапазоне от 0,00001 до 0,77777 в шестнадцатеричную систему счисления. Каждая конечная восьмеричная дробь имеет конечный шестнадцатеричный эквивалент.

Пример 15. Перевести восьмеричную дробь 0,125 в шестнадцатеричную систему счисления. Запишем:

$$0,125_8 = 1 * 8^{-1} + 2 * 8^{-2} + 5 * 8^{-3}$$

Определив по таблице каждое произведение, сложим их в шестнадцатеричной системе счисления.

$$1 * 8^{-1} = 0,2_{16} \quad 2 * 8^{-2} = 0,08_{16} \quad 5 * 8^{-3} = 0,028_{16}$$

$$0,2_{16} + 0,08_{16} + 0,028_{16} = 0,248_{16}$$

Таким образом, $0,125_8 = 0,248_{16}$

Для проверки правильности перевода можно записать двоичные эквиваленты обеих дробей и сравнить их:

$$0,125_8 = 0,001010101_2$$

$$0,248_{16} = 0,001010101000_2$$

Отбросив незначащие нули справа у второго двоичного эквивалента, мы увидим, что двоичные записи этих дробей совершенно одинаковы.

ТАБЛИЦА 10

Восьмеричный преобразователь дробных шестнадцатеричных чисел

Эта таблица предназначена для перевода правильных шестнадцатеричных дробей в диапазоне от 0,00001 до 0,FFFFFF в восьмеричную систему счисления. Каждая конечная шестнадцатеричная дробь имеет конечный восьмеричный эквивалент.

Пример 16. Преобразовать шестнадцатеричную дробь 0,A53 в восьмеричную.

$$\text{Запишем: } 0,A53_{16} = A * 16^{-1} + 5 * 16^{-2} + 3 * 16^{-3}$$

Определив по таблице 10 восьмеричные значения каждого произведения, сложим их в восьмеричной системе счисления.

$$\begin{aligned} A * 16^{-1} &= 0,5_8 & 5 * 16^{-2} &= 0,012_8 & 3 * 16^{-3} &= 0,0003_8 \\ 0,5_8 + 0,012_8 + 0,0003_8 &= 0,5123_8 \end{aligned}$$

Следовательно,

$$0,A53_{16} = 0,5123_8$$

Проверим:

$$\begin{aligned} 0,A53_{16} &= 0,101001010011_2 \\ 0,5123_8 &= 0,101001010011_2 \end{aligned}$$

Как видим, двоичные эквиваленты дробей одинаковы.

Напомним, что в двух последних примерах перевод можно было осуществить через двоичную запись исходной дроби. Поясним это на примере восьмеричной дроби 0,125. Запишем её двоичный эквивалент: 0,001010101. Теперь разобьём эту двоичную запись слева направо от запятой на тетрады, дополнив последнюю неполную тетраду нулями, и заменим каждую тетраду соответствующей шестнадцатеричной цифрой.

$$0,001010101000_2 = 0,2A8_{16}$$

ТАБЛИЦА 11

Десятичный преобразователь дробных шестнадцатеричных чисел

Эта таблица предназначена для перевода правильных шестнадцатеричных дробей в диапазоне от 0,00001 до 0,FFFFFF в десятичную систему счисления. Каждая конечная шестнадцатеричная дробь имеет конечный десятичный эквивалент, но из-за очень большой длины, значения в последних трех столбцах округлены до семи значащих цифр. Заметим, что в третьем столбце есть два точных значения, они помечены звездочкой (*).

Пример 17. Перевести шестнадцатеричную дробь

$$0,C3_{16} = C \cdot 16^{-1} + 3 \cdot 16^{-2}$$

в десятичную систему счисления.

Определив по таблице 11 десятичное значение каждого произведения, выполним сложение в десятичной системе счисления:

$$\begin{aligned} C \cdot 16^{-1} &= 0,75; & 3 \cdot 16^{-2} &= 0,01171875 \\ 0,75 + 0,01171875 &= 0,76171875 \end{aligned}$$

Итак, $0,C3_{16} = 0,76171875$

Теперь рассмотрим перевод из двоичной системы счисления в системы с основаниями 8, 10, 16 и обратно. Прежде всего, заметим, что любая конечная двоичная дробь имеет конечный эквивалент в любой из этих систем. Обратно: любая конечная восьмеричная и конечная шестнадцатеричная дроби имеют конечный двоичный эквивалент. Только перевод из десятичной системы в двоичную является исключением и будет рассмотрен особо.

О переводах из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную системы уже говорилось, поэтому остановимся только на переводе из двоичной системы в десятичную.

Пример 18. Перевести двоичную дробь 0,1111101 в десятичную систему счисления.

Запишем восьмеричный эквивалент этой дроби:

$$0,1111101_2 = 0,764_8$$

Теперь воспользуемся таблицей 8.

$$0,764_8 = 7 * 8^{-1} + 6 * 8^{-2} + 4 * 8^{-3}$$

$$7 * 8^{-1} = 0,875 \quad 6 * 8^{-2} = 0,09375 \quad 4 * 8^{-3} = 0,0078125$$

$$0,875 + 0,09375 + 0,0078125 = 0,9765625$$

$$\text{Итак, } 0,1111101_2 = 0,9765625$$

Проверим, применив основной метод перевода:

$$\begin{aligned} 0,1111101_2 &= 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3} + 1 * 2^{-4} + 1 * 2^{-5} + 0 * 2^{-6} + 1 * 2^{-7} = \\ &= 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/128 = 125/128 = 0,9765625 \end{aligned}$$

Мы закончили рассмотрение случаев, когда R-ичная конечная дробь переводится в конечную Q-ичную дробь. Теперь обратимся к таким переводам, когда конечная R-ичная дробь не имеет конечного Q-ичного эквивалента. Как читатель мог проследить, таковыми являются переводы из десятичной системы счисления в системы с основаниями 2, 8 и 16. Начнём с перевода конечной десятичной дроби в восьмеричную систему счисления. Этой цели служит таблица 12 (восьмеричный преобразователь дробных десятичных чисел), с помощью которой можно перевести конечную десятичную дробь в диапазоне от 0,00001 до 0,99999 в приближённую восьмеричную дробь, округлённую до шести значащих цифр. Отметим, что десятичная дробь 0,5 имеет точный восьмеричный эквивалент – 0,4.

Пример 19. Перевести десятичную дробь 0,125 в восьмеричную систему счисления.

$$\text{Запишем: } 0,125 = 1 * 10^{-1} + 2 * 10^{-2} + 5 * 10^{-3}$$

Находим по таблице 12:

$$1 * 10^{-1} \approx 0,0631463_8$$

$$2 * 10^{-2} \approx 0,0121727_8$$

$$5 * 10^{-3} \approx 0,00243656_8$$

Сложим найденные значения в восьмеричной системе счисления;

$$0,0631463_8 + 0,0121727_8 + 0,00243656_8 = 0,07777776_8$$

Если округлить полученный результат до шести значащих цифр, как все промежуточные значения, взятые из таблицы, то получится дробь 0,1. Однако эта восьмеричная дробь является не приближённым, как должно бы

следовать из проделанных вычислений, а точным эквивалентом десятичной дроби 0,125. Поэтому применение таблицы 12 не всегда рационально. В связи с этим рассмотрим ещё несколько способов перевода конечной десятичной дроби в восьмеричную систему счисления, приводящих к более точным результатам.

Способ первый. Он основывается на следующем правиле: если данная R-ичная дробь является результатом некоторых арифметических действий над R-ичными дробями в R-ичной системе счисления, то её Q-ичный эквивалент будет результатом тех же арифметических действий над соответствующими Q-ичными эквивалентами R-ичных операндов в Q-ичной системе счисления. Поясним это на предыдущем примере. Данная десятичная дробь 0,125 является результатом следующих действий в десятичной системе счисления: $0,125 = 0,5 * 0,5 * 0,5$. Восьмеричным эквивалентом десятичной дроби 0,5 является дробь 0,4. Выполним с этой дробью те же действия в восьмеричной системе счисления $0,4 * 0,4 * 0,4 = 0,1$. Из приведённого правила следует, что полученная восьмеричная дробь и является эквивалентом данной десятичной дроби.

Пример 20. Перевести десятичную дробь 0,625 в восьмеричную систему счисления.

$$\text{Имеем: } 0,625 = 0,5 + 0,125$$

Восьмеричные эквиваленты слагаемых нам известны.

$$0,5 = 0,4_8 \qquad 0,125 = 0,1_8$$

Сложим эти восьмеричные дроби.

$$0,4 + 0,1 = 0,5$$

Следовательно, $0,625 = 0,5_8$

Способ второй. Здесь применяется основное правило перевода (см. п.4). Покажем, как это делается на примере той же десятичной дроби 0,125.

Запишем по общей форме:

$$0,125 = 1 * 10^{-1} + 2 * 10^{-2} + 5 * 10^{-3}$$

Теперь заменим в правой части равенства основание системы и десятичные цифры восьмеричными эквивалентами и выполним предписанные формулой действия в восьмеричной арифметике:

$$1/12 + 2/12^2 + 5/12^3 = 1/12 + 2/144 + 5/1750 = 175/1750 = 0,1$$

Способ третий. Этот способ основан на следующем правиле: чтобы перевести конечную R-ичную дробь

$$0, \alpha_{-1} \alpha_{-2} \dots \alpha_{-s+1} \alpha_{-s}$$

в Q-ичную систему счисления, надо перевести целое R-ичное число

$$\alpha_{-1} \alpha_{-2} \dots \alpha_{-s+1} \alpha_{-s}$$

в целое Q-ичное число и последнее разделить на Q-ичный эквивалент R-ичного числа R^s в Q-ичной системе счисления. Например, чтобы перевести десятичную дробь 0,125 в восьмеричную систему счисления, надо сначала перевести целое десятичное число 125 в эту систему, а затем полученный результат разделить на восьмеричное значение десятичного числа 10^3 в восьмеричной арифметике.

$$\begin{aligned} 125 &= 175_8 & 1000 &= 1750_8 \\ 175_8 : 1750_8 &= 0,1_8 \end{aligned}$$

Даже если данная десятичная дробь не представляется конечной восьмеричной дробью, применение последнего способа даёт более точный результат, чем перевод с помощью таблицы 12. Объясняется это тем, что при вычислениях по таблице накапливается погрешность из-за округления промежуточных значений. Рассмотрим ещё один пример, применяя сразу два способа перевода: по таблице 12 и способ третий.

Пример 21. Пусть требуется перевести в восьмеричную систему счисления десятичную дробь 0,7306. Сначала воспользуемся таблицей 12.

$$\text{Запишем: } 0,7306 = 7 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 0 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-4}$$

Находим по таблице:

- 42 -

$$7 \cdot 10^{-1} \approx 0,546315_8$$

$$3 \cdot 10^{-2} \approx 0,0172703_8$$

$$6 \cdot 10^{-3} \approx 0,000235223_8$$

Сложим найденные восьмеричные дроби:

$$\begin{array}{r} 0,546315 \\ + 0,0172703 \\ 0,000235223 \\ \hline 0,566042523 \end{array}$$

Округлив результат до шести значащих цифр, получим:

$$0,7306 \approx 0,566043_8$$

Теперь применим третий способ. Переведём целое десятичное число 7306 в восьмеричную систему счисления (таблица 4):

$$7306 = 16212_8$$

Разделим полученное восьмеричное число на восьмеричное значение десятичного числа 10000, равное 23420:

$$16212 : 23420 = 0,566042320...$$

Деление прервано на девятой цифре после запятой, чтобы сравнить результат с полученным по таблице. Результат, полученный последним способом, является более точным, хотя шесть значащих цифр в обоих результатах одинаковы.

Теперь займёмся переводом правильных десятичных дробей в шестнадцатеричную систему счисления. Для этого перевода будет полезной таблица 13 (*шестнадцатеричный преобразователь дробных десятичных чисел*), которая позволяет переводить десятичные дроби в диапазоне от 0,00001 до 0,99999 в приближенные шестнадцатеричные эквиваленты. Все значения, данные в таблице 13, кроме одного – 0,8, являются округлёнными до шести значащих цифр шестнадцатеричными дробями. Поэтому перевод, выполненный по этой таблице, даёт приближённое значение даже в том случае, когда данная десятичная дробь имеет точный шестнадцатеричный

эквивалент. Таблицей 13 удобно и рационально пользоваться для перевода таких десятичных дробей, которые содержат только одну значащую цифру, например, десятичная дробь 0,007 сразу переводится по таблице в шестнадцатеричную 0,01C808, которая, однако, является приближённым эквивалентом. Более надёжным и универсальным и здесь является перевод через целое число. Рассмотрим примеры.

Пример 22. Перевести десятичную дробь 0,125 в шестнадцатеричную систему счисления. Переведём целое десятичное число в эту систему

$$125 = 7D_{16}$$

Разделим это шестнадцатеричное число на шестнадцатеричный эквивалент десятичного числа 1000, которые равен 3E8

$$7D : 3E8 = 0,2$$

(деление выполняется в шестнадцатеричной системе счисления) .

$$\text{Итак, } 0,125 = 0,2_{16}$$

Пример 23. Перевести в шестнадцатеричную систему счисления десятичную дробь 0,7306. Переводим целое десятичное число 7306 в эту систему:

$$7306 = 1C8A_{16}$$

Разделим это шестнадцатеричное число на шестнадцатеричный эквивалент десятичного числа 10000, который равен 2710:

_1C8A	2710
0	0,BB089A027...
_1C8A0	
_1ADB0	
_1AF00	
_1ADB0	
_1500	
0	
_15000	
_13880	
_17800	

$$\begin{array}{r} 15F90 \\ \hline 18700 \\ -186A0 \\ \hline 600 \\ -0 \\ \hline 6000 \\ -4E20 \\ \hline 11E00 \\ -11170 \\ \hline C90 \end{array}$$

Прервём деление на девятой цифре после запятой и выполним для сравнения перевод по таблице 13.

$$0,7306 = 7 * 10^{-1} + 3 * 10^{-2} + 0 * 10^{-3} + 6 * 10^{-4}$$

По таблице находим:

$$7 * 10^{-1} \approx 0, B33333_{16}$$

$$3 * 10^{-2} \approx 0,07 AE148_{16}$$

$$6 * 10^{-4} \approx 0,00275254_{16}$$

Сложим эти шестнадцатеричные числа:

$$\begin{array}{r} 0, B33333 \\ + 0,07 AE148 \\ 0,00275254 \\ \hline 0, BB0899D4 \end{array}$$

Округлив этот результат до шести значащих цифр, получим дробь 0,BB089A, что соответствует результату, полученному первым способом и являющемуся более точным.

Нам осталось рассмотреть перевод правильных десятичных дробей в двоичную систему счисления. Здесь можно идти двумя путями: перевод через восьмеричную либо шестнадцатеричную систему счисления или перевод через целое число с последующим делением. Возьмём ту же десятичную дробь 0,7306 и переведём её в двоичную систему счисления. Мы

уже знаем приближённый восьмеричной эквивалент этой дроби, поэтому сразу можем записать приближенный двоичный эквивалент:

$$0,7306 \approx 0,101110110000100010011010_2$$

Пример 24. Перевести в двоичную систему счисления десятичную дробь 0,625. Воспользуемся вторым способом.

$$625 = 1001110001_2$$

$$1000 = 1111101000_2$$

$$1001110001 : 1111101000 = 0,101$$

Таким образом, $0,625 = 0,101_2$.

4.3 ПЕРЕВОД СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

Чтобы перевести смешанное число, заданное своей записью в R-ичной системе счисления:

$$\alpha_p \alpha_{p-1} \dots \alpha_1 \alpha_0, \alpha_{-1} \alpha_{-2} \dots \alpha_{-s+1} \alpha_{-s}$$

в Q-ичную систему счисления, можно воспользоваться одним из двух способов:

1. Перевести отдельно целую $\alpha_p \alpha_{p-1} \dots \alpha_1 \alpha_0$ и дробную $0, \alpha_{-1} \alpha_{-2} \dots \alpha_{-s}$ части числа в Q-ичную систему счисления и результаты сложить как Q-ичные числа.

2. Перевести в Q-ичную систему счисления целое R-ичное число $\alpha_p \alpha_{p-1} \dots \alpha_1 \alpha_0 \alpha_{-1} \alpha_{-2} \dots \alpha_{-s+1} \alpha_{-s}$ и полученный результат разделить в Q-ичной системе счисления на Q-ичный эквивалент R-ичного числа R^s . Рассмотрим ряд примеров.

Пример 25. Перевести десятичное число 45,125 в восьмеричную систему счисления. Воспользуемся первым способом:

$$45 = 55_8 \quad 0,125 = 0,1_8$$

$$55 + 0,1 = 55,1$$

следовательно, $45,125 = 55,1_8$

Пример 26. Перевести шестнадцатеричное число $1AB,08$ в десятичную систему счисления. Воспользуемся вторым способом:

$$1AB08_{16} = 109320 \quad 100_{16} = 256$$

$$109320:256 = 427,03125$$

$$\text{Итак, } 1AB,08_{16} = 427,03125$$

Пример 27. Перевести восьмеричное число $765,21$ в шестнадцатеричную систему счисления. Здесь обойдём оба названных способа и осуществим перевод через двоичный эквивалент:

$$765,21_8 = 111110101,010001_2$$

$$111110101,010001_2 = 1F5,44_{16}$$

В заключение отметим, что каждый перевод из R-ичной системы счисления в Q-ичную можно проверить обратным переводом. Проверим перевод, выполненный в примере 26. Для этого переведём полученное число $427,03125$ в шестнадцатеричную систему счисления. Воспользуемся первым способом:

$$427 = 1AB_{16} \text{ (по таблице 5)}$$

Для перевода дробной части $0,03125$ применим перевод через целое число:

$$3125 = C35_{16}$$

$$100000 = 186A0_{16} \text{ (по таблице 5)}$$

$$C35:186A0 = 0.8$$

$$\text{Таким образом, } 0,03125 = 0,08_{16}$$

Окончательно, сложив целую и дробную части, получим:

$$427,03125 = 1AB,08_{16} .$$

5. ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРА

Приведём ряд программ для перевода целых чисел из одной системы счисления в другую, написанных на самом распространённом языке программирования для персональных компьютеров – Бейсике (Quick Basic).

Программа 1

Перевод целых восьмеричных чисел в диапазоне от 1 до 3641100 в десятичную систему счисления

```
'Programma #1
'Perevod celyh vos'merichnyh chisel ot 1 do 3641100
'v desyatichnuyu sistemu

10 DIM A (7), B$(7), C (7)
15 A (1) = 1
20 FOR I = 2 TO 7
21 A(I) = A(I - 1) * 8
22 NEXT I
25 PRINT "Vvedite celoe vos'merichnoe chislo"
26 INPUT Q$: S = VAL (Q$): P = INT(S)
28 IF P = 0 THEN 80
29 IF P <> S THEN 25
30 K = LEN (Q$)
31 IF K > 7 THEN 25
35 FOR I = 1 TO K
36 M = S / 10: N = INT (M): T = N * 10: R = S - T
40 IF R > 7 THEN 25
41 C (K - I + 1) = R: S = N
55 NEXT I
60 S = 0
65 FOR I = 1 TO K
66 S = S + A (I) * C (K - I + 1)
67 NEXT I
70 PRINT "Desyatichnyj ekvivalent chisla:": PRINT S
72 PRINT
75 GOTO 25
80 END
```

Когда вы введёте эту программу в оперативную память компьютера и иницилируете её выполнение с помощью интерпретатора QBASIC, на экране монитора появится запрос: Введите целое восьмеричное число. После ввода числа на экране монитора получите ответ: Десятичный эквивалент числа : ...

Программа 2

Перевод целых десятичных чисел в диапазоне от 1 до 16777216 в восьмеричную систему счисления

```
'Programma #2
'Perevod celyh desyaticnyh chisel ot 1 do 16777216
'v vos'merichnuyu sistemu

10 DIM A(9), B$(9)
15 PRINT "Vvedite celoe decyaticnoe chislo"
17 INPUT Q: IF Q=0 THEN 65
18 S = INT (Q)
19 IF S <> Q THEN 15
20 I = 1
21 P = Q / 8: T = INT (P)
23 IF T = 0 THEN 35
30 A(I) = Q - T * 8: I = I + 1: Q = T
33 GOTO 21
35 A (I) = Q
40 FOR J = 1 TO I
41 B$(J) = STR$(A (J))
42 NEXT J
45 L$ = ""
50 FOR J = I TO 1 STEP -1
51 L$ = L$ + B$(J)
52 NEXT J
55 PRINT "Vos'erichnyj ekvivalent chisla:"
56 PRINT L$
58 PRINT
60 GOTO 15
65 END
```

В этой программе реализована схема перевода, не описанная ранее. Остановимся на этом способе перевода, чтобы читателю стала понятной приведённая программа. Схема такова: сначала делится на 8 само переводимое число, а затем частные в десятичной системе счисления до тех

пор, пока частное не станет равным 0. Переписав остатки от деления в обратном порядке, получим восьмеричный эквивалент данного числа. Переведём по этой схеме в восьмеричную систему счисления десятичное число 1342.

- 1) $1342 : 8 = 167$ и 6 в остатке;
- 2) $167 : 8 = 20$ и 7 в остатке;
- 3) $20 : 8 = 2$ и 4 в остатке;
- 4) $2 : 8 = 0$ и 2 в остатке.

Переписываем остатки от делений, начиная с последнего: 2476. Это и есть восьмеричный эквивалент данного десятичного числа.

Программа 3.

Перевод целых шестнадцатеричных чисел в диапазоне от 1 до F4240 в десятичную систему счисления.

'Programma #3

'Perevod celyh shestnadcaterichnyh chisel v diapazone ot 1 do

'F4240 v desyatichnuyu sistemu schisleniya.

```
10 DIM A (5), B$(5), C (5)
15 A (1) = 1
20 FOR I = 2 TO 5: A (I) = A (I - 1) * 16: NEXT I
25 PRINT "Vvedite celoe shestnadcaterichnoe chislo:"
26 INPUT Q$
27 IF Q$ = "0" THEN 135
30 K = LEN (Q$): IF K > 5 THEN 25
35 FOR I = 1 TO K: C (I) = -1: NEXT I
40 FOR I = 1 TO K
45 B$(I) = MID$(Q$, I, 1)
47 IF B$(I) = "." THEN 25
50 IF B$(I) = "A" THEN C (I) = 10: GOTO 100
55 IF B$(I) = "B" THEN C (I) = 11: GOTO 100
60 IF B$(I) = "C" THEN C (I) = 12: GOTO 100
65 IF B$(I) = "D" THEN C (I) = 13: GOTO 100
70 IF B$(I) = "E" THEN C (I) = 14: GOTO 100
75 IF B$(I) = "F" THEN C (I) = 15: GOTO 100
80 FOR J = 0 TO 9
82 P$ = STR$ (J)
85 IF B$(I) = MID$(P$, 2, 1) THEN C (I) = J: GOTO 100
90 NEXT J
```

```
95 IF C (I) = -1 THEN 25
100 NEXT I
105 S = 0
110 FOR I = 1 TO K: S = S + A (I) * C (K - I + 1): NEXT I
114 PRINT
120 PRINT "Desyatichtnyj ekvivalent chisla:"; S
125 PRINT
130 GOTO 25
135 END
```

После старта программы на экране монитора появится запрос: Введите целое шестнадцатеричное число. После ввода числа будет выполнен перевод этого числа в десятичную систему счисления и результат выведется на экран монитора. Если введённое число будет содержать десятичную точку или символ, не являющийся шестнадцатеричной цифрой, то программа потребует новое число. Выполните по программе перевод шестнадцатеричного числа 9A10E. Вы должны получить результат: Десятичный эквивалент числа: 631054.

Для выхода из программы введите на запрос числа 0.

Программа 4

Перевод целых десятичных чисел в диапазоне от 1 до 16777216 в шестнадцатеричную систему счисления

‘Programma #4
‘Perevod celyh desyatichtnyh chisel v diapazone ot 1 do
‘16777216 v shestnadcaterichnuyu sistemu schisleniya

```
10 DIM A(7), B$(7)
12 PRINT "Vvedite celoe desyatichtnoe chislo"
15 INPUT Q
16 IF Q = 0 THEN 125
17 S = INT (Q): IF S <> Q THEN 12
20 I = 1
25 P = Q / 16: T = INT (P): IF T = 0 THEN 35
28 A(I) = Q - T * 16: I = I + 1: Q = T: GOTO 25
35 A (I) = Q
40 FOR J = 1 TO I
45 IF A (J) = 10 THEN B$(J) = "A": GOTO 90
50 IF A (J) = 11 THEN B$(J) = "B": GOTO 90
55 IF A (J) = 12 THEN B$(J) = "C": GOTO 90
```

```
60 IF A (J) = 13 THEN B$(J) = "D": GOTO 90
65 IF A (J) = 14 THEN B$(J) = "E": GOTO 90
70 IF A (J) = 15 THEN B$(J) = "F":GOTO 90
75 FOR K = 0 TO 9
80 IF A (J) = K THEN B$(J) = STR$(K):GOTO 90
85 NEXT K
90 NEXT J
95 L$ = " "
100 FOR J = I TO 1 STEP -1: L$ = L$ + B$(J): NEXT J
105 PRINT "Shestnadcaterichnyj ekvivalent: "; L$
108 PRINT
110 GOTO 12
125 END
```

Выполните по приведённой программе перевод десятичного числа 18905 в шестнадцатеричную систему счисления. Вы должны получить на экране монитора следующую запись:

Шестнадцатеричный эквивалент числа: 49D9.

Программы для перевода из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную и обратно читатель может составить сам. Мы не приводим их здесь из-за простоты этих переводов через двоичные эквиваленты.

Для переводов дробных чисел, как вы видели, достаточно выполнить перевод целого числа, полученного из данного умножением на R^s , и затем – деление результата в Q-ичной арифметике на Q-ичное значение числа R^s . Если мы хотим осуществить перевод из восьмеричной или шестнадцатеричной системы счисления в десятичную систему, то можно просто использовать программы соответствующих переводов для целых чисел. Так как последующее деление должно выполняться в десятичной арифметике, это ни у кого не вызовет затруднения. Можно так доработать программы, чтобы и деление происходило в автоматическом режиме. Сложнее дело с переводами из десятичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную системы, так как, переведя целые числа, затем надо выполнить деление в восьмеричной либо шестнадцатеричной арифметике.

Приведём программу, которая переводит конечные десятичные дроби в восьмеричную систему счисления.

Программа 5

Перевод дробных десятичных чисел в восьмеричную систему счисления

‘Programma #5
‘Perevod drobnnyh desyaticznyh chisel v vos’merichnuyu
‘sistemu schisleniya

```
10 DIM B$(7)
15 PRINT "Vvedite desyatichnuyu drob'": INPUT N
16 IF N = 0 THEN 170
20 IF N >= 1 THEN 15
25 I = 1
30 IF I > 7 THEN I = I - 1: GOTO 70
35 M = N * 8: P = INT (M): B$(I) = STR$(P)
40 R = M - P
45 IF R = 0 THEN GOTO 70
50 I = I + 1: N = R
60 GOTO 30
70 A = VAL (B$(7)): C = VAL (B$(6))
80 IF A > 4 THEN C = C + 1
90 B$(6) = STR$(C)
100 L$ = "0" + "."
105 K = I
110 IF I = 1 THEN K = 2
120 FOR J = 1 TO K - 1
130 L$ = L$ + B$(J)
140 NEXT J
155 PRINT "Rezul'tat v vos'merichnoj sisteme:"
160 PRINT L$: PRINT
165 GOTO 15
170 END
```

Пример: перевести десятичную дробь 0,7306 в восьмеричную систему счисления.

Результат выполнения программы: 0,566042.

Для выхода из программы введите 0 (на запрос “Введите десятичную дробь”).

При желании можно увеличить у результата количество знаков после запятой, введя небольшие изменения в программу.

Перевод дробных чисел из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную можно выполнить в два этапа – из десятичной в восьмеричную, из восьмеричной в шестнадцатеричную, применяя на первом этапе программу 5.

Для закрепления полученных знаний предлагаем выполнить несколько несложных упражнений.

1. Даны записи чисел:

101, 27, 35, 19A, 3B, 149, 177, F0, 11, 46, 134, 180, 577, 790, 10100C.

Какие из этих записей представляют числа в

- а) двоичной
- б) восьмеричной
- в) десятичной
- г) шестнадцатеричной системе счисления?

2. Докажите, что шестнадцатеричным эквивалентом десятичной дроби 0,2 является бесконечная периодическая дробь $0,333\dots$ (3 в периоде).

3. Переведите в восьмеричную систему счисления по таблице 12, округлив результат до шести значащих цифр, следующие десятичные дроби:

- | | | |
|------------|------------|------------|
| 1) 0,0926 | 2) 0,39482 | 3) 0,00999 |
| 4) 0,10203 | 5) 0,77 | 6) 0,00011 |
| 7) 0,555. | | |

Выполните перевод этих же дробей в восьмеричную систему счисления, применяя программу 5. Сравните результаты.

4. Напишите представление первых двадцати натуральных чисел в четверичной системе счисления, то есть в системе с основанием 4, исследуйте зависимость между:

- а) двоичной и четверичной,
- б) четверичной и шестнадцатеричной системами счисления.

Выясните, каким образом, не производя никаких вычислений, перевести число, заданное в одной из этих систем, в другую.

5. Выполните следующие преобразования:

- а) двоичных чисел в четверичную систему счисления:

10111; 11; 10001; 0,11001; 101,1011; 110,11; 1,011; 10,0001; 1111,01.

- б) четверичных чисел в двоичную систему счисления:

12; 131; 320; 1220; 33; 0,213; 0,003; 31,121; 101,13; 200,002.

- в) четверичных чисел в шестнадцатеричную систему счисления:

123301; 300112; 10000; 20011; 0,331122; 313,12101; 21300,11033.

- г) шестнадцатеричных чисел в четверичную систему счисления:

2AB; 90C; 3F8; 0,280D; 17,568; 35,10A; E05,14; 0,034F.

6. Число $aa1$ в любой системе счисления с основанием $p > 4$ есть полный квадрат. Найдите это число.

7. Десятичное число ab простое. Если это число перевести в восьмеричную систему, а рассматривать как десятичное число cd , оно тоже будет простым. Известно, что $cd - ab = 4$. Найти ab .

8. Найти основание p системы счисления, в которой

$$12! - 11! - 10! = 10^2 + 100^2$$

6. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ЗНАНИЙ О СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Этот пункт можно было бы назвать так: «Зачем всё это нужно?», то есть для чего нужны разные системы счисления, где они применяются, нельзя ли обойтись одной, всем хорошо известной, десятичной системой? Как уже отмечалось, двоичная система счисления очень широко применяется для представления чисел в ЭВМ. Приведём ещё один пример практического использования двоичной и восьмеричной систем счисления. В металлообрабатывающей промышленности хорошо известны станки с числовым программным управлением, которые работают по программе, нанесенной на перфоленты. Такая программа, составленная и закодированная технологом-программистом, состоит из латинских (реже – русских) букв, десятичных цифр и некоторых вспомогательных символов.

Эта программа наносится на перфоленту посимвольно, а каждый символ представляется в двоичном коде, при этом цифре 0 отвечает отсутствие пробивки, а цифре 1 – её наличие. Соответствие между алфавитно-цифровой информацией и числовым кодом устанавливается международным стандартом, который известен под названием ISO–7BIT. Аббревиатура ISO расшифровывается как: INTERNATIONAL STANDARDIZATION ORGANIZATION (МЕЖДУНАРОДНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ), а 7BIT означает максимальное число бит, могущих быть использованными для представления одного символа. Бит – это единица информации; в данном случае бит принимает одно из двух значений: 0 – нет пробивки, 1 – есть пробивка. На перфоленте может быть использован еще один – восьмой – бит, но он не несёт информации о символе, а служит дополнением до чётности, то есть восьмая пробивка добавляется, если количество пробивок, представляющих символ, нечётно; восьмой бит используется не во всех системах числового программного управления. Таким образом, на поле перфоленты, отведённом для представления одного символа, может присутствовать одновременно восемь

пробивок, что будет соответствовать числовому двоичному коду 11111111. Ниже изображен фрагмент перфоленты с указанной комбинацией пробивок:

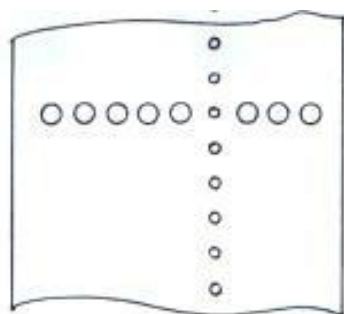


Рис. 1

Ясно, что каждому символу соответствует своя комбинация пробивок, которая определяется соответствующим этому символу числовым кодом, так например, цифре 0 соответствует двоичный числовой код 110000, поэтому на перфоленте эта цифра изобразится так, как показано на рис.2:

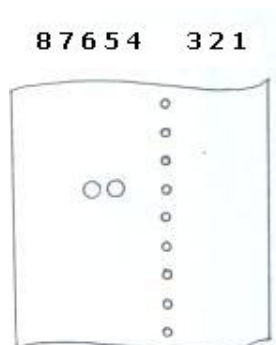


Рис. 2

Позиции, в которых помещаются пробивки, называют дорожками. Дорожки нумеруются справа налево, как показано на рис.2. Цифра двоичного кода на p -ой позиции пробивается на p -ой дорожке. Так, в приведённом примере десятичная цифра 0 имеет код 110000:

первая дорожка – двоичная цифра 0 (нет пробивки),

вторая (-----)–(-----) цифра 0 (-----),

третья (-----)–(-----) цифра 0 (-----),

четвертая (-----)–(-----) цифра 0 (-----),

пятая (-----)–(-----) цифра 1 (есть пробивка),
шестая (-----)–(-----) цифра 1 (-----),
что и изображено на рис. 2.

Восьмая дорожка является дорожкой чётности. По всей длине перфоленты проходит также дорожка из более мелких пробивок. Она называется синхродоржкой и служит для транспортировки перфоленты в читающем устройстве.

Очевидно, что двоичный числовой код символа легко «свернуть» в восьмеричный числовой код (читатель уже знает, как это делается). Так, приведённый двоичный код цифры 0 «свёртывается» в восьмеричный код 60. Восьмеричными числовыми кодами удобнее «читать» символы на перфоленте, потому что двоичные коды содержат намного больше цифр и трудны для запоминания. Навык «чтения» перфоленты необходим технологам-программистам, операторам и наладчикам станков с числовым программным управлением. Знания о двоичной и восьмеричной системах счисления помогут приобрести этот навык.

Ниже приведена таблица кодов ISO-7BIT, в которой даны двоичный и восьмеричный числовые коды символов.

Таблица кодов ISO-7BIT

двоичный код	восьмеричный код	СИМВОЛ
111	7	звонок
1010	12	перевод строки
1101	15	возврат каретки
100000	40	пробел
100001	41	!(восклицательный знак)
100010	42	«» (кавычки)
100011	43	№ (номер)
100100	44	\$(знак денежной единицы)

100101	45	% (процент)
100110	46	& (коммерческое «и»)
100111	47	` (апостроф)
101000	50	(левая скобка
101001	51	) правая скобка
101011	52	* (звездочка)
101011	53	+ (знак плюс)
101100	54	, (запятая)
101101	55	- (знак минус)
101110	56	. (точка)
101111	57	/ (дробная черта)
110000	60	0
110001	61	1
110010	62	2
110011	63	3
110100	64	4
110101	65	5
110110	66	6
110111	67	7
111000	70	8
111001	71	9
111010	72	: (двоеточие)
111011	73	; (точка с запятой)
111100	74	< (знак меньше)
111101	75	= (знак равно)
111110	76	> (знак больше)
111111	77	? (вопросительный знак)
1000000	100	@ (коммерческое эт)
1000001	101	A
1000010	102	B

1000011	103	C
1000100	104	D
1000101	105	E
1000110	106	F
1000111	107	G
1001000	110	H
1001001	111	I
1001010	112	J
1001011	113	K
1001100	114	L
1001101	115	M
1001110	116	N
1001111	117	O
1010000	120	P
1010001	121	Q
1010010	122	R
1010011	123	S
1010100	124	T
1010101	125	U
1010110	126	V
1010111	127	W
1011000	130	X
1011001	131	Y
1011010	132	Z
1011011	133	[(квадратная скобка левая)
1011100	134	\ (обратная дробная черта)
1011101	135	] (квадратная скобка правая)
1011110	136	^ (циркумфлекс)
1011111	137	_ (подчеркивание)

1100000	140	Ю
1100001	141	А
1100010	142	Б
1100011	143	Ц
1100100	144	Д
1100101	145	Е
1100110	146	Ф
1100111	147	Г
1101000	150	Х
1101001	151	И
1101010	152	Й
1101011	153	К
1101100	154	Л
1101101	155	М
1101110	156	Н
1101111	157	О
1110000	160	П
1110001	161	Я
1110010	162	Р
1110011	163	С
1110100	164	Т
1110101	165	У
1110110	166	Ж
1110111	167	В
1111000	170	Ь
1111001	171	Ы
1111010	172	З
1111011	173	Ш
1111100	174	З
1111101	175	Щ

1111110	176	Ч
1111111	177	Del (забой)

Используя эту таблицу, «прочтите» информацию на фрагменте перфоленты, изображённом на рис. 3 (начало фрагмента внизу, дорожка чётности не заполнена):

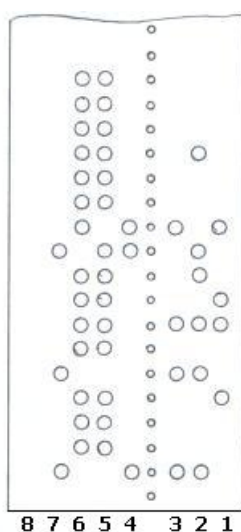


Рис. 3

Проверьте себя: на перфоленте «записана» следующая строка символов: N001F0712Z-002000.

Мы больше не будем утомлять читателя примерами практического применения разных систем счисления. Любознательный и наблюдательный

читатель встретится с ними сам и с пользой для дела применит изложенные здесь сведения.

7. ПУНКТ ПОСЛЕДНИЙ И САМЫЙ ИНТЕРЕСНЫЙ

Трудно найти человека, который не любит решать занимательные задачи, называемые головоломками, или показывать фокусы, удивляя публику. Здесь мы и хотим рассказать о таких развлечениях, показав читателю, что изложенные выше сведения о системах счисления могут применяться не только в делах серьезных.

Начнём наше изложение с главы «Недесятичные системы счисления» из книги американского популяризатора науки Мартина Гарднера «Математические досуги» [3]. В этой главе автор очень интересно рассказал о системах счисления. Итак, терпение, читатель: сначала – небольшое предисловие, а затем – развлечения.

За любой системой счисления, стоит, конечно, одна и та же царица-арифметика, а различные системы счисления служат не более чем различными языками, то есть по-разному называют, обозначают и обращаются с одними и теми же количествами. Любое целое число $p > 0$ может служить основанием системы счисления. Простейшая система счисления имеет в качестве основания единицу и оперирует одним единственным символом. Примером использования единичной системы счисления могут служить насечки, которые житель необитаемого острова делает на дереве, чтобы не потерять счёт дням, или же нанизанные на проволоку шарики, по которым игроки в бильярд ведут счёт очкам. В двоичной системе число символов равно двум: 0 и 1. Число 1000, записанное в десятичной системе, при переходе в двоичную систему потребует десять знаков (1111101000), а в единичной системе будет состоять уже из тысячи знаков.

В распространённой сейчас во всём мире десятичной системе используется десять символов: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Чем больше основание

системы счисления, тем компактнее записывается число, но приходится запоминать больше цифр и составлять обширные таблицы сложения и умножения.

Время от времени некоторые реформисты обнаруживают фанатичное рвение в попытке свергнуть так называемую «тиранию десятки» и заменить основание 10 каким-нибудь другим числом, по их мнению, более удобным. Совсем недавно была популярна система счисления с основанием 12. Основное преимущество двенадцатеричной системы состоит в том, что ее основание делится без остатка на 2, 3 и 4 (бесконечная десятичная дробь $0,3333\dots$, равная $1/3$, в двенадцатеричной системе записывается всего одним знаком после запятой: $0,4$). Сторонники двенадцатеричной системы появились в XVI веке. В более позднее время к их числу примкнули столь выдающиеся люди, как Герберт Спенсер, Джон Квинси Адамс и Джордж Бернард Шоу. Герои романа Г. Дж. Уэллса «Когда спящий проснётся» пользуются двенадцатеричной системой счисления вплоть до 2100 года. Существует даже американское двенадцатеричное общество, выпускающее два периодических издания: «Двенадцатеричный бюллетень» и «Руководство по двенадцатеричной системе». Всех «двенадцатеричников» общество снабжает специальной счётной линейкой, в которой в качестве основания используется 12.

Сторонниками шестнадцатеричной системы написано немало забавнейших книг. В 1862 году Джон У. Нистром издал в Филадельфии проект: «Новая арифметическая и денежная система, а также система мер и весов, которую предлагается назвать тональной системой, с основанием, равным шестнадцати».

В ближайшее время едва ли кому-нибудь удастся свергнуть «тиранию 10», но это не мешает математику решать каждую задачу в той системе счисления, которая ему представляется наиболее целесообразной. Пусть, например, изучаемое им явление описывается параметром, принимающим всего два значения (этим «явлением» может быть программа для

вычислительной машины, работающей по схеме «да–нет»). Тогда двоичная система может оказаться значительно эффективнее, чем десятичная. Точно так же задачи, характеризующиеся тремя величинами, нередко легче всего решаются в троичной системе, имеющей своим основанием число 3.

В троичной арифметике имеются три знака: 0, 1, 2. Приведём таблицу представления первых двадцати семи десятичных чисел в этой системе:

Десятичные числа	Троичные числа
1	1
2	2
3	10
4	11
5	12
6	20
7	21
8	22
9	100
10	101
11	102
12	110
13	111
14	112
15	120
16	121
17	122
18	200
19	201
20	202
21	210
22	211

23	212
24	220
25	221
26	222
27	1000

7.1. ЗАДАЧА О ВЗВЕШИВАНИИ

Наиболее известная ситуация, в которой проявляется одно из трёх возможных состояний, – это взвешивание на чашечных весах. Здесь могут возникнуть три ситуации: чашки уравновесят друг друга, левая перевесит правую или правая перевесит левую.

Пусть перед нами лежит какой-то предмет весом N кг. Какие гири понадобятся для того, чтобы его взвесить? (Гири разрешается класть на обе чаши весов). Прежде всего, запишем число N в троичной системе счисления. Затем изменим обозначения и вместо цифр 0, 1, 2 будем писать 0, 1, -1. Для этого каждую двойку в троичной записи числа N заменим на -1, а цифру, стоящую слева от неё, увеличим на 1. Если при этом появляется новая двойка, то с ней надо проделать в точности то же самое. Если же возникает 3, то вместо неё надо написать 0, а к цифре, стоящей слева, прибавить 1. Пусть, например, вес предмета составляет 25 кг. Записав это число в троичной системе, мы получим 221. Заменим первую цифру 2 (слева) на -1, а слева перед всем числом напишем 1: 1-121. Вместо второй двойки тоже поставим -1 и прибавим 1 к цифре, стоящей слева: 10-11. Полученное число эквивалентно первоначальному (простая проверка даёт: $27 + 0 - 3 + 1 = 25$), но зато по его виду можно сразу сказать, какие понадобятся гири и на какую чашу весов их следует класть. На одну из чаш кладется взвешиваемый предмет. Рядом с ним ставятся гири, соответствующие цифрам со знаком “минус”. Цифры, имеющие знак “плюс” обозначают гири, которые нужно

поставить на другую чашу весов. На рис. 1 показано, как надо распределить гири, чтобы взвесить предмет в 25 кг.

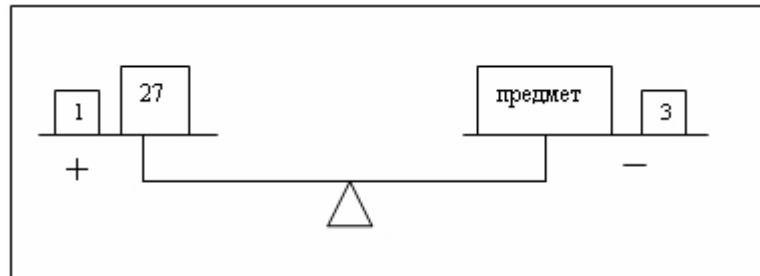


Рис. 1.

В этой задаче на взвешивание предмета читатель впервые столкнулся с непривычным обозначением единиц разряда отрицательным числом -1. Точно так же, как и положительное число единиц разряда, -1 надо умножить на соответствующую степень числа 3 – основания системы счисления.

А теперь предлагается решить две задачи на взвешивание.

Задача 1. Требуется определить, какое минимальное число гирь и каких именно, необходимо для того, чтобы взвесить любой предмет, вес которого равен целому числу фунтов, заключённому между 1 и 40 в случае, если гири разрешается класть:

- а) только на одну чашу весов;
- б) на обе чаши весов.

Эта задача была опубликована в 1624 году Клодом Баше во втором издании его книги по занимательной математике.

Задача 2. Требуется определить вес какого-то предмета, зная, что он равен целому числу фунтов от 1 до 27. Каким наименьшим числом гирь можно обойтись, если их разрешается класть на обе чаши весов?

7.2 ЗАДАЧА О 12 МОНЕТАХ

В качестве примера более сложных задач о взвешивании рассмотрим задачу, о 12 монетах (впервые о ней заговорили в 1945 году; с тех пор опубликовано немало статей, посвящённых её разбору). Суть задачи в следующем: имеется двенадцать совершенно одинаковых по виду монет, среди которых есть одна фальшивая. Известно, что эта монета либо чуть-чуть тяжелее, либо чуть-чуть легче настоящих. Можно ли с помощью трёх взвешиваний найти фальшивую монету и определить, легче она или тяжелее, чем настоящая, если в нашем распоряжении есть весы с двумя чашами, но нет гирь?

Эта задача была блестяще разобрана К. Л. Стонгом в 1955 году. Одно из её решений (а их довольно много) связано с троичной системой счисления.

Сначала запишите все числа от 1 до 12 в троичной системе счисления. Замените в каждом троичном числе цифру 2 на 0, а 0 на 2 и запишите рядом результат. У вас получится три столбца чисел:

1	001	221
2	002	220
3	010	212
4	011	211
5	012	210
6	020	202
7	021	201
8	022	200
9	100	122
10	101	121
11	102	120
12	110	112

Из полученных троичных чисел выберем следующие двенадцать: 001, 010, 011, 012, 112, 120, 121, 122, 200, 201, 202, 220. Каждой из двенадцати монет поставим в соответствие одно из этих чисел, например, в том порядке, в каком числа записаны выше, то есть 1-ая монета – 001, 2-ая монета – 010 и т.д. Чтобы не перепутать монеты во время взвешиваний, надо вырезать бумажные кружочки размером чуть меньше монет, написать на них соответствующие троичные числа и наклеить на монеты. (Будем считать, что вес бумажного кружка ничтожно мал по сравнению с разницей весов монет.). Теперь поясним, почему мы выбрали именно такие троичные числа. Посмотрите на них внимательно. Вы заметили какую-нибудь особенность этой группы из двенадцати чисел? Она состоит в том, что эту группу можно трижды разбить на три равные группы по совершенно определённому признаку, а именно:

Первое разбиение:

001	112	200
010	120	201
011	121	202
012	122	220

Второе разбиение:

001	010	120
200	011	121
201	012	122
202	112	220

Третье разбиение:

010	001	012
120	011	112
200	121	122
220	201	202

В первом разбиении цифры 0, 1, 2 стоят в первой позиции всех чисел своей группы, во втором разбиении – во второй позиции и в третьем – в третьей. Теперь можно приступить к взвешиванию. При первом взвешивании на чаши весов положим по четыре монеты, обозначенные числами двух крайних групп первого разбиения, то есть на левую чашу весов кладем четыре монеты, обозначенные числами, начинающимися с нуля, а на правую чашу весов – те четыре монеты, которым соответствуют числа, начинающиеся с 2. Если монеты уравнились друг друга, то можно утверждать, что фальшивая монета обозначена числом, начинающимся с 1 (то есть одним из чисел, оставшихся в средней группе первого разбиения). Если перевесят монеты в какой-нибудь чаше весов, то анализ усложняется. Предположим, что перевешивает правая чаша, тогда первой цифрой числа, обозначающего фальшивую монету, будет 0, если она легче настоящей, или 2, если она наоборот тяжелее; другими словами, фальшивая монета находится среди монет либо левой, либо правой чаши весов, но где именно мы пока не знаем. Для второго взвешивания берем две крайние группы второго разбиения и кладем соответствующие им монеты на чаши весов (с цифрой 0 во второй позиции на левую чашу, а с цифрой 2 – на правую). Пусть теперь перевесила левая чаша, тогда вторая цифра числа, обозначающего фальшивую монету, может быть 0, если она тяжелее настоящей, или 2 – если легче.

Сопоставив выводы первых двух взвешиваний, получим: первые две цифры числа, обозначающего фальшивую монету, могут быть 02 или 20. Но среди чисел, обозначающих монеты, нет числа, начинающегося группой 02, следовательно, искомое число начинается цифрами 20. Последнюю цифру

определил третье взвешивание. Для него возьмём по четыре монеты, соответствующие крайним группам третьего разбиения (с цифрой 0 в третьей позиции кладём на левую чашу, а с цифрой 2 в третьей позиции – на правую). Предположим, что в последнем взвешивании монеты уравнились друг друга. Это значит, что третьей цифрой числа, которое укажет нам фальшивую монету, является 1. Таким образом, мы нашли, что фальшивая монета обозначена числом 201 и она тяжелее настоящих. Описанный процесс взвешиваний схематически изображён на рис.2.

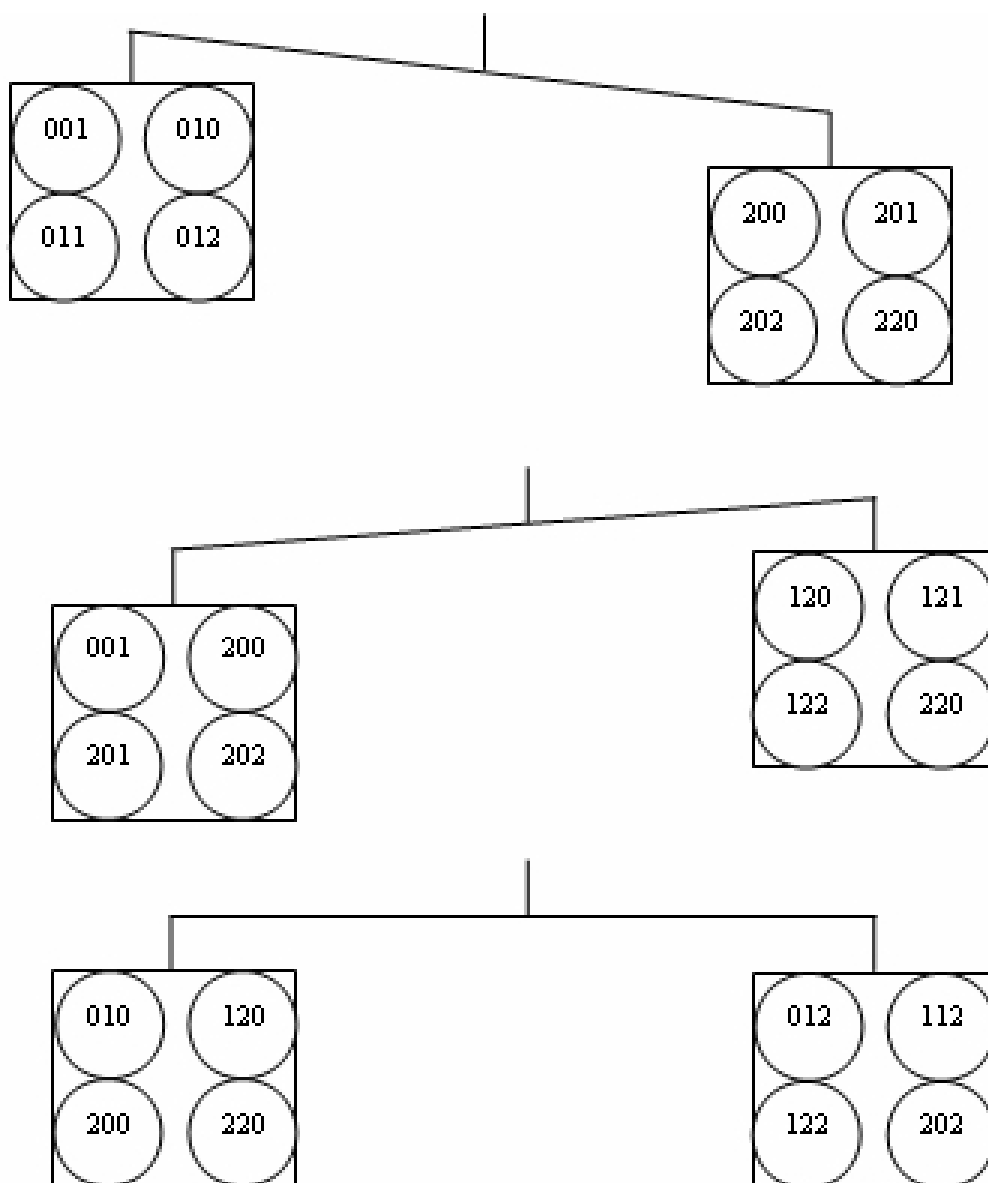


Рис. 2.

Определите, какой будет фальшивая монета, если в третьем взвешивании перевесят монеты

а) в левой чаше

б) в правой чаше?

А теперь найдите фальшивую монету и определите её сравнительный вес по схеме, изображённой на рис. 3.

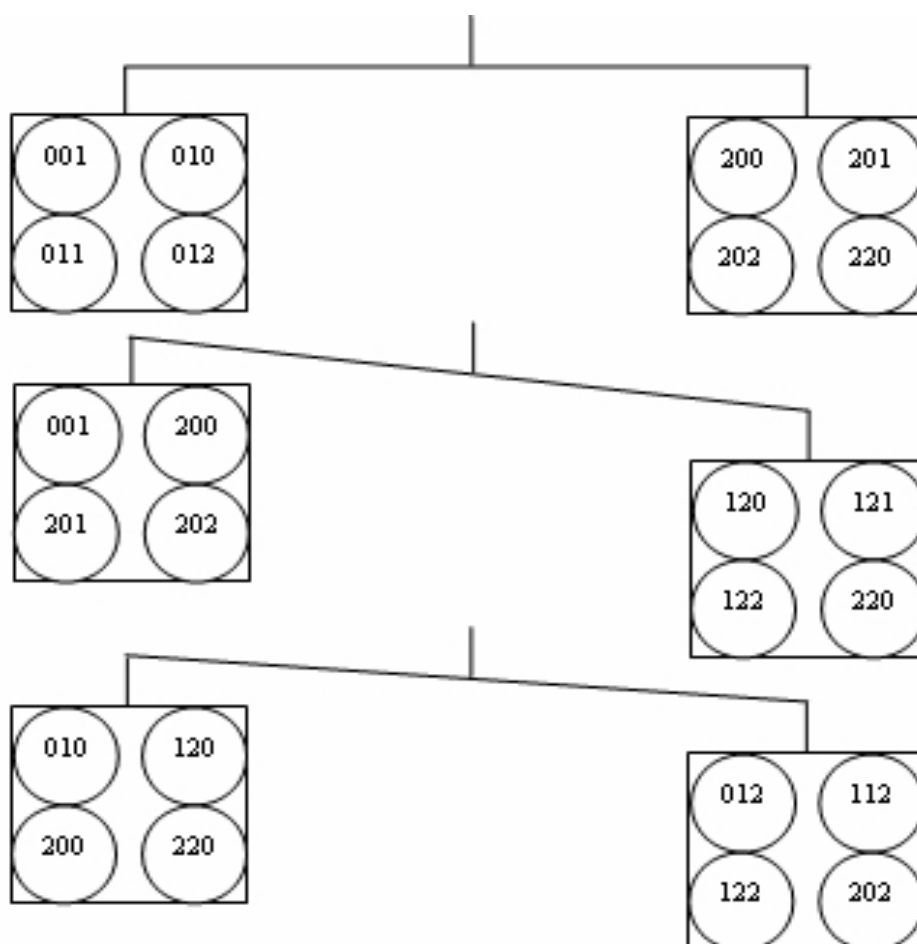


Рис. 3.

Нарисуйте схематично, как будут выглядеть результаты взвешиваний, проведённых в описанной последовательности, если известно, что фальшивая монета обозначена числом 011 и она легче настоящих.

7.3 ЗАДАЧА ЖЕРГОННА О ТРЁХ СТОПКАХ КАРТ

С задачей о 12 монетах тесно связаны многие карточные фокусы. Один из лучших фокусов известен под названием задачи Жергонна о трёх стопках

карт (Жозеф Диез Жергонн – французский математик, который первым занялся анализом этой задачи в начале XIX века). Одного из зрителей просят просмотреть колоду из 27 карт и одну из них запомнить. Затем, держа колоду открытой картой вниз, зритель берёт из неё по одной карте сверху и раскладывает их слева направо в три стопки картинками вверх. Каждая стопка будет состоять из девяти карт. Указав фокуснику стопку, в которой лежит задуманная карта, зритель кладёт стопки друг на друга в любом порядке, затем опять переворачивает колоду картинками вниз и начинает ещё раз раскладывать карты в три стопки картинками вверх. Показав, где теперь лежит задуманная карта, зритель повторяет ту же самую процедуру в третий раз, после чего колода, составленная из трёх стопок, кладётся открытой картой вниз. Все это время фокусник ни разу не прикасался к картам, но тем не менее он мгновенно говорит, в каком месте лежит задуманная карта.

Секрет фокуса заключается в том, чтобы заметить, куда зритель положил стопку с задуманной картой – под колоду, в середину её или наверх. Обозначим эти три положения цифрами 0 (когда стопка находится в верхней части колоды), 1 (когда стопка лежит в середине) и 2 (когда стопка положена вниз). Если перевести теперь троичное число, полученное из этих обозначений, записанных справа налево, в десятичное число, оно даст число карт, лежащих в колоде поверх задуманной карты. Пусть, например, стопка с задуманной картой первый раз была положена на самый верх колоды (цифра 0), второй раз – в её середине (цифра 1) и, наконец, последний раз – в самый низ (цифра 2). Записав эти цифры, справа налево, получим троичное число 210, которое в десятичной системе счисления даст число 21. Это означает, что поверх задуманной карты после всех перекладываний лежит 21 карта, то есть задуманная будет двадцать второй.

Фокус можно показывать и иначе. Зрителю предлагается выбрать любое число от 1 до 26 и задумать какую-нибудь из 27 карт, а все дальнейшие манипуляции с колодой фокусник проделывает сам. Он трижды перекладывает стопки в точности так же, как уже объяснялось выше, после

чего, отсчитав сверху выбранное зрителем число карт, протягивает ему задуманную карту. Поясним на примере. Пусть зритель назвал число 20 и задумал любую карту в предложенной колоде из 27 карт. Фокусник берёт колоду зрителя, трижды раскладывает её, как описано выше, каждый раз узнавая у зрителя, в какой стопке задуманная им карта, а потом, сняв сверху двадцать карт, протягивает зрителю следующую, двадцать первую карту, которая оказывается той, что он задумал. Для того чтобы это получилось именно так, фокуснику надо только перевести 20 в троичную систему счисления, это будет 202. Ясно, что после первого раскладывания стопку с задуманной картой надо положить в самый низ колоды, после второго раскладывания – на самый верх, а после третьего опять вниз. Убедитесь, задумав любую из 27 карт, что после указанных переключиваний задуманная вами карта окажется в колоде двадцать первой, считая сверху.

Математическое объяснение фокуса читатель найдёт сам, если внимательно исследует таблицу представления первых двадцати семи десятичных чисел в троичной системе счисления, которая помещена в начале пункта.

На этом пересказ главы «Недесятичные системы счисления» заканчивается. Перед тем, как совсем расстаться с книгой М. Гарднера «Математические досуги», мы приведём еще одну задачу из этой книги, связанную с системами счисления.

Задача 3. Английский математик Д. Дж. Принц обнаружил следующий красивый пример на деление:

$$X = \frac{\text{III}}{\text{III}} = \text{IIII}$$

Наборы из трёх вертикальных чёрточек можно интерпретировать тремя различными способами. Чему равен X?

7.4 ФОКУС С ОТГАДЫВАНИЕМ ЧИСЛА

Теперь наши развлечения будут связаны с двоичной системой счисления. Сначала предложим новые фокусы. Первый состоит в отгадывании задуманного зрителем числа. Приготовьте следующую таблицу:

1	2	3	4	5
1	2	4	8	16
3	3	5	9	17
5	6	6	10	18
7	7	7	11	19
9	10	12	12	20
11	11	13	13	21
13	14	14	14	22
15	15	15	15	23
17	18	20	24	24
19	19	21	25	25
21	22	22	26	26
23	23	23	27	27
25	26	28	28	28
27	27	29	29	29
29	30	30	30	30
31	31	31	31	31
1	2	4	8	16

В пяти столбцах этой таблицы (их номера наверху) помещены целые числа (по 16 в каждом столбце) из промежутка $[1, 31]$ по определённому признаку, который будет пояснён ниже. Предложив зрителю задумать любое число в указанных пределах, попросите его сказать, в каких столбцах таблицы находится это число. После чего вы мгновенно «отгадываете» число

следующим образом: сложите числа, написанные под теми столбцами, которые указал зритель. Например, задуманное число, находится в первом и пятом столбцах. Сложим числа, стоящие под этими столбцами: $1+16=17$. Ответ: задуманное число 17. При этом вы можете даже не смотреть на таблицу! При некотором опыте, числа под столбцами тоже можно не писать, а держать их в памяти. Эти числа представляют собой последовательные степени числа 2:

$$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4.$$

Теперь раскроем секрет фокуса. Числа от 1 до 31 надо представить в двоичной системе счисления. Числа размещаются в столбцах таблицы по следующему принципу: в первый столбец помещаются все числа, в первой позиции которых (начиная справа) присутствует 1, во второй столбец помещаются только те числа, во второй позиции которых стоит 1, и т. д.

Разместив в таблице таким образом все числа от 1 до 31, читатель без труда сообразит, почему задуманное число является суммой чисел, написанных под столбцами, в которых оно находится. Для большего эффекта числа в столбцах можно переставить, чтобы они были расположены не в порядке возрастания, а в произвольном порядке. Фокус становится ещё интереснее, если вы возьмёте таблицу из шести столбцов, составленную по тому же принципу. Тогда числа надо будет задумывать в пределах от 1 до 63, в каждом столбце таблицы поместится 32 разных числа, а под столбцами надо написать числа 1, 2, 4, 8, 16, 32. Предлагаем вам составить такую таблицу, расположив числа в столбцах в произвольном порядке, и удивить своих друзей способностью угадать любое задуманное в указанных пределах число, даже не глядя в таблицу. Если при составлении таблицы возникнет затруднение, то загляните в ответ. Там числа в столбцах расположены в порядке возрастания, «перемешайте» их в каждом столбце на свой вкус, и вы готовы показывать фокус.

7.5 ФОКУС С ОТГАДЫВАНИЕМ КАРТЫ

На этом свойстве чисел, определённым образом размещённых в таблице, основан другой фокус – отгадывание карты. Для фокуса необходима колода из 52 карт. В такой колоде обычно присутствует еще карта, на которой изображён джокер. Если в вашей колоде такой карты нет, сделайте её сами.

В основе фокуса лежит следующая таблица, составленная выше описанным способом, только не с пятью, а с четырьмя столбцами:

1	2	3	4
1	2	4	8
3	3	5	9
5	6	6	10
7	7	7	11
9	10	12	12
11	11	13	13
13	14	14	14
15	15	15	15
1	2	4	8

Напишем представление имеющихся в таблице десятичных чисел от 1 до 15 в двоичной системе счисления: 1-1, 2-10, 3-11, 4-100, 5-101, 6-110, 7-111, 8-1000, 9-1001, 10-1010, 11-1011, 12-1100, 13-1101, 14-1110, 15-1111. Для фокуса надо взять пятнадцать наименований карт (масть не имеет значения), каждому наименованию поставить в соответствие десятичное и эквивалентное ему двоичное число. Сделать это можно произвольным образом, но для удобства отгадывания лучше всего обозначить карты так:

1 – джокер 9 – девятка
2 – двойка 10 – десятка

3 – тройка	11 – валет
4 – четвёрка	12 – дама
5 – пятёрка	13 – король
6 – шестёрка	14 – туз
7 – семёрка	15 – перевёрнутая карта
8 – восьмёрка	

Карт каждого наименования надо взять столько, сколько единиц присутствует в двоичном числе, соответствующем этой карте, то есть джокер – один, двойка – одна, тройка – две, четверка – одна и т. д. Таким образом вы наберёте колоду из 32 карт. Теперь разложите их на четыре группы в соответствии с приведённой выше таблицей. Так в первую группу (первый столбец) положите карты, соответствующие числам 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, во вторую (второй столбец) – числам 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15 и т. д. Теперь вы готовы демонстрировать фокус. Передайте каждую из четырёх стопок зрителю, попросите тщательно её перемешать и разложите каждую стопку в столбец. Не спутайте при этом номера столбцов, стопки должны строго им соответствовать. Теперь попросите зрителя задумать какую-нибудь карту (масть не имеет значения!) и указать, в каких столбцах находятся карты такого наименования. Например, зритель задумал даму и сказал, что дамы имеются в третьем и четвертом столбцах. Вы мгновенно складываете в уме числа под этими столбцами (их, конечно, надо держать в памяти) и сразу «угадываете» задуманную зрителем карту, при этом вы даже можете не смотреть на разложенные перед зрителем карты! Вам необходимо запомнить только карты, соответствующие числам 1, 11, 12, 13, 14, 15. Числам от 2 до 10 соответствуют карты с таким же названием, как и само число. Если, например, в результате сложения вы получили число 10, то задуманной картой является «десятка».

Пусть, например, зритель сообщил вам, что задуманная им карта находится в первом, втором и четвёртом столбцах. Какая это карта?

Фокус можно показывать на 32 карточках с изображением разных птиц и/или животных. Такой фокус с удовольствием могут показывать даже дети, умеющие складывать числа в пределах двух десятков. Конечно, при отгадывании у ребёнка должна быть «шпаргалка», на которой написано соответствие чисел наименованиям птиц или животных, так как держать в памяти пятнадцать наименований трудно даже взрослому.

7.6 ИГРА «НИМ»

Теперь расскажем о применении двоичной системы счисления для разработки выигрышной стратегии в игре «Ним». Сначала – правила игры. Имеется произвольное количество куч, в каждой из которых содержится произвольное количество камней. Играют двое. Каждый берёт за один ход произвольную (обязательно не нулевую!) порцию камней, но только из одной кучи. Можно взять сразу все камни из какой-нибудь кучи. Выигрывает тот, кто своим очередным ходом возьмёт последние камни. Существует выигрышный алгоритм игры, который связан с двоичным представлением чисел. Для простоты объяснения возьмём три кучи с не очень большим количеством камней, например: 1-ая – 17 камней, 2-ая – 12 камней и 3-ая – 9 камней. Представим начальное положение в виде таблички, где число камней в каждой куче выражено двоичным числом:

1-ая куча – 10001

2-ая куча – 1100

3-ая куча – 1001

Подсчитаем количество единиц в каждом разряде полученных двоичных чисел: в нулевом разряде их две, в первом – ни одной (0), во втором – одна, в третьем – две и в четвертом – одна. Выигрышный алгоритм заключается в том, чтобы после каждого очередного хода игрока количество единиц в каждом разряде становилось чётным (0 – чётное число). Назовём систему из N целых не отрицательных чисел правильной, если после

представления каждого числа в двоичной системе счисления количество единиц в каждом разряде чётно, и неправильной в противном случае. Нетрудно убедиться, что правильная система после любого хода становится неправильной, а из любой неправильной системы одним ходом всегда можно сделать правильную. Если исходная система чисел неправильная, как в нашем примере, то начинающий игру, применяя описанную стратегию, всегда будет в выигрыше. Если же исходная система чисел правильная (например: 12, 10, 6), то начинающий игру проигрывает, если его партнёр использует ту же стратегию.

А теперь поясним, как из неправильной системы чисел сделать правильную. Итак, вы начинаете. Перед вами неправильная система чисел 17, 12, 9. Сколько камней и из какой кучи надо взять, чтобы система стала правильной? Отметим те разряды, в которых количество единиц нечётно, буквой “Н”, а в которых количество единиц чётно, – символом *:

$$\begin{array}{r} 1\text{-ая куча} - 10001 \\ 2\text{-ая куча} - 1100 \\ \hline 3\text{-ая куча} - 1001 \\ \hline \text{Н*Н**} \end{array}$$

Выберем ту кучу, где в старшем из отмеченных буквой “Н” разрядов стоит единица. Очевидно, это первая куча. Из неё и следует взять камни. Осталось определить, сколько камней надо взять. В двоичной записи числа камней в выбранной кучке посмотрим все разряды, отмеченные буквой “Н”. Выделим те, где стоит единица, и составим двоичное число из таких единиц, оставляя их в своих разрядах, а в прочие разряды поставим нули. Получим число 10000, что эквивалентно десятичному числу 16. Если из кучи взять количество камней, выражаемое этим числом, в отмеченных разрядах исчезнет по единице, и общее количество единиц в этих разрядах станет чётным. Теперь в двоичной записи количества камней в уменьшаемой куче выделим среди отмеченных буквой “Н” разрядов те, где стоят нули. Составим двоичное число, где в таких разрядах стоят единицы, а в остальных

– нули. Получаем 100, что эквивалентно десятичному числу 4. Если добавить к куче количество камней, выражаемое составленным теперь числом, то в соответствующих разрядах появятся единицы и общее по всем кучам количество единиц в этих разрядах также станет чётным. Найдём алгебраическую сумму двух найденных чисел: -16 (это число изымаемых камней, поэтому оно со знаком минус) и 4. Абсолютное значение этой суммы и указывает количество камней, которые надо взять из выбранной кучи, то есть 12 камней. После сделанного хода в первой куче останется 5 камней, и положение будет выглядеть так:

1-ая куча – 101

2-ая куча – 1100

3-ая куча – 1001

Очевидно, что система превратилась в правильную. Из какой бы кучи своим ответным ходом ни взял камни противник, в двоичной записи количества камней в этой куче нули кое-где сменятся единицами, а единицы – нулями. В каждом из таких разрядов суммарное по всем кучам количество единиц станет нечётным, и система превратится в неправильную. Своим очередным ходом вы снова делаете её правильной, и так до победного конца.

Сначала может показаться, что производить подобные вычисления очень долго, однако если вы воспользуетесь таблицей 1, в которой представлены двоичные эквиваленты первой тысячи десятичных чисел (см. Приложение), то всё будете выполнять очень быстро.

Для лучшего усвоения изложенного предлагаем подробную запись одной партии. Исходная позиция:

1-ая куча - 1 0 1 1 1 1 0 1 0 (378 камней)

2-ая куча - 1 0 0 0 1 1 1 0 0 (284 камня)

3-ая куча - 1 1 0 1 0 1 0 1 (213 камней)

* Н * Н Н * * Н Н

Система чисел неправильная, поэтому начинающий игру выигрывает.

Ход первого игрока: камни следует взять из третьей кучи:

$$\text{первое число} - 10010001 = 145,$$

$$\text{второе число} - 100010 = 34,$$

$$-145 + 34 = -111$$

Игрок берёт 111 камней из третьей кучи, в ней остаётся 102 камня,
позиция выглядит так:

1-ая куча	-	1 0 1 1 1 1 0 1 0	(378 камней)
2-ая куча	-	1 0 0 0 1 1 1 0 0	(284 камня)
3-ая куча	-	1 1 0 0 1 1 0	(102 камня)
* * * * *			

Ход второго игрока: 100 камней из второй кучи, в этой куче остаётся
184 камня:

1-ая куча	-	1 0 1 1 1 1 0 1 0	(378 камней)
2-ая куча	-	1 0 1 1 1 0 0 0	(184 камня)
3-ая куча	-	1 1 0 0 1 1 0	(102 камня)
НН* Н* * Н* *			

Ход первого игрока. Камни следует взять из первой кучи:

$$\text{первое число} - 100100000 = 288,$$

$$\text{второе число} - 10000100 = 132,$$

$$-288 + 132 = -156$$

Игрок берёт 156 камней из первой кучи, в ней остаётся 222 камня:

$$1\text{-ая куча} - 11011110 \text{ (222 камня)}$$

$$2\text{-ая куча} - 10111000 \text{ (184 камня)}$$

$$3\text{-ая куча} - 1100110 \text{ (102 камня)}$$

Ход второго игрока: 102 камня из третьей кучи, то есть всю третью
кучу сразу. Остаётся две кучи:

1-ая куча	-	1 1 0 1 1 1 1 0	(222 камня)
2-ая куча	-	1 0 1 1 1 0 0 0	(184 камня)

Ход первого игрока. Камни надо взять из первой кучи:

первое число – $1000110 = 70$,

второе число – $100000 = 32$,

$-70 + 32 = -38$

Игрок берёт 38 камней из первой кучи, в ней остаётся 184 камня:

1-ая – куча 10111000 (184 камня)

2-ая – куча 10111000 (184 камня)

Ход второго игрока: 152 камня из первой кучи, в ней остаётся 32 камня:

1-ая куча - 1 0 0 0 0 0 (32 камня)

2-ая Куча - 1 0 1 1 1 0 0 0 (184 камня)

Н* * НН* * *

Ход первого игрока. Камни он должен взять из второй кучи:

первое число – $10011000 = 152$,

второе число – 0.

Игрок берёт 152 камня из второй кучи, в ней остаётся 32 камня:

1-ая – куча 100000 (32 камня)

2-ая – куча 100000 (32 камня)

Ход второго игрока: 15 камней из первой кучи, в ней остаётся 17 камней:

1-ая куча - 1 0 0 0 1 (17 камней)

2-ая куча - 1 0 0 0 0 0 (32 камня)

НН* * * Н

Ход первого игрока. Камни надо взять из второй кучи:

первое число – $100000 = 32$

второе число – $10001 = 17$

$$-32 + 17 = -15$$

Игрок возьмёт 15 камней из второй кучи, в ней останется 17 камней.

Читатель, вероятно, уже заметил, что с тех пор, как осталось только две кучи, ходы первого игрока сводятся к тому, чтобы сравнивать количество камней в обеих кучах после хода второго игрока, поэтому с этого момента можно не производить никаких вычислений. Итак, мы пришли к позиции:

1-ая куча – 10001 (17 камней)

2-ая куча – 10001 (17 камней)

Совершенно ясно, что, сколько бы камней, из какой бы кучи ни брал второй игрок, первый игрок будет просто дублировать его ход в другой куче. Наступит момент, когда второй игрок будет вынужден взять последние камни в какой-то из куч, тогда первый игрок возьмёт последние камни в другой куче и – выиграет.

Таким образом, если ваш партнёр не знает выигрышную стратегию игры, вы непобедимы!

Правилами игры допускается применять ограничение на число камней, забираемых за один ход, то есть своим очередным ходом игрок может взять не более N камней. Тогда желающий выиграть перед каждым своим ходом должен разделить число камней на $(N+1)$ и к остаткам применить описанную стратегию. Когда в каждой куче останется менее $(N+1)$ камней, делить уже не надо.

И в заключение решите сами, какой ход надо сделать, чтобы превратить изображённую ниже систему из четырех чисел в правильную?

1-ая куча – 110010 (50 камней)

2-ая куча – 100000 (32 камня)

3-ая куча – 10011 (19 камней)

4-ая куча – 101010 (42 камня)

8. ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

1. а) 101,11;

б) 101, 27, 35, 177, 11, 46, 134, 577;

в) 101, 27, 35, 149, 177, 11, 46, 134, 180, 577, 790;

г) все приведённые записи.

2. Требуется доказать следующее равенство:

$$0,2 = 3 \cdot 16^{-1} + 3 \cdot 16^{-2} + 3 \cdot 16^{-3} + 3 \cdot 16^{-4} + \dots + 3 \cdot 16^{-9} + \dots$$

Вычислим сумму в правой части этого равенства, применив формулу суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

$$3 \cdot \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16^2} + \frac{1}{16^3} + \frac{1}{16^4} + \dots \right) = 3 \cdot \left[\frac{1}{16} \div \left(1 - \frac{1}{16} \right) \right] = 3 \cdot \left(\frac{1}{16} \div \frac{15}{16} \right) = 3 \cdot \frac{1}{15} = 0,2$$

3.

№	По таблице 12	По программе 5
1.	0,0573225	0,057323
2.	0,312114	0,312114
3.	0,00507264	0,005073
4.	0,0641724	0,064173
5.	0,612173	0,612173
6.	0,0000346537	0,000035
7.	0,434122	0,434122

4. Представление первых двадцати десятичных чисел в четверичной системе счисления выглядит так: 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3, 4 – 10, 5 – 11, 6 – 12, 7 – 13, 8 – 20,

9 – 21, 10 – 22, 11 – 23, 12 – 30, 13 – 31, 14 – 32, 15 – 33, 16 – 100, 17 – 101, 18 – 102, 19 – 103, 20 – 110. Основания двоичной и четверичной систем связаны равенством: $4 = 2^2$. Поэтому для перевода двоичной записи числа в четверичную надо просто каждую диadu (группу из двух цифр) заменить соответствующей четверичной цифрой, и наоборот: для перевода четверичной записи числа в двоичную надо заменить каждую четверичную цифру двоичной диadой.

Напомним читателю соответствие между четверичными цифрами и двоичными диадами: 0 – 00, 1 – 01, 2 – 10, 3 – 11.

Зависимость между четверичной и шестнадцатеричной системами аналогична только что описанной, так как основания этих систем связаны равенством: $16 = 4^2$. Соответствие между шестнадцатеричными цифрами и диадами четверичных цифр следующее:

0 – 00	1 – 01	2 – 10	3 – 11
4 – 10	5 – 11	6 – 12	7 – 13
8 – 20	9 – 21	A – 22	B – 23
C – 30	D – 31	E – 32	F – 33

5. а) 113; 3; 101; 0,302; 11,23; 12,3; 1,12; 2,01; 33,1.

б) 110; 11101; 10010; 111000; 1101000; 1111; 0,101101; 0,000011; 1101,011001; 10001,0111; 100000,00001.

в) 6F1; C16; 100; 205; 0,F5A; 37,644; 270,53C.

г) 22223; 210030; 33320; 0,02230031; 113,11122; 311,010022; 320011,011; 0,00031033.

6. Из $ap^2 + ap + 1 = x^2 + 2x + 1$ следует: $x = ap/2$,

$x^2 = a^2p^2/4 = ap^2$, и $a = 4$.

7. $10a + b = 8c + d$. Из $cd - ab = 4$ следует, что $10(c - a) + d - b = 4$. Но $d - b = 10a - 8c$, тогда $c = 2$ и $a < 3$. Так как $b - d = 6$, то $b = 7$ или $b = 9$.

При $b = 7$ cd не будет простым. Отсюда $cd = 23$, $ab = 19$.

8. Заданное равенство после некоторых сокращений перепишем в виде:

$$10! \cdot 12 = 10(10^2 + 1),$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p - 1)(p + 2) = p^2 + 1.$$

Так как $(p^2 + 1)/(p + 2) = p - 2 + 5/(p + 2)$, то $5/(p + 2)$ - целое.

Отсюда имеем: $p = 3$.

Задачи о взвешивании

Задача 1. а) потребуется, по меньшей мере, 6 гирь, веса которых: 1, 2, 4, 8, 16, 32 фунта;

б) потребуется 4 гири, веса которых: 1, 3, 9, 27 фунтов.

Задача 2. Достаточно трёх гирь весом в 2, 6 и 18 фунтов.

Задача о 12 монетах

В случае а) фальшивой монетой будет монета 200, а в случае б) – 202 (рис. 2). В ситуации, изображённой на рис. 3, фальшивой монетой будет монета, обозначенная числом 122, она тяжелее настоящей.

Если фальшивая монета обозначена числом 011 и она легче настоящей, то результаты взвешиваний будут выглядеть так, как показано на рис. 4

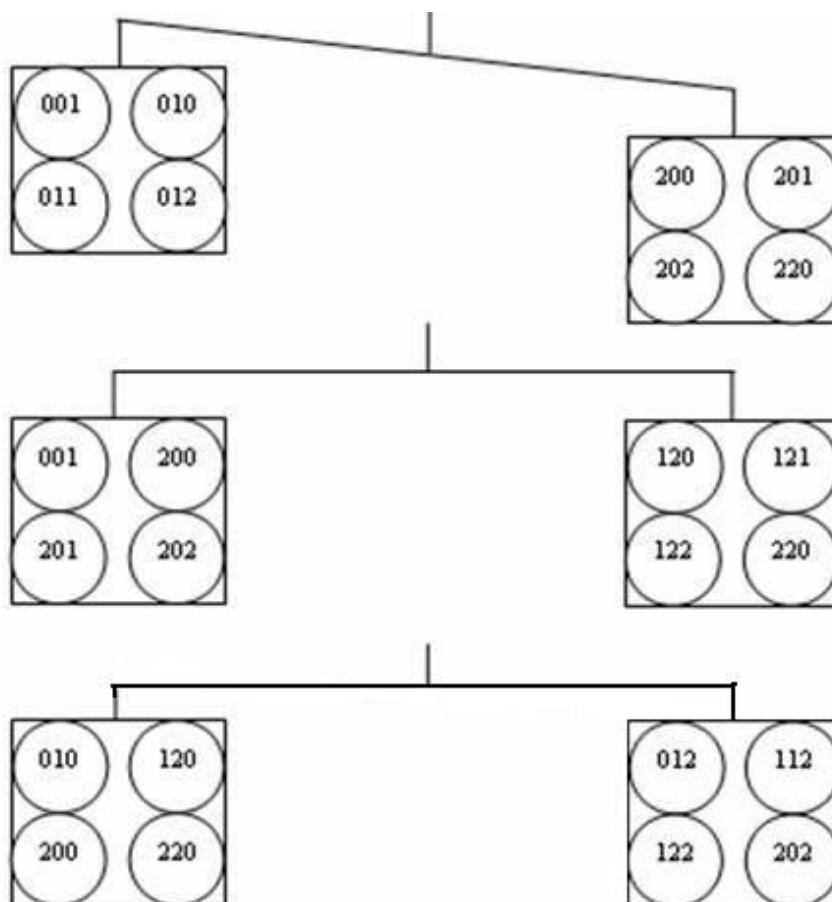


Рис. 4

Задача 3. $X = 111/3 = 37$. Три вертикальные чёрточки в числителе означают десятичное число 111, три вертикальные чёрточки в знаменателе – римское число 3. Первые три вертикальные чёрточки в частном также означают римское число 3, а следующие три вертикальные чёрточки – число 7, записанное в двоичной системе счисления.

Фокус с отгадыванием числа

1	2	3	4	5	6
1	2	4	8	16	32
3	3	5	9	17	33
5	6	6	10	18	34

7	7	7	11	19	35
9	10	12	12	20	36
11	11	13	13	21	37
13	14	14	14	22	38
15	15	15	15	23	39
17	18	20	24	24	40
19	19	21	25	25	41
21	22	22	26	26	42
23	23	23	27	27	43
25	26	28	28	28	44
27	27	29	29	29	45
29	30	30	30	30	46
31	31	31	31	31	47
33	34	36	40	48	48
35	35	37	41	49	49
37	38	38	42	50	50
39	39	39	43	51	51
41	42	44	44	52	52
43	43	45	45	53	53
45	46	46	46	54	54
47	47	47	47	55	55
49	50	52	56	56	56
51	51	53	57	57	57
53	54	54	58	58	58
55	55	55	59	59	59
57	58	60	60	60	60
59	59	61	61	61	61
61	62	62	62	62	62
63	63	63	63	63	63
1	2	4	8	16	32

Фокус с отгадыванием карты

Задуманная карта – валет, соответствующее ей десятичное число – 11.

Игра «НИМ»

Превратить данную систему в правильную можно одним из следующих ходов:

- 1) взять из первой кучи 25 камней;
- 2) взять из второй кучи 21 камень;
- 3) взять из четвертой кучи 41 камень.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Представление чисел в десятичной, восьмеричной, двоичной и шестнадцатеричной системах счисления

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат. .
1	1	1	1
2	2	10	2
3	3	11	3
4	4	100	4
5	5	101	5
6	6	110	6
7	7	111	7
8	10	1000	8
9	11	1001	9
10	12	1010	A
11	13	1011	B
12	14	1100	C
13	15	1101	D
14	16	1110	E
15	17	1111	F
16	20	10000	10
17	21	10001	11
18	22	10010	12
19	23	10011	13
20	24	10100	14
21	25	10101	15
22	26	10110	16
23	27	10111	17
24	30	11000	18
25	31	11001	19
26	32	11010	1A
27	33	11011	1B
28	34	11100	1C
29	35	11101	1D
30	36	11110	1E
31	37	11111	1F
32	40	100000	20
33	41	100001	21
34	42	100010	22
35	43	100011	23
36	44	100100	24
37	45	100101	25
38	46	100110	26
39	47	100111	27
40	50	101000	28
41	51	101001	29
42	52	101010	2A
43	53	101011	2B
44	54	101100	2C

45	55	101101	2D
46	56	101110	2E
Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат.
47	57	101111	2F
48	60	110000	30
49	61	110001	31
50	62	110010	32
51	63	110011	33
52	64	110100	34
53	65	110101	35
54	66	110110	36
55	67	110111	37
56	70	111000	38
57	71	111001	39
58	72	111010	3A
59	73	111011	3B
60	74	111100	3C
61	75	111101	3D
62	76	111110	3E
63	77	111111	3F
64	100	1000000	40
65	101	1000001	41
66	102	1000010	42
67	103	1000011	43
68	104	1000100	44
69	105	1000101	45
70	106	1000110	46
71	107	1000111	47
72	110	1001000	48
73	111	1001001	49
74	112	1001010	4A
75	113	1001011	4B
76	114	1001100	4C
77	115	1001101	4D
78	116	1001110	4E
79	117	1001111	4F
80	120	1010000	50
81	121	1010001	51
82	122	1010010	52
83	123	1010011	53
84	124	1010100	54
85	125	1010101	55
86	126	1010110	56
87	127	1010111	57
88	130	1011000	58
89	131	1011001	59
90	132	1011010	5A
91	133	1011011	5B
92	134	1011100	5C
93	135	1011101	5D
94	136	1011110	5E
95	137	1011111	5F
96	140	1100000	60

97	141	1100001	61
98	142	1100010	62
99	143	1100011	63
100	144	1100100	64

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
101	145	1100101	65
102	146	1100110	66
103	147	1100111	67
104	150	1101000	68
105	151	1101001	69
106	152	1101010	6A
107	153	1101011	6B
108	154	1101100	6C
109	155	1101101	6D
110	156	1101110	6E
111	157	1101111	6F
112	160	1110000	70
113	161	1110001	71
114	162	1110010	72
115	163	1110011	73
116	164	1110100	74
117	165	1110101	75
118	166	1110110	76
119	167	1110111	77
120	170	1111000	78
121	171	1111001	79
122	172	1111010	7A
123	173	1111011	7B
124	174	1111100	7C
125	175	1111101	7D
126	176	1111110	7E
127	177	1111111	7F
128	200	10000000	80
129	201	10000001	81
130	202	10000010	82
131	203	10000011	83
132	204	10000100	84
133	205	10000101	85
134	206	10000110	86
135	207	10000111	87
136	210	10001000	88
137	211	10001001	89
138	212	10001010	8A
139	213	10001011	8B
140	214	10001100	8C
141	215	10001101	8D
142	216	10001110	8E
143	217	10001111	8F
144	220	10010000	90
145	221	10010001	91
146	222	10010010	92
147	223	10010011	93

148	224	10010100	94
149	225	10010101	95
150	226	10010110	96

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
151	227	10010111	97
152	230	10011000	98
153	231	10011001	99
154	232	10011010	9A
155	233	10011011	9B
156	234	10011100	9C
157	235	10011101	9D
158	236	10011110	9E
159	237	10011111	9F
160	240	10100000	A0
161	241	10100001	A1
162	242	10100010	A2
163	243	10100011	A3
164	244	10100100	A4
165	245	10100101	A5
166	246	10100110	A6
167	247	10100111	A7
168	250	10101000	A8
169	251	10101001	A9
170	252	10101010	AA
171	253	10101011	AB
172	254	10101100	AC
173	255	10101101	AD
174	256	10101110	AE
175	257	10101111	AF
176	260	10110000	B0
177	261	10110001	B1
178	262	10110010	B2
179	263	10110011	B3
180	264	10110100	B4
181	265	10110101	B5
182	266	10110110	B6
183	267	10110111	B7
184	270	10111000	B8
185	271	10111001	B9
186	272	10111010	BA
187	273	10111011	BB
188	274	10111100	BC
189	275	10111101	BD
190	276	10111110	BE
191	277	10111111	BF
192	300	11000000	C0
193	301	11000001	C1
194	302	11000010	C2
195	303	11000011	C3
196	304	11000100	C4

197	305	11000101	C5
198	306	11000110	C6
199	307	11000111	C7
200	310	11001000	C8

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
201	311	11001001	C9
202	312	11001010	CA
203	313	11001011	CB
204	314	11001100	CC
205	315	11001101	CD
206	316	11001110	CE
207	317	11001111	CF
208	320	11010000	D0
209	321	11010001	D1
210	322	11010010	D2
211	323	11010011	D3
212	324	11010100	D4
213	325	11010101	D5
214	326	11010110	D6
215	327	11010111	D7
216	330	11011000	D8
217	331	11011001	D9
218	332	11011010	DA
219	333	11011011	DB
220	334	11011100	DC
221	335	11011101	DD
222	336	11011110	DE
223	337	11011111	DF
224	340	11100000	E0
225	341	11100001	E1
226	342	11100010	E2
227	343	11100011	E3
228	344	11100100	E4
229	345	11100101	E5
230	346	11100110	E6
231	347	11100111	E7
232	350	11101000	E8
233	351	11101001	E9
234	352	11101010	EA
235	353	11101011	EB
236	354	11101100	EC
237	355	11101101	ED
238	356	11101110	EE
239	357	11101111	EF
240	360	11110000	F0
241	361	11110001	F1
242	362	11110010	F2
243	363	11110011	F3
244	364	11110100	F4

245	365	11110101	F5
246	366	11110110	F6
247	367	11110111	F7
248	370	11111000	F8
249	371	11111001	F9
250	372	11111010	FA

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
251	373	11111011	FB
252	374	11111100	FC
253	375	11111101	FD
254	376	11111110	FE
255	377	11111111	FF
256	400	100000000	100
257	401	100000001	101
258	402	100000010	102
259	403	100000011	103
260	404	100000100	104
261	405	100000101	105
262	406	100000110	106
263	407	100000111	107
264	410	100001000	108
265	411	100001001	109
266	412	100001010	10A
267	413	100001011	10B
268	414	100001100	10C
269	415	100001101	10D
270	416	100001110	10E
271	417	100001111	10F
272	420	100010000	110
273	421	100010001	111
274	422	100010010	112
275	423	100010011	113
276	424	100010100	114
277	425	100010101	115
278	426	100010110	116
279	427	100010111	117
280	430	100011000	118
281	431	100011001	119
282	432	100011010	11A
283	433	100011011	11B
284	434	100011100	11C
285	435	100011101	11D
286	436	100011110	11E
287	437	100011111	11F
288	440	100100000	120
289	441	100100001	121
290	442	100100010	122
291	443	100100011	123

292	444	100100100	124
293	445	100100101	125
294	446	100100110	126
295	447	100100111	127
296	450	100101000	128
297	451	100101001	129
298	452	100101010	12A
299	453	100101011	12B
300	454	100101100	12C

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
301	455	100101101	12D
302	456	100101110	12E
303	457	100101111	12F
304	460	100110000	130
305	461	100110001	131
306	462	100110010	132
307	463	100110011	133
308	464	100110100	134
309	465	100110101	135
310	466	100110110	136
311	467	100110111	137
312	470	100111000	138
313	471	100111001	139
314	472	100111010	13A
315	473	100111011	13B
316	474	100111100	13C
317	475	100111101	13D
318	476	100111110	13E
319	477	100111111	13F
320	500	101000000	140
321	501	101000001	141
322	502	101000010	142
323	503	101000011	143
324	504	101000100	144
325	505	101000101	145
326	506	101000110	146
327	507	101000111	147
328	510	101001000	148
329	511	101001001	149
330	512	101001010	14A
331	513	101001011	14B
332	514	101001100	14C
333	515	101001101	14D
334	516	101001110	14E
335	517	101001111	14F
336	520	101010000	150
337	521	101010001	151
338	522	101010010	152

339	523	101010011	153
340	524	101010100	154
341	525	101010101	155
342	526	101010110	156
343	527	101010111	157
344	530	101011000	158
345	531	101011001	159
346	532	101011010	15A
347	533	101011011	15B
348	534	101011100	15C
349	535	101011101	15D
350	536	101011110	15E

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
351	537	101011111	15F
352	540	101100000	160
353	541	101100001	161
354	542	101100010	162
355	543	101100011	163
356	544	101100100	164
357	545	101100101	165
358	546	101100110	166
359	547	101100111	167
360	550	101101000	168
361	551	101101001	169
362	552	101101010	16A
363	553	101101011	16B
364	554	101101100	16C
365	555	101101101	16D
366	556	101101110	16E
367	557	101101111	16F
368	560	101110000	170
369	561	101110001	171
370	562	101110010	172
371	563	101110011	173
372	564	101110100	174
373	565	101110101	175
374	566	101110110	176
375	567	101110111	177
376	570	101111000	178
377	571	101111001	179
378	572	101111010	17A
379	573	101111011	17B
380	574	101111100	17C
381	575	101111101	17D
382	576	101111110	17E
383	577	101111111	17F
384	600	110000000	180
385	601	110000001	181
386	602	110000010	182

387	603	110000011	183
388	604	110000100	184
389	605	110000101	185
390	606	110000110	186
391	607	110000111	187
392	610	110001000	188
393	611	110001001	189
394	612	110001010	18A
395	613	110001011	18B
396	614	110001100	18C
397	615	110001101	18D
398	616	110001110	18E
399	617	110001111	18F
400	620	110010000	190

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
401	621	110010001	191
402	622	110010010	192
403	623	110010011	193
404	624	110010100	194
405	625	110010101	195
406	626	110010110	196
407	627	110010111	197
408	630	110011000	198
409	631	110011001	199
410	632	110011010	19A
411	633	110011011	19B
412	634	110011100	19C
413	635	110011101	19D
414	636	110011110	19E
415	637	110011111	19F
416	640	110100000	1A0
417	641	110100001	1A1
418	642	110100010	1A2
419	643	110100011	1A3
420	644	110100100	1A4
421	645	110100101	1A5
422	646	110100110	1A6
423	647	110100111	1A7
424	650	110101000	1A8
425	651	110101001	1A9
426	652	110101010	1AA
427	653	110101011	1AB
428	654	110101100	1AC
429	655	110101101	1AD
430	656	110101110	1AE
431	657	110101111	1AF
432	660	110110000	1B0
433	661	110110001	1B1
434	662	110110010	1B2

435	663	110110011	1B3
436	664	110110100	1B4
437	665	110110101	1B5
438	666	110110110	1B6
439	667	110110111	1B7
440	670	110111000	1B8
441	671	110111001	1B9
442	672	110111010	1BA
443	673	110111011	1BB
444	674	110111100	1BC
445	675	110111101	1BD
446	676	110111110	1BE
447	677	110111111	1BF
448	700	111000000	1C0
449	701	111000001	1C1
450	702	111000010	1C2

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
451	703	111000011	1C3
452	704	111000100	1C4
453	705	111000101	1C5
454	706	111000110	1C6
455	707	111000111	1C7
456	710	111001000	1C8
457	711	111001001	1C9
458	712	111001010	1CA
459	713	111001011	1CB
460	714	111001100	1CC
461	715	111001101	1CD
462	716	111001110	1CE
463	717	111001111	1CF
464	720	111010000	1D0
465	721	111010001	1D1
466	722	111010010	1D2
467	723	111010011	1D3
468	724	111010100	1D4
469	725	111010101	1D5
470	726	111010110	1D6
471	727	111010111	1D7
472	730	111011000	1D8
473	731	111011001	1D9
474	732	111011010	1DA
475	733	111011011	1DB
476	734	111011100	1DC
477	735	111011101	1DD
478	736	111011110	1DE
479	737	111011111	1DF
480	740	111100000	1E0
481	741	111100001	1E1
482	742	111100010	1E2

483	743	111100011	1E3
484	744	111100100	1E4
485	745	111100101	1E5
486	746	111100110	1E6
487	747	111100111	1E7
488	750	111101000	1E8
489	751	111101001	1E9
490	752	111101010	1EA
491	753	111101011	1EB
492	754	111101100	1EC
493	755	111101101	1ED
494	756	111101110	1EE
495	757	111101111	1EF
496	760	111110000	1F0
497	761	111110001	1F1
498	762	111110010	1F2
499	763	111110011	1F3
500	764	111110100	1F4

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
501	765	111110101	1F5
502	766	111110110	1F6
503	767	111110111	1F7
504	770	111111000	1F8
505	771	111111001	1F9
506	772	111111010	1FA
507	773	111111011	1FB
508	774	111111100	1FC
509	775	111111101	1FD
510	776	111111110	1FE
511	777	111111111	1FF
512	1000	1000000000	200
513	1001	1000000001	201
514	1002	1000000010	202
515	1003	1000000011	203
516	1004	1000000100	204
517	1005	1000000101	205
518	1006	1000000110	206
519	1007	1000000111	207
520	1010	1000001000	208
521	1011	1000001001	209
522	1012	1000001010	20A
523	1013	1000001011	20B
524	1014	1000001100	20C
525	1015	1000001101	20D
526	1016	1000001110	20E
527	1017	1000001111	20F
528	1020	1000010000	210
529	1021	1000010001	211
530	1022	1000010010	212

531	1023	1000010011	213
532	1024	1000010100	214
533	1025	1000010101	215
534	1026	1000010110	216
535	1027	1000010111	217
536	1030	1000011000	218
537	1031	1000011001	219
538	1032	1000011010	21A
539	1033	1000011011	21B
540	1034	1000011100	21C
541	1035	1000011101	21D
542	1036	1000011110	21E
543	1037	1000011111	21F
544	1040	1000100000	220
545	1041	1000100001	221
546	1042	1000100010	222
547	1043	1000100011	223
548	1044	1000100100	224
549	1045	1000100101	225
550	1046	1000100110	226

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн. .	Шестнадцат .
551	1047	1000100111	227
552	1050	1000101000	228
553	1051	1000101001	229
554	1052	1000101010	22A
555	1053	1000101011	22B
556	1054	1000101100	22C
557	1055	1000101101	22D
558	1056	1000101110	22E
559	1057	1000101111	22F
560	1060	1000110000	230
561	1061	1000110001	231
562	1062	1000110010	232
563	1063	1000110011	233
564	1064	1000110100	234
565	1065	1000110101	235
566	1066	1000110110	236
567	1067	1000110111	237
568	1070	1000111000	238
569	1071	1000111001	239
570	1072	1000111010	23A
571	1073	1000111011	23B
572	1074	1000111100	23C
573	1075	1000111101	23D
574	1076	1000111110	23E
575	1077	1000111111	23F
576	1100	1001000000	240
577	1101	1001000001	241
578	1102	1001000010	242

579	1103	1001000011	243
580	1104	1001000100	244
581	1105	1001000101	245
582	1106	1001000110	246
583	1107	1001000111	247
584	1110	1001001000	248
585	1111	1001001001	249
586	1112	1001001010	24A
587	1113	1001001011	24B
588	1114	1001001100	24C
589	1115	1001001101	24D
590	1116	1001001110	24E
591	1117	1001001111	24F
592	1120	1001010000	250
593	1121	1001010001	251
594	1122	1001010010	252
595	1123	1001010011	253
596	1124	1001010100	254
597	1125	1001010101	255
598	1126	1001010110	256
599	1127	1001010111	257
600	1130	1001011000	258

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
601	1131	1001011001	259
602	1132	1001011010	25A
603	1133	1001011011	25B
604	1134	1001011100	25C
605	1135	1001011101	25D
606	1136	1001011110	25E
607	1137	1001011111	25F
608	1140	1001100000	260
609	1141	1001100001	261
610	1142	1001100010	262
611	1143	1001100011	263
612	1144	1001100100	264
613	1145	1001100101	265
614	1146	1001100110	266
615	1147	1001100111	267
616	1150	1001101000	268
617	1151	1001101001	269
618	1152	1001101010	26A
619	1153	1001101011	26B
620	1154	1001101100	26C
621	1155	1001101101	26D
622	1156	1001101110	26E
623	1157	1001101111	26F
624	1160	1001110000	270
625	1161	1001110001	271
626	1162	1001110010	272

627	1163	1001110011	273
628	1164	1001110100	274
629	1165	1001110101	275
630	1166	1001110110	276
631	1167	1001110111	277
632	1170	1001111000	278
633	1171	1001111001	279
634	1172	1001111010	27A
635	1173	1001111011	27B
636	1174	1001111100	27C
637	1175	1001111101	27D
638	1176	1001111110	27E
639	1177	1001111111	27F
640	1200	1010000000	280
641	1201	1010000001	281
642	1202	1010000010	282
643	1203	1010000011	283
644	1204	1010000100	284
645	1205	1010000101	285
646	1206	1010000110	286
647	1207	1010000111	287
648	1210	1010001000	288
649	1211	1010001001	289
650	1212	1010001010	28A

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
651	1213	1010001011	28B
652	1214	1010001100	28C
653	1215	1010001101	28D
654	1216	1010001110	28E
655	1217	1010001111	28F
656	1220	1010010000	290
657	1221	1010010001	291
658	1222	1010010010	292
659	1223	1010010011	293
660	1224	1010010100	294
661	1225	1010010101	295
662	1226	1010010110	296
663	1227	1010010111	297
664	1230	1010011000	298
665	1231	1010011001	299
666	1232	1010011010	29A
667	1233	1010011011	29B
668	1234	1010011100	29C
669	1235	1010011101	29D
670	1236	1010011110	29E
671	1237	1010011111	29F
672	1240	1010100000	2A0
673	1241	1010100001	2A1
674	1242	1010100010	2A2

675	1243	1010100011	2A3
676	1244	1010100100	2A4
677	1245	1010100101	2A5
678	1246	1010100110	2A6
679	1247	1010100111	2A7
680	1250	1010101000	2A8
681	1251	1010101001	2A9
682	1252	1010101010	2AA
683	1253	1010101011	2AB
684	1254	1010101100	2AC
685	1255	1010101101	2AD
686	1256	1010101110	2AE
687	1257	1010101111	2AF
688	1260	1010110000	2B0
689	1261	1010110001	2B1
690	1262	1010110010	2B2
691	1263	1010110011	2B3
692	1264	1010110100	2B4
693	1265	1010110101	2B5
694	1266	1010110110	2B6
695	1267	1010110111	2B7
696	1270	1010111000	2B8
697	1271	1010111001	2B9
698	1272	1010111010	2BA
699	1273	1010111011	2BB
700	1274	1010111100	2BC

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
701	1275	1010111101	2BD
702	1276	1010111110	2BE
703	1277	1010111111	2BF
704	1300	1011000000	2C0
705	1301	1011000001	2C1
706	1302	1011000010	2C2
707	1303	1011000011	2C3
708	1304	1011000100	2C4
709	1305	1011000101	2C5
710	1306	1011000110	2C6
711	1307	1011000111	2C7
712	1310	1011001000	2C8
713	1311	1011001001	2C9
714	1312	1011001010	2CA
715	1313	1011001011	2CB
716	1314	1011001100	2CC
717	1315	1011001101	2CD
718	1316	1011001110	2CE
719	1317	1011001111	2CF
720	1320	1011010000	2D0
721	1321	1011010001	2D1

722	1322	1011010010	2D2
723	1323	1011010011	2D3
724	1324	1011010100	2D4
725	1325	1011010101	2D5
726	1326	1011010110	2D6
727	1327	1011010111	2D7
728	1330	1011011000	2D8
729	1331	1011011001	2D9
730	1332	1011011010	2DA
731	1333	1011011011	2DB
732	1334	1011011100	2DC
733	1335	1011011101	2DD
734	1336	1011011110	2DE
735	1337	1011011111	2DF
736	1340	1011100000	2E0
737	1341	1011100001	2E1
738	1342	1011100010	2E2
739	1343	1011100011	2E3
740	1344	1011100100	2E4
741	1345	1011100101	2E5
742	1346	1011100110	2E6
743	1347	1011100111	2E7
744	1350	1011101000	2E8
745	1351	1011101001	2E9
746	1352	1011101010	2EA
747	1353	1011101011	2EB
748	1354	1011101100	2EC
749	1355	1011101101	2ED
750	1356	1011101110	2EE

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
751	1357	1011101111	2EF
752	1360	1011110000	2F0
753	1361	1011110001	2F1
754	1362	1011110010	2F2
755	1363	1011110011	2F3
756	1364	1011110100	2F4
757	1365	1011110101	2F5
758	1366	1011110110	2F6
759	1367	1011110111	2F7
760	1370	1011111000	2F8
761	1371	1011111001	2F9
762	1372	1011111010	2FA
763	1373	1011111011	2FB
764	1374	1011111100	2FC
765	1375	1011111101	2FD
766	1376	1011111110	2FE
767	1377	1011111111	2FF
768	1400	1100000000	300

769	1401	1100000001	301
770	1402	1100000010	302
771	1403	1100000011	303
772	1404	1100000100	304
773	1405	1100000101	305
774	1406	1100000110	306
775	1407	1100000111	307
776	1410	1100001000	308
777	1411	1100001001	309
778	1412	1100001010	30A
779	1413	1100001011	30B
780	1414	1100001100	30C
781	1415	1100001101	30D
782	1416	1100001110	30E
783	1417	1100001111	30F
784	1420	1100010000	310
785	1421	1100010001	311
786	1422	1100010010	312
787	1423	1100010011	313
788	1424	1100010100	314
789	1425	1100010101	315
790	1426	1100010110	316
791	1427	1100010111	317
792	1430	1100011000	318
793	1431	1100011001	319
794	1432	1100011010	31A
795	1433	1100011011	31B
796	1434	1100011100	31C
797	1435	1100011101	31D
798	1436	1100011110	31E
799	1437	1100011111	31F
800	1440	1100100000	320

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
801	1441	1100100001	321
802	1142	1100100010	322
803	1443	1100100011	323
804	1444	1100100100	324
805	1445	1100100101	325
806	1446	1100100110	326
807	1447	1100100111	327
808	1450	1100101000	328
809	1451	1100101001	329
810	1452	1100101010	32A
811	1453	1100101011	32B
812	1454	1100101100	32C
813	1455	1100101101	32D
814	1456	1100101110	32E
815	1457	1100101111	32F
816	1460	1100110000	330
817	1461	1100110001	331

818	1462	1100110010	332
819	1463	1100110011	333
820	1464	1100110100	334
821	1465	1100110101	335
822	1466	1100110110	336
823	1467	1100110111	337
824	1470	1100111000	338
825	1471	1100111001	339
826	1472	1100111010	33A
827	1473	1100111011	33B
828	1474	1100111100	33C
829	1475	1100111101	33D
830	1476	1100111110	33E
831	1477	1100111111	33F
832	1500	1101000000	340
833	1501	1101000001	341
834	1502	1101000010	342
835	1503	1101000011	343
836	1504	1101000100	344
837	1505	1101000101	345
838	1506	1101000110	346
839	1507	1101000111	347
840	1510	1101001000	348
841	1511	1101001001	349
842	1512	1101001010	34A
843	1513	1101001011	34B
844	1514	1101001100	34C
845	1515	1101001101	34D
846	1516	1101001110	34E
847	1517	1101001111	34F
848	1520	1101010000	350
849	1521	1101010001	351
850	1522	1101010010	352

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
851	1523	1101010011	353
852	1524	1101010100	354
853	1525	1101010101	355
854	1526	1101010110	356
855	1527	1101010111	357
856	1530	1101011000	358
857	1531	1101011001	359
858	1532	1101011010	35A
859	1533	1101011011	35B
860	1534	1101011100	35C
861	1535	1101011101	35D
862	1536	1101011110	35E
863	1537	1101011111	35F
864	1540	1101100000	360

865	1541	1101100001	361
866	1542	1101100010	362
867	1543	1101100011	363
868	1544	1101100100	364
869	1545	1101100101	365
870	1546	1101100110	366
871	1547	1101100111	367
872	1550	1101101000	368
873	1551	1101101001	369
874	1552	1101101010	36A
875	1553	1101101011	36B
876	1554	1101101100	36C
877	1555	1101101101	36D
878	1556	1101101110	36E
879	1557	1101101111	36F
880	1560	1101110000	370
881	1561	1101110001	371
882	1562	1101110010	372
883	1563	1101110011	373
884	1564	1101110100	374
885	1565	1101110101	375
886	1566	1101110110	376
887	1567	1101110111	377
888	1570	1101111000	378
889	1571	1101111001	379
890	1572	1101111010	37A
891	1573	1101111011	37B
892	1574	1101111100	37C
893	1575	1101111101	37D
894	1576	1101111110	37E
895	1577	1101111111	37F
896	1600	1110000000	380
897	1601	1110000001	381
898	1602	1110000010	382
899	1603	1110000011	383
900	1604	1110000100	384

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн. .	Шестнадцат .
901	1605	1110000101	385
902	1606	1110000110	386
903	1607	1110000111	387
904	1610	1110001000	388
905	1611	1110001001	389
906	1612	1110001010	38A
907	1613	1110001011	38B
908	1614	1110001100	38C
909	1615	1110001101	38D
910	1616	1110001110	38E
911	1617	1110001111	38F
912	1620	1110010000	390
913	1621	1110010001	391

914	1622	1110010010	392
915	1623	1110010011	393
916	1624	1110010100	394
917	1625	1110010101	395
918	1626	1110010110	396
919	1627	1110010111	397
920	1630	1110011000	398
921	1631	1110011001	399
922	1632	1110011010	39A
923	1633	1110011011	39B
924	1634	1110011100	39C
925	1635	1110011101	39D
926	1636	1110011110	39E
927	1637	1110011111	39F
928	1640	1110100000	3A0
929	1641	1110100001	3A1
930	1642	1110100010	3A2
931	1643	1110100011	3A3
932	1644	1110100100	3A4
933	1645	1110100101	3A5
934	1646	1110100110	3A6
935	1647	1110100111	3A7
936	1650	1110101000	3A8
937	1651	1110101001	3A9
938	1652	1110101010	3AA
939	1653	1110101011	3AB
940	1654	1110101100	3AC
941	1655	1110101101	3AD
942	1656	1110101110	3AE
943	1657	1110101111	3AF
944	1660	1110110000	3B0
945	1661	1110110001	3B1
946	1662	1110110010	3B2
947	1663	1110110011	3B3
948	1664	1110110100	3B4
949	1665	1110110101	3B5
950	1666	1110110110	3B6

Десятичн .	Восьмеричн .	Двоичн.	Шестнадцат .
951	1667	1110110111	3B7
952	1670	1110111000	3B8
953	1671	1110111001	3B9
954	1672	1110111010	3BA
955	1673	1110111011	3BB
956	1674	1110111100	3BC
957	1675	1110111101	3BD
958	1676	1110111110	3BE
959	1677	1110111111	3BF
960	1700	1111000000	3C0
961	1701	1111000001	3C1

962	1702	1111000010	3C2
963	1703	1111000011	3C3
964	1704	1111000100	3C4
965	1705	1111000101	3C5
966	1706	1111000110	3C6
967	1707	1111000111	3C7
968	1710	1111001000	3C8
969	1711	1111001001	3C9
970	1712	1111001010	3CA
971	1713	1111001011	3CB
972	1714	1111001100	3CC
973	1715	1111001101	3CD
974	1716	1111001110	3CE
975	1717	1111001111	3CF
976	1720	1111010000	3D0
977	1721	1111010001	3D1
978	1722	1111010010	3D2
979	1723	1111010011	3D3
980	1724	1111010100	3D4
981	1725	1111010101	3D5
982	1726	1111010110	3D6
983	1727	1111010111	3D7
984	1730	1111011000	3D8
985	1731	1111011001	3D9
986	1732	1111011010	3DA
987	1733	1111011011	3DB
988	1734	1111011100	3DC
989	1735	1111011101	3DD
990	1736	1111011110	3DE
991	1737	1111011111	3DF
992	1740	1111100000	3E0
993	1741	1111100001	3E1
994	1742	1111100010	3E2
995	1743	1111100011	3E3
996	1744	1111100100	3E4
997	1745	1111100101	3E5
998	1746	1111100110	3E6
999	1747	1111100111	3E7
1000	1750	1111101000	3E8

Таблица 2

Десятичный преобразователь целых восьмеричных чисел

Восьм · цифра	В О С Ъ М Е Р И Ч Н Ы Й М Н О Ж И Т Е Л Ь									
	8 ⁰	8 ¹	8 ²	8 ³	8 ⁴	8 ⁵	8 ⁶	8 ⁷	8 ⁸	8 ⁹
1	1	8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728
2	2	16	128	1024	8192	65536	524288	4194304	33554432	268435456
3	3	24	192	1536	12288	98304	786432	6291456	50331648	402653184
4	4	32	256	2048	16384	131072	1048576	8388608	67108864	536870912
5	5	40	320	2560	20480	163840	1310720	10485760	83886080	671088640

6	6	48	384	3072	24576	196608	1572864	12582912	100663296	805306368
7	7	56	448	3584	28672	229376	1835008	14680064	117440512	939524096

Таблица 3

Шестнадцатеричный преобразователь целых восьмеричных чисел

Восьм · цифра	В О С Ъ М Е Р И Ч Н Ы Й М Н О Ж И Т Е Л Ь									
	8 ₀	8 ¹	8 ²	8 ³	8 ⁴	8 ⁵	8 ⁶	8 ⁷	8 ⁸	8 ⁹
1	1	8	40	200	1000	8000	40000	200000	1000000	8000000
2	2	10	80	400	2000	10000	80000	400000	2000000	10000000
3	3	18	C0	600	3000	18000	C0000	600000	3000000	18000000
4	4	20	100	800	4000	20000	100000	800000	4000000	20000000
5	5	28	140	A00	5000	28000	140000	A0000 0	5000000	28000000
6	6	30	180	C00	6000	30000	180000	C00000	6000000	30000000
7	7	38	1C0	E00	7000	38000	1C0000	E00000	7000000	38000000

Таблица 4

Восьмеричный преобразователь целых десятичных чисел

Десятичн · цифра	Д Е С Я Т И Ч Н Ы Й М Н О Ж И Т Е Л Ь								
	10 ⁰	10 ¹	10 ²	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶	10 ⁷	10 ⁸
1	1	12	144	1750	23420	303240	3641100	46113200	575360400
2	2	24	310	3720	47040	606500	7502200	114226400	1372741000
3	3	36	454	5670	72460	1111740	13343300	162341600	2170321400
4	4	50	620	7640	116100	1415200	17204400	230455000	2765702000
5	5	62	764	11610	141520	1720440	23045500	276570200	3563262400
6	6	74	1130	13560	165140	2223700	26706600	344703400	4360643000
7	7	106	1274	15530	210560	2527140	32547700	413016600	5156223400
8	10	120	1440	17500	234200	3032400	36411000	461132000	5753604000
9	11	132	1604	21450	257620	3335640	42252100	527245200	6551164400

Таблица 5

Шестнадцатеричный преобразователь целых десятичных чисел

Десятичн цифра	Д Е С Я Т И Ч Н Ы Й М Н О Ж И Т Е Л ь								
	10 ⁰	10 ¹	10 ²	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶	10 ⁷	10 ⁸

1	1	A	64	3E8	2710	186A0	F4240	989680	5F5E100
2	2	14	C8	7D0	4E20	30D40	1E8480	1312D00	BEBC200
3	3	1E	12C	BB8	7530	493E0	2DC6C0	1C9C380	11E1A300
4	4	28	190	FA0	9C40	61A80	3D0900	2625A00	17D78400
5	5	32	1F4	1388	C350	7A120	4C4B40	2FAF080	1DCD6500
6	6	3C	258	1770	EA60	927C0	5B8D80	3938700	23C34600
7	7	46	2BC	1B58	11170	AAE60	6ACFC0	42C1D80	29B92700
8	8	50	320	1F40	13880	C3500	7A1200	4C4B400	2FAF0800
9	9	5A	384	2328	15F90	DBBA0	895440	55D4A80	35A4E900

Таблица 6

Восьмеричный преобразователь целых шестнадцатеричных чисел

Шестнадц. цифра	ШЕШНАДЦАТЕРИЧНЫЙ МНОЖИТЕЛЬ							
	16 ⁰	16 ¹	16 ²	16 ³	16 ⁴	16 ⁵	16 ⁶	16 ⁷
1	1	20	400	10000	200000	4000000	100000000	2000000000
2	2	40	1000	20000	400000	10000000	200000000	4000000000
3	3	60	1400	30000	600000	14000000	300000000	6000000000
4	4	100	2000	40000	1000000	20000000	400000000	10000000000
5	5	120	2400	50000	1200000	24000000	500000000	12000000000
6	6	140	3000	60000	1400000	30000000	600000000	14000000000
7	7	160	3400	70000	1600000	34000000	700000000	16000000000
8	10	200	4000	100000	2000000	40000000	1000000000	20000000000
9	11	220	4400	110000	2200000	44000000	1100000000	22000000000
A	12	240	5000	120000	2400000	50000000	1200000000	24000000000
B	13	260	5400	130000	2600000	54000000	1300000000	26000000000
C	14	300	6000	140000	3000000	60000000	1400000000	30000000000
D	15	320	6400	150000	3200000	64000000	1500000000	32000000000
E	16	340	7000	160000	3400000	70000000	1600000000	34000000000
F	17	360	7400	170000	3600000	74000000	1700000000	36000000000

Таблица 7

Десятичный преобразователь целых шестнадцатеричных чисел

Шестнадц. цифра	ШЕШТАДЦАТЕРИЧНЫЙ МНОЖИТЕЛЬ							
	16^0	16^1	16^2	16^3	16^4	16^5	16^6	16^7
1	1	16	256	4096	65536	1048576	16777216	268435456
2	2	32	512	8192	131072	2097152	33554432	536870912
3	3	48	768	12288	196608	3145728	50331648	805306368
4	4	64	1024	16384	262144	4194304	67108864	1073741824
5	5	80	1280	20480	327680	5242880	83886080	1342177280
6	6	96	1536	24576	393216	6291456	100663296	1610612736
7	7	112	1792	28672	458752	7340032	117440512	1879048192
8	8	128	2048	32768	524288	8388608	134217728	2147483648
9	9	144	2304	36864	589824	9437184	150994944	2415919104
A	10	160	2560	40960	655360	10485760	167772160	2684354560
B	11	176	2816	45056	720896	11534336	184549376	2952790016
C	12	192	3072	49152	786432	12582912	201326592	3221225472
D	13	208	3328	53248	851968	13631488	218103808	3489660928
E	14	224	3584	57344	917504	14680064	234881024	3758096384
F	15	240	3840	61440	983040	15728640	251658240	4026531840

Таблица 8

Десятичный преобразователь дробных восьмеричных чисел

Восьмеричн. цифра	ВОСЬМЕРИЧНЫЙ МНОЖИТЕЛЬ				
	8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}	8^{-4}	8^{-5}
1	0,125	$0,15625 \cdot 10^{-1}$	$0,1953125 \cdot 10^{-2}$	$0,244140625 \cdot 10^{-3}$	$0,305175781 \cdot 10^{-4}$
2	0,25	$0,3125 \cdot 10^{-1}$	$0,390625 \cdot 10^{-2}$	$0,48828125 \cdot 10^{-3}$	$0,610351562 \cdot 10^{-4}$
3	0,375	$0,46875 \cdot 10^{-1}$	$0,5859375 \cdot 10^{-2}$	$0,732421875 \cdot 10^{-3}$	$0,915527343 \cdot 10^{-4}$
4	0,5	$0,625 \cdot 10^{-1}$	$0,78125 \cdot 10^{-2}$	$0,9765625 \cdot 10^{-3}$	$1,220703124 \cdot 10^{-4}$
5	0,625	$0,78125 \cdot 10^{-1}$	$0,9765625 \cdot 10^{-2}$	$1,220703125 \cdot 10^{-3}$	$1,525878905 \cdot 10^{-4}$
6	0,75	$0,9375 \cdot 10^{-1}$	$1,171875 \cdot 10^{-2}$	$1,46484375 \cdot 10^{-3}$	$1,831054686 \cdot 10^{-4}$
7	0,875	$1,09375 \cdot 10^{-1}$	$1,3671875 \cdot 10^{-2}$	$1,708984375 \cdot 10^{-3}$	$2,136230467 \cdot 10^{-4}$

Таблица 9

Шестнадцатеричный преобразователь дробных восьмеричных чисел

Восьмеричная цифра	ВОСЬМЕРИЧНЫЙ МНОЖИТЕЛЬ				
	8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}	8^{-4}	8^{-5}
1	0,2	0,04	0,008	0,001	0,0002
2	0,4	0,08	0,01	0,002	0,0004
3	0,6	0,0C	0,018	0,003	0,0006
4	0,8	0,1	0,02	0,004	0,0008
5	0,A	0,14	0,028	0,005	0,000 A
6	0,C	0,18	0,03	0,006	0,000C
7	0,E	0,1C	0,038	0,007	0,000E

Таблица 10

Восьмеричный преобразователь дробных шестнадцатеричных чисел

Шестнадцатеричная цифра	ШЕСТИНАДЦАТЕРИЧНЫЙ МНОЖИТЕЛЬ				
	16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}	16^{-4}	16^{-5}
1	0,04	0,002	0,0001	0,000004	0,0000002
2	0,1	0,004	0,0002	0,00001	0,0000004
3	0,14	0,006	0,0003	0,000014	0,0000006
4	0,2	0,01	0,0004	0,00002	0,000001
5	0,24	0,012	0,0005	0,000024	0,0000012
6	0,3	0,014	0,0006	0,00003	0,0000014
7	0,34	0,016	0,0007	0,000034	0,0000016
8	0,4	0,02	0,001	0,00004	0,000002
9	0,44	0,022	0,0011	0,000044	0,0000022
A	0,5	0,024	0,0012	0,00005	0,0000024
B	0,54	0,026	0,0013	0,000054	0,0000026
C	0,6	0,03	0,0014	0,00006	0,000003
D	0,64	0,032	0,0015	0,000064	0,0000032
E	0,7	0,034	0,0016	0,00007	0,0000034
F	0,74	0,036	0,0017	0,000074	0,0000036

Таблица 11

Десятичный преобразователь дробных шестнадцатеричных чисел

Шестнадц. цифра	Ш Е С Т Н А Д Ц А Т Е Р И Ч Н Ы Й М Н О Ж И Т Е Л Ь				
	16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}	16^{-4}	16^{-5}
1	0,0625	$0,390625 \cdot 10^{-2}$	$0,2441406 \cdot 10^{-3}$	$0,1525879 \cdot 10^{-4}$	$0,09536743 \cdot 10^{-5}$
2	0,125	$0,78125 \cdot 10^{-2}$	$0,4882812 \cdot 10^{-3}$	$0,3051758 \cdot 10^{-4}$	$0,1907349 \cdot 10^{-5}$
3	0,1875	$1,171875 \cdot 10^{-2}$	$0,7324219 \cdot 10^{-3}$	$0,4577637 \cdot 10^{-4}$	$0,2861023 \cdot 10^{-5}$
4	0,25	$1,5625 \cdot 10^{-2}$	$0,9765625 \cdot 10^{-3}$	$0,6103516 \cdot 10^{-4}$	$0,3814697 \cdot 10^{-5}$
5	0,3125	$1,953125 \cdot 10^{-2}$	$1,220703 \cdot 10^{-3}$	$0,7629394 \cdot 10^{-4}$	$0,4768372 \cdot 10^{-5}$
6	0,375	$2,34375 \cdot 10^{-2}$	$1,464844 \cdot 10^{-3}$	$0,9155273 \cdot 10^{-4}$	$0,5722046 \cdot 10^{-5}$
7	0,4375	$2,734375 \cdot 10^{-2}$	$1,708984 \cdot 10^{-3}$	$1,068115 \cdot 10^{-4}$	$0,6675720 \cdot 10^{-5}$
8	0,5	$3,125 \cdot 10^{-2}$	$1,953125 \cdot 10^{-3}$	$1,220703 \cdot 10^{-4}$	$0,7629395 \cdot 10^{-5}$
9	0,5625	$3,515625 \cdot 10^{-2}$	$2,197266 \cdot 10^{-3}$	$1,373291 \cdot 10^{-4}$	$0,8583069 \cdot 10^{-5}$
A	0,625	$3,90625 \cdot 10^{-2}$	$2,441406 \cdot 10^{-3}$	$1,525879 \cdot 10^{-4}$	$0,9536743 \cdot 10^{-5}$
B	0,6875	$4,296875 \cdot 10^{-2}$	$2,685547 \cdot 10^{-3}$	$1,678467 \cdot 10^{-4}$	$1,049042 \cdot 10^{-5}$
C	0,75	$4,6875 \cdot 10^{-2}$	$2,929687 \cdot 10^{-3}$	$1,831055 \cdot 10^{-4}$	$1,144409 \cdot 10^{-5}$
D	0,8125	$5,078125 \cdot 10^{-2}$	$3,173828 \cdot 10^{-3}$	$1,983643 \cdot 10^{-4}$	$1,239777 \cdot 10^{-5}$
E	0,875	$5,46875 \cdot 10^{-2}$	$3,417969 \cdot 10^{-3}$	$2,136230 \cdot 10^{-4}$	$1,335144 \cdot 10^{-5}$
F	0,9375	$5,859375 \cdot 10^{-2}$	$3,662109 \cdot 10^{-3}$	$2,288818 \cdot 10^{-4}$	$1,430511 \cdot 10^{-5}$

Таблица 12

Восьмеричный преобразователь дробных десятичных чисел

Десятичн. цифра	Д Е С Я Т И Ч Н Ы Й М Н О Ж И Т Е Л Ь				
	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
1	0,0631463	0,00507534	0,000406112	0,0000321556	0,00000247613
2	0,146315	0,0121727	0,00101422	0,0000643334	0,00000517427
3	0,231463	0,0172703	0,00142234	0,000116511	0,00000767242
4	0,314632	0,0243656	0,00203045	0,000150667	0,0000123706
5	0,4	0,0314632	0,00243656	0,000203045	0,0000150667
6	0,463146	0,0365605	0,00304467	0,000235223	0,0000175651
7	0,546315	0,0436561	0,00345301	0,0002674	0,0000222632
8	0,631463	0,0507534	0,00406112	0,000321556	0,0000247613
9	0,714632	0,056051	0,00446723	0,000353734	0,0000274575

Таблица 13

Шестнадцатеричный преобразователь дробных десятичных чисел

Десятичн · цифра	Д Е С Я Т И Ч Н Ы Й М Н О Ж И Т Е Л Ь				
	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
1	0,19999A	0,028F5C3	0,00418937	0,00068DB8C	0,0000A7C5AC
2	0,333333	0,051EB85	0,0083126F	0,000D1B717	0,00014F8B6
3	0,4CCCCD	0,07AE148	0,00C49BA6	0,0013A92A	0,0001F751
4	0,666666	0,0A3D70A	0,010624E	0,001A36E3	0,00029F16B
5	0,8	0,0CCCCCD	0,0147AE1	0,0020C49C	0,000346DC6
6	0,99999A	0,0F5C28F	0,0189375	0,00275254	0,0003EEA21
7	0,B33333	0,11EB85	0,01CAC08	0,002DE00D	0,00049667B
8	0,CCCCCD	0,147AE1	0,020C49C	0,00346DC6	0,00053E2D6
9	0,E66666	0,170A3D	0,024DD2F	0,003AFB7F	0,0005E5F31

Таблица 14

Представление некоторых десятичных чисел в римской системе

Десятичн ·	Римское	Десятичн ·	Римско е	Десятичн ·	Римско е
1	I	20	XX	85	LXXXV
2	II	25	XXV	89	LXXXIX
3	III	29	XXIX	90	XC
4	IV	30	XXX	95	XCV
5	V	35	XXXV	99	XCIX
6	VI	39	XXXIX	100	C
7	VII	40	XL	150	CL
8	VIII	45	XLV	200	CC
9	IX	49	XLIX	300	CCC
10	X	50	L	400	CD
11	XI	55	LV	500	D
12	XII	59	LIX	600	DC
13	XIII	60	LX	700	DCC
14	XIV	65	LXV	800	DCCC
15	XV	69	LXIX	950	LM
16	XVI	70	LXX	1000	M
17	XVII	75	LXXV	1450	MLD
18	XVIII	79	LXXIX	1550	MDL
19	XIX	80	LXXX	3000	MMM

ПЕРЕЧЕНЬ ТАБЛИЦ

- Таблица 1. Представление чисел в десятичной, восьмеричной, двоичной и шестнадцатеричной системах счисления
- Таблица 2. Десятичный преобразователь целых восьмеричных чисел
- Таблица 3. Шестнадцатеричный преобразователь целых восьмеричных чисел
- Таблица 4. Восьмеричный преобразователь целых десятичных чисел
- Таблица 5. Шестнадцатеричный преобразователь целых десятичных чисел
- Таблица 6. Восьмеричный преобразователь целых шестнадцатеричных чисел
- Таблица 7. Десятичный преобразователь целых шестнадцатеричных чисел
- Таблица 8. Десятичный преобразователь дробных восьмеричных чисел
- Таблица 9. Шестнадцатеричный преобразователь дробных восьмеричных чисел
- Таблица 10. Восьмеричный преобразователь дробных шестнадцатеричных чисел
- Таблица 11. Десятичный преобразователь дробных шестнадцатеричных чисел
- Таблица 12. Восьмеричный преобразователь дробных десятичных чисел
- Таблица 13. Шестнадцатеричный преобразователь дробных десятичных чисел
- Таблица 14. Представление некоторых десятичных чисел в римской системе

ПОСЛЕСЛОВИЕ

Уважаемые читатели!

Представленная вашему вниманию книга написана в 1987 году. Двадцать лет рукопись пролежала в столе. Поэтому, естественно, некоторые вопросы освещены в книге на уровне существующих в то время понятий. Однако книга не утратила своей актуальности, потому что позиционными системами счисления человечество не перестало пользоваться.

Я, как один из авторов книги, обращаюсь к вам с просьбой прислать свои замечания о книге. Пишите мне по адресу: natalimak1@yandex.ru

Следует отметить, что электронная версия книги немного отличается от бумажной книги, так как электронная версия создавалась мной на основании первоначального варианта рукописи книги, в то время как мой соавтор внёс в книгу при её издании некоторые изменения. Но эти отличия очень незначительные. Я старалась устранить все различия, сверяясь по бумажной книге, но боюсь, что некоторые различия всё-таки остались.

Хочу также, пользуясь случаем, предложить вам свою новую книгу, которая пока существует только в электронном варианте. Это книга о магических квадратах, она называется “Волшебный мир магических квадратов”.

Ссылка для скачивания книги:

http://narod.ru/disk/5834353000/Magic_squares.pdf.html

Наталья Макарова

21 февраля 2009 г.
г. Саратов

ЛИТЕРАТУРА

Использованная литература

1. А.Л. Гуртовцев, С.В. Гудыменко. Программы для микропроцессоров. – Минск: Высшая школа, 1989.
2. С.С. Лавров. Введение в программирование. – М.: Наука, 1973.
3. М. Гарднер. Математические досуги. – М.: Мир, 1972.
4. Е.И. Игнатьев. В царстве смекалки. – М.: Наука, 1987
5. Журналы: «Наука и жизнь» №8, 1983 г., «Математика в школе», 1972 г.
6. Памятная книжка редактора. – М.: Книга, 1980.

Литература, рекомендуемая для дальнейшего изучения

1. И.И. Лихолетов. Высшая математика, теория вероятностей и математическая статистика. – Минск: Высшая школа, 1976.
2. Н.Н. Поснов. Арифметика вычислительных машин в упражнениях и задачах: системы счисления, коды. – Минск: Университетское, 1984.
3. Д.Д. Пospelов. Арифметические основы вычислительных машин дискретного действия. – М.: Высшая школа 1970.
4. Г.Н. Соловьёв. Арифметические устройства ЭВМ. – М.: Энергия, 1978.
5. Э.З. Любимский, В.В. Мартынюк, Н.П. Трифонов. Программирование. – М.: Наука, 1980.
6. Д. Хилбурн, П. Джулич. Микро-ЭВМ и микропроцессоры. – М.: Мир, 1979.
7. Д. Гивоне, Р. Россер. Микропроцессоры и микрокомпьютеры. – М.: Мир, 1983.

Содержание

Введение

1. Общие сведения о позиционных системах счисления
2. Основание системы счисления. Различные системы счисления
3. Арифметические действия в различных системах счисления
 - 3.1 Двоичная арифметика
 - 3.2 Восьмеричная арифметика
 - 3.3 Шестнадцатеричная арифметика
4. Перевод чисел из одной системы счисления в другую
 - 4.1 Перевод целых чисел
 - 4.2 Перевод дробных чисел
 - 4.3 Перевод смешанных чисел
5. Перевод чисел с помощью компьютера
6. Практическое применение знаний о системах счисления
7. Пункт последний и самый интересный
 - 7.1 Задача о взвешивании
 - 7.2 Задача о двенадцати монетах
 - 7.3 Задача Жергонна
 - 7.4 Фокус с отгадыванием числа
 - 7.5 Фокус с отгадыванием карты
 - 7.6. Игра “НИМ”

8. Ответы и решения

Приложение

Перечень таблиц

Послесловие

Литература