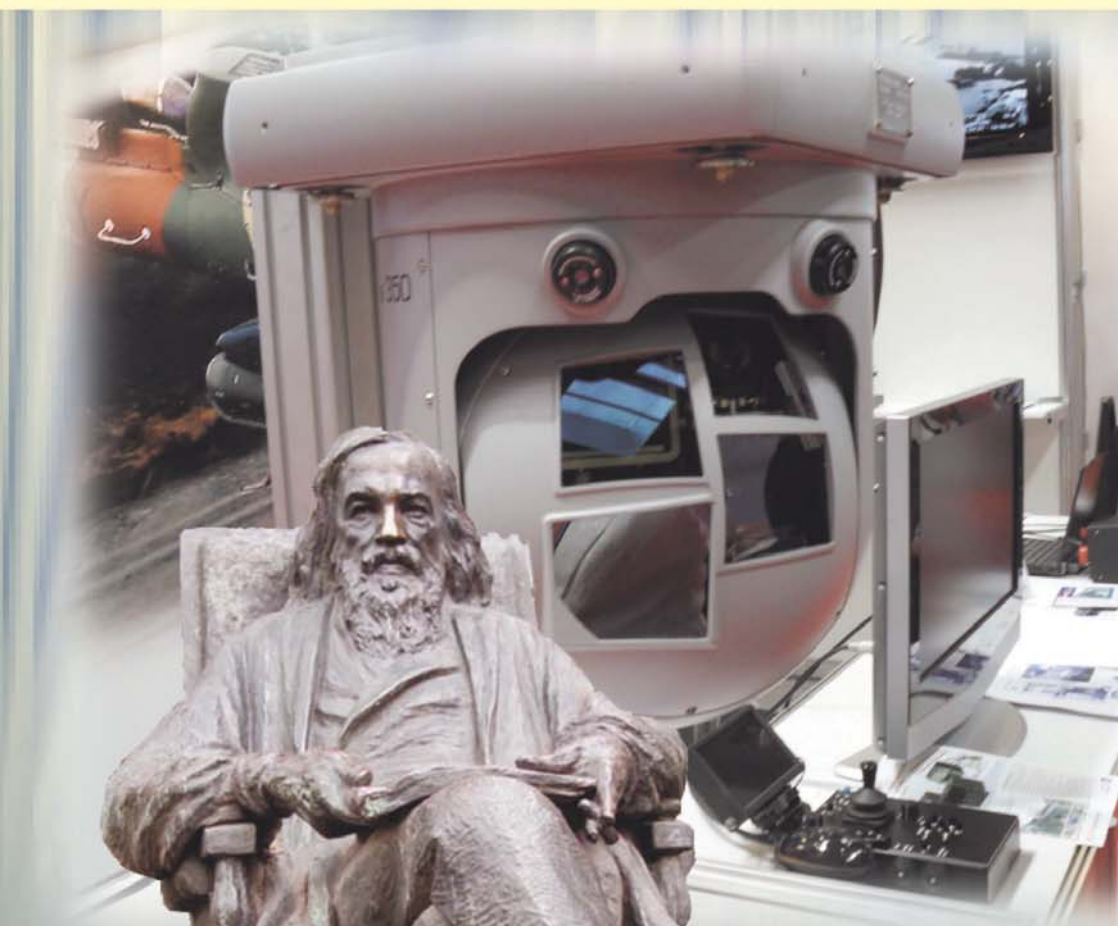




Т. И. Мурашкина

ТЕХНИКА ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И МЕТРОЛОГИЯ





Т. И. Мурашкина

ТЕХНИКА ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И МЕТРОЛОГИЯ

*Рекомендовано Федеральным государственным автономным учреждением
«Федеральный институт развития образования» (ФГАУ «ФИРО»)
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлениям подготовки «Лазерная техника
и лазерные технологии», «Приборостроение»*

Регистрационный номер рецензии 082 от 07.03.2014 г. ФИРО



**ПОЛИТЕХНИКА
ИЗДАТЕЛЬСТВО**
Санкт-Петербург 2015

УДК 681.142.4: 621.391
ББК 30.10
М91



ПОЛИТЕХНИКА
ИЗДАТЕЛЬСТВО
Санкт-Петербург 2015

www.polytechnics.ru

Рецензенты: кафедра «Техническое управление качеством»
Пензенского государственного технологического университета;
заслуженный деятель науки Российской Федерации, доктор технических наук,
профессор *В. Д. Шаргородский*

Мурашкина, Т. И.
М91 Техника физического эксперимента и метрология: учеб.
пособие / Т. И. Мурашкина. — СПб.: Политехника, 2015. —
138 с.: ил.

ISBN 978-5-7325-1051-5

Рассматриваются основные разделы теоретической метрологии: теории измерительных процедур и физического эксперимента, теории обработки экспериментальных данных при проведении измерительного эксперимента, теории планирования физического измерительного эксперимента, с которой тесно связаны такие вопросы, как разработка методик выполнения измерительного эксперимента и метрологическое обеспечение физического эксперимента.

Учебное пособие подготовлено на кафедре «Приборостроение» и предназначено для студентов, обучающихся по направлениям подготовки «Лазерная техника и лазерные технологии», «Приборостроение», может быть полезно инженерам и научным работникам, занимающимся организацией и проведением измерительного физического эксперимента.

УДК 681.142.4:621.391
ББК 30.10

© Мурашкина Т. И., 2015
ISBN 978-5-7325-1051-5 © Издательство «Политехника», 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Г л а в а 1	
ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ	6
1.1. Основные термины, понятия и определения теоретической метрологии	6
1.2. Отличительные и ограничительные признаки измерительно-го эксперимента	12
1.3. Вопросы теоретической метрологии	13
1.4. Основные этапы физического эксперимента	15
1.5. Структурная модель процесса физического измерительного эксперимента	17
Контрольные вопросы	25
Г л а в а 2	
СТРУКТУРНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА	26
2.1. Объект исследований и его модель. Объект измерения . . .	26
2.2. Априорная и апостериорная информация	31
2.3. Цель измерения и постановка измерительной задачи	33
2.4. Средства измерений	34
2.4.1. Виды средств измерений	34
2.4.2. Погрешности средств измерения	43
2.4.3. Нормируемые метрологические характеристики средств измерения	50
2.5. Методы измерения	60
Контрольные вопросы	61
Г л а в а 3	
РЕЗУЛЬТАТ И КАЧЕСТВО ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА . . .	62
3.1. Условия измерений	62
3.2. Результат физического эксперимента	64
3.3. Погрешности измерений	70
3.4. Методы повышения точности физического эксперимента . . .	74
Контрольные вопросы	81
Г л а в а 4	
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ	82
4.1. Формализованное (общее) описание процесса измерений . . .	82
4.2. Техника физического измерительного эксперимента по определению функциональной зависимости	85
4.2.1. Особенности однофакторного эксперимента	86
4.2.2. Особенности многофакторного эксперимента	87

4.3. Техника физического измерительного эксперимента по определению функции влияния	91
Контрольные вопросы	93
 Г л а в а 5	
ОБРАБОТКА И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА	95
5.1. Установление вида математической модели функциональной зависимости	95
5.2. Подбор аппроксимирующих функций	98
5.3. Расчет параметров аппроксимирующей функции	102
5.4. Методика расчета коэффициентов интерполирующей функции по методу средних	105
5.5. Регрессионный анализ. Методика расчета коэффициентов интерполирующей функции методом наименьших квадратов . .	107
5.6. Выбор вида математической модели многофакторных зависимостей	110
Контрольные вопросы	114
 Г л а в а 6	
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИГНАЛЫ	115
6.1. Виды и математические модели сигналов	115
6.2. Преобразование сигналов в измерительных системах	119
6.3. Восстановление непрерывного сигнала из дискретизированного	129
Контрольные вопросы	136
Список литературы	137

ВВЕДЕНИЕ

Техника физического эксперимента в настоящее время приобретает особую важность в связи с усложнением, автоматизацией и компьютеризацией измерений, необходимостью решать новые метрологические задачи в производстве, в том числе в области оптического приборостроения. Достоверность любого физического эксперимента опирается на знание положений одного из разделов метрологии — общей теории измерений, включающей теории измерительных процедур, обработки экспериментальных данных при измерениях.

Проблеме измерений посвящен громадный и нарастающий поток публикаций, созданием и использованием средств измерений и новых методов физического эксперимента занимаются многочисленные отряды специалистов, большие научные и производственные коллективы. Отдельным проблемам и разделам теоретической метрологии посвящено немало монографий, учебных пособий, научных статей и т. п. Но студенту или начинающему экспериментатору очень трудно ориентироваться в данной области, не имея под рукой пособия, в котором в концентрированном виде представлены необходимые сведения из метрологии, касающиеся техники физического эксперимента. Попыткой восполнить этот пробел и является написание данного учебного пособия.

В учебном пособии систематизированы известные сведения, особое внимание уделено достижениям последних лет в теории измерений, использованы термины и определения метрологии, соответствующие последним редакциям российских стандартов и международных стандартов ИСО.

Содержание учебного пособия соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования для студентов направления подготовки 200500 «Лазерная техника и лазерные технологии» [квалификация (степень) «бакалавр»]. В то же время данное пособие может быть полезно специалистам других специальностей, тем или иным образом сталкивающимся в своей профессиональной деятельности с планированием, проведением физических экспериментов или обработкой результатов экспериментов.

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ

1.1. ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ, ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕТРОЛОГИИ

В философском плане процесс познания осуществляется на теоретическом и экспериментальном уровнях. Одним из способов познания материального мира является измерение. На роль измерений указывали великие ученые мира:

Г. Галилей: «Измеряй все доступное измерению и делай доступным все недоступное ему»;

Т. Кельвин: «Каждая вещь известна лишь в той степени, в какой ее можно измерить».

Б. С. Якоби: «Искусство измерения является могущественным оружием, созданным человеческим разумом для проникновения в законы природы и подчинения ее сил нашему господству».

Д. И. Менделеев: «Наука начинается с тех пор, как начинают измерять...».

Измерения обязательно связаны с экспериментом, обеспечивают связь теоретического и экспериментального знаний, теоретических расчетов с практикой.

Эксперимент (от лат. experimentum — проба, опыт) — метод познания, при помощи которого в контролируемых и управляемых условиях исследуются явления действительности, процессы, объекты.

Физический эксперимент обязательно связан с измерениями.

Измерение — действие, выполнение которого позволяет установить существование определенной связи между величинами X и Y . Такая область измерений обычно именуется экспериментом [18].

Еще в 1883 г. Гельмгольц выразил сущность измерений следующим образом: «Объекты и атрибуты объектов, которые при сравнении с им подобными допускают различие большего, равного или меньшего, мы называем величинами. Если мы можем их выразить именованным числом, то называем это число численным значением величины; прием, посредством которого находится именованное число, называется измерением величины» [3].

Стандартное определение: измерение — совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, обеспечивающих нахождение соотношения

(в явном или неявном виде) измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины [20].

Измерение — совокупность операций, выполняемых для определения количественного значения величины [23].

Измерения не имеют смысла без модели объекта измерения. Построение или выбор модели производится на основании априорных данных. Когда модель выбрана, определяются числовые значения ее параметров путем проведения измерительного эксперимента, сопровождающегося измерением некоторого множества физических величин, связанных некоторой системой.

Измерительный эксперимент — физический эксперимент, при проведении которого выявляется количественная определенность какого-либо свойства объекта или явления.

Измерение может составлять основное содержание и цель эксперимента, а может быть основной или составной частью других видов экспериментальных работ. В производстве к таким видам экспериментальных работ относят контроль и испытания.

Технический контроль — проверка соответствия продукции в процессе ее создания и применения установленным техническим требованиям. В зависимости от стадий жизни продукции различают производственный и эксплуатационный контроль.

Производственный контроль включает:

- контроль технологических процессов (сред, режимов, параметров);
- операционный контроль продукции во время или после завершения операции технологического цикла;
- приемочный контроль готовой продукции.

Эксплуатационный контроль осуществляется на этапе применения изделия.

Всякий контроль предполагает:

- получение информации о фактическом состоянии объекта;
- сопоставление полученной информации с установленными требованиями, нормами, критериями.

Результатом контроля является качественная характеристика параметра, его соответствие или несоответствие норме (например, «годен» — «не годен»).

Если информация, получаемая при контроле, представляет собой четко выраженное числовое значение, имеет место **измерительный контроль**, т. е. измерение с последующим сравнением результата с нормой.

Более сложный вид эксперимента в производственном процессе — **испытания** — экспериментальное определение количе-

ственных или качественных характеристик свойств продукции как результат воздействия на нее внешних факторов.

Испытания продукции также имеют целью получение информации о ее свойствах, при этом обязательным условием является воздействие на изделие механических, климатических, радиационных или других факторов.

Итак, несмотря на некоторые различия, целью и основной сутью физических экспериментов является получение информации о свойствах и параметрах объекта. Однако различия между разными видами экспериментальных работ (измерения, контроль, испытания) носят принципиальный характер, при этом измерения являются преобладающим видом экспериментальных работ.

Способ — совокупность действий, которые нужно выполнить в процессе измерений.

Процедура измерения — формализованное описание (словесное или математическое) действий, которые необходимо выполнить в процессе измерения.

Метрология — наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.

Единство измерений — состояние измерений, при котором их результаты выражены в допущенных к применению в Российской Федерации единицах величин, а показатели точности измерений не выходят за установленные пределы [23].

Принципы метрологии:

принцип измеримости — не существует таких материальных процессов и объектов, которые не могли бы стать объектом измерений;

принцип относительности результатов измерений проявляется в двух аспектах: 1) необходимо учитывать возмущающее воздействие средства измерений на объект; 2) главенствующая роль априорной информации в процессе измерений;

принцип единства объективного и субъективного в измерении проявляется в структуре измерения, включающей звенья системы «объект — средство измерений — условия — экспериментатор»;

принцип неопределенности измерительной информации — история измерений не знает результатов, которые можно было бы принять за абсолютную истину и которые не могли бы в последующем быть уточнены.

На основе этих принципов сформулированы два **постулата метрологии**:

- истинное значение измеряемой величины существует.

- истинное значение измеряемой величины отыскать невозможно.

Измеряемая величина — одно из центральных понятий метрологии, поскольку измеряются только физические величины (ФВ). При этом понятия физической величины и измерения неразрывно связаны: измерить можно только физическую величину, а физическую величину можно только измерить.

Первый аспект этой связи (измерить можно только ФВ) ограничивает измерение нахождением значения величины. Предполагается, естественно, что величина может быть выражена количественно с помощью определенного числа принятых единиц. Следовательно, имеется единица, а значит, и возможность ее воспроизведения. Второй аспект (ФВ можно только измерить) требует уточнения в том смысле, что речь идет о реализованной (овеществленной) величине.

В связи с этим физическая величина является объектом измерений.

Физическая величина трактуется РМГ 29-99 как свойство физического объекта (физической системы, явления или процесса), в качественном отношении общее для многих физических объектов, но индивидуальное в количественном отношении.

ФВ, которая отражает интересующее исследователя свойство объекта, и измеряемая величина — в общем случае не тождественные понятия. Если свойство объекта распространено во времени и (или) в пространстве, то соответствующая ФВ представляет собой функцию времени, длины или пространственных координат. При этом измеряемой может быть действующая величина, мгновенная величина, соответствующая определенному значению аргумента, средняя величина и т. д.

Нередко вместо измеряемой ФВ используется понятие *естественная входная величина* (ЕВВ). Эти понятия не являются синонимами. Группам разных измеряемых ФВ может соответствовать одна и та же ЕВВ. Например, в датчиках силы, момента силы, деформации, давления, чаще всего ЕВВ является сила, которая в датчике первоначально преобразуется в деформацию, перемещение и т. д.

Измеряемая величина вводится как параметр модели конкретного объекта. Значение параметра, которое можно было бы получить в результате абсолютно точного измерения, принимают за *истинное значение* измеряемой величины. Истинное значение ФВ может быть достигнуто в результате бесконечного процесса измерений с бесконечным совершенствованием методов и средств измерений. Истинное значение справедливо в рамках принятой

модели объекта. Уточнение модели влечет за собой переопределение измеряемой величины и ее истинного значения.

В результате измерений получают значение ФВ, близкое к истинному, которое называют *действительным значением* физической величины, его определяют как значение ФВ, найденное экспериментальным путем и настолько близкое к истинному значению, что для поставленной измерительной задачи оно может быть использовано вместо него. При поверке средств измерений действительным значением величины нередко является показание образцового прибора.

Термин «физическая величина» не следует применять для выражения только количественной стороны рассматриваемого свойства [11]. Например, неправильно употреблять выражения «величина тока», «величина силы», «величина массы» и т. п., потому что электрический ток, сила, масса сами являются величинами. В этих случаях речь идет о размерах ФВ, и поэтому следует говорить о «размере тока», «размере силы» и т. д.

Размер физической величины — количественная определенность ФВ, присущая конкретному материальному объекту, системе, явлению или процессу. Поэтому задачей любого измерительного эксперимента является нахождение размера данной ФВ, но на практике слово «размер» перед наименованием ФВ опускают, за исключением тех случаев, когда важно подчеркнуть, что измеряется именно размер величины.

Результат любого измерения представляет собой именованное число, т. е. определенное число некоторых единиц данной ФВ. Поэтому говорят о *значении* физической величины — выражении размера ФВ в виде некоторого числа принятых для нее единиц. Для простоты слово «значение» опускают и говорят: давление 10 кПа, хотя 10 кПа — числовое значение давления.

Значение одной и той же ФВ изменяется в зависимости от выбранной единицы, тогда как размер остается одним и тем же. Так, измерение перемещения средствами измерений, проградуированными соответственно в метрах, сантиметрах и миллиметрах, даст разные значения величины (например, 1,1 м, 110 см, 1100 мм), которые будут характеризовать одно и то же перемещение. Отвлеченное число, входящее в значение величины, называется *числовым значением* физической величины.

Качественная определенность ФВ называется *родом* физической величины.

Физические величины принято делить на *однородные*, например диаметр и длина одной детали, и *разнородные* — длина и масса

детали. Для более детального изучения метрологических особенностей величин их систематизируют.

Первый классификационный признак — принадлежность величины к одной из трех групп — вещественной, энергетической или информационной. Целесообразность такого разделения определяется различием методов измерения ФВ, относящихся к каждой группе.

Физические величины *вещественной группы* определяют физические и физико-химические свойства веществ и их состав (электрическое сопротивление, плотность, диэлектрическая проницаемость, температурный коэффициент сопротивления и т. д.).

Физические величины *энергетической группы* определяют свойства, отражающие энергетические характеристики процессов (электрический ток, мощность, энергия и т. д.).

Физические величины *информационной группы* определяют свойства, отражающие динамические или статические характеристики процессов (амплитуда сигнала, частота, фаза, спектральные характеристики и т. д.).

По принадлежности к различным группам физических процессов и явлений ФВ делят на семь групп, что связано с разными правилами проведения измерений внутри данных групп. По типам физических процессов ФВ разделяют на пространственно-временные, механические, электрические и магнитные, тепловые, акустические, световые и величины, характеризующие ионизирующие излучения.

Формулирование понятия измеряемой величины опирается на разделение ФВ на активные и пассивные. Активная физическая величина способна создавать воздействие на средство измерения, вызывая на его входе измерительный сигнал.

Измеряемые ФВ могут характеризоваться временными (статические, динамические, непрерывные, дискретные), пространственными (сосредоточенные, распределенные), корреляционными (независимые, зависимые) свойствами.

При организации измерительного эксперимента очень важным является вопрос об изменении ФВ во времени. Если во время измерения ФВ остается неизменной, то она считается *статической*. Если ФВ изменяется во время измерения, ее рассматривают как *динамическую*.

В зависимости от характера изменения во времени различают детерминированные и случайные ФВ. *Детерминированные* физические величины изменяются во времени закономерно, т. е. по определенным функциональным зависимостям. *Случайные* физические величины меняются случайным образом, т. е. являются случайной величиной или случайной функцией.

1.2. ОТЛИЧИТЕЛЬНЫЕ И ОГРАНИЧИТЕЛЬНЫЕ ПРИЗНАКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для отличия измерений от других способов получения информации при проведении физического эксперимента необходимо выделить характерные отличительные и ограничивающие признаки и особенности самого процесса, познаваемых свойств и получаемой информации, которые позволили бы объединить этим термином разные технические операции от простого прикладывания линейки до измерений скорости движения элементарной частицы или параметров орбиты искусственного спутника Земли.

Первый общий ограничительный признак измерений связан с их общей функцией — получением количественной информации, т. е. отражением реального свойства определенным числом. Отсюда вытекают два необходимых условия, соблюдение которых обязательно, чтобы сделать возможными измерения.

1. Измерение возможно только при качественной определенности свойства объекта, позволяющей отличить его от других свойств, т. е. при выделении измеряемой величины. Измеряемая величина — свойство явления или тела, которое может быть различимо качественно и определено количественно.

Нельзя измерить просто кусок проволоки. Необходимо выделить измеряемую величину: длину, диаметр, массу, электрическое сопротивление.

2. Измерение возможно при условии установления единицы, необходимой для количественной градации величины.

Еще 200 лет назад известный математик Эйлер заметил: «Невозможно определить (измерить) одну величину иначе, как приняв в качестве известной другую величину того же рода и указав соотношение, в котором они находятся».

Приведенные два условия выражаются основным уравнением измерений:

$$\text{размер измеряемой величины} = \text{число} \times \text{единица величины}, \\ \text{или } Q = N [Q].$$

Второй общий отличительный признак измерений — информация об измеряемой величине возникает в результате непосредственного взаимодействия (контактного, бесконтактного) специального технического средства, хранящего единицу измерений с объектом измерений. Отсюда следует, что измерение возможно при условии материализации (воспроизведения или хранения) единицы величины техническим средством.

Третий отличительный признак измерений — общность структуры и основных этапов измерений. Этих этапов четыре (см. п. 3.1).

Этапы измерений тесно взаимосвязаны, особо следует отметить единство планирования и обработки данных. Методы обработки закладываются на этапе планирования.

Четвертый отличительный признак измерений — необходимость оценки степени достижения цели.

Оценить степень достижения цели измерения — значит найти интервал неопределенности полученного результата измерений, оценить погрешность результата измерений. Отсутствие сведений или неверные сведения о степени соответствия полученного результата измерений истинным свойствам объекта полностью или значительно обесценивают результаты, а решения, принимаемые на их основе, могут оказаться ошибочными.

1.3. ВОПРОСЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕТРОЛОГИИ

При проведении физического измерительного эксперимента экспериментатор должен ответить на следующие вопросы [11]:

1	Для чего измерять?	Цель измерений
2	Что измерить?	Объект измерений
3	Как измерить?	Метод измерений
4	Чем измерить?	Средства измерений
5	Кто измерит?	Квалификация оператора
6	С какой точностью измерить?	Достоверность измерений
7	Как обработать результаты измерений?	Алгоритмы и средства обработки результатов измерений
8	Какой ценой измерять?	Имеющиеся ресурсы

1. Для чего измерять? *Целью измерения* при проведении физического эксперимента является получение количественной информации об исследуемом объекте.

2. Что измерить? Отвечая на этот вопрос, экспериментатор создает модель, т. е. отображение реального объекта или свойства, представляющего интерес для количественного определения. По интуиции или используя имеющиеся сведения, он конкретизирует *объект измерений* до определенной физической величины (ФВ), ограничивая возможный диапазон реальных значений ФВ и уточняя условия измерений.

3. Как измерить? Сформулировав задачу, экспериментатор выбирает *метод измерений* — совокупность приемов использования принципов и средств измерений, где под принципом измерений понимается использование определенных физических явлений, на которых основаны измерения. Экспериментатор выбирает параметры измерительной процедуры: число, моменты времени и пространственные точки выполнения измерений.

Выбранные по каким-то критериям метод и алгоритм измерений накладывают определенные требования к его аппаратурной реализации, поэтому следующим является ответ на вопрос 4.

4. Чем измерить? Экспериментатор выбирает *средство измерений* с определенными характеристиками и осуществляет его правильное размещение, обеспечивающее необходимую связь с объектом. Под средством измерений понимают техническое устройство, используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические характеристики.

Если результаты наблюдений воспринимаются человеком (экспериментатором, оператором), то следует решить вопрос 5.

5. Кто измерит? Необходимо оговорить *квалификацию оператора*.

6. С какой точностью измерить? До измерения значение измеряемой величины неизвестно. В то же время, формируя модель измеряемого свойства, экспериментатор с большей или меньшей точностью предполагает, что измеряемая величина принадлежит некоторому интервалу. Устанавливая интервал возможных значений измеряемой величины, т. е. переходя от бесконечных пределов ее изменений к ограниченным, экспериментатор задается неопределенностью знаний о размере измеряемой величины.

7. Как обработать результаты измерений? На этапе планирования измерений экспериментатор закладывает метод обработки полученных данных, (разрабатывает *алгоритмы и средства обработки результатов измерений*), т. е. дает ответ на поставленный вопрос.

8. Какой ценой измерять? В распоряжении экспериментатора могут находиться средства измерений различной точности, различные методики измерений и обработки результатов измерений. Солидные предприятия имеют более совершенную аппаратуру, чем экспериментаторы-одиночки. Поэтому для достижения цели измерений в каждом конкретном случае исходят из *имеющихся ресурсов*. Не имеет смысла использовать сложную аппаратуру для решения простых задач. Или, наоборот, если для решения сложных задач используют простые средства измерений (если не имеется соответствующей аппаратуры), то усложняются методики проведения и обработки результатов физического эксперимента.

1.4. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Основные этапы физического эксперимента следующие (рис. 1.1).

I этап. *Организация и планирование измерительного эксперимента*. Включает два подэтапа:

1) постановку измерительной задачи, осуществляемую в последовательности:

- формирование модели объекта и определение измеряемой физической величины (ФВ);
- уточнение данных об условиях измерений и измеряемой ФВ;
- постановка измерительной задачи на основе принятой модели объекта;

• выбор конкретных величин, на основе которых будет находиться значение измеряемой ФВ (например, при косвенных измерениях — выбор измеряемых прямым образом аргументов);

- формирование уравнения измерения;

2) планирование измерительного эксперимента, осуществляемое в последовательности:

- выбор методов измерений;
- априорная оценка погрешности измерения;
- формулирование требований к метрологическим характеристикам средств измерений (СИ) и условиям измерений;

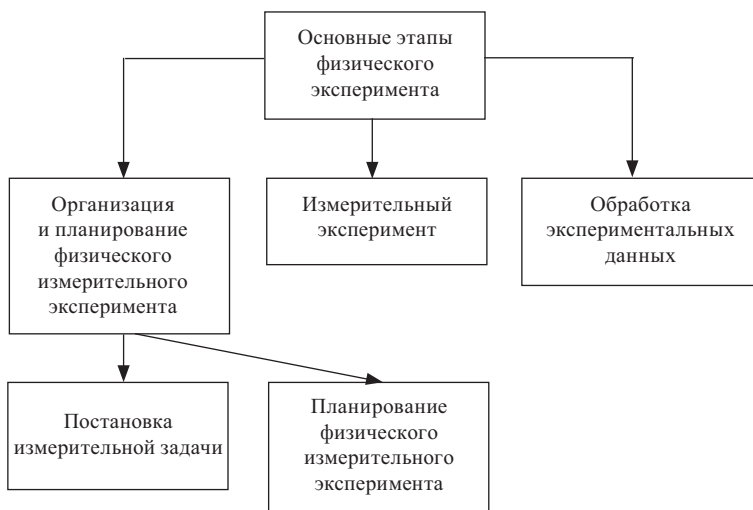


Рис. 1.1. Основные этапы физического эксперимента

- выбор СИ в соответствии с указанными требованиями;
- выбор параметров измерительной процедуры: числа наблюдений для каждого аргумента, моментов времени и точек выполнения наблюдений;
- подготовка СИ к выполнению эксперимента;
- обеспечение требуемых условий проведения эксперимента или создание возможности их контроля.

На этом этапе для многих видов массовых измерений заранее разрабатываются в виде специального документа методики выполнения измерений (МВИ), которые должны включать:

- цель измерительного эксперимента;
- исходные данные (указываются в техническом задании);
- объем и последовательность проведения измерений;
- выбор СИ, оборудования;
- алгоритмы проведения измерительного эксперимента;
- алгоритмы обработки результатов измерений.

Планирование физического эксперимента составляет существенную часть разработки такой методики. Теория планирования является разделом теоретической метрологии. Ошибки, допущенные на этапе планирования, трудно исправимы и обнаруживаются лишь при использовании результатов измерений.

Содержание первого этапа — это, по сути, поиск ответов на вопросы: «Что измерить?», «Как измерить?», «Чем измерить?», «Кто измерит?»

II этап. *Измерительный эксперимент*. Необходимо выделить основные измерительные операции, свойственные процессу измерений:

- измерительные преобразования (первичные, промежуточные);
- воспроизведение ФВ заданного размера;
- сравнение величин.

В соответствии с этим можно определить метод измерения как алгоритм использования основных операций в целях нахождения значения измеряемой ФВ.

III этап. *Обработка экспериментальных данных*. Алгоритм этапа: преобразование априорных данных и данных наблюдений в совокупность результата измерения и оценка его погрешности. Данное преобразование осуществляется путем обработки данных с помощью математических методов (при необходимости с помощью средств вычислительной техники).

Алгоритм обработки данных во многих случаях бывает задан. Но при измерениях высшей точности часто необходимо построение нового алгоритма.

Последовательность обработки данных такова:

- 1) предварительный анализ информации, полученной на предыдущих этапах эксперимента;
- 2) вычисление и внесение возможных поправок на систематические погрешности;
- 3) формулирование и анализ математической задачи обработки данных;
- 4) построение и уточнение возможных алгоритмов обработки данных, т. е. алгоритмов вычисления результата измерения и показателей его погрешности;
- 5) вычисление согласно принятому алгоритму (получают значение измеряемой ФВ и показатели погрешности);
- 6) анализ и содержательная интерпретация полученных результатов;
- 7) запись результата измерений и показателей погрешностей в соответствии с установленной формой представления.

Содержание третьего этапа — это поиск ответа на вопрос: «Как обработать результаты измерений?»

1.5. СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФИЗИЧЕСКОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Обобщенная структурная схема процесса физического измерительного эксперимента (рис. 1.2) включает в себя следующие основные элементы [3, 11]:

- цель эксперимента и цель измерения;
- объект исследования и измеряемая ФВ;
- априорная и апостериорная информации;
- средство измерения;
- метод измерения;
- условия измерения;
- результат измерения;
- погрешность измерения;
- экспериментатор.

На рис. 1.2 с помощью стрелок показано направление взаимодействия отдельных структурных элементов физического эксперимента между собой. Сплошными линиями указаны объекты (элементы) и связи между объектами, а пунктирными — действия, осуществляемые в процессе эксперимента, и последовательность взаимодействия отдельных структурных элементов эксперимента.

К действиям относятся постановка измерительной задачи и обработка данных, включающая оценку погрешностей и анализ

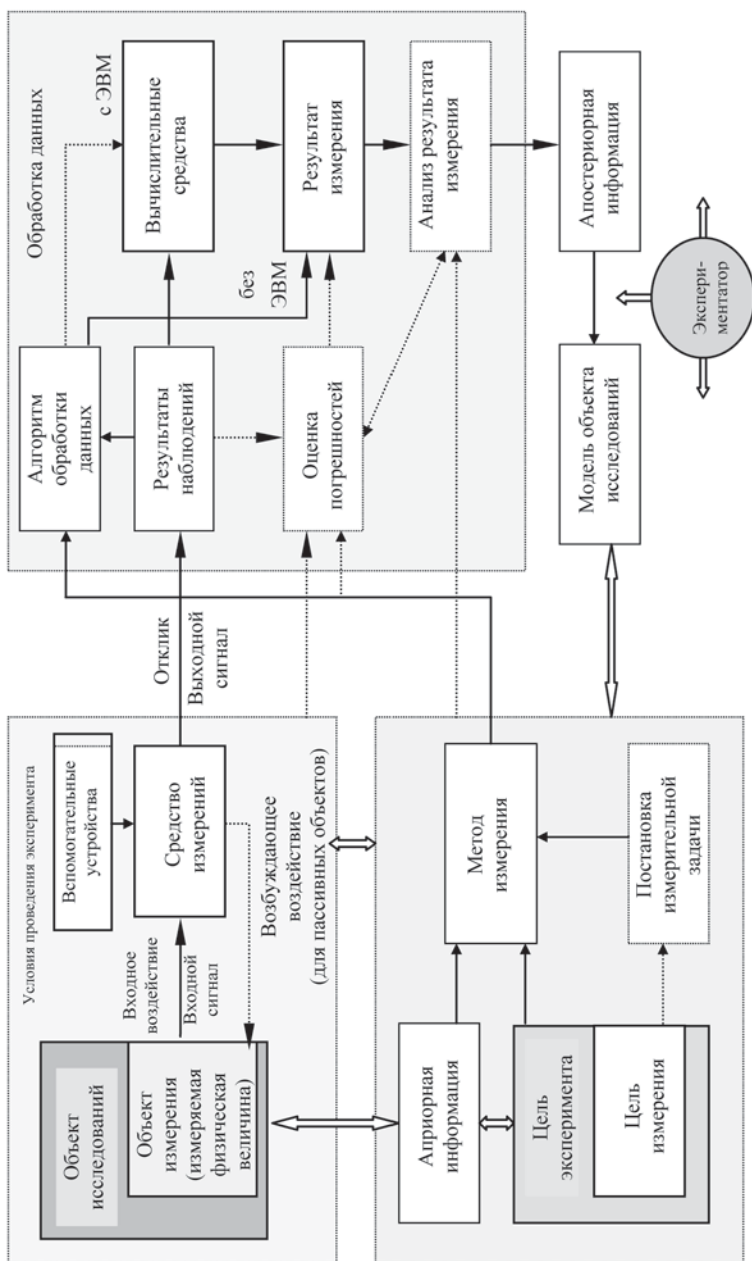


Рис. 1.2. Структурная схема и элементы физического эксперимента [11]

результата измерения. Кроме того, на схеме указаны дополнительные структурные элементы, без которых невозможно поставить измерительный эксперимент. Это измерительные принадлежности (вспомогательные устройства), результаты отдельных наблюдений, алгоритм обработки данных, вычислительные устройства, с помощью которых реализуются данные алгоритмы.

На основании структурной схемы эксперимента в процессе планирования измерительного эксперимента строится структурная модель физического эксперимента (рис. 1.3).

При построении модели физического эксперимента на основании цели эксперимента, имеющихся априорных данных об объекте исследований, условий эксперимента выбирают метод измерения. Далее выбирают средство измерения с требуемыми метрологическими характеристиками, совместимое с объектом исследования по энергетическим, конструктивным и иным параметрам, выбирают или разрабатывают новый алгоритм обработки результатов наблюдений, получаемых в результате измерительного эксперимента. На основании выбранного метода измерения в соответствии с алгоритмом обработки данных с помощью вычислительных средств (или без них) находят результат измерения, который анализируется экспериментатором. На основании анализа принимают или уточняют принятую модель объекта исследований.

При решении исследовательских задач экспериментатор является одним из основных элементов физического эксперимента. При решении других задач участие экспериментатора в процессе эксперимента не обязательно (определяется целью проведения эксперимента).

При рассмотрении измерения как процесса преобразования измерительной информации его содержание описывается алгоритмом преобразования (измерения) (рис. 1.4). В алгоритме процедуры измерения выделяют три части.

Первая часть — подготовка к проведению измерительного эксперимента. На этом этапе на основании исследования априорных сведений об объекте исследований, поставленной задачи исследований формулируют цель измерения, выбирают предварительную модель объекта и составляют план измерительного эксперимента.

Вторая часть — проведение физического эксперимента, т. е. преобразование измерительного сигнала, представляющего измеряемую ФВ, в совокупность экспериментальных данных (результатов наблюдений). Эта часть реализуется с помощью СИ.

Третья часть — преобразование совокупных данных (априорных и результатов наблюдений) в совокупность результата измере-

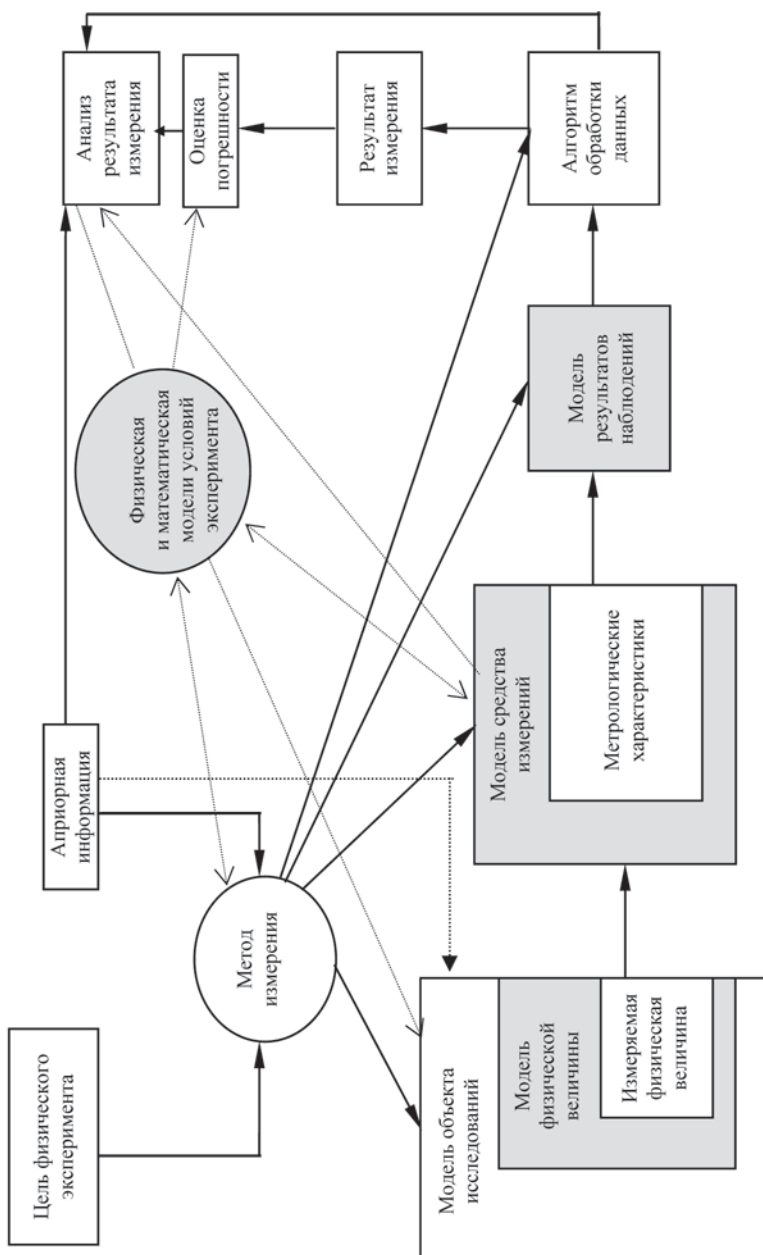


Рис. 1.3. Структурная модель физического эксперимента [11]

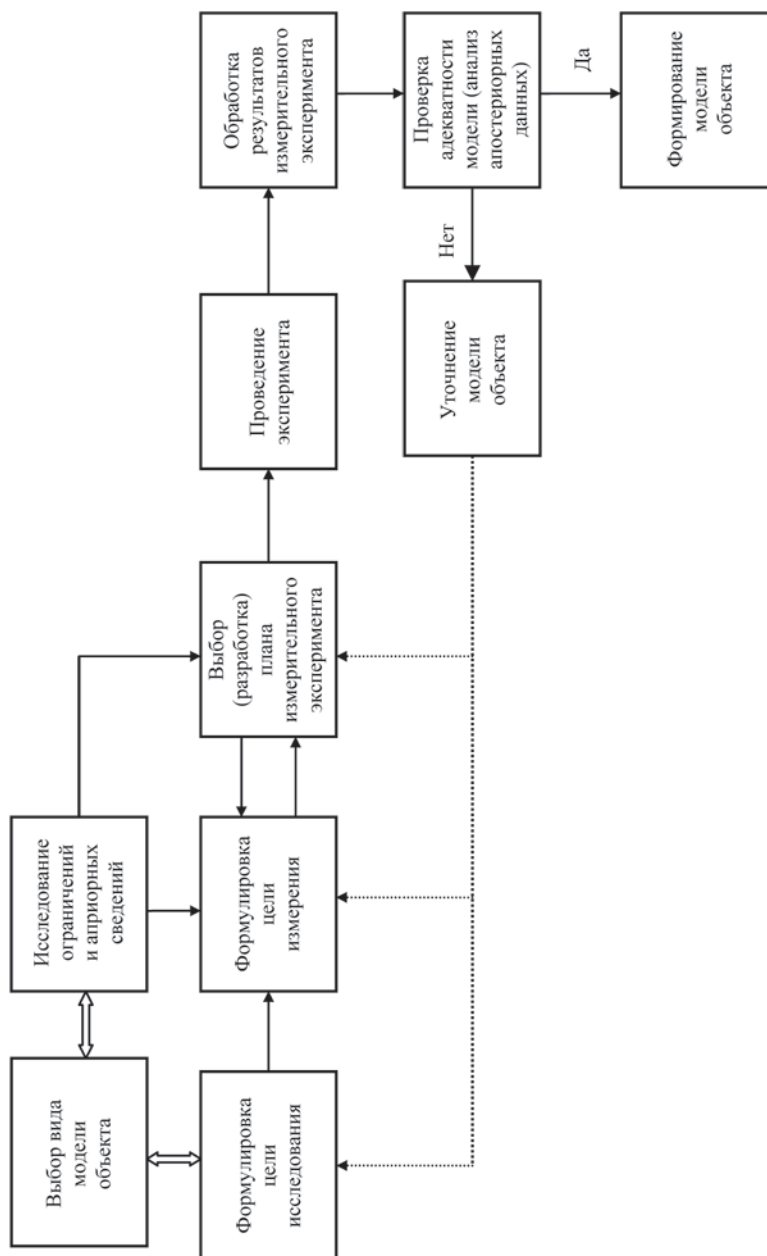


Рис. 1.4. Алгоритм процедуры измерений

ния и оценки его погрешности. Обработка данных при измерении представляет собой заключительный этап измерительной процедуры, на котором по экспериментальным данным, полученным на предыдущем этапе, с помощью математических методов получают искомый результат измерения и показатели его погрешности.

Эта часть реализуется путем обработки данных, при необходимости с помощью средств вычислительной техники. Стремление к повышению точности измерений обуславливает тенденцию сужения аппаратурной и расширения вычислительной частей алгоритма. Противоположную тенденцию вызывает стремление к упрощению процедуры измерения. Такое упрощение чаще всего достигается путем некоторого сужения области применения СИ: уменьшения диапазона измерений, повышения требований к условиям измерений, увеличения требуемой априорной информации об объекте. Противоречие между указанными тенденциями снимается включением в состав СИ вычислительных устройств. При этом характерным является переход от косвенных измерений к прямым. Этот переход сопровождается сокращением (иногда ликвидацией) этапа обработки данных за счет усложнения СИ.

Очень важно подчеркнуть, что задача обработки данных подчинена цели измерения и после выбора СИ однозначно вытекает из измерительной задачи. Таким образом, задача обработки является вторичной. Она тесно связана с планированием измерения. При планировании могут быть решены некоторые вопросы обработки, связанные с преобразованием априорных данных об объекте и условиях измерения, а также со свойствами СИ. Наиболее важный пример частичного решения задачи обработки при планировании и подготовке измерения представляет априорная оценка погрешности измерения или одной из ее составляющих — инструментальной погрешности. В частности, при подготовке измерения априорно может быть оценена динамическая погрешность СИ [24].

Часть алгоритма измерительного эксперимента, остающаяся за рамками аппаратурной реализации, выполняется на этапе обработки. Важной особенностью его содержания является то, что он включает в себя корректирующие процедуры. Они направлены на учет отклонений реальных свойств средств и условий измерения от свойств моделей. Необходимые сведения для коррекции должны быть получены в ходе измерительного эксперимента.

При планировании эксперимента можно предусмотреть действия, позволяющие скорректировать отдельные составляющие погрешности измерения. Так, в результате многократных наблюдений может быть скорректирована случайная погрешность средства измерений. Следует подчеркнуть, что неточность постановки

(формулировки) измерительной задачи принципиально не может быть скорректирована путем обработки данных.

Корректирующие процедуры могут охватывать как результат измерения, так и оценку его погрешности. Уточнение результата измерения осуществляют путем введения в него поправки на систематическую погрешность или пересчета (изменения) статистики, служащей в качестве результата при измерениях с многократными наблюдениями. Погрешность корректируют путем уточнения (пересчета, изменения) ее характеристик. Цель уточнения результата измерения — сужение зоны его неопределенности, цель коррекции погрешности — уменьшение степени «размытости» границ указанной зоны.

Содержание и объем обработки данных могут быть различны в зависимости от категории и вида измерения, объема и свойств экспериментальных данных, наличия априорной информации и требований к точности измерений. Однако всегда наиболее существенным действием является вычисление результата измерения и показателей его погрешности согласно определенному алгоритму; это и является обработкой данных в узком смысле.

Алгоритм обработки данных во многих случаях бывает задан. Однако при измерениях высшей точности часто алгоритм заранее не известен, тогда необходимо предусмотреть выбор рационального алгоритма из нескольких возможных или построение нового алгоритма.

Для многих измерений необходимы также предварительный анализ имеющейся информации и введение возможных поправок на систематические погрешности. Кроме того, для точных или аттестационных измерений важен анализ полученных результатов обработки.

Отметим, что для простых и широко распространенных задач возможные алгоритмы обработки хорошо известны и необходимо лишь учитывать их область применения. Для более сложных задач следует специально строить алгоритмы, используя один из известных математических методов. Это может быть довольно сложной математической задачей.

Если для решения задачи можно использовать несколько алгоритмов обработки данных, то необходимо выбрать наиболее подходящий из них. На практике алгоритм, как правило, выбирают из соображений простоты и удобства. Однако при выполнении измерений высокой точности (и при плохо известных условиях измерений) целесообразно выбирать алгоритмы обработки на основе объективных характеристик алгоритмов, математической модели измерения и априорных сведений о погрешностях.

После проведения вычислений необходимо проверить «правильность» полученных результатов и прежде всего:

- проверить результаты на их соответствие исходным требованиям, предъявляемым к результатам измерения, по диапазону, точности и др. (на основе содержательного физического анализа результатов);

- проверить адекватность результатов принятой математической модели измерения (с помощью соответствующих критериев согласия).

Если при проверке некоторые требования оказались невыполненными, то необходимо вернуться к предыдущим этапам процедуры измерения: например, уточнить модель объекта или измерения либо скорректировать план измерения, выбрать другие СИ, выполнить дополнительные измерения.

Проверка основных (или даже всех) требований может быть включена в состав алгоритма обработки данных; это особенно важ-

Т а б л и ц а 1.1

Последовательность выполнения обработки данных

Элементы измерений	Исходные данные при обработке	Действия при обработке данных	Промежуточные результаты обработки
Объект исследования и физическая величина Q	Соотношения между величиной Q и аргументами X, Y	Выделение и анализ исходных данных	Исходная математическая модель. Начальные приближения или область значений Q
Средства измерений	Метрологические характеристики СИ. Результаты наблюдений x_i, y_i . Результаты дополнительных измерений	Априорное оценивание погрешностей. Вычисление и внесение поправок. Формирование математической задачи	Априорные оценки погрешностей. Исправленные результаты наблюдений. Уточненная математическая модель
Алгоритм обработки данных	Показатели алгоритма обработки	Выбор рационального алгоритма обработки	Рациональный алгоритм обработки
Вычислительные устройства	Сведения о вычислительных устройствах	Вычисления согласно алгоритму. Анализ результатов обработки. Запись результатов в установленной форме	Результаты измерения и показатели погрешности измерения

но при автоматизированной обработке больших массивов данных. Однако для удобства метрологического анализа такую проверку целесообразно выделить как самостоятельную задачу (табл. 1.1).

Контрольные вопросы

1. На какие вопросы отвечает теоретическая метрология?
2. Приведите известные и стандартные определения измерения.
3. Что называется процедурой измерения?
4. Что представляет собой модель измерения?
5. Назовите основные отличительные и ограничительные признаки физического измерительного эксперимента.
7. Приведите основное содержание этапа «Организация и планирование измерительного эксперимента».
8. Какие измерительные операции свойственны процессу измерений?
9. В какой последовательности осуществляется измерительный эксперимент?
10. В какой последовательности осуществляют обработку экспериментальных данных на третьем этапе физического эксперимента?

СТРУКТУРНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

2.1. ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЙ И ЕГО МОДЕЛЬ. ОБЪЕКТ ИЗМЕРЕНИЙ

Объект исследования — реальный физический объект, элемент природной или технологической среды, обладающий многими свойствами и находящийся в многосторонних и сложных связях с другими объектами. Человек не в состоянии представить себе (воспринять) объект целиком, во всем многообразии его свойств и во всех взаимосвязях. Поэтому человек воспринимает объект исследований на основе его модели.

К объектам исследования относятся реально существующие вещи, явления, системы, процессы, поля, а также взаимодействия и связи между ними.

В сфере реальности существуют:

- объект M ;
- множество свойств (характеристик) Q объекта;
- множество состояний $A = (a_1, a_2, \dots, a_N)$, $B = (b_1, b_2, \dots, b_i)$, $C = (c_1, c_2, \dots, c_m)$, в которых может находиться каждая из характеристик (рис. 2.1).

В сфере абстракции существуют:

- образ объекта M' ;
- множество величин Q' , отражающих различные характеристики;
- множество значений величин $\{A', B', C'\}$.

Образом объекта является его отображение $\{M'\} = \{M\}$.

Любой вновь создаваемый технический объект, в особенности сложный, нуждается в экспериментальной отработке и проверке заложенных в нем проектных решений и расчетов.

Необходимо выделить особенности объектов, влияющие на процедуру измерения, структуру и конструкцию измерительной схемы и правильный выбор средств и методов измерений. Таких свойств, как показывает анализ различных объектов, четыре.

Множественность параметров. Значения параметров характеризуют состояние объекта. Соответственно требуются измерения ряда физических величин, в общем случае разнородных.

Динамичность. Состояние объекта может непрерывно изменяться со временем, параметры модели объекта представляют собой функции времени.

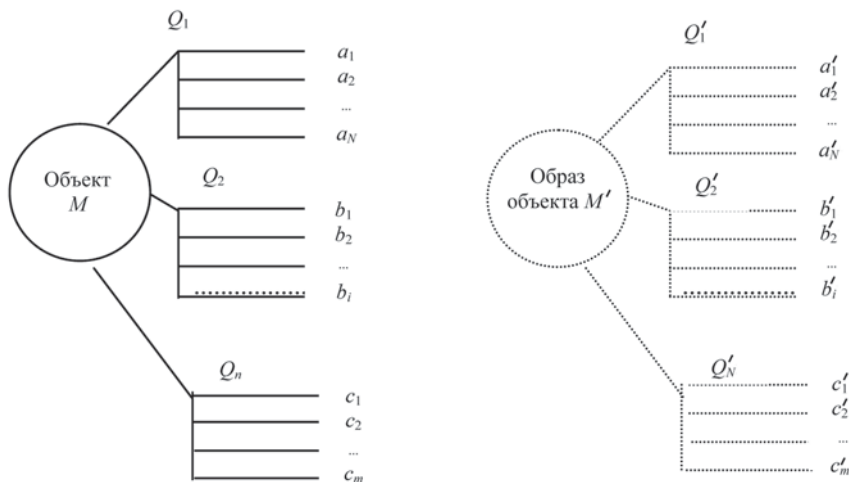


Рис. 2.1. Модель исследуемого объекта

Распределенность в пространстве [удаленность от наблюдателя (исследователя)]. В некоторых случаях исследованию подлежат объекты глобального масштаба.

Изменчивость структуры объекта. Имеет место вариабельность числа измеряемых параметров объектов данного класса.

Для измерительных экспериментов характерно накопление большого массива значений разнородных, изменяющихся во времени (в общем случае) ФВ и его обработка по правилам (программам), составленным на основе модели объекта исследований.

Модель объекта исследований выбирают исходя из цели эксперимента. Модель объекта подсказывает, измерением каких параметров объекта достаточно ограничиться для достижения цели эксперимента.

Пример. Объект исследования — тензорезистор. Его характеристики — габаритные размеры (длина, ширина, толщина), коэффициент тензочувствительности, омическое сопротивление, максимальная сила тока, пропускаемого через него, материал, из которого он изготовлен, и т. д.

В первом случае решается задача о влиянии включения тензорезистора в мостовую схему на выходное напряжение цепи. Здесь тензорезистор рассматривается как элемент электрической схемы, а объект измерения — как его сопротивление.

Во втором случае решается конструкторская задача о размещении тензорезистора на упругой балке, которая подвергается изгибу. Здесь тензорезистор рассматривается как элемент конструкции, а объект измерения — как его габаритные размеры (длина, ширина и толщина).

С объектом так или иначе связаны физические поля, которые воспринимают средства измерений, или измерительную систему.

Интенсивность и направление физического поля или состояния вещества объекта описываются с помощью измеримых характеристик — физических величин. Последние в общем случае являются функциями пространственных координат и времени, что дает возможность говорить о полях ФВ (полях давления, температуры, концентрации, скоростей и т. д.).

Выбор точек отбора измерительной информации в пространстве и моментов взятия отсчетов во время проведения эксперимента является фактически операцией *дискретизации физического описания объекта*. Различают пространственную, временную и амплитудную дискретизации связанных с объектом полей ФВ.

В любой измерительной процедуре, завершающейся получением результата измерения в цифровой форме, неизбежно присутствуют процессы дискретизации физических полей. Измерительная система (ИС) осуществляет пространственно-временную дискретизацию поля объекта и дискретизацию измеряемой ФВ по уровню.

Пространственная дискретизация. Вопрос о пространственной дискретизации поля, т. е. о выборе числа и расположения точек отбора измерительной информации (точек расположения средств измерения, например датчиков), решается в процессе организации эксперимента или создания ИС на основании анализа модели объекта.

Модель объекта подсказывает, измерением каких параметров поля достаточно ограничиться для достижения цели эксперимента.

Любой объект может быть описан совокупностью ФВ, являющихся в общем случае функциями времени t и пространственных координат $\{S\}$:

$$\bar{X}_i(S, t) = \left\| \begin{array}{c} x_1(S, t) \\ x_2(S, t) \\ \dots \\ x_i(S, t) \end{array} \right\|.$$

Число и расположение датчиков должны быть такими, чтобы обеспечивать полное исследование объекта.

Пусть для проведения измерительного эксперимента установлено:

- m_1 датчиков ФВ X_1 с координатами

$$\{S_1^1, S_2^1, S_3^1, \dots, S_{m_1}^1\},$$

- m_2 датчиков ФВ X_2 с координатами

$$\{S_1^2, S_2^2, S_3^2, \dots, S_{m_2}^2\},$$

- m_i датчиков ФВ X_i с координатами

$$\{S_1^i, S_2^i, S_3^i, \dots, S_{m_i}^i\}.$$

Тогда для дискретного процесса можно записать

$$x_1(S, t) \rightarrow x_1(S);$$

$$x_2(S, t) \rightarrow x_2(S);$$

.....

$$x_i(S, t) \rightarrow x_i(S),$$

или

$$\bar{X}_i(S, t) \rightarrow \bar{X}_i(S) \rightarrow \{X_i(S_1), X_i(S_2), \dots, X_i(S_m)\}.$$

Временная дискретизация. Физические величины после пространственной дискретизации будут подвергнуты дискретизации во времени с тем, чтобы могло быть выполнено условие конечности множества измеряемых значений, фиксируемых в цифровой форме. Моменты дискретизации выбирают исходя из конечной цели эксперимента, отображенной в модели объекта и требованиях к точности определения его параметров.

Для временной дискретизации можно записать

$$\bar{X}_i(S, t) \rightarrow \bar{X}_i(t) \rightarrow \{X_i(t_1), X_i(t_2), \dots, X_i(t_r)\},$$

где $i = 1, \dots, r$ — моменты дискретизации.

Таким образом, пространственно-временная дискретизация полей объекта определяет общее число отсчетов k (массив чисел), накапливаемых в процессе его исследования:

$$k = r \sum_{i=1}^m m_i.$$

Квантование по уровню. Измеренные значения ФВ образуют конечное множество $\{M\}$ в заданном диапазоне измерения, в то время как действительные значения ФВ образуют обычно бесконечное множество. Соотношение действительных значений ФВ с одним из элементов конечного множества $\{M\}$ называется квантованием по уровню.

Квантование по уровню производится путем сравнений измеряемой ФВ x с уровнями компарирования x_N , где $N = \overline{1, M}$. При этом

$$x = [N]q,$$

где q — шаг квантования,

$$q = x[N] - x[N - 1].$$

Тогда математическое описание операции квантования по уровню запишется следующим образом:

$$x_{n-1} \leq x \leq x_n.$$

Итак, реализация конкретного измерительного эксперимента предполагает наличие априорных сведений об объекте, формализованных в виде его модели. На различных этапах изучения и практического применения объекта модель может существенно изменяться (уточняться). Структура модели объекта может также видоизменяться в процессе исследований при изменении целей эксперимента.

Модель объекта, необходимая для создания или выбора измерительной аппаратуры или составления методики измерений, содержит в основном границы возможных значений измеряемых ФВ и скоростей их изменений в пространстве и во времени. На математическом языке — это множество случайных полей (процессов), для которых определены диапазоны изменения ФВ.

Когда на измеряемые величины наложены связи, облегчаются постановка и построение структурной модели объекта. Во многих случаях задача сводится к выбору наиболее адекватной модели среди некоторого класса моделей методом генерации и проверки гипотез.

Выдвигают некоторую правдоподобную гипотезу относительно структуры модели и разрабатывают методику измерений. После получения и обработки экспериментальных данных гипотезу либо принимают, либо отвергают. В последнем случае процесс повторяется при условии выдвижения новой гипотезы. В итоге объекту приписывается модель, удовлетворяющая определенному критерию.

Научные исследования обычно заканчиваются получением структурной модели, так как для ученого важнее понять внутренние причины наблюдаемых зависимостей для класса объектов, чем определить параметры модели конкретного объекта.

Если принимают решение о практическом использовании результатов исследований объекта, то на основе его модели создают и аттестуют измерительную систему (как правило, несколько отличающуюся от исследовательской) и методику выполнения измерений.

Модель объекта исследований в общем случае порождает систему уравнений связи между измеренными значениями ФВ (отсчетами) $x_1, x_2, \dots, x_k$ и искомыми параметрами модели (характеристиками) $a_1, a_2, \dots, a_n$.

В результате эксперимента может оказаться, что принятая модель неудовлетворительна. В таком случае необходимо уточнить модель и переопределить понятие измеряемой величины.

Несоответствие приписываемой модели реальному объекту исследования служит источником методической погрешности. Эта погрешность присутствует в результатах эксперимента всегда, так как невозможно построить модель, полностью адекватную объекту исследований.

2.2. АПРИОРНАЯ И АПОСТЕРИОРНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Модель объекта измерения формируется на основе априорных данных.

Априорная информация — информация, известная об объекте до измерения (априори — до опыта). При ее отсутствии измерение невозможно, при наличии в максимальном объеме (известном значении измеряемой ФВ) — не нужно.

Априорная информация определяет достижимую точность измерений и их эффективность. Она с трудом поддается формальному описанию. Источниками исходной информации могут быть проектная и нормативно-техническая документация, научно-техническая литература, мнения экспертов, сведения, полученные предшествующими исследованиями при работе над аналогичными объектами исследования. Априорная информация об объекте должна содержать структурное описание объекта и его компонентов, данные о характере преобразования входного сигнала в измерительном канале в виде математической модели, режим работы (статический, динамический и т. п.) и т. д.

Если экспериментатор располагает априорными данными об исследуемом объекте, перед ним встает задача получения не всех, а лишь недостающих данных. В этом случае априорные данные (априорная модель) вместе с данными измерительного эксперимента дают апостериорную модель, которая используется в качестве априорной при дальнейшем исследовании объекта.

На начальном этапе, когда еще только выделен (или открыт) объект исследования, априорные сведения о нем минимальны. В частности, могут отсутствовать сведения о внутренней структуре объекта. Однако должны иметься сведения о характере полей физических величин, связанных с объектом. В этих условиях исследования обычно проводятся по методу «черного ящика».

Априорная информация позволяет сократить и упростить эксперимент, исключить необходимость проведения эксперимента по определению математической модели. Априорные сведения об измеряемых ФВ позволяют разработать новые СИ, выбрать суще-

ствующие и определить места для их установки, их количество на объекте измерения.

Перед проведением измерительного эксперимента осуществляют *априорную оценку погрешностей* в следующих случаях:

- при нормировании метрологических характеристик средств измерений;
- разработке методики выполнения измерений;
- выборе СИ для решения конкретной измерительной задачи;
- планировании (подготовке) измерений, осуществляемых с помощью конкретного средства измерений.

Следует подчеркнуть, что строгая формулировка любой измерительной задачи предполагает требуемую точность измерений. Требования к точности не всегда формулируются в явном виде. Например, при измерениях по аттестованной методике задачу проведения конкретного измерительного эксперимента формулируют без указания точности. Однако ориентация на аттестованную методику свидетельствует о том, что обеспечиваемая ею точность достаточна для достижения цели измерения.

Можно сказать, что априорное оценивание — это проверка возможности обеспечить требуемую точность измерений, осуществляемых в заданных условиях выбранным методом с помощью конкретных средств измерений.

Апостериорная информация — информация, известная об объекте после измерения (апостериори — после опыта).

Апостериорную оценку погрешности измерения выполняют в тех случаях, когда:

- априорная оценка неудовлетворительна;
- априорная оценка получена на основе типовых метрологических характеристик СИ, а по результатам анализа опытных данных требуется учесть индивидуальные свойства СИ;
- процедура получения результата измерения содержит оценку погрешности как составную часть;
- требуется получить наиболее достоверную оценку точности результата, для чего необходимо учесть опытные данные.

В общем случае можно рассматривать апостериорную оценку как коррекцию априорной оценки погрешности. Стремление к достижению максимально возможной точности измерения побуждает перейти от коррекции оценки погрешности к коррекции оценки измеряемой величины (результата измерения). Коррекция результата представляет собой введение в него поправок, найденных на основе всей совокупности данных — априорных и полученных в ходе измерительного эксперимента. В этих условиях апостериорное оценивание сводится к определению совокупной неточности введенных поправок.

2.3. ЦЕЛЬ ИЗМЕРЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Измерение не самоцель, а лишь средство достижения цели.

Цель измерения — получение количественной информации об исследуемом объекте. В результате измерения можно получить описание исследуемого объекта в количественных терминах, т. е. модель объекта.

Измерения проводят:

- в чисто познавательных задачах без четко сформулированных идей по применению результатов измерений в прикладной деятельности (например, общие проблемы изучения мирового океана);
- в прикладных задачах, связанных с выявлением определенных свойств объекта, существенных для конкретного применения (например, изучение содержания ценных металлов в морской воде в целях их извлечения).

На практике сама необходимость измерений большинства величин вызывается именно тем, что они не остаются постоянными, а изменяются в результате изменения других величин. Цель исследований в этих случаях — выявление функциональных зависимостей $y = f(x)$. Иногда исследования объекта на этом заканчиваются; например, при построении математических моделей некоторых технологических процессов, представляющих собой уравнения регрессии.

Иногда измеренные значения ФВ в одной или нескольких точках поля дают необходимое представление об объекте. Однако чаще представляющие интерес свойства объекта (которые также могут быть физическими величинами) и непосредственно измеряемые ФВ не совпадают, а находятся в некоторой взаимосвязи. Если эта взаимосвязь известна, то свойства (параметры) объекта могут быть определены (вычислены) на основании измеренных значений ФВ.

Отсюда вытекает необходимость решения прямой и обратной задач при постановке измерительного эксперимента по определению параметров объекта. Прямая задача заключается в определении полей ФВ как функций состояния (параметров) объекта, обратная — в определении состояния объекта по известным значениям полей физических величин в области наблюдения.

Решение прямой задачи позволяет правильно составить план эксперимента, выбрать измерительную аппаратуру, решение обратной — вычислить параметры объекта по значениям физических величин (отсчетам), полученным в процессе эксперимента, и оценить погрешность такого перехода.

Постановку задачи измерения формально можно изложить следующим образом [17]: имеются скалярная ФВ $\tilde{a}$, значение которой неизвестно, а также величина того же рода a , которая может принимать произвольные, но известные (контролируемые) значения внутри диапазона измерения $D = a_{\max} \div a_{\min}$ (значение величины $\tilde{a}$ находится в этом диапазоне). Необходимо, сравнивая $\tilde{a}$ с a , варьируя a , выбрать значение $a = \tilde{a}$.

2.4. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

2.4.1. ВИДЫ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Средство измерений (СИ) — это техническое средство, предназначенное для воспроизведения или измерений ФВ, имеющее нормированные метрологические характеристики, воспроизводящее и (или) хранящее единицу ФВ, размер которой принимается неизменным в пределах установленной погрешности в течение известного интервала времени [20].

Из данного определения СИ можно сделать следующие выводы:

- измерять можно лишь тогда, когда техническое средство, предназначенное для этой цели, может хранить единицу, неизменную по размеру (во времени);
- у каждого СИ необходимо контролировать неизменность размера единицы во времени.

Данное определение средства измерений справедливо по отношению ко всем СИ, рассматриваемым ниже. Исключение составляют измерительные преобразователи, которые не являются хранителем единицы.

СИ принято подразделять на меры, датчики, измерительные приборы, измерительные установки, измерительные системы, измерительно-вычислительные комплексы.

Мера физической величины — средство измерений (тело или устройство), предназначенное для воспроизведения и (или) хранения ФВ одного или нескольких заданных размеров, значения которых выражены в установленных единицах и известны с необходимой точностью.

Различают следующие разновидности мер:

- однозначная мера — мера, воспроизводящая ФВ одного размера (например, гиря массой 1 кг);
- многозначная мера — мера, воспроизводящая ряд ФВ разных размеров (например, штриховая мера длины — линейка); многозначные меры воспроизводят любые кратные или дольные значения единицы ФВ в определенном диапазоне;

- набор мер — комплект мер разного размера одной и той же ФВ, предназначенных для применения на практике как в отдельности, так и в различных сочетаниях (например, набор концевых мер длины);

- магазин мер — набор мер, конструктивно объединенных в единое устройство, в котором имеются приспособления для их соединения в различных комбинациях (например, магазин электрических сопротивлений).

Измерительный преобразователь — средство измерения, построенное на определенном принципе действия, выполняющее одно частное измерительное преобразование, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для передачи, дальнейшего преобразования, обработки или хранения, но не поддающейся непосредственному восприятию человеком.

Под *измерительным преобразованием* понимается отражение размера одной ФВ размером другой ФВ, функционально с ней связанной. Что же касается употребительного выражения «преобразование величины», то оно является неточным. Преобразование предполагает замену одного объекта другим. При измерительном преобразовании, например, перемещения в частоту генерируется электрическое напряжение с частотой, функционально зависящей от перемещения, которое никуда не исчезает и ничем не заменяется. Физическая величина заменяется математической моделью, отображающей ее функциональную зависимость от другой физической величины.

Измерительный преобразователь, непосредственно воспринимающий измеряемую величину, стоящий первым в измерительной цепи, называют *первичным*. Преобразователи, занимающие второе и последующие места в измерительной цепи, называются *промежуточными*. К ним относятся: нормализующий, унифицирующий, масштабирующий, передающий, аналого-цифровой преобразователь (АЦП), цифроаналоговый преобразователь (ЦАП).

Датчик — конструктивная совокупность измерительных преобразователей, размещаемая в зоне действия влияющих факторов и воспринимающая входную информацию от объекта.

Измерительный прибор — СИ, предназначенное для получения значений измеряемой ФВ в установленном диапазоне в форме, доступной для непосредственного восприятия человеком.

Измерительный прибор всегда имеет отсчетное устройство, позволяющее человеку воспринимать информацию о числовом значении измеряемой величины. В зависимости от выполняемых функций различают показывающие приборы, обеспечивающие визуальное считывание показаний, и регистрирующие приборы,

в которых предусмотрена запись результатов на тот или иной материальный носитель.

Все измерительные приборы делятся на аналоговые и цифровые. В аналоговом приборе показания являются непрерывной функцией измеряемой величины. К ним относятся приборы со стрелочным или светолучевым указателем, самопишущие приборы. В цифровом приборе информация представляется дискретно в виде цифр (например, цифровой вольтметр).

Измерительные приборы, датчики и измерительные преобразователи объединяют под названием *измерительные устройства*.

Измерительные принадлежности — вспомогательные устройства (ВУ), служащие для обеспечения необходимых условий для выполнения эксперимента с требуемой точностью. К измерительным принадлежностям относятся термостат, барокамера, устройства, экранирующие влияние магнитных полей, измерительные усилители, специальные противовибрационные фундаменты и т. д.

При организации эксперимента принято выделять основные СИ — средства измерений той ФВ, значение которой необходимо получить в соответствии с измерительной задачей, и вспомогательные СИ — средства измерений той ФВ, влияние которой на основное СИ или объект измерений необходимо учитывать для получения результатов измерений требуемой точности.

Отдельную классификационную группу составляют средства сравнения (компараторы). Они не являются хранителями единиц ФВ и служат для сравнения показаний мер и измерительных устройств при реализации методов измерений, основанных на сравнении с мерой.

Измерительная установка — совокупность функционально объединенных средств измерений и вспомогательных устройств, предназначенных для измерений одной или нескольких ФВ.

Измерительную установку, применяемую для проверки, называют *поверочной установкой*. Измерительную установку, входящую в состав эталона, называют *эталонной установкой*.

Измерительная система — совокупность функционально объединенных средств измерений и вспомогательных устройств, размещенных в разных точках контролируемого объекта в целях измерений одной или нескольких ФВ, свойственных этому объекту, и выработки измерительных сигналов в разных целях (рис. 2.2).

ИС состоит из элементов двух родов:

активных носителей энергии, генерирующих физические величины (источники света, электрические аккумуляторы, сжатый воздух, усилители электрических сигналов и т. д.);



Рис. 2.2. Блок-схема измерительной системы

пассивных элементов, свойства которых выражаются величинами, не являющимися носителями энергии (оптические элементы: фильтры, призмы, линзы, зеркала; механические конструктивные элементы, электрические элементы: сопротивления, конденсаторы, катушки и т. д.).

Математическая модель ИС всегда определима, так как устройство с неизвестной моделью не может быть использовано как средство измерения.

ИС как систему характеризуют входы и выходы. *Входным сигналом* является состояние измеряемой величины, вводимой в ИС. Входными сигналами служат также воздействующие величины, характеризующие условия работы ИС. *Выходным сигналом* являются показания прибора.

В системной интерпретации формулируют три задачи:

- 1) известны вход и модель системы — определить выход;
- 2) известны вход и выход — построить модель;
- 3) известны модель и выход — определить вход.

Каждое измерение — это решение третьей задачи.

В самом простом случае измерительная система может состоять из автономных измерительных приборов (рис. 2.3).

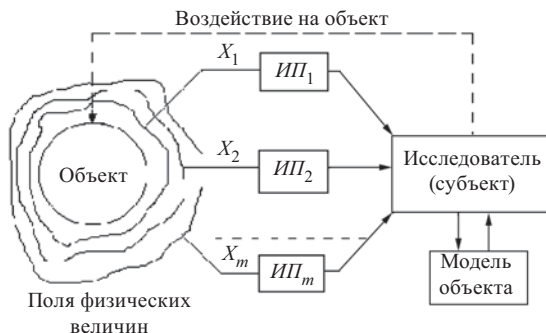


Рис. 2.3. Схема эксперимента с помощью автономных измерительных приборов

Автономный измерительный прибор, предназначенный для измерения одной физической величины, обладает универсальностью и гибкостью в применении. Он без особых затруднений может быть использован для исследования широкого класса объектов, свойства которых представлены данной ФВ. Если необходимо одновременно измерять несколько ФВ x_i (в общем случае разнородных), то простейшее решение заключается в использовании соответствующего числа отдельных приборов [9].

Каждый измерительный прибор дает оценку соответствующей измеряемой величины:

$$x_i = N_i q_i,$$

где N_i — число (цифра); q_i — цена деления аналогового прибора или единицы младшего разряда цифрового прибора.

Для того чтобы пользоваться результатами измерения, полученными в разных местах и в разное время, коэффициент q_i приборов должен быть известным. Это достигается путем градуировки приборов.

Запоминание, обработку результатов экспериментов производит исследователь; контроль за ходом эксперимента осуществляют путем непосредственного наблюдения за объектом. При необходимости исследователь может изменять состояние объекта; изменения производятся либо по результатам уже проведенных измерений, либо по заданной в методике программе.

Очевидно, что методология эксперимента с помощью автономных приборов пригодна для статичных объектов или объектов, состояние которых меняется относительно медленно, когда скорость реакции экспериментатора-человека достаточна, а число измеряемых параметров невелико.

С развитием науки и техники предметами экспериментов и исследований становятся более сложные объекты с высокими скоростями измерения переменных состояния. Адекватные средства измерений могут быть, как правило, реализованы на основе ЭВМ, обеспечивающих необходимую скорость сбора и регистрации данных и их обработку в реальном масштабе времени.

В этом случае также можно воспользоваться совокупностью автономных измерительных приборов, имеющих цифровой выход. Но целесообразно использовать средства измерений в виде узлов, модулей и блоков, объединяя их с микропроцессорами и ЭВМ в многоходовую измерительную систему (измерительное устройство) по единому конструктивному замыслу (рис. 2.4).

Измерительная система, выполняющая операцию $X_i \rightarrow N_i$, разделена на две части: аналоговую и цифровую.



Рис. 2.4. Схема исследования сложного объекта с помощью измерительной системы

Аналоговая часть осуществляет аналоговые и цифровые преобразования комплекса физических величин в их цифровые значения. Результат преобразования $\{N\}$ поступает в цифровую часть (ЭВМ или спецвычислитель).

В цифровой части выполняется завершающий этап измерения физических величин — получение их оценок $\tilde{X}_i = N_i$.

Алгоритмы и программы обработки составляются на основе модели объекта. Экспериментатор осуществляет лишь контроль за ходом измерения. Для этого результаты измерений и обработки могут выводиться на специальное видеоконтрольное устройство.

Если основной целью эксперимента является не исследование объекта, а управление состоянием объекта, в ЭВМ вводятся желаемые параметры модели объекта (уставки), а в программное обеспечение — алгоритмы и программы принятия решений и выработки управляющих воздействий.

Таким образом, средство измерения, по крайней мере на программном уровне, может интегрироваться с системой управления. Данные измерений сравнивают с заданной моделью (уставкой) и делают вывод о соответствии объекта (состояния объекта) модели.

В управляющих системах задача заключается в том, чтобы изменить объект, обеспечив его соответствие заданной модели (грубо говоря, «подогнать» объект под модель). Данная задача является обратной задаче исследований: «подогнать» модель под объект. В любом случае измерительный эксперимент призван разрешить диалектическое противоречие между объектом и его моделью.

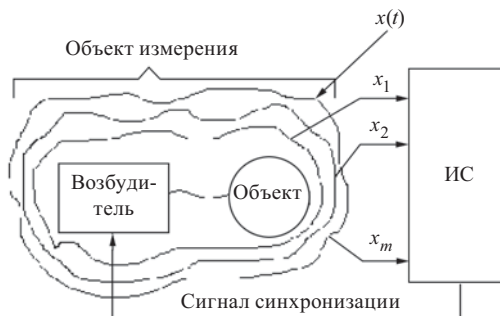


Рис. 2.5. Схема исследования пассивного объекта

Не все объекты имеют поля ФВ. В соответствии с этим объекты принято делить на активные и пассивные. Необходимое поле ФВ пассивного объекта создается путем воздействия на него физическим полем $x(t)$ специального источника (возбудителя) (рис. 2.5). Объект или трансформирует известным образом поле возбудителя $x(t)$, или генерирует под его влиянием поле другой физической природы.

Применение возбудителей резко расширяет возможности эксперимента. Так, пространственно-временные характеристики возбуждающего поля могут быть заданы оптимальным образом для данной измерительной задачи.

Собственно объект исследования и возбудитель должны рассматриваться как единый объект, изучения свойств которого позволяет решить задачу физического эксперимента.

Как говорилось выше (см. п. 2.1), при физической реализации ИС возникают ситуации, когда моменты дискретизации всех полей совпадают или разнесены во времени.

В первом случае получают мгновенный «портрет» объекта, что удобно для последующей обработки массива отсчетов и сопоставления последовательных состояний объекта. Но при реализации ИС выполнение указанного условия не всегда целесообразно с технической и экономической точек зрения.

Совпадение моментов дискретизации обеспечивается в параллельных системах. Временная дискретизация с временным сдвигом поочередно осуществляется в параллельно-последовательных и последовательных ИС.

Разнесение отсчетов во времени позволяет сократить затраты на оборудование при условии использования общих элементов для преобразования сигналов различных датчиков.

Если аналоговая часть ИС представляет собой совокупность независимых каналов, каждый из которых включает датчик (Д),

аналоговый преобразователь (АП) (или последовательно соединенные аналоговые преобразователи) и аналогово-цифровой преобразователь (АЦП), то такие системы принято относить к *системам параллельного типа* (рис. 2.6, а). Здесь число измерительных каналов пропорционально числу измеряемых ФВ.

Во многих случаях необходимо уменьшить ИС, не уменьшая при этом число точек пространственной дискретизации физических полей. В этом случае используют операцию пространственного сканирования.

Пример. При аэродинамических испытаниях автомобилей требуется измерение параметров воздушного потока, обтекающего автомобиль, в очень большом числе точек. Установить соответствующее число датчиков не только нереально, но и недопустимо, так как они исказят исследуемое поле. Поэтому измерения проводятся одним датчиком, перемещаемым по полю с помощью робота. Здесь одновременные измерения в m_1 точках поля с координатами $\{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ за время $t_{\text{изм}}$ заменяются на последовательные измерения в тех же точках за время $m_1 t_{\text{изм}}$.

Такую систему называют *системой последовательного типа* (рис. 2.6, б). Связи между точками поля и датчиком отражают операцию сканирования.

Сканирование связано с перемещением датчика, операция сложная в технической реализации. Поэтому часто все же устанавливают необходимое число датчиков, осуществляя их коммутацию на общий канал преобразования ИС. Сигналы датчиков могут усиливаться, фильтроваться, нормироваться, а затем объединяться (рис. 2.6, в). Операцию сканирования в этом случае выполняет коммутатор — аналоговый преобразователь (АП) с несколькими входами и одним выходом.

В составе измерительных систем иногда выделяют **измерительно-вычислительный комплекс** — функционально объединенную совокупность СИ, ЭВМ и вспомогательных устройств, предназначенных для выполнения в составе измерительной системы конкретной измерительной задачи.

Усложнение современного производства, проведение научных исследований в различных направлениях привели к необходимости измерять или контролировать одновременно сотни, а иногда и тысячи физических величин. Например, контроль за состоянием космической станции «Салют» осуществлялся при помощи 2100 датчиков, причем в одну секунду проводилось 2560 измерений. Соответственно наметился переход к принятию решений на основании использования результатов не отдельных измерений, а потоков измерительной информации.

Естественная физиологическая ограниченность возможностей человека в восприятии и переработке больших объемов информа-

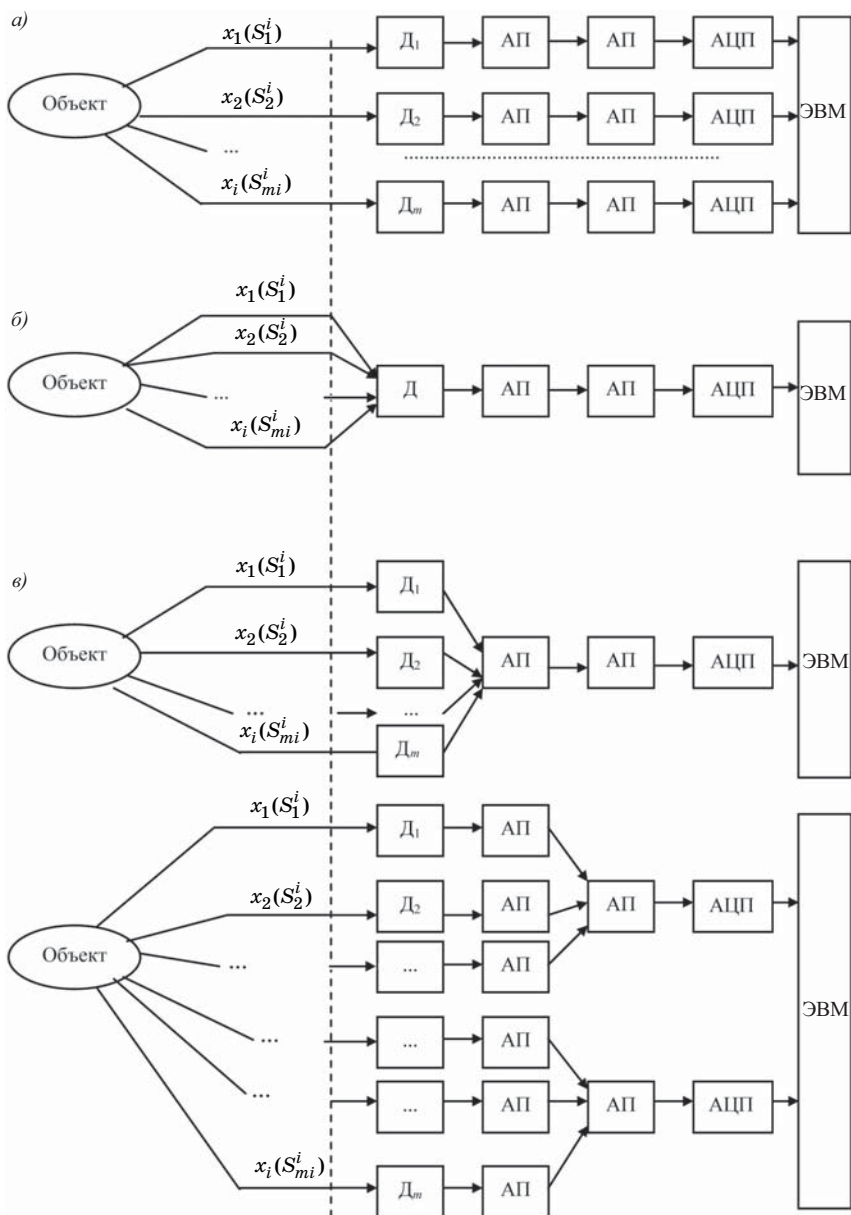


Рис. 2.6. Структуры измерительной системы: а — параллельного типа; б — последовательного типа; в — параллельно-последовательного типа

ции привела к возникновению **измерительных информационных систем (ИИС)**, связанных с получением и обработкой потоков информации о большом числе измеряемых величин.

ИИС собирает информацию о контролируемом объекте, обрабатывает ее и передает на расстояния. Информацию о значениях измеряемых величин, результаты их обработки используют для оперативного управления объектом или накапливают в целях последующего формирования сводных статистических сведений и др.

Если ИИС представляет измерительную информацию человеку, то она должна быть выражена в форме, воспринимаемой органами чувств — зрением, слухом. Визуальное воспроизведение возможно в аналоговой или цифровой форме с помощью показывающих и регистрирующих приборов. Регистрирующие приборы применяются, когда информация предназначена для последующего использования.

Если информация поступает в регулирующие и управляющие устройства, в ЭВМ или в устройства долговременного хранения, то она представляется на выходе ИИС в виде электрических сигналов — аналоговых и цифровых.

ИИС, перестраиваемые в зависимости от измерительной задачи, называют *гибкими измерительными системами*.

При большой протяженности канала связи ИИС называют *телеизмерительной (телеметрической)*, при использовании радиоканала — *радиотелеметрической*.

2.4.2. ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ

Погрешности измерений определяются главным образом погрешностями СИ. Они вносят в результат измерений инструментальную погрешность. В общем случае **погрешность средства измерения** — это отклонение его реальной функции преобразования от номинальной. Она делится на составляющие, соответствующие различным метрологическим характеристикам средств измерений: статическим, динамическим, характеристикам внешних влияний и т. д.

Инструментальная погрешность образуется по-разному, в зависимости от категории используемых СИ. При использовании измерительного прибора инструментальная погрешность результата совпадает с погрешностью СИ. Погрешность измерительного преобразователя, как и погрешность меры, представляет собой лишь часть инструментальной погрешности. Поскольку измерение невозможно с помощью лишь преобразователя или меры, то речь идет об учете погрешностей всех звеньев измерительной цепи —

других преобразователей, регистрирующих приборов, приборов сравнения и т. п.

Содержание понятия погрешности для различных категорий СИ обусловлено их ролью в решении измерительной задачи (местом в измерительной цепи). В свою очередь, эта роль (место) определяет связь категорий СИ с обработкой данных. Следует подчеркнуть, что речь идет о СИ, т. е. об элементах измерительной цепи с известными метрологическими характеристиками.

Погрешность измерительного преобразователя представляет собой отклонение информативного параметра выходного сигнала преобразователя от результата требуемого преобразования информативного параметра входного сигнала. Погрешность обусловлена отличием реальной функции преобразования, которой обладает преобразователь, от требуемой:

$$\delta_{\text{вых}} = F(y) - f[F(x)],$$

где $\delta_{\text{вых}}$ — погрешность преобразователя, приведенная к его выходу; $F(y)$ — требуемая функция преобразования; $f[F(x)]$ — информативный параметр сигнала.

Соответственно приведенная к входному сигналу погрешность

$$\delta_{\text{вх}} = f^{-1}[F(y)] - F(x).$$

Если измерительный преобразователь используется в динамическом режиме, то информативными параметрами сигнала могут быть его мгновенные значения. В этом случае требуемое преобразование описывают с помощью оператора, заданного на множестве возможных входных сигналов.

Источниками погрешности измерительного преобразователя являются влияние преобразователя на предыдущий элемент измерительной цепи, помехи во входной цепи, несовершенство конструкции преобразователя, воздействие влияющих величин. Особое место в измерительной цепи занимает первичный измерительный преобразователь.

Погрешность первичного измерительного преобразователя включает в себя составляющие, связанные с влиянием преобразователя на объект, наличием шумов (помех) во входной цепи и несовершенством конструкции преобразователя. Влияние на объект проявляется в изменении исследуемого свойства объекта (измеряемой величины) при установлении связи между объектом и чувствительным элементом преобразователя. Причина изменения состоит в том, что между объектом и чувствительным элементом возникает энергетический обмен, служащий источником измери-

тельной информации. Помехи во входной цепи измерительного преобразователя вызывают искажения его отклика на измеряемую величину и обусловлены двумя причинами: во-первых, свойствами объекта, в том числе исследуемым свойством, например, при измерении параметра случайного процесса; во-вторых, свойствами преобразователя, а именно процессами, происходящими на входе чувствительного элемента, например неустранимыми шумами термодинамической природы. Несовершенство конструкции преобразователя проявляется в том, что осуществляемое с его помощью преобразование входного воздействия отличается от требуемого. Это отличие обусловлено как внутренними свойствами преобразователя, так и его чувствительностью к внешним воздействиям.

Погрешность меры есть отклонение ее номинального (приписанного) значения $Q_{\text{ном}}$ от истинного значения $Q_{\text{и}}$ воспроизводимой ею величины. В абсолютной форме погрешность меры

$$\delta_{\text{м}} = Q_{\text{ном}} - Q_{\text{и}}.$$

Погрешность динамической меры, предназначенной для воспроизведения переменной ФВ с известным законом изменения, есть функция времени:

$$\delta_{\text{м.д}} = Q_{\text{ном}}(t) - Q_{\text{и}}(t) = \delta(t).$$

Погрешность меры связана с ее внутренними свойствами как источника требуемой физической величины, а также чувствительностью к внешним влияниям.

Погрешности измерений и СИ классифицируют по признакам, приведенным в табл. 2.1.

В соответствии с ГОСТ 8.009–84 обобщенная модель погрешности СИ имеет вид

Т а б л и ц а 2.1

Классификация погрешностей

Погрешности	Признак классификации
Основные и дополнительные	Отношение к условиям применения
Статические и динамические	Условие изменения измеряемой величины
Абсолютные, относительные и приведенные	Способ выражения
Аддитивные и мультипликативные	Характер связи с уровнем выходного сигнала
Систематические и случайные	Характер проявления
Воспроизведения, хранения и передачи размера единицы	Отношение к единице физической величины

$$\Delta_{\text{СИ}} = \Delta_0 * \sum_{i=1}^n \Delta(\xi_i) * \Delta_{\text{ДYN}},$$

где Δ_0 — основная погрешность СИ; $\sum_{i=1}^n \Delta(\xi_i)$ — объединение n дополнительных погрешностей СИ, обусловленных действием ВВ и неинформативных параметров входного сигнала; $\Delta_{\text{ДYN}}$ — динамическая погрешность, обусловленная инерционными свойствами СИ.

Символ «*» обозначает *объединение погрешностей*, под которым понимают некоторый функционал, позволяющий рассчитать погрешность, обусловленную совместным воздействием этих составляющих.

Основная погрешность — погрешность СИ в нормальных (лабораторных) условиях применения, обусловленная свойствами самого СИ и неидеальностью представления реальной функции преобразования. Она может включать:

погрешность невоспроизводимости $\Delta_{\text{н}}$, т. е. случайные неповторяющиеся отклонения отдельных точек градуировочной характеристики при повторных измерениях в одной и той же точке диапазона измерений при одном направлении подхода к этой точке;

погрешность вариации $\Delta_{\text{в}}$, т. е. случайные неповторяющиеся отклонения отдельных точек градуировочной характеристики при повторных измерениях в одной и той же точке диапазона измерений при разных направлениях подхода к этой точке;

погрешность градуировки $\Delta_{\text{гр}}$, обусловленную погрешностями образцовых средств, использованных при градуировании СИ;

погрешность аппроксимации $\Delta_{\text{а}}$, обусловленную аппроксимацией градуировочной характеристики индивидуальной функцией преобразования (частным случаем которой является погрешность линейности, т. е. отклонение реальной градуировочной характеристики от линейной);

погрешность квантования $\Delta_{\text{кв}}$ — операцию округления в цифровых измерительных приборах.

Таким образом, в общем случае

$$\Delta_0 = \Delta_{\text{н}} * \Delta_{\text{вар}} * \Delta_{\text{гр}} * \Delta_{\text{а}} * \Delta_{\text{кв}}.$$

Дополнительная погрешность — составляющая погрешности СИ, возникающая в условиях, отличных от нормальных. Например, в эксплуатационных условиях на самолете СИ придется работать при изменении температуры окружающей среды в диапазоне $\pm 50^\circ\text{C}$, давления от 10^{-3} (10^2 Па) до 10^5 кгс/см² (10^4 МПа), напря-

жения питания на 20 %, что вызовет погрешности, значительно превышающие основную.

Основная и дополнительная погрешности определяются в статическом режиме, поэтому они относятся к **статическим погрешностям**.

Если на вход средства измерения поступает изменяющаяся во времени величина, то погрешность будет отличаться от погрешности при измерении постоянной величины, в этом случае говорят о погрешности в динамическом режиме.

Динамическая погрешность Δ_{DYN} — разность между погрешностью в динамическом режиме и статической погрешностью, соответствующей значению величины в данный момент времени [14]. Она зависит от скорости изменения измеряемой ФВ во времени и обусловлена инерционностью элементов измерительной цепи, т. е. тем, что преобразование в измерительной цепи не происходит мгновенно, а требует некоторого времени.

Абсолютные погрешности выражаются в единицах измеряемой величины x или в единицах выходного сигнала y .

Под абсолютной погрешностью Δx понимают разность между показаниями или выходным сигналом СИ $x_{СИ}$ и истинным (действительным) значением измеряемой величины x_d : $\Delta x = x_{СИ} - x_d$.

Мерой точности абсолютная погрешность служить не может.

Например, погрешность $\Delta x = 0,5$ мм при $x = 100$ мм мала, а при $x = 1$ мм — велика.

Для этого вводят понятие **относительной погрешности**, которая определяется как отношение абсолютной погрешности к дей-

ствительному значению ФВ $\delta_x = \frac{\Delta x}{x_d} 100$ и является более точной

характеристикой СИ. Но относительная погрешность Δx является функцией измеряемой величины x_d , т. е. величиной переменной, в связи с чем нельзя указать точечную характеристику точности СИ. Поэтому вводят понятие **приведенной погрешности**, под которой понимают отношение максимального значения абсолютной погрешности $\Delta x_{\max}$ к постоянному нормирующему значению N :

$$\gamma_x = \Delta x_{\max} 100 / N$$

(например, к максимальному значению измеряемой величины $x_{\max}$ или диапазону измерения $x_{\max} - x_{\min}$).

Мультипликативная погрешность (погрешность чувствительности) возрастает или убывает с ростом измеряемой величины.

Аддитивная погрешность (погрешность нуля) остается постоянной во всем диапазоне измерений.

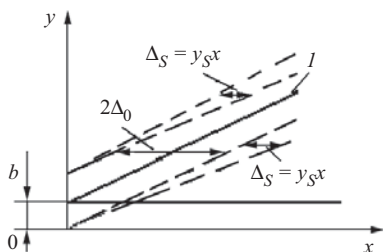


Рис. 2.7 Графическое изображение функции преобразования

На рис. 2.7 показано графическое изображение линейной функции преобразования вида $y = Sx + b$. Отрезок b по оси ординат соответствует начальному уровню сигнала СИ при $x = 0$. Наклон кривой 1 соответствует чувствительности S к измеряемому параметру x . Линия 1 соответствует случаю, когда коэффициенты функции преобразования S и b являются

постоянными величинами. Однако вследствие непостоянства значений влияющих факторов в реальных условиях S и b меняются. Реальная функция преобразования занимает положение между двумя крайними штриховыми линиями, причем неопределенность результата измерения ограничивается значением $(2\Delta_0 + 2\delta_x x)$, где Δ_0 — абсолютная погрешность нулевого уровня или аддитивная абсолютная погрешность; δ_x — относительная погрешность чувствительности или относительная мультипликативная погрешность. Погрешность $\Delta_S = \delta_x x$ — абсолютная погрешность чувствительности или мультипликативная абсолютная погрешность.

При наличии только аддитивной составляющей погрешности функция преобразования принимает вид $y = S(x \pm \Delta_0)$, причем текущее значение абсолютной погрешности, равное $\Delta = \Delta_0$, не зависит от значения измеряемой величины. Значение относительной погрешности $\delta_0 = \Delta_0/x$ обратно пропорционально значению измеряемой величины, причем при $x = \Delta_0$ погрешность СИ возрастает до 100 %, т. е. измерение в данном случае уже невозможно.

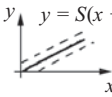
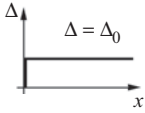
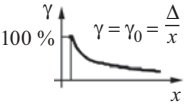
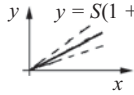
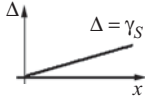
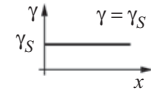
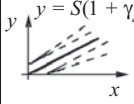
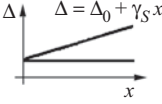
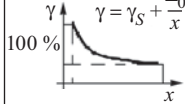
При наличии только мультипликативной составляющей погрешности функция преобразования СИ имеет вид $y = S(1 \pm \delta_x)x$. Текущее значение абсолютной погрешности $\Delta_S = \delta_x x$, текущее значение относительной погрешности $\delta = \delta_x$. В данном случае функцией измеряемой величины является абсолютное значение погрешности.

Самый распространенный в практике случай — это ситуация, при которой имеют место как аддитивная, так и мультипликативная составляющие погрешности. При этом характеристика имеет вид

$$y = S(1 \pm \delta_x)(x \pm \Delta_0).$$

Абсолютная и относительная погрешности определяются соответственно выражениями

Погрешности и функции преобразования СИ

Характер погрешности	Функция преобразования СИ	Погрешности	
		абсолютная	относительная
Аддитивная (нуля)	 $y = S(x + \Delta_0)$	 $\Delta = \Delta_0$	 $\gamma = \gamma_0 = \frac{\Delta}{x}$
Мультипликативная (чувствительности)	 $y = S(1 + \gamma_S)x$	 $\Delta = \gamma_S x$	 $\gamma = \gamma_S$
Суммарная	 $y = S(1 + \gamma_S)(x + \Delta_0)$	 $\Delta = \Delta_0 + \gamma_S x$	 $\gamma = \gamma_S + \frac{\Delta_0}{x}$

$$\Delta = \Delta_0 + \delta_x x; \delta = \delta_S + \Delta/x.$$

Для удобства использования все рассмотренные соотношения и их графические интерпретации сведены в табл. 2.2.

Систематические погрешности — это погрешности, имеющие детерминированную функциональную связь с источником, их вызывающим, причем и сама функция, и ее аргумент известны. При повторных измерениях систематические составляющие погрешности остаются постоянными или закономерно изменяются. Они могут быть почти полностью исключены или учтены в процессе обработки. К систематическим погрешностям относится большинство дополнительных погрешностей, являющихся не изменяющимися во времени функциями ВВ (температуры, давления, напряжения).

Постоянные погрешности длительное время сохраняют свое значение, например, в течение времени выполнения всего ряда измерений. Они встречаются наиболее часто.

Прогрессивные погрешности — непрерывно возрастающие или убывающие погрешности. К ним относятся, например, погрешности вследствие износа измерительных наконечников, контактирующих с деталью при контроле ее прибором активного контроля.

Периодические погрешности — погрешности, значения которых являются периодическими функциями времени или перемещения указателя измерительного прибора. Например, наличие эксцентриситета в угломерных приборах с круговой шкалой вызывает систематическую погрешность, изменяющуюся по периодическому закону.

Погрешности, изменяющиеся по сложному закону, возникают вследствие совместного действия нескольких систематических погрешностей.

Систематические погрешности искажают результат измерения, поэтому они подлежат исключению, насколько это возможно, путем введения поправок или юстировкой прибора с доведением систематических погрешностей до допустимого минимума. Однако на практике не всегда удается полностью исключить систематическую погрешность. Существует понятие *неисключенная систематическая погрешность* — погрешность результата измерения, обусловленная погрешностью вычисления и введения поправки или небольшой систематической погрешностью, поправка на действие которой не введена вследствие малости.

В ряде случаев удается избавиться от систематических погрешностей полностью или частично в процессе измерения даже тогда, когда они неизвестны ни по значению, ни по знаку. Например, при компенсации по знаку измерения организуют таким образом, чтобы систематическая погрешность вошла один раз с одним знаком, а другой раз — с противоположным. Далее берут среднее арифметическое двух результатов, при этом систематическая погрешность исключается.

Случайные погрешности — погрешности, появление которых вызвано совокупным действием ряда ВВ, а их функциональная связь не может быть выявлена в силу их независимости или большого количества. Случайные погрешности не могут быть исключены из результата измерения. Но проведение повторных измерений дает возможность, используя методы теории вероятностей и математической статистики, уточнить результат, т. е. приблизить значение измеряемой величины к истинному значению.

2.4.3. НОРМИРУЕМЫЕ МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ

Метрологическими характеристиками (МХ) средств измерения (СИ) являются характеристики, оказывающие влияние на результат и погрешности измерений. На МХ устанавливают нормы.

Цели нормирования:

- обеспечение возможности оценки точности измерений;
- достижение взаимозаменяемости СИ;
- обеспечение возможности сравнения СИ между собой и выбора нужных по точности и другим характеристикам;

• обеспечение возможности оценки погрешностей измерительных систем на основе МХ входящих в них СИ.

Нормирование МХ введено ГОСТ 8.009–84 (в редакции 2003 г.) «Нормируемые МХ СИ» и ГОСТ 8.401–80 «ГСИ. Классы точности СИ. Общие требования».

В соответствии с ГОСТ 8.009–84 метрологические характеристики средств измерений условно можно разбить на шесть групп:

1) характеристики, предназначенные для определения результата измерений (без поправки):

- функция преобразования (для измерительного преобразователя и датчика);

- значение меры (для мер);

- цена деления измерительного прибора (для шкальных приборов) или многозначной меры;

- вид выходного кода, число разрядов кода, цена единицы наименьшего разряда кода (для цифровых СИ);

2) характеристики погрешностей;

3) характеристики чувствительности к влияющим величинам;

4) динамические характеристики (ДХ);

5) характеристики, отражающие их способность влиять на инструментальную составляющую погрешности измерений вследствие взаимодействия СИ и объекта измерения;

6) неинформативные параметры выходного сигнала СИ.

Модель основной погрешности в соответствии с ГОСТ 8.009–84 имеет вид

$$\Delta_o = \Delta_c * \overset{o}{\Delta} * \Delta_{\text{вар}},$$

т. е. для СИ нормируют отдельно характеристики систематической

Δ_c , случайной погрешности $\overset{o}{\Delta}$ и погрешности вариации $\Delta_{\text{вар}}$. Нормируемой характеристикой систематической погрешности является ее предельное значение. Нормируемой характеристикой случайной составляющей погрешности является среднее квадратичное отклонение (СКО) $\sigma_{\overset{o}{\Delta}}$ установлением предела СКО. Если

известен закон распределения случайной погрешности $f(\overset{o}{\Delta})$, то

$$\sigma_{\overset{o}{\Delta}} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \left[(\overset{o}{\Delta})_i - M(\overset{o}{\Delta}) \right]^2 f(\overset{o}{\Delta}) d(\overset{o}{\Delta})},$$

при неизвестном законе распределения

$$\sigma_{\Delta}^{\circ} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left[(\Delta^{\circ})_i - M(\Delta^{\circ}) \right]^2}{n-1}},$$

где $M(\Delta^{\circ})$ — математическое ожидание погрешности:

при известном законе распределения случайной погрешности

$$M(\Delta^{\circ}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta^{\circ} f(\Delta^{\circ}) d(\Delta^{\circ});$$

при неизвестном законе распределения случайной погрешности

$$M(\Delta^{\circ}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i^{\circ}.$$

Здесь $\Delta_i^{\circ} = x_i - \bar{x}$, где $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 \dots x_n}{n}$ — среднее значение вы-

ходного сигнала; x_i — текущее значение выходного сигнала.

Вариация в процессе измерений также является случайной величиной. Но нормируется она отдельно характеристикой размаха — пределом допускаемой вариации без учета знака.

ГОСТ 8.009–84 допускает нормирование не отдельных составляющих основной погрешности, а предел основной погрешности, если:

1) СКО случайной составляющей погрешности не превышает установленной и достаточно малой доли от предела основной погрешности

$$\sigma_{\Delta}^{\circ} \leq q \Delta_{\circ}, \text{ где } q \ll 1;$$

2) СИ не предназначено для использования в ИС.

Допускается также нормировать интервал, в котором находится основная погрешность с заданной вероятностью, большей 0,95.

Стандарт предполагает два способа нормирования характеристик чувствительности СИ к влияющей величине (ВВ): функцией влияния и пределом допускаемых изменений функции преобразования или дополнительной погрешности при изменении ВВ в заданном интервале.

ДХ, регламентированные в ГОСТ 8.009–84, отражают динамические свойства СИ. ДХ делятся на полные и частные (табл. 2.3).

Полной динамической характеристикой называется такая, которая однозначно определяет изменение информативного па-

Динамические характеристики средств измерений

Полная характеристика	Частная характеристика
Передаточная функция $W(p)$	Время реакции СИ t_p (время установления показаний)
Переходная характеристика $h(t)$	Постоянная времени T
Импульсная переходная характеристика $g(t)$	Значение резонансной собственной круговой частоты ω_0
Амплитудно-фазовая характеристика $G(j\omega)$	Значение АЧХ на резонансной частоте $A(\omega_0)$
Совокупность амплитудно-частотной (АЧХ) и фазово-частотной (ФЧХ) характеристик	Частотный диапазон измерений f

раметра выходного сигнала СИ при любом изменении во времени информативного или неинформативного параметра выходного сигнала или ВВ.

Передаточная функция $W(p)$ следует из дифференциального уравнения, устанавливающего связь между X , Y и их производными,

$$F(X, X', X'', \dots, Y, Y', Y'' \dots) = 0.$$

Если дифференциальное уравнение линейное или линеаризуемое, то после разложения в ряд Тейлора в точке установившегося режима

$$a_n y^n + a_{n-1} y^{n-1} + \dots + a_0 y = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_0 x,$$

где a_n, b_n — постоянные коэффициенты.

Передаточная функция

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0},$$

где $X(p)$, $Y(p)$ — изображения Лапласа для X и Y при нулевых начальных условиях; $p = d/df$ — оператор преобразования Лапласа.

Переходная характеристика $h(t)$ представляет собой отклик СИ на единичное ступенчатое воздействие вида (рис. 2.8):

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

Таким образом, $h(t)$ — это выражение для $Y(t)$ при $X(t) = 1(t)$.

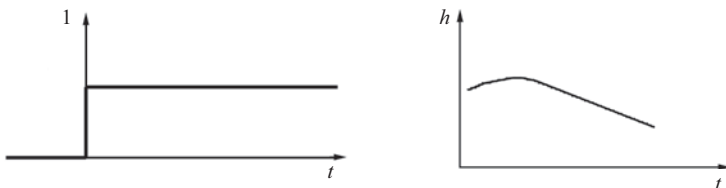


Рис. 2.8. Графическое построение к пояснению понятия переходной характеристики $h(t)$

Импульсная переходная характеристика (ИПХ) $g(t)$ представляет собой отклик СИ на входной сигнал в виде дельта-функции (рис. 2.9)

ИПХ и ПХ связаны между собой зависимостями

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt}; \quad h(t) = \int_0^t g(t) dt.$$

ИПХ и ПХ характеризуют такие динамические свойства СИ, как быстродействие, т. е. число измерений в секунду; время установления показаний — интервал времени от момента включения СИ до момента достижения выходной величиной своего установившегося значения.

Амплитудно-фазовая характеристика определяется выражением

$$G(j\omega) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt.$$

Здесь

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

где $G(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$ [$A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ — амплитудно- и фазово-частотная характеристики СИ соответственно].

Если СИ имеет амплитудно-фазовую характеристику минимально-фазового типа, то его фазово-частотная характеристика одно-

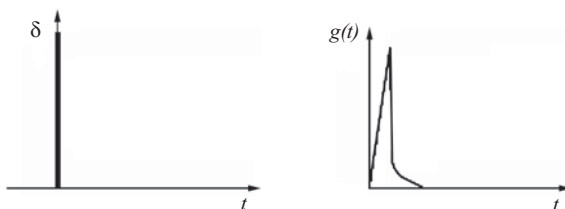


Рис. 2.9. Графическое построение к пояснению понятия импульсной переходной характеристики $g(t)$

значно связана с логарифмической амплитудно-частотной характеристикой

$$\varphi(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d \ln A(u)}{du} \ln \left(\operatorname{ctg} \left| \frac{u}{2} \right| \right) du.$$

Здесь $u = \ln(\omega^*/\omega)$, где ω^* — переменная интегрирования, имеющая размерность круговой частоты.

С точки зрения экспериментального определения наиболее удобными динамическими характеристиками являются переходная и амплитудно-частотная характеристики.

При подаче на выход СИ испытательного ступенчатого сигнала единичного размера можно с помощью прямых измерений выходного сигнала получить отчеты переходной характеристики.

АЧХ может быть получена с помощью прямых измерений амплитуды выходных гармонических сигналов при действии на входе гармонических сигналов требуемой частоты и единичной амплитуды. Однако здесь возникает трудность, связанная с ограниченными возможностями точного воспроизведения формы сигналов тех или иных измеряемых величин. Например, затруднительно воспроизвести гармонические изменения температуры, концентрации компонентов веществ, влажности, расхода и др. С другой стороны, скачкообразное изменение таких величин как скорость, ускорение воспроизвести труднее, чем гармоническое. Поэтому нормировать рекомендуется такую характеристику, которая может быть экспериментально определена с помощью простых методов измерений.

Частной ДХ (ЧДХ) называется характеристика, которая представляет собой параметр или функционал полной ДХ СИ.

ЧДХ, в отличие от полной, отражает не всю совокупность динамических свойств СИ, а лишь ее часть, поэтому она не может быть использована для точного априорного оценивания и коррекции динамических погрешностей. Она позволяет решать только задачи сравнения и выбора СИ.

Главное назначение частных характеристик при их нормировании заключается в обеспечении единообразия СИ данного типа.

Наиболее важной формой ЧДХ является предел попускаемой динамической погрешности для заданной совокупности входных сигналов.

Известно, что одним из важных процессов, влияющих на погрешность измерений, является *взаимодействие между объектом измерения и соединенными с ним СИ*. Потребление энергии или мощности СИ от объекта измерения приводит к изменению зна-

чения величины, подлежащей измерению, и следовательно, к появлению соответствующей составляющей погрешности измерений. Например, на погрешность измерения температуры каких-либо объектов при помощи термопар или термометров сопротивления существенно влияет обмен тепловой энергией между объектом измерения и соответствующим преобразователем температуры. Подсоединение термопары к объекту с малой теплоемкостью может привести к настолько существенному понижению температуры объекта, что пренебречь им при оценке погрешности измерений нельзя. При подсоединении к объекту термометра сопротивления температура объекта может как понижаться вследствие отбора термометром энергии от объекта, так и повышаться, поскольку термометр сопротивления имеет собственный начальный нагрев и при большой собственной мощности нагрева может отдавать энергию объекту. Таким образом, для СИ, работа которых характеризуется обменом энергией между ними и подключенными к их входу или выходу объектами, необходимо нормировать некоторые характеристики, отражающие свойство СИ отбирать или отдавать энергию через свои входные и выходные цепи.

При радиотехнических измерениях на СВЧ волноводные соединения могут вызывать изменения параметров электромагнитных колебаний в линии. Аналогичные искажения электромагнитных колебаний могут вызываться и коаксиальными соединениями. Во всяком случае взаимодействия между СИ, а также взаимодействия СИ с объектами измерений, вызывающие изменения измеряемых величин, могут быть самыми разнообразными. Поэтому необходимо нормировать МХ СИ, отражающие способность СИ к подобным взаимодействиям. Такие характеристики часто называют импедансами. При нормировании входных и выходных импедансов СИ необходимо обращать на то, чтобы нормируемые характеристики действительно позволяли оценивать соответствующую составляющую погрешности измерений и погрешности ИС.

Неинформативные параметры выходного сигнала СИ не являются, строго говоря, МХ — они определяют рабочую область значений тех параметров выходного сигнала, которые не содержат непосредственной информации о значении измеряемой величины. Однако они определяют возможность нормальной работы СИ и других устройств, подключаемых к выходу данного СИ. Например, выходным сигналом преобразователя напряжения в среднюю частоту следования импульсов является последовательность импульсов. Для определения значения измеряемого напряжения к выходу преобразователя подключают частотомер. Для его нормальной работы необходимо, чтобы амплитуда и форма импульсов

преобразователя, хотя они и не несут информации о значении измеряемого напряжения, удовлетворяли определенным требованиям. В противном случае частотомер будет измерять частоту следования этих импульсов с большой погрешностью или вообще перестанет реагировать на эту последовательность импульсов. Неинформативные параметры выходного сигнала преобразователя должны определять допускаемые границы амплитуды и формы импульсов.

В соответствии с ГОСТ 8.401–80 погрешность СИ неразрывно связана с обобщенной характеристикой — *классами точности* СИ. Они определяются пределами допускаемых основных и дополнительных погрешностей. Стандарт не распространяется на СИ, для которых существенное значение имеют динамические погрешности (датчики, измерительные преобразователи, измерительные системы).

Класс точности характеризует:

- 1) для измерительных приборов напряжения тока:
 - наибольшую допустимую основную погрешность;
 - допустимые изменения показаний при изменении температуры, частоты переменного тока, влияние магнитных полей;
- 2) для концевых мер:
 - степень приближения их размера к номинальному размеру;
 - допускаемое отклонение от плоскопараллельности;
 - притираемость и нестабильность;
- 3) для радиоизмерительных приборов — абсолютную и относительную погрешности;
- 4) для электроизмерительных приборов — приведенные погрешности.

На циферблаты, щитки и корпуса средств измерений должны быть нанесены условные обозначения классов точности, включающие числа, прописные буквы латинского алфавита или римские цифры, с добавлением знаков, указанных в табл. 2.4 (рис. 2.10).

МХ, определяемые классом точности, нормируют следующим образом. Пределы допускаемых основных и дополнительных погрешностей выражают в форме абсолютной, относительной или приведенной погрешности.

При присвоении СИ класса точности его выбирают из ряда

$$K = [1; 1,5; (1,6 \cdot 10^n); 2; 2,5; (3 \cdot 10^n); 4; 5; 6] \cdot 10^{-n}, \quad (2.1)$$

где $n = 1, 0, -1, -2$ и т. д.

Значения классов точности, указанные в скобках, не устанавливают для вновь разрабатываемых средств измерений.

Примеры обозначения классов точности

Обозначение класса точности		Форма выражения погрешности	Пределы допускаемой основной погрешности	Примечание
на средстве измерений	в документации			
0,5	Класс точности 0,5	Приведенная	$\gamma = \pm 0,5 \%$	Нормирующее значение выражено в единицах измеряемой величины
0,5 ✓				Нормирующее значение принято равным длине шкалы или ее части
⓪,5				
0,02/0,01	Класс точности 0,02/0,01	Относительная	$\delta = \pm 0,5 \%$	$\delta = \Delta/x$
			$\Delta = \pm [0,02 + 0,01(x_k/x - 1)] \%$	$\delta = \pm [c + d(x_k/x - 1)]$
M	Класс точности M (или 2)	Абсолютная	$\Delta = 1$	$\Delta = \pm a$
C	Класс точности C (или 3)		$\Delta = 1,5$	$\Delta = \pm (a + bx)$

Для средств измерений, пределы допускаемой основной погрешности которых принято выражать в форме абсолютных, классы точности обозначают в документации прописными буквами латинского алфавита или римскими цифрами. В необходимых случаях к обозначению класса точности буквами латинского алфавита допускается добавлять индексы в виде арабской цифры. Классам точности, которым соответствуют меньшие пределы допускаемых погрешностей, должны соответствовать буквы, находящиеся ближе к началу алфавита, или цифры, означающие меньшие числа.

Для средств измерений, пределы допускаемой основной погрешности которых принято выражать в форме приведенной погрешности или относительной погрешности, классы точности в документации обозначают числами, которые равны этим пределам, выраженным в процентах.

Если пределы допускаемой основной относительной погрешности задаются двучленными формулами, то класс точности определяют совокупностью коэффициентов c и d и выбирают из ряда



Рис. 2.10. Классы точности манометров

(2.1). Если пределы выражаются формулой $\delta = \pm [e + f/x]$, то класс точности обозначают лишь коэффициентом e и выбирают из ряда (2.1).

СИ с несколькими диапазонами измерений одной и той же ФВ или предназначенных для измерения равных ФВ могут быть присвоены различные классы точности для каждого диапазона и каждой ФВ.

В практике измерений часто применяют импортные измерительные приборы, поэтому следует обратить внимание на различия способов нормирования таких СИ [9]. Иностранцы обычно не пользуются понятиями основной погрешности и изменений показаний над действием влияющих величин. Они гарантируют одно или несколько значений предела допускаемой погрешности для определенного комплекса условий эксплуатации прибора, например: $\Delta_{\text{п}} = \pm (0,02 \% \text{ of } R + 0,01 \% \text{ of } FS)$ за 24 ч при температуре $t = (23 \pm 1) ^\circ\text{C}$ и относительной влажности не более 95 %, где R — показания; FS — полная шкала (максимальное значение шкалы).

Для моделей высокой точности могут быть указаны в отдельности временная и температурная нестабильности, например: $\Delta_{\text{п}} = \pm (0,002 \% \text{ of } R + 0,001 \% \text{ of } FS)$ за 24 ч; $\Delta_{\text{п}} = \pm (0,02 \% \text{ of } R + 0,001 \% \text{ of } FS)$ за 24 ч.

$R + 0,01\%$ of FS) за 3 месяца при температуре $t = (\text{const} \pm 1) ^\circ\text{C}$, относительной влажности не более 50 %; $\Delta t = \pm (0,0002\%$ of $R + 0,0001\%$ of FS) на $1 ^\circ\text{C}$ в диапазоне $0...50 ^\circ\text{C}$.

2.5. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ

Метод измерения определяется как совокупность приемов использования принципов и средств измерений. Это определение является весьма абстрактным и не содержит упоминания о цели использования принципов и СИ при решении измерительной задачи. С этой точки зрения более удачно определение: метод измерений — совокупность правил и приемов использования СИ, позволяющих решать измерительную задачу. Основным для выделения разновидностей этого понятия является вопрос об источнике измерительной информации: измерительные устройства или мера, или их совокупность. Учитывая, что измерение есть сравнение с мерой, можно определить метод измерений как совокупность правил и приемов использования СИ для сравнения измеряемой величины с величиной, воспроизводимой мерой.

Стандартизованы две разновидности понятия метода измерений: метод непосредственной оценки и метод сравнения с мерой. Эти названия, как и метод сравнения, неудачны, поскольку наводят на мысль о возможности измерения без сравнения. Представляется более правильным говорить о непосредственном и опосредованном сравнении с мерой. При этом непосредственным и опосредованным сравнение может быть как во времени, так и в отношении физической природы величин.

Отметим, что в измерительной практике метод измерений часто отождествляют с принципом действия СИ. Например, говорят о термоэлектрическом методе измерений электрической мощности на СВЧ, электродинамическом методе измерений силы тока, оптическом методе измерений высоких температур, кондуктометрическом методе измерений концентрации, индукционном методе измерений расхода. Такой подход не конструктивен с точки зрения пользователя СИ, который озабочен не тем, каков принцип действия СИ, а тем, как правильно и эффективно его использовать для решения измерительной задачи физического эксперимента.

Метод измерения — это совокупность физического и метрологического принципов измерений. Это определение естественным образом объединяет обе указанные выше трактовки.

Методы измерений можно классифицировать по различным признакам. Прежде всего следует отметить классификацию по основным измерительным операциям.

Различают следующие методы измерений:

метод непосредственной оценки, в котором значение величины определяют непосредственно по отсчетному устройству прибора;

метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой.

Метод сравнения с мерой имеет модификации:

противопоставления, когда измеряемая и воспроизводимая мерой величины одновременно воздействуют на СИ, с помощью которого определяется соотношение между этими величинами (весы с гирями);

дифференциальный, когда на измерительный прибор воздействует разность измеряемой величины и величины, воспроизводимой мерой;

нулевой — частный случай дифференциального, когда результирующий эффект воздействия двух величин на СИ сравнения доводят до нуля;

совпадений, когда разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, определяют, используя совпадение отметок шкал или периодических сигналов (стробоскопы, нониусы);

замещения, когда измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой (измерение размера при помощи концевых плиток, измерение объемов наполнением).

Контрольные вопросы

1. Как связаны между собой структурные элементы физического эксперимента?
2. Какие бывают объекты исследований?
3. Какие свойства объекта влияют на процедуру измерения?
4. Как формируется модель объекта измерений?
5. Что является целью физического эксперимента?
6. Поясните фразу «*Измерить можно только физическую величину, а физическую величину можно только измерить*».
7. Как классифицируются физические величины?
8. В чем отличие апостериорной информации от априорной?
9. Какие технические устройства относятся к средствам измерений?
10. Как нормируются метрологические характеристики средств измерений?
11. Назовите известные вам методы измерений.

РЕЗУЛЬТАТ И КАЧЕСТВО ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

3.1. УСЛОВИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Условия измерений оказывают существенное влияние на качество и результат измерений и характеризуются комплексом влияющих величин (ВВ), т. е. величин, не измеряемых данным СИ, но оказывающих на СИ или на объект влияние таким образом, что это приводит к искажению результата измерений.

Условия измерений — совокупность влияющих величин, описывающих состояние окружающей среды и средства измерений.

В соответствии с ISO 10012:2003 *влияющая величина* — это физическая величина, которая не может быть объектом измерений, но воздействует на размер измеряемой величины и (или) результат измерения. На СИ и соответственно на результат измерения оказывают влияние температура, влажность, давление окружающей среды, механические факторы (вибрации, удары, линейные и угловые ускорения), электромагнитные помехи, запыленность и т. д.

Многие СИ (в первую очередь датчики) устанавливаются на контролируемом объекте в местах непосредственного концентрированного одновременного воздействия многих ВВ. Поэтому СИ должно обладать селективностью по отношению к измеряемому параметру и независимостью (в пределах допустимой погрешности) по отношению ко всем остальным факторам.

Для оценки воздействия ВВ вводят функции влияния по каждому из дестабилизирующих факторов, которые позволяют рассчитать дополнительные погрешности СИ. Выделение ВВ при точных измерениях позволит уменьшить погрешность результата измерения путем введения поправки. Для этого следует иметь необходимую и надежную информацию о всех влияющих факторах в местах установки СИ.

Например, если измеряемая ФВ — давление, измеряемое датчиком давления, а основная дестабилизирующая ФВ — температура, измеряемая датчиком температуры, то в результат измерения можно ввести поправку на температуру.

В метрологической практике различают нормальные и рабочие условия применения СИ.

Нормальные условия устанавливают для определения МХ и последующих проверок СИ в виде нормальных значений или нор-

мальных областей значений ВВ, в пределах которых их действием на СИ можно пренебречь.

В соответствии с ISO 10012:2003 нормальные условия — условия применения СИ, предписываемые для проведения испытаний или для обеспечения достоверности взаимного сравнения результатов измерений. Нормальные условия измерений задаются в нормативно-технической документации.

Например, в ракетно-космической отрасли в качестве нормальных принимаются условия, для которых установлены следующие значения ВВ:

- температура от 288 до 303 К (15–30 °С);
- давление от $8,6 \cdot 10^4$ до $10,6 \cdot 10^4$ Па (645–795 мм рт. ст.);
- влажность от 45 до 80 %;
- частота сети переменного тока 50 Гц ± 1 %;
- напряжение сети переменного тока $U = 220 \text{ В} \pm 10$ %.

При рабочих условиях измерений ВВ находятся в пределах рабочей области значений. Это условия, отличные от нормальных.

Рабочей областью значений ВВ называется область значений ВВ, для которой нормируются дополнительные погрешности.

Условия измерений могут быть *контролируемыми* или *неконтролируемыми*. Такое разграничение условно: с одной стороны, невозможно полностью контролировать все условия проведения измерения, а с другой — невозможно осуществить измерение в условиях, полностью не контролируемых. Таким образом, можно говорить о неконтролируемости условий в определенных пределах, которые обусловлены требуемой точностью измерений.

Контроль условий может осуществляться двумя способами.

Первый способ — стабилизация условий с помощью технических средств, так чтобы ВВ находились в требуемых границах. Это гарантирует достижение требуемой точности измерений. Такой путь предпочтителен, однако не всегда возможен. Прежде всего это связано с характером и управляемостью объекта исследований. Если объект является природным, то, как правило, управление условиями измерений и их стабилизация невозможны.

Второй способ — контроль условий путем измерений ВВ с использованием результатов этих измерений при обработке данных.

При особо точных и ответственных измерениях контроль условий их проведения осуществляют комбинированным способом: насколько возможно стабилизируют условия и достаточно точно измеряют влияющие величины, что позволяет ввести соответствующие поправки в результаты.

3.2. РЕЗУЛЬТАТ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Конечной целью любого измерения является результат измерения.

Результат измерения физической величины — это значение ФВ, полученное путем ее измерения. Он представляется *именованным* или *неименованным* числом.

Можно говорить о результатах измерений в узком и широком смысле.

В узком смысле результат любого измерения есть значение ФВ, т. е. именованное число.

В широком смысле можно говорить о результате определенной совокупности измерений, связанных единой целью. Так, результатом совокупных измерений можно считать совокупность значений одноименных величин, которые получены путем решения системы уравнений. Результат динамических измерений изменяющейся во времени величины есть совокупность значений величины с указанием моментов времени, которым соответствуют эти значения. Результатом совместных измерений можно считать найденную зависимость между величинами.

Качество результата измерения определяется степенью близости его к истинному значению измеряемой величины. Оно может проявляться и описываться по-разному. Например, результат может не превосходить истинного значения или быть не меньше его (отклонение с односторонним пределом), может отличаться от истинного значения в ту или иную сторону на ограниченную величину (отклонение с двусторонними пределами, в том числе симметричными); наконец, результат может иметь некоторое (известное или неизвестное) вероятностное распределение по множеству измерений одной и той же величины, проводимых в одинаковых условиях.

Качество результатов измерений характеризуется точностью, сходимостью, воспроизводимостью, правильностью, достоверностью.

Точность результата — качество, отражающее степень близости результата измерений к истинному значению. Высокая точность соответствует малым погрешностям всех видов — как систематических, так и случайных.

Сходимость (повторяемость) результатов — характеристика качества измерений, отражающая степень близости друг к другу результатов измерений одной и той же величины, выполняемых повторно одним и тем же методом на идентичных объектах, в одинаковых условиях, одним и тем же оператором с использо-

ванием одного и того же оборудования, в пределах короткого промежутка времени. Количественную оценку сходимости измерений можно произвести по разностям полученных значений величины или отсчетов показаний. Сходимость измерений двух групп многократных измерений характеризуется размахом, средней квадратической или средней арифметической погрешностью.

Воспроизводимость результатов — характеристика качества измерений, отражающая степень близости друг к другу независимых результатов измерений одной и той же величины, полученных в условиях воспроизводимости — одним и тем же методом на идентичных объектах, в разных лабораториях, разными операторами, с использованием различного оборудования.

Правильность результата — характеристика качества измерений, отражающая степень близости к нулю систематических погрешностей. Обнаружение и оценка систематических погрешностей являются главными задачами при обработке экспериментальных данных.

Достоверность результата — характеристика качества измерений, отражающая степень доверия к результату измерения и вероятность того, что истинное значение измеряемой физической величины лежит в окрестности действительного значения, границы которого указываются.

Размах результатов — алгебраическая разность наибольшего и наименьшего результатов отдельных наблюдений, образующих ряд (или выборку) из n наблюдений:

$$R_n = x_{\max} - x_{\min},$$

где R_n — размах; $x_{\max}$, $x_{\min}$ — наибольшее и наименьшее значения величины в данном ряду наблюдений.

Возможность измерения ФВ обосновывается следующей теоремой: каждому размеру величины Q можно приписать положительное действительное число q , являющееся наименьшим из рациональных чисел m/n , где m и n — целые числа, определяемые из соотношения $nQ < m[Q]$, ($[Q]$ — некоторый размер физической величины, называемый единицей данной физической величины). Число q называется числовым значением величины Q , а ее количественное выражение в виде некоторого числа принятых для нее единиц — значением ФВ,

$$Q = q[Q].$$

Последнее уравнение часто называют основным уравнением измерения [24]. Оно показывает, что числовое значение величины

зависит от размера принятой единицы. Для единиц $[Q]_1$ и $[Q]_2$ числовые значения одной и той же величины:

$$q_1 = Q/[Q]_1; \quad q_2 = Q/[Q]_2,$$

откуда непосредственно следует

$$q_2 = q_1[Q]_1/[Q]_2 = k_{1-2}q,$$

где k_{1-2} — переводной множитель, т. е. отвлеченное число, на которое нужно умножить числовое значение величины, выражаемое в первой единице, чтобы получить ее числовое значение, выраженное во второй единице.

В большинстве случаев операция измерения данной ФВ осуществляется с применением *измерительной шкалы* — упорядоченной совокупности значений ФВ, служащей исходной основой для измерений данной величины.

Шкала наименований (классификации) применяется для не количественных сравнений. Например: атлас цветов, образцы шероховатости.

Шкала рангов (порядка) — монотонно возрастающая или убывающая последовательность величин, для которой не определена единица измерений, но могут быть выделены отдельные опорные значения (реперные точки). Например: условная шкала Бофорта (сила ветра — 12 баллов), шкала вязкости Энглера, шкала твердости минералов Мооса (10 опорных значений от талька — 1, до алмаза — 10).

Эти две шкалы неметрические (условные), по ним возможно только сравнение или оценка, измерение в соответствии с определением данного термина невозможно из-за отсутствия единиц величин.

На шкале порядка (рангов) после двух или более измерений, т. е. после сравнения Q_i с несколькими членами ранжированного ряда, измерительная информация может быть представлена в виде

$$Q_i = Q_j + Q_{j+1}.$$

Опорным (реперным) точкам $j = 0, 1, 2, 3 \dots$ на шкалах порядка принято ставить в соответствие баллы (табл. 3.1, 3.2).

С таким же успехом можно использовать буквенные обозначения или другие символы. Особенностью реперных шкал является то, что размеры Q_j , образующие ранжированный ряд, как и интервалы между ними, неизвестны. Поэтому баллы ни складывать, ни

Шкала Бофорта для измерения силы ветра [24]

Сила ветра, балл	Название	Признак
0	Штиль	Дым идет вертикально
1	Тихий	Дым идет слегка наклонно
2	Легкий	Ощущается лицом, шелестят листья
3	Слабый	Развеваются флаги
4	Умеренный	Поднимается пыль
5	Свежий	Вызывает волны на воде
6	Сильный	Свистит в вантах, гудят провода
7	Крепкий	На волнах образуется пена
8	Очень крепкий	Трудно идти против ветра
9	Шторм	Срывает черепицу
10	Сильный шторм	Вырывает деревья с корнем
11	Жестокий шторм	Большие разрушения
12	Ураган	Опустошительное действие

Минералогическая шкала твердости [24]

Балл	Твердость
0	Меньше твердости талька
1	Равна твердости талька или больше ее, но меньше твердости гипса
2	Равна твердости гипса или больше ее, но меньше твердости известкового шпата
3	Равна твердости известкового шпата или больше ее, но меньше твердости плавикового шпата
4	Равна твердости плавикового шпата или больше ее, но меньше твердости апатита
5	Равна твердости апатита или больше ее, но меньше твердости полевого шпата
6	Равна твердости полевого шпата или больше ее, но меньше твердости кварца
7	Равна твердости кварца или больше ее, но меньше твердости топаза
8	Равна твердости топаза или больше ее, но меньше твердости корунда
9	Равна твердости корунда или больше ее, но меньше твердости алмаза
10	Равна твердости алмаза или больше ее

вычитать, ни умножать, ни делить нельзя. На шкалах порядка не определены никакие математические операции. Шкалы порядка наименее информативны из всех измерительных шкал. Наибольшее распространение шкалы порядка получили в областях, где к измерительной информации не предъявляются высокие требования. В промышленном производстве для измерений по шкалам порядка используются шаблоны.

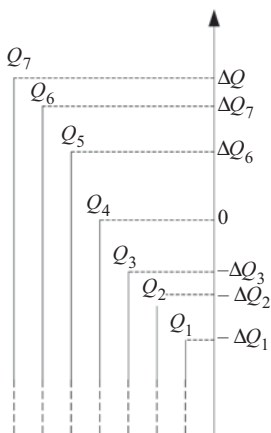


Рис. 3.1. Построение шкалы интервалов для $j = 4$ [24]

Шкала интервалов (разности) имеет две опорные точки (основные реперы), одна из которых принята за начало отсчета и служит для представления результатов измерений, полученных посредством экспериментального сравнения i -го размера с j -м по правилу $Q_i - Q_j = \Delta Q$. Сами размеры Q_i и Q_j остаются при этом неизвестными (рис. 3.1) [24].

Нуль на шкале интервалов не определен и зависит от выбора размера, с которым производится сравнение. Вследствие этого по шкале интервалов можно установить, на сколько один размер больше другого, но нельзя сказать, во сколько раз.

По шкалам интервалов измеряются время, расстояние (если неизвестно начало пути), температура и др.

Пример. На рис. 3.2 приведены температурные шкалы Цельсия, Реомюра, Фаренгейта и Кельвина [24]. Первые и последние из них разбиты на интервалы, равны 0,01 разности температур кипения воды и таяния льда при атмосферном давлении. Шкалы Реомюра и Фаренгейта разбиты на градусы, равные соответственно $1/80$ и $1/180$ этого интервала. По шкалам Цельсия и Реомюра сравнение ведется с температурой таяния льда, по шкале Фаренгейта — с температурой смеси льда с солью и нашатырем, по шкале Кельвина — с температурой, при которой прекращается тепловое движение молекул.

На градуированных шкалах интервалов откладываются не размеры ΔQ_i , а значения ΔQ_i интервалов. Определить размер по шкале интервалов нельзя.

Шкала отношений (шкала интервалов с естественным нулем) служит для представления результатов измерений, полученных посредством экспериментального сравнения неизвестного размера $Q_i = Q$ с размером $Q_j = [Q]$ по правилу $Q/[Q] = q$. Числовое значение q показывает, во сколько раз измеряемый размер Q больше размера $[Q]$, принятого за единицу измерения или на сколько единиц он больше нуля. На градуированных шкалах отношений откладывают не числовые значения Q , а значения $Q = q[Q]$ размеров Q .

Градуированная шкала интервалов переходит в градуированную шкалу отношений при $Q_j \rightarrow 0$; $\Delta Q \rightarrow Q_i = Q$. На рис. 3.2 шкала Кельвина представляет собой уже шкалу отношений.

Шкала отношений является самой совершенной и наиболее распространенной из всех измерительных шкал. Это единственная шкала, по которой можно установить значение измеренного размера. На шкале отношений определены любые математические

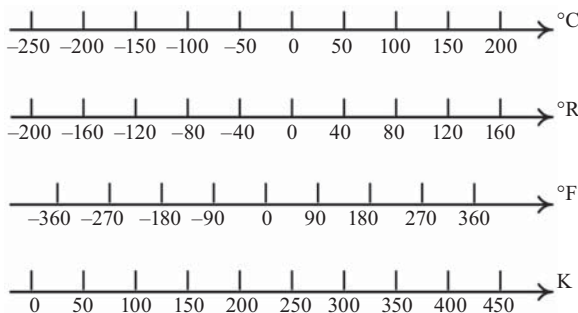


Рис. 3.2. Температурные шкалы Цельсия, Реомюра, Фаренгейта и Кельвина

операции, что и позволяет вносить в показания, нанесенные на шкалу, мультипликативные и аддитивные поправки.

Шкалы отношений используются у подавляющего большинства измерительных устройств.

Примеры. 1. Оператор снял показание щитового вольтметра — 220 В, т. е. произвел отсчет. Этот отсчет и есть результат измерения R , т. е. R равно отсчету.

2. При измерении массы m вещества на весах выполнено пять равноточных измерений: m_1, m_2, m_3, m_4 и m_5 , результаты отдельных наблюдений равны соответственно 5,5; 5,6; 5,5; 5,4 и 5,5 мг. В этом случае за результат многократного измерения принимают среднее арифметическое из пяти значений: $m = 5,5$ мг.

Часто в полученный результат измерений вводят поправку, т. е. значение величины, вводимое в неисправленный результат измерения в целях исключения составляющих систематической погрешности. В итоге значения величины до и после введения поправки будут различными.

При неравноточных измерениях результатом многократного измерения является среднее взвешенное.

Среднее взвешенное значение — среднее значение величины, полученное на основании ряда неравноточных измерений с учетом весов отдельных результатов, принятых в обработку:

$$R = \bar{a}_p = \frac{\sum_{i=1}^n a_i p_i}{\sum_{i=1}^n p_i},$$

где a_i — значение величины, полученное из i -го измерения, входящего в ряд неравноточных измерений; p_i — вес i -го измерения данного ряда.

Пример. На основании измерений (с разным числом опытов) одного и того же плоского угла α в разное время получены следующие значения:

α_i	Число опытов	P_i
13°18'10"	3	1
13°18'08"	6	2
13°18'06"	9	3
13°18'04"	12	4
13°18'00"	15	5

Среднее взвешенное значение угла 13°18'04".

Абсолютная шкала — шкала для определения относительных величин, в этом случае единица измерений безразмерная.

К числу основных понятий метрологии, используемых при измерениях и представлении результатов измерений, относится понятие «система единиц».

Система единиц величин — совокупность основных и производных единиц величин, образованная в соответствии с установленными принципами. Применяемые в России единицы величин установлены в ГОСТ 8.417–2002 «ГСИ. Единицы величин».

Символы (размерность) основных величин системы единиц СИ: L — длина (м), M — масса (кг), T — время (с), I — электрический ток (А), Q — термодинамическая температура (К), J — сила света (кд), N — количество вещества (моль).

Когерентная производная единица физической величины — производная единица физической величины, связанная с другими единицами системы единиц уравнением связи, в котором числовой коэффициент равен 1.

Примеры когерентных производных единиц физических величин:

- давление — $L^{-1}MT^{-2}$, Па (паскаль);
- мощность — L^2MT^{-3} , Вт (ватт);
- электрическое напряжение — $L^2MT^{-3}I^{-1}$, В (вольт);
- электрическая емкость — $L^{-2}M^{-1}T^4I^2$, Ф (фарад);
- электрическое сопротивление — $L^2MT^{-3}I^{-2}$, Ом (ом);
- индуктивность — $L^2MT^{-2}I^{-2}$, Гн (генри).

3.3. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Качество результатов измерений принято характеризовать размером допускаемых погрешностей.

Погрешность результата измерения — отклонение результата от истинного значения измеряемой величины.

Истинное значение и результат принадлежат не к ряду реальных, а к ряду отражений (моделей). Вследствие принципиальной неадекватности любой модели отражаемой реальности невозможно обеспечить тождественность полученного результата измерения

и истинного значения измеряемой величины, оперируя с реальными объектами и СИ в реальных условиях, иными словами, невозможно точно определить погрешность измерения, так как в противном случае, введя в результат поправку, можно было бы найти истинное значение. Поэтому в метрологии ставится задача оценивания погрешности измерения, а не ее точного определения.

Довольно давно было высказано предложение о замене понятия «погрешность» понятием «неопределенность», которая может быть выражена интервалом. В последнее время это предложение получило поддержку [26]. Аргументация сторонников такого подхода базируется на том, что погрешность принципиально невозможно определить точно в эксперименте, что является следствием невозможности абсолютно точного измерения. Однако этот факт есть выражение основного диалектического противоречия в области измерительного дела между потребностями практики и объективными возможностями их удовлетворения. Разрешение этого противоречия составляет содержание метрологической деятельности. Погрешность характеризует степень разрешения указанного противоречия и потому представляет собой одно из основополагающих понятий метрологии.

Кроме того, термин «неопределенность» неприменим по семантическим соображениям к результату измерения, положение которого на числовой оси точно определено. Неопределенным является лишь взаимное положение результата и истинного значения измеряемой величины.

Рассмотрим составляющие погрешности измерения. Погрешность измерения возникает вследствие воздействия многих факторов, сопутствующих измерению. Традиционный аналитический подход при изучении погрешности состоит в разделении ее на составляющие, каждая из которых обусловлена определенным фактором. Это позволяет исследовать источники составляющих погрешности, провести необходимые эксперименты, в том числе вспомогательные измерения, и в итоге определить свойства и с необходимой точностью оценить составляющие. Зная свойства и оценки составляющих, можно правильно учесть их при оценке суммарной погрешности, а также при необходимости ввести поправки в результат измерения и (или) организовать измерительный эксперимент таким образом, чтобы свести составляющие и суммарную погрешность к допустимому уровню.

Естественно выделять составляющие и их источники, соответствующие структурным элементам измерения. Погрешности измерения по источникам возникновения можно разделить на инструментальную, методическую и субъективную (рис. 3.3).



Рис. 3.3. Классификация погрешностей измерения по источникам возникновения

В первую очередь выделяется группа источников, связанных с объектами исследования и взаимодействием с ним СИ.

Методические (или теоретические) погрешности (МП) возникают из-за недостаточной разработки теории или метода измерения, допущенных упрощений при проведении измерений, неточности передачи размера ФВ от объекта к СИ, погрешности обработки данных и т. п. Несоответствие принятой модели объекту (пороговое несоответствие) определяет первую принципиально не устранимую составляющую погрешности, которая ограничивает достижимую точность измерений. Действительно, с одной стороны, выбор метода и СИ обусловлен определением понятия измеряемой величины, следовательно, моделью объекта. С другой стороны, СИ взаимодействует с реальным объектом. Поэтому даже при совершенной реализации метода и СИ, т. е. при их идеальном соответствии измерительной задаче, а значит, модели объекта, результат измерения не совпадает со значением измеряемой величины (параметром модели) из-за того, что воспринимаемая СИ особенность реального объекта отличается от выделенного на модели параметра.

К методическим относятся также составляющие погрешности, обусловленные несовершенством приемов, с помощью которых реализуют принцип измерения, и ограниченной точностью формул, используемых для нахождения результата измерения.

Примеры. 1. Причиной погрешности измерения диаметра цилиндрической детали, обусловленной неадекватностью модели, является некруглость цилиндра, т. е. неидентичность поперечных размеров в различных направлениях.

2. При измерении давления газа в замкнутом резервуаре с помощью мембранного преобразователя погрешность, обусловленная влиянием СИ на объект,

вызывается тем, что прогиб мембраны под воздействием давления изменяет объем резервуара, что, в свою очередь, приводит к изменению давления в нем.

3. Массу бензина в топливном баке автомобиля определяют косвенным способом — путем измерения уровня бензина. Но уровень зависит от плотности топлива, которая, в свою очередь, зависит от температуры окружающей среды, марки бензина и т. д. При этом возникает погрешность.

4. Примером термодинамической помехи служит термоЭДС во входной цепи электроизмерительного прибора. Она определяется термоэлектрическими характеристиками металлов, из которых изготовлены элементы цепи, и температурой среды, в которую они помещены.

5. Погрешность от несовершенства приемов реализации принципа измерения иллюстрируется на примере косвенного измерения электрического сопротивления на основе закона Ома (с помощью амперметра и вольтметра). В зависимости от подключения приборов показания того или другого содержат систематические погрешности, что обуславливает погрешность результата.

Методические погрешности не зависят от качества изготовления СИ.

Субъективная погрешность (погрешность отсчета, личная погрешность) — погрешность, обусловленная индивидуальными особенностями оператора. Она проявляется в тех случаях, когда считывание показаний и фиксирование (регистрация) результатов наблюдений осуществляются либо оператором, либо автоматически; главная их причина — округление отсчетов.

Обработка результатов наблюдений, которую проводят, как правило, с использованием средств вычислительной техники, обуславливает составляющие погрешности, одни из которых относятся к методическим, другие — к инструментальным.

Несовершенство СИ, обусловленное принципом действия, конструктивными и технологическими ограничениями, определяет одну из важнейших составляющих погрешности — инструментальную (аппаратурную).

Инструментальная погрешность включает в себя погрешность СИ $\Delta_{СИ}$ (см. п. 2.4.2) и погрешность взаимодействия СИ с объектом Δ_{imp} .

Погрешность Δ_{imp} возникает из-за того, что передача информации всегда связана с отбором какой-то энергии от объекта. Взаимодействие СИ с объектом может быть различным по физической природе: механическим, электрическим, тепловым и т. д. Однако в любом случае оно связано с энергетическим обменом между объектом и СИ, происходящим во времени и пространстве. Этот обмен может быть описан с помощью термодинамических и информационных соотношений. Уровень энергетического обмена определяет степень воздействия СИ на объект, которое вызывает изменение его свойств, в первую очередь измеряемой величины. Таким образом, возникает вторая неустранимая составляющая погрешности Δ_{imp} .

Например, при включении измерительного прибора в электрическую цепь изменяется режим работы данной цепи. Указанная погрешность практически отсутствует при использовании бесконтактных методов и измерительных приборов.

Необходимо четко различать погрешность СИ и погрешность измерения. Погрешность СИ является лишь частью погрешности измерения.

3.4. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Повысить точность измерения можно, прибегая к следующим методам:

- замене средств измерений более точными;
- использованию более точной формулы измерений;
- структурной информационной избыточности — тестовым методами;
- функциональной информационной избыточности.

Самый простой метод повышения точности измерения — замена менее точного СИ более точным. Но этот прием не всегда возможен в силу той или иной конкретной ситуации. Например, под рукой может отсутствовать более точное СИ или приобретение более точного СИ невозможно по экономическим соображениям (более точное СИ, как правило, более дорогое) и т. д. Поэтому чаще используют второй метод.

Повышение точности формулы измерений на этапе планирования. Составляющие погрешности измерений, обусловленные отличием номинальной формулы измерений от действительной, могут быть уменьшены применением более совершенного алгоритма измерений.

Пример 1. При измерении диаметра вала с помощью микрометра измеряют расстояние a , т. е. номинальная формула измерений имеет вид $d = a$. При этом возникает составляющая погрешности измерения, обусловленная некруглостью вала (рис. 3.4, a).

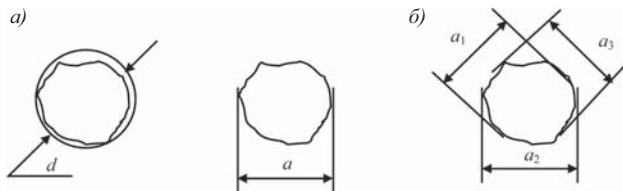


Рис. 3.4. Схемы измерения диаметра вала

Составляющую погрешности можно уменьшить, если в методике измерений предусмотреть n измерений, перед каждым из которых вал поворачивают на угол $360^\circ/n$, измеряя таким образом n расстояний: $a_1, a_2, \dots, a_n$ между рабочими поверхностями микрометра, а за искомый диаметр принимают наибольшее из этих расстояний (рис. 3.4, б).

Уточненная номинальная формула измерений

$$d = \max \{a_1, a_2, \dots, a_n\}.$$

Дальнейшее повышение точности измерения возможно, если мы найдем среднее арифметическое результатов n измерений, дисперсия которого в n раз меньше дисперсии любого единичного измерения. Формула измерений в этом случае будет иметь вид

$$d = \text{cp} \{a_1, a_2, \dots, a_n\}.$$

Пример 2. Записать формулу измерения температуры в комнате с помощью одного градусника и уточненную формулу измерения с помощью n градусников.

Для одной точки пространства комнаты и одного градусника формула измерения будет иметь вид: $t = t$, для k -точек и одного градусника

$$t = \text{cp}\{t_1, t_2, \dots, t_k\}; \quad t = \max\{t_1, t_2, \dots, t_k\};$$

$$t = \min\{t_1, t_2, \dots, t_k\}; \quad t = \text{med}\{t_1, t_2, \dots, t_k\}.$$

Для k -точек, i -моментов времени и одного градусника

$$t = \text{cp} \left\{ \begin{matrix} t_{11} & t_{21} & t_{31} & \dots & t_{k1} \\ t_{12} & t_{22} & t_{32} & \dots & t_{k2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{1i} & t_{2i} & t_{3i} & \dots & t_{ki} \end{matrix} \right\},$$

или $t = \text{cp}\{t_{ki}\}; \quad t = \max\{t_{ki}\}; \quad t = \text{med}\{t_{ki}\}; \quad t = \min\{t_{ki}\}.$

Для k -точек, i -моментов времени и j -градусников

$$t = \text{cp}\{t_{kij}\}; \quad t = \max\{t_{kij}\}; \quad t = \min\{t_{kij}\}; \quad t = \text{med}\{t_{kij}\}.$$

Информационная избыточность. Под *информационной избыточностью* (ИИ) понимают такое состояние информации, получаемой в процессе измерений, при котором ее объем формально превышает количество информации, необходимой для суждения о состоянии объекта [2, 11].

Под *структурной информационной избыточностью* понимается включение в измерительную систему дополнительных СИ, измеряющих одну и ту же ФВ.

Пусть выполняются два измерения одной и той же ФВ двумя однотипными СИ, причем в погрешности доминирует систематическая составляющая, для которой установлены допускаемые граничные значения.

Имеем результаты измерений x_1 и x_2 и погрешности Δx_1 и Δx_2 :

$$x_{\text{ср}} = \frac{x_1 + x_2}{2} = x_{\text{ист}} + \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2},$$

где $x_{\text{ист}} = x_1 + \Delta x_1$; $x_{\text{ист}} = x_2 + \Delta x_2$.

Средний результат характеризуется меньшей погрешностью.

Метод *структурной информационно избыточности* позволяет уменьшить в первую очередь систематическую погрешность измерений. Наиболее целесообразно его применение при аттестации и градуировке измерительных устройств. Например, несколько СИ давления класса точности 0,6 могут образовать измерительную систему класса точности 0,02 и 0,03.

Практическое использование метода структурной ИИ осложняется трудностью априорной оценки возможного выигрыша в точности измерений.

При использовании нескольких СИ для измерения одной и той же ФВ по закону $1/\sqrt{n}$ уменьшается не результирующая погрешность, а отклонение от математического ожидания, которое, строго говоря, остается неизвестным.

К *структурным методам* повышения точности относятся тестовые методы (ТМ).

Сущность тестового метода состоит в формировании специальных аддитивных и мультипликативных тестовых сигналов (ТС) высокой стабильности, проведении дополнительных измерений, организованных с учетом этих ТС, и обработке результатов измерений в целях получения значения измеряемой ФВ, определяемого значениями тестовых сигналов и выходного сигнала в отдельных измерениях. При этом результат измерения от параметров реальной функции преобразования (РФП) не зависит [2].

Аддитивный тестовый сигнал имеет значение, которое не зависит от измеряемой величины.

Мультипликативный тестовый сигнал имеет значение, которое пропорционально измеряемой величине.

В общем случае номинальную функцию преобразования (НФП) средства измерений представляют в виде полинома

$$y_n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n, \quad (3.1)$$

где $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ — параметры номинальной функции преобразования.

В реальных условиях эксплуатации значения параметров отличаются от своих номинальных значений вследствие воздействия ВВФ, старения элементов и т. п. Поэтому в реальных условиях РФП будет иметь вид

$$y_p = a_{0p} + a_{1p}x + a_{2p}x^2 + \dots + a_{np}x^n, \quad (3.2)$$

где a_{0p} , a_{1p} , a_{2p} , ..., a_{np} — параметры реальной функции преобразования.

Для приведенной к выходу погрешности СИ с учетом (5.1) и (5.2) имеем

$$\Delta y = \Delta a_0 + \Delta a_1 x + \Delta a_2 x^2 + \dots + \Delta a_n x^n,$$

где $\Delta a_i = a_{ip} - a_i$, $i = 0, 1, \dots, n$.

Сущность тестового метода повышения точности измерений заключается в определении параметров функции преобразования с помощью дополнительных преобразований тестов, каждый из которых функционально связан с измеряемой ФВ.

В общем случае при реализации тестового метода процесс измерений состоит из $(n + 1)$ тактов. В первом (основном) такте преобразуется измеряемая ФВ, а в n других (дополнительных) тактах — тесты $A_1(x)$, $A_2(x)$, ..., $A_n(x)$.

Результаты основного и дополнительных преобразований могут быть представлены в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} y_0 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n; \\ y_1 = a_0 + a_1 A_1(x) + a_2 [A_1(x)]^2 + \dots + a_n [A_1(x)]^n; \\ y_2 = a_0 + a_1 A_2(x) + a_2 [A_2(x)]^2 + \dots + a_n [A_2(x)]^n; \\ \vdots \\ y_n = a_0 + a_1 A_n(x) + a_2 [A_n(x)]^2 + \dots + a_n [A_n(x)]^n. \end{cases}$$

Сущность и содержание тестового метода хорошо проследить на примере СИ с линейной функцией преобразования:

$$y = a_0 + a_1 x.$$

В данном случае необходимо располагать тестами $A_1(x)$ и $A_2(x)$. Составляют систему уравнений:

$$\begin{cases} y_0 = a_0 + a_1 x; \\ y_1 = a_0 + a_1 A_1(x); \\ y_2 = a_0 + a_1 A_2(x), \end{cases}$$

откуда

$$y_0 = \frac{y_1 A_2(x) - y_2 A_1(x)}{A_2(x) - A_1(x)} + \frac{y_2 - y_1}{A_2(x) - A_1(x)} x,$$

где

$$a_0 = \frac{y_1 A_2(x) - y_2 A_1(x)}{A_2(x) - A_1(x)}; \quad a_1 = \frac{y_2 - y_1}{A_2(x) - A_1(x)}.$$

Пусть $A_1(x) = 0$, $A_2(x) = \Delta x$, тогда

$$\begin{cases} y_0 = a_0 + a_1 x; \\ y_1 = a_0; \\ y_2 = a_0 + a_1 \Delta x, \end{cases} \quad (3.3)$$

откуда

$$x = \frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_1} \Delta x.$$

Данная система уравнений реализуется с помощью схемы, приведенной на рис. 3.5.

При замкнутом ключе K_1 и разомкнутом ключе K_2 на вход СИ поступает измеряемая величина x . В момент времени t_1 на выходе СИ фиксируется величина y_0 (рис. 3.6). При размыкании ключа K_1 измеряемая величина отключается от входа СИ, и на выходе фиксируется значение y_1 , соответствующее начальному значению выходного сигнала. При замыкании ключа K_2 на вход подается высокостабильный аддитивный тестовый сигнал Δx , которому на выходе соответствует значение y_2 . По результатам трех измерений получают систему уравнений (3.3). Значения x определяют с помощью вычислительного устройства (ВУ). Таким образом, по-

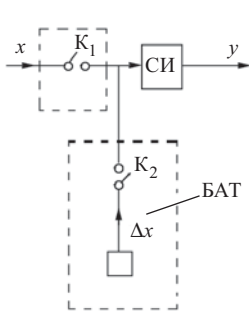


Рис. 3.5. Схема реализации системы уравнений (3.3)

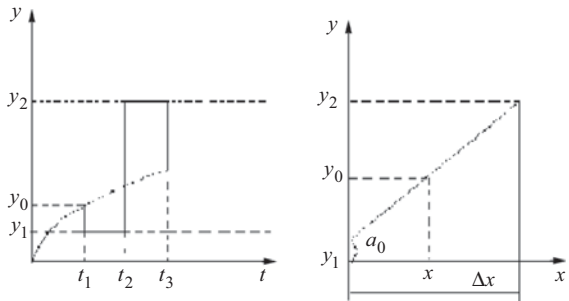


Рис. 3.6. Графики зависимостей $y = f(t)$, $y = f(x)$ для схемы рис. 3.5

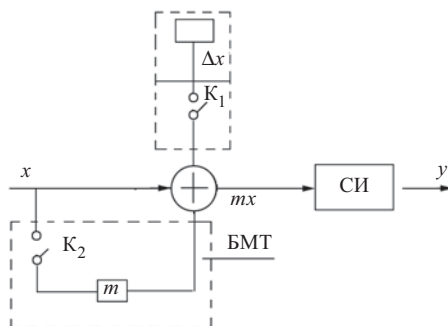


Рис. 3.7. Схема реализации системы уравнений (3.4):

БМТ — блок мультипликативных тестов

грешность измерения x определяется погрешностью формирования теста Δx и погрешностью оценки выходного сигнала y . От параметров ФП a_0 , a_1 результат измерения не зависит. Недостатком рассмотренной схемы является необходимость отключения измеряемой величины от входа, что для многих СИ затруднительно. От этого недостатка свободна схема, приведенная на рис. 3.7.

Вначале на вход СИ подается измеряемая величина x , на выходе фиксируется результат y . При замыкании ключа K_1 к значению измеряемой величины x добавляется высокостабильная величина аддитивного теста. В итоге на входе СИ действует значение $x + \Delta x$, которому на выходе соответствует значение y_1 . При размыкании K_1 и замыкании K_2 к значению измеряемой величины добавляется мультипликативный ТС, величина которого mx пропорциональна измеряемой величине, причем коэффициент m достаточно стабилен. В итоге на входе датчика действует значение $x + mx$, которому на выходе соответствует значение y_2 (рис. 3.8).

По результатам трех измерений для линейной ФП получаем следующую систему:

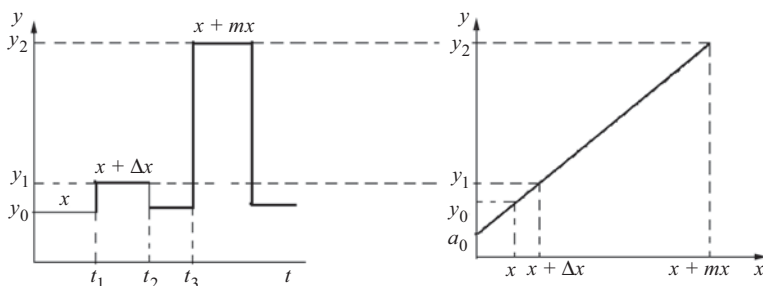


Рис. 3.8. Графики зависимостей $y = f(t)$, $y = f(x)$ для схемы на рис. 3.7

$$\begin{cases} y_0 = a_0 + a_1 x; \\ y_1 = a_0 + a_1 (x + \Delta x); \\ y_2 = a_0 + a_1 (x + mx), \end{cases} \quad (3.4)$$

откуда

$$x = \frac{y_2 - y_1}{y_1 - y_0} \frac{\Delta x}{m}.$$

Таким образом, значение измеряемой величины x от параметров ФП не зависит и определяется стабильными величинами Δx и m . Очевидно, что применение ТМ в данном случае дает эффект только при неизменном значении x (за время цикла измерения).

Если число дополнительных измерений увеличить, добавив одно измерение, при котором аддитивный и мультипликативный ТС действуют совместно, то появляется возможность исключения зависимости результата от параметра m (рис. 3.9).

Графическая зависимость $y = f(x)$ для схемы на рис. 3.9 приведена на рис. 3.10.

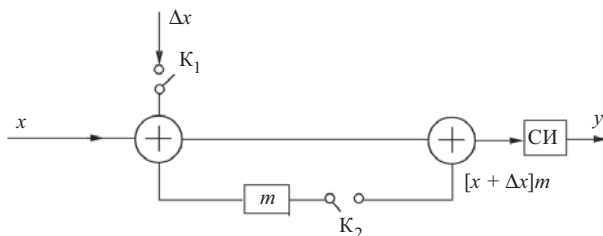


Рис. 3.9. Схема реализации системы уравнений (3.5)

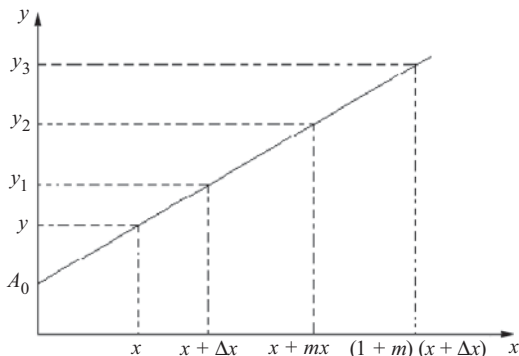


Рис. 3.10. График зависимости $y = f(x)$ для схемы рис. 3.9

По результатам четырех измерений составляется система уравнений:

$$\begin{cases} y_0 = a_0 + a_1 x; \\ y_1 = a_0 + a_1 (x + \Delta x); \\ y_2 = a_0 + a_1 (x + mx); \\ y_3 = a_0 + a_1 (1 + m)(x + \Delta x). \end{cases} \quad (3.5)$$

Решение системы:

$$x = \frac{y_2 - y_0}{(y_3 - y_1) - (y_2 - y_0)} \Delta x.$$

Достоинство ТМ — независимость результата измерений от параметров ФП, в результате чего исключаются прогрессирующие и большинство других погрешностей линейной аппроксимации в пределах размера тестового сигнала.

Недостатком рассмотренных структур ТМ является необходимость обеспечения высокой стабильности ТС, поскольку любые вариации значений тестов непосредственно идут в погрешность. Другим недостатком является жесткое требование к динамике измеряемой величины, значение которой за время цикла измерений должно оставаться практически неизменным.

Контрольные вопросы

1. Как влияют условия измерений на результат физического эксперимента?
2. Назовите основные составляющие погрешности измерения.
3. С помощью каких методов можно повысить точность измерений?
4. Как можно повысить точность измерения путем повышения точности формулы измерения?
5. В чем заключается структурная информационная избыточность?
6. Какая погрешность уменьшается при использовании метода структурной информационной избыточности?
7. В чем заключается тестовый метод повышения точности измерений?
8. Какой сигнал называется аддитивным, какой — мультипликативным?
9. Какие требования предъявляются к тестовым сигналам?
10. В каких случаях применение тестовых методов наиболее эффективно?

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

4.1. ФОРМАЛИЗОВАННОЕ (ОБЩЕЕ) ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕРЕНИЙ

Рассмотрим формализованное описание *физического эксперимента* — сложного процесса последовательных преобразований формального и неформального характера [17].

Измерение является, прежде всего, одной из разновидностей познания как процесса преобразования информации. Поэтому в качестве *исходного уравнения* для описания эксперимента необходимо взять общее уравнение преобразования априорной информации I_a в апостериорную I_p

$$\tilde{I} = I_a \rightarrow I_p, \quad (4.1)$$

где $\tilde{I}$ — оператор преобразования.

Последующая конкретизация абстрактного уравнения (4.1) основана на том, что измерение без постановки конкретной измерительной задачи проводить нельзя (бессмысленно).

На первом подготовительном подэтапе физического эксперимента постановка измерительной задачи ставится вопрос: «Что измерять?» Для проведения измерения необходимо указать, на каком объекте M , какую величину Q , в каких условиях $\{\xi_i\}$, с какой погрешностью δQ , когда t и за какое время Δt и т. д. требуется измерить, т. е. задать компоненты конкретной измерительной задачи Z_i :

$$Z_i = Z < M_i, Q_i, \{\xi_i\}, \delta Q_i, t_i, \Delta t_i, \dots >. \quad (4.2)$$

Теперь рассмотрим измерительный процесс как процедуру решения измерительной задачи.

На втором подготовительном подэтапе измерений планирование измерительного эксперимента в соответствии с измерительной задачей Z_i , отражающей вопрос: «Что измерять?», разрабатывают план измерительного эксперимента, уточняющий вопрос: «Как измерять?»

На этом этапе проводят выбор метода измерений m_i , необходимых средств измерений $\{S_i\}$, определяют наблюдателя V_i (оператора, который может выполнить измерительный эксперимент), уточняют (разрабатывают, выбирают) методику использования вы-

бранных средств измерений, методику m_{oi} и средств обработки экспериментальных данных $\{W_i\}$.

Разработку плана измерительного эксперимента осуществляют на основе априорной информации I_a , т. е. метрологической информации, накопленной до постановки задачи, и из содержания самой задачи Z_i .

На первом этапе уравнение преобразования имеет вид

$$\check{I}_z(V_z) : < I_a; Z_i > \rightarrow I_z, \quad (4.3)$$

где I_z — информация, соответствующая плану измерительного эксперимента; V_z — субъект, перерабатывающий исходную информацию I_a , Z_i .

Субъект, перерабатывающий исходную информацию, может не совпадать с наблюдателем (субъектом, выполняющим эксперимент): $V_i \neq V_z$.

Таким образом, план эксперимента определяется уравнением

$$I_z = < M_i, Q_i, \{\xi_i\}, \delta Q_i, t_i, \Delta t_i, m_i, \{S_i\}, V_i, m_{oi}, \{W_i\}, \dots >. \quad (4.4)$$

План измерительного эксперимента может быть многовариантным (альтернативным) за счет варьирования *управляемых параметров* $m_i, \{S_i\}, V_i, m_{oi}, \{W_i\}$.

Схематически первый этап изображен на рис. 4.1.

На втором этапе идет процесс реальных (физических) преобразований, связанных с физическим взаимодействием выбранных средств измерения $\{S_i\}$ с объектом M_i , внешними условиями $\{\xi_i\}$ и наблюдателем V_i .

Общее уравнение преобразования на этом этапе:

$$\check{I}_s(I_z) : < M_i, \{\xi_i\} > \rightarrow h_s, \quad (4.5)$$

где h_s — показания средств измерений, соответствующие реальному размеру измеряемой величины Q_i .

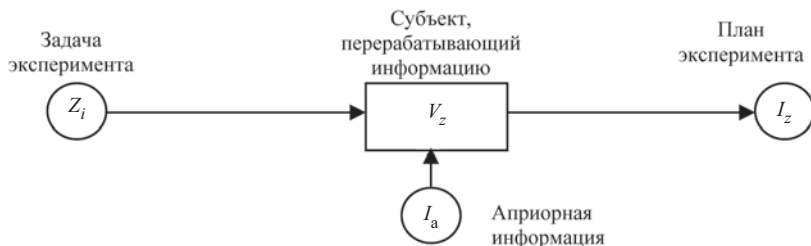


Рис. 4.1. Схема первого этапа эксперимента

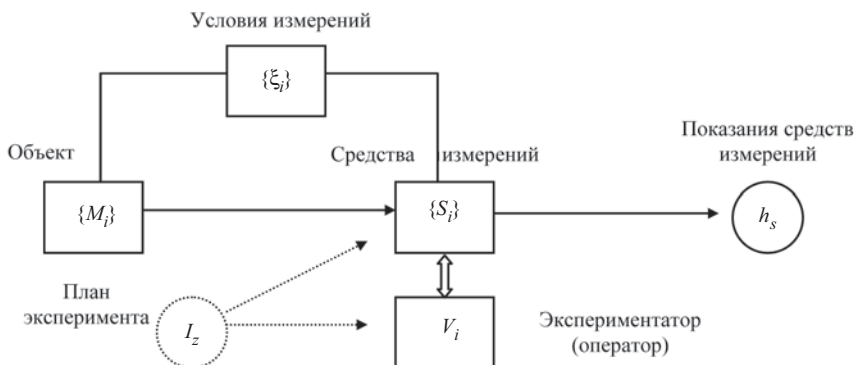


Рис. 4.2. Схема второго этапа физического эксперимента

Схематически второй этап изображен на рис. 4.2.

На третьем этапе проводят обработку полученной измерительной информации h_s на основе имеющейся априорной информации I_a с использованием (или без) вспомогательной вычислительной техники $\{W_i\}$ по выбранной методике обработки результатов m_{oi} .

Уравнение этапа

$$\tilde{I}_v(w) : < I_a; h_s > \rightarrow I_p. \quad (4.6)$$

Апостериорная информация I_p является совокупностью измерительной информации о значении измеряемой величины $Q_{зн}$, оценок неопределенности этого значения $\delta Q_{зн}$ и уточненной информации I'_a :

$$I_p = I'_a U(Q_{зн}, \delta Q_{зн}).$$

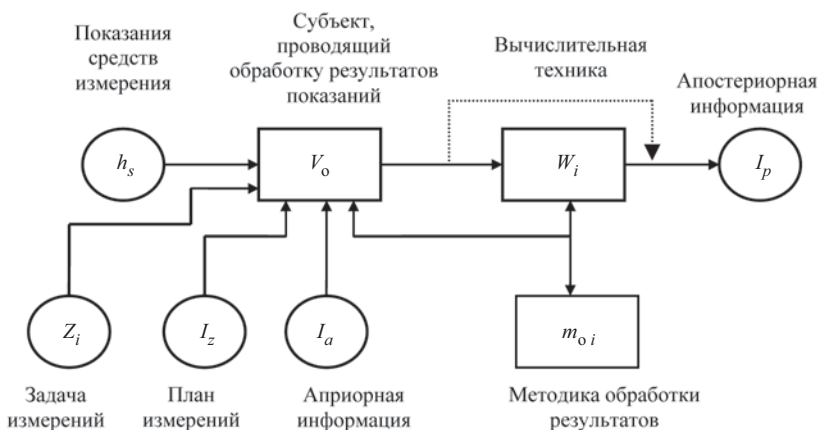


Рис. 4.3. Схема третьего этапа эксперимента

Алгоритм (оператор) перехода от h_s к $Q_{\text{зн}}$ зависит от типа и метода измерения. Например, для прямых однократных измерений имеем

$$X_{\text{зн}} = h_s Q_{0s} = N_s [Q]_s,$$

где Q_{0s} — постоянная данного СИ для выбранной числовой шкалы (цена деления шкалы); N_s и $[Q]_s$ — числовое значение и единица измеряемой величины, соответствующие данному СИ.

Схематически третий этап изображен на рис. 4.3.

4.2. ТЕХНИКА ФИЗИЧЕСКОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Измерительное преобразование физической величины — вид преобразования, при котором устанавливается взаимно-однозначное соответствие между размерами двух ФВ, сохраняющее для некоторого множества размеров преобразуемой величины все определенные для нее отношения и операции. Преобразуемая величина часто называется входной, а результат преобразования — выходной величиной.

Функциональная зависимость $y = f(x)$ между информативными параметрами выходного и входного сигналов средства измерения в виде аналитической зависимости, графика, таблицы, снятая в статическом режиме, называется *функцией преобразования*.

Множество размеров входной величины, подвергаемой преобразованию, называется *диапазоном преобразования*.

На практике сама необходимость измерений большинства физических величин вызывается именно тем, что они не остаются постоянными в диапазоне преобразования, а изменяются в функции от изменения других величин. В этом случае целью измерения является установление вида функциональной зависимости $y = f(x)$. Для этого должны одновременно определяться как значения x , так и соответствующие им значения y , а задачей эксперимента является установление *математической модели* исследуемой зависимости.

Определение математической модели включает в себя указание вида модели и определение значений ее параметров (коэффициентов, показателей степени и т. д.). Искомая функция может быть как функцией одной независимой переменной, так и функцией многих переменных. В современной теории измерительного эксперимента независимые переменные x принято называть *факторами*,

а зависимую переменную — *откликом* (ГОСТ 24026–80). В соответствии с этим стандартом эксперимент по определению функции вида $y = f(x)$ принято именовать *однофакторным*, а эксперимент по определению функции вида $y = F(x_1, \dots, x_k)$ — *многофакторным*.

4.2.1. ОСОБЕННОСТИ ОДНОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

При планировании эксперимента приходится решать задачу выбора числа уровней факторов. При непрерывном изменении независимых переменных теоретически возможен бесконечный объем данных.

При определении функциональной зависимости $y = f(x)$ требуется установить конечное *рациональное число* экспериментальных точек (отсчетов): если запланирован малый объем опытов, то цели могут быть не достигнуты, при слишком большом объеме опытов возрастает стоимость эксперимента, его проведение и обработка результатов измерений занимают много времени.

Выбор количества и положения на оси x экспериментальных точек начинают с определения *граничных значений* независимых переменных. Эти значения часто задаются условиями эксплуатации изделий или определяются конкретными задачами исследования.

Выбор *промежуточных значений* независимой переменной (или интервалов) определяется характером экспериментальной функции, способом воспроизведения искомой функции по экспериментальным точкам и требуемой точностью измерения.

В случае *линейной зависимости* достаточно двух точек, соответствующих граничным значениям фактора. При необходи-

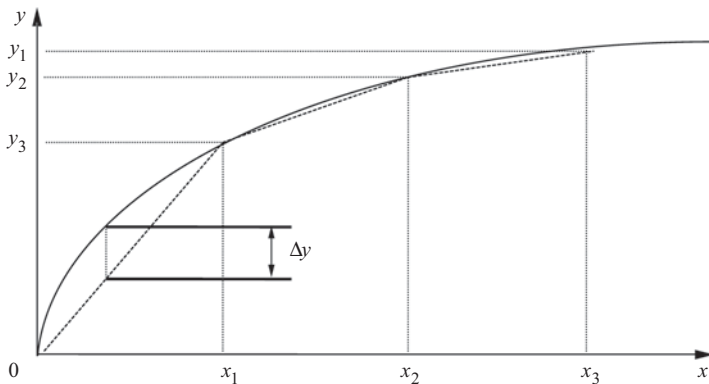


Рис. 4.4. График зависимости $y = f(x)$ с малой кривизной

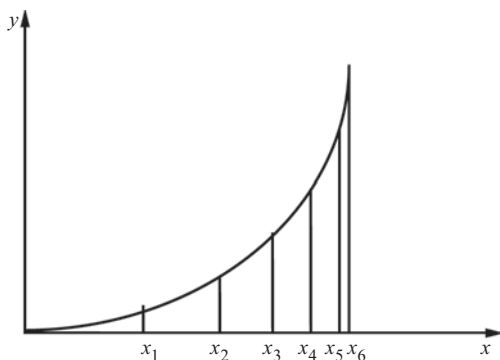


Рис. 4.5. График зависимости $y = f(x)$ с большой кривизной

мости промежуточные точки могут быть вычислены в процессе обработки.

Если функция нелинейная и экспериментатор имеет представление о ее характере, то значения независимой переменной можно определить исходя из требуемой точности, задавшись способом воспроизведения. Если кривизна зависимости меняется несущественно, то интервалы равны между собой (рис. 4.4).

Если зависимость имеет резко выраженные участки с разной кривизной, то интервалы не равны (рис. 4.5).

Если вид экспериментальной кривой неизвестен, то интервалы должны быть минимальными, а количество точек — максимальным.

4.2.2. ОСОБЕННОСТИ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерительный эксперимент должен обеспечивать получение заданной точности результата измерения с минимальными затратами материальных средств и времени. Необходимо тщательно и осторожно подходить к планированию экспериментальных процедур. Особая сложность состоит в проведении многофакторного эксперимента, так как даже если планировать эксперимент по простейшей схеме и варьировать факторы только на двух уровнях, то число необходимых для оценивания результатов измерений опытов

$$N = nl^m,$$

где n — число повторных опытов; l — число уровней варьирования факторов; m — число исследуемых факторов.

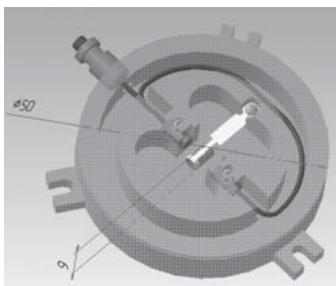


Рис. 4.6. Волоконно-оптический датчик углового перемещения

Например, при $l = 2$, $m = 5$, $n = 3$ $N = 96$.

При изучении сложных явлений даже простой перечень всех ВФ может оказаться необозримым. Планирование и проведение эксперимента с учетом всех этих факторов приведут к неисчислимым затратам времени и средств. Поэтому необходимо оценить существенность каждого фактора исходя из априорных знаний и здравого смысла.

1-й этап — **анализ исходных данных**. Например, если волоконно-оптический датчик углового перемещения (ВОДУП) [13] будет работать в сугубо «земных условиях», то нет необходимости испытывать его на влияние солнечной радиации, электромагнитного поля, хотя какая-то доля влияния и солнечной радиации, и электромагнитного поля есть (рис. 4.6). Но из предшествующего опыта известно, что это влияние несущественно.

2-й этап — **приближенная оценка значимости факторов**. Приближенную оценку значимости можно провести путем постановки серии однофакторных экспериментов, в каждом из которых варьируется лишь одна переменная, а все остальные занимают нижние уровни диапазонов их изменения (или остаются постоянными).

Пример. Пусть для ВОДУП оценивается значимость четырех факторов: температуры, вибрации, напряжения питания и акустического шума [13].

Д а н о: диапазон температур $T = 223 \div 323$ К; диапазон амплитуды виброускорения $a = 0 \div 200$ м/с²; диапазон изменения напряжения питания $U_{\pi} = 12 \div 18$ В; диапазон изменения акустического давления $P_a = 0,2 \div 2000$ Па.

Эксперименты проводятся при отсутствии входного сигнала (силы F), т. е. оценивается влияние рассматриваемых факторов на начальный уровень выходного сигнала датчика:

- 1) $T = \text{var}$, $a = \text{const}$, $U_{\pi} = \text{const}$, $P_a = \text{const}$;
- 2) $a = \text{var}$, $T = \text{const}$, $U_{\pi} = \text{const}$, $P_a = \text{const}$;
- 3) $U_{\pi} = \text{var}$, $T = \text{const}$, $a = \text{const}$, $P_a = \text{const}$;
- 4) $P_a = \text{var}$, $T = \text{const}$, $a = \text{const}$, $U_{\pi} = \text{const}$.

Каждый однофакторный эксперимент проводится 4 раза (табл. 4.1).

Проводится обработка результатов однофакторных экспериментов в следующей последовательности.

1. Находят средние значения выходного сигнала (напряжения):

- при нижнем уровне варьируемого фактора

План четырех однофакторных экспериментов

Номер опыта	Температура	Виброускорение	Напряжение питания	Давление акустического шума
1	$T_{\min}$ $T_{\max}$	$a_{\min}$ $a_{\min}$	$U_{\pi \min}$ $U_{\pi \min}$	$P_{\min}$ $P_{\min}$
2	$T_{\min}$ $T_{\min}$	$a_{\min}$ $a_{\max}$	$U_{\pi \min}$ $U_{\pi \min}$	$P_{\min}$ $P_{\min}$
3	$T_{\min}$ $T_{\min}$	$a_{\min}$ $a_{\min}$	$U_{\pi \min}$ $U_{\pi \max}$	$P_{\min}$ $P_{\min}$
4	$T_{\min}$ $T_{\min}$	$a_{\min}$ $a_{\min}$	$U_{\pi \min}$ $U_{\pi \min}$	$P_{\min}$ $P_{\max}$

$$\bar{y}(x_{k \min}) = \frac{\sum_{i=1}^n y_i(x_{k \min})}{n};$$

- и при верхнем уровне варьируемого фактора

$$\bar{y}(x_{k \max}) = \frac{\sum_{i=1}^n y_i(x_{k \max})}{n}.$$

В нашем случае числовые значения уровней факторов и результаты экспериментов сведены в табл. 4.2.

Среднее значение выходного напряжения $U_{\text{вых}}$ при минимальном $T_{\min}$ и максимальном $T_{\max}$ значениях температуры соответственно:

$$\bar{U}_{\text{вых}}(T_{\min}) = \frac{\sum_{i=4}^4 U_{\text{вых}i}(T_{\min})}{4} = 0,02 \text{ В};$$

Числовые значения уровней факторов и результаты экспериментов

Номер опыта	$T, \text{ К}$	$a, \text{ м/с}^2$	$U_{\pi}, \text{ В}$	$P_a, \text{ Па}$	Отсчеты $U_{\text{вых}}, \text{ В}$			
					1	2	3	4
1	223	0	12	0,2	0,02	0,025	0,018	0,017
	323	0	12	0,2	0,22	0,215	0,222	0,222
2	223	0	12	0,2	0,008	0,11	0,009	0,012
	223	200	12	0,2	0,135	0,128	0,127	0,13
3	223	0	12	0,2	0,018	0,019	0,024	0,019
	223	0	18	0,2	0,135	0,139	0,142	0,144
4	223	0	12	0,2	0,017	0,02	0,022	0,021
	223	0	12	2000	0,031	0,033	0,03	0,034

$$\bar{U}_{\text{вых}}(T_{\text{max}}) = \frac{\sum_{i=4}^4 U_{\text{вых } i}(T_{\text{max}})}{4} = 0,022 \text{ В.}$$

Аналогично $U_{\text{вых}}(a_{\text{min}}) = 0,01 \text{ В}$, $U_{\text{вых}}(a_{\text{max}}) = 0,13 \text{ В}$, $U_{\text{вых}}(U_{\text{п min}}) = 0,02 \text{ В}$, $U_{\text{вых}}(U_{\text{п max}}) = 0,14 \text{ В}$, $U_{\text{вых}}(P_{\text{a min}}) = 0,02 \text{ В}$, $U_{\text{вых}}(P_{\text{a max}}) = 0,032 \text{ В}$.

2. Находят относительные приращения выходного сигнала, приходящиеся на единичное значение варьируемого фактора:

$$\beta_x = \frac{|\bar{Y}(x_{\text{max}}) - \bar{Y}(x_{\text{min}})|}{\Delta Y(X_{k \text{ max}} - X_{k \text{ min}})} \cdot 100,$$

где $\Delta Y = Y_{\text{max}} - Y_{\text{min}}$.

В нашем случае

$$\begin{aligned} \beta_t &= \frac{[\bar{U}_{\text{вых}}(T_{\text{max}}) - \bar{U}_{\text{вых}}(T_{\text{min}})] \cdot 100}{(U_{\text{вых max}} - U_{\text{вых min}})(T_{\text{max}} - T_{\text{min}})} = \\ &= \frac{(0,22 - 0,02) \cdot 100}{(0,222 - 0,008)(323 - 223)} = 0,93 \text{ \% / К}, \end{aligned}$$

$\beta_a = 0,28 \text{ \% / м/с}^2$; $\beta_{U_{\text{п}}} = 9,3 \text{ \% / В}$; $\beta_{P_{\text{a}}} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ \% / Па}$.

Значения β_x являются приближенными оценками коэффициентов регрессии a_k по соответствующему фактору.

3. Оценивают дисперсию ВФ, упрощенно предполагая, что их значения распределены по равномерному закону

$$\sigma_x^2 = \Delta^2 X / N,$$

где ΔX — диапазон изменения влияющего фактора; N — количество опытов.

В нашем случае, подставив соответствующие значения, получим:

$$\sigma_T^2 = \Delta T^2 / 8 = (323 - 223)^2 / 8 = 1250 \text{ К}^2; \quad \sigma_a^2 = 5000 \text{ (м/с}^2)^2; \quad \sigma_{U_{\text{п}}}^2 = 4,5 \text{ В}^2;$$

$$\sigma_{P_{\text{a}}}^2 = 499 \text{ 900 Па}^2.$$

Дисперсия коэффициентов регрессии уменьшается пропорционально числу опытов в однофакторном эксперименте.

4. Оценивают вклад каждой независимой переменной по формуле

$$D_x = \beta_x^2 \sigma_x^2.$$

В нашем случае:

$$D_T = \beta_T^2 \sigma_T^2 = 0,93^2 \cdot 1250 = 1081 \text{ \%}^2,$$

$$D_a = 0,28^2 \cdot 5000 = 392^2 \text{ \%},$$

$$D_{U_{\text{п}}} = 9,3^2 \cdot 4,5 = 389^2 \text{ \%},$$

$$D_{P_{\text{a}}} = (2,8 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 499 \text{ 900} = 3,9 \text{ \%}^2.$$

5. Находят относительные значения вкладов каждого фактора в общую дисперсию:

$$\gamma_x = \frac{D_{xk}}{\sum_{i=1}^k D_{xk}} = \frac{\beta_{xi}^2 \sigma_{xi}^2}{\beta_{x1}^2 \sigma_{x1}^2 + \beta_{x2}^2 \sigma_{x2}^2 + \dots + \beta_{xk}^2 \sigma_{xk}^2}.$$

В нашем случае:

$$\gamma_T = 1081 / (1081 + 392 + 389 + 3,9) = 0,6;$$

$$\gamma_a = 0,21;$$

$$\gamma_{U_{\text{п}}} = 0,2;$$

$\gamma_{P_a} = 0,0021$ (очень мало).

По результатам расчета можно утверждать, что влияние акустического шума (акустического давления) несущественно, поскольку вклад в общую дисперсию пренебрежимо мал.

Вывод. Проведение испытаний на воздействие акустического шума не обязательно. Таким образом, приближенная оценка значимости факторов позволила существенно сократить испытания датчика в процессе его изготовления.

4.3. ТЕХНИКА ФИЗИЧЕСКОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ФУНКЦИИ ВЛИЯНИЯ

Функцию влияния $\Psi(\xi, x)$ определяют отдельно для каждой влияющей величины в виде аналитических выражений (формул), характеризующих зависимость систематической составляющей погрешности и дисперсии выходного сигнала от ВВ ξ и входного сигнала x .

Конкретный вид формул следует выбирать на стадии проектирования СИ, первоначально принимая

$$\psi(\xi, x) = \theta_0 + \theta_1\xi + \theta_2\xi^2 + \theta_3\xi x + \theta_4\xi^2 x + \theta_5 x,$$

где $\theta_0, \dots, \theta_5$ — коэффициенты функции влияния фактора ξ на значение измеряемой ФВ x .

В отдельных случаях функции влияния могут содержать члены с более высокими степенями ξ, x .

В табл. 4.3 приведены значения мер x и ξ , воспроизводимых в процессе проведения эксперимента по определению функции влияния, выбираемой на этапе планирования эксперимента для ее разных видов.

Т а б л и ц а 4.3

План экспериментов для определения коэффициентов функции влияния

Вид функции влияния $\Psi(\xi, X)$	Номер опыта					
	1	2	3	4	5	6
$\theta_0 + \theta_1\xi$	$\xi_1 = \xi_{\min};$ $x_1 = x_{\text{cp}}$	$\xi_2 = \xi_{\max};$ $x_2 = x_{\text{cp}}$	—	—	—	—
$\theta_0 + \theta_1\xi + \theta_2\xi^2$	$\xi_1 = \xi_{\min};$ $x_1 = x_{\text{cp}}$	$\xi_2 = \xi_{\text{cp}};$ $x_2 = x_{\text{cp}}$	$\xi_3 = \xi_{\max};$ $x_3 = x_{\text{cp}}$	—	—	—
$\theta_0 + \theta_1\xi + \theta_2\xi x$	$\xi_1 = \xi_{\min};$ $x_1 = x_{\min}$	$\xi_2 = \xi_{\min};$ $x_2 = x_{\max}$	$\xi_3 = \xi_{\max};$ $x_3 = x_{\min}$	$\xi_4 = \xi_{\max};$ $x_4 = x_{\max}$	—	—
$\theta_0 + \theta_1\xi +$ $+ \theta_2\xi^2 + \theta_3\xi x$	$\xi_1 = \xi_{\min};$ $x_1 = x_{\min}$	$\xi_2 = \xi_{\min};$ $x_2 = x_{\max}$	$\xi_3 = \xi_{\text{cp}};$ $x_3 = x_{\min}$	$\xi_4 = \xi_{\text{cp}};$ $x_4 = x_{\max}$	$\xi_5 = \xi_{\text{cp}};$ $x_5 = x_{\min}$	$\xi_6 = \xi_{\max};$ $x_6 = x_{\max}$

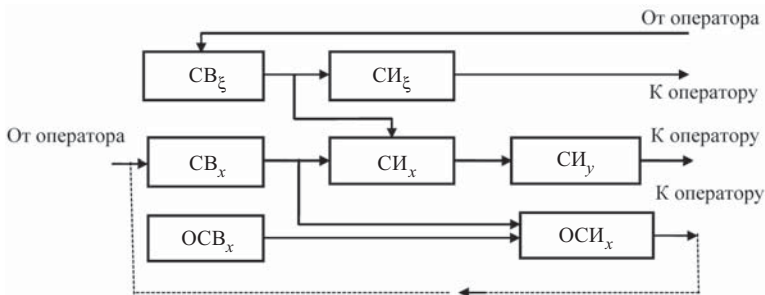


Рис. 4.7. Схема испытаний по определению функции влияния фактора ξ на значение измеряемой ФВ x :

$СВ_{\xi}$ — средство воспроизведения влияющей величины; $СИ_{\xi}$ — средство измерения влияющей величины; $СВ_x$ — средство воспроизведения измеряемой величины; $СИ_x$ — средство измерения измеряемой величины; $СИ_y$ — средство измерения выходного сигнала; $ОСВ_x$ — образцовое средство воспроизведения измеряемой величины (мера); $ОСИ_x$ — образцовое средство измерения измеряемой величины (мера)

На рис. 4.7 приведена схема испытаний по определению функции влияния фактора ξ на значение измеряемой ФВ x .

Для определения функции влияния на вход $СИ_x$ подается значение меры x , воспроизводимой с помощью средства воспроизведения измеряемой величины $СВ_x$. Выходной сигнал снимается средством измерения выходного сигнала $СИ_y$. Значение меры контролируется с помощью образцового средства измерения измеряемой величины $ОСИ_x$, на вход которого подается сигнал, соответствующий значению меры x , подаваемый с выхода образцового средства воспроизведения измеряемой величины $ОСВ_x$. Сигнал рассогласования поступает к оператору, который принимает решение об изменении значения меры, воспроизводимой $СВ_x$.

$СИ_x$ подвергается воздействию влияющего фактора ξ , значение меры которого воспроизводится средством воспроизведения влияющей величины $СВ_{\xi}$ и контролируется с помощью средства измерения влияющей величины $СИ_{\xi}$. Сигналы с выходов $СИ_x$, $СИ_y$, $СИ$ снимаются и фиксируются при необходимости оператором. Значения X и ξ соответствуют табл. 4.5.

Полученные в результате эксперимента значения выходного сигнала y и значения x и ξ подставляют в формулу выбранной функции влияния. Полученная система уравнений решается относительно искомых коэффициентов функции влияния $\theta_0, \theta_1, \theta, \dots, \theta_n$.

Пример. Рассмотрим схему эксперимента по определению функции влияния температуры T волоконно-оптического датчика давления, выходным сигналом которого является напряжение U (рис. 4.8).

На вход датчика подается давление P , значения которого в диапазоне измерения воспроизводятся с помощью манометрической установки (например, МП-600), выходное напряжение U снимается с помощью вольтметра.

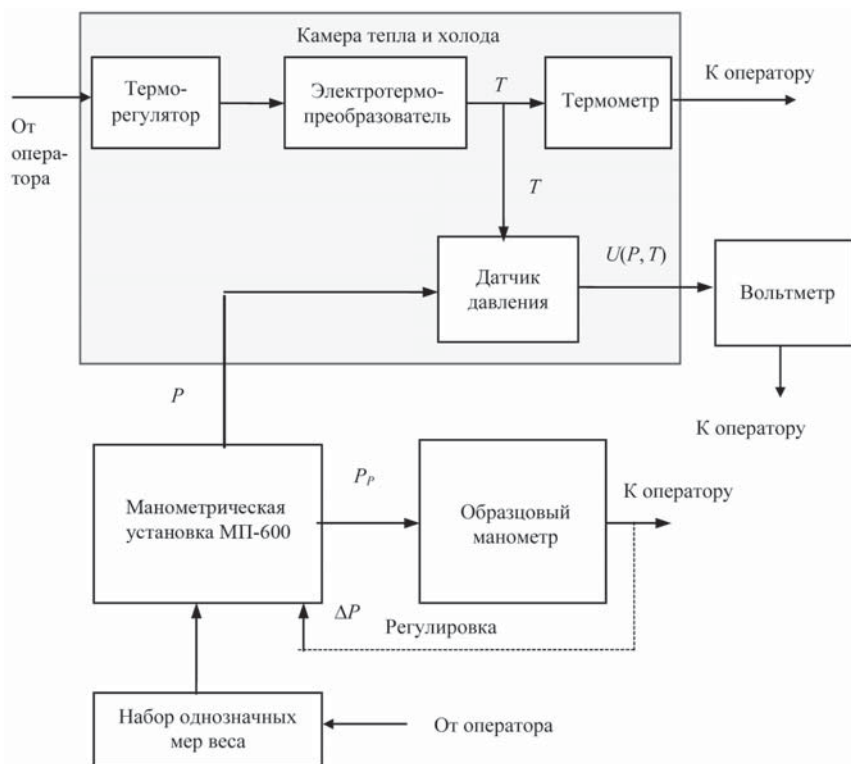


Рис. 4.8. Схема эксперимента по определению функции влияния температуры волоконно-оптического датчика давления

Значение меры давления имитируется набором однозначных мер веса, контролируется с помощью образцового манометра, на вход которого подается сигнал, соответствующий значению меры P_p , подаваемый с манометрической установки.

Сигнал рассогласования ΔP поступает оператору, который принимает решение об изменении значения меры P , воспроизводимой манометрической установкой.

Датчик давления помещают в камеру тепла и холода, температуру в которой устанавливают с помощью терморегулятора и электротермопреобразователя в соответствии с требованиями технического задания.

Датчик подвергается воздействию температуры T , значение которой контролируется с помощью термометра. Сигналы с выходов СИ_P, СИ_U, СИ_T снимаются и фиксируются при необходимости оператором.

Контрольные вопросы

1. Какое уравнение используется в качестве исходного для описания процесса измерения?
2. Каким уравнением определяется измерительная задача?
3. Каким уравнением определяется план измерения?
4. Что означает запись $v_i \neq v_z \neq v_o$?

5. Чем определяется выбор экспериментальных точек (отсчетов) при однофакторном эксперименте?
6. Как определяют вид и параметры функции влияния?
7. Какие средства измерения и вспомогательные устройства используются при определении функции влияния?
8. С какой целью определяют значимость влияющих факторов на этапе планирования измерительного эксперимента?

ОБРАБОТКА И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

5.1. УСТАНОВЛЕНИЕ ВИДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Определение математической модели включает в себя указание вида модели и определение значений ее параметров (коэффициентов, показателей степени и т. д.) [15].

Искомая математическая модель функциональной зависимости $y = f(x)$ может быть найдена лишь в результате совместной обработки всех полученных значений x и y . На рис. 5.1 это кривая, проходящая по центру полосы экспериментальных точек, которые могут и не лежать на искомой кривой $y = f(x)$, а занимать некоторую полосу вокруг нее.

Эти отклонения вызваны рядом причин (погрешностями измерений, неполнотой модели и учитываемых факторов, случайным характером самих исследуемых процессов).

Разделить погрешности, вызванные неточностью измерения x и неточностью измерения y , невозможно, так как смещение любого отсчета выше кривой могло быть вызвано как положительной погрешностью при измерении y , так и отрицательной погрешностью при измерении x . Поэтому описанием погрешности исходных данных может быть лишь указание *ширины полосы* их разброса вокруг найденной кривой зависимости $y = f(x)$. При этом полоса разброса экспериментальных данных не обязательно будет иметь постоянную ширину по всей своей длине. Она может быть узкой в начале и расширяться в конце или, например, иметь узкий перешийек в средней части и расширяться по концам и т. п. Поэтому вопрос о форме полосы погрешностей должен анализироваться в каждом отдельном случае.

Выбор вида математической модели. Главное требование к математической модели — это удобство ее последующего использования. Основное, что обеспечивает удобство математического выражения, — его компактность. Например, известно,

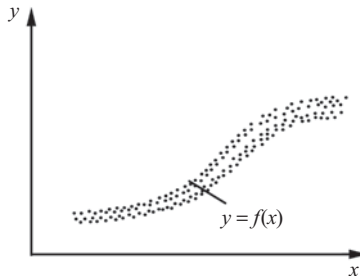


Рис. 5.1. График кривой $y = f(x)$, проходящей по центру полосы экспериментальных точек

что любую функцию $y = f(x)$ можно описать многочленом $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k$. Но если же оказывается возможным с приемлемой точностью описать ее одночленом вида $y = a \ln(x/b)$, $y = ae^{bx}$, $y = a \sin(bx)$ и т. п., то ясно, что такое компактное представление много лучше.

Быстрые методы установления графического вида однофакторных зависимостей. Основной помехой для установления вида исследуемой зависимости является случайный разброс экспериментальных данных.

Если случайный разброс координат x и y почти отсутствует или, как иногда говорят, диффузность исходных данных очень мала, то привлечение статических методов для их обработки излишне и кривую можно просто провести через эти точки. Однако даже в этом случае не следует соединять нанесенные на график экспериментальные точки отрезками прямых линий, а провести через них плавную кривую. При проведении такой кривой (рис. 5.2) может оказаться, что одна или две точки все-таки не лежат на этой кривой и их следует рассматривать как возможные выбросы или промахи.

Если диффузность исходных данных значительна, для обработки таких данных надо применять простейшие или более сложные статистические методы.

Одним из таких простейших экспресс-методов статистической обработки является *метод обведения контура плавных границ полосы рассеяния экспериментальных точек*. Если при этом для сохранения плавности этих границ какие-то из точек приходится оставить вне контура, то их следует рассматривать как возможные промахи или аномально большие случайные отклонения. Для однозначного указания вида этой зависимости необходимо провести на глаз осевую линию этого контура.

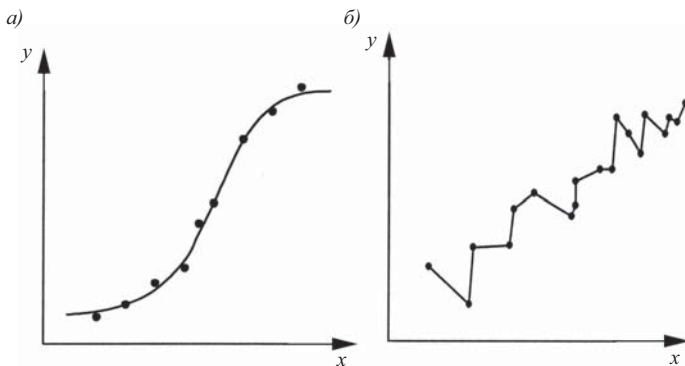


Рис. 5.2. График кривой $y = f(x)$: а — правильное построение; б — неправильное построение

При большой диффузности результатов эксперимента форма контура может иметь бессмысленные, случайные очертания. В этих случаях приходится ограничиваться установлением лишь уровня и наклона искомой зависимости, полагая ее прямой линией, проходящей по центру обведенной контуром полосы точек.

При очень большой диффузности экспериментальных данных, когда использование метода контура не дает ответа, может оказаться полезным *метод медианных центров*. Обведенное контуром поле точек делят на несколько частей и в каждой находят медианный центр, т. е. пересечение вертикали и горизонтали, слева и справа, выше и ниже которых оказывается равное число точек. Затем через эти медианные центры проводят плавную кривую (рис. 5.3).

Для достижения все лучшего и лучшего соответствия модели описываемому явлению обычно приходится усложнять модель. Это приводит к противоречию между компактностью модели и точностью описания экспериментальных данных. Рациональное решение состоит в том, чтобы прекратить усложнение модели, когда она еще относительно проста, примирившись с приемлемой остаточной погрешностью адекватности. *Погрешность адекватности модели* — это погрешность в описании данного явления, возникающая вследствие недостаточного соответствия аппроксимирующей функции всем особенностям формы экспериментальной кривой.

Особое значение при этом имеют достоверность и достаточный объем исходных экспериментальных данных, позволяющие надежно установить степень случайности этих данных. Наиболее распространенной ошибкой начинающих экспериментаторов являются попытки детерминированного описания, т. е. включе-

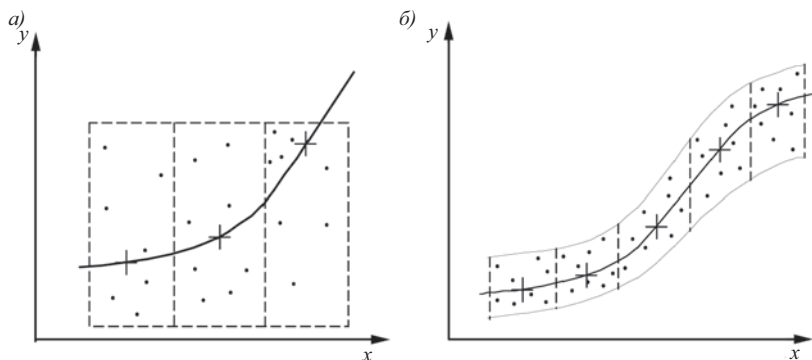


Рис. 5.3. График кривой $y = f(x)$, построенный методом медианных центров: а — правильное построение; б — неправильное построение

ние в математическую модель тех наблюдавшихся особенностей, которые в действительности являются случайными. Ориентиром при решении этого сложного вопроса можно считать примерное равенство остаточной погрешности адекватности принятой модели и ширины полосы ее неопределенности вследствие случайного разброса исходных данных.

5.2. ПОДБОР АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

После того как установлен графический вид искомой функциональной зависимости, стоит задача выбора ее аналитического описания, т. е. аппроксимирующей функции. Для этого полезно иметь перед собой каталог графиков различных функций. Подборка графиков функций приводится в справочниках по математике. Поэтому рассмотрим лишь самые употребительные элементарные функции: степенные, показательные и дробно-рациональные [15].

Графики простейших *степенных функций* приведены на рис. 5.4.

Если линия на графике не имеет кривизны, то это прямая $y = ax$, если кривизна имеет постоянный знак вдоль всей кривой, то это парабола четной степени $y = ax^2$, симметричная относительно оси y , или $y = \pm a\sqrt{x}$, симметричная относительно оси x . Для нечетных функций ($y = ax^3$ или $y = a\sqrt[3]{x}$) характерна S-образная форма с точкой перегиба в начале координат. По этим простейшим признакам и можно отобрать подходящую функцию.

Кривая может быть сдвинута от начала координат или повернута (например, как показано на рис. 5.5, *a* и *б*).

В этом случае надо так преобразовать переменные x и y , чтобы начало системы координат переместилось в вершину кривой, т. е.

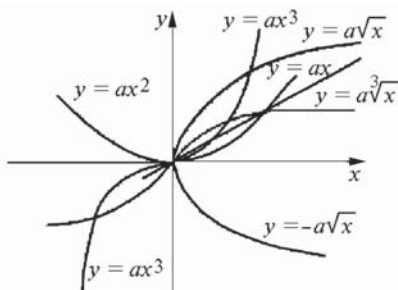


Рис. 5.4. Графики степенных функций

в точки x_0, y_0 .

Для нахождения вершины кривой можно использовать простейший графический прием, показанный на рис. 5.5, *б*. Кривую пересекают рядом параллельных прямых, находят центры отрезков AB, CD, EF и т. д. и на продолжении траектории перемещения этих центров находят вершину кривой.

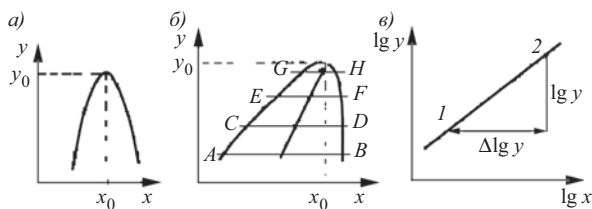


Рис. 5.5. Преобразование системы координат

Для проверки того, является ли данная функция именно степенной функцией вида $y = ax^n$, следует ее прологарифмировать.

Получаемое после логарифмирования уравнение

$$\lg y = \lg a + n \lg x$$

есть уравнение прямой в координатах $\lg y$, $\lg x$. Поэтому проверка правильности выбора такой модели состоит в логарифмировании экспериментальных значений x и y и построении графика в осях $\lg x$ и $\lg y$ (рис. 5.5, в).

Если поле экспериментальных точек на этом графике удовлетворительно группируется относительно прямой линии, то выбор данной функции может быть принят окончательно.

Построение графика (см. рис. 5.5, в) следующее. Необходимо одновременно найти параметры a и n аппроксимирующей функции. Для этого на графике достаточно выбрать любые две точки 1 и 2, через которые должна проходить аппроксимирующая кривая, т. е. должны одновременно удовлетворяться два уравнения:

$$\begin{cases} \lg y_1 = \lg a + n \lg x_1; \\ \lg y_2 = \lg a + n \lg x_2. \end{cases}$$

Отсюда

$$n = \frac{\Delta \lg y}{\Delta \lg x} = \frac{\lg y_2 - \lg y_1}{\lg x_2 - \lg x_1};$$

$$a = y_1 / x_1^n, \text{ или } a = y_2 / x_2^n.$$

Графики *показательных функций* вида $y = ae^{bx}$ при разных значениях b приведены на рис. 5.6, а. Их характерной особенностью является постоянный знак кривизны как при $b > 0$, так и при $b < 0$.

Для проверки соответствия показательной функции экспериментальным данным удобно строить графики в полулогарифмическом масштабе, так как в координатах $\lg y$ и x они образуют пучок прямых (рис. 5.6, б).

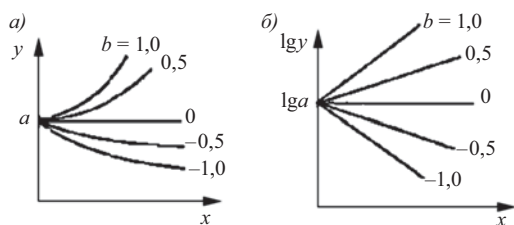


Рис. 5.6. Графики показательных функций

Очень удобными при аппроксимации являются *дробно-рациональные функции*.

Прежде чем проводить аппроксимацию многочленом, экспонентами или другими функциями, необходимо проверить, не является ли искомая кривая простейшей, сдвинутой от начала координат гиперболой.

Практическая особенность дробно-рациональных функций состоит в том, что часто исследователь не подозревает, что интересующая его зависимость легко аппроксимируется именно этими функциями.

Простая равнобокая гипербола, асимптотами которой служат оси координат, легко определяется (кривая 1 на рис. 5.7, а). Но если эта гипербола сдвинута (кривая 2), или перевернута (кри-

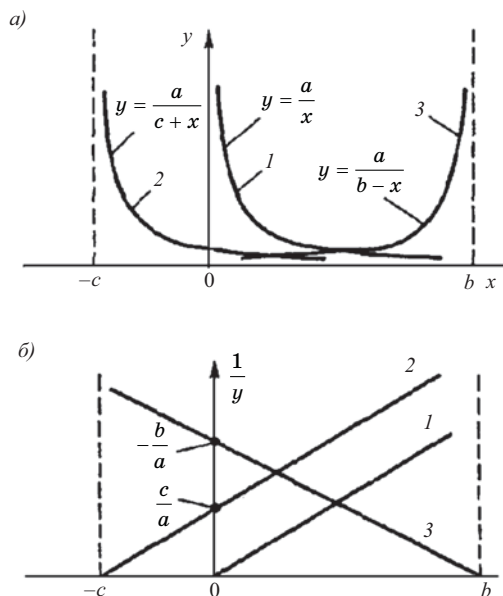


Рис. 5.7. Графики простейших дробно-рациональных функций

вая 3), то ее трудно распознать, а попытка аппроксимировать ее многочленом приводит к громоздкому выражению.

Проверка того, является ли данная кривая гиперболой, состоит в построении графика $1/y = f(x)$ в координатах $1/y$ и x (рис. 5.7, б). Если является, то экспериментальные точки ложатся на прямую, а ее продолжение до пересечения с осями x и $1/y$ позволяет графически определить неизвестные коэффициенты a , b или c .

При сдвиге вдоль оси x аналитическое описание гиперболы имеет вид

$$y = a/(b - x).$$

Обращение оси y приводит к зависимости вида

$$1/y = (b - x)/a = b/a - x/a,$$

т. е. прямой в координатах $1/y$ и x .

Замена координаты y координатой $1/y$ допустима лишь в том случае, если сдвиг по этой координате отсутствует, так как при сдвиге вдоль оси y уравнение гиперболы имеет вид

$$y = c + a/x,$$

следовательно,

$$1/y = 1/(c + a/x) = x/(a + cx)$$

не есть прямая линия.

Особенно сложен для проверки случай, когда гипербола сдвинута одновременно по обеим осям (на величину c по оси y и на величину b по оси x), т. е. имеет уравнение $y = c + a/(x - b)$ или в неявном виде $(x - b)(y - c) = a$. В этом случае приходится двигаться методом последовательных приближений: задать ряд возможных значений b , вычислить значения $1/(x - b)$ и остановиться на том значении b , когда функция $y = c + a/(x - b)$ в координатах y и $1/(x - b)$ даст расположение точек, наиболее близкое к прямой линии.

В качестве примера дробно-рациональной функции рассмотрим функцию вида

$$y = \frac{ax^m}{b^n + x^n}.$$

Задавать постоянное слагаемое в знаменателе в виде b^n удобнее для последующей интерпретации, так как в этом случае постоянная b имеет размерность x .

При $m = 0$, $b = 0$ и $n = 1$ эта функция — простая гипербола вида $y = a/x$ (кривая 1 на рис. 5.8, а);

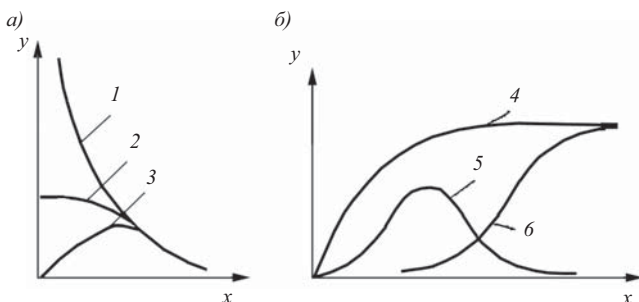


Рис. 5.8. Графики дробно-рациональных функций

при $t = 0$ и $n = 1$ — кривая 2 на рис. 5.8, а вида $y = a/(b + x)$;

при $t = 1$ и $n = 2$ — кривая 3 на рис. 5.8, а вида $y = ax/(b^2 + x^2)$;

при $t = 1$ и $n = 1$ — кривая 4 на рис. 5.8, б вида $y = ax/(b + x)$ (вначале возрастающая линейно с увеличением x , а затем стремящаяся к постоянному значению, равному a);

при $t = n$ — кривая 5 на рис. 5.8, б вида $y = ax^n/(b^n + x^n)$, переходящая с уровня $y = 0$ на уровень $y = a$ с крутизной, зависящей от значения $n = t$;

при $t = 2$ и $n = 4$ — колоколообразная кривая 6 на рис. 5.8, б вида $y = ax^2/(b^4 + x^4)$, сначала возрастающая пропорционально x^2 , а затем спадающая обратно пропорционально x^2 .

Таким образом, функции этого вида могут оказаться полезными в самых разнообразных случаях аппроксимации экспериментальных кривых.

5.3. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ

Расчет параметров аппроксимирующей функции можно проводить аналитическим и графоаналитическим методами.

Аналитический метод. Если подбор вида аппроксимирующей функции — процесс неформальный и не может быть передан ЭВМ, то расчет параметров аппроксимирующей функции — операция чисто формальная и ее следует осуществлять с помощью ЭВМ.

В общем случае расчет состоит в решении системы нелинейных уравнений. В частных случаях это может быть:

- 1) система уравнений, линейных относительно искомых параметров;
- 2) система уравнений, которые после ряда преобразований сводятся к линейным относительно искомых параметров;
- 3) система уравнений, которые не сводятся линейно.

1. Предполагается, что по результатам эксперимента известны координаты $x_1, x_2, \dots, x_n$ и для n — экспериментальных точек, а для аппроксимации принята модель в виде многочлена

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k,$$

то расчет параметров $a_0, a_1, \dots, a_k$ сводится к решению системы уравнений, линейных относительно искомых $a_0, a_1, \dots, a_k$:

$$\begin{cases} y_1 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_kx_1^k; \\ y_2 = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \dots + a_kx_2^k; \\ \dots \\ y_n = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_kx_n^k. \end{cases}$$

2. Если для аппроксимирующей функции принята модель вида

$$y = \frac{ax}{b^2 + x^2},$$

то ее необходимо привести путем преобразований к линейному виду:

$$y(b^2 + x^2) = ax;$$

$$yb^2 + yx^2 = ax;$$

$$yx^2 = ax - yb^2.$$

Примем $yx^2 = z$, $b^2 = c$, тогда $z = ax - cy$.

Расчет a и c сводится к решению системы линейных уравнений

$$\begin{cases} z_1 = ax_1 - cy_1; \\ z_2 = ax_2 - cy_2; \\ \dots \\ z_n = ax_n - cy_n. \end{cases}$$

3. Если для аппроксимирующей функции принята модель вида

$$y = ae^{-\left(\frac{x-b}{c}\right)^2},$$

то логарифмируем ее:

$$\ln y = \ln a - \frac{x^2 - 2bx + b^2}{c^2};$$

$$c \ln y = c^2 \ln a - x^2 + 2bx - b^2.$$

Примем $c^2 \ln a - b^2 = A$, $c^2 = B$, получим:

$$B \ln y = -x^2 + 2bx + A;$$

$$x^2 = A - B \ln y + 2bx.$$

Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} x_1^2 = A - B \ln y_1 + 2bx_1; \\ x_2^2 = A - B \ln y_2 + 2bx_2; \\ \dots \\ x_n^2 = A - B \ln y_n + 2bx_n. \end{cases}$$

По найденным A , B и b находят c и a .

Для определения коэффициентов k необходимо не менее k независимых уравнений.

Если число поставленных опытов и число уравнений равны числу искомых коэффициентов, т. е. $n = k$, то решение системы единственное и, следовательно, случайное, так как соответствует случайным значениям исходных данных.

Если $n > k$, то число независимых уравнений избыточно. Из этих уравнений в разных комбинациях можно составить несколько систем уравнений, каждая из которых в отдельности дает свое решение. Между собой они несовместимы. Каждое решение будет соответствовать своей аппроксимирующей функции.

На графике получим пучок аппроксимирующих кривых (рис. 5.9, а). Этот пучок показывает форму и ширину области неопределенности. Необходимо провести усреднение всех найденных кривых. Полученная усредненная кривая будет гораздо точнее, так как в значительной степени освобождена от случайных погрешностей.

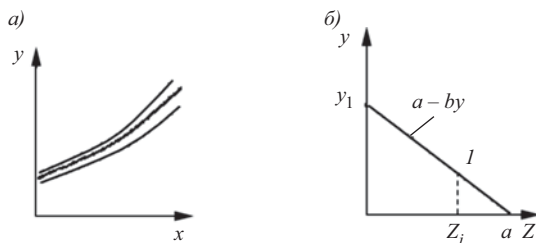


Рис. 5.9. Графические построения к определению параметров аппроксимирующей функции: а — пучок аппроксимирующих кривых; б — построения, поясняющие графоаналитический метод

Графоаналитический метод. Определить параметры аппроксимирующей функции можно аналитическим методом по любым двум экспериментальным точкам для выбранной модели, например, имеем функцию

$$y = \frac{ax}{1 - bx}.$$

Из-за случайного разброса каждая пара экспериментальных точек дает свои значения для a и b . Поэтому необходимо преобразовать данное уравнение в уравнение прямой

$$y - bxy = ax.$$

Далее разделить на x :

$$\frac{y}{x} = a - by,$$

ввести замену $\frac{y}{x} = z$, и окончательно следует

$$z = a - by;$$

$$b = \frac{z_1 - a}{y_1}.$$

Затем вычислить для каждой i -й точки значение $z_i = y_i/x_i$, нанести эти точки в координатах z, y , провести через эти точки на глаз или методом медианы среднюю прямую, которая отсечет на оси Z значение a , и по наклону прямой определить b (рис. 5.9, б).

Графоаналитический метод простой и наглядный. На графике однозначно можно определить только прямую линию.

5.4. МЕТОДИКА РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕРПОЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ПО МЕТОДУ СРЕДНИХ

При анализе результатов эксперимента экспериментальную функцию $y_{\text{э}}$ заменяют теоретической функцией $y_{\text{т}}$. Если замена производится при непрерывных значениях аргумента x , то заменяющую функцию называют *аппроксимирующей*; если замена происходит при дискретных значениях аргумента x , то заменяющую функцию называют *интерполирующей* (x_i — точки узлов интерполяции).

При замене функции $y_{\text{э}}$ функцией $y_{\text{т}}$ вносят погрешность интерполяции

$$\Delta_{\text{и}} = y_{\text{т}} - y_{\text{э}}. \quad (5.1)$$

Эту погрешность ограничивают определенными условиями.

Прямолинейная интерполяция. Для определения интерполирующей функции при прямолинейной интерполяции в качестве заменяющей функции применяют прямую линию, поэтому

$$y_T = ax_T + b \text{ (или } y_T = a_0 + a_1x_T), \quad (5.2)$$

где a, b (a_0, a_1) — коэффициенты интерполирующей функции; x_T — дискретное значение измеряемой ФВ.

Подставив (5.2) в (5.1), получим

$$\Delta_{и} = y_{э} - ax_T - b. \quad (5.3)$$

Это выражение называется *начальным уравнением*. Оно действительно для любой точки на оси x . Если дано n точек, то получим систему начальных уравнений

$$\Delta_{и i} = y_{э i} - ax_{Ti} - b, \quad (5.4)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, n$ — номер точки на оси x .

Задача состоит в том, чтобы погрешности интерполяции $\Delta_{и i}$ во всех точках на оси x были минимальными, т. е. $\Delta_{и i} \rightarrow \min$.

Прямолинейная интерполяция по методу средних. Решим задачу методом средних. Найдем параметры a и b , при которых данное условие выполняется.

Алгоритм метода средних следующий:

1) разбивают начальные уравнения на группы, число которых равно числу неизвестных;

2) требуют, чтобы в каждой группе $\Sigma \Delta_{и i} = 0$, т. е. алгебраическая сумма погрешностей $\Delta_{и i}$, взятых во всех проверяемых точках данной группы, равнялась нулю; для этого в каждой из полученных групп уравнений проводят почленное сложение, а результат приравнивают к нулю;

3) решают полученные уравнения, находят неизвестные параметры.

Ответ по методу средних неоднозначен: он зависит от способа группировки начальных уравнений.

Пример. Экспериментальные данные: x — перемещение (контрольные точки); φ — фаза выходного сигнала (снимается по фазометру) — приведены ниже:

$x, \text{ мм.} \dots\dots\dots$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\varphi, \dots^\circ \dots\dots\dots$	40	48	54,7	57,2	64,6	71,8	86,5	96,3	102	110

В качестве математической модели функции преобразования выбираем прямую $\varphi = ax + b$.

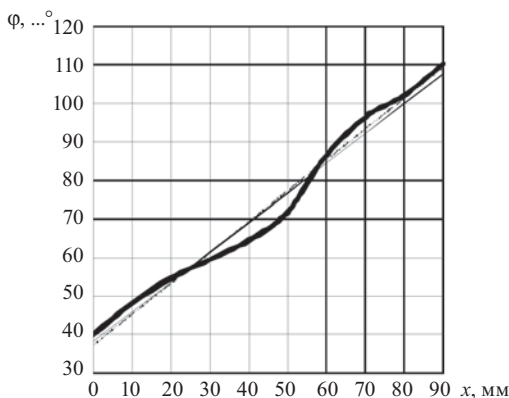
В данном случае выражение (5.4) примет вид:

$$\Delta_{и i} = ax_i + b - \varphi_{э i}.$$

Поскольку имеются два неизвестных параметра a и b , составляем систему начальных уравнений по двум группам:

Рис. 5.10. Пример построения интерполирующих прямых:

..... — по методу средних;
 — по методу наименьших квадратов; — реальная функция преобразования



$$a \cdot 0 + b - 40 = \Delta_{и 0};$$

$$a \cdot 10 + b - 48 = \Delta_{и 1};$$

$$a \cdot 20 + b - 54,7 = \Delta_{и 2};$$

$$a \cdot 30 + b - 59,2 = \Delta_{и 3};$$

$$a \cdot 40 + b - 64,6 = \Delta_{и 4};$$

$$a \cdot 100 + 5b - 265,5 = 0;$$

$$a \cdot 50 + b - 71,8 = \Delta_{и 5};$$

$$a \cdot 60 + b - 86,5 = \Delta_{и 6};$$

$$a \cdot 70 + b - 96,3 = \Delta_{и 7};$$

$$a \cdot 80 + b - 102 = \Delta_{и 8};$$

$$a \cdot 90 + b - 110 = \Delta_{и 9};$$

$$a \cdot 350 + 5b - 466,6 = 0.$$

Решаем совместно эти две системы уравнений и находим их решение:

$$a = 0,8 \text{ } ^\circ/\text{мм}; b = 37,29^\circ.$$

Окончательно уравнение интерполирующей прямой (рис. 5.10):

$$\varphi = 0,8x + 37,29.$$

5.5. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕРПОЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Метод наименьших квадратов (МНК) разработан в 1795–1805 гг. Лежандром и Гауссом и получил название регрессионного анализа. Благодаря развитию вычислительной техники этот метод получил второе рождение. Дело в том, что вычисления по МНК чрезвычайно громоздки. Программы обработки данных МНК содержатся в математическом обеспечении любой профессиональной ЭВМ.

Существенной особенностью является то, что МНК минимизирует абсолютные значения погрешностей интерполяции, т. е. требует, чтобы минимальной была сумма квадратов $(\Delta_{и i})^2$, взятых во всех проверяемых точках данной группы:

$$(\Delta_{и i})^2 \rightarrow \min.$$

Линия, которая определяется МНК, называется *линией регрессии*, а коэффициенты $a, b, c, \dots (a_0, a_1, \dots, a_k)$ — *коэффициентами линии регрессии*.

Прямолинейная интерполяция по методу наименьших квадратов. Решим предыдущую задачу методом наименьших квадратов.

Алгоритм МНК следующий:

1) возвести в квадрат каждое i -е начальное уравнение:

$$(y_{\partial i} - ax_{\text{т}i} - b)^2 = a^2x_i^2 + b^2 + y_{\partial i}^2 + 2ax_ib - 2ax_iy_{\partial i} - 2y_{\partial i}b = (\Delta_{\text{и}i})^2;$$

2) результаты сложить почленно при $i = 1, 2, 3, \dots, n$:

$$\sum_{i=1}^n (a^2x_i^2 + b^2 + y_{\partial i}^2 + 2ax_ib - 2ax_iy_{\partial i} - 2y_{\partial i}b) = \sum_{i=1}^n (\Delta_{\text{и}i})^2;$$

3) найти частные производные по a и b от полученной суммы:

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n (\Delta_{\text{и}i})^2}{\partial a} = \sum_{i=1}^n (2ax_i^2 + 2bx_i - 2x_iy_{\partial i});$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n (\Delta_{\text{и}i})^2}{\partial b} = \sum_{i=1}^n (2b + 2ax_i - 2y_{\partial i});$$

4) приравняв нулю частные производные и сократив на 2, решить полученные два уравнения относительно a и b .

Окончательно

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (y_{\partial i} - ax_i - b)x_i = 0; \\ \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_{\partial i}) = 0. \end{cases}$$

Примечание. Уравнения, полученные в результате дифференцирования в частных производных, называются *нормальными уравнениями*.

Отсюда следует, что прямолинейная интерполяция по методу наименьших квадратов сводится к следующим простым операциям:

1) умножению левой части каждого начального уравнения на соответствующий коэффициент при первом неизвестном;

2) сложению полученных произведений почленно и приравниванию нулю.

Таким образом, получают первые нормальные уравнения, число которых равно числу неизвестных. Совместное решение данных уравнений позволяет определить неизвестные параметры a и b .

Ответ получается однозначным, в этом состоит преимущество МНК по сравнению с методом средних.

Пример. Решим предыдущую задачу по тем же экспериментальным данным, применив МНК.

Подставим значения x и φ в нормальные уравнения.

$(a \cdot 0 + b - 40) \cdot 0;$	$(a \cdot 0 + b - 40) \cdot 1;$
$(a \cdot 10 + b - 48) \cdot 10;$	$(a \cdot 10 + b - 48) \cdot 1;$
$(a \cdot 20 + b - 54,7) \cdot 20;$	$(a \cdot 20 + b - 54,7) \cdot 1;$
$(a \cdot 30 + b - 59,2) \cdot 30;$	$(a \cdot 30 + b - 59,2) \cdot 1;$
$(a \cdot 40 + b - 64,6) \cdot 40;$	$(a \cdot 40 + b - 64,6) \cdot 1;$
$(a \cdot 50 + b - 71,8) \cdot 50;$	$(a \cdot 50 + b - 71,8) \cdot 1;$
$(a \cdot 60 + b - 86,5) \cdot 60;$	$(a \cdot 60 + b - 86,5) \cdot 1;$
$(a \cdot 70 + b - 96,3) \cdot 70;$	$(a \cdot 70 + b - 96,3) \cdot 1;$
$(a \cdot 80 + b - 102) \cdot 80;$	$(a \cdot 80 + b - 102) \cdot 1;$
$(a \cdot 90 + b - 110) \cdot 90;$	$(a \cdot 90 + b - 110) \cdot 1;$

$$a \cdot 28\,500 + 450 \cdot b - 39\,515; \quad a \cdot 450 + 10 \cdot b - 733,1.$$

После сложения произведений получаем два нормальных уравнения, которые приравняем к нулю:

$$28\,500a + 450b - 39\,515 = 0; \quad 450a + 10b - 733,1 = 0.$$

Отсюда

$$a = 0,79 \dots^\circ/\text{мм}; \quad b = 37,72^\circ.$$

Уравнение интерполирующей прямой (см. рис. 5.10)

$$\varphi = 0,79x + 37,72.$$

Сущность МНК в общем случае. В результате опыта получают значения x_i и y_i . Задача состоит в том, чтобы подобрать интерполирующую функцию $y_T = f(x)$, обеспечивающую минимальную погрешность интерполяции. Геометрический смысл заключается в проведении плавной кривой $y_T = f(x)$, проходящей наиболее близко к опытным отсчетам.

Пусть выбрана модель вида

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k.$$

1. Для получения системы линейных уравнений относительно искомых параметров $a_0 - a_k$, необходимо сделать замены $x = x_1$, $x^2 = x_2$, ..., $x^k = x_k$.

Получают модель вида

$$f_T(x) = y_T = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k.$$

2. Между рассчитанными y_T и экспериментальными $y_{\text{э}}$ значениями будут отклонения

$$\Delta y_i = y_{\text{э}i} - y_{T i} = y_{\text{э}i} - f_T(x_i).$$

3. Находим значения $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$, при которых по всем k экспериментальным точкам выполняется условие

$$S = \sum_{i=1}^k (\Delta y_i)^2 \rightarrow \min,$$

или

$$S = \sum_{i=1}^k [\Delta y_{\text{э}i} - f(X_i)]^2 \rightarrow \min,$$

или

$$S = \sum_{i=1}^k (\Delta y_{\text{э}i} - a_0 - a_1 x_1 - \dots - a_k y_k)^2 \rightarrow \min.$$

4. Необходимо поочередно взять частные производные по $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ и приравнять их к нулю

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0; \quad \dots; \quad \frac{\partial S}{\partial a_k} = 0.$$

5. Получим систему из $(k + 1)$ уравнений, решением которой являются искомые параметры $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$.

5.6. ВЫБОР ВИДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОФАКТОРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Многофакторные математические модели изобразить графически невозможно. В основном используют мультипликативную и аддитивную модели. Большая часть явлений физики, механики, радиотехники (задачи гидродинамики, аэродинамики, теплотехники и т. д.) описывается формулой в виде произведения величин в разных степенях:

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \times \dots \times x_k^{a_k},$$

где $a_1, \dots, a_k$ — целые, дробные, положительные и отрицательные.

Это *мультипликативная* модель.

Если прологарифмировать данное выражение:

$$\lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x_1 + a_2 \lg x_2 + \dots + a_k \lg x_k$$

и провести замены $\lg y = y$, $\lg a_0 = a_0$, $\lg x_1 = x_1$, ..., $\lg x_k = x_k$, то уравнение модели примет вид:

$$Y = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_ky_k,$$

т. е. в логарифмических координатах такая модель представляет собой *гиперплоскость*. Это *аддитивная модель*.

Пример аддитивной модели при двухфакторном эксперименте:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2.$$

Данные модели просты, при k факторах они требуют определения $(k + 1)$ -го коэффициента.

При выборе вида многофакторной модели используют два метода:

1) метод последовательной графоаналитической аппроксимации частных функций отклика от отдельных групп факторов с последующей композицией их в общую многофакторную модель;

2) метод эвристического («насиловственного») назначения какой-либо формальной модели.

Выбор метода обусловлен:

- наличием априорных сведений о возможном виде искомой математической модели исследуемого явления;
- степени диффузности (разброса) экспериментальных данных.

Пример. Необходимо решить новую задачу: определить прогиб δ мембраны при воздействии повышенной температуры окружающей среды T и измеряемого давления P . На первый взгляд кажется, что нет никаких данных о виде функции $f(P, T)$. Но это не так. Под действием давления P мембрана прогибается. Прогиб δ зависит от толщины, радиуса, материала мембраны (модуля упругости, коэффициента Пуассона). Увеличение температуры T ведет к расширению материала, но так как мембрана закреплена, то она прогибается. Априорных данных вполне достаточно, чтобы определить: искомая функция $\delta = f(P, T)$ будет иметь восходящий характер. Таким образом, действительной задачей эксперимента является уточнение характера зависимости $\delta = f(P, T)$.

Следовательно, использование априорных данных, сужающих круг возможных моделей, — это основное правило при поиске моделей сложных явлений.

Степень диффузности также является важным фактором, определяющим путь выбора модели. Если диффузность позволяет выделить не только уровень, но и наклон и кривизну, то необходимо идти путем последовательной аппроксимации этих частных зависимостей, отыскивая затем вид их композиции между собой в единую математическую модель.

Если же диффузность большая и построение частных зависимостей $y = f(x_1)$ и $y = f(x_2)$ приводят к разбросу экспериментальных

точек в виде «звезды», то целесообразно искать решение в виде гиперплоскости и гиперboloида.

Аддитивные модели второго, третьего и более высоких порядков сложны. Среди них можно выделить случай *многомерного гиперboloида* (винтовая поверхность), описываемого моделями следующего вида:

- при двухфакторном эксперименте

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2,$$

- при трехфакторном эксперименте

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_1x_2 + a_5x_2x_3 + a_6x_1x_3 + a_7x_1x_2x_3.$$

Если для модели $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$ провести в координатах y, x_1 линии при $x_2 = \text{const}$, то получим пучок параллельных прямых (рис. 5.11).

Если для модели $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2$ провести в координатах y, x_1 линии при $x_2 = \text{const}$, то получим веер расходящихся прямых (рис. 5.12).

Метод определения значимости членов модели по изменению коэффициента множественной корреляции. Обеспечить компактность модели — значит не вводить в нее лишних членов. Но это требование входит в противоречие с требованием наибольшей точности. Поэтому необходимо оценить весомость каждой составляющей модели.

После того как выбран вид модели, из нее поочередно исключают каждый из членов, проводят поочередное решение методом МНК и определяют оценки коэффициента множественной корреляции.

Примечание. Связь — корреляция — категория математической теории вероятностей. Характеристика корреляции двух факторов определяется выражением

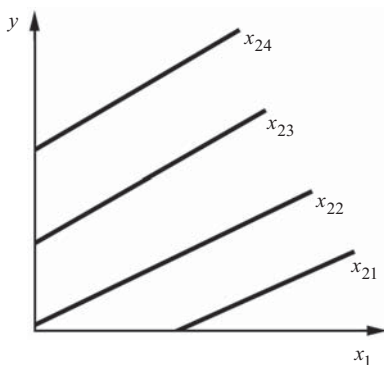


Рис. 5.11. Графики зависимостей $y = f(x_1)$ при $x_2 = \text{const}$ при двухфакторном эксперименте для модели $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$

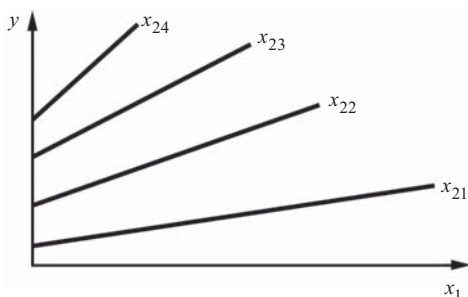


Рис. 5.12. Графики зависимостей $y = f(x_1)$ при $x_2 = \text{const}$ при двухфакторном эксперименте для модели $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2$

$$K_{x_1x_2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - m_{x_1})(x_2 - m_{x_2})f(x_1x_2) dx_1 dx_2.$$

Коэффициент корреляции $r_{x_1x_2} = K_{x_1x_2} / (\sigma_{x_1} \sigma_{x_2})$, где σ_{x_1} и σ_{x_2} — среднеквадратические отклонения каждой из случайных величин.

Коэффициент корреляции лежит в пределах $r_{x_1x_2} = -1 \dots +1$.

Пусть разыскивается модель для трех факторов $y = f(x_1, x_2, x_3)$, например, в следующем виде:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_1^2 + a_5x_1x_2 + a_6\sqrt{x_2/x_1}.$$

Используя подстановку

$$x_1^2 = x_4; x_1x_2 = x_5; \sqrt{x_2/x_1} = x_6,$$

получим:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6.$$

Результаты расчета коэффициента корреляции для моделей с поочередным отбрасыванием членов приведены в табл. 5.1. Для

Т а б л и ц а 5.1

Результаты расчета коэффициента корреляции

Метод определения $r_{x_1x_2}$	$r_{x_1x_2}$	$r_{\Sigma}^2 - r_j^2, \%$	Место по значимости
При всех x_i	0,9992	—	—
Без учета:			
x_1	0,88	22	1
x_2	0,93	13	2
x_3	0,9995	-0,06	6
x_4	0,992	1,4	5
x_5	0,99	1,8	3-4
x_6	0,99	1,8	3-4

оценки значимости в модели каждого из членов удобно пользоваться показателем $(r_{\Sigma}^2 - r_j^2)$.

Окончательно имеем:

- без учета x_3 и x_4

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_5x_5 + a_6x_6;$$

- без учета x_3, x_4, x_5, x_6

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2.$$

Контрольные вопросы

1. Какие требования предъявляются к математической модели функции преобразования?
2. Почему нельзя соединять нанесенные на график точки отрезками прямых?
3. В чем заключается метод контура?
4. Как осуществляется проверка правильности выбора степенных, показательных и дробно-рациональных функций?
5. В чем различие аналитического и графоаналитического методов расчета параметров аппроксимирующей функции?
6. В чем заключается методика расчета коэффициентов интерполирующей функции по методу средних?
7. Почему говорят, что результат, полученный методом средних, неоднозначный?
8. В чем заключается сущность метода наименьших квадратов в общем случае?
9. Как определяется математическая модель функции преобразования при многофакторном эксперименте?
10. С какой целью оцениваются погрешности?

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИГНАЛЫ

6.1. ВИДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИГНАЛОВ

В процессе измерения между объектом и СИ устанавливается определенное взаимодействие, в результате которого возникает определенная реакция СИ. И взаимодействие, и реакция возможны только на основе некоторого материального носителя. *Измерительная информация* всегда проявляется в материально-энергетической форме в виде сигналов [14].

Передача информации об измеряемой величине от объекта к приемнику информации по отдельным преобразующим элементам измерительной системы осуществляется также сигналами. Материальную основу сигнала составляет какой-либо физический объект или процесс, называемые *носителем информации*. В качестве носителей измерительной информации чаще всего используются колебания различной природы: электромагнитные, упругой среды, оптические, тепловые, ионизационных излучений. Наибольшее распространение получили носители в виде электрического напряжения или тока.

Носитель становится сигналом в процессе модуляции.

Параметры носителя, изменяемые во времени в соответствии с законом изменения измеряемой ФВ, называются *информативными*. Например, при использовании гармонических электрических колебаний информативными будут амплитуда, частота, фаза; если используется периодический прямоугольный сигнал, то информативными будут амплитуда, частота следования импульсов, длительность импульса, скважность и т. д.

Таким образом, *измерительный сигнал* обладает информативными параметрами, содержащими информацию о значении измеряемой величины. Сигналы измерительной информации для обеспечения возможности соединения отдельных функциональных элементов ИС должны обладать совместимостью по роду, размеру информативных параметров, закону их изменения и т. д. Эта совместимость обеспечивается стандартизацией сигналов.

В процессе измерения информация должна быть выделена из входного сигнала оптимальным образом. Для этого необходимо рассмотреть свойства сигналов и их параметров, особенно входных и выходных сигналов СИ, математические модели сигналов.

Измерительные сигналы можно разделить на постоянные и переменные во времени, неслучайные и случайные, периодические и почти периодические, импульсные, стационарные.

Неслучайные сигналы подразделяются на детерминированные и квазидетерминированные.

Детерминированный сигнал — это сигнал, закон которого известен, следовательно, известны и значения всех его параметров с определенной степенью точности. Детерминированные сигналы подают на входы СИ при их градуировке и поверке, используются в качестве несущих сигналов при передаче.

Квазидетерминированный сигнал — это сигнал с известным характером закона изменения во времени, но неизвестными по значению одним или несколькими параметрами. Незвестный информативный параметр квазидетерминированного процесса может иметь любые значения в весьма широком диапазоне и может являться случайной величиной.

Случайные сигналы имеют значение, которое в каждый момент времени является случайной величиной.

Сигналы, действующие на входе и выходе СИ, в зависимости от числа размеров, которые может иметь их основной параметр x , и характеристики изменения во времени можно разделить на аналоговые, дискретные, квантованные и цифровые (рис. 6.1).

Аналоговые сигналы задаются по оси времени несчетным множеством точек. Они произвольные по значению и непрерывные по времени.

Квантованные сигналы дискретные по уровню. Они квантованные по значению и непрерывные по времени, т. е. задаются на всей временной оси, но принимают лишь дискретные значения.

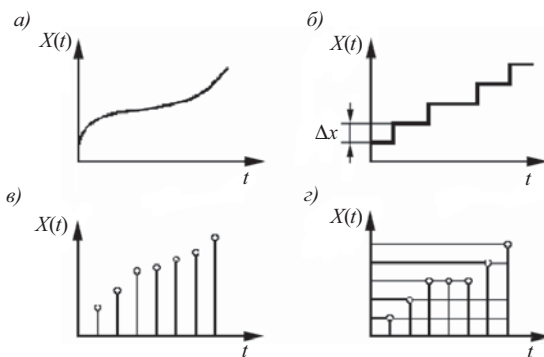


Рис. 6.1. Классификация сигналов:
 а — аналоговый; б — квантованный;
 в — дискретный; г — цифровой

Дискретные сигналы задаются на дискретных значениях времени (на счетном множестве точек). Они произвольные по значению и дискретные по времени.

Цифровые сигналы дискретные по времени и квантованные по уровню. Используются для представления сигналов в цифровой форме с помощью цифрового кодирования, поскольку уровни можно пронумеровать числами с конечным числом разрядов.

Чтобы сделать сигналы объектами теоретического изучения и расчетов, следует указать способ их математического описания, т. е. создать математическую модель сигналов.

Сигналы различного физического рода описываются общими математическими моделями (функциями):

$$x = f(t, a, b, c \dots),$$

где x — основной параметр сигнала; a, b, c — другие параметры сигнала.

Таким образом, во временной области измерительный сигнал рассматривается как функция времени, характеристики которой содержат информацию.

Рассмотрим наиболее типичные сигналы.

Импульсные сигналы имеют значения, ничтожно малые в любой точке временной оси, за исключением некоторой конечной области. Примеры импульсных сигналов приведены на рис. 6.2.

Информативными параметрами импульсных сигналов являются значение сигнала как функция времени $x(t)$, амплитудное (максимальное) значение $\max\{x(t)\}$, длительность сигнала τ , крутизна

переднего $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\text{перед}}$ или заднего $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\text{задн}}$ фронтов, площадь под

сигналом $S = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt$, энергия сигнала $E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$.

Для единичного и Гауссова сигналов площадь $S = 1$.

Периодические сигналы — это сигналы, значения которых повторяются через постоянные интервалы времени (периоды) T (рис. 6.3).

Для периодических сигналов справедливо соотношение

$$x(t) = x(t + T), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

К периодическим сигналам относится гармонический сигнал (рис. 6.3, а), для которого

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (6.1)$$

где x_0, ω_0, φ_0 — амплитуда, частота, фаза соответственно.

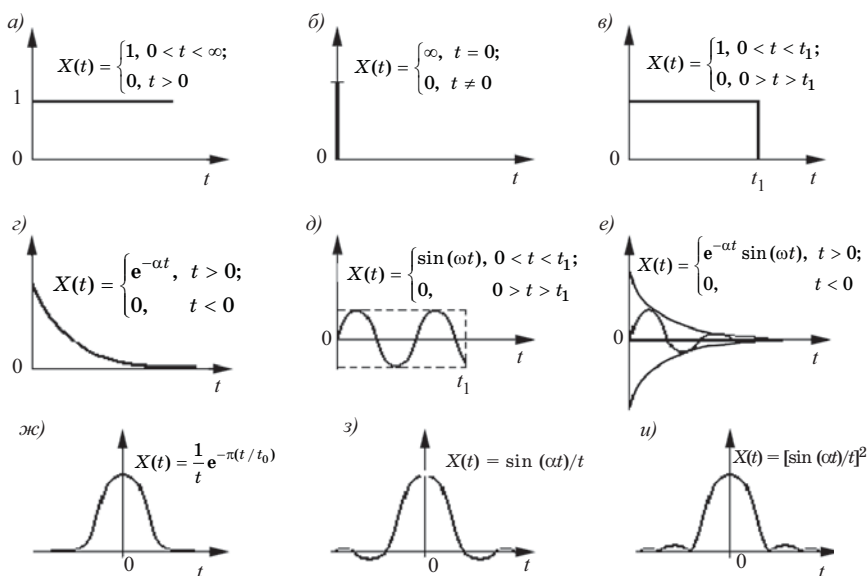


Рис. 6.2. Импульсные сигналы: *а* — единичная функция; *б* — единичный импульс (δ — функция Дирака); *в* — прямоугольный; *г* — экспоненциальный; *д* — пакет синусоид; *е* — затухающая синусоида; *ж* — Гауссов импульс; *з* — импульс типа $\sin(\alpha t)/t$; *и* — импульс типа $\sin^2[(\alpha t)/t]^2$

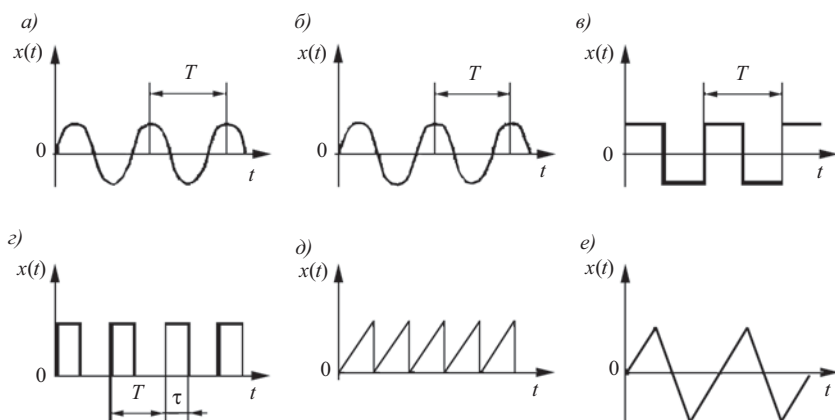


Рис. 6.3. Периодические сигналы

Периодический сигнал может быть представлен рядом Фурье (рис. 6.3, б)

$$x(t) = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} x_k \cos(k\omega t + \varphi_k).$$

Параметры x_0 , x_k , φ_k могут быть информативными.

В измерительной технике широко применяются периодические последовательности прямоугольных импульсов, свойства которых определяются амплитудой x_m , периодом повторения T и длительностью τ (рис. 6.3, в, г). Применяются также пилообразные (рис. 6.3, д) и треугольные (рис. 6.3, е) импульсы.

Для периодических сигналов рассматривают среднее значение за период

$$\tilde{S} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

и среднюю мощность

$$\tilde{E} = \frac{1}{T_0} \int_0^T |x(t)|^2 dt.$$

6.2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

В инженерной практике необходимо уметь не только генерировать сигналы, но и «проводить» их через различные звенья ИС. Сигналы измерительной информации преобразуются в различных физических звеньях измерительной цепи. Они подвергаются функциональному преобразованию, модуляции, дискретизации, квантованию, детектированию, фильтрации, сравнению, запоминанию, восстановлению. Рассмотрим, как осуществляются некоторые из перечисленных преобразований.

Модуляция синусоидально изменяющихся сигналов. Материальный носитель становится сигналом в процессе модуляции. Необходимость модуляции в СИ возникает тогда, когда требуется повысить точность обработки измерительного сигнала. Модуляция применяется для передачи информации, содержащейся в измеряемой величине, по измерительной цепи или каналу связи, соединяющему входные и выходные преобразователи. Воздействие измерительного сигнала $x(t)$ на какой-либо стационарный сигнал называется *модуляцией*.

Выделение из модулированного сигнала составляющей, пропорциональной измеряемому сигналу, называется *детектированием*.

В качестве стационарного сигнала, называемого носителем, выбирают чаще всего гармоническое колебание (6.1), которое определяется амплитудой x_0 , частотой ω_0 и фазой φ_0 . Любой из этих параметров при осуществлении амплитудной, частотной или фазовой модуляций может быть информативным.

Амплитудная модуляция используется в многочисленных СИ, например в оптоэлектронных, волоконно-оптических датчиках [13, 18].

Пусть носителем информации является напряжение

$$u = U_0 \cos (\omega_0 t + \varphi_0).$$

Введя модулирующую функцию $f(t)$, получим следующее выражение при амплитудной модуляции:

$$u_{\text{AM}} = [U_0 + \Delta U f(t)] \cos (\omega_0 t + \varphi_0),$$

где ΔU — значение наибольшего приращения модулируемого параметра — амплитуды.

При амплитудной модуляции огибающая амплитуд несущей частоты должна повторять форму модулирующей функции $f(t)$.

Рассмотрим этот вопрос при условии, что носителем информации служит переменный ток i . В этом случае немодулированное (несущее) колебание имеет вид

$$i = I_0 \cos (\omega_0 t + \varphi_0).$$

Введя модулирующую функцию $x(t)$, получим выражение при амплитудной модуляции:

$$i_{\text{AM}} = [I_0 + \Delta I x(t)] \cos (\omega_0 t + \varphi_0), \quad (6.2)$$

где ΔI — наибольшее приращение тока (модулируемого параметра).

Выражение (6.2) перепишем в виде

$$i_{\text{AM}} = I_0 [1 + m_{\text{AM}} x(t)] \cos (\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $m_{\text{AM}} = \Delta I / I$ — коэффициент модуляции или глубина модуляции.

При амплитудной модуляции огибающая амплитуд несущей частоты должна повторять форму модулирующей функции $x(t)$. Этот процесс не будет сопровождаться искажениями, если $|x(t)| < 1$, а глубина модуляции $0 < m_{\text{AM}} < 1$.

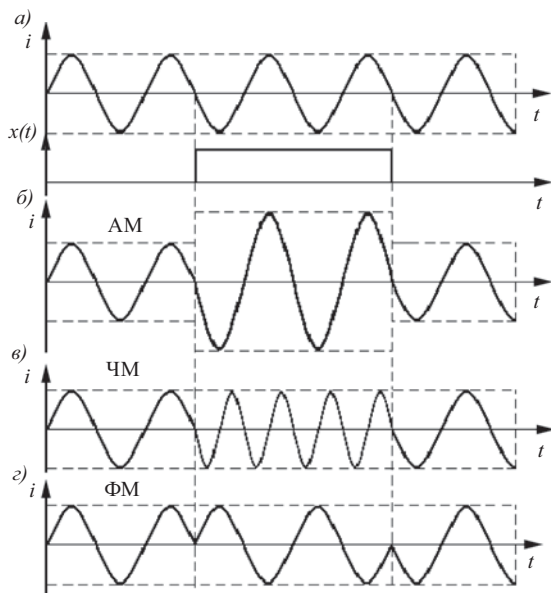


Рис. 6.4. Формы АМ-, ЧМ- и ФМ-сигналов при импульсной модуляции

Характер изменения амплитуды несущей частоты, вызванный модулирующим воздействием $x(t)$, представлен на рис. 6.4, а, б.

Частотная модуляция используется в измерительной технике главным образом в различных телеизмерительных устройствах с проводными или радиоканалами связи, а также в радиотелеметрии.

Измерительные устройства с частотной модуляцией находят широкое применение для измерения расстояний. Например, радиовысотомеры непрерывного излучения позволяют измерять высоты до 1500 м, что важно при взлете и посадке самолетов.

Роль частотной модуляции возрастает в связи с комплексной автоматизацией производственных процессов на базе ЭВМ. Технически целесообразно не преобразовывать аналоговые величины в дискретные, а создавать преобразователи, на выходе которых получались бы непосредственно дискретные величины.

При частотной модуляции модулирующая функция $x(t)$ воздействует непосредственно на несущую частоту

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega x(t), \quad (6.3)$$

где $\Delta\omega$ — амплитуда частотного отклонения или девиация.

Модулируемое колебание имеет вид (рис. 6.4, в)

$$i_{\text{ЧМ}} = I_0 \cos \int_0^t \omega dt.$$

В этом выражении частота ω переменна и поэтому в процессе измерения получает бесконечно малые приращения.

Подставив значение частоты из выражения (6.3), получим

$$i_{\text{ЧМ}} = I_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int_0^t x(t) dt \right].$$

Для СИ, преобразующих измеряемую величину в пропорциональное ей изменение частоты, существенно значение величины $m_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega/\omega$, которую называют относительным изменением частоты или глубиной частотной модуляции. В СИ оптимальным значением, обеспечивающим получение минимальной погрешности за счет расширения частотного спектра, считают значение, равное $m = 5 \div 15 \%$. Для обеспечения таких значений m преобразователи, используемые в цепях частотной модуляции, должны иметь значительные относительные изменения параметра — 10–30 %.

Фазовая модуляция в измерительной технике чаще всего применяется при измерении неэлектрических величин. Этим методом можно, например, определить расход (скорость) жидкости, измеряя разность фаз ультразвуковых колебаний, распространяющихся от излучателя как в направлении потока, так и против него.

Модуляция фазы позволяет получить частотную модуляцию с высокой стабильностью несущей частоты. Фазовая модуляция осуществляется в результате изменения угла сдвига колебаний несущей частоты относительно начальной фазы немодулированных колебаний.

Мгновенное значение переменного тока носителя можно представить в виде

$$i = I_0 \cos \Theta, \quad (6.4)$$

где Θ — мгновенное значение фазы.

При модуляции по фазе амплитуда и частота носителя постоянны, а мгновенная фаза колебаний изменяется в соответствии с законом изменения измеряемого сигнала

$$\Theta = \omega_0 t + \Delta\varphi x(t).$$

Подставив мгновенное значение фазы Θ в (6.4), получим (рис. 6.4, г):

$$i_{\text{ФМ}} = I_0 \cos [\omega_0 t + \Delta\varphi x(t)].$$

Постоянную величину, являющуюся максимальным отклонением при $x(t) = 1$, называют девиацией фазы или коэффициентом фазовой модуляции.

Фазовый угол немодулированного колебания линейно растет со временем и равен $\omega_0 t$. При модуляции к этому углу добавляется приращение $\Delta\varphi x(t)$.

Таким образом, при модуляции по фазе нужно измерять мгновенную фазу Θ . Это возможно только путем сопоставления фазы полученного переменного сигнала с фазой Θ_0 какого-либо опорного переменного сигнала. Поэтому при модуляции по фазе приходится дополнительно передавать базовый переменный сигнал с мгновенной фазой

$$\Theta - \Theta_0 = \Delta\varphi f(t) + \varphi_0.$$

Разность фаз является однозначной функцией измеряемой величины.

Модуляция импульсных сигналов. Преобразование измеряемой величины в последовательность импульсов давно применяют в измерительной технике. При использовании в качестве носителя информации периодической последовательности импульсов можно получить не менее четырех новых видов модуляции (рис. 6.5):

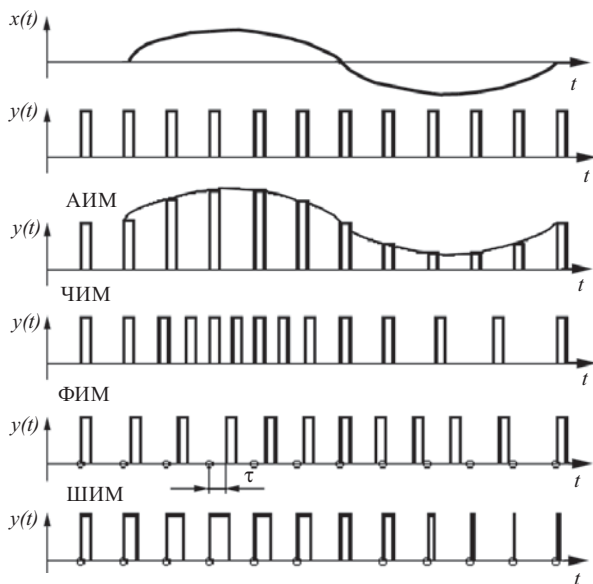


Рис. 6.5. Виды импульсной модуляции

амплитудно-импульсную (АИМ); частотно-импульсную (ЧИМ); фазоимпульсную (ФИМ); широтно-импульсную (ШИМ).

В телемеханике ШИМ и ФИМ называют время-импульсной модуляцией.

При *амплитудно-импульсной модуляции* у несущей последовательности импульсов изменяется только амплитуда по закону сигнала $x(t)$. В случае *частотно-импульсной модуляции* изменение частоты следования импульсов пропорционально амплитуде модулирующего сигнала. В случае *фазоимпульсной модуляции* смещается положение импульсов относительно тактовых точек в соответствии с изменением модулирующего сигнала. *Широтно-импульсная модуляция* заключается в изменении длительности импульсов в соответствии с законом изменения модулирующего сигнала. Детектирование импульсных сигналов выполняется при помощи фильтров низких частот.

Кодоимпульсная модуляция. Передача информации часто осуществляется кодоимпульсными сигналами, представляющими собой непериодическую последовательность импульсов, поступающих в канал связи отдельными группами. Число, расположение импульсов относительно друг друга или их параметры в каждой из групп различаются между собой, и такая группа является символом какого-нибудь одного дискретного сообщения, обозначая, например, цифру или предмет.

Числовые значения любой ФВ можно представить двоичным кодом, для передачи которого нужно иметь всего два разных сигнала (0 и 1). В качестве таких сигналов можно взять два импульса тока, различающихся между собой по какому-либо признаку. Можно за один из сигналов (0 и 1) принять даже паузу (отсутствие сигнала). Передача числовой информации, осуществляемая таким образом, менее подвержена искажениям от помех в канале связи.

На рис. 6.6 приведен график, поясняющий передачу дискретной информации с применением кодоимпульсной модуляции.

На рис. 6.6, а дан график некоторой непрерывной величины $y = f(t)$. Для передачи информации необходимо квантовать эту величину по уровню и по времени. Из графика видно, что в моменты времени $t_1, t_2, \dots$ квантованные значения равны соответственно 4, 3, 2, 6, 7 единицам квантования. Строка «двоичный код» дает изображения этих чисел в равномерном трехэлементном двоичном коде.

На рис. 6.6, б показано, как можно образовать символы данного кода для передачи, используя положительные и отрицательные импульсы, если принять положительный импульс за 1, а отрицательный — за 0.

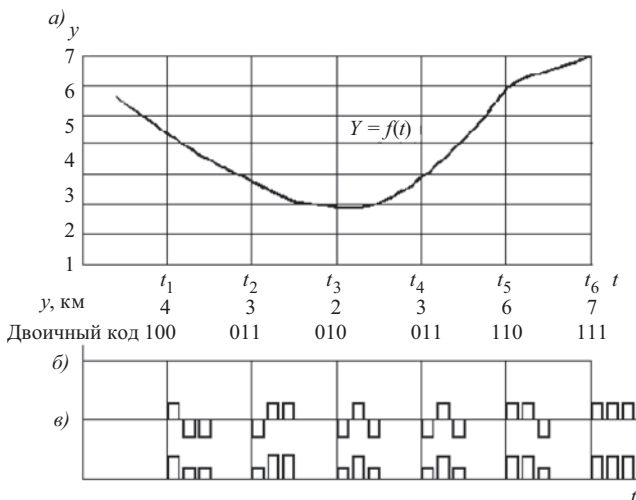


Рис. 6.6. Примеры кодоимпульсных сигналов

На рис. 6.6, в показаны символы того же кода, составленные из сигналов в виде импульсов с применением амплитудного признака.

Кодоимпульсная модуляция обладает рядом ценных достоинств, из которых нужно указать на следующие:

- 1) отсутствие принципиальных ограничений для получения результатов измерения с малыми погрешностями;
- 2) высокая помехоустойчивость, что обеспечивает очень большие дальности передачи измерительной информации;
- 3) простота обработки результатов при помощи цифровых автоматических устройств, а также введения результатов измерения в ЭВМ.

Дискретизация. Дискретизация является обычно промежуточным преобразованием сигнала в форму, удобную для последующих операций: передачи, масштабирования. Если на вход переключателя S , который периодически с интервалом T замыкается на короткое время, подать аналоговый сигнал, то на выходе образуется последовательность импульсов конечной длины (рис. 6.7).

Для технических приложений удобно рассматривать идеальную дискретизацию, когда на выходе дискретизатора образуется последовательность единичных импульсов, имеющих площадь $x(nT)$, равную значению сигнала $x_{\text{вх}}(t)$ в моменты отсчетов $t = 0, T, \dots, nT$, где T — шаг дискретизации, промежуток времени между двумя соседними моментами дискретизации (рис. 6.7, а).

В этом случае входной сигнал (несущую) можно представить в виде непрерывной последовательности единичных импульсов

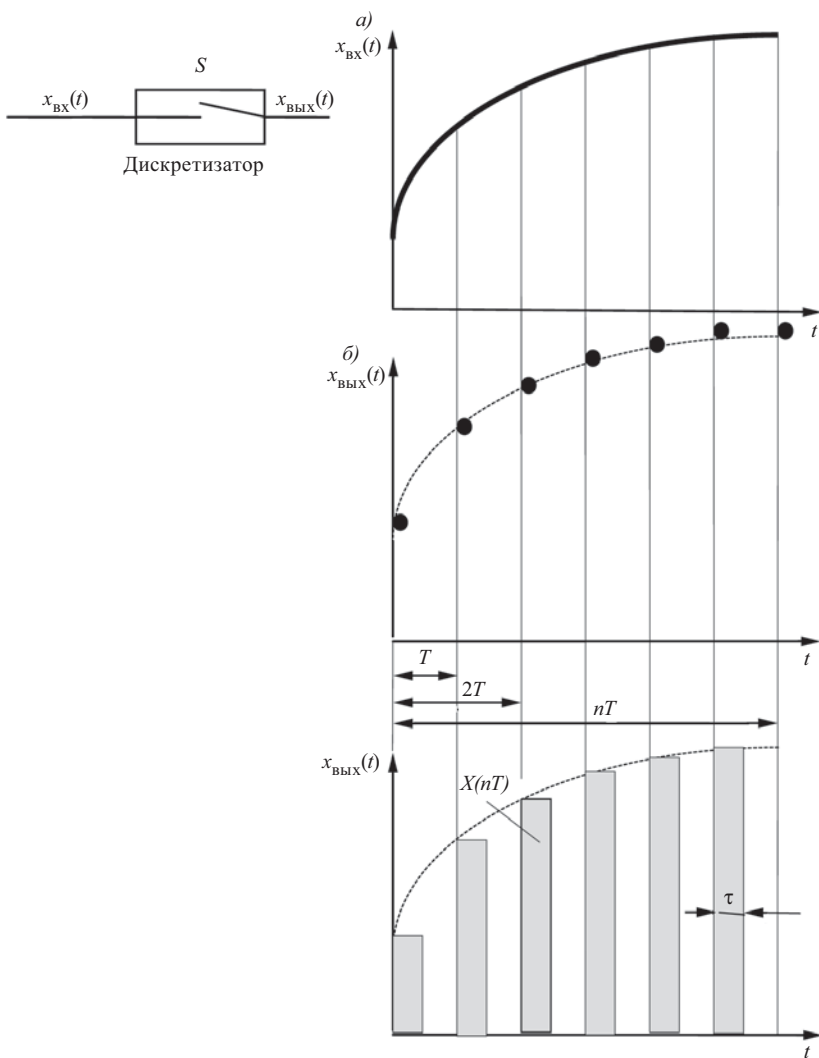


Рис. 6.7. Дискретизация сигнала: а — идеальная; б — реальная

(δ -функций), а идеальную дискретизацию сравнить с модуляцией.

Тогда импульсная функция дискретизации примет вид

$$F_{\text{д}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT).$$

Такую последовательность называют «гребенкой Дирака».

Таким образом, если задан сигнал $x_{\text{вх}}(t)$, то дискретизация с частотой f означает умножение функции $x_{\text{вх}}(t)$ на импульсную функцию дискретизации $F_{\text{д}}(t)$, т. е.

$$x_{\text{вых}}(t) = x_{\text{вх}}(t)F_{\text{д}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_{\text{вх}}(t)\delta(t - nT),$$

где $x_{\text{вых}}(t)$ — дискретизированный сигнал.

Дискретизация с усреднением. Получить идеальную последовательность единичных импульсов практически сложно. Как правило, импульсы имеют определенную длительность τ . Поэтому рассмотрим дискретизацию с помощью импульсов конечной ширины τ (рис. 6.7, б). В этом случае δ -функцию заменяют «щелевой» функцией. Определим ее.

Если щель имеет прямоугольную форму, то площадь импульсов на выходе будет иметь площадь

$$x(nT) = (1/\tau) \int_{nT-\tau}^{nT} x_{\text{вх}}(t) dt,$$

где τ — ширина щели.

Введем понятие прямоугольной функции (рис. 6.8):

$$\Pi_{\tau/2}(t) = \begin{cases} 1, & t \in [-\tau/2, \tau/2]; \\ 0, & t \notin [-\tau/2, \tau/2]. \end{cases}$$

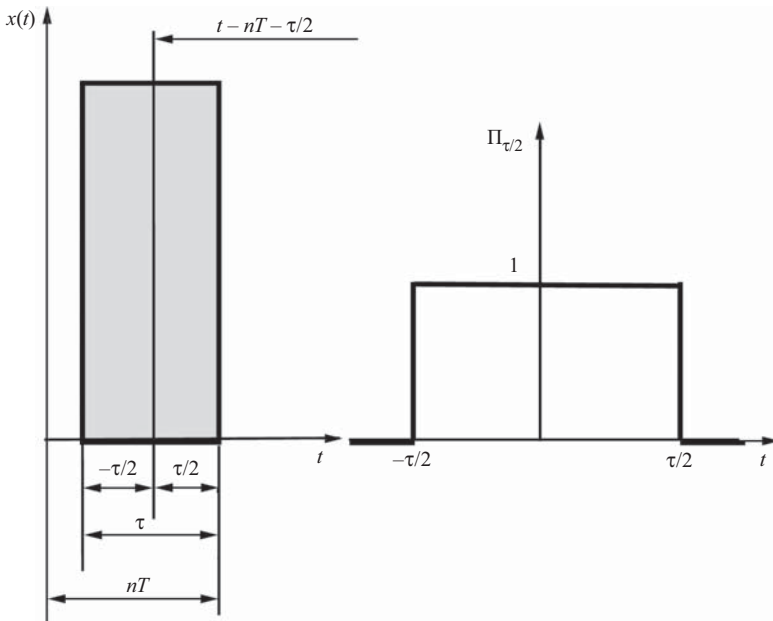


Рис. 6.8. График прямоугольной функции $\Pi_{\tau/2}(t)$

Используя прямоугольную функцию $\Pi_{\tau/2}(t)$, получим

$$x(nT) = (1/\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_{\tau/2}(t - nT - \tau/2) x_{\text{ВХ}}(t) dt.$$

При $t = nT$ площадь импульсов

$$x(nT) = (1/\tau) x_{\text{ВХ}}(t) \otimes \Pi_{\tau/2}(t).$$

Тогда щелевая функция дискретизации

$$F_{\text{д}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(nT) \delta(t - nT).$$

Выражение дискретизированной функции будет иметь вид

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = [(1/\tau) x_{\text{ВХ}}(t) \otimes \Pi_{\tau/2}(t)] \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT).$$

При дискретизации непрерывной зависимости теряется часть информации о ней, но зато каждое значение дискретизированного сигнала строго «привязано» к определенному моменту времени.

Пример. При частотной модуляции гармонического сигнала

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = x_0 \cos [\omega_0(t) + \varphi_0]$$

модулирующая функция $x(t)$ воздействует непосредственно на несущую частоту $\omega = \omega_0 + \Delta\omega f(t)$, где $\Delta\omega$ — амплитуда частотного отклонения, или девиация. Тогда

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = x_0 \cos [(\omega_0 + \Delta\omega f(t))\Delta t],$$

или

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = x_0 \cos [(\omega_0 + \Delta\omega \int_0^t f(t) dt)].$$

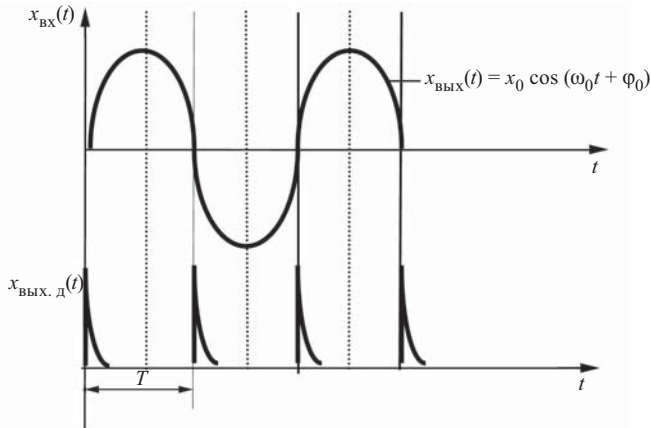


Рис. 6.9. Дискретизация при частотной модуляции гармонического сигнала

Чтобы выделить полезную информацию об измеряемой ФВ, необходимо провести дискретизацию сигнала $x_{\text{вых}}(t)$.

Если информативным параметром гармонического сигнала является частота, то проводится дискретизация гармонического сигнала в целях получения информации о его частотно-временных параметрах. Создается последовательность импульсов с определенным периодом повторения T с помощью формирователя импульсов. Импульсы выдаются в моменты перехода входного гармонического сигнала через нулевые значения. Такая дискретизация нашла распространение в частотных измерительных преобразователях, в которых различные ФВ преобразуются в частоту (рис. 6.9).

6.3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО СИГНАЛА ИЗ ДИСКРЕТИЗИРОВАННОГО

В дискретизированных сигналах отсутствуют промежуточные значения, которые содержались в непрерывном сигнале. Для многих последующих операций необходим непрерывный сигнал. Поэтому дискретизированный сигнал во многих случаях следует преобразовать в непрерывный и восстановить в нем все его промежуточные значения.

При восстановлении необходимо по известным мгновенным значениям в известные моменты времени оценить все промежуточные значения этого сигнала путем *интерполяции* или *экстраполяции*. Поэтому важно предварительно подобрать для данного участка сигнала восстанавливающую базисную функцию.

Интерполяционные методы восстановления аналогового сигнала. Оптимальная интерполяция. Пусть исходный аналоговый сигнал $x(t)$ на интервале T дискретизирован (представлен) и передается последовательными отсчетами $x(t_k)$, где $k = 0, 1, \dots$.

Тогда любой полином

$$\hat{x}_B(t) = \sum_{i=1}^n q_i W_{\text{и}}(t - t_i), \quad t_0 \leq t \leq t_{N_k}, \quad (6.5)$$

где $t_i = kT_{\text{ц}}$, $i = 0, 1, \dots, N_k$, удовлетворяющий системе уравнений

$$\hat{x}_B(t) = x(t_k), \quad k = 0, 1, \dots, N_k, \quad (6.6)$$

называется *интерполяционным* для функции $x(t)$ на интервале T , точки опроса t_k — *узлами интерполяции*, а базисные функции $W_{\text{и}}(t - t_i)$ — элементарными *интерполирующими функциями*.

Полином (6.5) можно рассматривать так же, как выражение для выходного сигнала интерполирующего устройства, на вход которого поступают отсчеты $x(t_k)$ (рис. 6.10).

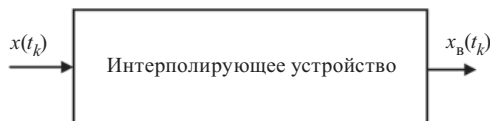


Рис. 6.10. Интерполирующее устройство в общем виде

Тогда функцию $W_{\text{и}}(t - t_i)$ можно назвать импульсной весовой функцией интерполятора, а q_i — весовыми коэффициентами.

Если импульсные функции $W_{\text{и}}(t - t_i)$, определяющие вид интерполирующего полинома (6.5), заданы, то весовые коэффициенты q_i вычисляют как решение системы алгебраических уравнений (6.6).

Решение $\{q_i, i = 0, 1, \dots, N_k\}$ является единственным, поскольку число уравнений равно числу неизвестных.

В зависимости от того, в каком классе заданы функции $W_{\text{и}}(t - t_i)$: алгебраические, тригонометрические и др., существуют разнообразные интерполирующие полиномы (методы интерполяции).

Задача синтеза *оптимального метода интерполяции* заключается в нахождении такой (оптимальной) системы импульсных функций $W_{\text{и. опт}}(t - t_i)$, которая обеспечивает минимальную погрешность восстановления процесса.

Коэффициенты ряда q_i и базисные функции $W_{\text{и}}(t - t_i)$ выбирают на основе разных критериев, например:

- по минимуму средней квадратической погрешности;
- по критерию совпадения значений восстанавливаемого непрерывного сигнала с мгновенными значениями дискретизированного сигнала.

Базисные функции подбирают из условий наибольшей простоты их реализации и достижения заданной точности восстановления сигналов.

Если базисные функции и коэффициенты ряда выбирают по критерию *минимума средней квадратической погрешности*, то коэффициенты q_i определяют как соответствующие коэффициенты ряда Фурье:

$$q_i = \int_0^t x(t) W_i(t) dt.$$

При этом выполняется критерий

$$\min \int_0^t |x_t - x_{\text{в}}(t)|^2 dt.$$

Если базисные функции и коэффициенты ряда выбирают по критерию *совпадения значений восстанавливаемого непрерыв-*

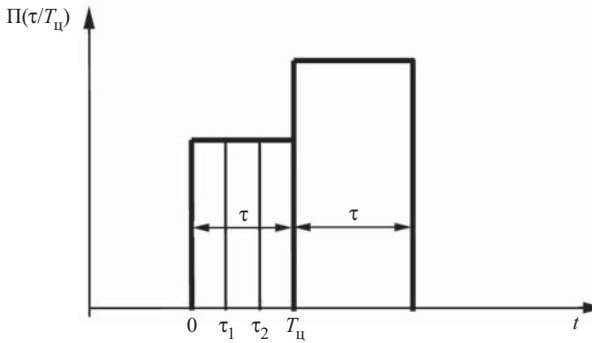


Рис. 6.11. Базисная функция окна

ного сигнала с мгновенными значениями дискретизированного сигнала, то их параметры определяют путем решения системы уравнений:

$$x(t - t_i) = \sum_{i=1}^n q_i(t - t_i)W_i(t - t_i),$$

где $t_i = kT_{\text{ц}}$ ($T_{\text{ц}}$ — период дискретизации), $k = 0, 1, \dots, N_k$.

Для обеспечения простоты реализации в качестве базисных функций в этом случае выбирают функции типа «функция окна» (рис. 6.11)

$$W_i(t - t_i) = P_m \otimes \Pi\tau/T_{\text{ц}},$$

где P_m — полином m -й степени; τ — момент отсчета искомой функции, $\Pi(\tau/T_{\text{ц}})$ — базисная функция окна:

$$\Pi(\tau/T_{\text{ц}}) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq \tau \leq T_{\text{ц}}; \\ 0 & \text{при } 0 < \tau \text{ и } \tau > T_{\text{ц}}. \end{cases}$$

Возникают два случая восстановления непрерывного сигнала из дискретизированного (рис. 6.12):

- по физическим дискретизированным во времени мгновенным значениям сигналов;
- по известным числовым значениям дискретизированного сигнала в соответствующие моменты дискретизации t_k .

«Физическое» восстановление сигналов. Теорема Котельникова. Теорема. Если функция $X(t)$, обладающая спектром с граничной частотой f_c , дискретизирована циклически с периодом $T_{\text{ц}} \leq 1/2f_c$, то она может быть восстановлена по совокупности ее мгновенных значений без погрешности интерполяционным рядом Котельникова

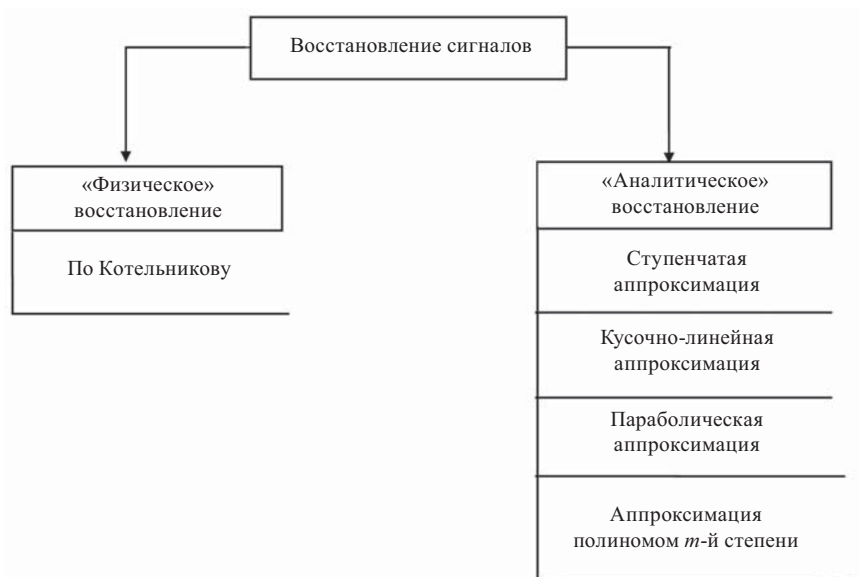


Рис. 6.12. Классификация способов восстановления непрерывного сигнала из дискретизированного

$$x_{\text{восст}}(t) = \sum_{t=-\infty}^{\infty} x(t_i) W_{\text{и. опт}}(t - t_i), \quad (6.7)$$

где $-\infty \leq t \leq +\infty$; $t_i = kT_{\text{ц}}$.

Этот ряд образован на основе так называемой функции отсчетов (функции времени) (рис. 6.13)

$$W_{\text{и. опт}}(t - t_i) = \frac{\sin[\pi f_0(t - t_i)]}{\pi f_0(t - t_i)}.$$

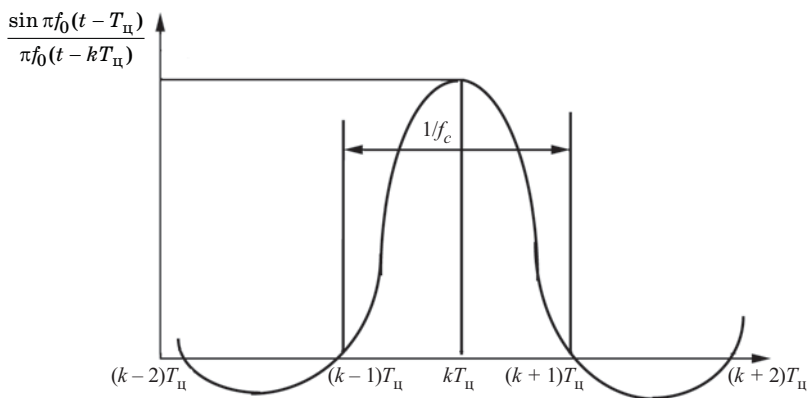


Рис. 6.13. График функции отсчетов

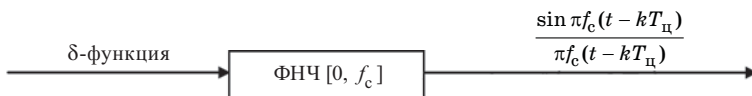


Рис. 6.14. Реакция ФНЧ на входное воздействие в виде δ -функции

Тогда выражение (6.7) переписывается в следующем виде:

$$x_{\text{восст}}(t) = \sum_{t=-\infty}^{\infty} x(t) \frac{\sin \pi f_c(t - t_i)}{\pi f_c(t - t_i)}.$$

Непрерывный сигнал $x(t)$ может быть представлен суммой произведений мгновенных значений сигнала $x(t_i)$, взятых с интервалом $T_{\text{ц}} = 1/2f_c$ на функцию отсчетов.

Функция отсчетов при $t = kT_{\text{ц}}$ достигает максимума, равного 1, при $t = (k \pm n)T_{\text{ц}} = 0$.

Функция отсчетов представляет собой реакцию идеального фильтра нижних частот (ФНЧ) с полосой $[0, f_c]$ на входное воздействие в виде единичной импульсной функции (δ -функции) (рис. 6.14).

Следовательно, если дискретизированный с шагом $T_{\text{ц}} = 1/2f_c$ сигнал подать на вход идеального фильтра с границами $[0, f_c]$, то на выходе получается восстановленный без погрешностей непрерывный сигнал (рис. 6.15).

Недостатки восстановления сигналов по методу В. А. Котельникова:

1) теорема Котельникова применима для полиномов с ограниченным частотным спектром, а реальные сигналы $x(t)$ всегда ограничены во времени и поэтому имеют бесконечный частотный спектр; но на практике с достаточной точностью можно ограничить сигнал частотой f_c (считая, что при $f > f_c$ спектр близок к нулю) и пренебречь влияниями высших гармоник;

2) при фильтрации реальный сигнал восстанавливается приближенно, так как функция отсчетов обладает бесконечной протяженностью во времени.

Таким образом, при восстановлении сигнала возникает погрешность. Но при известном сигнале погрешность может быть оценена.

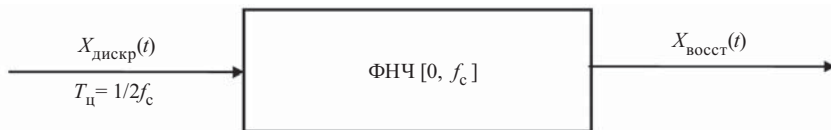


Рис. 6.15. Восстановление сигнала по методу Котельникова

Восстановление полиномом Лагранжа. При восстановлении степенными полиномами восстановленная функция имеет вид

$$X_{\text{восст}}(t) = \sum_{i=0}^m X(t_i) W_{\text{ил}}(t - t_i). \quad (6.8)$$

Здесь $X(t)$ — значения отсчетов дискретизированной функции; $W_{\text{ил}}(t - t_i)$ — интерполяционный полином Лагранжа,

$$W_{\text{ил}}(t - t_i) = \frac{(t - t_0)(t - t_1) \times \dots \times (t - t_{i-1})(t - t_{i+1}) \times \dots \times (t - t_m)}{(t_i - t_0)(t_i - t_1) \times \dots \times (t_i - t_{i-1})(t_i - t_{i+1}) \times \dots \times (t_i - t_m)},$$

где $t_0 \leq t \leq t_m$, $i = 0, 1, \dots, m$; m — степень полинома.

Значения коэффициентов q_i равны значениям отсчетов, т. е. $q_i = X(t_i)$.

При интерполяции функция $x(t)$ на каждом участке между известными значениями заменяется кривой, изменяющейся по определенному закону (например, горизонтальной прямой при ступенчатой интерполяции, отрезком наклонной прямой при кусочно-линейной интерполяции, участком параболы при параболической).

При $m = 0$ осуществляется ступенчатая интерполяция;

при $m = 1$ — кусочно-линейная интерполяция;

при $m = 2$ — квадратичная ступенчатая интерполяция;

при $m = 3$ — кубическая ступенчатая интерполяция и т. д.

Наибольшую разность между интерполированными и действительными промежуточными значениями функции $x(t)$ называют *мгновенной погрешностью от интерполяции* $\Delta x_{\text{и}}$.

Погрешность от интерполяции зависит от закона изменения $x(t)$. Если $x(t)$ — линейная функция, то оптимальный закон интерполяции является линейным. Погрешность от интерполяции будет тем меньше, чем меньше шаг дискретизации $T_{\text{ц}}$. При усложнении способа интерполяции значительно возрастают стоимость и сложность аппаратуры.

Ступенчатая интерполяция. Выполняется по одному отсчету полиномом нулевой степени ($m = 0$) $P_m(\tau) = 1$ весовой функцией $W_{\text{ил}}(t - t_0) = \Pi(\tau/T_{\text{ц}})$ на интервале $t_0 + T_{\text{ц}}/2 \geq t \geq t - T_{\text{ц}}/2$.

При ступенчатой интерполяции все мгновенные значения $x(t)$ в течение времени $T_{\text{ц}}$ между моментами измерения t_i и t_{i+1} заменяются значениями $x(t_i)$ в момент t_i (рис. 6.16).

В этом случае выражение (6.8) перепишется следующим образом:

$$X_{\text{восст}}(t) = \sum_{i=1}^m X(t_i) \otimes \Pi(\tau/T_{\text{ц}}).$$

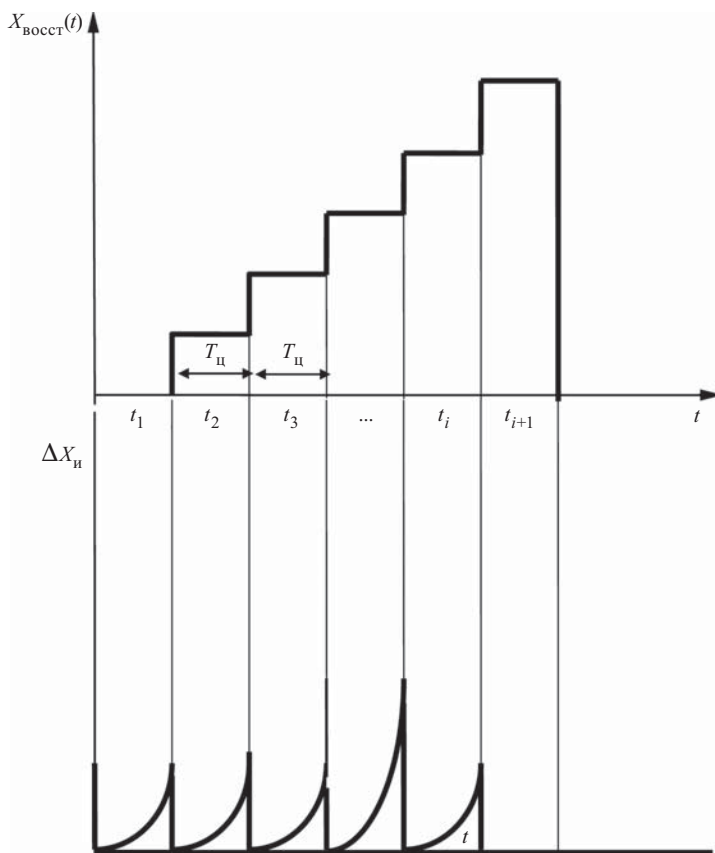


Рис. 6.16. Пример ступенчатой интерполяции

Максимальное значение будет на наиболее крутом участке функции (см. рис. 6.16).

Кусочно-линейная интерполяция. При использовании степенных полиномов первого порядка ($m = 1$) кривая в промежутке между двумя известными значениями заменяется отрезком прямой вида

$$X_{\text{восст}}(t) = q_0 + q_1 t.$$

В соответствии с построениями, приведенными на рис. 6.17, имеем

$$X_{\text{восст}}(t) = X_1(t) + \frac{X_2(t) - X_1(t)}{t_2 - t_1} t, \quad (6.9)$$

где $X_1(t) = q_0$, $[X_2(t) - X_1(t)]/(t_1 - t_2) = q_1$, $t_1 - t_2 = T_{\text{ц}}$.

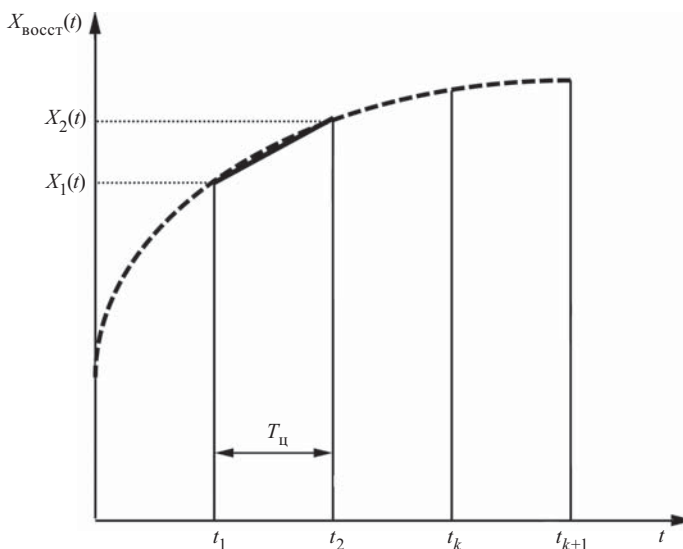


Рис. 6.17. Пример кусочно-линейной интерполяции

С учетом периода дискретизации $T_{\text{ц}}$ и того, что полином Лагранжа нулевой степени ($m = 0$) определяется функцией окна $W_1 = \Pi(\tau/T_{\text{ц}})$, а полином первой степени ($m = 1$) — функцией вида $W_2 = \tau \otimes \Pi(\tau/T_{\text{ц}})$, восстановленный сигнал на всем участке восстановления в соответствии с выражением (6.8) примет вид

$$X_{\text{восст}}(t) = \sum_{i=1}^m \left\{ x(t_k) \otimes \Pi(\tau/T_{\text{ц}}) + \frac{x(t_k + T_{\text{ц}}) - x(t_k)}{T_{\text{ц}}} \tau \otimes \Pi(\tau/T_{\text{ц}}) \right\}.$$

Контрольные вопросы

1. Что такое измерительный сигнал?
2. Какие бывают измерительные сигналы?
3. С какой целью измерительный сигнал подвергается модуляции?
4. С какой целью и как осуществляется дискретизация аналогового сигнала?
5. Как выбирают базисные функции и весовые коэффициенты при восстановлении сигналов?
6. В чем достоинство «физического» восстановления сигнала с помощью функции отсчетов?
7. В чем заключается «аналитическое» восстановление сигналов полиномами m -й степени?
8. Что понимается под моделированием измерительной системы?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. РМГ 64-2003 ГСИ. Обеспечение эффективности измерений при управлении технологическими процессами. Методы и способы повышения точности измерений. — М.: Изд-во стандартов, 2004.
2. Брюханов В. А. Методы повышения точности измерений в промышленности. — М.: Изд-во стандартов, 1991.
3. Грановский В. А., Сирая Т. Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. — Л.: Энергоатомиздат, 1990.
4. ГОСТ Р 8.563–2009. Государственная система обеспечения единства измерений. Методики (методы) измерений. — М.: Стандартинформ, 2010.
5. ГОСТ 8.207–76. ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов измерений.
6. Димов Ю. В. Метрология, стандартизация и сертификация. — М.: Питер, 2010.
7. Земельман М. А. Метрологические основы технических измерений. — М.: Изд-во стандартов, 1991.
8. Курсовая работа по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» (для приборостроительных специальностей) : метод. указания / Сост. Т. И. Мурашкина, Т. Б. Бростилова, О. В. Юрова, А. С. Щевелев. — Пенза: Изд-во ПГУ, 2011. — 24 с.
9. Метрологическое обеспечение и эксплуатация измерительной техники / Г. П. Богданов, В. А. Кузнецов, М. А. Лотонов [и др.]; под ред. В. А. Кузнецова. — М.: Радио и связь, 1990. — 240 с.
10. МИ 2083–90. ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей.
11. Теория измерений: учеб. пособие / Т. И. Мурашкина, В. А. Мещеряков, Е. А. Бадеева, Е. В. Шалобаев. — М.: Высш. шк., 2007. — 151 с.
12. Мурашкина Т. И., Юрова О. В., Щевелев А. С. Теория измерений: метод. указания. — Пенза: Изд-во ПГУ, 2011. — 44 с.
13. Мурашкина Т. И., Волчихин В. И. Амплитудные волоконно-оптические датчики автономных систем управления. — Пенза: Изд-во ПГУ, 1999. — 188 с.
14. Молчанов А. Г., Мещеряков В. А., Мурашкина Т. И. Теория, расчет и проектирование измерительных приборов и систем: учеб. пособие. — Пенза: Изд-во ПГУ, 1998. — 116 с.
15. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. — Л.: Энергоатомиздат, 1985. — 248 с.
16. Новоселов О. Н., Фомин А. Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1991.
17. Пистровский Я. Теория измерений для инженеров: пер. с пол. — М.: Мир, 1989.
18. Правиков Ю. М., Муслина Г. Р. Метрологическое обеспечение производства: учеб. пособие. — М.: КноРус, 2012. — 236 с.

19. *Разработка* теории распределения светового потока в оптической системе волоконно-оптических преобразователей физических величин отражательного типа / Е. А. Бадеева, Л. Н. Коломиец, Н. П. Кривулин [и др.] — Пенза: ПГУ, 2008 — 85 с.

20. *РМГ 29–99*. ГСИ. Метрология. Основные термины и определения. — М.: Изд-во стандартов, 2000.

21. *Сергеев А. Г., Латышев М. В., Терегера В. В.* Метрология. Стандартизация. Сертификация: учеб. пособие. — М.: Логос, 2005.

22. *Федеральный закон «Об обеспечении единства измерений»* от 26.06.2008 № 102-ФЗ.

23. *Шишкин И. Ф.* Теоретическая метрология. Ч. 1. Общая теория измерений: учебник. — 4-е изд. перераб. и доп. — СПб.: Питер, 2010. — 192 с.

24. *Шишкин И. Ф.* Теоретическая метрология. Ч. 2. Обеспечение единства измерений: учебник. — 4-е изд. перераб. и доп. — СПб.: Питер, 2011. — 53 с.

25. *ISO 10012:2003*. Системы менеджмента измерений. Требования к измерительным процессам и измерительному оборудованию.

26. *JCGM 104:2009*. Evaluation of measurement data – An introduction to the „Guide to the expression of uncertainty in measurement“ and related documents (Оценивание данных измерения — введение к «Руководству по выражению неопределенности измерений» и связанным с ним документам).

ISBN 978-5-7325-1051-5



ЭЛЕКТРОННОЕ УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Татьяна Ивановна **Мурашкина**

**ТЕХНИКА ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА
И МЕТРОЛОГИЯ**

Редактор *М. И. Козицкая*

Корректор *Т. Н. Гринчук*

Компьютерная верстка и обложка *Т. М. Каргапольцевой*

Подписано в печать 02.03.2015.

Электронных текстовых данных 3,8 Мб

Электронный текст подготовлен ОА «Издательство «Политехника»».

191023, Санкт-Петербург, Инженерная ул., 6.

www.polytechnics.ru



Татьяна Ивановна МУРАШКИНА — доктор технических наук, профессор кафедры «Приборостроение» ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет». Академик Академии космонавтики им. К. Э. Циолковского. В 2006–2011 гг. — начальник управления системой качества ПГУ. Директор научно-технического центра «Нанотехнологии волоконно-оптических систем». Научный руководитель научной школы «Волоконно-оптическое приборостроение».

Области научных интересов: исследование и создание волоконно-оптических и оптоэлектронных датчиков физических величин для информационно-измерительных систем, систем управления, контроля, аварийной защиты изделий ракетно-космической и авиационной техники.

Автор 50 изобретений, более 300 научных работ. Подготовила 12 кандидатов технических наук.

**ОАО «Издательство
“ПОЛИТЕХНИКА”»
п р е д л а г а е т:**

**Г. А. Кухарев,
Е. И. Каменская,
Ю. Н. Матвеев,
Н. Л. Щеголева**

**МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ
И РАСПОЗНАВАНИЯ
ИЗОБРАЖЕНИЙ ЛИЦ
В ЗАДАЧАХ БИОМЕТРИИ**



ISBN 978-5-7325-1028-7
Объем 388 с., цветная вкладка.
Формат 60×90¹/₁₆

Книга содержит целый комплекс вопросов обработки изображений лиц в задачах биометрии: получение исходных данных из реальных сцен, методы анализа и предобработки изображений лиц, процедуры извлечения признаков, алгоритмы функционирования и структуры систем распознавания, а также модели компьютерных экспериментов. Содержит много тестовых примеров для известных баз изображений лиц, а также практические рекомендации на каждом этапе реализации процесса распознавания человека по его лицу. Обсуждаются вопросы применения лицевой биометрии в криминалистике, а также для защиты информации. Наиболее часто применяемые и сложные для реализации алгоритмы обработки представлены в форме векторно-матричных процедур, непосредственно реализуемых на языке программирования МАТЛАБ.

Книга предназначена для студентов, аспирантов и инженеров, интересующихся внедрением биометрических технологий, в том числе в современные системы распознавания людей по их лицам.

*Книгу можно приобрести в издательстве по адресу:
191023, Санкт-Петербург, Инженерная ул., д. 6, 3-й этаж.
Тел.: (812) 312-44-95, 710-62-73; тел./факс: (812) 312-57-68.
E-mail: sales@polytechnics.ru, gfm@polytechnics.spb.ru
<http://www.polytechnics.ru>*

*Возможна отправка книг «Книга—почтой».
Книги рассылаются покупателям в России наложенным платежом
(без задатка). Почтовые расходы составляют 40 %
и выше от стоимости заказанных Вами книг.*

**ОАО «Издательство
“ПОЛИТЕХНИКА”»
п р е д л а г а е т:**

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ
В ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ
И ПРИКЛАДНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ**

**под редакцией
В. В. Кузнецова**



ISBN 978-5-7325-1048-5

Объем 378 с.

Формат 60×90¹/₁₆

Монография посвящена проблемам анализа, синтеза и моделирования сложных систем различной природы. Содержание материала соответствует разделу паспорта научной специальности 05.13.01 «Системный анализ управления и обработка информации». Материалы монографии сгруппированы так, что они удовлетворяют требованиям ученых при выполнении фундаментальных и прикладных исследований.

Монография рассчитана для использования учеными, специалистами-практиками, аспирантами при выполнении исследований и анализе больших, территориально распределенных технических систем, а также сложных проектов.

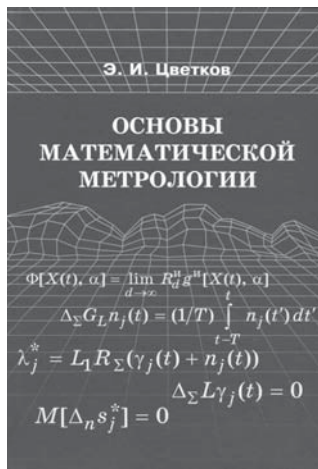
*Книгу можно приобрести в издательстве по адресу:
191023, Санкт-Петербург, Инженерная ул., д. 6, 3-й этаж.
Тел.: (812) 312-44-95, 710-62-73; тел./факс: (812) 312-57-68.
E-mail: sales@polytechnics.ru, gfm@polytechnics.spb.ru
<http://www.polytechnics.ru>*

*Возможна отправка книг «Книга—почтой».
Книги рассылаются покупателям в России наложенным платежом
(без задатка). Почтовые расходы составляют 40 %
и выше от стоимости заказанных Вами книг.*

ОАО «Издательство
«ПОЛИТЕХНИКА»»
п р е д л а г а е т:

Э. И. Цветков

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МЕТРОЛОГИИ



ISBN 5-7325-0793-0

Объем 510 с.

Формат 60×90^{1/16}

В монографии представлены основы теории математических моделей объектов, условий, процедур и средств измерений. Дан формализованный аппарат описания моделей объектов и процедур, свойств результатов и погрешностей результатов измерений. Представлено базовое алгоритмическое обеспечение метрологического анализа типовых процедур измерений.

Книга предназначена для метрологов и специалистов-измерителей ориентирующихся на использование современных информационных технологий, преподавателей, аспирантов и студентов вузов соответствующих специальностей.

Книгу можно приобрести в издательстве по адресу:
191023, Санкт-Петербург, Инженерная ул., д. 6, 3-й этаж.
Тел.: (812) 312-44-95, 710-62-73; тел./факс: (812) 312-57-68.
E-mail: sales@polytechnics.ru, gfm@polytechnics.spb.ru
<http://www.polytechnics.ru>

Возможна отправка книг «Книга—почтой».
Книги рассылаются покупателям в России наложенным платежом
(без задатка). Почтовые расходы составляют 40 %
и выше от стоимости заказанных Вами книг.

**ОАО «Издательство
«ПОЛИТЕХНИКА»»**

п р е д л а г а е т:

П. П. Серебrenицкий
**КРАТКИЙ
СПРАВОЧНИК
ТЕХНОЛОГА-
МАШИНОСТРОИТЕЛЯ**



ISBN 978-5-7325-0569-6

Объем 951 с.

Формат 70×100 ¹/₁₆

В справочнике содержатся сведения о технологическом процессе, его элементах и схемах его построения, рассмотрены правила оформления технологической документации; приведены краткие сведения о приспособлениях, о режущем, вспомогательном и измерительном инструменте, применяемых машиностроительных материалах, а также о современном автоматизированном оборудовании, в том числе и электроэрозионном. Приводятся информация для расчетов режимов резания на основные виды технологических операций, в том числе информация для определения режимов первого выбора.

Структура справочника определена исходя из задач технологической подготовки производства (ТПП), построенного по схеме компьютерно-интегрированного, предполагающего использование электронных 3D-моделей изделий на всех этапах решения задач ТПП. Приведенный в справочнике обзор систем компьютерного проектирования и моделирования (CAD/CAM-систем) позволит оценить их возможности для автоматизированного решения технологических задач и дать начальную информацию для их выбора.

Справочник предназначен в помощь технологам машиностроительных производств. Он будет также полезен студентам высших и средних технических учебных заведений, учащимся производственно-технических училищ, рабочим производственных предприятий.

Книгу можно приобрести в издательстве по адресу:
191023, Санкт-Петербург, Инженерная ул., д. 6, 3-й этаж.
Тел.: (812) 312-44-95, 710-62-73; тел./факс: (812) 312-57-68.
E-mail: sales@polytechnics.ru, gfm@polytechnics.spb.ru
<http://www.polytechnics.ru>

Возможна отправка книг «Книга—почтой».
Книги рассылаются покупателям в России наложенным платежом (без задатка). Почтовые расходы составляют 40 % и выше от стоимости заказанных Вами книг.